P, 1, 1.2 ; 1893. 1897
P. 2, 1.2 ; 1900. 1905
P. 3, 1. ; 1910.

CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS III FASCICULUS I

1910

HAUNIAE MCMX.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE.

(AXEL SIMMELKIÆR).

المقالة الرابعة مِن كتاب اوقليدس فى الاصول 51 r.

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوقليدس يُقال ان الشكل مرسوم فى شكل اذا كانت زوايا الشكل المرسوم داخلًا تماسُّ اضلاع الشكل الخارج ويُقال ان الشكل مرسوم خارج الشكل اذا كان كل واحد من اضلاع المرسوم خارجًا يماسُّ كل واحدة مِن زوايا الشكل المرسوم داخلًا ∴ اذا كان شكل فى شكلٍ فكانت اضلاع الشكل الخارج تماسّ زوايا الشكل الداخل فان الخارج يقال له المحيط بالداخل ع قال ايرن قد يُسالُ قومٌ فى هذا الموضع فيقولون لماذا قدّم الرياضىُ هذه المقدّمة وانما ذكر فى هذه المقالة اشكالًا تُرسم داخل دائرةٍ واشكالًا تُرسم خارج دائرةٍ وهذه المقدّمة ليس يحتاج اليها فى شى مِن ذلك فنقول فى ذلك انه انما استعمل ذلك الرياضى لتكميل التعليم قال المُفسّرُ يقول ان اوقليدس اراد بهذه المصادرة انّ الاصول التى عليها مَبْنَى امرِ البرهان فى كل الاشكال التى يُعمل بعضُها فى بعض وبعضُها على بعض انما هى ماخوذة مِن الاشكال التى يتضمّنُها هذا الكتاب والتى ذكر منها فى هذا الكتاب مِن البسائط هى الاشكال

Liber quartus
libri Euclidis de elementis.

In nomine Dei misericordis miseratoris.

Euclides dixit: Figura in figura descripta dicitur, ubi anguli figurae intrinsecus descriptae latera figurae exterioris tangunt.

Figura uero extra figuram descripta dicitur, ubi singula latera [figurae] extrinsecus descriptae singulos angulos figurae intra descriptae tangunt.

Si figura in figura est, et latera figurae exterioris angulos figurae interioris tangunt, exterior interiorem comprehendere dicitur.

Hero dixit: Sunt, qui de hoc loco quaerentes dicant: Qua de causa geometra has definitiones praemisit, quamquam in hoc libro non commemorat nisi figuras intra circulum descriptas et figuras extra circulum descriptas, et his propositionibus ei in his rebus nihil opus erat? De hac re dicimus, geometrae hoc solum propositum fuisse, ut doctrinam perfectam redderet*).

Commentator[1]) dixit: In hoc postulato id Euclidi propositum fuit, ut hic liber omnia fundamenta comprehenderet, quibus demonstratio in omnibus figuris uel intra se uel circum se descriptis nitatur. Et quas figuras planas in hoc libro com-

---

*) Cfr. Scholia in Elem. IV nr. 4 p. 274,1 sqq.

[1]) Gh. Cr. p. 138: Anaritius.

التى فى هذه المقالة وذكر منها الجنسين المحيطين بجميع انواع
البسائط اللذين هما الدائرة والشكل المسطّح المستقيمُ الخطوط
وبيّن كيف يعمل بعضها فى بعض وبعضُها على بعضٍ وترك ذكر
البرهان على سَائرِ البسائط الجُزيّة المستقيمة الخطوط التى يعمل
بعضها فى بعضٍ وبعضُها على[1] بعض اذ قد دلّ بقوله وبيّن المثال
فيه فى هذه المقالة واتى بجميع المقدّمات التى يحتاج اليها فى
جميع المطالب الهندسيّة فى هذا الكتاب ∴ وايضًا فانّ سائر
الاشكال المسطّحة الجُزيّة التى تحتاج الى الاستعانةِ بالمقالة الخامسة
والسادسة فانّ بهذه المقالة وبالخامسة والسادسة يتمّ عملُ سائر
البسائط بعضها فى بعضٍ وعلى بعضٍ فلذلك جعل المصادرة عامّة
ولذلك قال ايرُن انما استعمل ذلك لتكميل التعليم قال اوقليدس
حكاهُ ايرنُ والشكل يُقال انه مرسومٌ فى دائرة اذا كان زوايا
الشكل المرسوم داخل الدائرة تماسّ محيط الدائرة والشكل يُقال
انه مرسوم على دائرة اذا كانت اضلاع الشكل المرسوم خارج
الدائرة تماسّ محيط الدائرة والدائرة يُقال انها مرسومة فى شكل
اذا كانت اضلاعُ الشكل المرسوم خارج الدائرة تُماسّ محيط الدائرة
والدائرة يقال انها مرسومة على شكل اذا كانت زوايا الشكل المرسومُ
داخل الدائرة تماسّ محيط الدائرة ∴ قال ايرن فلأنّ يكون التعليم
كُلّيًا على ما تقدّم مِن قولنا ذَكَرَ الشكلَ المرسومَ فى الدائرة
والشكلَ المرسومَ على الدائرة والدائرة المرسومة فى الشكل والدائرةَ
المرسومةَ على الشكل ولايضاح التعليم ينبغى ان نعلَمَ انّ الاشتراكَ

---

[1] In margine additum.

memorauit, eae sunt, quae in hoc libro tractantur, earumque duo genera commemorauit, quae omnes species figurarum planarum comprehendunt, circulum scilicet et figuram planam rectilineam, et demonstrauit, quo modo altera in altera uel circum alteram construatur. In singulis autem figuris planis rectilineis, quae altera intra alteram uel circum alteram construuntur, demonstrationem adferre noluit, quia in hoc libro eas commemorando significauit exemplisque illustrauit. Et omnes adfert definitiones, quae in omnibus quaestionibus geometricis, quae hoc libro tractantur, opus sunt. Quod attinet ad propositiones planas singulas, quae ope librorum quinti et sexti demonstrantur, in hoc libro et quinto*) sextoque constructio omnium figurarum planarum intra se uel circum se descriptarum perficitur; quare postulata uniuersalia praemisit, ideoque Hero dicit: haec ideo tantum adhibuit, ut doctrinam perfectam redderet.

Euclides dixit[1]) — Herone auctore: Figura intra circulum descripta dicitur, ubi anguli figurae intra circulum descriptae ambitum circuli tangunt. Et figura circum circulum descripta dicitur, ubi latera figurae extra circulum descriptae ambitum circuli tangunt. Et circulus intra figuram descriptus dicitur, ubi latera figurae extra circulum descriptae ambitum circuli tangunt. Et circulus circum figuram descriptus dicitur, ubi anguli figurae intra circulum descriptae ambitum circuli tangunt.

Hero dixit: Ut doctrina perfecta esset[2]), sicut in iis, quae antecedunt, diximus, definiuit et figuram in circulo descriptam et figuram circum circulum descriptam et circulum in figura descriptum et circulum circum figuram descriptum. Et ut doctrina plane adpareat, scire debemus, coniunctionem figurae

---

*) Liber quintus hic commemorandus non erat.

[1]) Apud Gh. Cr. (p. 139) prima sola harum definitionum adfertur.

[2]) Gh. Cr. (l. l.): Ergo non est tota doctrina.

بين الشكل والدائرة ان يُماسّ محيطُ الدائرة زاوية الشكل وضلعَهُ
فامّا الدائرة فانه ليس لها لا زاويةٌ ولا اضلاعٌ ∴

الشكل الاول مِن المقالة الرابعة

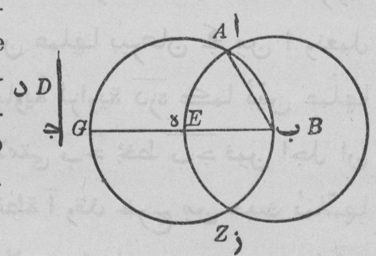
نُريد ان نبيّن كيف نخط فى دائرة معلومة خطا مستقيما
مساويًا لخط مستقيم معلوم ليس باعظم مِن قطر الدائرة فلننزل
ان الدائرة دائرةُ ابج والخط المفروض خطُ د ونُريدُ ان نبيّن
كيف نخطّ فى دائرة ابج خطًا مساويًا لخط د فنخرج قطرَ دائرة
ابج وليكن خط بج فان كان قطرُ بج مساويًا لخط د فقد
فعلنا ما اردنا وان كان قطر بج اعظم مِن خط د فانّا نفصل
مِن الاعظم مثلَ الاصغر كما بيّنا ببرهان ج مِن ا وننزل انه خط
به ونجعل نقطة ب مركزًا ونخطّ ببعد به دائرة از فمِن اجل انّ
مركز دائرة از علامة ب وقد خرج منها الى المحيط خطا به با
فظاهر انّهما متساويان لكن خط به مساو لخط د فخط د اذن
مساو لخط اب فقد اوقعنا فى دائرة بج خط با مساويًا لخط د 51 u.
وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال ايُرن هذا الشكل على ما قالهُ
الرياضى ولكن ان فرضت نقطةً على محيط دائرة واردنا ان نبيّنَ
كيف نُخرج منها خطًا فى الدائرة مساويًا لخط مّا معلومٍ ليس
باعظمَ مِن قطر الدائرة فلتكن النقطة المفروضة نقطة ب مِن دائرة
بج والخط المفروض خط د ونفصِل به مثل خط د ونخطّ على مركز
ب وببعد به دائرة از ونخرج خط با فقد اخرجنا مِن نقطة ب
المفروضة خط اب مساويًا لخط د وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

circulique eam esse[1]), ut ambitus circuli angulum uel latus figurae tangat; circulus enim neque angulum neque latera habet*).

Propositio I libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato lineam rectam describamus lineae rectae datae aequalem non maiori, quam est diametrus circuli.

Supponamus, circulum esse circulum *ABG*, et lineam datam esse lineam *D*. Demonstrare uolumus, quo modo in circulo *ABG* lineam lineae *D* aequalem describamus.



Diametrum circuli *ABG* ducimus, quae sit linea *BG*. Itaque si diametrus *BG* lineae *D* aequalis est, iam fecimus, quod uolumus. Sin diametrus *BG* linea *D* maior est, ex I, 3 a maiore minori aequalem abscindimus, supponimusque, eam esse lineam *BE*. Deinde puncto *B* centro sumpto radio *BE* circulum *AZ* describimus. Quoniam igitur centrum circuli *AZ* est punctum *B*, et ab eo ad ambitum duae lineae *BE*, *BA* ductae sunt, manifestum est, eas inter se aequales esse. Sed linea *BE* lineae *D* aequalis est; quare linea *D* etiam lineae *AB* aequalis. Ergo in circulum *BG* lineam *BA* lineae *D* aequalem aptauimus. Q. n. e. d.

Hero dixit: Haec propositio, ut dixit geometra, ita recte se habet. Uerum sit datum punctum in ambitu circuli, et demonstremus, quo modo ab eo lineam lineae alicui datae diametro circuli non maiori aequalem in circulo ducamus. Datum punctum sit punctum *B* circuli *BG* et linea data linea *D*.

---

[1]) Gh. Cr. (l. l.) male: quod omne, quod est intra figuram et circulum. Sed in cod. Reg. 1268, ut Bjørnbo me docet, legitur pro »omne«: »commune«.

*) Cfr. Scholia in Elem. IV nr. 6.

الشكل الثانى مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرةٍ مثلثًا مساويةً زواياه لزوايا مثلثٍ معلوم فننزل ان الدائرة المعلومة دائرة ابج والمثلث المعلوم مثلث دهز فنريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرة ابج مثلثا مساويةً زوايا[ه] لزوايا مثلث دهز فنُجيز على دائرة ابج خطًا يماسّ دائرة ابج كما بيّن بالشكل المضاف الى و مِن ج فننزل انه خط حط وعلامة المماسّة علامةُ ا ونعمل على علامة ا زاوية حاب مساويةً لزاوية دهز كما بُيّن عملها ببرهان كج مِن ا ونعمل ايضًا على نقطة ا زاوية طاج مساويةً لزاوية دزه كما بُيّن عملُها ببرهان كج من ا ونصل بين علامتى بج بخط بج فمِن اجل ان خط حط يماسّ دائرة ابج على نقطة ا وقد خرج مِن حيث يُماسّها خط اب يقطع الدائرة فببرهان لا مِن ا فان عن جنبتى خط اب زاويتين مثل الزاويتين اللتين تقعان فى قطعتى الدائرة المتبادلتين فالزاوية اذن التى تقع فى قطعة اجب مساوية لزاوية حاب لكن الزاوية التى تقع فى قطعة اجب هى زاوية اجب فزاوية اجب اذن مساوية لزاوية حاب وكنّا فرضنا زاويةَ حاب مساويةً لزاوية دهز فزاوية اجب اذن مساوية لزاوية دهز وكذلك يتبيّن ان زاوية ابج مثل زاوية طاج وكنّا عملنا زاوية طاج مثل زاوية دزه فزاوية ابج مساوية لزاوية دزه فتبقى اذن زاوية هدز مثل زاوية باج الباقية وذلك لان زوايا المثلث الثلث مساوية لزاويتين قائمتين وذلك بيّنٌ بحسب برهان لب مِن ا فقد عملنا فى دائرة ابج مثلث ابج زواياه مساوية لزوايا مثلث دهز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا على

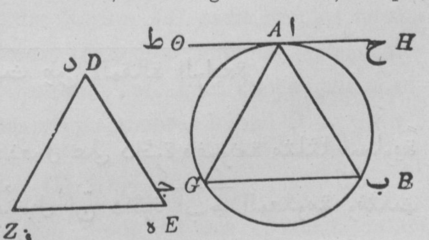
[Lineam] BE lineae D aequalem abscindimus, et centro B, radio autem BE circulum AZ describimus, et lineam BA ducimus. Ergo a dato puncto B lineam AB lineae D aequalem duximus. Q. n. e. d.

Propositio II libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo triangulum describamus, cuius anguli angulis trianguli dati aequales sint.

Supponimus, circulum datum esse circulum ABG et triangulum datum triangulum DEZ. Demonstrare uolumus, quo modo in circulo ABG triangulum describamus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sint.

Ad circulum ABG lineam ducimus, quae circulum ABG tangit, ut in propositione ad III, 6 [scr. 16] adiecta*) demonstrauimus, et supponimus, eam esse lineam $HA\Theta$ et punctum contactus esse punctum A. Et ad punctum A ex I, 23 angulum HAB angulo DEZ aequalem construimus, et rursus ex I, 23 ad punctum A angulum ΘAG angulo DZE aequalem construimus, et duo puncta B, G linea BG coniungimus. Quoniam igitur linea $H\Theta$ circulum ABG in puncto A contingit, et a puncto contactus ducta est linea AB, quae circulum secat, ex I [Scr. III], 31 ad utramque partem lineae AB duo anguli aequales sunt duobus angulis, qui in duobus segmentis circuli alternis cadunt; angulus igitur, qui in segmento AGB cadit, angulo HAB aequalis est. Sed angulus, qui in segmento AGB cadit, est angulus AGB; itaque angulus AGB angulo HAB aequalis est. Angulum uero HAB angulo DEZ aequalem posuimus; itaque angulus AGB angulo DEZ aequalis est. Eodem modo demonstramus, an-



*) Supra p. 75.

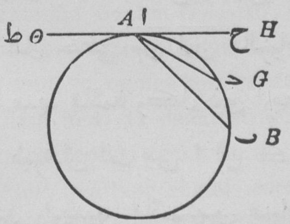
مذهب ايرُن فانه اوقعَ هذا الشكل وذلك انا اذا عملنا زاوية حاب مساويةً لزاوية دهز فقد علمنا انّ قطعة اجب تقبل زاويةً مثل زاوية دهز فاذا عملنا على نقطة ا من خط طا زاويةً مساويةً لزاوية دزه وطابق الخط الذى عُملت عليه الزاوية خط اب ولم يُحدث فى الدائرة مثلثا فنقول فاذن الزاوية المعمولة هى زاوية طاب فتكون اذن زاويتا حاب طاج مساويتين لزاويتى حاب طاب لكن مجموع زاويتى حاب طاب مثل مجموع زاويتين قائمتين وهما ايضا مثل مجموع زاويتى دهز دزه فمثلث دهز زاويتان مِن زواياها مثل زاويتين قائمتين وهذا خلفٌ لانّه قد تبيّن ببرهان يز من ا ان كل زاويتين من زوايا كل مثلث اصغر من زاويتين قائمتين واِن كان خط اج الذى عُملت عليه زاوية طاج مثل زاوية دزه يقع خارجَ خط اب الى ما يلى خط اح كما فى الصورة فيكون حينئذٍ مجموع زاويتى حاب طاج اعظمَ من زاويتين قائمتين فتكون الشناعة اقطع وذلك انّ مثلث دهز زاريتان من زواياه اعظم من زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نبيّن كيف نعمل على دائرة مفروضة مثلثا مساويةً زواياه لروايا مثلثٍ معلرمٍ فنُنزل انّ دائرة ابج المعلومة ومثلث دهز المعلوم فنُريد ان نُبيّن كيف نعمل على دائرة ابج مثلثا زوايا[ه] مساوية لزوايا مثلث دهز فنُخرج خط هز فى الجهتين جميعًا

gulum ABG angulo ΘAG aequalem esse. Uerum angulum ΘAG angulo DZE aequalem construximus; itaque angulus ABG angulo DZE aequalis est. Relinquitur igitur angulus EDZ angulo reliquo BAG aequalis; quoniam tres anguli trianguli duobus rectis aequales sunt; quod ex I, 32 manifestum est. Ergo in circulo ABG triangulum ABG construximus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sunt. Q. n. e. d.

Quod ad rationem Heronis adtinet, is hanc propositionem damnauit. Nam cum angulum HAB angulo DEZ aequalem construimus, iam scimus, segmentum AGB capere angulum angulo DEZ aequalem. Itaque, si in puncto A lineae ΘA angulum angulo DZE aequalem construimus, et linea, qua angulus construitur, cum linea AB concidit, neque in circulo triangulum efficit, dicimus, angulum constructum esse angulum ΘAB. Itaque duo anguli HAB, ΘAG duobus angulis HAB, ΘAB aequales sunt. Sed summa duorum angulorum HAB, ΘAB summae duorum rectorum aequalis est, et illi duo anguli etiam summae duorum angulorum DEZ, DZE aequales sunt; itaque duo anguli angulorum trianguli DEZ duobus rectis aequalis sunt. Quod absurdum est, quia iam in I, 17 demonstratum est, duos angulos cuiuslibet trianguli duobus rectis minores esse.



Sin linea AG, qua angulus ΘAG angulo DZE aequalis construitur, ut in figura est, extra lineam AB cadit propius lineam AH, summa duorum angulorum HAB, ΘAG duobus rectis maior erit. Itaque magis etiam absurdum erit, quia duo anguli angulorum trianguli DEZ duobus rectis maiores fiunt. Q. n. e. d.

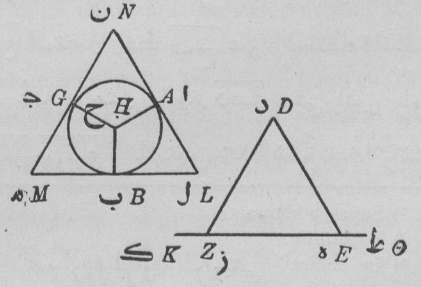
Propositio III libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum circulum datum triangulum construamus, cuius anguli angulis trianguli dati aequales sint.

