

Apollonius Pergaeus

De 3620



DAS FÜNFTTE BUCH
DER
CONICA DES APOLLONIUS VON PERGA

IN DER ARABISCHEN UEBERSETZUNG

DES
THABIT IBN CORRAH

HERAUSGEGEBEN,
INS DEUTSCHE ÜBERTRAGEN UND MIT EINER EINLEITUNG VERSEHEN

VON

L. M. LUDWIG NIX.



LEIPZIGER PROMOTIONSSCHRIFT.

LEIPZIG
DRUCK VON W. DRUGULIN
1889.

DAS FÜNFTE BUCH

CONIEN DES APOLLONIUS VON PERGA

IN DER ALKASANDER'SCHEN CONIENREISE

THEOPHILUS VON ANTIOCHIA

IN DER DRITTEN CONIENREISE



DRUCKT BEI WILHELM FRIEDRICH BRUNNEN

LEIPZIG



Einleitung.

Von der $\kappa\omega\nu\tau\acute{\iota}\alpha$ betitelten Schrift des Apollonius von Perga (um 200 v. Chr.) sind uns das erste bis siebente Buch in arabischer Sprache in verschiedener Gestalt erhalten. Nur von den vier ersten Büchern findet sich auch der griechische Text, während das achte und letzte Buch schon zur Zeit der arabischen Uebersetzer nicht mehr griechisch vorhanden war. Die Ersten nun unter den Arabern, die sich mit der Geometrie der Kegelschnitte beschäftigten waren die beiden Brüder Ahmed und Hasan ibn Musa, welche um die Mitte und gegen Ende des dritten Jahrhunderts der Hegra dem Studium griechischer Autoren oblagen, und selbst Schriften über Gegenstände der mathematischen Wissenschaften in arabischer Sprache verfassten. Diese Brüder beabsichtigten eine Uebersetzung der Kegelschnitte des Apollonius zu veranstalten, wurden aber zuerst, wie sie in der Vorrede zu der nachher auf ihre Veranlassung gefertigten Uebersetzung selbst angeben, abgeschreckt durch die grosse Verderbnis, die der griechische Text in den ihnen vorliegenden Handschriften erlitten hatte. Deshalb verschoben sie die Ausführung ihres Vorsatzes. Inzwischen widmete sich aber Hasan fortwährend seinen mathematischen Studien und behandelte schliesslich auch die Cylinderschnitte, und fand dabei, dass dies eine passende Einführung in das Studium der Lehre von den Kegelschnitten sei. Darüber verfasste er auch eine Abhandlung und zwar kurz vor seinem Tode. Diese Abhandlung, die nach den Angaben in der oben erwähnten Vorrede der Söhne des Musa zu Apollonius zu urtheilen, vielleicht ähnlichen Inhalts war wie das

Buch des Serenus, de sectione cylindri, ist vermuthlich identisch mit einer in den arabischen Bibliographien angegebenen Schrift Ḥasan's über die „längliche runde Figur“ الشكل المدور المستطيل; vgl. dazu den Artikel Steinschneider's in der „Bibliotheca mathematica“, Stockholm 1887. p. 71. Später brachte dann Ḥasan's Bruder Ahmed gelegentlich einer Reise nach Syrien noch eine einzige Handschrift der vier ersten Bücher in der Recension des Eutocius nach Irāk zurück, deren Studium ihn zum vollständigen Verständnis der drei letzten Bücher befähigte. Er stellte dann eine Anzahl Lehrsätze, deren man bei den Beweisen bedurfte, zusammen und verwies im Falle ihrer Anwendung auf dieselben. So liess denn Ahmed den von ihm durcharbeiteten griechischen Text ins Arabische übersetzen, und zwar die vier ersten Bücher von Hilāl ibn abi Hilāl aus Himṣ (Emessa), die drei übrigen von Thābit ibn Korrah dem Harrānier. Am Schlusse der obengenannten Vorrede, aus welcher das Wichtigste im Vorhergehenden erwähnt ist, wird noch bemerkt, dass die vier ersten Bücher nach den Verbesserungen des Eutocius, die drei letzten nach der Abfassung des Apollonius übersetzt seien.

Von der Uebersetzung dieser beiden Gelehrten ist uns nun eine ausgezeichnete Handschrift überkommen, nämlich der Cod. Bodleian. 943 (Uri). Nach der Unterschrift am Ende wurde diese Handschrift im Jahre der H. 702 (1301 p. Chr.) vollendet. Sie ist eine Copie einer Abschrift Tūsi's, des bekannten Mathematikers, die dieser im Jahre 645 (1248) vollendet hatte. Man darf also wohl erwarten, dass dieser Codex einen guten und richtigen mathematischen Text bietet, und er rechtfertigt diese Erwartung in vollem Maasse. Ausser dieser Handschrift findet sich noch eine in der Bodleiana (885), die drei letzten Bücher enthaltend, ist aber eine jüngere Abschrift aus der vorigen vom Jahre 1036 (1626). Von demselben Abschreiber und aus demselben Jahre stammt auch der Cod. Lugd. Bat. 14. Ferner besitzt die Bodleiana noch eine undatirte Handschrift, welche die Lehrsätze des fünften bis siebenten Buches ohne Figuren und ohne Beweise bietet, nämlich

939 (4). Sie ist aber, nach dem Duktus zu urtheilen, jüngeren Datums und nur Abschrift eines der vorgenannten Manuscripte. Die drei letzteren Handschriften sind für die Feststellung des Textes ohne Belang, da sie durch den erstgenannten Codex vollständig entbehrlich werden; Differenzen zwischen ihnen und dem erstgenannten beruhen nur auf Schreibfehlern und Auslassungen der Copisten. Dagegen bietet die erste Handschrift in kräftigen, ziemlich grossen Charakteren, die allerdings, sofern sie nicht Bezeichnungen der Figuren sind, jedes diakritischen Zeichens entbehren, einen guten und verlässlichen Text. Sie umfasst die erhaltenen sieben Bücher; vorher geht die oben im Auszug mitgetheilte Vorrede der Banu Musa, aus welcher Fihrist p. 266 f. einiges mitgetheilt ist; von der daselbst gemachten Angabe, dass von dem achten Buche vier Lehrsätze erhalten seien, steht in der erwähnten Vorrede nichts. Aus dieser Vorrede hat nach Hadji Chalfa V, 147 f. auch Tašköprizade seine Angaben über die Uebersetzung des Apollonius entnommen. Nach der Vorrede folgen die (ersten) Definitionen und eine Anzahl Bemerkungen, welche die Entstehung der drei Kegelschnitte und einige darauf bezügliche mathematische Ausdrücke erläutern, also etwa den Inhalt des elften bis sechzehnten Satzes des ersten Buches und der auf diese folgenden „zweiten Definitionen“ geben, ohne diese „zweiten Definitionen“ an der Stelle wo sie im Griechischen stehen zu wiederholen. Hierauf folgen die schon vorhin erwähnten Sätze „zur Erleichterung des Verständnisses“, welche die Lehre von den Proportionen behandeln. Alles Uebrige ist wie im Griechischen.

Von der Uebersetzung des Hilâl und des Thâbit machte nun Abu'l-Hosein 'Abd-el-melik ibn Muhammed el-Šîrâzî einen Auszug; die Zeit in welcher Abd-el-melik lebte, lässt sich nicht genau bestimmen. Jedenfalls war er ums Jahr 600 (1204) bereits gestorben, denn aus diesem Jahre stammt die älteste Abschrift seines Auszuges Cod. Bodl. 913 nach der Unterschrift derselben, in welcher nach den oben angeführten Namen die bekannte Formel $\frac{a^2}{b^2} = \frac{c^2}{d^2}$ steht. Doch dürfte muthmasslich sein Todesjahr keine fünfzig

Jahre früher fallen, da wohl sein Vater Muhammed, nicht aber sein Sohn Hosein in dem Suffix **هُمَا** in der ebengenannten Formel mit inbegriffen sein wird, und der Schreiber gewiss **حَمِيم** gesagt hätte, wenn auch der Sohn zu seiner Zeit bereits todt gewesen wäre. Wir dürften daher die Mitte des zwölften Jahrhunderts als beste Zeit des Abdelmelik annehmen. Die einzige Nachricht die wir ausserdem von ihm haben ist die, dass er einen Auszug **مختصر** aus dem Almagest angefertigt habe, nach welchem Kutb-ed-din († 710), der denselben in seinem Werke **درة التاج** als den besten Auszug aus dem Almagest bezeichnet, seine persische Uebersetzung gemacht hat. Diese Angabe findet sich in persischer Sprache nach der Unterschrift des Auszugs in dem vorhin erwähnten Cod. Bodl. 913. Eine Abschrift hiervon ist der Cod. Lugd. Bat. 513 (1), in dem jedoch die Unterschriften fehlen. Weiter enthalten die beiden CC. Bodl. 987 und 988, der erstere die Abschrift des Textes, der andere die der Randbemerkungen des fünften bis siebenten Buches in ziemlich moderner Handschrift.

Dass dieser Auszug nun nach der erstgenannten Uebersetzung und nicht nach dem griechischen Originale angefertigt ist — wenn auch der Verfasser dasselbe noch kannte — ergibt sich aus einer Vergleichung der beiden Arbeiten. In dem Gange der Beweise ist kein Unterschied und die Uebereinstimmung in zufälligen Dingen ist eine in die Augen fallende. So stimmen zum Beispiel die Bezeichnungen der Figuren, bis auf verschwindende Ausnahmen, vollständig überein; ebenso zeigen sich in der Terminologie viele Uebereinstimmungen, während die Verschiedenheiten hierin, bei dem grossen Spielraume den die arabische Sprache auch in dieser Beziehung bietet, in Verbindung mit der individuellen Sprachgewohnheit des Verfassers, kaum in Betracht kommen. Abdelmelik kannte die Arbeiten Hilâl's und Thâbit's sehr wohl, wie aus einer Randnote in den Handschriften derselben gleich zu Anfang des fünften Buches ersichtlich ist, die als von der Hand des Abdelmelik geschrieben, **بخط عبد الملك** vorgefunden wurde.

Da nun der griechische Text der drei letzten Bücher anscheinend auf immer verloren ist, so bleibt für die Beurtheilung der Uebersetzung derselben nur ein indirektes Kriterium, nämlich der griechische Text der vier ersten Bücher mit der Uebersetzung derselben von Hilâl ibn abi Hilâl. Dieser griechische Text ist bis jetzt in nur einer und zwar sehr seltenen Ausgabe vorhanden, nämlich der von Halley, Oxford 1710 fol. An diesen griechischen Text schliesst sich nun die Uebersetzung des Hilâl so eng an, dass man sicher behaupten kann, derselbe habe eine griechische Handschrift ganz derselben Art als Vorlage gebraucht; und dass die Araber bei ihren Ausgaben nicht sehr kritisch verfahren, sondern lieber sich an eine gute Handschrift halten, ist heute noch üblich und allgemein bekannt, und dürfte wohl auch zur Zeit der Uebersetzer so gewesen sein. Zwischen der Uebersetzung des ersten bis vierten Buches und der des fünften bis siebenten, ist nun in Bezug auf Sprache und Behandlung der einzelnen Sätze kein Unterschied wahrnehmbar, so dass wir annehmen dürfen, es habe auch der Uebersetzer der drei letzten Bücher sich einer Vorlage, die der von Hilâl benutzten entsprach, bedient und sich mit derselben Gewissenhaftigkeit daran gehalten wie jener. Eine Rückübersetzung der drei letzten Bücher, die mit Hülfe der vier ersten nicht allzuschwierig sein dürfte, würde in der That einen Text wie der durch Halley von den vier ersten Büchern veröffentlichte geben.

Ausser den vorerwähnten Uebersetzungen und dem Auszuge des Abdelmelik existiren nun noch aus späterer Zeit Uebearbeitungen und Auszüge in arabischer und persischer Sprache. Zunächst aus dem Jahre 372 H (983) eine Uebearbeitung des fünften bis siebenten Buches von Abu'l-fath ibn Mohammed al-Isfahâni in den beiden Cod. der Bibl. medic. 270 u. 275. Hiernach haben Abraham Echellensis und A. Borelli eine lateinische Uebersetzung angefertigt, die im Jahre 1661 zu Florenz erschien. Da es mir leider nicht möglich war die Florentiner Handschriften einzusehen, konnte ich mir nur nach dieser Uebersetzung ein Urtheil zu bilden versuchen. Diese Bearbeitung des Abulfath hat den Inhalt durch

Einführung einer nicht gerade einfachen Terminologie nicht zu seinem Vortheil wiedergegeben; die Anordnung der Sätze ist eine ganz freie, indem Sätze ähnlichen Inhalts zusammengezogen sind, allerdings mit Angabe der Nummer derselben, die sie in der ursprünglichen Aufeinanderfolge hatten. Der Verfasser behauptet zwar, was nicht richtig ist, er habe zuerst eine vollständige Uebersetzung des fünften bis siebenten Buches angefertigt; man kann hieraus aber wahrscheinlich schliessen, dass er wenigstens nach dem griechischen Original gearbeitet hat. Die übrigen Florentiner Handschriften, C. medic. 288, 296 und 308 geben eine persische Bearbeitung (296), einen Commentar (?) und einen nach dem Persischen angefertigten kurzen Auszug, sämmtlich aus dem 8. Jahrhundert H., von sonst nicht näher bekannten Verfassern.

