

Analyse des rotordynamischen Systemverhaltens bei dynamischer Belastung unter Berücksichtigung der Kopplung zwischen Radial- und Axiallager

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades

> Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

von M.Sc. Christian Ziese geb. am 01.07.1990 in Haldensleben

genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Elmar Woschke Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Katrin Ellermann

 $\label{eq:promotionskolloquium am 22.09.2023} Promotionskolloquium am 22.09.2023$

Inhaltsverzeichnis

Fo	Formelverzeichnis VI				
K	urzfa	assung			XX
A	bstra	act			XXI
1	Ein	leitung	s		1
	1.1	Motiv	ation		1
	1.2	Proble	emstellun	g	2
	1.3	Stand	der Forse	chung	5
	1.4	Ziel u	nd Aufba	u der Arbeit	9
2	The	eoretis	che Gru	ndlagen	11
	2.1	Navie	r-Stokes-O	Gleichung	11
	2.2	Hydro	odynamik	am Radialgleitlager	13
		2.2.1	Reynold	ls-Gleichung	13
		2.2.2	Schmier	filmkavitation am Radialgleitlager	16
		2.2.3	Randbe	dingungen der Reynolds-Gleichung	22
		2.2.4	Gekopp	elte radiale Schmierfilme - Schwimmbuchsenlager	23
		2.2.5	Diskreti	sierung der Reynolds-Gleichung	25
	2.3	Hydro	dynamik	am Axialgleitlager	31
		2.3.1	Reynold	ls-Gleichung mit Zentrifugalströmung	31
		2.3.2	Schmier	filmkavitation am Axiallager	34
		2.3.3	Diskreti	sierung der Reynolds-Gleichung	36
	2.4	Hydro	odynamik	bei kombinierten Lagerungen	40
		2.4.1	Diskreti	sierung der Reynolds-Gleichung	41
			2.4.1.1	Poiseuille- und Couette-Strömung in Umfangsrichtung	43
			2.4.1.2	Verdrängungsströmung	44
			2.4.1.3	Hydrodynamische Kopplung über die Poiseuille-Strömung	45
			2.4.1.4	Hydrodynamische Kopplung über die Zentrifugal-	
				strömung	47
			2.4.1.5	Zusammenfassung	49
		2.4.2	Axiale I	Kopplung der Schmierfilme	50
	2.5	Einbe	ttung der	Hydrodynamik in ein Zeitintegrationsschema	51
		2.5.1	Schmier	spalt und Kräfte am Radiallager	53
			2.5.1.1	Schmierspalt und Spaltänderung	53
			2.5.1.2	Lagerkräfte und -momente	56
		2.5.2	Schmier	spalt und Kräfte am Axiallager	57
			2.5.2.1	Schmierspalt und Spaltänderung	57
			2.5.2.2	Lagerkräfte und -momente	59

3	Verifizierung			61
	3.1	Radial		61
		3.1.1	Druck- und Schmierstoffverteilung unter stationären Betriebsrand-	
			bedingungen	61
		3.1.2	Wellenverlagerung und Lagerreaktionen bei transienten Vorgängen	63
		3.1.3	Hochlaufsimulation eines Laval-Rotors	67
	3.2	Axialla	ager	75
		3.2.1	Druck- und Schmierstoffverteilung unter stationären Betriebsrand-	
			bedingungen	75
		3.2.2	Gegenüberstellung stationärer Betriebszustände mit CombrosA.	78
	3.3	Kombi	nierte Lagerungen	79
		3.3.1	Stationärer Betriebszustand einer Kompaktlagerung	79
		3.3.2	Systemverhalten einer Schwimmscheibe	83
4	Rot	ordyna	amische Untersuchungen	87
	4.1	Semi-fl	loating gelagerter Rotor mit doppelseitigem Axiallager	87
		4.1.1	Wellenbewegung im Frequenzbereich	90
		4.1.2	Wellenbewegung im Zeitbereich	93
		4.1.3	Normierte Exzentrizität und Bewegungsorbit	94
		4.1.4	Lagerreaktionen und Schmierspalte beim Axiallager	96
		4.1.5	Fazit der Hochlaufergebnisse	98
	4.2	Semi-fl	loating gelagerter Rotor mit Schwimmscheibenlagerung	99
		4.2.1	Wellenbewegung im Frequenzbereich	101
		4.2.2	Normierte Exzentrizität und Bewegungsorbit	105
		4.2.3	Schwimmscheibendrehzahl und Gesamtreibmoment	107
		4.2.4	Lagerreaktionen und Schmierspalte beim Haupt- und Gegenschub-	
			lager	108
		4.2.5	Rotorverhalten mit modifizierten thermischen Randbedingungen	110
		4.2.6	Fazit der Hochlaufergebnisse	110
	4.3	Radial	full-floating gelagerter Rotor mit axialen Festsegmentlagern	111
		4.3.1	Wellenbewegung im Frequenzbereich	113
		4.3.2	Normierte Exzentrizität und Bewegungsorbit	115
		4.3.3	Rotorverhalten bei modifizierter Schubbelastung	116
		4.3.4	Fazit der Hochlaufergebnisse	117
5	Zus	ammer	afassung und Ausblick	119
Α	Anł	nang		122
-	A.1	Validie	erung Axiallagerung	122
	A.2	Ergänz	zungen zum semi-floating gelagerten Rotor mit doppelseitigem Axial-	
		lager		124
		A.2.1	Thermische Spaltänderung beim Radiallager	124
		A.2.2	Hochlaufsimulationen mit generalisierter Revnolds-Gleichung bei ho-	1
		· _ · _	hen Öleintrittstemperaturen	125
		A.2.3	Messungen und Hochlaufsimulationen bei niedriger Öleintrittstem-	2
			peratur	126

A.3	Ergänz	zungen zum semi-floating gelagerten Rotor mit Schwimmscheibenla-	
	gerung	ý	129
	A.3.1	Temperaturentwicklung am Haupt- und Gegenschublager	129
	A.3.2	Rotorverhalten bei modifizierter Scheibenunwucht	129
	A.3.3	Temperaturentwicklungen am Haupt- und Gegenschublager bei ef-	
		fektiven Mischtemperatur im radialen Spalt	130
A.4	Ergänz	zungen zum full-floating gelagerten Rotor	131
	A.4.1	Drehzahlverhältnis der Schwimmbuchsen	131
	A.4.2	Bewegungsorbit und norm. Exzentrizität für die Betriebslinie 2 .	131
Literat	Literaturverzeichnis 133		

