

# **Modellierung der Partikelagglomeration im Rahmen des Euler/Lagrange-Verfahrens und Anwendung zur Berechnung der Staubabscheidung im Zyklon**

**Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

(Dr.-Ing.)

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlich-Technischen Fakultät

- Fachbereich Ingenieurwissenschaften -

der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

von Herrn Ho Chi Anh

geb. am 28.02.1971 in Hanoi (Viet Nam)

Gutachter:

1. Prof. Dr. -Ing. M. Sommerfeld
2. Prof. Dr. rer. nat. R. Säuberlich
3. Prof. Dr. -Ing. M. Bohnet

Halle (Saale), 27. Januar. 2004

## **Vorwort**

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein besonderer Dank gilt:

Herrn Prof. Dr. M. Sommerfeld für die interessante Themenstellung, die kompetente wissenschaftliche Betreuung, die angenehmen Arbeitsbedingungen und die mir bei der Arbeit gewährte Freiheit, die hervorragende Unterstützung sowie die stetige Diskussionsbereitschaft.

Herrn Dipl. -Ing. D. Bröder für die besonders hilfreiche Unterstützung bei der Einrichtung der Messinstrumente,

Frau Dipl.-Ing. E. Platzer für die stetige Unterstützung und das Korrektur lesen,

Herrn. B. Kleinert für die Anfertigung der CAD-Zeichnungen für den Versuchstand,

Herrn W. Seidel für den Aufbau des Versuchstandes,

Frau U. Füssel für die Unterstützung bei verschiedenen Messungen,

Herrn Dr. J. Runge, Herrn Dr. S. Lain, Herrn Dr. U. Böttner, Herrn Dipl.-Ing. J. Kussin, Herrn Dipl.-Ing. S. Blei für die Hilfsbereitschaft und die zahlreichen Diskussionen,

und allen Kollegen und Mitarbeitern des Lehrstuhls Mechanische Verfahrenstechnik für die Zusammenarbeit und Unterstützungen.

Ich bedanke mich herzlich bei der Familie Le Hong Hai für alle freundschaftliche Unterstützungen.

Ganz besonders möchte ich mich bei meiner Frau Tra Giang und meinen Eltern für die moralische Unterstützung und den Rückhalt, die ich für die Durchführung und Anfertigung dieser Arbeit gebraucht habe, bedanken.

Ho Chi Anh

---

Die Arbeit wurde mit der finanziellen Unterstützung des Ministeriums für Bildung und Kultur des Landes Sachsen-Anhalt angefertigt.

**Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Stand des Wissens</b>	<b>8</b>
2.1	Der Agglomerationsprozess	8
2.2	Mechanismen des Agglomerationsvorganges	8
2.3	Populationsbilanzgleichung für die Agglomeration	10
2.4	Funktionen für die Agglomerationsrate	11
2.4.1	Funktionen für die Kollisionsrate	11
2.4.2	Die Auftreffwahrscheinlichkeit	16
2.4.3	Die Haftwahrscheinlichkeit	19
2.5	Lösungsmethoden für die Populationsbilanzgleichung	23
2.5.1	Momenten-Methode	25
2.5.2	Sektionale Methode	26
2.5.3	Stochastische Methode	28
<b>3</b>	<b>Das Euler/Lagrange-Verfahren für die Berechnung von Zweiphasenströmungen</b>	<b>30</b>
3.1	Berechnung der Fluidströmung	30
3.2	Turbulenzmodellierung der Fluidphase	32
3.2.1	Das k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell	32
3.2.2	Das Reynoldsspannungs-Transportmodell	34
3.3	Numerische Lösungsmethode zur Berechnung des Fluidströmungsfeldes	37
3.4	Die Berechnung der dispersen Phase	41
3.4.1	Fluiddynamische Kräfte auf eine Partikel	42
3.4.2	Turbulente Dispersion von Partikeln	45
3.4.3	Modellierung der Partikel-Partikel-Kollisionen	48
3.4.4	Modellierung des Agglomerationsvorgangs	54
3.4.5	Berechnung der Mittelwerte der dispersen Phase in den einzelnen Kontrollvolumina	58
<b>4</b>	<b>Numerische Untersuchung zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit</b>	<b>60</b>
4.1	Numerisches Gitter und Randbedingungen	60
4.2	Die Strömung um die Kollektorpartikel	61
4.3	Ergebnisse der Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit	63
4.4	Schlussfolgerungen	68
<b>5</b>	<b>Numerische Simulation des Agglomerationsprozesses in einem isotropen, homogenen, turbulenten Feld</b>	<b>69</b>
5.1	Simulation eines monodispersen Partikelsystems	71
5.2	Simulation von multi-modalen Partikelsystemen	77
5.3	Schlussfolgerungen	82
<b>6</b>	<b>Untersuchung der Partikelagglomeration in einer turbulenten Scherschicht</b>	<b>84</b>

6.1	Die Strömungsvorgänge im Scherschichtkanal	84
6.2	Aufbau der Versuchsanlage	87
6.3	Aufbau der verwendeten Messsysteme	90
	6.3.1 Einsatz des Laser-Doppler Anemometers	90
	6.3.2 Einsatz des Laserbeugungsspektrometers	93
6.4	Messungen und Simulationen im Scherschichtkanal	95
	6.4.1 Durchführung der Messungen	95
	6.4.2 Durchführung der Euler/Lagrangeschen Berechnung mit dem entwickelten Agglomerationsmodell	97
6.5	Ergebnisse und Diskussion	100
6.6	Schlussfolgerung	116
<b>7</b>	<b>Numerische Untersuchung des Einflusses der Agglomeration auf die Abscheideleistung von Gaszyklonen</b>	<b>118</b>
	7.1 Zyklongeometrien und Aufbau des numerischen Gitters	119
	7.2 Berechnung des Strömungsfelds	121
	7.3 Berechnung der Trenngradverläufe	127
	7.4 Schlussfolgerung	138
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>140</b>
<b>9</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>147</b>
<b>10</b>	<b>Literatur</b>	<b>151</b>

## 1 Einleitung

Der Agglomerationsvorgang findet in vielen strömungstechnischen Apparaten wie z.B. in Wirbelschichten, Zyklonen oder in pneumatischen Förderpipelines statt. Bei der Staubabscheidung in Gaszyklonen spielt die Partikelagglomeration eine große Rolle, indem sie den Trenngradverlauf modifiziert. Agglomeration ist der Oberbegriff für Verfahren der mechanischen Kornvergrößerung. Die Partikelagglomeration in der turbulenten Strömung wird durch zwei Eigenschaften charakterisiert. Erstens hängt dieser Prozess wesentlich vom lokalen turbulenten Zustand der Strömung ab. Zweitens ist das Wachstum von Partikeln bei der Agglomeration ein diskontinuierlicher Prozess. Der Agglomerationsvorgang findet bei Partikeln aller Größen statt. Durch Agglomeration werden Partikeln mit definierten Produkteigenschaften erzeugt. Aber auch im Bereich der Staubabscheidung ist die Partikelagglomeration erwünscht, da sich durch sie feine Partikeln an größere anlagern bzw. miteinander größere Partikeln bilden.

Alle verfügbaren Abscheider, in denen die Trennung der Partikelphase von der Fluidphase stattfindet, besitzen für Partikeln mit Durchmessern etwa zwischen 0,01 und 5  $\mu\text{m}$  einen oft unzureichenden Trenngrad. Bei kleineren Partikeln dominiert die Diffusion als Abscheidemechanismus, bei größeren die Trägheit. Der angesprochene Größenbereich ist ein Grenzbereich, in dem die Wirkung beider Mechanismen auf den Abscheidvorgang stark abnimmt. Konventionelle Abscheider wie der Gaszyklon benötigen einen hohen Energieaufwand, um Partikeln mit diesen Durchmessern aus dem Abgas zu entfernen. Aus diesem Grund soll das Konzept der Partikelagglomeration für die Abscheidemechanismen untersucht werden.

In den letzten Jahren basierte die Auslegung von verfahrenstechnischen Apparaten, wie die von Zyklonen, auf empirischen Methoden und Modellen. In zunehmendem Maße werden heute numerische Berechnungsverfahren eingesetzt, um verfahrenstechnische Apparate auszulegen oder zu optimieren. Die „Computational Fluid Dynamics“ (CFD) entwickelt sich damit zu einem standardmäßigen Analyse-Hilfsmittel für alle Ingenieure. Die CFD bringt dem Anwender viele Vorteile. Z.B. können aus der Verfahrensimulation mit CFD sehr detaillierte Informationen mit geringem Kostenaufwand gewonnen werden. Der Anwender kann seine Anlagen ohne Maßstabsübertragung berechnen. Die Verbesserungsvorschläge

lassen sich direkt realisieren. Der Trend der Entwicklung der CFD ist die Einbindung von präziseren Methoden und Modellen zur Vorhersage von komplizierten Strömungsvorgängen wie turbulenten Strömungen, Strömungen mit mehreren Phasen oder Strömungen mit reaktiven Spezies. Dies erfordert allerdings die Modellierung aller relevanten Mikroprozesse, um integrale Eigenschaften der Transportvorgänge zuverlässig vorhersagen zu können.

Zur Vorhersage der Eigenschaften vom Agglomerationsprozeß scheint das Euler/Lagrange-Verfahren gut geeignet, so dass diese Methode in der vorliegenden Arbeit zur Untersuchung des Agglomerationsprozesses gewählt wurde.

Die Modellierung der Partikelagglomeration beinhaltet die beiden Teilphänomene Partikelkollision und Partikelhaftung. Die Partikelkollision wird auf der Basis des von Sommerfeld (1999) entwickelten, stochastischen Kollisionsmodells beschrieben. Dieses Modell berücksichtigt eine mögliche Korrelation der Geschwindigkeiten kollidierender Partikeln in turbulenten Strömungen. Betrachtet man die Kollision von sehr feinen Partikeln mit deutlich größeren, so kann die Auftreffwahrscheinlichkeit beträchtlich reduziert werden (Löffler 1988). Dieser Effekt wird anhand der Auftreffwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit des Trägheitsparameters berücksichtigt. Schließlich muss bei der Modellierung der Agglomeration noch überprüft werden, ob die Haftkräfte groß genug sind, damit ein Agglomerat aus zwei Partikeln entsteht. Anhand einer Energiebilanz kann die kritische Auftreffgeschwindigkeit ermittelt werden, oberhalb der die Partikeln voneinander abprallen. Liegt die momentane Relativgeschwindigkeit unter diesem Wert, findet eine Agglomeration statt. Die Validierung des entwickelten Agglomerationsmodells im Rahmen des Euler/Lagrangeschen Verfahrens erfordert den Aufbau eines geeigneten Versuchsystems. Bei variierenden turbulenten Strömungsbedingungen im partikelbeladenen, vertikalen Scherschichtkanal werden Agglomerationsvorgänge der Partikeln herbeigeführt. Dieser Prozess wird durch Messungen in diesem Kanal untersucht und mit einem zweidimensionalen Berechnungsprogramm numerisch berechnet. Die Ergebnisse der Experimente und Berechnungen werden miteinander verglichen.

Für Gaszyklone gibt es wenige Auslegungsmodelle (Mothes 1982), die auf der Berechnung der Abscheideleistung beruhen und zugleich den Einfluss der Partikelagglomeration auf die ermittelten Trenngradkurven berücksichtigen. Bisherige Berechnungen zur Partikelabscheidung in Zyklonen wurden mit relativ groben Annahmen durchgeführt

(Cristea et al. 1996, Frank et al. 1998). Die Partikelagglomeration wurde in keiner der bekannten Arbeiten berücksichtigt. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit die Anwendung des Euler/Lagrangeschen Verfahrens zur Bestimmung des Abscheidegrades eines Gaszyklons in standardmäßiger Ausführung unter Berücksichtigung der Partikelagglomeration erprobt. Außerdem wurden der Einfluss der Partikelgrößenverteilung, der Partikelkonzentration sowie der Gasdurchsätze auf den Agglomerationsvorgang im Zyklon numerisch analysiert.

## 2 Stand des Wissens

### 2.1 Der Agglomerationsprozess

Der Agglomerationsprozess von Partikeln wird oft in der Natur (wie z.B. bei der Regentropfenbildung) oder in technischen Apparaten beobachtet, wenn feine Partikeln aufeinander treffen. Sie bleiben aneinander haften und bilden gröbere Agglomerate.

Aus den bisherigen Untersuchungen von vielen Autoren lässt sich auf ein dynamisches Verhalten des Partikelagglomerationsprozesses schließen. In diesem Prozess sind die Partikel-Partikel-Wechselwirkungen, die Eigenschaften der Fluidströmung sowie die physikalischen und chemischen Eigenschaften der Partikeln voneinander abhängig und spielen gleichzeitig zusammen. In Hinsicht auf die Konzipierung von Apparaten, bei denen die Agglomeration von Bedeutung ist, benötigt man zur vollständigen Charakterisierung des sich abspielenden Agglomerationsprozesses zwei Arten von Informationen: die quantifizierte Agglomerationskinetik und die Eigenschaften der Agglomeratstrukturen. Diese Informationen können sowohl durch Experimente als auch durch den Einsatz numerischer Simulationsmethoden gewonnen werden.

Die Kenntnisse über den Agglomerationsprozess, die Wirkungsmechanismen, die Populationsbilanzgleichung (PBG) für den Agglomerationsprozess und Berechnungsansätze zur Lösung der PBG werden in diesem Kapitel beschrieben.

### 2.2 Mechanismen des Agglomerationsvorganges

In einem System von Partikeln kann die Partikelagglomeration durch unterschiedliche Mechanismen hervorgerufen werden. Die Vielfalt der Agglomerationsmechanismen wird nach den Arten der wirkenden Kräfte, die die Kollision der Partikeln herbeiführen, klassifiziert und wie folgt aufgliedert:

- ✓ **Thermische Agglomeration:** In einem thermischen System induziert der Temperaturgradient die stochastische Brownsche Bewegung der Partikeln. Durch die



stochastischen Bewegungsbahnen ergibt sich eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit für die Kollision der Partikeln sowie die Haftung der Partikeln aneinander (Veli 1994).

- ✓ **Agglomeration durch einen Gradienten:** Befinden sich die Partikeln in einem laminaren Strömungsfeld oder einem turbulenten Strömungsfeld mit Schergradient (z.B. Partikeln in einer Rotationsströmung oder im Rührkessel), dann bewegen sich die Partikeln mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Wenn sich die Projektionsflächen zweier Partikeln in der Richtung der relativen Bewegung überlappen, kann eine Kollision auftreten. Die gradient-induzierte Kollision ist wichtig für Anwendungen, bei der die Flockulation von Partikeln größer als 1  $\mu\text{m}$  erwünscht ist (Spicer & Pratsinis 1996).
- ✓ **Turbulente Agglomeration:** Durch die Turbulenz der Strömung existiert eine Schwankungsbewegung der Partikeln. Auf dem Beschleunigungskurs stoßen die Partikeln zusammen.
- ✓ **Elektrostatische Agglomeration:** Die elektrostatische Feldstärke induziert unterschiedliche Partikelladungen. Dadurch wandern die Partikeln mit unterschiedlichen Partikeldriftgeschwindigkeiten zur Elektrode. Auf dem Weg dorthin stoßen die schnell wandernden Partikeln mit den langsam wandernden Partikeln zusammen (Katzner & Schmidt 1998, Gutsch 1995).
- ✓ **Akustische Agglomeration:** Mit hoher Frequenz ausgestrahlte akustische Wellen in der Gasströmung versetzen die Partikeln in schwingende Bewegungen. Bei genügend großer Schwingungsamplitude können Partikelkollisionen herbeigeführt werden (Silc & Tuma 1994). Der Agglomerationsprozess vollzieht sich vorwiegend an den Druckknoten des stehenden Feldes, in denen die Schwingungsamplitude maximal ist. Hier kommt es zu einer Verdichtung des Aerosols und der Bildung sekundärer Partikeln, die sich letztlich zu makroskopischen Tropfen und Partikeln zusammenlagern und im stehenden Ultraschallfeld schweben (Tuckermann 2002).
- ✓ **Agglomeration unter äußerer Feldwirkung:** Analog zur elektrostatischen Agglomeration findet die Kollision und Agglomeration der Partikeln durch die Unterschiede der Partikelgeschwindigkeiten im Schwerfeld oder in zentrifugalen Feldern statt.

## 2.3 Populationsbilanzgleichung für die Agglomeration

Bei der Auslegung von verfahrenstechnischen Apparaten zur Behandlung von Partikeln ist die Partikelgrößenverteilung ein wichtiger Auslegungs- und Kontrollparameter. In den meisten praktischen Systemen wird nach einem gewissen Zeitraum ein Gleichgewichtszustand zwischen Agglomeration und Fragmentation erreicht. In diesem Zustand verändert sich die Partikelgrößenverteilung kaum. Geometrische Abmessungen der Apparatur wie die Wirbelschichthöhe oder die Abscheidelänge usw. beziehen sich auf die Verweilzeit der Partikeln. Hierin besteht der Zusammenhang zwischen dem betrachteten Partikelsystem und den interessierenden Auslegungsgrößen.

Die Populationsbilanzgleichung (PBG) ist ein mathematisches Modell zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens der Partikelgrößenverteilung bei verschiedenen Wirkmechanismen (Friedlander 1964). Durch Agglomeration verändert sich die Anzahl der Partikeln in den Partikelklassen einer Partikelanzahlverteilung. Die Lösung der differentiellen PBG liefert eine Übersicht über die zeitliche Entwicklung der Partikelanzahlverteilung im betrachteten System. Mit der Hilfe der Populationsbilanzgleichung betrachtet man die Verteilung von Partikeleigenschaften, welche aus der Partikelanzahlverteilung berechnet werden kann, als eine Funktion der Zeit. Die Anzahldichte ist eine von der Zeit abhängige und für die jeweilige Partikelklasse spezifische Größe. Bei Annahme eines völlig durchmischten Systems kann dieser Parameter als eine Variable  $n(v,t)$  dargestellt werden. Die mathematische Formulierung der Populationsbilanzgleichung ist kontinuierlich. Für eine kontinuierliche Partikelgrößenverteilung gilt für die Bilanzierung der zeitlichen Änderung der Partikelanzahldichte bei Agglomeration (Smoluchowski, 1917):

$$\frac{\partial n(v,t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^v K(v', v-v') \cdot n(v', t) \cdot n(v-v', t) dv' - n(v,t) \cdot \int_0^\infty K(v, v') \cdot n(v', t) dv' \quad (1)$$

Hier sind  $v$  und  $v'$  die Volumina der Partikeln vor der Agglomeration.  $K(v, v')$  ist eine Funktion der Agglomerationsfrequenz, die den Anteil der erfolgreichen Kollisionen mit Haftung von zwei Partikeln mit den Volumina  $v$  und  $v'$  angibt. Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung beschreibt die Produktionsrate der Partikeln  $v$  bei der Agglomeration zweier Partikeln mit den Volumina  $v - v'$  und  $v'$ . Wenn diese zwei Partikeln kollidieren und aneinander haften, verschwindet die Partikel der Größe  $v'$  und eine neue Partikel mit dem Volumen  $v$  entsteht. Der zweite Term gibt die Verlustrate der Partikeln mit dem Volumen  $v$

infolge der Agglomeration mit allen anderen Partikeln an. Es ist wichtig zu betonen, dass die Gleichung (1) nur für die irreversible Agglomeration der Partikeln gültig ist. Der Zerfall der Agglomerate ist nicht in Gleichung (1) berücksichtigt. Im Prinzip kann man eine zeitliche Entwicklung der Partikelgrößenverteilung aus der PBG analytisch herleiten. Dies ist aber sehr kompliziert, da die Agglomerationsratefunktion für die jeweilige Partikelgrößenklasse richtig zugeordnet werden muss. Diese Funktionen sind im Wesentlichen von der Art der Partikeln sowie von den Wirkungsmechanismen der Kollisionen abhängig. Bei der Verwendung der Gleichung (1) wird oft angenommen, dass bei der Agglomeration von sphärischen Partikeln neue größere sphärische Partikel mit gleichem Gesamtvolumen gebildet werden. Dies ist physikalisch unrealistisch außer im Fall der Koaleszenz von Flüssigkeitstropfen, damit vereinfacht sich jedoch der Lösungsweg.

## 2.4 Funktionen für die Agglomerationsrate

In der PBG ist die Agglomerationsratefunktion der wichtigste Parameter. Sie beschreibt die Kinetik des Agglomerationsvorganges von Partikeln. Bei der Modellierung der Agglomerationsratefunktion müssen die Transportmechanismen, welche die Partikeln zur Kollision bringt, und den Effekten der Partikel-Partikel-Wechselwirkungen berücksichtigt werden.

Im allgemeinen wird die Agglomerationsrate als Produkt aus der Kollisionsrate  $N_{ij}$ , der Auftreffwahrscheinlichkeit  $\eta_{ij}$ , welche die Reduktion der Kollisionsrate durch die fluiddynamischen Wechselwirkungen wiedergibt, und der Haftwahrscheinlichkeit  $H_{ij}$ , welche die physikalische und chemische Wechselwirkung der Partikeln bei der Haftung beschreibt, gebildet:

$$K_{ij} = N_{ij} \times \eta_{ij} \times H_{ij} \quad (2)$$

Im Weiteren werden die Details von Funktionen für die Kollisionsrate diskutiert.

### 2.4.1 Funktionen für die Kollisionsrate

Die Kollisionsratefunktion gibt im allgemeinen den Einfluss der Haupttransportmechanismen auf die Kollision der dispersen Partikeln wieder. Für jeden Transportmechanismus gibt es eine Funktion für die Kollisionsrate, die unter den entsprechenden Umständen und

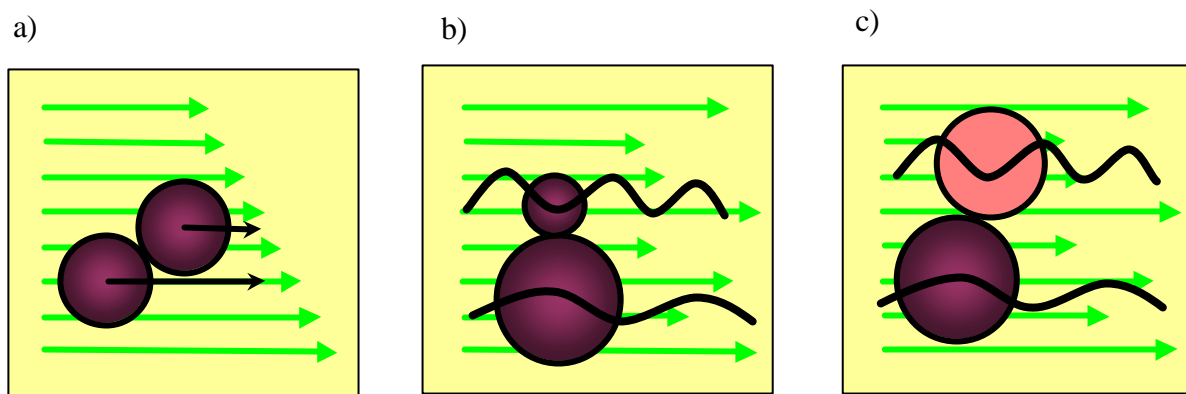
**Tabelle 1** Brownsche und turbulente Kollisionsratefunktionen

<b>Brownsche Kollisionsratefunktionen (Sitarski &amp; Seinfeld)</b>	
<p>➤ Kontinuumsregime <math>Kn \ll 1</math></p> $N_{ij} = \frac{2kT}{3\mu} \left( \frac{1}{d_{pi}} + \frac{1}{d_{pj}} \right) (d_{pi} + d_{pj})$	<p>➤ Molekularkinetischer Bereich <math>Kn &gt; 10</math></p> $N_{ij} = \sqrt{\frac{3kT}{\rho_p}} (d_{pi} + d_{pj})^2 \sqrt{\frac{1}{d_{pi}^3} + \frac{1}{d_{pj}^3}}$
<b>Turbulente Kollisionsratefunktionen</b>	
<p>➤ Für turbulente Schergradienten: (<math>St \ll 0</math>) (Saffman &amp; Turner 1956):</p> $N_{ij} = \left( \frac{8p}{15} \right)^{\frac{1}{2}} n_{pi} n_{pj} (R_{pi} + R_{pj})^3 \left( \frac{e}{v} \right)^{\frac{1}{2}}$	
<p>➤ Für den Bereich der mittleren Stokes-Zahl (William &amp; Cane 1983):</p> $N_{ij} = (162p)^{\frac{1}{2}} n_{pi} n_{pj} n L_t \frac{\mathbf{r}}{\mathbf{r}_p} \frac{\overline{u_{rel}}}{\mathbf{s}_F} (St_i^{0,5} + St_j^{0,5})^2 \times \frac{2}{p} \tan^{-1} \left\{ \frac{1}{3} \frac{\mathbf{r}_p}{\mathbf{r}} \frac{\mathbf{s}_F}{\mathbf{n}} \frac{L_t}{\left( \frac{\overline{u_{rel}}}{\mathbf{s}_F} \right)^2} \frac{St_i St_j}{(St_i^{0,5} + St_j^{0,5})^2} \right\}$ <p>mit</p> $\frac{\overline{u_{rel}^2}}{\sigma_F^2} = \frac{(St_i + St_j)^2 - 4 St_i St_j \left\{ \frac{(1 + St_i + St_j)}{(1 + St_i)(1 + St_j)} \right\}^{\frac{1}{2}}}{(St_i + St_j)(1 + St_i)(1 + St_j)}$	
<p>➤ Für den Bereich der hohen Stokes-Zahl (<math>St \gg 1</math>) (Abrahamson 1975):</p> $N_{ij} = 2^{\frac{3}{2}} \pi^{\frac{1}{2}} n_{pi} n_{pj} (R_{pi} + R_{pj})^2 \sqrt{\sigma_{pi}^2 + \sigma_{pj}^2} \text{ mit } \overline{\mathbf{s}_p^2} = \frac{\overline{\mathbf{s}_F^2}}{1 + 1,5t_p e \mathbf{s}_F^2}$	
<p>➤ Universelle Kollisionsratefunktion nach Kruis und Kuster (1996) für den gesamten Bereich der Partikel-Stokes-Zahl:</p> $N_{ij} = \sqrt{\frac{8p}{3}} (r_{pi} + r_{pj})^2 \sqrt{u_{rel}^2}$	
<p>➤ Für die turbulente Trägheitsbeschleunigung:</p> $u_{rel}^2 = 3(1-g)^2 \mathbf{s}_F^2 \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}-1} \frac{(St_i + St_j)^2 - 4St_i St_j \sqrt{\frac{1 + St_i + St_j}{(1 + St_i)(1 + St_j)}}}{(St_i + St_j)} \times \left\{ \frac{1}{(1 + St_i)(1 + St_j)} - \frac{1}{(1 + gSt_i)(1 + gSt_j)} \right\}$	
<p>➤ Für turbulente Schergradienten:</p> $u_{rel}^2 = 0,238g \mathbf{s}_F^2 \left( \frac{\mathbf{s}_{pi}^2 St_i}{\mathbf{s}_F^2 C_{C,i}} + \frac{\mathbf{s}_{pj}^2 St_j}{\mathbf{s}_F^2 C_{C,j}} + 2 \sqrt{\frac{St_i St_j}{C_{C,i} C_{C,j}}} \frac{\mathbf{s}_{pi} \mathbf{s}_{pj}}{\mathbf{s}_F^2} \right); \mathbf{g} = \frac{3r_f}{2r_p + r_f}; \mathbf{d} = 0,183 \frac{\mathbf{s}_F^2}{e^{1/2} \mathbf{n}^{1/2}}$	

Einschränkungen angewendet werden muss. Die Herleitung dieser Gleichungen basiert meistens auf verschiedenen empirischen Modellvorstellungen. In Tabelle 1 sind einige Kollisionsratefunktionen für unterschiedliche Wirkungsmechanismen aufgelistet.

Die Brownsche Agglomeration wird auch perikinetische Agglomeration genannt. Die Bedeutung der Brownschen Agglomeration nimmt mit abnehmender Größe der Partikeln bis zum Submikrometerbereich zu. Für submikrometergroße Partikeln charakterisiert die Knusend-Zahl  $Kn = 2\lambda / d_p$  die Beweglichkeit der Partikeln in der Gasphase, wobei  $L$  die mittlere freie Weglänge der Gasmoleküle bezeichnet. Bei kleiner Knusend-Zahl sind die Partikel größer als die mittlere freie Weglänge des Gases. Dann wird die Partikelbewegung durch die Temperatur und die Viskosität des Gases bestimmt. Zur Herleitung der Kollisionsratefunktionen im Kontinuumsregime wurde der Brownsche Diffusionsansatz von Smoluchowski (1917) verwendet.

Für Partikeln, die viel kleiner als die mittlere freie Weglänge sind, des ergibt sich eine große Knusend-Zahl ( $Kn \gg 1$ ). Die Partikeln werden von den Molekülen im umgebenden Gasmedium angestossen. Die Bewegung der Partikeln ist dann nur von den Temperaturgradienten abhängig. Fuchs (1964) benutzte den modifizierten Diffusionsansatz zur Herleitung der Kollisionsratefunktion im molekularkinetischen Bereich.



**Bild 1** Arten der Partikelkollision im Strömungsfeld: Kollision durch a) Schergradient, b) unterschiedliche Größe, c) unterschiedliche Dichte.

Die Partikelkollisionen in turbulenten Strömungen werden durch zwei wesentliche Mechanismen verursacht. Das eine ist die Kollision unter Einfluss eines Schergradienten

(Bild 1a). Das andere ist die Kollision infolge unterschiedlicher Partikelträgheiten (Auf Grund verschiedener Größen oder Dichten) (Bild 1b und 1c).

Die Partikelkollision in turbulenten Strömungen wird durch das Bewegungsverhalten der Partikeln oder Tropfen bestimmt. Dieses wird durch die Partikel-Stokes-Zahl charakterisiert. Die Partikel-Stokes-Zahl ist als das Verhältnis der Partikelrelaxationszeit  $t_p$  zu einem charakteristischen Zeitmaß der Turbulenz  $T_t$  (Integrales Zeitmaß oder Kolmogorowsches Zeitmaß) definiert.

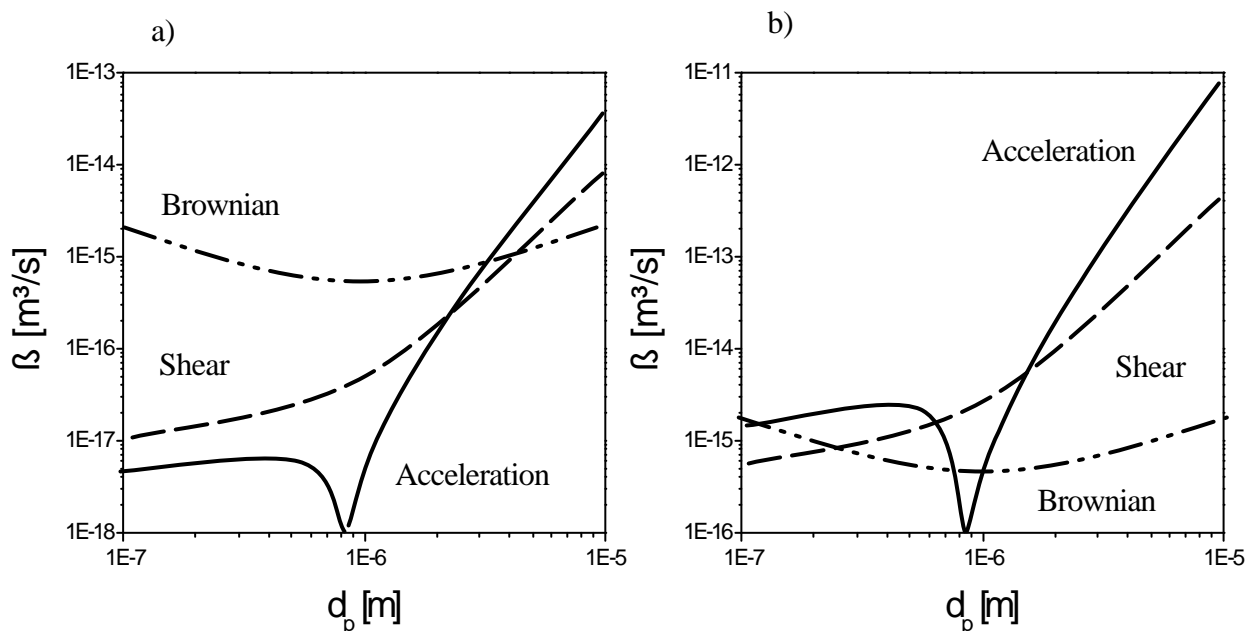
$$St = \frac{\tau_p}{T_t} \quad (3)$$

In einem Spektrum turbulenter Längenmaße dient das Verhältnis der Partikelabmessungen zum turbulenten Längenmaß als Parameter zur Klassifizierung des Transportverhaltens. Bei Partikeln, die kleiner als das Kolmogorowsche Wirbelmaß sind, steuern die turbulente Dissipationsrate und die kinematische Viskosität des Fluids das dynamische Verhalten der Partikeln. In diesem Grenzfall nähert sich die Partikel-Stokes-Zahl dem Grenzwert Null. Saffman & Turner (1956) leiteten eine Beziehung für die Partikelkollision bei turbulentem Schergradienten zur Vorhersage der Koagulationskinetik von Partikeln her, deren Abmessungen kleiner als das Kolmogorowsche Wirbelmaß sind und die sich in homogener, isotroper Turbulenz befinden. Diese Beziehung ist der am meisten angewendete Ausdruck zur Beschreibung der scherinduzierten Koagulationskinetik und gilt für einen Feststoffvolumenanteil von 0,03-0,1 (Delichatsios & Probst 1975, Delichatsios 1980).

Im anderen Grenzfall, wenn die Trägheit der Partikeln sehr groß ist oder sich die Partikeln in starker Turbulenz befinden, tendiert  $St \rightarrow \infty$ . Die Partikelbewegungen und die Bewegungen der Fluidteilchen sind völlig unkorreliert. Als Ergebnis bewegen sich die Partikeln öfter zufällig von einem Wirbel in einen anderen Wirbel als die Gasmoleküle. Abrahamson (1975) gibt die Beziehung zur Berechnung der Partikelgeschwindigkeitsvarianz an. Aus der kinetischen Gastheorie mit einer Verteilung der Partikelgeschwindigkeit wird dann die Kollisionsratefunktion der Partikeln hergeleitet.

Die Fluktuationsbewegungen von Partikeln, deren Stokes-Zahlen im mittleren Bereich liegen, sind in gewissem Maße mit der Fluidturbulenz korreliert. In diesem Fall ist entweder die Fluidturbulenz stärker als im ersten Fall ( $St \rightarrow 0$ ) oder die Partikelabmessung größer als die

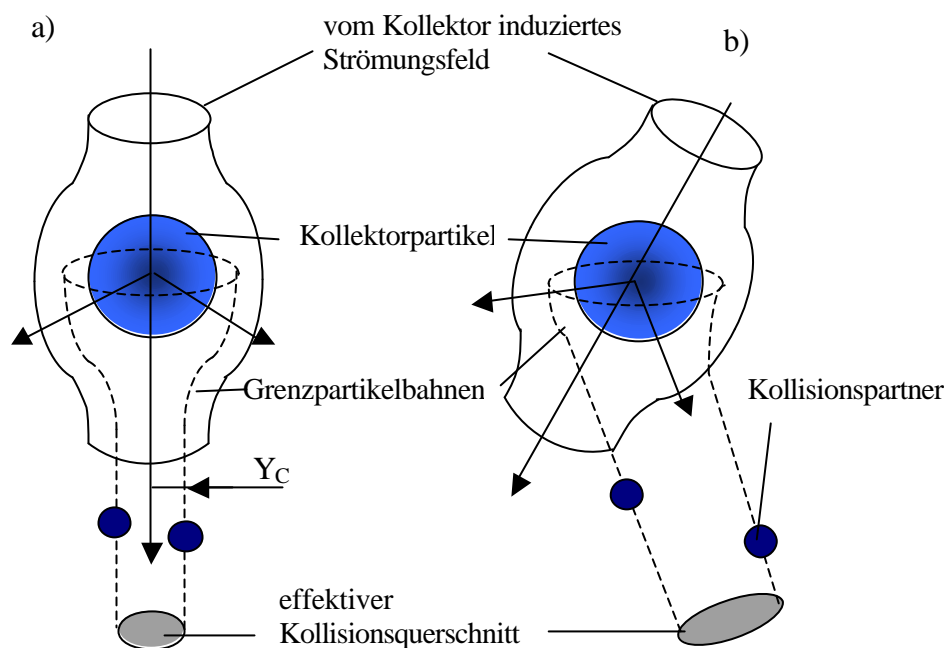
Kolmogorowsche Wirbelabmessung. Außerdem bewirken die Wirbel des viskosen und des Trägheitsbereiches den Transport der Partikeln. Williams & Crane (1983) beschäftigten sich zuerst mit diesem Problem und leiteten die Kollisionsratefunktion für den gesamten Stokes-Bereich ab. Ihre Lösung berücksichtigt jedoch nicht den Schermechanismus. Kruis & Kuster (1996) verbesserten die analytische Herleitung von Williams und Crane (1983). Sie gaben eine Lösung für die Kollisionsratefunktion mit beiden Scher- und Trägheitsmechanismen an. Aus dieser analytischen Beziehung der Kollisionsratefunktion konnten Kruis & Kuster (1996) den dominanten Bereich der einzelnen Wirkungsmechanismen der Partikelkollision herleiten. Im Bild 2 wurde die Kollisionsrate  $\beta$  über der Partikelgröße dargestellt. Bei größeren Partikeln dominiert der Trägheitsmechanismus (acceleration) gegenüber der Brownschen Kollisionsrate (Brownian) und dem Schermechanismus (Shear) bei steigender Turbulenzintensität ( $\epsilon = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$  und  $\epsilon = 1 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ). Bei der Bilanzierung der Agglomeration von monodispersen Partikeln muss der Trägheitsmechanismus nicht berücksichtigt werden, da er dann verschwindet. Da sich das Anliegen vorliegender Arbeit zunächst auf die Modellierung der Partikelagglomeration in turbulenten Strömungen beschränkt, kann auf die weitere Diskussion anderer, externer Agglomerationsmechanismen verzichtet werden.



**Bild 2** Vergleich der Koagulationsmechanismen von 1  $\mu\text{m}$  Partikeln mit anderen Partikeln unterschiedlicher Größen bei a) geringer Turbulenz ( $\epsilon = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $v_f = 0,1 \text{ m/s}$ ) und b) hoher Turbulenz ( $\epsilon = 1 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ,  $v_f = 1 \text{ m/s}$ ) nach Kruis & Kuster (1996)

### 2.4.2 Die Auftreffwahrscheinlichkeit

Es gibt eine Fluidgrenzschicht, welche die relative Umströmung der Kollektorpartikel darstellt. Als Bedingung für eine Kollision bei fluiddynamischer Wechselwirkung muss die Trägheit der kleinen Partikeln genügend groß sein, um die umgebende Grenzschicht zu durchdringen. Ansonsten folgen die Partikeln der Stromlinie und bewegen sich nach außen. Es kommt nicht zur Kollision. Die dynamische Bewegung des Fluids in unmittelbarer Umgebung der Kollektorpartikel reduziert also die Kollisionswahrscheinlichkeit mit den kleinen Partikeln.



**Bild 3** Illustration zur Definition der Auftreffwahrscheinlichkeit in a) laminarer; b) turbulenter Strömung

Bild 3 stellt die Kollision von zwei unterschiedlich großen Partikeln mit einem Größenunterschied bei laminaren (a) und turbulenten (b) fluiddynamischen Wechselwirkungen dar. Bei laminarer Strömung fällt die Richtung des Kollisionszylinders mit der Richtung der relativen Bewegung zweier Partikeln zusammen. Dies ist bei turbulenter Strömung nicht zwingend der Fall. Die Auftreffwahrscheinlichkeit (auch als Kollisionseffizienz bezeichnet) wurde in der Vergangenheit numerisch und experimentell untersucht. Aus den Ergebnissen wurde die Auftreffwahrscheinlichkeit als Verhältnis eines effektiven Kollisionsquerschnitts zur Projektionsfläche des Kollektors modelliert.



$$h_{ij} = \frac{\text{effektiver Kollisionsquerschnitt}}{\text{Projektionsfläche}} = \left( \frac{Y_c}{d_K} \right)^2 \quad (4)$$

Um den Sperreffekt (d.h. die Partikeln treffen wegen ihrer Größe auf den Kollektor) in der Kollisionseffizienz zu berücksichtigen, wird der Radius der Projektionsfläche als die Summe der beiden Partikelradien modelliert und wird der Radius des effektiven Kollisionsquerschnitts als die Summe aus dem Radius der kleinen Partikel und dem Abstand zur Grenzpartikelbahn modelliert. Weiterhin wird die Auftreffwahrscheinlichkeit gleich dem Verhältnis der Anzahl der Trefferereignisse zur Anzahl der gesamten Partikeln, die sich in Richtung der großen Partikel bewegen, definiert.

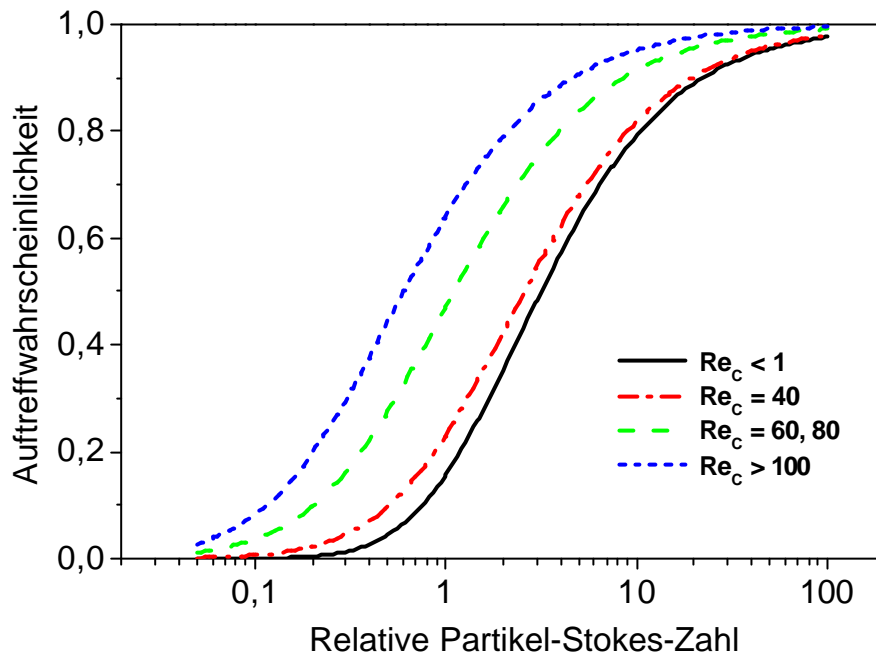
Die Auftreffwahrscheinlichkeit hängt wesentlich vom Strömungsmuster um den Kollektor und dem Größenunterschied der Partikeln ab. Bei großer Reynoldszahl der Strömung werden die Stromlinien erst nah an der Kollektoroberfläche umgelenkt. Der Wirkungsbereich der viskosen Grenzschicht ist nicht so groß. Bei kleiner Reynoldszahl haben die viskosen Kräfte mehr Einfluss und bewirken die Ablenkung der Stromlinie in größerer Entfernung von der Kollektoroberfläche. Zur Charakterisierung dieses Effekts wird die relative Partikel-Stokes-Zahl  $St_{rel}$  herangezogen. Michael & Norey (1969) ermittelten die Auftreffwahrscheinlichkeit als eine Funktion der relativen Partikel-Stokes-Zahl für den Fall der Potentialströmung und der zähen Umströmung. Darüber hinaus gaben die Autoren eine kritische Stokes-Zahl an, unterhalb welcher keine Kollision stattfindet. Für die Potentialströmung ergab sich der Wert  $St_{kr} = 0,0833$  und für die zähe Umströmung  $St_{kr} = 1,214$ .

Schuch & Löffler (1978) untersuchten die Auftreffwahrscheinlichkeit von Kalksteinpulvern mit einer mittleren Partikelgröße von 5  $\mu\text{m}$  an einem fixierten Glycerin-Wasser-Tropfen (100  $\mu\text{m}$ ) und führten numerische Berechnungen der Partikelbahnen in zweidimensionalen Stromlinienfeldern durch. Danach wurde die Auftreffwahrscheinlichkeit bestimmt. Schuch & Löffler (1978) gaben eine Gleichung zur Berechnung der Kollisionseffizienz (Auftreffwahrscheinlichkeit) in Abhängigkeit von der relativen Partikel-Stokes-Zahl für Strömungen mit verschiedenen Reynoldszahlen an:

$$h_{ij} = \frac{\text{effektiver Kollisionsquerschnitt}}{\text{Projektionsfläche}} = \left( \frac{Y_c}{d_K} \right)^2 = \left( \frac{St_{rel}}{St_{rel} + a} \right)^b \quad \text{mit} \quad St_{rel} = \frac{\mathbf{r}_p \cdot |\mathbf{u}_{rel}| \cdot d_p^2}{18 \cdot \mathbf{m}_f \cdot d_K} \quad (5)$$

wobei a und b die Regressionskonstanten sind, für die für verschiedene Reynoldszahlen unterschiedliche Werte angegeben wurden.

Im Bild 4 sind die Lösungskurven der Gleichung (5) für die von  $St_{rel}$  abhängige Auftreffwahrscheinlichkeit in laminarer Strömung dargestellt. Eine Erhöhung der Auftreffwahrscheinlichkeit infolge der Erhöhung der Reynoldszahl der Umströmung sowie der Erhöhung der relativen Partikel-Stokes-Zahl wurde beobachtet.



**Bild 4** Lösungskurven für die Auftreffwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der relativen Partikel-Stokes-Zahl bei unterschiedlichen Strömungs-Reynoldszahlen, nach Schuch & Löffler (1978)

Die Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit der Partikeln in turbulenten Strömungen ist eine noch offene Frage. Da die experimentelle Untersuchung der turbulenten Auftreffwahrscheinlichkeit schwer durchführbar ist, basiert die Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen auf den Ergebnissen numerischer Berechnungen. Unterschiedliche Modellansätze wurde von de Almeida (1979) und Pinsky et al. (1999) vorgestellt. Nach de Almeida (1979) ergibt sich die Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen als das Verhältnis einer Verteilungsfunktion des lateralen Abstands zum geometrischen Querschnitt:

$$h_{ij} = f(R_1, R_2, P) = \frac{2}{(R_1 + R_2)^2} \int_0^{\infty} yP(y)dy \quad (6)$$

Pinsky et al. (1999) untersuchten die Auftreffwahrscheinlichkeit von Partikeln in turbulenten Strömungen mit der Superpositions-Methode. In ihrer Veröffentlichung konnten sie zeigen, dass in turbulenten Strömungen die Richtung der Flächennormalen des effektiven Kollisionsquerschnittes  $A_c$  nicht mit der Richtung der relativen Geschwindigkeit der Partikeln zusammenfällt wie dies bei laminaren Strömungen der Fall ist. Unter der Wirkung der turbulenten Fluktuationen verteilt sich der effektive Kollisionsquerschnitt stochastisch exzentrisch auf der Projektionsfläche des Kollisionszylinders. Der effektive Kollisionsquerschnitt hat nicht die Form eines Kreises. Zur Bestimmung des effektiven Kollisionsquerschnitts wurden zwei laterale Abstände  $X_C, Y_C$  benötigt:

$$h_{ij-X} = \frac{X_C}{2(R_1 + R_2)} \quad \text{und} \quad h_{ij-Y} = \frac{Y_C}{2(R_1 + R_2)}. \quad (7)$$

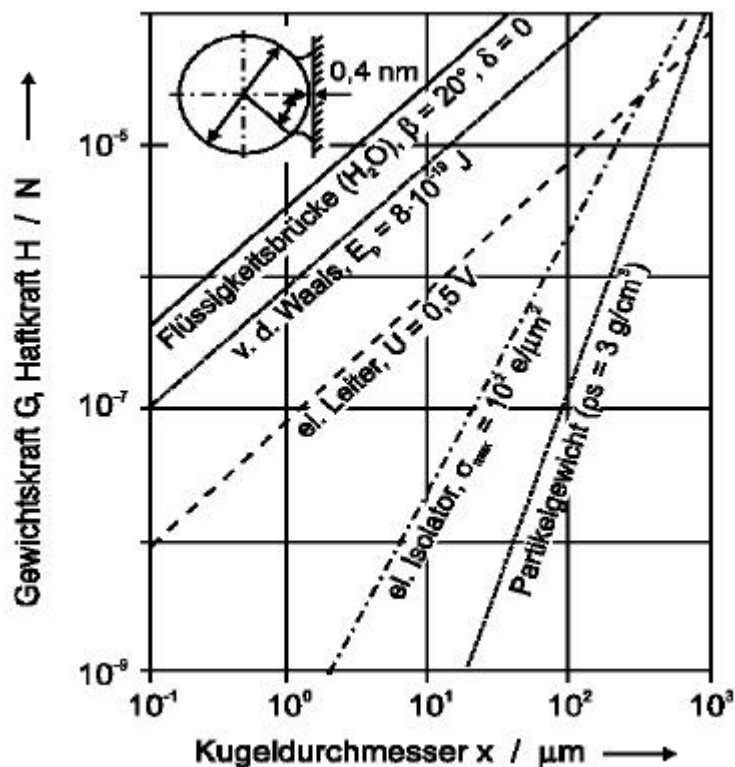
Bei Pinsky et al. (1999) wurde eine höhere Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenter Strömung als in laminarer Strömung berechnet.

### 2.4.3 Die Haftwahrscheinlichkeit

Die Berechnung der Haftwahrscheinlichkeit basiert hauptsächlich auf der Modellierung der physikalischen und chemischen Bindungsmechanismen der Partikeln im mikroskopischen Maßstab. Die Bindung von Partikeln oder Aerosoltropfen wird durch unterschiedliche Haftkräfte verursacht. Zu den Haftkräften zählen die molekularen van-der-Waals-Kräfte, die Coulomb'schen Anziehungskräfte, die kapillaren Adhäsionskräfte in den Flüssigkeitsbrücken sowie die Adhäsionskräfte in den Feststoffbrücken. Die Stärke der einzelnen Haftkräfte wird im Bild 5 miteinander verglichen. Sie ist abhängig von der Partikelgröße. Die Coulomb'sche Anziehungskraft ist proportional zu  $1/d_p^2$ , die van-der-Waals-Kraft zu  $d_p$  und die kapillare Haftkraft zu  $d_p(1 - d_p)$ . Aus dem Diagramm kann man die relevanten Bereiche der einzelnen Haftkräfte als Funktion der Partikelgröße ablesen. Daraus ergeben sich Informationen zur gezielten Ausnutzung der Haftkräfte, die zur Agglomeration beitragen.

Bei der Staubabscheidung sind die Partikeln meistens trocken und liegen im Mikrometergrößenbereich. In diesem Bereich ist in erster Linie die van-der-Waals-Kraft für die Haftung der Partikeln verantwortlich. Bei der Aufbauagglomeration (Sprühgranulation, Wirbelschichtgranulation) kommen größere Partikeln (20  $\mu\text{m}$  – 20 mm) in Betracht. Dann

muss die Haftung der Partikeln durch eine Flüssigkeitsschicht induziert werden. Darüber hinaus ermöglicht die Kenntnis der Stärke der Haftkraft in Abhängigkeit des Partikelgrößenspektrums die richtige Auswahl des Haftungsmechanismus bei der Modellierung des dynamischen Verhaltens der Partikeln beim Stoß. Der generelle Ansatz zur Analyse des dynamischen Stoßverhaltens eines teilelastischen Partikels mit lokaler plastischen Verformungen ist die Bilanzierung des Potentials der Haftkräfte sowie die Bilanzierung der kinetischen Energie der Partikeln beim Stoßvorgang. Daraus werden entsprechende Kriterien für die Haftung abgeleitet.



**Bild 5** Vergleich der Stärke der Haftkräfte als Funktion des Partikeldurchmessers

Die Haftwahrscheinlichkeit kann im Allgemeinen als eine mathematische Funktion des „Zustandekommens“ der Haftung formuliert werden:

$$H_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{wenn das Haftkriterium nicht erfüllt ist} \\ 1 & \text{wenn das Haftkriterium erfüllt ist} \end{cases} \quad (8)$$

Diese Funktion wird oft entsprechend der Haftsituation zur Berechnung der Haftwahrscheinlichkeit verwendet.

In zweiphasigen Strömungen umfasst der Begriff Agglomeration eine Reihe von Situationen. Dazu zählen die Agglomeration von Partikeln in der Gasphase, die Koagulation von Partikeln in der Flüssigphase, die Koaleszenz von Tropfen in der Gasphase usw. Jede Situation wurde separat untersucht und dafür jeweils ein spezifisches Haftkriterium angegeben. Dieses wird entweder direkt aus Experimenten ermittelt oder theoretisch hergeleitet und entsprechend verifiziert.

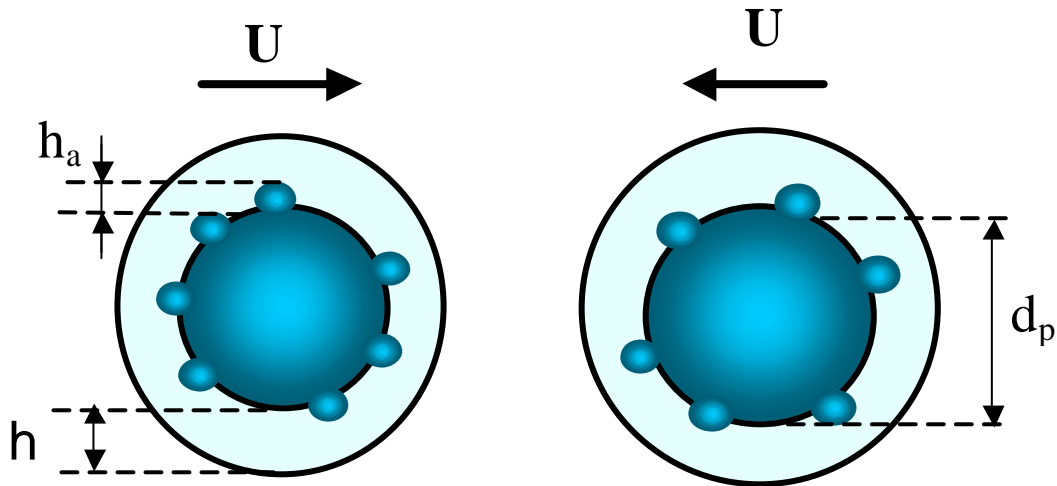
Aus der Untersuchung der Haftung von Mikrometergroßen Partikeln entwickelte Hiller (1981) sein Modell zur Berechnung der Abscheidung von Partikeln an zylindrischen Fasern bei der Staubabscheidung. Wenn zwei Partikeln kollidieren, verringert sich die kinetische Stoßenergie durch die Erzeugung einer Deformationsfläche auf der Partikeloberfläche. Die Partikeln haften auf Grund der van-der-Waals-Haftkraft. Eine Energiebilanz  $E_{k1} = E_{k2} + DE_a + E_d$  kann aufgestellt werden, wobei  $E_{k1}$  die kinetische Energie der Partikeln vor dem Stoß,  $E_{k2}$  die kinetische Energie nach dem Abprallen und  $DE_a + E_d$  der Anteil der Energie ist, welcher durch die mechanische Deformation ( $E_d$ ) und die van-der-Waals-Energie ( $DE_a$ ) dissipiert wurde. Die kritische Geschwindigkeit  $U_{kr}$  ist die Stoßgeschwindigkeit, bei der die Abprallgeschwindigkeit  $U_{Abprall}$  auf Null reduziert wird und die Partikeln an der Kugel haften bleiben. Die kritische Geschwindigkeit  $U_{kr}$  ist nach Hiller (1981) angegeben als

$$U_{kr} = \frac{1}{d_p} \frac{(1 - k_{pl}^2)^{1/2}}{k_{pl}^2} \frac{A}{\rho z_0^2 \sqrt{6 P_{pl} r_p}} \quad (9)$$

Hier sind  $k_{pl}$  die energetische Stoßzahl,  $A$  die Hamaker-Konstante,  $z_0$  der minimale Kontaktabstand und  $P_{pl}$  der materielle Fließdruck.  $d_p$  und  $r_p$  sind der Durchmesser und die Dichte der Partikeln.

Ennis et al. (1996) studierten den Einfluss der Viskosität in der pendularen Bindung, welche auftritt, wenn die Partikeln von einer Flüssigkeitsschicht umgeben sind (siehe Bild 7), und analysierten die Kräfte während der Kollision zweier Partikeln. Die Flüssigkeitsschicht bildet eine dynamische, pendulare Bindung. Die dynamische Bindung unterscheidet sich dadurch von der statischen Bindung, dass sich die Flüssigkeit in der Schicht bewegt. In diesem Fall überwiegen die viskosen Kräfte die kapillaren Kräfte um eine Größenordnung. Dadurch wird der Hauptanteil der kinetischen Energie beim Stoß dissipiert. Aus der Kräftebilanz leiteten Ennis et al. unter der Annahme, dass die kinetische Energie beim Stoß von der

Flüssigkeitsschicht dissipiert wurde, ein Kriterium für die Agglomeration der Partikeln her. Dabei wurde der Verlauf der relativen Geschwindigkeit der Partikeln vom Zeitpunkt der Berührung der flüssigen Oberfläche bis zum Moment des Beginns der Abprallphase berechnet.



**Bild 6** Zwei kollidierende Partikeln mit umhüllender Flüssigkeitsschicht (Ennis et al. 1996)

Wenn die relative Geschwindigkeit der Partikeln Null wird, findet der Agglomerationsvorgang statt. Ennis et al. definierten zwei Stokes-Zahlen, aus denen sich das Agglomerationskriterium ergibt. Die viskose Stokes-Zahl ist das Verhältnis von Trägheitskraft zu viskoser Kraft:

$$St_v = \frac{4r_p U_0 d_p}{9m} \quad (10)$$

wobei  $u_0$  die Anfangsgeschwindigkeit und  $m$  die Viskosität der Filmflüssigkeit ist. Durch Einsetzen der Randbedingung für den Fall der Agglomeration wurde aus dem Verlauf der relativen Geschwindigkeit eine kritische viskose Stokes-Zahl hergeleitet

$$St_v^* = \left(1 + \frac{1}{e}\right) \ln\left(\frac{h}{h_a}\right) \quad (11)$$

Hier ist  $e$  der Restitutionskoeffizient,  $h$  die Dicke des Flüssigkeitsfilms und  $h_a$  die Rauigkeitshöhe der Partikeloberfläche. In einem Testfall wurde  $h/h_a$  in der Größenordnung von  $h/h_a \approx 20$  eingesetzt. Falls die viskose Stokes-Zahl unter die kritische Grenze fällt, findet eine Agglomeration der Partikeln statt. Darüber hinaus haben die Autoren ihr Modell zur Charakterisierung des Agglomerationsvorgangs in einem Trommelgranulator eingesetzt.

Moseley und O'Brien (1993) untersuchten die Agglomeration von Kohlepartikeln in der Wirbelschichtfeuerung. Aus der generellen dynamischen Betrachtung des Kollisionsvorgangs ergab sich, dass sich das Bindungspotential der Schmelzschicht nur in der Abprallphase aktiviert und in dieser Phase der Anteil an kinetischer Energie dissipiert wird. Eine kritische Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Partikeltemperatur  $T$  und der Partikelsintertemperatur  $T_s$  wurde als Agglomerationskriterium vorgeschlagen:

$$U_{kr} = 3,756P_0^{5/2}G_0^{-2} \frac{(1-n_p)^2}{r_p^{1/2}} \frac{\left(\frac{T}{T_s} - 1\right)^5}{\left[1 - c_1(T - 273)^{1,3}\right]^2} \quad (12)$$

Die Konstanten in Gleichung (12) wurden aus experimentellen Daten ermittelt und haben die Werte  $P_0 = 1,27 \times 10^7 \text{ N/m}^2$ ,  $G_0 = 10^9 \text{ N/m}^2$ ,  $c_1 = 7,38 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1,3}$ .  $\nu_p = 0,3$ .  $\nu_p$  ist das Poisson'sche Verhältnis,  $r_p$  die Partikeldichte.