Die von Casiri, *Biblioth. arab.* I, 382 und die von Loth, *India Office* 745 beschriebenen Handschriften konnte ich leider nicht benutzen und nach den spärlichen Angaben möchte ich nicht darüber urtheilen. Ausser den Genannten beschäftigten sich auch Hasan ibn Heitham und Ibrahim ibn Senan mit den Kegelschnitten des Apollonius, von ihren Arbeiten ist aber nichts erhalten. (S. Wenrich, *de auctor. graec. version. etc.* p. 302 unten.)

Die Angaben Wenrich's und die der betreffenden Handschriften-cataloge erhalten durch die obengenannten Auseinandersetzungen, die sich auf persönliche Einsicht und Vergleichung der Handschriften stützen, einige Zusätze und Verbesserungen.

Wegen näherer Angaben über die wichtigsten der vorgenannten Uebersetzer und Bearbeiter der Kegelschnitte möge eine Verweisung auf Leclerc's *Histoire de la médecine arabe*, B. I, Paris 1876 genügen, der unter den betreffenden Namen das aus den Quellen Erreichbare giebt. Ueber die drei Banu Mûsa genannten Brüder existirt ausserdem von Steinschneider in dem oben erwähnten Aufsatz eine ausführliche Monographie.

Was nun die vorliegende Ausgabe und Uebersetzung des fünften Buches im Besondern betrifft, so soll sie zunächst ein Mittel an

die Hand geben, die von Halley angefertigte und im zweiten Bande seiner bereits erwähnten Ausgabe des griechischen Textes der vier ersten Bücher veröffentlichte Uebersetzung zu controlliren, ferner als Grundlage einer neuen Bearbeitung derselben dienen, die durch die grosse Seltenheit jenes Buches und das Interesse der Mathematiker gerechtfertigt erscheinen dürfte.

Bei der Anfertigung seiner Uebersetzung folgte Halley den obengenannten Handschriften der Bodleiana, welche die von Thâbit verfasste arabische Uebersetzung enthalten. Dabei stützte er sich mehr auf seine Kenntnisse in der Mathematik als auf jene in der arabischen Sprache, so dass er z. B. das zweite Drittel der Vorrede des Apollonius zum fünften Buche vollständig missverstanden hat. In den mathematischen Lehrsätzen und Beweisen hat er dann allerdings das Richtige getroffen, nur dass er gelegentlich eine Randbemerkung oder einen kurzen Zusatz von sich selbst in den Text zieht, oder kleine Veränderungen oder Auslassungen eintreten lässt, während aber durch all dieses der mathematische Inhalt nicht leidet. Eine neuere deutsche Bearbeitung des Halley'schen Buches erschien 1861 in Berlin von H. Balsam.

Im Gegensatz zu dem Werk Halley's ist die von Chr. Rau im Jahre 1669 veröffentlichte Uebersetzung des Auszuges des Abdelmelik eine flüchtige und verständnislose Arbeit. Seiner Ausgabe fehlen vor Allem die Figuren, die bei der äussersten Kürze des Auszuges ganz besonders zum leichteren Verständnis beitragen könnten. Ausserdem hat er aber auch häufig in den Beweisen einzelne Bezeichnungen der Figuren durch falsches Lesen seiner Handschrift verändert, so dass z. B. ein Punkt, den er zuerst r nennt, in der nächsten oder zweiten Zeile weiter d heisst, während dies bereits für einen andern Punkt angenommen war; unter Anderem lässt er einmal (im 45. Satze des V. Buches) von einer geraden Linie zwei Stücke abschneiden, so dass das eine dem andern parallel ist, während im Text richtig *musâwij^{an}* (gleich) steht, wo er *muwâzij^{an}* las, und noch Anderes der Art.

Bei der vorliegenden Ausgabe des fünften Buches habe ich

mich nun genau an den Text, den der bereits erwähnte Cod. Bodl. 943 bietet, gehalten, weil er die älteste und beste Gestalt der arabischen Uebersetzung repräsentirt. Dieser Codex ist, nebenbei bemerkt, das von Halley in seiner Vorrede erwähnte älteste Goliatische Exemplar. Die Sprache der Uebersetzung ist durchweg gutes und reines Arabisch, ohne Beimischung vulgärer Formen, vollständig nach den Gesetzen der alten Sprache. Die Fassung der Lehrsätze ist klar und präcis, so dass Zweideutigkeiten und Missverständnisse vollständig ausgeschlossen sind; man sieht daran, dass der Uebersetzer seine Vorlage sprachlich und inhaltlich vollständig erfasst und für Alles den äquivalenten arabischen Ausdruck zu finden wusste. Im Besonderen schliesst sich die Terminologie, nach den vier ersten Büchern zu urtheilen, fest an das Griechische an, und behält die einmal für einen griechischen Ausdruck gewählte Wiedergabe consequent bei. In Bezug auf Behandlung von Fällen, in denen durch die principielle Verschiedenheit der beiden Sprachen grössere oder kleinere Differenzen entstehen, möchte ich auf das vierte Capitel der Abhandlung Klamroth's über den arabischen Euklid, ZDMG. 35, p. 289 ff. verweisen, dessen Bemerkungen zum guten Theile auch hier gelten. Auf Einzelheiten komme ich bei der folgenden Erwähnung der Terminologie des fünften Buches zu sprechen.

Der Titel des Buches lautet sowohl in den Handschriften, als auch in den Bio- und Bibliographien durchgängig كتاب المخروطات لابولونيوس d. h. das Buch der Kegel von Apollonius, während der griechische Titel κωνικά στοιχεῖα ist. Diese Form des Namens des Apollonius ist jedenfalls die älteste und deckt sich mit dem Griechischen so genau wie möglich. Die andern Formen die gelegentlich einmal auftreten, wie بلينيس (Fihrist und al-Kifti) und ابولونيوس (einmal bei Ibn abi Useibia) sind wahrscheinlich daraus verstümmelt. In der Vorrede der Banu Mûsa wird Apollonius als ein Mann von Alexandrien bezeichnet, während Abdelmelik in seiner Vorrede, die er theilweise aus jener der B. M. abgeschrieben hat, ihn einen Mann von Pergamus nennt. Diese Angaben scheinen

aus dem Vorwort des Apollonius zum ersten Buche genommen zu sein, wo beide Städte erwähnt werden; dass er aus Perga war ist in keiner arabischen Quelle angegeben. Die einzelnen Bücher des Werkes tragen die Bezeichnung *مقالة*, wie auch bei Werken anderer Griechen. Der einzelne Lehrsatz heisst regelmässig *شكل* (pl. *أشكال*), womit nie die Figur bezeichnet wird. Der Ausdruck für letztere ist in der Regel *صورة*. (Vgl. über die beiden Ausdrücke den obengenannten Aufsatz in ZDMG. 35, p. 284 f.) Für Voraussetzung findet sich kein besonderes Wort, für Behauptung steht *خبر*; einmal werden beide unter dem Worte *مثال* (Beispiel) zusammengefasst. Die Behauptung wird bei Thâbit regelmässig durch *فإن* oder *فإنه* = *λέγω ότι*, bei Abdelmelik durch *فإن* oder *فإنه* = so ist etc. (was Rau durch: ergo si übersetzt) eingeleitet. Zu Anfang des Beweises steht bei Thâbit immer entweder *برهان* *ذلك أن* oder *برهان ذلك أنا*, je nachdem ein Nomen oder Verbum folgt. *عكس* bedeutet die Umkehrung eines Satzes; die deductio ad absurdum *تبين الاستحالة* (Satz 64) beim indirekten Beweise wird eingeleitet durch *فإن لم يكن كذلك فليكن الخ* = denn wäre es nicht so, so sei etc. und schliesst mit *هذا خلف* = das ist ein Widerspruch, z. B. Satz 13 und öfter; der Beweis endigt gewöhnlich mit *وذلك ما أردنا أن نبين* bei Thâbit und bei Abdelmelik mit *وذلك ما أردناه*. — Die Definitionen tragen die Ueberschrift *المحدود*, während auf die dem ganzen Werke vorausgeschickten einzelnen Lehrsätze (vgl. oben) in den Randnoten als auf die so und sovielte *مقدمة* hingewiesen wird. Da die Definitionen eine ziemliche Anzahl von geometrischen Ausdrücken erläutern, so habe ich sie, zugleich mit dem Griechischen, dem Text des fünften Buches vorangesetzt, um dabei auch Gelegenheit zu geben, das Arabische mit dem Griechischen zu vergleichen. In der Uebersetzung schliesse ich mich möglichst an das Arabische an. Zur grösseren Bequemlichkeit habe ich die einzelnen Definitionen

nach dem Griechischen numerirt. Man wird bemerken, dass das Arabische dem Griechischen in Bezug auf Präcision des Ausdrucks und Klarheit der Darstellung durchaus nicht nachsteht, dass sogar dem Arabischen gelegentlich der Vorzug gebührt. Ich schliesse nun hieran eine Uebersicht über die Terminologie des fünften Buches, indem ich die in den Definitionen erklärten Ausdrücke hier übergehe.

Was nun zunächst die Wiedergabe der Namen der drei Kegelschnitte, Parabel, Hyperbel und Ellipse betrifft, so haben dabei die arabischen Uebersetzer den Beweis geliefert, dass sie den Grund der Bezeichnungen klar eingesehen, und es ausserdem verstanden haben dafür den treffenden klassischen Ausdruck zu setzen. Die drei Schnitte heissen der Reihe nach **القَطْعُ الزَّائِدُ**; **القَطْعُ الْمَكَافِي** und **القَطْعُ النَّاقِصُ** also etwa *sectio aequans*, *sectio superans* und *sectio deficiens*. Rein grammatisch betrachtet sind nun diese drei Participien je Apposition des vorhergehenden Substantivs; der Bedeutung nach liegt aber in ihnen das Prädikatsverbum zu einem ausgelassenen Subject; dieses Subject, sowie das Object des Prädikatsverbuns sind bei der Auflösung des Participiums durch einen Relativsatz, aus dem 11., 12. und 13. Satze des ersten Buches zu ergänzen, also etwa: der Schnitt, in welchem das Quadrat einer Ordinate etc. — Der allgemeine Ausdruck für Kegelschnitt ist **قَطْعٌ مَخْرُوطٌ**; die Schnittlinie heisst **خَطُّ الْقَطْعِ**; die beiden Asymptoten sind **الْحَطَّانِ اللَّذَانِ لَا يَقَعَانِ عَلَى الْقَطْعِ** d. h. die beiden Linien die nicht auf den Schnitt treffen. Für das Uebrige möge die folgende Zusammenstellung genügen:

Punkt, **σημείον**: **نُقْطَةٌ**, **مَوْضِعٌ**; Linie **γραμμή** **خَطٌّ** pl. **خُطُوطٌ**; gerade Linie **εὐθεία** **خَطٌّ مُسْتَقِيمٌ** oder **خَطٌّ** allein; Fläche **ἐπίπεδον** **سَطْحٌ** auch Parallelogramm oder Rechteck; Winkel **γωνία** **زَاوِيَةٌ** pl. **زَوَايَا**; einen Winkel bilden (Linie mit einer andern) **أَحَدَتْ** **زَاوِيَةً**; einen Winkel einschliessen **περιέχειν** **بِزَاوِيَةٍ**; spitzer

(ὀξύς) Winkel حادّة زاوية; rechter (ὀρθός) Winkel قائمة زاوية;
 stumpfer (ἀμβλύς) Winkel مُنفرجة زاوية; Nebenwinkel παρακει-
 μένη زاوية التي تلي زاوية التي مثل ἴσος; einander
 gleiche (Linien) متساوية; Senkrechte κάθετος ἑμῶν pl. ἄεμῶν;
 senkrecht errichtet werden auf أُقيم على زاوية قائمة على;
 senkrecht stehen قائمة على زاوية قائمة على; eine Parallele zu ... παράλληλος
 خط مواز ل; einander Parallele خطوط متوازية; ähnlich ὁμοιος
 شبيه; einander ähnliche (Flächen) متشابهة; Dreieck τρίγωνον
 مثلث; Viereck τετράπλευρος; ἑξάγωνον; Quadrat τετρά-
 γωνον مُربع; Seite πλευρά ἑξάγωνον pl. ἄεξάγωνον; Grundlinie, Basis βάσις
 قاعدة; Parameter = latus rectum ὀρθία الضلع القائم; Quer-
 durchmesser διάμετρος πλαγία القطر المُجانب; eben ἐπίπεδος
 مُستوي; Kreis κύκλος دائرة; Kreisumfang بدائرة الخط المُحيط بدائرة;
 Centrum κέντρον مَرَكز; beschreiben ἀναγράφειν رسم; einen Kreis
 beschreiben دائرة خطط oder أدار دائرة; Tangente ἐπιψάουσα
 خط مماس; Quadrant τεταρτημόριον رُبُع pl. أرباع; ziehen (Linie)
 ἄγειν, διάγειν, ἐπιζευγνύειν أخرج; ausgehen خرج; hin-
 durchgehen lassen διάγειν على اجاز; hindurchgehen ἄγεσθαι
 (مَرَب); einen Punkt treffen ἐπιπίπτειν وقع على نقطة; verlängern
 ἐκβάλλειν أخرج; in gerader Richtung verlängern على أخرج
 مستقامة; eine angesetzte (προσαρμόζειν) Linie خط موصول; End-
 punkt πέρασ طرف pl. أطراف; erreichen, bis wohin reichen προσ-
 πίπτειν, καταντᾶν الى انتهى; Punkt bis zu dem eine Linie reicht
 مُنتهي pl. نهايات; Schnittpunkt مُلتقى; Fusspunkt مَسَقَط; Schei-
 tel κορυφή رأس; Theil, Abschnitt, Segment τμήμα قِطْعَة; doppelt
 διπλῶν ضِعْف — مثلان; grösser als a um b : أكبر من a بمثل b ;
 a übertrifft (ὕπερέχειν) b um c : يزيد a على b بمقدار c ;
 Summe (τὸ ὅλον) von a und b : إذا جُمِعَا a و b مجموعان