Formelverzeichnis

Kapitel 2		
Symbol	Beschreibung	Einheit
A	Koeffizientenmatrix mit allen Strömungsanteilen	_
A_P	Koeffizientenmatrix der Poiseuille-Strömung	_
A_C	Koeffizientenmatrix der Couette-Strömung	_
$A_{H'}, A_{\Delta T}$	Koeffizientenmatrix der Verdrängungsströmung	_
b	Schmierfilmbreite	m
C_{1}/C_{2}	Integrationskonstante	$\frac{1}{s}, \frac{m}{s}$
d	Durchmesser	m
F	Füllgrad	_
F_{Ax}	axiale Kraft	N
F_{CW}, F_{CS}, F_{CL}	Koeffizienten der Couette-Strömung	$\frac{kg}{m^2}$
F_D	druckbezogener Füllgrad	$\frac{\frac{n}{1}}{\frac{1}{Pa}}$
F_0, F_1	Integrationsterme für die Reynolds-Gleichung	$\frac{m^2s}{m^2s}, \frac{m^3s}{m^3s}$
F_Z	Koeffizient der Zentrifugalströmung beim Axiallager	$\frac{\kappa g}{kg}$
$\overline{F_o}$	Koeffizient der Verdrängungsströmung	$\frac{kg}{m^2}$
Ğ	Koeffizient der Poiseuille-Strömung	m^{-}
h	Schmierspalthöhe	m
H	Dimensionsloser Schmierspalt	_
I_0, I_1	Integrationsterme für die Reynolds-Gleichung	$\frac{m^2s}{ka}, \frac{m^3s}{ka}$
l_B	Bohrungslänge	m
K	Koeff. für den Massenstrom in der Kommunikationsbohrung	_
K_{n}	Koeff. der Druckströmung bei radial gekoppelten Schmierfil-	_
P	men	
K_V	Koeff. der Couette-Strömung beim Axiallager	_
K_{CF}	Koeff. der Zentrifugalströmung beim Axiallager	_
K_{Ω}	Koeff. der Zentrifugalströmung bei radial gekoppelten	_
	Schmierfilmen	
L_{diff}	Luftmassendifferenz	Pa
L_{gel}	gelöste Luftmassen	Pa
L_{zu}	zugeführte Luftmassen	Pa
m	Masse	kg
$m_{g \ gel}$	gelöste Gasmassen	kg
$m_{g \ ges}$	gesamte Gasmassen	kg
m_{gungel}	ungelöste Gasmassen	kg
m	Massenstrom	$\frac{kg}{s}$
\dot{M}	dimensionsloser Massenstrom	_
p	Druck	Pa
Р	dimensionsloser Druck	_
$r_{i,a}$	Innen- und Außenradius	m
r_b	Bohrungsradius	m

Symbol	Beschreibung	Einheit
r_B	Blasenanteil	_
r_{B0}	Bezugsblasengehalt	_
r_G	Gehäuseradius	m
r_W	Wellenradius	m
r_0	Bezugsradius	m
r, φ, z	Zylinderkoordinaten	m, rad, m
R, φ, Z, T	dimensionslose Schmierfilmkoordinaten und Zeit	_
R	spezifische Gaskonstante	$\frac{J}{J}$
RHS	Rechte Seite des Gleichungssystems	кд К —
t	Zeit	s
Thia	absolute Schmierfilmtemperatur	\overline{K}
$\frac{1}{2}$	Geschwindigkeitskomponenten	<u>m</u>
Ŭ	Geschwindigkeitskomponente an der Oberfläche	$\frac{s}{\underline{m}}$
V.	Volumen der gasförmigen Phase	m^{3}
V_{g}	Volumen der gelösten Gasphase	m^3
$V_{g ais}$ V	Größe des Kontrollvolumens	m^3
V_{ges}	Volumen der flüssigen Phase	m^3
v_{liq} x_{liq}	Schmierfilmkoordinaten	m
x, y, z $\Delta x \Delta y$	Inkrement in Umfangs, und Breitenrichtung	m
$\Delta x, \Delta y$ X V Z T	dimensionalosa Schmierfilmkoordinaton und Zoit	—
Λ, I, Z, I ΛT	dimensionsloses Zaitinkroment	_
$\Delta P \Delta c_{2}$	dimensionsloses Detrinkrement in Umfange, und radialer Dichtung	_
$\Delta n, \Delta \varphi$ $\Delta Y, \Delta V$	dimensionsloses Inkrement in Umfangs- und Proitenrichtung	—
$\Delta \Lambda, \Delta I$	dimensionsioses inkrement in Ofmangs- und Dreitenrichtung	
a	Fluidträgheit	$\frac{m}{s^2}$
b	massebezogene Kräfte	$\frac{m}{s^2}$
с	Ortsvektor	m
e	Exzentrizitätsvektor	m
\mathbf{f}	Kraftvektor	N
h	Spaltvektor	m
m	Momentenvektor	Nm
n	Normaleneinheitsvektor	_
\mathbf{r}_S	Ortsvektor zum Schwerpunkt	m
\mathbf{t}	Neigungsvektor	m
\mathbf{V}	Geschwindigkeitsvektor der Strömung	$\frac{m}{s}$
\mathbf{Z}	axialer Vektor	$\overset{\circ}{m}$
D	sym. Anteil vom Geschwindigkeitsgradient	<u>1</u>
 T	Cauchy Spannungstensor	$\overset{s}{P}a$
$\bar{\mathbf{T}}^{vol}$	volumetrischer Anteil vom Cauchy Spannungstensor	Pa
\mathbf{T}^{dev}	deviatorischer Anteil vom Cauchy Spannungstensor	Pa
$\hat{0}$	Transformationsmatrix	
પ્ટ 1	Finhaitsmatriv	_
T	Eliniciosinalitx	_

Kapitel 3

Symbol	Beschreibung	Einheit
b	Breite	m
BN	dimensionslose Lagergröße	_
c	Lagerspiel	m
c_K	Keilhöhe	m
d	Durchmesser	m
D	Außendurchmesser	m
D_q	Taschentiefe	m
e^{-5}	Wellenverlagerung	m
E	E-Modul	Pa
f	Frequenz	Hz
F	Füllgrad	_
F_{res}	resultierende Kraft	N
h	Spalthöhe	m
J_P	polares Massenträgheitsmoment	kgm^2
J_B	polares Massenträgheitsmoment der Buchse	kgm^2
L	Länge	m
m	Masse	kg
m_B	Masse der Buchse	kg
n	Drehzahl	U/min
n_r, n_{φ}	Vernetzung in Umfangs- und radialer Richtung	_
p ,	Druck	Pa
r	Radius	m
r_0	Bezugsblasengehalt	_
S	Sensor	_
t	Zeit	S
T	dimensionslose Zeit	_
T_{liq}	Öltemperatur	K
u_D	Unwucht der Scheibe	gmm
u_m	Umfangsgeschwindigkeit	$\frac{m}{s}$
W_q	Taschenöffnung	$\overset{\circ}{m}$
x, y	Koordinaten	m
f	Kraft	N
\mathbf{F}	dimensionslose Kraft	—

Kapitel 4

Symbol	Beschreibung	Einheit
c	Lagerspiel	m
e	Verlagerung	m
f	dimensionslose Antwortfrequenz	_
f_{Rot}	dimensionslose Drehfrequenz	_

Symbol	Beschreibung	Einheit
F	Kraft	N
l	Länge	m
m	Masse	kg
M_R	Reibmoment	Nm
s	Wellenauslenkung	m
S_{Rot}	Schwerpunktlage vom Rotor	m
x,y	Koordinatenrichtung	m
u_C, u_T	Unwucht am Verdichter- und Turbinenrad	gmm

Griechische Symbole

Symbol	Beschreibung	Einheit
α	Bunsen-Koeffizient	_
Δ	Differenz	_
ε	Exzentrizität	_
η	dynamische Viskosität	Pas
ϑ	Temperatur	$^{\circ}C$
λ	Abstand / Wärmeleitungskoeffizient	$m, \frac{W}{mK}$
π	Kreiszahl	_
ρ	Dichte	$\frac{kg}{m^3}$
au	Schubspannungen	$\overset{m}{M}Pa$
$arphi_R$	Öffnungswinkel der Rastfläche	0
φ_T	Öffnungswinkel der Tasche	0
Ψ	relatives Lagerspiel	_
Ω	Drehzahl	$\frac{rad}{s}$