مثل خط طهزك ونستخرج مركز الدائرة كما بُيّنَ ذلك ببرهان ا مِن ج وليكن علامة ح ونخرج منها خطاً الى محيط الدائرة كيف اردنا وليكن خط حا ونعمل على نقطة ح مِن خط حا زاوية احب مساويةً لزاوية دهط كما بُيّن عملها ببرهان كج مِن ا ونعمل على نقطة ح مِن خط حب زاوية بحج مساويةً لزاوية دزك كما بُيّن عملها ببرهان كج مِن ا ونُجيز على نقط ا ب ج خطوط لم من ن ل تماسّ دائرة ابج كما بُيّن اخازتُها ببرهان الشكل المضاف الى يو مِن ج فمن اجل ان خط لم يُماسّ دائرة ابج على نقطة ب وقد خرج مِن حيث يماسُّها خط الى المركز فبحسب برهان يز مِن ج فانّ خط بح عمودٌ على خط لم وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان كل واحد مِن خطى حا حج عمودٌ على خطى من لن فالزوايا التى عند علامات ا ب ج كل واحدة منها قائمة وكل ذى اربعة اضلاع فانّه ينقسم بمثلثين وقد بُيّن ببرهان لب مِن ا ان كل مثلث فان زواياه الثلث مجموعةً مثل زاويتين قائمتين فزوايا كلِ ذى اربعة اضلاع اذن مساوية لاربع زوايا قائمة فذو اربعة اضلاع اح بل زوايا الاربعُ مَجموعةً مساوية لاربع زوايا قائمة منها زاويتا لاح لبح قائمتان وزاويتا دزه دزك ايضا قائمتان وذلك ببرهان يج مِن ا فتبقى زاويتا الب احب مساويتين لقائمتين وزاويتا دهط دهز ايضا مساويتان لقائمتين وكُنّا عملنا زاوية احب مساويةً لزاوية دهط فزاوية الب اذن مساوية لزاوية دهز وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان زاويتى بحج جمب مثل قائمتين فتبقى زاوية بمج مساوية لزاوية دزه فمثلثا لنم هدز قد ساوت زاويتان مِن

Supponimus, circulum datum esse ABG et datum triangulum DEZ. Demonstrare uolumus, quo modo circum circulum ABG triangulum construamus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sint.

Linea EZ in utramque partem simul producta ut linea ΘEZK ex III, 1 sumimus centrum circuli, quod sit punctum H, a quo lineam quolibet modo ad ambitum ducimus, quae sit linea HA. Ad punctum H lineae HA ex I, 23 angulum AHB angulo $DE\Theta$ aequalem construimus, et ex I, 23 ad punctum H lineae HB angulum BHG angulo DZK aequalem construimus, per puncta autem A, B, G ex propositione propositioni III, 16 adiecta lineas LM, MN, NL ducimus circulum ABG contingentes. Quoniam linea LM circulum ABG in puncto B contingit, et a puncto contactus ad centrum linea ducta est, ex III, 17 linea BH ad lineam LM perpendicularis est. Ad similitudinem huius demonstrationis demonstrabimus, utramque lineam HA, HG ad utramque lineam MN, LN perpendicularem esse. Itaque anguli ad puncta A, B, G positi singuli recti sunt, et omnes quadrilateri in binos triangulos diuisi sunt. Sed iam in I, 32 demonstratum est, tres angulos trianguli simul sumptos duobus rectis aequales esse; itaque anguli cuiuslibet quadrilateri quattuor angulis rectis aequales sunt. Quattuor igitur anguli quadrilateri $AHBL$ simul sumpti quattuor angulis rectis aequales sunt. Uerum duo anguli eorum LAH, LBH duo recti sunt, et etiam duo anguli DZE, DZK duobus rectis aequales sunt ex I, 13; itaque relinquuntur duo anguli ALB, AHB duobus rectis aequales. Uerum etiam duo anguli $DE\Theta$, DEZ duobus rectis aequales sunt. Angulum autem AHB angulo $DE\Theta$ aequalem construximus; itaque angulus ALB angulo DEZ aequalis est. Et eadem ratione demon-



حدهما زاويتين مِن الاخر فالزاوية الباقية اذن مثل الزاوية الباقية
وذلك لانّ زوايا كل مثلث مساوية لزاويتين قائمتين وذلك بيّن[1]
ببرهان لب مِن ا فزاوية لنم مثل زاوية هدز فقد عملنا على دائرة
ابج مثلث لنم زوايا[ه] مساوية لزوايا مثلث دهز وذلك ما اردنا
ان نبيّن ∴ وامّا ما اوقعَهُ ايرُن فى هذا الشكل فهو ايضا شى لا
يُعتدّ به ولكنا نذكرُه ان قال قائل انا اذا اخرجنا خطى اح
بح الى نقطتى سع ثم عملنا زاوية[2] بحج مساويةً لزاوية دزک
وقع خط حج بَيْنَ نقطتى بس فنقول مِن اجل ان خط اس مستقيمٌ
لانه قطرٌ للدائرة فان زاويتى احج جحس مساويتان لقائمتين لكن
زاوية احج مساوية لزاويتى[3] دهط دزک وزاويتا دهط دزک اعظم
مِن قائمتين فزاوية احج اعظم مِن زاويتين قائمتين وهى ايضا
اصغر مِن مجموع زاويتى احج جحس القائمتين هذا شنِعٌ فخط حج
اذ[ن] لا يبتنى على خط حس نحو نقطة ب فان قيل انّه يطابق
خط حس فنقول فيكون اذن زاويتا دهط دزک مساويتين لزاويتى
احب بحس لكن زاويتى احب بحس مثل قائمتين فزاويتا دهط
دزک اذن قائمتان هذا شنِعٌ ايضا لانهما اعظم مِن قائمتين فخط
حج اِذن لا يطابق حس ولا يبتنى عليه نحو نقطة ب فان قيل انه
يطابق خط حج خط حع المتّصل بخط بح على الاستقامة فنقول
فمن اجل ان زاوية احب عُملت مثل زاوية دهط تبقى اذن زاوية
دزک مساوية لزاويتى بحس سحع القائمتين هذا شنعٌ جدًّا واشنعُ

[1]) Supra additum.
[2]) Repetitum.
[3]) In codice: مساوية لزاوية لزاويتى

strabimus, duos angulos BHG, GMB duobus rectis aequales esse; relinquitur igitur angulus BMG angulo DZE aequalis. Itaque in duobus triangulis LNM, EDZ duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt; angulus igitur reliquus angulo reliquo aequalis est, quoniam anguli cuiuslibet trianguli duobus rectis aequales sunt, quod in I, 32 demonstratur. Quare angulus LNM angulo EDZ aequalis est. Ergo circum circulum ABG triangulum construximus LNM, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sunt. Q. n. e. d.

Etiam quod in hac propositione Hero damnauit, parui momenti est; sed tamen id commemorabimus. Si quis dixerit, duabus lineis AH, BH ad duo puncta Ξ, O productis et deinde angulo BHG angulo DZK aequali constructo lineam HG inter duo puncta B, Ξ cadere, ita respondebimus: quoniam linea $A\Xi$ recta est, quia diametrus circuli est, duo anguli AHG, $GH\Xi$ duobus rectis aequales sunt. Sed angulus AHG duobus angulis $DE\Theta$, DZK aequalis est, et duo anguli $DE\Theta$, DZK duobus rectis maiores sunt; itaque angulus AHG duobus rectis maior est. Sed idem minor est summa duorum angulorum rectorum AHG, $GH\Xi$; quod absurdum est. Ergo linea HG non cadit ultra lineam $H\Xi$ uersus punctum B. Sin quis dixerit, eam cum linea $H\Xi$ concidere, respondebimus: duo igitur anguli $DE\Theta$, DZK duobus angulis AHB, $BH\Xi$ aequales erunt. Sed duo anguli AHB, $BH\Xi$ duobus rectis aequales sunt; duo igitur anguli $DE\Theta$, DZK duo recti sunt; quod rursus absurdum est, quia hi duo duobus rectis maiores sunt. Ergo linea HG neque cum linea $H\Xi$ concidit neque ultra eam cadit uersus punctum B.

Sin quis dixerit, lineam HG cum linea HO in producta linea BH posita concidere, respondebimus: quoniam angulus AHB angulo $DE\Theta$ aequalis constructus est, relinquitur angulus DZK duobus angulis rectis $BH\Xi$, ΞHO aequalis; quod ualde absurdum est. Magis etiam absurdum est, si quis dicat, eam ultra lineam HO cadere uersus punctum A. Ergo linea GH produci non potest nisi inter duo puncta O, Ξ. Quod cum demonstratum sit,

مِنه اِن قيل انه يبتنى على خط حع نحو نقطة ا فخط جح اذن يكون خروجهُ ابدًا بين نقطتى عس فاذ قد تبيّن هذا فانّ الاشكال الباقية اِذا قلناها على ما وضع الرياضى لا يلزمُها طعنٌ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

52 u

الشكل الرابع مِن المقالة الرابعة

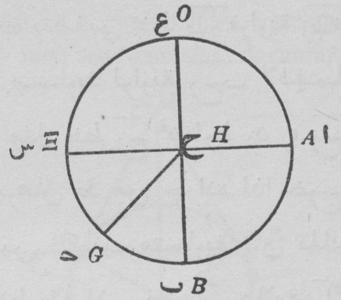
نريد ان نبيّن كيف نرسم فى مثلث معلوم دائرةً تُحيط بها فننزل ان المثلث المعلوم مثلث ابج ونريد ان نبيّن كيف نعمل فيه دائرةً تحيط بها فنقسم زاوية اجب بنصفين كما بُيّن ببرهان ط مِن ا فننزل انّا قسمناها بخط جز ونقسم ايضًا زاويةَ ابج بنصفين بخط بز ونُعلم على موضع التقاطع ز فاقول ان علامة ز مركز للدائرة برهانه انا نخرج مِن علامة ز الى اضلاع المثلث اعمدة زد زه زح كما بُيّن اخراجه ببرهان يب مِن ا فمن اجل انّ زاوية دجز مساوية لزاوية زجح وزاوية زدج مساوية لزاوية زحج لانّ كل واحدة منهما قائمة[1] فناخذُ ضلع زج مشتركًا فمثلثا زدخ زحج قد ساوت زاويتان مِن احدهما زاويتين مِن الاخر واشتركا فى ضلع واحد فظاهرٌ ببرهان كو مِن ا ان الضلعَين الباقيين مِن احدهما مساويان للضلعين الباقيين مِن[2] الاخر والزاوية الباقية مِن احدهما مساوية للزاوية الباقية مِن الاخر فخط زد مساو لخط

---

[1]) Repetitum.

[2]) Primum scriptum: فى

nihil est, cur reliquae propositiones probandae non sint, siquidem nos eas eodem modo, quo geometra eas posuit, enarrauimus. Q. n. e. d.



Propositio IV libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in datum triangulum circulum ab eo comprehensum inscribamus.

Supponimus, triangulum datum esse triangulum ABG, et demonstrare uolumus, quo modo in eum circulum ab eo comprehensum inscribamus.

Angulum AGB ex I, 9 in duas partes aequales diuidimus, et supponimus, nos eum linea GZ diuisisse. Rursus angulum ABG linea BZ in duas partes aequales diuidimus, et in puncto sectionis Z ponimus. Dico igitur, punctum Z centrum circuli esse.

D e m o n s t r a t i o. A puncto Z ad latera trianguli ex I, 12 perpendiculares ducimus ZD, ZE, ZH. Quoniam igitur $\angle DGZ = ZGH$ et $\angle ZDG = ZHG$, quia uterque rectus est, et latus ZG commune est, in duobus triangulis ZDG, ZHG duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt, et unum latus commune habent; itaque ex I, 26 manifestum est, duo latera reliqua alterius duobus lateribus reliquis alterius aequalia esse, et angulum reliquum alterius angulo reliquo alterius aequalem esse. Itaque linea ZD lineae ZH aequalis est.

Rursus angulus EBH linea BZ in duas partes aequales diuisa est; quare $\angle ZBE = ZBH$. Uerum $\angle ZEB = ZHB$, quia uterque rectus, et latus ZB commune est; quare $ZE = ZH$. Itaque tres lineae ZD, ZE, ZH inter se aequales sunt. Et quo-

زح وايضا فانّ زاوية هبح قد قسمت بنصفين بخط بز فزاوية زبه مساوية لزاوية زبح وزاوية[1] زهب مساوية لزاوية زحب لانّهما قائمتان وضلع زب مشترك فخط زه مثل خط زح فخطوط زد زه زح الثلثة متساوية فلانّه قد تبين ببرهان ط مِن ج انه اذا خرج مِن نقطةٍ فى دائرة اكثر مِن خطين فكانت متساوية فان تلك النقطة مركز للدائرة فالدائرة المخطوطة اذن على انّ علامة ز[2] مركزٌ لها وببعد خط زد بيّنْ انها تمرّ بنقط ه د ح ولا تقطع اضلاع المثلث فمن اجل ان الزوايا التى عند نُقط ه د ح قوائم فاضلاع المثلث مِن الظاهر ببرهان يه مِن ج انها مُماسّة لدائرة هدح فقد عملنا فى مثلث ابج دائرة هدح تحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن .·.

الشكل الخامس مِن المقالة الرابعة

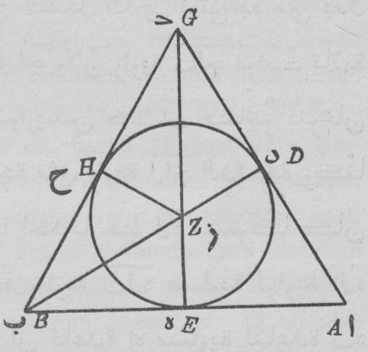
نريد ان نبيّن كيف نعمل على مثلث معلوم دائرةً تحيط به اِن كان قائم الزاوية او منفرج الزاوية او حادّ الزوايا فننُزل اوّلا[3] انّه قائم الزاوية وليكن مثلث ابج الاوّل ونبيّن كيف نعمل عليه دائرةً تحيط به فنقسم كل واحد مِن خطى اب بج بنصفين على نقطتى ه ل كما بيّن ببرهان ى مِن ا ونصِل خطى له اه فاقول ان نقطة ه مركزٌ للدائرة التى تحيط بمثلث ابج برهانه مِن اجل

[1]) Repetitum.

[2]) Uerba علامة ز in margine addita.

[3]) اوّلا supra insertum.

niam iam in III, 9 demonstratum est, si a puncto intra circulum posito plures quam duae lineae inter se aequales ducantur, punctum illud centrum circuli esse, manifestum est, circulum descriptum, cuius centrum sit *Z*, radius autem *ZD*, transire per puncta *E*, *D*, *H* nec latera trianguli secare. Quoniam enim anguli ad puncta *E*, *D*, *H* positi recti sunt, ex III, 15 manifestum est, latera trianguli circulum *EDH* contingere. Ergo in triangulum *ABG* circulum ab eo comprehensum inscripsimus. Q. n. e. d.[1])



Propositio V libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum triangulum datum circulum, qui eum comprehendat, construamus, siue ille rectangulus sit siue obtusiangulus siue acutiangulus.

Primum supponimus, eum rectangulum esse. Sit primus triangulus *ABG*. Demonstrabimus, quo modo circum eum circulum, qui eum comprehendat, construamus. Utraque igitur linea *AB*, *BG* ex I, 10 in duobus punctis *E*, *L* in binas partes aequales diuisa duas lineas *LE*, *AE* ducimus. Dico, punctum *E* centrum esse circuli, qui triangulum *ABG* comprehendat.

D e m o n s t r a t i o. Quoniam utraque linea *AB*, *BG* in duobus punctis *L*, *E* in binas partes aequales diuisa est, et linea *LE* ducta est, ex demonstratione propositionis, quam post hanc propositionem afferimus, manifestum est, lineam *LE* lineae *AG* parallelam esse.

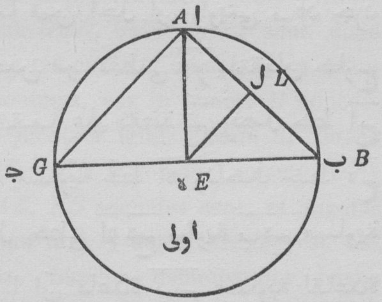
---

[1]) Gh. Cr. p. 142: De quarta figura dixit Yrinus, quod ipsa est, secundum quod dixit Euclides.

انّ خطى اب بج كل واحد منهما قسم بنصفَين على نقطتى ل ه
ووُصل خط له فظاهرٌ مِن برهان الشكل الذى ناتى به من بعد
هذا الشكل انّ خط له موازٍ لخط اج ولانّ زاوية باج فُرِضَتْ قائمة
وقد وقع على خطى اج له المتواريين خط اب فظاهِرٌ ببرهان
كط مِن ا ان زاوية بله الخارجة مثل زاوية لاج الداخلة وكنّا
قسمنا خط بل مثل خط لا فاذا اخذنا خط له مشتركًا كان
خطا بل له مثل خطى ال له وزاوية بله مساوية لزاوية اله
فظاهرٌ اذن مِن برهان د مِن ا ان قاعدة اه مساوية لقاعدة به
وكنّا فرضنا به مثل هج فالخطوط الثلثة الخارجة مِن نقطة ه
متساوية اعنى خطوط ها هب هج واذا خرج مِن نقطة فى دائرة
اكثر مِن خطين فكانت متساويةً فان تلك النقطة مركزٌ للدائرة
بحسب ما تبيّن ببرهان ط مِن ج فالدائرة المخطوطة على ان
نقطة ه مركزٌ لها وببعد خط ها تمرّ بنقط ا ب ج فدائرة ابج
اذًا تُحيط بمثلث ابج فقد عملنا على المثلث القائم الزاوية المعلوم
دائرة تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ ونبيّن الآن انّ خط 53 r.
له موازٍ لخط اج فنفرض مثلث ابج ونُخرج خطَ لج فمن اجل ان
مثلثى اهل هلب على قاعدتين متساويتين وارتفاعُهما على نقطة ه
فانّ مثلث اهل مساو لمثلث هلب ومن اجل ان مثلثى بله لهج
على قاعدتين متساويتين وهما خطا به هج وارتفاعهما على نقطة
ل فانّ مثلث بله مساو لمثلث لهج فمثلث لهج اذن مساو
لمثلث لها فمثلثا لهج لها على قاعدة واحدة وهى قاعدة له وبين
خطين وهما خطا اج له فبيّن مِن برهان م مِن ا ان خط اج

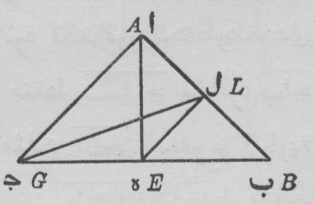
Quoniam datum est, angulum BAG rectum esse, et in duas lineas inter se parallelas AG, LE linea AB incidit, ex I, 29 manifestum est, angulum BLE exteriorem angulo LAG interiori aequalem esse. Sed lineam ita diuisimus, ut linea BL lineae LA aequalis sit; quare linea LE communi sumpta duae lineae BL, LE duabus lineis AL, LE aequales sunt. Et $\angle BLE = ALE$; itaque ex I, 4 manifestum est, basim AE basi BE aequalem esse. Et [lineam] BE [lineae] EG aequalem supponimus; itaque tres lineae a puncto E ductae inter se aequales sunt, scilicet lineae EA, EB, EG. Si autem a puncto intra circulum posito plures quam duae lineae ita ducuntur, ut inter se aequales sint, hoc punctum ex III, 9 centrum circuli est. Et circulus ita ductus, ut punctum E centrum eius sit, et radio EA delineatus per puncta A, B, G transit; circulus ABG igitur triangulum ABG comprehendit. Ergo iam circum triangulum rectangulum datum circulum, qui eum comprehendat, construximus. Q. n. e. d.

I.



Iam demonstrabimus, lineam LE lineae AG parallelam esse.

Triangulo ABG dato lineam LG ducimus. Quoniam duo trianguli AEL, ELB in duabus basibus inter se aequalibus positi sunt, et uertex eorum in puncto E est, triangulus AEL triangulo ELB aequalis erit. Et quoniam duo trianguli BLE, LEG in duabus basibus inter se aequalibus, scilicet in duabus lineis BE, EG, positi sunt, et uertex eorum in puncto L est, triangulus BLE triangulo LEG aequalis erit. Ergo triangulus LEG triangulo LEA aequalis.