addiren προστιθέναι جمع; subtrahiren ἀφαιρεῖν نقص; Differenz (ὑπεροχή) zwischen a u. b : فضل ما بين a و بين b ; Multiplication ضرب; multipliciren πολλαπλασιάζειν ضرب Rest τὸ λοιπόν الباقي; Produkt aus a und b : ὁ ἀριθμὸς γενόμενος ἐκ a καὶ b الذي يُجْتَمَع من ضرب a في b ; doppeltes Produkt الذي يكون من ضرب a في b مرتين; Rechteck aus ab und bg , ὀρθογώνιον, سطح ab في bg ; angenommen werden εἰληφθαι مُعْلَم; angenommen προτεθῆς موضوع; construiren κατασκευάζειν عمل; machen (gleich etc.) جَعَلَ, pass. auch صَيَّر; gemeinsam setzen (auf beiden Seiten einer Gleichung) جعل مشتركاً; ergänzen συμπληροῦν تَمَم; Ergänzung تمام; schneiden τέμνειν قطع, auch abschneiden = فصل ἀφαιρεῖν, pass. انفصل; einander schneiden τέμνειν ἀλλήλους تقاطع; theilen διαιρεῖν قسم; in 2 Theile theilen قسم بقسمين; halbiren δίχα διαιρεῖν قسم بنصفين; beliebig viele (Linien) ὅποσοιὸν كانت خطوطكم; ein beliebiger Punkt وقعت كيف ما وقعت; proportional ἀνάλογον مناسب; einander proportional متناسبة; die beiden mittleren Proportionalen zu zwei Linien خطان مناسبان لخطين فيما بينهما; Verhältnis von a zu b : نسبة a الى b ; zusammengesetztes Verhältnis (dessen Glieder Produkte sind) λόγος συγχειμένος نسبة مؤلفة — zusammensetzen = συνθέντι: بالتركيب oder إذا ركبنا d. h. die Veränderung von $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ in $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$; Division = διελόντι — zusammenetzen = συνθέντι: بالتفصيل oder إذا فصلنا d. h. die Veränderung von $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ in $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$; Conversion = ἀναστρέψαντι إذا قلبنا oder بالقلب; $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ zu $\frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d}$; Umstellung = ἀνάπαλιν = إذا خالفنا d. h. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ zu $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$; Vertauschung (der inneren Glieder) ἐναλλάξ

إذا بدلت oder بالتبديل oder بدّلنا d. h. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ zu $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$;
 — mit نِسْبَةِ الْمَسَاوَاةِ = ὁμοιομετρίας wird auf die Entwicklung einer
 dritten Proportion aus zwei gegebenen hingewiesen, nach folgen-
 dem Schema:

$$a : b = c : d$$

$$e : a = f : c$$

$$e : b = f : d$$

Mit der Formel إذا نقصنا الأقلين من الأكثرين أو جمعنا wofür
 einmal إذا جمعنا النسب أو فصلناها (S. 59) steht, wird die Ver-
 änderung von $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ zu $\frac{a \pm c}{b \pm d} = \frac{a}{b}$ bezeichnet. النِسْبِ als pl. von
 نسبة in der eben erwähnten Stelle ist also offenbar als die „homo-
 logen Glieder“ der Proportion zu verstehen, durch deren Benen-
 nungen (مقدم = ἡγούμενος und تال = ἐπόμενος) es auch Abdel-
 melik an der entsprechenden Stelle ersetzt.

Besondere Beachtung verdient ein Ausdruck der ganz genau
 dem Griechischen nachgebildet ist, nämlich die Worte هذا الخط
 يقوى على الخ z. B. im ersten Satze, in der Bedeutung: das Quadrat
 dieser Linie ist gleich etc., worin nur eine direkte Uebersetzung
 des griechischen ἡ γραμμὴ δύναται liegen kann. Vgl. ZDMG. 35,
 p. 290. Die Araber haben hierbei einen Weg eingeschlagen, den
 auch die Syrer und auch occidentalische Völker bei Gelegenheit
 der Wiedergabe griechischer Kunstausdrücke gegangen sind, indem
 sie einem Worte ihrer Sprache, das sich in der allgemeinen Be-
 deutung mit dem zu übersetzenden deckte, die demselben als
 Kunstausdruck eigenthümliche Bedeutung beilegte, wodurch es
 dann auf dieselbe Weise, nämlich durch Specialisirung der Bedeu-
 tung ein term. techn. wurde, wie das griechische Original selbst.

Hier möchte ich auch einige offenbar verderbte Stellen und
 den meiner Meinung nach richtigen Wortlaut anführen. Die erste
 ist im sechsten Satze des V. Buches bald zu Anfang und lautet:

وكل واحد منها يزيد عليه بمثل السطح الخ und kann nach dem

Beweise nur bedeuten: das Quadrat einer jeden von ihnen (statt: eine jede von ihnen) übertrifft das Quadrat derselben (statt: dieselbe) um die Fläche etc.; da eine Linie eine andere nicht um eine Fläche übertreffen kann, glaube ich dass hier, wie ich auch in Uebereinstimmung mit Halley übersetzt habe, zu lesen ist: **ومربع كل واحد منها يزيد على مربعه بمثل السطح الخ** was durch den Schluss des Beweises nahe gelegt wird. Es ist freilich auffallend, dass sowohl hier wie in der folgenden Stelle von Tûsi nicht durch eine Randnote auf den wahren Sachverhalt hingewiesen ist, während er dies bei unbedeutenderen Dingen, z. B. bei einer falschen Verweisung auf einen im Beweis angewandten Lehrsatz thut.

Die zweite Stelle ist am Anfang des achten Satzes und ähnlichen Inhaltes. Sie lautet: **وفضل ما بينها وبينه مثل المربع الخ**; hier dürfte der Anfang des Satzes auf die folgende Veränderung hinweisen: **وفضل ما بين مربعاتها وبين مربع الخط الاقصر مثل المربع الخ** d. h. die Differenz zwischen ihren Quadraten (statt: zwischen ihnen) und dem Quadrat der kürzesten Linie (statt: zwischen ihr) ist gleich dem Quadrat etc.

Endlich ist im 54. Satze am Anfang des Beweises nach **الضلع** **ولتكن نسبة د ح إلى ه ح كنسبة القطر القائم** zu ergänzen: **الجانب إلى الضلع القائم**. Diese Worte fehlen in den Handschriften, sind aber dem Zusammenhange nach nothwendig und finden sich auch in dem Auszug des Abdelmelik an dieser Stelle.

Was nun die Figuren betrifft, so habe ich sie der deutschen Uebersetzung beigegeben, und zwar in derselben Gestalt, wie ich sie in den Handschriften vorgefunden habe. Sie weichen etwas von der bei uns üblichen Darstellung ab, indem sie fast durchweg Spiegelbilder oder sonst Umkehrungen der unsrigen sind, wie man durch eine Vergleichung der bei Halley gegebenen sehen kann. Vergl. ZDMG. 35, p. 287. Auch die Bezeichnungen habe ich ganz beibehalten, indem ich mich bei der Transscription der arabischen Zeichen der bei uns allgemein üblichen Methode bediente, nur dass ich statt der nicht zu verwendenden Buchstaben alif (l) und

'ain (ع) bezüglich a und e setzte. Als Bezeichnungen der Figuren werden sämtliche Buchstaben des arabischen Alphabets verwandt und wo die einzelnen nicht ausreichen, hilft man sich durch Zusammensetzungen von l mit irgend einem Buchstaben z. B. lb , lz , wie im 45. Satze. Die Buchstaben treten im Texte zu dem Worte für die Figur die sie bestimmen in ein Genitivverhältnis, z. B. die Linie $ab = \text{خَطُّ اب}$; da bei Anwendung aller Buchstaben leicht Missverständnisse eintreten könnten, wenn alle diakritischen Zeichen fehlten, so haben die Araber um dem vorzubeugen, theilweise die Gestalten der Charaktere etwas verändert oder andere Zeichen eingeführt; so unterscheidet sich z. B. g von h durch die Verkürzung des nach unten geführten Zuges, z. B. $\text{ع} = g$ und $\text{ح} = h$, während h durch den übergesetzten Punkt kenntlich wird ح ; r und z unterscheiden sich durch das übergesetzte Zeichen ر oder einen untergesetzten Punkt, also ر = r und ز = z u. a. m.

Als Zusätze der arabischen Uebersetzer haben wir höchstwahrscheinlich nur die Verweisungen auf angewandte Lehrsätze desselben Werkes zu nehmen, da sie in dem griechischen Text der vier ersten Bücher ganz fehlen.

Die Definitionen.

1. Zieht man zwischen irgend einem Punkte und der Umfangs-
linie eines Kreises eine gerade Linie, ohne dass der Kreis und der
Punkt in derselben Ebene liegen, und verlängert man die Gerade
nach beiden Seiten, befestigt den Punkt so dass er seinen Platz
nicht verlässt und lässt die Gerade auf der Peripherie des Kreises
herumgehen bis sie an den ersten Punkt von dem sie ausging
zurückkehrt, so nenne ich jede von den beiden Flächen, welche
die Linie deren Durchgangspunkt im Kreise herumgeführt wird
beschreibt, und deren jede das Gegenstück der andern, und fähig
ist ins Unendliche fortgesetzt zu werden, wenn nämlich die Linie
ins Unendliche verlängert wird, eine Kegelfläche; und 2. den festen
Punkt Scheitel einer jeden der beiden Kegelflächen. 3. Die Gerade
welche durch diesen Punkt und den Mittelpunkt des Kreises geht,
nenne ich Axe der Kegelfläche. 4. Die Figur, welche der Kreis
und die Kegelfläche die zwischen dem Scheitelpunkt und dem
Kreise ist, einschliesst, nenne ich einen Kegel. 5. Den Punkt aber,
welcher der Scheitel der Kegelfläche ist, nenne ich ebenfalls Schei-
tel des Kegels. 6. Die Linie, welche vom Scheitel des Kegels nach
dem Mittelpunkt des Kreises geht, nenne ich Axe des Kegels, und
7. den Kreis nenne ich Basis des Kegels. 8. Ferner nenne ich den
Kegel rechtwinkelig (gerade), wenn seine Axe auf seiner Basis
senkrecht steht; und 9. ich nenne ihn schief, wenn seine Axe auf
der Basis nicht senkrecht steht. 10. Zieht man von einem belie-
bigen Punkte einer krummen Linie, die in einer und derselben
Ebene liegt, irgend eine Gerade in ihrer Ebene, welche alle Linien

halbirt, die in der krummen Linie parallel zu einer angenommenen Linie so gezogen werden, dass ihre Endpunkte die Curve treffen, so nenne ich diese Gerade einen Durchmesser der Curve; und 11. den Endpunkt jener Geraden, der auf die Curve fällt, nenne ich Scheitel der Curve. 12. Die einander parallelen Linien die wir beschrieben haben nenne ich Ordinaten jenes Durchmessers. 13. Ebenso nenne ich bei zwei in derselben Ebene liegenden Curven den zwischen beide fallenden Theil derjenigen Geraden welche die in beiden Curven irgend einer Linie parallel gezogenen Geraden halbirt, einen Querdurchmesser. 14. Die beiden Endpunkte des Querdurchmessers, die auf den beiden Curven liegen, nenne ich die beiden Scheitel der zwei Curven. 15. Ferner nenne ich die Gerade, welche zwischen beide Curven fällt und auf dem Querdurchmesser steht und sämtliche Parallelen, die zwischen beiden Curven gezogen werden und deren Endpunkte die beiden Curven erreichen, halbirt, einen geraden Durchmesser. 16. Die parallelen Linien nenne ich Ordinaten des geraden Durchmessers. 17. Wenn aber zwei gerade Linien Durchmesser einer oder zweier Curven sind, und wenn jede von ihnen die der anderen parallelen Linien halbirt, so nenne ich sie beide conjugirte Durchmesser. 18. Ich nenne die Gerade, wenn sie ein Durchmesser einer oder zweier Curven ist, und auf den Parallelen, das heisst den ihr zugehörigen Ordinaten senkrecht steht, eine Axe einer oder zweier Curven. 19. Und die zwei Durchmesser, wenn sie conjugirte sind und jeder von ihnen die dem anderen parallelen Linien unter rechten Winkeln schneidet, nenne ich conjugirte Axen einer oder zweier krummen Linien.

Uebersetzung.

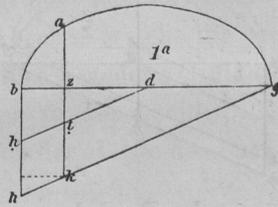
Das fünfte Buch des Apollonius über die Kegel.

Uebersetzt von Thâbit ibn Korrah, verbessert von den Banû Mûsâ.