Operatoren

Symbol	Beschreibung
sp()	Spur
∇	Gradient
$ abla \cdot$	Divergenz
$\frac{d()}{d}$	totale Ableitung
$\frac{\partial^{(1)}_{(1)}}{\partial}$	partielle Ableitung
Ċ	zeitliche Ableitung
$()^T$	Transposition
$()^{vol}$	volumetrischer Anteil
$()^{dev}$	deviatorischer Anteil
$\bar{()}$	dimensionslose Darstellung
Ô	Amplitude

Indizierung

Symbol	Beschreibung
$()_a$	außen
$()_{atm}$	Umgebung
$()_{Ax}$	axial
$()_b$	Bohrung
$()_B$	Bläschen
$()_{CU}$	Couette-Strömung Umfang
$()_{eff}$	effektive Eigenschaften
$()_{FD}$	Schwimmscheibe (floating disk)
$()_q$	gasförmige Phase
$()_{ges}$	gesamt
$()_{gr}$	Tasche (groove)
$()_{G \ ael}$	gelöster Gasanteil
$()_{G ungel}$	ungelöster Gasanteil
$()_i$	innen
$()^{I}$	Inertialsystem
$()_{JB}$	radial (journal bearing)
$()^{K}$	körperfestes System
$()_{lig}$	flüssige Phase
$()_{Kav}$	Kavitation
$()_{max}$	maximal
$()_{min}$	minimal
$()_{n.e.s.w}$	Bilanzgrenze im Norden, Osten, Süden, Westen
$()_{N.E.S.W.C}$	Bilanzzentrum im Norden, Osten, Süden, Westen, Zentrum
$()_{PL}$	Poiseuille - linker Rand
$()_{PR}$	Poiseuille - rechter Rand
$()_{PU}$	Poiseuille - Strömung Umfang
$()_{rad}$	radial
$()_{res}$	resultierend
$()_{Rot}$	Rotor
$()_{SB}$	Schwimmbuchse
$()_{Seq}$	Segment
$()_{Sim}$	Simulation
$()_{SSL}$	Schwimmscheibenlagerung
$()_T$	Tasche
$()_{r,\varphi,z}$	Komponente in r, φ , z Richtung
$()_{x,y,z}$	Komponente in x, y, z Richtung
$()_{W/S/G}$	Welle/Schale bzw. Scheibe und Gehäuse
$()_{zu}$	Zuführung
$()_Z$	Zentrifugalströmung
()0	Bezugsgröße
$()_{\Delta T}$	zeitliche Änderung
$()_{\Delta T,alt}$	vom letzten gültigen Zeitpunkt

110110112011801	-
ATL	Abgasturbolader
bzw.	beziehungsweise
DoE	Design of Experiments
FDM	Finite-Differenzen Methode
FEM	Finite-Elemente Methode
FVM	Finite-Volumen Methode
Koeff.	Koeffizient
LM	Lumped mass
Pardiso	Parallel Direct Sparse Solver
SB	Schwimmbuchse
SSL	Schwimmscheibenlagerung
Sub	Subsynchrone
TR	Turbinenrad
TS	turbinenseitig
VR	Verdichterrad
VS	verdichterseitig

Abkürzungen

Abbildungsverzeichnis

1-1	Vorgehensweise zur Modellierung von gleitgelagerten Rotoren: Axial und ra- dial gleitgelagerter Rotor (oben) [1], Simulationsmodell bestehend aus dem Rotor und den Radiallagern (links) und separate Betrachtung der Axialla- gerung (rechts)
1-2	Erläuterungen zum Anregungsmechanismus von Gleitlagern durch Auswer- tung eines Campbell-Diagramms. Die Umlauffrequenz vom inneren Schmier- spalt kann in diesem Fall bis zu zwei und der äußere Spalt eine Rotoreigen- frequenz anregen. (blaue Marker) [2]
1-3	Einfluss der gefahrenen Betriebslinien auf die Ausbildung von subsynchro- nen Schwingungen.
2-1	Körperfestes Koordinatensystem der Lagerelemente sowie Schmierfilmsys- tem (links) und abgewickelter Schmierspalt mit Oberflächengeschwindigkei- ten der Lagerelemente (rechts). [3]
2-2	Gaskavitation am äußeren Spalt eines Quetschöldämpfers in Abhängigkeit der Buchsengeschwindigkeit bei a) 700 rpm, b) 1500 rpm, c) 3000 rpm [74].
2-3	Schematische Darstellung eines teilgefüllten Schmierspalts mit betrachtetem Kontrollvolumen. [64] links: Ansicht über die Spalthöhe und rechts: Drauf- sicht
2-4	Bilanzierung der gelösten und ungelösten Gasmassen. [64]
2-5 2-6	Einfluss des Druckes und der Öltemperatur auf den Füllgrad Schematische Darstellung einer Schwimmbuchsenlagerung, bestehend aus zwei radial angeordneten Schmierfilmen. Der Ölaustausch zwischen inneren und äußeren Spalt erfolgt über Kommunikationsbohrungen in der Buchse.
2-7	Koordinatensystem zur Beschreibung der Fluidströmung in der Kommuni- kationsbohrung. [3]
2-8	Diskretisierung des Lösungsgebietes am Radialgleitlager mit finiten Volumen [3]. Die gestrichelten Linien stellen die Größe des Kontrollvolumens dar. Das Bilanzzentrum ist durch Großbuchstaben gekennzeichnet.
2-9	1 st Order Upwind-Schema: Der am betrachteten Kontrollvolumen ein- bzw. austretende Massenstrom wird durch den stromaufwärts liegenden Knoten approximiert [3].
2-10	Schematische Darstellung eines Axiallagers mit Schmierfilmkoordinatensystem (blau) [44]
2-11	Visualisierung des Kavitationsgebietes beim Axialgleitlager bei einer Nut- tiefe von a) $h_{gr} = 5\mu m$ und b) $h_{gr} = 10\mu m$ [103]. Die Scheibendrehzahl beträgt joweils $n = 71 \text{ rmm}$ und $n = 142 \text{ rmm}$
2-12	Diskretisierung der Axiallagerung $\dots \dots \dots$