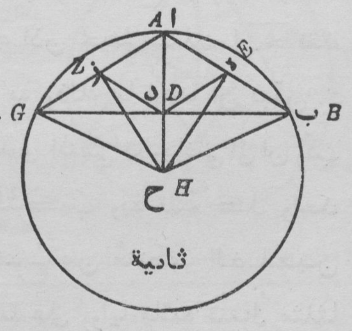
مواز لخط له وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فنفرض مثلث ابج
الثانى زاويته التى عليها باج منفرجة فنبيّن كيف نعمل عليه
دائرةً تحيط به فنقسم اضلاع المثلث الثلثة كل واحد منها
بنصفين على نقط ه د ز كما بُيّن قسمتُه ببرهان دا مِن ا ونصل
خطوط هد زد اد فظاهِرٌ من الشكل المضاف الذى قدّمناه انّ ضلع
هد مواز لضلع اج وقد وقع عليهما خط اب فظاهِرٌ ببرهان كط
من ا ان زاوية بهد الخارجة مساوية لزاوية باج الداخلة وزاوية
باج منفرجة فزاوية بهد اذن منفرجة فتبقى زاوية اهد حادّة فضلع
بد اذن اعظم من ضلع دا فليست نقطة د اذن بمركز للدائرة
التى تحيط بمثلث ابج وايضا فمن اجل ان زاويتى بهد جزد
منفرجتان فانّ العمودَين الخارجين من نقطتى ه ز يلتقيان خارج
مثلث ابج فننزل انهما قد التقيا على نقطة ح ونصِل خط اح
فمن اجل انّ خط به فرضناهُ مساويًا لخط اه وناخذ خط هح
مشتركا فيكون خطا به هح مثل خطى اه هح وزاوية بهح مساوية
لزاوية اهح فبيّن ببرهان د من ا انّ قاعدة بح مساوية لقاعدة
اح وبمثل هذا يتبيّن ان قاعدة جح مساوية لقاعدة اح فالخطوط
الثلثة متساوية اعنى خطوط حب حا حج وبيّنٌ من برهان ط من
ج انه اذا خرج من نقطة ح [فى] دائرة اكثر مِن خطين فكانت
متساويةً فان تلك النقطة مركز للدائرة فالدائرة المخطوطة على
ان نقطة ح مركز لها وببُعد حا تمرُّ بنقط ب ا ج فدائرة باج
محيطة بمثلث ابج فقد عملنا على مثلث ابج المنفرج الزاوية
دائرة تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فانّا نُنزل مثلث

Sed duo trianguli *LEG*, *LEA* in eadem basi, scilicet basi *LE*, et inter duas lineas *AG*, *LE* positi sunt. Ergo ex I, 40 manifestum est, lineam *AG* lineae *LE* parallelam esse. Q. n. e. d.

Rursus triangulum secundum *ABG* supponimus, cuius angulus *BAG* obtusus sit. Demonstrabimus igitur, quo modo circum eum circulum eum comprehendentem construamus. Ex I, 4 [scr. 10] tria latera trianguli singula in punctis *E*, *D*, *Z* in binas partes inter se aequales diuidimus et lineas *ED*, *ZD*, *AD* ducimus. Ex demonstratione adiecta, quam praemisimus, manifestum est, latus *ED* lateri *AG* parallelum esse. In eas autem linea *AB* incidit; ex I, 29 igitur manifestum est, angulum *BED* exteriorem angulo *BAG* interiori aequalem esse. Angulus *BAG* autem obtusus est; quare etiam angulus *BED* obtusus; et relinquitur angulus *AED* acutus. Itaque latus *BD* latere *DA* maius est. Ergo punctum *D* non est in centro circuli, qui triangulum *ABG* comprehendit.

Rursus quoniam duo anguli *BED*, *GZD* obtusi sunt, duae lineae perpendiculares a duobus punctis *E*, *Z* ductae extra triangulum *ABG* concurrunt. Supponimus, eas in puncto *H* concurrere, et lineam *AH* ducimus, Quoniam igitur lineam *BE* lineae *AE* aequalem supponimus, linea *EH* communi sumpta duae lineae *BE*, *EH* duabus lineis *AE*, *EH* aequales sunt; et angulus *BEH* angulo *AEH* aequalis; tum in I, 4 demonstratum est, basim *BH* basi *AH* aequalem esse. Similiter demonstratur, basim *GH* basi *AH* aequalem esse; itaque tres lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae *HB*, *HA*, *HG*. Et ex III, 9 manifestum est, quoniam a puncto intra circulum posito *H* plures quam duae lineae ita ductae sunt, ut inter se aequales sint, hoc punctum centrum circuli esse. Et circulus ita, ut punctum *H* centrum eius sit, et radio *HA* ductus per puncta *B*, *A*, *G*

II

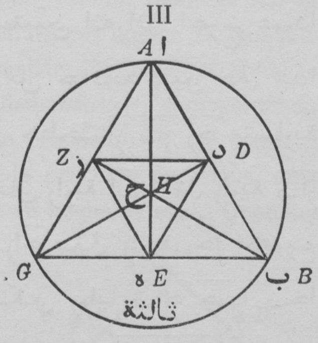


ابج الثالث حادّ الزوايا ونبين كيف نخط عليه دائرةً تُحيط به
فنقسم كل واحد من اضلاعه بنصفين على نقط د ه ز كما بُيّن
ببرهان ى من ا ونصل خطوط ده دز هز فممّا قدّمنا من برهان
الشكل المُضاف يتبيّن ان خط ده مواز لخط اج وقد جاز عليهما
خط اب فزاوية بده الخارجة مساوية لزاوية باج الداخلة بحسب
برهان كط من ا فلان زاوية باج حادة تكون زاوية بده حادة
فزاويتا اده ازه منفرجتان فاذا اخرجنا عمودَى دح زح فانهما
يلتقيان داخل مثلث دهز فهما اذن داخل مثلث ابج ونصل خط
اح فمن اجل ان خط بد فرضناه مثل خط اد فاذا اخذنا خط
دح مشتركًا يكون خطا بد دح مساويين لخطى اد دح وزاوية
ادح مساوية لزاوية بدح لان كل واحدة منهما قائمة فظاهِرٌ من
برهان ۴ من ا ان خط اح مساو لخط حب وبمثل هذا البرهان
يتبيّن ان خط اح مساو لخط حج فالخطوط الثلثة متساوية اعنى
خطوط حب حا حج وبيّن من برهان ط من ۳ انه اذا خرج من
نقطة فى دائرة اكثر من خطين فكانت متساوية فان تلك النقطة
مركز للدائرة فالدائرة المخطوطة على ان نقطة ح مركز لها وببعد
حا تمرّ بنقط ب ا ج فدائرة ابج اذن تحيط بمثلث ابج فقد
عملنا على مثلث ابج دائرة تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴
53 u. قال النريزى ونُبين الآن الطريق الذى انتهى بالرياضى الى ان ركّب
برهانَ هذه الثلثة الاشكال هذا التركيبَ وبه قسمَ كل واحد
من اضلاع المثلث بنصفين واخرجَ من مُنتصَفِ الضلعين
المحيطين بالزاوية الموضوعة خطوطًا على زوايا قائمة فنُنزِلُ مثلثا

transibit. Ergo circulus BAG triangulum ABG comprehendit, et circum triangulum ABG obtusiangulum circulum eum comprehendentem construximus. Q. n. e. d.

Rursus tertium triangulum ABG acutiangulum supponimus. Demonstrabimus, quo modo circulum, qui eum comprehendat, delineemus. Singula latera eius ex I, 10 in punctis D, E, Z in binas partes aequales diuidimus et lineas DE, DZ, EZ ducimus. Ex demonstratione praemissa propositionis adiectae demonstrabitur, lineam DE lineae AG parallelam esse. In eas autem linea AB incidit; itaque ex I, 29 angulus BDE exterior angulo BAG interiori aequalis erit. Et quoniam angulus BAG acutus est, etiam angulus BDE acutus erit; itaque duo anguli ADE, AZE obtusi sunt. Quare si duas lineas perpendiculares DH, ZH duxerimus, intra triangulum DEZ concurrent. Ergo intra triangulum ABG erunt. Lineam AH ducimus. Quoniam lineam BD lineae AD aequalem construximus, linea DH communi sumpta duae lineae BD, DH duabus lineis AD, DH aequales erunt; et angulus ADH angulo BDH aequalis est, quoniam uterque rectus est; itaque ex I, 4 manifestum est, lineam AH lineae HB aequalem esse. Similiter demonstratur, lineam AH lineae HG aequalem esse. Itaque tres lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae HB, HA, HG. Et ex III, 9 manifestum est, si a puncto circuli plures quam duae lineae ducantur inter se aequales, illud punctum centrum circuli esse. Et circulus ita, ut punctum H centrum eius sit, et radio HA delineatus per puncta B, A, G transit. Ergo circulus ABG triangulum ABG comprehendit, et iam circum triangulum ABG circulum eum comprehendentem construximus. Q. n. e. d.

III



Dixit Al-Narizius: Nunc demonstrationem dabimus*),

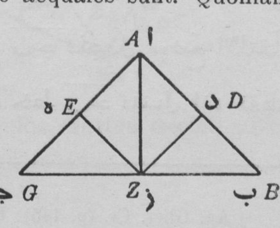
*) Significatur demonstratio genuina Euclidis.

ما عليه ا ب ج ونُنزل ان الزاوية الموضوعة زاويةُ باج فاقول ليس
يخلو المركز مِن ان يكون امّا على خط بج وامّا خارجَ خط بج
وامّا داخل خط بج فننُزل اولا انه على خط بج فخطُ بج اذًا
قطرٌ للدائرة فالمركزُ على مُنتصَف خط بج على نقطة ز ومن اجل
انّ الدائرة التى تحيط بمثلث ابج تمرّ بنقط ا ب ج فانّ الخط
الذى يصل بين نقطتى ا ز مساو لكل واحد مِن خطى بز زج
ومِن اجل انّ القطر يقسم الدائرة بنصفين فانّ مثلث ابج فى
نصف دائرة فظاهِرٌ مِن برهان ل مِن ج انّ زاوية باج قائمة فاذا
قسمنا كل واحد من خطى اب اج بنصفين على نقطتى د ه
واخرجنا خطى دز هز فظاهِرٌ انّ خطى بد دز مساويان لخطى اد
دز وقاعدةُ بز مساوية لقاعدة از فزاوية بدز مساوية لزاوية
ادز فخط دز قائم على خط اب على زوايا قائمة وكذلك خط هز
قائم على خط اج فلذلك فرض الرياضىّ زاويةً قائمةً وقسمَ
اب بنصفين على علامة د واخرجَ خط دز الى مُنتصَفِ خط بج
ثم بيّن ان خط دز مواز لخط اج ليتبيّن انه انما أُخرج عمودًا
وايضًا فانّا اِن لم نستشهد شكل ل من ج فانه يبين على هذا
الطريق من اجل انه يجب ان تكون خطوط از بز زج متساويةً
فمن اجل انّ خط از مساو لخط زب فانّ زاوية ابز مثل زاوية باز
وايضا فلانّ زج مثل زا تكون زاوية زاج مثل زاوية زجا فمجموع
زاويتى ابج اجب مثل زاوية باج لكن زوايا باج جبا بجا
الثلث مساوية لقائمتين فزاوية باج اذن قائمة ثم ننزل انّ المركز
يقع خارج خط بج فننزل انّه علامة ك فمن اجل انّ مرزك

qua geometra has tres demonstrationes coniunxit singulis lateribus trianguli in binas partes inter se aequales diuisis et a puncto medio duorum laterum, quae angulum datum comprehendunt, lineis ad rectos angulos ductis.

Triangulum aliquem ABG supponimus, supponimusque angulum datum esse angulum BAG. Dico: Fieri non potest, ut centrum non sit aut in linea BG aut extra lineam BG aut intra lineam BG. Primum supponimus, id esse in linea BG. Itaque linea BG diametrus circuli erit; centrum igitur in media linea BG erit in puncto Z. Et quoniam circulus, qui triangulum ABG comprehendit, per puncta A, B, G transit, linea inter duo puncta A, Z ducta utrique lineae BZ, ZG aequalis erit, et quoniam diametrus circulum in duas partes inter se aequales diuidit, triangulus ABG in semicirculo erit. Itaque ex III, 30 manifestum est, angulum BAG rectum esse. Sed quia utramque lineam AB, AG in binas partes aequales in duobus punctis D, E diuisimus et duas lineas DZ, EZ duximus, manifestum est, duas lineas BD, DZ duabus lineis AD, DZ aequales esse; basis autem BZ basi AZ aequalis; itaque angulus BDZ angulo ADZ aequalis erit. Linea DZ igitur in linea AB ad angulos rectos erecta est; et eodem modo linea EZ in linea AG erecta est.

Qua de causa geometra angulum rectum dedit et AB in duas partes aequales in puncto D diuisit et lineam DZ ad mediam lineam BG duxit. Deinde demonstrauit, lineam DZ lineae AG parallelam esse, ideo tantum, ut demonstraret, eam perpendicularem ductam esse. Etiamsi autem propositio III, 30 usurpari non posset, demonstrationem hoc modo perficere possemus, quia rectae AZ, BZ, ZG necessario inter se aequales sunt. Quoniam igitur linea AZ lineae ZB aequalis est, angulus ABZ angulo BAZ aequalis erit. Et rursus quoniam [linea] ZG [lineae] ZA aequalis est, angulus ZAG angulo ZGA aequalis erit. Itaque summa duorum angu-



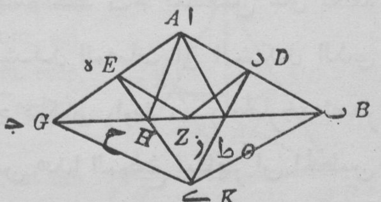
الدائرة خارجٌ يجب ان تكون القطعة [من الدائرة] التى تُحيط بمثلث اب‌ج اصغر من نصف دائرة وقد تبيّن ببرهان ل من ج ان الزاوية التى تقع فى اصغر من نصف دائرة فهى منفرجة فزاوية ب‌اج اذًا منفرجة وايضًا على الجهة الأُخرى فانّا نُخرج خطى ك‌د د‌ه وقد علمنا من برهان ج [من] ج انّ الخطوط التى تخرج من المركز الى منتصَفِ الاوتار فهى اعمدةٌ وان اخرجت اعمدةً فانها تقسم الاوتارَ بنصفين فنخرج عمودَى ك‌د ك‌ه يقسمان خطى اب اج على نقطتى د ه ويقطعان خطَ ب‌ج على نقطتى ط ح ونصل خطى اح اط فمن اجل ان خط اه مثل خط ه‌ج وخط ه‌ح مشترك فانّ قاعدة اح مساوية لقاعدة ح‌ج فزاوية ه‌ج‌ح مثل زاوية ه‌اح وكذلك زاوية داط مثل زاوية د‌ب‌ط فيكون مجموع زاويتى ب‌اط جاح مثل مجموع زاويتى اب‌ج اجب فزاوية ب‌اج باسرها اعظم من زاويتى اب‌ج اجب وزوايا المثلث الثلثُ مساوية لقائمتين فزاوية ب‌اج اعظم من نصف القائمتين فزاوية ب‌اج اذًا منفرجة ∴ فاذا قُسِم خط جب ايضًا بنصفَين على نقطة ز وأُخرج خطا د‌ز ه‌ز فبيّن بالشكل المضاف الى الشكل الذى قدّمناه انّ خط د‌ز مواز لخط اج فتكون زاويةُ ب‌د‌ز الخارجة اعظمَ من زاوية ب‌د‌ط فبدأ فركّبَ من هذا الموضع ليظهرَ انّ الخطين القائمين على نقطتى د ه على زوايا قائمة يلتقيان خارجَ خط ب‌ج فنجعل موضعَ الالتقاء مركزًا ∴ ثُم ننزل ان المركز يقع داخل خط ب‌ج فننزل انه نقطة

1) Ap. Gher. Cr. (p. 145): Euclides uero.

lorum ABG, AGB angulo BAG aequalis erit. Tres autem anguli BAG, GBA, BGA duobus rectis aequales sunt; itaque angulus BAG rectus.

Deinde supponimus, centrum extra lineam BG cadere, supponimusque, punctum K esse. Quoniam igitur centrum circuli extra positum est, necesse erit, segmentum [circuli], quod triangulum ABG comprehendit, semicirculo minus esse. Sed iam ex III, 30 demonstratum est, angulum in segmento, quod semicirculo minus sit, positum obtusum esse; quare angulus BAG obtusus. Rursus altero modo duas lineas KD, DE (scr. KE) ducimus. Ex III, 3 iam scimus, lineas a centro ad medias chordas ductas perpendiculares esse, et lineas perpendiculares ductas chordas in binas partes aequales diuidere. Ductae igitur perpendiculares KD, KE duas lineas AB, AG in duobus punctis D, E diuidant et lineam BG in duobus punctis Θ, K secent; et duas lineas AH, $A\Theta$ ducimus. Quoniam igitur linea AE lineae EG aequalis est, et linea EH communis, basis AH basi HG aequalis erit; itaque $\angle EGH = EAH$. Et eodem modo $\angle DA\Theta = DB\Theta$. Quare summa duorum angulorum $BA\Theta$, GAH summae duorum angulorum ABG, AGB aequalis. Itaque totus angulus BAG maior est duobus angulis ABG, AGB. Tres uero anguli trianguli duobus rectis aequales sunt; itaque $\angle BAG$ dimidio duorum rectorum maior est. Ergo $\angle BAG$ obtusus.

Si linea GB quoque in duas partes aequales in puncto Z diuiditur, et duae lineae DZ, EZ ducuntur, ex propositione praepositioni a nobis praemissae adiecta manifestum erit, lineam DZ lineae AG parallelam esse. Itaque angulus BDZ exterior angulo $BD\Theta$ maior erit. Ille[1]) uero hinc componere incepit, ut adpareret, duas lineas, quae



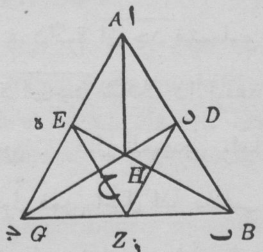
in duobus punctis D, E ad rectos angulos erectae essent, extra lineam BG concurrere. Punctum igitur concursus earum centrum ponimus.

ح فمن اجل انّ مركز الدائرة داخل يجب ان تكون القطعة مِن
الدائرة التى تُحيط بمثلث ابج اعظم مِن نصف دائرة وقد تبيّن
ببرهان ل مِن ج ان الزاوية التى تقع فى اعظم من نصف دائرة فهى
54 r حادّة فزاوية باج اذًا حادّة ∴ وايضًا على الجهة الأُخرى فانا نُخرج
خطى حد حه وقد علمنا مِن برهان ج من ج ان الخطوط التى
تَخرج من المركز الى مُنتصف الاوتار فهى اعمدَةٌ وان خرجت اعمدةً
فهى تقسم الاوتار بنصفين فنخرج عمودى حد حه يقسمان خطى
اب اج على نقطتى د ه ونُخرج حد على استقامته الى نقطة ج
ونُخرج هح على استقامته الى نقطة ب ونصل خط اح فمن اجل انّ
خط اه مثل هج وخط هح مشتركٌ وزاويتى اهح جهح متساويتان
لانّ كل واحدة منهما قائمة فان قاعدة اح مساوية لقاعدة جح
فزاوية هجح اذن مساويةٌ لزاوية هاح وكذلك زاوية داح مساوية
لزاوية دبح فيكون مجموع زاويتى باح جاح مثلَ مجموع زاويتى
ابح اجح فزاوية باج باسرها اصغر من زاويتى ابج اجب لكن
زوايا المثلث الثلث مساوية لقائمتين فزاوية باج اصغر من نصف
القائمتين فهى اذًا حادّة فاذا قُسم خط بج بنصفين على نقطة
ز واُخرج خطا زد زه فبيّن بالشكل المضاف الى الشكل الذى
قدّمناهُ ان خط دز مواز لخط اج فتكون زاوية بدز الخارجة اصغر
من زاوية بدح فبدا فركّب من هذا الموضع ليظهر ان الخطين
القائمين على نقطتى د ه على زوايا قائمة يلتقيان داخل خط بج
فنُجعل موضعَ الالتقاءِ مركزًا ∴

Deinde supponimus, centrum intra lineam *BG* cadere, supponimusque esse punctum *H*. Quoniam igitur centrum circuli intra positum est, necesse erit, segmentum circuli, qui triangulum *ABG* comprehendat, semicirculo maius esse. Sed iam in III, 30 demonstratum est, angulum in segmento, quod semicirculo maius est, positum acutum esse. Ergo angulus *BAG* acutus.

