P. 1, 1.2 ; 1893. 1897
P. 2, 1.2 ; 1900. 1905
P. 3, 1. ; 1910.

CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS I FASCICULUS I.

HAUNIAE MDCCCXCIII.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

(F. HEGEL ET FIL.).

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE

PRAEFATIO.

Cum de codice nostro ipsoque opere postea uberius expposituri simus, hic pauca tantum de ratione editionis praemonenda sunt.

Codex igitur Leidensis 399,1 (Warn.), qui iamdiu propter genus suum singulare animos uirorum doctorum merito ad se conuertit, sex libros priores Elementorum Euclidis continet Arabice ex interpretatione Al-Hadschdschadschii, quamquam titulus Arabicus nomen Ishakii Ibn Hunain prae se fert. Huic interpretationi commentaria adiecit Al-Narizi e compluribus scriptoribus Arabicis et Graecis petita, inter quos praecipuum locum tenent commentaria Heronis, quae Graece non iam exstant.

Hic codex praestantissimus ut Hauniam mitteretur ibique in Bibliotheca Regia maneret, donec editio nostra absolueretur, Besthornio permisit liberalitas Michaëlis J. de Goeje, u. d., cui hoc loco ob beneuolentiam eximiam gratias quam maximas agimus.

Uerba Arabica Besthornius recensuit notasque numeris Arabicis signatas addidit, interpretationem uero communi consilio confecimus; notae asteriscis signatae Heibergii sunt.

Restat, ut Instituto Carlsbergico, cuius liberalitate effectum est, ut editio nostra prodire posset, et Ministerio, quod cultui scholisque nostris praeest, quo adiuuante Besthornius codices Arabicos Leidenses et Parisinos examinare potuit, gratiae debitae agantur.

Scr. Hauniae mense Decembri MDCCCXCII.

R. O. BESTHORN. *J. L. HEIBERG.*

كتاب اوقليدس الفيثاغورى

نقل اسحق بن حنين شرح ابى العباس النريزى

فهرست الكتاب

Liber Euclidis Pythagoræi.

Interpretatio Ishak Ibn Hunaini. Commentaria Abul-Abbas Al-Narizii.

Liber continet

numerum librorum	numerum propositionum	Summam propositionum
1	48	
2	14	62
3	36	
4	16	114
5	25	13 (9)
6	33	1 (7) 2
7	39	211
8	27	238
9	38	276
10	109	3 (85)
11	41	426
12	15	441
13	21	(4) 62
14	(11?)	473
15	6	
		479

1*

بسم اللّه الرحمن الرحيم

الحمد لله رب العالمين وصلى الله على محمد واله اجمعين هذا كتاب اوقليدس المختصر فى علم الاصول المقدمة لعلم المساحة كتقديم علم حروف المعجم التى هى اصوُل الكتابة لعلم الكتابة وهو الكتاب الذى كان يحيى [بن] خلد (scr. خالد) بن برمك امر بتفسيره من اللسان الروُمى الى اللسان العربى فى خلافة الرشيد هرون ابن المهدىّ امير المومنين على يدى الحجّاج بن يوسف مطرٍ فلمّا افضى الله بخلافته الى الامام المامون عبد الله بن هرون امير المومنين وكان بالعلم مُغرما وللحكمَةِ مُوثِرًا وللعلمآء مقربًا واليهم مُحسنًا راى الحجاج بن يوسف ان يتقرّب اليه بتثقيف هذا الكتاب وايجازه واختصاره فلم يدَعْ فيه فضلا الّا حذ[ف]ه ولا خللا الّا سدَّهُ ولا عيبًا الّا اصلحَهُ واحكمَهُ حتى ثقّفَهُ وايقنه واوجزهُ واختصرهُ على ما فى هذه النسخة لاهل الفهم والعناية -- العلم مِن غير ان يغيّر مِن معانيه شيًا وترك النُسخة الاولى على حالها للعامّة ثم شرحهُ ابو العباس الفضل بن حاتِم النريزى وهذّب مِن الفاظه وزاد فى كل فصل مِن كلام اوقليدس [ما ي]ليق به

In nomine Dei misericordis miseratoris!

Laus Deo, domino mundi, Deusque Muhammedo familiaeque ejus uniuersae gratiam praebeat! Hic est liber Euclidis de elementis contractus, disciplinae dimensionum praemissus eodem modo, quo disciplina litterarum alphabeti, quae sunt elementa scribendi, arti scribendi praemittitur*). Hunc librum Jahja [Ibn] Chalid Ibn Barmak, Ar-Rachid Harun Ibn Al-Mahdio, fidelium imperatore, chalifa regnante, Al-Hadschdchadsch Ibn Jusuf Matarum jussit ex lingua Rhomaea in Arabicam conuertere. Postea Imamo Al-Mamun Abd-Allah Ibn Haruno fidelium imperatore voluntate Dei chalifa facto, qui litterarum studio ardebat, litterarum studiosos colebat iisque fauebat, Al-Hadschdschadsch Ibn Jusuf intellexit se ei commendatum iri, si hunc librum illustrasset, explanasset, in breuiorem formam redegisset. Quod abundauit non reliquit, lacunas expleuit, errores emendauit et remouit, donec librum pertractauerat et eum correctum explanatumque in breuiorem formam redegerat, ut est in hoc apographo, in usum uirorum ingenio praeditorum litterarumque studiosorum sententia non mutata, priore illa editione in manibus legentium relicta. Cui deinde Abul-Abbas Al-Fadhl Ibn-Hatim Al-Narizi commentarios adjecit, uerba recte aptauit, in omnibus capiti-

---

*) De uocabulo στοιχεῖα et litteras et elementa geometriae significante u. Proclus in Elementa (ed. Friedlein) pg. 72, 6–13.

مِن كلام غيره مِن المهندسين المتقدمين ومِن كلام مَن شرح كتاب اوقليدس منهم وعِلمُ هذا الكتاب مقدمة لِعلم كتاب بطلميوس الكبير فى حساب النجوم ومعرفة الاوتار التى تقع على قسى قِطَع الدوائر من افلاك الكواكب التى يسميها المنجّمون الكُردَجَات[1] لتعديل مسير الكواكب فى الطولِ والعَرضِ وسُرعَتِها وابطائها واستقامَتِها ورجُوعها وتشريقها وتغريبها ومساقط شعاعها وعلم ساعات الليل والنهار ومطالع البروج واختلاف ذلك فى اقاليم الارض وحساب القِران والاستقبالِ وكُسوف الشمس والقمر واختلاف النظر اليهما مِن آفاق الارض فى جميع نواحى السماء وغير ذلك الذى يقال له المجسطى فمَن نظر فى هذا الكتاب فى علم هذه الاصول التى فيه سهل عليه العلم بما فى كتاب المجسطى حتى يحيط به عِلمًا ان شاء الله ومَن لم ينظر فيه ولم يعلَمْهُ لم يعلم ما فى المجسطى الّا عِلم روايةٍ وتقليدَ اِمّعةٍ فامّا عِلمُ اِحاطَةٍ فلا سبيل الى ذلك الّا بعلم هذه الاصول وبالله لا شريك له التوفيق ∴ قال اوقليدس ان الاسباب التى منها يكون العِلم وبمعرفتها يُحاط بالمعلوم هى الخبَرُ والمِثالُ والخلف والترتيبُ[2] والفصلُ والبرهان

[1] Hoc uerbum, de quo u. u. quae scripsit Cantor (Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, pg. 598), jam recte explicauit Steinschneider (Zeitschr. der deut. morg. Ges. XXIV, pg. 333 c. n.).

[2] In margine legitur haec nota, cuius primus uersus fere totus euanuit

قال - - - - - - - - - - - - - - قبل التفسير وامّا المثال فهو رسم الاشكال المخبر عنها المدلول بها على معنى الخبر وامّا الخلف فصرف الخبر عن جهته الى ما لا يُمكن فى الوضع وامّا النظم فهو ترتيب القول فى بادية برهان الخبر وامّا

bus Euclidis apta adjecit, quae sumpserat de aliis geometricis et ex scriptis eorum, qui librum Euclidis enarrauerunt.

Disciplina, quae in hoc libro inest, in disciplinam libri magni Ptolemaei introducit, in quo agitur de cursu siderum dimetiendo et de chordis, quae partibus circulorum in sphaera descriptorum respondent, quas coeli siderumquae periti Al-Kurdaschat vocant, quae disciplina siderum cursum, longitudinem et altitudinem, uelocitatem et cunctationem, processum et retrogressum, ortum et occasum et radios indicat et docet de iis, quae ad horas noctis et diei et ortum siderum pertinet, de differentia eius in diuersis climatibus terrae, de conjunctione et oppositione, de defectu solis et lunae, quales adparent spectantibus quolibet horizonte terrae sub omni regione caeli, cetera — qui liber dicitur Al-Madschisti. Qui ex hoc libro nostro petiverit scientiam eorum elementoruum quae in eo insunt, ei facile erit discere, quae in libro Al-Madschisti insunt, ita ut eius disciplina imbuatur, si uoluerit Deus; qui eum non inspexerit, neque didicerit, non discet quae sunt in libro Al-Madschisti nisi ut uanam auctoritatem sequi et temere imitari possit. Sed ad scientiam adcuratam nulla alia est uia quam huius libri elementorum pertractatio. In Deo solo, cui socius non est, nobis auxilium!

Euclides dixit: Principia, a quibus scientia proficiscitur, et quarum cognitione scientia comprehenditur, sunt enuntiatio, exemplificatio, conuersio, praeparatio, distinctio, demonstratio, conclusio*). Enuntiatio est quod explica-

---

التمام فالعرض المقصود معرفته الذى من اجله قدّم جميع ما
رسمنا ع: Dixit . . . . ante explicationem; Exemplificatio est delineatio figurarum, de quibus enuntiatio fit, et quibus enuntiatio significatur; conuersio est inuersio enuntiationis ab hoc ad id, quod fieri non potest; dispositio est praeparatic eius, quod proponitur, in initio demonstrationis collocata; Conclusio est conspectus propositi, cuius causa omnia, quae descripsimus, praemissa sunt.

*) Cfr. Proclus p. 203, 4 seq., sed conuersionem (εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν) parum recte addidit Arabs; praeterea ordinem distinctionis et praeparationis conuertit.

والتمام ∴ امّا الخبر فهو الاخبارُ المقدّم عن جُملة ال[تفـ]سير
وامّا المثال فهو صُوَرُ الاجسام والاشكال المخبر عنها المدلول
بصفتها على معنى الخبر وامّا الخلف فهو خلاف المثال وصرف
الخبر الى ما لا يُمكن وامّا التـ[رتيب فهو تأليف العمل] المُتّفقِ
على مراتبه فى العلم وامّا الفصل فهو فصل ما بين الخبر
الممكن [وغيـ]ـر المـ[ـمكن وا]مّا البرهان فهو الحُجّةُ على تحقيق
الخبر وامّا التمام فهو تمام العلم بالمعلوم [التابع لجميع] ما ذكرنا ∴ [1]
النقطة هى شى لا جُزء له قال النريزى قال ---قيوس [2] النقطة
هى مبدأ المقادير ومنشأها وهى وحدة غير متجزيّة ذات وضع [3]

— — — — — — — — — — — — — — — — — — —

بين الخطين المتوازيين هو عمودٌ عليهما وذلك قد بيّنه اوقليدس 2 r.
فى الشكل الثامن والعشرين مِن المقالة الاولى [4] فيقول فى جواب
ذلك ان الحدّ لا يحتاج فيه الى ذكر العمود بل يكتفى فيه بأن
يُقالَ ان البُعد الذى بينهما متساوٍ ولتبيّن ذلك اختيج ان يقال ان
الخط الواحد عمود عليهما جميعًا فامّا الفيلسوف اغانيس فانه ذكر
فى حد الخطوط المتوازية انها فى سطحٍ واحد فقال ان الخطوط
المتوازية هى التى فى سطحٍ واحد واذا أُخرِجَت اِخراجًا دائمًا غير
متناهٍ فى الجهتين جميعًا كان البُعدُ بينهما ابدًا بعدًا واحدًا

---

[1]) Ex praef. cod. Bodl. (Nicoll et Pusey cat. pg. 258) et Al Jaqubi (ed. Houtsma. I, 136) scripturam nostri codicis ualde detritam suppleui Minus recte Nicoll (p. 260 k) ex eo quod haec praefatio in alio codice deest, conjicit, in hoc codice Ishaki contineri uersionem, antequam a Ṭsabeto emendata fuisset.

[2]) Quae supersunt, Simplicium legendum esse demonstrant.

tioni uniuersae praemittitur; exemplificatio est delineationes corporum et figurarum, de quibus enuntiatio fit, et quarum descriptio refertur ad enuntiationem; conuersio est contraria exemplificationi et inuersio est enuntiationis ad id, quod fieri non potest; praeparatio est compositio constructionis ordini, quo singula innotuerunt, conueniens; distinctio distinguit inter enuntiationem ejus, quod fieri potest, et ejus, quod fieri non potest; demonstratio probatio est, qua enuntiatio probatur; conclusio est absolutio cognitionis per id, quod notum est, omnibus, quae commemorauimus, succedens.

Punctum est res, cui nulla pars est.

Al-Narizi dixit, Simplicium dixisse, punctum esse principium originemque quantitatum et unitatem, quae diuidi non possit

— — — — — — — — — — — — — —

[distantia] inter duas rectas parallelas perpendicularis in eas est, quod Euclides in I, 28 explicauit*) Ad hoc adnotat (Simplicius?): Definitio non eget eo, quod dicit de perpendiculari, sed satis fuisset, si dixisset, distantiam inter eas aequalem esse. Sed ad rem demonstrandam necesse est dicere, unam rectam ad utramque perpendicularem esse. In definitione rectarum parallelarum philosophus Aganis (Geminus) commemorauit, eas in eodem plano esse.**) Rectae, inquit, parallelae rectae sunt in eodem plano sitae, quarum distantia, si simul in utramque partem in infinitum producuntur, ubique eadem est. Sunt,

---

3) Qui singulas paginas codicis numeris signauit non animaduertit, hic plura folia excidisse, quae sine dubio Simplicii commentarios in definitiones Euclidis continebant, quorum nunc ea tantum quae ad ultimam pertinent seruata sunt et ne haec quidem integra.

4) Cfr. huius cod. pg. 16: اذا كان خطان مستقيمان متوازيين فان البعد بينهما هو عمود على كل واحد منهما: Si duae rectae parallelae sunt, distantia inter eas perpendicularis est ad utramque.

*) Cfr. Posidonius ap. Procl. p. 176, 10 sq.

**) Cfr. Proclus p. 175, 21 sq., quae omnia e Gemino petita esse ipse testatur p. 177, 24.

وقد يُظن ان مساواة البعد بينهما هى العلة التى لها صارت لا يلتقى ان كان ليس المعنى فى القولين جميعًا واحدًا ولعلّ ما استثنى به فى حدّها مِن ان الخطين فى سطح واحد ليس يحتاج اليه ضرورة فانه ان كان اذا كان البعد بينهما بُعدًا واحدًا لم يكن لاحدهما ميل الى الاخر بتّةً فهما لا محالة فى سطح واحد اعنى المخرج عليهما جميعًا وان كان موضع احدهما منخفضًا وموضع الاخر متعاليًا فامّا ان البعد المحدود هو اقصر الخطوط التى تصل بين المتفرقين فقد قيل فيما تقدّم وهذا البعد هو امّا فى النقطتين المتفرقتين فالخط المستقيم مُطلقًا الذى يصل بينهما لان الخط المستقيم اقصر الخطوط التى ... ياتها واحدة اعنى التى تصل بين نقطتين فامّا البعد بين نُقطة وخط او بين نُقطة وسطح فهو العمود الذى يخرج منها اليه وهو اقصر الخطوط التى تصل بين النقطة وبين السطح او بين الخط وامّا البعد الذى بين خط وخط فانهما ان كانا متوازيين فهو بعدٌ واحدٌ متساوٍ فى كل موضع منهما اقصر الابعاد التى بينهما فهو عمودٌ على كل واحد منهما فى كل موضع فيهما فامّا ان لمْ يكونا متوازيين فان اقصرَ الخطوط التى تصل بينهما مختلفة بحسب اختلاف النُقط المفترضة عليهما وهذا الخط مِن طريق [طريقه .l] انه مِن نقطة الى خط هو عمودٌ على الخط الذى أُخرج اليه الا انه ليس عمودًا على الخط الذى فُرِضت النقطة عليه ولكنّ هذا القول قد يُحتاج فى بيانه الى اقناعٍ هندسيٍ ∴ فامّا قوله اذا أُخرجَا فى الجهتين جميعًا فذلك بالواجب فان الخطين المستقيمين اللذين يلتقيان

qui putent, aequalitatem distantiae inter eas esse causam, quae efficiat, ut non concurrant, si quidem recte consideretur sententia uerborum, quae sunt »simul« et »eadem«. Quod autem in definitione sua excipit, duas illas rectas in eodem plano esse, non plane necessarium est. Quum enim distantia inter eas eadem sit, et altera in alteram omnino non inclinet, sequitur, ut in eodem plano positae sint, eo scilicet, quod per utramque projicitur, etiamsi locus alterius deprimitur, alterius eleuatur. Distantiam, quam diximus, breuissimam esse lineam, quae disjuncta conjungat, jam antea dictum est. Haec distantia aut distantia est inter duo puncta disjuncta, et tum utique recta, quae ea conjungit, quia recta linea breuissima est linea, quae . . . . h. e. quae duo puncta coniungit; aut distantia inter punctum et lineam aut inter punctum et planum, h. e. perpendicularis, quae ab eo ad planum ducitur, quae linea breuissima linea est quae coniungit punctum et planum uel lineam. Quod ad distantiam inter duas lineas adtinet, ea, si lineae parallelae sunt, una eademque est, in omnibus locis earum sibi aequalis, quae breuissima est distantia et omnibus locis earum ad utramque perpendicularis. Si non sunt parallelae, breuissima linea, quae eos coniungit, uariat, prout uaria in iis puncta data sunt. Haec linea eiusmodi est, ut ab aliquo puncto ad alteram lineam ducta perpendicularis sit ad lineam, ad quam ducitur, sed ad lineam, in qua punctum datum est, non perpendicularis. Sed ad hoc dictum explicandum confirmatione geometrica opus est.

Uerba eius: »si simul in utramque partem producuntur« necessaria sunt. Duae enim rectae, quae in altera parte concurrunt, in altera non concurrunt, ita ut distantia earum crescat, non sunt parallelae*).

Uerba, quae sunt: »si semper in infinitum producuntur«, ratione imaginationis**) dixit, ne mensuram certam indicare

---

*) Proclus p. 175, 15 sq.

**) φαντασία.

فى احدى الجهتين لا يلتقيان فى الجهة الأخرى لكن يكون بعد
كل واحد عن صاحبه اكثر وهما غير متوازيين وامّا قوله اذا
أُخرجا اِخراجًا دائما غير متناهٍ فانه انما قالَهُ على سبيل التخيُّل
ليلّا يلزمهما تقديرٌ عن ذلك لا انّ اخراجهما يجوز كُرة الكواكب
الثابتة لكن لكى لا نكون اذا وضعنا (?) لاخراجهما آجزاء لا
يلتقيان فيه نحكم على خطين يمكن فيهما اذا تجاوزا ذلك الحد
ان يلتقيا فانهما لا يلتقيان فهذا ما جرَت العَادَة بأن يُقالَ فى
هذا العارض بل هو اختصارٌ وتحصيل لما كَثُر فيه غير.. (غيرنا) ∴
النقطة علة الاشياء المتصلة والواحدة علة الاشيا المنفصلة النقطة
اصلُ الخط الـ . . . . (? المستقيم) واصل الدايرة ∴ والكرة والمخروط
اصل المجسميات ع قال اوقليدس المصادرات هى خمسٌ ع
قال سنبليقيوس ان اوقليدس بعد ذكرِ الحدودِ الدالّة على
جوهَرِ كل واحدٍ مِن المحدُودات انتقل بكلامه الى تعديد 2 u.
المصادرات والمصادرات بالجُملة هى ما ليس مُقرًّا به لكن يفارق
المتعلِمَ على الاقرار به على طريق المُسامَحةِ ليكون اصلًا موضوعًا
بينه وبين المُعَلِّم مُقرًّا به وهذا الاصل اما ان يكون غير مُمكن
مثل المصادرة التى طلب ارخميدُس ان يُقرّ لهُ بها وهى ان يَصادر
على انه واقِف خارج الارض فانه تضمّن إن سلّم له ذلك ان تبيّن
انه يُحرك الارض اذ يقول ايّها الفتى اِقرّ لى بانه مُمكنٌ ان ارتفع
فأَقِفَ خارج الارض وانا أُرِيك انى احرِّك الارض وذلك عند اِفتخارِهِ
بِوجدانه القُوةَ الهندسية فطلب ان يُصَادَرَ على ذلك ويُنزل انه
كذلك وإن كان غير مُمكن لسياقة التعليم فالمُصادَرُ عليه امّا ان

cogatur, nec eas ultra sphaeram stellarum fixarum produci uult,*) sed hoc dixit, ne, si in iis ducendis partes quasdam statuerimus, intra quas non concurrant, in duas lineas incidamus, quae ut concurrant, si ultra hunc terminum producantur, fieri possit. Nam certe non concurrunt. Hoc uulgo in hanc sententiam dicitur, sed decurtatum est et contractum, quum alii pleniore forma uti soleant.

Punctum principium est magnitudinum continuarum, unitas discretarum**). Punctum origo est rectae (?) et circuli, sphaera uero et pyramis origo corporum stereometricorum.