2-13	Schematische Darstellung hydrodynamisch gekoppelter Schmierfilme: Kom-	40
914	Diskraticierung (IIInks) und Schwimmscheidenlagerung (rechts)	40
<i>2</i> -14	Diskretisierung des Losungsgebietes beim radialen und axialen Schmierspalt. Die Schmierfilmkoordinaten für die axialen Spalte sind $(r_{1})_{2}$ $(r_{2})_{2}$ $(r_{2})_{3}$ und	
	für den radialen Ölfilm (x, y, z)	41
2-15	Diskretisjerung der Übergangsbereiche Zur Kopplung beider Schmierfilme	11
2 10	werden die Massenströme am hybriden finiten Volumen (gestricheltes Kon-	
	trollvolumen) ausgewertet. Die betrachteten Massenströme sind über die	
	blauen Pfeile dargestellt.	42
2-16	Gesamtgleichungssystem mit hydrodynamischer Kopplung zwischen Radial-	
	und Axiallager	49
2-17	Koordinatensystem zur Beschreibung der Fluidströmung in der Verbin-	
	dungsbohrung einer Schwimmscheibe	51
2-18	Zeitintegrationsschema zur online Lösung der Reynolds-Gleichung [110]	53
2-19	Schmierspalt beim Radiallager $[3]$	54
2-20	Schmierspalt am Axiallager	58
3-1	Radialoleitlager mit exzentrischer Lage der Welle (rechts) und abgewickelter	
0 1	Schmierspalt mit Randbedingungen (links)	61
3-2	Resultierende Lagerkraft F_{res} in Abhängigkeit der Wellenexzentrizität ε	
	(links) und Druckverteilung p in der Lagermittelebene bei $\varepsilon = 0.7707$	
	(rechts)	62
3-3	Druck- und Schmierstoffverteilung bei $\varepsilon=0.7707.$ Die Nive aulinien ent-	
	sprechen den Ergebnissen von Li [112]. Die farbigen Darstellungen sind den	
	Ergebnissen der entwickelten Routinen zuzuordnen.	63
3-4	Rotor-Lager-Modell mit Randbedingungen, vgl. [3, 114]. Aufgrund der Sym-	
	metriebedingung wird nur eine Lagerhälfte betrachtet	64
3-5	Normierter Bewegungsorbit der Welle beim dritten Lastzyklus [116]	65
3-6	Horizontale und vertikale Wellenexzentrizität $\varepsilon_{x,y}$ (oben) sowie Lagerkraft-	
	komponente F_x, F_y (mittig und unten) für die ersten drei Lastzyklen [116].	66
97	Die relative Differenz bezieht sich auf die Ergebnisse von Nitzschke [3].	00
3-7	Full-noating schwimmbuchsengelagerter Laval-Rotor, vgl. Elling [18]. wel- lenbewegungsmessungen wurden en den Messscheiben $(S \text{ und } S)$ und en	
	der Mittelscheibe S_2 durchgeführt. Die roten Punkte konnzeichnen die Po	
	sitionen der FF-Knoten	67
3-8	Schematische Darstellung einer full-floating Schwimmbuchsenlagerung vol	01
00	Eling [18]	68
3-9	Thermische Randbedingungen für die Lagerung des Laval-Rotors. Für die	
	Schmierfilme wird die 3D-Energiegleichung und für die Lagerelemente die	
	Wärmeleitungsgleichung gelöst. [55, 118]	70
3-10	Spektrogramm der Wellenbewegungsmessung, ausgewertet an der Mittel-	
	scheibe - S2, vgl. Eling [18, 116]	70
3-11	Spektrogramm des Rotorantwortverhaltens ausgewertet an der Mittel-	
	scheibe S_2 : (a) Gümbel Kavitation und lumped-mass Modell, (b) Zwei-	
	Phasenmodell und lumped-mass Modell, (c) Gümbel Kavitation und 3D-	
	Energiegleichung und (d) Zwei-Phasenmodell und 3D-Energiegleichung.	71

3-12	Exzentrizität der Welle und Buchse unter der Annahme: (a) Gümbel Ka- vitation und lumped mass, (b) Zwei-Phasenmodell und lumped mass, (c) Gümbel Kavitation und Energiegleichung und (d) Zwei-Phasenmodell und Energiegleichung.	73
3-13	Gegenüberstellung der Buchsendrehzahlen (links) und Temperaturentwick- lung (rechts) mit den Ergebnissen von Eling [18]	74
3-14	Axiallager mit 24 Segmenten und Randbedingungen [95, 103]	75
3-15	Druck- und Schmierstoffverteilung in der Lagermittelebene $r = 28 mm$ bei $h_{min} = 15.4 \ \mu m$ und $n = 333.98 \ U/min$, vgl. Ziese [55]	76
3-16	Druck- und Schmierstoffverteilung über das gesamte Lagersegment bei einem minimalen Schmierspalt von $h_{min} = 15.4 \ \mu m$, einer Scheibendrehzahl $n = 333.98 \ U/min$ und Blasengehalt $r_0 = 0$, vgl. Ziese [55]	76
3-17	Minimale Schmierspalte bei einer Lagerbelastung von $F_{Ax} = 44.3 N$ und in einem Drehzahlbereich zwischen $n = 36.2 - 325.9 U/min$	77
3-18	Verifizierung mit CombrosA: Lagergeometrie (links) und Betriebsdaten (rechts)	78
3-19	Gegenüberstellung der Lagerreaktionen mit CombrosA: Lagerkraft in Ab- hängigkeit des minimalen Schmierspalts zwischen $h_{min} = 14 - 62 \mu m$ bei ma- ximaler Drehzahl (links) und in Abhängigkeit der Drehzahl für $h_{min} = 14 \mu m$ (rechts).	79
3-20	Kompaktlager mit gekerbten Oberflächen [40, 41]	80
3-21	Druckverteilung beim axialen und radialen Schmierspalt: bei separater (oben) und gekoppelter Betrachtung der Schmierfilme (unten).	81
3-22	Gegenüberstellung der Druckverteilung in der Lagermittelebene: Radiallager bei $b = 12 mm$ (links) und Axiallager bei $r = 29.25 mm$ (rechts).	82
3-23	Resultierende Lagerkraft im radialen (links) und axialen (rechts) Schmierspalt in Abhängigkeit der Wellen exzentrizität ε	83
3-24	Schwimmend gelagerte Scheibe mit Randbedingungen. Die Schwimmschei- be besitzt die Freiheitsgrade z_{FD} und φ_{FD} für die axiale Bewegung und Rotation. Die Freiheitsgrade z_{TR} und φ_{TTR} beziehen sich auf die Welle be- ziehungsweise auf den Schubring	84
3-25	Resultierende Kraft im radialen und axialen Spalt (rechts) und minimaler Schmierspalt (links) in Abhängigkeit der Wellendrehzahl. Die Summe der axialen Spiele bleibt konstant mit $h_{TBaes} = h_{TB1} + h_{TB2} = 100 \ \mu m$.	85
3-26	Minimaler axialer Schmierspalt in Abhängigkeit der Schublast	86
4-1	Schematische Darstellung eines semi-floating gelagerten Rotors mit doppel- seitiger Axiallagerung. Die rot gekennzeichneten Punkte stellen die Position der FE-Knoten dar. Die Schmierfilme sind blau markiert.[55, 56]	88
4-2	Thermische Randbedingungen am Radiallager. Temperaturvorgaben erfol- gen am Gehäuse und an der Welle (rot gestrichelte Linien). Die gelben Linien symbolisieren die Vernetzungsgrenze. [56]	89
4-3	Anordnung der Lagerung (links) und Profilierung des doppelseitigen Axial- gleitlagers (rechts)	90