Rursus altero modo duas lineas *HD*, *HE* ducimus. Ex III, 3 iam scimus, lineas a centro ad medias chordas ductas perpendiculares et lineas perpendiculares ductas chordas in binas partes aequales diuidere. Duas perpendiculares ita ducimus, ut duas lineas *AB*, *AG* in duobus punctis *D*, *E* in partes aequales diuidant. *HD* in directum ad punctum *G* et *EH* in directum ad punctum *B* producimus. Lineam *AH* ducimus. Quoniam linea *AE* [lineae] *EG* aequalis est et linea *EH* communis, et duo anguli *AEH*, *GEH* inter se aequales sunt, quia uterque eorum rectus est, basis *AH* basi *GH* aequalis erit; quare angulus *EGH* angulo *EAH* aequalis erit. Eodem modo angulus *DAH* angulo *DBH* aequalis erit; itaque summa duorum angulorum *BAH*, *GAH* summae duorum angulorum *ABH*, *AGH* aequalis. Totus igitur angulus *BAG* duobus angulis *ABG*, *AGB* minor est. Tres autem anguli trianguli duobus rectis aequales sunt; itaque angulus *BAG* dimidio duorum rectorum minor est; acutus ergo.

Si linea *BG* in puncto *Z* in duas partes aequales diuiditur, et duae rectae *ZD*, *ZE* ducuntur, ex propositione ad propositionem, quam praemisimus, adiecta manifestum est, lineam *DZ* lineae *AG* parallelam esse. Itaque angulus *BDZ* exterior angulo *BDH* minor est.



Hinc ille componere incipit, ut adpareat, duas rectas in duobus punctis *D*, *E* ad rectos angulos erectas intra lineam *BG* concurrere. Punctum igitur concursus centrum ponimus.

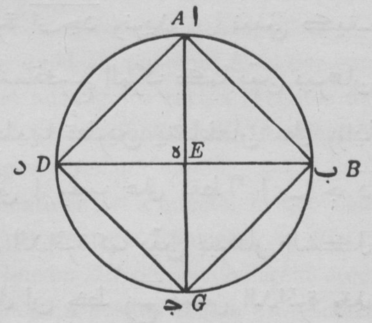
الشكل السادس من المقالة الرابعة

نُريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرة مفروضة شكلا ذا اربعة اضلاع تُحيط به فننُزل ان الدائرة دائرة ابجد ونستخرج مركز الدائرة كما بيّن ببرهان ا من ج وليكن علامة ه ونجيز عليها خطين يتقاطعان على زوايا قائمة كما بيّن ببرهان يا من ج فننزل انهما قُطرا اج بد ونصلُ خطوط اب بج جد دا فمن اجل ان نقطة ه مركز وقد خرج منها خطوط ها هب هج هد فالخطوط الخارجة من مركز ه الى المحيط متساوية فخط [ا] به ها مثل خطى ده ها وزاوية بها مثل زاوية دها لان كل واحدة منهما قائمة فظاهِرٌ من برهان ۴ من ا ان قاعدة اب مساوية لقاعدة اد وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان قاعدة بج مثل قاعدة جد وقاعدة اب مساوية لقاعدة بج وقاعدة جد مساوية لقاعدة اد فالخطوط الاربعة المحيطة بذى الاربعة الاضلاع متساوية ومن اجل ان زاوية باد فى نصف دائرة فبيّنٌ ببرهان ۳۰ من ج انها قائمة وكذلك يتبيّن ان كل واحدة من زوايا ابج بجد جدا قائمة لان كل واحدة منها فى نصف دائرة فالشكل ذو الاربعة الاضلاع المعمولُ فى دائرة ابجد متساوى الاضلاع قائم الزوايا فقد عملنا فى دائرة ابجد شكلا ذا اربعة اضلاع قائم الزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال النريزى وامّا حلُّ هذا الشكل فانّا نُنزل انّ المربعَ معمولٌ فمن اجل انا نطلب ان يكون اد مثل اب وزاوية ا قائمة فظاهرٌ ان خط بد يجب ان يكون قُطرًا للدائرة وكذلك انا متى طلبنا ان يكون خط اب مثلَ خط بج وزاوية ب قائمة ان خط اج يجب ان يكون قُطرًا للدائرة

Propositio VI libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato figuram quadrilateram describamus ab eo comprehensam.

Supponimus, circulum esse circulum $ABGD$. Ex III, 1 centrum circuli sumimus, quod sit punctum E, et ex III (scr. I), 11 in eo duas lineas ad rectos angulos inter se secantes ducimus, quas diametros AG, BD esse supponimus. Lineas AB, BG, GD, DA ducimus. Quoniam punctum E centrum est, et ab eo lineae EA, EB, EG, ED ductae sunt, lineae a centro E ad ambitum ductae inter se aequales sunt; itaque duae lineae BE, EA duabus lineis DE, EA aequales sunt. Et angulus BEA angulo DEA aequalis est, quia uterque rectus; itaque ex I, 4 manifestum est, basim AB basi AD aequalem esse. Similiter demonstratur, basim BG basi GD aequalem esse. Basis uero AB basi BG aequalis est et basis GD basi AD aequalis; itaque quattuor lineae, quae quadrilaterum comprehendunt, inter se aequales sunt. Et quoniam angulus BAD in semicirculo est, ex III, 30 manifestum est, eum rectum esse.



Eodem modo demonstratur, unumquemque angulorum ABG, BGD, GDA rectum esse, quia unusquisque eorum in semicirculo est; itaque figura quadrilatera in circulo $ABGD$ constructa aequilatera et rectangula est. Ergo iam in circulo $ABGD$ figuram quadrilateram rectangulam construximus. Q. n. e. d.

Dixit Al. Narizi: Quod ad hanc propositionem soluendam adtinet, supponimus, quadratum datum esse. Quoniam postulamus, [lineam] AD [lineae] AB aequalem esse et angulum A rectum, manifestum est, lineam BD necessario esse diametrum circuli. Eodem modo, quoniam postulamus, lineam AB lineae

3

فنقطة ه اذن المركز فزاوية هاب مثل زاوية هبا فتبقى زاوية اهب
قائمة وهى مثل زاوية بهج فالزوايا الاربع التى عند المركز كل
واحدة منها قائمة فالقطران يتقاطعان على زوايا قائمة فالرياضى
بدأ من هذا الموضع فركّب واستخرج المركز واجاز عليه قطرين
يتقاطعان على زوايا قائمة فوجَدَ مطلوبَهُ ∴.

الشكل السابع مِن المقالة الرابعة

54 u. نريد ان نبيّن كيف نعمل على دائرة معلومة شكلا مربّعا قائم
الزوايا يحيط بها[1] فنفرض دائرة ابجد ونريد ان نبين كيف
نعمل عليها مربّعًا قائم الزوايا فنستخرج المركز كما بيّن ببرهان
ا من ٣ وليكن نقطة ه ونُجيز عليها قُطرين يتقاطعان على زوايا
قائمة كما بيّن ببرهان يا من ا ونُجيز على نقط[2] ا ب ج د
خطوط زح زط طك كح تماس الدائرة كما بيّن ببرهان الشكل
المضاف الى يو من ج فمن اجل ان خط زح يماس الدائرة وقد
خرج من حيث يماسّها خط اج[3] يمر بالمركز فظاهِرٌ من برهان يز
من ج ان خط ها قائم على خط زح على زوايا قائمة فالزاويتان
اللتان عند ا كل واحدة منهما قائمة وكذلك الزوايا التى عند
نقط[2] ب ج د كل واحدة منها زاوية قائمة فمن اجل ان زاويتى
زاه اهب كل واحدة منهما قائمة فمن اجل ان خط اه قد جاز على

---

[1] Primum scriptum: بِه   [2] Primum scriptum: نقطة

[3] Primum scriptum: اح *(AH)*.

BG aequalem esse et angulum *B* rectum, necesse est, lineam *AG* diametrum esse circuli; quare punctum *E* centrum est. Itaque angulus *EAB* angulo *EBA* aequalis; relinquitur igitur angulus *AEB* rectus, qui angulo *BEG* aequalis est. Ergo unusquisque quattuor angulorum ad centrum positorum rectus est, et duae diametri inter se ad rectos angulos secant. Qua de causa geometra hinc componere incipit, et per centrum sumptum duas diametros duxit, quae inter se ad rectos angulos secant. Ergo, quod quaerebat, inuenit.

Propositio VII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum circulum datum figuram quadratam rectangulam eum comprehendentem construamus.

Circulum *ABGD* supponimus. Demonstrare uolumus, quo modo circum eum quadratum rectangulum construamus.

Centrum ex III, 1 sumimus, quod sit punctum *E*, et per eum ex I, 11 duas diametros inter se ad angulos rectos secantes ducimus. Per puncta *A*, *B*, *G*, *D* ex propositione ad III, 16 adiecta*) lineas *ZH*, *ZΘ*, *ΘK*, *KH* ducimus circulum contingentes. Quoniam igitur linea *ZH* circulum contingit, et a puncto, in quo eum contingit, linea *AG* ducta est per centrum transiens, ex III, 17 manifestum est, lineam *EA* ad lineam *ZH* perpendicularem erectam esse; quare uterque angulus ad *A* positus rectus est. Eodem modo singuli anguli ad puncta *B*, *G*, *D* positi recti anguli sunt. Et quoniam uterque angulus *ZAE*, *AEB* rectus est, et linea *AE* in duas lineas *AZ*, *EB* incidens duos angulos interiores ad eandem partem positos duobus angulis rectis aequales facit[1]); itaque ex I, 28 manifestum est, lineam *AZ* lineae *EB* parallelam esse. Iam

*) P. 75.

[1]) In margine: كان يجب ان تقول زاويتا ازب هبز معادلتان لقائمتين Necesse est dicas, duos angulos *AZB*, *ΘZB* duobus rectis aequales esse.

خط [ى] از هب فصيّر الزاويتين الداخلتين اللتين فى جهة واحدة مساويتين لزاويتين قائمتين فظاهرٌ من برهان كح من ا[1] ان خط از مواز لخط هب ومن اجل ان خط از مواز لخط هب وقد اجيز عليهما خط زب فبيّنٌ من برهان كط من ا انّ زاوية ازب مساوية لزاوية [ه]بز فمن اجل ان زاوية زبه قائمة تكون زاوية ازب ايضا قائمة فسطح اب قائم الزوايا وهو ايضا متوازى الاضلاع لانّ الزاويتين اللتين عند ا ز قائمتان فخط زب مواز لخط اه فمن اجل ان خط اه مثل خط هب لانهما خرجا من المركز الى المحيط وسطح اب متوازى الاضلاع فبيّن من برهان لد من ا ان كل ضلعين يتقابلان متساويان فضلع هب مساو لضلع از وخط اه مساو لخط زب فسطح اب متساوى[2] الاضلاع قائم الزوايا وبمثل هذا البرهان يتبيّن انّ سطح بج ايضا متساوى الاضلاع قائم الزوايا فخط زط باسره مساو لخط اج وموازيه وكذلك خط اج مساو لخط حك وموازيه فخط زط اذًا مساو لخط حك وموازيه وكذلك يتبيّن ان خط زح مواز لخط طك ومساويه فشكل زحطك[3] متساوى الاضلاع قائم الزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

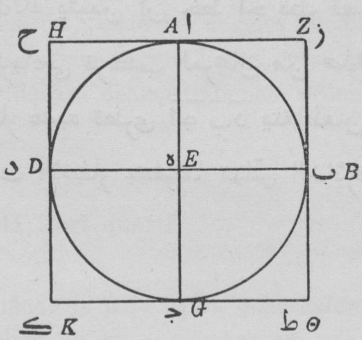
واما حل هذا الشكل فانا نُنزل ان المربع معمول على الدائرة فمن اجل ان خط زح يماسّ الدائرة على نقطة ا فان الخط الذى يخرج من نقطة ا على زوايا قائمة يمر بالمركز وكذلك الخطوط الخارجة من نقط ب ج د على زوايا قائمة فانّها تنتهى الى المركز فنخرجها

---

[1]) Primum ج scriptum. [2]) In margine متوازى

[3]) In textu: زحكك

quoniam linea AZ lineae EB parallela est et linea ZB in utramque incidit, ex I, 29 manifestum est, angulum AZB angulo $[E]BZ$ aequalem esse. Et quoniam angulus ZBE rectus est, etiam angulus AZB rectus est; itaque spatium AB rectangulum est. Idem autem parallelogrammum est, quia duo anguli ad A, Z positi recti sunt; quare linea ZB lineae AE parallela. Et quoniam linea AE lineae EB aequalis est, quia utraque a centro ad ambitum ducta est, et spatium AB parallelogrammum, ex I, 34 manifestum est, binas lineas sibi oppositas inter se aequales esse; itaque latus EB lateri AZ aequale erit. Linea AE autem lineae ZB aequalis est; itaque spatium AB latera inter se aequalia habet et rectangulum est.



Similiter demonstratur, etiam spatium BG latera inter se aequalia habere et rectangulum esse. Itaque tota linea $Z\Theta$ lineae AG aequalis et parallela est. Et eodem modo linea AG lineae HK aequalis et parallela est; quare linea $Z\Theta$ lineae HK aequalis et parallela est. Et eodem modo demonstratur, lineam ZH lineae ΘK parallelam et aequalem esse. Ergo figura $ZH\Theta K$ latera inter se aequalia habet et rectangula est. Q. n. e. d.

Quod ad solutionem huius propositionis adtinet, supponimus[1]), quadratum circum circulum constructum esse. Quoniam linea ZH circulum in puncto A contingit, linea a puncto A ad angulos rectos ducta per centrum transit. Eodem modo lineae a punctis B, G, D ad rectos angulos ductae ad centrum peruenient. Ducimus eas, et ad punctum E, quod centrum est, perueniant. Quoniam uterque angulus ZAE, ZBE rectus est, et

---

[1]) Apud Gher. Crem. (ed. Curtze, p. 146) legitur: »Eam solvam, sicut est, et ponam«. Codex autem Reg. 1268, ut Ant. Bjørnbo me docet, recte habet: »Eius tamen solutio sic est. Ponam . . . .«

ولتلتق على نقطة ه التى هى المركز ومن اجل ان زاويتى زاه زبه كل واحدة منهما قائمة وزاوية ز فُرضت قائمة فانّ زاوية اهب الباقية ايضا قائمة وكذلك يتبيّن انّ زاوية اهد قائمة فقد خرج من نقطة ه من خط اه خطان فى جهتين مختلفتين وهما خطا هب هد فصارت الزاويتان اللتان عن جنبتى خط اه مساويتين لزاويتين [قائمتين] فخطا به هج قد اتصلا على استقامة وصارا خطا واحدا فخط بد اذن قطر الدائرة وكذلك يتبيّن ان خط اج قطر لها وقد تقاطعا على نقطة ه فبدأ الرياضى فركّب البرهان من هذا الموضع بان استخرج المركز واجاز عليه قطرى اج بد يتقاطعان على زوايا قائمة واجاز على اطراف الاقطار خطوطاً تماسّ الدائرة ثم نظمَ سائر البرهان ∴

الشكل الثامن من المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل فى شكلٍ مربع متساوى الاضلاع قائم الزوايا معلومٍ دائرةً يُحيط بها فلننزل انّ المربع المعلومَ الشكل الذى عليه ابجد ونريد ان نبيّن كيف نعمل فيه دائرةً يحيط بها فنقسِم كل واحد من ضلعَى اد اب بنصفين على نقطتى ه ز كما بيّن ببرهان ى من ا ونُخرج خطى هح زط على زوايا قائمة يتقاطعان على علامة ك فاقول ان علامة ك مركز 55 r.
الدائرة التى تقع فى مربّع ابجد برهانه من اجل انّ اه مثل هد فان اد ضعف اه وكذلك نبيّن انّ اب ضعف از لكن اد مساو لخط

angulus Z rectus datus est, angulus, qui relinquitur, AEB ipse quoque rectus est. Eodem modo demonstratur, angulum AED rectum esse. Itaque a puncto E lineae AE duae lineae in duas partes diuersas ductae sunt, quae sunt duae lineae EB, ED, et duo anguli ad utramque partem lineae AE positi duobus angulis [rectis] aequales sunt; itaque duae lineae BE, EG in directum ductae una linea factae sunt. BD igitur linea diametrus circuli est. Eodem modo demonstratur, lineam AG eius diametrum esse; et in puncto E inter se secant. Geometra igitur demonstrationem hinc ita componere incepit, ut centrum sumeret et per id duas diametros AG, BD duceret, quae ad angulos rectos inter se secant, et per terminos diametrorum lineas circulum contingentes duceret. Deinde reliquam demonstrationem ordine deducit.

Propositio VIII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in data figura quadrilatera aequilatera et rectangula circulum ab ea comprehensum construamus.

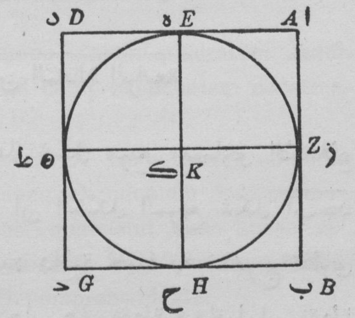
Supponamus, quadratum datum esse figuram $ABGD$. Demonstrare uolumus, quo modo in eo circulum ab eo comprehensum construamus. Utroque latere AD, AB ex I, 10 in duobus punctis E, Z in binas partes aequales diuiso duas lineas EH, $Z\Theta$ ad rectos angulos ita ducimus, ut in puncto K inter se secent. Dico, punctum K esse centrum circuli, qui in quadrato $ABGD$ positus sit.

Demonstratio. Quoniam [linea] AE [lineae] ED aequalis est, AD duplo maior quam AE erit. Eodem modo demonstramus, AB duplo maiorem quam AZ esse. AD autem lineae AB aequalis est; et ubi duae magnitudines inter se aequales singulae duabus magnitudinibus duplo maiores sunt, hae duae magnitudines inter se aequales sunt; quare linea AE lineae AZ aequalis. Quoniam

اب والاشياء المتساوية اذا كان كل واحد منها ضعفًا لمقدارين فانّ المقدارين متساويان فخط اه مساو لخط از ومن اجل ان كل واحدة من زاويتى اهك ازك قائمة وكذلك زاوية زاه ايضا قائمة تبقى زاوية ك قائمة فالزوايا التى عند ك الاربع اذن كل واحدة منها قائمة فمن اجل ان سطح اك متوازى الاضلاع فظاهرٌ من برهان ٣٤ من ا ان كل خطين يتقابلان متساويان فخط اه مثل خط زك وخط از مثل خط هك فسطح هز متساوى الاضلاع قائم الزوايا وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان سطح كب متساوى الاضلاع قائم الزوايا فخط كح مثل خط زب وكُنّا بيّنا ان خط هك مثل خط از فخط هح مثل خط اب وخط با ضعف از فخط هح اذًا ضعف خط هك فخط هك اذًا مثل خط كح وكُنا بيّنا ان خط هك مثل [خط] كز فخطوط هك كز كح الثلثة متساوية وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان خط اد ضعف خط ده وخط زط ضعف خط كط وخطا اد زط متساويان فكل واحد من خطى هك كط متساويان لكن خط هك مثل خط هد فخط كط اذًا مثل خط كه فالخطوط الاربعة الخارجة من نقطة ك الى نقط ه ز ط ح متساويةٌ اعنى خطوط كه كز كح كط فاذا جُعِلت[1] نقطة ك مركزًا وادير ببعد احد الخطوط الاربعة دائرة فظاهِرٌ انها تمرّ بمواضع النقط ولا تقطع شيًا من الاضلاع لان الزوايا التى عند النقط كل واحدة منها قائمة فخطوط اد دج جب با الاربعة تماسّ دائرة هزحط

[1]) In cod.: جُعِلَ

uero uterque angulus AEK, AZK rectus et angulus ZAE ipse quoque rectus, relinquitur angulus K rectus. Itaque quattuor anguli ad K positi singuli recti sunt. Et quoniam spatium AK parallelogrammum est, ex I, 34 manifestum est, omnes lineas sibi oppositas inter se aequales esse; quare linea AE lineae ZK aequalis et linea AZ lineae EK aequalis; itaque spatium EZ aequilaterum et rectangulum est. Similiter demonstramus, spatium KB aequilaterum et rectangulum esse; itaque linea KH lineae ZB aequalis est. Iam autem demonstrauimus, lineam EK lineae AZ aequalem esse; itaque linea EH lineae AB aequalis. Linea BA autem duplo maior est quam AZ; quare etiam linea EH duplo maior est quam linea EK; itaque linea EK lineae KH aequalis. Iam autem demonstrauimus, lineam EK [lineae] KZ aequalem esse*); itaque tres lineae EK, KZ, KH inter se aequales sunt. Et similiter demonstratur, lineam AD linea DE duplo maiorem, et lineam $Z\Theta$ linea $K\Theta$ duplo maiorem esse. Duae autem lineae AD, $Z\Theta$ inter se aequales sunt; itaque utraque linea EK [scr. ED], $K\Theta$ inter se aequales sunt. Uerum linea EK lineae ED aequalis est; quare linea $K\Theta$ lineae KE aequalis. Itaque quattuor lineae a puncto K ad puncta E, Z, Θ, H ductae inter se aequales sunt, scilicet lineae KE, KZ, KH, $K\Theta$; si igitur puncto K centro sumpto radio una ex quattuor lineis circulus describitur, manifestum est, eum in puncta incidere nec latera secare; quoniam enim singuli anguli ad puncta positi recti sunt, quattuor lineae AD, DG, GB, BA circulum $EZH\Theta$ in punctis E, Z, H, Θ contingunt, quia a terminis diametrorum ductae sunt, quod ex III, 14 [scr. 15] manifestum



*) Deest haec demonstratio in praecedentibus.