Von Apollonius an Attalus. Der Friede mit dir! Ich habe in diesem fünften Buche Sätze niedergelegt über die grössten und kleinsten Linien; dabei ist aber nothwendig zu wissen, dass sowohl diejenigen die uns vorangegangen sind, als auch unsere Zeitgenossen die Betrachtung der kürzesten Linien nur oberflächlich behandelt haben und so bewiesen, welche von den geraden Linien die Schnitte berühren und auch das Gegentheil davon, d. h. welche Eigenschaften den Tangenten zukommen, so dass die Linien bei denen solche Eigenschaften vorkommen Tangenten sind. Was uns nun betrifft, so haben wir diese Dinge im ersten Buche bewiesen, — ohne indessen bei ihrem Beweise von der Lehre von den kürzesten Linien Gebrauch zu machen, — indem wir wünschten dies nahe bei der Stelle einzuordnen, wo wir von der Entstehung der drei Kegelschnitte handelten, um dabei zu zeigen dass bei jedem einzelnen von den drei Schnitten zahllose Erscheinungen und Nothwendigkeiten auftreten, wie bei den ersten (d. h. Quer-) Durchmessern. Was nun die Sätze betrifft, in denen wir über die kürzesten Linien sprechen, so haben wir sie abgesondert und einzeln für sich behandelt nach sorgfältiger Prüfung, und haben die Betrachtung derselben an die oben erwähnte Betrachtung der grössten Linien angeschlossen, weil wir glaubten, dass die dieser Wissenschaft Beflissenen ihrer bedürften zur Kenntniss der Eintheilung

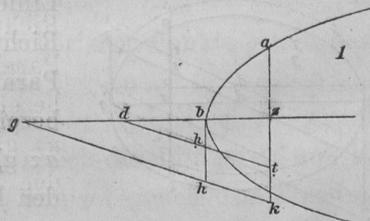
und Determination der Aufgaben sowohl als zu ihrer Composition, ungeachtet sie an sich selbst die Berechtigung tragen eins von den Dingen zu sein, welche eine genauere Betrachtung verdienen. Sei gegrüsst.

I. Wenn man bei einer Hyperbel oder Ellipse in dem Endpunkt eines Durchmessers die Hälfte des zu diesem Durchmesser gehörenden Parameters als Loth errichtet, und von dessen Endpunkt eine Linie nach dem Mittelpunkt des Schnittes, und von einem Punkt des Schnittes eine Ordinate auf den Durchmesser zieht, so ist das Quadrat dieser Linie gleich dem Viereck, welches auf der Hälfte des Parameters so errichtet wird wie wir in dem „Beispiel“



erwähnen werden. Es sei also die Hyperbel oder Ellipse ab , der Durchmesser bg , der Mittelpunkt d , der Parameter des Schnittes bh ; die Hälfte von bh sei bz und ziehen wir die Linie dh und eine Ordinate, bezeichnet az ; ziehen wir ferner vom Punkte z eine Linie parallel bh bezeichnet zt , so behaupte ich dass das Quadrat von az gleich der doppelten Fläche $bhtz$ ist.

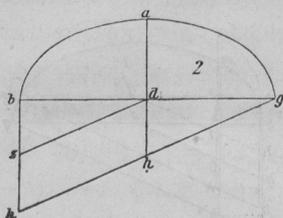
Beweis: Ziehen wir vom Punkte h die Linie hg so ist die Linie dh parallel der Linie hg , weil die Linien bh und bg in den Punkten d und h halbirt wurden. Verlängern



wir nun die Linie zt bis nach k so ist tk parallel der Linie ht und derselben gleich; hh ist aber gleich bh , daher ist auch bh gleich tk . Setzen wir nun zt gemeinsam, so ist die Linie zk gleich den beiden Linien bh und zt zusammen, folglich auch das Produkt aus zk mit bz gleich dem aus bh und zt zusammen mit bz . Nun ist aber die Fläche welche aus dem Produkte von kz mit bz entsteht gleich dem Quadrat der Linie az nach I. 12 u. 13. Daher ist auch die Fläche welche aus dem Produkte der Summe von bh und zt

mit bz entsteht, gleich dem Quadrat von az ; die Fläche welche aus dem Produkte von bh und zt mit bz entsteht ist aber gleich der doppelten Fläche bzt ; folglich ist das Quadrat von az gleich der doppelten Fläche bzt .

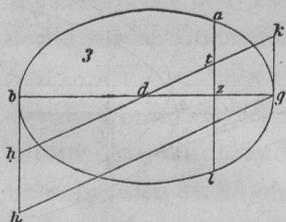
II. Wenn nun die Ordinate durch den Punkt a , nämlich den Mittelpunkt in der Ellipse geht, und man macht bh doppelt so



gross als bz und man zieht die Linie dz so ist das Quadrat von ad gleich dem doppelten Dreieck bzd .

Beweis: Ziehen wir die Linie gh so ist bz gleich zh und zh gleich dh welches parallel bh ist; daher ist das Produkt von dh mit db gleich dem doppelten Dreieck azb ; das Produkt von dh mit db ist aber gleich dem Quadrat von ad nach I. 13, also ist das Quadrat von ad gleich dem doppelten Dreieck bzd .

III. Wenn die Ordinate in der Ellipse auf die andere Seite des Mittelpunktes d fällt, wie die Linie az und man nimmt die Hälfte von bh , welches der Parameter ist, gleich bh und zieht die

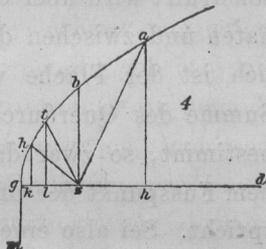


Linie hd und verlängert sie in gerader Richtung, zieht ferner vom Punkte z eine Parallele zu bh , bis sie die Linie hd trifft, bezeichnet mit zt , so ist das Quadrat von az gleich der doppelten Differenz der beiden Dreiecke bdh und dzt .

Beweis: Ziehen wir vom Punkte g eine Parallele zu bh , nämlich gk , und verlängern wir hd bis sie die Linie gk im Punkte k trifft, vollenden wir ferner den Schnitt ab und verlängern az in gerader Richtung nach l so ist das Quadrat von zl gleich der doppelten Fläche $gktz$ wie V. 1 bewiesen ist. Die Linie zl ist aber gleich der Linie az ; folglich ist das Quadrat von az gleich dem doppelten Viereck $gktz$; dieses Viereck $gktz$ ist aber die Differenz der beiden Dreiecke gkd und dzt . Das Dreieck gkd ist aber gleich dem Dreieck dbh , weil bd gleich dg

ist; also ist das Quadrat von az gleich der doppelten Differenz der beiden Dreiecke dbh und dzf . q. e. d.

IV. Nimmt man auf der Axe einer Parabel einen Punkt an, dessen Entfernung vom Scheitel des Schnittes gleich der Hälfte des Parameters ist und zieht man von diesem Punkte Linien an den Schnitt, so ist die kürzeste derselben die Linie welche an den Scheitel des Schnittes geht; die ihr näher liegenden sind kürzer als die entfernteren und ihre Quadrate sind grösser als das Quadrat derselben (kürzesten) um das Quadrat der Abscisse welche die von dem Endpunkte einer jeden Linie nach der Axe gezogene Ordinate von der Axe nach dem Scheitel des Schnittes zu abschneidet. Es sei also gh die Axe der Parabel und gz gleich der Hälfte des Parameters. Ziehen wir nun vom Punkte z an den Schnitt abg die Linien zh ; zt ; zb ; za , so behaupte ich dass die kürzeste der vom Punkte z an den Schnitt abg gezogenen Geraden die Linie gz ist und dass jede nähere kürzer ist als die entferntere; das Quadrat einer jeden von ihnen ist aber gleich dem Quadrate von gz vermehrt um das Quadrat der Linie zwischen dem Punkte g und dem Fusspunkte der zugehörigen Ordinate.



Beweis: Ziehen wir die Ordinaten hk ; tl , und sei gm gleich dem halben Parameter; daher ist gz gleich der Linie gm ; nun ist aber das doppelte Rechteck aus gm und gk gleich dem Quadrat von kh nach I. 11 und das doppelte Rechteck aus gm und gk gleich dem doppelten Produkt aus zg und gk ; also ist das Quadrat von kh gleich dem doppelten Produkt aus gz und gk und das doppelte Produkt von gk mit gz , zusammen mit dem Quadrat von kz gleich den beiden Quadraten von kz und kh ; diese beiden Quadrate sind aber gleich dem Quadrat von zh ; folglich ist das doppelte Rechteck aus zg und gk , zusammen mit dem Quadrat von zk gleich dem Quadrat von zh ; daher ist das Quadrat von zh grösser als das Quadrat von zg um das Quadrat gk ; daraus erhellt dass

tz grösser ist als zh und zh als zg ; die Linie zg ist daher die kürzeste und die ihr näheren sind kürzer als die entfernteren; ferner ist bewiesen dass die Differenz zwischen dem Quadrate einer jeden von ihnen und dem Quadrat der kürzesten Linie gleich ist dem Quadrat derjenigen Linie welche die von den Endpunkten derselben auf die Axe gezogenen Ordinaten nach dem Scheitel des Schnittes zu abschneiden. q. e. d.

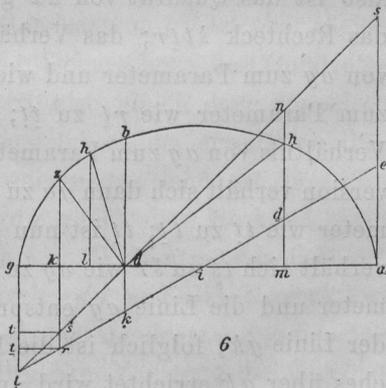
V. Wird ein Punkt auf der Axe der Hyperbel angenommen und seine Entfernung von dem Scheitel des Schnittes gleich dem halben Parameter gemacht, so zeigt sich hierbei dasselbe wie bei der Parabel, nur dass der Ueberschuss der Quadrate der Linien über das Quadrat der kürzesten gleich ist einem Rechteck welches construirt wird über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und zwischen dem Scheitel des Schnittes und welches ähnlich ist der Fläche welche der Querdurchmesser und eine der Summe des Querdurchmessers und des Parameters gleiche Linie bestimmt, so zwar dass der Querdurchmesser der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und dem Scheitel des Schnittes entspricht. Sei also eine Hyperbel gegeben, bezeichne ag , ihre Axe gh , und sei die Hälfte des Parameters gz . Ziehen wir nun vom Punkte z an den Schnitt abg beliebig viele Linien, nämlich za ; zb ; zh ; zt , so behaupte ich dass die Linie gz die kürzeste der Linien ist, die vom Punkte z an den Schnitt gezogen werden, und dass die ihr näheren kürzer sind als die entfernteren; ferner dass das Quadrat von gz kleiner ist als das Quadrat von je zt ; zh ; zb ; za um das Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinaten und dem Punkte g errichtet wird, und welches ähnlich ist dem Rechteck dessen Umfangslinien dg d. h. der Querdurchmesser des Schnittes und eine der Summe des Querdurchmessers dg und des Parameters gleiche Linie sind. Es sei noch gh der Parameter und gk die Hälfte davon, und der Mittelpunkt des Schnittes t . Beweis: Ziehen wir die Ordinaten auf gh und verlängern sie, nämlich tmn ; hls ; ahf , ziehen die Ordinate bz nach e und ziehen zu gm zwei Parallele, nämlich ks und vn , so ist das

welches dg und eine der Summe von dg und dem Parameter gleiche Linie als Umfangslinien hat ist das Rechteck iv ; das Quadrat von tz ist also grösser als das Quadrat von gz um das Rechteck welches über gm construirt wird und demjenigen ähnlich ist, das als Umfangslinien gd und eine der Summe von gd und dem Parameter gleiche Linie hat. — Auf gleiche Weise erhellt dass das Quadrat von zh das Quadrat von gz um ein dem eben erwähnten Rechteck ähnliches übertrifft, welches über gl errichtet wird. — Weiter behaupte ich dass das Quadrat von bz das Quadrat von gz um ein dem oben erwähnten Rechteck entsprechendes übertrifft. Beweis: Das Quadrat von bz ist gleich dem doppelten Viereck $gkez$ wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen. Das Quadrat von gz ist aber gleich dem doppelten Dreieck gkz ; das Quadrat von bz ist also grösser als das Quadrat von gz um das doppelte Dreieck zke . Wir beweisen ebenso wie oben dass das Rechteck, welches gleich dem doppelten Dreieck kez ist, ein über gz errichtetes und dem oben erwähnten ähnliches Rechteck ist; daher übertrifft das Quadrat von bz das Quadrat von gz um das Rechteck welches über gz construirt und dem erwähnten ähnlich ist. — Ferner behaupte ich dass es sich mit dem Quadrat von az gerade so verhält wie oben erwähnt. Es ist nämlich das Quadrat von ah gleich dem doppelten Viereck $gkfh$ wie im ersten Satze dieses Buches bewiesen. Das Quadrat von zh ist gleich dem doppelten Dreieck kzh ; also ist das Quadrat von az gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke $k kf$ und gkz weil das Quadrat von az gleich ist der Summe der beiden Quadrate ah und hz . Das doppelte Dreieck gkz ist aber gleich dem Quadrat von gz ; also ist die Differenz zwischen dem Quadrat von az und dem von gz gleich dem doppelten Dreieck $k kf$. Wie oben erhellt dann noch dass das doppelte Dreieck $k kf$ gleich dem Rechteck über gh ist, welches dem oben erwähnten Rechteck ähnlich ist.

Weil nun die Ueberschüsse der Quadrate dieser Linien über das Quadrat von gz in den über gh , gz , gl , gm errichteten Rechtecken bestehen und diese Rechtecke verschieden sind, indem das

über gh errichtete grösser ist als das über gz und das über gz grösser als das über gl und das über gl grösser als das über gm ; so ist gz die kürzeste der gezogenen Linien und von den übrigen Linien sind die ihr näher liegenden kürzer als die entfernteren; es ist ferner das Quadrat einer jeden von den gezogenen Linien gleich der Summe aus dem Quadrate der kürzesten derselben und dem Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der Ordinate und dem Punkt g errichtet wird und dem Rechteck ähnlich ist welches als Umfangslinien die Linie gd und eine der Summe von gd und dem Parameter gleiche Linie hat. q. e. d.