4-4	Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessung, aufgenommen am Dicht-	
	ring. Die dimensionslose Antwortfrequenz des Rotors f ist in Abhängigkeit	
	der Drehzahl f_{Rot} aufgetragen. Die Größen f und f_{Rot} beziehen sich auf die	
	Maximaldrehzahl	91
4-5	Hochlaufsimulationen unter der Annahme: a) Gümbel Kavitation ohne Axi-	
	allagerung (V1), b) Zwei-Phasenmodell ohne Axiallagerung (V2), c) Gümbel	
	Kavitation mit Axiallagerung (V3) und d) Zwei-Phasenmodell mit Axialla-	
	gerung (V4)	92
4-6	Summensignal der Wellenbewegung, ausgewertet am Dichtring	94
4-7	Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager: ohne Axiallager	
	V2 (links) und mit Axiallager V4 (rechts). Die gestrichelten Linien kenn-	
	zeichnen den Drehzahlbereich für die Auswertung der Bewegungsorbits.	95
4-8	Bewegungsorbit der Welle und der Schwimmbuchse bei gegebenen Drehzah-	
	len: ohne Axiallagerung (links) und mit Axiallagerung (rechts). Oben ist die	
	Bewegung am Verdichterlager und im unteren Bereich des Turbinenlagers	
	dargestellt.	96
4-9	Lagerkraft $\hat{F}_{Ax} = \frac{F_{Ax}}{F_{L-1}}$ links und min. Spalt $\hat{h}_{min} = \frac{h_{min}}{h_0}$ rechts	97
4-10	Lagermoment $\hat{M} = \frac{M}{2}$ links und Botorneigung $\hat{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi}$ rechts	98
4-11	Schematische Darstellung eines radial semi-floating gelagerten Rotors mit	
	Haupt- und Gegenschublager. Die Wellenbewegung wurde nahe dem Ver-	
	dichterlager an der Position S aufgenommen. Die betrachteten Schmierfilme	
	sind blau markiert.	99
4-12	Hydrodynamische Randbedingungen beim Haupt- und Gegenschublager.	
	Die blauen Pfeile symbolisieren die Position der Ölzuführungen und den	
	Schmiermittelaustausch zwischen radialem und axialem Spalt.	100
4-13	Thermische Randbedingungen beim Haupt- und Gegenschublager. Die	
	Schmierspalte sind thermisch durch Wärmeleitungsvorgänge in der	
	Schwimmscheibe und im Schubring gekoppelt.	101
4-14	Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessung, aufgenommen am Ver-	-
	dichterlager. Die Antwort- und Drehfrequenzen des Rotors beziehen sich	
	auf dessen Maximaldrehzahl f_{max}	102
4-15	Hochlaufsimulationen unter der Annahme: a) ohne Haupt- und Gegenschub-	
	lager (V1), b) mit Axiallagerung und Feder-Dämpfer Element zwischen	
	Schwimmscheibe und Welle (V2), c) entkoppelte radiale und axiale Schmier-	
	filme (V3) und d) hydrodynamisch gekoppelte Schmierfilme mit Lösung der	
	Energie- und Wärmeleitungsgleichung (V4)	104
4-16	Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager sowie vom ra-	
	dialen Spalt der Schwimmscheibe. Ergebnisse beziehen sich auf den Detail-	
	lierungsgrad V4 der Axiallagerung.	106
4-17	Bewegungsorbit am verdichter- (links) und turbinenseitigen Lager (rechts)	
	für den Detaillierungsgrad V4.	106
4-18	Schwimmscheibendrehzahl in Bezug zur Wellendrehzahl (links) und Gesam-	
	treibmoment am Hauptschublager (rechts).	107
4-19	Schubkraft $\hat{F}_{Ax} = \frac{F_{Ax}}{F_{ax}}$ (links) und minimaler Schmierspalt $\hat{h}_{min} = \frac{h_{min}}{F_{ax}}$	
	(rechts) am Haupt- und Gegenschublager. $\dots \dots \dots$	108
4-20	Lagermoment $\hat{M} = \frac{M}{M}$ links und Rotorneigung $\hat{\varphi} = \frac{\varphi}{T}$ rechts	109
	ω_{M_0}	

4-21	Frequenzspektrum der Rotorbewegung unter Berücksichtigung der Vorer- wärmung des Öls im radialen Spalt der Schwimmscheibe.	110
4-22	Schematische Darstellung eines radial full-floating Schwimmbuchsen gela- gerten Rotors. Bei der Axiallagerung handelt es sich um Festsegmentla- ger. Die Wellenbewegung wurde am Verdichtereintrittsbereich an der Posi- tion S aufgenommen. Die blau markierten Bereiche stellen die betrachteten	
	Schmierfilme dar.	111
4-23	Schubkraftverlauf für die Betriebslinien 1 und 2	112
4-24	Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessungen für die Betriebslinie 1 (links) und 2 (rechts), aufgenommen am Verdichtereintritt.	113
4-25	Hochlaufsimulation ausgewertet am Verdichtereintrittsbereich. Betriebslinie 1 (links) und Betriebslinie 2 (rechts)	114
4-26	Normierte Exzentrizität der Buchse und Welle am Verdichter- (links) und Turbinenlager (rechts) für den Betriebsfall 1	115
4-27	Bewegungsorbit der Buchse und Welle am Verdichter- und Turbinenlager für den Betriebsfall 1	116
4-28	Frequenzspektrum der Wellenbewegung bei doppelter Schubbelastung der Betriebslinie 2.	117
1-1	Axiallagergeometrie [44]	122
1-2	Druckverteilung über das Segment (links) und Segmentkraft in Abhängig- keit des minimalen Schmierspalts (rechts)	123
1-3	Vergleich der gemessenen und berechneten Buchsentemperaturen beim ver- dichterseitigen (links) und turbinenseitigen Radiallager (rechts). Die Erwär-	104
1-4	mung der Buchsen ΔT bezieht sich auf die Oleintrittstemperatur Basierend auf den Temperaturmessungen und der Lösung der Wärmelei- tungsgleichung ermittelte Lagerspiele: verdichterseitiges (links) und turbi- nenseitiges Radiallager (rechts). Das dimensionslose Lagerspiel bezieht sich auf das Warmspiel des entsprechenden Spalts $\hat{\Psi} = \frac{\Psi_{i,a}}{\Psi_{i,a0}}$ zum Zeitpunkt der	124
1 5	Rotordrehzahl $f_{Rot} = 0.5$	124
1-9	ter der Annahme: a) Gümbel Kavitation ohne Axiallagerung (V1), b) Zwei- Phasenmodell ohne Axiallagerung (V2), c) Gümbel Kavitation mit Axialla-	
1-6	gerung (V3) und d) Zwei-Phasenmodell mit Axiallagerung(V4) Wellenbewegungsmessung (a) und Hochlaufsimulationen bei niedriger Ölein- trittstemperatur: b) Zwei-Phasenmodell und ohne Axiallagerung (V2), c) Gümbel Kavitation mit Axiallagerung (V3) und d) Zwei-Phasenmodell mit	125
	Axiallagerung (V4).	126
1-7	Summensignal der horizontalen Wellenbewegung, ausgewertet am Dichtring. (Niedrige Öleintrittstemperatur)	127
1-8	Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager: ohne Axiallager V2 (links) und mit Axiallager V4 (rechts)	128
1-9	Bewegungsorbit der Welle und der Buchse bei gegebener Drehzahl: ohne Axiallager V2 (links) und mit Axiallager V4 (rechts)	128
1-10	Temperaturentwicklung am Haupt- und Gegenschublager. Temperaturen basierend auf den Detaillierungsgrad V4.	129

1-11	Frequenzspektrum des Rotorantwortverhaltens unter der Annahme einer re-	
	duzierten (links) und erhöhten Schwimmscheibenunwucht (rechts).	129
1 - 12	Temperaturentwicklung beim Haupt- und Gegenschublager unter Berück-	
	sichtigung der Vorwärmung des Öls im radialen Spalt der Schwimmscheibe	130
1-13	Ermittelte Buchsendrehzahl beim Verdichter- und Turbinenlager für die Be-	
	triebslinie 1 und 2	131
1-14	Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager	131
1 - 15	Bewegungsorbit am Verdichter- und Turbinenlager	132