Arastoopour et al. (1993) untersuchten die Agglomeration von mit Polyolefin beschichteten Partikeln in einer Wirbelschicht mit Zentraljet. Zur Modellierung des Agglomerationskriteriums wurde die folgende Beziehung verwendet:

$$U_{kr} = 6\mu \mathbf{m} \left(\frac{h_1 + h_2}{2}\right)^2 \frac{m_{p1} + m_{p2}}{m_{p1}m_{p2}} \quad (13)$$

Hier ist  $\mu$  die Viskosität der Polyolefinschicht (319 Pa.s bei 190 °C),  $h_1$  und  $h_2$  sind die Dicken der Polyolefinschichten um die Partikeln 1 und 2.  $m_{p1}$  und  $m_{p2}$  sind die entsprechenden Partikelmassen.

## 2.5 Lösungsmethoden für die Populationsbilanzgleichung

Die Populationsbilanzgleichung für die Agglomeration ist eine partielle Integro-Differential-Gleichung. Analytische Lösungen für diese Gleichung existieren nur in vereinfachten und idealisierten Fällen z.B. bei diskontinuierlichen Partikelbeladungen, monodisperser Partikelgröße sowie konstanten oder linearen Kollisionsratefunktionen. Für diese Annahmen lässt sich die PBG für die zeitliche Änderung der Anzahlkonzentration  $n_k$  mit der gesamten Partikelanzahl pro Volumen  $N_\infty = \sum n_j$  vereinfachen:

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{K_{ij}}{2} \sum_{i+j=k} n_i n_j - K_{ij} n_k \sum_{i=1}^{\infty} n_i. \quad (14)$$

Sie ergibt die Lösung  $n_k = \frac{N_0 (t/\tau)^{k-1}}{(1+t/\tau)^{k+1}}$  mit  $\tau = \frac{2}{K_{ij} N_0}$ .

Durch die Agglomeration der Partikeln reduziert sich die Anzahl der Partikeln mit der Zeit. Aus der Self-Preserving-Transformation, mit der die Partikelanzahlverteilung in eine reduzierte Self-Preserving-Spektrumsfunktion  $\Psi(\mathbf{h}_v)$  der normierten Partikelvolumina

$$\mathbf{h}_v = \frac{v}{v_p} = \frac{N_{\infty} v}{\mathbf{f}_p} \quad (15)$$

transformiert wurde, leitete Friedlander et al. (1966) analytisch eine dimensionlose, von der Zeit unabhängige Lösung der PBG her:

$$n(v, t) = \frac{N_{\infty}^2}{\mathbf{f}_p} \Psi(\mathbf{h}_v) \quad (16)$$

wobei  $\mathbf{f}_p = \int_0^{\infty} n v d v$  der Volumenanteil der dispersen Phase ist. Mit dieser Lösung konnte

Friedlander für ein Aerosolsystem bei Brownscher Koagulation mit Annahme einer konstante Kollisionsratefunktion zeigen, dass sich die Partikelgrößenverteilung unabhängig von der Anfangspartikelgrößenverteilung und nach genügend langer Zeit einer Self-Preserving-Form annähert. Die Form der Self-Preserving-Partikelgrößenverteilung ist unabhängig von der Anfangspartikelgrößenverteilung. Nur Die Zeit zum Erreichen der Self-Preserving-Partikelgrößenverteilung ist abhängig von der Anfangspartikelgrößenverteilung. Für eine größenunabhängige Kollisionsratefunktion hat die Self-Preserving-Spektrumsfunktion  $\Psi(\mathbf{h}_v)$  die Form einer Exponentialfunktion:

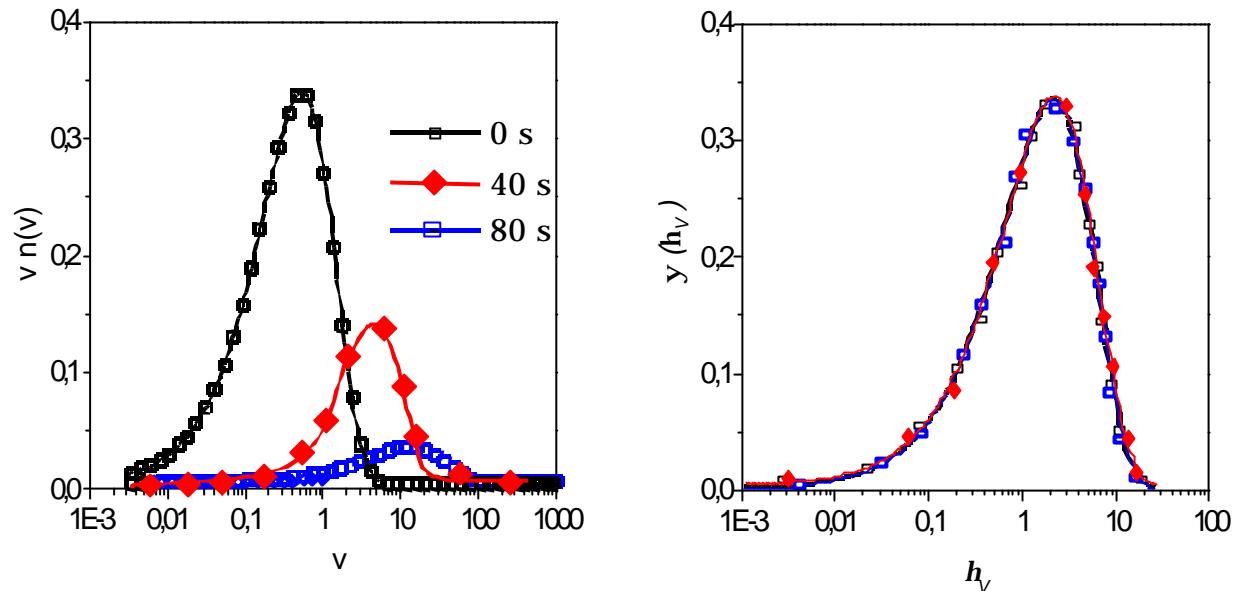
$$\Psi(\mathbf{h}_v) = \exp\left(-\frac{v}{v_p}\right) \quad (17)$$

Im Bild 7 (links) zeigen die Kurven die typische Entwicklung der Partikeldichteverteilung in einem Batchsystem. Die Verteilung verschiebt sich mit der Zeit in Richtung größerer Partikeln. Das rechte Bild zeigt die selben Daten normiert. Die Kurven haben die gleiche Form und liegen genau aufeinander. Daher werden sie als Self-Preserving bezeichnet.

In der Praxis findet man solche idealen analytischen Lösungen selten. Die Lösung der PBG muss deshalb durch numerische Methoden erfolgen. Unterschiedliche Strategien wurden bereits für diese Aufgabe entwickelt. Dazu zählen z.B. die Momenten-Methode, die



Sektionale Methode oder die Monte-Carlo-Methode, die am häufigsten verwendet werden. Im Weiteren werden die drei Methoden kurz vorgestellt.



**Bild 7** Self-Preserving Aerosolgrößenverteilung nach Friedlander (1966)

### 2.5.1 Momenten-Methode

Die Momenten-Methode ist eine standardmäßige Methode und wurde z.B. von Mätzing (1997) zur Lösung der PBG einer binären Aerosolgrößenverteilung bei Brownscher Koagulation und von Miller (1993) zur Modellierung der Batch-Kühlungs-Kristallisation erfolgreich verwendet. Die Momente einer Partikelgrößenverteilung charakterisieren die physikalischen und optischen Eigenschaften. Das nullte Moment gibt die gesamte Partikelanzahl an, das zweite und das dritte Moment repräsentieren die gesamte Oberfläche und das gesamte Volumen eines Partikelensembles. Das Prinzip der Momenten-Methode ist es, den zu schätzenden Parameter einer Verteilung mit Hilfe der Momente der Verteilung darzustellen, anschließend diese Momente durch die vergleichbaren (empirischen) Momente aus der Stichprobe zu ersetzen und derart Schätzfunktionen für unbekannte Parameter zu bestimmen.

Die Momente einer gegebenen Partikelanzahlverteilung werden wie folgt definiert:

$$M_k(v, t) = \int_0^{\infty} v^k n(v, t) dv \quad (18)$$

wobei  $k$  die Größenordnung des Moments ist. Beim Einsetzen der Momente in die PBG fallen die Integrale mit den internen Variablen weg. Dann sind die Variablen der Bilanzgleichung die Momente der Partikelanzahlverteilung. Bei Multiplikation der PBG mit  $v^k$  ergeben sich z.B. die Bilanzgleichungen für die Änderung der  $k$ -ten Momente (Kumar & Ramkrishna 1996):

$$\frac{d}{dt} M_k(v, t) = -\frac{1}{2} \int_0^{\infty} dv \int_0^{\infty} dv' \left[ v^k + v'^k - (v+v')^k \right] K(v, v') n(v, t) n(v', t) \quad (19)$$

oder in diskretisierter Form als:

$$\frac{dM_k}{dt} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \left[ x_i^k + x_j^k - (x_i + x_j)^k \right] K_{i,j} N_i(t) N_j(t) \quad (20)$$

Die resultierenden Gleichungen sind ein System gewöhnlicher Differentialgleichungen mit ähnlicher Grundstruktur. Bei Vorgabe einer geeigneten Größenverteilungsfunktion (z.B. log-normal) und einer Kollisionsratefunktion kann das Gleichungssystem mit gängigen numerischen Lösungsverfahren gelöst werden. Die Ergebnisse sind zeitliche Verteilungen der statistischen Mittelwerte (Momente) einer Partikelgrößenverteilung.

Der Vorteil dieser Methode ist die niedrige Anzahl der zu lösenden Differentialgleichungen (vier bis sechs Gleichungen). Der Nachteil liegt darin, dass diese Methode nur für größenunabhängige Kollisionsratefunktionen angewendet werden kann. Es ist außerdem schwierig, eine komplette Partikelgrößenverteilung aus den ermittelten Werten der Momente zu rekonstruieren.

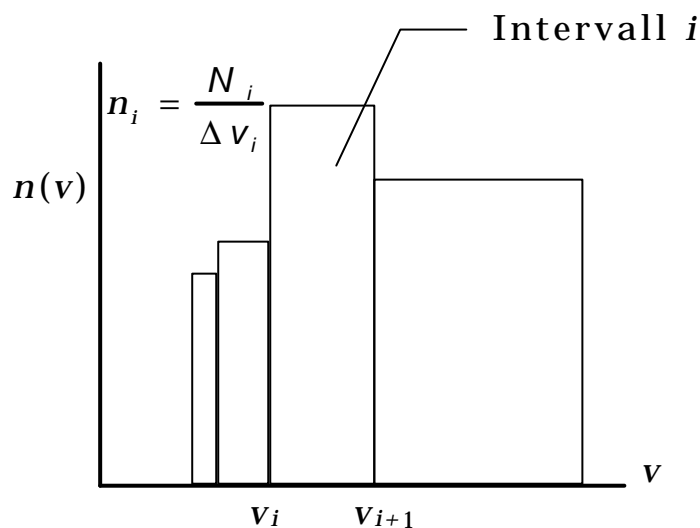
### 2.5.2 Sektionale Methode

Eine sehr populäre Methode zur Lösung der Populationsbilanzgleichung ist die Sektionale Methode von Hounslow et al. (1988). Bei dieser Methode wird die Partikelgrößenverteilung in diskrete Sektionen unterteilt. Dann wird die kumulative Partikelgrößenverteilung durch eine Serie von Treppenfunktionen beschrieben:

$$n(v, t) = \sum_{i=1}^M N_i \mathbf{d}(v - v_i) \quad (21)$$

Man verwendet eine Technik geometrischer Größenaufteilung, d.h. jedes Intervall zwischen zwei Partikelvolumina hat die doppelte Breite des vorherigen Intervalls (siehe Bild 8). Dadurch lässt sich die Anzahlfraktion der Partikeln der Klasse  $i$  aus der gesamten Partikelanzahl und dem Volumen der Partikel der ersten Klasse berechnen:

$$n_i = \frac{N_i}{v_{i+1} - v_i} = \frac{N_i}{v_i} = \frac{N_i}{v_1 2^{i-1}} \quad (22)$$



**Bild 8** Geometrische Aufteilung einer Größenverteilung bei der Sektionalen Methode

Als nächstes wird für jede Sektion eine gewöhnliche Differentialgleichung aus der PBG hergeleitet. Das erhaltene Gleichungssystem hat die folgende Form:

$$\frac{dN_i(t)}{dt} = k_v N_{i-1} \sum_{j=1}^{i-2} 2^{j-i+1} K_{i-1,j} N_j + \frac{1}{2} K_{i-1,i-1} N_{i-1}^2 - k_v N_i \sum_{j=1}^{i-1} 2^{j-i} K_{i,j} N_j - N_i \sum_{j=i}^M K_{i,j} N_j \quad (23)$$

Der erste Term der rechten Seite beschreibt die Erzeugung von Partikeln der Sektion  $i$  durch Agglomeration der Partikeln der Sektion  $i-1$  mit allen anderen Partikeln der Sektionen  $1$  bis  $i-1$ . Der zweite Term beschreibt die Entstehung von Partikeln der Sektion  $i$  durch Agglomeration von Partikeln der Sektion  $i-1$ . Der dritte Term gibt das Verschwinden von Partikeln der Sektion  $i$  durch Agglomeration der Partikeln dieser Klasse mit Partikeln aus anderen Sektionen von  $1$  bis  $i-1$  zur Bildung größerer Partikeln der nächsten Sektion an. Der

vierte Term beschreibt das Verschwinden von Partikeln der Sektion  $i$  durch Agglomeration mit Partikeln aus größeren Klassen. Die Gleichungen (23) geben die korrekte Lösung der Änderung der Partikelanzahl an. Für das dritte Moment (Partikelvolumen) ist die Gleichung jedoch nicht erfüllt, so dass Hounslow et al. (1988) einen Volumenkorrekturfaktor  $k_v$  einführen. Bei Formulierung dieser Gleichung für das Partikelvolumen muss der Wert  $k_v = 2/3$  in die Gleichung eingesetzt werden, sonst ist  $k_v = 1$ .

Nach der Diskretisierung der Partikelgrößenverteilung in eine bestimmte Anzahl an Sektionen ist die Anzahl der Gleichungen gleich der Anzahl der Sektionen. Alle Gleichungen müssen simultan gelöst werden. Hounslow et al. (1988) führten diese Methode zur Modellierung des Kristallisationsprozesses ein. Adetayo et al. (1997) setzen sie zur Simulation des Granulationsprozesses von Düngemitteln ein.

### 2.5.3 Stochastische Methode

Alternativ kann die PBG mit Hilfe numerischer Simulationsmethoden gelöst werden. Eine bekannte stochastische Simulationsmethode ist die Monte-Carlo-Simulation (MCS). Bei der MCS wird im Raum eine große Anzahl von Trajektorien der dispersen Phase erzeugt. Aus der Verteilung der betrachteten lokalen Eigenschaft der dispersen Phase werden die anzahlgemittelten Werte der Eigenschaften der dispersen Phase abgeschätzt. Bei dieser Methode werden z.B. die Kollisionen (Agglomeration) der Partikeln durch Computer simuliert (Pearson et al. 1984). Aus der Kollisionsratefunktion wird dann die Kollisionswahrscheinlichkeit berechnet. Die Auswahl des möglichen Partikelkollisionspaares erfolgt mit Hilfe einer Sequenz von Zufallszahlen. Für jedes Partikelpaar wird die Kollisionswahrscheinlichkeit mit einer Zufallszahl verglichen. Eine Kollision (Agglomeration) findet statt, wenn die Kollisionswahrscheinlichkeit größer als die Zufallszahl ist. Dadurch lässt sich die Anzahl der Kollisionen sowie Agglomerationen in einem Zeitintervall bestimmen. Die Partikelanzahlverteilung kann nach jedem Zeitintervall neu berechnet werden (Lee & Matsoukas 2000, Liffman 1992).

Im Vergleich zu den anderen vorgestellten Methoden vermeidet die MCS die Notwendigkeit zur Lösung des Integro-Differential-Populationsbilanzgleichungssystems, welches sich für eine Partikelverteilung mit vielen Klassen und Eigenschaften verkompliziert. Weiterhin

ermöglicht diese Methode die vereinfachte Berücksichtigung der Agglomeration sowie der Fragmentation von Partikeln, welche in analytischer Form schwierig in die PBG zu implementieren sind. Diese Eigenschaft macht die MCS zu einem wertvollen Werkzeug für die numerische Ermittlung der zeitlichen Entwicklung von Partikelsystemen. Monte-Carlo-Simulationen sind sehr rechenaufwendig, da eine hohe Anzahl an Partikeln ( $10^4$  bis  $10^6$  Partikeln) simuliert werden muss, um die exakten, statistisch relevanten Ergebnisse zu erzielen.

Die MCS wurde erfolgreich für unterschiedliche Fälle eingesetzt. Kaye (1997) z.B. benutzte die MCS zur Modellierung des Pulver-Mischungsprozesses. Lee & Matsoukas (2000) verwendeten die „Constant-N-MCS“ zur Lösung der PBG, wobei Agglomeration und Fragmentation von Partikeln gleichzeitig zusammenwirken. Wassen (1998) implementierte den MCS-Algorithmus auf einem Parallelrechner zur Berechnung der lokalen Verteilung von Partikeln im horizontalen Strömungskanal bei Berücksichtigung der Partikelkollisionen.

Im Rahmen des Euler/Lagrangeschen Verfahrens entwickelte Sommerfeld (1996) ein stochastisches Partikel-Partikel-Kollisionsmodell, welches dem MCS-Algorithmus sehr ähnelt. Diese Methode wird hier in der Arbeit zur Analyse der Bedeutung der Partikelagglomeration in turbulenten, partikelbeladenen Strömungen verwendet und weiter ausgebaut. Auf die Details dieser Methode wird im Kapitel 3 eingegangen.

### 3 Das Euler/Lagrange-Verfahren für die Berechnung von Zweiphasenströmungen

Das sogenannte Euler/Lagrange-Verfahren eignet sich besonders für die numerische Berechnung disperser Zweiphasenströmungen. Bei diesem Verfahren wird die kontinuierliche Phase durch Lösung der Reynoldsgemittelten Erhaltungsgleichungen in Verbindung mit einem geeigneten Turbulenzmodell berechnet. Die disperse Phase wird simuliert, indem eine Vielzahl von Partikeln unter Beachtung der auf sie wirkenden Kräfte durch das zuvor berechnete Strömungsfeld verfolgt werden. Die Eigenschaften der dispersen Phase werden dabei durch Anzahlmittelung erhalten. Dem Einfluss der dispersen Phase auf die Fluidströmung wird durch geeignete Quellterme in den Erhaltungsgleichungen der kontinuierlichen Phase Rechnung getragen. Zu den Vorteilen des Euler/Lagrangeschen Verfahrens zählen im Wesentlichen:

- ✓ einfache Berücksichtigung der Partikelgrößenverteilung,
- ✓ Berücksichtigung der für die Partikelbewegung relevanten Kräfte entsprechend dem Newton'schen Axiom,
- ✓ anschauliche Modellierung der physikalischen Effekte, wie z.B. Partikel-Wand-Kollisionen, Partikel-Partikel-Kollisionen und Partikelagglomeration.

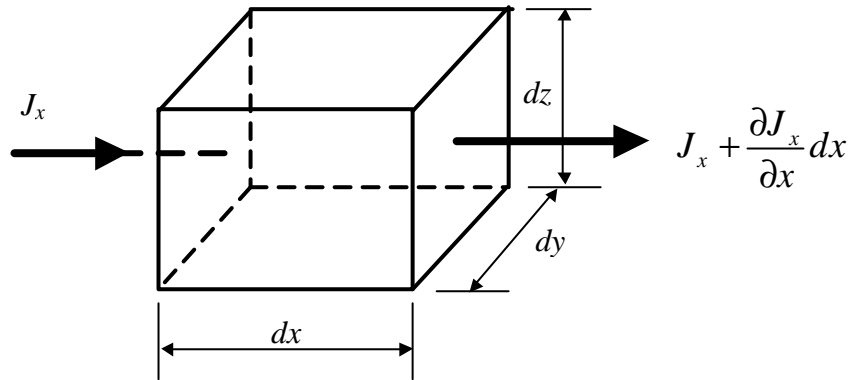
#### 3.1 Berechnung der Fluidströmung

Die Erhaltungsgleichungen von Masse und Impuls über einem infinitesimalen Kontrollvolumen (siehe Bild 9) wird durch die Bilanzierung des Flussvektors der interessierenden Variable (wie z.B. des Massenflusses, der Geschwindigkeitskomponenten, der turbulenten kinetischen Energie) über das betrachtete Kontrollvolumen erhalten. Man kann eine allgemeine, differentielle Transportgleichung für eine beliebige Variable  $\phi$  formulieren:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \text{div}(\rho U \phi) = \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad} \phi) + S_\phi \quad (24)$$

Nach dem Erhaltungsprinzip setzt man die zeitliche Änderung des Flussvektors der Variable  $\phi$  und den konvektiven Transport (Transport durch die gemittelte Strömungsgröße) gleich dem

diffusiven Transport (Transport durch den Konzentrationsgradienten) und einem Quellterm (Generation oder Verlust sowie Wirkung von äußeren Kräften).  $\Gamma_\phi$  und  $S_\phi$  sind dabei der spezifische Diffusionskoeffizient und der Quellterm für die interessierende Variable  $\phi$ .



**Bild 9** Flussbilanz in x-Richtung an einem Volumenelement (Patankar, 1980)

In technischen Strömungen treten oft Turbulenzerscheinungen auf, so dass die Lösung des momentanen Fluidgeschwindigkeitsfeldes nicht mehr das allgemeine Erscheinungsbild des Strömungsfelds wiedergibt. Zusätzliche Informationen über die turbulenten Eigenschaften des Strömungsfelds werden benötigt. Deshalb wird die Turbulenz mit einem statistischen Ansatz beschrieben. Man stellt sich die turbulente Strömung als eine Überlagerung der Grundströmung durch eine ungeordnete, stochastische Bewegung vor und spaltet die turbulenten Strömungsgrößen in Mittelwert und Schwankungsgröße auf. Diese Reynolds'sche Zerlegung wird in die Transportgleichung eingesetzt. Dies ergibt die Grundgleichungen für die Euler'sche Berechnung auf der Basis zeitgemittelten Erhaltungsgleichungen für turbulente Strömungen:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho U_i) = 0 \quad \text{und} \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u_i u_j} \right) - \frac{\partial p}{\partial x_j} + S_u \quad (26)$$

In der Impulstransportgleichung (26) taucht zusätzlich ein Tensor 2. Ordnung auf, welcher die Korrelation der Schwankungsbewegungen darstellt. Dieser Tensor wird als der Reynolds-spannungstensor bezeichnet. Er beschreibt den Transport des mittleren Impulses durch die turbulenten Fluktuationen. Durch die Anwesenheit des unbekanntes Reynolds-

spannungstensors ist das Gleichungssystem nicht geschlossen, d.h. die Zahl der Unbekannten übersteigt die Zahl der verfügbaren Gleichungen. Das Problem ist auch nicht durch das Aufstellen einer neuen Transportgleichung für den Reynoldsspannungstensor zu beheben, da in dieser Gleichung erneut unbekannte Terme auftreten. Auf Grund des sogenannten Schließungsproblems ist man bei diesem Ansatz zur Modellierung des Reynolds-Spannungstensors gezwungen.

## 3.2 Turbulenzmodellierung der Fluidphase

Zur Modellierung des Reynolds-Spannungstensors wurden folgende Strategien eingesetzt, die zu unterschiedlichen Klassen von Turbulenzmodellen gehören. Zu den Modellen der Schließung erster Ordnung zählen das algebraische Modell, das Eingleichungsmodell und das  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell. Zu den Modellen der Schließung zweiter Ordnung gehören das Reynoldsspannungs-Transportmodell und das Algebraische Reynoldsspannungsmodell.

### 3.2.1 Das $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell

Das  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell ist das meist verwendete statistische Turbulenzmodell zur Schließung der Erhaltungsgleichungen. Es beschreibt die Reynolds-Spannungen durch die Wirbelviskosität. Die turbulente Wirbelviskosität steht im Zusammenhang mit der turbulenten kinetischen Energie und ihrer Dissipationsrate:

$$\nu_T = C_\mu k^2 / \epsilon \quad (27)$$

Diese Beziehung ergibt sich aus der Energiebilanz, wobei ein Gleichgewicht zwischen der Dissipationsrate und der Produktion der turbulenten kinetischen Energie angenommen wird. Für Strömungen mit hoher Reynoldszahl ist diese Annahme gültig. In der obigen Beziehung hat die Modellkonstante  $C_\mu$  den Wert 0,09 und wurde aus experimentellen Beobachtungen ermittelt. Nun richtet sich das Problem im  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell auf die Lösung der Transportgleichungen für zwei skalare Größen. Dabei werden die zeitliche und die räumliche Verteilung von  $k$  und  $\epsilon$  im Rechengebiet ermittelt. Die exakten Gleichungen für den Transport der turbulenten kinetischen Energie  $k$  sowie von  $\epsilon$  werden aus der Transportgleichung für die Reynoldsspannung abgeleitet. Zur Schließung der Gleichung müssen jedoch nicht schließende



Terme wie der Transport und der Druck-Diffusions-Term durch das Gradienten-Transportmodell angenähert werden. Die modellierten Gleichungen für  $k$  und  $\varepsilon$  können zusammengefasst dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \partial_t k + U_j \partial_j k &= P - \varepsilon + \partial_j \left( (v + v_T) \partial_j k \right) \\ \partial_t \varepsilon + U_j \partial_j \varepsilon &= \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P - C_{\varepsilon 2} \varepsilon) + \partial_j \left( \left( v + \frac{v_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \partial_j \varepsilon \right) \end{aligned} \quad (28)$$

In den Gleichungen steht  $P$  für die Turbulenzproduktion und beschreibt die Erzeugung turbulenter Fluktuationen durch Schergradienten im mittleren Strömungsprofil. Mit der Definition  $P \equiv \overline{u_i u_j} \partial_j U_i$  kann der Produktionsterm für inkompressible Strömungen in Verbindung mit dem Boussinesq-Ansatz formuliert werden  $P = 2\nu_T S_{ij} S_{ji}$ , wobei  $S_{ij} = 1/2 [\partial_i U_j + \partial_j U_i]$  die Scherspannungsrate ist.

Der Ansatz von Boussinesq ist allgemein bekannt:

$$-\overline{u_i u_j} = 2\nu_T S_{ij} - 2/3 k \delta_{ij} \quad (29)$$

Bei ihm wird angenommen, dass analog zum laminaren Strömungsverhalten die turbulente Reynoldsspannung  $\overline{u_i u_j}$  proportional zum mittleren Geschwindigkeitsgradienten mit der turbulenten Wirbelviskosität  $\nu_T$  als einem Faktor ist. Die Konstanten des k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells sind in Tabelle 2 aufgelistet.

**Tabelle 2** Konstanten des k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells

$C_\mu$	$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	$S_k$	$S_\varepsilon$
0,09	1,44	1,92	1,00	1,30

Die Anwendung des k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells in der unmittelbaren Nähe der Wand ist stark fehlerbehaftet, da die Viskositätseinflüsse in Wandnähe im Modell nicht korrekt beschrieben wurden. Als Ausweg bieten sich inzwischen mehrere Methoden an. Eine Methode ist die Benutzung einer Dämpfungsfunktion (Launder & Sharma 1974) zur Dämpfung der Wirbelviskosität in Wandnähe. Diese führte zur Entwicklung des „Low-Reynolds-number“-Modells (einer Modifikation des k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodells). Eine andere Methode ist die Verwendung einer Wandfunktion. Dabei wird der Verlauf der Turbulenz und der mittleren Geschwindigkeit in Wandnähe durch ein vorgeschriebenes Profil, das universale Wandgesetz, festgelegt. Die Turbulenz im Strömungsfeld, welches sich genügend weit von der

Wandoberfläche entfernt befindet, wird weiterhin mit dem k-ε-Turbulenzmodell berechnet. Beide Vorhersageregionen überlappen sich in der logarithmischen Grenzschichtregion. Eine weitere Methode ist das Zwei-Schichten-Modell (Chen & Patel 1988). Bei dieser Methode wird das Strömungsfeld im Wandbereich mit einem Eingleichungsmodell wiedergegeben, und weit entfernt von der Wand, wo der Viskositätseinfluss vernachlässigbar ist, wird das k-ε-Turbulenzmodell verwendet.

Beim Eingleichungsmodell wird die modellierte k-Gleichung benutzt und die ε-Gleichung durch eine algebraische Formel  $\varepsilon = k^{1.5} / l_e$  ersetzt. Das Dissipationslängenmaß  $l_e$  in der Wandgrenzschicht ist eine Funktion des Wandabstands  $y$  (Kohnen 1997):

$$l_e = \frac{k C_m^{-3/4} y}{1 + 5,3 / \text{Re}_y} \quad (30)$$

Außerdem wird die Wirbelviskosität mit einem Abstandslängenmaß  $l_m$  welches die Dämpfung der Wirbelviskosität zur Wand annähernd modelliert, berechnet:

$$\mathbf{n}_T = C_m k^{0,5} \cdot l_m \quad (31)$$

Kohnen (1997) liefert die Beziehung für das Abstandslängenmaß  $l_m$ :

$$l_m = \kappa C_\mu^{-3/4} y \left( 1 - \exp\left(-\frac{\text{Re}_y}{A_\mu}\right) \right) \quad (32)$$

Dabei nimmt die Konstante  $A_\mu$  den Wert 50,5 an, und die Reynoldszahl  $\text{Re}_y$  ist durch  $\text{Re}_y = \frac{k^{0,5} y}{\mathbf{n}}$  definiert. Der Wechsel vom Eingleichungs-Turbulenzmodell zum Standard-k-ε-

Turbulenzmodell erfolgt bei der Bedingung  $l_m > 0,95$ .

### 3.2.2 Das Reynoldsspannungs-Transportmodell

Das k-ε-Turbulenzmodell ist wegen der einfachen Handhabung weit verbreitet. Für viele Strömungsprobleme ergeben sich durch seine Anwendung gute Übereinstimmungen mit experimentellen Untersuchungen. Die Anwendung bei komplexeren Strömungsproblemen zeigt jedoch eine Reihe von Schwachstellen. Ursache dafür ist die Verwendung von vereinfachten Annahmen bei der Turbulenzmodellierung:

- ✓ Eingeschränkte Verwendbarkeit durch die linear vorgegebene Spannungs-Deformationsrate-Beziehung. Dadurch ergeben sich Unzulänglichkeiten bei der Beschreibung von Strömungen, die nicht durch einen spektralen Gleichgewichtszustand gekennzeichnet sind.
- ✓ Unempfindlichkeit bezüglich der Orientierung der turbulenten Strukturen und der Anisotropie der Normalspannung.

Diese genannten Defizite können durch die Anwendung eines Reynoldsspannungs-Transportmodells (RSTM) ausgeglichen werden. Im Unterschied zum Standard-k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell wird die Reynoldsspannung beim Reynoldsspannungs-Transportmodell aus den modellierten Transportgleichungen bestimmt. Beim Reynoldsspannungs-Transportmodell werden Transportgleichungen für die sechs Reynolds'schen Spannungskomponenten aufgestellt. Diese lauten in kartesischen Koordinaten wie folgt:

$$\frac{\partial(\overline{\rho u_i u_j})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho U_k u_i u_j})}{\partial x_k} = P_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij} - \rho \epsilon_{ij} \quad (33)$$

Die Terme auf der rechten Seite der Gleichung (33) können wie folgt interpretiert werden. Der turbulente Diffusionsterm  $D_{ij}$ , welcher den Vorgang des Turbulenztransports durch die turbulenten Fluktuationen, die Druckschwankungen und die viskosen Kräfte darstellt, wird durch die Anwendung des Gradientendiffusionsansatzes modelliert:

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} (C_s \mathbf{r}_f u_k u_l \mathbf{e} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}) \quad (34)$$

Der Produktionsterm ist eine exakte Größe und kann durch:

$$P_{ij} = -\rho_f (u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \quad (35)$$

ausgedrückt werden. Der Umverteilungsterm (oder Druck-Scher-Korrelationsterm)  $F_{ij}$  in der Reynoldsspannungsgleichung beschreibt den Umverteilungsprozess, bei dem durch die Druck-Spannungs-Wechselwirkung das Turbulenzfeld beeinflusst wird. Dadurch nähert sich das Strömungsverhalten isotroper Turbulenz an. Die Modellierung der Druck-Scher-Korrelation ist entscheidend für die Bestimmung der Reynoldsspannung aus ihrer Transportgleichung. Der Umverteilungsterm wird oft als eine Linearkombination aus drei Komponenten modelliert. Das sind ein Turbulenz-Turbulenz-Wechselwirkungsterm oder „slow-Term“  $F_{ij,l}$ , ein Turbulenz-mittlere Strömung-Wechselwirkungsterm oder „Rapid-

Term“  $F_{ij,2}$  und ein Wand-Reflektionsterm  $F_{ijw}$ . Die Definition des Umverteilungsterms lautet:

$$\Phi_{ij} = \Phi_{ij,1} + \Phi_{ij,2} + \Phi_{ijw} \quad (36)$$

Für die einzelnen Komponenten erhält man schließlich:

$$\Phi_{ij,1} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \overline{(u_i u_j - \frac{\delta_{ij}}{3} u_k u_k)} \quad (37)$$

$$\Phi_{ij,2} = -C_2 (P_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} P_{kk}) \quad \text{mit} \quad P_{kk} = \frac{1}{2} P_{ij} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ijw} = & - C_1' \frac{\mathbf{e}}{k} \overline{(u_k u_m n_k n_m \mathbf{d}_{ij} - \frac{3}{2} u_k u_i n_k n_i - \frac{3}{2} u_k u_j n_k n_j)} \cdot f \\ & - C_2' (\Phi_{km,2} n_k n_m \mathbf{d}_{ij} - \frac{3}{2} \Phi_{ik,2} n_k n_i - \frac{3}{2} \Phi_{jk,2} n_k n_j) \cdot f \end{aligned} \quad (39)$$

Bei der letzten Komponente stellt  $n_i$  den wandnormalen Einheitsvektor in i-Richtung dar,  $f$  ist eine skalare Funktion des Orts und der Wandgeometrie und ergibt sich mit  $\mathbf{Dn}$  als dem wandnormalen Abstand zu:

$$f = C_m^{0,75} \frac{k^{1,5}}{\mathbf{e} \mathbf{k} \Delta n} \quad (40)$$

Für die Dissipationsrate  $\mathbf{e}_{ij}$  wird lokale Isotropie der dissipativen Bewegung vorausgesetzt:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \rho_f \delta_{ij} \varepsilon \quad (41)$$

Die Dissipationsrate der Energie wird aus der selben Transportgleichung wie beim k- $\varepsilon$ -Turbulenzmodell bestimmt. Der Satz der Konstanten im Fall des RSTM ist in Tabelle 3 aufgeführt.

**Tabelle 3** Konstanten des Reynoldsspannungs-Transportmodells

$C_\mu$	$C_1$	$C_2$	$C_1'$	$C_2'$	$C_s$	$C_\varepsilon$	$C_{\varepsilon_1}$	$C_{\varepsilon_2}$
0,09	1,8	0,6	0,5	0,3	0,22	0,18	1,45	1,9

Um bei der Benutzung des RSTM das Problem der hohen Anzahl der Gitterpunkte zur Auflösung der turbulenten Grenzschicht an der Wand zu umgehen, wurde die Methode der Wandfunktion benutzt. Das Geschwindigkeitsprofil im logarithmischen Bereich der turbulenten Grenzschicht (oder der Trägheitsunterschicht) wurde mit dem universalen Wandgesetz beschrieben:

$$u^+ = \frac{\overline{v_m}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \quad (42)$$

wobei  $\overline{v_m}$  die mittlere Geschwindigkeit parallel zur Wand ist,  $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$  die Schergeschwindigkeit,  $t_w$  die Scherspannung an der Wand, B eine empirische Konstante und  $y^+$  der dimensionlose Abstand von der Wand ( $y^+ = y u_\tau / \nu$ ). Die Trägheitsunterschicht fängt bei  $y^+ > 30$  an. In der viskosen Unterschicht ändert sich die Geschwindigkeit linear zum Abstand von der Wand, so ist  $u^+ = y^+$  für  $y^+ < 5$ .

### 3.3 Numerische Lösungsmethode zur Berechnung des Fluidströmungsfeldes

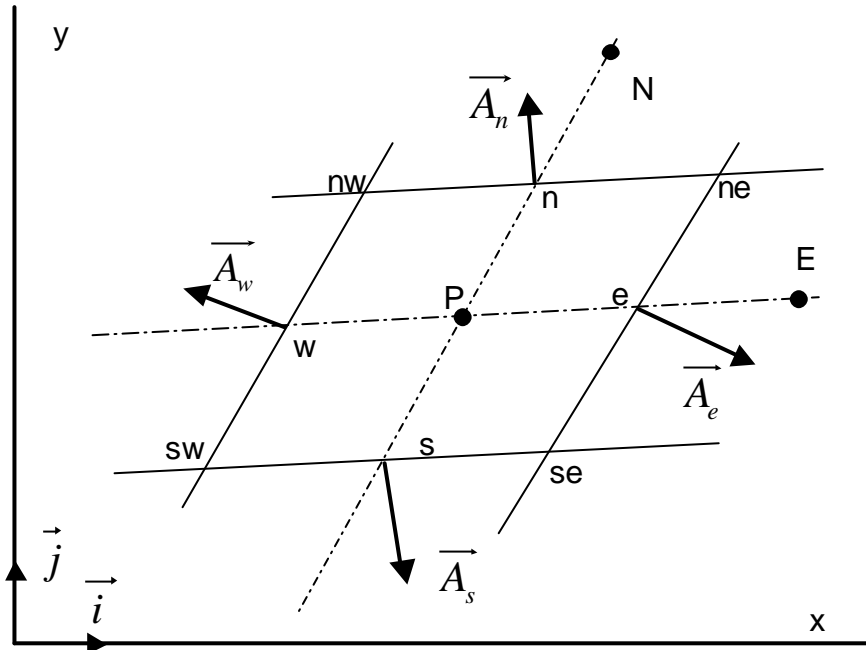
Das angegebene Transportgleichungssystem ist bei der Anwesenheit von turbulenten Größen im Allgemeinen nicht analytisch lösbar. Die Lösung dieses Gleichungssystems kann nur über Approximation und iterativ auf numerischem Weg durch Einsatz von Computern erfolgen. Diese Methode ist für komplexe Strömungsgeometrien geeignet. Das in der Arbeit verwendete Lösungsverfahren ist die Finite-Volumen-Methode (FVM) (Patankar 1980, Peric 2000). Der vorliegende Abschnitt dient der Erläuterung des Prinzips der FVM. Es beschränkt sich deshalb auf die Lösung von stationären und zweidimensionalen Strömungsproblemen.

Bei der FVM wird das Berechnungsgebiet in eine Vielzahl von Kontrollvolumina unterteilt. Das numerische Gitter stellt die Grenzflächen zwischen den Kontrollvolumina dar. Die Variablen sind im Mittelpunkt des Kontrollvolumens definiert und ergeben sich als lokale Mittelwerte über das Kontrollvolumen. Für die FVM wird die allgemeine Transportgleichung über ein Kontrollvolumen integriert, wobei das Gauß'sche Theorem benutzt wird, um das Volumenintegral in ein Oberflächenintegral umzuwandeln:

$$\int_A \mathbf{r} f U_i \cdot \overline{n}_i dA = \int_A \Gamma_f \text{grad} \mathbf{f} \cdot \overline{n}_i dA + \int_\Omega S_f d\Omega \quad (43)$$

Bild 10 zeigt ein Kontrollvolumen in einem zweidimensionalen, nicht orthogonalem Gitter. Bei der FVM werden zunächst die Integrale in der Gleichung (43) ausgewertet, und die Gleichung wird linearisiert. Es werden konstante Massenflüsse entlang der Kontrollvolumengrenzflächen und konstante Quellterme im Kontrollvolumen angenommen. Die Kontinuitätsgleichung kann wie folgt diskretisiert werden:

$$(\rho UA)_e - (\rho UA)_w + (\rho VA)_n - (\rho VA)_s = J_e - J_w + J_n - J_s = 0 \quad (44)$$



**Bild 10** Kontrollvolumen in einem zweidimensionalen Gitter mit verwendeter Normenklatur (FASTEST-Bedienungsanleitung)

In der allgemeinen Transportgleichung für eine beliebige Variable oder skalare Größe werden die konvektiven Flüsse durch die Grenzflächen Ost (e) und Nord (n) wie folgt approximiert:

$$J_e^C \approx (\rho \vec{U} \cdot \vec{A})_e \phi_e = \rho_e [U(y_n - y_s) - V(x_n - x_s)]_e \cdot \phi_e \quad (45)$$

$$J_n^C \approx (\rho \vec{U} \cdot \vec{A})_n \phi_n = \rho_n [V(x_e - x_w) - U(y_e - y_w)]_n \cdot \phi_n \quad (46)$$

Die diffusiven Flüsse durch die Grenzflächen Ost und Nord ergeben sich zu:

$$J_e^D \approx -\Gamma_{f,e} \left( \frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j \right)_e \cdot \vec{A}_e = -\frac{\Gamma_{f,e}}{\delta V_e} \left\{ (\mathbf{f}_E - \mathbf{f}_P) [(y_n - y_s)_e^2 + (x_n - x_s)_e^2] - (\mathbf{f}_n - \mathbf{f}_s)_e [(y_E - y_P)(y_n - y_s)_e + (x_E - x_P)(x_n - x_s)_e] \right\} \quad (47)$$

$$J_n^D \approx -\Gamma_{\phi,n} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} i + \frac{\partial \phi}{\partial y} j \right)_n \cdot \vec{A}_n = -\frac{\Gamma_{\phi,n}}{\delta V_n} \left\{ (\phi_N - \phi_P) [(y_e - y_w)_n^2 + (x_e - x_w)_n^2] - (\phi_e - \phi_w)_n [(y_N - y_P)(y_e - y_w)_n + (x_N - x_P)(x_e - x_w)_n] \right\} \quad (48)$$

Das Integral des Quellterms ist definiert als:

$$S = \int_{\Omega} S_f d\Omega \approx (S_f)_P \mathbf{d}\Omega \quad (49)$$

Beim Einsetzen aller diskretisierten Terme in die Transportgleichung erhält man eine lineare Gleichung der Form:

$$a_P \phi_P = \sum_{NB} a_{NB} \phi_{NB} + S_{\phi} \quad (50)$$

Hierin wird der Wert der Variable  $f$  im Mittelpunkt P aus den Werten der benachbarten Zellen (mit dem Index  $NB$ ) berechnet. Dabei sind  $a_P$  und  $a_{NB}$  die Transportkoeffizienten und zugleich kurzgefasste Ausdrücke für die diffusiven und konvektiven Massenströme.

Auf der Grundlage der bereits beschriebenen räumlichen Diskretisierung berechnet das numerische Verfahren Werte der Transportgröße  $\phi$  an den Gitterknoten, d.h. im Mittelpunkt der Bilanzzelle. Die diffusiven und konvektiven Flüsse enthalten jedoch die Werte auf den Begrenzungslinien des Kontrollvolumens. Um diese Werte zu bestimmen, müssen Interpolationsverfahren eingesetzt werden. Diese Interpolationswerte werden mit Hilfe des sogenannten Diskretisierungsschemas ermittelt. Für die Funktionswerte wird oft das Upwind-Schema (UDS) verwendet:

$$f_e = \begin{cases} f_P & \text{für } J_e \geq 0 \\ f_E & \text{für } J_e < 0 \end{cases} \quad (51)$$

Beim Zentrale-Differenzen-Schema (CDS) gilt:

$$\phi_e = \frac{1}{2}(\phi_E + \phi_P) \quad (52)$$

Das Flux-Blending-Approximationsschema kombiniert das CDS mit dem UDS. Beide Verfahren werden mit dem Parameter  $\gamma$  gewichtet.

$$\phi_e = \gamma\phi_{e,CDS} - (1 - \gamma)\phi_{e,Upwind} \quad (53)$$

Das Lösungsverfahren mit dem Upwind-Schema ist immer stabil, da die resultierenden Koeffizienten stets positiv sind. Bei Verwendung des Upwind-Schemas tritt verstärkt numerische Diffusion auf, da die Upwind-Interpolation nur erster Ordnung genau ist. Das CDS-Schema hat eine Genauigkeit zweiter Ordnung, die Stabilität der Lösung jedoch wird reduziert. Negative konvektive Transportterme  $J_i^C$ , die bei der CDS-Interpolation zwangsläufig auftreten, stören nachhaltig die Stabilität des numerischen Verfahrens, sobald ihr Betrag den des diffusiven Austauschterms  $J_i^D$  übersteigt (Peric 2000).

Die Koeffizienten der linearen Gleichung haben die folgende, endgültige Form:

$$\begin{aligned} a_E &= D_E + \max(-F_e, 0) \\ a_W &= D_W + \max(F_w, 0) \\ a_N &= D_N + \max(-F_n, 0) \\ a_S &= D_S + \max(F_s, 0) \end{aligned} \quad (54)$$

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} + S_p \quad (55)$$

Die Koeffizienten  $D_i$  und  $F_i$  sind die aus den impliziten Gleichungen abgeleiteten Faktoren für die diffusiven und konvektiven Flüsse.

Das Ziel des Lösungsverfahrens ist die simultane Lösung der Kontinuitätsgleichung, der Impulsgleichung und der Gleichung für die skalare Strömungsgrößen. Unbekannt sind zunächst, bei Vernachlässigung skalarer Größen, der Geschwindigkeitsvektor und der Druck. In den Impulstransportgleichungen stehen noch die zusätzlichen Beiträge der Druckgradienten, welche bei der Behandlung der allgemeinen Transportgleichung als Quellterm aufgefasst wurden. Für die Berechnung der Geschwindigkeitsvektoren muss der Druckgradient bekannt sein. Hier in der Arbeit wird das Druckkorrekturverfahren verwendet. Dazu wird die Impulsgleichung für die gestaffelte Gitteranordnung diskretisiert. Jede Geschwindigkeitskomponente wird auf der zu ihr senkrechten Kontrollvolumenwand gespeichert. Aus der Kontinuitätsgleichung wird die Diskretisierungsgleichung für die Druckkorrektur abgeleitet. Diese Gleichungen bilden die Grundlage für den SIMPLE-Algorithmus (nach Spalding 1972, Patankar 1980), der in der Arbeit als eine iterative Methode zur Lösung des Druck-Geschwindigkeits-Kopplungsproblems angewendet wurde. Die Lösungsschritte lauten wie folgt:

1. Die Impulsgleichung kann nur gelöst werden, wenn das Druckfeld gegeben ist oder geraten wird. Es wird ein Druckfeld  $p^*$  angenommen.
2. Mit diesem Druckfeld wird die Impulsgleichung gelöst. Die dabei bestimmten Geschwindigkeitsvektoren  $u_p^*$  sind nicht richtig.
3. Die Druckkorrekturgleichung zur Bestimmung der Druckkorrektur wird gelöst. Der Druck und die Geschwindigkeiten werden mit dem Ziel korrigiert, dass die neuen Geschwindigkeiten die Kontinuitätsgleichung erfüllen. Deshalb bilden die Schätzwerte  $(u_p^*, p_p^*)$  und die Korrekturwerte  $(u_p', p_p')$  die momentanen Lösungen  $(u_p, p_p)$ .

$$u_p = u_p^* + u_p' ; p_p = p_p^* + p_p' \quad (56)$$

4. Die Transportgleichungen für die zusätzlichen Variablen, wie z.B. die Turbulenzgrößen  $k$  und  $\epsilon$ , werden gelöst.
5. Gehe zu Schritt 2. und iteriere bis zur Konvergenz.



Das Iterationsverfahren ist divergenzempfindlich gegenüber der schlechten Abschätzung des Druckfelds. Die Unterrelaxationsmethode bietet die Möglichkeit zur Verbesserung des Divergenzverhaltens. Deshalb werden im Schritt 4. nicht die vollständigen Korrekturwerte für den Druck und die Geschwindigkeit eingesetzt, sondern nur ein Bruchteil davon. D.h. bei der Unterrelaxationsmethode gilt:  $\phi_p = \phi_p^* + \alpha \phi_p'$  mit  $0 \leq \alpha \leq 1$ .

Die linearen Diskretisierungsgleichungen werden für alle Kontrollvolumina im Berechnungsgebiet formuliert. Dabei entsteht das algebraische Gleichungssystem. Zur Lösung dieses Gleichungssystems wurde in der Arbeit die SIP-Methode nach Stone (1968) verwendet.

### **3.4 Die Berechnung der dispersen Phase**

Die Berechnung der dispersen Phase erfolgt durch das Lagrangesche Verfahren. Ziel dieses Verfahrens ist die Bestimmung der Felder der charakteristischen lokalen Größen für die disperse Phase. Das sind z.B. die lokale Verteilung der Partikelanzahl, der Partikelgröße, der Partikelgeschwindigkeit usw. Im Unterschied zu anderen Methoden wie der Euler-Euler-Methode werden hier einzelne Partikeln betrachtet. Man verfolgt das Bewegungsverhalten jeder Partikel im strömenden Fluid. Bei der Berechnung der Partikelbahn werden die lokalen Eigenschaften der Partikeln abgespeichert. Nach der Verfolgung einer genügend großen Anzahl an Partikelbahnen im Fluidfeld werden für jedes Kontrollvolumen die statistischen Mittelwerte der Eigenschaften zur Charakterisierung der dispersen Phase bestimmt. Dabei sind die Mittelwerte anzahlgemittelte Werte. Um statistisch zuverlässige Werte zu erhalten, ist es in der Regel erforderlich, einige tausend Partikelbahnen zu berechnen. Im Rahmen dieser Arbeit wird die Rückwirkung der dispersen Phase auf die Fluidphase nicht berücksichtigt. Die Turbulenzmodulation sowie der Massenaustausch der Phasen werden hier vernachlässigt.

In der mathematischen Betrachtung ist die Bewegung einer Partikel definiert durch die Änderung der lokalen Koordinaten, der Partikeltranslation sowie der Rotationsgeschwindigkeit. Die Gleichungen zur Beschreibung des Bewegungsverhaltens einer Partikel werden aus dem 2. Newton'schen dynamischen Grundgesetz hergeleitet. Die Partikeln

tauschen mit ihrer umgebenden Fluidphase Impulse aus. Die Bewegungsgleichungen haben die folgende Form:

$$\text{Koordinatenänderung: } \frac{d\vec{x}_p}{dt} = \vec{u}_p \quad (57)$$

$$\text{Translation: } m_p \frac{d\vec{u}_p}{dt} = \sum \vec{F}_i + \vec{F}_g \quad (58)$$

$$\text{Rotation: } I_p \frac{d\vec{\omega}_p}{dt} = \sum \vec{T}_i \quad (59)$$

Bei der Gleichung für die Partikelrotation ist  $I_p$  das Trägheitsmoment des Partikels und  $\sum \vec{T}_i$  ist die Summe der an dem Partikel angreifenden Momente. Diese Momente können z.B. aerodynamischer Natur sein, d.h. durch die Reibung zwischen der Partikeloberfläche und dem umgebenden Fluid entstehen. Die Verfolgung der Partikelbahn erfolgt durch Lösung der Bewegungsgleichung für jeden Zeitschritt. Zunächst wird näher auf die Einzelheiten der Bewegungsgleichung eingegangen.

### 3.4.1 Fluiddynamische Kräfte auf eine Partikel

Die translatorische Bewegungsgleichung der Partikeln ergibt sich aus der Bilanzierung der auf die Partikeln wirkenden fluiddynamischen und äußeren Kräfte. Diese sind:

- **die Widerstandskraft**

Bei den hier betrachteten Fällen ist die Widerstandskraft auf eine sich in der Strömung bewegende Partikel im Vergleich zu allen Kräften dominierend. Der Widerstand entsteht durch Reibung der Fluidmoleküle an der Partikeloberfläche und durch die Druckkraftverteilung auf der Partikeloberfläche. Die Formel für die Widerstandskraft ergibt sich wie folgt:

$$F_p = \frac{3}{4} m_p \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{r}_p d_p^2} C_D Re_p v_{rel} \quad (60)$$

Der Widerstandsbeiwert  $C_D$  ist eine Funktion der Partikel-Reynoldszahl  $Re_p$ . Im Bereich kleiner Partikel-Reynoldszahlen (im sogenannten Stokes'schen Bereich  $Re_p \ll 1$ ) ergibt sich folgende einfache Form für den Widerstandsbeiwert  $C_D = 24/Re_p$ . Bei höheren  $Re_p$  nimmt die

Bedeutung der Trägheitskraft zu. Eine sehr häufig verwendete Korrelation zur Berechnung von  $C_D$  wurde bereits 1933 von Schiller & Naumann vorgeschlagen:

$$C_D = \frac{24}{Re_p} (1,0 + 0,15 Re_p^{0,687}) \quad \text{für} \quad Re_p < 1000 \quad (61)$$

- **die Kraft durch den Druckgradienten**

Besteht ein Druckgradient in der Strömung, resultiert eine Kraft auf die Partikel. Mit der Annahme eines konstanten Druckgradienten über die Partikel ergibt sich die Druckkraft durch die Integration über der Partikeloberfläche:

$$\vec{F}_p = -\frac{m_f}{r_f} \nabla p = m_p \frac{r_f}{r_p} \frac{d\vec{u}_f}{dt} - m_p \frac{r_f}{r_p} \vec{g} \quad (62)$$

Die Druckkraft setzt sich aus der Druckkraft (erster Term) und der Auftriebskraft (zweiter Term) zusammen. Die Auftriebskraft wird dann meistens mit der Gewichtskraft zusammenfasst. Die Druckkraft ist nur dann von Bedeutung, wenn der Gradient sehr groß ist oder wenn die Dichte des Teilchenmaterials gering gegenüber der Fluidichte ist. Dies ist für turbulente Gas-Feststoff-Strömungen nicht der Fall.

- **die virtuelle Massenkraft**

Bei der Beschleunigung der Partikeln muss auch das Fluid in der direkten Umgebung der Partikeln mitbeschleunigt werden, so dass sich ein zusätzlicher Formwiderstand ergibt. Die virtuelle Massenkraft stellt demzufolge nichts anderes dar, als die Masse des mitgenommenen Fluids multipliziert mit der relativen Beschleunigung zwischen den beiden Phasen.

$$F_{VM} = m_p C_{VM} \mathbf{g}_p \frac{d}{dt} (u_f - u_p) \quad (63)$$

Sie ist direkt proportional zum Dichteverhältnis  $\mathbf{g}_p = \mathbf{r}_f / \mathbf{r}_p$ , d.h. die Größe der Kraft nimmt mit sinkendem  $\mathbf{g}_p$  ab. Der Koeffizient  $C_{VM}$  beschreibt den Anteil des mitgenommenen Fluidvolumens relativ zum Partikelvolumen. Bei niedrigem Volumenanteil der dispersen Phase ist der Wert  $C_{VM} = 0,5$  üblich.

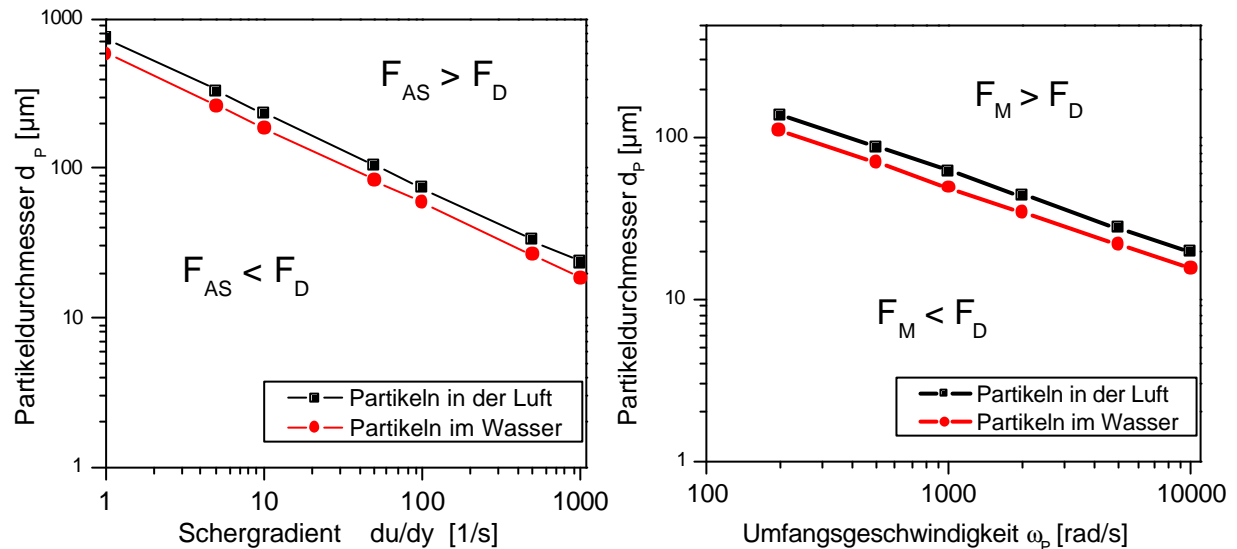
- **die Saffman-Kraft**

Befindet sich die Partikel in einer Scherströmung, stellt sich eine ungleichmäßige Druckverteilung über der Teilchenoberfläche ein, und es resultiert eine Querkraft senkrecht

zur Richtung der größeren Relativgeschwindigkeit. Hier angegeben, ist die Gleichung für die Saffman-Kraft nach der Arbeit von Saffman (1962):

$$F_{AS} = 1,615 \cdot d_p^2 \cdot \sqrt{\mathbf{r}\mathbf{m}} \cdot v_{rel} \cdot \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|^{0,5} \quad (64)$$

Die Größe der Saffman-Kraft steigt mit zunehmendem Partikeldurchmesser, steigendem Schergradienten und wachsender Schlupfgeschwindigkeit.



**Bild 11** Verhältnis der Saffman-Kraft bzw. der Magnuskraft zur Widerstandskraft in Abhängigkeit vom Schergradienten und der Umfangsgeschwindigkeit (Sommerfeld 1996)

### • die Magnuskraft

Die Magnuskraft ergibt sich aus der Eigenrotation der Partikeln in der Strömung. Durch die Rotation stellt sich auf Grund der Relativgeschwindigkeit an der Partikeloberfläche eine ungleichmäßige Druckverteilung ein. Auf der Seite der Partikel, die sich in Strömungsrichtung bewegt, wird das Fluid beschleunigt (der Druck sinkt), Auf der gegenüberliegenden Seite wird es abgebremst (der Druck steigt an). Dieser Druckunterschied verursacht eine Kraft quer zur Strömungsrichtung. Die Gleichung zur Bestimmung der Magnuskraft ist in der Arbeit von Rubinow & Keller gegeben:

$$F_M = \frac{\rho}{8} \mathbf{r}_F d_p^3 (\vec{\omega}_{rel} \times \vec{v}_{rel}) \quad (65)$$

Hier sind  $\vec{\omega}_{rel}$  und  $\vec{v}_{rel}$  die Partikelrotations- und Translationsgeschwindigkeit relativ zum Fluid.

Da die Wirkung der Magnuskraft von der relativen Rotations- und Translationsgeschwindigkeit abhängig ist, setzte Sommerfeld (1996) diese Kräfte ins Verhältnis zur Stokes'schen Widerstandskraft. Der Einfluss dieser Kräfte im Rahmen der Lagrangeschen Berechnung wird über einen Grenzpartikeldurchmesser verdeutlicht, und ist im Bild 11 dargestellt. Bei jeder Umfangsgeschwindigkeit (oder jedem Schergradienten) ergibt sich ein Grenzpartikeldurchmesser, oberhalb welchem die Magnuskraft  $F_M$  (oder die Saffmankraft  $F_{AS}$ ) größer als die Widerstandskraft ist.