VI. Wenn die im vorigen Satze erwähnten Voraussetzungen dieselben sind ausser dass der Schnitt eine Ellipse und die Axe ihre grosse Axe ist, so ist die kürzeste der Linien, welche von jenem Punkte gezogen werden diejenige welche dem halben Parameter gleich ist, die längste aber die Ergänzung der Axe. Was die übrigen Linien betrifft, so sind diejenigen von ihnen welche der kürzesten näher liegen kürzer als die von ihr entfernteren und das Quadrat einer jeden von ihnen übertrifft das Quadrat der kürzesten um ein Rechteck welches errichtet wird über der Linie zwischen dem Fusspunkt ihrer Ordinate und dem Scheitel des Schnittes und welches ähnlich ist dem Rechteck dessen Umfangslinien der Querdurchmesser und die Differenz desselben mit dem Parameter bilden, so zwar dass der Querdurchmesser der Linie entspricht, welche zwischen dem Fusspunkt der Ordinate und dem Scheitel der Schnittes ist. Es sei also eine Ellipse gegeben, bezeichnet abg , ihre grosse Axe ag ; und gd sei gleich der Hälfte des Parameters; zieht man nun vom Punkte d an den Schnitt die Linien dz , dh , db , dh , so behaupte ich dass dg die kürzeste Linie

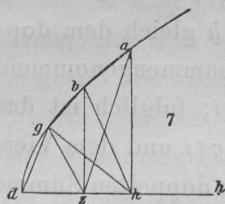


ist welche vom Punkte d ausgeht und dass die Linie da die grösste derselben ist; ferner dass von den übrigen Linien die der Linie dg näher liegenden kürzer sind als die entfernteren und dass das Quadrat von dz grösser ist als das Quadrat von dg um ein Rechteck welches über der Linie zwischen dem Fusspunkt der zugehörigen Ordinate und dem Punkte g errichtet wird und dem Rechteck ähnlich ist, welches die Linie ga und ihr Ueberschuss über den Parameter bestimmen. Beweis: Nennen wir die Hälfte des Parameters gt und den Mittelpunkt i und ziehen wir die Ordinaten zkr ; hl ; bdk und ziehen vom Punkte a eine Parallele zu den ebengezogenen Ordinaten, bezeichnet as und ziehen die beiden Linien st , rt parallel zu ag , so ist das Quadrat von zk gleich dem doppelten Viereck $gtrk$ wie im 1. Satz d. B. bewiesen. Das Quadrat von dk ist aber gleich dem doppelten Dreieck $k\acute{s}d$ weil $k\acute{d}$ gleich $k\acute{s}$ ist, und dies weil dg gleich gt ist. Also ist das Quadrat von dz gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke dgt ; $\acute{s}tr$. Nun ist aber das Quadrat von dg gleich dem doppelten Dreieck dgt , ferner die Fläche $\acute{s}ttr$ gleich dem doppelten Dreieck $\acute{s}tr$; also ist das Quadrat von dz grösser als das Quadrat von gd um das Rechteck $\acute{s}ttr$; das Verhältniss von ig zu gd ist nun wie das von ag zum Parameter und wie rt zu tt ; folglich verhält sich ag zum Parameter wie rt zu tt ; rt ist aber gleich tt ; also ist das Verhältniss von ag zum Parameter wie das von tt zu tt . Durch Conversion verhält sich dann ga zu seinem Ueberschuss über den Parameter wie tt zu tt ; tt ist nun gleich $t\acute{s}$ weil gd gleich gt ist; also verhält sich $t\acute{s}$ zu $\acute{s}r$ wie ag zu seinem Ueberschuss über den Parameter und die Linie ag entspricht der Linie $t\acute{s}$ welche gleich ist der Linie gk , folglich ist die Fläche tr gleich dem Rechteck welches über gk errichtet wird und ähnlich ist dem Rechteck welches durch die Linie ag und deren Ueberschuss über den Parameter entsteht, und das Quadrat von zd übertrifft dasjenige von dg um das Rechteck tr d. h. das Quadrat von zd übertrifft das Quadrat von dg um das Rechteck über gk , welches der Fläche die wir erwähnt haben ähnlich ist. Ferner behaupte ich dass es sich mit

dem Quadrat von ab ebenso verhält wie mit dem der Linie die wir eben behandelt haben. Es ist nämlich das Quadrat von ab gleich dem doppelten Viereck $dg\tau k$ und das Quadrat von dg gleich dem doppelten Dreieck dgt ; die Differenz also zwischen den beiden Quadraten ab und dg ist gleich dem doppelten Dreieck $d\tau k$; das Rechteck nun welches über gd errichtet wird und dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck $d\tau k$; die Differenz der beiden Quadrate ab und dg ist also gleich dem Rechteck über gd welches dem erwähnten ähnlich ist. Ferner behaupte ich dass das Quadrat von dh grösser ist als das Quadrat von dg um das Rechteck über mg welches dem erwähnten ähnlich ist. Das Quadrat von mh ist nämlich gleich dem doppelten Viereck $maed$, nach V. 1. und das Quadrat von md ist gleich dem doppelten Dreieck dmn , weil die Linie dm gleich der Linie mn ist, und dies weil dg gleich gt ist; daher ist das Quadrat der Linie dh gleich dem doppelten Dreieck aie und dem Viereck $dndi$ zusammengenommen. Das Dreieck eai ist aber gleich dem Dreieck gti ; folglich ist das Quadrat von dh gleich dem doppelten Dreieck gti und dem Viereck $idnd$ zusammen; diese beiden sind gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke dgt ; ndt ; das Quadrat von gd ist aber gleich dem doppelten Dreieck gdt und der Ueberschuss des Quadrates von dh über das Quadrat von gd ist also gleich dem doppelten Dreieck $n\tau d$; das Rechteck über gm welches dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck $n\tau d$; daher ist die Differenz der beiden Quadrate dh und dg gleich dem Rechteck über gm welches dem erwähnten ähnlich ist. Weiter ist das Quadrat von da gleich dem doppelten Dreieck sda und das Dreieck eai gleich dem Dreieck gti ; folglich ist das Quadrat von ad gleich der doppelten Summe der beiden Dreiecke $s\tau e$; dgt ; das Quadrat von dg ist aber gleich dem doppelten Dreieck gdt ; daher ist die Differenz der beiden Quadrate ad und dg gleich dem doppelten Dreieck $s\tau e$. Das Rechteck über ga nun welches dem erwähnten ähnlich ist, ist gleich dem doppelten Dreieck τes folglich übertrifft das Quadrat von ad jenes von dg um das Rechteck aus ga

und dessen Ueberschuss über den Parameter. Das Rechteck über ga ist grösser als dasjenige über gm , und das über gm grösser als das über gd ; folglich ist die Linie gd die kürzeste der vom Punkt d an den Schnitt gehenden Geraden und da ist die grösste darunter. Von den übrigen Geraden sind die der kürzesten näheren kleiner als die entfernteren und es übertrifft das Quadrat einer jeden von ihnen das Quadrat der kürzesten um die dem oben erwähnten Rechteck ähnliche Fläche. q. e. d.

VII. Wenn auf der erwähnten kürzesten Linie in einem der drei Schnitte ein Punkt angenommen wird und man zieht von ihm Linien an den Schnitt, so ist die kürzeste derselben die Linie zwischen diesem Punkt und dem Scheitel des Schnittes und von den übrigen die in dieser Hälfte des Schnittes gezogen werden, sind die

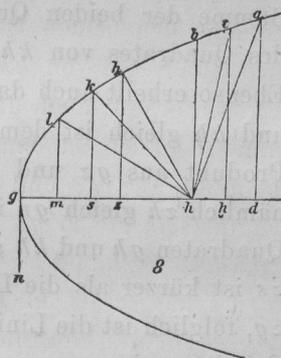


ihr näheren kürzer als die entfernteren. Sei also ein Kegelschnitt gegeben bezeichnet $abgd$, seine Axe hd , die kürzeste Linie hd und ein beliebiger Punkt auf der Linie hd nämlich z ; ziehen wir nun von ihm an den Schnitt Linien, bezeichnet zg, zb, za , so behaupte ich dass zd die kürzeste derselben

ist und dass die ihr näher liegenden kürzer sind als die entfernteren. Beweis: Ziehen wir die Linie gh so ist gh grösser als hd ; folglich der Winkel gdh grösser als der Winkel dgh und wie gross ist dann erst der Ueberschuss des Winkels zdg über den Winkel dgz ; daher ist die Linie gz grösser als die Linie zd ; ferner ist die Linie bh grösser als die Linie hg ; folglich auch der Winkel bgh grösser als der Winkel gbh ; um wie viel kleiner ist dann der Winkel gbz als der Winkel bgz ; folglich ist die Linie bz grösser als die Linie gz ; ebenso erhellt dass die Linie az grösser ist als die Linie bz ; also ist dz die kürzeste der vom Punkte z an den Schnitt gezogenen Linien und von den übrigen Linien sind die der Linie dz näheren kürzer als die entfernteren. q. e. d.

VIII. Wenn man auf der Axe der Parabel einen Punkt annimmt, dessen Entfernung von dem Scheitel des Schnittes grösser

ist als der halbe Parameter und man schneidet von der Axe von dem auf ihr angenommenen Punkte aus nach dem Scheitel des Schnittes zu eine Linie gleich der Hälfte des Parameters ab, und errichtet in dem Endpunkte dieser abgeschnittenen Linie eine Ordinate auf der Axe und verlängert sie bis sie den Schnitt trifft, und zieht von ihrem Schnittpunkte mit der Parabel eine Gerade an den angenommenen Punkt, so ist diese Gerade die kürzeste von den Linien die von diesem auf der Axe angenommenen Punkte an den Schnitt gezogen werden und von den übrigen Linien zu ihren beiden Seiten sind die ihr näheren kürzer als die entfernteren und das Quadrat einer jeden von ihnen übertrifft das Quadrat der kürzesten Linie um das Quadrat der Linie welche zwischen den Fusspunkten ihrer beiden Ordinaten auf der Axe liegt. Es sei also eine Parabel gegeben bezeichnet abg , deren Axe gd ; und die Linie gh sei länger als die Hälfte des Parameters und es sei die Hälfte des Parameters zh ; ziehen wir nun eine Ordinate auf gh , nämlich zh , und ziehen die Linie hh , so behaupte ich dass die Linie hh die kürzeste der vom Punkte h an den Schnitt gehenden Linien ist und dass von den übrigen von abg gezogenen Linien die derselben näheren kürzer sind als die entfernteren auf beiden Seiten. Ziehen wir also von dem Punkte h an den Schnitt die Linien hk , hl , ha ; ferner behaupte ich dass das Quadrat einer jeden von ihnen das Quadrat von hh um das Quadrat der Linie zwischen dem Fusspunkt ihrer Ordinate und dem Punkte z übertrifft. Ziehen wir nun die Ordinaten und sei bh ebenfalls eine Ordinate, und gn die Hälfte des Parameters. Das doppelte Produkt von gn mit gs ist nun gleich dem Quadrate von ks , wie im 11. Satze des ersten Buches bewiesen; und ferner gleich dem doppelten Produkte aus hz und gs ; setzen wir nun das doppelte Produkt aus hz und zs , zusammengenommen mit den beiden Quadraten



von hz und zs gemeinsam, so wird je das doppelte Produkt aus hz und gs und aus hz und zs , zusammen mit den beiden Quadraten von hz und zs gleich der Summe der beiden Quadrate von ks und sh ; diese beiden sind aber gleich dem Quadrat von kh . Nun ist aber das doppelte Produkt von hz mit gs und (das von hz) mit zs gleich dem doppelten Rechteck aus gz und hz ; also ist das Quadrat von kh gleich dem doppelten Produkt aus gz und hz , zusammen mit der Summe der Quadrate zs und hz ; das doppelte Produkt aus gz und zh ist aber gleich dem Quadrat zh , weil zh gleich gn ist; folglich ist die Summe der Quadrate zh , zh und zs gleich dem Quadrat kh ; die Summe der beiden Quadrate zh und zh ist aber gleich dem Quadrat hh ; daher ist das Quadrat von kh gleich der Summe der beiden Quadrate hh , zs ; folglich der Ueberschuss des Quadrates von kh über das von hh gleich dem Quadrat zs . Ebenso erhellt auch dass die Differenz zwischen den Quadraten hl und hh gleich ist dem Quadrat von mz ; da ferner das doppelte Produkt aus gz und zh gleich dem Quadrat von zh ist, weil nämlich zh gleich gn ist, so ist auch die Differenz zwischen den Quadraten gh und hh gleich dem Quadrat der Linie gz . Die Linie zs ist kürzer als die Linie zm , die Linie zm kürzer als die Linie zg , folglich ist die Linie hh die kürzeste der vom Punkte h an den Schnitt nach g zu gezogenen Linien.

Ferner ist das Quadrat von bh gleich dem doppelten Produkt aus gn und gh welches gleich ist dem doppelten Produkte aus gh und hz ; das doppelte Produkt von gz und zh ist aber gleich dem Quadrat von zh ; folglich ist das Quadrat von bh gleich der Summe der Quadrate hh und hz , daher die Differenz zwischen dem Quadrat von bh und jenem von hh gleich dem Quadrat von zh . Weiter ist das Quadrat von ht gleich dem doppelten Produkt aus gh und zh , weil zh gleich gn ist; addiren wir auf beiden Seiten das Quadrat hh , so ist die Summe aus dem doppelten Produkte von hz und zh , dem Quadrat von hh und dem von zh gleich dem Quadrat von ht ; die Summe des doppelten Produktes aus gz und zh und des Quadrates von zh ist aber gleich dem Quadrat von

ΟΡΟΙ ΠΡΩΤΟΙ.