Tabellenverzeichnis

3-1	Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen [112, 113]	62
3-2	Zusammenfassung der resultierenden Lagerkräfte in Abhängigkeit der Wel-	
	lenexzentrizität	63
3-3	Lagerdaten und Betriebsrandbedingungen $[3, 114]$	64
3-4	Maße und Eigenschaften des Rotors [18]	67
3-5	Lagergeometrie und Öleigenschaften SAE 5W30 [18]	69
3-6	Zusammenfassung der Hochlaufsimulationen	72
3-7	Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen [95, 103]	75
3-8	Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen $\left[40\right]$	80
3-9	Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen $[38]$	84
4-1	Zusammenfassung der Hochläufe, ausgewertet an der Dichtscheibe	93
4-2	Zusammenfassung der Modellstufen für die Axiallagerung	103
4-3	Zusammenfassung des Rotorantwortverhaltens	104
4-4	Zusammenfassung der Hochlaufsimulationen im Messbereich	114
A-1	Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen $\left[44\right]$	122
A-2	Zusammenfassung der Hochläufe, ausgewertet an der Dichtscheibe	125
A-3	Zusammenfassung der Hochläufe, ausgewertet an der Dichtscheibe	126

Kurzfassung

Das Antwortverhalten von gleitgelagerten Rotoren ist nicht nur von den hochgradig nichtlinearen Eigenschaften der Radiallager abhängig, sondern auch vom Axiallager. Je nach Design, Anordnung und Ausführung des Axialgleitlagers kann Einfluss auf das Rotorsystem genommen werden.

In dieser Arbeit wird zur Ermittlung der hydrodynamischen Zustände in Gleitlagern die Reynolds-Differentialgleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Zwei-Phasenmodell ausgewertet. Dies erfolgt sowohl für den radialen als auch axialen Schmierspalt. Für gekoppelte Ölfilme wird eine Implementierung der Reynolds-Gleichung vorgestellt, wodurch der Schmiermittelaustausch im Übergangsbereich berücksichtigt wird.

Zum Abgleich der entwickelten Routinen werden Ergebnisse aus der Literatur und Wellenbewegungsmessungen von Rotoren herangezogen. Um ein breites Anwendungsspektrum abzudecken, weisen die Rotoren unterschiedliche strukturdynamische Eigenschaften und verschiedene Lagerungskonzepte auf. Ziel dieser Arbeit ist es, das rotordynamische Systemverhalten zu prädiktieren und in diesem Zusammenhang den Einfluss der Axiallagerung sowie die Zustände in den Lagern aufzuzeigen.

Abstract

The rotor's response behavior is not only depending on the highly nonlinear properties of the radial bearings, but also on the thrust bearing. According to the design, arrangement and construction concept of the thrust bearing, the rotor vibration mode can be influenced.

In this thesis, the Reynolds differential equation with mass-conserving cavitation according to the two-phase model is evaluated to determine the pressure and lubricant distribution in hydrodynamic bearings. This is done for radial and thrust bearings as well as for combined bearing arrangements. For coupled oil films, an implementation of the Reynolds equation is presented, whereby the lubricant exchange is taken into account.

To validate the developed routines, results from the literature and shaft motion measurements of rotors are used. In order to ensure that a wide range of applications is covered, rotors with different bearing concepts are investigated. As a result, various excitation causes can exist, which can lead to increased vibration amplitudes. The aim of this work is therefore to predict the rotordynamic system behavior and to show the influence of the thrust bearing and the conditions in the bearings.

1 Einleitung

1.1 Motivation

Gleitgelagerte Rotoren sind in vielen Bereichen des Maschinenbaus anzutreffen. Typische Anwendungen sind unter anderem in Dampfturbinen und Pumpen, aber auch in Abgasturboladern bei aufgeladenen Motoren. Die Gründe für den Einsatz von hydrodynamischen Gleitlagern sind dabei vielfältig. Der Lagertyp weist günstigere thermische Eigenschaften, eine ausreichende Tragfähigkeit im höheren Drehzahlbereich und eine kompaktere Bauweise im Vergleich zu anderen Lagerungsarten auf. Ebenso besteht die Möglichkeit, bereits vorhandene Versorgungssysteme zu nutzen, wodurch der Konstruktionsaufwand begrenzt bleibt. Nachteilig sind jedoch die Anregungen über den Schmierfilm, die zu erhöhten Schwingungsamplituden bis hin zum Versagen des Rotors führen können. Um das kritische Rotorverhalten bereits in einem frühen Entwicklungsstand zu prognostizieren, sind Simulationen des Systems notwendig. Bei der Modellbildung stellt sich die zentrale Frage, welche Abbildungsgüte für jedes einzelne Lager zu wählen ist und welche Auswirkungen die Lager auf das Rotorantwortverhalten haben können. Eine häufig anzutreffende Modellierungsweise sieht zunächst eine separate Betrachtung der Lagerung vor, worin der Rotor ausschließlich über die Radiallager aufgenommen wird, vgl. Abb. 1-1. Die axiale Lagerung wird meist als alleinstehendes Lager untersucht.



Abbildung 1-1: Vorgehensweise zur Modellierung von gleitgelagerten Rotoren: Axial und radial gleitgelagerter Rotor (oben) [1], Simulationsmodell bestehend aus dem Rotor und den Radiallagern (links) und separate Betrachtung der Axiallagerung (rechts).

Die in Abb. 1-1 dargestellte Vorgehensweise liefert den Nachteil, dass Wechselwirkungen zwischen Rotor und Axiallager nicht berücksichtigt werden können. Demnach bestimmen nur die radial am Rotor angreifenden Kräfte, zum Beispiel durch Unwucht, und die radialen Lagerreaktionen das Systemverhalten. Tatsächlich liefert die Axiallagerung ebenfalls einen Beitrag zur Rotorantwort, was sich anhand der Schwingform beobachten lässt. Eine separate Betrachtung der Lagerung ist für die Abbildung komplexer Systeme mit hochgradig nichtlinearem Lagerverhalten nur begrenzt aussagekräftig. Neben dem Rotormodell wird die Axiallagerung häufig separat untersucht, worin in einem vereinfachten Ansatz ein Parallelspalt zwischen profilierter Seite und Scheibe angenommen wird. Aufgrund der Tatsache, dass sich unter Berücksichtigung von Scheibenschiefstellungen eine Vielzahl an Lagerbetriebszuständen ergeben können, wird der Einfachheit halber von einem parallelen Schmierspalt ausgegangen. Weiterhin wird vorausgesetzt, dass stationäre Vorgänge im Fluid auftreten. Eine Übertragbarkeit zum tatsächlichen Betriebsverhalten ist auch hier nur begrenzt möglich.

Eine weitere Fragestellung widmet sich der Abbildungsgüte der Lagerung und deren Auswirkungen auf das Rotorverhalten. Im realen Betrieb sind die Lagereigenschaften von vielen Einflussfaktoren abhängig. Neben dem Design des Schmierspalts und den kinematischen Zuständen der Lagerelemente haben Ausgasvorgänge und thermische Abläufe im Fluid sowie Wärmeleitungsvorgänge in den Festkörpern einen entscheidenden Einfluss auf die Lagersteifigkeit und -dämpfung. Bezüglich der Hydrodynamik wird häufig von einem vereinfachten Ansatz in Form eines allseits vollständig gefüllten Spalts ausgegangen. Dadurch gelingt es zwar die Lagerreaktionen in Abhängigkeit der kinematischen Zustände zu ermitteln, allerdings bleiben Ausgasvorgänge weiterhin vernachlässigt. Detaillierte Untersuchungen mit Implementierung von Ausgasungen wurden bisher nur bei Radialgleitlagern vorgenommen.