Für die Feststoff-Gas-Strömungen ergeben sich die Widerstandskraft und die Gewichtskraft als relevante wirkende Kräfte auf die Partikeln. Die Partikelbewegungsgleichungen in der vorliegenden Arbeit werden mit diesen Kräften bilanziert. Die Kraft durch die virtuellen Massen, die Saffman-Kraft, die Magnuskraft sowie die Basset-Kraft wurden gemäß hohem Dichteverhältnis, oder geringer Schergradient sowie geringem Partikeldurchmesser vernachlässigt.

### **3.4.2 Turbulente Dispersion von Partikeln**

Die wichtigste Eigenschaft der Turbulenz in einer Mehrphasenströmung ist die intensive Dispersion sowie die Mischung der dispersen Phase. Die Ausbreitung der Partikeln während des Transportvorgangs wird durch die turbulenten Wirbel verursacht. Die Partikeln erfahren die Schwankungsgeschwindigkeit des Fluids und verlassen die Hauptströmungsrichtung. Dadurch kommt die intensive Mischung zu Stande.

Die Lagrangesche Berechnung der dispersen Phase beinhaltet die Lösung der gewöhnlichen Differentialgleichung der Partikelbewegung. Die benötigte momentane Fluidgeschwindigkeit setzt sich aus der mittleren Strömungsgeschwindigkeit, welche aus der Euler'schen Lösung bekannt ist, und dem Schwankungsanteil zusammen, welcher in Verbindung mit dem Dispersionsmodell zufällig generiert wird. Die Modellierung der Partikeldispersion in turbulenten Strömungen ist eine komplexe Aufgabe. Gosman & Ioannides (1981) stellten das diskrete Wirbellebensdauer-Dispersionsmodell vor. Hierin wurde der Schwankungsanteil aus einer Gauß'schen Verteilungsfunktion generiert, deren Varianz proportional zur lokalen turbulenten kinetischen Energie ist. Dann wurde die Bewegungsgleichung der Partikeln mit der unveränderten momentanen Fluidgeschwindigkeit über eine bestimmte Partikel-Wirbel-

Wechselwirkungszeit integriert. Die Partikel-Wirbel-Wechselwirkungszeit ist definiert als das Minimum zwischen der Wirbellebensdauer und der Zeit, die eine Partikel benötigt, um den Wirbel zu durchqueren. In diesem Modell wird das momentane Turbulenzgeschwindigkeitsfeld innerhalb des Wirbels als gleichverteilt angenommen. Kallio & Reeks (1989) modifizierten das obige Modell. Sie bestimmten die Wirbellebensdauer mit einer exponentiellen Verteilungsfunktion, deren mittlerer Betrag gleich dem Lagrangeschen Zeitmaß ist. Burnage & Moon (1990) beschäftigen sich ebenfalls mit dieser Modellart. Ihre Modelle beinhalten ein zufälliges Zeit- und ein zufälliges Längenmaß. Die dynamische Bewegungsgleichung wird mit der unveränderten momentanen Geschwindigkeit solange integriert, bis die Integrationszeit oder der Abstand zwischen der Partikel und einem Fluidpunkt größer als das entsprechende zufällige Maß ist.

In vorliegender Arbeit wurde das Markov-Sequenz-Dispersionsmodell angewandt. Die Validierung dieses Modells mit experimentellen Daten wurde von Sommerfeld (1996) für verschiedene Strömungskonfigurationen wie z.B. Gitterturbulenz und ebene Scherschicht durchgeführt. Hier werden noch einmal die Grundzüge dieses Modells beschrieben.

Bei diesem Verfahren werden zwei Schritte für die Berechnung der momentanen Fluidfluktuation entlang der Partikelbahn benötigt. Im ersten Schritt wird die momentane Geschwindigkeitsfluktuation entlang eines Fluidelements unter der Verwendung der Lagrangeschen Korrelationsfunktion bestimmt:

$$u_{i,n+1}^f = R_{L,i}(\Delta t) u_{i,n}^f + \sigma_i \sqrt{1 - R_{L,i}^2(\Delta t)} \xi_n \quad (66)$$

Der Index  $i$  steht für alle drei Richtungskomponenten  $x$ ,  $y$  und  $z$  im kartesischen Koordinatensystem. Im zweiten Schritt wird die Korrelation zwischen der Geschwindigkeitsfluktuation am Ort des Fluidelements und am Ort der Partikel berücksichtigt. Hierfür werden die Euler'schen Korrelationskoeffizienten verwendet:

$$u_{i,n+1}^p = R_{E,i}(\Delta r) u_{i,n}^p + \mathbf{s}_i \sqrt{1 - R_{E,i}^2(\Delta r)} \mathbf{V}_n \quad (67)$$

Diese beiden Schritte können durch Definition einer resultierenden Korrelationsfunktion

$$R_{P,i}(\Delta t, \Delta r) = R_{L,i}(\Delta t) R_{E,i}(\Delta r) \quad (68)$$

zu einer Gleichung zusammengefasst werden:

$$u_{i,n+1}^f = R_{P,i}(\Delta t, \Delta r) u_{i,n}^f + \mathbf{s}_{F,i} \sqrt{1 - R_{P,i}^2(\Delta t, \Delta r)} \mathbf{x}_i \quad (69)$$

Hierin ist  $\xi_i$  eine gaußverteilte Zufallszahl mit dem Mittelwert Null und der Standardabweichung Eins. Der erste Term auf der rechten Seite stellt den korrelierten Anteil dar, der zweite Term ist der Betrag der Geschwindigkeitsfluktuation.

Um die mittlere Drift der Partikeln aus Gebieten mit höherer Turbulenz zu vermeiden, wurde diese Gleichung um einen dritten Term erweitert, der sich analog zu den Überlegungen von Legg & Raupach (1982) aus der Impulsgleichung ergibt:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\overline{\partial u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (70)$$

Damit lassen sich unter der Voraussetzung, dass die Gradienten der Reynoldsspannungen normal zur Hauptströmungsrichtung dominieren, folgende Beziehungen für die auf die Partikeln wirkenden Geschwindigkeitsfluktuationen aufstellen:

$$u_{n+1}^p = R_{p,u}(\Delta t) u_n^p + \mathbf{s}_u \sqrt{1 - R_{p,u}^2(\Delta t)} \mathbf{x}_n + (1 - R_{p,u}(\Delta t)) T_{L,u} \frac{\overline{\partial u' v'}}{\partial y} \quad (71)$$

$$v_{n+1}^p = R_{p,v}(\Delta t) v_n^p + \mathbf{s}_v \sqrt{1 - R_{p,v}^2(\Delta t)} \mathbf{V}_n + (1 - R_{p,v}(\Delta t)) T_{L,v} \frac{\overline{\partial v' v'}}{\partial y} \quad (72)$$

$$w_{n+1}^p = R_{p,w}(\Delta t) w_n^p + \mathbf{s}_w \sqrt{1 - R_{p,w}^2(\Delta t)} \mathbf{c}_n \quad (73)$$

Die Lagrangesche Autokorrelationsfunktion der Geschwindigkeit kann mit einer exponentiellen Funktion angenähert werden:

$$R_L(\Delta t) = \exp\left(-\frac{\Delta t}{T_L}\right) \quad (74)$$

Das Lagrangesche integrale Zeitmaß  $T_L$  ergibt sich aus:

$$T_L = c_T \frac{\mathbf{s}_F^2}{e} \quad \text{mit} \quad c_T = 0,4 \quad (75)$$

Die Varianz der Fluktuationsgeschwindigkeit des Fluids  $\sigma_F$  an der Partikelposition wurde aus der turbulenten kinetischen Energie anhand der Beziehung  $\mathbf{s}_F^2 = 2/3 k$  errechnet. Die räumliche Korrelation der individuellen Geschwindigkeitskomponenten von zwei willkürlichen, räumlich getrennten Punkten kann mittels des Euler'schen Korrelationstensors  $R_{E,ij}(\Delta r)$  mit Benutzung der longitudinalen und transversalen Korrelationskoeffizienten  $f(\Delta r)$  und  $g(\Delta r)$  (nach Karman & Horwarth 1938) dargestellt werden:

$$R_{E,ij}(\Delta r) = \{f(\Delta r) - g(\Delta r)\} \frac{r_i r_j}{r^2} + g(\Delta r) \mathbf{d}_{ij} \quad (76)$$

Bei der Berechnung wurden alle drei Hauptkomponenten, d.h.  $R_{E,x}(\mathbf{Dr})$ ,  $R_{E,y}(\mathbf{Dr})$  und  $R_{E,z}(\mathbf{Dr})$ , betrachtet. Der longitudinale und transversale Korrelationskoeffizient für ein homogenes isotrop turbulentes Strömungsfeld werden wie folgt angegeben:

$$f(\Delta r)_i = \exp\left(-\frac{\Delta r}{L_{E,i}}\right) \quad \text{und} \quad g(\Delta r)_i = \left(1 - \frac{\Delta r}{2 L_{E,i}}\right) \exp\left(\frac{-\Delta r}{L_{E,i}}\right) \quad (77)$$

Das integrale Längenmaß für die drei Richtungen, d.h. in der Längsrichtung x und den lateralen Richtungen y und z wurde aus folgenden Beziehungen bestimmt:

$$L_{E,x} = 1,1 T_L \mathbf{s}_F \quad \text{und} \quad L_{E,y} = L_{E,z} = 0,5 L_{E,x} \quad (78)$$

### 3.4.3 Modellierung der Partikel-Partikel-Kollisionen

Bei einer Zweiphasenströmung liefern die fluiddynamischen Kräfte den nötigen Impuls zum Partikeltransport. Bei Kollisionen der Partikeln in der Strömung wird Impuls innerhalb der dispersen Phase ausgetauscht. Die Impulsübertragung durch Kollision ist die Umverteilung der kinetischen Energie der Partikellängsbewegung sowie der Partikelrotation innerhalb der Partikelphase. Darüber hinaus treten Impulsverluste auf. Man unterscheidet zwei Bereiche in der Zweiphasenströmung. In verdünnter Zweiphasenströmung dominiert die fluiddynamische Impulsübertragung den Impulsumverteilungsvorgang sowie den Impulsverlust der dispersen Phase. In dichter Zweiphasenströmung wird die Entwicklung der Partikelgeschwindigkeit hauptsächlich durch Kollisionen beeinflusst. Der fluiddynamische Transport bestimmt somit nicht das Transportverhalten. Außerdem begünstigen die Partikelkollisionen relevante Effekte, welche für industrielle Prozesse von großer Bedeutung sind. Beim pneumatischen Transport von Partikeln mit mittlerer Massenbeladung ( $m_p \approx 0,35$ ) z.B. verursachen die Partikel-Partikel-Kollisionen die gleichmäßige Konzentrationsverteilung über den Rohrquerschnitt. In Partikelabscheidern führen Partikel-Partikel-Kollisionen zur Agglomeration kleiner an großen Partikeln. Damit erhöht sich die Abscheideleistung für die kleinen Partikeln.

Heute kann man die Einflüsse der Kollisionen auf die statistischen Eigenschaften der dispersen Phase durch numerische Methoden simulieren. In den letzten Jahren wurden bereits



verschiedene numerische Modelle zur Beschreibung der Partikel-Partikel-Kollisionen in turbulenten Strömungen entwickelt. Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf das stochastische Partikel-Partikel-Kollisionsmodell von Sommerfeld (2001). Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieses Modells ist das Vorliegen einer stationären Strömung. Durch die Betrachtung der Kollision als ein stochastisches Ereignis lässt sich der Algorithmus zur Detektion der Kollision vereinfachen. Der Rechenaufwand wird reduziert, und der Bedarf an Speicherkapazität ist gering.

Der Berechnungsalgorithmus des entwickelten stochastischen Partikel-Partikel-Kollisionsmodells besteht aus zwei Berechnungsschritten. Im ersten Schritt wird die Lagrangesche Simulation der Partikelbahn ohne Berücksichtigung der Kollisionen durchgeführt. Dieser Schritt dient der Bestimmung der charakteristischen lokalen Mittelwerte der dispersen Phase für jedes Kontrollvolumen. Die Mittelwerte werden zur Bestimmung der Kollisionswahrscheinlichkeit benutzt. Zu den Mittelwerten zählen die Anzahldichte, die Größenverteilung und die mittlere Geschwindigkeit sowie die Schwankungsgeschwindigkeit der Partikeln in Abhängigkeit von deren Größe. Im zweiten Schritt werden die Partikelbahnen erneut berechnet. Bei der Zeitschrittberechnung der Partikelbahnen wird in jedem Zeitschritt ein fiktiver Kollisionspartner generiert. Die fiktiven Partikeln sind Repräsentanten der lokalen Eigenschaften der Partikelphase. Die Geschwindigkeitskomponenten der fiktiven Partikeln setzen sich aus der lokalen mittleren Geschwindigkeit und der Schwankungsgeschwindigkeit zusammen, letztere aus einer Gaußverteilung um den lokalen RMS-Betrag gewonnen wurde. Bei der Generation der fiktiven Partikelschwankungsgeschwindigkeit wurde die Geschwindigkeit der betrachteten Partikeln berücksichtigt. Der Grad der Korrelation hängt vom Ansprechverhalten der Partikeln ab. Die Geschwindigkeiten kleiner Partikeln sind stark miteinander korreliert (turbulent shear limit, Saffman & Turner 1956). Für sehr große Partikeln sind sie komplett unkorreliert (kinetic theory limit, Abrahamson 1975).

Das Ansprechverhalten der Partikeln wird durch die turbulente Stokes-Zahl charakterisiert. Sie ist das Verhältnis der Partikelrelaxationszeit zum Lagrangeschen integralen Zeitmaß:  $St = t_p / \frac{1}{2} T_L$ . Die Partikelrelaxationszeit wird aus dem nichtlinearen Widerstandsterm bestimmt. Das Lagrangesche integrale Zeitmaß ergibt sich aus dem turbulenten Dispersionsmodell. Beim stochastischen Kollisionsmodell wurde die Korrelation zwischen der Fluktuationsgeschwindigkeit der fiktiven Partikeln  $u'_{fict,i}$  und der der betrachteten Partikeln  $u'_{real,i}$  durch folgende Beziehung (Sommerfeld 2001) beschrieben:

$$u'_{fict,i} = R(St)u'_{real,i} + \mathbf{s}_{p,i} \sqrt{1 - R(St)^2} \mathbf{x} \quad (79)$$

$\mathbf{s}_{p,i}$  ist der lokale RMS-Wert der Partikelgeschwindigkeitskomponente.  $\mathbf{x}$  ist eine gaußverteilte Zufallszahl mit dem Mittelwert Null und der Standardabweichung Eins. Die erzeugten Schwankungsgeschwindigkeitskomponenten setzen sich aus einem korrelierten Anteil und einem zufälligen Anteil zusammen. Mit steigender Stokes-Zahl nimmt der korrelierte Term ab und der zufällige Anteil zu. Im Einklang mit Ergebnissen der Large-Eddy-Simulation wurde folgende Abhängigkeit der Korrelationsfunktion  $R(St)$  von der Stokes-Zahl gefunden (Sommerfeld 2001):

$$R(St) = \exp(-0,55 \cdot St^{0,4}) \quad (80)$$

Die Entscheidung über das Auftreten einer Kollision basiert auf der Berechnung der Kollisionswahrscheinlichkeit, welche aus der kinetischen Gastheorie hergeleitet wurde. Dabei werden die korrelierten Geschwindigkeiten der Partikeln berücksichtigt:

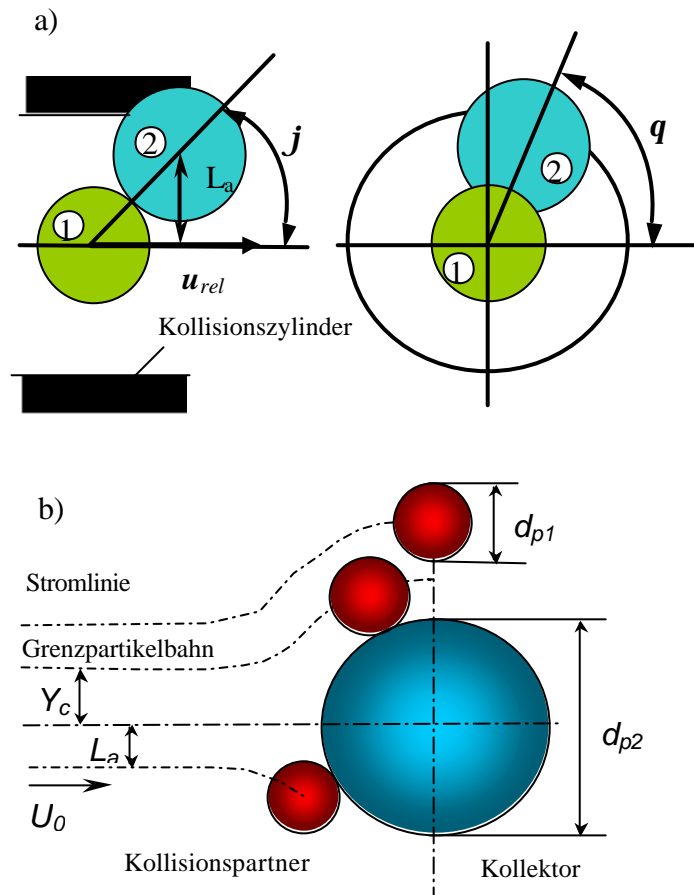
$$P_{coll} = \frac{\mathbf{p}}{4} (d_{p1} + d_{p2})^2 \left| \vec{u}_{p1} - \vec{u}_{p2} \right| N_p \Delta t \quad (81)$$

In dieser Gleichung sind  $d_{p1}$  und  $d_{p2}$  die Partikeldurchmesser,  $u_{rel} = \left| \vec{u}_{p1} - \vec{u}_{p2} \right|$  ist die momentane relative Geschwindigkeit zwischen der betrachteten und der fiktiven Partikel, und  $N_p$  ist die Anzahl der Partikeln pro Volumeneinheit im betrachteten Kontrollvolumen.

Ein Kollisionszylinder wurde als Bilanzraum um die fiktiven Partikeln definiert. Dieser ist im Bild 12a dargestellt. Der Kollisionszylinder wird so gewählt, dass die Richtung des relativen Geschwindigkeitsvektors und die Richtung der axialen Achse des Kollisionszylinders zusammenfallen. Durch diese Auswahl sind nur die axiale und die radiale Komponente des dreidimensionalen relativen Geschwindigkeitsvektors relevant für die weitere Berechnung.

In dem hier beschriebenen Modell wird der Kollisionspunkt auf der Oberfläche der betrachteten Partikel nicht benötigt. Stattdessen wird die Lage des Mittelpunktes der fiktiven Partikel im Querschnitt des Kollisionszylinders bestimmt. Dazu dient eine Prozedur mit einem Zufallprozess (Sommerfeld 2001). Ein Koordinatensystem wurde betrachtet, bei dem sich die Kollektorpartikel in Ruhe befindet. Die normierten Koordinaten der Lage des Mittelpunktes der fiktiven Partikel ergeben sich aus zwei gleichverteilten Zufallszahlen  $Y$  und  $Z$  im Bereich  $[-1,1]$ . Dabei gilt die Bedingung, dass die Koordinaten innerhalb eines Kreises

mit einem Durchmesser von  $(d_{p1} + d_{p2})/2$  liegen müssen. Somit ergibt sich die Bedingung für die seitliche Versetzung  $L_a \leq \frac{d_{p1} + d_{p2}}{2}$  (siehe Bild 12b).



**Bild 12** a) Konfiguration der Partikel-Partikel-Kollision b) Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit

Die Generation der erwähnten Koordinaten dient der Bestimmung der Kollisionswinkel  $j$  und  $q$ , welche zur Berechnung der Geschwindigkeiten nach der Kollision benötigt werden. Gemäß der Darstellung im Bild 12b wurde der laterale Abstand  $L_a$  des Kollisionspunkts zur Achse des Kollisionszylinders bestimmt, der für die Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit benötigt wird:

$$L_a = \frac{(d_{p1} + d_{p2})\sqrt{XX^2 + ZZ^2}}{2} \quad \text{mit} \quad \frac{2L_a}{d_{p1} + d_{p2}} \leq 1$$

$$j = \arcsin(L_a)$$

$$q = \arctan\left(\frac{Y}{Z}\right)$$

(82)

Zur Vorhersage der Auftreffwahrscheinlichkeit wird das Modell von Schuch & Löffler (1978) herangezogen. Für Partikeln, die kleiner als das Kolmogorowsche Wirbelmaß sind, wurde angenommen, dass die Strömung in unmittelbarer Nähe der Partikeln laminar ist. Außerdem wird die Auftreffwahrscheinlichkeit nur bei der Existenz von großen Größenunterschieden zwischen den Partikeln berechnet. Bei der Kollision von Partikeln mit gleicher Größe wurde eine Effizienz von 100 % angenommen.

Das Ansprechverhalten des Kollisionspartners in der Strömung um die Kollektorpartikel wird anhand eines Trägheitsparameters (relative Partikel-Stokes-Zahl) charakterisiert. Aus der Arbeit von Schuch & Löffler (1978) wurde die folgende Formel entnommen:

$$St_{rel} = \frac{\mathbf{r}_p \left| \vec{u}_{p1} - \vec{u}_{p2} \right| d_p^2}{18 \mathbf{m} d_K} \quad (83)$$

In der Gleichung sind  $d_p$  und  $\mathbf{r}_p$  der Durchmesser und die Dichte der kleinen Partikeln.  $d_k$  ist der Durchmesser der großen Partikel. Die Auftreffwahrscheinlichkeit ist definiert als:

$$\mathbf{h}_p = \left( \frac{2Y_c}{d_K + d_p} \right)^2 = \left( \frac{St_{rel}}{St_{rel} + a} \right)^b \quad (84)$$

wobei  $a$  und  $b$  Reynoldszahl-abhängige Konstanten sind. Nach Löffler (1988) haben diese Konstanten die Werte  $a = 0,65$  und  $b = 3,7$  für  $Re_k < 1$ .  $Y_c$  ist der radiale Abstand der Grenzpartikelbahn zur Achse des Kollisionszylinders (siehe Bild 12b). Um den Sperreffekt (d.h. die Partikeln treffen wegen ihrer Größe auf den Kollektor) in der Kollisionseffizienz noch mitzuberechnen, wurde der Radius der Projektionsfläche als die Summe der beiden Partikelradien modelliert.

Um das Kollisionsereignis zu detektieren, wurde eine gleichverteilte Zufallszahl  $RN$  im Intervall  $[0,1]$  generiert. Eine Kollision findet statt, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

$$RN < P_{coll} \quad \text{und} \quad L_a < Y_c. \quad (85)$$

Die Geschwindigkeiten der Stoßpartner nach der Kollision wurden in dem oben genannten Koordinatensystem des schrägen Zusammenstoßes berechnet. Bei der Lösung der Impulsgleichung in Verbindung mit dem Coulomb'schen Reibungsgesetz wurden folgende Gleichungen zur Bestimmung der Translations- und Rotationsgeschwindigkeiten der Stoßpartner nach der Kollision hergeleitet:

$$u_{p1}^* = u_{p1} + \frac{J_x}{m_{p1}} \quad (86)$$

$$v_{p1}^* = v_{p1} + \frac{J_y}{m_{p1}} \quad (87)$$

$$w_{p1}^* = w_{p1} + \frac{J_z}{m_{p1}} \quad (88)$$

$$w_{p1}^{*x} = w_{p1}^x \quad (89)$$

$$w_{p1}^{*y} = w_{p1}^y - \frac{5J_z}{m_{p1}d_{p1}} \quad (90)$$

$$w_{p1}^{*z} = w_{p1}^z - \frac{5J_y}{m_{p1}d_{p1}} \quad (91)$$

$J_i$  stellt die Komponenten des Impulsübergangs von Partikel 1 zu Partikel 2 dar. Für die x-Komponente gilt:

$$J_x = -(1-e)(u_{p1} - u_{p2}) \frac{m_{p1}m_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad (92)$$

Die Relativgeschwindigkeit am Kontaktpunkt errechnet sich aus der Translations- und der Rotationsgeschwindigkeit vor dem Stoß:

$$u_R = \sqrt{u_{Ry}^2 + u_{Rz}^2} \quad (93)$$

$$u_{Ry} = (v_{p1} - v_{p2}) + \frac{d_{p1}}{2} \omega_{p1}^z + \frac{d_{p2}}{2} \omega_{p2}^z \quad (94)$$

$$u_{Rz} = -\frac{d_{p1}}{2} \omega_{p1}^y - \frac{d_{p2}}{2} \omega_{p2}^y \quad (95)$$

Die Komponenten des Impulses  $J_y$  und  $J_z$  sind abhängig von der Art des Stoßes. Für den Gleitstoß ergibt sich:

$$J_y = -\mu_d \frac{u_{Ry}}{u_R} |J_x| \quad \text{und} \quad (96)$$

$$J_z = -\mu_d \frac{u_{Rz}}{u_R} |J_x| \quad (97)$$

Für den Haftstoß erhält man:

$$J_y = -\frac{2}{7} u_{Ry} \frac{m_{p1}m_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad \text{und} \quad (98)$$

$$J_z = -\frac{2}{7} u_{Rz} \frac{m_{p1}m_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad (99)$$

Die Bedingung für den Haftstoß erhält man in Abhängigkeit vom Haftreibungskoeffizienten  $\mu_0$  und den Geschwindigkeiten vor dem Stoß:

$$|u_R| < \frac{7}{2} \mathbf{m}_b (1 + e) |u_{p1} - u_{p2}| \quad (100)$$

Hierin steht  $e$  für den Restitutionskoeffizienten,  $\mathbf{m}_b$  ist der Reibungskoeffizient. Beide sind als Stoffkonstanten anhand von Experimenten zu bestimmen.  $m_{p1}$  und  $m_{p2}$  sind die Massen der betrachteten und der fiktiven Partikel. Letztendlich werden die berechneten Geschwindigkeiten in das ursprüngliche Koordinatensystem rücktransformiert.

### 3.4.4 Modellierung des Agglomerationsvorgangs

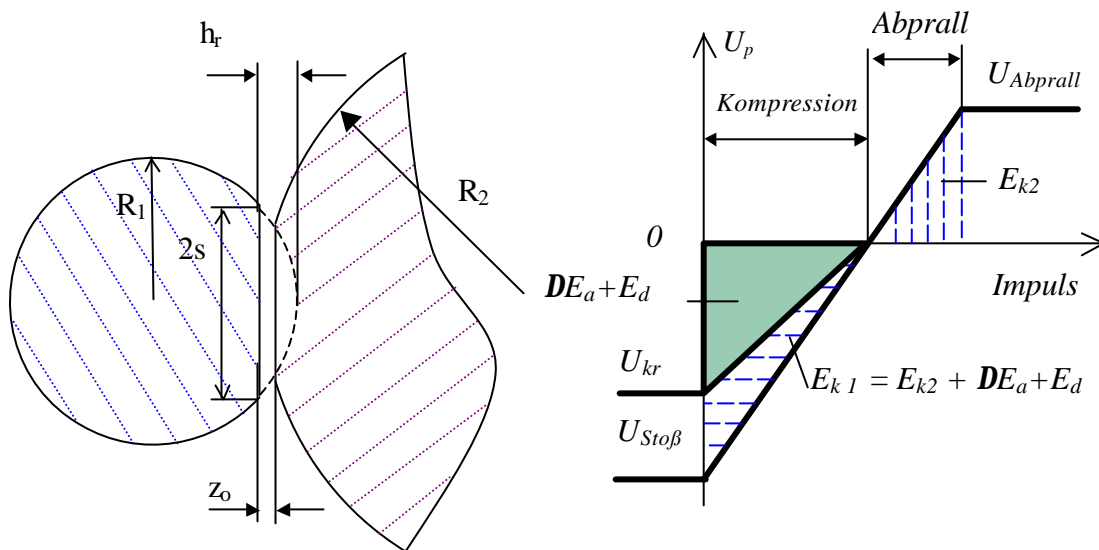
Die Partikelagglomeration in der turbulenten Strömung hat folgende charakteristische Eigenschaften: Zunächst hängt die Kinetik dieses Prozesses wesentlich sowohl vom lokalen turbulenten Zustand der Strömung der Fluidphase als auch von der lokalen Verteilung der Eigenschaften der Partikelphase ab. Das Wachstum von Partikeln bei der Agglomeration ist ein diskontinuierlicher Prozess. Der Agglomerationsvorgang findet bei Partikeln aller Größen statt. Die gesamte Masse des Partikelsystems bleibt bei der Agglomeration erhalten. Dadurch reduziert sich die Anzahlkonzentration der Partikeln im System. Kleine Partikeln haften bevorzugt an größeren. Deshalb verlagert sich die Partikelgrößenverteilung in Richtung größerer Partikeln.

Die Modellierung des Agglomerationsvorgangs basiert auf dem vorgestellten Partikel-Partikel-Kollisionsmodell (siehe Kapitel 3.4.3). Bei diesem Modell wird die Kollisionswahrscheinlichkeit für die gerade betrachtete Partikel in jedem Zeitschritt mit Hilfe der in jedem Kontrollvolumen vorliegenden, mittleren Partikelanzahlkonzentrationsverteilung und mittleren Partikelgeschwindigkeitsverteilung berechnet. Da der Kollisionsvorgang der betrachteten Partikeln mit dem fiktiven Kollisionspartner ein stochastisches Ereignis ist, ist die Auswahl des Agglomerationspartners auch ein stochastisches Ereignis.

Beim Euler/Lagrangeschen Verfahren wird eine Partikelgrößenverteilung durch eine Vielzahl diskreter Partikelklassen dargestellt. Jede Partikelklasse wird mit einer genügend großen Anzahl von Parcels (d.h. Pakete von Partikeln mit identischen Eigenschaften) präsentiert. Durch die Verfolgung der Partikelbahn eines Parcels der Klasse  $k$  durch das gesamte

Berechnungsgebiet unter der Anwendung des Partikel-Partikel-Kollisionsmodells kann die Kollisionshäufigkeit der Partikeln der betrachteten Klasse mit allen anderen Partikelklassen berechnet werden. Bei der Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit (siehe Kapitel 2.4.2 und 3.4.3) und der Haftwahrscheinlichkeit ergibt sich die Agglomerations-häufigkeit des betrachteten Parcels der Klasse  $k$  im betrachteten Berechnungsgebiet.

Es wird hier zunächst die Agglomeration von trockenen mikrometergroßen Staubpartikeln modelliert. Die Berechnung der Haftwahrscheinlichkeit basiert auf der Modellvorstellung von Hiller (1981) (siehe Kapitel 2.4.3). Die Haftung der Feststoffpartikeln wurde durch die Wirkung der van-der-Waals-Kraft hervorgerufen.



**Bild 13** Geschwindigkeits-Impuls-Diagramm der Stoßphasen

Wenn zwei Partikeln kollidieren, wird ein Teil der kinetischen Stoßenergie durch die Verformungen an der Kontaktfläche (siehe Bild 13) oder durch die Reibungsvorgänge im Innern der Körper aufgezehrt. Bei der Berücksichtigung der Haftenergie und kinetischen Energien kann eine Energiebilanz  $E_{k1} = E_{k2} + DE_a + E_d$  aufgestellt werden, wobei  $E_{k1}$  die kinetische Energie der Partikeln vor dem Stoß,  $E_{k2}$  die kinetische Energie nach dem Abprallen und  $DE_a + E_d$  der Anteil der Energie ist, welcher durch die mechanische Deformation und die van-der-Waals-Energie dissipiert wurde. Unter vereinfachenden Annahmen läßt sich die kritische Geschwindigkeit  $U_{kr}$ , oberhalb der die Partikeln von einer festen Oberfläche abprallen können, mit Hilfe der Energiebilanz berechnen.

Mit der Haftbedingung  $E_{k2} = 0$  und der Definition einer energetischen Stoßzahl erhält man aus der Energiebilanz die kritische Bedingung für beginnendes Haften:

$$E_{k1,kr} = \frac{1}{k_{pl}^2} \Delta E_a \quad \text{bzw.} \quad U_{kr}^2 = \frac{12}{\rho \mathbf{r}_p \cdot d_p^3} \cdot \frac{1}{k_{pl}^2} \cdot \Delta E_a \quad (101)$$

Der Energieanteil durch die van-der-Waals-Haftung ergibt sich aus der Integration des van-der-Waals-Haftdruck auf der Deformationsfläche über die Deformationstiefe  $z_0 < z < h_{pl}$ :

$$\Delta E_a = - \int_{z_0}^{\infty} p_{vdw} \cdot \mathbf{p} a^2 \cdot dz = - \frac{A}{12 \cdot z_0^2} \cdot d_p \cdot h_{pl} \quad (102)$$

Die Tiefe der plastischen Deformation kann mit der folgenden Beziehung angenähert werden:

$$h_{pl} = d_p \cdot U_1 \sqrt{1 - k_{pl}^2} \sqrt{\frac{\mathbf{r}_p}{6 P_{pl}}} \quad (103)$$

Durch Einsetzen von (102) und (103) wurde aus (101) die kritische Geschwindigkeit  $U_{kr}$  nach Hiller (1981) hergeleitet:

$$U_{kr} = \frac{1}{d_p} \frac{(1 - k_{pl}^2)^{1/2}}{k_{pl}^2} \frac{A}{\rho z_0^2 \sqrt{6 P_{pl} \mathbf{r}_p}} \quad (104)$$

Hier ist  $k_{pl}$  die energetische Stoßzahl,  $d_p$  und  $\mathbf{r}_p$  sind der Durchmesser und die Dichte der Partikeln. Für die Hamaker-Konstante wurde  $A = 5,0 \cdot 10^{-19}$  J eingesetzt. Der minimale Kontaktsabstand wurde mit  $z_0 = 4 \cdot 10^{-10}$  m angenommen. Für den Fließdruck  $P_{pl}$ , bei dem plastische Deformation auftritt, gibt es die Angaben für verschiedenen Materialien. Für Gläser beträgt er etwa  $P_{pl} = 5 \cdot 10^9$  Pa. Für Kunststoff liegt er zwischen  $10^7$  und  $10^8$  Pa und für Stahl ist er bei  $5 \cdot 10^8$  Pa (Hiller 1981).

Im Rahmen des Euler/Lagrangeschen Verfahrens repräsentiert ein Parcel einen Massenanteil oder Konzentrationsanteil von Partikeln der betrachteten Klasse  $i$ . Durch die Agglomeration mit anderen Partikeln (mit fiktiven Kollisionspartnern) besteht ein Austausch der Massen zwischen den Partikelklassen. Für die Berechnung der Größe des gebildeten Agglomerats wird vereinfachend angenommen, dass bei der Agglomeration volumenäquivalente Agglomerate gebildet werden. Damit wurde die Erfüllung der Massenbilanz gewährleistet.

Durch die Agglomeration verändert sich die Größe der Partikeln im betrachteten Parcel.

$$d_{p-Agg}^3 = d_{p1}^3 + d_{p2}^3 \quad (105)$$



Der Massenanteil der neu gebildeten Partikeln ergibt sich als Summe der Massenanteile des betrachteten Parcels und des fiktiven Kollisionspartners an der Position und zum Zeitpunkt der Agglomeration. Zur Simulation einer Partikelgrößenverteilung ist es notwendig, die Partikelverteilung geometrisch aufzuteilen. Bei der geometrischen Aufteilung ist das Volumen der Partikeln der Klasse  $i+1$  doppelt so groß wie das Volumen der Partikeln der Klasse  $i$ . Es ergibt sich somit eine proportionale Aufteilung des Partikeldurchmessers. Durch die Anwendung der geometrischen Aufteilung der Partikelgrößenverteilung wird der Berechnungsalgorithmus vereinfacht und der Berechnungsaufwand reduziert. Da die neu gebildete Partikel innerhalb der vorgegebenen Partikelgrößenverteilung liegt, wird sie der Partikelgrößenklasse mit dem entsprechenden Massenanteil zugeordnet. Ab dem Zeitpunkt der Agglomeration verändert sich die Größe des Parcels. Dies führt zur Veränderung der Klasse der betrachteten Partikeln. Der Massenanteil des Parcels der alten Klasse muss verschwinden, um die Massenbilanz zu erhalten. Außerdem müssen die lokale Partikelanzahldichte sowie die Verteilung der Partikelgrößen und Geschwindigkeitskomponenten in jedem Kontrollvolumen während der Rechnung unter Berücksichtigung der Kollisionen und Agglomerationen ständig erneuert werden. Diese Vorgehensweise ermöglicht, dass die Auswahl des fiktiven Kollisionspartners (oder Agglomerationspartners) aus der durch die vorherigen Agglomerationsvorgänge geänderten Anzahlkonzentration erfolgt und demzufolge von der Vorgeschichte beeinflusst wird.

Auch die Änderung der Translationgeschwindigkeitskomponenten der betrachteten Partikeln nach der Agglomeration mit den stochastischen, fiktiven Partikeln kann durch die Impulsleichung neu berechnet werden:

$$u_{p-agg}^* = \frac{m_{p1}u_{p1} + m_{p2}u_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}}; \quad v_{p-agg}^* = \frac{m_{p1}v_{p1} + m_{p2}v_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad \text{und} \quad w_{p-agg}^* = \frac{m_{p1}w_{p1} + m_{p2}w_{p2}}{m_{p1} + m_{p2}} \quad (106)$$

### 3.4.5 Berechnung der Mittelwerte der dispersen Phase in den einzelnen Kontrollvolumina

Da die zeitlichen Mittelwerte der Partikelphase in den Kontrollvolumina auf Grund der Lagrangeschen Betrachtungsweise nicht direkt vorliegen, müssen diese gesondert berechnet werden. Die Berechnung der einzelnen Größen erfolgt dabei gewichtet mit der Zeit sowie mit der Anzahl der Partikeln pro Parcel.

Für die mittlere Geschwindigkeitskomponente  $U_i$ , den mittleren Partikeldurchmesser  $d_p$  und die mittlere Dichte der Partikeln  $\mathbf{r}_p$  erhält man:

$$\bar{\mathbf{f}} = \frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{n_s} \mathbf{f}_n N_{p,n} \Delta t_n f_{s,n} \quad \forall \quad \mathbf{f} = U_i, d_p, \mathbf{r}_p \quad (107)$$

mit

$$N_t = \sum_{n=1}^{n_s} N_{p,n} \Delta t_n f_{s,n} . \quad (108)$$

Dabei ist  $N_{p,n}$  die Anzahl der Partikeln im Parcel und  $f_{s,n}$  der Faktor für den anteiligen Aufenthalt im betrachteten Kontrollvolumen für den Zeitschritt  $\Delta t_n$  ( $f_{s,n} = 1$ , wenn sich das Parcel während des gesamten Zeitschritts  $\Delta t$  im betrachteten Kontrollvolumen aufhält, ansonsten entsprechend  $f_{s,n} < 1$ ).

Für die Standardabweichung der Geschwindigkeitskomponenten gilt:

$$\mathbf{s}_f = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{n=1}^{n_s} \mathbf{f}_n^2 N_{p,n} \Delta t_n f_{s,n} - \bar{\mathbf{f}}^2} \quad \forall \quad \mathbf{f} = v_i \quad (109)$$

Der mittlere Zeitschritt einer Partikel in einem bestimmten Kontrollvolumen errechnet sich mit:

$$\bar{\Delta t} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{n_s} N_{p,n} \Delta t_n f_{s,n} \quad (110)$$

wobei

$$N = \sum_{n=1}^{n_s} N_{p,n} f_{s,n} \quad (111)$$

Für die mittlere Verweilzeit einer Partikel in einem bestimmten Kontrollvolumen erhält man:

$$\overline{t_{\text{vol}}} = \overline{\Delta t} \frac{n_{ps}}{n_{pe}} \quad (112)$$

wobei  $n_{ps}$  für die Anzahl der im befindlichen KV- Partikeln und  $n_{pe}$  für die Anzahl der Partikeleintritte in ein bestimmtes Kontrollvolumen mit dem Volumen  $V_{KV}$  steht.

Der mittlere Partikelvolumenanteil ergibt sich zu:

$$\overline{j}_p = \frac{1}{V_{KV}} \sum_{n=1}^{n_s} \frac{\rho}{6} d_{p,n}^3 N_{p,n} f_{s,n} \frac{\Delta t_n}{t_{ref}} \quad (113)$$

Dabei ist  $t_{ref}$  die Gesamtbetrachtungszeit.

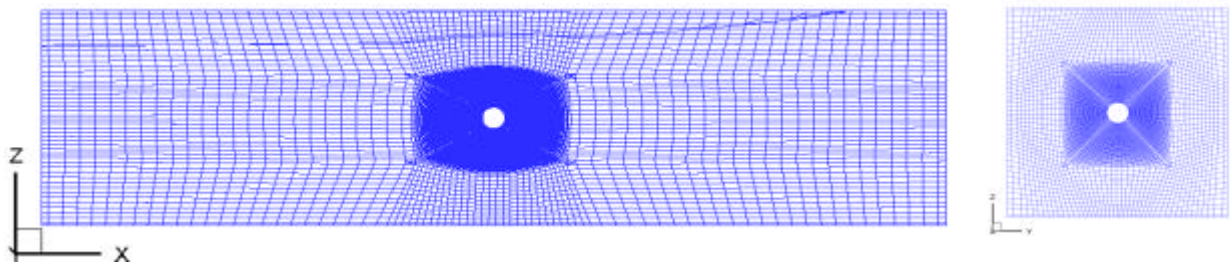
## **4 Numerische Untersuchung zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit**

Für eine korrekte Berechnung der Kollisionsrate muss die Auftreffwahrscheinlichkeit (auch als Kollisionseffizienz bezeichnet) berücksichtigt werden. Damit wird die Wirkung der Wechselwirkungsphänomene in partikelbeladenen Strömungen dargestellt, und es ergibt sich eine reduzierte Kollisionsrate. Da die experimentelle Untersuchung der turbulenten Auftreffwahrscheinlichkeit schwer durchführbar ist, basiert die Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen auf den Ergebnissen numerischer Berechnungen. Im Kapitel 2.4.2 wurden verschiedene Modellierungsansätze für die Auftreffwahrscheinlichkeit von Schuch & Löffler (1978), de Almeida (1979) und Pinsky et al. (1999) vorgestellt. Zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit wurde von verschiedenen Autoren das Querschnittsverhältnis zwischen dem effektiven Querschnitt und dem geometrischen Querschnitt als theoretischer Ansatz vorgeschlagen. Es herrscht jedoch Uneinigkeit bei den Autoren über die Bestimmung des effektiven Querschnittes für den Fall der turbulenten Umströmung. Zur Aufklärung dieser Uneinigkeit wurden im Rahmen dieser Arbeit 3-D Simulationen mit dem Euler/Lagrangeschen Verfahren zur Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen durchgeführt.

### **4.1 Numerisches Gitter und Randbedingungen**

Für die numerische Simulation mit dem Euler/Lagrangeschen Verfahren wurde ein numerisches Gitter mit einer einfachen Konfiguration (siehe Bild 14) erzeugt. In einem rechteckigen Strömungsvolumen befindet sich ein kugelförmiges Partikel, welche das Kollektorpartikel darstellt. Eine große Anzahl kleiner Partikeln wurden gleichverteilt auf einer Einlassfläche weit entfernt von dem Kollektor injiziert. Zur Berechnung der Partikelbewegung wurden diese als punktförmig betrachtet, also deren Umströmung nicht aufgelöst. Bei der Kollision der Partikel mit dem Kollektor wurde allerdings deren endliche Größe berücksichtigt. Für eine Kollision zwischen dem fixierten Kollektor und der umströmenden Partikel wird der Abstand zwischen beiden Partikelmittelpunkten berechnet und mit der Summe beider Partikelradien verglichen. Wenn der Abstand kleiner als die Summe beider Partikelradien ist, erfolgt eine Kollision. Das rechteckige Strömungsvolumen

wurde mit den Abmessungen  $L = 40d_k$  und  $B = H = 10d_k$  ausgelegt, wobei  $d_k$  der Durchmesser des Kollektors ist. Das numerische Gitter besteht aus einer Blockstruktur von 32 Gitterblöcken und ist aus etwa 360 000 Hexaedern zusammengesetzt. Für eine gute Auflösung des Strömungsfelds um die Kugel sowie die Auflösung des Einflusses der Kugeloberfläche wird das Gitter in diesem Bereich besonders verfeinert.



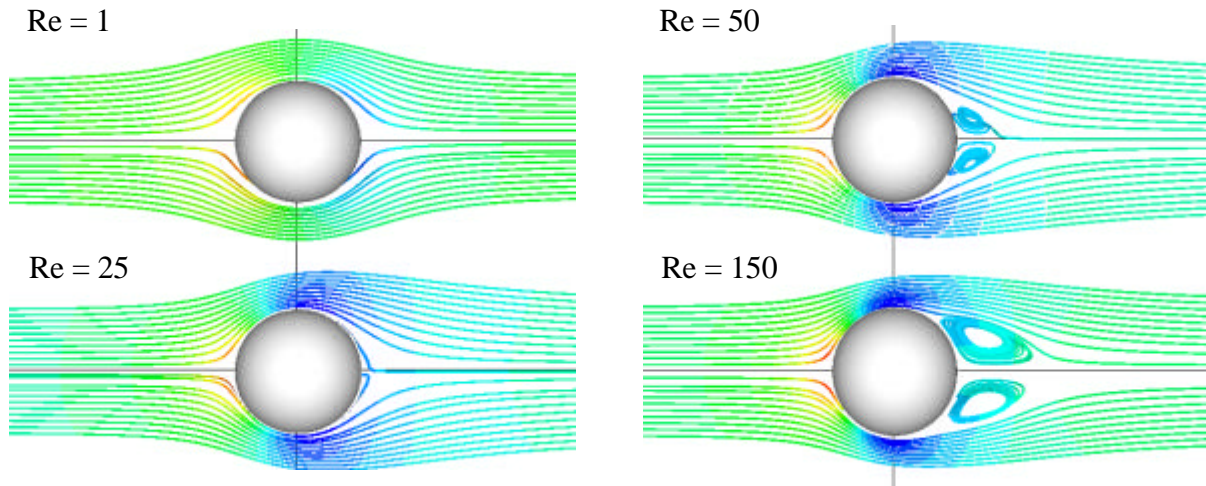
**Bild 14** Querschnitte durch das 3D-Gitter für die Kugelumströmung a) in Längsrichtung b) in Querrichtung

An der Kugeloberfläche wurde die Haftbedingung verwendet. Symmetrische Randbedingungen wurden für die seitlichen Wänden des Strömungsvolumens eingesetzt. Die Kollektorströmung wurde zunächst laminar berechnet. Für den turbulenten Fall wurde das  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell verwendet. Die Werte für beide Größen wurden am Eintritt so vorgegeben, dass eine bestimmte Turbulenzintensität und integrales Längenmaß realisiert werden konnte.

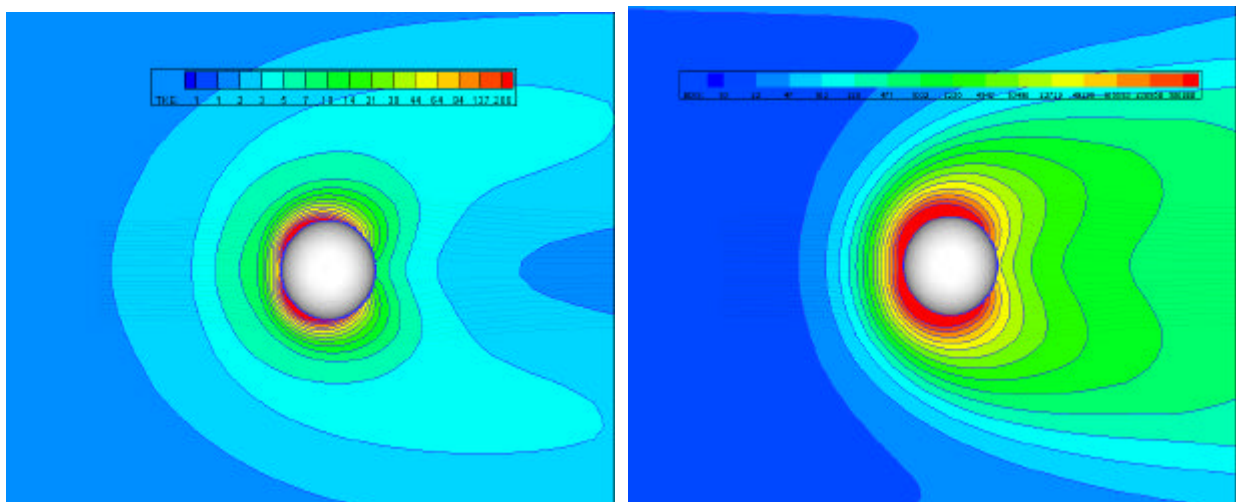
## 4.2 Die Strömung um die Kollektorpartikel

Für kleine Partikeln, die sich in der Fluidströmung bewegen, ist ein Reynoldszahl-Bereich von  $0,01 < Re < 300$  relevant, so dass zur Bestimmung der Auftreffwahrscheinlichkeit die Berechnung des Fluidströmungsfelds um den Kollektor in diesem Reynoldszahl-Bereich durchgeführt wurde. Bild 15 zeigt die Ergebnisse der Berechnung der stationären laminaren Strömung um die Kollektorpartikel anhand der Stromlinien um den Kollektor bei  $Re = 1, 25, 50, 150$ . Bei  $Re = 1$  ist die Strömung eine laminare schleichende Umströmung. Bei höherer Reynoldszahl  $Re > 25$  ist die Wirbelablösung der Stromlinie von der Kugeloberfläche sichtbar. Mit steigender Reynoldszahl verdichten sich die Stromlinien im Bereich der vorderen Hälfte der Kugel, und die Abmessung des Wirbelnachlaufs im hinteren Bereich der

Kugel vergrößern sich. Die Fluidströmung um eine Kugel wurde bereits von vielen Autoren experimentell sowie numerisch untersucht. Für den Reynoldszahl-Bereich  $Re < 210$  ist die Nachlaufströmung stationär, axialsymmetrisch und topologisch ähnlich. Die in dieser Arbeit berechneten Ergebnisse des Strömungsmusters haben große Ähnlichkeit mit den simulierten Ergebnissen von Johnson & Patel (1999).



**Bild 15** Berechnete axialsymmetrische, laminare Strömungsmuster um eine Kugel für  $Re = 1, 25, 50, 150$



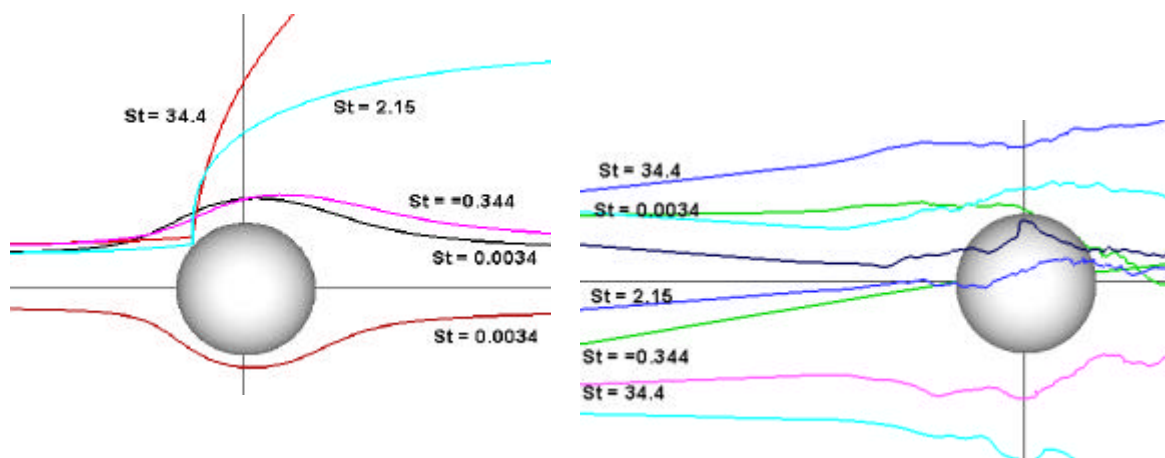
**Bild 16** Berechnete Konturen der turbulenten kinetischen Energie (links) und der Dissipationsrate (rechts) für die turbulente Umströmung um eine Kugel  $Re = 25, Tu = 5\%$ .

Zur Verdeutlichung der Turbulenzeffekte zeigt Bild 16 die Konturdarstellungen des turbulenten Feldes um den Kollektor. Hier werden die Verteilung der berechneten turbulenten

kinetischen Energie sowie der Energiedissipationsrate dargestellt. Die Ergebnisse der Berechnung zeigen, dass es ein Gebiet mit hohem turbulenten Anteil in der Grenzschicht der Kugeloberfläche gibt.

### 4.3 Ergebnisse der Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit

Für die Berechnung der Auftreffwahrscheinlichkeit wurde eine große Anzahl an Partikeln durch das berechnete Strömungsfeld verfolgt. Die Berechnung der Partikeln wurde sowohl für den laminaren Fall als auch für den turbulenten Fall durchgeführt, wobei nur die Widerstandskraft berücksichtigt wurde. Beim laminaren Partikeltracking wurde in der Bewegungsgleichung nur die mittlere Fluidgeschwindigkeit betrachtet. Beim turbulenten Partikeltracking wurde zusätzlich das Markov-Sequenz-Dispersionsmodell verwendet, um die turbulenten Schwankungen der Fluidgeschwindigkeit für die Dispersion von Partikeln zu simulieren.

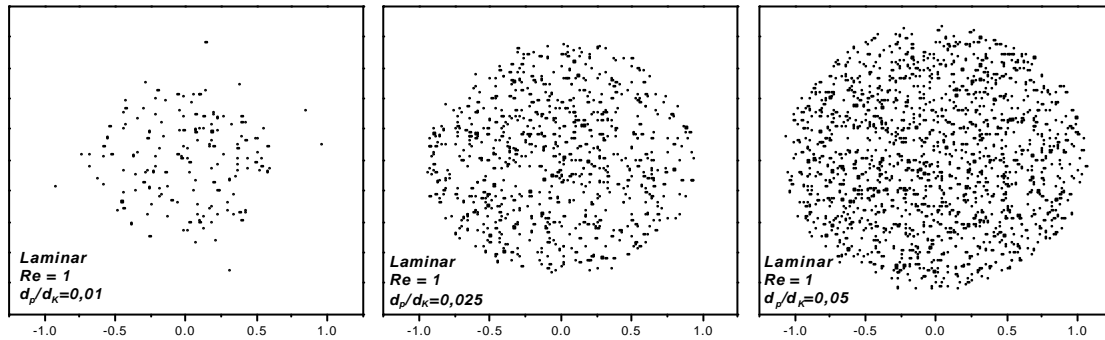


**Bild 17** Partikelbahnen um die Kollektorpartikel a) laminare Umströmung  $Re = 5$ , b) turbulente Umströmung  $Re = 5$ ,  $Tu = 10\%$ .

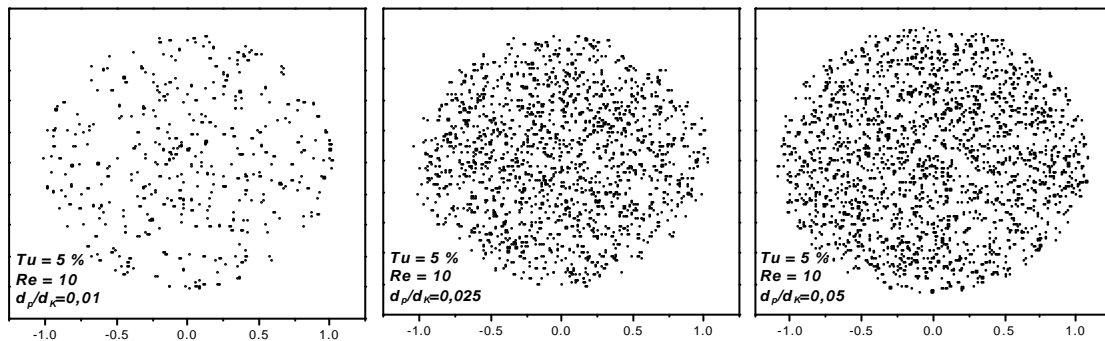
Im Bild 17 werden die Trajektorien der Partikeln für laminare und turbulente Umströmung miteinander verglichen. Im Bild 17a sind die Partikeltrajektorien im laminaren Strömungsfeld sehr glatt und geordnet. Die Partikeln mit großen Stokes-Zahlen kollidieren mit dem Kollektor. Die Partikeln mit kleinen Stokes-Zahlen folgen der Fluidströmung und weichen dem Kollektor aus. Bild 17b zeigt die Partikeln mit turbulenten Trajektorien. Im Bereich der

turbulenten Grenzschicht um die Kollektoroberfläche zeichnen sich die Trajektorien durch hohe Fluktuationen aus. Durch den Einfluss der turbulenten Dispersion bewegen sich die Partikeln aus dem Kollisionszylinder heraus. Es ist auch möglich, dass die Partikeln von außen in den Kollisionszylinder gelangen und mit dem Kollektor kollidieren.

a)



b)

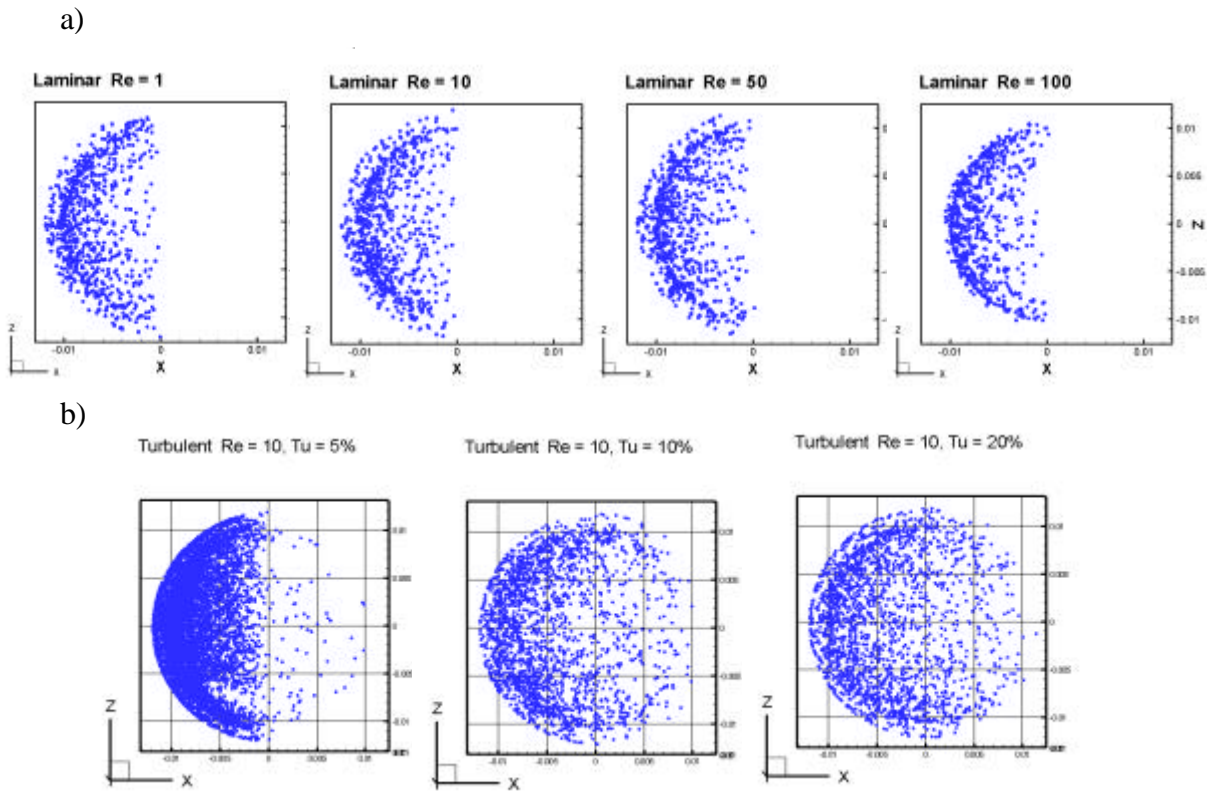


**Bild 18** Verteilung der Injektionspositionen auf der Projektionsfläche des Kollisionszylinders  
a) laminare Strömung ( $Re = 1$ ), b) turbulente Strömung ( $Re = 10$ ;  $Tu = 5\%$ ) nach Blei et al. (2002)

Durch die 3-D Simulationen konnten noch weitere detaillierte Ergebnisse zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit der Partikeln in turbulenten Strömungen gewonnen werden. Bild 18 zeigt die Eingangsverteilung der Partikeln, welche in einer Ebene mit einem Abstand von  $10d_k$  vor der Kollektorpartikel injiziert wurden. Nur die dargestellten Partikeln treffen auf die Kollektorpartikel. Diese Verteilungen stellen den effektiven Kollisionsquerschnitt dar. In laminarer Strömung ( $Re = 1$ ) ist der effektive Kollisionsquerschnitt ein Kreis, dessen Radius von der relativen Partikel-Stokes-Zahl (Durchmesserverhältnis) abhängig ist. Bei turbulenter Strömung treffen Partikeln, die an jedem beliebigen Punkt des Kollisionszylinders injiziert wurden, auf dem Kollektor. Die Verteilungsdichte der Injektionspositionen hängt von der relativen Partikel-Stokes-Zahl ab. Bild 19 zeigt die Verteilung der Auftreffpositionen der Partikeln auf der Kollektoroberfläche. Bei laminarer Strömung treffen die Partikeln nur auf



die vorderen Hälfte des kugelförmigen Kollektorpartikels, obwohl bei höherer Reynoldszahl ( $Re_K > 25$ ) Nachlaufwirbel hinter dem Kollektorpartikel gebildet werden. Bei turbulenter Strömung verteilen sich die Auftreffpositionen in Abhängigkeit der Turbulenzintensität über der gesamten Oberfläche der Kollektorpartikel.