على نقط ه ز ح ط لانها خارجة من اطراف الاقطار وذلك ظاهر من برهان ١٤ من ٣ فقد عملنا فى مربع ابجد دائرةً يحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ واما حلّ هذا الشكل فانا ننزل ان دائرة ه‍زحط معمولة فى مربّع اب جد المفروض فمن اجل انّ كه مثل كز وخط اب يماسّ الدائرة على نقطة ز وكذلك خط اد يُماسُّها على نقطة ه فانّ الزاويتين اللتين عند ز ه كل واحدة منهما قائمة وزاوية ا ايضا قائمة فتبقى زاوية ك قائمة وكذلك يتبيّن انّ زاوية ه‍كط قائمة فخط زط خطٌ واحدٌ مستقيم فنطلب انّ خط اه مثل خط ه‍د وخط از مثل خط زب وذلك بيّنٌ من برهان كلام ايرُن فى ١٩ من ٣ لان دائرة ه‍زحط يحيط بها مربع ابجد فعلى ما بيّن فى ١٩ من ٣ يتبيّن ان خط اه مثل خط ه‍د وخط از مثل خط زب وانّ كل واحد من خطى ه‍ح زط مستقيم فانّهما قائمان على خطى اد اب على زوايا قائمة فبدأ الرياضى من هذا الموضع فركّب بان قسمَ كلَ واحد من خطى اد اب بنصفين واخرج خطى ه‍ح زط على زوايا قائمة ثم رتّب البرهان الترتيب الذى قدّمناه ∴

الشكل التاسع مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل على شكل مربع متساوى الاضلاع قائم الزوايا دائرةً تحيط به فننزل ان الشكل المربع شكل ابجد ونريد ان نبين كيف نعمل عليه دائرةً تُحيط به فنُخرج قطرى المربّع وليكونا خطى اج بد يتقاطعان على نقطة ه فاقول ان نقطة ه مركز للدائرة التى تحيط بمربع ابجد برهانه مِن اجل انّ خط

est. Ergo in quadrato $ABGD$ circulum ab eo comprehensum construximus. Q.n.e.d.

Quod ad solutionem huius propositionis adtinet, supponimus, circulum $EZH\Theta$ in quadrato dato $ABGD$ constructum esse. Quoniam $KE = KZ$, et linea AB circulum in puncto Z contingit, et similiter linea AD eum in puncto E contingit, uterque angulus ad Z, E positus rectus est. Uerum etiam angulus A rectus; relinquitur igitur angulus K rectus. Eodem modo demonstratur, angulum $EK\Theta$ rectum esse; itaque linea $Z\Theta$ una linea recta est. Iam dicimus, lineam AE lineae ED et lineam AZ lineae ZB aequalem esse, quod adparet ex demonstratione Heronis in III, 16*), quia circulus $EZH\Theta$ quadrato $ABGD$ comprehenditur, et ex eo, quod in III, 16 demonstratur, manifestum est, lineam AE lineae ED et lineam AZ lineae ZB aequalem esse, et utramque lineam EH, $Z\Theta$ rectam esse; ad duas enim lineas AD, AB perpendiculares sunt.

Geometra igitur hinc incepit componere eo modo, ut utramque lineam AD, AB in binas partes aequales diuideret et duas lineas EH, $Z\Theta$ ad rectos angulos duceret. Deinde demonstrationem eo ordine deducit, quem supra indicauimus,

Propositio IX libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum quadratum aequilaterum et rectangulum circulum id comprehendentem construamus.

Supponimus, quadratum esse $ABGD$. Demonstrare uolumus, quo modo circum id circulum id comprehendentem construamus. Diametros igitur quadrati ducimus, quae sint duae lineae AG, BD, ita ut in puncto E inter se secent. Dico, punctum E esse centrum circuli quadratum $ABGD$ comprehendentis.

---

*) P. 75.

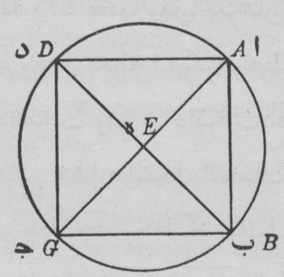
اب مساو لخط اد فانّ زاوية ابد مساوية لزاوية ادب وذلك بيّن
مِن برهان ۴ مِن ا وزاوية باد فُرضت قائمة فظاهرٌ مِن برهان ۳۲
مِن ا ان كل واحدة مِن زاويتى باج بدا نصفُ قائمة وفرضنا
زوايا المربع الاربع كلَ واحدة منها قائمةً فقد انقسمَت كل 55 u
واحدة منها بقسمين متساويين والاقسام كلها متساوية فزاوية
باه مساوية لزاوية ابه فخط ها مساو لخط هب وكذلك زاوية هاد
مساوية لزاوية هدا فضلع ها مساو لضلع هد وبمثل هذا البرهان
يتبيّن انّ خط هج مثل خط هد فالخطوط الاربعة متساوية اعنى
خطوط ها هب هج هد واذا جُعلت([1] نقطة ه مركزًا وخُطَّ ببعد احدها
دائرة فظاهر انها تمرّ بنقط ا ب ج د فقد عملنا على مربع ابجد
دائرة ابجد تُحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن واما على طريق الحلّ
فانّا نُنزل ان الدائرة معمولة([2] على الشكل المربع فنقول ان خطى
ده هب قد اتصلا على استقامة وكذلك خطا اه هج فمن اجل ان
الخطوط التى تخرج مِن المركز الى المحيط متساوية فان خطوط ها
هب هد هج متساوية فضلعا اه هب مثل ضلعى اه هد وقاعدة اب مثل
قاعدة اد([3] فزاوية اهب مثل زاوية اهد فقد خرج مِن خط اه مِن
نقطة ه خطا هب هد على استقامة وصارا خطا واحدا فخط دب اذاً
مستقيم وكذلك خط اج فابتدأ الرياضى واخرج خطى اج بد ثم
نظم البرهان ∴

[1]) In cod.: جُعِل

[2]) In cod. primum scriptum: معلولة

[3]) In cod. primum scriptum: ده

Demonstratio. Quoniam linea AB lineae AD aequalis est, angulus ABD angulo ADB aequalis erit, quod ex I, 4 manifestum est. Uerum angulus BAD datus est rectus; ex I, 32 igitur adparet, utrumque angulum BAG, BDA dimidium recti esse. Quattuor autem anguli quadrati singuli recti dati sunt; itaque singuli in binas partes inter se aequales diuisi sunt, et omnes partes inter se aequales sunt; itaque angulus BAE angulo ABE aequalis est, et linea EA lineae EB aequalis. Eodem modo angulus EAD angulo EDA aequalis est; quare latus EA lateri ED aequale. Et similiter demonstratur, lineam EG lineae ED aequalem esse. Itaque quattuor lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae EA, EB, EG, ED. Et puncto E centro sumpto circuloque radio una ex iis descripto adparet, eum per puncta A, B, G, D transire. Ergo circum quadratum $ABGD$ circulum $ABGD$ id comprehendentem descripsimus. Q. n. e. d.



Quod ad rationem soluendi adtinet, supponimus, circulum circum figuram quadrati constructum esse. Dicimus, duas lineas DE, EB in directum coniunctas esse, et eodem modo duas lineas AE, EG. Quoniam enim lineae a centro ad ambitum ductae inter se aequales sunt, lineae EA, EB, ED, EG inter se aequales sunt; itaque duo latera AE, EB duobus lateribus AE, ED aequalia. Et basis AB basi AD aequalis; itaque $\angle AEB = AED$. Iam a puncto E lineae AE duae lineae EB, ED in directum ductae et una linea factae sunt. Ergo linea DB recta, et eodem modo linea AG. Geometra igitur incepit a duabus lineis AB, BD ducendis et deinde demonstrationem ordine deduxit.

الشكل العاشر مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل مثلثا متساوى الساقين تكون كل واحدة من زاويتيه اللتين على القاعدة ضعف الزاوية التى يحيط بها الساقان فنفرض خطا مّا وليكن خط اب ونقسمُه بقسمين يكون السطح القائم الزوايا الذى يحيط به خطُ اب واحدُ القسمين مثل المربع الكائن مِن القسم الاخر وقسمَةُ ذلك كما بُيّن ببرهان ١١ مِن ٢ فننزل انا قد قسمناه على نقطة ج ونجعل نقطة ا مركزا ونخط ببعد اب دائرة عليها بده ونُخرج مِن نقطة ب وترًا فى دائرة بده مساويًا لخط اج وقد بُيّن كيف يكون اخراج هذا بالشكل المضاف الى ١ مِن ٤ وليكن مثل خط بد ونصِلُ خط جد وخط اد فاقول ان كل واحدة مِن زاويتى ابد ادب ضعفُ زاوية باد برهانه انا نخط على مثلث اجد دائرة اجد وقد بُيّن كيف نخط ذلك ببرهان ٥ مِن ٤ فمن اجل ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساو للمربع الكائن مِن خط اج وخط اج مساو لخط بد فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساو للمربع الكائن مِن خط بد ونقطة ب خارج دائرة اجد وقد خرج منها خطان احدُهما يقطعها وهو خط اب والاخر ينتهى اليها وهو خط بد فمن اجل ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب[1] بج مساو للمربع الكائن مِن خط بد فظاهِرٌ مِن برهان ٣٦ مِن ٣ ان خط بد

[1]) In cod.: خطاب

Propositio X libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo triangulum aequicrurium ita construamus, ut uterque angulus eius ad basim positus angulo a duobus cruribus comprehenso duplo maior sit.

Lineam aliquam damus, quae sit linea AB, eamque in duas partes ita diuidimus, ut spatium rectangulum, quod a linea AB et altera parte comprehenditur, quadrato partis alterius aequale sit, quae diuisio ex II, 11 fit. Supponimus igitur, eam in puncto G diuisam esse, et puncto A centro sumpto radioque AB circulum BDE describimus. A puncto B in circulo BDE chordam lineae AG aequalem ducimus, quae quo modo ducatur, ex propositione ad IV, 1 adiecta manifestum est. Sit qualis linea BD. Lineam GD et lineam AD ducimus. Dico, utrumque angulum ABD, ADB angulo BAD duplo maiorem esse.

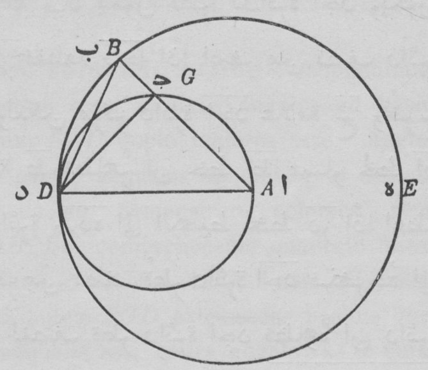
Demonstratio. Circum triangulum AGD circulum AGD ducimus, quod quo modo fieri possit, ex IV, 5 adparet. Quoniam rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae AG aequale est, et linea AG lineae BD aequalis, rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae BD aequale erit. Et punctum B extra circulum AGD positum est, et ab eo duae lineae ductae sunt, quarum altera circulum secat, scilicet linea AB, altera ad eum adcidit, scilicet linea BD; quare quoniam rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae BD aequale est, ex III, 36 manifestum est, lineam BD circulum AGD contingere. Et quoniam a puncto contactus linea DG ducta est, ex III, 31 manifestum est, duos angulos ad utramque partem lineae GD positos duobus angulis, qui in duobus segmentis eius alternis positi sunt, aequales esse; quare $\angle BDG = GAD$. Angulo igitur GDA communi sumpto totus angulus BDA summae duorum angulorum GDA, GAD aequalis est. Uerum duo anguli GDA, GAD angulo BGD extra triangulum AGD posito aequales sunt, quod ex I, 31 manifestum est; itaque angulus BGD angulo ADB aequalis est.

مماسٌّ لدائرة اجد ولانه قد خرج مِن علامة المُماسّة خط دج
فظاهِرٌ مِن برهان ٣١ مِن ٣ ان عن جنبتى خط جد زاويتين
مساويتين للزاويتين اللتين فى قطعتيه المتبادلتين فزاوية بدج
مساوية لزاوية جاد وناخذ زاوية جدا مشتركة فيكون جميع زاوية
بدا مساوية لمجموع زاويتى جدا جاد ولكن زاويتى جدا جاد
مساويتان لزاوية بجد الخارجة مِن مثلث اجد وذلك ظاهرٌ مِن
برهان ٣١ مِن ١ فزاوية بجد اذًا مساوية لزاوية ادب ومِن اجل ان
خط اب مساو لخط اد لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فبيّنٌ
مِن برهان ٥ مِن ١ انّ زاوية ابد مساوية لزاوية ادب فزاوية جبد
اذًا مساوية لزاوية بجد فبيّنٌ مِن برهان ٦ مِن ١ ان خط بد
مساو لخط جد وكنّا فرضنا خط بد مساويًا لخط اج فخط جد مساو
لخط اج فظاهرٌ مِن برهان ٥ مِن ١ ان زاوية جاد مساوية لزاوية
جد وقد كان تبيّنَ ان زاوية جدب مساوية لزاوية جاد فزاوية
جدا اذًا مساوية لزاوية جدب فزاوية ادب اذًا ضعف زاوية باد
وكذلك زاوية دبا ضعف زاوية باد فقد عملنا مثلث ابد
متساوى الساقين اعنى خطى اب اد وكل واحدة مِن الزاويتين
اللتين فوق قاعدة بد ضعف زاوية باد وذلك ما اردنا ان نبيّن
قال المُفسِّرُ انما يُمكن ان نُعمل على مثلث اجد دائرة متى عُمِلَت [1]
زاوية اجد قائمة هى ام منفرجة ام حادّة فنقول مِن اجل ان خط

---

[1]) In codice sine dubio est عُلِمَت, sed librarius scribere incepisse عم mihi videtur. Apud Gherardum (ed. Curtze p. 149): »postquam factus fuerit«.

Quoniam uero linea AB lineae AD aequalis est, quia utraque a centro ad ambitum ducta est, ex I, 5 manifestum est, angulum ABD angulo ADB aequalem esse; quare $\angle GBD = BGD$. Ex I, 6 igitur manifestum est, lineam BD lineae GD aequalem esse. Lineam uero BD lineae AG aequalem supposuimus; itaque linea GD lineae AG aequalis est. Ex I, 5 igitur manifestum est, angulum GAD angulo $GD[A]$ aequalem esse. Sed iam demonstratum erat, angulum GDB angulo GAD aequalem esse; quare $\angle GDA = GDB$. Itaque angulus ADB angulo BAD duplo maior est. Et eodem modo angulus DBA angulo BAD duplo maior est. Ergo triangulum ABD construximus, cuius crura, scilicet duae lineae AB, AD, aequalia sunt, et uterque angulus ad basim BD positus angulo BAD duplo maior. Q. n. e. d.



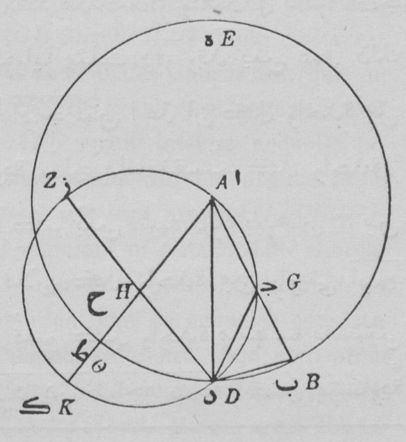
Commentator dixit. Non fieri non potest, ut circum triangulum AGD circulum construamus, siue angulus AGD rectus, siue obtusus siue acutus constructus est.

Dicimus igitur: Quoniam linea BD circulum AGD contingit, et angulus BDA acutus est, linea ad punctum D lineae BD perpendicularis diametrus circuli AGD erit cadetque a linea DA ut linea DZ; quare segmentum DGA minus semicirculo est, et angulus AGD obtusus. Sit centrum circuli AGD punctum H. Lineam AH ductam ad punctum Θ producimus. Manifestum est igitur, lineam $A\Theta$ lineae AD aequalem esse, quia utraque a centro circuli BDE ad ambitum ducta est; itaque linea DZ maior est linea $A\Theta$, et linea $H\Theta$ dimidio diametri circuli AGD minor.

بد يماسّ دائرة اجد وزاوية بدا حادّة فان الخط الذى يكون
عمودًا على نقطة د مِن خط بد يكون قطرًا لدائرة اجد ويكون
وقوعُه مِن خط دا كخط دز فقطعة دجا اذًا اصغر مِن نصف دائرة
فزاوية اجد اذن منفرجة وليكن مركزُ دائرة اجد علامة ح ونُخرج
خط اح ونُخرجهُ الى علامة ط فظاهرٌ ان خط اط مساو لخط اد
لانهما اُخرجا مِن مركز دائرة بده الى المحيط فخط دز اذًا اعظم
مِن خط اط فخط حط اصغر مِن نصف قُطر دائرة اجد فنُخرجهُ الى
نقطة ك فخط حك مساو لنصف قطر دائرة اجد فظاهِرٌ ان دائرة
بده تقاطعُ دائرة اجد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وامّا على طريق
الحلّ فانا نُنزل ان مثلث ابد قد عمُل وان كل واحدة مِن زاويتى
ابد ادب ضعف زاوية باد فنقسم زاوية ادب بنصفين بخط دج
فكل واحد مِن القسمين اذًا مساو لزاوية جاد فنطلب ان القائم
الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساو لمربع اج فمن اجل انّ
زاوية جاد مساوية لزاوية ادج فان خط اج مساو لخط جد وزاوية
بجد الخارجة مثل زاويتى ادج جاد فهى اذًا ضعف زاوية جاد
فزاوية بجد اذًا مثل كل واحدة مِن زاويتى ابد ادب فخط دج
مساو لخط بد فخط اج مساو لخط بد وزاوية اجد مساوية لزاويتى
جبد جدب فهى اذًا اعظم مِن زاوية بجد فزاوية اجد منفرجة
فنُقيم على نقطة د خط دز على زوايا قائمة فظاهِرٌ انا اذا عملنا
على مثلث اجد دائرة اجد فان خط دز يكون قطرًا للدائرة وخط
بد يُماسّ فنقطة ب خارج دائرة اجد وقد خرج منها خطا اب
بد خط اب يقطعها وخط بد يُماسّها فالقائم الزوايا الذى يحيط

Eam ad punctum K producimus. Itaque linea HK dimidio diametri circuli AGD aequalis est. Ergo manifestum est circulum BDE circulum AGD secare. Q. n. e. d.

Quod ad rationem soluendi attinet, supponimus, triangulum ABD constructum esse, et duos angulos ad basim positos ABD, ADB angulo BAD duplo maiores esse. Angulo ADB linea DG in duas partes aequales ita diuiso, ut utraque pars angulo GAD aequalis sit, demonstrare uolumus, rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae AG aequale esse. Quoniam $\angle GAD = ADG$, linea AG lineae GD aequalis est. Angulus autem BGD extrinsecus positus duobus angulis ADG, GAD aequalis est; quare angulo GAD duplo maior. Angulus BGD igitur utrique angulo ABD, ADB aequalis est; quare linea DG lineae BD aequalis; etiam linea AG igitur lineae BD aequalis. Angulus uero AGD duobus angulis GBD, GDB aequalis est; angulo igitur BGD maior est; itaque angulus AGD obtusus. Lineam DZ ad punctum D perpendicularem erigimus; itaque manifestum est, quum circum triangulum AGD circulum AGD construximus, lineam DZ diametrum circuli esse et lineam BD contingere. Quare punctum B extra circulum AGD positum est. Et ab eo ductae sunt duae lineae AB, BD, et linea AB eum secat, linea BD autem tangit. Ergo rectangulum duabus lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae BD aequale erit.