α'. Ἐὰν ἀπό τινος σημείου πρὸς κύκλου περιφέρειαν, ὅς οὐκ ἔστιν ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ τῷ σημείῳ, εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα ἐφ' ἑκάτερα προσεκβληθῆ, καὶ μένοντος τοῦ σημείου ἢ εὐθεῖα περὶ τὴν τοῦ κύκλου περιφέρειαν εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῆ, ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι· τὴν γραφθεῖσαν ὑπὸ τῆς εὐθείας ἐπιφάνειαν, ἢ σύγκειται ἐκ δύο ἐπιφανειῶν κατὰ κορυφὴν ἀλλήλαις κειμένων, ὧν ἑκατέρα εἰς ἄπειρον αὖξεται, τῆς γραφούσης εὐθείας εἰς ἄπειρον προσεκβαλλομένης, καλῶ κωνικὴν ἐπιφάνειαν.

β'. Κορυφὴν δὲ αὐτῆς, τὸ μεμενηχὸς σημεῖον. γ'. Ἄξονα δὲ, τὴν διὰ τοῦ σημείου καὶ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν. δ'. Κῶνον δὲ, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπὸ τε τοῦ κύκλου καὶ τῆς μεταξὺ τῆς κορυφῆς καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας κωνικῆς ἐπιφανείας. ε'. Κορυφὴν δὲ τοῦ κώνου, τὸ σημεῖον δ καὶ τῆς ἐπιφανείας ἐστὶ κορυφή. στ'. Ἄξονα δὲ, τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἀγομένην εὐθεῖαν. ζ'. Βάσιν δὲ, τὸν κύκλον. η'. Ὀρθοὺς μὲν καλῶ, τοὺς πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσει τοὺς ἄξονας. θ'. Σκαληνοὺς δὲ, τοὺς μὴ πρὸς ὀρθὰς ἔχοντας ταῖς βάσει τοὺς ἄξονας. ι'. Πάσης καμπύλης γραμμῆς, ἣτις ἐστὶν ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ, διάμετρον μὲν καλῶ εὐθεῖαν, ἣτις ἠγμένη ἀπὸ τῆς καμπύλης γραμμῆς πάσας τὰς ἀγομένας ἐν τῇ γραμμῇ εὐθείας, εὐθεῖα τινὶ παραλλήλους, δίχα διαιρεῖ.

ια'. Κορυφὴν δὲ τῆς καμπύλης γραμμῆς, τὸ πέρασ τῆς εὐθείας τὸ πρὸς τῇ γραμμῇ. ιβ'. Τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κατῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων. ιγ'. Ὅμοίως δὲ καὶ δύο

καμπύλων γραμμῶν, ἐν ἐνὶ ἐπιπέδῳ κειμένων, διάμετρον καλῶ
πλαγίαν μὲν, ἥτις εὐθεῖα, τέμνουσα τὰς δύο γραμμάς, πάσας
τὰς ἀγομένας ἐν ἑκατέρα τῶν γραμμῶν παρά τινα εὐθεῖαν δίχα
τέμνει. ιδ'. Κορυφὰς δὲ τῶν γραμμῶν, τὰ πρὸς ταῖς γραμμαῖς
πέρατα τοῦ διαμέτρου. ιε'. Ὀρθίαν δὲ διάμετρον, εὐθεῖαν, ἥτις
κειμένη μεταξὺ τῶν δύο γραμμῶν πάσας τὰς ἀγομένας εὐθείας,
εὐθεῖα τινὶ παραλλήλους καὶ ἀπολαμβανομένας μεταξὺ τῶν γραμ-
μῶν, δίχα τέμνει. ισ'. Τεταγμένως δὲ ἐπὶ τὴν διάμετρον κα-
τῆχθαι ἑκάστην τῶν παραλλήλων. ιζ'. Συζυγεῖς καλῶ διαμέ-
τρος, καμπύλης γραμμῆς ἢ δύο καμπύλων γραμμῶν, εὐθείας,
ὧν ἑκατέρα, διάμετρος οὔσα, τὰς τῆ ἑτέρα παραλλήλους δίχα
διαιρεῖ. ιη'. Ἄξονα δὲ καλῶ καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμ-
πύλων γραμμῶν, εὐθεῖαν, ἥτις διάμετρος οὔσα τῆς γραμμῆς, ἢ
τῶν γραμμῶν, πρὸς ὀρθὰς τέμνει τὰς παραλλήλους. ιθ'. Συζυγεῖς
καλῶ ἄξονας καμπύλης γραμμῆς καὶ δύο καμπύλων γραμμῶν,
εὐθείας, αἵτινες διάμετροι οὔσαι συζυγεῖς, πρὸς ὀρθὰς τέμνουσι
τὰς ἀλλήλων παραλλήλους.

[Faint handwritten text in Arabic script, likely a translation or commentary on the Greek text above.]

(1*)



— ٥ —

زَوَايَا قَائِمَةٍ (٩) وَأُسْمِيهِ مَائِلًا إِذَا لَمْ يَكُنْ سَهْمُهُ قَائِمًا عَلَى
قَاعِدَتِهِ عَلَى زَوَايَا قَائِمَةٍ (١٠) وَكُلُّ خَطٍّ مُنْكَنٍ يَكُونُ فِي سَطْحٍ
وَاحِدٍ مُسْتَوٍ وَيُخْرَجُ مِنْ نَقْطَةٍ مِنْهُ فِي سَطْحِيهِ خَطٌّ مَا مُسْتَقِيمٌ
يَقْطَعُ كُلَّ الْخُطُوطِ الَّتِي تُخْرَجُ فِي الْخَطِّ الْمُنْكَنِيِّ وَتَنْتَهِي أَطْرَافُهَا
إِلَيْهِ وَتَكُونُ مُوَازِيَةً لِحَطِّ مَا مَوْضُوعٍ بِنِصْفَيْنِ نِصْفَيْنِ فَإِنِّي أُسَمِّي
ذَلِكَ الْخَطَّ الْمُسْتَقِيمَ قَطْرًا لِذَلِكَ الْخَطِّ الْمُنْكَنِيِّ (١١) وَأُسَمِّي
طَرَفَ ذَلِكَ الْخَطِّ الْمُسْتَقِيمِ الَّذِي عِنْدَ الْخَطِّ الْمُنْكَنِيِّ رَأْسًا
لِلْخَطِّ الْمُنْكَنِيِّ (١٢) وَأُسَمِّي الْخُطُوطَ الْمُوَازِيَةَ الَّتِي وَصَفْنَا خُطُوطَ
التَّرْتِيبِ لِذَلِكَ الْقَطْرِ (١٣) وَكَذَلِكَ أَيْضًا إِذَا كَانَ خَطَّانِ
مُنْكَنِيَانِ فِي سَطْحٍ وَاحِدٍ فَإِنِّي أُسَمِّي مَا كَانَ وَاقِعًا فِيمَا بَيْنَ
الْخَطِّينِ الْمُنْكَنِيَيْنِ مِنَ الْخَطِّ الْمُسْتَقِيمِ الَّذِي يَقْطَعُ جَمِيعَ
الْخُطُوطِ الْمُسْتَقِيمَةِ الْخَارِجَةِ فِي كُلِّ وَاحِدٍ مِنَ الْخَطِّينِ الْمُنْكَنِيَيْنِ
الْمُوَازِيَةَ لِحَطِّ مَا بِنِصْفَيْنِ نِصْفَيْنِ قَطْرًا مُجَانِبًا (١٤) وَأُسَمِّي طَرَفِي
الْقَطْرِ الْمُجَانِبِ الَّذِي عَلَى الْخَطِّينِ الْمُنْكَنِيَيْنِ رَأْسَيْنِ لِلْخَطِّينِ
الْمُنْكَنِيَيْنِ (١٥) وَأُسَمِّي الْخَطَّ الْمُسْتَقِيمِ الَّذِي يَقَعُ بَيْنَ الْخَطِّينِ
الْمُنْكَنِيَيْنِ وَيَقُومُ عَلَى الْقَطْرِ الْمُجَانِبِ وَيَقْطَعُ جَمِيعَ الْخُطُوطِ
الْمُسْتَقِيمَةِ الْمُوَازِيَةِ لِلْقَطْرِ الْمُجَانِبِ إِذَا أُخْرِجَتْ فِيمَا بَيْنَ الْخَطِّينِ
الْمُنْكَنِيَيْنِ حَتَّى تَنْتَهِيَ أَطْرَافُهَا إِلَى الْخَطِّينِ الْمُنْكَنِيَيْنِ بِنِصْفَيْنِ
نِصْفَيْنِ قَطْرًا قَائِمًا (١٦) وَأُسَمِّي هَذِهِ الْخُطُوطَ الْمُوَازِيَةَ خُطُوطَ
التَّرْتِيبِ لِذَلِكَ الْقَطْرِ الْقَائِمِ (١٧) وَإِذَا كَانَ خَطَّانِ مُسْتَقِيمَيْنِ
وَكَانَا قُطْرَيْنِ لِحَطِّ مُنْكَنٍ أَوْ لِحَطِّينِ مُنْكَنِيَيْنِ وَكَانَ كُلُّ وَاحِدٍ
مِنْهُمَا قَاطِعًا لِلْخُطُوطِ الْمُوَازِيَةِ لِلآخَرِ بِنِصْفَيْنِ نِصْفَيْنِ فَإِنِّي

أَسْبِيْهَمَا قُطْرَيْنِ مُزْدَوِجَيْنِ (١٨) وَأُسْمَى الحُطَّ المُسْتَقِيمِ إِذَا كَانَ قُطْرًا لِلحُطِّ المُنْكَنِي أَوْ لِلحُطَّيْنِ المُنْكَنِيَيْنِ وَكَانَ قَاطِعًا لِلحُطُوطِ المُتَوَازِيَةِ الَّتِي هِيَ حُطُوطُ التَّرْتِيبِ لَهُ عَلَى زَوَايَا قَائِمَةٍ سَهْمًا لِلحُطِّ المُنْكَنِي أَوْ لِلحُطَّيْنِ المُنْكَنِيَيْنِ (١٩) وَأُسْمَى القُطْرَيْنِ إِذَا كَانَا مُزْدَوِجَيْنِ وَكَانَ يَقْطَعُ كُلُّ وَاحِدٍ مِنْهُمَا الحُطُوطِ المُتَوَازِيَةَ لِلاَخْرِ عَلَى زَوَايَا قَائِمَةٍ سَهْمَيْنِ مُزْدَوِجَيْنِ لِلحُطِّ المُنْكَنِي أَوْ لِلحُطَّيْنِ المُنْكَنِيَيْنِ *

وَأُسْمَى الحُطَّ المُنْكَنِي إِذَا كَانَ قُطْرًا لِلحُطِّ المُنْكَنِي أَوْ لِلحُطَّيْنِ المُنْكَنِيَيْنِ وَكَانَ قَاطِعًا لِلحُطُوطِ المُتَوَازِيَةِ الَّتِي هِيَ حُطُوطُ التَّرْتِيبِ لَهُ عَلَى زَوَايَا قَائِمَةٍ سَهْمًا لِلحُطِّ المُنْكَنِي أَوْ لِلحُطَّيْنِ المُنْكَنِيَيْنِ (١٩) وَأُسْمَى القُطْرَيْنِ إِذَا كَانَا مُزْدَوِجَيْنِ وَكَانَ يَقْطَعُ كُلُّ وَاحِدٍ مِنْهُمَا الحُطُوطِ المُتَوَازِيَةَ لِلاَخْرِ عَلَى زَوَايَا قَائِمَةٍ سَهْمَيْنِ مُزْدَوِجَيْنِ لِلحُطِّ المُنْكَنِي أَوْ لِلحُطَّيْنِ المُنْكَنِيَيْنِ *



المقالة الخامسة

من

كتاب ابلونيوس في المخروطات

نقل ثابت بن قرة وإصلاح بن موسى

من ابلونيوس الى اطالوس سلام عليك اتي قد وضعت في هذه
المقالة الخامسة اشكالا في الخطوط الكبار والصغار وينبغي ان
يعلم ان من تقدمنا ومن في عصرنا هذا انما شاموا النظر في
الصغار منها مشامة يسيرة وبذلك بينوا اي الخطوط المستقيمة
تماس القطوع وعكس ذلك ايضا اعني اي شئ تعرض للخطوط
التي تماس القطوع فاذا عرض ذلك كانت الخطوط مماسة فاما
نحن فقد بيننا هذه الاشياء في المقالة الاولى من غير ان نستعمل
في تبين ذلك امر الخطوط الصغار ورمنا ان نجعل مرتبتها قريبا
من موضع ذكرنا لحدوث القطوع الثلاثة لنبين بذلك انه قد يكون
منها في كل واحد من القطوع ما لا نهاية لعدده مما يعرض ويلزم
فيها كما عرض في الاقطار الاول واما الاشكال التي تكلمنا فيها
في الخطوط الصغار فانا افردناها وعزلناها على حدة من بعد فحص
كثير وضمننا القول فيها الى القول في الخطوط الكبار الذي ذكرنا

أنفا للذي رأينا من حاجة طالبي هذا العلم إليها في معرفة
تقسيم المسائل وتفصيلها وتركيبها مع ما لها في أنفسها من
أنها احد الأشياء التي تستحق النظر فيها والسلام*