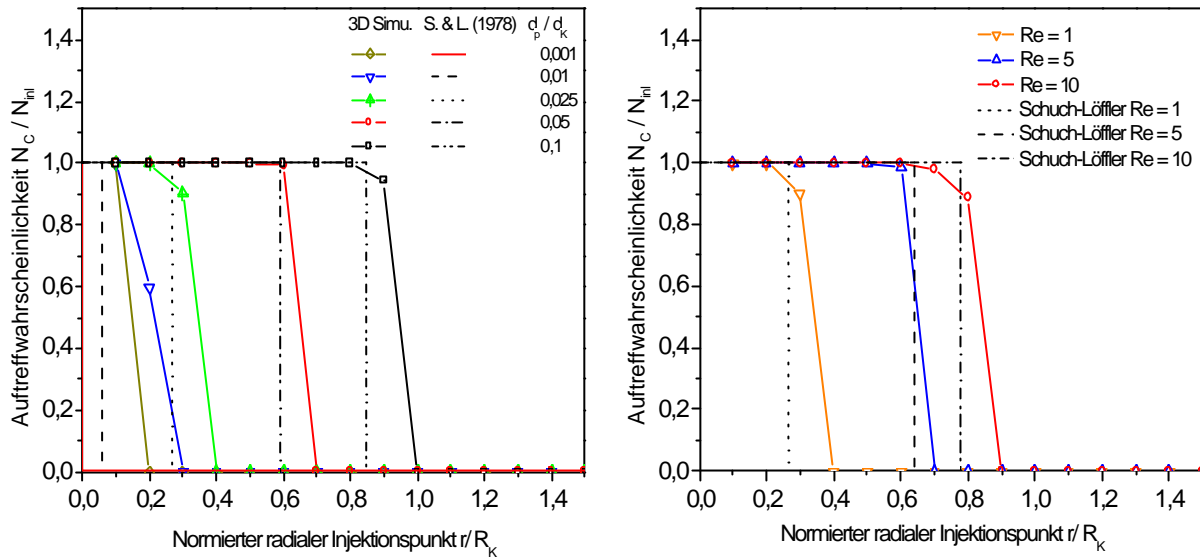


**Bild 19** Verteilung der Auftreffpositionen auf der Kollektoroberfläche a) laminare Strömung ( $Re = 1, 10, 50, 100$ ), b) turbulente Strömung ( $Re = 10$ ;  $Tu = 5-10-20\%$ ,  $d_p/d_K = 0,025$ ) nach Ho et al. (2003)

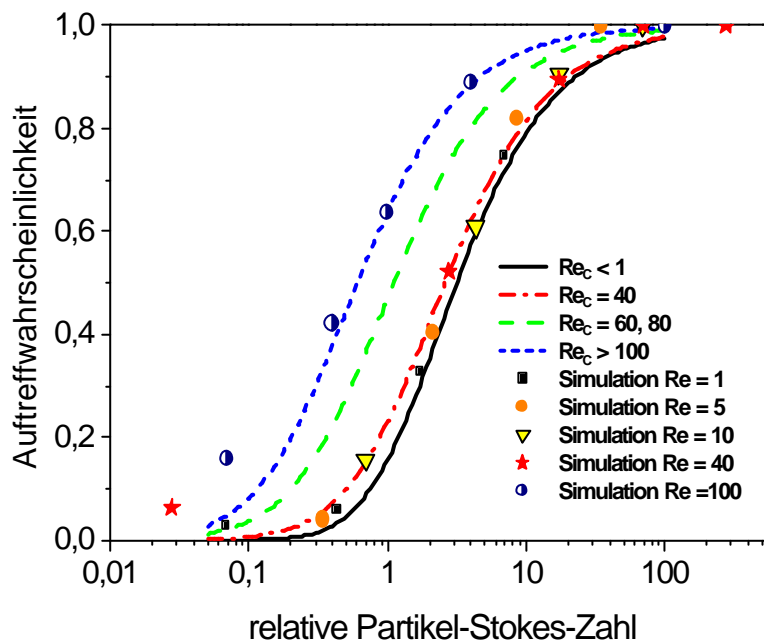
Die in dieser Arbeit berechnete Auftreffwahrscheinlichkeit ist eine statistische Größe. Sie wurde als das Verhältnis der Anzahl aller auftreffenden Partikeln zu der Anzahl aller injizierten Partikeln pro Einlassfläche der Gitter für Partikelzugabe definiert:

$$h_c = \left( \frac{N_c}{N_{inl}} \right)_j \quad (114)$$

Für die Untersuchung der Auftreffwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der verschiedenen Parameter wie der relativen Partikel-Stokes-Zahl und der Partikel-Reynoldszahl wurde die radiale Verteilung der statistisch berechneten Auftreffwahrscheinlichkeit analysiert. Im Bild 20 sind diese berechneten radialen Verteilungen im Vergleich zu den Ergebnissen von Schuch & Löffler (1978) aufgetragen. Die beiden Ergebnisse stimmen gut miteinander überein.



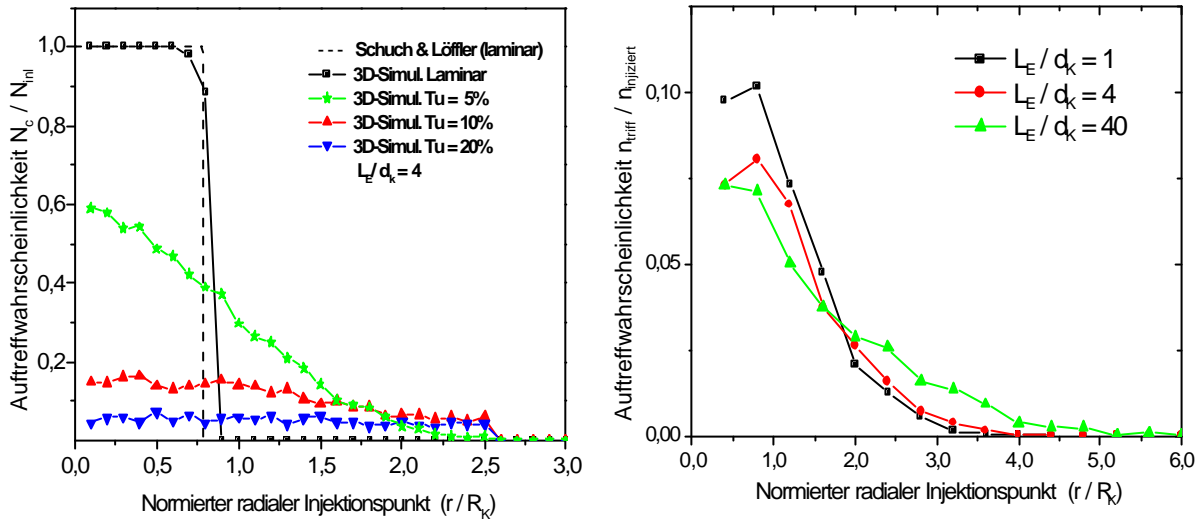
**Bild 20** Verteilungsfunktion der Auftreffwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen Partikelgrößenverhältnissen ( $d_p/d_K = 0,001; 0,025; 0,01; 0,05; 0,1$ ;  $Re = 1$ ) und Reynoldszahlen ( $Re = 1,5,10$ ;  $d_p/d_K = 0,025$ ). Vergleich zwischen 3D-Simulationen und Experimenten von Schuch & Löffler (1978).



**Bild 21** Lösungskurven für die Auftreffwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der relativen Partikel-Stokes-Zahl bei unterschiedlichen Strömungs-Reynoldszahlen, Vergleich mit Schuch & Löffler (1978)

Im Bild 21 sind die Lösungskurven der Gleichung (5) für die von  $St_{rel}$  abhängige Auftreffwahrscheinlichkeit in laminarer Strömung dargestellt. Es wird eine Erhöhung der Auftreffwahrscheinlichkeit infolge der Erhöhung der Reynoldszahl der Umströmung sowie

der Erhöhung der Partikel-Stokes-Zahl beobachtet. Dies ist die Folge des zunehmenden Trägheitseffektes. Für den Vergleich wurden die Ergebnisse der 3D-Simulationen aufgetragen. Sie stimmen gut mit den angegebenen Funktionsverläufen von Schuch & Löffler (1978) überein.



**Bild 22** Verteilungsfunktion der Auftreffwahrscheinlichkeit bei unterschiedlichen turbulenten Längenmaßen und Turbulenzintensitäten ( $Tu = 10\%$ ;  $Re_k = 5$  (rechts),  $Re_k = 10$  (links);  $d_p/d_k = 0,025$ )

Anhand von Bild 18 wurde festgestellt, dass sich die Injektionspositionen bei turbulenter Strömung in Abhängigkeit der Turbulenzintensität über der gesamten Einlassfläche verteilen. Zur Untersuchung der Abhängigkeit der Auftreffwahrscheinlichkeit von weiteren Parametern wie der Partikel-Stokes-Zahl und den turbulenten Längenmaßen wurden die Verteilungsfunktionen der Auftreffwahrscheinlichkeit als Funktion des radialen Abstands des Injektionspunktes ermittelt. Im Bild 22 werden die Verläufe dieser Verteilungsfunktionen bei unterschiedlicher Turbulenzintensität und verschiedenen turbulenten Längenmaßen präsentiert. Die Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen ist keine Treppenfunktion mehr. Man erkennt, dass die Verteilungsfunktion der Auftreffwahrscheinlichkeit in turbulenten Strömungen von vielen Parametern wie der Turbulenzintensität, der Reynoldszahl, dem Verhältnis der Partikeldurchmesser und dem turbulenten Längenmaß abhängig ist. Eine Erhöhung der Turbulenzintensität führt zu einer deutlichen Abnahme der Auftreffwahrscheinlichkeit. Mit steigendem Verhältnis des integralen Längenmaßes zum Kollektordurchmesser werden die Verteilungen der

Auftreffwahrscheinlichkeit flacher. Dies beinhaltet eine stärkere laterale Dispersion der Partikel.

#### **4.4 Schlussfolgerungen**

Die numerischen Simulationsergebnisse zeigen, dass der hier verwendete theoretische Ansatz zur Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit nur im Fall der laminaren Umströmung seine Richtigkeit hat. Bei turbulenter Umströmung fällt die Richtung der relativen Partikelgeschwindigkeit nicht mit der Richtung der Fluidumströmung um dem Kollektor zusammen und die Auftreffwahrscheinlichkeit ist keine Treppenfunktion mehr. Sie kann in diesem Fall näherungsweise durch eine Normalverteilung beschrieben werden. Der theoretische Ansatz auf der Basis eines Querschnittsverhältnisses verliert hier seine Gültigkeit. Durch die numerischen Simulationsergebnisse konnte die Abhängigkeit der Auftreffwahrscheinlichkeit von verschiedenen Parametern wie der Turbulenzintensität, dem turbulenten Längenmaß, der relativen Partikel-Stokes-Zahl sowie der Kollektor-Reynoldszahl aufgezeigt werden.

## 5 Numerische Simulation des Agglomerationsprozesses in einem isotropen, homogenen, turbulenten Feld

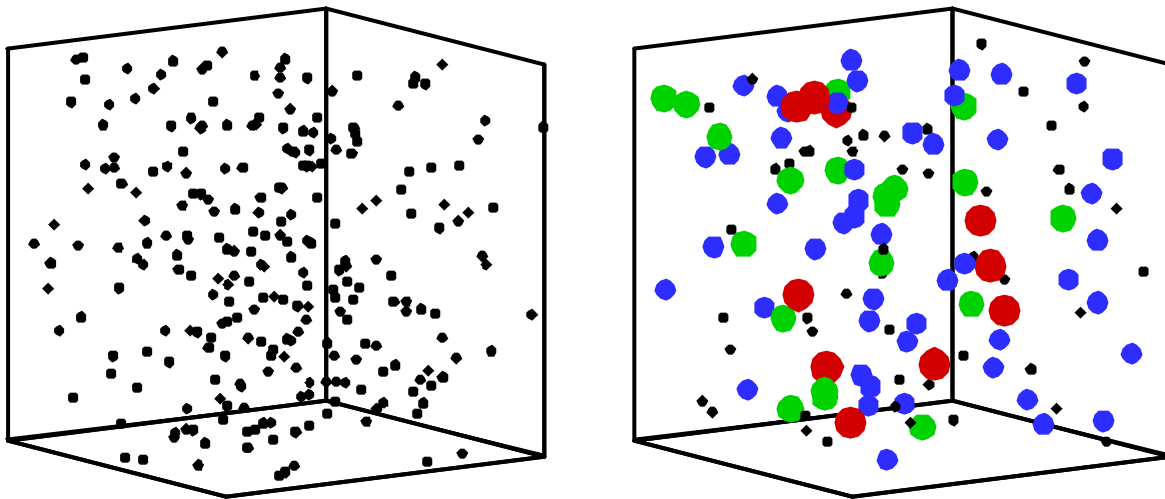
In diesem Abschnitt wird die Durchführung eines numerischen Experiments unter Verwendung der Lagrangeschen Methode zur Untersuchung der Agglomeration von Partikeln demonstriert. Das Ziel der Untersuchung ist die Analyse des Einflusses der Prozessparameter auf den Agglomerationsvorgang. Bei auftretender Agglomeration in turbulenten Strömungen verändern sich die Partikelgrößenverteilung und die Partikelanzahlkonzentration mit der Zeit. Die Agglomerationskinetik bestimmt dabei den Verlauf des Agglomerationsvorgangs. Für die Bewertung der Agglomerationskinetik werden die Kollisionsfrequenz sowie die Agglomerationsfrequenz der Partikeln mit Hilfe der numerischen Simulation berechnet. Die Kollisionsfrequenz und die Agglomerationsfrequenz sind als die Häufigkeit von Kollisions- bzw. Agglomerationsereignissen pro Volumeneinheit und Zeiteinheit definiert.

Zunächst wird ein kubisches Kontrollvolumen betrachtet. Im Kontrollvolumen herrschen homogene, isotrope turbulente Bedingungen, und eine Anzahl an Partikeln liegt im Kontrollvolumen vor. Das homogene, isotrope Turbulenzfeld wird durch die lokale turbulente kinetische Energie  $k$ , welche die Intensität der Schwankungsgeschwindigkeit des Fluids  $\sigma_F^2 = 2k/3$  charakterisiert ist, und die lokale turbulente Dissipationsrate  $\epsilon$ , welche die Intensität des turbulenten Schergradienten wiedergibt, repräsentiert. Das integrale Längenmaß  $L_E = 0,3919 k^{1,5} / \epsilon$  und die Wirbellebendauer  $T_E = 0,24 \sigma_F^2 / \epsilon$  sind der Längen- und Zeitmaßstab der Turbulenz. Falls der betrachtete Partikeldurchmesser der dispersen Phase deutlich kleiner als das kleinste Längenmaß der Turbulenz ist, sind das Kolmogorowsche Längen- und Zeitmaß  $h_K = (n^3 / \epsilon)^{1/4}$  und  $t_K = (n / \epsilon)^{1/2}$  die charakteristischen Abmessungen der Turbulenz.

Die Simulation der Partikelbahnen erfolgt durch Integration der Bewegungsgleichung der einzelnen Partikeln über einen Zeitraum. Zur Vereinfachung der Aufgabenstellung wird nur die Wirkung der Widerstandskraft betrachtet. Die Berücksichtigung des Turbulenzeinflusses auf die Partikelbahn erfolgt durch Anwendung des Markov-Sequenz-Dispersionsmodells. Das stochastische Partikel-Partikel-Kollisionsmodell wurde bei der Simulation eingesetzt. Es wird

zunächst angenommen, dass die Haftung der Partikeln nur durch die van-der-Waals-Haftkraft verursacht wird.

Es gibt zwei grundlegende Methoden des Partikeltrackings im Rahmen des Lagrangeschen Verfahrens. Das sind das sequentielle Partikeltracking und das simultane Partikeltracking. Bei der sequentiellen Methode erfolgt die Berechnung der Bahn einer Partikel über den gesamten Betrachtungszeitraum, und die Berechnung der nächsten Partikel erfolgt sequentiell danach. Bei der simultanen Methode dagegen sind die Zeitschritte für alle Partikeln identisch. Bei dem hier betrachteten numerischen Experiment wird das simultane Partikeltracking gewählt.



**Bild 23** Verteilung der Partikel im kubischen Kontrollvolumen a) Anfangsverteilung (monodispers) b) Verteilung nach der Simulation von 0,1 s mit Berücksichtigung von Agglomeration

Zu Beginn einer numerischen Simulation wird eine gleichverteilte lokale Verteilung der Partikeln angenommen (siehe Bild 23a). Durch den turbulenten Transport bzw. die Dispersion bewegen sich die Partikeln aus dem Kontrollvolumen hinaus. Deshalb wird die periodische Randbedingung für die Partikelbewegung verwendet. Wenn eine Partikel durch eine Kontrollvolumengrenzfläche austritt, tritt eine neue Partikel mit gleichen Eigenschaften an der gegenüberliegenden Kontrollvolumengrenzfläche ein. Im Bild 23b ist die lokale Verteilung der Partikel im KV nach der Simulation von 0,1 s dargestellt. Durch die Agglomeration wurden größere Partikeln gebildet.

Die Charakterisierung der dispersen Phase erfolgt durch Angabe des Partikeldurchmessers, der Partikelmaterialdichte und der Partikelanzahlkonzentration bzw. des Volumenanteils

sowie der Art der Partikelgrößenverteilung. Für die Partikeleigenschaften wird der Restitutionskoeffizient, der Reibungskoeffizient und der materielle Fließdruck, welcher die Härte des Partikelmaterials charakterisiert, benötigt. In Tabelle 4 sind die Werte der Parameter für die numerischen Simulationen aufgelistet.

**Tabelle 4** Charakteristiken der Turbulenz und Eigenschaften der Partikelphase bei den numerischen Simulationen

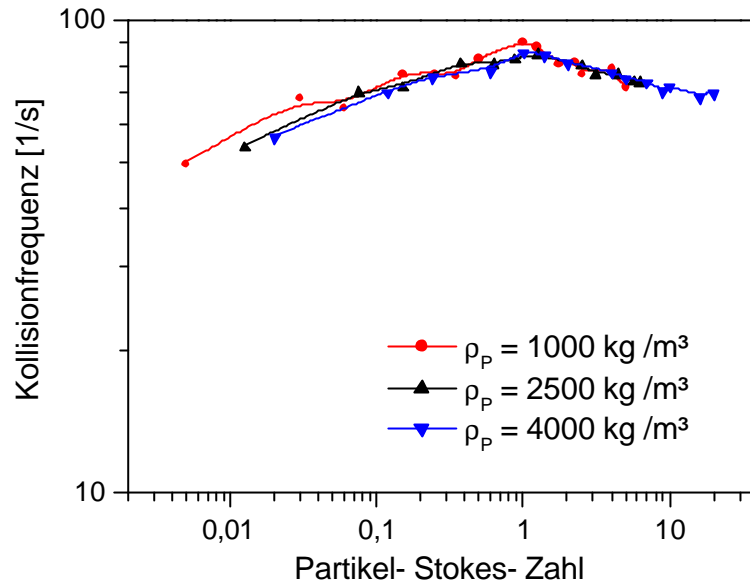
Turb. kinetische Energie	0,5 - 1,0 m <sup>2</sup> / s <sup>2</sup>	Partikeldurchmesser	1,0 - 100 μm
Turb. Dissipationsrate	10 - 10000 m <sup>2</sup> / s <sup>3</sup>	Partikeldichte	1000 - 4000 kg
Kinematische Viskosität	1,6 · 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> / s	Partikelvolumenanteil	10 <sup>-5</sup> - 6,2 · 10 <sup>-3</sup>
Kolmogorow-Längenmaß	25,3 - 142 μm	Hamaker- Konstante	5,0 · 10 <sup>-19</sup> J
Lagr. Längenmaß	0,0139 - 39,2 mm	Restitutionskoeffizient e	0,4 ; 0,6 ; 0,9
Kolmogorow-Zeitmaß	0,04 - 1,26 ms	Kontaktabstand z <sub>0</sub>	4,0 · 10 <sup>-10</sup> m
Turb. integrales Zeitmaß	0,008 - 16 ms	Fließdruck P <sub>pl</sub>	5,0 · 10 <sup>9</sup> Pa
Partikelrelaxationszeit	0,003 - 121 ms	Reibungskoeffizient μ	0,4

Für die Simulation wurde die Abmessung des Kontrollvolumens gleich 0,01 m gewählt. Diese genügt der Bedingung für die minimale Lagrangesche Abmessung für einen Zeitschritt

$$l_{\min} = v_p^{\max} \Delta t < L \quad (115)$$

## 5.1 Simulation eines monodispersen Partikelsystems

Es wird ein monodisperses Partikelsystem mit dem Partikeldurchmesser  $d_p = 5 \mu m$  betrachtet. In diesem System kann nur der turbulente Schergradient die Kollision der Partikeln induzieren. Es wird zunächst die Auftreffwahrscheinlichkeit von 100 % angenommen. Die Partikel-Stokes-Zahl kennzeichnet das Bewegungsverhalten der Partikeln in der Turbulenz. Laut Definition ist die Partikel-Stokes-Zahl das Verhältnis der Partikelrelaxationszeit  $\tau_p = \rho_p d_p^2 / 18\mu$  zum integralen Zeitmaß:  $St_p = \tau_p / T_E$ . Die Änderung des Bewegungsverhaltens ist verbunden mit der Änderung der Partikeldichte, des Partikeldurchmessers sowie des Schergradienten.



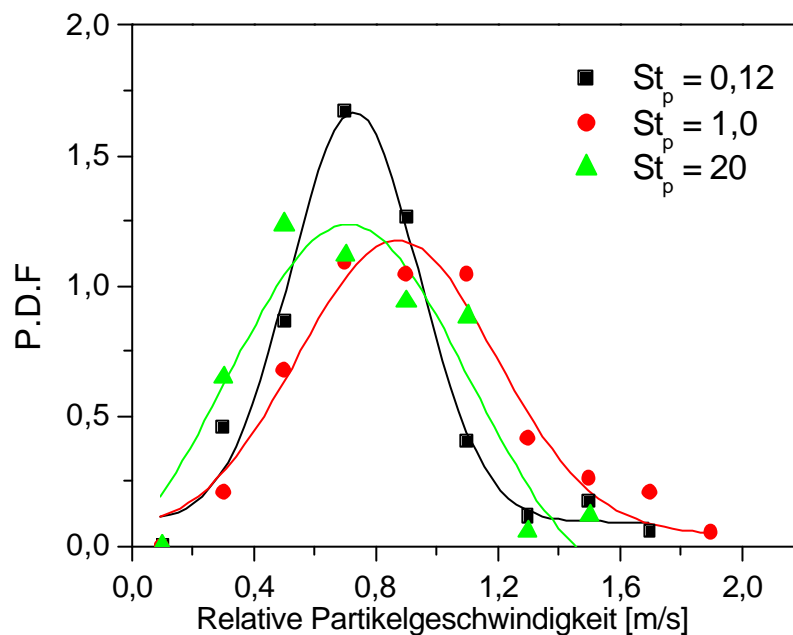
**Bild 24** Kollisionsfrequenz in Abhängigkeit der Partikel-Stokes-Zahl.  $d_p = 5 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000\text{-}4000 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}$ ;  $e = 10\text{-}10000 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1 \text{ s}$

Bild 24 zeigt die Ergebnisse der Simulationen für monodisperse Partikelsysteme. Für dieses numerische Experiment wurde eine konstante turbulente kinetische Energie von  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$  vorgegeben. Mit diesem Betrag der turbulenten kinetischen Energie ergibt sich eine mittlere Fluktuationsgeschwindigkeit des Fluids von  $0,577 \text{ m/s}$ . Die Erhöhung der turbulenten Dissipationsrate von  $10$  auf  $10000 \text{ m}^2/\text{s}^3$  führt zu einer Reduzierung des integralen Zeitmaßes von  $7,79 \cdot 10^{-3}$  auf  $7,79 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ . Demzufolge steigt die Partikel-Stokes-Zahl von  $0,0125$  auf  $12,5$  an.

Im Bild 24 wurden die Kurvenverläufe der berechneten Kollisionsfrequenzen über der Partikel-Stokes-Zahl dargestellt. Die Ergebnisse zeigen eine Erhöhung der Kollisionsfrequenz der  $5 \mu\text{m}$  Partikeln im Bereich der Partikel-Stokes-Zahl  $St_p < 1$ . Äquivalent dazu ist  $\tau_p < T_E$ . In diesem Bereich steuern die turbulenten Fluktuationen der energiereichen Wirbel die Bewegung der Partikeln. Der Anstieg der Partikel-Stokes-Zahl in diesem Bereich führt zur Erhöhung der relativen Partikelkollisionsgeschwindigkeit. Damit erhöht sich die Kollisionsfrequenz. Bei einem weiteren Anstieg der Partikel-Stokes-Zahl  $St_p > 1$  wird die Partikelrelaxationszeit größer als die turbulente Wirbellebensdauer  $\tau_p > T_E$ . Dann wird die Beschleunigungsdauer für die Partikeln durch die Lebensdauer der energiereichen Wirbel beschränkt. Das bedeutet, dass die Partikeln öfter von einem Wirbel zu einem anderen Wirbel



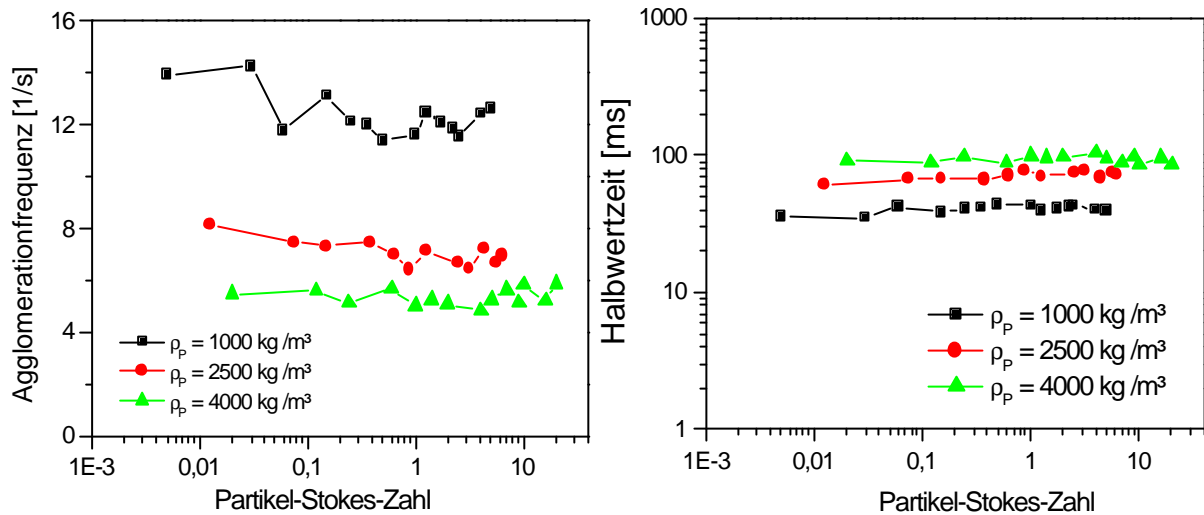
springen werden. Es resultiert eine verzögerte Partikelbewegung. Die relative Partikelkollisionsgeschwindigkeit wird reduziert. Das ist der Grund für die Reduktion der Kollisionsrate. Die im Bild 24 dargestellten Kurvenverläufe sind die aus den Simulationen berechneten Kollisionsfrequenzen, wobei die Partikeldichte 1000, 2500 und 4000 kg/m<sup>3</sup> betrug. Die Kurven für die Kollisionsfrequenzen fallen für alle Partikeldichten zusammen. Alle Kurven zeigen, dass die maximale Kollisionsfrequenz bei der Stokes-Zahl  $St_p = 1$  erreicht wird.



**Bild 25** Verteilung der relativen Partikelgeschwindigkeiten für unterschiedliche Partikel-Stokes-Zahlen.  $d_p = 5 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}$ ;  $\epsilon = 500\text{-}2000\text{-}10000 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1 \text{ s}$

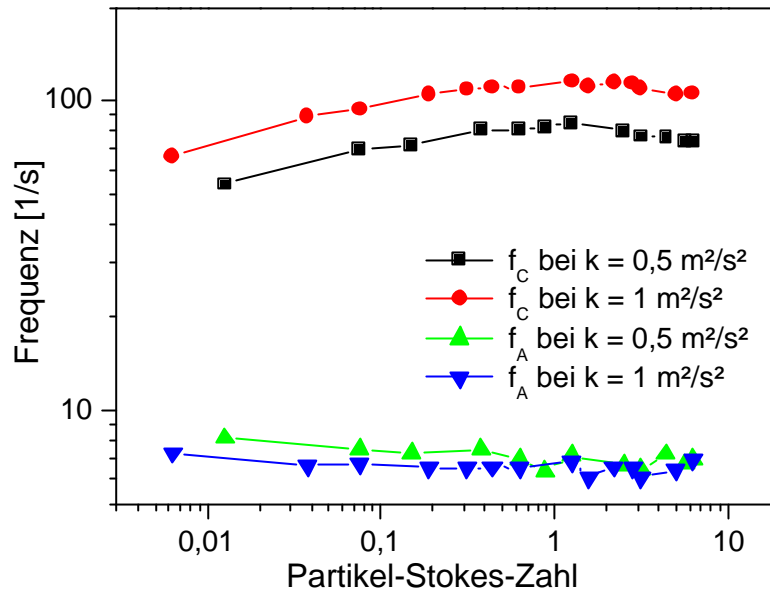
Bild 25 zeigt die Verteilungen der relativen Partikelkollisionsgeschwindigkeiten. Die relative Geschwindigkeitsverteilung ist eine Normalverteilung. Bei der kleinen Partikel-Stokes-Zahl  $St_p = 0,12$  hat die relative Partikelgeschwindigkeitsverteilung eine kleinere Standardabweichung als bei den großen Partikel-Stokes-Zahlen  $St_p = 1$  und  $St_p = 20$ . Da die Geschwindigkeiten der Partikeln bei kleiner Stokes-Zahl stark miteinander korreliert sind, resultiert eine schmale Verteilung der relativen Geschwindigkeit. Die Partikeln mit großen Partikel-Stokes-Zahlen wechseln öfter die tragenden Wirbeln, deshalb sind die Partikelgeschwindigkeiten weniger miteinander korreliert. Daher resultiert eine breite Verteilung der relativen Geschwindigkeit. Bei  $St_p = 1$  hat der Modalwert der Geschwindigkeitsverteilung den größten Wert.

Zur Charakterisierung des Agglomerationsverhaltens dienen zwei Parameter. Die Agglomerationsfrequenz ist die spezifische Häufigkeit von Agglomerationsereignissen einzelner Partikeln in einem Zeitintervall von 1 s. Die Halbwertszeit ist die benötigte Zeit, in der sich die Anzahlkonzentration durch Agglomeration auf die Hälfte der Anfangszahlkonzentration der Partikeln im System reduziert.



**Bild 26** Änderung der Agglomerationsfrequenz der Partikeln und der Halbwertszeit bei Erhöhung der Partikeldichte.  $d_p = 5 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}$ ;  $e = 10\text{-}10000 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5\text{-}1,0 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1 \text{ s}$

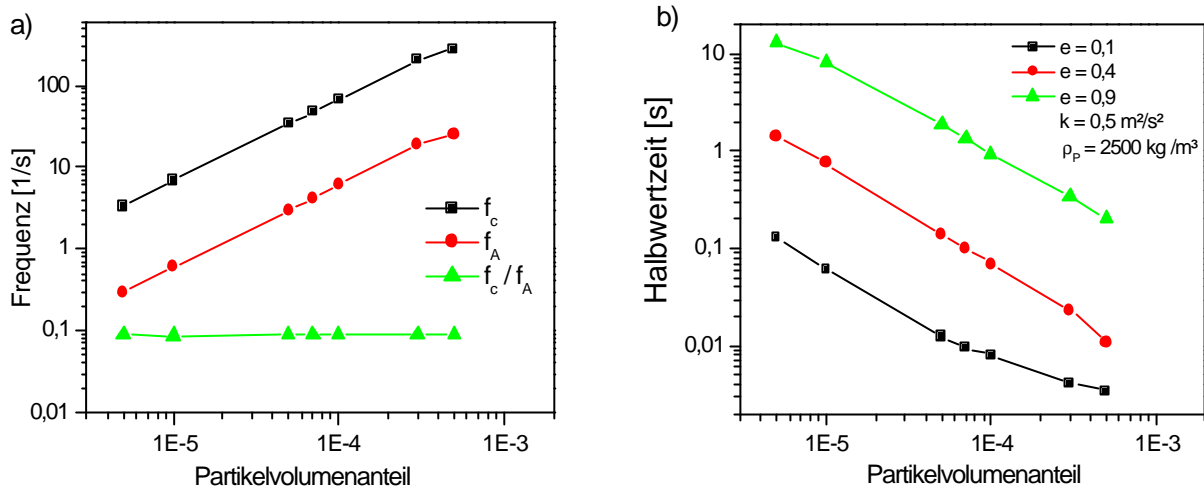
Im Bild 26 ist die Abhängigkeit der Agglomerationsfrequenz und der Halbwertszeit von der Partikel-Stokes-Zahl dargestellt. Die Variation der Partikel-Stokes-Zahl erfolgt durch Variation der turbulenten Energiedissipationsrate. Die berechnete Agglomerationsfrequenz sowie die Halbwertszeit bleiben nahezu konstant durch die Änderung der Dissipationsrate. Im betrachteten Stokes-Zahlen-Bereich haben die berechneten Agglomerationsfrequenzen nur etwa 6 bis 12 % des Werts der berechneten Kollisionsfrequenzen. Die Änderung der Wirbellebensdauer beeinflusst die Frequenzen der Agglomeration nicht wesentlich. Im Gegensatz dazu führt eine Erhöhung der Partikeldichte zur Reduktion der Agglomerationsfrequenz sowie zur Erhöhung der Halbwertszeit, da die Materialdichte der Partikelphase die Haftelgenschaft der Partikeln beeinflusst. Eine hohe Partikeldichte reduziert die kritische Geschwindigkeit und verschlechtert die Haftwahrscheinlichkeit der Partikeln.



**Bild 27** Einfluss der turbulenten kinetischen Energie auf die Kollisions- und Agglomerationsfrequenzen für eine monodisperse Verteilung:  $d_p = 5 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}$ ;  $e = 10-10000 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5- 1,0 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1 \text{ s}$

Der Einfluss der turbulenten kinetischen Energie wird im Bild 27 verdeutlicht. Dazu wurden zwei Simulationen mit  $k = 0,5$  und  $1,0 \text{ m}^2/\text{s}^2$  durchgeführt. Die Erhöhung der turbulenten Schwankung bewirkt eine Intensivierung der Partikelfluktuation. Die Verteilung der relativen Partikelgeschwindigkeit verschiebt sich zu höheren Werten. Da die kritische Geschwindigkeit zur Haftung für eine repräsentative Partikeleigenschaft konstant bleibt, nimmt die Agglomerationshäufigkeit mit steigender Turbulenz leicht ab. Auf den Agglomerationsvorgang der Partikelphase hat die turbulente Dissipationsrate kaum einen Einfluss.

Die Häufigkeit der Partikelkollisionen sowie der Agglomeration lässt sich stark durch die Anzahlkonzentration der Partikeln beeinflussen. Hierfür wird eine numerische Simulation bei gleichen turbulenten Bedingungen mit gleich bleibenden Partikeleigenschaften durchgeführt. Der Partikelvolumenanteil im System wurde von  $5 \cdot 10^{-6}$  auf  $5 \cdot 10^{-4}$  erhöht. Das Resultat ist, wie im Bild 28 dargestellt, eine drastische Erhöhung der Kollisions- sowie der Agglomerationsfrequenz. Die Agglomerationseffizienz bleibt etwa bei 10 % konstant. Dieses Ergebnis zeigt die wesentliche Bedeutung der Anzahlkonzentration beim Agglomerationsprozess.

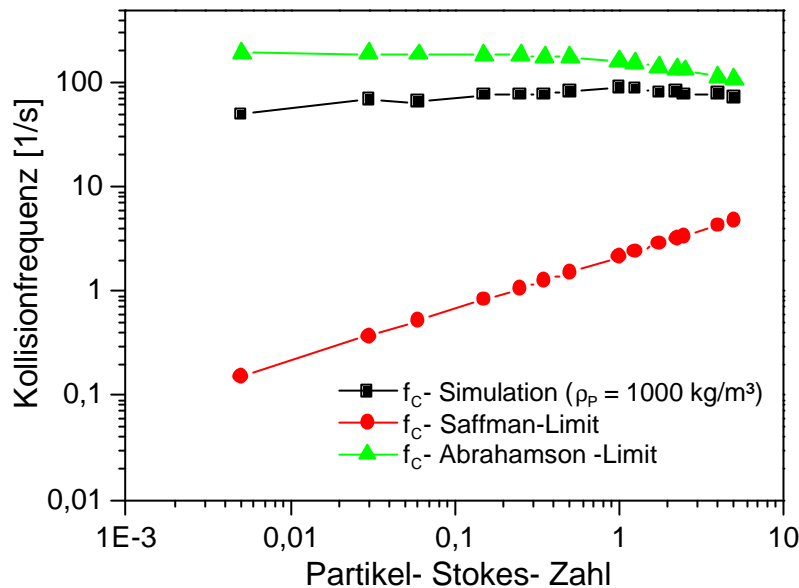


**Bild 28** a) Einfluss des Partikelvolumenanteils und b) des Restitutionskoeffizienten auf die Kollisions- und Agglomerationsfrequenzen für monodisperse Partikeln  $d_p = 5 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 2500 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 5 \cdot 10^{-5} - 5 \cdot 10^{-4}$ ;  $e = 500 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ; a)  $e = 0,4$  und b)  $e = 0,1 - 0,4 - 0,9$

Außerdem wurde die Simulation für unterschiedliche Partikeleigenschaften durchgeführt, indem der Restitutionskoeffizient von  $0,1$  über  $0,4$  auf  $0,9$  geändert wurde. Dabei verändert sich die Hafteigenschaft und eine Abnahme des Restitutionskoeffizient bewirkt eine Erhöhung der kritischen Geschwindigkeit. Andererseits führt die Reduktion des Restitutionskoeffizienten zur Abnahme der relativen Partikelkollisionsgeschwindigkeit. Dadurch wird der Agglomerationsvorgang begünstigt. Diese Abnahme der Halbwertzeit ist im Bild 28 b zu sehen.

Zur Überprüfung der simulierten Kollisionsfrequenz wurden die Ergebnisse mit den theoretisch berechneten Kollisionsfrequenzen verglichen. Die theoretische Kollisionsfrequenz wurde mit den von Saffman (1956) für turbulente Schergradienten und von Abrahamson (1975) für hohe Partikel-Stokes-Zahlen angegebenen Beziehungen (Tabelle 1) entsprechend den Simulationsbedingungen ermittelt. Die Ergebnisse wurden im Bild 29 eingezeichnet. Die Simulationsergebnisse liegen zwischen den beiden limitierenden Grenzen. Bei der Variation der Partikel-Stokes-Zahl von  $0,005$  bis  $5$  durch die Erhöhung der turbulenten Dissipationsrate steigt die Kollisionsfrequenz nach der Saffman-Theorie stetig von  $0,15$  auf  $4,77$  an. Dagegen nimmt die Kollisionsfrequenz nach der Abrahamson-Theorie von  $190$  bis  $105$  stetig ab. Die aus der Simulation berechnete Kollisionsfrequenz zeigt die steigende Tendenz für Partikel-Stokes-Zahlen kleiner als eins ähnlich der Saffman-Theorie. Der berechnete Betrag liegt jedoch um die Größenordnung 3 höher als die theoretischen Werte. Dieser Unterschied liegt

daran, dass die simulierten Partikeln eine Materialdichte von  $1000 \text{ kg/m}^3$  besitzen. Deshalb verfügen diese Partikeln über eine vielfach höhere Trägheit. Die theoretischen Werte nach der Saffman-Theorie gelten für Partikeln „ohne Trägheit“, welche eine Materialdichte in der Größenordnung der Fluidsdichte (in diesem Fall  $1,15 \text{ kg/m}^3$ ) besitzen. Für den Bereich der Partikel-Stokes-Zahl größer als Eins nimmt die berechnete Kollisionsfrequenz ab und nähert sich im Bereich der Partikel-Stokes-Zahl größer als 5 den Werten nach der Abrahamson-Theorie.

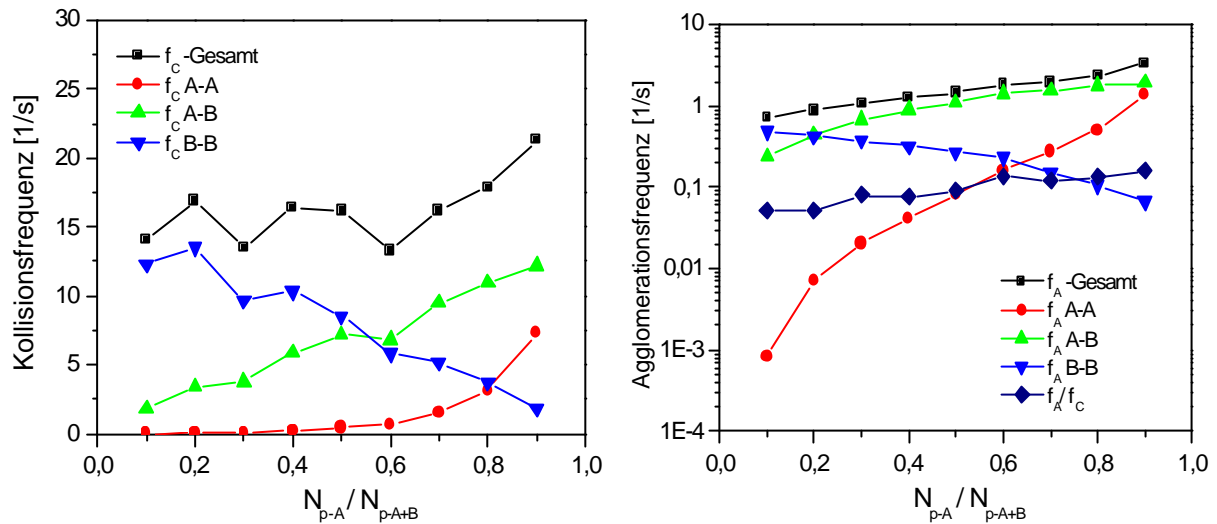


**Bild 29** Vergleich der berechneten Kollisionsfrequenz mit den theoretisch berechneten Kollisionsfrequenzen nach Saffman (1956) und Abrahamson (1975).  $d_p = 5 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}$ ;  $e = 10\text{-}10000 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1 \text{ s}$

## 5.2 Simulation von multi-modalen Partikelsystemen

Weiterhin ist der Einfluss der Partikelgrößenverteilung auf den Agglomerationsprozess untersucht worden. Die relevanten Parameter sind das Anzahlkonzentrationsverhältnis und der Größenunterschied zwischen den Partikelklassen. Als erstes wurde eine binäre Mischung von Partikeln mit  $5 \mu\text{m}$  (A) und  $20 \mu\text{m}$  Durchmesser (B) betrachtet. In solch einer binären Mischung induzieren sowohl die turbulente Scherwirkung als auch die turbulente Trägheit die Partikel-Partikel-Kollisionen. Die Berechnungen sind mit gleichen Turbulenz- und Partikelcharakteristiken durchgeführt worden. Für alle Berechnungsfälle wurde die Auftreffwahrscheinlichkeit berücksichtigt. Die Modellierung der Auftreffwahrscheinlichkeit

basiert auf dem Modell von Schuch & Löffler (1978), welches bereits in den vorigen Kapiteln 2 und 3 vorgestellt wurde. Da die betrachteten Partikeln kleinere Abmessungen als das Längenmaß des Kolmogorowschen Wirbels besitzen, befinden sich diese Partikeln sowie ihre Kollisionspartner im selben Wirbel. Somit kann die laminare Betrachtung der Auftreffwahrscheinlichkeit herangezogen werden.



**Bild 30** Einfluss des Anzahlkonzentrationsverhältnisses in einer bidispersen Verteilung auf die Kollisionsrate und die Agglomerationsrate:  $d_{pA} = 5\mu\text{m}$ ;  $d_{pB} = 20\mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000\text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}$ ;  $e = 500\text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5\text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1\text{ s}$

Zur Charakterisierung einer binären Mischung der dispersen Phase dient das Verhältnis der Anzahlkonzentration von beiden Fraktionen. Dieser Parameter wurde zunächst variiert. Bei den Berechnungen wurde allerdings die Auftreffwahrscheinlichkeit betrachtet, wodurch die effektive Kollisionsfrequenz zwischen den Fraktionen A und B ( $f_{c-AB}$ ) beeinflusst wurde. Die horizontale Achse im Bild 30 zeigt jeweils den Anteil der Anzahlkonzentration der Partikelklasse A. Die Anfangszahlkonzentration der Fraktion B ist bei den unterschiedlichen Fällen konstant ( $a_{pB} = 1 \cdot 10^{-4}$ ). Der Anteil der Partikelklasse A steigt vom 0,1 bis zum 0,9fachen der gesamten Anzahlkonzentration im System. Weil das Volumen einer Partikel proportional zur dritten Potenz des Partikeldurchmessers ist, ist der Volumenanteil der Klasse A viel geringer als der Volumenanteil der Klasse B. Bei Erhöhung der Anzahl in Partikelklasse A nimmt der gesamte Partikelvolumenanteil nur von  $\alpha_p = 1 \cdot 10^{-4}$  bis  $1,14 \cdot 10^{-4}$  unwesentlich zu. Bild 30 zeigt die berechneten Kollisionsfrequenzen der Fraktion A ( $f_{c-AA}$ ), der Fraktion B ( $f_{c-BB}$ ) sowie zwischen den Fraktionen A und B ( $f_{c-AB}$ ). Generell ist eine

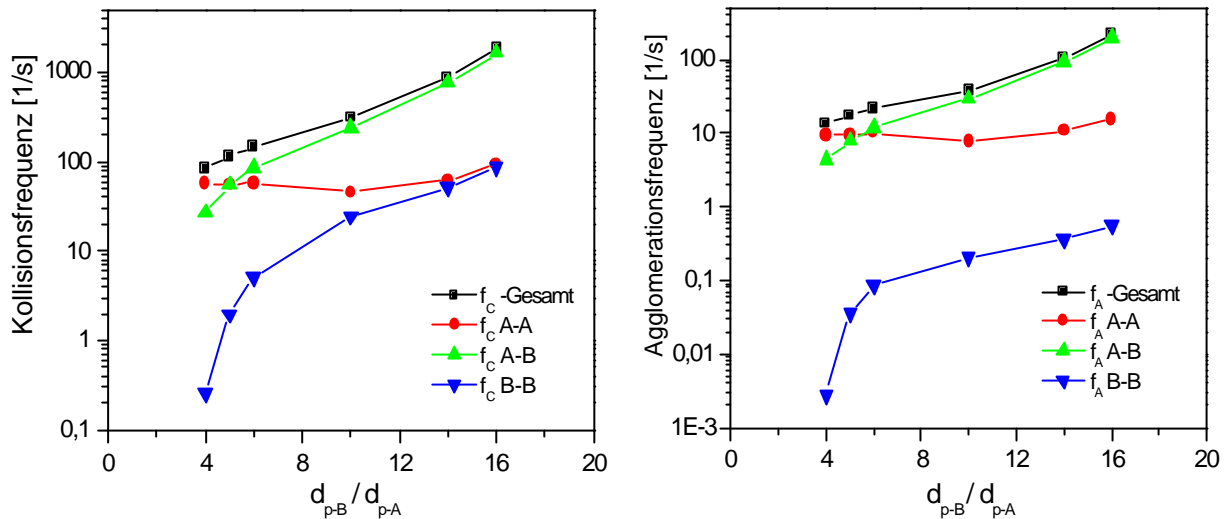
leichte Zunahme der gesamten Kollisions- ( $f_C$ ) und Agglomerationsfrequenz ( $f_A$ ) zu beobachten.

Ist der relative Anteil der Partikelklasse A  $N_{p-A}/N_{p-A+B} < 0,5$ , dominiert die Kollisionsfrequenz  $f_{C-BB}$ . Die Kollisionsfrequenzen  $f_{C-AA}$  und  $f_{C-AB}$  steigen stetig an, wobei  $f_{C-AB}$  immer größer als  $f_{C-AA}$  ist. Die Bedeutung der Kollisionsfrequenz  $f_{C-AB}$  nimmt im Bereich  $N_{p-A}/N_{p-A+B} > 0,5$  zu. Im Vergleich zum monodispersen Partikelsystem führt die Existenz größerer Partikeln im binären Partikelsystem zu einer sprunghaften Steigerung der Kollision zwischen den Partikeln. Zugleich zeigen die Ergebnisse der Agglomerationsfrequenz im Bild 30 (rechts), dass die Agglomerationsfrequenz  $f_{A-AB}$  Anteile dominiert. In dem hier untersuchten Fall umfasst die Agglomerationsrate  $f_{A-AB}$  zwischen 80 und 90% der gesamten Agglomerationsereignisse. Die berechneten Ergebnisse zeigen den Anstieg der Agglomerationseffizienz mit zunehmenden Anteil der Partikelklasse A, welche als das Verhältnis von Agglomerations- zu Kollisionsfrequenz definiert wurde.

Um den Effekt des Größenunterschieds zwischen den Partikelklassen zu untersuchen wurde eine zweite binäre Mischung betrachtet. Die kleinen Partikeln (Partikelklasse A) besitzen eine Größe von 5  $\mu\text{m}$  und haben immer die gleiche Anfangszahlkonzentration. Die großen Partikeln (Partikelklasse B) besitzen bei jeder Berechnung eine Anfangsgröße im Bereich von 20 bis 80  $\mu\text{m}$ . Es wird also die Wechselwirkung von zwei monodispersen Fraktionen betrachtet. Dabei wird angenommen, dass die große Partikelfraktion für alle Berechnungen die gleiche gegebene Anfangszahlkonzentration besitzt, d.h. bei steigender Partikelgröße erhöht sich der Volumenanteil der Partikelklasse B, wobei die gesamte Partikelanzahlkonzentration im System für alle betrachteten Fälle konstant bleibt.

Die Ergebnisse zeigen eine drastische Erhöhung der Kollisionsrate bei der Steigerung der Größenverhältnisse von 4- auf 16-fach. Die gesamte Kollisionsfrequenz steigt auf das 20fache (von  $f_C = 84$  auf  $f_C = 1814$ , siehe Bild 31) an. 90 % der Kollisionen finden zwischen den Partikeln A und B statt. Die im Bild 31 (rechts) dargestellten Ergebnisse geben das Anwachsen der Agglomerationsfrequenz wieder, von 13 bis 213. Hier dominieren ebenfalls die Agglomerationen zwischen den Partikeln A und B. Die Reduktion der Halbwertszeit und der Agglomerationseffizienz liegt bei 11 bis 16 %. Bei Steigerung des Größenverhältnisses ergibt sich ein größerer Kollisionsquerschnitt für die Partikeln, so dass die

Kollisionshäufigkeit zunimmt. Außerdem bietet der größere Durchmesser mehr Oberfläche zur Ansiedlung kleinerer Partikeln an großen Partikeln. Der Krümmungswinkel der Kontaktfläche zwischen den Partikeln bei der Kollision reduziert sich. Daraus ergibt sich eine Erhöhung der Haftwahrscheinlichkeit.



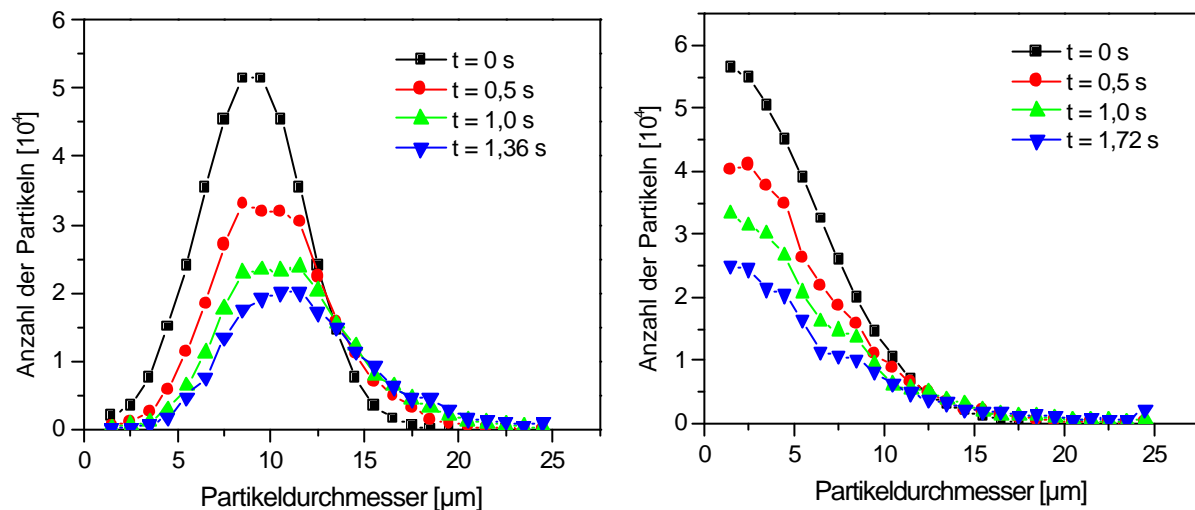
**Bild 31** Einfluss der Größenverhältnisse in einer bidispersen Verteilung auf die Kollisionsrate und Agglomerationsrate.  $d_{pA} = 5 \mu\text{m}$ ;  $d_{pB} = 20\text{-}80 \mu\text{m}$ ;  $r_p = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $a_p = 10^{-4}\text{-}9,17 \cdot 10^{-4}$ ;  $e = 500 \text{ m}^2/\text{s}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $t = 1 \text{ s}$

In der Praxis treten oft polydisperse Partikelgrößenverteilungen auf. Daher wurden die Simulationen für verschiedene Arten der Partikelverteilung durchgeführt. Als Testfall werden drei Partikelgrößenverteilungen betrachtet: eine Normalverteilung, eine schräge Verteilung und eine Gleichverteilung. Die Partikelgrößenspektren liegen im Bereich von 1 bis 25  $\mu\text{m}$ . Alle Systeme besitzen die gleiche Anfangszahl an Partikeln, etwa  $3,73 \cdot 10^5$ . Die Berechnungen wurden mit den gleichen turbulenten Parametern sowie gleichen Partikeleigenschaften durchgeführt.

Die Ergebnisse im Bild 32 zeigen die zeitliche Entwicklung der Partikelanzahlverteilung infolge von Agglomeration. Die Ergebnisse der Normal- und der schrägen Verteilung werden präsentiert. Es wird eine Reduzierung der Anzahl an Partikeln mit einem Durchmesser kleiner als 12  $\mu\text{m}$  beobachtet. Partikel über 15  $\mu\text{m}$  werden gebildet. Die Partikelanzahlverteilung verschiebt sich in Richtung der größeren Klassen. Die Anzahl der Partikeln der Größen von 20  $\mu\text{m}$  bis 25  $\mu\text{m}$  ist gering im Vergleich zu der Anzahl der Partikeln der Größe von 1  $\mu\text{m}$  bis 15  $\mu\text{m}$ . Daraus resultiert eine niedrigere Wahrscheinlichkeit der Agglomeration zwischen

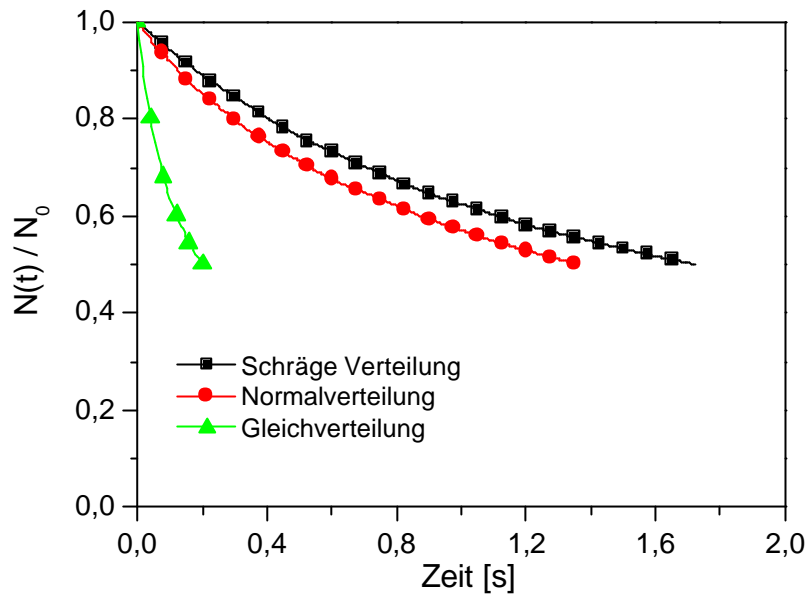


großen Partikeln (Auf Grund des niedrigen Haftpotentials und der niedrigen Anzahlkonzentration). Die Wahrscheinlichkeit der Agglomeration zwischen kleinen und großen Partikeln dagegen ist groß. Wenn eine kleine Partikel an einer großen Partikel haftet, steigt der volumenäquivalente Durchmesser des gebildeten Agglomerats nur leicht an. Ein ähnliches Ergebnis ergibt sich bei der Simulation mit einer schrägen Partikelgrößenverteilung im Bereich von 1 bis 25  $\mu\text{m}$  (Bild 32 rechts). In diesem Fall reduziert sich die Anzahl der kleineren Partikeln auf Grund der geringen Anzahl an Kollektorpartikeln etwas langsamer. Diese Ergebnisse zeigen eindeutig, dass die Agglomeration sehr effektiv zur Reduzierung der Anzahlkonzentration von kleinen Partikeln eingesetzt werden kann.