Geometra hinc incipit et supponit aliquam lineam ut lineam AB. Deinde eam in puncto G in duas partes diuisit, ita ut rectangulum duabus

به خطا اب بج مساو للمربع الكائن مِن خط بد فبدأ الرياضى مِن هذا الموضع وفرض خطاً ما عليه كخط اب ثم قسمه على نقطة ج بقسمين يكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اب بج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اج ثم نظم سائرَ البرهان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الحادى عشر مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نبيّن كيف نخط فى دائرة مفروضة شكلا مُخمّسًا[1] متساوى الاضلاع والزوايا فننُزل ان الدائرة المفروضة دائرة ابج ونُبيّن كيف نخط فيها شكلا مُخمّسًا متساوى الاضلاع فنعمل مثلثا متساوى الساقين تكون كل واحدة مِن زاويتيه اللتين على القاعدة ضعف الزاوية التى تُحيط بها الساقان كما بيّنا عملَهُ بالشكل الذى قبل هذا ونُنزل انه مثلث دهز ونعمل فى دائرة ابج مثلثا تكون زوايا[ه] مساوية لزوايا مثلث دهز وقد بيّن عمل ذلك ببرهان ٢ مِن ٤ وليكن مثلث ابج فمن اجل ان كل واحدة مِن زاويتى ابج اجب ضعفُ لزاوية باج فانا نقسم كل واحدة[2] منهما بنصفين بخطى بد جه كما بُيّن قسمه ذلك ببرهان ٢٣ مِن ا ونصل اه هب بج جد دا فلان كل واحدة مِن زاويتى ابج اجب ضعف زاوية باج وقد قُسم كل واحدة منهما بقسمين متساويين فان زوايا باج ابد دبج اجه بجه الخمس متساوية 56 u.

[1]) In codice: مُحسّسًا
[2]) In codice: واحدٍ

lineis AB, BG comprehensum quadrato lineae AG aequale esset. Deinde reliquam partem demonstrationis ordine deduxit. Q. n. e. d.

Propositio XI libri quarti.

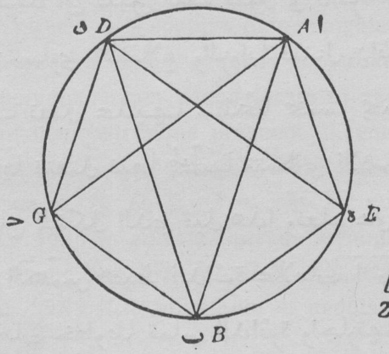
Demonstrare uolumus, quo modo in circulum datum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum inscribamus.

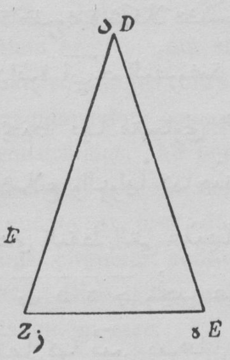
Circulum datum supponimus esse circulum ABG. Demonstrare uolumus, quo modo in eum quinquangulum aequilaterum inscribamus. Triangulum aequicrurium construimus, in quo uterque angulus ad basim positus angulo a duobus cruribus comprehenso duplo maior est, ut in propositione praecedenti constructionem eius demonstrauimus, quem esse triangulum DEZ supponimus. In circulo ABG triangulum construimus, cuius anguli angulis trianguli DEZ aequales sunt, quae constructio iam in IV, 2 demonstrata est, sitque triangulus ABG. Quoniam igitur uterque angulus ABG, AGB angulo BAG duplo maior est, utrumque ex I, 23 [scr. I, 7] duabus lineis BD, GE in binas partes aequales diuidimus. AE, EB, BG, GD, DA ducimus. Quoniam igitur uterque angulus ABG, AGB angulo BAG duplo maior est, et uterque in binas partes inter se aequales diuisus est, quinque anguli BAG, ABD, DBG, AGE, BGE inter se aequales sunt. Et quoniam in ambitu circuli ABG anguli inter se aequales positi sunt, ex III, 28 [scr. 25] manifestum est, his angulis arcus inter se aequales oppositos esse, qui sunt arcus AD, DG, GB, BE, EA inter se aequales. Et quoniam in circulo ABG chordae AD, DG, GB, BE, EA arcus inter se aequales abscindunt, ex III, 28 manifestum est, has chordas inter se aequales esse. Itaque quinquangulum $ADGBE$ aequilaterum est. Iam uero arcus BE arcui GD aequalis; arcu igitur EAD communi sumpto totus arcus $BEAD$ toti arcui $GDAE$ aequalis est. Uerum arcus $BEAD$ angulo DGB et arcus $GDAE$ angulo GBE oppositus est; itaque ex III, 26 manifestum est, angulum EBG angulo BGD aequalem

ولان فى محيط دائرة ابج زوايا متساوية فظاهر مِن برهان ٢٨ مِن ٣
ان هذه الزوايا توترها قسىٌّ متساوية وهى قسى اد دج جب به ها
المتساوية ومِن اجل انّ فى دائرة ابج اوتار اد دج جب به ها
تفصل قسيا متساويةً فبيّنٌ مِن برهان ٢٨ مِن ٣ ان هذه الاوتار
متساوية فمخُمّس ادجب[ه] متساوى الاضلاع وايضا فان قوس به
مساوية لقوس جد ونجعل قوس هاد مشتركة فجميع قوس بهاد مساوية
لجميع قوس(1) جداه وقوُس بهاد توتّر زاوية دجب وقوس جداه توتر
زاوية جبه فبيّنٌ مِن برهان ٢٩ مِن ٣ ان زاوية هبج مساوية لزاوية
بجد وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان زاوية جبه مساوية لزاوية اهب
ويتبيّن ان زوايا المخمس الخمس كلها متساوية فمخمّس ادجبه
متساوى الاضلاع والزوايا فقد عملنا فى دائرة ابج شكلا مخمّسا
متساوى الاضلاع والزوايا وذلك ما اردنا ان نبيّن وامّا حل هذا
الشكل فانا نُنزل انّ مخمّس ادجبه معمولٌ فى دائرة ابج المفروضة
فنطلبُ انّ زاوية اجه مساوية لزاوية بجه وزاوية ابد مساويةٌ لزاوية
جبد فمن اجل انّ مخمّسَ ادجبه متساوى الاضلاع والاوتارُ
المتساويةُ تفصِل قِسيًا متساويةً فقسىّ اد دج جب به ها متساوية
فمن اجل ان القسى المتساوية مِن الدوائر المتساوية توتر زوايا
متساويةً على المحيط كانت ام على المركز فزاوية ابد مساوية لزاوية
دبج وزاوية اجه مساوية لزاوية بجه فكل واحدة مِن زاويتى ابج
اجب مِن مثلث ابج ضعف زاوية باج فبدأ الرياضى مِن هذا

1) Sic in margine correctum; in textu: مساوية قوس

esse. Similiter demonstratur, angulum GBE angulo AEB aequalem esse, et omnes quinque angulos inter se aequales esse. Quinquangulum $ADGBE$ igitur latera inter se aequalia et angulos inter se aequales habet. Ergo in circulo ABG quinquangulum construximus, cuius latera et anguli inter se aequales sunt. Q. n. e. d.





Quod ad hanc propositionem soluendam adtinet supponimus, quinquangulum $ADGBE$ in circulo dato ABG datum esse, et demonstrare uolumus, angulum AGE angulo BGE aequalem esse, angulumque ABD angulo GBD aequalem. Quoniam igitur quinquangulum $ADGBE$ aequilaterum est, et chordae inter se aequales arcus inter se aequales abscindunt, arcus AD, DG, GB, BE, EA inter se aequales sunt. Et quoniam arcus inter se aequales circulorum inter se aequalium sub angulis inter se aequalibus subtendunt, siue ad ambitum siue ad centrum positi sunt, $\angle ABD = DBG$ et $\angle AGE = BGE$. Itaque uterque angulus ABG, AGB trianguli ABG angulo BAG duplo maior est.

Geometra igitur hinc incepit in circulo ABG triangulum ABG aequicrurium ita construens, ut duo anguli eius singuli reliquo duplo maiores sint. Q. n. e. d.

الموضع وعمل فى دائرة ابج مثلث ابج متساوى الساقين كل واحدة مِن زاويتيه ضعف الزاوية الاخرى وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثانى عشر مِن المقالة الرابعة

نُريد ان نُبيّن كيف نعملُ فى دائرة مفروضة شكلا مخمّسًا يحيط بها متساوى الاضلاع والزوايا فننزل دائرة ابج المفروضة ونبيّن كيف نعمل عليها سطحًا مخمّسًا يحيط بها متساوى الاضلاع والزوايا فنعملُ فيها مُخمّسًا متساوى الاضلاع والزوايا كما بيّنا عملَهُ ببرهان الشكل الذى قبل هذا ونُعلم على النقط التى عليها ماسّت زوايا المُخمّس محيط الدائرة علامات ا ب د ه ج ونُجيز على هذه العلامات خطوطًا تُماسّ الدائرة اجازتها كما بُيّن ببرهان الشكل المضاف الى ١٦ مِن ٣ ولتكن خطوط زح حل لك كط طز فاقول ان مخمّس زطكلح متساوى الاضلاع قائم الزوايا برهانه انا نستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة م كما بيّن استخراجه ببرهان ا مِن ٣ ونُخرج منها الى علامات المُماسّة خطوط ما مب مد مه مج ونُخرج ايضا منها الى الزوايا خطوط مح مز مط مك مل فمن اجل ان نقط[1] ا ب د ه ج هى النقط التى عليها ماسّ محيطُ الدائرةِ المخمّسَ المعمولَ فيها فظاهِر مِن برهان الشكل المتقدّم ان قسى اب بد ده هج جا متساويةٌ فالزوايا التى عند المركز التى توتّرها 57 r.
هذه القسى المتساوية هى ايضا متساوية كالذى تبيّنَ ببرهان

---

[1]) Primum scriptum: نقطة

Propositio XII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato figuram quinquangulam aequilateram et aequiangulam eum comprehendentem construamus.

Supponimus circulum ABG datum. Demonstrabimus, quo modo circum eum spatium quinquangulum aequilaterum et aequiangulum eum comprehendens construamus. Itaque intra circulum quinquangulum aequilaterum et aequiangulum eodem modo, quo in demonstratione praecedenti, construimus. Ad puncta, in quibus anguli quinquanguli ambitum circuli tangunt, notas adponimus A, B, D, E, G et per ea puncta ex propositione ad III, 16 [p. 75] adiecta lineas ducimus circulum contingentes, quae lineae sint ZH, HL, LK, $K\Theta$, ΘZ. Dico igitur, quinquangulum $Z\Theta KLH$ aequilaterum et aequiangulum esse.

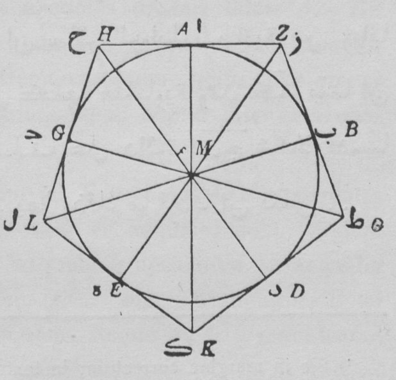
Demonstratio. Centro circuli, quod sit punctum M, ex III, 1 sumpto ab eo ad puncta contactus lineas MA, MB, MD, ME, MG et rursus ab eo ad angulos lineas MH, MZ, $M\Theta$, MK, ML ducimus. Quoniam igitur puncta A, B, D, E, G puncta sunt, in quibus ambitus circuli quinquangulum datum tangit, ex demonstratione propositionis praecedentis manifestum est, arcus AB, BD, DE, EG, GA inter se aequales esse; itaque anguli ad centrum positi, quibus hi arcus inter se aequales oppositi sunt, ipsi quoque inter se aequales sunt, ut in III, 26 demonstratum est; quare $\angle BMA = AMG$. Quoniam uero punctum Z extra circulum ABG positum est, et ab eo duae lineae ZA, ZB circulum contingentes ductae sunt, ex III, 16 et ex eo, quod Hero ei adiecit, manifestum est, lineam AZ lineae ZB aequalem esse. Similiter demonstratur, lineam AH lineae HG aequalem esse. Quoniam igitur linea AZ lineae ZB aequalis est, linea ZM communi sumpta duae lineae AZ, ZM duabus lineis BZ, ZM aequales erunt. Basis autem MB basi MA aequalis est, quia utraque

٢٦ مِن ٣ فزاوية بما مساوية لزاوية امج ومن اجل ان نقطة ز
خارج دائرة ابج وقد خرج منها خطا زا زب يماسان الدائرة
فظاهر مِن برهان ١٦ مِن ٣ وما زاد فيه ايرُن انّ خط از مساو لخط
زب وبهذا البرهان يتبيّن ان خط اح مساو لخط حج فمن اجل
ان خط از مثل خط زب وناخذ خط زم مشتركا يكون خطا از
زم مثل خطى بز زم وقاعدة مب مساوية لقاعدة ما لانهما خرجا
مِن المركز الى المحيط فظاهرٌ مِن برهان ٨ مِن ١ ان زاوية ازم
مساوية لزاوية بزم ومثلث ازم مساو لمثلث بزم وزاويتا زام زما
الباقيتان مساويتان للزاويتين الباقيتين كل واحدة مثل نظيرتها
زاوية زام مثل زاوية زبم وزاوية زما مساوية لزاوية بمز وبمثل هذا
البرهان يتبيّن انّ زاوية امح مساوية لزاوية حمج فمن اجل انه
قد تبيّن ان زاوية بمز مساوية لزاوية زما وزاوية امح مساوية لزاوية
حمج فزاوية بما ضعف زاوية زما وزاوية جما ضعف زاوية حما وقد
تبيّن ببرهان الشكل المتقدم كما قلنا ان زاوية بما مساوية
لزاوية امج والاشيآء التى هى انصاف لاشيآء متساوية فان الاشيآء
متساوية فزاوية زما مساوية لزاوية امح لكن زاوية[1] ماح قائمة وهى
مثل زاوية ماز القائمة لان ما خرج مِن المركز الى موضع المماسّة
وقد تبيّن ببرهان ٧ مِن ٣ ان زاويتى زام زما مِن مثلث زما
مساويتان لزاويتى ماح حما مِن مثلث امح وناخذ ضلع ام مشتركا
فظاهرٌ مِن برهان ٢٦ مِن ١ ان الضلعين الباقيين مِن مثلث زما

---

1) In codice: زاويتا.

a centro ad ambitum ducta est; itaque ex I, 8 manifestum est, angulum AZM angulo BZM aequalem esse, et triangulus AZM triangulo BZM aequalis est, et duo anguli reliqui ZAM, ZMA duobus angulis reliquis aequales sunt alter alteri, $\angle ZAM = ZBM$ et $\angle ZMA = BMZ$. Et similiter demonstratur, angulum AMH angulo HMG aequalem esse. Quoniam igitur iam demonstratum est, angulum BMZ angulo ZMA et angulum AMH angulo HMG aequalem esse, angulus BMA angulo ZMA et angulus GMA angulo HMA duplo maior est; et iam, ut diximus, in demonstratione praecedenti demonstratum est, angulum BMA angulo AMG aequalem esse. Magnitudines autem magnitudinum inter se aequalium dimidiae inter se aequales sunt; quare $\angle ZMA = AMH$. Uerum angulus MAH rectus idemque angulo MAZ recto aequalis, quia MA a centro ad locum contactus ducta est, ut iam in III, [1]7 demonstratum est; itaque duo anguli ZAM, ZMA trianguli ZMA duobus angulis MAH, HMA trianguli AMH aequales sunt; et latere AM communi sumpto ex I, 26 manifestum est, duo reliqua latera trianguli ZMA duobus reliquis lateribus trianguli HMA aequalia esse alterum alteri, latus $MZ = MH$ et latus $ZA = AH$, et angulus reliquus angulo reliquo aequalis, scilicet $\angle MZA = MHA$. Et similiter demonstratur, esse $HG = GL$, $Z\Theta = B\Theta$, $\Theta D = DK$, $KE = EL$. Et quoniam $ZA = AH$ et $LG = GH$, manifestum est, lineam ZH [linea] AH et lineam LH [linea] HG duplo maiorem esse. Iam autem demonstratum est, esse $AH = HG$. Et si duplae magnitudinum inter se aequales sunt, ipsae inter se aequales sunt; quare linea ZH lineae LH aequalis est. Eadem ratione demonstratur, lineam ΘZ lineae ZH et lineam KL lineae LH et



مساويان للضلعين الباقيين مِن مثلث حما كل ضلع لنظيره فضلع مز مثل ضلع مح وضلع زا مثل ضلع اح والزاوية الباقية مساوية للزاوية الباقية اعنى زاوية مزا مساوية لزاوية محا وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان حج مثل جل وان زط مثل بط وان طد مثل دك وان كه مثل هل ومِن اجل ان زا مثل اح وان لج مثل جح فظاهرٌ ان خط زح ضعف اح وان خط لح ضعف حج وقد تبيّن ان اح مثل حج واذا كانت اشيآء هى اضعاف متساوية فهى ايضًا متساوية فخط زح اذًا مساو لخط لح وبمثل هذا التدبير يتبيّن ان خط طز مثل خط زح وخط كل مثل خط لح وخط طك مثل خط كل فاضلاع المخمّس الخمسة اذًا قد تبيّن انها متساوية وبمثل هذا التدبير[1] يتبيّن ان الزوايا ايضًا متساوية وذلك لانّ زاوية بزم مساوية لزاوية مزا وزاوية احم مثل زاوية جحم فزاوية بزا ضعف زاوية مزا وزاوية جحا ضعفُ زاوية محا وقد تبيّن ان زاوية محا مساوية لزاوية مزا واذا كانت اشيآء هى اضعاف متساوية لاشيآء اخر متساوية فان الاشياء متساوية فزاوية بزا اذًا مساوية لزاوية احج وكذلك يتبيّن ان سائر الزوايا الباقية مِن زوايا المخمّس متساوية فزوايا المخمّس كلها متساوية وقد كُنّا بيّنا ان اضلاعه ايضا متساوية فقد عملنا على دائرة ابج شكلا مخمّسًا متساوىَ الاضلاع والزوايا يحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

---

[1]) Sic in margine correctum; in textu البرهان

lineam ΘK lineae KL aequalem esse. Demonstrauimus igitur, quinque latera quinquanguli inter se aequalia esse. Et similiter demonstratur, angulos quoque inter se aequales esse. Nam $\angle\ BZM = MZA$ et $\angle\ AHM = GHM$; itaque angulus BZA angulo MZA et angulus GHA angulo MHA duplo maior est. Iam autem demonstratum est, angulum MHA angulo MZA aequalem esse. Et quae magnitudines magnitudinum inter se aequalium duplae sunt, ipsae inter se aequales sunt; quare $\angle\ BZA = AHG$. Eodem modo demonstratur, reliquos angulos quinquanguli inter se aequales esse; itaque omnes anguli quinquanguli inter se aequales sunt. Iam autem demonstraueramus, latera quoque eius inter se aequalia esse. Ergo circum circulum ABG figuram quinquangulam aequilateram et aequiangulam eum comprehendentem construximus. Q. n. e. d.

Propositio XIII libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in quinquangulum aequilaterum et aequiangulum circulum inscribamus ab eo comprehensum.

Quinquangulum $ABGDE$ supponamus. Ex I, 9 utrumque angulum A, B in binas partes aequales duabus lineis AZ, BZ diuidimus, quae concurrant in puncto Z, et ad reliquos angulos lineas ZE, ZD, ZG ducimus. Demonstrabimus igitur, has omnes lineas a puncto Z ad angulos quinquanguli ductas inter se aequales esse.

Quoniam utrumque angulum A, B in binas partes aequales diuidimus, et duo anguli A, B inter se aequales sunt, dimidia autem magnitudinum inter se aequalium ipsa inter se aequalia sunt, erit $\angle\ ABZ = BAZ$. Duo igitur anguli trianguli AZB ad basim positi inter se aequales sunt; itaque ex I, 6 manifestum est, crus AZ cruri BZ aequale esse.