Euclides dixit: Postulata quinque sunt.***)

Simplicius dixit: Definitionibus expositis, quae naturam singularum, quae definiuntur, rerum ostendunt, Euclides postulata enumerare incipit. Postulatum igitur, ut breuissime dicam, est, quod non per se constet, sed quod discipulus non sine difficultate concedat, ita ut certum sit fundamentum et ei et magistro comprobatum. Hoc fundamentum est aut, quod fieri non potest, uelut illud postulatum, quod Archimedes ponere conatus est. Eius enim postulatum hoc erat, ut extra terram consisteret, unde pendebat demonstratio, eum hoc concesso terram mouere posse. Ait enim: si mihi concesseris, iuuenis, fieri posse, ut extra terram in altum tollar, tibi probabo, me terram mouere posse. Huic conuenit, quod gloriatur, se inuenisse »uim†) mathematicam«. Hoc uero postulauit et admisit, etsi fieri non potuit, institutionis causa. Postulatum igitur est, ut diximus, aut quod fieri non potest, aut quod fieri potest, notum prae-

---

*) Cfr. quae de notione infiniti apud mathematicos exposuit Aristoteles Phys. III 7 p. 207 b 27 sq. Simplicius in Phys. I p 511 16, (ed. Diels): *τίς γὰρ τὴν τοῦ κόσμου διάμετρον ἐν τοῖς διαγράμμασι παραλαμβάνει* u. etiam Alexander ap. Simpl. p. 511, 30 sq

**) Haec et sequentia scholium uidetur errore huc inculcatum. Cfr. Proclus p. 9 , 26 sqq.

***) *αἰτήματά ἐστι πέντε.* Aliq. codd. Euclidis edd. Heiberg et Menge) I, p. 8, 6.

†) *δύναμις*, potentia mechanica.

يكون غير مُمكن على ما قلنا وامّا مُمكِنٌ معلومٌ عند الاستاذين مجهولٌ عند المُتعلّمين يُحتاج ان يُستعمل فى اوّل التعليم فان الاشياء التى تبرهَن هى ايضًا معلومَةٌ عند الاستاذين مجهُولَةٌ عند المتعلّمين لكنّها لا تُوضَع على طريق المصادرة لانها ليسَت اوايل لكنها تُبرهَن فامّا المصادرات فانما يَطلب الواضِع لها ان يُصادر عليها مِن قبل انها مبادى فمِنها ما يُطلَبُ ان يُصادَرَ عليه من قبل انه لازمٌ فقط للتعليم كالثلاث المصادرات الاولى ومنها ما يحتاج الى بيّن يسير حتّى تصدّق بها وتُقبَل بذاتِها والفصل بينها وبين العلوم المُتعارفة ان العلومَ المُتعارفةَ مَقبولَة بنفسِها مع اوّلِ وقوعِ الفِكر عليها والمُصادرات متوسّطة فى الطبع بين المبادى الماخوذة مِن العِلم الاوّلِ والتى عِلَلُها مَجهُولَةٌ عند المستعملين لها كالحدود [و]بين العلوم المتعارفة التى يَقبلُها جميعُ الناس على مثالٍ واحدٍ اذ كانت المصادرات معروفة لكن ليس عند جميع الناس بل عند الاستاذين فى كل واحدةٍ من الصِناعات: وقد ظن قومٌ ان المصادرات الهندسيّة انما قُصِد بها لان يسلمَ العُنصر فقط اذ كان لا يتهيّا فيه كل الاعمال فيكون قد يتهيّا لمُعانِدٍ ان يُعانِدَ مِن قِبَلَ العُنصُرِ فيقول انه لا يُمكننى ان أُخرج خطًّا مستقيما على سطح البحر ولا يُمكننى ان أُخرج ايضا خطًّا مستقيما اخراجًا دائمًا بلا نهايةٍ اذ كان لا نهاية غير موجودٍ ولكن اصحاب هذا القول امّا اوّلا فانّهم يظنّون انّ المصادرات انما يحتاج اليها مَن كانت هندستهُ عُنصرية فقط ع ومن بعد ذلك ماذا يقولون فى مساواة الزوايا القايمة كيف يوجدوننا ان

ceptoribus, discipulis ignotum, quo prima disciplina carere non potest. Ea quoque, quae demonstranda sunt, nota magistris sunt, discipulis incognita, sed tamen in postulatorum numero non habentur, quod non sunt principia, sed demonstrantur.

Quod ad postulata adtinet, qui ea ponit, ea ut principia postulat; sunt eorum, quae postulentur tanquam disciplinae prorsus necessaria, uelut tria prima postulata*), et alia, quae explicatione facili egeant, ut ratio eorum agnoscatur et ex natura sua admittantur. Inter haec et communes animi conceptiones hoc interest, quod communes animi conceptiones per se statim ab eo, qui eas cogitatione amplectitur, admittuntur, quum postulata ex sua natura medium teneant inter principia ex metaphysicis arcessita, quorum causae iis ignotae sunt, qui iis uti conantur, scilicet definitiones**), et inter communes animi conceptiones, quas omnes uno consensu adprobant, quum postulata constent illa quidem, attamen non uulgo, sed magistris in sua quaeque scientia. Uulgo opinantur, postulata geometrica id tantum spectare, ut principia constent, quum non omnes constructiones, quae in iis continentur, fieri possint, ita ut aduersarius rerum natura nisus contra dicere possit: »Mihi non licet rectam in superficie maris ducere neque rectam in infinitum producere in continuum, quum »infinitum« illud re non exstet«. Qui hoc dicunt, primum opinantur, postulata ei soli necessaria esse, qui elementis modo geometriae imbutus sit. Quid tum dicent de aequalitate angulorum rectorum, et quo modo nobis persuadebunt, hoc postulatum ad principia pertinere? Eodem modo se habet postulatum, quod sequitur. Sed optimum est dicere, postulata esse eiusmodi, quae discipulus non statim comprobet, quum primum audiuerit, sed quae necessaria sint ad demonstrationes. Hac enim definitione comprehenditur, et quod

---

*) Geminus ap. Procl. p. 185, 6 sq.

**) Significantur notiones, quae in philosophia explicantur, in geometria uero sine explicatione usurpantur, uelut *ἄπειρον μέγεθος μείζων*, similia.

المصادرة على ذلك مِن قبل العَنصُر وكذلك الامرُ فيما يتلُو هذه
مِن المصادراتِ فالاَجودُ ان يُقال ان المصادرات هى ما ليس بمقبولٍ
عند المتعلّم فى اول ما يقرعُ سَمعَهُ ويُحتاجُ اليها فى البُرهانِ فمنها
ما هو غيرُ مُمكنٍ ولذلك ليس يسهل قبولُها كما يسهل قبولُ
الثلث الاول لكن انما يطلب الاِقرارُ بها لسياقة التعليم على ما
قلتُ ومِنها ما هو مُعلومٌ عند الاستاذ مقبولٌ عنده وهو عند المتعلم
فى العاجل بعيد غير بيّن ولذلك يطلَبُ مِنهُ الاقرارُ به كالحالِ
فيما بعد الثلث مِن المصادرات ومنفعة الثلث مِن المصادرات
الاول ان لا يعوق عن البراهين ضعَفُ العنصر وتخلَفُهُ (l. تخلُّفُهُ) ∵
وامّا التى بعد الثلث الاول فانه قد يُحتاج اليها فى براهين ما ع
قال اوقليدس ليُصدَر على ان نُخرج خطاً مستقيمًا مِن كُلّ نقطةٍ الى 3 r.
كل نقطةٍ[1] ∵ قال سنبليقيوس انما قال هذا القول لانه قد يُوجَدُ لا
محالة بين كل نقطتين تفرضان بُعدٌ هو اقصرُ الابعادِ بينهما
فاذا اخرجناهُ كان المخرج خطا مستقيما وكانت نهايتاهُ
النقطتين المفروضتين وليسَ يُمكن ان يُخرج خط مستقيمٌ يمرُّ
بثلثِ نُقَطٍ الّا ان تكون النقطة الوسطى تستر النقطتين اللتين
فى الطرفين اعنى اَنْ يكون الثلث فى سمتٍ واحدٍ وقد يُمكن
ايضا ان يخرج مِن كل نقطة الى كل نقطة قوس مِن دايرةٍ فانا
اذا اخرجنا الخط المستقيم الذى يصل بين النقطتين مثل خط

---

1) In margine est: قال الكندى مِن ذلك معرفة كيف نخرج خطا مس[تقيما] من اىّ نقطة فرضنا الى اىّ نقطة

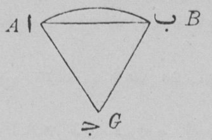
Al Kindi dixit: Hinc adparet quo modo lineam rectam ab puncto dato ad punctum ducamus.

fieri non potest eoque difficilius comprobatur, uelut tria prima [postulata], sed quod institutionis causa constare uolumus, ut iam dixi, et quod magistro notum est et constat, discipulo autem primo adspectu alienum et obscurum uidetur; quare ab eo postulatur, ut ea concedat, ita ut fit in iis, quae tria [prima] postulata sequuntur. Prima autem tria postulata id utilitatis habent, quod debilitas et uilitas principiorum demonstrationibus impedimento non sunt. Quae tria prima sequuntur, in compluribus demonstrationibus necessaria sunt.

Euclides dixit: Postuletur, ut a quouis puncto ad quoduis punctum rectam lineam ducamus.

Simplicius dixit: Hoc dixit, quia iam constat distantiam inter duo puncto data, quaecunque sunt, breuissimam distantiam inter ea esse. Quam quum duxerimus, linea ducta est recta linea, cuius termini duo puncta data sunt. Neque fieri potest, ut rectam lineam per tria puncta ducamus, nisi eo modo, ut punctum medium duo puncta extrema occultet, hoc est, ut tria puncta in eodem itinere sita sunt.

Fieri etiam potest, ut a puncto quouis ad punctum quoduis arcum circuli ducamus. Si enim in recta linea inter duo puncta ducta, ut recta AB, triangulum aequilaterum construxerimus uelut triangulum ABG, et puncto G centro radioque GA circulum descripserimus, qui per punctum B ueniet, quoniam distantia a B ad G eadem est ac distantia ab A ad idem, linea AB arcus circuli erit.



Necesse est hoc postulare, quum imaginatio adiumentum elementorum geometriae sit. Sed in ipsa rerum natura temere ageret, qui postularet, ut recta linea ab Ariete ad Libram duceretur.

Euclides dixit: Et ut ab recta rectam terminatam*) in continuum ducamus in directum.

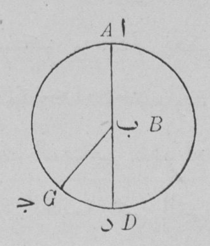
*) Debuit dicere: a recta terminata rectam cet. cfr. infra p. 18.

اب وعملنا عليه مثلثا متساوى الاضلاع مثل مثلث ابج وصيّرنا
نقطة ج مركزًا وادرنا ببعد جا دائرةً جازت على نقطة ب لانّ
بُعد ب عن ج هو مثل بعد ا عنها فيكون خط اب قوسًا مِن
دائرة ∴ وهذا الامر بالواجب طلب ان يُصادَر عليه اذ كان قِوام
عنصر الهند[س]ة فى التخيُّل فانه لو كان فى الاجسام ذوات العُنصرِ
انفسها لكان مِن التقحّم ان يطلب ان يصادر على ان يخرج
خط مستقيم مِن الحمل الى الميزان قال اوقليدس وعلى ان نخرج
خطا مستقيما ذا نهايةٍ مِن خط مستقيم مُتصلًا به على استقامةٍ
قال سنبليقيوس المتصلات هى التى نهايتها واحدة وقد يمكن
ان نُخرج خطا مستقيما على استقامة اِخراجًا مُتّصلا ليكون باسره
خطا واحدًا مستقيما وذلك انه قد يُمكن ان يكون المُخرج
متصلا بالخط ولا يكون الاتصال على استقامة اذا احاط بزاويةٍ
وبعكس ذلك ايضا قد يمكن ان يكونا على استقامة ولا
يكونا خطًا واحدًا وذلك متى لم يكونا متصلين ونعلم ما قيل
فى التحديد ان يكون الخط ذا نهايةٍ لانّه ان كان غير مُتناهٍ
كيف يُمكن ان يُخرَجَ فامّا الخط المتناهى فانه قد يُوضَعُ ان
يكون اخراجُه غير متناهٍ ان احتيج الى ذلك فيه وذلك لئلّا يعوقنا
فى شى مِن الاشكال تقصير الخط عن ذلك فامّا ان الخط الذى
يُخرج على استقامةِ خطٍ مستقيمٍ ذى نهايةٍ هو مَعَهُ خط واحد لا
خطّان فانا نبيّن ذلك بهذا العمل بعد ان نشترط ان يُسلّم لنا
احدى المُصادرات وهى التى بعد هذه اعنى ان نخط دائرةً على
كل مركز وبكل بُعدٍ فنقول انا نفرض خطا مستقيما ذا نهاية

Simplicius dixit: Continuae sunt, quarum termini iidem sunt. Fieri igitur potest, ut in directum rectam in continuum ducamus, ita ut tota fiat una recta; nam hoc quoque fieri potest, ut linea ducta cum alia linea ita continua sit, ut continuatio non fiat in directum, scilicet ubi [cum illa] angulum comprehendit. Hoc quoque fieri potest, ut duae rectae in directum ductae non fiant recta una, scilicet ubi continuae non sunt. Lineam autam terminatam esse e definitione cognouimus; nam quo modo duceretur, si terminata non esset? Jam uero lineam terminatam in infinitum produci posse, si necesse sit, antea supposuimus, ne hic defectus lineae nobis in propositionibus ulli impedimento sit.

Lineam, quae in directum lineae rectae terminatae ducatur, cum ea unam lineam, non duas fieri, hac constructione explicabimus, quum prius sumpserimus, unum postulatum constare, scilicet id, quod hoc sequitur, dico, nos quouis centro radioque circulum describere posse.

Dicimus igitur: Damus lineam rectam terminatam AB. Dico, lineam cum ea continuam in directum ductam unam cum ea fieri lineam. Demonstratio: Si linea in directum lineae AB ducta cum ea una linea non fit, ducimus lineam ABG*) et lineam ABD rectam, et centro B radioque BA circulum AGD describimus. Utraque igitur linea ABG, ABD sunt rectae et eaedem diametri, quoniam per centrum circuli cadunt, ita ut utraque circulum in binas partes aequales diuidat. Itaque arcus AGD arcui AG aequalis est, maior minori, quod absurdum est neque fieri potest. Ergo linea, quae in directum ducta cum linea AB continua est, cum ea una linea fit.



*) H. e. rectae AB in directum ducimus BG, ita ut cum AB una recta non sit. Sed tota demonstratio Arabica nihil ualet; nam petitionem continet principii, quam uocant.

عليه اب فاقول ان الخط الذى يُخرج مُتصلًا به على استقامة هو
مَعَهُ خط واحدٌ برهان ذلك انه اِن لم يكن الخط الذى يخرج
متصلًا بخط اب على استقامته مَعَهُ خطًا واحدًا فانا نخرج خط ابج
وخط ابد مستقيم ونُدير على مركز ب وببعد با دائرة اجد فان
كل واحد مِن خطى ابج ابد خطا مستقيما فان كل واحد
منهما قطرٌ لانه يجوز على مركز الدائرة فكل واحد منهما يقسم
الدائرة بنصفين فقوس اجد مساوية لقوس اج العظمى للصغرى
هذا خلف لا يُمكن فاذا الخط الذى يخرج على استقامة خط
اب متصلا به هو معه خط واحد ع قال اوقليدس وعلى ان نخط
دائرة على كل مركز وبكل بُعدٍ قال سنبليقيوس يريد
بالبُعد الذِى يُدارُ عليه الدائرة البعد المتناهى فى الجهتين
جميعًا فظاهرٌ انه ان كان يمكن ان يُخرج من كل نقطة الى
كل نقطة خطٌ مستقيمٍ والدائرة تكون اذا ثبتت احدى نقطتى
الخط المستقيم وهى مركزُ الدائرة واُديرَت النقطة الاخرى حتى 3 u.
يحدث المُحيط فانه ممكن ان يُدارَ على مركز وبكل بعدٍ
دائرةٌ ∴ قال اوقليدس[1] وعلى ان الزوايا القائمة كلها متساوية
قال سنبليقيوس مَن استعمل فى هذا القول البحث المنطقى ظهر له
صحّتُه ظهورًا بيّنا وذلك انه ان كانت الزاوية القائمة هى التى
تحدث عن الخط القائم قيامًا لا ميل فيه بتةً والقيام الذى لا ميل
فيه بتةً لا يحتمل الزيادة ولا النقصان لكنه ابدًا على حالٍ واحدةٍ
فان الزوايا القائمة هى ابدًا متساوية وقد يبيّنون ذلك ايضًا
بالخطوط[2] الهندسية بهذا العمل ∴ اقول انه لا يمكن ان تكون

Euclides dixit: Et ut quouis centro et quouis radio circulum describamus.

Simplicius dixit: Radium, quo circulus describatur, dicit radium ad utramque simul partem terminatum. Si fieri potest, ut a quouis puncto ad quoduis punctum linea recta ducatur, et si circulus oritur eo, quod altero puncto lineae rectae, quod est centrum circuli, non moto alterum punctum circumagitur, donec ambitus fiat*), manifestum est fieri posse, ut circulus circum centrum quouis radio describatur.

Euclides dixit: Et omnes rectos angulos inter se aequales esse.

Simplicius dixit: Qui in hac re ratione logica uti uult, ei hoc recte se habere facile apparebit. Si enim rectus angulus est, qui a linea perpendiculari, cui nulla omnino inclinatio est, oritur, et directio lineae, cui nulla omnino inclinatio est, neque augeri neque diminui potest, sed semper in eodem statu est, etiam anguli recti semper inter se aequales erunt. Quod et iam hic lineis geometricis usi hoc modo demonstrant**). Dico fieri non posse, ut angulus rectus angulo recto maior sit. Si enim hoc fieri potest, sint duo anguli recti inter se inaequales, scilicet anguli *ABG*, *EZH*, sitque angulus *EZH* angulo *ABG* maior. Manifestum igitur est, angulo *ABG* ad angulum *EZH* applicato, et linea *AB* in linea *EZ* posita, lineam *BG* intra angulum *EZH* cadere, quia suppositum est angulum *EZH* maiorem esse angnlo *ABG*. Supponamus igitur, eam intra eum cecidisse et in linea

---

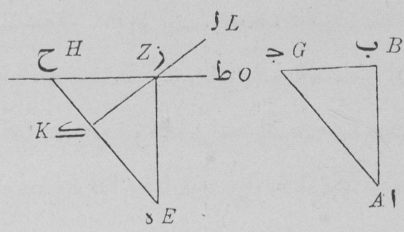
1) In margine: وكل الزوايا القائمة مساو بعضها لبعض: Et omnes anguli recti aequales sunt.

2) Hic errore scriba repetiuit uerba (p. 16—18) ab ان يكون الثلث في سمتٍ واحد usque ad: على نقطة sed uerba postea deleuit.

*) Cfr. Proclus p. 185, 19 sq.

**) Proclus p. 188, 20 sq.

زاوية قائمة اعظم مِن زاوية قائمة فان امكن ذلك فلتكن زاويتان قائمتان مختلفتين وهما زاويتا ابج هزح ولتكن زاوية هزح اعظم مِن زاوية ابج فظاهر انه اذا ركبت زاوية ابج على زاوية هزح ووضع خط اب على خط هز يقع خط بج داخل زاوية هزح لان زاوية هزح فُرِضت اعظم مِن زاوية ابج فلنفرض انه قد وقع داخِلاً وصار وضعُهُ على خط زك فتكون زاوية هزح اعظم مِن زاوية هزك ولنخرج خط زط على استقامة زح فتكون زاوية هزح مساوية لزاوية هزط لانهما متتاليتان فلان خط هز اذ كان قائما قيامًا لا ميل فيه بتة فالزاويتان اللتان عن جنبتيه متساويتان ولكن زاوية هزح اعظم مِن زاوية هزك فاذًا زاوية هزط اعظم مِن زاوية هزك ولنخرج خط زل على استقامة خط زك فتكون زاوية هزل مساوية لزاوية هزك لانهما متتاليتان وهما قائمتان ولكن زاوية هزط اعظم مِن زاوية هزك فيجب ان تكون ايضا اعظم مِن زاوية هزل فالصُغرى اذا اعظم مِن العظمى هذا خلف لا يمكن فاذا لا يمكن ان تكون زاوية قائمة اعظم مِن زاوية [قائمة] ولا اصغر منها ∴ فالزوايا القائمة اذا كلها متساوية وليس كل الزوايا المتساوية قائمة الا ان تكون متتالية فانه قد يمكن ان تتساوى الزوايا وهى منفرجة وحادّة ∴ وليس الزوايا المساوية لقائمة هى ايضا قائمة اضطرارًا (الا) ان يُنقل اسم الزاوية الى القسى ايضا فتصير الزوايا التى تحيط بها قسى زاوية قائمة على طريق الاستعارة مثال ذلك ان نفرض زاوية قائمة عليها ابج ونعلم على مركز ب وباىّ بعد شئنا علامتين على خطى اب وبج وهما علامتا ده وندير على



ZK positam esse, ita ut angulus EZH maior fiat angulo EZK, et ducamus lineam $Z\Theta$ in directum lineae ZH, ita ut angulus EZH fiat aequalis angulo $EZ\Theta$, quia deinceps positi sunt. Quum enim linea EZ perpendicularis sit, cui omnino nulla inclinatio est, duo anguli ad utramque partem eius positi inter se aequales sunt.*) Sed angulus EZH maior est angulo EZK; itaque etiam angulus $EZ\Theta$ maior est angulo EZK. Ducamus lineam ZL in directum lineae ZK, ita ut angulus EZL fiat aequalis angulo EZK, quia deinceps positi duos rectos efficiunt**). Sed angulus $EZ\Theta$ maior est angulo EZK; itaque necesse est eum maiorem esse angulo EZL, minorem maiore, quod absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest neque, ut angulus rectus maior sit angulo [recto], neque, ut minor sit. Ergo omnes anguli recti inter se aequales sunt. Sed omnes anguli inter se aequales non ideo recti sunt, nisi deinceps positi sunt, et fieri potest, ut anguli inter se aequales et obtusi et acuti sint.

Anguli recto angulo aequales non ideo recti sunt, si nomen anguli etiam ad arcus transfertur, ita ut anguli, quos arcus comprehendunt, ratione metaphorica anguli recti dicantur***).

Exemplificatio.†) Supponimus angulum rectum, in quo litterae A, B, G. Centro B et quouis radio in lineis AB, BG duo puncta sumimus D, E. Duobus centris D, E et duobus radiis

---

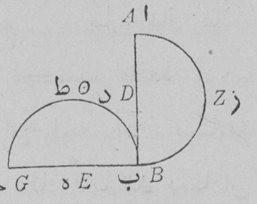
*) U. Proclus p. 189, 2 sq.