**Bild 32** Zeitliche Änderung der Partikelgrößenverteilung bei turbulenter Agglomeration, Normalverteilung der Partikelgröße (links), schräge Verteilung (rechts).  $d_p = 1-25 \mu\text{m}$ ;  $a_p = 1,84 \cdot 10^{-3}$ ;  $e = 0,6$ ;  $r_p = 2500 \text{ kg}/\text{m}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $\epsilon = 500 \text{ m}^2/\text{s}^3$

Im Bild 33 wird die Agglomerationseffektivität in Abhängigkeit von der Form der Partikelanzahlverteilung dargestellt. Die gesamte Partikelanzahl im System nimmt bei allen drei oben genannten Partikelverteilungen ab. Die Halbwertszeit steigt von 0,2 s für die Gleichverteilung über 1,36 s für die Normalverteilung auf 1,72 s für die schräge Verteilung. So ergibt sich die höchste Effektivität für die Agglomeration bei der Gleichverteilung. Die statistisch gemittelten Werte der Kollisionsfrequenz, der Agglomerationsfrequenz und der gesamte Partikelvolumenanteil sowie die mittlere relative Partikelgeschwindigkeit sind in Tabelle 5 dargestellt.



**Bild 33** Zeitliche Änderung der Anzahlkonzentration bei verschiedenen Größenverteilungen,  $d_p = 1-25 \mu\text{m}$ ;  $e = 0,6$ ;  $r_p = 2500 \text{ kg/m}^3$ ;  $k = 0,5 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ;  $\epsilon = 500 \text{ m}^2/\text{s}^3$

**Tabelle 5** Statistisch gemittelte Ergebnisse der Simulationen mit verschiedenen Partikelverteilungen

Partikelverteilung	$f_C$ [1/s]	$f_A$ [1/s]	$\alpha_P$	$\bar{U}_{P-rel}$ [m/s]	Halbwertszeit [s]
Schräge Verteilung	17,2	2,0	0,000063	1,11	1,72
Normalverteilung	24,0	2,5	0,000184	1,06	1,36
Gleichverteilung	33,4	3,4	0,000794	1,32	0,20

### 5.3 Schlussfolgerungen

Es wurde ein Berechnungsmodell zur Untersuchung und Beschreibung des turbulenten Agglomerationsprozesses mit Hilfe des Euler/Lagrangeschen Verfahrens vorgestellt. Für dieses Modell wurden das Langevin-Verfahren zur Generierung der Fluidfluktuation entlang der berechneten Partikelbahn und die stochastische Methode zur Beschreibung des Partikel-Partikel-Kollisionsprozesses herangezogen. Das stochastische Partikel-Partikel-Kollisionsmodell wurde um die Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit zwischen den Partikeln erweitert, und die Berechnung der kritischen Geschwindigkeit wurde als ein Kriterium für den Agglomerationsvorgang in das Modell eingeführt.

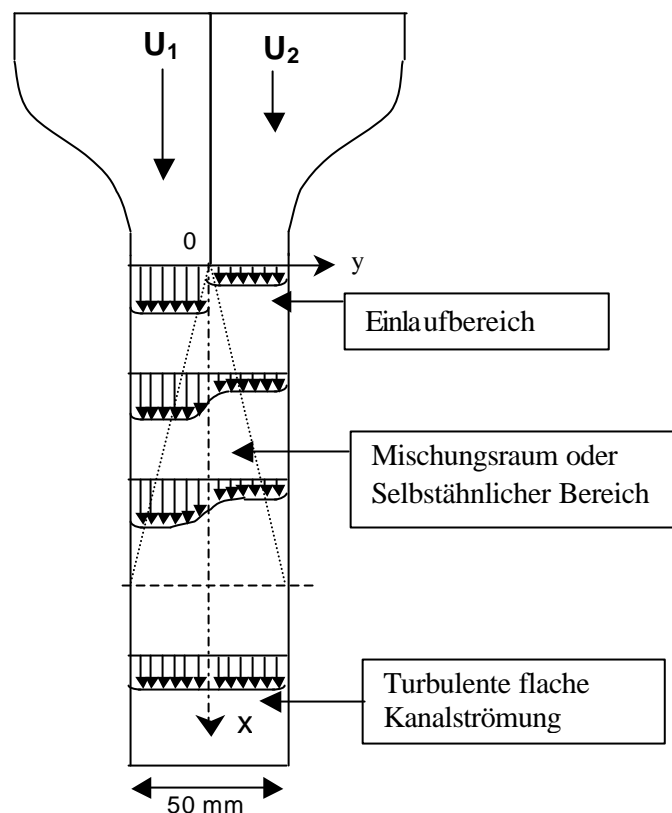
Die numerische Simulation des Agglomerationsvorganges wurde in einem homogenen, isotropen Turbulenzfeld getestet. Die zeitliche Änderung der Größenverteilung und der Anzahlkonzentration wurde für verschiedene Werte der Turbulenzintensität, der Partikelrelaxationszeit und der Anfangspartikelgrößenverteilung berechnet. Die statistisch ermittelten Ergebnisse zeigen den Einfluss der Prozessparameter auf den Agglomerationsprozess. Detaillierte Informationen über die Kollision und den Agglomerationsprozess konnten aus den Berechnungsergebnissen gewonnen werden. Die Ergebnisse zeigen, dass bei einem monodispersen Partikelsystem bei Agglomeration eine neue diskrete Partikelfraktion gebildet wurde. Die Kollisionshäufigkeit hängt wesentlich von den turbulenten Parametern ab. Die optimale Kollisionsfrequenz liegt bei einer Partikel-Stokes-Zahl von  $St_p = 1$ . Die Agglomerationsfrequenz hängt wesentlich von den physikalischen Eigenschaften der Partikeln, wie z.B. der Partikelmaterialdichte oder dem Restitutionskoeffizienten, ab. Für eine multi-modale Verteilung der Partikeln gilt, dass die kleineren Partikeln mehr zur Kollision neigen und häufiger an größeren Partikeln als an Partikeln mit gleichem Durchmesser haften.

## 6 Untersuchung der Partikelagglomeration in einer turbulenten Scherschicht

Turbulente, partikelbeladene Strömungen kommen häufig bei bedeutenden technischen Prozessen vor. Die Wechselwirkungen zwischen beiden stofflichen Phasen sind sehr komplex. Der Gegenstand dieses Kapitels ist die Charakterisierung der Turbulenzeigenschaften der Gasphase, die Untersuchung der Konzentrationsverteilung der dispersen Phase, die Untersuchung der Größenveränderungen der Partikeln durch Agglomeration in einem flachen, turbulent durchströmten Scherschichtkanal.

### 6.1 Die Strömungsvorgänge im Scherschichtkanal

Die Strömungsvorgänge im flachen Mischungskanal sind deutlich in drei unterschiedliche Regionen unterteilt. Diese Regionen sind im Bild 34 veranschaulicht.



**Bild 34** Strömungsbereiche im flachen Scherschichtkanal

Der Einlaufbereich beginnt am Ende der Trennplatte. Die Einlaufgeschwindigkeiten beider Strömungsseiten  $U_1$  und  $U_2$  stellen die Anfangsbedingung für die Strömungsvorgänge in den weiteren Bereichen dar.

Die Mischungsregion ist der sogenannte selbstähnliche Bereich (Self-preserving). Hier existiert ein großer Geschwindigkeitsschergradient. Die Turbulenz wird durch den Schergradienten, der auf Grund der beiden unterschiedlichen mittleren Strömungsgeschwindigkeiten entsteht, erzeugt. Deshalb befinden sich die maximalen Geschwindigkeitsschwankungen in diesem Bereich. Die charakteristische Eigenschaft der freien, turbulenten Scherschicht ist die Ausbreitung der Turbulenzgebiete, welches in Hauptströmungsrichtung kontinuierlich anwächst. Die Dicke der Turbulenzschicht wächst in Strömungsrichtung an. Die Geschwindigkeitsunterschiede und auch die Intensitäten der Geschwindigkeitsschwankungen klingen dabei langsam ab. Die Größe dieser Mischungsscherschicht hängt direkt von den Einlaufgeschwindigkeiten ab. Die Ausbreitung der Turbulenz in transversaler Richtung wird durch die Seitenwände des Kanals begrenzt. Die Turbulenz wird dort durch den Wandeinfluss gedämpft. Die vollentwickelte, turbulente Kanalströmung beginnt am Ende der Mischungsregion.

In der turbulenten Scherschicht existieren kohärente Strömungsstrukturen. Brown & Roshko (1974) visualisierten durch Fotografie diese organisierte Struktur und untersuchten den Einfluss der Gasdichte in der Scherschicht bei niedriger Reynoldszahl. Dimotakis & Brown (1976) sowie Hussain & Zaman (1985) untersuchten die Dynamik von großen Wirbelstrukturen in einer Scherschicht bei hoher Reynoldszahl. Bei hoher Reynoldszahl lassen sich die kohärenten Strukturen nicht durch Fotografie erfassen. Die Messungen der Geschwindigkeitsschwankungen in Strömungsrichtung an einer Position am Rande der Scherschicht mit der LDA zeigten eine Periodizität auf Grund der Durchquerung der großen Wirbel. Diese Periodizität wurde mit der Frequenz  $f_m$  der großen Wirbel charakterisiert.

Slessor et al. (1998) untersuchten die Entwicklung des Mischungsvorgangs in der turbulenten Scherschicht bei unterschiedlichen Anfangsströmungsbedingungen. Die Ergebnisse zeigten die entscheidende Abhängigkeit der Entwicklung der molekularen Mischungsprozesse sowie der chemischen Produktbildung von der Entwicklung der Turbulenzstruktur bei unterschiedlichen Strömungsgeschwindigkeiten ( $U_1$  und  $U_2$ ) oder bei verschiedenen Geschwindigkeitsdifferenzen in der Einlaufregion.

Numerische Untersuchungen von Strömungsvorgängen in der Scherschicht wurden in der Vergangenheit häufig durchgeführt, da das numerische Gitter einfach im Aufbau ist und die Randbedingungen relativ einfach zu implementieren sind. Als Konsequenz ist die turbulente Scherschicht ein guter Testfall für die Validierung von numerischen Methoden sowie von Turbulenzmodellen. Zusätzlich ermöglicht der Einsatz von numerischen Simulationen die Visualisierung der Artenvielfalt der turbulenten Wirbel in der turbulenten Scherschicht. Bei der Analyse der Entstehung komplexer Wirbel wurde die direkte numerische Simulationen (DNS) (siehe Cortesi et. al., 1998) eingesetzt.

Die Charakterisierung der turbulenten Eigenschaften der Scherschicht erfolgt über die Ermittlung der Längen- und Zeitmaße von kohärenten Turbulenzwirbeln. Die kohärente, turbulente Strömungsstruktur besitzt einen zweidimensionalen Charakter. Die Dicke der ausgebildeten Scherschicht wird durch die laterale Abmessung der energiereichen Wirbel bestimmt. Nach Hussain & Zaman (1985), Dimotakis & Brown (1976) sowie Hishida et al (1992) wurden diese Parameter aus den Messergebnissen bestimmt. Die Dicke der gebildeten Scherschicht wird in Verbindung mit der üblichen Impulsverlustdicke nach der Grenzschichttheorie dargestellt. Die Impulsverlustdicke ist die Dicke des Strömungsanteils, dessen Betrag an Impuls gleich dem Betrag an Impulsverlust durch die Reibung in der Scherschicht ist. Deshalb wurde die Impulsverlustdicke der turbulenten Scherschicht über die Integration der transversalen Geschwindigkeitsprofile bestimmt:

$$q_x = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{U - U_2}{\Delta U} \left( 1 - \frac{U - U_2}{\Delta U} \right) dy \quad (116)$$

Im flachen Scherschichtkanal breitet sich die Mischungszone räumlich nach beiden Seiten aus. Für die Mischungsprozesse kann die räumliche Ausnutzungseffektivität mit Hilfe der Scherschichtdicke bestimmt werden. Aus der Beziehung (116) kann man die Ausbreitung der Scherschichtdicke entlang der Strömungsachse ermitteln, wenn man das lokale Geschwindigkeitsprofil der Strömung kennt.

Zur Ermittlung der charakteristischen Wirbelverweilzeit und der Wirbellänge in Strömungsrichtung benötigt man die Wirbelablösefrequenz. Die Messergebnisse von Hussain & Zaman (1985), Dimotakis & Brown (1976) sowie Hishida et al. (1992) zeigen die Abnahme der detektierten Frequenzen  $f_m$  in Hauptströmungsrichtung in Verbindung mit einer Zunahme der lokalen Scherschichtdicke. Deshalb hat die Strouhal-Zahl im selbstähnlichen

Bereich einen konstanten Wert. Die Strouhal-Zahl ist als das Verhältnis von konvektiver zu lokaler Beschleunigung definiert:

$$Sr = \frac{f_m \cdot \mathbf{q}_x}{U_m} \quad (117)$$

Hierin ist  $U_m = (U_1 + U_2)/2$ . Die Strouhal-Zahl liegt in der Arbeit von Hishida et al. (1992) bei 0,055. Aus den oben ermittelten Parametern kann die Länge der Wirbel als Quotient der mittleren konvektiven Geschwindigkeit und der Wirbelablösefrequenz abgeschätzt werden:

$$L_{f-x} = \frac{1}{f_m} \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (118)$$

Die Wirbelverweilzeit berechnet sich nach der Definition:

$$T_{f-x} = \frac{2L_f}{\Delta U} \quad (119)$$

Solche Kenngrößen sind relevant für die Charakterisierung der Partikeldispersion in der Scherschicht bei unterschiedlichen Einlaufbedingungen. Aus den LDA-Messergebnissen konnten die Längen- und Zeitmaße der kohärenten Turbulenzwirbel ermittelt werden.

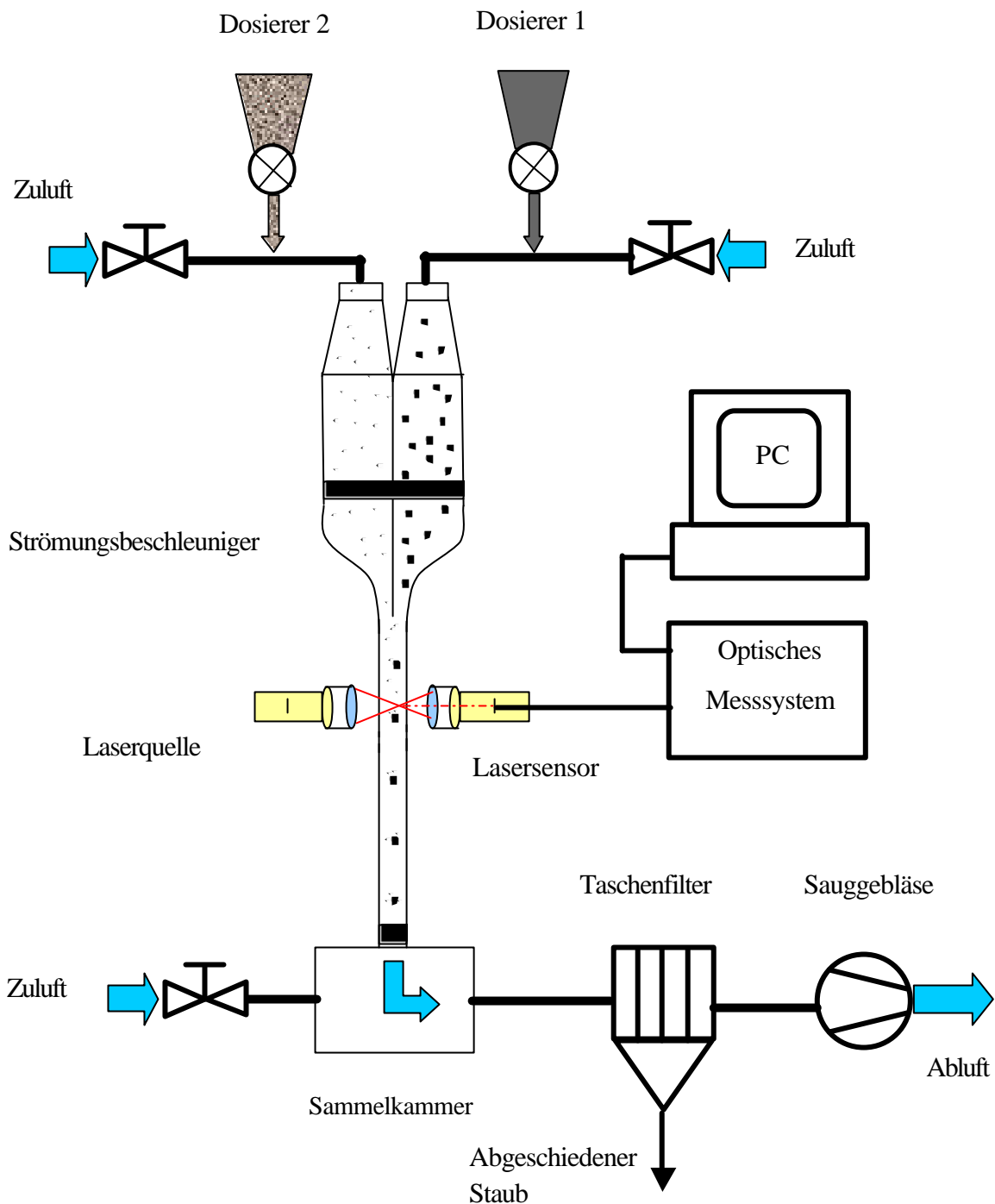
## 6.2 Aufbau der Versuchsanlage

Dieser Abschnitt beschreibt den Aufbau einer Versuchsanlage zur Untersuchung der Partikelagglomeration in turbulenter Strömung. Zur Realisierung der turbulenten Strömung wird eine flache Mischungsschicht als Strömungskonfiguration gewählt. Dies ist eine einfache, jedoch technisch sehr bedeutende Strömungskonfiguration. Die Strömung besitzt charakteristische Eigenschaften. Sie ist eine gerichtete, turbulente Strömung, die Entwicklung der turbulenten Mischungszone erfolgt linear, und es treten kohärente, turbulente Strukturen auf.

Zwei partikelbeladene Luftströmungen strömen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten und mischen sich im Mischungskanal. Auf Grund des unterschiedlichen Impulseintrags entsteht die turbulente Scherschicht. Hier findet der turbulente Vermischungsvorgang statt. Dabei vermischen sich die Luftmassenströme und die Partikelmassenströme miteinander. Der vertikale, flache Scherschichtkanal wurde mit folgenden Maßen konzipiert: einer Länge von

1000 mm, einer Tiefe von 50 mm und einer Breite von 250 mm. Eine Trennplatte wurde in der Mitte des Einlaufbereichs parallel zur Breite des Mischungskanals eingesetzt.

Im Bild 35 ist die aufgebaute Versuchsanlage schematisch dargestellt. Die Anlage arbeitet im Saugbetrieb. Ein nachgeschaltetes Absauggebläse sorgt für eine starke Luftströmung mit konstantem Volumenstrom durch den Kanal.



**Bild 35** Schematische Darstellung der Versuchsanlage





**Bild 36** Gesamtansicht der Versuchsanlage

Die Gesamtansicht der Versuchsanlage ist in Bild 36 veranschaulicht. Das Luftströmungsverhältnis wird durch ein Verteilerventil geregelt. Je ein Schneckendosierer auf beiden Strömungsseiten sorgt für die Beladung der Luft mit Partikeln. Die Partikelmassenbeladung lässt sich über die Schneckendrehzahl einstellen. Zur Dispergierung der Partikeln werden zusätzliche Druckluft-Freistrahldüsen benötigt. Die Luftströme aus den Düsen fördern die dosierten Partikeln in die Hauptströme. Zusätzlich dienen sie zur Zerschlagung der vorhandenen Agglomerate aus der Schneckendosierung und gewährleisten eine vollständige Dispergierung der Partikeln.

Die Seitenwände des Mischungskanals bestehen aus normalem Fensterglas, so dass der Zugang mit optischen Messgeräten gewährleistet ist. Außerdem bieten sich die Glaswände als glatte Begrenzung des Mischungskanals an. Der Einfluss der Wandrauigkeit auf die Partikelströmung wird damit reduziert. Andererseits wird eine geringe Partikelhaftung an der Wand beobachtet. Bevor die Luft-Partikel-Strömung die Versuchsanlage verlässt, werden die Partikeln in einem Taschenfilter abgeschieden.

## 6.3 Aufbau der verwendeten Messsysteme

### 6.3.1 Einsatz des Laser-Doppler Anemometers

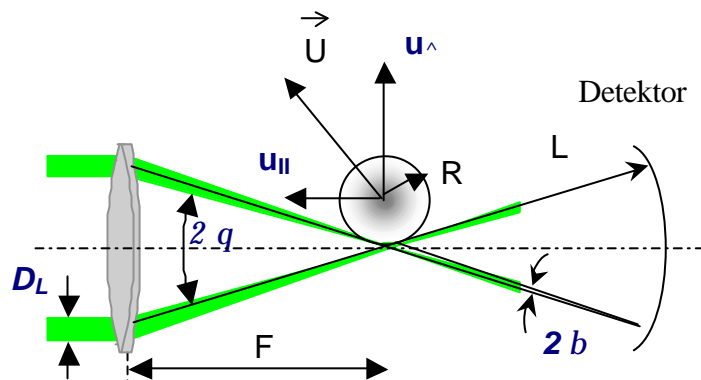
Die Laser-Doppler-Anemometrie (LDA) ist eine weit verbreitete Messtechnik zur Untersuchung von Mehrphasenströmungen. Mittels LDA werden die momentanen Geschwindigkeiten der Partikeln in der Strömung ermittelt. Die Verwendung der LDA zur Bestimmung von Fluidgeschwindigkeiten basiert auf der Bestimmung der Geschwindigkeit von Tracern, welche zusätzlich der Strömung beigemischt werden. Die Tracer sind sehr kleine Partikeln, so dass sie den Fluidbewegungen vollständig folgen, d.h. ihre Eigendynamik ist in der Strömung vernachlässigbar. Die ermittelte Geschwindigkeit der Tracer kann angenähert als die Fluidgeschwindigkeit betrachtet werden. Die von der LDA gelieferten Strömungsgeschwindigkeiten sind mittlere Strömungsgeschwindigkeiten und ihre Schwankungsanteile. Aus diesen Informationen können weitere Strömungseigenschaften wie die Profile der Turbulenzintensität, die normierten Raum-Zeit-Korrelationsfunktionen, der Turbulenzlängen- und Zeitmaßstab sowie die spektrale Verteilung der turbulenten Energie über eine entsprechende Auswerte-Software bestimmt werden.

Das Prinzip der Laser-Doppler-Anemometrie beruht auf der Tatsache, dass kohärente Lichtwellen, die von bewegten Tracer-Oberflächen gestreut werden, eine Doppler-Frequenzverschiebung verursachen und Informationen über die Tracergeschwindigkeit enthalten. Bei der LDA mit Zwei-Strahl-Konfiguration überkreuzen sich zwei monochromatische, einfallende Laserstrahlen und erzeugen ein Interferenzstreifenmuster im Raum. Das Schnittvolumen beider Laserstrahlen dient als das Messvolumen. Eine Partikel, die die Interferenzstreifen des Messvolumens durchquert, streut die Lichtsignale. Der Detektor empfängt diese Lichtinformation mit der Frequenz, welche den Partikelgeschwindigkeitskomponenten entspricht. Für nicht deformierte, reflektierende oder transparente Partikel geben Durst & Zará (1975) folgende Beziehung zwischen der Detektionsfrequenz (Doppler-Frequenz) und den zu vermessenden Geschwindigkeitskomponenten an:

$$f_D = \frac{2 (u_{\perp} \cos \mathbf{b} \pm u_{\parallel} \sin \mathbf{b}) \sin \mathbf{q}}{\lambda} \quad (120)$$

In dieser Beziehung ist  $\mathbf{b}$  der an den Partikeln entstehende Reflektions- oder Beugungswinkel des Laserstrahls.  $\mathbf{q}$  ist der Winkel zwischen beiden einfallenden Laserstrahlen.  $\mathbf{l}$  ist die Lichtwellenlänge und  $u_{\perp}$  und  $u_{\parallel}$  sind die Komponenten der Partikelgeschwindigkeit. Da das Verhältnis  $L/R$  sehr groß  $\mathbf{q}$  und  $\mathbf{b}$  aber meistens sehr klein sind, vereinfacht sich Gleichung (120) zu einer universellen Beziehung für die LDA:

$$f_D = \frac{2 u_{\perp} \sin \mathbf{q}}{\mathbf{l}} \quad \text{oder} \quad u_{\perp} = f_D \cdot \Delta x = \frac{f_D \cdot \mathbf{l}}{2 \sin \mathbf{q}} \quad (121)$$

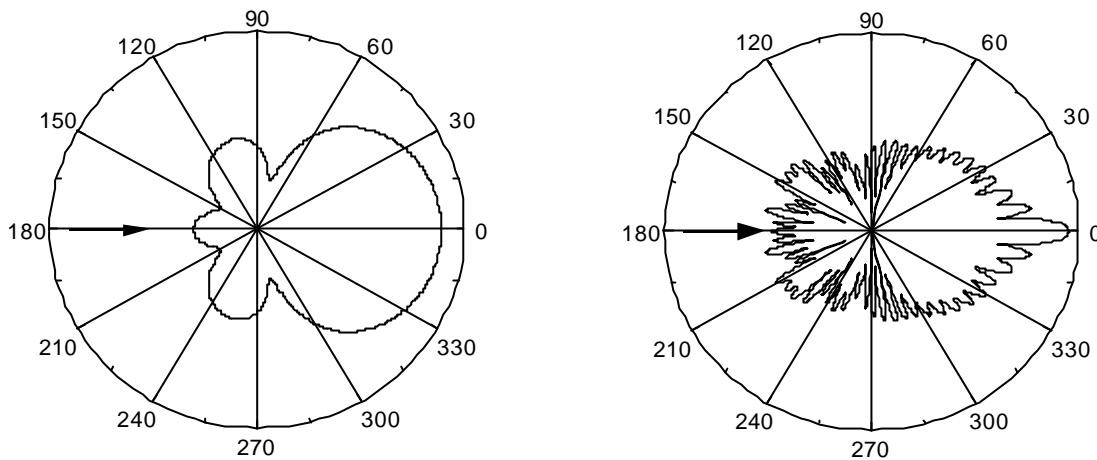


**Bild 37** Verlauf der Laserstrahlen bei der LDA (Sommerfeld & Tropea, 1999)

Anders ausgedrückt, ergibt sich die gemessene Geschwindigkeitskomponente aus der Multiplikation der detektierten Schwebungsfrequenz mit dem Interferenzstreifenabstand. Der Interferenzstreifenabstand ist eine charakteristische Systemgröße, die vom Winkel  $\mathbf{q}$  und von der Lichtwellenlänge abhängt. Weiterhin steht die Geschwindigkeitsinformation in linearer Proportionalität zur Signalfrequenz. Die Signalintensität hängt von der Position des Detektors im Raum, von der Lichtintensität und von der räumlichen Verteilung des Streulichts ab (siehe Bild 38). Die räumliche Verteilung der Streulichtintensität an der Partikel ist abhängig von der Partikelform, der Größe, dem Partikelbrechungsindex sowie der Lichtwellenlänge. Es werden drei Streulichtfälle identifiziert und durch eine dimensionslose Partikelgröße, den Mie-Parameter  $Mie = \mathbf{p} \cdot d_p / \mathbf{l}$  charakterisiert.

Die Streuung an einer Partikel, deren Abmessung kleiner als die Lichtwellenlänge ist (also für  $Mie \ll 1$  oder  $d_p < \mathbf{l}/10$ ), wird mit der Rayleigh-Streuung beschrieben. Die Streuung an sehr großen Partikeln ( $Mie \gg 1$  oder  $d_p \gg \mathbf{l}$ ) wird durch die geometrische Optik beschrieben. Für

Mikropartikeln, deren Durchmesser in der Größenordnung bis  $100 \lambda$  liegt, kann die Lichtstreuung mit der Mie-Theorie beschrieben werden.



**Bild 38** Räumliche Verteilung der Streulichtintensität an Partikeln  $d_p @ 1 \lambda$  (links) und  $d_p @ 10 \lambda$  (rechts)

Um die Bewegungsrichtung der Partikeln zu bestimmen, sind in das LDA-System optoakustische Modulatoren (Braggzellen) integriert. Durch die erzeugte Frequenzverschiebung bewegt sich das Streifenmuster im Messvolumen mit konstanter Geschwindigkeit. Die Detektionsfrequenz lässt sich dann wie folgt formulieren:

$$f_D = \frac{2 u_{\perp} \sin \mathbf{q}}{\lambda} + \Delta f \quad (122)$$

Eine Partikel mit  $u_{\perp} = 0$  (bewegt sich parallel zum Streifenmuster) erzeugt ein Signal mit  $\Delta f$ . Eine Partikel, die sich in Bewegungsrichtung des Streifenmusters bewegt, erzeugt ein Signal  $f_D < \Delta f$ . In allen anderen Fällen wird ein Signal  $f_D > \Delta f$  detektiert. Die Nutzung von Braggzellen erlaubt den Einsatz der LDA zur Geschwindigkeitsmessung in Strömungen mit hoher Turbulenzintensität oder mit Rückströmungen. Bei der Berechnung des Messvolumens muss die Gaußeigenschaft des Laserstrahls berücksichtigt werden. Die Strahlverengung  $d_L$  am Fokuspunkt durch die Fokusslinse wird wie folgt berechnet:

$$d_L = \frac{4 f \cdot \lambda}{\pi \cdot D_L} \quad (123)$$

wobei  $f$  die Fokusslänge der Sendelinse ist. Daraus ergeben sich die folgenden Beziehungen zur Berechnung des Messvolumendurchmessers, der Messvolumenlänge sowie der Anzahl der Lichtstreifen im Messvolumen:

$$d_m = \frac{d_L}{\cos \theta} ; \quad l_m = \frac{d_L}{\sin \theta} ; \quad N_{fr} = \frac{1,27d}{D_L} \quad (124)$$

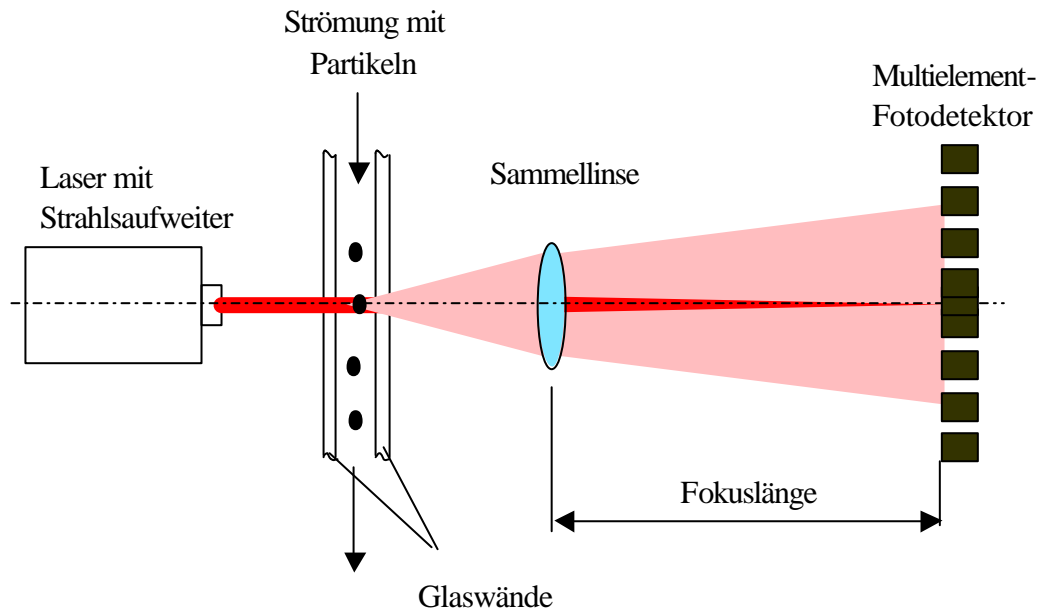
$d$  ist der Abstand zwischen den beiden parallelen Laserstrahlen im Bereich vor der Sendelinse.

### 6.3.2 Einsatz des Laserbeugungsspektrometers

Die Beugung von Laserlicht an einer kleinen Partikel gehört zu den optischen Eigenschaften der Partikeln. Wenn ein Laserstrahl auf die Oberfläche der Partikel trifft, überwindet das Licht die Grenzfläche zwischen zwei optisch unterschiedlichen Medien. Dabei entstehen Lichteffekte wie Lichtstreuungen und Lichtabsorptionen. Die Schwächung der einfallenden Lichtwellen ist als Extinktion bekannt. Die Beugung ist ein Teil der Lichtstreuung, die neben Reflexion und Brechung stattfindet. Das Laserbeugungsspektrometer (LBS) nutzt diese Beugungseffekte zur Quantifizierung der Größen von durchsichtigen als auch lichtundurchlässigen Partikeln. Bei dem in der Arbeit verwendete Messsystem sind der Laser, der Strahlaufweiter, die Messstelle, die Sammellinse und der Multielement-Fotodetektor nacheinander auf einer optischen Achse angeordnet (siehe Bild 39).

Die im Strahlengang nachgeordnete Sammellinse bündelt die durch die Partikeln entstehenden Fraunhoferschen Beugungsspektren und bildet sie auf dem im Brennpunkt zentrisch angeordneten Multielement-Fotodetektor ab. Mit dem aus 31 ringförmigen Fotosensoren bestehenden Detektor wird die Intensitätsverteilung aufgenommen, in spannungsproportionale Werte umgeformt, in einem nachgeschalteten Rechner zwischengespeichert und zur weiteren Auswertung übernommen.

Die winkelabhängige Verteilung der Intensität des an den Partikeln gebeugten Lichts ist die Dispersitätsgröße. Nach der Fraunhofer'schen Theorie gilt vereinfacht, dass bei gegebener, konstanter Wellenlänge das Licht an großen Partikeln mit hoher Intensität und um kleine Winkel, an kleinen Partikeln mit niedriger Intensität und um große Winkel gebeugt wird. Die Gesamtintensität des gebeugten Lichts hängt von der Zahl der Partikeln im Messvolumen ab. Die Beugungsmuster aller Einzelpartikeln überlagern sich in der Messebene zu einem charakteristischen, radialsymmetrischen Interferenzmuster.



**Bild 39** Optische Anordnung des Laserbeugungsspektrometers (Firma SympaTec Helos)

Die Intensitätsverteilung wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$I(r, d_p) = I_0 \cdot \left( \frac{kd_p^2}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{J_1(krd_p)}{krd_p} \right)^2 \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (125)$$

In Gleichung (125) ist  $r$  der Radius in der Brennebene (Abstand vom Brennpunkt).  $f$  ist die Brennweite der Linse.  $I_0$  ist die Intensität des einfallenden Lichts.  $\lambda$  ist die Wellenlänge des Lichts.  $J_1$  ist eine Besselfunktion erster Ordnung, und  $d_p$  ist der Partikeldurchmesser.

Befinden sich  $N_{ges}$  Partikeln verschiedener Größe im Lichtstrahl, so muss man bei der Beschreibung eines Beugungsspektrums die Intensitätsverteilung jeder Partikel berücksichtigen. Die Intensitätsverteilung ergibt sich als Summe aller Einzelintensitäten.

$$I_{ges} = \sum_{i=1}^{N_{ges}} I(r, d_{p-i}) \quad (126)$$

Die Anzahlgrößenverteilung der Partikeln berechnet sich als eine stetige Funktion  $q_0(x)$  aus der Intensitätsverteilung:

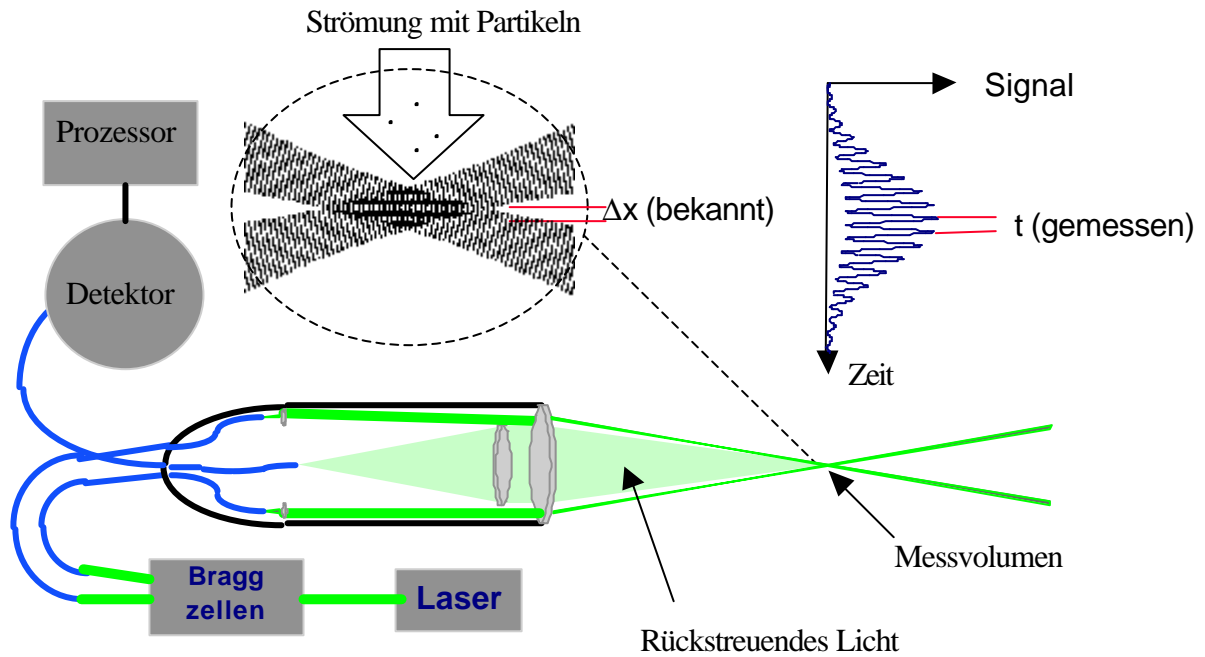
$$I(r) = \int_{d_{p-\min}}^{d_{p-\max}} N_{ges} \cdot q_0(x) \cdot I(r, d_p) \cdot dd_p \quad (127)$$

In diesem Fall sind keine Ringe erkennbar, sondern es wird nur eine diffuse, radialsymmetrische Intensitätsverteilung beobachtet. Aus den gemessenen Intensitäten lässt sich die zugehörige Partikelgrößenverteilung durch Lösen eines linearen Gleichungssystems errechnen. Die Schwankungen des Messsignals und die Instabilitäten des Gleichungssystems erfordern angepasste mathematische Ansätze, damit sich physikalisch sinnvolle Lösungen ergeben. Durch die Anwendung eines in weiten Bereichen variierten und unter verschiedensten Randbedingungen ausgetesteten Algorithmus ist es gelungen, eine geschlossene Lösung zu finden, mit der aus den gemessenen Fraunhoferschen Beugungsintensitäten mittels einer Auswerte-Software zuverlässige Partikelgrößenverteilungen errechnet, dargestellt und verarbeitet werden können (SympaTec Helos Bedienungshandbuch).

## **6.4 Messungen und Simulationen im Scherschichtkanal**

### **6.4.1 Durchführung der Messungen**

Für die Ermittlung der Strömungsprofile im Scherschichtkanal wurde ein Einkomponenten-LDA-System der Firma DANTEC verwendet. Im FlowLite-System mit integriertem HeNe-Laser diente eine Braggzelle einerseits als Frequenzmodulator und andererseits als Laserstrahlteiler. Das Laserlicht hatte eine Wellenlänge von 632 nm. Die Lichtleitung zum und vom Messkopf erfolgte mit Hilfe eines langen Glasfaserkabels. Der Messkopf fing das aus dem Messvolumen gestreute Licht auf, das System funktionierte also nach dem Rückstreuprinzip (siehe Bild 40). Der Laserkopf konnte mit Hilfe eines Traversierungssystems (DANTEC-Lightweight) in einem Bereich von 900 x 50 mm positioniert werden. Die Umwandlung der Lichtsignale in elektrische Signale erfolgte mit Hilfe eines Photomultipliers und die Burstdetektion mit einem FFT- Prozessor (DANTEC BSA). Diese Echtzeitfrequenzanalyse ermöglichte die Messung bei einem Signal-Rausch-Verhältnis weit unter 1, das Messvolumen konnte sogar die Wand berühren. Eine genaue Beschreibung des Systems ist in der Betriebsanleitung des Messsystems zu finden. Es wurde eine Sendelinse mit 160 mm Brennweite verwendet.



**Bild 40** Anordnung eines Rückstreuung LDA-Systems

Da eine LDA-Messung auf der Messung der Partikelgeschwindigkeiten beruht, wurden Glas-Kugeln der Marke „Ballotini“ mit einer Dichte von etwa  $2500 \text{ kg/m}^3$  als Tracerpartikel verwendet. Die Aufgabe der Tracer erfolgte mit einem Schneckendosierer-Druckluftzerstäubersystem. Bei diesem Gerät werden die Feinstpartikeln agglomeratfrei im Strömungskanal dispergiert. Die Angabe des Herstellers über die Partikelgröße wurde durch die Messung der Partikelgröße mit einem Nasszellen-Laserbeugungsspektrometer verifiziert. Der massengemittelte Modalwert der Größe der Tracer liegt bei  $2,5 \mu\text{m}$ .

Alle Messungen wurden bei einem Luftdurchsatz von  $607 \text{ m}^3/\text{h}$  unter Normalbedingungen und bei Raumtemperatur (ca.  $22^\circ \text{C}$ ) durchgeführt. Es wurden drei Profile (siehe Bild 34,  $x = 20, 450$  und  $720 \text{ mm}$ ) vermessen. Hierbei wurde durch das vordere Glasfenster die Axialkomponente der Geschwindigkeit an 27 Messpunkten auf der  $y$ -Achse und in der Mittel der Kanalbreite bestimmt. Der maximale Abstand der Messpunkte betrug  $2 \text{ mm}$ . In jedem Messpunkt wurden 10000 validierte Samples aufgenommen. Zur Vermeidung von Lichtreflektionen wurde ein schwarzes Brett auf der gegenüberliegenden Seite des Kanals angebracht. Hier wurde das Laserlicht absorbiert.



Die Größenbestimmung der Partikeln wurde mit dem Sympatec HELOS Laserbeugungsspektrometer (Fa. Sympatec) durchgeführt, das an einen Computer angeschlossen war. Die Datenerfassung erfolgte mit der HELOS-Software Vers. 4.4, zur statistischen Auswertung diente das QX-Programm (Fa. Sympatec).

Das Messgerät wurde senkrecht zur Kanalbreite an den Glasfenstern angebracht. Die Brennweite der Sammellinse betrug 200 mm. Der Lasersender und der Laserempfänger waren auf verschiedenen Seiten des Kanals installiert, so dass der optische Zugang des Laserstrahls durch die Kanalmitte ermöglicht wurde.

Vor jeder Messung wurde der Laserstrahl auf die drei zentralen Detektorelemente fokussiert, und es wurde eine Referenzmessung bei eingeschalteter Absaugung ohne Partikeldosierung durchgeführt. Die bei der Referenzmessung ermittelte Lichtintensität (Blindwert) wurde nach dem Vermessen der Proben rechnerisch abgezogen. Die maximal messbare Korngröße, die von der Brennweite der Sammellinse hinter dem Probenraum abhängig ist, betrug 120  $\mu\text{m}$ . Die Messzeit betrug 1 s. Eine längere Messzeit war nicht möglich, da sonst die feinen Partikeln an der Glasscheibe anhafteten und die Sicht stark einschränkten. Als optische Konzentration wurden ca. 5 % gewählt. Die Partikelgrößenverteilungen werden als Mittelwert aus drei Messungen gebildet. Es wurden die Partikelgrößenverteilungen bei den Positionen  $x = 20 \text{ mm}$ ,  $450 \text{ mm}$  und  $720 \text{ mm}$  vermessen.

#### **6.4.2 Durchführung der Euler/Lagrangeschen Berechnung mit dem entwickelten Agglomerationsmodell**

Für die Durchführung der numerischen Simulationen diente das Programmpaket ELSA22. Das Programm basiert auf den im Kapitel 3 vorgestellten Grundlagen und ermöglicht die Lösung von zweidimensionalen mehrphasigen Strömungsproblemen auf der Basis des Euler/Lagrange-Ansatzes. Zur Berücksichtigung der Agglomeration der Partikeln wurde das Agglomerationsmodell (Ho & Sommerfeld 2002) in den Berechnungscode implementiert.

Für die Berechnungen wurde ein zweidimensionales Berechnungsgitter (Rechteckgitter  $50 \times 1000$  Gitterpunkte) benutzt. Der Abstand der Knoten betrug 1 mm. Die Einlaufbedingungen für die Berechnungen wurden anhand von experimentell ermittelten Geschwindigkeits-

profilen spezifiziert. Die turbulente kinetische Energie der Gasphase wurde aus den gemessenen RMS-Geschwindigkeitskomponenten bestimmt:  $k = 3/2 \overline{u^2}$ . Die Dissipationsrate berechnet sich aus  $\epsilon = k^{1.5}/0,01l_k$ , wobei  $l_k$  ist die Hälfte der Tiefe des Scherschichtkanals ist.

Die Berechnung der dispersen Phase benötigt die Spezifizierung der Partikelgrößenverteilung. Hierfür wurde die mit dem LBS an der Anfangsposition der Scherschicht gemessene Partikelgrößenverteilung verwendet. Die Partikeln wurden entsprechend bei  $x = 0$  zugegeben. Der Massenstrom der Partikelphase ist gleich dem bei dem Experiment eingestellten Partikelmassenstrom  $\dot{m}_p = 5,74 \text{ kg/h}$ . Die Anfangsgeschwindigkeit der Partikeln ist gleich der mittleren Anfangsgeschwindigkeit der Strömung. Die RMS-Geschwindigkeiten der Partikeln wurde aus einer Normalverteilung mit einer vorgegebenen Standardabweichung, welche die RMS-Geschwindigkeit der Fluidphase gleich ist, generiert.

Die Partikel verlassen das Berechnungsgebiet, wenn sie den Auslassquerschnitt bei  $x = 1000$  mm durchqueren. An der Kanalwand wurde für die Gasströmung die Haftbedingung eingesetzt. Die Wechselwirkung der Partikel mit der glatten Wand wird als ideale Reflexion behandelt.

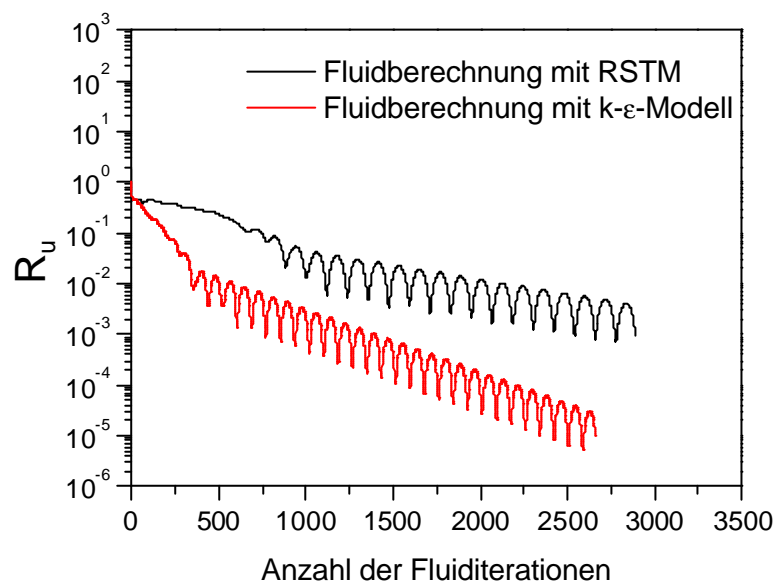
Die Berechnungsprozedur läuft nach folgenden Schritten ab:

1. Eine konvergente Lösung der stationären Gasströmung wurde zunächst ohne Berücksichtigung des Einflusses der Partikeln berechnet. Die Lösung ist konvergent, wenn die Summe der Residuen aller Variablen kleiner als  $10^{-3}$  ist.
2. Eine große Anzahl (400 Parcels pro Klasse) repräsentativer Parcel für jede Partikelgrößenklasse wurde durch das zuvor berechnete Gasströmungsfeld verfolgt. Dadurch wurden die lokale Verteilung der Partikelphase und die statistisch gesicherten Werte der mittleren und der Schwankungsgrößen bestimmt.
3. Die gleiche Anzahl der Parcel wurde bei Berücksichtigung der Partikel-Partikel-Kollisionen und der Agglomerationen noch einmal verfolgt. Die lokale Verteilung der Partikelphase sowie die statistischen Größen wurden korrigiert.

Die Kopplung zur Berücksichtigung des Einflusses der dispersen Phase auf die kontinuierliche Phase wurde in der Arbeit nicht berücksichtigt, da der Volumenanteil sehr gering war.

Für die Berechnung der Gasphase wurde der Unterrelaxationsfaktor  $0,7$  für die Geschwindigkeitskomponenten und  $0,3$  für den Druck gewählt. Die konvergente Lösung wurde normalerweise nach etwa  $1000$  bis  $5000$  Iterationen erreicht. Die Berechnungszeit für den Euler'schen Schritt betrug etwa  $15$  Minuten bei Benutzung eines PC's (AMD-Athlon  $1500$  MHz,  $256$  MByte Speicher). Die Berechnungszeit der dispersen Phase betrug etwa  $24$  Minuten für  $11200$  Parcels. Die Berechnungszeit des Lagrangeschen Schrittes ist abhängig von der Anzahl der zu trackenden Partikeln.

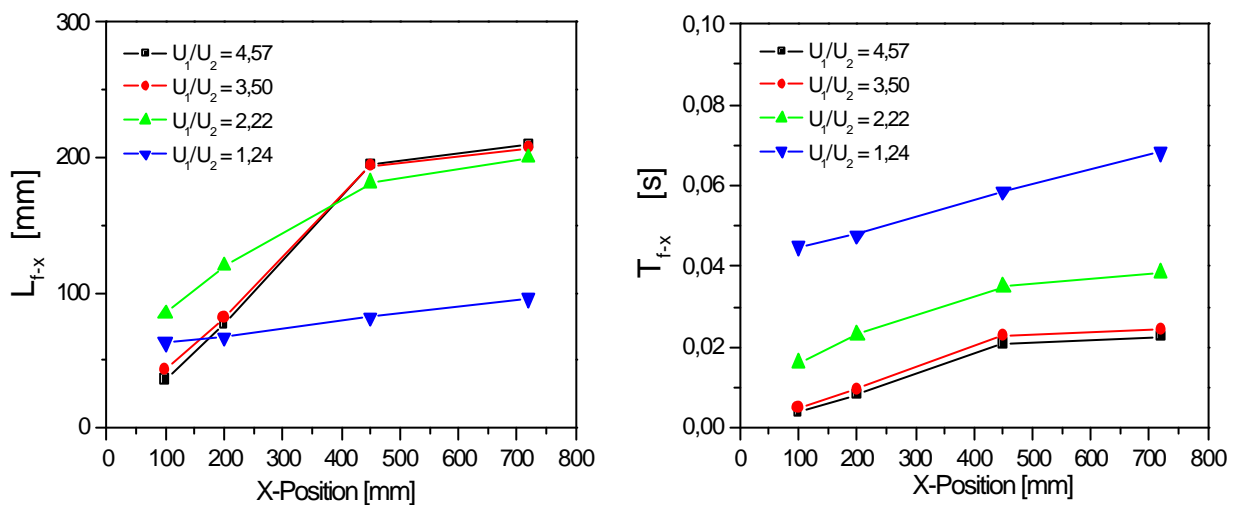
Bild 41 zeigt repräsentativ den Verlauf des Residuums der mittleren Geschwindigkeit. Bei Anwendung des  $k$ - $\varepsilon$ -Turbulenzmodells wird die Konvergenz schon nach etwa  $1000$  Iterationen erreicht. Dagegen benötigt die Berechnung mit dem RSTM eine höhere Anzahl an Rechnungsiterationen, da in diesem Fall die Anzahl der zu lösenden Gleichungen höher ist.



**Bild 41** Verlauf des berechneten Residuums bei der Berechnung des Fluidfelds

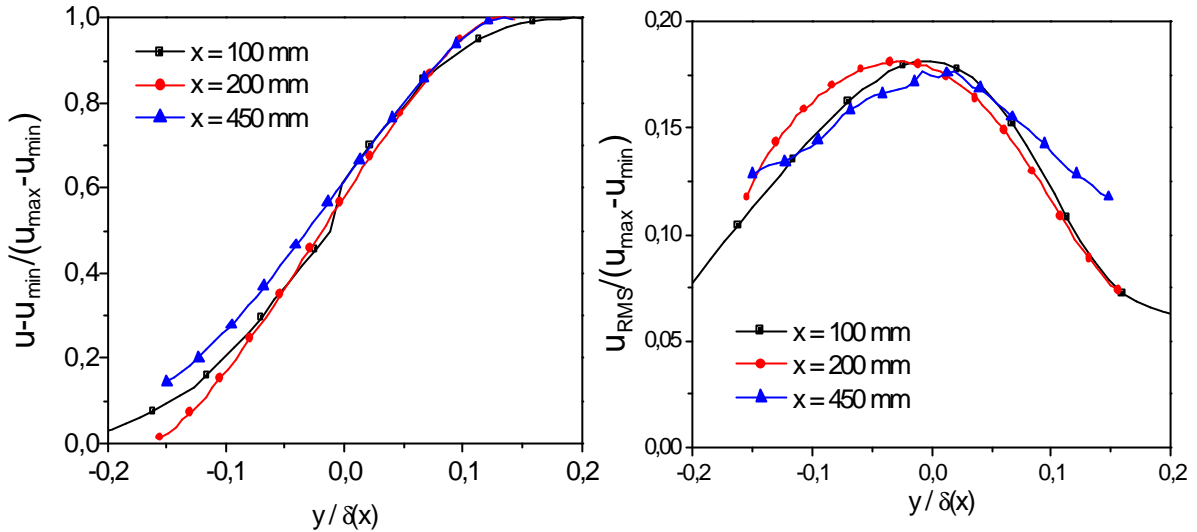
## 6.5 Ergebnisse und Diskussion

Die Zielstellung der Untersuchung ist die Bewertung des Einflusses des Verhältnisses der Strömungsgeschwindigkeiten  $U_1/U_2$ , der Feststoffkonzentration und der Eigenschaften der Partikeln auf den Agglomerationsvorgang im Scherschichtkanal. Die experimentelle Daten dienen der Validierung des Euler/Lagrangeschen Verfahrens unter Berücksichtigung der Partikelagglomeration.



**Bild 42** Turbulente Längen- und Zeitmaße in der Scherschicht bei unterschiedlichen Verhältnissen der Strömungsgeschwindigkeiten als Funktion des Abstands von der Trennplatte.

Es wurde vier Versuche durchgeführt, wobei aus den mit der LDA-Methode ermittelten Strömungsprofilen des jeweiligen Versuches wurden die Geschwindigkeitsverhältnisse zu  $U_1/U_2 = 1,24; 2,22; 3,5$  und  $4,57$  berechnet. In den Experimenten unter Normalbedingungen, d.h. Standardatmosphäre, wurde die Anlage mit einer maximalen Geschwindigkeit von  $U_2 = 23,0 \text{ m/s}$  betrieben. Die Machzahl ist kleiner als  $0,1$ , somit die Strömung als inkompressibel bezeichnet werden kann. Es wurde keine Wirbelablösefrequenz gemessen. Deshalb wurde die Strouhal-Zahl als  $0,055$  angenommen, wie sie in der Arbeit von Hishida et al. (1992) angegeben ist. Mit den Gleichungen (118) und (119) wurden die Kenngrößen, wie das turbulente Zeit- und Längenmaß, in der Strömung ermittelt. Diese Größen sind im Bild 42 dargestellt. Bei steigendem Geschwindigkeitsverhältnis reduziert sich das turbulente Zeitmaß und die turbulenten Wirbel werden größer. Das turbulente Zeitmaß steigt in Strömungsrichtung an.



**Bild 43** Selbstähnliche Verläufe der mittleren Geschwindigkeit und der Geschwindigkeitsfluktuation in axialer Richtung ( $U_1/U_2 = 4,57$ )

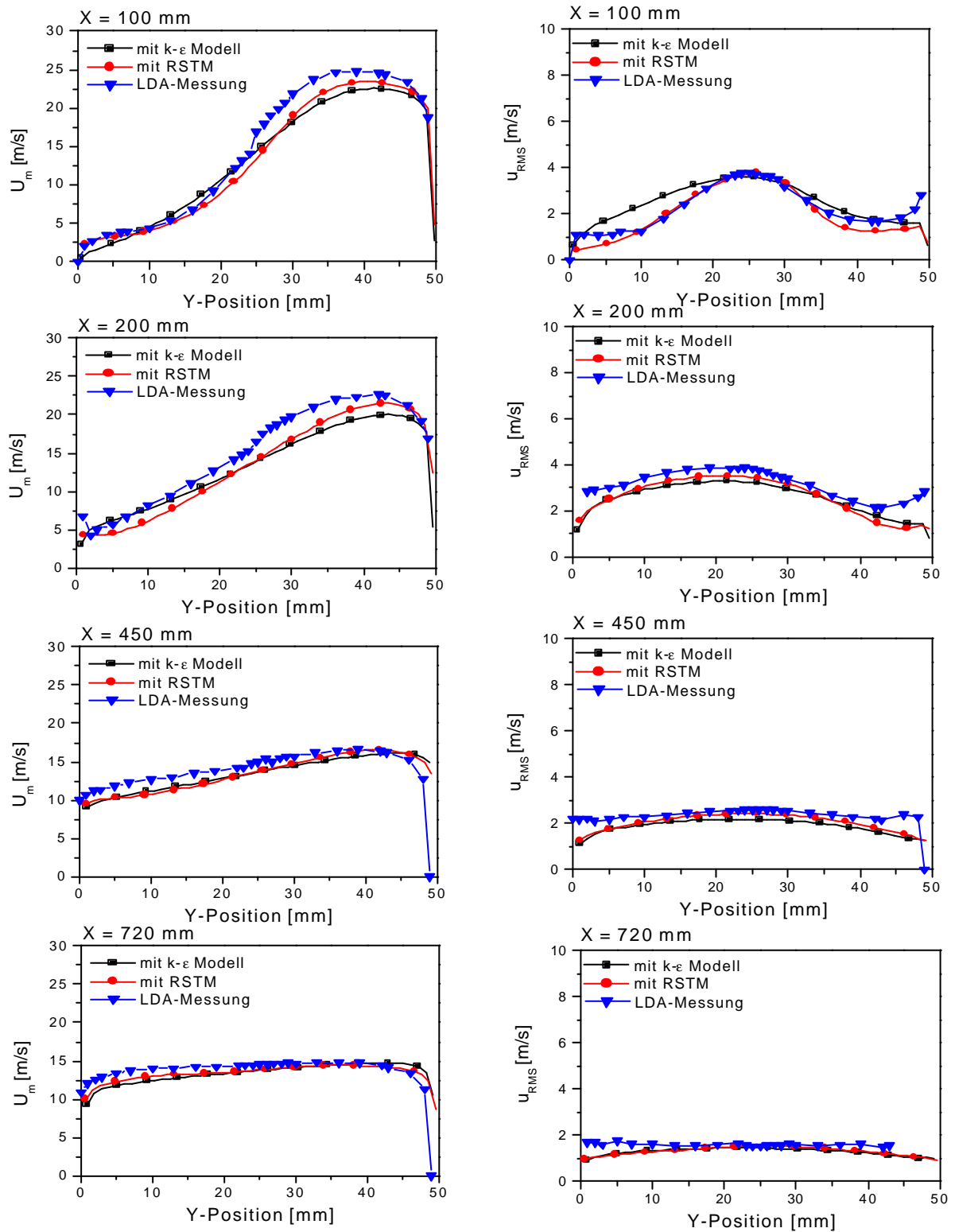
In der Scherschicht bewegen sich zwei parallele Strömungen mit den Geschwindigkeiten  $U_1$  und  $U_2$  sowie unterschiedlichen Impulsströmen aneinander vorbei. Durch den turbulenten Queraustausch an der Berührungsfläche entsteht turbulente Reibung (Schubspannung). Dadurch wird der Geschwindigkeitssprung zwischen den beiden Schichten geglättet. Die Strömungsform der Scherschicht wurde u.a. von Wygnanski & Fiedler (1970) experimentell untersucht. Sie besitzt eine ähnliche Lösung, d.h. die Strömungsprofile in axialer Richtung liegen aufeinander, wenn sie in dimensionloser Form dargestellt werden. Zur Überprüfung der mit LDA gemessenen Profile wurden diese in eine dimensionlose Form gebracht. Bild 43 zeigt die selbstähnlichen Verläufe der mittleren Geschwindigkeit und Schwangungsgeschwindigkeit in der Scherschicht für den Fall  $U_1/U_2 = 4,57$ . In der Darstellung werden die dimensionlosen axialen Strömungsprofile bei den Positionen  $x = 100$  mm,  $200$  mm und  $450$  mm miteinander verglichen. Zur Normierung wurde die Geschwindigkeitsdifferenz  $\Delta U = U_{\max} - U_{\min}$  als Referenzgeschwindigkeit benutzt. Sie ist unabhängig von der  $x$ -Richtung und charakteristisch für den Schergradienten. Das Längenmaß der größten Wirbel  $d(x)$  wird für die Normierung des lateralen Abstands von der Mitte der Scherschicht verwendet. Es ergibt sich nach Durbin (2001) als lineare Dicke der Scherschicht:

$$d(x) \propto \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}} x \quad (128)$$

Der selbstähnliche mittlere Geschwindigkeitsverlauf wie im Bild 43 wird meistens durch eine empirische Funktion angenähert. Wygnanski & Fiedler (1970) beschrieben diesen Verlauf mit einer hyperbolischen Tangens-Funktion (*tanh*). Andere Autoren wie z.B. Durbin (2000), gaben eine Fehler-Funktion (*Erf*) an. Die Verteilungen der Geschwindigkeitsfluktuationen in der Scherschicht (Bild 43 rechts) haben einen ähnlichen, glockenförmigen Verlauf. Die Lage der Maxima dieser Kurven stimmt mit dem angegebenen Wert  $(u_{RMS}/\Delta U)_{\max} \approx 0,18$  bei  $y/d(x) = 0$  von Wygnanski & Fiedler (1970) gut überein. Die Ergebnisse im Bild 43 zeigen, dass sich die gemessenen mittleren Geschwindigkeitsprofile selbstähnlichen annähern und sinnvolle Ergebnisse mit der LDA gemessen wurden. Eigenschaften einer freien turbulenten Scherschicht konnten im Bereich von  $-0,15 < y/d(x) < 0,15$  nachgewiesen werden. Außerhalb dieses Bereichs treten Einflüsse der Glaswand auf die Strömungsprofile auf.