الشكل الثالث عشر مِن المقالة الرابعة

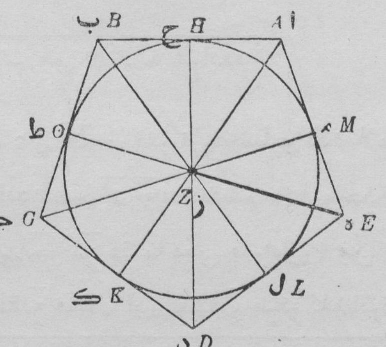
نُريد ان نبين كيف نخط فى مُخمس متساوى الاضلاع والزوايا
دائرةً يحيط بها فلننزل انه مخمس ابجده فنقسم كلّ واحدةٍ مِن
زاويتى ا ب بنصفين بخطى از بز كما بُيّن ببرهان ٩ مِن ١ وليكن 57 u
التقاؤهما على نقطة ز ونخرج الى سائر الزوايا خطوط زه زد زج
فنُبيّن انّ هذه الخطوط التى خرجت مِن نقطة ز الى زوايا المخمّس
كلها متساويةٌ فمن اجل ان قسمنا زاويتى ا ب كل واحدة منهما
بنصفين فزاويتا ا ب متساويتان وانصافُ المتساوية متساوية فزاوية
ابز مساوية لزاوية باز فمثلث ازب زاويتاه اللتان فوق القاعدة
متساويتان فظاهرٌ مِن برهان ٦ مِن ١ ان ساق از مساو لساق بز
وايضًا فمِن اجل ان ضلع ها مساو لضلع اب وضلع از مساو لضلع
بز فضلعا ها از مِن مثلث هاز مساويان[1] لضلعى اب بز مِن مثلث
ابز كل ضلع لنظيره وزاوية هاز مساوية لزاوية ابز فظاهِرٌ مِن
برهان ٤ مِن ١ ان قاعدة هز مساوية لقاعدة از وخط از كُنّا بيّنا
انه مساو لخط بز فالخطوط الثلثة متساوية اعنى خطوط بز از هز
وزاوية اهز مساوية لزاوية باز لكن زاوية باز نصفُ زاوية باه فزاوية
اهز اذًا نصف زاوية اهد فزاوية زهد مثل زاوية زاه وكذلك يتبيّن ان
خطى زد زج متساويان ومساويان لثلثة الخطوط الاخر فالخطوط
الخمسة الخارجة مِن نقطة ز الى زوايا المُخمّس الخمس متساوية فنُخرج

---

[1] In cod.: مساو

Rursus quoniam latus EA lateri AB, latus AZ lateri BZ aequale est, duo latera EA, AZ trianguli EAZ duobus lateribus AB, BZ trianguli ABZ alterum alteri aequalia sunt. Et $\angle EAZ = ABZ$; itaque ex I, 4 manifestum est, basim EZ basi AZ aequalem esse. Demonstrauimus autem, lineam AZ lineae BZ aequalem esse; itaque tres lineae, scilicet lineae BZ, AZ, EZ, inter se aequales sunt. Et $\angle AEZ = BAZ$; angulus BAZ autem anguli BAE dimidius est; quare $\angle AEZ$ anguli AED dimidius est, et $\angle ZED = ZAE$. Tum eodem modo demonstratur, duas lineas ZD, ZG inter se aequales tribus reliquis lineis aequales esse. Itaque quinque lineae a puncto Z ad quinque angulos quinquanguli ductae inter se aequales sunt.

A puncto Z ad latera quinquanguli ex I, 12 perpendiculares ducimus, quae perpendiculares sint ZH, $Z\Theta$, ZK, ZL, ZM. Quoniam igitur $\angle HAZ = MAZ$, et angulus AHZ rectus angulo AMZ recto aequalis est, duo anguli HAZ, AHZ trianguli AHZ duobus angulis MAZ, AMZ trianguli AMZ alter alteri aequales sunt; et latere AZ communi sumpto ex I, 26 manifestum est, basim HZ basi MZ aequalem esse. Et eodem modo demonstratur, reliquas perpendiculares, scilicet perpendiculares ZL, ZK, $Z\Theta$, ZH, inter se aequales esse. Manifestum est igitur, punctum Z esse centrum circuli, qui intra quinquangulum $ABGDE$ cadat, ita ut puncto Z centro sumpto radioque una harum linearum circulo ducto ambitus circuli per puncta H, Θ, K, L, M transit, et singulae lineae dimidiae diametri circuli fiunt. Latera autem quinquanguli in terminis diametrorum ad puncta H, Θ, K, L. M ad rectos angulos erecta



مِن نقطة ز الى اضلاع المُخمّس اعمدة كما بيّن ببرهان ١٢ مِن ا ولتكن اعمدة زح زط زك زل زم فلان زاوية حاز مساوية لزاوية ماز وزاوية احز القائمة مساوية لزاوية امز القائمة فزاويتا حاز احز مِن مثلث احز مساويتان لزاويتى ماز امز مِن مثلث امز كل زاوية لنظيرتها وناخذ ضلع از مشتركًا فظاهرٌ مِن برهان[1] ٢٦ مِن ا ان قاعدة حز مساوية لقاعدة مز وبهذا البرهان يتبيّن ان سائر الاعمدة متساوية اعنى اعمدة زل زك زط زح فظاهرٌ ان نقطة ز مركزٌ للدائرة التى تقع فى مُخمّس ابجده وذلك انا اذا جعلنا نقطة ز مركزًا وخططنا ببُعد احد هذه الخطوط دائرةً فان محيط الدائرة تمرّ بنقط ح ط ك ل م ويصير كل واحد مِن هذه الخطوط نصف قطر للدائرة فاضلاع المُخمّس قائمة على اطراف الاقطار على زوايا قائمة عند نقط ح ط ك ل م فظاهرٌ مِن برهان ١٥ مِن ٣ ان اضلاع المُخمّس مماسّة لدائرة حطكلم ويُقال ان دائرة فى شكل اذا كانت اضلاع الشكل تُماسّ الدائرة فقد عملنا فى مُخمّس ابجده دائرة حطكلم يحيط بها وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع عشر مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل على مُخمّس مفروض متساوى الاضلاع والزوايا دائرة تحيط به فلننزل انه مخمّس ابجده فنقسم كل واحدة مِن زاويتى ج د بنصفين بخطى جز دز كما بيّن ببرهان ٩ مِن ا وليكن التقاء الخطين على نقطة ز فاقول ان نقطة ز مركزٌ للدائرة

[1] In codice: ببرهان

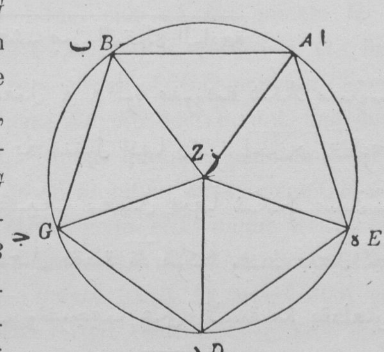
sunt; itaque ex III, 15 manifestum est, latera quinquanguli circulum $H\Theta KLM$ contingere. Circulus autem in figura inscriptus esse dicitur, ubi latera figurae circulum contingunt. Ergo iam in quinquangulo $ABGDE$ circulum $H\Theta KLM$ ab eo comprehensum construximus. Q. n. e. d.

Propositio XIV libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo circum quinqangulum datum aequilaterum et aequiangulum circulum eum comprehendentem construamus.

Quinquangulum $ABGDE$ supponamus. Ex I, 9 utrumque angulum G, D in binas partes aequales duabus lineis GZ, DZ diuidimus, quae duae lineae in puncto Z concurrant. Dico, punctum Z esse centrum circuli quinquangulum comprehendentis.

Demonstratio. Lineas ZB, ZA, ZE ducimus. Quoniam uterque angulus G, D, qui inter se aequales sunt, in binas partes aequales duabus lineis ZG, ZD diuisus est, et quia dimidiae partes magnitudinum inter se aequalium inter se aequales sunt, angulus ZGD angulo ZDG aequalis erit; quare ex I, 6 manifestum est, latus DZ lateri ZG aequale esse. Iam quoniam latus BG lateri GD aequale est, et iam demonstratum est, lineam ZG lineae ZD aequalem esse, duo latera ZD, DG trianguli ZDG duobus lateribus ZG, GB trianguli ZGB aequalia erunt. Uerum angulus ZDG angulo ZGB aequalis est; itaque basis ZB basi



التى تحيط بالمخمّس برهانه انا نُخرج خطوط زب زا زه فمن اجل
ان زاويتى ج د المتساويتين قد قُسم كل واحدة منهما بنصفين
بخطى زج زد فمن اجل ان انصاف المتساوية متساوية فزاوية زجد
مساوية لزاوية زدج فظاهرٌ من برهان ٦ من ا ان ضلع دز مساو
لضلع زج فلان ضلع بج مساو لضلع جد وقد تبيّن ان خط زج
مثل خط زد فضلعا زد دج من مثلث زدج مساويان لضلعى زج 58 r.
جب من مثلث زجب وزاوية زدج مساوية لزاوية زجب فقاعدة زب
مساوية لقاعدة زج وكُنّا بيّنا ان خط زج مساو لخط زد فخطوط زج
زد زب الثلثة متساوية وبهذا البرهان يتبيّن ان الخطين الباقيين
ايضا متساويان اعنى خطى زا زه فالخطوط الخمسة الخارجة من نقطة
ز الى زوايا المخمّس الخمس متساوية وظاهرٌ انا اذا جعلنا علامة ز
مركزًا وخططنا ببعد احد هذه الخطوط الخمسة دائرةً فان الدائرة
تمرّ بنقط ا ب ج د ه فعلامة ز اذًا مركز الدائرة فقد خططنا على
مخمّس ابجده دائرةً وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل الخامس عشر من المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نعمل فى دائرة مفروضة شكلا مسدّسًا
متساوى الاضلاع والزوايا تحيط به فننزل انها دائرة اجبد وقطرها
دج ومركزها نقطة ه فنُبين كيف نعمل فيها شكلا مسدّسًا
متساوى الاضلاع والزوايا فنجعل نقطة ج مركزًا ونخط ببعد جه
دائرة هازب ونصل خطى اه هب ونُخرجهما على الاستقامة يقطعان
دائرة ابج وينتهيان الى محيطها الى نقطتى حط ونصل بين اطراف

ZG aequalis est. Iam uero demonstraueramus, lineam ZG lineae ZD aequalem esse; itaque tres lineae ZG, ZD, ZB inter se aequales sunt.

Et eodem modo demonstratur, lineas quoque reliquas, scilicet duae lineae ZA, ZE, inter se aequales esse; itaque quinque lineae a puncto Z ad quinque angulos quinquanguli ductae inter se aequales sunt, et manifestum est, si puncto Z centro sumpto radio una harum quinque linearum circulum descripserimus, circulum per puncta A, B, G, D, E transire, ideoque punctum Z centrum circuli esse. Ergo iam circum quinquangulum $ABGDE$ circulum descripsimus. Q. n. e. d.

Propositio XV libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in circulo dato figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam construamus ab eo comprehensam.

Supponimus circulum esse $ABGD$ et diametrum eius esse DG centrumque punctum E. Demonstrabimus, quo modo in eo figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam construamus. Puncto G centro sumpto radio GE circulum $EAZB$ delineamus; duas lineas AE, EB ductas in directum producimus, ita ut circulum ABG secent et ad ambitum eius ad duo puncta H, Θ parueniant, terminosque lineis AG, GB, BH, HD, $D\Theta$, ΘA iungimus. Quoniam igitur centrum circuli $ABGD$ punctum E est, et ab eo ad ambitum duae lineae EA, EG ductae sunt, hae duae lineae inter se aequales sunt. Rursus quoniam punctum G centrum circuli EBZ est, et ab eo ad ambitum duae lineae GE, GA ductae sunt, linea AG lineae GE aequalis erit; itaque tres lineae inter se aequales sunt, scilicet lineae AE, EG, GA; quare triangulus AGE aequilaterus est. Itaque ex I, 32 manifestum est, singulos angulos eius duas partes tertiae recti esse; $\angle AEG$ igitur duae partes tertiae recti. Et similiter demonstratur, triangulum

النقط بخطوط اج جب بح حد دط طا فمن اجل ان مركز دائرة
ابجد نقطة ه وقد خرج منها الى المحيط خطا ها هج فهما اذًا
متساويان وايضًا فلان نقطة ج مركز دائرة هبز وقد خرج منها الى
المحيط خطا جه جا فخط اج مثل خط جه فالخطوط الثلثة متساوية
اعنى خطوط اه هج جا فمثلث اجه متساوى الاضلاع فظاهرٌ مِن
برهان ٣٢ مِن ١ ان كل زاوية مِن زواياه ثلثا قائمةٍ فزاوية اهج
ثلثا قائمةٍ وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان مثلث بهج متساوى
الاضلاع فزاوية بهج ايضا ثلثا قائمة فجميع زاوية اهب اذًا قائمةٌ
وثُلثٌ ومِن اجل ان خط اه قائم على خط طب المستقيم فظاهِرٌ
مِن برهان ١٣ مِن ١ ان زاويتى طها اهب مساويتان لزاويتين
قائمتين وقد تبيّن ان زاوية اهب قائمة وثلث فتبقى زاوية طها ثلثى
قائمةٍ ومِن اجل ان خطى اح طب يتقاطعان على نقطة ه فظاهِرٌ
مِن برهان ١٥ مِن ١ ان زاوية اهط مساوية لزاوية بهح فزاوية بهح
اذا ثلثا قائمةٍ وبهذا البرهان يتبيّن ان زاوية اهج مساوية لزاوية
دهح فزاوية دهح ايضا ثلثا قائمةٍ واذا كانت زوايا متساوية على مركز
دائرةٍ او على المحيط فانها على قسيّ متساوية وذلك بيّنٌ مِن
برهان ٢٥ مِن ٣ فقسى اج جب بح حد دط طا متساوية والقسى
المتساوية مِن دائرة واحدة فانه تفصلها اوتارٌ متساوية وذلك ظاهِرٌ
مِن برهان ٢٨ مِن ٣ فالاضلاع الستة المحيطة بالمسدّس الذى فى
دائرة ابجد متساوية ونُبيّن الآن ان زواياه ايضا متساوية فمن اجل
ان قوس دح مساوية لقوس بج وناخذ قوس دطاج مشتركة فجميع
قوس حدطاج مساوية لجميع قوس بجاطد والقسى المتساوية مِن

BEG aequilaterum esse; quare etiam $\angle BEG$ duae tertiae partes recti; totus igitur angulus AEB aequalis est recto cum tertia parte recti.

Et quoniam linea AE ad rectam lineam ΘB erecta est, ex I, 13 manifestum est, duos angulos ΘEA, AEB duobus angulis rectis aequales esse. Iam autem demonstratum est, angulum AEB aequalem esse recto cum tertia parte recti; relinquitur igitur $\angle \Theta EA$ duabus partibus tertiis recti aequalis. Et quoniam duae lineae AH, ΘB in puncto E inter se secant, ex I, 15 manifestum est, angulum $AE\Theta$ angulo BEH aequalem esse; quare $\angle BEH$ duabus partibus tertiis recti aequalis est. Et eodem modo demonstratur, angulum AEG angulo DEH aequalem esse; quare etiam $\angle DEH$ duabus partibus tertiis recti aequalis est*). Et si anguli inter se aequales ad centrum circuli uel ad ambitum positi sunt, in arcubus inter se aequalibus sunt, ut ex III, 25 adparet; quare arcus AG, GB, BH, HD, $D\Theta$, ΘA inter se aequales sunt. Arcus autem inter se aequales eiusdem circuli chordae inter se aequales abscindunt, ut ex III, 28 adparet; quare sex latera, quae sexangulum in circulo $ABGD$ positum comprehendunt, inter se aequalia sunt. Iam uero demonstrabimus, angulos quoque eius inter se aequales esse. Nam quoniam arcus DH arcui BG aequalis est, arcu $D\Theta AG$ communi sumpto totus arcus $HD\Theta AG$ toti arcui $BGA\Theta D$ aequalis erit. Sed arcus inter se aequales eiusdem circuli ex III, 26 angulis inter se aequalibus oppositi sunt; quare angulus HBG angulo DHB aequalis erit. Et eodem modo demonstratur, omnes angulos sexanguli inter se aequales esse. Ergo iam in circulo $ABGD$ dato figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam ab eo comprehensam construximus. Q. n. e. d.

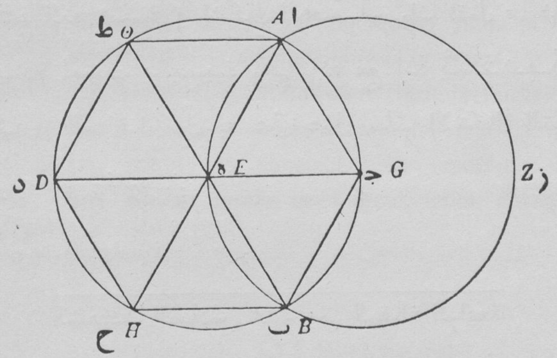
In reliquis autem tribus figuris [sc. sexanguli] deinceps eodem modo procedimus, ut diximus, ad circulum figuram sexangulam aequilateram et aequiangulam construentes eum com-

*) Deest demonstratio, esse $\angle DE\Theta = \frac{2}{3}$ R.

دائرة واحدة فانّها توتر زوايا متساوية كما بُيّن ببرهان ٢٩ مِن ٣
فزاوية حبج مساوية لزاوية دحب وهكذا يتبيّن انّ سائر زوايا
المسدّس متساوية فقد عملنا فى دائرة ابجد المفروضة شكلا
مسدّسًا متساوى الاضلاع والزوايا تحيط به وذلك ما اردنا ان نبيّن
ونقّفو فى باقى الثلث الصور الباقية مثل الذى دبّرنا مِن امرٍ بان
نعمل على دائرة ايضًا شكلا مسدّسًا متساوى الاضلاع والزوايا تُحيط
بها[1] ونعمل على مسدّس معلوم متساوى الاضلاع والزوايا دائرة 58 u.
تحيط به ونعمل فى مسدّس[1] معلومٍ متساوى الاضلاع والزوايا دائرةً
يحيط بها وقد تبيّن ايضًا ان ضلع المسدّس المعمول فى دائرةٍ مساوٍ
لنصف قطر تلك الدائرة قال ايرُن قد يُسال قومٌ فيقولون لماذا
وضعَ الرياضىُ رسمَ المسدّس ولم يضع رسم المعشّر فان قال قائل ان
المسدّس يُحتاج اليه فى الاشكال السطحيّة التى هى مقدمة للمجسّمات
فنقول نحن ان الحاجَة الى المعشّر ايضا ليس بِدونِ[2] الحاجَة الى
المسدّس فى المجسّمات وايضًا فان رسم المسدّس والمعشّر بيّن وذلك
لانا اذا رسمنا فى الدائرة المفروضة مثلثا متساوى الاضلاع وقسمنا
قسىّ الاضلاع كل واحدة بنصفين ووصلنا العلامات نكون قد
رسمنا فى الدائرة المفروضة شكلا مسدّسا متساوى الاضلاع والزوايا
وكذلك نفعل فى المعشّر بان نرسم فى الدائرة مخمّسا فلما كانت هذه
الاشكال بيّنة على ما وصفنا وضع رسم المسدّس وترك رسم المعشّر
فاما نحن فنقول فى ذلك ان الرياضى لم يضع رسمَ المسدّس لهذا
لكن لَانْ يُبَرهِنَ فيه انه اذا كان فى دائرة مسدّسٌ متساوى الاضلاع

[2]) Sic in margine.

prehendentem, et dato sexangulo aequilatero et aequiangulo circulum construentes eum comprehendentem, et dato sexangulo aequilatero et aequiangulo circulum construentes ab eo comprehensum. Simul autem demonstratum est, latus sexanguli in circulo inscripti dimidiae diametro eius circuli aequale esse.



Hero dixit: Sunt, qui quaerant dicentes: cur geometra descriptionem sexanguli adposuit, decagoni non adposuit? Si quis dixerit, in figuris planis, quae bases sunt figurarum solidarum, sexangulo opus esse, dicemus, in figuris solidis non minus decagono quam sexangulo opus esse. Praeterea descriptio sexanguli et decagoni aeque manifesta est; ubi enim in circulo dato triangulum aequilaterum descripserimus et arcubus laterum in binas partes aequales diuisis puncta diuisionis iunxerimus, in dato circulo sexangulum aequilaterum et aequiangulum delineauerimus, et eodem modo in decagono agimus quinquangulo in circulo descripto. Quamquam igitur hae figurae, ita ut indicauimus, aeque perspicuae sunt, descriptionem sexanguli adposuit, decagoni omisit.