**) Dicendum erat: quia $EZK = ABG$, qui rectus est ideoque angulo deinceps posito aequalis; u. Proclus p. 189, 6 sq.

***) Pappus apud Proclum p. 189, 12 sq.

†) Proclus p. 189, 23 sq.

مركزى ده وببعدى هب دب نصف دايرة ازب ونصف دائرة بطج
فتكون زاوية ابز مساوية لزاوية جبط لانّ انصاف الدوائر اذا
كانت متساوية كانت زواياها متساوية ونجعل زاوية ابط مشتركة
فيكون جميع زاوية ازبط مساوية لزاوية ابج وزاوية ابج قائمة
فزاوية ازبط هلالية فقد صارت زاوية هلالية مساوية لزاوية قائمة ع
4 r. قال اوقليدس واذا وقع على خطين مستقيمين خط مستقيم فصيّر
الزاويتين اللتين فى جهة واحدة اصغر مِن قائمتين فان الخطين [1]
يلتقيان فى الجهة التى فيها الزاويتان اللتان هما اصغر مِن قائمتين
قال سنبليقيوس ان هذه المصادرة ليست بظاهرة [فى] كل ذلك لكنّه
قد اختيج فيها الى بيان بالخطوط حتى انّ انطساطوس (?) وديودرس
بيّناه باشكال كثيرة مختلفة قال النريزى قد ذكرنا تفسيَرهُ
مع زيادات اغانيس بعد برهان الشكل السادس والعشرين مِن
المقالة الاولى ∴ قال اوقليدس وعلى انّ خطين مستقيمين لا
يحيطان بسطح قال سنبليقيوس ان هذه المصادرة ليست توجد
فى النسخ القديمة ولعلّ ذلك لانّها ظاهرة بينّةٌ ولذلك رُسمت
المصادرات باذنها خمس فامّا الحدث فانهم برهنوه على هذا السبيل
فقالوا انه ان امكن ان يكون خطان مستقيمان يحيطان بسطح
فليُحط خطا اجب ادب المستقيمان بسطح على ما هو مرسومٌ
ونخرج خطى به بز على استقامتهما ولنرسم على مركز ب وببعد
با دائرة اهزح فمِن اجل ان نقطة ب مركز لدائرة اهزح يكون
كل واحد مِن خطى اجبه ادبز المستقيمين قطر الدائرة
فقوس از مساوية لقوس ازه العُظمى للصُغرى هذا خلف لا يمكن



EB, DB*) semicirculum AZB et semicirculum $B\Theta G$ describimus, ita ut angulus ABZ angulo $GB\Theta$ aequalis fiat, quia anguli semicirculorum inter se aequalium ipsi inter se aequales sunt. Jam angulum $AB\Theta$ communem facimus, ita ut totus angulus $AZB\Theta$ angulo ABG aequalis fiat. Hic rectus est, et angulus $AZB\Theta$ angulus lunaris est. Ergo angulus lunaris**) angulo recto aequalis factus est.

Euclides dixit: Si in duas rectas recta incidit ita, ut duos angulos ad eandem partem sitos duobus rectis minores efficiat, duae illae lineae in eam partem concurrent, in quo duo anguli sunt duobus rectis minores.

Simplicius dixit: Hoc postulatum non prorsus manifestum est, sed in eo explicatione per lineas opus est, ita ut Anthiniathus (?) et Diodorus multis uariisque propositionibus explicauerunt.***)

Al-Narizi dixit: Explicationem cum additamentis Gemini post demonstrationem propositionis XXVI (ɔ: XXVIII) libri primi commemorauimus.

Euclidis dixit: Et duas rectas spatium non comprehendere.

Simplicius dixit: Hoc postulatum in antiquis codicibus non inuenitur, sed causa huius rei fortasse est, quod nulla explicatione eget, ideoque postulata quinque esse dicuntur.

Recentiores autem id hoc modo demonstrant: Si fieri potest, inquiunt, ut duae rectae spatium comprehendant, duae rectae AGB, ADB spatium comprehendant, ita ut descriptum est. Ducimus lineas BE, BZ in directum, et centro B, radio

---

[1]) In margine additur: اذا أُخرجا فى تلك الجهه فلا بدّ مِن ان يلتقيا: Si in hanc partem producuntur, necesse est eas concurrere.

*) Qui e constructione aequales sunt.

**) μηνοειδής Proclus, p. 190, 8.

***) Cfr. de Ptolemaeo Proclus p. 191. sq. et huius cod. p. 15 u.

فليس اذًا يُحيط خطان مستقيمان بسطح[1] ∴ فان قال قائل ان القوس ليست مساويةً للقوس لكن تكسير قطعة ادبز مساو لتكسير قطعة اجبهز[2] لزمه ضرورةً ان زاوية زاد[2] مساوية لراوية زاج[2] وذلك غير ممكن وانما لزمَهُ ذلك لانا قد بيّنا ان انصاف الدوائر يتطابق وايضا فان كانت قطعة ادبز مساوية لقطعة اجبهح[2] والمركز على نقطة ب فان كل واحدة مِن القطعتين نصف دائرة وتكون قطعة زبه[3] خارج الدائرة ∴ قال اوقليدس القضايا المقبولة والعلومُ المتعارفة[4] ∴ قال سنبليقيوس انا قد قلنا فيما تقدّم ان العلوم المتعارفة ينبغى ان تكون مقبولة بذاتها عند الناس كلهم ويُصدّقون بها بانفسها اعنى بغير توسّط ∴ قال اوقليدس المساوية لشى واحد فبعضها مساو لبعض[5] ∴ قال سنبليقيوس ان هذا القول اذا قيل فى المتساوية فهو حقٌّ قريبٌ من الفَهم واما اذا قيل على [ال]طريق الاعمّ لم يكن بحق فان الاشياء التى هى اطول مِن شى واحد ليس يجب اضطرارًا ان يكون

1) In margine legitur: اصلاح الشيخ ----- الخط بالسواد و ----- بالحمرة Uerba iniuria temporum ualde mutilata figuram spectant, in qua lineae hic punctis significatae atramento nigro, reliquae atramento rubro delineatae sunt.

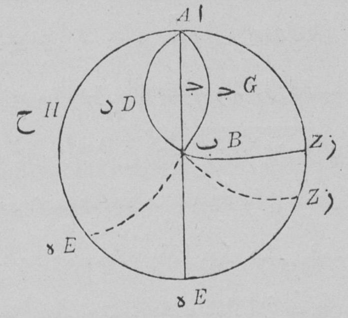
2) Atramento rubro ح in ز correctum.

3) Atramento rubro in ادبه(?) correctum.

4) In margine: علمٌ جامع Sequitur nota Al-Kindii, quae iniuria temporum paene interiit.

5) In margine: اذا كانت مقادير كل وا[حد منها] مساو لمقدار واحد فهى ايضا [متساوية]

BA circulum describamus *AEZH*. Quoniam punctum *B* centrum est circuli *AEZH*, adparet, utramque lineam rectam *AGBE*, *ADBZ* diametrum circuli esse, ita ut arcus *AZ* fiat aequalis arcui *AZE*, maior minori*), quod absurdum est neque fieri potest. Ergo duae rectae spatium comprehendere non possunt. Sin quis dicat, arcum arcui aequalem non esse, sed spatium segmenti *ADBZ* spatio segmenti *AGBEZ* aequale esse, plane necesse est, angulum *ZAD* angulo *ZAG* aequalem esse; quod fieri non potest. Et hoc necesse est, quia iam habemus, semicirculos inter se congruere. Si autem segmentum *ADBZ* segmento *AGBEH* aequale est, et centrum in puncto *B* est, utrumque segmentum semicirculus est, et segmentum *ZBE* extra circulum cadit.



Euclides dixit: Sententiae acceptae et communes animi conceptiones.

Simplicius dixit: Jam antea diximus, communes animi conceptiones ex sua natura apud omnes constare debere et omnes eas statim per se, nullo intermedio adsumpto, comprobare.

Euclides dixit: Quae magnitudini eidem aequalia sunt, inter se sunt aequalia.

Simplicius dixit: Hoc si de rebus inter se aequalibus dicatur, uerum esse facile est intellectu. At si sensu ampliore dicitur, uerum non est. Neque enim necesse est, ea, quae eodem longiora sunt, etiam inter se longiora esse, neque qui unius hominis fratres sunt, eosdem inter se quoque fratres esse, si quidem ille frater communis aliis eorum sit frater ex patre, aliis ex matre. Itaque ratio simplex esse debet, ex eadem parte

*) Immo minor maiori.

بعضها اطولَ مِن بعض[1] ولا الذين هم اخوة انسان واحد فبعضهم
اخوة لبعض اذا كان ذلك الاخ الواحدُ اخًا لبعضهم من الاب
واخا لبعضهم مِن الاُمّ ولذلك ينبغى ان تكون الاضافة فى ذلك
بسيطةً ماخوذةً مِن جهة واحدة بعينها لا على جهات مختلفات
كما مثّلنا ذلك فى الاخوة ولا طريق مِن طريق الاكثر والاقل كما
مثلنا ذلك فى الذين هم اطول مِن شى واحد ع قال اوقليدس وان
زيد على المتساوية متساوية كانت مجموعاتها متساويةً وان نقص
مِن المتساوية متساوية كانت الباقية متساويةً واذا زيد على غير
المتساوية متساوية كانت مجموعاتُها غيرَ متساويةٍ ع واذا[2] نُقِصَ 4 u.
مِن غير المتساوية متساوية كانت الباقية غير متساوية والتى
هى اضعافٌ لواحد بعينه فبعضها مساوٍ لبعض والتى كل واحد
منها نصفٌ لواحدٍ[3] بعينه فبعضُها مساوٍ لبعض[4] والتى يطابق
بعضها بعضًا فبعضها مساو لبعض[5] والكل اعظم من الجزء
وخطان مستقيمان لا يحيطان بسطح قال سنبليقيوس قوله اِن
زيدَ على المتساوية متساوية صارت كلّها متساوية هذا المعنى

---

[1]) In margine legitur: قال الكندى مرا[ده] انه اذا كان شى واحد ‐ ‐ ‐ ‐ كل واحد منها مساو ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ ‐ فان تلك الاشياء جميعًا ‐ ‐ ‐ ‐

[2]) In margine legitur: [اذا] كانت مقادير كل واحد [منـ]ـها مثلان لمقدار واحد [فـ]ـهى متساوية

[3]) Atramento rubro supra scriptum: لمقدار

[4]) Atramento rubro supra scriptum: فهى ايضا متساوية

sumpta nec e diuersis, ita ut fratrum exemplo ostendimus, neque omnino huic rationi locus est in maioribus minoribusque, ita ut exemplo eorum ostendimus, quaè eodem longiora sunt.

Euclides dixit: Et si magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se aequales adduntur, summae earum inter se aequales sunt, et si a magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se aequales auferuntur, reliqua inter se aequalia sunt, et si magnitudinibus, quae inter se non sunt aequales, magnitudines inter se aequales adduntur, summae earum inter se aequales non sunt, et si a magnitudinibus inter se inaequalibus magnitudines inter se aequales auferuntur, reliqua inter se inaequalia sunt. Quae eadem magnitudine duplo majora sunt, inter se aequalia sunt, et quae eiusdem magnitudinis dimidia sunt, inter se aequalia sunt. Quae inter se congruunt, inter se sunt aequalia. Et totum parte maius est. Et duae rectae spatium non comprehendunt.

Simplicius dixit: Uerba eius, quae sunt: »si magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se aequales adduntur, summae inter se aequales sunt«, plane manifesta reddit demonstratio per numeros, quamquam per se quoque sine numeris sententia accepta est.

Tres modo sententiae acceptae in codicibus antiquis exstant*), sed in codicibus recentioribus numerus auctus est. Et illae (tres) manifestae sunt neque enarratione egent. Sed eae quoque, quae sequuntur, manifestae et perspicuae sunt, et id spectant, ne sit in geometria, quod elementis, quae non per se constent, demonstretur.

Pappus**) quoque illas auxit dicens, ad sententias acceptas

---

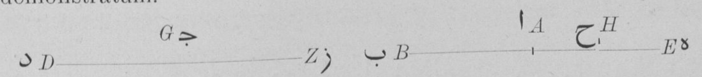
5) Atramento rubro supra scriptum: وما رُكِبَ بعضها على بعض فانطبق عليه ولم يفضل واحد صاحبَهُ فهو مساو له: Quae alterum alteri adplicantur, ita ut congruant, et alterum altero maius non sint, inter se aequalia sunt.

*) Proclus p. 196, 15 (ex Herone).

**) Proclus p. 197, 6 sq.

يتبين بالاعداد بيانًا واضحًا وان كان فى نفسه بغير اعداد بيانًا مقبولاً   والقضايا المقبولة تُوجَدُ فى النسخ القديمة ثلثا فقط وامّا فى النسخ الحديثة فانّه قد زيد فيها هذه وهى بيّنةٌ لا يحتاج الى شرح وكذلك التى بعدها بيّنة ظاهِرَة وهذه اوضاع ليلاّ يكون فى الهندسة شى مُبرهن باوائل غير مقرّ بها فامّا بنبُس فانهٔ قد زاد هذا المعنى ايضًا على انه مِن القضايا المقبولة وهو انّ المتساوية اذا زيد عليها مختلفة كان تفاضل المجتمع مِن ذلك مساويًا لتفاضُل المختلف بالمزيد وذلك يتبيّن بهذا العمل نفرض مقدارين متساويين وهما اب جد ولنزد عليهما مقدارين مختلفين وهما ﮤا زج وليكن ﮤا اعظمهما فاقول ان زيادة ﮤب على زد مساوية لزيادة اﮤ على زج برهان ذلك انّا نفصِل مِن اﮤ مقدارًا مساويًا لمقدار زج وهو اح فمِن اجل ان زيادة ﮤب على بح هى حﮤ وبح مثل دز و اح مثل جز صارت زيادة بﮤ على بح هى زيادة ﮤا على جزع وايضا اِن زيدَ على المختلفة متساويةٌ كان تفاضُلها بعد الزيادة مساويًا لتفاضُلِها قبل الزيادة ومثال ذلك انا اِن زدنا على مقدارى ﮤا جز المختلفين مقدارى اب جد المتساويين كان تفاضل ﮤب زد مساويًا لتفاضل ﮤا زج وذلك قد بيّناه قُبيل ∴ وزاد ايضا بَنبُس اشياء أُخر ∴ وهى هذه ان البسيط يقاطِع البسيط على خطٍ فان كان البسيطان المتقاطِعَان مسطّحين كان تقاطعُهما على خط مستقيم والخط يُقاطِعُ الخط على نقطة ∴ فانا قد نحتاج الى هذا المعنى فى الشكل الاول والخط المستقيم والبسيط المسطّح قد يُمكن مِن اجل استواهما[1]

hanc pertinere: si magnitudinibus inter se aequalibus magnitudines inter se inaequales adduntur, differentia summarum aequalis est differentiae magnitudinum inaequalium, quae additae sunt. Quod hac ratione demonstratur. Duas magnitudines inter se aequales supponimus AB, GD. Iis addamus duas magnitudines inaequales EA, ZG. Sit EA major earum. Dico, EB tanto maiorem esse quam ZD, quanto AE maior sit quam ZG. Demonstratio est haec: Ab AE magnitudinem AH magnitudini ZG aequalem resecamus. Quum EB magnitudinem BH excedat magnitudine HE, et $BH = DZ$ et $AH = GZ$, BE magnitudinem BH*) excedit eodem, quo EA magnitudinem GZ excedit. Eodem modo, si magnitudinibus inter se inaequalibus magnitudines aequales adduntur, differentia post additionem eadem est, quae ante additionem. Exemplificatio: Si duabus magnitudines inter se inaequalibus EA, GZ magnitudines inter se aequales adduntur AB, GD, differentia inter EB et ZD aequalis est differentiae inter EA et ZG. Et hoc iam paullo ante demonstratum.



Pappus alia quoque addidit**), quae sunt: superficies superficiem secundum lineam secat; si duae superficies inter se secantes planae sunt, inter se secundum lineam rectam secant; linea lineam in puncto secat***). Haec notio nobis in propositione prima opus est. Quod ad lineam rectam et superficiem planam adtinet, propter aequabilitatem earum fieri potest, ut in infinitum semper producantur†). Haec quoque singulis praemittenda sunt:

---

[1]) In margine legitur: - - - - ان الاشياء المتساوية - - - - والسطوح
والزوايا - - - - - - اذا اطبق بعضها على [بعض] لم يفضل
بعضها بعضا ع

*) Immo DZ.

**) Cfr. Proclus p. 198, 5 προστίθησιν (sc. Pappus).

***) Cfr. Proclus p. 198, 9—10.

†) Cfr. Proclus p. 198, 6 sq.

ان يخرجا اِخراجًا دائمًا ابدًا ∴ وقد ينبغى ايضا ان تقدّم مِن
قبل الطرق الجُزءية هذه الاشياء فنقول انّ غرض الهندسة كما
تقدّم مِن قولنا الابانةُ عن المقادير والاشكال والوضع ونسب
هذه بعضها عند بعض وقصدُها فى كل واحد امّا علمىّ وامّا عَمَلىّ
وما كان قصدُها فيه افادة علم سمّى علمًا وما كان قصدُها فيه
افادةُ عمل سمّى عَمَلاً فالعلمىّ هو ما كانت غايته ان تعرف شيًا
مّا مثل الشكل الرابع مِن المقالة الاولى وما كان شبيهًا به
وهذه الاشكال هى التى مِن عادتهم ان يقولوا فى اواخرها وذلك
ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا العملىّ فهو ما كانت غايته فيما يظهر
ان تعمل شيًا ما وهذه هى الاشكال التى مِن عادتهم ان يقولوا
فى اواخرها وذلك ما اردنا ان نعمل ∴ ولعلّهُ ان يُقال لنا فكيف
تقول ان الهندسة انما قصدُها كُلّهُ ان تُفيدَنا علومًا اذ كانت
قد تُوجِدُ علومًا واعمالاً مَعًا فنقول فى ذلك ان غاية هذه الاعمال
ايضا ان تُفيدنا معرفةً فنقول فان عمل مثلثٍ متساوى الاضلاع 5 r.
مُطلقًا هو افادة معرفةٍ لا افادة صنعة باليد فانّا قد نجدُ العالم
بهذا العمل لا يقدر ان يعملهُ فى عنصرٍ ولا يضع هذه الصورة فيه
لكن يكون عندَهُ ان يصِف طريقَ العمل وحيلتَهُ فقط لا غير ذلك
فان كان ذلك قد يَصيرُ مَبداءً واوّلاً لِصناعاتٍ أُخر تُعالجُ باليد
فليس بمُنكَرٍ فان الهندسة قد تكون لِصناعاتٍ كثيرةٍ مبداءً
واوّلاً وايضًا فان الاعمال التى فى صناعةِ الهندسةِ تقومُ عِندَ العلومِ
مقامَ المُقدّمات التى تُوطّا لها ويُشبهُ ان تكون انما تتقدّم
فيستعمل بسببها وبعضُ الناس قد صيّر فى الاشكال فصلًا ثالثًا

Dicimus, geometriae propositum esse, sicut antea dictum est, ut magnitudines figurasque et earum positiones rationesque inter se exponat. Et in singulis ei propositum est aut ut aliquid cognoscatur aut ut construatur. Id igitur, cui propositum est, ut cognitionem efficiat, theorema uocatur, id uero, cui propositum est, ut constructionem efficiat, problema*). Theorema est, cuius finis est, ut aliquid cognoscatur, uelut propositio quarta libri primi et ei similes. Quibus propositionibus in fine addi solet: quod erat demonstrandum. Problema uero est, cui propositum est, ut demonstremus, aliquid construi posse. Quibus propositionibus in fine addi solet: quod erat faciendum**).

Sed si dixerit fortasse aliquis: »Quomodo contendis geometriae hoc solum esse propositum, ut scientia nobis paretur, cum scientiam et usum conjuncta praebeat«, respondebimus: »quia constructionibus quoque illis finis est, ut cognitionem promoueant; uelut constructio trianguli aequilateri sine dubio scientiam parat, non manuum usum. Uidemus enim eum, qui huius constructionis sit peritus, tamen eam in rerum natura exsequi non posse nec figuram illam ibi ponere; uias ac rationes constructionis describere potest, et nihil aliud, etiamsi ex ea alia opera manu effecta initium et originem capiunt; satis enim constat, geometriam interdum multorum operum initium et originem esse. Et constructiones in geometria, quod ad scientiam adtinet, locum propositionum auxiliarium***) obtinent iisque in eo similes sunt, quod praemittuntur, ita ut in ceteris usurpari possint.

Sunt qui tertium quoddam genus propositionum statuant, quod porismata uocant†), ubi propositum non est, ut aliquid cognoscatur uel construatur, sed ut inuestigemus quod iam exstat, sicut nobis propositum est in propositione prima libri tertii;

---

*) Proclus p. 201.
**) Proclus p. 210.
***) Fortasse postulata communesque animi conceptiones significare uoluit.
†) Proclus p. 301, 25 sq.