Innerhalb dieser Arbeit wird ein Ansatz verfolgt, worin die hydrodynamischen Zustände im radialen und axialen Schmierfilm unter Berücksichtigung von Ausgasvorgängen abgebildet und deren Auswirkungen auf das Rotorverhalten gezeigt werden. Darüber hinaus werden unterschiedliche Abbildungsgüten der Lagerung angewendet, um die Diskrepanz zum realen Rotorverhalten aufzuzeigen. Die betrachteten Lagerungstypen sind radiale Schwimmbuchsenlager, Axiallager mit einem Schmierfilm und Schwimmscheibenkonstruktionen. Mit der hier vorgestellten Modellierungsweise können die Systemgrenzen erweitert werden, um das Rotorantwortverhalten unter dem Einfluss von schmierfilminduzierten Anregungen und Schublasten zu untersuchen.

1.2 Problemstellung

Bevor auf die Fragestellung des Axiallagereinflusses eingegangen wird, ist zum besseren Verständnis zunächst der Anregungsmechanismus des radialen Schmierfilms zu erläutern. Ausgangspunkt ist die relative Drehbewegung der Gleitlagerelemente zueinander, wodurch eine Förderwirkung des Öls im Spalt entsteht. Die Fluidströmung in Verbindung mit einer exzentrischen Wellenposition hat einen hydrodynamischen Tragdruckaufbau zur Folge, womit der Schmierfilm zum aktuellen Betriebspunkt eine Steifigkeit und Dämpfung aufweist. Das Dämpfungsverhalten folgt aus der Verdrängung des Öls. Darüber hinaus wird der Tragdruck von weiteren Effekten wie der Fluidträgheit, dem Auftreten von Kavitation und der Ausbildung einer turbulenten Strömung beeinflusst. Die Eigenfrequenzen des Rotors sind letztendlich von dessen strukturdynamischen Eigenschaften und von den Eigenschaften der Schmierfilme abhängig. In einem Campbell-Diagramm¹ sind die Eigenfrequenzen über die Drehzahl zusammengefasst, siehe Abb. 1-2. Ein weiterer Aspekt der Fluidbewegung befasst sich mit dessen Anregung. Die Geschwindigkeit, mit der sich das Fluid im Spalt bewegt, wird als Ölumlauffrequenz bzw. Oil-Whirl Frequenz bezeichnet. [2, 3] Mit zunehmender Wellendrehzahl nimmt ebenfalls die Ölumlauffrequenz zu. Befindet sich ein Oil-Whirl bereits in der Nähe einer schwach gedämpften Rotoreigenfrequenz, kann es zum Frequenz-Locking kommen. Das System antwortet mit subsynchronen Schwingungen, die vom Schmierfilm verursacht werden. Gleichbedeutend mit dem Frequenz-Locking entsteht aus dem Oil-Whirl ein Oil-Whip, mit dem erhöhte Rotorschwingungen auftreten können. Zusammenfassend verursacht die Förderwirkung des Öls in Verbindung mit einer exzentrischen Wellenposition einen hydrodynamischen Druckaufbau und somit einen Steifigkeitsund Dämpfungsbeitrag an das Gesamtsystem. Gleichzeitig treten über die Ölumlauffrequenz schmierfilminduzierte Anregungen auf, die kritisch zu bewerten sind, sobald diese mit einer schwach gedämpften Rotoreigenfrequenz zusammenfallen.



Abbildung 1-2: Erläuterungen zum Anregungsmechanismus von Gleitlagern durch Auswertung eines Campbell-Diagramms. Die Umlauffrequenz vom inneren Schmierspalt kann in diesem Fall bis zu zwei und der äußere Spalt eine Rotoreigenfrequenz anregen. (blaue Marker) [2]

Wie eingangs erwähnt, sind die Rotoreigenfrequenzen von den Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften jeder einzelnen Lagerung abhängig. Dies schließt sowohl Radial- als auch Axialgleitlager ein. Einflüsse der Axiallagerung auf das rotordynamische Systemverhalten äußern sich dabei auf verschiedene Weise. Zum Beispiel kann die Konstruktion derart gestaltet sein, dass die Rotorverkippungen vom Schublager aufgenommen werden. Dies hat Auswirkungen auf die Schwingform des Rotors und letztendlich auf die Betriebspunkte

¹Beim Campbell-Diagramm werden die Eigenfrequenzen des Systems in Abhängigkeit der Rotordrehzahl ausgewertet. Um das Eigenwertproblem zu lösen, werden die Lagereigenschaften zum aktuellen Betriebspunkt linearisiert. Die ermittelten Lagersteifigkeiten und -dämpfungen gehen anschließend in die Berechnungen ein.

beim Radiallager. Der Einfluss ist insbesondere bei Rotoren mit einseitiger Schwerpunktlage² zu beobachten. Unter Vernachlässigung des Schublagers werden die Rotorverkippungen durch die Kontaktvorgänge der Lagerelemente vom radialen Spalt begrenzt. Beim hoch belasteten Lager befindet sich der Betriebspunkt in der unteren und für den gering belasteten in der oberen Lagerhälfte. Mit Einbeziehung der axialen Schmierspalte kann für beide Radiallager der Betriebspunkt in der unteren Hälfte liegen. Dies hat wiederum Auswirkungen auf die Lagersteifigkeit und -dämpfung und somit auf die Ausbildung von selbsterregten Schwingungen.

Ein weiterer Effekt ergibt sich aus den Anströmverhältnissen an den Laufrädern, wodurch die resultierende Schublast das Rotorantwortverhalten beeinflussen kann, siehe Abb. 1-3.



Abbildung 1-3: Einfluss der gefahrenen Betriebslinien auf die Ausbildung von subsynchronen Schwingungen.

In Abb. 1-3 links ist das Kennfeld eines Verdichter- bzw. Turbinenlaufrades schematisch dargestellt. Durch die Anströmverhältnisse am Rad stellen sich Schubbelastungen ein, die vom Axiallager aufzunehmen sind. Bei gleicher Spezifikation allerdings verschieden gefahrenen Betriebslinien können sich subsynchrone Schwingungen unterschiedlich stark ausprägen. In Abb. 1-3 rechts treten bei der Betriebslinie 2 subsynchrone Rotorantworten mit geringer Amplitude auf, während diese bei der Betriebslinie 1 stärker ausgeprägt sind. Der Zusammenhang ergibt sich über die schubabhängigen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften der Axiallagerung, womit erneut Einfluss auf die Rotoreigenfrequenzen genommen wird. Dies hat wiederum Auswirkungen auf die Ausbildung von Subsynchronen.

Neben Axialgleitlagern mit einem Schmierfilm werden kombinierte Lagerungen zur Aufnahme der Schublasten eingesetzt. Ein Vertreter von kombinierten Gleitlagern ist die Schwimmscheibe, da am Innenrand und an den Stirnflächen jeweils Schmierfilme vorhanden sind. Bei Schwimmscheiben tritt die Besonderheit auf, dass über den radialen Schmierspalt Wechselwirkungen mit der Welle auftreten können. Dies kann sich auf die Schwingungen

²Im Fall von Abgasturbolader ist die einseitige Schwerpunktlage vorwiegend bei Rotoren mit radial ausgeführtem Turbinenrad zu finden. Dieser befindet sich nahe dem Turbinenlager. Für Rotoren mit Axialturbinen befindet sich der Schwerpunkt üblicherweise zwischen den Radiallagerstellen.

des Rotors auswirken. Weiterhin ist zu beachten, dass sowohl die Scheibe als auch die Welle eine Rotationsbewegung vollziehen, wodurch ein weiterer Schmierfilm entsteht, der den Rotor anregen kann.