أ إذا كان قطع زايد أو ناقص وأقيم على طرف قطر من
أقطاره نصف الضلع القائم لذلك القطر على زاوية قائمة وأخرج
من طرفه خطا إلى مركز القطع وأخرج من موضع من القطع خطا
ترتيب إلى القطر فإن هذا الخط يقوى على ضعف سطح ذي
أربعة أضلاع يعمل على نصف الضلع القائم على ما نذكره في
المثال: فليكن القطع الزائد أو الناقص اب والقطر بج والمركز
د والضلع القائم للقطر به ونصف به، بج ونصل خطا د ح
ونخرج خطا ترتيب عليه از ونخرج من نقطة ز خطا موازيا لخطا
به عليه زط فنقول أن المربع الذي يكون من از هو مثلا
سطح بزطح، برهان ذلك أنا نخرج من نقطة ه خطا ه ج
فخطا د ح موازيا لخطا ج ه لأن خطي ج ب، به قد قسما
بنيصين على نقطتي د، ح فننقذ خطا زط إلى ك فيكون طك
موازيا لخطا ح ه فهو مساو له وح ه مثلا بج فبج مثلا طك
ونجعل زط مشتركا فخطا زك مساو لخطي ج ب، زط مجموعين
فالذي يكون من ضرب زك في بز مساو للذي يكون من ضرب
بج وزط مجموعين في بز ولكن السطح الذي يكون من ضرب
كز في بز مساو لمربع خطا از كما سبق في الشكل (١٤) من (١)
والشكل (١٣) منها فالسطح الذي يكون من ضرب باح، زط
مجموعين في بز مساو لمربع از والسطح الذي يكون من ضرب

ب ح، زط مجموعين في بز هو مثلا سطح بزط ح فالمربع
الذي يكون من از مثلا سطح بزط ح *
ب وإن كان الخط الذي خرج على ترتيب واقعا على نقطة د
التي هي المركز في القطع الناقص وجعل به ضعف بز ووصل
خطا دز فإن المربع الذي يكون من اد مثلا مثلث بز د، برهان
ذلك أنا نصل خطا ج ه فيكون بز مثلا زه وزه مثلا دح الذي
يوازي به فالذي يكون من ضرب دح في د ب ضعف مثلث
دز ب والذي يكون من ضرب دح في د ب مساو للمربع الذي
يكون من اد كما تبين في الشكل ١٣ من ا فالمربع الذي يكون
من اد مثلا مثلث زب د *

ج وإن كان الخط الذي خرج على ترتيب في القطع الناقص
واقعا في الجهة الأخرى عن نقطة د التي هي المركز كخطا از
وجعل نصف به الذي هو الضلع القائم ب ح ووصل خطا ح د
ونفذ على استقامة وأخرج من نقطة ز خطا موازيا لخطا به حتى
يلقى خطا ح د عليه زط فإن المربع الذي يكون من از مثلا
فضل ما بين مثلتي ب د ح، دزط: برهان ذلك أنا نخرج من
نقطة ج خطا موازيا لخطا به عليه ج ك ونفذ ح د حتى يلقي
خطا ج ك على نقطة ك ونتم قطع اب ونفذ از على استقامة
الى ل فيكون مربع زل مثلي سطح ج ك طز كما تبين في الشكل ا
من هذه المقالة وخطا زل مثلا خطا از فالمربع الذي يكون من
از مثلا سطح ج ك طز ذي الأربعة الأضلاع و سطح ج ك طز
هو فضل ما بين مثلث ج ك د ومثلث دزط ولكن مثلث ج ك ه

مساو لمثلث د ب ح لِأَنَّ د ك مِثْلُ د ح فالمرّبع الذى يكون من
 از مثلا فضل ما بين مثلثى د ب ح، د ز ط وذلك ما أردنا أن
 نبيّن *

د إِذَا تُعْلِمْتَ نَقْطَةً عَلَى سَهْمِ الْقَطْعِ الْمَكَافِيِّ وَكَانَ بَعْدَهَا
 مِنْ رَأْسِ الْقَطْعِ مُسَاوِيًا لِنِصْفِ الضِّلْعِ الْقَائِمِ وَأُخْرِجَتْ مِنْ تِلْكَ
 النِّقْطَةِ خُطُوطٌ إِلَى الْقَطْعِ فَإِنَّ أَصْغَرَهَا هُوَ الْخَطُّ الَّذِي يُخْرِجُ إِلَى
 رَأْسِ الْقَطْعِ وَمَا قَرَّبَ مِنْهُ أَصْغَرَ مِمَّا بَعْدَ وَمُرَبَّعَاتُهَا أَعْظَمُ مِنْ
 مَرَبَّعِهِ بِمِثْلِ الْمَرَبَّعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ضَرْبٍ مَا تَفْصِلُ الْأَعْمِدَةَ الَّتِي
 تَقَعُ عَلَى السَّهْمِ مِنْ طَرَفِ كُلِّ خَطٍّ مِنْهَا مِنَ السَّهْمِ مِمَّا يَلِي رَأْسَ
 الْقَطْعِ: فَلْيَكُنْ سَهْمُ الْقَطْعِ الْمَكَافِيِّ ج ه وليكن ج ز مُسَاوِيًا لِنِصْفِ
 الضِّلْعِ الْقَائِمِ وَلنُخْرِجْ مِنْ نَقْطَةِ ز إِلَى قِطْعِ ا ب ج خُطُوطَ ز ح،
 ز ط، ز ب، ز ا، فاقول أن أَصْغَرَ الْخُطُوطِ الَّتِي تُخْرِجُ مِنْ نَقْطَةِ ز
 إِلَى قِطْعِ ا ب ج ه هُوَ خُطُّ ج ز وَمَا قَرَّبَ مِنْهُ فَهُوَ أَصْغَرَ مِمَّا بَعْدَ وَكُلُّ
 وَاحِدٍ مِنْهَا يَقْوَى عَلَى الْمَرَبَّعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ج ز مَعَ الْمَرَبَّعِ
 الَّذِي يَكُونُ مِنَ الْخَطِّ الَّذِي بَيْنَ نَقْطَةِ ج وَبَيْنَ مَسْقَطِ عُمُودِهِ
 بَرهَانٌ ذَلِكَ أَنَّا نُخْرِجُ أَعْمِدَةَ ح ك، ط ل وليكن نِصْفُ الضِّلْعِ
 الْقَائِمِ ج م فَخُطُّ ج ز مُسَاوٍ لِخُطِّ ج م وَالَّذِي يَكُونُ مِنْ ضَرْبِ ج م
 فِي ج ك مَرَّتَيْنِ مُسَاوٍ لِلْمَرَبَّعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ح ك كَمَا تَبَيَّنَ فِي
 الشَّكْلِ ا ا مِنْ ا وَالَّذِي يَكُونُ مِنْ ضَرْبِ ج م فِي ج ك مَرَّتَيْنِ مُسَاوٍ
 لِلَّذِي يَكُونُ مِنْ ضَرْبِ ز ج فِي ج ك مَرَّتَيْنِ وَالْمَرَبَّعِ الَّذِي يَكُونُ
 مِنْ ك ح مُسَاوٍ لِلَّذِي يَكُونُ مِنْ ج ز فِي ج ك مَرَّتَيْنِ وَالَّذِي يَكُونُ
 مِنْ ج ز فِي ج ك مَرَّتَيْنِ مَعَ مَرَبَّعِ ك ز مُسَاوٍ لِلْمَرَبَّعَيْنِ الْكَاتِبَيْنِ



من زك، ك ح وهذان المربعان مساويان لمربع زح فالذى يكون
من زج في ج ك مرتين مع مربع زك مساو لمربع زح فمربع زح
أعظم من مربع زج بمثل مربع ج ك، ويتبين من هذا أن طز
اعظم من زح و زح من زج فخط زج هو الأقصر وما قرب منه
أقصر مما بعد وتبين أن فضل ما بين مربع كد واحد منها وبين
مربع الخط الاقصر بمثل المربع الذى يكون من الخط الذى
تفصله الأعمدة الواقعة من أطرافها على السهم مما يلي رأس
القطع وذلك ما اردنا أن نبين *

٤ وإذا تعلقت نقطة على سهم القطع الزائد وصير بعددها من
رأس القطع مساويا لنصف الضلع القائم فإنه يعرض في ذلك مثل
الذى عرض في القطع المكافئ إلا أن زيادة مربعات الخطوط على
مربع الخط الأقصر تكون بمثل السطح الذى يعمد على الخط
الذى بين مسقط الأعمدة وبين رأس القطع الشبيه بالسطح
الذى يحيط به القطر المجانب وخط مساو للقطر المجانب مع
الضلع القائم ويكون القطر المجانب نظيرا للخط الذى فيما
بين كد واحد من الأعمدة وبين رأس القطع فليكن قطع زائد
عليه اج وعلى سهي ج ه وليكن نصف الضلع القائم ج ز ونخرج
من نقطة ز خطوطا الى قطع اب ج كم كانت وهى زا، زب، زح،
زط، فأقول أن خط ج ز أصغر الخطوط التى تخرج من نقطة ز
الى القطع وأن ما قرب منه أصغر مما بعد وأن كد واحد من
خطوط زط، زح، زب، زا ينقص مربع ج ز عن مربعه بمثل
السطح الذى يعمد على الخط الذى بين مسقط الأعمدة

ونقطة ج الشبيهة بالسطح الذي يُحيط به د ج الذي هو قَطْرُ
الْقَطْعِ وخطُّ مُساوٍ لخطِّ د ج مع الضلع القائم. فليكن الضلع
القائم ج ح، ونصفه ج ك ومركز القطع ث. برهان ذلك أنّ
نُخْرَجُ أَعْمِدَةً الى ج ه ونفدُها وهي ط م ن، ح ل س، اه ن ونخرج
عموداً ب ز الى ع ونخرج خطين موازيين لخطِّ ج م عليهما ك ش،
ون، فالمربع الذي يكون من ط م مثلاً سطح ج ك ن م ذي
الأربعة الأضلاع كما تبين في الشكل الأول من هذه المقالة والمربع
الذي يكون من ز م هو مثلاً مثلث زمي، لأنَّ زم يساوي مي
وذلك أنّ ج ك، ج ز متساويان والمربع الذي يكون من ط ز،
مثلاً مثلثي ج ك ز، ك ن ي لأنه مساوٍ لمربعي ط م، م ز، ولكن
مربع ج ز مثلاً مثلث ج ك ز لأنَّ ج ز مثلاً ج ك وسطح ون ك ت
ذو الأربعة الأضلاع مثلاً مثلثي ك ن فالمرّبع الذي يكون من
ج ز أقلُّ من المربع الذي يكون من ط ز بمثل سطح ت و ن ي ذي
الاربعة الأضلاع ونسبة د ج الى ج ح كنسبة ث ج الى ج ك ونسبة
ث ج الى ج ك كنسبة ك ش الى ش ن و ك ش مثلاً ش ي لأنَّ مي
مثلاً م ز وذلك أنّ ج ك مساوٍ لـ ج ز فنسبة د ج الى ج ح كنسبة
ش ي الى ش ن فإذا خالفنا صارت نسبة ج ح الى ج د كنسبة ش ن
الى ش ي وإذا ركبنا صارت نسبة ج ح و ج د مجموعين الى ج د
كنسبة ن ي الى ش ي وخط ش ي مساوٍ لخط ت ي فنسبة ن ي
الى ت ي كنسبة ج ح، ج د مجموعين الى ج د ونُخْرَجُ خطَّ
ج ح الى ر وليكن ج ر مساوياً لخطِّ ج د فنسبة ن ي الى ت ي
كنسبة ج ر الى ر ص وهذه الأضلاع المتناسبة تُحيط بزوايا متساوية

فَسَطْحًا يَوْ؛ خَصَّ مُتَشَابِهَانِ وَخَطَّ تَيْ الَّذِي هُوَ مَسَاوٍ لَخَطِّ
ج م نَظِيرٌ لَخَطِّ رَصِ الَّذِي هُوَ مَسَاوٍ لَخَطِّ ج د وَالسَّطْحُ الَّذِي
يُعْمَلُ عَلَى ج م الشَّبِيهَ بِالسَّطْحِ الَّذِي يُحِيطُ بِهِ د ج وَخَطُّ مَسَاوٍ
لَخَطِّ د ج وَالضَّلَعُ الْقَائِمُ هُوَ سَطْحٌ يَوْ ذُو الْأَرْبَعَةِ الْأَضْلَاعِ
فَالْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ طَزٍّ أَعْظَمَ مِنَ الْمَرْبَعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ
ج ز بِمِثْلِ السَّطْحِ الَّذِي يُعْمَلُ عَلَى ج ز الشَّبِيهَ بِالسَّطْحِ الَّذِي
يُحِيطُ بِهِ خَطُّ ج د وَخَطُّ مَسَاوٍ لَخَطِّ ج د وَالضَّلَعُ الْقَائِمُ مَجْمُوعَيْنِ
وَكَذَلِكَ أَيْضًا يَتَبَيَّنُ أَنَّ الْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ز ح يَزِيدُ
عَلَى الْمَرْبَعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ خَطِّ ز ج بِمِثْلِ السَّطْحِ الَّذِي يُعْمَلُ
عَلَى ج ل الشَّبِيهَ بِالَّذِي ذَكَرْنَا؛ وَأَقُولُ أَنَّ الْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ
ب ز يَزِيدُ عَلَى الْمَرْبَعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ج ز بِمِثْلِ نَظِيرِ السَّطْحِ
الَّذِي ذَكَرْنَا وَذَلِكَ أَنَّ الْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ب ز مِثْلًا سَطْحٌ
ج ك ع ز كَمَا تَبَيَّنَ فِي الشَّكْلِ الْأَوَّلِ مِنْ هَذِهِ الْمَقَالَةِ وَالْمَرْبَعُ الَّذِي
يَكُونُ مِنْ ج ز مِثْلًا مِثْلُ ج ك ز فَيَكُونُ مَرْبَعٌ بَزٍّ أَعْظَمَ مِنْ
مَرْبَعِ ج ز بِمِثْلِي مِثْلُ ز ك ع وَكَذَلِكَ نُبَيِّنُ أَنَّ السَّطْحَ الَّذِي هُوَ
مِثْلًا ز ك ع هُوَ سَطْحٌ يُعْمَلُ عَلَى ج ز شَبِيهٌ بِالسَّطْحِ الَّذِي ذَكَرْنَا
فَالْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ب ز يَزِيدُ عَلَى الْمَرْبَعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ
ج ز بِمِثْلِ السَّطْحِ الَّذِي يُعْمَلُ عَلَى ج ز الشَّبِيهَ بِالسَّطْحِ الَّذِي
ذَكَرْنَا؛ وَأَقُولُ أَيْضًا أَنَّ الْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ أ ز حَالَهُ الْحَالُ
الَّذِي ذَكَرْنَا وَذَلِكَ أَنَّ الْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ أ ه مِثْلًا سَطْحٌ
ج ك ف ه؛ ذِي الْأَرْبَعَةِ الْأَضْلَاعِ كَمَا تَبَيَّنَ فِي الشَّكْلِ الْأَوَّلِ مِنْ هَذِهِ
الْمَقَالَةِ وَالْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ ز ه مِثْلًا مِثْلُ ق ز؛ فَالْمَرْبَعُ