سمّاهُ الوِجدان وهو اذا لم نجعلْ قصدَنا ان نعلم ولا ان نعمل بل ان نقِف على ما هو مَوجودٌ مثل قصدنا فى الشكل الاول مِن المقالة الثالثة فان قصدَنا فيه ان نجدَ مركزَ دائرةٍ مفروضةٍ فالفصلُ بين الوجدان وبين العمل ان الوجدان انما غايتُه الوقوفُ على الشى الذى هو مَوجودٌ ليس ان نستخرج شيًا ليس هو موجودًا وامّا الفصل بينه وبين العِلمِ فهو ان المعنى الذى نُفيدُهُ بالعلمِ لا نعلم انه موجودٌ او ليس هو موجودًا قبل ان يبرهن مثل ان زوايا المثلث مساويات لزاويتين قائمتين وامّا فى الوجدان فانا نعلم ان للدائرة مركزاً ولكنّا نطلب ان نجدَ موضِعَهُ الّا ان يقول قائل ان الشى الذى يلتمس وجوده ايضًا لا يُعلم هل وجودُه ممكن ام غير ممكن مثل ملتمس لو التمس ان نجد ترسيمَ دائرةٍ مفروضةٍ ∴

وقد سمّى الاشكال كلها علومًا واعمالاً باسمٍ مُشتركٍ وكل واحد مِن هذه اعنى العِلم والعمل والوجدان اِن كان شيًا آخر غيرهما ينقسم بستّة اقسام وهى مُقَدَّمَةٌ ومثالٌ وتَفصِيلٌ وعملٌ وبرهانٌ ونتيجةٌ امّا المقدمة فى هذا الموضع فهى الشى الذى يسمّيه المنطقيون الموضوع لِان يُبيّنَ وهى والنتيجةُ فى المعنى شىٌ واحدٌ بعينه مثل ان نقول انّ كل مثلث فان زواياهُ الثلث معادلات لزاويتين قائمتين فهذا هو المقدّمةُ وهو ايضًا النتيجة لانّا متى بَرْهَنّا انّ زوايا المثلث الثلث معادلاتٌ لزاويتين قائمتين نكون قد حققنا هذا الخبر فيصيرُ نتيجةً وهو ان نقول انه قد نبيّن ان زوايا كل مثلث معادلاتٌ لزاويتين قائمتين وليس هذه المقدّمة جُزءٌ مِن القياس الموتلف وحدُّها انّها قولٌ يُقدّم لنا المعنى الذى

ibi enim nobis propositum est centrum dati circuli inuestigare*). Porisma igitur a problemate eo differt, quod porismatis finis est, ut cognoscatur quod iam exstat, non, ut rem, quae non exstat, comparemus, a theoremate uero eo, quod argumentum theorematis nescimus, utrum uerum sit necne, donec demonstratum est, uelut angulos trianguli duobus rectis aequales esse, in porismatis autem scimus circulum centrum habere, sed locum eius quaerimus. Nisi si quis dixerit, ne id quidem, quod quaeratur, nos scire, utrum inueniri possit necne, sicut fit, ubi ambitum dati circuli inuenire iubemur.

Interdum autem omnes propositiones nomine communi aut theoremata aut problemata uocantur**). Horum utrumque, theorema dico et problema, et porisma, si quis hoc tertium genus ab illis duobus diuersum statuat, in sex partes diuiditur, propositionem, expositionem, determinationem, constructionem, demonstrationem, conclusionem***).

P r o p o s i t i o est, ut logici dicunt, quod explicandum proponitur, et inter eam conclusionemque per se nihil interest, uelut ubi dicimus, tres angulos trianguli duobus rectis aequales esse, haec propositio est et eadem conclusio; nam cum demonstrauimus, tres angulos trianguli duobus rectis aequales esse, hanc enuntiationem confirmauimus, et fit conclusio, quum dicimus: ergo demonstratum est, angulos cuiusuis trianguli duobus rectis aequales esse. Propositio autem illa pars disputationis continuae non est, sed eam definimus enuntiationem esse id exponentem, quod cognoscere aut construere aut inuenire uelimus. Cui inest et quod datur et quod a nobis postulatur†), uelut in propositione prima data est recta et a nobis postulatur, ut in ea triangulum aequilaterum construamus. Et in propositione nominari oportet et quod datum est et quod quaeritur.

---

*) Idem exemplum habet Proclus p. 302, 5.

**) U. uestigia controuersiae de natura propositionum geometricarum inter Speusippum Amphinomumque et Menaechmum quae seruauit Proclus p. 77 sq.

***) Proclus p. 203, 1 sq. Cfr. supra p. 7 sq.

†) Proclus p. 203, 5 sq.

نُرِيدُ ان نعلَمَهُ او نعمَلَهُ او نجِدَهُ فإن كان فى ذلك المعنى شئْ
نُعطاه وشئْ يُطلَبُ منّا كالحال فى الشكلِ الاوّلِ فانا اعطينا فيه خطًا
مستقيمًا وطُلِبَ منّا ان نعمل عليه مثلثا متساوى الاضلاع فانه
يحتاج ان يذكرُ فى المقدّمة المُعطى والمطلوبُ جميعًا وامّا المثال
فهو الذى يوقع المُعطَى فى المقدّمة تحت البصر وامّا التفصيل فهو
الذى يفصل المطلوبَ فى المقدّمة الموضوع فى المثال مِن جنسه
المشترك ويطلبُ ان يعمل ويبرهن وامّا العمل فهو الذى يرسِم
الاشيا التى نحتاج اليها فى البرهان بخطوط ويعمل الاشياء التى اُمِرنا
ان نعملها وذلك مثل ما فى الشكل الاول مِن اخراج اضلاع
المثلث المتساوى الاضلاع ورسم الدوائر التى تكون بها صنعةُ
المثلث والبره[ان ع]ليه فهذه الاشياء المُقدّمة التى قدِّمت لِتُنتج لنا
المطلوبَ وامّا البرهان فهو الذى يجمَعُ المطلو[ب والا]شياءَ قد تقدّم
الاِقرارُ بها فربّما كان مِن معانى اوليّة فى العقل واقدمُ بالطبع
وعند ذلك سمى بر[هان] ‐ ‐ ‐ ‐ مثل برهان الشكل الاول فان 5 u.
الدوائر المتساوية الخطوط التى تخرج مِن مراكزها الى محيطاتها
متساوية وبهذا القول يتبيّن المطلوب فيه والدائرة اقدم مِن
المثلث ورُبّما كان البرهان مِن استدلالٍ مثل ان نبين ان زوايا
المثلث الثلث مساوية لزاويتين قائمتين اذ كان هذا المعنى انما
يتبيّن مِن ان كل مربع ينقسم الى مثلثين فانّ المربع هو بعد
المثلث بالطبع وامّا النتيجة فهو الذى يُفيدُ المقدمة مثل ان تقول
فقد نبيّن ان كل مثلث فان زواياه الثلث معادلات لزاويتين
قائمتين فنذكرها بثقةٍ اذ قد تبرهنت ولذلك لا نزيد فيها شيًا

Expositio est, quae oculis subiicit, quae in propositione data sunt.

Determinatio est, quae id, quod in propositione quaeritur et in expositione proponitur construendum uel demonstrandum, ab aliis similibus segregat*).

Constructio indicat, quo modo, quae in demonstratione opus sunt, per lineas describamus, et construamus, quae iubemur construere, uelut in propositione prima ductis lateribus trianguli aquilateri et circulis descriptis, quibus triangulus efficitur et demonstratio perficitur. Quae omnia praemittuntur, ut uiam aperiant ad id quod quaeritur.

Demonstratio id quod quaeritur cum aliis connectit, quae iam constant. Interdum iis nititur, quae statim ab animo accipiuntur et sua natura antecedunt**); quare demonstratio [perfecta?]***) uocatur, uelut demonstratio propositionis primae†) eo nititur, quod radii circulorum inter se aequalium inter se aequales sunt; circulus enim triangulo antecedit††). Interdum uero demonstratio argumentatione nititur, uelut ubi demonstrare uolumus tres angulos trianguli duobus rectis aequales esse†††); hoc enim eo demonstratur§), quod omnia quadrilatera in binos triangulos diuidi possunt, et quadrilatera sua natura triangulos sequuntur§§).

---

*) *χωρίς* Proclus p. 203, 9.

**) Uelut definitiones (et communes animi conceptiones), u. Proclus p. 206, 12.

***) Cfr. Proclus p. 206, 14 *αὕτη γὰρ ἀποδείξεως τελειότης.*

†) Cfr. Proclus p. 206, 26.

††) Clarius Proclus p. 207, 1: *τὴν γὰρ ὁμοιότητα καὶ ἰσότητα τῶν κύκλων τῆς τοῦ τριγώνου κατὰ τὰς πλευρὰς ἰσότητος αἰτιασόμεθα.* Si sequentia comparauerimus, hoc significasse uidetur Arabs, circuli definitionem (I, 15) definitioni trianguli (I, 19) antecedere. Proclum igitur non intellexit.

†††) Idem exemplum habet Proclus p. 206, 19, sed prorsus alio modo explicatum.

§) Non ab Euclide (I, 32).

§§) H. e. postea definiuntur (I, 19).

بتّة اكثر مِن فاذًا ∴ والاشكالُ الكاملةُ يتمُّ بهذه الستّة معانى ومنها ما يتمّ بخمسة فقط مثل الشكل الرابع مِن المقالة الاولى اذ كان ليس يحتاج فيه الى عمل ومنها ما يتمّ باربعة فقط اذا لم يكن فى الشكل شى يُفرض فانّه عند ذلك يسقط المثال والتفصيل كما ذلك موجود فى الشكل السابع مِن المقالة الاولى والبرهان والنتيجة فلا بُدّ منهما فى جميع الاشكال[1] وقد ينبغى ان نبيّن ايضًا هذه الاشياء ما الماخوذةُ وما الفائدُة [وما] اختِلافُ الوقُوع وما الاعتادُ وما صَرفُ المعنى الى ما لا يمكن فاقول ان الماخوذة هى الشى الذى وان كان فى نفسه علمًا وشكلًا فانّهُ انما يُوخذ لان يُبيّن به شىْ آخِر مثل ما اخذنا فى الشكل الثانى ضِلعَى المثلثين فيظهَرُ به ذلك الشى ظهَورًا سهلًا ولذلك ينبغى اَن يُقدّم

---

[1] In margine legitur: زيادة قال ايرن الاوائل المقدّمة مِن الهندسة فى صدر كتاب اوقليدس على اربعة اوجه اوائل وحيّة(?) ومتوسط وكيفية فمنها اوائل فلسفة - - - - واوئل متعارفة كقوله المساوية لشى واحد متساوية والكل اعظم من الجزء ومتوسط بين هذين اعنى انه ليس فى غموض الماخوذة من الفلسفة ولا فى ظهور المتعارفة بلى - - - - يتبين بعد بحث يسير والرابع مقدّمة اسما لمعان قائمة فى النفس كقوله حد الشى طرفه يريد انه يسمى طرف الشى حدًا فمعنى الطرف قائم فى النفس وسمّاه حدًا واشياء ذلك

Additamentum. Hero dixit: Elementa, quae in libro Euclidis geometriae praemittuntur, quattuor generum sunt: primae notiones (?) [communia], intermedia, definientia. Inter ea sunt: elementa philosophica . . . .; communium animi conceptionum, uelut ubi dicimus: quae eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt

Conclusio est, quae propositionem confirmat*), uelut ubi dicimus: demonstratum est, omnium triangulorum tres angulos duobus rectis aequales esse, et hoc iam ut demonstratum adfirmare licet. Nec in ea quidquam frequentius additur quam »ergo«.

His igitur sex partibus propositiones integrae perficiuntur, sunt uero, quae quinque partibus solis perficiantur, uelut I, 4; ibi enim constructione opus non est**); aliae autem quattuor solis perficiuntur, ubi in propositione nihil datur, ita ut expositio et determinatio omittantur***), sicut fit in I, 7. Demonstratio uero et conclusio in omnibus propositionibus opus sunt†).

Jam decet nos haec quoque††) explicare: quid sit adsumptum, quid fructus, quid casus, quid disceptatio, quid reductio propositi ad id, quod fieri non potest.

Dico igitur, adsumptum esse, quod, quamquam per se theorema sit et propositio, tamen ideo tantum adsumatur, ut alia aliqua res demonstretur, uelut quod in prop. II†††) adsumpsimus duo latera trianguli, ita ut propositum perspicuum et facile fiat. Quare aut praemittendum est aut, si statim per se constat, ponendum et post propositionem demonstrandum.

Fructus est, quod una cum demonstratione alius rei de-

---

et totum parte maius est; intermedia, quae illorum duorum medium tenent, quae scilicet nec primo adspectu difficilia sint ad intellegendum, sicut quae e philosophia petita sunt, nec per se constent, sicut communes animi conceptiones, sed per breuem explicationem ostendantur; quartum genus praemissorum est definitio per notionem, quae per se constat, uelut [def. 13] terminus est, quod alicuius rei extremum est, h. e. quod alicuius rei extremum est, terminus uocatur, et notio extremi per se constat, et per eam uocabulum termini definimus, et quae eius generis sunt.

*) βεβαιοῦν Proclus p. 203, 14.

**) Cfr. Proclus p. 204, 3 sq.

***) Proclus p. 204, 23 sq., sed aliis utitur exemplis.

†) Cfr. Proclus p. 203, 17.

††) Proclus p. 210, 25 sq., ubi ordo hic est: λῆμμα (adsumptum), πτῶσις (casus), πόρισμα (fructus), ἔνστασις (disceptatio), ἀπαγωγή (reductio).

†††) In I, 2 nullum adhibetur lemma.

قبل ذلك الشى او يُوضع تابعًا لَهُ بعد ان سلم فى البرهان فى العاجل
وامّا الفائدَة فهى التى تتبين مع برهان مَا قُصِدَ لِاقامَةِ البرهان
عليه فيفاد بذلك البرهان وامّا اختلاف الوُقوعِ فهو وضع صوَرِ
المعنى على وجوهٍ كثيرَةٍ يختلِفُ لها البرهان وامّا الاعتادُ فهو القول
المقاوِمُ للبرهان المانِع لخروجهِ الى غايته ∴ وامّا صرفُ المعنى الى
ما لا يُمكن فهو ان نضع نقيض المعنى ونبيّن انهّٗ يعرض مِن
ذلك شى اخر غير ممكن مثل اخذنا فى الشكل السادس ان احد
الضلعين اعظم ان امكن فيتبيّن بذلك بُطلان بفرض المعنى وصحّة
المعنى الموضوع نفسه تمّت المعانى التى قدّمها سنبليقيوس فى
تفسير مصادرة اوقليدس للمقالة الاولى مِن كتاب الاصول وتتلوه
المقالة الاولى مِن كتاب الاصول ع

monstretur nec ipsum demonstrandum proponatur, ita ut demonstratio eius lucri loco sit.

Casus sunt diuersae propositi conformationes, quarum demonstratio discrepat.

Disceptatio est enuntiatio demonstrationi opposita, quae deductionem eius moretur.

Reductio propositi ad id, quod fieri non potest*), hoc est, ubi posita propositione contraria demonstramus, inde sequi, quod fieri non possit, uelut ubi in prop. VI supponimus, alterutrum latus, si fieri possit, maius esse, et huius suppositionis uanitatem ostendimus, ita ut per se sequatur, ipsum propositum uerum esse.

Hic desinunt, quae Simplicius praemisit ad explicanda postulata Euclidis libri primi Elementorum; sequitur primus liber Elementorum.

---

*) Arabs igitur iniuria uocabulum q. e. ἀπαγωγή eo sensu adcepit, quo uulgo usurpatur apud mathematicos (reductio in absurdum quae uocatur). Quid hoc loco reductionem demonstrationis intellegat, satis perspicue exponit Proclus p. 212, 24 sq.

المقالة الاولى مِن كِتاب اوقليدس ⁘

الشكل الاوّل خمسةُ اشكالٍ شكلٌ لاوقليدس[1] واربعة اشكالٍ
لايرُن قال اوقليدس نُريد ان نبيّن كيف نعملُ على خطّ مستقيمٍ
مَفروضٍ معلومٍ مثلثًا متساوى الاضلاع فليكن الخط المفروض اب
ونبيّن كيف نعمل عليه مثلثًا متساوىَ الاضلاع (ع) فلنجعل نُقطة ا
مركزًا ونخط ببُعد اب دائرة بجد ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط
ببعد با دائرة اجد ونخرج مِن نقطةِ ج وهى على تقاطُع الدائرتين
خطى اج وجب وليكونا مستقيمين فلانّ نُقطة ا مركز لدائرة
بجد وقد خرج منها خطان مستقيمان الى مُحيطها وهُما اج اب
فهما اذا مُتساويان وايضا فلان نقطة ب مركز لِدَائرةِ اجد وقد
خرج منها خطان مستقيمان الى محيطِها وهما خطا با بج فهما
اذًا متساويان فخط بج مُساوٍ لخط با وكل واحِدٍ مِن خطى اج
وجب مُساوٍ لخط اب والمُساوية لشى واحِدٍ متساوية فخط اج مساوٍ لخط 6 r.
بج فالخطوطُ الثلثة اذًا متساوية اج بج اب فمثلث ابج متساوى

---

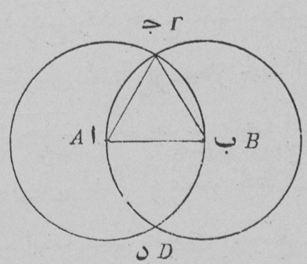
[1]) In margine nota breuis Heronis, quam alii legant.

Liber primus libri Euclidis.

Propositio prima quinque amplectitur propositiones, propositionem Euclidis et quattuor propositiones Heronis.

Euclides dixit: Demonstrandum proponimus, quo modo in data linea recta nota triangulum aequilaterum construamus.

Sit linea data AB. Demonstrabimus, quo modo in ea triangulum aequilaterum construamus. Punctum A centrum ponamus. Radio AB circulum BGD describimus, et rursus puncto B centro sumpto radio BA circulum AGD, et a puncto G, in quo circuli inter se secant, duas lineas AG et GB ducimus, quae sunt rectae. Quoniam punctum A est centrum circuli BGD, et ab eo ad ambitum eius ductae sunt duae lineae rectae AG, AB, eae igitur inter se aequales sunt. Rursus quoniam punctum B centrum est circuli AGD, et ab eo ad ambitum eius ductae sunt duae lineae rectae BA, BG, eae quoque inter se aequales sunt. Sed linea BG (scr. AG) $= BA$; itaque utraque linea AG, $GB = AB$. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque linea $AG = BG$. Ergo tres lineae AG, BG, AB inter se aequales sunt, et triangulus $AB\Gamma$ aequilaterus est et in data recta AB constructus. Quod nobis demonstrandum erat.



الاضلاع وقد عمل على خط اب المفروضِ وذلك ما اردنا ان نبيّن∴

قال ايرُن ان قيل لنا لم قصد اوقليدس لان نبيّن كيف نعمل على خط مثلث متساوى الاضلاع وقد كان يكتفى فى اعمالِه بالمثلثِ المتساوى الساقين دونه قُلنا ان ذلك ليس هو بعجز عن عمل المثلث المُتساوى الساقين لكن لانّ عمل المثلث المتساوى الاضلاع اسهل على المُبتدى بالتعلمِ واوجَزُ واذا حَصَل هذا حصل ذاك وليس يحصل هذا اذا حصل ذاك وقد نبّهنا عَملَ مثلّثٍ متساوى الساقين على خط مستقيم معلومٍ ابتداءً بهذا الوجه [و]ليكن الخط اب ونجعل ا مركزًا ونخطّ ببعد اب قوس ج ثم نجعل ب مركزًا ونخطّ ببُعد با قوس د ونخرج خط اب على الاستقامة فى الجهتين الى قوسى جد فاج مثل اب واب مثل بد فاج مثل بد ونجعل اب مشتركا فجب اذا مثل اد ثم نجعل ا مركزًا ونُدير ببعد اد دائرة دزح ثم نجعل ب مركزًا ونخط ببعد بج دائرة جزح ونخرج مِن نقطة ز التى هى تقاطُع الدائرتين خطى زا زب فلان نقطة ا مركز دائرة زدح وقد خرج منها خطان مستقيمان الى مُحيطها فهما اذًا مُتساويان فخط از مساوٍ لخط اد وايضا فلان نُقطة ب مركز لدائرة جزح وقد خرج منها الى المحيط خطا بز وبج فهما اذًا مُتساويان فخط از مُساو لخط بز وذلك ما اردنا ان نُبيّن ع ثم وصف ايضا على طريق التوسّع فى العِلم كيف نعمل على خطّ مستقيم معلومٍ مُثلث مُختلف الاضلاع

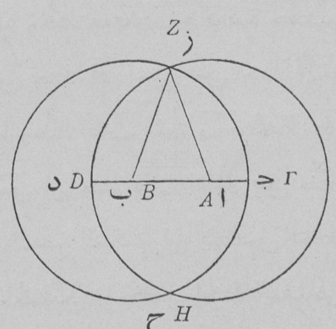
---

*) Cfr. Proclus p. 218, 12 sq.

**) Cfr. Proclus p. 219, 4 sq.

Hero dixit: Si quis dixerit: Cur Euclides nos demonstrare uult, quo modo in linea triangulum aequilaterum construamus, quum satis ei fuisset, si triangulum modo aequicrurium construxisset, dicemus eum hoc non ideo fecisse, quod triangulum aequicrurium construere non posset, sed quod constructio trianguli aequilateri facilior esset tironi et promptior. Si hoc constat, constat etiam illud, sed non quia illud constat, hoc quoque constat, et hoc praemisso iam simul indicauimus, quo modo aequicrurius triangulus in recta data construatur.

Sit*) linea AB. Centro A et radio AB arcum G describimus; et centro B radio autem BA arcum D. Lineam AB in directum ad utramque partem usque ad arcus G, D producimus. Quare $AG = AB$, et $AB = BD$, inde sequitur, esse $AG = BD$. Recta AB utrique lineae addita, erit etiam $GB = AD$. Iam centro A et radio AD circulum DZH describimus, et centro B radio autem BG circulum GZH, et a puncto Z, in quo circuli inter se secant, duas lineas ZA et ZB ducimus. Quoniam igitur punctum A centrum est circuli ZDH, et ab eo ad ambitum ductae duae lineae rectae inter se aequales sunt, linea AZ lineae AD aequalis. Rursus quoniam punctum B centrum est circuli GZH, et ab eo ad ambitum ductae sunt duae lineae BZ et BG, hae quoque inter se aequales sunt. Itaque $AZ = BZ$. Q. n. e. d.



Deinde ultra progrediens hoc quoque monstrauit, quo modo in recta cognita triangulum scalenum**) construeremus, et id quidem tribus rationibus uariis.

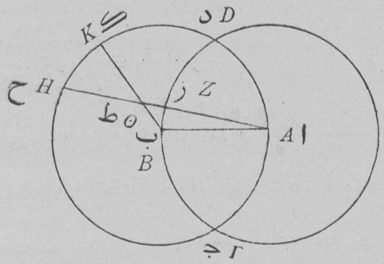
Quarum prima rectam datam altero reliquorum laterum breuiorem, altero longiorem supponit.