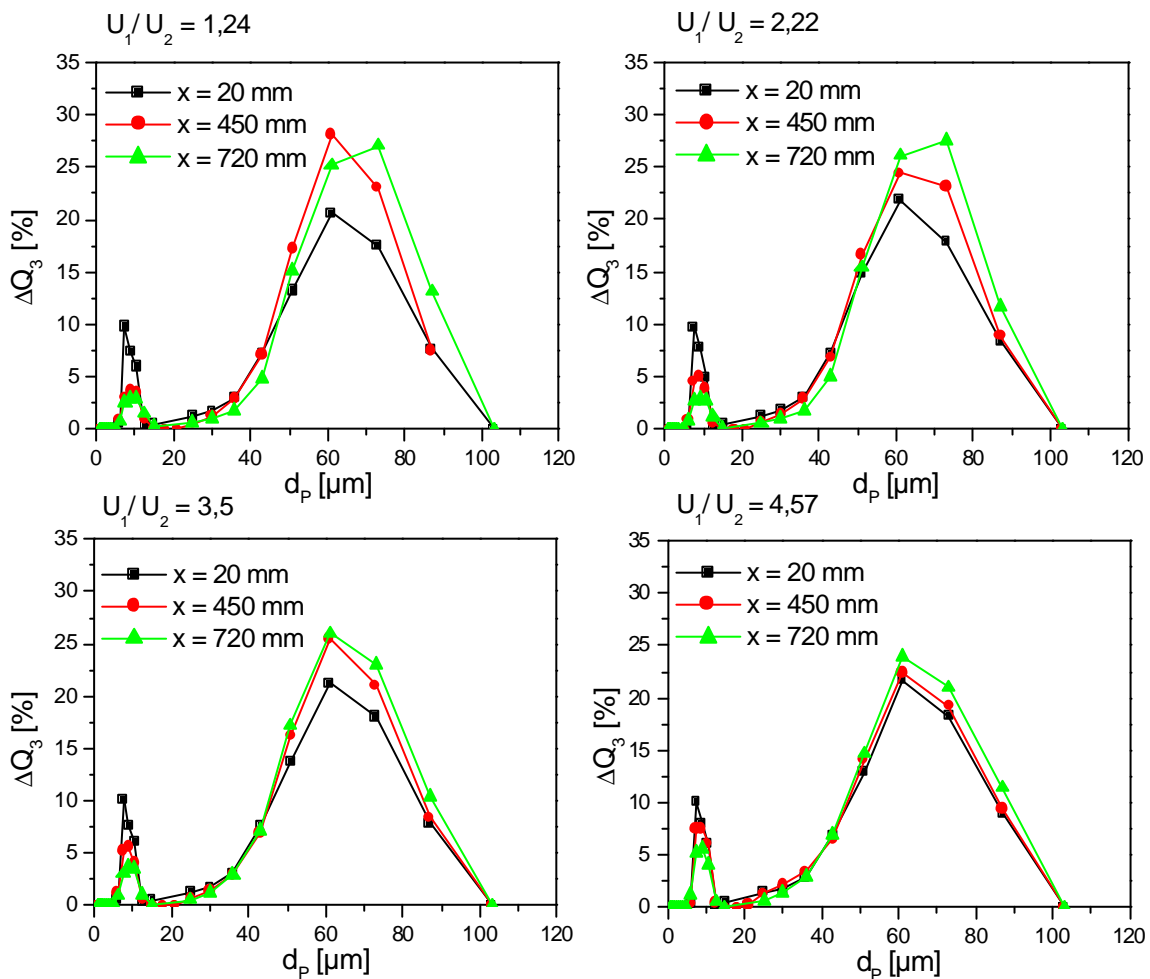
Im Bild 44 werden die Strömungsprofile der einzelnen numerischen Simulationen mit unterschiedlichen Turbulenzmodellen untereinander und mit den experimentellen Daten verglichen. Für den Vergleich zwischen Rechnung und Messung wurden zwei Größen herausgegriffen, die charakteristisch sind und sich für die Beurteilung der Simulationsergebnisse eignen. Dies ist die axiale Geschwindigkeit, die repräsentativ für gemittelte Strömungsgrößen steht, und für die turbulenten Schwankungsgrößen die RMS-Geschwindigkeit, welche sich beim k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell über die turbulente kinetische Energie  $k$  berechnen lässt.

Bei den Positionen  $x = 100$  mm und  $200$  mm liegen die mit beiden Turbulenzmodellen berechneten mittleren Strömungsprofile niedriger (etwa 5 % vom Betrag) als die LDA-Messergebnisse. Die mit dem RSTM berechneten Profile stimmen allerdings besser mit den experimentellen Profilen überein als die mit dem mit dem k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell berechneten. Zur Berechnung von Strömungen mit hohen Schergradienten ist das RSTM also besser geeignet als das k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell. Im Fernfeld der Scherschicht ergibt sich jedoch mit beiden Turbulenzmodellen eine zufriedenstellende Übereinstimmung mit den experimentell ermittelten Strömungsprofilen. Die Berechnung des Strömungsfelds mit dem RSTM benötigt mehr Rechenaufwand als die mit dem k- $\epsilon$ -Modell. Wie im Bild 41 dargestellt, erreicht die Berechnung mit dem k- $\epsilon$ -Modell das limitierende Residuum von  $1 \cdot 10^{-3}$  bereits nach etwa 1000 Iterationen. Mit dem RSTM wurde der dreifache Aufwand (also 3000 Iterationen) benötigt.



**Bild 44** Profile der mittleren und der RMS-Geschwindigkeiten der Fluidphase in Hauptströmungsrichtung beim Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeiten  $U_1/U_2 = 4,57$ . Vergleich der Messwerte mit den Ergebnissen des k-ε-Turbulenzmodells und des RSTM

Im Bild 44 (rechts) sind die Profilverläufe der axialen RMS-Geschwindigkeit eingezeichnet. Die Messung bei  $x = 100$  mm ergibt einen Betrag der Geschwindigkeitsschwankung von  $u_{RMS} = 4$  m/s im Bereich der Kanalmitte ( $y = 25$  mm). Mit steigendem Abstand von der Trennplatte ( $x$ ) wird Schergradient geringer, deshalb sinkt die maximale  $u_{RMS}$  ebenfalls. Im Profil bei der Position  $x = 200$  mm ist das Maximum in der RMS-Geschwindigkeit noch deutlich erkennbar. Im Fernfeld bei den Positionen  $x = 450$  mm und  $720$  mm hat die lokale RMS-Geschwindigkeit im gesamten Kanal annähernd den gleichen Wert.



**Bild 45** Änderung der Partikelgrößenverteilung im Scherschichtkanal bei Variation der Verhältnisse der Strömungsgeschwindigkeiten in Abhängigkeit von der Messposition (Ergebnisse der Messung mit dem Laserbeugungsspektrometer)

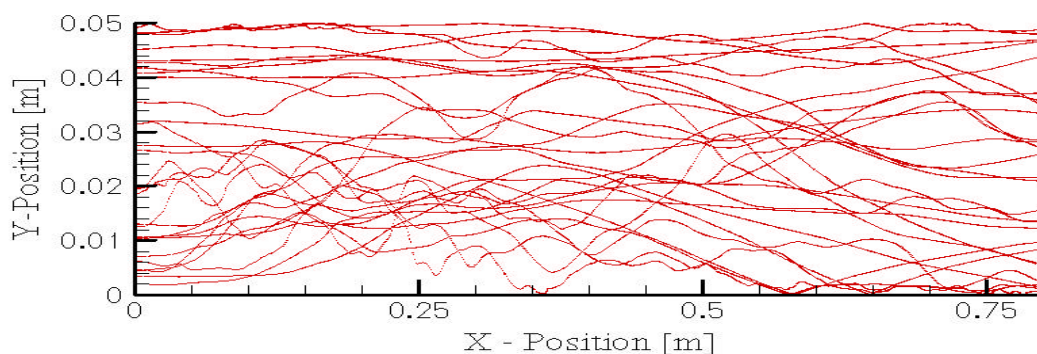
Die mittels Laserbeugungsspektrometer gemessenen Partikelgrößenverteilungen bei vier unterschiedlichen Verhältnissen der Strömungsgeschwindigkeiten sind im Bild 45 gezeigt. Die Messungen wurden bei den Positionen 20 mm, 450 mm und 720 mm durchgeführt. In den



dargestellten Versuchen wurde ein Gemisch aus zwei Partikelfraktionen mit einem gleichen Massendurchsatz an beiden Seiten der Scherschicht zudosiert. Bei diesem Versuch liegt eine bimodale Partikelgrößenverteilung vor. Die kleine Fraktion besteht aus Partikeln mit 6 bis 15  $\mu\text{m}$  Durchmesser und wird in sechs Klassen unterteilt. Die große Fraktion hat einen deutlich größeren Massenanteil, und der Partikeldurchmesser liegt im Bereich von 25 bis 103  $\mu\text{m}$ . Sie wurde in acht Klassen unterteilt.

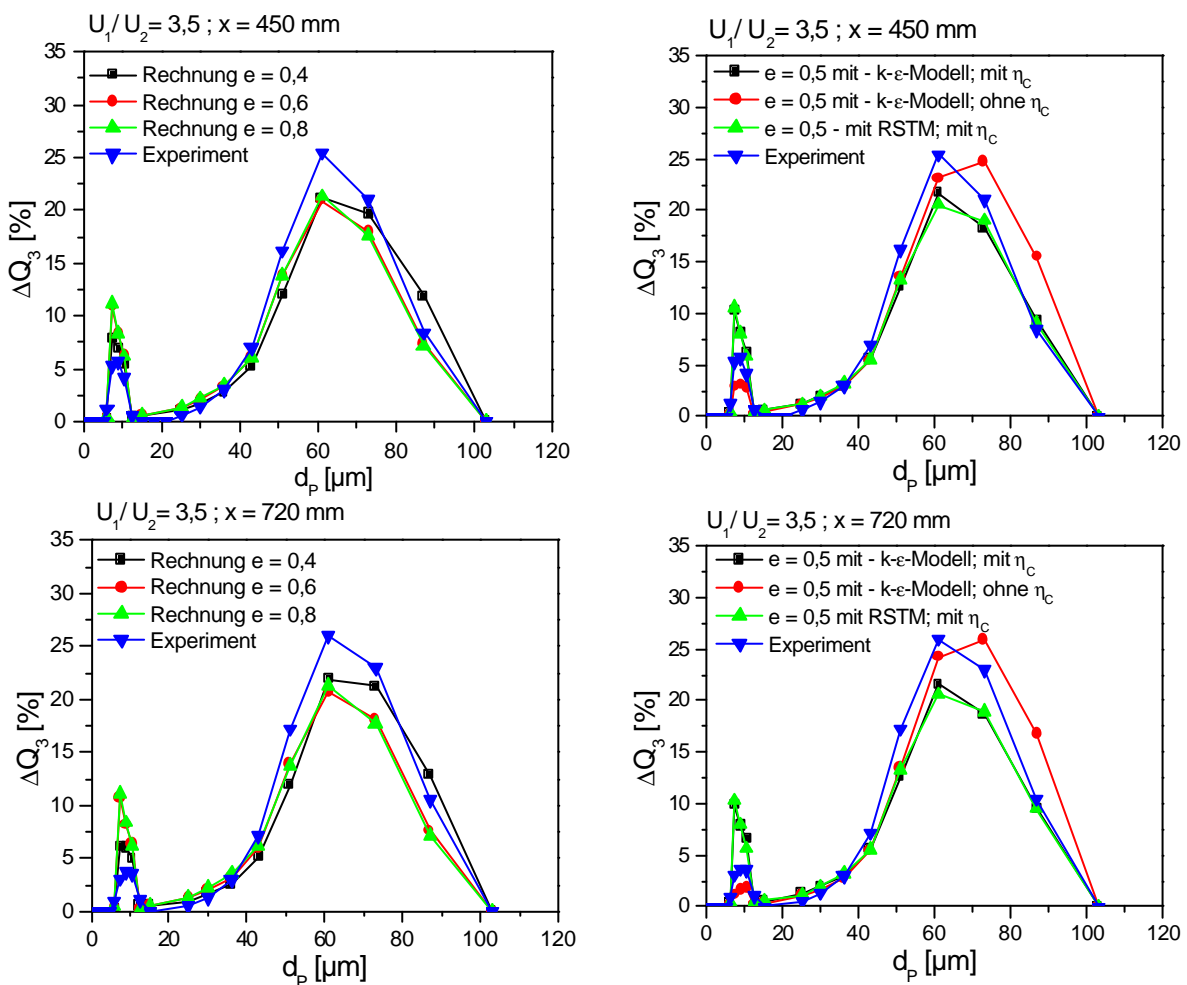
Die Messergebnisse zeigen, eine ausgeprägte Partikelagglomeration im Scherschichtkanal. Die Partikeln der kleinen Größen haften an den größeren und bilden Agglomerate. Daraus resultiert eine Verschiebung der Partikelgrößenverteilung in Richtung der größeren Partikeln. Die Erhöhung der relativen Geschwindigkeit führt zur Reduktion der Agglomerationsrate, was durch zu hohe Relativgeschwindigkeiten begründet werden kann. Im Rahmen dieser Arbeit wurde keine weitere Messmethode zur Bestimmung der Partikelgrößenverteilung im Scherschichtskanal verwendet. Deshalb dienen die Ergebnisse des Laserbeugungsspektrometers als Vergleichswerte für die Validierung der Berechnungsergebnisse der dispersen Phase.

Die Lagrangesche Berechnung wurde für eine Partikelgrößenverteilung entsprechend der gemessenen durchgeführt. Hierfür wurden die Partikeln in 14 Klassen eingeteilt und durch das Strömungsfeld verfolgt. Die Partikeln wurden gleichverteilt in zwei Eintrittsebenen ( $x = 0$ ;  $y = 0,025$  m und  $y = 0,025$  ,  $0,05$  m) injiziert. Im Bild 46 sind die im Scherschichtkanal berechneten Bahnen der Partikeln von 6 bis 87  $\mu\text{m}$  Größe eingezeichnet.



**Bild 46** Berechnete Partikelbahnen im Scherschichtkanal für den Testfall  $U_1/U_2 = 3,5$  und  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$  (obere Kanalhälfte : schnell, untere Kanalhälfte: langsam)

Das Ziel dieses Abschnittes ist die Überprüfung der Anwendbarkeit des Agglomerationsmodells. Mit ihm wurde die Berechnung der dispersen Phase mit Veränderung der Partikelgrößenverteilung ermöglicht. Bei der Berechnung mit dem Agglomerationsmodell wird für jede Größenklasse der Massenanteil eines repräsentativen Parcels berücksichtigt. Falls eine Agglomeration der Partikeln stattfindet, wird der Massenanteil der betrachteten kleineren Partikeln auf den Massenanteil der größeren Partikeln aufsummiert. Die entsprechende Masse der kleineren Partikeln verschwinden aus der Größenklasse. Somit wurde die Massenbilanz gewährleistet.



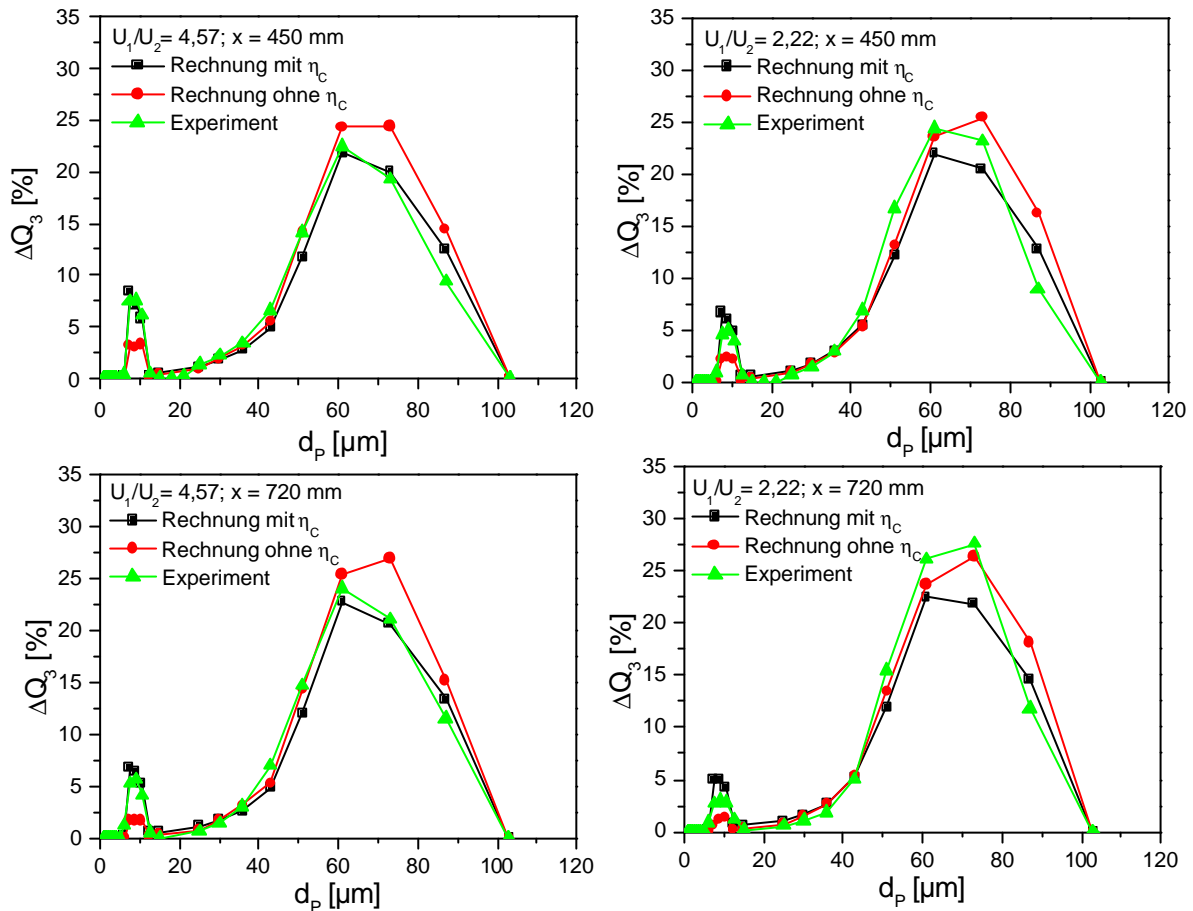
**Bild 47** Vergleich der Partikelgrößenverteilung aus Messung und Berechnung. Links: berechnete Partikelgrößenverteilung für die Restitutionskoeffizienten  $e = 0,4$ ;  $0,6$ ;  $0,8$  und Verwendung des  $k-\epsilon$ -Turbulenzmodells; rechts: berechnete Partikelgrößenverteilung bei Benutzung der mit dem Standard- $k-\epsilon$ -Turbulenzmodell und der mit dem RSTM ermittelten Strömungsfelder, Vergleich der Ergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit

Bild 47 zeigt die berechneten Partikelgrößenverteilungen im Vergleich zu den experimentell bestimmten Partikelgrößenverteilungen an den Positionen  $x = 450 \text{ mm}$  und  $720 \text{ mm}$  bei  $U_1/U_2 = 3,5$ . Im Bild 47 (links) sind die mit unterschiedlichen Restitutionskoeffizienten berechneten Verteilungen dargestellt. Die berechneten Ergebnisse zeigen qualitativ die Tendenz der Verschiebung der Partikelgrößenverteilung infolge von Agglomeration. Der Restitutionskoeffizient beeinflusst entscheidend die Vorhersage der Agglomerationsrate. Ein geringer Restitutionskoeffizient bewirkt die Erhöhung der kritischen Geschwindigkeit und somit der Hafteigenschaft der Partikeln. Die mit  $e = 0,4$  berechneten Partikelgrößenverteilungen liegen den gemessenen am nächsten.

Im Bild 47 (rechts) sind die berechneten Partikelgrößenverteilungen dargestellt, bei denen das Strömungsfeld einmal mit dem k- $\epsilon$ -Modell und ein zweites Mal mit dem RSTM berechnet wurde. Es werden keine wesentlichen Unterschiede zwischen beiden Partikelgrößenverteilungen festgestellt. Deshalb wird der Einfluss der anisotropen Turbulenzanteile auf den Agglomerationsvorgang als klein angenommen. Auf Grund dieser Kenntnis wurde die weitere Berechnung der Fluidströmung mit dem k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell durchgeführt.

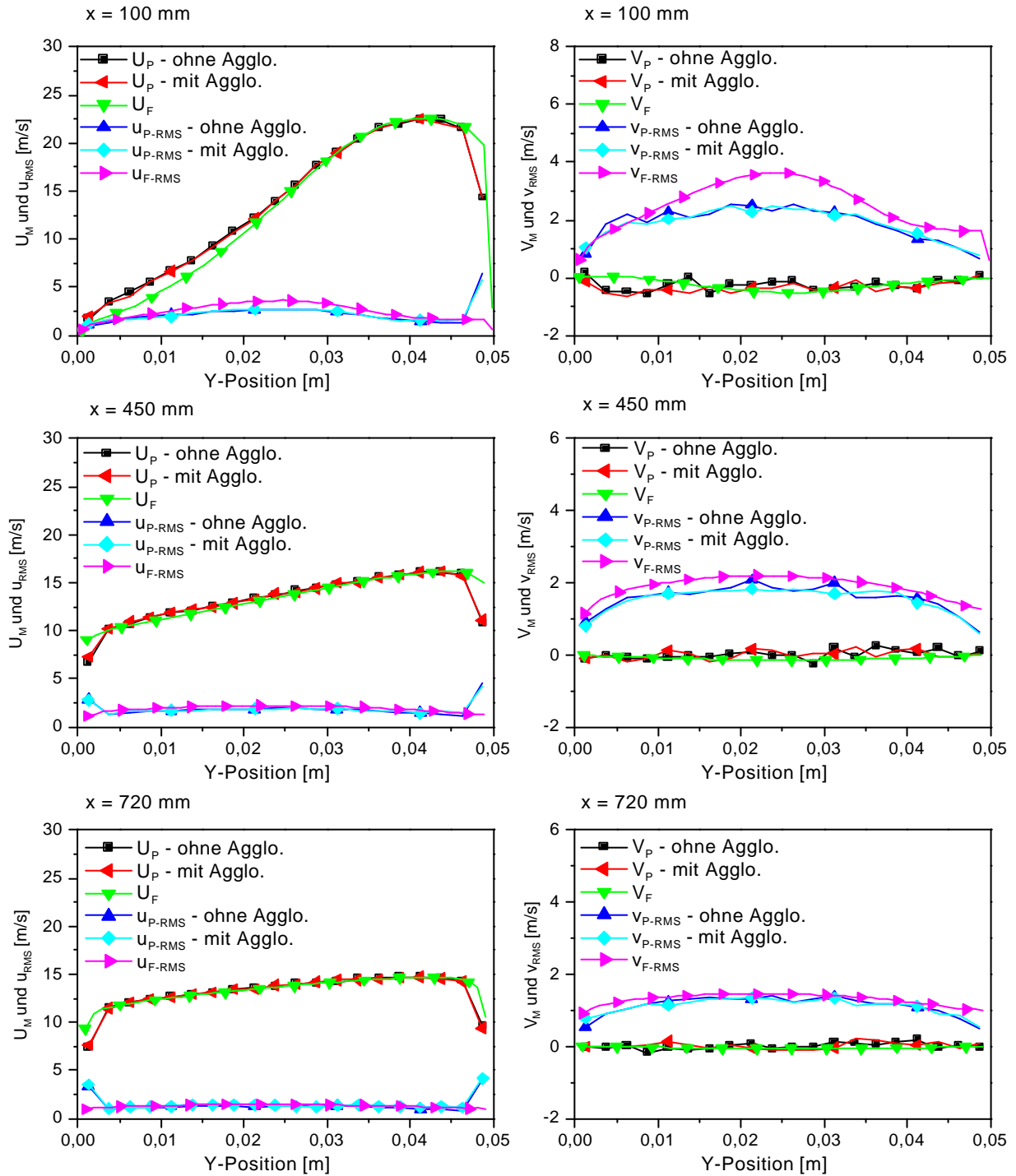
Weiterhin präsentiert das Bild 47 (rechts) die Partikelgrößenverteilungen für die Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit. Im Fall ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit wurden deutlich höhere Agglomerationsraten berechnet. Dadurch wird der Anteil der großen Partikel im Vergleich zum gemessenen überschätzt. Die Bedeutung der Auftreffwahrscheinlichkeit bei der Berechnung wurde somit nachgewiesen.

Im Bild 48 werden die berechneten Partikelgrößenverteilungen mit den experimentellen Ergebnissen bei zwei Verhältnissen der Strömungsgeschwindigkeiten  $U_1/U_2 = 2,22$  und  $U_1/U_2 = 4,57$  verglichen. Auch hier werden die Ergebnisse der Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit vorgestellt. Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass sich die Agglomerationsrate bei größerem Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeiten etwas reduziert. Eine ähnliche Tendenz wurde auch bei den Messergebnissen festgestellt.



**Bild 48** Vergleich der Partikelgrößenverteilungen aus Messung und Berechnung. Vergleich der Ergebnisse mit und ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit. Links:  $U_1/U_2 = 4,57$ ,  $e = 0,4$  und  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ ; rechts:  $U_1/U_2 = 2,22$ ,  $e = 0,4$  und  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$

Zur Untersuchung des Einflusses der Agglomeration von Partikeln auf die Bewegung der dispersen Phase wurden deren Geschwindigkeiten analysiert. Im Bild 49 werden die berechneten Profile der Gasgeschwindigkeit und der Partikelgeschwindigkeit miteinander verglichen. Es sind die Strömungsprofile von  $U_1/U_2 = 4,57$  bei den Positionen  $x = 100, 450$  und  $720$  mm dargestellt. Die axialen mittleren Partikelgeschwindigkeiten bei den Positionen  $x = 100$  und  $450$  mm liegen höher als die mittleren Fluidgeschwindigkeiten. Der Grund dafür ist die Wirkung der Schwerkraft in axialer Richtung. Im Bereich der langsam strömenden Seite bewegen sich die Partikel deutlich schneller als die Fluidströmung. Unterschiede zwischen den mittleren Partikelgeschwindigkeiten und den RMS-Werten aus den Berechnungen mit und ohne Berücksichtigung der Effekte der Partikelagglomeration sind nicht deutlich zu erkennen.

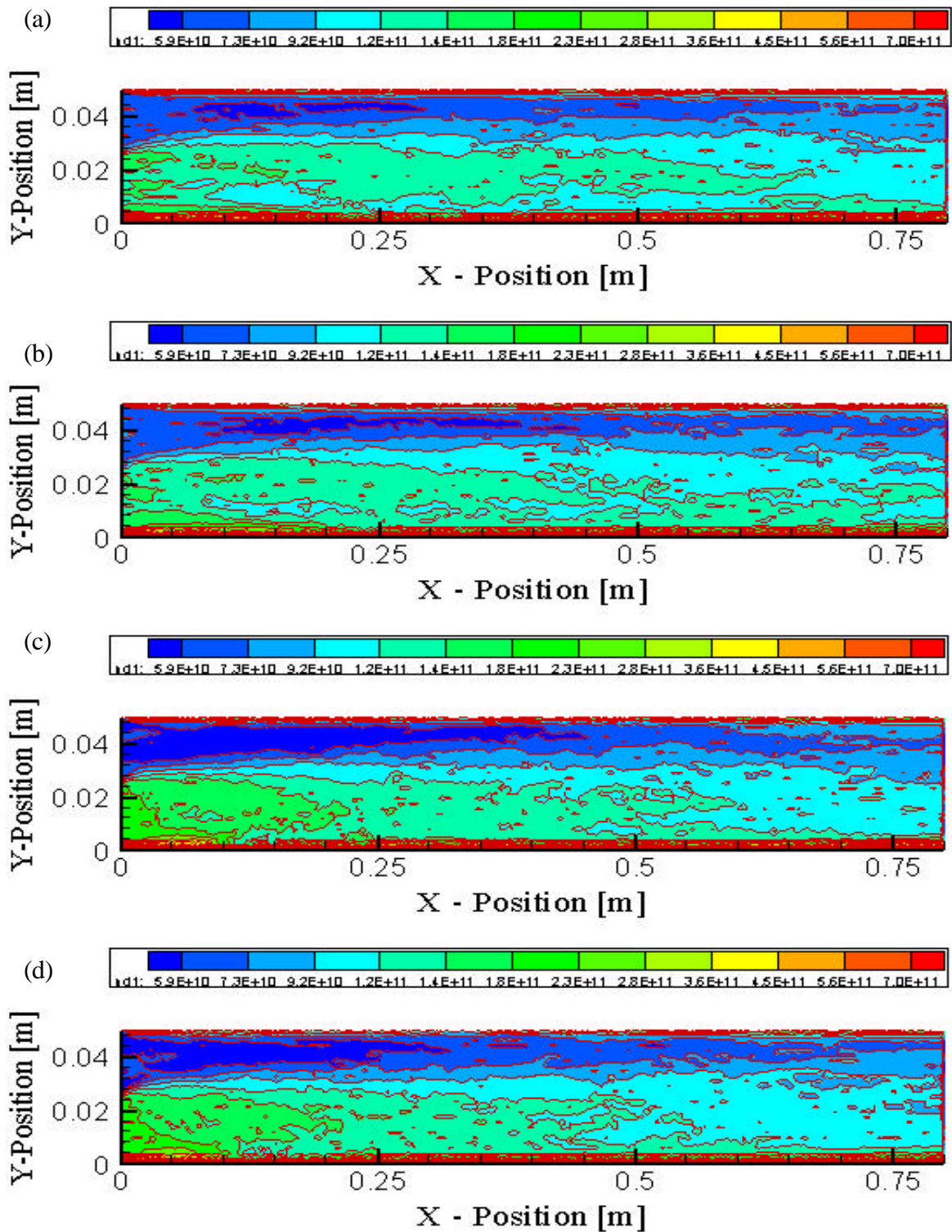


**Bild 49** Profile der Strömungsgeschwindigkeiten in axialer und in lateraler Richtung für den Fall  $U_1/U_2 = 4,57$ ; Vergleich zwischen den Fluidgeschwindigkeiten und den Partikelgeschwindigkeiten mit und ohne Berücksichtigung der Partikelagglomeration.

Das Bild 49 (rechts) zeigt die lateralen Geschwindigkeiten des Fluids und der Partikelphase. Bei der Position  $x = 100$  mm (im Einlaufbereich der Scherschicht) existiert eine hohe laterale Fluidturbulenz. Außerdem strömt das Fluid mit einer geringen Geschwindigkeit von der

schneller zu der langsam strömenden Seite. Durch die Trägheit folgen die Partikeln nicht vollständig den Fluidfluktuationen. Deshalb haben die Partikeln eine geringere Schwankungsgeschwindigkeit als das Fluid. Man kann sagen, dass sich die Partikeln in der Region der freien Scherschicht im Beschleunigungszustand befinden. Bei der Position  $x = 450$  mm ist dieser Effekt noch erkennbar. Die mittlere Strömungsgeschwindigkeit bei der Position  $x = 720$  mm ist annähernd Null. Der Unterschied zwischen den Partikelgeschwindigkeitsschwankungen und der Fluidfluktuation ist nur noch gering. Bei der lateralen Geschwindigkeitskomponente gibt es ebenfalls keine wesentlichen Unterschiede bei den mittleren und Schwankungsgeschwindigkeiten der Partikeln für die Fälle mit und ohne Berücksichtigung der Partikelagglomeration.

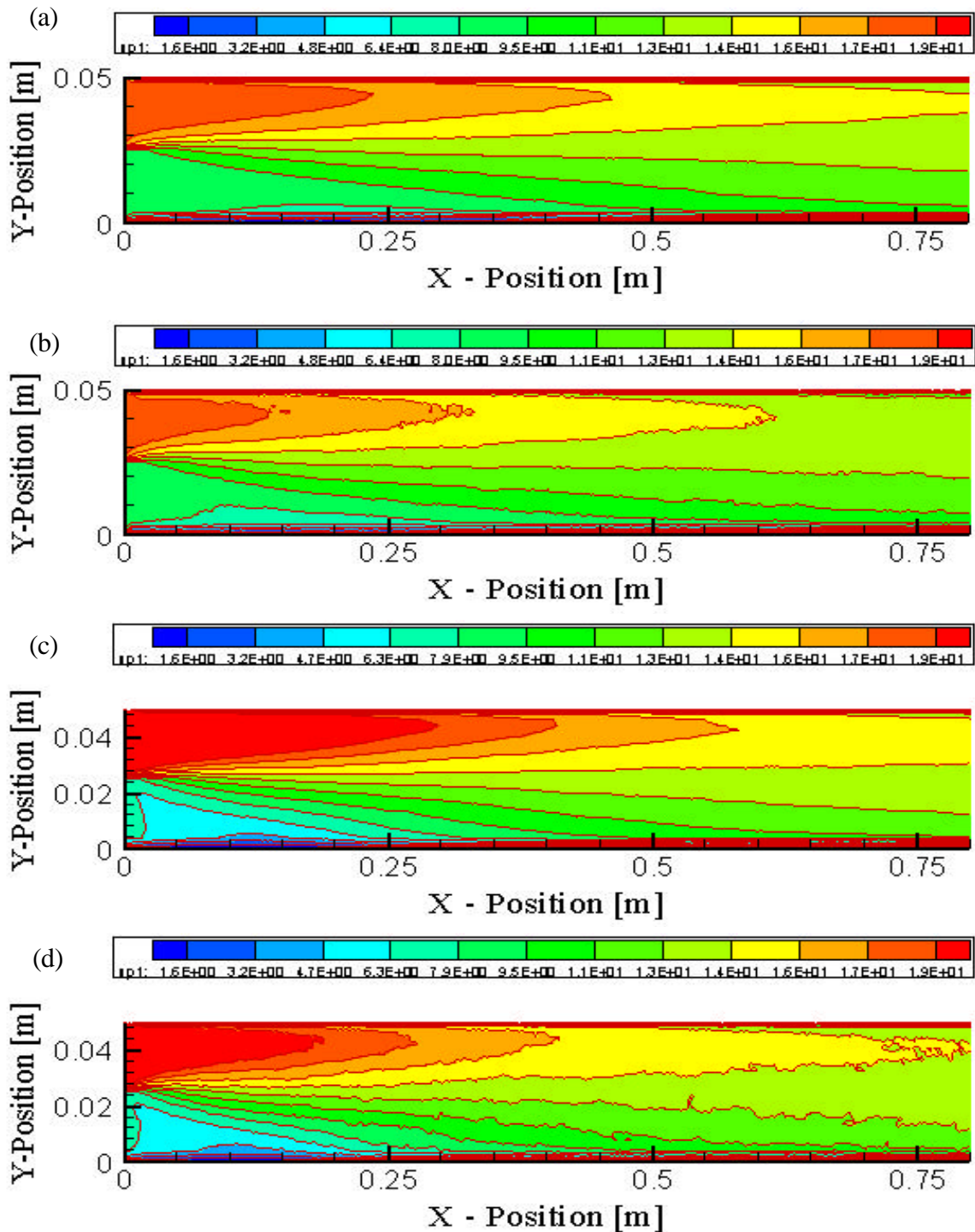
Die weiteren Einflüsse der Partikelagglomeration auf die Strömungseigenschaften der dispersen Phase lassen sich gut durch die Konturdarstellung der mittleren Geschwindigkeit sowie der lokalen gemittelten Anzahldichte der Partikeln verdeutlichen. Bild 50 zeigt die berechneten Konturen der lokalen Verteilung der Partikelanzahlkonzentration über dem betrachteten Querschnitt des Scherschichtkanals. In diesem Bild werden die Konturen von vier Fällen miteinander verglichen. Dabei steht der Fall (a) für ein geringes Geschwindigkeitsverhältnis ohne Berücksichtigung der Agglomeration, der Fall (b) für die Berücksichtigung der Agglomeration bei diesem Geschwindigkeitsverhältnis, der Fall (c) für ein höheres Geschwindigkeitsverhältnis ohne Berücksichtigung der Agglomeration und der Fall (d) für die Berücksichtigung der Agglomeration beim größeren Geschwindigkeitsverhältnis. Im Allgemeinen zeigen die Konturen die geringere Anzahlkonzentration der Partikeln auf der schneller strömenden Seite, da die gleichen Partikelmassenströme auf beiden Seiten der Scherschicht zudosiert wurden. In der Mischungsregion findet der Konzentrationsvermischungsvorgang statt. Bei den Fällen (b) und (d) ergibt sich eine Verschiebung der Konturlinien zum Einlass hin. Dies zeigt die Reduzierung der Anzahlkonzentration infolge der Agglomeration. Weiterhin zeigen die Konturlinien für die Fälle mit Agglomeration mehr Schwankungen in der Verteilung der Partikelanzahlkonzentration im betrachteten Querschnitt des Scherschichtkanals als bei den Fällen (a) und (c) beobachtet.



**Bild 50**

Berechnete Konturen der Partikelanzahlkonzentration ( $N_p/m^3$ ) für die Fälle:

- (a)  $U_1/U_2 = 2,2$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , ohne Berücksichtigung der Partikelagglomeration
- (b)  $U_1/U_2 = 2,2$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , mit Berücksichtigung der Partikelagglomeration
- (c)  $U_1/U_2 = 3,5$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , ohne Berücksichtigung der Partikelagglomeration
- (d)  $U_1/U_2 = 3,5$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , mit Berücksichtigung der Partikelagglomeration  
(obere Kanalhälfte : schnell, untere Kanalhälfte: langsam)

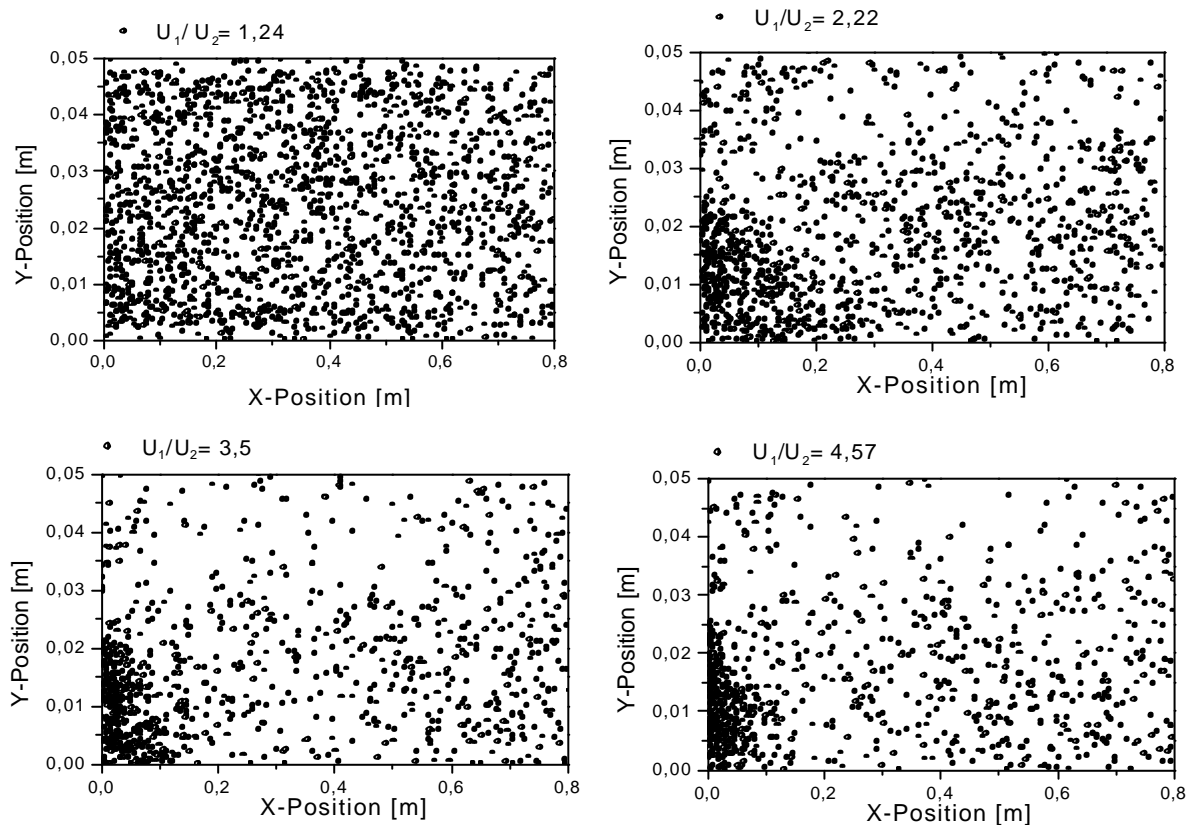


**Bild 51** Berechnete Konturen der mittleren axialen Partikelgeschwindigkeit für die Fälle:

- (a)  $U_1/U_2 = 2,2$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , ohne Berücksichtigung der Partikelagglomeration
- (b)  $U_1/U_2 = 2,2$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , mit Berücksichtigung der Partikelagglomeration
- (c)  $U_1/U_2 = 3,5$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , ohne Berücksichtigung der Partikelagglomeration
- (d)  $U_1/U_2 = 3,5$ ;  $\dot{m}_{p-1} = \dot{m}_{p-2}$ , mit Berücksichtigung der Partikelagglomeration  
(obere Kanalhälfte : schnell, untere Kanalhälfte: langsam)



Neben den Schwankungen in der Verteilung der lokalen Anzahlkonzentration der dispersen Phase induziert die Partikelagglomeration Schwankungen in der Verteilung der mittleren Partikelgeschwindigkeit. Bild 51 zeigt die berechneten Konturen der lokalen Verteilung der Partikelgeschwindigkeit in axialer Richtung. Es werden erneut die vier Fälle, welche bereits beim Bild 50 erläutert wurden, miteinander verglichen. Die dargestellten Konturen zeigen deutlich die verstärkten Schwankungen der Isolinien für den Fall der Berücksichtigung der Partikelagglomeration. Die Profile der mittleren axialen Partikelgeschwindigkeiten haben keine erhebliche Unterschiede für die Fälle mit und ohne Agglomeration gezeigt (Bild 49). Aus den Konturlinien kann allerdings eine Reduktion der axialen Partikelgeschwindigkeit in Folge von Agglomeration erkannt werden (Bild 51).



**Bild 52** Lokale Verteilung der Partikelagglomerationspositionen im Scherschichtkanal bei Variation der Verhältnisse der Strömungsgeschwindigkeiten

Der Agglomerationsvorgang im Scherschichtkanal kann sowohl durch die Variation der Geschwindigkeitsverhältnisse als auch durch die Variation der Partikelmassenstromverhältnisse gezielt beeinflusst werden. Zur Analyse des Einflusses dieser Parameter auf den Agglomerationsvorgang wurden bei der Berechnung die lokalen Positionen der

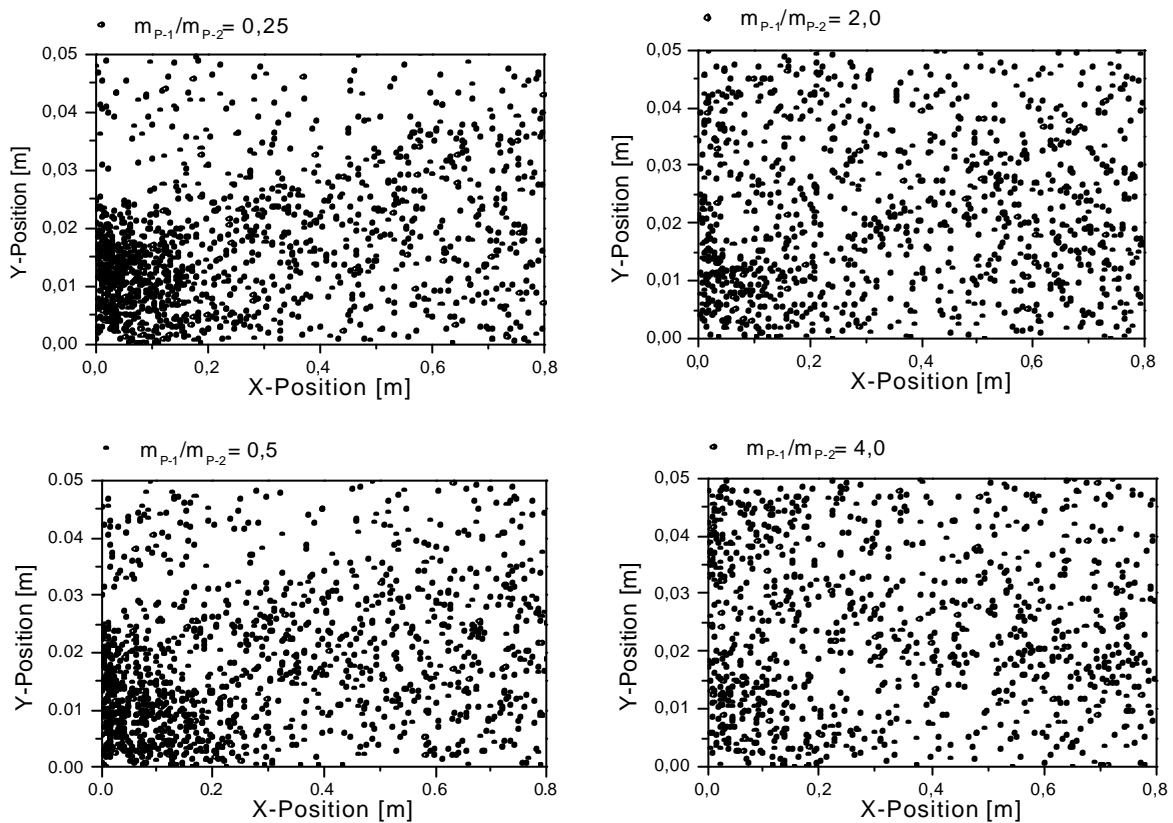
Partikelagglomerationen ermittelt und in Bild 52 dargestellt. Die Visualisierung der Positionen der Partikelagglomeration verdeutlicht die Bedeutung der Anzahlkonzentration der Partikeln bei der Agglomeration. Agglomerationen finden häufiger in Regionen mit hoher Anzahlkonzentration, also auf der Seite mit der geringeren Geschwindigkeit statt. Für den Fall  $U_1/U_2 = 1,24$  ist der Konzentrationsgradient zwischen beiden Strömungsseiten nicht groß, so dass sich eine fast gleichmäßige Anzahlkonzentration im Scherschichtkanal ergibt. Dies bewirkt, dass der Vorgang der Agglomeration im gesamten Volumen des Kanals stattfindet. Stark unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten bewirken die lokale Erhöhung der Partikelanzahlkonzentration im Bereich der langsam strömenden Seite. Dadurch wird die Agglomeration in diesem Bereich begünstigt. Im Bereich der schnelleren Seite treten weniger Agglomerationen auf, da die Verweilzeit der Partikeln im Scherschichtkanal verkürzt wurde.

**Tabelle 6** Berechnete Kollisions- und Agglomerationshäufigkeit im Scherschichtkanal bei Variation des Geschwindigkeitsverhältnisses.

$U_1/U_2$	Reynoldszahl $Re_h = \frac{l_k \Delta U}{2\nu}$	Mittlere Kollisionshäufigkeit $N_K$	Mittlere Agglomerationshäufigkeit $N_A$	Agglomerations-effizienz $N_A/N_K$
1,24	3.750	10,01	0,67	0,0670
2,22	14.583	18,10	0,45	0,0250
3,5	21.944	22,82	0,36	0,0165
4,57	25.416	24,87	0,37	0,0146

Um die Bedeutung des Geschwindigkeitverhältnisses quantitativ zu bewerten, wurden die mittlere Kollisions- und die Agglomerationshäufigkeit der Partikeln im Scherschichtkanal berechnet. Dafür wurden die Verhältnisse aus der gesamten Anzahl der registrierten Kollisionen bzw. Agglomerationen und der gesamten Anzahl der berechneten Parcel gebildet. Diese Parameter sind nicht spezifisch für eine einzelne Partikelgröße sondern Mittelwerte über alle Größenklasse. In Tabelle 6 sind die Werte für diese Parameter aufgelistet. Hohe Kollisionshäufigkeiten wurden bei hohen Geschwindigkeitsverhältnissen erreicht, da die mittlere freie Weglänge für die Kollision der Partikeln durch die Erhöhung der Fluktuationgeschwindigkeit der Partikeln und durch die lokale Erhöhung der Anzahlkonzentration reduziert wurde. Dagegen ist die Agglomerationshäufigkeit für den Fall mit niedrigstem Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeiten am höchsten. Dies ergibt die

höchste Agglomerations-effizienz für das kleinste Geschwindigkeitsverhältnis  $U_1/U_2 = 1,24$ . Bei diesem Betriebszustand liegt eine gleichmäßige Verteilung der Partikelagglomeration im Strömungsgebiet vor. Eine hohe mittlere Verweilzeit der Partikeln im Strömungsgebiet bewirkt die Erhöhung der Agglomerationshäufigkeit. Dadurch ergibt sich die hohe Agglomerations-effizienz. Weiterhin wird die mittlere Relativgeschwindigkeit reduziert, wodurch diese häufiger unterhalb der kritischen Geschwindigkeit liegt und somit die Agglomerationsrate steigt.



**Bild 53** Lokale Verteilung der Partikelagglomerationspositionen im Scherschichtkanal bei Variation des Partikelmassenstromverhältnisses bei  $U_1/U_2 = 2,22$

Der Einfluss des Partikelmassenstromverhältnisses wurde ebenfalls numerisch untersucht. Für die Massenstromverhältnisse  $\dot{m}_{p-1}/\dot{m}_{p-2} = 0,25; 0,5; 1,0; 2,0$  und  $4,0$  wurden Berechnungen durchgeführt. Dabei blieben  $U_1/U_2 = 2,22$  und der Gesamtmassenstrom konstant. Bild 53 zeigt wieder die lokale Verteilung der Agglomerationspositionen. Eine gleichmäßige Verteilung der Agglomerationspositionen wurde für die Verhältnisse  $\dot{m}_{p-1}/\dot{m}_{p-2} = 2$  und  $4$  erreicht. Dies bedeutet, dass hierbei gleichmäßige Anzahlkonzentrationen der Partikel am

Einlass vorliegen. Die berechnete Kollisionshäufigkeit in Tabelle 7 zeigt aber, dass es einen optimalen Wert der Kollisionshäufigkeit bei  $\dot{m}_{p-1}/\dot{m}_{p-2} = 1$  gibt. Eine hohe Beladung mit Partikeln auf der schnell strömenden Seite der Scherschicht begünstigt zwar die homogene Verteilung der Partikeln im Kanal. Allerdings ist die Verweilzeit dieser Partikel im Kanal geringer. Daher resultiert eine niedrigere Kollisions- und Agglomerationshäufigkeit.

Eine höhere Partikelbeladung auf der langsamen Seite ( $m_{p-1}/m_{p-2}$ ) bewirkt eine ungleichmässige Verteilung der Partikelkonzentration. Der Partikelmassenanteil auf dieser Seite hat eine hohe Verweilzeit im Berechnungsgebiet. Dadurch steigen die Agglomerationshäufigkeit und die Agglomerationseffizienz.

**Tabelle 7** Berechnete Kollisions- und Agglomerationshäufigkeit im Scherschichtkanal bei Variation des Partikelbeladungsverhältnisses

$m_{p-1}/m_{p-2}$	Mittlere Kollisionshäufigkeit $N_K$	Mittlere Agglomerationshäufigkeit $N_A$	Agglomerationseffizienz $N_A/N_K$
4	15,89	0,368	0,0231
2	17,46	0,389	0,0222
1	18,10	0,450	0,0250
0,5	17,32	0,507	0,0292
0,25	16,67	0,494	0,0296

## 6.6 Schlussfolgerung

Der Agglomerationsvorgang von Mikropartikeln wurde in einem Scherschichtkanal bei turbulenten Bedingungen untersucht. Ein Scherschichtkanal wurde als Versuchsanlage aufgebaut. Die Strömungsgeschwindigkeiten in der Scherschicht wurden mit der LDA-Methode gemessen. Die Partikelgrößenverteilungen veränderten sich durch den Agglomerationsprozess entlang des Kanals. Mittels eines Laserbeugungsspektrometers wurden die Partikelgrößenverteilungen bei verschiedenen Bedingungen erfasst. Zur Berechnungen wurde das Euler/Lagrange- Verfahren verwendet. Die Messergebnisse dienen der Validierung der numerischen Berechnungen.

Bei der Berechnung der Fluidphase wurde sowohl das  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell als auch das RSTM eingesetzt. Beide Turbulenzmodelle liefern im Vergleich zu den LDA-Messergebnissen annähernd die richtigen Strömungsprofile für die mittleren sowie die RMS-Geschwindigkeiten. Die mit dem RSTM berechneten Ergebnisse stimmen jedoch besser mit den experimentellen Ergebnissen überein.

Die Lagrangesche Berechnung der Partikelphase mit Berücksichtigung der Partikelagglomeration basiert auf der Modellierung der Partikel-Partikel-Kollisionen, der Auftreffwahrscheinlichkeit und der Haftung der Partikeln unter Wirkung der van-der-Waals-Haftkräfte. Bei der Berechnung mit dem Agglomerationsmodell wurden der Konzentrationsanteil und der Massenanteil in der Größenverteilung mitberücksichtigt. Falls eine Agglomeration der Partikeln stattfindet, wird der Massenanteil der betrachteten kleineren Partikeln auf den Massenanteil der größeren Partikeln aufsummiert. Der Massenanteil kleinerer Partikeln verschwindet aus der Größenverteilung, somit wurde die Bilanzierung der Massenanteile gewährleistet. Die berechnete Veränderung der Partikelgrößenverteilung unter Berücksichtigung von Agglomeration ähnelt den Messergebnissen.

Die Auftreffwahrscheinlichkeit muss bei der Berechnung unbedingt berücksichtigt werden, sonst ergeben sich überbewertete Agglomerationsraten und eine Verschiebung der Partikelgrößenverteilung hin zu größeren Partikeln. Die Partikelagglomeration beeinflusst das Strömungsverhalten der dispersen Phase. Sie verstärkt die Schwankungen der Geschwindigkeitsverteilung und die der Konzentrationsverteilung der dispersen Phase.

Im Scherschichtkanal kann der Agglomerationsvorgang sowohl durch die Variation der Geschwindigkeitsverhältnisse als auch durch die Variation der Partikelbeladungsverhältnisse gezielt beeinflusst werden. Niedrige Geschwindigkeitsverhältnisse und hohe Partikelbeladungen auf der langsam strömenden Seite begünstigen den Agglomerationsvorgang.

## **7 Numerische Untersuchung des Einflusses der Agglomeration auf die Abscheideleistung von Gaszyklonen**

Die mechanische Trennung einer dispersen Phase aus der Gasphase ist ein wichtiger Prozess im Bereich der mechanischen Verfahrenstechnik. Auf Grund der einfachen Bauweise werden Gaszyklone schon lange als Partikelabscheider eingesetzt. Außerdem kann ein Gaszyklon im Vergleich zu anderen Abscheidertypen mit minimalem Kostenaufwand und kontinuierlich betrieben werden.

Das komplexe Verhalten der Strömung im Gaszyklon hat das Forschungsinteresse von vielen Autoren seit langem angeregt. Im durchströmten Zustand entwickelt sich im Gaszyklon eine dreidimensionale Wirbelströmung, die mit hoher Turbulenzintensität behaftet ist. Zum Vermessen dieses komplexen Strömungsfelds setzten viele Autoren wie z.B. Mothes (1982), Kirch (1988) und König (1990) die LDA ein. Hoekstra (2000) interessierte sich für die im Gaszyklon existierende Kreiselbewegung des Wirbelkerns bei instationärem Strömungsverlauf. Die Kreiselbewegungen des Wirbelkerns verursachen die Oszillationen der LDA-Messsignale im niedrigen Frequenzbereich. Mit einer speziellen adaptiven Datenverarbeitungstechnik lassen sich Informationen über diese Bewegungen aus den LDA-Signalen herausfiltern.

Eine alternative Methode zur Untersuchung des Betriebsverhaltens von Gaszyklonen ist die numerische Simulation der Gas-Partikel-Strömung. Zu den Pionierarbeiten der numerischen Simulation von Gaszyklonen zählen die Arbeit von Boysan et al. (1982) und Zhou & Soo (1990). Sie setzen bereits das Euler/Lagrange-Verfahren ein. Zur Reduzierung des Berechnungsaufwands wurde dabei die RANS-Gleichung in ein axialsymmetrisches Koordinatensystem anstatt ein dreidimensionales kartesisches Koordinatensystem transformiert. Die 3D-Berechnung der Strömung im Zyklon wurde von verschiedenen Autoren wie z.B. Gorton (1998), Grosjean (1999) und Hoekstra (2000) mit kommerziellen CFD-Programmen wie FLUENT und CFX durchgeführt. Mit dem im Programm implementierten RSTM werden meistens gute Übereinstimmungen zwischen den numerisch berechneten Strömungsprofilen und den mit LDA gemessenen Daten erzielt. Auf Grund des damaligen Entwicklungsstandes der kommerziellen CFD-Software wurden die Berechnungen der Partikelphase im Zyklon nur begrenzt durchgeführt. Bei Gorton (1998) war die

Berechnung der Partikelphase auf eine zweidimensionale Berechnung beschränkt. Grosjean (1999) führte die Partikelphasenberechnung gar nicht durch. Frank et al.(1998) und Hoekstra (2000) berechneten die Abscheidegrade im dreidimensionalen Fall. Es besteht jedoch ein Unterschied zwischen den Verläufen der berechneten Abscheidegrade (Frank et al, 1998) und denen der gemessenen Abscheidegrade (König 1990). Dazu erwähnten die Autoren, dass die Partikelagglomeration im Zyklon die Ursache für diesen Unterschied ist.