1-1) In codice (uerba unculis inclusa deleta sunt): (ونعمل على مسدّس معلومٍ متساوى الاضلاع والزوايا يحيط بها) ونعمل على مسدّس معلومٍ متساوى الاضلاع والزوايا دائرة تحيط به (ونعمل فى مسدّس معلومٍ متساوى الاضلاع والزوايا دائرة تحيط به) ونعمل فى مسدس

والزوايا فانّ ضلع المسدّس مساو للخط المُخرج مِن المركز الى المحيط واذا كان الخط المُخرج مِن المركز الى المحيط مساويا لضلع شكلٍ متساوى الاضلاع فى الدائرة فانه ضلعُ مسدّس لان هذا يحتاج اليه ضرورةً فى اشكال المجسّمات وانا اقول ما قال ايرُن وازيد زيادة ليست باليسيرة وهى انه مع انه يُستشهدُ به فى المجسّمات فانه قد دلّ به على عمل سائر الاشكال التى تجرى مجراه مِن معشّر وغيره ∴

الشكل السادس عشر مِن المقالة الرابعة

نريد ان نبيّن كيف نرسم فى دائرة مفروضة شكلا ذا خمس عشرة قاعدة متساويات ومتساوى الزوايا تحيط به الدائرة فننزل انها دائرة ابج فلنوقع فى الدائرة خط اج وليكن مساويًا لضلع المثلث الذى يقع فى هذه الدائرة كما بيّن ببرهان ١ مِن ٤ فظاهر ان خط اج يفصل قوسًا تقبل خمس قواعدَ مِن اضلاع ذى الخمس عشرة قاعدةً وايضا فانا نخرج مِن نقطة ا خط اب فى قوس اج مساويًا لضلع المخمّس الذى يقع فى دائرة ابج فمن البيّن ايضا ان خط اب يفصل قوسًا تقبل ثلث قواعدَ مِن قواعد ذى الخمس عشرة قاعدةً فيبقى اذًا قوس بج التى هى فضل القوس العظمى على الصغرى فظاهر انها تقبل قاعدتين مِن قواعد ذى الخمس عشرة قاعدة فنقسم اذًا قوس جب بنصفين على نقطة د كما بُيّن ببرهان ٢٩ مِن ٣ وكل واحدة مِن قوسَى بد دج تقبل خطًا

Nosmet igitur de hac re dicimus, geometram non eo de causa descriptionem sexanguli adposuisse*), sed quia inde demonstrare uult, si in circulo sexangulus aequilaterus et aequiangulus descriptus sit, latus sexanguli lineae a centro ad ambitum ductae aequale esse, et si linea a centro ad ambitum ducta lateri figurae aequilaterae in circulo descriptae aequale sit, latus id esse sexanguli; his enim in figuris solidis omnino opus est.

Ego autem idem dico, quod dicit Hero, et praeterea hoc addo haud leuis momenti; quamuis enim haec in figuris solidis usurpat, tamen etiam his constructionem omnium figurarum significat, quae eodem modo se habent, cum decagoni tum ceterarum.

Propositio XVI libri quarti.

Demonstrare uolumus, quo modo in dato circulo figuram inscribamus, quae XV bases inter se aequales habeat et aequiangulus sit circuloque comprehendatur

Circulum ABG ponimus, et in circulum linea AG incidat, quae aequalis sit lateri trianguli in hoc circulo inscripti, sicut in IV, 1 demonstratum est. Manifestum igitur est, lineam AG arcum abscindere, qui V bases capiat ex lateribus figurae XV basium. Rursus a puncto A in arcu AG lineam AB ducimus lateri quinquanguli in circulo ABG inscripti aequalem. Manifestum igitur est, lineam AB arcum abscindere, qui tres bases capiat ex basibus figurae XV basium. Relinquitur igitur arcus BG, quo arcus maior a minore differt; quare adparet, eum duas bases capere ex basibus figurae XV basium. Secto igltur arcu GB in duas partes aequales in puncto D, sicut in propositione III, 29 demonstratum est, uterque arcus BD, DG lineam capit lateri figurae

*) Scilicet quod sexangulo in figuris solidis opus est (Gherardus male: quod est manifesta eius descriptio).

مساويًا لضلع(1 ذى الخمس عشرة قاعدة وذلك بُيِّنَ مِن برهان
٢٨ مِن ٣ فاذا قسمنا باقى قوس جاب بقوس جد بان نبتدى مِن
نقطة جَ فنخرج فى قوس جا خطًا مساويًا لوتر جد كما بُيِّن ببرهان
ا مِن ۴ ثم لا نزال نفعل ذلك حتى يستو فى جميع قوس جاب فنكون
حينيذ قد قسمنا محيط دائرة ابج بخمسة عشر قسمًا متساوية
توترها خطوطٌ مستقيمة فنكون قد عملنا شكلا ذا خمس عشرة
قاعدة متساويات ومتساوى الزوايا ونعلم تساوىَ زواياه كما علمنا
زوايا شكلى المخمّس والمسدّس وذلك ما اردنا ان نبين

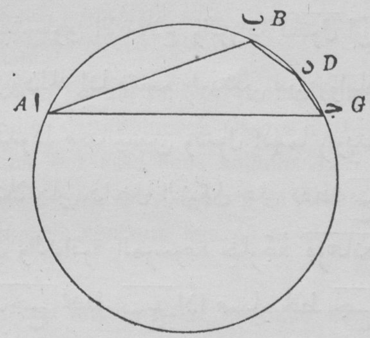
59 r. قال أَيرُنْ هذا الشكل على ما قالَهُ الرياضى وقد يُحتاج اليه فى
الأُكَرِ التى تُعلّق لانّ فى هذه الأُكَرِ يحتاج ان تكون القوس التى
بين دائرة مُعدّل النهار وبَيْنَ كل واحدة مِن دائرتى المنقلبين
قوسًا يقع فيه شكلٌ ذو اثنى عشرة(2 قاعدة وقد ذكر ذلك المنجّمون
بان القوس التى بين دائرة معدّل النهار واحدى دائرتى المنقلبين
مِن الدوائر التى تمرّ باقطاب الكُرَةِ اعنى اقطابَ الكل تقبل شكلًا
ذا اثنى(3 عشرة قاعدةً متساويات ومِن اجل هذا ذكرَهُ الرياضىُ لِاَن
لا يدعُ شيًا غير مُبَرهَن واذ قد اتّضح ما قُلنا وتبيّن الاشكالُ
كلُها بيانًا واضحًا فانّا لا نتثاقل ان نضع شكلا يُمكن به مَن اراد
ان يرسم على شكل متساوى الاضلاع كثير الزوايا دائرةً وكذلك اِن
اراد ان يرسم فى داخلِهِ دائرة ونقدم لذلك مقدمةً فنقول كل
شكل يحيط به خطوطٌ مستقيمة متساوى الاضلاع والزوايا فان فى

---

1) Supra scriptum; in textu لخط
2) In margine additum.
3) In codice اثنتى

XV basium aequalem; quod ex III, 28 adparet. Diuisa igitur per arcum GD reliqua parte arcus GAB, ita ut a puncto G incipiamus, ex IV, 1 in arcu GA lineam ducimus chordae GD aequalem, et ita pergimus, donec idem per totum arcum GAB factum sit.

Iam igitur ambitum circuli ABG in XV partes inter se aequales diuisimus, sub quibus rectae lineae subtendunt; ergo figuram construximus quindecim basium inter se aequalium et aequiangulum; angulorum enim aequalitatem eadem ratione demonstramus, qua in angulis quinquanguli et sexanguli usi sumus. Q. n. e. d.



Hero dixit: Haec propositio cum iis, quae docet Geometra, consentit, et ea opus erat in sphaeris sublimibus;*) in illis enim arcus inter circulum aequinoctialem et utrumque circulum tropicum eius modi esse debet, ut in eum figura cadat XII basium. Quod astronomi ita proposuerunt, arcum inter circulum aequinoctialem et utrumque circulum tropicum positum eorum circulorum, qui per polos sphaerae, h. e. polos uniuersi, transeant, figuram capere XII basium inter se aequalium; qua de causa Geometra hoc exposuit, ne quid relinqueret non demonstratum.

Iam cum manifesta sint, quae diximus, omnesque propositiones manifesto demonstratae sint, non dubitamus propositionem exponere, cuius ope quiuis circum polygonum aequilaterum**) idemque, si uoluerit, in eo circulum describere possit.

Qua in re hoc praemittimus: intra quamlibet figuram rectis lineis comprehensam laterum angulorumque inter se aequalium

*) Cfr. scholl. in Eucl. Elem. IV p. 272, 3 sqq., Proclus in Eucl. p. 269, 11 sqq., unde adparet, quid Arabs in sequentibus omnia confundens dicere debuerit; idem praebet Gherardus Cremon. p. 152.

**) Figuram equalium laterum et equalium angulorum Gherardus p. 152, 15 melius.

داخلهِ نقطة كل الخطوط المستقيمة الخارجة مِنها الى زوايا الشكل
متساويةٌ وايضًا فاقول ان كل الاعمدَةِ الخارجة مِن تلك النقطة الى
اضلاع الشكل فهى ايضًا متساوية وهذه النقطة مركز الشكلِ الكثيرِ
الزوايا ومركز الدائرة المخطوطة عليه والمخطوطة فيه مثال ذلك انّا
نفرض شكل ابجدهز ونُنزل انه متساوى الاضلاع والزوايا فاقول انّ
فى داخله نقطة كما ذكرنا ببرهان ذلك انا نقسم زاويتين مِن زواياه
كل واحدة منهما بنصفين فلتكونا متتاليتين ونُنزل انهما زاويتا
ابج بجد بخطى بح حج وتتلاقيان داخل الشكل على نقطة ح
فاقول ان علامة ح مركز الشكل والدائرة المرسومة خارجَهُ برهانه
انّ زاوية جبح مساوية لزاوية بجح فخط بح اذًا مساو لخط جح
وايضا فان خط اب مساو لخط بج وخط جح مساو لخط بح فخطا
اب بح مِن مثلث ابح مساويان لخطى بج جح مِن مثلث بجح
كل ضلع لنظيره وزاوية ابح مساوية لزاوية بجح فقاعدة بح
مساوية لقاعدة اح فخطوط جح بح اح الثلثة متساوية وزاوية
باح مساوية لزاوية جبح ولانّ جميع زاوية زاب مساوية لجميع
زاوية ابج وزاوية ابج ضعف زاوية جبح فان زاوية زاب ضعف
زاوية باح فزاوية زاح اذًا مساوية لزاوية باح فقد انقسمت زاويةُ
زاب ايضا بنصفين بخط اح وتساوت خطوط اح بح جح وبمثل
هذا البرهان يتبيّن ان سائر الخطوط الخارجة مِن نقطة ح الى
زوايا الشكل كلها متساوية فعلى مركز ح وببعد واحدٍ مِن هذه
الخطوط الخارجة الى الزوايا نخطُّ دائرةً تحيط بشكل ابجدهز ويقول
ايضًا ان الدائرة المعمولة فى شكل ابجدهز مركزُها هذه النقطة وان

punctum est, a quo quae ad angulos figurae proficiscuntur lineae rectae, omnes inter se aequales sunt.

Praeterea dico: rectae perpendiculares, quae ab hoc puncto ad latera figurae proficiscuntur, ipsae quoque omnes inter se aequales sunt, et hoc punctum centrum est polygoni et idem centrum circuli circum polygonum et circuli in eo delineati.

Exemplificatio. Data figura $ABGDEZ$ supponimus, eam esse aequilateram et aequiangulam.

Dico, intra eam esse punctum, quale in hac propositione commemorauerimus. Duos angulos eius deinceps positos in binas partes diuidimus. Supponimus, eos esse duos angulos ABG, BGD duabus lineis BH, HG diuisos, quae intra figuram in puncto H concurrant. Dico, punctum H esse centrum figurae et circuli circum eam delineati.

Demonstratio. Angulus GBH angulo BGH aequalis est; quare linea BH lineae GH aequalis. Rursus linea AB lineae BG aequalis est. Et linea GH lineae BH aequalis; itaque duae lineae AB, BH trianguli ABH duabus lineis BG, GH trianguli BGH singulae singulis aequales sunt. Et $\angle ABH = BGH$; itaque basis BH basi AH aequalis est, et tres lineae GH, BH, AH inter se aequales, et $\angle BAH = GBH$. Iam quoniam totus angulus ZAB toti angulo ABG aequalis est, et angulus ABG angulo GBH duplo maior, angulus ZAB angulo BAH duplo maior est; angulus ZAH igitur angulo BAH aequalis. Itaque angulus ZAB linea AH in duas partes aequales diuisus est, et lineae AH, BH, GH inter se aequales sunt.

Simili ratione demonstratur, ceteras lineas a puncto H ad omnes angulos figurae ductas inter se aequales esse. Ergo centro puncto H et radio una linearum ad angulos ductarum circulum figuram $ABGDEZ$ comprehendentem delineamus.

Dicit praeterea, hoc punctum esse centrum circuli in figura $ABGDEZ$ descripti et ambitum eius per puncta transire, in quibus perpendiculares a puncto H ad latera figurae ductae de-

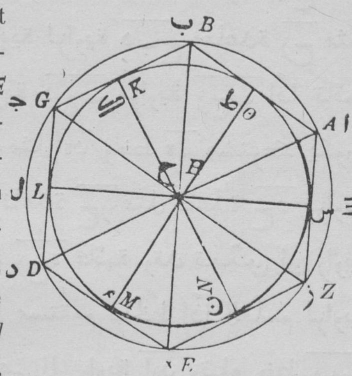
محيطها يمرّ بالنقط التى اليها انتهت الاعمدة الخارجة مِن نقطة ح
الى اضلاع الشكل فنخرج اعمدة حط حك حل حم حن حس ولان
زاوية حطب مساوية لزاوية حكب وزاوية حبط مساوية لزاوية
حبك وناخذ خط حب مُشتركًا فظاهر مِن برهان ٢٦ مِن ١ ان
خط حط مساو لخط حك وبمثل هذا البرهان يتبيّن ان سائر
خطوط حل حم حن حس متساوية فظاهر انا متى جعلنا نقطة ح
مركزا وخططنا[1] ببعد احد هذه الخطوط دائرةً فانها تجوز على جميع
نقط ط ك ل م ن س وخطوط اب بج جد ده هز اعمدة على
الخطوط الخارجة مِن نقطة ح التى هى المركز فظاهر مِن برهان
١٤ مِن ٣ ان اضلاع الشكل مماسّة للدائرة المعمولة فيه وذلك ما
اردنا ان نبيّن ∴

وقال ايرن ايضا[2] ولنُبيّن ان الخطين المستقيمين اللذين 59 u.
يقسمان زاويتى ابج بجد بنصفين يلتقيان داخل شكل ابجدهز
فنفرض شكلا متساوى الاضلاع والزوايا وليكن مسدّسًا عليه
ا ب ج د ه ز ونصل خطوط بد دز زب زج جه فمن اجل انّ خطى
بج جد مساويان لخطى اب از وزاوية دجب مساوية لزاوية زاب
فانّ قاعدة زب مساوية لقاعدة بد وسائر الزوايا مثل سائر الزوايا
فزاوية ابز مساوية لزاوية جبد ومِن اجل ان زاوية ابج قد
انقسمت بنصفين بخط بح وصارت زاوية ابز مساوية لزاوية دبج

[1] In textu مركز او خططنا

[2] Haec uerba in summa pagina separatim scripta sunt postea, ut uidetur, addita.

sinant. Perpendiculares $H\Theta$, HK, HL, HM, HN, $H\Xi$ ducimus. Quoniam igitur $\angle H\Theta B = HKB$ et $\angle HB\Theta = HBK$, et lineam HB communem sumpsimus, ex I, 26 manifestum est, lineam $H\Theta$ lineae HK aequalem esse. Et simili ratione demonstratur, reliquas lineas HL, HM, HN, $H\Xi$ inter se aequales esse. Manifestum est igitur, si puncto H centro sumpto radioque una harum linearum circulum delineauerimus, eum per omnia puncta Θ, K, L, M, N, Ξ transire. Lineae autem AB, BG, GD, DE, EZ [ZA] ad lineas a puncto H ductas,



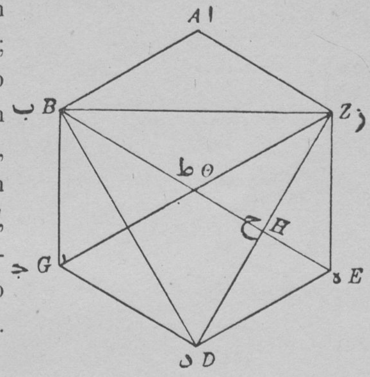
quod centrum est, perpendiculares sunt; itaque ex III, 14 (Scr. 15) manifestum est, latera figurae circulum in ea descriptum contingere. Q. n. e. d.

Hero rursus dixit: Demonstremus, duas lineas rectas, quae duos angulos ABG, BGD in binas partes aequales diuidant, intra figuram $ABGDEZ$ concurrere.

Supponimus figuram aequilateram et aequiangulam, quae sit sexangulum $ABGDEZ$, et lineas BD, DZ, ZB, ZG, GE ducimus. Quoniam igitur duae lineae BG, GD duabus lineis AB, AZ aequales sunt, et angulus DGB angulo ZAB aequalis, basis ZB basi BD aequalis erit, et reliqui anguli reliquis angulis aequales; itaque $\angle ABZ = GBD$. Et quoniam angulus ABG linea BH in duas partes aequales diuisus est, et angulus ABZ angulo DBG aequalis est, erit $\angle ZBH = DBH$. Iam quoniam linea ZB lineae DB aequalis est, [linea] HB communi sumpta duae lineae ZB, BH duabus lineis DB, BH aequales sunt. Et $\angle ZBH = DBH$; quare etiam basis ZH basi HD aequalis est, et $\angle ZHB = DHB$; itaque angulus ZHB rectus est. Ducta igitur linea EH, quoniam $ZE = ED$, et linea EH communis est, duae lineae ZE, EH dua-

فان زاوية زبح مساوية لزاوية دبح ومِن اجل ان خط زب مثل خط دب فانا اذا اخذنا حب مشتركًا يكون خطا زب بح مثل خطى دب بح وزاوية زبح مساوية لزاوية دبح فقاعدة زح مثل قاعدة حد وزاوية زحب مثل زاوية دحب فزاوية زحب اذًا قائمة ونصِلُ خط هح فمن اجل ان زه مثل هد وخط هح مشترك يكون كلا زه هح مثل كلى ده هح وقاعدة حز مثل قاعدة حد فزاوية دحه مساوية لزاوية زحه فزاوية زحه قائمة وقد تبيّن ان زاوية زحب ايضا قائمة فخط هحب اذًا مستقيم فالخط اذًا القاسم لزاوية بجد بنصفين خط جز وقد انتهى الى زاوية ازد وقطع خط بحه القاسم لزاوية ابج بنصفين على نقطة ط داخل الشكل وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ فامّا فى الاشكال التى عددُ اضلاعها فردٌ فان الخطين اللذين يقسمان زاويتى ب ج يقعان اعمدةً على اضلاع الشكل وتبيّن ايضا انهما يلتقيان داخل الشكل وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ تمت المقالة الرابعة بحمد الله ومنّه

bus lineis DE, EH aequales sunt. Et basis HZ basi HD aequalis; itaque $\angle DHE = ZHE$; quare angulus ZHE rectus est. Uerum iam demonstratum est, angulum ZHB ipsum quoque rectum esse; itaque linea EHB recta est. Ergo linea, quae angulum BGD in duas partes aequales diuidit, scilicet linea GZ, et ad angulum AZD peruenit et lineam BHE, quae angulum ABG in duas partes aequales diuidit, in puncto Θ intra figuram posito secat. Q. n. e. d.



In figuris, in quibus numerus laterum impar est, duae lineae, quae duos angulos B, G diuidunt, perpendiculares sunt ad latera figurae. Et etiam demonstratum est, eas intra figuram concurrere. Q. n. e. d.

Finis libri quarti. Cum laude Dei et gratia eius.