Lineam ponamus AB; et centro A radioque AB circulum

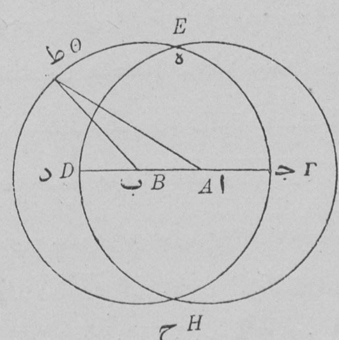
على ثلثة انحاءٍ النحو الاول منها على ان يكون الخط المفروض
اقصر مِن احد الضلعين الباقيين واطول مِن الاخر فلنجعل الخط
خط اب ونجعل ا مركزًا ونُدير ببُعد اب دائرة بجد وايضا نجعل
نقطةَ ب مركزًا ونخط ببُعد با دائرة اجح ونخرج خط ازح كيف
وقع وكذلك خط بطك فمن البيّن انّ خط اط اطولُ مِن خط
اب وخط اب اطول مِن خط بط وذلك ما اردنا ان نبيّن ع والنحو
الثانى على ان يكون الخط المفروض اقصرَ مِن كل واحدٍ مِن
الخطّين الباقيين فليكن الخط اب وليُخرج على استقامة فى
الجهتين حتى يكون بد مثل اب وكذلك اج مثل اب على ما
عملنا فى المتساوى الساقين ونجعل نقطة ا مركزًا ونخط ببعد اد
دائرة دهح ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد بج دائرة جهطح
ونُخرج طا وبط فخط طا اطولُ مِن خط اد اعنى مِن خط بج
فهو اذاً اطول من خط با كثيرًا وخط طب مثلُ بج فخط طا
اطول ايضًا مِن خط طب ومِن البيّن ان خط طب اطولُ مِن خط
با اذ كان مُساويا لخط بد ∴ والنحو الثالث ان يكون الخط 6 u.
المفروض اطول مِن كل واحدٍ مِن الخطين فليكن الخط المفروض
خط اب ونجعل نقطة ا مركزًا ونخط ببعد اب دائرةَ دجبه ثم
نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد با دائرة اده ونخرج خطى اج
بح يتقاطعان على نقطة ز فمِن البيّن ان خط اب اطول مِن كل
واحدٍ مِن خطى از بز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

*) Supra p. 45.
**) Arabi relinquendae ambages suae; satis esset dicere $\Theta A > AD > AB$.

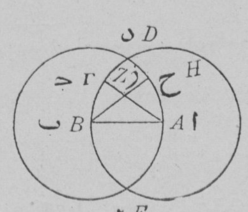
BGD describimus. Eodem modo puncto B centro et BA radio circulum AGH describimus. Lineam AZH ducimus quo modo libet, et eodem modo lineam $B\Theta K$. Manifestum est, lineam $A\Theta$ longiorem linea AB esse, lineam AB autem longiorem linea $B\Theta$. Q. n. e. d.



Ratio secunda lineam datam utraque linea reliqua breuiorem supponit. Sit linea AB, quae in directum in utramque partem ita producatur, ut BD sit aequalis AB, itemque $AG = AB$ eadem ratione, qua in lateribus aequalibus*) usi sumus. Puncto A centro et radio AD circulum DEH describimus. Deinde puncto B centro et BG radio circulo $GE\Theta H$ descripto ΘA et $B\Theta$ ducimus. Tum linea ΘA linea AD longior erit, h. e. longior linea BG, quae ipsa multo longior est linea BA. Est autem $\Theta B = BG$; linea ΘA igitur etiam linea ΘB longior est**). Manifestum autem, lineam ΘB longiorem esse linea BA; ea enim lineae BD aequalis est.



Ratio tertia lineam datam utraque linea [reliqua] longiorem supponit. Linea data sit linea AB. Puncto A centro et radio AB circulum $DGBE$ describimus, deinde puncto B centro et radio BA circulum ADE. Duas lineas AG, BH ita ducimus, ut in puncto Z inter se secent. Manifestum est, lineam AB utraque linea AZ, BZ longiorem esse. Q. n. e. d.



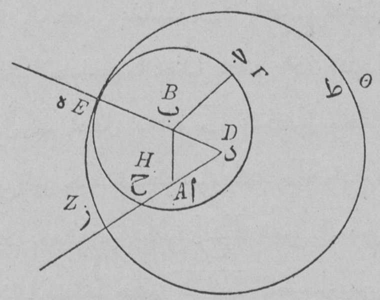
الشكل الثانى مِن المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نصِل بنقطة (ط) معلومة (ع) خطًا مستقيما مساويًا لخط مستقيم مفروضٍ فنجعل النقطة المفروضة نقطة ا والخط المفروض خط ب ج ونبيّن كيف نصِل بنقطة ا المفروضة خطا مستقيمًا مُساويًا لخط ب ج فنصل بين نقطتى اب بخط اب ونعمل عليه مُثلثا مُتساوى الاضلاع كما عملنا فى الشكل الاول مِن هذه المقالة وليكن مثلث ادب ونخرج خطى دا دب على الاستقامة ولا نجعل لهُما حدًا ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط ببعد ب ج دائرة جهز ثم نجعل نقطة د مركزًا ونخط ببعد ده دائرة دهط فلانّ نقطة ب مركز لدائرة جهح وقد خرج منها خطّا ب ج ب ه الى مُحيطها فمِن البيّن انهما مُتساويان ∴ وايضا فان نقطة د مركزٌ لدائرة زهجط وقد خرج منها خطا دز ده الى محيط الدائرة فمن البيّن انهما متساويان وقد كُنّا عملنا مثلث ابد متساوىَ الاضلاع فخط دا مساوٍ لخط دب فاذا اسقطنا هما مِن خطى ده دز المتساويين يبقى خط از مساويًا لخط به وقد كُنّا بيّنا ان خط ب ج مُساوٍ لخط به فكل واحد مِن خطى از ب ج مساوٍ لخط به والمساوية لشى واحدٍ مُتساوية فخط از اذًا مساوٍ لخط ب ج فقد وصلنا بنقطة ا المفروضة خط از المستقيم مساويًا لخط ب ج المفروض الموضُوع وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قولـه نُريد ان نصل بنقطة مفروضةٍ خطاً انما عنىَ به ان يكون النُقطة طرفًا للخط الذى يُوصَل بها فان ذلك هو الذى احتاج اليه فى العمل فى هذا الكتاب وقَدَّمَهُ

Propositio secunda libri primi.

Explicandum est, quo modo ad punctum datum rectam rectae datae aequalem constituamus.

Punctum datum ponimus A et lineam datam lineam BG. Explicabimus, quo modo ad punctum datum A rectam lineam lineae BG aequalem constituamus. Linea AB duo puncta A et B coniungimus et in ea triangulum aequilaterum construimus eo modo, quo in prop. 1 huius libri, qui sit triangulus ADB. Duas lineas DA, DB in directum interminatas producimus. Puncto B centro et radio BG circulum GEZ (scr. GEH) describimus, centro autem puncto D et radio DE circulum $DE\Theta$ (scr. $ZE\Theta$). Iam quoniam punctum B centrum circuli GEH est, et ab eo ad ambitum ductae sunt duae lineae BG et BE, manifestum est, eas inter se aequales esse. Rursus quia punctum D centrum circuli $ZEG\Theta$ (scr. $ZE\Theta$) est, et ab eo ad ambitum circuli lineas DZ, DE duximus, manifestum est, eas aequales esse. Uerum triangulum ABD aequilaterum construximus; itaque $DA = DB$, quas si a lineis inter se aequalibus DE, DZ abstulerimus, relinquetur linea AZ lineae BE aequalis. Demonstrauimus autem esse $BG = BE$. Itaque utraque linea AZ, BG lineae BE aequalis est. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque $AZ = BG$. Ergo ad datum punctum A rectam AZ datae lineae BG aequalem constituimus. Q. n. e. d.



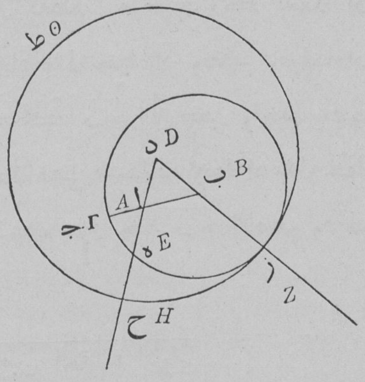
Quod dicit: »ad datum punctum lineam constituere uolumus«, sententia eius est, punctum esse terminum lineae ad id constituae*). Hoc enim est, quo in huius libri constructionibus

*) Cfr. Proclus p. 224, 2, unde adparet (u. p. 223, 16 sq.), quid haec adnotatio sibi uelit.

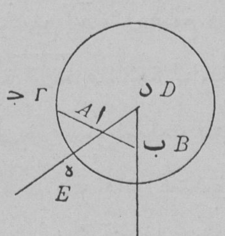
على سائر الاتّصالات منها ان يكون الخط المفروض مثلَ خط بج
والنقطة المفروضة يكون وضعُها على الخط نفسه مثل نُقطة ا
ونُريد ان نصل بنُقطة ا خطًّا مستقيمًا مسُاويًا لخط بج ولتكن
نهاية الخط اعنى طرفَهُ تنتهى الى نقطة ا فنعمل على احد قسمى
الخط اعنى قسم اب مثلثًا متساوى الاضلاع وذلك بحسب بُرهان
الشكل الاول مِن هذه المقالة وليكن مثلث ابد ونخرج خطى
دب دا على الاستقامة ولا نجعل لاخراجهما حدًّا حتى اذا ادرنا
الدوائر فضل من الخطين فضولٌ ثم نجعل نقطة ب مركزًا ونخط
ببعد بج دائرة جهز فمن البيّن ان خط بج مساوٍ لخط بز وايضا
فانا نجعل نقطة د مركزًا ونخط ببعد دز دائرة زحط فمن البيّن
ان خط دز مساو لخط دح فاذا اسقطنا خطى دا دب المتساويين
مِن خطِى دز ودح المتساويين بقى خط بز مساويًا لخط اح وقد
كنّا بيّنا ان خط بز مُساو لخط بج والمساوية لشى واحدٍ
متساوية فخط اح اذًا مثل خط بج فقد وصلنا بنقطة ا خط اح
مساويا لخط بج ونقطة ا نهايته وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ ع 7 r.
وايضًا فلا تكوننّ نُقطة ا فى نهاية الخط المطلوب ولكن ليحتز
عليها فنعمل على خط با مثلثًا متساوى الاضلاع وهو ادب ونخرج
خطى دا دب على استقامة ونجعل نقطةَ ا مركزاً ونخط ببعد اج
قوس جه فمن البيّن ان خط اج مثل خط اه وخط با مثل خط دا
فخط بج مثل خط ده وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

eget, et hoc reliquis coniungendi rationibus praemisit. Ad has pertinet, quod linea data aequalis est lineae BG, et punctum datum in ipsa lineae positum est*), ut punctum A. Ad punctum A lineam rectam lineae BG aequalem constituere uolumus, et terminus lineae, h. e. finis eius, ad punctum A positus sit.

In altera parte lineae scilicet AB triangulum aequilaterum construimus ex prop. 1 h. l., qui sit triangulus ABD. Duas lineas DB, DA in infinitum producimus, ita ut circulis descriptis aliquid linearum promineat. Puncto B centro et radio BG circulum GEZ describimus. Manifestum igitur est, esse $BG = BZ$. Rursus si puncto D centro et radio DZ circulum $ZH\Theta$ descripserimus, manifestum erit, esse $DZ = DH$. Jam si lineas DA, DB inter se aequales a lineis DZ, DH, quae inter se aequales sunt, abstulerimus, relinquetur linea $BZ = AH$. Demonstrauimus autem, esse $BZ = BG$, et quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque etiam $AH = BG$. Ergo ad punctum A lineam AH lineae BG aequalem constituimus, et punctum A terminus eius est. Q. n. e. d.



Rursus punctum A ne sit in termino lineae quaesitae positum, sed ea ultra progrediatur**. In linea BA triangulum aequilaterum ABD construimus et lineis DA, DB in directum productis puncto A centro et radio AG arcum GE describimus. Manifestum igitur est, esse $AG = AE$ et $BA = DA$. Itaque $BG = DE$. Q. n. e. d.



*) Eundem casum exponit Proclus p. 224, 16 sq.

**) Haec longe alia res est, quae huc non pertinet; neque enim recta BG ad punctum A constituitur; cfr. quae ipse dixit p. 49.

الشكل الثالث مِن المقالة الأُولى

نُريد ان نبيّن كيف نفصل(ع) مِن اطول خطين مختلفين مفروضين مثلَ اقصرهما(ط) فنجعل الخطين المفروضين خطى اب بج ونبيّن كيف نفصل مِن اب الاطول مثل بج الاقصر فنصل بنقطة ا التى هى طرف خط اب خطًا مساويًا لخط بج كما بُيّن ببُرهان ب مِن ا وليكن خط اد ثم نجعل نقطة ا مركزًا ونخط ببعد اد دائرة دهز فمِن البيّن ان خط اه مثل خط اد وكنّا وصلنا اد بنقطة ا على انه مساو لخط بج فخطّا بج ا[ه] كل واحدٍ مِنهما مُساوٍ لخط اد والمساوية لشى واحد فهى متساوية فخط اه مثل خط بج فقد فصلنا مِن خط اب الاعظم مثل خط بج الاصغر وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع مِن المقالة الاولى

اذا تساوت زاويتان(ع) مِن مثلثين وتساوت اضلاعُهما المحيطة بهما كُلُ ضلعٍ ونظيرُه تساوت(ط) قاعدتاهُما وسائرُ زواياهُما كُلُ زاوية ونظيرتُها وتساوى المثلثان مثالُهُ ان زاويتى باج هدز مِن مثلّثى ابج دهز متساويتان وضلع اب مثل ضلع ده وضلع اج مثل ضلع دز فاقولُ ان قاعدة بج مساوية لقاعدة هز وزاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية اجب مساوية لزاوية دزه[1] ومثلث ابج مساوٍ لمثلث دهز بُرهانه انا اذا ركّبنا مثلث ابج على مثلث دهز فانا نبتدى فنُركّب نُقطة ا على نقطة د وخط اب على خط ده فاذا فعلنا

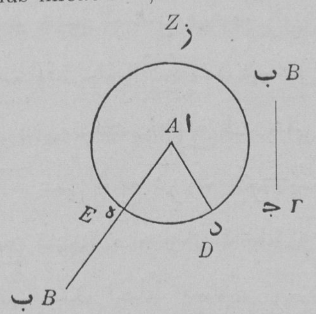
*) In textu: وزاوية وزاوية اجب دزه

Propositio tertia libri primi.

Demonstrare uolumus, quo modo datis duabus lineis inaequalibus lineam breuiori earum aequalem ab longiore abscindamus.

Lineas datas supponimus esse AB, BG*). Demonstrabimus, quo modo ab AB longiore lineam lineae BG breuiori aequalem abscindamus.

Ad punctum A, quod est terminus lineae AB, rectam lineae BG aequalem constituimus, ita ut in dem. I, 2 explicatum est, quae sit linea AD. Puncto A centro et radio AD circulum DEZ describimus. Manifestum igitur, esse $AE = AD$. AD autem ad punctum A ita constituimus, ut lineae BG aequalis sit; itaque utraque BG, AE aequalis est rectae AD. Quae autem eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt. Itaque $AE = BG$. Ergo a linea AB maiore lineam BG minori aequalem abscidimus. Q. n. e. d.

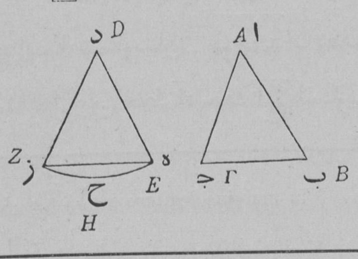


Propositio quarta libri primi.

Si duo anguli duorum triangulorum inter se aequales sunt, et latera, quae illos duos angulos comprehendunt, inter se aequalia sunt, alterum alteri, etiam bases eorum et reliqui anguli, alter alteri, et duo trianguli inter se aequales erunt.

Exemplificatio. Duo anguli BAG, EDZ duorum triangulorum ABG, DEZ inter se aequales sint, sitque latus $AB = DE$ et latus $AG = DZ$. Dico, esse basim $BG = EZ$ et $\angle ABG = \angle DEZ$ et $\angle AGB = \angle DZE$ et $\triangle ABG = \triangle DEZ$.

Demonstratio. Si triangulum ABG triangulo DEZ adplicauerimus inde orsi, ut punctum A puncto D et lineam AB lineae DE adplicemus-hoc igitur si fecerimus, punctum B in E cadet, quia linea $AB =$



*) In Graecis melius: AB, Γ.

ذلك تركّبت نقطة ب على نُقطة ه لان خط اب مثل خط ده وايضا اذا ركّبنا زاوية باج على زاوية هدز تركّبتا لانّهما متساويتان وتركّب خط اج على خط دز وتركّبت نقطة ج على نقطة ز لان خطى اج دز متساويان فمن البيّن ان خط بج يتركّبُ على خط هز ويتركّب المثلثُ على المثلث فتصيرُ زاوية ابج مساوية لزاوية دهز وزاوية اجب مساوية لزاوية دزه فقد تساوى المثلثان وذلك ما اردنا ان نبيّن ع فان تركب ضلع اب على ضلع ده وزاوية ا على زاوية د وضلع اج على ضلع دز ولم تتركَبْ قاعدة هز على قاعدة بج وصار وضع قاعدة بج مِن قاعدة هز كوَضعِ خط زحه وخط زحه مستقيم فقد احاطَ بسطح زحه المستقيم الخطوط خطان مستقيمان وذلك غير ممكن ∴ [1]

الشكل الخامس مِن المقالة الاولى

كل مثلث متساوى (ع) الساقين فان زاويتيه اللتين تقعان فوق القاعدة متساويتان (ط) وان أُخرِج ضلعاهُ (ع) المتساويان فان الزاويتين اللتين تقعان تحت القاعدة ايضا مُتساويتان (ط) مثاله ان مثلث ابج متساوى الساقين وهما ساقا اب اج وقد أُخرجا على الاستقامة الى نقطتى ده فاقول انّ زاويتى ابج [اجب] اللتين فوق القاعِدة
متساويتان وان زاويتى جبد وبجه ايضا متساويتان ∵ بُرهانه انا نُعلم 7 u.
(scr. نُعمل) على خط اد نقطةَ ز ونفصل مِن خط اه خط اح مساويًا

[1] In margine legitur: قال ايرن استعمل فى هذه الشكل ما قدّمه فى الصدر حيث يقول ان الاشياء المتساوية — — — —

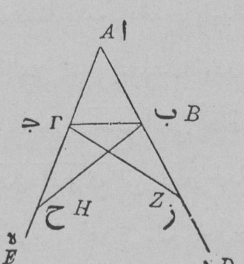
DE. Etiam angulus *BAG* angulo *EDZ* adplicatus cum eo congruet, quia inter se aequales sunt, et linea *AG* cum linea *DZ* congruet, et punctum *G* in punctum *Z* cadet, quia duae linae *AG*, *DZ* inter se aequales sunt. Manifestum igitur, lineam *BG* in lineam *EZ* cadere, et triangulum cum triangulo congruere. Itaque $\angle ABG = \angle DEZ$ et $\angle ABG = \angle DZE$, et duo trianguli inter se aequales sunt. Q. n. e. d. Si*) enim congruentibus inter se lateribus *AB*, *DE* et angulis *A*, *D* et lateribus *AG*, *DZ* basis *EZ* cum basi *BG* non congrueret, sed basis *BG* extra basim *EZ* caderet, ut linea *ZHE*, et linea *ZHE* recta esset, duae rectae spatium *ZHE* rectilineum comprehenderent. Quod fieri non potest.

Propositio quinta libri primi.

Cuiuslibet trianguli aequicrurii anguli ad basim positi inter se aequales sunt, et duobus lateribus eius inter se aequalibus productis anguli sub basi positi et ipsi inter se aequales sunt.

Exemplificatio. Si triangulus *ABG* duo latera aequalia habet, *AB*, *AG*, eaque in directum ad puncta *D*, *E* producuntur, dico, duos angulos *ABG* [et *AGB*] ad basim positos inter se aequales esse, et angulos *GBD* et *BGE* et ipsos inter se aequales esse.

Demonstratio. In linea *AD* puncto *Z* sumpto a linea *AE* lineam $AH = AZ$ abscindimus, ita ut demonstratum est in dem. I, 3, et lineas *GZ*, *BH* ducimus. Iam quoniam $AZ = AH$ et $AB = AG$, latera *AZ*, *AG* trianguli *AGZ* lateribus *AH*, *AB* trianguli *ABH* aequalia sunt alterum alteri; et triangulis *AGZ*, *ABH* communis est angulus *A*. Et quia latera inter se aequalia eum comprehendunt, ex dem. I, 4 basis *GZ* basi *BH* et triangulus *AGZ* triangulo *ABH* aequalis erit; et reliqui anguli reliquis angulis aequales erunt, angulus *AZG* angulo *AHB* et angulus *AGZ* angulo *ABH*. Et quoniam abscidimus lineam $AH = AZ$ et supposuimus $AB = AG$,

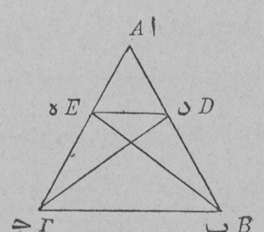


*) Quae sequuntur, suo loco habet Euclides I p. 18, 10 sq.