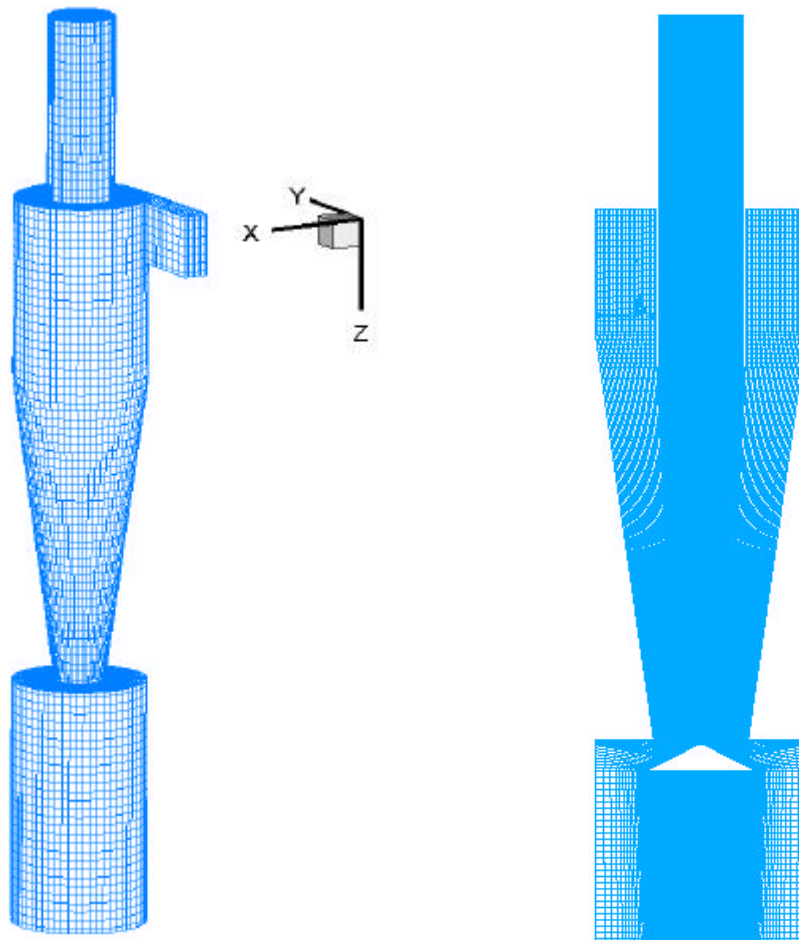
Der Vorgang der Partikelagglomeration in Gaszyklonen wurden bereits von verschiedenen Autoren wie z.B. Mothes (1982), Schmidt & Löffler (1992) und Bernard (1992) untersucht. Es wurde festgestellt, dass die Partikelagglomeration bei der Staubabscheidung in Gaszyklonen eine große Rolle spielt, wodurch der Trenngradverlauf modifiziert wird. In diesem Abschnitt wird daher der Einsatz des Agglomerationsmodells im Rahmen des Euler/Lagrangeschen Verfahrens zur Untersuchung der Einflüsse der Agglomeration auf die Abscheideleistung von Gaszyklonen beschrieben. Zudem werden der Einfluss der Partikelgrößenverteilung, der Transportprozesse sowie der Partikel-Wand-Kollisionen auf die Trenngradverläufe in einem Gaszyklon untersucht.

## **7.1 Zyklongeometrien und Aufbau des numerischen Gitters**

Auf Grund der Unzugänglichkeit der veröffentlichten experimentellen Daten werden die Berechnungen sowohl für den Standard-Zyklon (Kirch 1988) als auch für den Stairmand-Zyklon (Hoekstra 2000) durchgeführt und die Ergebnisse mit verfügbaren experimentellen Daten verglichen. Die betrachteten Zykclone haben die in Tabelle 8 aufgelisteten geometrischen Abmessungen. Die numerischen Gitter der untersuchten Zykclone wurden mit dem kommerziellen Softwarepaket ICEMCFD erstellt. Die Geometrien der Zykclone wurden mit einer Multiblockstruktur angepasst. Die erzeugten Gitter haben eine O-Gitter-Anordnung. Das numerische Gitter für den Stairmand-Zyklon besteht aus 25 Gitterblöcken, die aus 350.000 hexahedralen Kontrollvolumina zusammengesetzt sind (Bild 54a). Für den Standard-Zyklon hat das numerische Gitter ebenfalls 350.000 hexaedralen Kontrollvolumina, welche in 33 Gitterblöcke unterteilt sind. Die acht zusätzlichen Gitterblöcke werden benötigt, um den Apexkegel im Staubbunker des Standard-Zyklons zu berücksichtigen. Bild 54b zeigt einen zweidimensionalen Schnitt durch die Gitteranordnung mit Apexkegel.

**Tabelle 8** Geometrische Abmessungen der berechneten Zyklone

Geometrische Abmessungen	Bez.	Stairmand-Zyklon (Hoekstra 2000)	Standard-Zyklon (Kirch 1988)
Zyklondurchmesser	D	290 mm	190 mm
Zyklonhöhe	H	6 D = 1740 mm	3,26 D = 620 mm
Einlassquerschnitt	a × b	58 × 145 = 8410 mm <sup>2</sup>	30 × 100 = 3000 mm <sup>2</sup>
Tauchrohrdurchmesser	D <sub>e</sub>	0,5 D = 145 mm	0,389 D = 37 mm
Tauchrohrlänge	h <sub>t</sub>	0,5 D = 145 mm	0,815 D = 155 mm
Öffnung des Staubbunkers	D <sub>x</sub>	0,375 D = 108 mm	0,44 D = 84 mm



**Bild 54** Numerisches Gitter der berechneten Zyklone a) Stairmand-Zyklon, b) Standard-Zyklon

Die hohe Anzahl an Gitterpunkten ergibt eine detaillierte Auflösung zur Darstellung der Strömungsstrukturen in den Zyklonen. Die feine räumliche Auflösung des Strömungsfelds verbessert die Genauigkeit der Lösung der Fluidberechnung. Nebenbei verlangt die hohe



Auflösung des numerischen Gitters natürlich eine große Speicherkapazität und eine große Prozessorleistung.

Die Auflösung des numerischen Gitters für die Zyklonströmung beeinflusst weiterhin das Konvergenzverhalten der Fluidberechnung. Die Untersuchung der Gitterabhängigkeit des berechneten Strömungsfelds erfolgt durch die Erhöhung der Anzahl der Knoten in radialer Richtung. Die Knotendichte in radialer Richtung beeinflusst wesentlich das berechnete mittlere tangentielle Strömungsprofil. Bei einer Anzahl von 60 radialen Knoten wird eine gitterunabhängige Lösung erhalten und wird hier im Weiteren dargestellt. Außerdem muss man bei der Konstruktion des Gitters für den Zyklon beachten, dass die Richtlinien für die Erzeugung eines qualitativ hochwertigen Gitters befolgt werden. Je regelmäßiger das Gitter ist, um so geringer wird der Diskretisierungsfehler. Je gleichmäßiger die Größe der Kontrollvolumen angeordnet ist, um so besser wird die Stabilität des Verfahrens. Zu den Richtlinien zur Erzeugung von numerischen Gittern zählen die Einhaltung von bestimmten Werten des Expansionsverhältnisses, des Seitenverhältnisses und der Verzerrung der Kontrollvolumina. Diese dürfen nicht zu hoch sein (FASTEST- Bedienungsanleitung).

## 7.2 Berechnung des Strömungsfelds

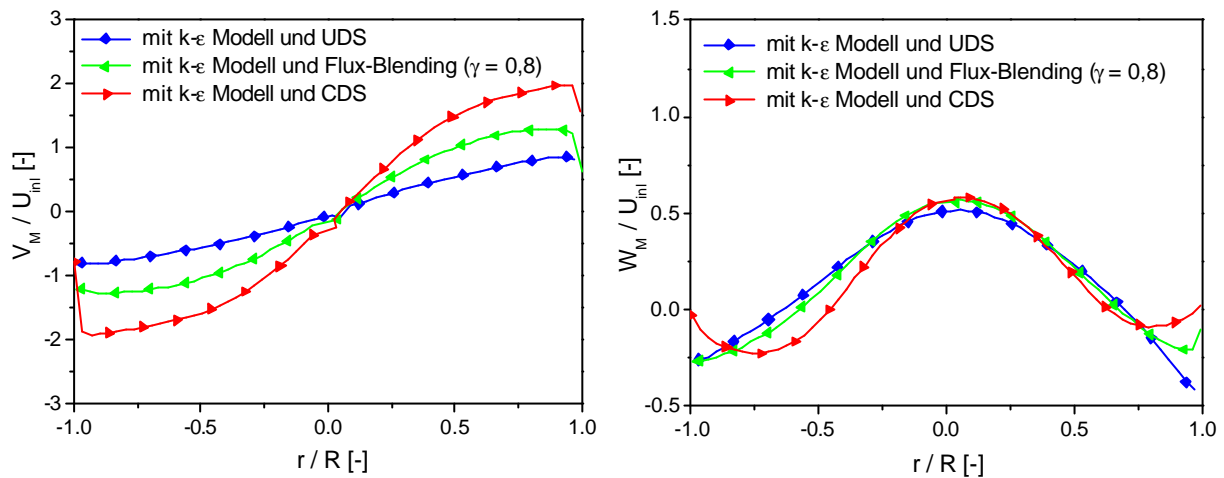
Zur Berechnung des Strömungsfelds wurde der Strömungslöser FASTEST 3D verwendet. Dieser auf der Finite-Volumen-Methode basierende Strömungslöser eignet sich für komplexe 3-dimensionale Strömungsgeometrien.

Die Anfangsbedingungen für die Strömungsberechnung am Einströmrand wurden entsprechend den Messdaten gewählt. Die mittlere Eintrittsgeschwindigkeit betrug im Fall des Stairmand-Zyklons  $U_{inl} = 10$  m/s. Beim Start der Rechnung wurde ein Blockprofil der Eintrittsgeschwindigkeit vorgegeben. Die Turbulenzgrößen wurden auch als gleichverteilt angenommen. Es liegen keine Messdaten von Turbulenzgrößen vor, deshalb werden die Beträge der turbulenten kinetischen Energie sowie der turbulenten Dissipationsrate aus

folgende Korrelationen  $k_{inl} = \frac{3}{2}(IU_{inl})^2$  und  $\epsilon_{inl} = C_m^{3/4} k_{inl}^{3/2} / l_m$  errechnet, wobei der

Turbulenzgrad  $I = 0,1$  und das charakteristische turbulente Längenmaß  $l_m = 0,07b$  betragen. Der für  $k$  berechnete Wert wurde zur Abschätzung der normalen

Reynoldsspannungskomponenten am Einströmrand verwendet. Für die Scherkomponenten wird Null als Startwert eingesetzt.



**Bild 55** Berechnete radiale Profile der mittleren Tangential- und Axialgeschwindigkeit im Stairmand-Zyklon für unterschiedliche Interpolationsschemata (UDS, CDS und Flux-blending)

Da die Strömung im Zyklon rotationsbehaftet ist, muss ein geeignetes Interpolationsschema für die Diskretisierung der Transportgleichung gewählt werden. Ein Interpolationsschema muss eine Reihe von Kriterien wie z.B. Erhaltung, Transporteigenschaft und Beschränktheitsprinzip (Schönung 1990) erfüllen, um die Erhaltung der physikalischen Eigenschaften der diskretisierten Transportgleichung zu gewährleisten. Zur Berechnung der konvektiven Terme in den Transportgleichungen wurden zunächst alle drei vorhandenen Interpolationsschemata, UDS (upwind differencing scheme), CDS (central differencing scheme) und das Flux-Blending-Interpolationsschema, getestet. Die berechneten radialen Profile der mittleren Tangential- und Axialgeschwindigkeit im Stairmand-Zyklon sind im Bild 55 für unterschiedliche Interpolationsschemata dargestellt. Die Anwendung des linearen Upwind-Schemas lieferte eine Lösung mit einer Genauigkeit 1. Ordnung. Für rotationsbehaftete Strömung ist der Winkel zwischen der Richtung des Geschwindigkeitsvektors und der Gitterlinie nicht Null. Beim Upwind-Schema wird der an der Gitterlinie stromaufwärts liegende Wert verwendet, obwohl vom physikalischen Standpunkt her der stromaufwärts auf der Stromlinie liegende Wert verwendet werden müsste (Schönung 1990). Dadurch entsteht eine bedingte numerische Diffusion. Das CDS hat zwar eine Genauigkeit 2. Ordnung, das führt jedoch zu Oszillationen sowie Instabilitäten bei der Berechnung. Beim CDS ist die Transporteigenschaft nicht erfüllt, da konvektive Einflüsse

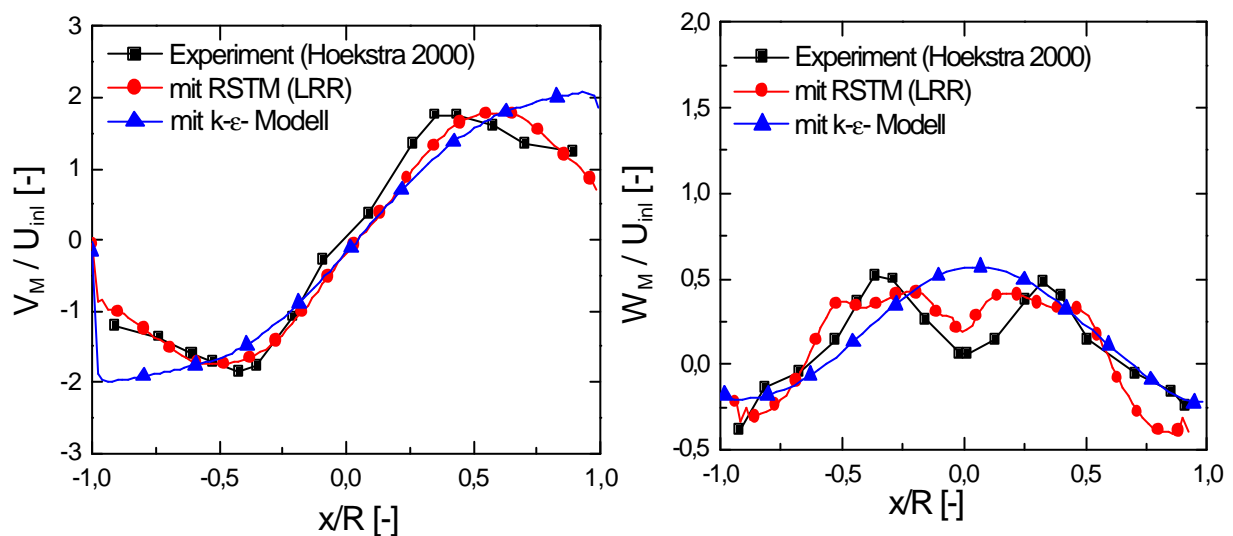
stromauf simuliert werden. Negative konvektive Transportterme  $J_i^C$ , die bei der CDS-Interpolation zwangsläufig auftreten, stören nachhaltig die Stabilität des numerischen Verfahrens, sobald ihr Betrag den des diffusiven Austauschterms  $J_i^D$  übersteigt (Peric 2000). Die Berechnung mit der CDS-Interpolation ergeben einen deutlich höheren Betrag der tangentialen Geschwindigkeit (siehe Bild 55 links). Das Flux-Blending-Schema kombiniert das Zentral-Differenzen-Schema mit dem Standard-Upwind-Schema. Beide Verfahren werden mit dem Parameter  $g$  gewichtet, welcher den Anteil der CDS angibt. Somit liegen die Ergebnisse mit dem Flux-Blending-Schema im mittleren Bereich.

Der Strömungslöser FASTEST-3D verwendet das iterative algebraische Lösungsverfahren nach Stone (1978) zur Lösung des aufgestellten linearisierten Gleichungssystems. Der SIMPLE-Algorithmus wird zur Lösung der Druck-Geschwindigkeitskopplung eingesetzt. Bei diesem Verfahren wird der Fehler zwischen der rechten und der linken Seite des Gleichungssystems im Verlauf der Iteration minimiert. Eine Unterrelaxation ist notwendig für die numerische Stabilität des Verfahrens. Bei der Berechnung wurden für die drei Geschwindigkeitskomponenten jeweils ein Unterrelaxationsfaktor von 0,7 und für den Druck ein Unterrelaxationsfaktor von 0,3 angenommen. Die konvergierte Lösung wurde nach etwa 15000 Iterationen erhalten. Als Abbruchkriterium diente der normierte Diskretisierungsfehler. Unterschritt er den Wert  $10^{-3}$ , wurden die Rechnungen beendet.

Der Strömungswirbel im Zyklon ist ein kombinierter Wirbel. Im Zentrumsbereich rotiert das Fluid wie ein starrer Körper. Die tangentiale Geschwindigkeit steigt linear mit dem radialen Abstand. Im Bereich vom Tauchrohrradius bis zur Zyklonwand existiert der Potentialwirbel. Die tangentiale Geschwindigkeit nimmt mit steigendem radialem Abstand ab. Außerdem ist die Fluidströmung im Zyklon sehr komplex, wodurch die Turbulenzstruktur inhomogen und anisotrop ist, d.h. das Turbulenzfeld weist in verschiedenen Koordinatenrichtungen verschiedene Intensitäten auf. Zudem sind die Stromlinien im Bereich der sekundären Wirbelströmungen stark gekrümmt.

In der Literatur finden sich viele Beiträge, die sich mit der Modellierung verdrallter Strömungen mit Reynoldsspannungsmodellen befassen. Für viele Autoren ist hierbei die Stromlinienkrümmung ein Kriterium, das entscheidenden Einfluss auf die Ergebnisqualität hat. Irwin & Smith (1975) beschreiben in ihrem Artikel den Einfluss der

Stromlinienkrümmung auf die Turbulenz. Sie zeigten, dass die für die Stromlinienkrümmung zuständigen Anteile in den Transportgleichungen für die Reynoldsspannungen vergleichsweise klein sind, aber einen großen Einfluss auf die Turbulenz haben und demnach Reynoldsspannungsmodelle potentiell gut geeignet sind Strömungen mit Stromlinienkrümmungen korrekt vorherzusagen. Die Schließung der Reynolds-gemittelten Navier-Stokes-Gleichungen (RANS) mit einem Wirbelviskositätsansatz (z.B.  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell) ist somit nicht gerechtfertigt. Daher ist es notwendig, die Berechnung der Strömung im Zyklon mit einem Turbulenzmodell höherer Ordnung (Reynoldsspannung-Transportmodell) durchzuführen (Grunert 2000). Um die Eignung von Turbulenzmodellen zur Berechnung von verdrehten Strömungen in Zyklonen zu testen, wurde das Strömungsfeld sowohl mit dem  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell als auch mit dem RSTM berechnet. Im Bild 56 sind die berechneten radialen Profile der tangentialen und axialen Fluidgeschwindigkeit im Stairmand-Zyklon dargestellt. Die Ergebnisse wurden mit den experimentellen Daten verglichen. Die berechneten Strömungsprofile werden entsprechend der gemessenen Strömungsprofile bei der Position  $z = 221$  mm vom Deckel des Zyklons dargestellt.

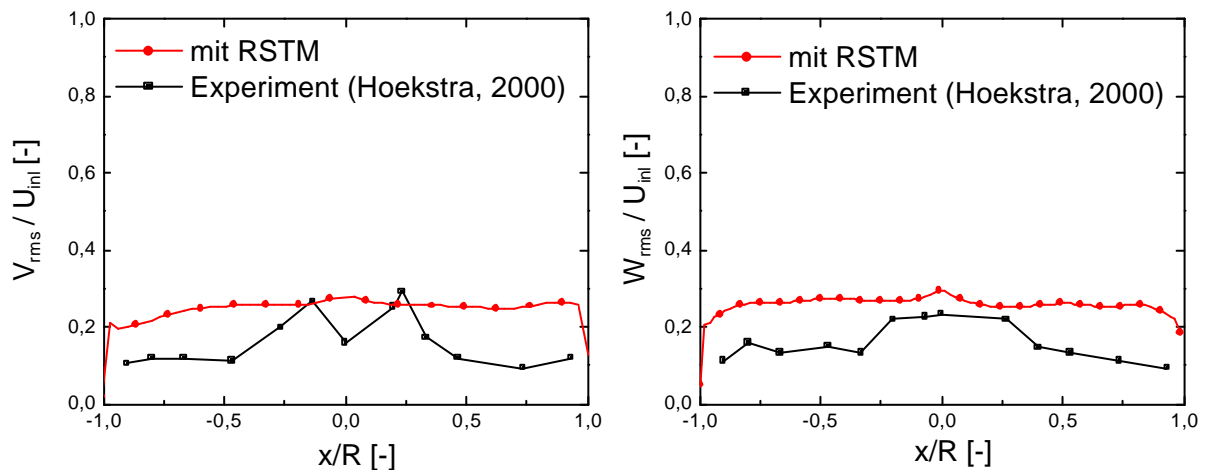


**Bild 56** Radiale Profile der mittleren Tangential- und Axialgeschwindigkeit im Stairmand-Zyklon. Berechnungen mit dem  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell und mit dem RSTM. Berechnung mit RSTM nach Launder-Reece-Rodi (LRR), Profile bei  $z=221$  mm.

Eine korrekte Berechnung des Strömungsfelds ist ausschlaggebend für die weitere Validierung der Berechnungen für die disperse Phase. Der Vergleich zwischen dem Reynoldsspannungsmodell und dem  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell lieferte für das Reynoldsspannungsmodell auch hier deutlich bessere Übereinstimmungen mit den

Messungen. Die mit dem  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell berechneten tangentialen und axialen Geschwindigkeiten zeigen eine deutliche Abweichung von den mit dem LDA gemessenen Profilen. Insbesondere beim Verlauf der Tangentialgeschwindigkeit (siehe Bild 55 und Bild 56) zeigt das  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodell seine Schwäche, da es nicht die Strömungseigenschaften des Potentialwirbels im Außenbereich wiedergeben kann. Aber auch bei der Axialgeschwindigkeit wird das Verhalten in der Mitte falsch wiedergegeben.

Mit Hilfe des mit dem LDA ermittelten, axialen Geschwindigkeitsprofils wurde die radiale Verteilung der axialen Geschwindigkeit in drei Regionen unterteilt (Hoekstra 2000). An der Zyklonwand strömt das Fluid nach unten. Im Bereich des Tauchrohrradius existiert eine aufwärtsgerichtete Strömung. Nahe der Symmetrieachse existiert ein Gebiet, in dem die axiale Strömungsgeschwindigkeit nahe zu Null reduziert wird. Im Bild 56 (rechts) sind die berechneten radialen Profile der axialen Fluidgeschwindigkeit bei Verwendung des  $k$ - $\epsilon$ -Turbulenzmodells und RSTM dargestellt. Hier zeigt sich wiederum, dass nur das RSTM die charakteristische radiale Verteilung der axialen Geschwindigkeit wiedergeben kann und die berechneten Profile gut mit den gemessenen Profile übereinstimmen.

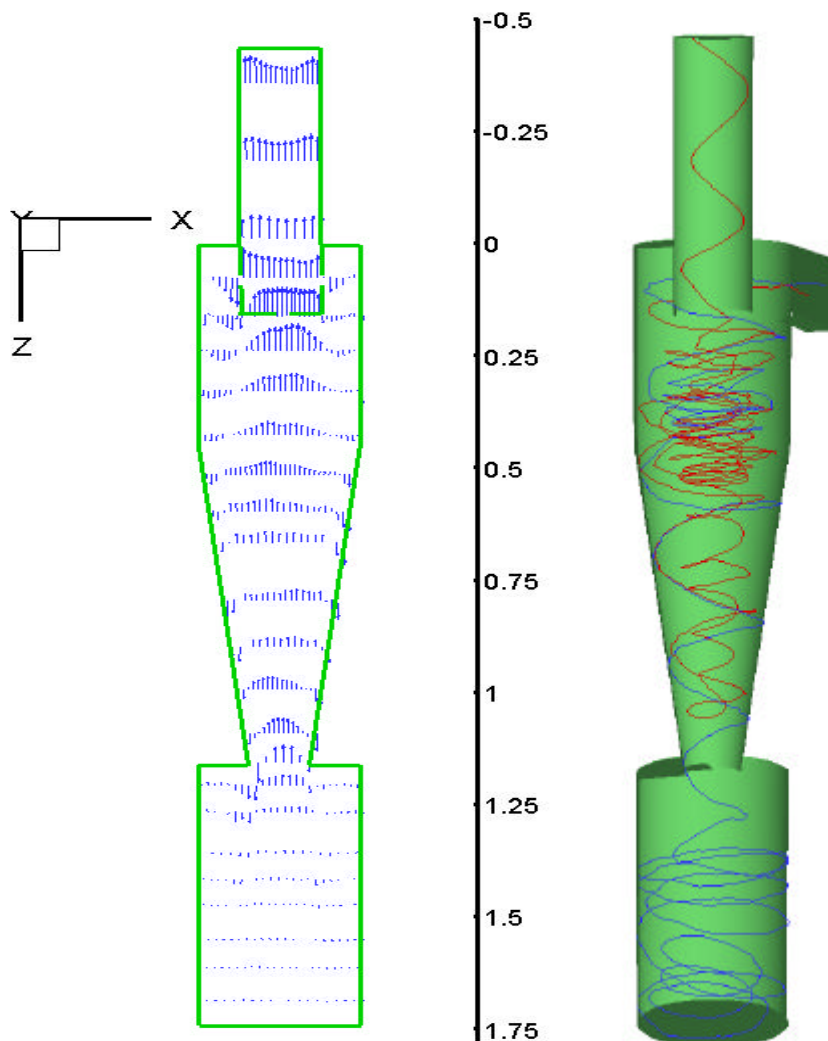


**Bild 57** Radiale Profile der RMS-Geschwindigkeit in tangentialer und axialer Richtung im Stairmand-Zyklon

Bild 57 zeigt die radialen RMS-Geschwindigkeitsprofile in tangentialer und axialer Richtung. Die Messungen zeigen hohe Schwankungswerte im Zentrum des Zyklons. Dies wird durch die Präzession des Kernwirbels verursacht (Hoekstra 2000). Die rms-Werte der Rechnungen sind im Außenbereich des Zyklons etwa doppelt so groß wie die Messwerte. Ähnliche

Ergebnisse wurden auch von Hoekstra (2000) und von Jones & Pascau (1989) bei der Berechnung von geschlossenen verdrehten Strömungen gefunden.

Zur Visualisierung der Wirbelstruktur im Stairmand-Zyklon zeigt Bild 58 (links) die zweidimensionale Darstellung des Vektorfeldes der Fluidgeschwindigkeit. Hieraus wird deutlich, dass die Strömung im Zyklon nicht symmetrisch ist. In Wandnähe ergibt sich wie erwartet eine abwärts gerichtete Strömung und im Zentrum bewegt sich das Fluid aufwärts zum Tauchrohr. Die Luftgeschwindigkeiten im Staubbunker sind deutlich geringer als in der Zyklonhauptströmung.



**Bild 58** links) 2-dimensionale Darstellung des Vektorfeldes der axialen Fluidgeschwindigkeit in Stairmand Zyklon, rechts) Partikelbahnen verschieden großer Partikeln im Stairmand-Zyklon.

Abschließend kann festgestellt werden, dass das RSTM sehr gut für die Berechnung von Strömungsfeldern in Gaszyklonen geeignet ist. Die mittleren Geschwindigkeiten stimmen

sehr gut mit den gemessenen überein, die Schwankungsanteile dagegen weichen bis zu 100 % von den Messwerten ab.

### 7.3 Berechnung der Trenngradverläufe

Das Verhalten der Partikelphase im Zyklon wurde mit Hilfe der Lagrangeschen Methode untersucht. Damit ist es möglich, die Bahnen der Partikeln im Zyklon zu verfolgen. Die Berechnung der Partikelbahnen basiert auf der Lösung der Partikelbewegungsgleichungen (57)-(59). Zur Lösung der Bewegungsgleichung kommen nur die Widerstandskraft und die Schwerkraft in Betracht. Da die Bahnberechnung in einem kartesischen Koordinatensystem erfolgt, tauchen die Zentrifugal- und die Coriolis-Kraft nicht explizit in den Bewegungsgleichungen auf, diese sind in den Trägheitstermen enthalten. Zur Simulation der turbulenten Dispersion von Partikeln im Zyklonströmungsfeld wurde in der Arbeit das Markov-Sequenz-Dispersionsmodell verwendet (siehe Kapitel 3.4.2). Die Partikeln bewegen sich in der Strömung durch die mittlere Gasgeschwindigkeit plus einen zufällig erzeugten turbulenten Beitrag. Die momentane Gasgeschwindigkeit entlang der Partikelbahn wird bei der Integration der Bewegungsgleichung der Partikeln benötigt. Sie wurde anhand des Langevin-Verfahrens rekonstruiert. Dabei wurden die Zeit- und Längenmaße der turbulenten Wirbel aus dem zuvor mit Turbulenzmodell berechneten Turbulenzfeld berechnet. Solche Bahnen wurden beispielweise für Partikeln mit 2  $\mu\text{m}$  und 10  $\mu\text{m}$  Durchmessern im Bild 58 (rechts) dargestellt. Man erkennt, dass die Partikeln mehrere Zirkulationen im Zyklon vollführen. Die größere Partikel gelangt in den Staubbunker und wird dort nach weiteren Zirkulationen abgeschieden. Die kleine Partikel wird durch den mittleren Wirbel und das Tauchrohr ausgetragen.

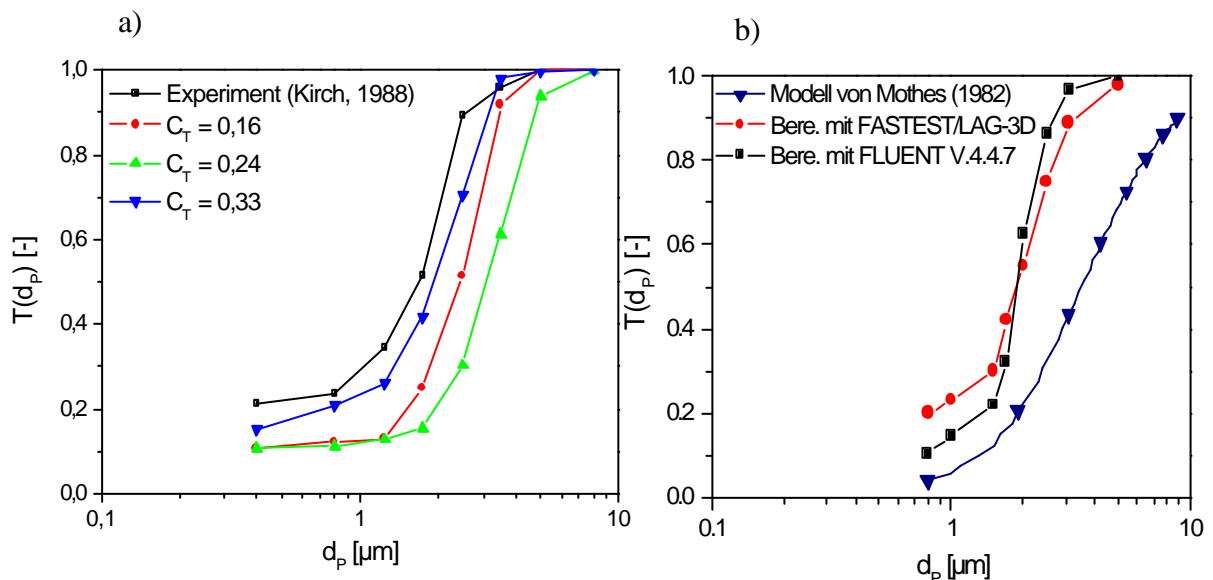
Zur Analyse der Partikeltransportprozesse im Zyklon ist die Berechnung der Trennkurve von Bedeutung. Die Trenngradkurve ist eine charakteristische Kennlinie des Zyklons bei bestimmten Geometrien und Betriebsbedingungen (z.B. Fluidvolumendurchsatz). Die Trennkurve eines Zyklons wird im Rahmen der Lagrangeschen Methode wie folgt definiert (Frank et al. 1998):

$$T(d_p) = 1 - \frac{N_{pout}}{N_{pinl}} \quad (129)$$

Dabei ist der Trenngrad einer Partikelklasse das Verhältnis der Anzahl der abgeschiedenen

Partikeln ( $N_{P,inl} - N_{P,out}$ ) zu der Anzahl der injizierten Partikel  $N_{P,inl}$ . Zur Gewährleistung der Rechengenauigkeit wird eine statistisch relevante Anzahl an Partikelbahnen von 1000 Partikelbahnen pro Partikelgrößenklasse durch das Strömungsfeld verfolgt. Wenn die Partikel den Zyklon durch den Auslass verlässt, gilt sie als nicht abgeschieden. Andere Partikel, die sich im Zyklon aufhalten, werden gesammelt.

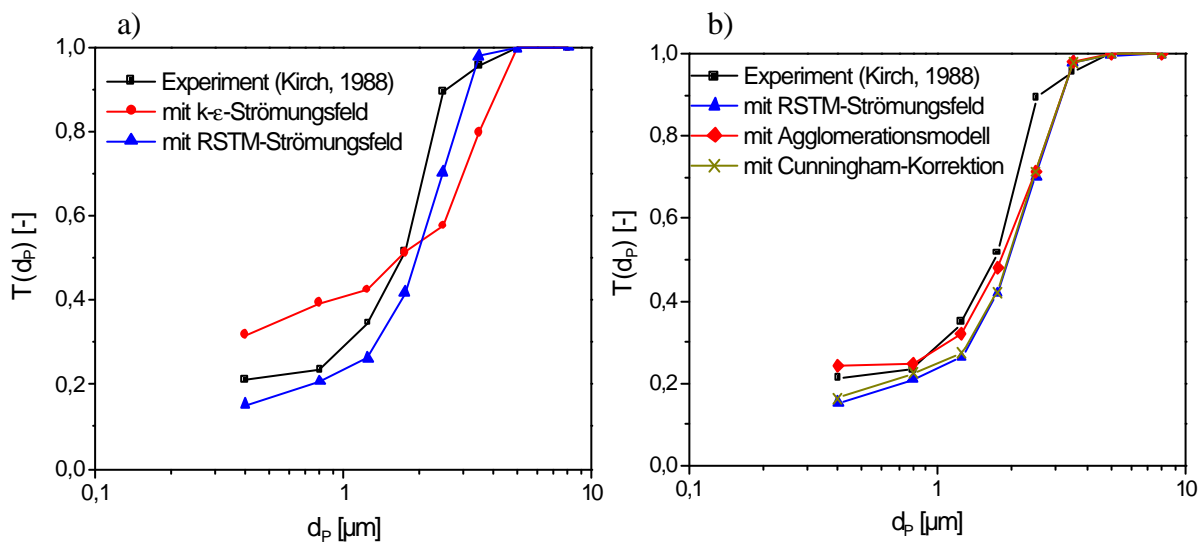
Die turbulente Partikeldispersion ist wichtig, da sie das Transportverhalten der Partikel im Zyklon realistischer wiedergeben kann. Die Simulation der Partikeldispersion im Zyklon wurde bereits anhand verschiedener Dispersionsmodelle getestet. Bei allen Dispersionsmodellen wurde die Konstante  $C_T$  des integralen Zeitmaßes ( $T_E = C_T s_F^2 / e$ ) zur Modellierung der Wirbelwechselwirkung benutzt. Die offene Frage ist der Wert der Konstante  $C_T$ . Er wurde in der Regel durch die Kalibrierung der numerischen Rechnungen anhand von experimentellen Untersuchungen der Partikeldispersion in einer isotropen Gitterturbulenz oder in einer vollentwickelten Rohrströmung bestimmt. Boysan et al.(1982) z.B. benutzte das Diskrete-Wirbel-Dispersionsmodell. Hier beträgt der Wert der Konstante  $C_T = 0,24$ . Frank (1998) benutzte das Lagrangian-Stochastic-Deterministic Modell (LSD), welches von Milojevic (1990) mit  $C_T = 0,33$  vorgeschlagen wurde. Hoekstra (2000) benutzte sowohl das Random-Walk-Modell als auch das Langevin-Modell, welches in FLUENT 4.4 implementiert wurde. In beiden Modellen wurde  $C_T = 0,33$  eingesetzt.



**Bild 59** a) Vergleich der berechneten Trenngradverläufe mit unterschiedlichem  $C_T$ -Wert, Berechnung mit RSTM-Strömungsfeld im Standard-Zyklon. b) Berechnete Trenngradverläufe für den Stairmand-Zyklon bei Verwendung von FLUENT (Hoekstra 2000), FASTEST/LAG3D ( $C_T = 0,33$ ; ohne Agglomeration) und des Mothes-Auslegungsmodells ( $U_{inl} = 10$  m/s).



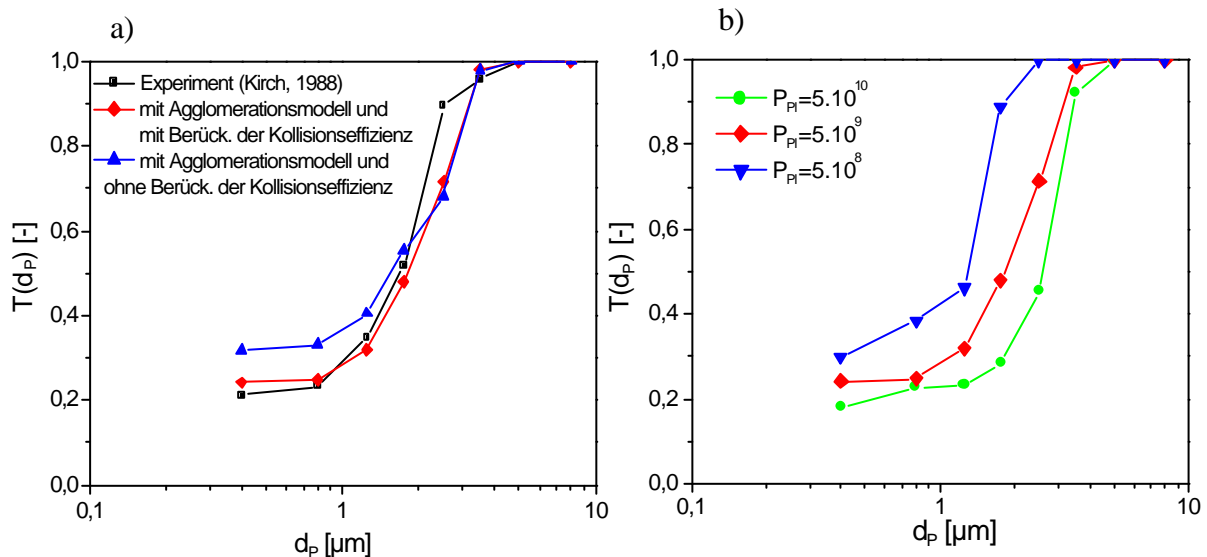
Im Bild 59 sind die Trenngradverläufe dargestellt, welche mit dem RSTM-Strömungsfeld und mit dem Markov-Sequenz-Dispersionsmodell für unterschiedliche Konstantenwerte zur Bestimmung des integralen Zeitmaßes  $C_T = 0,16; 0,24$  und  $0,33$  berechnet wurden. Der Trenngradverlauf für  $C_T = 0,33$  nähert sich dem experimentell bestimmten Trenngradverlauf an. Die Änderung der Konstante  $C_T$  beeinflusst die Wirbellebensdauer. Die Partikel wechseln die tragenden Wirbeln häufiger bei der Reduzierung der Wirbellebensdauer. Die turbulenten Effekte werden dadurch verstärkt. Dies verschlechtert den Abscheidegrad von großen Partikeln. Die weiteren Berechnungen in dieser Arbeit wurden mit  $C_T = 0,33$  durchgeführt. Im Bild 59b sind die berechneten Trenngradverläufe für den Stairmand-Zyklon bei der Anwendung verschiedener Methoden gezeigt, und zwar die Simulationsergebnisse mit FLUENT (Hoekstra 2000), mit FASTEST/LAG3D (diese Arbeit) und der Trenngradverlauf, welcher nach dem Auslegungsmodell von Mothes (1982) berechnet wurde. Es wurde keine Übereinstimmung bei der Bestimmung der Trennkorngröße  $d_{p50}$  gefunden. Mit der Simulation wurden höhere Werte der Abscheideleistung als mit der Modellberechnung bestimmt. Es standen allerdings keine Messwerte zur Verfügung, um Modelle und Simulation abschließend zu beurteilen.



**Bild 60** Vergleich der berechneten Trenngradkurven mit den experimentellen Daten des Standard-Zyklons (Kirch 1988) bei einem Volumenstrom  $V^* = 100 \text{ m}^3/\text{h}$  ( $U_{\text{inl}} = 9,26 \text{ m/s}$ ) und  $C_p = 2 \text{ kg/m}^3$

Im Bild 60 werden die berechneten Trenngradkurven mit den experimentellen Daten von Kirch (1988) verglichen. Die numerischen Ergebnisse wurden dabei erstens auf einem Strömungsfeld ermittelt, das mit dem k-ε-Turbulenzmodell berechnet wurde, und zweitens auf einem Strömungsfeld, das mit dem RSTM bestimmt wurde. Der mit k-ε-Turbulenzmodell

berechnete Trenngradverlauf weicht deutlich vom experimentellen Verlauf ab. Kleine Partikeln werden besser abgeschieden und große Partikeln schlechter. Kirch (1988) untersuchte den Einfluss der Turbulenz auf die Partikelbewegung im Gaszyklon. Durch die Erhöhung der Turbulenzintensität in der Arbeit von Kirch (1988) werden auch ähnliche Trenngradverläufe berechnet. Dieser Effekt lässt sich dadurch erklären, dass das mit dem  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell berechnete Strömungsfeld eine überhöhte Turbulenzstärke besitzt. Diese wirkt sich auf die Trenngradbestimmung aus. Schließlich kann man sagen, dass das  $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodell zur Bestimmung der Trenngradkurve ungeeignet ist. Bessere Ergebnisse lassen sich bei der Anwendung des RSTM erzielen. Hier zeigt der Trenngradverlauf eine schärfere Trennleistung und verläuft ähnlich wie die gemessene Kurve. Allerdings wird der jeweilige Trenngrad in den Rechnungen noch zu niedrig wiedergegeben. Bessere Ergebnisse bei der Berechnung können durch die Berücksichtigung von Agglomerationseffekten und der Cunninghamkorrektur erzielt werden. Die Abweichung zwischen der berechneten und der gemessenen Trenngradkurve wird durch die Anwendung des Agglomerationsmodells im Bereich der kleineren Partikeln ausgeglichen. Bei großen Partikeln (2 bis 4  $\mu\text{m}$ ) liegen noch Abweichungen vor. Andere noch nicht berücksichtigte Mechanismen können diese Abweichungen herbeiführen, z.B. die Haftung der Partikeln durch elektrostatische Aufladung.



**Bild 61** Berechnete Trenngradverläufe des Standard-Zyklons (Kirch 1988) bei einem Volumenstrom  $V^* = 100 \text{ m}^3/\text{h}$  ( $U_{inl} = 9,26 \text{ m/s}$ ) und  $C_p = 2 \text{ kg/m}^3$ . a) Berechnung mit und ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit. b) Einfluss des materiellen Fließdrucks auf die Trenngradkurve mit der Berücksichtigung der Partikelagglomeration ( $P_{PI} = 5 \cdot 10^8; 5 \cdot 10^9; 5 \cdot 10^{10}$ )

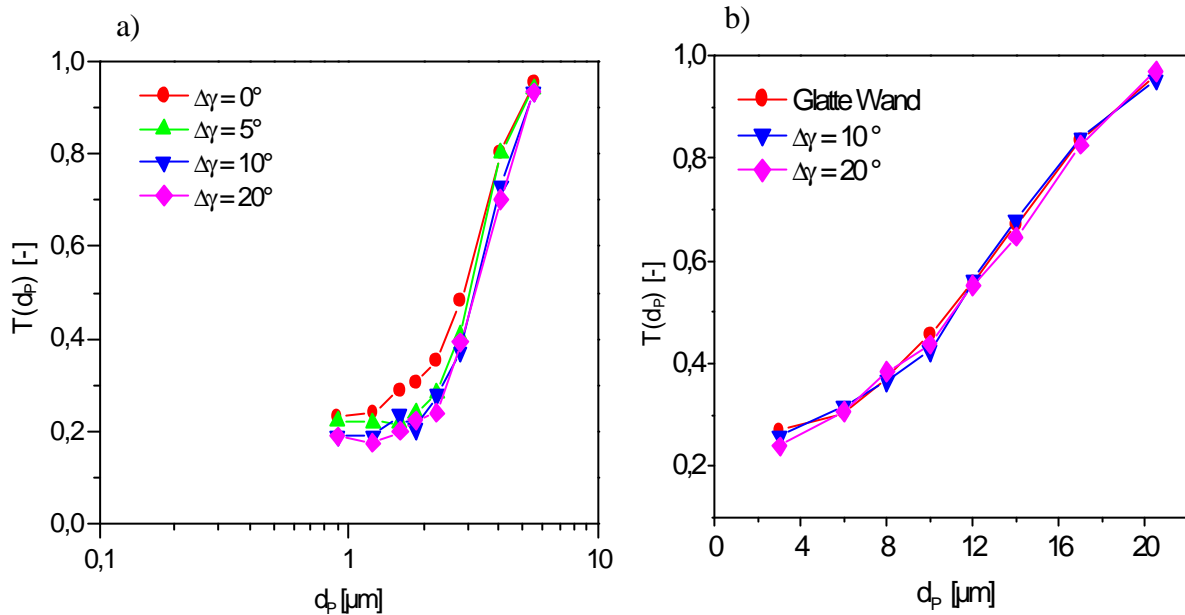
Die Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit ist auch wichtig bei der Bestimmung der Abscheidegrade der Zyklonen unter Berücksichtigung von Partikelagglomeration. Bild 61a zeigt den Vergleich der berechneten Trenngradverläufe für die Fälle mit dem Agglomerationsmodell aber mit und ohne der Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit. Bei dem Fall mit der Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit nähert sich der Trenngradverlauf dem experimentellen Verlauf an. Ohne Berücksichtigung der Auftreffwahrscheinlichkeit ergibt sich ein deutlich überschätzte Trenngrad für die Partikeln der Klassen von 0,4 bis 3,0  $\mu\text{m}$ .

Unterschiedliche Partikelmaterialien haben unterschiedliche Fließdruckwerte. Der Fließdruck stellt die Grenze für den maximalen Stossdruck, bei dem die plastische Verformung auftritt, dar. Die Partikeln mit geringem Fließdruck werden als weich betrachtet. Beim Stoss von weichen Partikeln ist der Verlust der kinetischen Energie größer als beim Stoss von härteren Partikeln. D.h. beim weichen Partikel ist die kritische Geschwindigkeit für die Partikelhaftung höher als beim harten Partikel. Bild 61b zeigt die berechnete Trenngradverläufe für unterschiedliche Fließdrücke. Die Wirkung der Partikelagglomeration im Zyklon nimmt bei weichen Partikeln zu. Der Trenngradverlauf verschiebt sich in Richtung der Verbesserung der Abscheideleistung von kleinen Partikeln durch Agglomeration.

Für die Transportprozesse der Partikeln in der Zyklonströmung spielen Partikel-Wand-Kollisionen eine große Rolle. Durch die induzierte Fliehkraft bewegen sich die Partikeln zur Wand. Hier prallen sie ab oder haften an der Zyklonwand. Zur Simulation der Partikel-Wand-Wechselwirkungen wurde das Partikel-Wand-Kollisionsmodell mit Berücksichtigung der Wandrauigkeit (Sommerfeld & Huber 1999) verwendet. In diesem Modell werden die Translations- und Rotationsgeschwindigkeiten der Partikeln nach der Kollision mit der Wand anhand der Impulserhaltungsgleichung unter Berücksichtigung des Coulomb'schen Reibungsgesetzes berechnet. Die Simulation der Wandrauigkeit erfolgt über die Berücksichtigung eines zufällig erzeugten Wandrauigkeitswinkels bei der Lösung der Impulserhaltungsgleichung. Dabei ist die Wandrauigkeit eine Funktion des Partikeldurchmessers und der Rauigkeitsdimensionen des Wandmaterials.

Zur Analyse des Einflusses der Wandrauigkeit auf das Abscheideverhalten des Zyklons wird die Partikelbahnberechnung sowohl im Stairmand-Zyklon als auch im Standard-Zyklon

durchgeführt. Bild 62a zeigt die berechneten Trenngradverläufe des Stairmand-Zyklons beim Einsatz des Partikel-Wand-Kollisionsmodells mit Berücksichtigung der Wandrauigkeit. Die Berechnungen wurden mit der Variation der Standardabweichung des Wandrauigkeitswinkels von  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $10^\circ$  bis  $20^\circ$  und einer Einlassgeschwindigkeit  $U_{inl} = 10 \text{ m/s}$  durchgeführt. Die Partikelgrößenverteilung entspricht der Partikelgrößenverteilung der Kalk-Testpartikeln der Firma Rhone-Poulenc (Hoekstra 2000). Die Partikeln werden in acht Klassen von  $0,8 \mu\text{m}$  bis zum  $8 \mu\text{m}$  Durchmesser injiziert.



**Bild 62** Einfluss der Wandrauigkeit auf die Trenngradverläufe a) Stairmand-Zyklon,  $d_p = 0,8-8 \mu\text{m}$ ,  $C_T=0,16$ . b) Standard-Zyklon,  $d_p = 3-20 \mu\text{m}$ ,  $C_T=0,16$

Die Trenngradverläufe im Bild 62a zeigen bei einer Zunahme des Wandrauigkeitswinkels die Abnahme des Abscheidegrads von Partikeln der ersten 5 Klassen (von  $0,8 \mu\text{m}$  bis  $3 \mu\text{m}$ ). Große Wandrauigkeitswinkel bedeuten große Wandrauigkeitsdimensionen (Rauigkeitshöhe oder Rauigkeitsdichte) des Zyklonwandmaterials. Die Wandrauigkeit verursacht eine Änderung der Abprallwinkel nach der Wandkollision. Bei kleineren Partikeln ist dieser Einfluss groß und der Abprallwinkel wird im Vergleich zum Fall der glatten Wand im Mittel deutlich erhöht. Bei hoher Strömungsgeschwindigkeit ist die Grenzschichtshöhe an der Wand niedrig. Die kleinen Partikeln werden dadurch nach der Wandkollision von der Strömung mitgeführt und der Abscheidegrad wird reduziert. Die großen Partikel werden sich nach dem Rückprall durch die Wirkung der Fliehkraft erneut zur Wand bewegen.

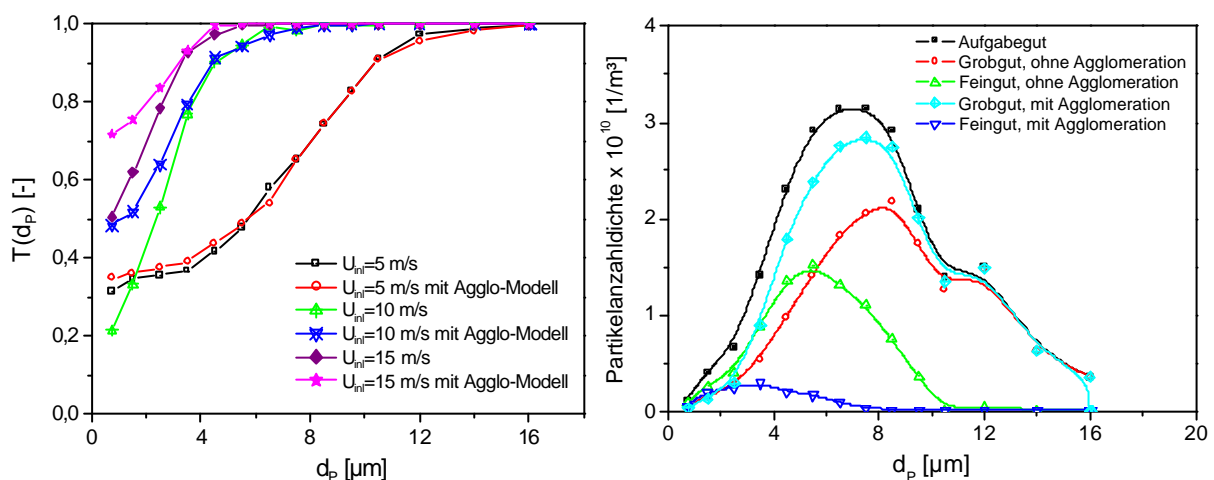
Das Bild 62b zeigt die berechneten Trenngradverläufe des Standard-Zyklons. Hier werden die Partikeln von 3  $\mu\text{m}$  bis 20  $\mu\text{m}$  in 8 Klassen injiziert. Die Einlassgeschwindigkeit beträgt 0,656 m/s. Auch hier wurden die Trenngradverläufe mit unterschiedlicher Wandrauigkeit (glatte Wand, Wandrauigkeitswinkel von  $10^\circ$  und  $20^\circ$  Standardabweichung) berechnet. Alle drei Kurven fallen zusammen, d.h. die Wandrauigkeit hat kaum einen Einfluss auf die Abscheidung von großen Partikeln, da die Änderung der Abprallwinkel bei einer Wandkollision von großen Partikeln niedrig ist und zusätzlich der Einfluss der Zentrifugalkraft auf die großen Partikeln groß ist. Falls sie von der Wand abprallen, werden sie sich durch die Fliehkraft erneut zur Wand bewegen.

Der Gesamtabscheidegrad von Zyklonen nimmt mit steigender Feststoffkonzentration im Rohgas zu. Diese Tatsache wurde bereits von vielen Autoren beobachtet. Mothes (1982) führte diese Verbesserung des Abscheidegrads auf verstärkte Partikelagglomerationserscheinungen im Einlaufbereich des Zyklons bei höheren Gutbeladungen zurück. Löffler et al. (1992) betonen, dass diese Agglomerationsvorgänge ihre Ursache in den unterschiedlichen Sinkgeschwindigkeiten verschieden großer Partikeln im Fliehkraftfeld des Zyklons haben.

Die Analyse der Effekte der Partikelagglomeration im Zyklon wurde mit Hilfe des zuvor beschriebenen Kollisions- und Agglomerationsmodells (siehe Kapitel 3) (Ho & Sommerfeld, 2002) durchgeführt. Das Agglomerationsmodell berücksichtigt die Auftreffwahrscheinlichkeit und die Agglomerationseffizienz. Außerdem ermöglicht das Modell die Simulation von beliebigen Partikelgrößenverteilungen im Zyklon und die Verfolgung der Änderung der Partikelgrößenverteilung der feinen Partikelfraktion sowie der groben Partikelfraktion unter Einfluss des Agglomerationseffekts

Um zu analysieren, wie sich die Agglomerationsvorgänge im Zyklon beeinflussen, wurden numerische Simulationen unter Variation der Gasvolumendurchsätze, der Partikelgrößenverteilung und der Partikelbeladungen durchgeführt. Bild 63 zeigt den Unterschied zwischen den berechneten Trenngradverläufen des Stairmand-Zyklons bei Variation der Strömungsvolumendurchsätze (151  $\text{m}^3/\text{h}$ , 302  $\text{m}^3/\text{h}$  und 454  $\text{m}^3/\text{h}$ ), welche den Eintrittsgeschwindigkeiten von 5, 10 und 15 m/s entsprechen. Die Partikelmassenbeladung für diese Volumendurchsätze ist gleich 1,44.

Zyklone, die mit höheren Durchsätzen betrieben wurden, erzielten eine höhere Abscheideleistung. Die berechneten Trenngradverläufe bei Berücksichtigung der Partikelagglomeration sind ebenfalls im Bild 63 (links) eingezeichnet. Bei höherem Volumendurchsatz ist der Unterschied zwischen den Trenngradverläufen mit und ohne Anwendung des Agglomerationsmodells größer. Da die Turbulenz bei höherem Volumenstromdurchsatz ansteigt, nimmt die Häufigkeit der Partikelkollisionen zu. Das bedeutet, dass die Partikelagglomerationserscheinungen bei der Erhöhung des Gasdurchsatzes verstärkt auftreten.

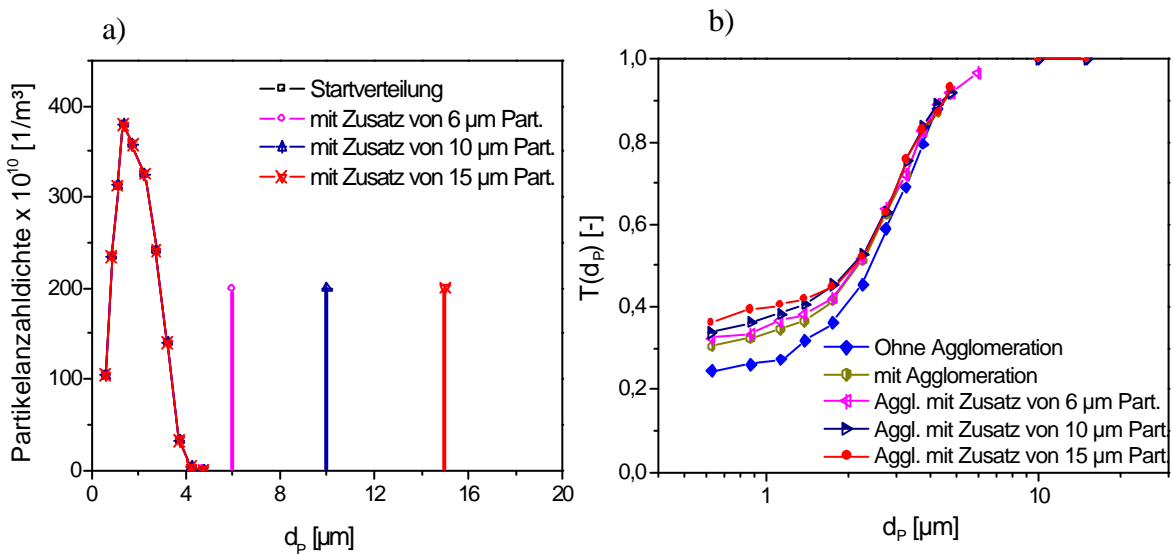


**Bild 63** links) Einfluss der Partikelagglomeration auf die Abscheideleistung im Stairmand-Zyklon bei unterschiedlichen Strömungsdurchsätzen. rechts) Die Trennung der Partikelgrößenverteilung mit und ohne Berücksichtigung der Agglomeration (Stairmand-Zyklon bei  $U_{inl} = 10$  m/s)

Der Agglomerationseffekt kann im Zyklon eingesetzt werden, um feine Partikeln besser abzuscheiden. Im Bild 63 (rechts) sind die Partikelgrößenanzahlverteilungen dargestellt. Aus einer Anzahlverteilung des Aufgabeguts entstehen durch die Trennung eine feine Fraktion und eine grobe Fraktion. Durch den Agglomerationsvorgang wird die Anzahlverteilung der feinen Fraktion gezielt verändert. Das Maximum der Anzahlkonzentration der feinen Fraktion nimmt bei Berücksichtigung der Partikelagglomeration von  $1,5 \cdot 10^{10}$  auf  $0,5 \cdot 10^{10}$  ab, und die Anzahlkonzentration der groben Fraktion nimmt deutlich zu.

Größere Partikeln wirken als Kollektor für kleine Partikeln, die nach dieser Anlagerung problemlos als Agglomerate abzuscheiden sind. Es werden die Trenngradkurven der Partikelverteilungen, welche im Bild 64b dargestellt sind, berechnet. In der

Ausgangsverteilung sind die Partikeln 0,6  $\mu\text{m}$  bis 4,5  $\mu\text{m}$  groß. Für die weiteren Fälle werden dieser Ausgangsverteilung monodisperse Partikeln der Größen 6  $\mu\text{m}$ , 10  $\mu\text{m}$  oder 15  $\mu\text{m}$  beigemischt. Bei einem Gasdurchsatz von 302  $\text{m}^3/\text{h}$  wurden die großen Partikeln ( $>5\mu\text{m}$ ) nahe zu komplett abgeschieden (siehe Bild 64b). Werden nur Partikel aus der Ausgangsverteilung zugegeben führt schon die Berücksichtigung der Agglomeration zu einer deutlich besseren Feinstpartikelabscheidung. Die Zugabe von größeren Partikeln führte dann zu einer weiteren Verbesserung des Abscheidegrads der kleinen Partikeln. Je größer der Durchmesser der großen Partikeln ist, desto mehr kleine Partikeln werden durch die Agglomeration abgeschieden. Das lässt sich wie folgt erklären: Die größeren Partikeln bewirken eine Erhöhung des Kollisionsquerschnitts. Sie bewegen sich schneller in radialer Richtung zur Wand, wodurch sich die relative Partikelgeschwindigkeit bei der Partikel-Partikel-Kollision erhöht. Dadurch steigt die Kollisionswahrscheinlichkeit. Andererseits steigt die Partikelkonzentration in der Wandregion, falls die großen Partikeln in diese Region gelangen. Je größer die Partikeln sind, desto höher wird die Konzentration der Partikeln in der Wandregion. Die hohe Konzentration bewirkt die Steigerung der Kollisions- sowie der Agglomerationswahrscheinlichkeit.