الذى يكون من از مثلا مُتَلَتَّى ق ك ف، ج ك ز، لِأَنَّ مَرَبَعَ از مساوٍ لِمَرَبَعِي اه، ه ز، ومثلا ج ك ز، هُوَ المَرَبَعُ الذى يكون من ج ز، فَفَضْلُ مَا بَيْنَ المَرَبَعِ الذى يكون من از وَبَيْنَ المَرَبَعِ الذى يكون من ج ز هُوَ مثلا ق ك ف وكذلك أَيْضًا نُبَيِّنُ أَنَّ السطح الذى هُوَ مثلا مثلث ق ك ف هُوَ السطح الذى يُعْمَلُ على ج ه الشَّبِيهَ بالسطح الذى ذكرنا، ولِأَنَّ زياداتِ مَرَبَعَاتِ هذه الحُطُوطِ على مَرَبَعِ ج ز هِيَ السُّطُوحُ المَعْمُولَةُ على ج ه، ج ز، ج ل، ج م، وهذه السُّطُوحُ مُخْتَلِفَةٌ السُّطُوحِ الذى يُعْمَلُ على ج ه أَعْظَمُ مِنَ الَّذِي يُعْمَلُ على ج ز والذى يعمل على ج ز من الذى يعمل على ج ل والذى يعمل على ج ل من الذى يعمل على ج م يَكُونُ ج ز أَصْغَرَ الحُطُوطِ الَّتِي أُخْرِجَتْ وَيَكُونُ مَا قَرَّبَ مِنَ الحُطُوطِ الباقِيَةِ مِنْهُ أَصْغَرَ مما بَعْدَ وَيَقْوَى كَلِّ وَاحِدٍ مِنَ الحُطُوطِ المُنْخَرَجَةِ على المَرَبَعِ الَّذِي يَكُونُ مِنَ اقْتِصَارِ الحُطُوطِ مع السطح الذى يُعْمَلُ على الخط الذى بَيْنَ مَسْقِطِ العَمُودِ وَبَيْنَ نَقْطَةِ ج الشَّبِيهَ بالسطح الذى يُحِيطُ بِهِ خَطُّ ج د وَخَطُّ مساوٍ لخط ج د وَالضَّلَعِ القَائِمِ مَجْمُوعَيْنِ وَذَلِكَ مَا أَرَدْنَا أَنْ نُبَيِّنَ *

و إذا كان ما ذَكَرْنَا على حالِهِ إِلَّا أَنَّ القِطْعَ قَطَعَ ناقِصٌ والسَّهْمَ سَهْمُهُ الأَعْظَمُ فَإِنَّ اقْتِصَارَ الحُطُوطِ الَّتِي تُخْرَجُ مِنْ تِلْكَ النُّقْطَةِ هُوَ المَسَاوِي لِنِصْفِ الضَّلَعِ القَائِمِ وَأَطْوَلُهَا تَمَامُ السَّهْمِ وَأَمَّا الحُطُوطُ الباقِيَةُ فَإِنَّ مَا قَرَّبَ مِنْهَا مِنَ الخطِّ الأَقْصَرِ اقْتِصَرَ مِمَّا بَعْدَ مِنْهُ وَمَرَبَعُ كَلِّ وَاحِدٍ مِنْهَا يَزِيدُ على مَرَبَعِ الخطِّ الاقصر بِمِثْلِ السُّطُوحِ الَّذِي يُعْمَلُ على الخطِّ الَّذِي بَيْنَ مَسْقِطِ عَمُودِهِ

وبين رأس القطع الشَّبِيهِ بالسَّطْحِ الَّذِي يَحِيطُ بِهِ الْقَطْرُ الْجَانِبِ
فِي فَضْلِ مَا بَيْنَ الْقَطْرِ الْجَانِبِ وَالضَّلَعِ الْقَائِمِ إِذَا كَانَ الْقَطْرُ
الْمَجَانِبُ نَظِيرًا لِحَطِّ الَّذِي بَيْنَ مَسْقُطِ الْعَمُودِ وَرَأْسِ الْقَطْعِ .
فَلْيَكُنْ قَطْعٌ نَاقِصٌ عَلَيْهِ اب ج ، وَسَهْمُهُ الْأَعْظَمُ ا ح ، وَلْيَكُنْ
ج د مُسَاوِيًا لِنِصْفِ الضَّلَعِ الْقَائِمِ وَلنُخْرِجْ مِنْ نَقْطَةِ د إِلَى
الْقَطْعِ خُطُوطَ د ز ، د ه ، د ب ، د ح فَنَقُولُ أَنَّ د ج أَقْصَرُ الْخُطُوطِ
الَّتِي تُخْرَجُ مِنْ نَقْطَةِ د وَأَنَّ خَطَّ دَا أَعْظَمُهَا وَأَنَّ مَا قَرَبَ مِنْ
الْخُطُوطِ الْبَاقِيَةِ مِنْ خَطِّ د ج أَصْغَرُ مِمَّا بَعْدَ الْمَرْبَعِ الَّذِي
يَكُونُ مِنْ د ز أَعْظَمُ مِنَ الْمَرْبَعِ الَّذِي يَكُونُ مِنْ د ج بِمِثْلِ
السَّطْحِ الَّذِي يُعْمَلُ عَلَى الْخَطِّ الَّذِي بَيْنَ مَسْقُطِ عَمُودِهِ وَبَيْنَ
نُقْطَةِ ج الشَّبِيهِ بِالسَّطْحِ الَّذِي يَحِيطُ بِهِ خَطُّ ج ا فِي زِيَادَتِهِ
عَلَى الضَّلَعِ الْقَائِمِ بُرْهَانٌ ذَلِكَ أَنَّ جَعْدَ نِصْفِ الضَّلَعِ الْقَائِمِ ج ط
وَالْمَرْكَزِيَّ وَنُخْرِجْ أَعْمِدَةَ ز ك ر ، ه ل ، ب د ق ، وَنُخْرِجْ مِنْ نَقْطَةِ ا
خَطًّا مُوَازِيًا لِحَطُوطِ التَّرْتِيبِ الَّتِي أُخْرِجَتْ عَلَيْهِ ا س ، وَنُخْرِجْ
خَطِّي ش ت ، ر ث مُوَازِيَيْنِ لِحَطِّ ج ا فَالْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ
ز ك مِثْلًا سَطْحِ ج ط ا ر ذِي الْأَرْبَعَةِ الْأَضْلَاعِ كَمَا تَبَيَّنَ فِي الشَّكْلِ
الْأَوَّلِ مِنْ هَذِهِ الْمَقَالَةِ وَالْمَرْبَعُ الَّذِي يَكُونُ مِنْ د ك مِثْلًا مُثَلَّثِ
ك ش د ، لِأَنَّ ك د مِثْلُ ك ش وَذَلِكَ أَنَّ د ج مِثْلُ ج م فَالْمَرْبَعُ
الَّذِي يَكُونُ مِنْ د ز مِثْلًا مُثَلَّثِي د ج ط ، ش ط ا ر وَلَكِنَّ الْمَرْبَعِ
الَّذِي يَكُونُ مِنْ د ج مِثْلًا مُثَلَّثِ د ج ط وَسَطْحُ ش ت ث ر مِثْلًا
مُثَلَّثِ ش ط ر فَمَرْبَعُ د ز أَعْظَمُ مِنَ مَرْبَعِ خَطِّ د ج بِمِثْلِ سَطْحِ
ش ر ت ث وَنِسْبَةُ ج إلى ج د كَنِسْبَةِ ا ج إِلَى الضَّلَعِ الْقَائِمِ وَكَنِسْبَةِ

رت الى ت ط فَنَسَبَةُ اج الى الصِّلَع القائم كنسبة رت الى ت ط
ورث مثد ت ط فنسبة اج الى الصِّلَع القائم كَنَسَبَةِ ت ط الى ط ت
فَإِذَا قَلَبْنَا كَانَتْ نِسْبَةُ ج ا الى زِيَادَتِهِ على الصِّلَع القائم كنسبة
ط ت الى ت ت، و ط ت مثد ت ت لِأَنَّ ج د مثد ج ط فنسبة ت ت ش
الى شر كنسبة اج الى زِيَادَتِهِ على الصِّلَع القائم وخط اج هو
نَظِيرُ ت ت الذى هو مثد ج ك و سَطْحُ ت ر مُسَاوٍ لِسَطْحِ الذى
يُعْمَلُ على ك ج الشَّبِيهِ بِالسَّطْحِ الذى يحيط به خط اج فى
زِيَادَتِهِ على الصِّلَع القائم والمربّع الذى يكون من ز د يَبِيدُ عَلَى
المربّع الذى يكون من د ج بِمِثْلِ سَطْحِ ت ر والمربّع الذى يكون
من ز د يَفْضَلُ على المربّع الذى يكون من ج د بِمِثْلِ السَّطْحِ
الذى يُعْمَلُ على ج ك الشَّبِيهِ بِالسَّطْحِ الذى ذكرنا، وَأَقُولُ أَيضًا
أَنَّ مَرَبَّعَ د ب حَالَةٌ كَحَالِ الحُطِّ الذى ذكرنا، وذلك أَنَّ المَرَبَّعَ
الذى يكون من ب د مِثْلًا سَطْحِ د ج ط ق، ذى الأربعة الاضلاع
والمربّع الذى يكون من ج د مِثْلًا مِثْلَتِ د ج ط فَفَضْلُ مَا بَيْنَ
مَرَبَّعِ د ب وبين مربع د ج مساوٍ لِمِثْلِ مِثْلَتِ د ط ق والسطح
الذى يُعْمَلُ على ج د الشَّبِيهِ بِالذى ذكرنا هو مِثْلًا مِثْلَتِ د ط ق
فَفَضْلُ مَا بَيْنَ مربع د ب ومربع د ج هو مِثْلُ السَّطْحِ الذى يُعْمَلُ
على ج د الشَّبِيهِ بِالسَّطْحِ الذى ذكرنا، وَأَقُولُ أَيضًا أَنَّ المَرَبَّعَ
الذى يكون من د ح أَعْظَمُ مِنَ المَرَبَّعِ الذى يكون من د ج بِمِثْلِ
السطح الذى يُعْمَلُ على م ج الشَّبِيهِ بِالسَّطْحِ الذى ذكرنا وذلك
أَنَّ مَرَبَّعَ ح م مِثْلًا سَطْحِ م ا ع ذ كَمَا تَبَيَّنَ فى الشَّكْلِ الأوَّلِ من
هذه المقالة والمربّع الذى يكون من م د مِثْلًا مِثْلَتِ د م ن وذلك

8974

Lebenslauf.

Ich Ludwig Leo Michael Nix bin am 11. April 1865 zu Mainz geboren. Nach vollendetem sechsten Lebensjahre besuchte ich die dortige Volksschule, von wo ich zu Herbst 1874 in das Mainzer Gymnasium überging. Nach Absolvirung desselben bezog ich zu Michaelis 1883 die Universität Leipzig, um mich daselbst dem Studium der orientalischen Sprachen, insbesondere der semitischen zu widmen. Hier hörte ich hauptsächlich die Vorlesungen der Herren Geh. Rath Krehl, Professor Friedr. Delitzsch, später noch die des Herrn Geh. Rath Fleischer, über verschiedene semitische Sprachen. Seit meinem zweiten Semester hörte ich auch die Vorlesungen des Herrn Prof. Freiherrn von der Gabelentz über einige ostasiatische Sprachen, wobei ich besonders durch das Chinesische gefesselt wurde, dem ich auch in der Folge neben meinen semitischen Studien weiter oblag. Die Osterferien 1888 verbrachte ich in Oxford zwecks handschriftlicher Studien. Hierauf brachte ich noch das Sommersemester 1888 in Leipzig zu und begab mich im Wintersemester 1888/89 nach Berlin, wo ich für dieses Semester Mitglied des Seminars für orientalische Sprachen war, und mich an den Uebungen der Herren Prof. Hartmann und Scheich Hassan Taufik über modernes Arabisch betheiligte.



D. De 3620

ULB Halle
000 893 854

3/1