لخط از كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونصل خطى جز بح فلانّ خط
از مثل خط اح وخط اب مثل خط اج فضلعا از اج مِن مثلث اجز
مساويان لضلعى اح اب مِن مثلث ابح كل ضلع مساوٍ لنظيره
وزاوية ا مشتركة لمثلثى اجز ابح لانها تحيط بها الاضلاع
المتساوية فمن اجل برهان د مِن ا تكون قاعدة جز مساوية
لقاعدة بح ومثلث اجز مثل ابح وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا
زاوية ازج مثل زاوية احب وزاوية اجز مثل زاوية ابح ولانا كُنّا
فصّلنا خط اح مثل خط از وساق اب فرض مساويًا لساق اج فاذا
اسقطنا اب اج المتساويين مِن از اح المتساويين فمِن البيّن
بحسب المُصادرة ان يبقى خط بز مثل خط جح وقد بيّنا انّ خط
جز مثل خط بح وان زاوية بزج مثل زاوية جحب وقاعدةُ بج
مشتركة فبحسب برهان د مِن ا يكون مثلث جزب مثل مثلث
بحج وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا كل زاوية مثل نظيرتها
فزاوية جبز التى تحت القاعدة مثل زاوية بجح التى تحت القاعدة
وزاوية بجز مثل زاوية جبح وقد كنّا بيّنا ان زاوية ابح مساوية
لزاوية اجز فاذا اسقطنا زاويتى بجز جبح المتساويتين بقيت زاوية
ابج التى فوق القاعدة مساوية لزاوية اجب التى فوق القاعدة وقد
تبيّن ان زاوية جبز التى تحت القاعدة مثل زاوية بجح التى تحت
القاعدة وذلك ما اردنا ان نبين ∴ الشكل الزائد ان قيل لنا
لِمَ قامَ البُرهان على الزاويتين اللتين تحت القاعدةِ ولم نجدْهُ
استعملهما فى كتابهِ قُلْنا انه عَلِمَ ما يتشكّكُ فى الشكل السابع
وفى الشكل التاسع فقدّم بيانَ ذلك ليُحل به الشكّ كما سنبيّن

ex postulato manifestum est, rectis AB, AG inter se aequalibus ab AZ, AH et ipsis inter se aequalibus ablatis relinqui $BZ = GH$. Demonstrauimus autem, esse $GZ = BH$, et $\angle BZG = \angle GHB$. Et basis BG communis est. Itaque ex I, 4 $\triangle GZB = \triangle BHG$, et reliqui anguli reliquis angulis alter alteri aequales erunt. Itaque angulus GBZ sub basi positus angulo BGH sub basi posito aequalis est, et $\angle BGZ = \angle GBH$. Supra autem demonstrauimus, esse $\angle ABH = \angle AGZ$; angulis igitur BGZ, GBH, qui inter se aequales sunt, ablatis, relinquitur angulus ABG ad basim positus angulo AGB ad basim posito aequalis. Uerum iam demonstratum est, angulum GBZ sub basi positum angulo BGH sub basi posito aequalem esse. Q. n. e. d.

Propositio addenda. Si quis quaesiuerit, cur de angulis sub basi positis demonstrationem addiderit, quibus in libro suo usus non sit, dicemus, eum prospicientem, quod in propp. 7 et 9 dubitationem mouere posset, hoc antea explicasse, ut eo usus dubitationem tolleret; quod in illis propositionibus explicabimus*). Demonstrari potuisset, angulos ad basim positos inter se aequales esse neglecta aequalitate angulorum sub basi positorum hoc modo**): Duo latera trianguli ABG inter se aequalia sint AB, AG. Dico, esse $\angle ABG = \angle AGB$.



Demonstratio: In linea AB puncto D sumpto a linea AG lineam AE lineae AD aequalem abscindimus. Lineas DE, DG, EB ducimus. Quoniam $BA = AG$, et $AD = AE$, duo latera AB, AE trianguli ABE duobus lateribus AG, AD trianguli AGD alterum alteri aequalia sunt. Et angulus A utrique triangulo communis est. Itaque ex I, 4 basis BE basi GD aequalis est, et $\angle AEB = \angle ADG$, $\angle ABE = \angle AGD$. Iam duabus lineis

*) Proclus p. 247, 6 sq.; p. 248, 8–11.
**) Proclus p. 248, 21 sq.

ذلك فيهما فانه قد كان يتهيأ ان نبيّن انّ الزاويتين اللتين
على القاعدة متساويتان من غير استعمال تساوى اللتين تحت
القاعدة على هذا الطريق ليكن ساقا اب اج من مثلث ابج
متساويين فاقول ان زاوية ابج مثل زاوية اجب برهانه انا نعلم
على خط اب نقطة د ونفصل من خط اج خط اه مساويًا لخط اد
ونخرج خطوط ده دج هب فلان با مثل اج وخط اد مثل خط اه
فانّ كل ضلعى اب اه من مثلث ابه مثل كل ضلعى اج اد من
مثلث اجد كل ضلع مساوٍ لنظيره وزاوية ا مشتركة للمثلثين
فبحسب برهان د من ا تكون قاعدة به مثل قاعدة جد وزاوية
اهب مثل زاوية ادج وزاوية ابه مثل زاوية اجد فنُسقط خطى اد اه
المتساويين من خطى اب اج المتساويين فيبقى خط دب مثل خط
هج وقد كنّا بيّنا انّ خط به مثل خط جد وان زاوية دبه مثل
زاوية هجد وقاعدة ده مشتركة فبحسب برهان د من ا تكون
زاوية بده مثل زاوية جهد وزاوية بهد مثل زاوية جده فاذا
اسقطناهما من زاويتى بده وجهد المتساويتين بقيت زاوية بدج
مساوية لزاوية بهج و[الا]ضلاع المحيطة بهما متساوية كل ضلع مساوٍ
لنظيره وقاعدة بج مشتركة لهما فبحسب برهان د من ا تكون
زاوية ابج مثل زاوية اجب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

8 r. الشكل السادس من المقالة الاولى

اذا تساوت (ع) زاويتان من مثلّثٍ فهو متساوى (ط) الساقين مثاله ان
زاويتى ابج اجب من مثلث ابج متساويتان فاقول ان ساق اب
مثل ساق اج برهانه ان امكن ان تكون الزاويتان متساويتين

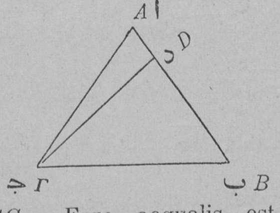
AD, AE, quae inter se aequales sunt, a lineis inter se aequalibus AB, AG ablatis relinquitur linea $DB = EG$. Supra autem demonstrauimus, esse lineam $BE = GD$, et $\angle DBE = \angle EGD$. Et basis DE communis est. Ex I, 4 igitur erit $\angle BDE = \angle GED$ et $\angle BED = \angle GDE$. Quibus ab angulis BDE et GED, qui inter se aequales sunt, ablatis relinquitur $\angle BDG = \angle BEG$. Et latera, quae eos comprehendunt, inter se aequalia sunt alterum alteri, et basis BG communis est. Ergo ex I, 4 $\angle ABG = \angle AGB$. Q. n. e. d.

Propositio sexta libri primi.

Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, triangulus aequicrurius est.

Exemplificatio: Duo anguli ABG, AGB trianguli ABG inter se aequales sint. Dico esse $AB = AG$.

Demonstratio. Si fieri potest, ut, quum duo anguli aequales sint, latera aequalia non sint, sit latus AB maius latere AG. Si hoc fieri potest, ab AB maiore [rectam rectae] AG minori aequalem abscindamus, ita ut in I, 3 demonstratum est, quae sit BD, et DG ducamus. Iam quum $AG = DB$, et BG communis sit, latera AG, GB trianguli AGB maioris aequalia sunt lateribus DB, BG trianguli DGB minoris alterum alteri. Et $\angle AGB = \angle GBD$. Itaque ex eo, quod in I, 4 demonstrauimus, basis AB basi GD aequalis erit, et triangulus ABG maior triangulo DGB minori aequalis. Quod absurdum est neque fieri potest. Demonstrauimus igitur, fieri non posse, ut AB maior aut minor*) sit quam AG. Ergo aequalis est. Q. n. e. d.



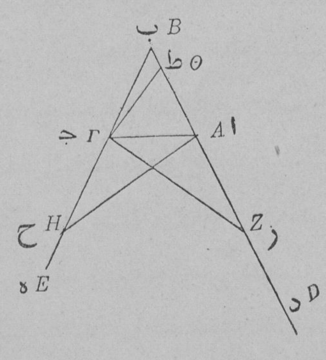
*) Euclides p. 24, 7 melius ἄνισος, quia p. 22, 25 demonstrationem rectius praeparauerat quam Arabs noster.

والساقان غير متساويين فليكن ساق اب اعظم مِن ساق اج ان امكن ذلك ونفصل مِن اب الاعظم مثل اج الاصغر كما بيّنا ببرهان ج مِن ا وليكن بد ونخرج دج وضلع اج مثل ضلع دب وناخذ ضلع بج مشتركا فضلعا اج جب مِن مثلث اجب الاعظم مثل ضلعى دب بج مِن مثلث دجب الاصغر كل ضلع مساوٍ لنظيره وزاوية اجب مثل زاوية جبد فيما بيّنّا ببرهان د مِن ا تكون قاعدة اب مساوية لقاعدة جد ومثلث ابج الاعظم مساويًا لمثلث دجب الاصغر وهذا خلف غير مُمكن فقد تبيّن انه لا يُمكن ان يكون اب اعظم مِن اج و لا اصغر فهو اذًا مثلُهُ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وخبر هذا الشكل يجوز ان يُقال كل مثلثٍ تكون الزاويتان اللتان فوق القاعدة منه متساويتين فانه متساوى الساقين ويجوز ان يقال ايضا اذا تساوت زاويتان مِن مثلثٍ فان الضلعين اللذين يوترانهما متساويان ∴ وفى الشكل ممّا هو مُضافٌ اليه ∴ كل مثلث تكون زاويتاه اللتان تحت القاعدة متساويتين فانّه متساوى الساقين مثالُه مثلث ابج اُخرج ضِلعاه با بج الى د والى ه فكانت زاوية جاد مثل زاوية اجه فاقول ان ضلع با مثل ضلع بج فان لم يكن مثلَهُ فلننزل ان با اعظم مِن بج ونفصل اط مثل بج كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونخرج جط ونُعلِم على خط اد نقطة ز ونفصل جح مثل از كما بُيّن ببرهان ج مِن ا ونصِل خطى اح جز فلانّا فصلنا خط جح مثل از وناخذ اج مشتركًا فكلا خطى حج جا مثل كلى خطى زا اج وزاوية اجح فُرِضت مثل زاوية جاز فيما بيّن ببرهان د مِن ا تكون قاعدة اح

Uerba huius propositionis et hoc modo enuntiare licet: Triangulus, in quo duo anguli ad basim positi inter se aequales sunt, aequicrurius est, et sic: Si in triangulo duo anguli inter se aequales sunt, duo latera illis opposita inter se aequalia sunt*).

Inter ea, quae huic propositioni addenda sunt, hoc est**): Triangulus, in quo duo anguli sub basi positi inter se aequales sunt, aequicrurius est.

Exemplificatio. Latera BA, BG trianguli ABG ad D et E producuntur, ita ut sit $\angle GAD = \angle AGE$. Dico, esse $BA = BG$. Nam si ei aequalis non est, ponamus BA maiorem esse quam BG, et $A\Theta$ abscindamus [lateri] BG aequalem ex iis, quae in I, 3 demonstrata sunt. Deinde ducta $G\Theta$ in linea AD punctum Z sumimus et GH [rectae] AZ aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstratum est, lineasque AH, GZ ducimus. Iam quoniam GH [rectae] AZ aequalem abscidimus et AG communem posuimus, utraque linea HG, GA utrique lineae ZA, AG aequalis erit. Supposuimus autem, angulum AGH angulo GAZ aequalem esse. Itaque ex iis, quae in I, 4 demonstrata sunt, basis AH basi GZ aequalis erit, et $\triangle AGZ = \triangle AGH$, et $\angle AZG = \angle AHG$. Rursus abscidimus $HG = AZ$ et $A\Theta = GB$; itaque si aequalia aequalibus addiderimus, linea $Z\Theta$ toti lineae HB aequalis erit. Demonstrauimus autem, esse $AH = GZ$, et $\angle AHG = \angle AZG$. Itaque duo latera BH, HA trianguli HAB duobus lateribus ΘZ, ZG trianguli $ZG\Theta$ alterum alteri aequalia sunt, et $\angle H = \angle Z$, et ex I, 4 $\triangle HAB = \triangle ZG\Theta$. Demonstrauimus autem,



*) Sic Euclides.
**) Proclus p. 257, 8 sq., sed demonstratio alia est.

مساوية لقاعدة جز ومثلث اجز مساويًا لمثلث اجح وزاوية ازج مثل
زاوية احج وايضا فانا فصلنا حج مثل از وفصلنا اط مثل جب فاذا
زدنا على المتساوية متساوية كان خط زط مثل خط حب باسره
وقد بيّنا ان اح مثل جز وان زاوية احج مثل زاوية ازج فضلعا بح
حا مِن مثلث حاب مثل ضلعَى طز زج مِن مثلث زجط كل ضلع
مثل نظيرهِ وزاوية ح مثل زاوية ز فبحسب برهان د مِن ا يكون
مثلث حاب مثل مثلث زجط وقد كنّا بيّنّا ان مثلث احج مثل
مثلث اجز فاذا اسقطنا مِن المتساوية متساوية بقى مثلث ابج
مثل مثلث اطج الاعظم مثل الاصغر وهذا خلف غير مُمكن فليس
يُمكن ان يكون ساق اب اعظم مِن ساق بج ولا اصغر منه .
فهو اذاً مثلُه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع مِن المقالة الاولى

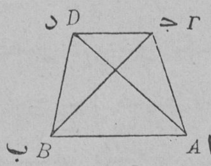
اذا اخرج مِن طرفى خطٍ خطان فالتقى طرفاهما على نقطة فليس
يمكن ان يخرج مِن مخرجيهما خطان اخران مساويان لهُما فى 8 u.
تلك الجهة يلتقى طرفاهُما على غير تلك النُقطة مثالهُ انه قد اُخرج
مِن طرفى خط اب خط(ا)اج بج والتقيا على نقطة ج فاقول انه غير
مُمكن ان يخرج مِن نقطة ا خط مُساوٍ لخط اج ومِن نقطة ب
خط مساوٍ لخط بج فى تلك الجهة يلتقى طرفاهما على غير نقطة ج
بُرهانه ان امكن ذلك فليخرجا وليكونا اد بد ولننزل ان اد
مثل اج وبد مثل بج ونخرج خط جد فمثلث اجد متساوى
الساقين فزاوية اجد مثل زاوية ادج وهذا بيّن مِن برهان ه مِن ا
فزاوية بج[د] اذاً اصغر مِن زاوية ادج وايضا فان مثلث بجد

esse $\triangle AHG = \triangle AGZ$. Itaque aequalibus ab aequalibus ablatis relinquitur $\triangle AGB = \triangle A\Theta G$, maior aequalis minori; quod absurdum est neque fieri potest. Itaque fieri non potest, ut latus AB aut maius aut minus sit latere BG; ergo ei aequale est. Q. n. e. d.

Propositio septima libri primi.

Si a terminis lineae duae lineae ducuntur, quarum termini in puncto aliquo concidunt, fieri non potest, ut ab iis punctis, unde ductae sunt*), duae aliae lineae iis aequales ad eandem partem ducantur, quorum termini in alio puncto concidant.

Exemplificatio. A terminis lineae AB lineae AG, BG ducantur, quae in puncto G concidant. Dico, fieri non posse, ut a puncto A lineam lineae AG aequalem et a puncto B lineam lineae BG aequalem ad eandem partem ducamus, quarum termini in alio puncto concidant ac G.



Demonstratio: Si fieri potest, ducantur et sint AD, BD, et ponamus $AD = AG$ et $BD = BG$. Ducta linea GD triangulus AGD aequicrurius erit, et $\angle AGD = \angle ADG$, quod in I, 5 demonstratum est. [Uerum $\angle BGD$ angulo AGD minor est.] Quare angulus $BG[D]$ etiam angulo ADG minor est. Rursus quoniam triangulus BGD aequicrurius est, quia $BG = BD$, ex [I,] 5 erit $\angle BGD = \angle BDG$. Uerum angulus BDG maior est angulo ADG. Demonstrauimus autem, angulum ADG maiorem esse angulo BGD. Quare etiam angulus BDG multo maior est angulo BGD. Uerum iidem aequales sunt; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest, ut a terminis lineae duabus lineis ductis, quarum termini in puncto aliquo concidant, ab iis punctis, unde

*) Euclides p. 24, 15 τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσαι ταῖς ἐξ ἀρχῆς εὐθείαις

متساوى الساقين بج مثل بد فبحسب برهان ه تكون زاوية بجد مساوية لزاوية بدج ولكن زاوية بدج اعظم من زاوية ادج وبيّنا ان زاوية ادج اعظمُ من زاوية بجد فاذًا زاوية بدج اعظم من زاوية بجد بكثير وهما متساويان هذا خلف غير ممكن فغير [مم]كن ان يخرج من طرفى خطٍ خطان يلتقى طرفاهما على نقطة ويخرج من مخرجيهما خطان اخران مساويان لهما فى تلك الجهة يلتقيان على غير تلك النقطة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

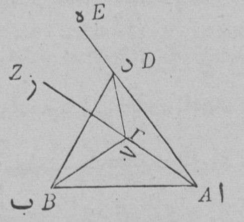
ان قال قائل انه قد يمكن ان يخرجُ من طرفى خط اب خطا اج بج مساويين لخطى اد بد حتى يكون اج مثل اد وبج مثل بد فنقول ان ذلك غير ممكن فنصل خط جد ونخرج خطى اج اد على إستقامتهما الى نقطتى هز فمن اجل ان مثلث اجد متساوى الساقين اج مثل اد فبحسب برهان ه من ا تكون الزاويتان اللتان تحت القاعدة متساويتين فزاوية هدج مثل زاوية زجد فزاوية زجد اعظم من زاوية بدج وايضا مثلث بدج متساوى الساقين بد مثل بج فبحسب برهان ه من ا تكون الزاويتان اللتان فوق القاعدة متساويتين فزاوية بدج مثل زاوية بجد وقد كنّا بيّنّا ان زاوية زجد اعظم من زاوية بدج فيجب ان تكون زاوية بجد اعظم من زاوية بدج بكثير وهى مثلها هذا خلف غيرُ ممكن فقد بان من هذا الانتفاع بما بيّن فى ه من ا من تساوى الزاويتين اللتين تحت القاعدة ∴

الشكل الثامن من المقالة الاولى [1]

كل مثلثين (ع) تساوى ضلعان من احدهما ضلعين من الاخر كل

ductae sint, duae aliae lineae iis aequales ad eandem partem ducantur, quae in alio puncto concidant. Q. n. e. d.

Si quis dixerit*), fieri posse, ut a terminis lineae AB duae lineae AG, BG duabus lineis AD, BD aequales ducantur, ita ut sit $AG = AD$, $BG = BD$, dicemus, hoc fieri non posse. Ducimus GD, et lineas AG, AD ad puncta E, Z producimus. Itaque quum triangulus AGD aequicrurius sit, quia $AG = AD$, ex I, 5 anguli sub basi positi inter se aequales sunt; quare $\angle EDG = \angle ZGD$. Itaque $\angle ZGD > \angle BDG$. Uerum etiam triangulus BDG aequicrurius est, quia $BD = BG$; itaque ex I, 5 anguli ad basim positi inter se aequales sunt; quare $\angle BDG = \angle BGD$. Demonstrauimus autem, angulum ZGD maiorem esse angulo BDG. Ergo $\angle BDG$ necessario multo maior est angulo BDG, qui ei aequalis est. Quod absurdum est neque fieri potest. Hinc**) patet utilitas eius, quod in I, 5 de aequalitate angulorum sub basi positorum demonstratum est.



Propositio octaua libri primi.

Si trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, et basis basi aequalis est, etiam anguli, quos latera triangulorum inter se aequalia comprehendunt, inter se aequales erunt.

Exemplificatio. Si duo latera trianguli ABG duobus lateribus trianguli DEZ aequalia sunt, $AB = DE$ et $AG = DZ$, et basis BG basi EZ aequalis est, dico, angulum BAG angulo EDZ aequalem esse.

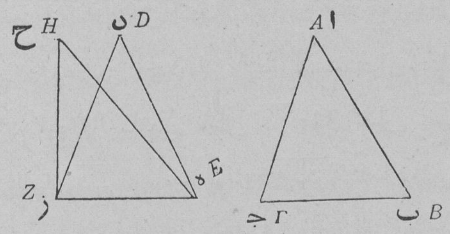
*) Proclus p. 262, 3 sq.

**) Proclus p. 263, 4 sq.

1) In margine scriptum: قال ايرن هذا عكس الشكل الرابع:
Hero dixit, hoc esse inuersionem propositionis quartae.

ضلع (ضلع) لنظيرهِ وتساوى القاعدةُ القاعدةَ فان الزاويتين اللتين
يحيط بهما الاضلاع المتساوية مِن المثلثين متساويتان (ط) مثاله ان
ضلعى مثلث ابج مساويان لضلعى مثلث دهز ضلع اب مساوٍ
لضلع ده وضلع اج مساوٍ لضلع دز وقاعدةُ بج لقاعدة هز فاقول ان
زاوية باج مساوية لزاوية هدز ∴ برهانه ان مثلث ابج ان ركّب
على مثلث دهز بان تبتدى فتركّب نقطة ب على نقطة ه وخط
بج على خط هز فمن البيّن ان نقطة ج تتركّب على نقطة ز لان
قاعدتى بج هز متساويتان فاذا تركّبت قاعدة بج على قاعدة
هز تركّب ضلع اب على ضلع ده لانهما متساويان وتركّب ايضا 9 r.
ضلع اج على ضلع دز وتركبَ المثلث على المثلث وتركّبت زاوية
ا على زاوية د فان امكن ان تتركّب القاعدة على القاعدة ولا
يتركبُ الضلعان كما وصفنا على الضلعين فلنُصيِّر وضعهما
كوضع خطى هح زح فقد خرج مِن طرفى خط خطان والتقى
طرفاهما على نقطةٍ وخرج مِن مخرجيهما خطان اخران مساويان
لهما فى تلك الجهة التقى طرفاهما على نقطة وقد بيّنّا ببرهان ز
من ا ان هذا غير ممكن فكل مثلثين تساوى ضلعان مِن
احدهما ضلعين مِن الاخر كل ضلع لنظيره وتساوى القاعدة
القاعدة فان الزاويتين اللتين يحيط بهما الاضلاع المتساوية
متساويتان وذلك ما اردنا ان نبين ∴ مضاف الى الشكل الثامِن
مِن المقالة الاولى ينسب الى بيان على غير طريق الخلف ∴ نركّب
قاعدة بج مِن مثلث ابج على قاعدة هز مِن مثلث دهز وليقع
خطا اب اج مِن الجهة الاخرى لخطّى هح زح ونصل دح فلان

Demonstratio. Triangulo ABG ad triangulum DEZ eo modo adplicato, ut punctum B in puncto E et linea BG in linea EZ ponatur, adparet, punctum G in punctum Z cadere, quia duae bases BG, EZ inter se aequales sunt. Iam basi BG ad basim EZ adplicata etiam latus AB cum latere DE congruet, quia inter se aequalia sunt, et latus AG quoque cum latere DZ congruet, et*) triangulus cum triangulo, et etiam angulus A cum angulo D. Si enim fieri potest, ut basi ad basim adplicata duo latera cum duobus lateribus non congruant, ut sumpsimus, fingamus, ea cadere ut duo latera EH, ZH. Ita autem a terminis lineae duae lineae ductae sunt, quarum termini in puncto aliquo concidunt, et a punctis, unde ductae sunt, duae aliae lineae iis aequales ad eandem partem ductae sunt, quarum termini in [alio] puncto concidunt. Quod fieri non posse, in I, 7 iam demonstrauimus. Ergo si trianguli duo latera duobus lateribus aequalia habent alterum alteri, et basis basi aequalis est, etiam anguli, quos latera inter se aequalia comprehendunt, inter se aequales erunt. Q. n. e. d.