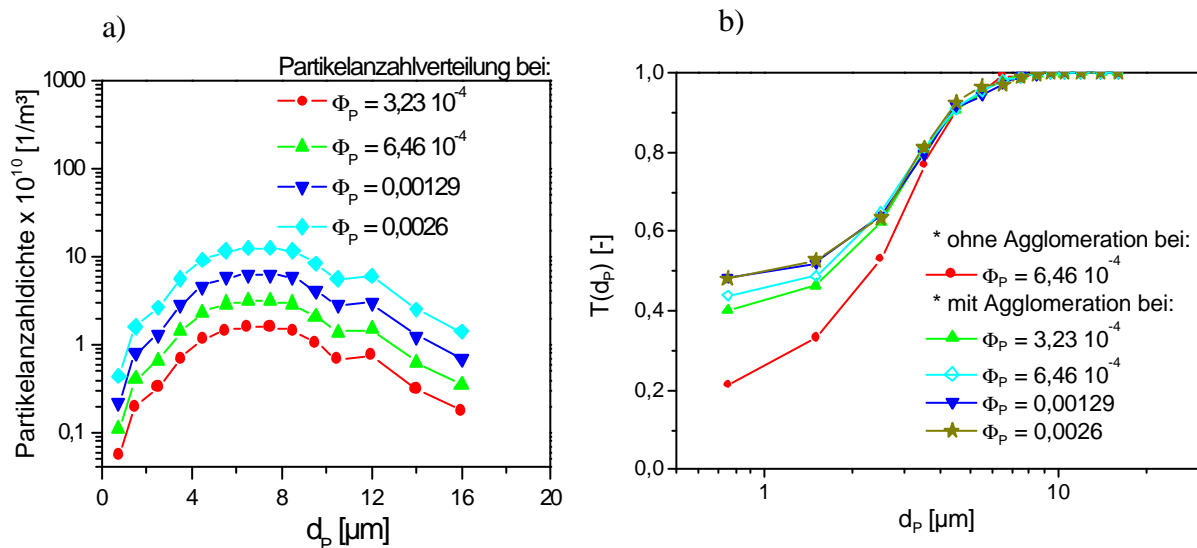


**Bild 64** Änderung der Trenngradkurven vom Stairmand-Zyklon bei Zusatz von größeren Partikeln mit variierenden Größenunterschieden. a) Partikelgrößenverteilungen des Aufgabegutes. b) Trenngradverläufe

Viele bisherige CFD-Modelle, welche zur Berechnung von Trenngradverläufe eingesetzt werden, berücksichtigen nicht den Einfluss der Partikelmassenbelastung auf den

Trenngradverlauf. Anhand seiner experimentellen Untersuchungen stellt König (1990) fest, dass der Gesamtabscheidegrad bei gleich bleibender Eintrittsgeschwindigkeit und steigender Staubkonzentration größer wird. Der Grund dafür sind die bedeutender werdenden Wechselwirkungen der Partikeln untereinander (König 1990). Der Einfluss der Staubkonzentration auf den Trenngradverlauf wird hier numerisch mit Hilfe des Agglomerationsmodells untersucht. Die Trenngradverläufe einer Partikelgrößenverteilung werden bei steigendem Partikelvolumenanteil von  $3,23 \cdot 10^{-4}$  bis  $0,0026$  ( $\mu_P = 0,74$  bis  $5,8$ ) berechnet.

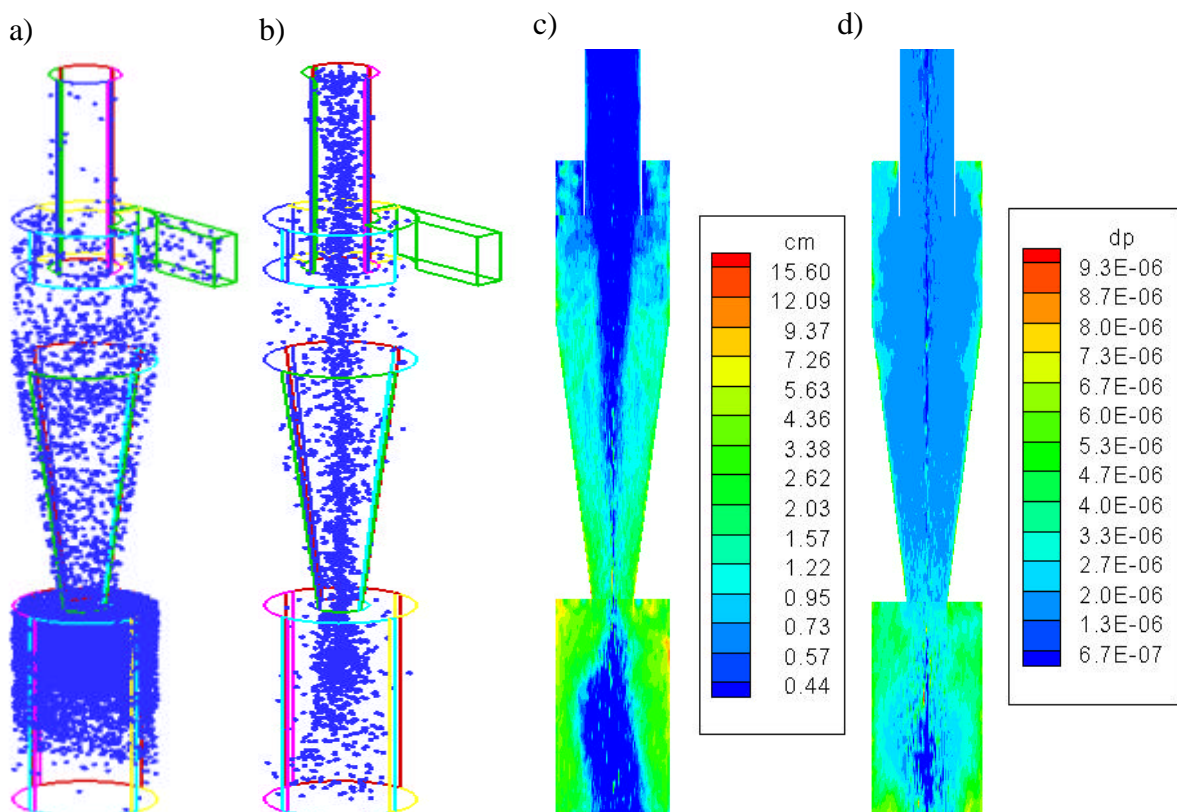
Die Agglomerationseffekte werden auch durch hohe Partikelanzahlkonzentrationen begünstigt. Das ist offensichtlich, da die Häufigkeit der Partikelkollisionen bei hohen Anzahldichten zunimmt. Bild 65 verdeutlicht diesen Effekt. Es wird beobachtet, dass die Abscheideleistung der Partikeln von  $0,6 \mu\text{m}$  bis  $3,5 \mu\text{m}$  Durchmesser im Vergleich zum Trenngradverlauf bei dem Fall ohne Berücksichtigung der Agglomeration steigt. Die Abscheideleistung wird durch die Angabe des Grenzkorndurchmessers  $d_{p50}$  charakterisiert. Ohne Agglomeration liegt dieser Wert bei  $2 \mu\text{m}$  unter Berücksichtigung der Agglomeration  $F_P = 0,0026$  ( $\mu_P = 5,8$ ) reduziert sich dieser Wert auf  $0,6 \mu\text{m}$ .



**Bild 65** Einfluss der Partikelagglomeration auf die Trenngradverläufe im Stairmand-Zyklon bei verschiedenen Partikelbeladungen ( $U_{\text{inl}} = 10 \text{ m/s}$ ) a) Partikelgrößenverteilungen des Aufgabegutes. b) Trenngradverläufe



Im Bild 66a und 66b sind die registrierten Positionen der Partikelagglomerationen im Stairmand-Zyklon aufgetragen. Es werden zwei Fälle betrachtet, einer mit geringem Partikelvolumenanteil und ein weiterer mit hohem Partikelvolumenanteil. Die Agglomeration hängt stark von der lokalen Partikelkonzentration ab. Bei geringer Partikelbeladung (geringer Partikelvolumenanteil) sammeln sich die großen Partikeln in hoher Konzentration in der Nähe der Zyklonwand (Bild 66c). Diese hohe lokale Konzentration begünstigt den Agglomerationsvorgang (Bild 66a) zwischen großen und kleinen Partikeln. Weiterhin werden hohe Agglomerationsrate im Staubbunker beobachtet.



**Bild 66** Lokale Verteilung der registrierten Positionen der Partikelagglomeration im Stairmand-Zyklon a) bei  $\mu_P = 0,74$ , b) bei  $\mu_P = 2,88$  für  $U_{in} = 10$  m/s c) der Partikelmassenkonzentration [kg/m<sup>3</sup>] und d) des mittleren Partikeldurchmessers.

Kleine Partikeln von 0,6  $\mu\text{m}$  bis 3,5  $\mu\text{m}$  Durchmesser haben einen geringen Trenngrad. Bei hohen Partikelbeladungen (hohe Anzahlkonzentration) sammeln sich diese Partikel in der Region der Aufwärtsströmung (Zentrum des Zyklons), da sie nicht abgeschieden wurden (siehe Bild 66d). Gerade in diesem Bereich liegt auch eine hohe Turbulenzintensität vor. Dies begünstigt die Agglomeration von kleinen Partikeln, die dann teilweise noch abgeschieden werden. Bei hoher Partikelbeladung hat auch die Agglomeration in der Wandregion eine

große Bedeutung. Im Bild 66b werden die Daten dieser Agglomerationsereignisse nicht gezeigt um den Kernbereich des Zyklons sichtbar zu machen.

## **7.4 Schlussfolgerung**

Zur Simulation von turbulenten, verdrallten Strömungen im Zyklon ist es notwendig, das RSTM anzuwenden. Das Standard-k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell versagt bei der Berechnung der kombinierten Wirbelstruktur im Zyklon. Die mit dem RSTM berechneten mittleren Geschwindigkeitsprofile in tangentialer und axialer Richtung stimmen mit den durch LDA ermittelten Geschwindigkeitsprofilen gut überein. Zwischen den berechneten und den gemessenen Schwankungsgeschwindigkeiten liegen allerdings noch Abweichungen vor.

Das UDS-Approximationschema eignet sich nicht für die Berechnung von krümmeligen Strömungen, da verstärkt numerische Diffusion auftritt. Die hohe Gitterauflösung und die Anwendung von CDS-Approximationschema verbessern das Konvergenzverhalten und reduzieren die numerischen Fehler des Lösungsverfahrens für das Strömungsfeld.

Für die Berechnung der Trenngradverläufe des Zyklons eignen sich die entwickelten Lagrangeschen Modelle besonders. Das verwendete Partikel-Wand-Kollisionsmodell und das Partikelagglomerationsmodell ermöglichen die Analyse des Einflusses der Wandrauigkeit und des Einflusses der Partikelagglomeration auf die Trenngradverläufe. Die Ergebnisse der Berechnung mit Berücksichtigung der Wandrauigkeit zeigen eine geringfügige Verschlechterung des Trenngrades für kleine Partikel ( $\approx 3 \mu\text{m}$ ). Die Abscheidung großer Partikel wird nur unwesentlich durch die Wandrauigkeitseffekte beeinflusst.

Andererseits spielt die Agglomeration von Partikeln im Zyklon eine große Rolle. Die Partikelagglomeration findet in Regionen mit hoher lokaler Partikelanzahlkonzentration und hoher lokaler turbulenter Fluidschwankung statt. Diese Regionen sind die Bereiche nahe der Wand, der Staubbunker oder der zentrale Kernwirbel. Die Agglomerationshäufigkeit wird dabei sehr stark von der Partikelgrößenverteilung, der Partikelkonzentration und dem Turbulenzgrad beeinflusst. Die Agglomeration verbessert die Abscheideleistung des Zyklons im Feinstkornbereich deutlich. Die Zugabe von großen Staubpartikeln in das Rohgas erhöht

also den Trenngrad für Feinstpartikeln, in Folge der Agglomeration zwischen kleinen und großen Partikeln.

## 8 Zusammenfassung und Ausblick

Das Euler/Lagrange-Verfahren ist ein bewährtes Berechnungsverfahren zur Analyse von strömungstechnischen Prozessen, die als disperse Mehrphasenströmungen vorliegen. Darunter haben Gas-Feststoff-Strömungen eine große technische Bedeutung. Neben einer Reihe von anderen Phänomenen ist hierbei oft die Agglomeration von sehr große Bedeutung. Für viele technische Anwendungen ist dieser Vorgang erwünscht. Das erste Ziel der vorliegenden Arbeit bestand darin, den Agglomerationsvorgang von Partikeln in turbulenten Strömungen mittels des Euler/Lagrangeschen Verfahrens zu modellieren zu untersuchen.

Mit Hilfe der Lagrangeschen Berechnungsmethode wurden einige wesentliche Aspekte für die Modellierung des Agglomerationsvorganges von Partikeln aufgezeigt. Die Modellierung der Partikelagglomeration in turbulenten Strömungen beinhaltet Teilphänomene, wie die turbulente Partikeldispersion, die Partikel-Partikel-Kollision, die Auftreffwahrscheinlichkeit und die Partikelhaftung.

Durch die Betrachtung der Partikel-Partikel-Kollision als ein stochastisches Ereignis wurde die Modellierung des Kollisionsprozesses vereinfacht. Da es nicht erforderlich ist alle Partikel simultan zu berechnen, wurde der Aufwand für den Suchalgorithmus der Kollision reduziert. Die Eigenschaften des Kollisionspartners der betrachteten Partikel wurden aus der lokalen Partikelgrößenverteilung und der lokalen Partikelgeschwindigkeitsverteilung entnommen. Dabei wurde eine mögliche Korrelation der Geschwindigkeiten kollidierender Partikeln in turbulenten Strömungen in Abhängigkeit von der Partikel-Stokes-Zahl berücksichtigt. Aus der kinetischen Gastheorie wurde die Kollisionswahrscheinlichkeit für dieses stochastische Kollisionsmodell hergeleitet.

Betrachtet man die Kollision von sehr feinen Partikeln mit deutlich größeren, muss die Auftreffwahrscheinlichkeit berücksichtigt werden. Doch das Verständnis über die Problematik der Auftreffwahrscheinlichkeit der Partikeln in turbulenten Strömungen ist noch nicht vollständig. Durch numerische Simulationen konnte die Abhängigkeit der Auftreffwahrscheinlichkeit von verschiedenen Parametern wie der Turbulenzintensität, dem turbulenten Längenmaß, der relativen Partikel-Stokes-Zahl sowie der Partikel-Reynoldszahl aufgezeigt werden. Zur Vereinfachung der Modellierung dieses Effekts im Rahmen der

vorliegenden Arbeit wurde allerdings die laminare Betrachtungsweise herangezogen, da die betrachteten Partikel deutlich kleiner als die integralen turbulenten Längenmaße waren. Dabei wurde nur die Abhängigkeit der Auftreffwahrscheinlichkeit von der relativen Partikel-Stokes-Zahl und der Partikel-Reynoldszahl berücksichtigt.

Die Modellierung der Partikelhaftung basiert auf der theoretischen Grundlage der Feststoffdynamik. Der Kollisionsvorgang einer Partikel mit einer anderen Partikel ist ein dynamischer Prozess. Hierbei sind von Bedeutung die Reibungskräfte, die plastische Deformation, stoffliche Eigenschaften der Partikeln sowie der Einfluss der van-der-Waals-Haftkraft auf die Haftung trockener Partikeln. Anhand einer Energiebilanz kann die kritische Auftreffgeschwindigkeit ermittelt werden, oberhalb der die Partikeln voneinander abprallen. Liegt die momentane Relativgeschwindigkeit unter diesem Wert, findet eine Agglomeration statt.

Zur Untersuchung des Einflusses der Prozessparameter auf den Agglomerationsvorgang wurden numerische Simulationen in einem homogenen, isotropen Turbulenzfeld durchgeführt. Die zeitliche Änderung der Größenverteilung und der Anzahlkonzentration wurde für verschiedene Werte der Turbulenzintensität, der Partikelrelaxationszeit und der Anfangspartikelgrößenverteilung berechnet. Daraus wurden statistische Ergebnisse von der Simulationen bei variierten Bedingungen ermittelt. Bei einem monodispersen Partikelsystem wurde bei der Agglomeration von Partikeln eine neue diskrete Partikelfraktion gebildet. In einer turbulenten Strömung liegt die optimale Kollisionsfrequenz bei einer Partikel-Stokes-Zahl von  $St_p = 1$ . Die Kollisionshäufigkeit hängt wesentlich von den turbulenten Parametern ab. Die Agglomerationsfrequenz hängt wesentlich von den physikalischen Eigenschaften der Partikeln, wie z.B. der Partikelmaterialdichte oder dem Restitutionskoeffizienten, ab. Für eine multi-modale Verteilung der Partikeln gilt, dass die kleineren Partikeln mehr zur Kollision neigen und häufiger an größeren Partikeln als an Partikeln mit gleichem Durchmesser haften.

Die Validierung des entwickelten Agglomerationsmodells im Rahmen des Euler/Lagrangischen Verfahrens erforderte den Aufbau eines geeigneten Versuchssystems. Bei variierten turbulenten Strömungsbedingungen und Partikelbeladungen im vertikalen Scherschichtkanal wurden Agglomerationsvorgänge der Partikeln im Mikrometergroßen Bereich herbeigeführt. Die Strömungs- und Partikelgeschwindigkeiten in der Scherschicht wurden mit der LDA-Methode gemessen. Die Partikelgrößenverteilungen veränderten sich

durch den Agglomerationsprozess. Mittels eines Laserbeugungsspektrometers wurden die Partikelgrößenverteilungen bei verschiedenen Bedingungen erfasst. Die Messergebnisse dienen der Validierung der numerischen Berechnungen. Diese wurden mit einem zweidimensionalen Euler/Lagrangischen Berechnungsverfahren durchgeführt. Bei der Berechnung der Fluidphase wurden sowohl das Standard-k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell als auch das RSTM eingesetzt. Beide Turbulenzmodelle lieferten im Vergleich zu den LDA-Messergebnissen annähernd die richtigen Strömungsprofile für die mittleren sowie die RMS-Geschwindigkeiten. Die mit dem RSTM berechneten Ergebnisse stimmen jedoch besser mit den experimentellen Ergebnissen überein.

Im Scherschichtkanal wurde der Agglomerationsvorgang sowohl durch die Variation der Geschwindigkeitsverhältnisse als auch durch die Variation der Partikelbeladungsverhältnisse gezielt untersucht. Bei der Berechnung mit dem Agglomerationsmodell wurden der Konzentrationsanteil und der Massenanteil in der Größenverteilung mitberücksichtigt. Falls eine Agglomeration der Partikeln stattfand, wurde der Massenanteil der betrachteten kleineren Partikeln auf den Massenanteil der größeren Partikeln aufsummiert. Der Massenanteil kleinerer Partikeln verschwand aus der betrachteten Größenverteilung, somit wurde die Bilanzierung der Massenanteile gewährleistet. Die berechnete Veränderung der Partikelgrößenverteilung bei Agglomeration ergab den selben Trend wie bei den Messungen.

Die Auftreffwahrscheinlichkeit musste bei der Berechnung unbedingt berücksichtigt werden. Sonst ergab sich eine überschätzte Agglomerationsrate und eine Verschiebung der Partikelgrößenverteilung hin zu größeren Partikeln. Niedrige Geschwindigkeitsverhältnisse und hohe Partikelbeladungen auf der langsam strömenden Seite begünstigten den Agglomerationsvorgang. Die Partikelagglomeration beeinflusste das Strömungsverhalten der dispersen Phase. Sie verstärkte die Schwankungen der Geschwindigkeitsverteilung und die der Konzentrationsverteilung der dispersen Phase. Durch die Agglomeration reduzierte sich die Anzahlkonzentration der Partikeln im System.

In zunehmendem Maße werden heute numerische Berechnungsverfahren eingesetzt, um verfahrenstechnische Apparate auszulegen oder zu optimieren. Mit dem Einsatz des entwickelten Agglomerationsmodells wurde der Partikelabscheidevorgang in Zyklonen unter dem Einfluss der Partikelagglomeration simuliert.

Aus den durchgeführten Untersuchungen wurden folgende Schlussfolgerungen gezogen. Zur Simulation von turbulenten, verdrehten Strömungen im Zyklon ist es notwendig, das RSTM anzuwenden. Das Standard-k- $\epsilon$ -Turbulenzmodell versagt bei der Berechnung der kombinierten Wirbelstruktur im Zyklon. Die mit dem RSTM berechneten mittleren Geschwindigkeitsprofile in tangentialer und axialer Richtung stimmen mit den durch LDA ermittelten Geschwindigkeitsprofilen gut überein. Zwischen den berechneten und den gemessenen Schwankungsgeschwindigkeiten liegen allerdings noch Abweichungen vor.

Das UDS-Approximationsschema eignet sich nicht für die Berechnung von krummlinigen Strömungen, da verstärkt numerische Diffusion auftritt. Eine hohe Gitterauflösung und die Anwendung des CDS-Approximationsschemas verbessern das Konvergenzverhalten und reduzieren die numerischen Fehler des Lösungsverfahrens für das Strömungsfeld.

Für die Berechnung der Trenngradverläufe des Zyklons eignen sich die entwickelten Lagrangeschen Modelle besonders. Das verwendete Partikel-Wand-Kollisionsmodell und das Partikelagglomerationsmodell ermöglichen die Analyse des Einflusses der Wandrauigkeit und des Einflusses der Partikelagglomeration auf die Trenngradverläufe. Die Ergebnisse der Berechnung mit Berücksichtigung der Wandrauigkeit zeigen eine geringfügige Verschlechterung des Trenngrades für kleine Partikel ( $\approx 3 \mu\text{m}$ ). Die Abscheidung großer Partikel wird nur unwesentlich durch die Wandrauigkeitseffekte beeinflusst.

Andererseits spielt die Agglomeration von Partikeln im Zyklon eine große Rolle. Die Partikelagglomeration findet in Regionen mit hoher lokaler Partikelanzahlkonzentration und hoher lokaler turbulenter Fluidschwankung statt. Diese Regionen sind die Bereiche nahe der Wand, der Staubbunker oder der zentrale Kernwirbel. Die Agglomerationshäufigkeit wird dabei sehr stark von der Partikelgrößenverteilung, der Partikelkonzentration und dem Turbulenzgrad beeinflusst. Die Agglomeration verbessert die Abscheideleistung des Zyklons im Feinstkornbereich deutlich. Die Zugabe von großen Staubpartikeln in das Rohgas erhöht also den Trenngrad für Feinstpartikeln, in Folge der Agglomeration zwischen kleinen und großen Partikeln.

Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf die numerische Berechnung und Modellierung der Partikelagglomeration. Es konnte gezeigt werden, dass die Berechnungen relativ zufriedenstellende Resultate im Vergleich zu den Messergebnissen lieferten. Für die

weitergehende Anwendung des Euler/Lagrangeschen Verfahrens zur Berechnung von komplexen Gas-Feststoff-Strömungen ist es erforderlich, weitere physikalische Effekte, wie z.B. den Zerfall der Agglomerate durch Partikel-Partikel-Wechselwirkungen bzw. Partikel-Wandwechselwirkungen oder den Zerfall der Agglomerate durch die Fluidscherkräfte sowie die Partikel-Haftung an der Wand, in der Modellierung zu erfassen. Diese Dinge sind Gegenstand der derzeitigen Forschung. Dazu ist es für die Berechnungsvorgehensweise notwendig, bei der Anwendung des Agglomerationsmodells zur Berechnung von Gas-Feststoff-Strömungen eine mehrfache Kopplungsiteration der Fluid-Partikel-Berechnung zu entwickeln. Es entwickelt sich dann ein natürlicher Gleichgewichtszustand zwischen der Agglomeration der Partikeln und dem Zerfallprozess der Agglomerate in der Strömung. Daher wird eine konvergente Lösung der Partikelgrößenverteilung bei der Berechnung erwartet.



---

## Kurzfassung

Turbulente partikelbeladene Strömungen haben eine große Bedeutung für viele technische und industrielle Prozesse. Durch die Agglomeration von Partikeln verändert sich die Partikelgrößenverteilung und damit die Eigenschaften der dispersen Phase in laufender Prozeßführung. Die Vorhersage solcher Veränderungen ist z.B. für die Auslegung vom Gaszyklonen wichtig, da hier die in der turbulenten Strömung auftretenden Agglomerationsvorgänge die Abscheideleistung beeinflussen. Das Euler/Lagrange-Verfahren ist für die Simulation von Gas-Feststoff-Strömungen unter Berücksichtigung der Partikelagglomeration besonders gut geeignet, da bei dieser Simulationsmethode die Modellierung der Partikelagglomeration auf der Lagrangeschen Betrachtungsweise basiert. Die Modellierung umfasst die mathematische Beschreibung einzelner Teilphänomene wie die der stochastischen Partikel-Partikel-Kollision, der Auftreffwahrscheinlichkeit zwischen Partikeln unterschiedlicher Größe sowie die Beschreibung der Partikelhaftung auf Grund der wirkenden van-der-Waals-Kraft.

Die Auftreffwahrscheinlichkeit der Partikeln in turbulenten Strömungen ist insbesondere wichtig für die korrekte Bestimmung der Agglomerationsrate. Die Simulationsergebnisse zeigten die Abhängigkeit der Kollisionseffizienz von verschiedenen Parametern wie der Turbulenzintensität, dem turbulenten Längenmaß, der relativen Partikel-Stokes-Zahl sowie der Kollektor-Reynoldszahl. Weiterhin zeigt sich, dass die Auftreffwahrscheinlichkeit als Verteilungsfunktion des radialen Abstands von der Achse des Kollisionszylinders betrachtet werden kann.

Simuliert wurde die Bewegung eines Partikelkollektivs in einem homogenen, isotropen Turbulenzfeld, wobei die Rückwirkung der Partikel auf die Strömung vernachlässigt wurde. Die Einflüsse der Prozessparameter auf die Partikelagglomeration wurden analysiert. Während die Kollisionshäufigkeit der Partikeln wesentlich von den turbulenten Parametern abhängt, wird die Agglomerationsfrequenz hauptsächlich von den physikalischen Eigenschaften der Partikeln beeinflusst.

Der Agglomerationsvorgang von Mikropartikeln wurde in einem turbulenten Scherschichtkanal experimentell untersucht. Die Partikelgrößenverteilung verändert sich entlang des Kanals durch den Agglomerationsprozess. Die mit dem zweidimensionalen Euler/Lagrangeschen Verfahren berechnete Veränderung der Partikelgrößenverteilung durch Agglomeration wurden mit den Messergebnissen verglichen. Wurde die Auftreffwahrscheinlichkeit im Agglomerationsmodell berücksichtigt, konnte eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation gefunden werden. Die berechneten und die gemessenen Ergebnisse zeigen dann bei verschiedenen Geschwindigkeitsverhältnissen der Scherschicht eine ähnliche Entwicklung der Partikelgrößenverteilung.

Für die Simulation der Partikelabscheidung in Zyklonen wurde das 3-D Euler/Lagrange-Verfahren mit dem oben beschriebenen Agglomerationsmodell eingesetzt. Der Einfluss der Agglomeration auf den Trenngradverlauf wurde analysiert. Die Agglomeration verbesserte die Abscheideleistung des Zyklons im Feinstkornbereich deutlich. Hohe Agglomerationsraten wurden durch breite Partikelgrößenverteilungen, hohen Volumendurchsatz sowie durch steigende Partikelbeladung begünstigt. Die Zugabe von großen Staubpartikeln im Rohgas erhöhte den Trenngrad für Feinstpartikeln.

---

## Abstract

Turbulent particle-laden flows are of great importance for a number of technical and industrial processes. Due to the agglomeration of particles in turbulent flows, the particle size distribution and other properties of the dispersed particle phase will change during the process. The prediction of these changes is important i.e. for the design of gas cyclones, in which the agglomeration of the particles within the turbulent flow will have an effect on the separation efficiency of this apparatus. For the simulation of gas-solid flows with consideration of the particle agglomeration the Euler/Lagrangian approach is most suitable. In this method, the modelling of the particle agglomeration is based on the Lagrangian point of view. The modelling encompasses the mathematical description of different separated physical phenomena, i.e. the stochastic inter-particle collision, the impact efficiency and the sticking of particles due to the attractions of the van-der-Waals forces.

The impact efficiency of particles in turbulent flows is especially important for the correct predicting of agglomeration rates. The results of the numerical simulations showed that the impact efficiency depends on parameters such as the turbulent intensity, the turbulent length scale, the relative particle Stokes number and the collector particle Reynolds number. The impact efficiency is a distribution function of the lateral displacement from the axis of the collision cylinder.

The change of a particle size distribution in a homogeneous isotropic turbulent field was simulated neglecting the feedback of the particles motion on the flow field. The influences of several parameters on the agglomeration process could be analysed. The collision rate of the particles depends strongly on the turbulent properties of the flow, whereas the agglomeration rate is mostly dependent on the physical properties of the particles.

The process of agglomeration of microsize particles was studied experimentally in a shear layer channel. The change of particle size distribution along the channel was measured and compared with numerical results of two-dimensional Euler/Lagrangian calculations. Good agreement for different velocity ratios in the shear layer channel was obtained by including the effect of collision efficiency into the agglomeration model.

For the simulation of the particle separation in a cyclone, the 3-D Euler/Lagrangian approach including the agglomeration model has been applied. The influence of the agglomeration on the grade efficiency curve has been analyzed. The agglomeration obviously enhanced the separation efficiency for microsize particles. The agglomeration rate could be enhanced by broadening the particle size distribution or by increasing the flow rate or mass loading. Therefore, it could be shown that the addition of larger particles at the inlet enhances the separation efficiency for fine particles.

## 9 Symbolverzeichnis

### Lateinische Symbole

$a$	[-]	Koeffizient des algebraischen Gleichungssystems
$A$	[m <sup>2</sup> ]	Querschnittsfläche eines Kontrollvolumens
$C_{VM}$	[-]	Beiwert der virtuellen Masse
$C_M$	[-]	Beiwert der Magnuskraft
$C_R$	[-]	Rotationsbeiwert
$C_T$	[-]	Konstante des integralen Zeitmaßes der Turbulenz
$C_D$	[-]	Widerstandsbeiwert
$d_p$	[m]	Partikeldurchmesser
$d_k$	[m]	Kollektordurchmesser
$D_{ij}$	[ ]	turbulenter Diffusionsterm
$D_i$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	diffusive Flüsse in der Bilanzgleichung
$e$	[-]	Restitutionskoeffizient
$E_a$	[Kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	Energie der van-der-Waals-Haftkraft
$E_k$	[Kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	kinetische Energie
$E_d$	[Kg m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	Dissipationsenergie
$f$	[-]	Längskorrelationsfunktion
$F$	[N]	Kraft
$f_A$	[s <sup>-1</sup> ]	Agglomerationsfrequenz
$f_C$	[s <sup>-1</sup> ]	Kollisionsfrequenz
$f_D$	[s <sup>-1</sup> ]	Doppler-Frequenz
$F_i$	[-]	konvektive Flüsse in der Bilanzgleichung
$f_m$	[s <sup>-1</sup> ]	Wirbelfrequenz
$F_M$	[N]	Magnuskraft
$F_{SA}$	[N]	Saffmankraft
$F_{VM}$	[N]	virtuelle Massenkraft
$G$	[N]	Gewichtskraft
$g$	[-]	Querkorrelationsfunktion
$g$	[m/s <sup>2</sup> ]	Erdbeschleunigung
$H_{ij}$	[-]	Haftwahrscheinlichkeit
$H$	[N]	Haftkraft
$h$	[m]	Dicke des Flüssigkeitsfilms
$h_a$	[m]	Rauigkeitshöhe der Partikeloberfläche
$I$	[-]	Lichtintensität
$I_p$	[N m]	Trägheitsmoment einer Partikel
$J$	[N m]	Impuls
$J_i$	[-]	Vektor des Massenflusses
$k$	[m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ]	turbulente kinetische Energie
$K_{ij}$	[m <sup>3</sup> /s]	Agglomerationsratefunktion
$k_v$	[-]	Volumenkorrekturfaktor
$l$	[m]	Länge
$L_E$	[m]	integrales Längenmaß der Turbulenz
$l_e$	[m]	Dissipationslängenmaß
$l_\mu$	[m]	Abstandslängenmaß

$La$	[m]	Koordinate der Grenzpartikelbahn
$m$	[kg]	Masse
$Mie$	[-]	Mie-Parameter
$M_k$	[-]	k-tes Moment einer Partikelgrößenverteilung
$n$	[-]	Partikelanzahl
$N_A$	[-]	Agglomerationshäufigkeit
$N_{ij}$	[m <sup>3</sup> /s]	Kollisionsratefunktion
$N_K$	[-]	Kollisionshäufigkeit
$N_{\Sigma}$	[-]	gesamte Partikelanzahl pro Volumen
$p$	[N/m <sup>2</sup> ]	Druck
$P_{ij}$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Produktionsterm der turbulenten kinetischen Energie
$P_{coll}$	[-]	Kollisionswahrscheinlichkeit
$P_{pl}$	[N/m <sup>2</sup> ]	materieller Fließdruck
$q_0$	[-]	Anzahldichte
$R$	[m]	Radius
$r$	[m]	radialer Abstand
$R_{E,ij}$	[-]	Euler'scher Korrelationstensor
$R_L$	[-]	Lagrangesche Autokorrelationsfunktion
$R_{P,i}$	[-]	resultierende Korrelationsfunktion
$S_{ij}$	[s <sup>-1</sup> ]	Scherspannungsrate
$S_f$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Quellterm der kontinuierliche Phase
$T$	[K]	Temperatur
$T_i$	[N m]	Momente
$t$	[s]	Zeit
$T_t$	[s]	turbulentes Zeitmaß
$T_E$	[s]	Euler'sches integrales Zeitmaß
$Tu$	[-]	Turbulenzintensität
$\vec{U}$	[m/s]	Geschwindigkeitsvektor
$U_0$	[m/s]	Anströmgeschwindigkeit
$u, v, w$	[m/s]	momentane Geschwindigkeiten
$u', v', w'$	[m/s]	mittlere Schwankungskomponenten der Geschwindigkeiten
$U, V, W$	[m/s]	Komponenten der mittleren Geschwindigkeit
$U_{kr}$	[m/s]	kritische Geschwindigkeit
$v$	[m <sup>3</sup> ]	Partikelvolumen
$V$	[m <sup>3</sup> ]	Volumen eines bestimmten Kontrollvolumens
$x, y, z$	[m]	Ortskoordinaten
$X_C$	[m]	kritischer lateraler Abstand in x-Richtung
$Y_C$	[m]	kritischer lateraler Abstand in y-Richtung
$z_0$	[m]	minimaler Kontaktabstand

### Griechische Symbole

$\mathbf{a}$	[-]	Unterrelaxationsfaktor
$\mathbf{b}$	[m <sup>3</sup> /s]	Kollisionsrate
$\mathbf{d}$	[m]	Scherschichtdicke
$\mathbf{d}_{ij}$	[-]	Kronecker Konstante
$\mathbf{Dg}$	[°]	Wandrauigkeitswinkel
$\mathbf{G}$	[m <sup>2</sup> /s]	allgemeiner Diffusionskoeffizient

$g$	[-]	Wichtungsfaktor des Flux-Blending-Schemas
$g_p$	[-]	Dichteverhältnis
$g_d$	[-]	Durchmesser Verhältnis
$e$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Dissipationsrate
$f_p$	[-]	Volumenanteil der dispersen Phase pro Volumen
$f$	[ ]	skalare Variable
$F_{ij}$	[m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ]	Umverteilungsterm
$h_{ij}$	[-]	Auftreffwahrscheinlichkeit
$h_K$	[m]	Kolmogorov-Längenmaß
$h_V$	[-]	normiertes Partikelvolumen
$j$	[°]	Winkel
$l$	[m]	Lichtwellenlänge
$L$	[m]	mittlere freie Weglänge des Gases
$\mu$	[N s m <sup>-2</sup> ]	dynamische Viskosität
$\mu_0$	[-]	Haftreibungskoeffizient
$\mu_d$	[-]	Gleitreibungskoeffizient
$\mu_P$	[-]	Partikelmassenbeladung
$n$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematische Viskosität
$n_T$	[m <sup>2</sup> /s]	turbulente Viskosität
$r_f$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte des Fluids
$r_p$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Dichte der Partikeln
$S_F$	[m/s]	Varianz der Fluktuationsgeschwindigkeit des Fluids
$t_p$	[s]	Partikelrelaxationszeit
$t_K$	[s]	Kolmogorov'sches Zeitmaß
$q$	[°]	Winkel
$w$	[°/s]	Winkelgeschwindigkeit
$x_i, z_i, c_i$	[-]	Zufallszahlen
$y$	[ ]	Self-Preserving Spektrumsfunktion

### Kennzahlen

$Kn$	Knudsenzahl
$Ma$	Mach-Zahl
$Re$	Reynoldszahl
$Re_h$	Kanal-Reynoldszahl
$Re_k$	Reynoldszahl der Fluidströmung um dem Kollektor
$Re_p$	Partikel-Reynoldszahl
$Sr$	Strouhal-Zahl
$St$	Partikel-Stokes-Zahl
$St_{kr}$	Kritische Partikel-Stokes-Zahl
$St_{rel}$	relative Partikel-Stokes-Zahl
$St_v$	viskose Stokes-Zahl
$We$	Weber-Zahl

### Indizes

$A, B$	Partikelklasse
--------	----------------

<i>A</i>	Agglomeration
<i>C</i>	Kollision
<i>f</i>	Fluid
<i>i</i>	Zählindex
<i>inl</i>	Einlass
<i>j</i>	Zählindex
<i>k</i>	Zählindex
<i>kr</i>	kritisch
<i>n</i>	Anzahl
<i>NB</i>	Nachbarn
<i>n, s, e, w</i>	Seitenflächen des Kontrollvolumens (Nord, Süd, Ost, West)
<i>out</i>	Auslass
<i>p</i>	Partikel
<i>P</i>	Mittelpunkt des Kontrollvolumens
<i>rel</i>	relativ
$\perp$	normal
$\parallel$	parallel

### Konstanten

<i>a, b</i>	Reynoldszahl abhängige Konstanten der Auftreffwahrscheinlichkeit
<i>A</i>	Hamaker-Konstante
<i>C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, C<sub>1</sub>', C<sub>2</sub>'</i>	Konstanten im Reynoldsspannungs-Transportmodell
<i>C<sub>s</sub>, C<sub>e</sub></i>	Konstanten im Reynoldsspannungs-Transportmodell
<i>C<sub>μ</sub></i>	Strukturkoeffizient
<i>C<sub>el</sub>, C<sub>e2</sub></i>	Konstanten im k-ε-Turbulenzmodell
<i>S<sub>k</sub>, S<sub>e</sub></i>	Konstanten im k-ε-Turbulenzmodell

### Abkürzungen

CDS	Zentrale-Differenzen-Schema (Central Differencing Scheme)
CFD	Computational Fluid Dynamics
DNS	Direkte Numerische Simulationen
FVM	Finite Volumen Methode
KV	Kontrollvolumen
LBS	Laserbeugungsspektrometer
LDA	Laser-Doppler-Anemometrie
MCS	Monte-Carlo Simulationen
PBG	Populationsbilanzgleichung
PDA	Phasen-Doppler-Anemometrie
RANS	Reynoldsgemittelte Navier-Stokes-Gleichungen (Reynolds Averaged Navier-Stokes)
RSTM	Reynoldsspannungs-Transportmodell
UDS	Upwind-Schema (Upwind Differencing Scheme)

## 10 Literatur

1. Abrahamson J. , Collision rates of small particles in a vigorously turbulent fluid, *Chemical Engineering Science*, Vol. 30, 1371-1379. 1975.
2. Adetayo A. A. and Ennis, B.J. Unifying Approach to modelling Granule Coalescence Mechanisms, *AIChE Journal*, Vol. 43(4), 927-934. 1997.
3. Arastoopour H., Yang Y., Hariri H. Agglomeration of polyolefin particles in a fluidized bed with a central jet. Part II -Theory. *Powder Technology*, Vol. 74 ,1993.
4. Becher R.D., Untersuchung der Agglomeration von Partikeln bei der Wirbelschichtsprühgranulation, Dissertation-Universität Karlsruhe,VDI-Velag 1997.
5. Bernard J. G. Experimental investigation and numerical modelling of cyclones for application at high temperatures. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft University Press 1992.
6. Blei S., Ho C A., Sommerfeld M., A stochastic droplet collision model with consideration of impact efficiency. *Conference Proceedings ILASS- Europe Zaragoza, 2002*
7. Borho K., Zur Agglomeration von Stäuben in Rohrströmungen. Dissertation. Universität Karlsruhe. 1972.
8. Boysan F., Ayers W. H., and Swithenbank J.. A fundamental mathematical modelling approach to cyclone design. *Trans. Inst. Chem. Engng*, Vol.60, 222-230. 1982.
9. Brazier-Smith P.R. et al., The interaction of falling water drops: coalescence, *Proc. R. Soc. Lond. Vol. A. 326*, 393-408, 1972
10. Brown G. L., Roshko. On the effects and large structure in turbulent mixing layers. *J. Fluid Mech. Vol. 64. Part 4*, 775-816.1974.
11. Brunk B.K., Koch D. Observations of coagulation in isotropic turbulence, *J. Fluid Mech. Vol. 371*, pp. 81-107.1998.
12. Burnage H. and Moon S., Pre'de'termination de la dispersion de particules mate'rielles dans un e'coulement turbulent. *Compte-Rendus a` l'Acade'mie des Sci. 310, se'rie II*, 1595-1600, 1990.
13. Chawla J. M., Effect of the droplet agglomeration on the design of spray dryer towers. *Drying technology*, Vol. 12, 1357-1365 .1994.
14. Chen H.C. and Patel V.C., Near-wall turbulence model for complex flows including separation, *AIAA Journal*, Vol. 26, 641-648.1988.

15. Cortesi A. B., G. Yadigaroglu, and S. Banerjee, Numerical investigation of the formation of three-dimensional structures in stably-stratified mixing layers, *Phys. Fluids*, Vol. 10, 1449- .1998.
16. Cristea, E. D., Malfa, E. and Coghe, A.: 3-D numerical simulation and measurement of strongly swirling heavy dust-laden flow inside a cyclone separator. *Engineering and Turbulence Modelling and Experiments 3*, W. Rodi and G. Bergeles (Editors), Elsevier Science B.V. .1996.
17. Crowe C.; Sommerfeld M.; Yutaka Tsuji, *Multiphase flows with droplets and particles*, CRC Press, USA 1998.
18. David R. Marchal P. Marcant B.. *Modelling of agglomeration in industrial crystallization from solution*. *Chem. Eng. Technol.* Vol. 18, 302-309.1995.
19. De Almeida, F. C., The collisional problem of cloud droplets moving in a turbulent environment- Part II: Turbulent collision efficiencies. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 36, 1564-1576.1979.
20. De Boer G.B.J., Hoedemakers G. F. M., Thoenes D., *Coagulation in turbulent flow, Part I*, *Chem Eng Res Des*, Vol. 67, 301 –307. May 1989.
21. De Boer G.B.J., De Weerd C., Thoenes D., *Coagulation in turbulent flow Part II* , *Chem Eng Res Des*, Vol. 67, 308 – 315. May 1989.
22. Delichatsios M. A., *Particle coagulation in steady turbulent flows: application to smoke aging*. *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 78, November 1980.
23. Dimotakis P. and Brown G., *The mixing layer at high Reynolds numbers: large-structure dynamics and entrainment*. *J. Fluid Mech.*, Vol.78, 535- 560.1976.
24. Durbin P.A., Reif B.A.P., *Statistical theory and modeling for turbulent flows*, John Wiley & Sons, Ltd, 2001.
25. Durst F. and Zaré M., *Laser Doppler measurements in two-phase flows*, LDA Symposium, Copenhagen, Denmark, 403-429. 1975.
26. Ennis B.J., G.I. Tardos, and R. Pfeffer, *A microlevel-based characterization of granulation phenomena*, *Powder Technol.* Vol. 65, 257-272.1991
27. FASTEST-Bedienungsanleitung, INVENT Computing GmbH, 6. Ausgabe Mai 2001
28. Fortes A. F., Caldas, Gallo , *Particle aggregation and the van der Waals forces in gas – solids fluidization*, *Powder Technology* Vol. 98, 201 – 208. 1998.
29. Frank, Th., Wassen, E., Yu, Q., *Lagrangian prediction of disperse gas-particle flow in cyclone separators*. *Third International Conference on Multiphase Flow, ICMF'98*, Lyon, France, June 8-12, 1998



30. Friedlander S. K., Wang C. S., The Self-Preserving particle size distribution for coagulation by brownian motion. *Journal of Colloid and Interface Science*. Vol. 22, 126-132. 1966.
31. Gorton.H. A., Messung und Berechnung der Geschwindigkeitsfelder und Partikelbahn im Gaszyklon, Dissertation am Institut für Apparatebau, Mechanische Verfahrenstechnik und Feuerungstechnik, TU-Graz, Januar 1999.
32. Grunert K., Untersuchungen zur Turbulenzmodellierung und Berechnung verdrallter Innenströmungen. Dissertation, Technische Universität Berlin. 2000.
33. Gutsch, A., Agglomeration feinsten gasgetragener Partikel unter dem Einfluß elektrischer Kräfte. Dissertation TH Karlsruhe .1995.
34. Hiller R. Br., Der Einfluß von Partikelstoß und Partikelhaftung auf die Abscheidung in Faserfiltern, Dissertation, VDI – Verlag GmbH Düsseldorf, 1981.
35. Hishida K., A. Ando, M. Maeda, Experiments on particle dispersion in a turbulent mixing layer. *Int. J. Multiphase Flow* Vol. 18, 181 – 194, 1992.
36. Hoekstra A. J., Gas flow field and collection efficiency of cyclone separators. Dissertation, Technische Universiteit Delft. 2000.
37. Ho, C.A., Sommerfeld, M. Modelling of micro-particle agglomeration in turbulent flow. *Chemical Engineering Science*, Vol. 57, 3073-3084, 2002.
38. Ho C.A., Blei S., Sommerfeld, M., Numerical studies on the modelling of impact efficiency for inter-particle collisions, Conference Proceeding EUROMECH 447 – Tallinn. 31. 2003.
39. Hounslow, M. J., R. L. Ryall, V. R. Mashall, A discretized population balance for nucleation, growth, and aggregation, *AICHE J.*, Vol. 34, 1821. 1988.
40. Hussain A. , Zaman K. B., An experimental study of organized motions in the turbulent plane mixing layer. *J. Fluid Mech.*, Vol.159, 85- 104.1985.
41. Irwin, H. P. A. und A. Smith, Prediction of the effect of streamline curvature on turbulence. *The Physics of Fluids*, Vol. 17, 624-630, 1975.
42. Johnson, T.A., Patel V. C., Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300. *J. Fluid mech*, Vol 378, 19-70. 1999.
43. Jones,W. P., Pascau A., Calculation of confined swirling flows with a second moment closure. *Journal of Fluid Engineering*, Vol. 111, 248-254, 1989.
44. Kallio G.A. and Reeks M.W., A numerical simulation of particle deposition in turbulent boundary layers. *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 15, 433-446, 1989.

45. Karman T., Horwath L.: On the statistical theory of isotropic turbulence. Proc. Royal Soc. A164, 192-215 .1938.
46. Katzer, M., Schmidt, E.: Untersuchungen zum Wachstum feinsten Partikel in der Gasphase bei elektrischer Beeinflussung. Chemie Ingenieur Technik, Jahrg. 70, pp.108-112.1998.
47. Kayser B.H., Powder Mixing, Chapman & Hall, London, 1997.
48. Kirch R., Der Einfluß der Turbulenz auf die Partikelbewegung im Gaszyklon. Dissertation Universität Karlsruhe, 1988.
49. Kikuo Okuyama and Ko Higashitani, Agglomeration (Coagulation), Powder technology Handbook.1997.
50. Koch W., Sh. K. Friedlander: Particle growth by coalescence and agglomeration, Part. Part. Syst. Charact. Vol. 8, 86-89.1991.
51. Kohnen G., Über den Einfluß der Phasenwechselwirkungen bei turbulenten Zweiphasenströmungen und deren numerische Erfassung in der Euler-Lagrange Betrachtungsweise. Dissertation. Universität Halle-Wittenberg. Shaker Verlag Aachen 1997.
52. König, Ch., Untersuchungen zum Abscheideverhalten von geometrisch ähnlichen Zyklonen. Dissertation Universität Kaiserslautern, 1990.
53. Kruis F. E., Kuster K. A., The collision rate of particles in turbulent media, J. Aerosol Sci. Vol. 27, S263-S264, 1996.
54. Kumar S. Ramkrishna D. On the solution of population balance equations by discretization –1. A fixed pivot technique. Chemical Engineering Science, Vol. 51, 1311-1332. 1996.
55. Launder, B. E., Sharma, B. I., Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc, Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 1, 131-138.1974.
56. Launder B. E., Spalding D. B. , The numerical computation of turbulent flows, J. Comput. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol. 3, 269-289. 1974.
57. Lee K., Matsoukas T., Simultaneous coagulation and break-up using constant-N Monte Carlo. Powder Technology. Vol.110, 82-89. 2000.
58. Legg, B.J., Raupach, M.R., Markov-chain simulations of particle dispersion in inhomogeneous flows: The mean drift velocity induced by a gradient in Eulerian velocity variance. Boundary-Layer Meteorology, Vol. 24, 3-13 .1982.

59. Liffman K. A direct simulation Monte-Carlo method for cluster coagulation. *Journal of computational Physics*, Vol 100, 116- 127 .1992..
60. Löffler Fr., *Staubabscheiden*, Georg Thieme Verlag, 1988
61. Lui. Sh. and Li D. Drop coalescence in turbulent dispersions, *Chemical Engineering Science*, Vol. 54, 5667 – 5675.1999.
62. Michael, D.H. and Norey, P.W.: Particle collision efficiencies for a sphere. *J. Fluid Mech.* Vol. 37, 565-575 .1969.
63. Miller S. M., *Modelling and quality control strategies for batch cooling crystallizers*. PhD thesis, The University of Texas at Austin, April 1993.
64. Milojevic, D., Lagrangian stochastic-deterministic predictions of particle dispersion in turbulence. *Part. Part. Syst. Charact.*, Vol. 7, 181-190. 1990.
65. Moseley J. L. and O'brien T.J., A model for agglomeration in a fluidized bed, *Chemical Engineering Science*, Vol. 48, 3043-3050. 1993
66. Mothes, H., *Bewegung und Abscheidung der Partikel im Zyklon*. Dissertation TH Karlsruhe .1982.
67. Novakowski B. and Sitarski M., Brownian coagulation of aerosol particles by Monte Carlo simulation, *Journal of Collid and Interface Science*, Vol. 83, October 1981.
68. O'Rourke P.J., *Collective drop effects on vaporizing liquid sprays*, Ph. D. thesis, Los Alamos Natl. Lab. ,Los Alamos, NM, 1981.
69. Pearson, H. J., Valioulis, I. A., List, E. J.: Monte Carlo simulation of coagulation in discrete particle-size distributions. Part 1. Brownian motion and fluid shearing. *Journal Fluid Mechanics*, Vol. 143, 367-385.1984.
70. Pietsch W. , *Size enlargement by agglomeration*, John Wiley, 1991
71. Pinsky M., Khain A., Shapiro M., Collisions of small drops in a turbulent flow. Part I: Collision efficiency. problem formulation and preliminary results. *Journal of Atmospheric sciences*. August 1999.
72. Rüger M., Hohman S. Sommerfeld M., Kohnen G., Euler/Langange Calculations of turbulent sprays: The effect of droplet collisions and coalescence. *Atomation and Sprays*, Vol. 10, 47-81, 2000.
73. Rumpf H., The strength of granules and agglomerates, in: W.A. Knepper (Ed.), *Agglomeration*, Interscience publishers, New York, 379- 418. 1962.
74. Saffman, P.G., Turner, J.S., On the collision of drops in turbulent clouds. *J. Fluid Mech.* Vol. 1, 16-30.1956.

75. Schmidt, E., Wadenpohl, C., Löffler, F.: Mathematische Beschreibung von Agglomeration im Zykloneinlauf. *Che. –Ing.-Tech.* Jahrg. 64. 76-78.1992.
76. Schmidt E., Müller O., Strömungskräfte auf Partikeln in Gasen, *Fortschr. Ber. VDI Reihe 3* Nr. 483. Düsseldorf, VDI Verlag 1997.
77. Schönung E. B. *Numerische Strömungsmechanik.* Springer, 1990.
78. Schuch, G., Löffler, F., Über die Abscheidewahrscheinlichkeit von Feststoffpartikeln an Tropfen in einer Gasströmung durch Trägheitseffekte, *Verfahrenstechnik* Vol. 12, 302-306.1978.
79. Seville J.P.K., Tüzün U., Clift R., *Processing of particulate solids, Powder technology Series, Blackie Academic & Professional*, 1997.
80. Silc, J., Tuma, M., Einfluß von Ultraschall auf die Agglomeration der Flugasche in Rauchgasen. *Staub-Reinhaltung der Luft*, Jahrg. 54, 183-185.1994.
81. Simons S. J. R., *Modelling of agglomerating systems: from spheres to fractals, Powder Technology*, Vol. 87. 29-41.1996.
82. Slessor. M. D., Bond C. L., Dimotakis P. E. . Turbulent shear-layer mixing at high Reynolds number: effects of inflow conditions. *J. Fluid Mech.*, Vol.376, 115-138.1998.
83. Smoluchowski, M. Z. *Physik Chem*, Vol. 92, 129 -168. 1917
84. Sommerfeld, M.: *Modellierung und numerische Berechnung von partikelbeladenen turbulenten Strömungen mit Hilfe des Euler/Lagrange-Verfahrens. Habilitationsschrift, Universität Erlangen-Nürnberg, Shaker Verlag, Aachen.*1996.
85. Sommerfeld, M. and Huber, N. Experimental analysis and modelling of particle-wall collisions. *Int. Journal of Multiphase Flow*, Vol 25, 1457-1489, 1999.
86. Sommerfeld M., Inter-particle collisions in turbulent flows: a stochastic Lagrangian model, *Turbulence and Shearflow Phenomena, First International Symposium, Santa Barbara, CA, USA, Sept. 1999.*
87. Sommerfeld M., Validation of a stochastic Lagrangian modelling approach for inter-particle collisions in homogeneous isotropic turbulence, *Int. J. of Multiphase Flow*, Vol. 27, 1829-1858, 2001.
88. Sommerfeld, M.; Ho, C.A.; Numerical calculation of particle transport in turbulent wall bounded flows. *Powder Technology*, Vol.131. 1-6. 2003.
89. Sommerfeld, M. and Tropea, C., Single-Point Laser Measurement, Chapter 7 in *Instrumentation for Fluid-Particle Flow* (Ed. S.L. Soo), Noyes Publications, 252-317. 1999.

90. Spicer P. T., Pratsinis S. E., Trennepohl M. D., Coagulation and fragmentation: The variation of shear rate and the time lag for attainment of steady state, *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol. 35, 3074-3080. 1996.
91. Spicer P., Pratsinis S. E., Coagulation and fragmentation: Universal steady-state particle-size distribution, *AIChE Journal*, Vol. 42, .1996.
92. Sundaram Sh., Collins R. L., Collision statistics in an isotropic particle-laden turbulent suspension. Part 1. Direct numerical simulations. *J. Fluid Mech.* Vol. 335, 75-109. 1997.
93. SYMPATEC – Helos Benutzeranleitung, Tech. Büro, Clausthal 1990.
94. Thorton C., Ning Z. , A theoretical model for the stick/bounce behaviour of adhesive, elastic-plastic spheres, *Powder Thechnology.* Vol. 99.154-162. 1998.
95. Tsouris C., Taviarides L.L.. Breakage and coalescence models for drops in turbulent dispersions. *AIChE Journal.* March 1994.
96. Tuckermann, R. Gase, Aerosole, Tropfen und Partikel in stehenden Ultraschallfeldern: Eine Untersuchung zur Anreicherung schwerer Gase, Verdampfung levitierter Tropfen, Kristall- und Partikelbildung, Dissertation, Universität Braugschweig, 2002.
97. Veli M. K., Simulation of brownian coagulation in the .presence of van der Waals forces and viscous interactions, *Aerosol Science and Technology*, Vol. 20, 207. 1994.
98. Wassen E., Entwicklung von parallelen Algorithmen zur numerischen Simulation von Gas-Partikel-Strömungen unter Berücksichtigung von Partikel-Partikel-Kollisionen, Dissertation, Technische Universität- Chemnitz 1998.
99. Wauters P., Modelling and mechanisms of granulation, Dissertation, Technische Universität Delft, 2001.
100. Wygnanski,I.; Fiedler,H.E., The two-dimensional mixing region, *J. Fluid Mech.* Vol 41, 327-361.1970.
101. Yuu Sh., Collision rate of small particles in a homogeneous and isotropic turbulence, *AIChE Journal*, Vol. 30, .1984.
102. Zhou, L.X. and Soo, S. L. Gas-solids flow and collection of solids in a cyclone separator. *Powder Technology.* Vol.63, 45-53. 1990.
103. Zhou Y., Wexler A., Wang L.P., On the collision rate of small particles in isotropic turbulence. I. Zero- inertia case. *Physics of fluids*, Vol. 10,. 1998.
104. Zhou Y., Wexler A., Wang L.P., On the collision rate of small particles in isotropic turbulence. II. Finite inertia case. *Physics of fluids*, Vol. 10, .1998.
105. Zhou Y., Wexler A., Wang L.P., Statistical mechanical description and modelling of turbulent collision of inertial particles. *J. Fluid Mech.* Vol. 415, 117-153.2000.

---

# Lebenslauf

## *Ho Chi Anh*

- 28.02.1971 geboren in Hanoi (Viet Nam)
- 1987 Abschluss der Oberschule in Ho Chi Minh Stadt Vietnam,
- 1987 - 1988 Deutschkurs an der Hochschule für Fremdsprachen, Hanoi, Vietnam
- 1988 - 1989 Deutschkurs an der Ingenieurhochschule Zwickau
- 1989 - 1996 Studium an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg,  
Abschluss als Diplom Ingenieur im Studiengang Verfahrenstechnik  
Diplomarbeit:  
Untersuchungen zum Verhalten leitfähiger Wandansätze bei der  
Eliminierung organischer Schadgase in einer Barrierenentladung
- 1997 – 1999 Mitarbeiter am Institut für angewandte Mechanik,  
Ho Chi Minh Stadt (Viet Nam)  
Teilnahme an Umweltprojekten im Mekongdelta-Vietnam:
- Forschung, Entwicklung und Aufbau einer Müllverbrennungsanlage für die Krankenhäuser im Bezirk Soc Trang
  - Aufbau einer Kläranlage für das Bezirkskrankenhaus in Chau Thanh-Tien Giang
- 1999-2003 Promotionsstudium am Lehrstuhl Mechanische Verfahrenstechnik der  
Martin-Luther Universität Halle-Wittenberg  
Arbeitsgebiet: Partikelabscheidung  
Promotionsthema: Modellierung der Partikelagglomeration im Rahmen  
des Euler/Lagrange-Verfahrens und Anwendung zur Berechnung der  
Staubabscheidung im Zyklon.