Addendum**) est ad propositionem octauam libri primi hoc, quod demonstrationem rationis non indirectae habet: Basi BG trianguli ABG ad basim EZ trianguli DEZ adplicata, lineae AB, AG ad alteram partem cadant ut lineae EH, ZH. Ducimus DH. Iam quoniam $DE = EH$, ex I, 5 duo anguli sub basi positi inter se aequales sunt; itaque $\angle DHE = \angle HDE$. Eodem autem modo demonstrabimus, esse $\angle DHZ = \angle HDZ$.

*) Hoc Euclides melius ad finem demonstrationis collocauit p. 28, 11.

**) Proclus p. 266, 19 sq., qui alium ordinem cosuum habet et in demonstrando adcuratior est.

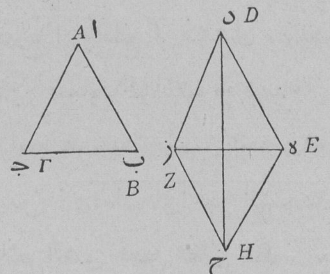
خط ده مثل خط هح فببرهان ه مِن ا تكون الزاويتان اللتان فوق القاعدة متساويتين فزاوية دحه مساوية لزاوية حده وبهذا البرهان يتبين ان زاوية دحز مساوية لزاوية حدز فزاوية هدز باسرها مساوية لزاوية هحز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وقد يُمكن ان يتّصل خط اب بخط دز على استقامة لخط دزح فمن اجل ان مثلث دهح متساوى الساقين ساق ده مثل ساق حه تكون زاوية هدح مثل زاوية هحز (و) وضع ان خط اب كانّه يتصل بخط دز على استقامته وخط حه هو خط اج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

وقد يُمكن ان يتّصل خط اب بخط دز اتّصالاً يحدث منه مع خط دز زاوية فى الجهة الاخرى فليكن كذلك لخط حز ونصل خط دح فلانّ مثلث دهح متساوى الساقين ساق ده مثل ساق هح فببرهان ه مِن ا تكون زاوية هدح مساوية لزاوية هحد وايضا فلان مثلث دزح متساوى الساقين فببرهان ه تكون زاوية زدح مثل زاوية زحد فاذا اسقطنا مِن المتساوية متساوية بقيت زاوية هدز مساوية لزاوية هحز وذلك ما اردنا ان نبيّن ليست هذه الاشكال لازمَةً للبرهان لانا اذا اطبقنا القاعدة على القاعدة لم نعلم حال زاويتى اد ∴

الشكل التاسع من المقالة الاولى

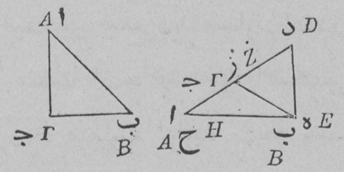
نريد ان نبين كيف نقسم زاوية مفروضةً بنصفين فلتكن الزاوية باج فنُعلم على خط اب علامة د ونفصِل مِن خط اج خط اه مساويًا لخط اد كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونخرج خط ده ونعمل على خط ده مثلثا متساوى الاضلاع وليكن مثلث دزه

Ergo totus angulus EDZ angulo EHZ aequalis est. Q. n. e. d.

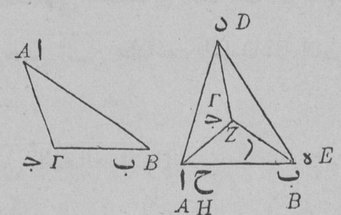


Hoc quoque fieri potest, ut linea AB in producta linea DZ posita sit, ut fiat linea DZH*).

Quoniam triangulus DEH aequicrurius est, et $DE = HE$, erit $\angle EDH = \angle EHZ$. Supposuimus enim, lineam AB in ipsa linea DZ producta positam esse, et HE eadem est ac linea AG. Q. n. e. d.



Hoc quoque fieri potest, ut linea AB cum linea DZ ita coniungatur, ut cum eo angulum ad alteram partem positum efficiat. Sit posita ut linea HZ. Lineam DH ducimus. Iam quoniam triangulus DEH aequicrurius est, et $DE = EH$, ex dem. I, 5 erit $\angle EDH = EHD$. Rursus quoniam triangulus DZH aequicrurius est, ex (I) 5 erit $\angle ZDH = \angle ZHD$. Aequalibus igitur ab aequalibus ablatis relinquitur $\angle EDZ = \angle EHZ$. Q. n. e. d.



Hae propositiones demonstrationi necessariae non sunt, quoniam basi in basi posita non indicamus, quo modo anguli A, D se habeant.

Propositio nona libri primi.

Nobis explicandum est, quo modo angulum datum in duas partes [aequales]**) diuidamus.

Sit angulus BAG. In linea AB punctum D sumimus, et a

---

*) In figura 2 permutandae litterae B et Γ.

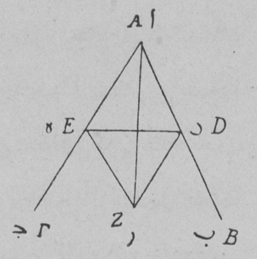
**) δίχα.

ونصل خط از فلانّ ضلع دا مساوٍ لضلع اه وضلع از مشترك فضلعا
دا واز مساويان لضلعَى ها واز وقاعدة دز مساوية لقاعدة هز فببرهان 9 u.
ح مِن ا تكون زاوية داز مساوية لزاوية هاز فقد قسمنا زاوية باج
بنصفين بخط از وذلك ما اردنا ان نبين ∴ مضاف الى هذا الشكل
ان قيل ان المثلث المتساوى الاضلاع الذى نعمل على خط بج
مِن مثلث ابج يقع على خط ابز فيكون ضلع بد مساويًا لكل
واحد مِن ضلعى بج جد فلانّ مثلث ابج متساوى الساقين
فببرهان ه مِن ا تكون زاوية زبج مساوية لزاوية بجه وهما
اللتان تحت القاعدة وايضا فان مثلث دبج متساوى الساقين
فببرهان ه مِن ا فان الزاويتين اللتين فوق القاعدة متساويتان
فزاوية جبد مساوية لزاوية بجد العظمى للصُغرى هذا خلف غير
مُمكن وان قيل انه يخرج عن خطّ ابز كانت الشناعة اقبح
وذلك ما اردنا ان نبيّن

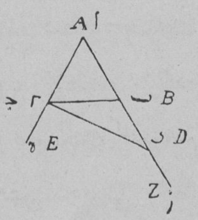
الشكل العاشر مِن المقالة الاولى

نريد ان نبين كيف نقسم (ط) خطًا (ع) معلومًا بنصفين فليكن
خط اب ونعمل عليه مثلثًا متساوى الاضلاع كما بُيّن [ببرهان] ا
مِن ا وليكن مثلث ابج ونقسِمُ زاوية اجب بنصفين كمّا بيّن
ببرهان ط مِن ا فضلع جا مِن مثلث اجد مثل ضلع بج مِن
مثلث بجد وناخذ ضلع جد مشتركًا فضلعا اج جد مساويان
لضلعَى بج جد كل ضلع لنظيره وزاوية اجد مساوية لزاوية
بجد فببرهان د مِن ا تكون قاعدة اد مثل قاعدة بد فقد
قسمنا خط اب بنصفَين على علامة د وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

linea AG lineam AE lineae AD aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 demonstratum est, et lineam DE ducimus. In linea DE triangulum aequilaterum construimus, qui sit $\triangle DZE$, et lineam AZ ducimus. Iam quum latus DA aequale sit lateri AE, et latus AZ commune sit, duo latera DA, AZ duobus lateribus EA, AZ aequalia sunt; et basis DZ basi EZ aequalis est; itaque ex I, 8 $\angle DAZ = EAZ$. Ergo angulum BAG linea AZ in duas partes [aequales] diuisimus. Q. n. e. d.



Huic propositioni addendum*): Si quis contendet, triangulum aequilaterum, quem in linea BG trianguli ABG construximus, in lineam ABZ cadere, latus BD utrique lateri BG, GD aequale erit. Quoniam triangulus ABG aquicrurius est, ex dem. I, 5 angulus ZBG angulo BGE aequalis est; hi enim anguli sub basi positi sunt. Rursus triangulus DBG aequicrurius est, et ex I, 5 anguli ad basim positi inter se aequales sunt; angulus GBD igitur angulo BGD aequalis erit, maior minori, quod absurdum est neque fieri potest. Si quis autem contendat, eum lineam ABZ excedere**), hoc multo etiam turpius est. Q. n. e. d.



Propositio decima libri primi.

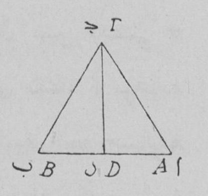
Nobis demonstrandum est, quo modo datam lineam in duas partes [aequales] diuidamus.

Sit linea AB. In ea triangulum aequilaterum construimus, ita ut in I, 1 demonstratum est, quae sit $\triangle ABG$, et angulum AGB in duas partes diuidimus, ita ut in I, 9 demonstratum est. Latus igitur GA trianguli AGD aequale est lateri BG trianguli BGD; et latus GD commune sumimus. Duo igitur

*) Proclus p. 273, 11 sq.
**) Proclus p. 274, 10 sq.

الشكل الحادى عشر من المقالة الاولى ∴

نريد ان نبين كيف نخرج مِن نقطة معلومة مِن خط معلوم
خطًا يكون عمودًا عليه فلنُنزل ان الخط المعلوم خط اب والنقطة
المعلومة نقطة ج ونبين كيف نخرج منها خطا يكون عمودًا
على خطّ اب فنُعلم على خط اب نقطة د ونفصِل مِن خط جب
خط جه مساويًا لخط دج كما بيّن ببرهان ج مِن ا ونعمل كما
عملنا ببرهان ا مِن ا على خط ده مثلثا متساوى الاضلاع وليكن
مثلث دهح ونصل بين نقطتى جح بخط جح فلان ضلع دج مساوٍ
لضلع جه وناخذ جح مُشتركًا فضلعا دج جح مِن مثلث دجح
مساويان لِضلعَى هج جح مِن مثلث جهح كل ضلع لنظيرِهِ وقاعدة
دح مساوية لقاعدة هح فبحسب برهان ح مِن ا تكون زاوية
دجح مساوية لزاوية هجح وبحسب المصادرة اذا قام خط مستقيم
على خط مستقيم فكانت الزاويتان اللتان عن جنبتى الخط
القائم متساويتين فكل واحدة منهما قائمة والخطّ القائم يُقال
له العمودُ فخط حج اذًا عمودٌ على خط اب فقد اخرجنا مِن نقطة
ج مِن خط اب خطا مستقيما عمودًا على خط اب وذلك ما اردنا
ان نبين ∴ مضاف الى هذا الشكل لايرُن ∴ نريد ان نخرج مِن
نقطة ا التى هى طرف الخط خطًا مستقيمًا يكون عمودًا على خط 10 r.
اب فنُعلم على خط اب نقطة ج ونخرج منها عمودَ جد كما
اخرجنا بحسب برهان يا مِن ا وليكن خروج جد غير محدودٍ
ونفصل جد مساويًا لخط اج ونخرج عمودَ ده اخراجًا غير محدودٍ
ونقسم زاوية اجد بنصفين بخط مستقيم بحسب برهان ط مِن ا

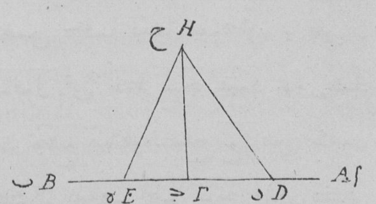


latera AG, GD duobus lateribus BG, GD aequalia sunt, alterum alteri, et $\angle AGD = \angle BGD$; quare ex I, 4 basis AD basi BD aequalis est. Ergo lineam AB in puncto D in duas partes diuisimus. Q. n. e. d. [siue faciendum].

Propositio undecima libri primi.

Nobis demonstrandum est, quo modo a puncto dato in linea data lineam ad eam perpendicularem ducamus.

Supponamus, lineam datam esse lineam AB, et punctum datum punctum G. Demonstrabimus, quo modo ab eo ducamus lineam ad lineam AB perpendicularem. Puncto D in linea AB sumpto a linea GB lineam GE lineae DG aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 explicatum est, et eo modo, quo in I, 1, in linea DE triangulum aequilaterum construimus, qui sit $\triangle DEH$, et puncta G, H linea GH coniungimus. Iam quoniam latus DG lateri GE aequale est, et GH commune sumpsimus, latera DG, GH trianguli DGH lateribus EG, GH trianguli GEH aequalia sunt, alterum alteri; et basis DH basi EH aequalis est. Itaque ex I, 8 erit $\angle DGH = \angle EGH$. Uerum ex postulato, si linea recta in linea recta erecta est, et duo anguli ad utramque partem lineae rectae positi inter se aequales sunt, uterque rectus est, et linea recta perpendicularis adpellatur. Linea HG igitur ad lineam AB perpendicularis est. Ergo a puncto G in linea AB posito lineam rectam ad lineam AB perpendicularem duximus. Q. n. e. d.



Ex Herone ad hanc propositionem addendum est*): Nobis a puncto A, quod est terminus lineae, linea recta

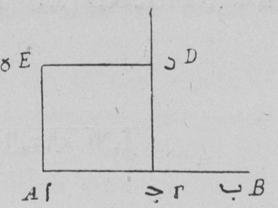
*) Proclus p. 281, 6 sq., ubi tamen Heronis nulla mentio fit.

يلقى خط ده ولننزل انه لقيه على نقطة ه ونصل بين نقطتى اه بخط اه فاقول ان خط اه عمود على خط اب على نقطة ا برهانه انا فصلنا جد مثل اج وجه مشترك وعملنا زاوية اجه مساوية لزاوية دجه فمما بيّن ببرهان [د] من [ا] تكون زاوية جاه مساوية لزاوية جده وقد كنّا عملنا زاوية جده قائمة فزاوية جاه قائمة فخط اه اذن عمود على نقطة ا من خط اب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثانى عشر من المقالة الاولى

نريد ان نبيّن كيف نخرج من نقطة مفروضة الى خط (ع) مستقيم معلوم غير محدود خطًا (ط) يكون عمودًا عليه فلننزل ان النقطة هى نقطة ج والخط المستقيم غير المحدود خط اب فنعلم فى الجهة الأخرى من الخط نقطة كيف ما وقعت ولتكن نقطة د ونُدير على نقطة ج وببعد جد دائرة دهز ونخرج من نقطة ج التى هى المركز خطّين الى موضع تقاطع الدائرة والخط المستقيم وليكونا خطى جه جز ونقسم خط هز بنصفين كما بيّنّا ببرهان ي من ا على نقطة ح ونخرج خط حج فاقول ان خط حج عمود على خط اب برهانه ان ضلع هح من مثلث جهح مساو لضلع حز من مثلث زحج وناخذ حج مشتركًا فكلا ضلعى هح حج مثل كلى ضلعى زح حج كل ضلع مساو لنظيره وقاعدة جه مساوية لقاعدة جز لانهما خرجا من المركز فمما بيّنّا ببرهان ح من ا تكون زاوية هحج مساويةً لزاوية جحز وكل خطٍ يقومُ على خطٍ فيصير الزاويتان اللتان عن جنبتى الخط القائم متساويتين فان كل واحدة منهما قائمة والخط القائم يقال له العمود عمود على الخط

ad lineam AB perpendicularis ducenda est. A puncto G in linea AB sumpto ex I, 11 perpendicularem GD ducimus, quae infinita sit. Iam GD lineae AG aequalem abscindimus et DE perpendicularem, infinitam ducimus. Angulum AGD ex I, 9 in duas partes diuidimus linea recta, quae lineam DE secat. Supponamus eam illam in puncto E secare. Duo puncta A, E linea AE iungimus. Dico, lineam AE ad lineam AB in puncto A perpendicularem esse.

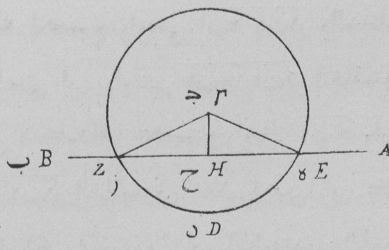


Demonstratio. GD abscidimus lineae AG aequalem, et GE communis est; praeterea angulum AGE angulo DGE aequalem fecimus. Itaque ex eo, quod in [I, 4] demonstrauimus, angulus GAE angulo GDE aequalis erit; angulum autem GDE rectum fecimus; itaque etiam angulus GAE rectus est. Ergo linea AE ad lineam AB in puncto A perpendicularis erit. Q. n. e. d.

Propositio duodecima libri primi.

Nobis demonstrandum est, quo modo a puncto dato extra rectam datam infinitam posito rectam ad eam perpendicularem ducamus.

Supponamus, punctum esse punctum G et rectam infinitam esse lineam AB. In altera parte lineae punctum aliquod sumimus, quod sit punctum D. Puncto G centro et radio GD circulum DEZ describimus, et a puncto G, quod est centrum, duas lineas ad puncta ea ducimus, in quibus circulus et recta inter se secant, quae sint lineae GE, GZ, et lineam EZ in duas partes diuidimus, ut in I, 10 demonstratum est, in puncto H, et lineam HG ducimus. Dico, lineam HG ad lineam AB perpendicularem esse.



Demonstratio. Latus EH trianguli GEH lateri HZ

الذى هو قائم عليه فخط جح عمود على خط اب فقد اخرجنا مِن نقطة ج المعلومة الى خط اب الذى ليس بمعلوم القدر خط جح عمودًا عليه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث عشر مِن المقالة الاولى

كل خط مستقيم (ع) يقوم على خط مستقيم فان الزاويتين اللتين عن جنبتى الخط القائم إمّا قائمتان (ط) وإمّا معادلتان لقائمتين مثاله ان خط اب قائم على خط دج فاقول ان زاويتى ابج وابد اللتين عن جنبتى خط اب قائمتان او معادلتان لقائمتين برهانه ان خط اب ان كان عمودًا على خط جد فان زاويتى ابج وابد قائمتان بحسب ما صُودر به فى هذه المقالة إذْ كان هذا مِن الاشياء الاول وان لم يكن خط اب عمودًا على خط دج فانا نخرج مِن نقطة ب خطًا يكون عمودًا على خط دج كما بيّنّا ببرهان يا مِن ا وليكن خط به فزاويتا هبج هبد قائمتان وهما مساويتان للثلث الزوايا اعنى زوايا ابج ابه هبد لان زاوية 10 u.
هبج القائمة مثل مجموع زاويتى ابج ابه وايضًا فانّ مجموع زاويتى ابد وابج مثل مجموع الثلث زوايا اعنى زوايا دبه هبا ابج لان زاوية ابد المنفرجة مساوية لمجموع زاويتى ابه هبد والمساوية لشى واحد فهى متساوية اعنى ان زاويتى هبج هبد القائمتين مثل مجموع الثلث زوايا التى ذكرناها فمجموع زاويتى ابج وابد مساو لمجموع زاويتى هبج هبد القائمتين فقد تبيّن ان كل خط مستقيم يقوم على خط اخر مستقيم فان الزاويتين اللتين

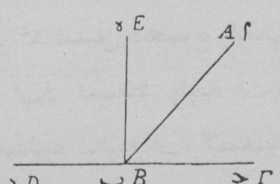
trianguli ZHG aequale est, et HG commune sumimus. Itaque duo latera EH, HG duobus lateribus ZH, HG aequalia sunt, alterum alteri; et basis GE basi GZ aequalis est, quia e centro ductae sunt. Itaque ex eo, quod in I, 8 demonstrauimus, erit $\angle EHG = \angle GHZ$. Et recta super rectam erecta est, et duo anguli ad utramque partem rectae positi inter se aequales sunt; uterque igitur rectus est, et linea recta, quae perpendicularis adpellatur, ad lineam perpendicularis est, super quam erecta est. Itaque linea GH ad lineam AB perpendicularis est. Ergo a puncto G dato ad lineam AB, cuius magnitudo ignota est, lineam GH perpendicularem duximus. Q. n. e. d.

Propositio decima tertia libri primi.

Si recta super rectam erecta est, duo anguli, qui ad utramque partem lineae rectae positi sunt, aut recti aut duobus rectis aequales sunt.

Exemplificatio. Linea AB super lineam DG erecta est. Dico, duos angulos ABG, ABD ad utramque partem lineae AB positos duos rectos esse aut duobus rectis aequales.

Demonstratio. Si linea AB perpendicularis est ad lineam GD, duo anguli ABG, ABD duo recti sunt ex eo, quod huic libro praemissum est, quum ad principia pertineat. Iam si linea AB ad lineam DG perpendicularis non est, a puncto B lineam ad lineam DG perpendicularem ducamus, ita ut in I, 11 demonstrauimus, quae sit linea BE, ita ut anguli EBG, EBD duo recti sint. Ji autem tribus angulis ABG, ABE, EBD aequales sunt, quia angulus rectus EBG summae angulorum ABG ABE aequalis est. Rursus summa angulorum ABD, ABG summae trium angulorum, DBE, EBA, ABG aequalis est, quia angulus obtusus ABD summae duorum angulorum ABE, EBD aequalis est. Uerum quae eidem aequalia sunt, etiam inter se aequalia sunt; scilicet duo anguli recti EBG, EBD



عن جنبتى الخط القائم قائمتان او معادلتان لزاويتين قائمتين
وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى ∴

اذا خرج مِن نقطة فى خطٍ خطان (ع) فى جهتين مختلفتين
فكانت الزاويتان اللتان عن جنبتى الخط المخرج مِنْهُ معادلتين
لزاويتين قائمتين فان الخطين المخرجين قد(ط)اتّصلا على استقامةٍ
وصارا خطًا واحدًا مثاله انه قد خرج مِن نقطة ب مِن خط اب
خطا بج بد فى جهتين مختلفتين وصارت زاويتا جبا ابد
معادلتين لزاويتين قائمتين فاقول ان خطى بج بد قد اتّصلا
على استقامةٍ فصارا خطًا واحدًا برهانه انه لا يُمكن الا ذلك فان
امكن ان نتصل بنقطة ب خطًا اخر غير بد ويصيرا جميعًا خطًا
واحدًا مستقيما فليكن ذلك الخط خط به فان امكن ان يكون
خط به قد اتّصل بخط بج على استقامةٍ وخط اب قائم على خط
جبه فالزاويتان اللتان عن جنبتى خط اب معادلتان لزاويتين
قائمتين اعنى مجموع زاويتى ابج ابه كما بيّن ببرهان يج مِن
ا وقد كانت زاويتا ابج ابد معادلتين لقائمتين فمجموع زاويتى
ابج ابه مساوٍ لمجموع زاويتى ابج ابد فنُسقِط زاوية ابج
المشتركة فتبقى زاوية ابد العظمى مساوية لزاوية ابه الصغرى
هذا خلف غير ممكن فقد تبيّن انه غير ممكن ان يتصل بخط
بج خطٌ اخر فيصير معَهُ خطًا واحدًا مستقيما غير خط بد وذلك
ما اردنا ان نبيّن ع زيادة وقد يبرهن ببرهان آخر على سبيل
التوسّع والارتياض فلننزل انه قد خرج من نقطة ب مِن خط اب

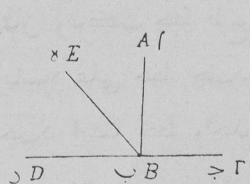
summae trium angulorum, quos commemorauimus, aequales sunt, et summa angulorum ABG, ABD aequalis est summae angulorum EBG, EBD, qui duo recti sunt. Ergo demonstrauimus, si recta super rectam erecta sit, duos angulos ad utramque partem rectae positos duos rectos esse aut duobus rectis aequales. Q. n. e. d.

Propositio quarta decima libri primi.

Si a puncto lineae ad partes diuersas duae lineae ita ducuntur, ut anguli ad utramque partem lineae ductae positi duobus rectis aequales sint, lineae ductae in directum coniunguntur et unam lineam [rectam] efficiunt.

Exemplificatio. Nam a puncto B lineae AB duae lineae BG, BD ad partes diuersas ductae sunt ita, ut duo anguli GBA, ABD duobus rectis aequales fiant. Dico, duas lineas BG, BD in directum coniungi et unam lineam efficere.

Demonstratio. Hoc solum fieri potest. Si enim fieri potest, ut ad punctum B aliam lineam ac BD ita constituamus, ut duae lineae coniunctae una recta linea fiant, sit haec linea BE. Iam si fieri potest, ut linea BE cum linea BG in directum coniungatur, quoniam linea AB super lineam GBE erecta est, anguli ad utramque partem lineae AB positi, $ABG + ABE$, duobus rectis aequales erunt, ita ut in I, 13 demonstratum est. Sed anguli ABG, ABD duobus rectis aequales sunt. Itaque summa angulorum ABG, ABE summae angulorum ABG, ABD aequalis est. Jam angulum ABG communem auferimus, ita ut relinquatur angulus ABD maior aequalis angulo ABE minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo demonstratum est, fieri non posse, ut cum linea BG alia linea ac linea BD ita coniungatur, ut cum ea conjuncta una recta fiat. Q. n. e. d.



Addendum: Hoc alia quoque ratione demonstrari potest,

خطا بج بد وصارت زاويتا ابج ابد معادلتين لقائمتين فاقول انهما قد اتّصلا على استقامةٍ فصارا خطًا واحدًا برهانه انه ممكن ان نُخرج مِن نقطة ب التى نهاية مشتركة لخطى جب بد خطًا يكون عمودًا على نهايتيهما لانه ان كان عمودًا على احدهما دون الاخر فان زاويتى ابج وابد لا تكونان معادلتين لقائمتين وليكن خط به ونفرض خطا اخر عليه زح ونُعلم عليه علامة ط ونُخرج مِن نقطة ط خط طل (s. طك) عمودًا على خط زح فمِن البيّن ان زاوية زطك مساوية لزاوية دبه فاذا ركّبنا زاوية زطك
على زاوية جبه بان نضع نقطة ط على نقطة ب ونُركّب خط طز 11 r.
على خط بج وخط طك على خط به ونُركّب ايضا زاوية كطح على زاوية هبد لانهما ايضا متساويتان ونُركب خط طح على خط بد فيتركب اذن خط زطح باسره على خط جبد لكن خط زطح خط واحد مستقيم فخط جبد ايضا خط واحد مستقيم وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس عشر مِن المقالة الاولى

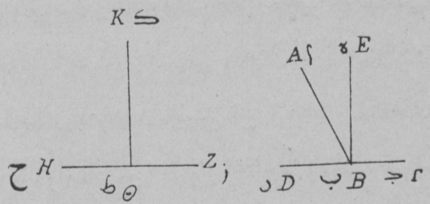
كل خطين (ع) مستقيمين يتقاطعان (فكل زاوية تحدث مِن تقاطُعهما مساويةٌ للتّى تُقابلُها [1]) فانّ كل زاويتين تتقابلان متساويتان (ط) والزوايا الاربع معادلة (ط) لاربع زوايا قائمة مثاله ان خطى اب جد يقاطعا على نقطة ه فاقول ان زاوية اهج مساوية لزاوية بهد وزاوية اهد مساوية لزاوية جهب والزوايا الاربع اهج جهب بهد

[1] In margine atramento rubro addita sunt uerba uncis inclusa.

quae universalius et directius quaerit.

Supponamus, a puncto B lineae AB duas lineas BG, BD ductas esse, et angulos ABG, ABD duobus rectis aequales esse. Dico, illas in directum coniungi ita, ut fiant linea una.

Demonstratio: Fieri potest, ut a puncto B, quod terminus communis linearum GB, BD est, lineam ad terminos earum perpendicularem ducamus. Si enim ad alteram perpendicularis erit, ad alteram uero non perpendicularis, duo anguli ABG, ABD duobus rectis aequales non erunt. Sit linea BE. Aliam



lineam ZH ponamus, in qua punctum Θ sumimus, et a puncto Θ lineam ΘL (scr. ΘK) ad lineam ZH perpendicularem sumimus. Manifestum est, angulum $Z\Theta K$ angulo DBE (scr. GBE) aequalem esse. Iam si angulum $Z\Theta K$ ad angulum GBE adplicuerimus, puncto Θ in puncto B posito et linea ΘZ ad lineam BG, linea ΘK ad lineam BE adplicatis, et eodem modo angulum $K\Theta H$ ad angulum EBD adplicuerimus, quoniam ei quoque inter se aequales sunt, et lineam ΘH ad lineam BD adplicuerimus, etiam tota linea $Z\Theta H$ cum linea GBD congruet. Sed linea $Z\Theta H$ una linea recta est. Ergo etiam linea GBD una linea recta est. Q. n. e. d.*)

Propositio quinta decima libri primi.

Si duae rectae inter se secant (quiuis angulus ad punctum sectionis earum positus aequalis est ei, qui ad uerticem positus est)[1]), duo anguli ad uerticem positi inter se aequales sunt, et anguli quattur quattuor rectis aequales sunt**).

Exemplificatio. Duae lineae AB, GD inter se secant in puncto E. Dico, esse $\angle AEG = \angle BED$, et $\angle AED = \angle$

*) Hae ambages Arabibus relinquendae.

**) Corollarium igitur cum propositione ipsa statim coniunctum est contra codices Graecos.

دها معادلاتٌ لاربع زوايا قائمة بُرهانه ان خط اه قائم على خط جد فببرهان يج مِن ا تكون زاويتا اهج اهد معادلتين لقائمتين وايضا خط جه قائم على خط اب فزاويتا اهج جهب معادلتلن لزاويتين قائمتين فننقص زاوية اهج المشتركة فتبقى زاوية اهد مساوية لزاوية جهب وايضا فان خط جه قائم على خط اب فزاويتا اهج جهب معادلتان لزاويتين قائمتين فنسقط زاوية جهب المشتركة فتبقى زاوية اهج مساوية لزاوية بهد فقد تبيّن ان الزوايا المتقابلة متساويةٌ وقد تبيّن ايضا مما وصفنا ان الزوايا الاربع معادلة لاربع زوايا قائمة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السادس عشر مِن المقالة الاولى

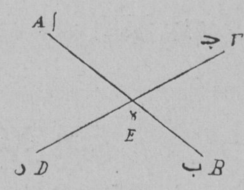
كل مثلث يُخرج ضلعٌ مِن احدى زواياهُ ضلعٌ مِن اضلاعه فان الزاوية الخارجة اعظمُ مِن كل واحدة مِن الداخلتين اللتين تُقابلانها (الزاويتين الاخرين[1]) مثاله ان مثلث ابج قد اُخرج ضلعٌ مِن اضلاعه على استقامة وهو ضلع بج الى نقطة د فاقول انّ زاوية اجد الخارجة اعظمُ مِن كل واحدة مِن زاويتى ابج باج برهانه انا نقسم ضلع اج بنصفين على نقطة ه كما بُيّن ببرهان ي مِن ا ونخرج خط بهز ونجعل خط هز مثل خط به ونخرج خط جز فضلع اه مِن مثلث هاب مساوٍ لضلع هج مِن مثلث هجز وضلع هب مثل ضلع هز وزاوية اهب مساوية لزاوية جهز وذلك بين مِن برهان يه مِن ا وممّا تبيّن مِن برهان د مِن ا تكون زاوية باه مساوية لزاوية هجز فان زدنا عليها زاوية دجز صارت زاوية

---

[1]) Atramento rubro supra scriptum.

GEB, et quattuor angulos *AEG*, *GEB*, *BED*, *DEA* quattuor rectis aequales esse.

Demonstratio. Quoniam linea *AE* super lineam *GD* erecta est, ex I, 13 duo anguli *AEG*, *AED* duobus rectis aequales sunt. Rursus linea *GE* super lineam *AB* erecta est; quare duo anguli *AEG*, *GEB* duobus rectis aequales sunt. Angulum *AEG* communem auferimus; relinquitur igitur $\angle AED = GEB$. Rursus linea *GE**) super lineam *AB* erecta est, quare anguli *AEG*, *GEB* duobus rectis aequales sunt. Angulum *GEB* communem auferimus; relinquitur igitur $\angle AEG = \angle BED$. Ergo demonstratum est, angulos ad uerticem positos inter se aequales esse. Et ex eo, quod explicauimus, hoc quoque sequitur, quattuor angulos quattuor rectis aequales esse. Q. n. e. d.



Propositio sexta decima libri primi.

In quouis triangulo latere aliquo ab aliquo angulo eius producto angulus extrinsecus positus utrouis angulo interiore opposito[1]) maior est.

Exemplificatio. Latus aliquod trianguli *ABG* uelut *BG* in directum productum est ad punctum *D*. Dico, angulum *AGD* extrinsecus positum utrouis angulo *ABG*, *BAG* maiorem esse.

Demonstratio. Latus *AG* in duas partes [aequales] in puncto *E* secamus, ita ut in I, 10 demonstratum est, et lineam *BEZ* ducimus. Linea *EZ* lineae *BE* aequali posita lineam *GZ* ducimus. Itaque latus *AE* trianguli *EAB* lateri *EG* trianguli *EGZ* aequale est, et $EB = EZ$, et $\angle AEB = \angle GEZ$ (hoc enim in I, 15 demonstratum est). Itaque ex eo, quod in I, 4 demonstratum est, $\angle BAE = \angle EGZ$. Addito angulo *DGZ* totus angulus

---

1) Supra scr. alia forma horum uocabulorum: duobus reliquis angulis.
*) Debuit esse *DE*; et similiter in sequentibus litteris erratum est.

اجد باسرها اغظمُ مِن زاوية جاب وايضا تبيّن انها اعظم مِن زاوية جبا انّا نُخرِجُ خط اج الى نقطة ح ونقسم ضلع بج بنصفين على نقطة ك كما بُيّن ببرهان ي مِن ا ونخزج كل ونجعله مثل اك ونخرج لج فبمثل هذا البرهان المتقدّم وبذلك الاستشهاد يتبيّن ان زاوية بجح مساوية لزاوية اجد كما بيّن ببرهان يه مِن ا فزاوية اجد اذًا اعظم مِن زاوية ابج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

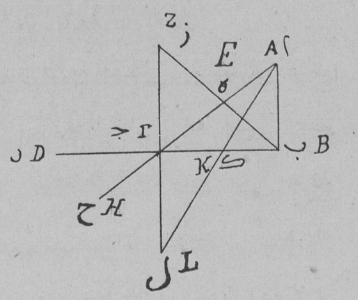
11 u. الشكل السابع عشر من المقالة الاولى

كل مثلث فان مجموع كل زاويتين مِن زواياهُ اصغَر[1] مِن زاويتين قائمتين مثاله مثلث ابج فاقول ان مجموع زاويتى ابج باج اصغر مِن زاويتين قائمتين ومجموع زاويتى ابج بجا اصغر مِن قائمتين ومجموع زاويتى باج اجب اصغر مِن قائمتين برهانه انا نُخرج خط بج على استقامة الى نقطة د فبما بيّن ببرهان يو تكون زاوية اجد الخارجة اعظم مِن ابج وناخذ زاوية اجب مشتركة فمجموع زاويتى اجد اجب اعظم مِن مجموع زاويتى اجب ابج لكن بما بيّنّا مِن برهان يج مِن ا يكون مجموع زاويتى اجد اجب مساويًا لمجوع زاويتين قائمتين وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبيّن ان مجموع زاويتى باج اجب اصغرُ مِن مجموع قائمتين واما انّ مجموع زاويتى ابج باج اصغرُ مِن مجموع زاويتين قائمتين فانّا نُخرج خط اب الى علامة ه ونبيّن كما بيّنّا قبلُ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

[1]) Atr. rubro suprascr. انفص

AGD angulo *GAB* maior est. Sed etiam demonstrari potest*), eum angulo *GBA* maiorem esse. Lineam enim *AG* ad punctum *H* producimus et latus *BG* in puncto *K* in duas partes [aequales] secamus, ita ut i I, 10 demonstratum est. Lineam *KL* ductam lineae *AK* aequalem ponimus et *LG* ducimus. Iam ex de-



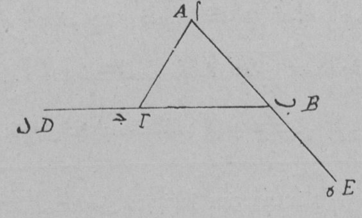
monstratione antecedente et eadem demonstrandi ratione demonstramus esse [$\angle BGH > ABG$. Uerum**)] $\angle BGH = \angle AGD$, ut in I, 15 demonstratum est. Ergo etiam angulus *AGD* angulo *ABG* maior fit. Q. n. e. d.

Propositio septima decima libri primi.

In quouis triangulo summa duorum angulorum eius duobus rectis minor[1]) est.

Exemplificatio. Sit triangulus *ABG*. Dico, summam duorum angulorum *ABG*, *BAG* duobus rectis minorem esse, et summam duorum angulorum *ABG*, *BGA* duobus rectis minorem esse, et summam duorum angulorum *BAG*, *AGB* duobus rectis minorem esse.

Demonstratio. Lineam *BG* in directum ad punctum *D* producimus. Ex eo, quod in [I,] 16 demonstratum est, angulus *AGD* extrinsecus positus maior est [angulo] *ABG*. Angulum *AGB* communem adsumimus; erit igitur summa duorum angulorum *AGD*, *AGB* maior summa duorum angulorum *AGB*, *ABG*. Sed ex eo, quod in I, 13 demonstrauimus, summa duorum angulorum *AGD*,



*) Hanc demonstrationem significauit tantum Euclides I p. 44, 2 sq.

**) Haec saltim, fortasse plura, addenda.

الشكل الثامن عشر مِن المقالة الاولى

الضلع الاطول مِن كل مثلث يوتّر الزاوية العُظمى مثاله ان ضلع اب مِن مثلث ابج اطولُ مِن ضلع اج فاقول ان زاوية اجب اعظمُ مِن زاوية ابج برهانه انا نفصِل مِن ضلع اب الاعظم مثل ضلع اج الاصغر كما بيّنا ذلك بشكل ج مِن ا وليكن خط اد ونصل جد فساق اج مثل ساق اد مِن مثلث اجد فمما بيّنا ببرهان ه تكون زاوية اجد مثل زاوية ادج ولان زاوية ادج خارجة من مثلث بدج فبحسب برهان يو مِن ا تكون زاوية ادج اعظم مِن زاويه جبد فزاوية اجب اذن اعظمُ مِن زاوية ابج بكثيرٍ فقد تبيّن ان الضلع الاعظم وهو اب يوتّر الزاوية العُظمى وهى زاوية اجب وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل التاسع عشر مِن المقالة الاولى [1]

الزاوية العُظمى مِن كلّ مثلث يوتّرها الضِلعُ الاطول مثاله ان زاوية اجب مِن مثلث ابج اعظُم مِن زاوية ابج فاقول ان ضلع اب اعظم مِن ضلع اج برهانه ان امكن ان تكون زاوية اجب اعظمُ مِن زاوية ابج ولا يكون ضلع اب اعظم مِن ضلع اج فانّهُ اذن إمّا ان يكون مساويًا لهُ او اصغرَ منه فان كان ضلع اب مساويًا لضلع اج فقد بيّنا ببرهان ه انه تكون زاوية اجب مساوية لزاوية ابج لكن فُرضت اعظم منها فهذا خلف لا يمكن وان

---

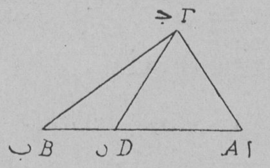
1) In margine legitur: اعكس الثامن عشر والمعطى هنا هو المطلوب ثمّ والمطلوب هاهنا هو المعطى ثمّ Inuersio propositionis duodeuicesimae. Quod hic datum est, ibi quaeritur, et quod hic quaeritur, ibi datum est.

AGB summae duorum rectorum aequalis est. Similiter eadem demonstratione et eadem ratione demonstrabimus, summam duorum angulorum BAG, AGB summa duorum rectorum minorem esse. Praeterea dicimus, summam duorum angulorum ABG, BAG summa duorum rectorum minorem esse. Linea AB ad punctum E producta hoc eodem modo, quo antea, demonstrabimus. Q. n. e. d.

Propositio duodeuicesima libri primi.

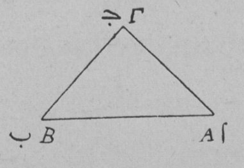
Latus longius cuiusuis trianguli sub angulo maiore subtendit.

Exemplificatio. Latus AB trianguli ABG longius est latere AG. Dico, angulum AGB angulo ABG maiorem esse.



Demonstratio. A latere AB maiore [lineam] lateri AG minori aequalem abscindimus, ita ut in I, 3 explicauimus, quae sit linea AD. Ducta igitur [recta] GD trianguli AGD latus AG lateri AD aequale est. Itaque ex eo, quod in [I,] 5 demonstrauimus erit $\angle AGD = \angle ADG$. Et quoniam in triangulo BDG angulus ADG extrinsecus positus est, ex I, 16 angulus ADG maior est angulo GBD. Ergo $\angle AGB$ multo magis maior est angulo ABG (scr. GBD). Itaque demonstratum est, latus maius AB sub angulo maiore AGB subtendere. Q. n. e. d.

Propositio undeuicesima libri primi [1]).



In quouis triangulo sub maiore angulo longius latus subtendit.

Exemplificatio. In triangulo ABG angulus AGB angulo ABG maior est. Dico, latus AB latere AG maius esse.

Demonstratio. Si fieri potest, ut, quum angulus AGB maior sit angulo ABG, latus AB latere AG maius non sit, concedendum est, hoc illi aut aequale esse aut minus. Uerum si latus AB lateri AG aequale est, iam in [I,] 5 demonstrauimus, angulum AGB angulo ABG aequalem esse. Supposuimus autem, eum illo maiorem esse; quod absurdum est neque fieri potest.

كان ضلع اب اصغر مِن ضلع اج فببرهان يح مِن ا تكون زاوية
اجب اصغر مِن زاوية ابج لكن فُرضت على انّها اعظم منها وهذا
ايضا خلف لا يُمكن فقد تبيّن ان الزاوية العظمى مِن كل
مثلث يوتّرها الضلع الاطول وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ زيادة
برهان هذا الشكل على غير طريق الخلف لايُرن توطّى لذلك اوّلاً
هذه المقدمة مثلث ابج اذا قسمت زاوية باج منه بنصفين 12 r.
بخط اد فكان جد اطولَ مِن دب فاقول ان جا اطولُ مِن اب
فلنُخرج ده على استقامة اد ومساويًا لَهُ ونفصِل دز مثل دب كما
بيّن ببرهان ا ج مِن ا ونصِل هز ونخرجهُ الى ح ونصل از فخطا
اد دز مثل خطى هد دب وزاويتا ادب زده المتقابلتان متساويتان
فببرهان د مِن ا تكون قاعدة اب مساوية لقاعدة هز وزاوية باد
مثل زاوية جاد لان زاوية جاب قسمناها بنصفين بخط اد وقد كان
يبيّن ان زاوية باد مثل زاوية حهد فلا مُحالة ان زاوية حاه مثل
زاوية حها فببرهان و مِن ا يكون اح مثل حه فخط اج اطولُ مِن
خط هح وخط هح اطول مِن هز وخط هز مثل اب فخط حه اطول
مِن اب لكن اج اطول مِن حه فخط اج اطول مِن اب بكثير
ثمّ نقول اذا كان مثلث ابج زاويته التى مِن ابج اعظم مِن
زاويته التى مِن اجب فاقول ان ضلع اج اعظمُ مِن ضلع اب فلنقسم
ضلع بج بنصفين على نقطة د كما بُيّن ببرهان ي مِن ا ونخرج
خط اد ونُخرجُه الى نقطة ه وليكن ده مثل اد ونُخرج خط به
فضلعا بد ده مساويان لضلعَى جد دا وزاوية دبه مساوية لزاوية
اجد فزاوية ابج اذن اعظمُ مِن زاوية دبه ونقسم زاوية ابه

CO
LEIC