1.3 Stand der Forschung

Zur Abbildung des Systemverhaltens sind verschiedene Teilgebiete zu beachten. Bezüglich der Lagerung sind die thermo-hydrodynamischen Zustände in den radialen und axialen Schmierfilmen zu erfassen, wobei das Auftreten von Ausgasungen bei der Ermittlung der Druckverteilung zu berücksichtigen ist. Weiterhin ist bei Schwimmbuchsen- und Schwimmscheibenlager der Ölaustausch zwischen den Schmierfilmen zu beachten. Dies betrifft beim Radiallager die Interaktion zwischen Innen- und Außenspalt durch den Fluidtransport in den Verbindungsbohrungen und bei der Schwimmscheibe die Wechselwirkungen zwischen radialem und axialem Ölfilm im Übergangsbereich.

Hydrodynamik am Radiallager

Die nichtlinearen Eigenschaften beim Radiallager sind in zahlreichen Publikationen [3– 11] bereits ausführlich beschrieben. Ausgangspunkt für die Ermittlung der Tragdruck- und Geschwindigkeitsverteilung im Fluid bilden die Navier-Stokes und Kontinuitätsgleichung. Allerdings ist die numerische Auswertung sehr rechenzeitintensiv und somit für komplexe Hochlaufsimulationen eher ungeeignet. Vereinfachungen können über gleitlagerspezifische Annahmen vorgenommen werden. Das Ergebnis ist die Reynolds-Gleichung.

Dowson [8] stellte eine generalisierte Form der Reynolds-Gleichung auf, worin die über die Spalthöhe variierenden Öleigenschaften berücksichtigt werden. Diese Beschreibungsweise ist von Vorteil, wenn hohe Temperaturgradienten im Schmierspalt zu erwarten sind, was bei hoch belasteten Lagern mit niedrigen Öleintrittstemperaturen der Fall sein kann. Aufgrund der Belastungen können geringe Schmierspalte und somit hohe Scherraten im Fluid entstehen. Damit einhergehend treten dissipative Effekte auf, die zu örtlichen Temperaturerhöhungen führen. Die erzeugte Wärme wird einerseits an die angrenzenden Lagerelemente übertragen oder durch das seitliche Abfließen an die Umgebung abgeführt. Als Ergebnis liegen ortsaufgelöste Temperaturen und Öleigenschaften im Spalt vor. Die generalisierte Reynolds-Gleichung liefert somit eine Berechnungsvorschrift, um die ortsaufgelösten Eigenschaften bei der Ermittlung der Druckverteilung zu erfassen.

Hannon [10] nahm den Grundgedanken der generalisierten Reynolds-Gleichung auf und erweiterte diese zur Ermittlung des Tragdruckes bei gekrümmten Lageroberflächen. Die Umsetzung liefert ein breites Anwendungsspektrum, worin neben Radial- und Axiallagern ebenfalls Schmierfilme mit kegelförmigen Profilen erfasst werden können. Als Kavitationsalgorithmus wird in [10] das Modell von Elrod mit diskreter Gebietsaufteilung umgesetzt. Nitzschke [3] erweiterte das Modell durch Einführung eines stetigen Übergangs zwischen Druck- und Kavitationsgebiet. Durch die regularisierte Beschreibungsweise können Lösungsstrategien angewendet werden, die zu einer höheren Konvergenzgeschwindigkeit bei der iterativen Ermittlung der Druck- und Schmierstoffverteilung führen. Dies bietet den Vorteil, dass das Kavitationsmodell auch für komplexere Simulationen verwendet werden kann und die Rechenzeiten weiterhin angemessen bleiben.

Zur Vollständigkeit ist eine um die Fluidträgheit erweiterte Darstellung der Reynolds-Gleichung [5, 12] und der Einfluss turbulenter Strömung [13–15] zu nennen. Drapatow [5] untersuchte das Hochlaufverhalten eines semi-floating schwimmbuchsengelagerten Turboladerrotors in Abhängigkeit der Fluidträgheit. Die Auswirkungen waren zwar für den betrachteten Rotor gering, nichtsdestotrotz ist zu beachten, dass die Trägheitseffekte bei Quetschöldämpfern mit hohen modifizierten Reynolds-Zahlen Einfluss auf die Tragdruckverteilung nehmen können.

Hydrodynamik am Axiallager

Untersuchungen zum Tragdruckaufbau in Festsegmentlagern sind in [16–29] zu finden. Vieira [24] ermittelt die Lagereigenschaften durch Auswertung der generalisierten Reynolds-Gleichung. Pinkus [28] wendet die Reynolds-Gleichung mit Einbeziehung der Zentrifugalströmung an. Bei seitlich ungedichteten Axiallagern ist ein nachteiliger Einfluss auf den Druckaufbau zu erwarten, da mit zunehmendem Radius ebenfalls größer werdende Zugbeanspruchen im Fluid auftreten und somit der Effekt der aufreißenden Strömung begünstigt wird. Als Resultat kann sich eine Mehrphasenströmung im Spalt ausbilden. Demgegenüber wird in Verbindung mit einem gedichteten Außenrand der seitliche Abfluss begrenzt. In diesem Fall kann die Fluidträgheit zu einem höheren Tragdruckaufbau und damit verbunden steiferen Lagerverhalten führen.

Zeh [16] implementierte die generalisierte Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Modell von Elrod. Des Weiteren wurden zur Abbildung der thermischen Effekte die Energie- und Wärmeleitungsgleichung ausgewertet. Darüber hinaus wurden die Strömungsvorgänge im Taschenbereich näher untersucht. Die Notwendigkeit der Taschenuntersuchung ergibt sich aus dem Design der Lagerung, worin der Nutbereich einen ähnlichen Erstreckungswinkel aufweist wie der Rast- und Keilbereich zusammen. Für große Taschen kann die sich ausbildende Grenzschichthöhe³ größer sein als der Eintrittsbereich des nachfolgenden Segments. Dies hat wiederum Auswirkungen auf die Fluidströmung, was letztendlich einen Staudruck verursachen kann, der die Tragfähigkeit des Axialgleitlagers beeinflusst.

Experimentelle Untersuchungen wurden von Henry und Fillon [31–33] durchgeführt. Das Festsegmentlager besteht aus acht Segmenten, die sich aus einem Keil- und Rastbereich zusammensetzen. Taschen wurden nicht vorgesehen, stattdessen erfolgt die Ölzuführung über den Innenrand. Die gemessenen Größen sind der Tragdruck und die Oberflächentemperaturen. Etsion [34] führte Experimente bei Axialgleitlagern mit definierter Oberflächentextur durch. Darin wurden neben der Tragfähigkeit ebenfalls tribologische Aspekte ausgewertet. Sowohl experimentelle als auch numerische Untersuchungen wurden von Song [35] durchgeführt. Im Fokus stand der Einfluss von Ausgasvorgängen auf die Lagertragfähigkeit. Das Lager besteht aus vier Segmenten mit jeweils einem Keil- und Rastbereich. Die Ölzuführung erfolgt über den Innenrand. Bei der numerischen Analyse wurde die 3D-Navier-Stokes mit der Reyleigh-Plesset Gleichung als masseerhaltendes Kavitationsmodell ausgewertet. Das Modell beschreibt das Wachstum der Bläschen unter Berücksichtigung von deren Trägheit⁴. Als weitere Vergleichsgröße dienten die Ergebnisse der Reynolds-Gleichung mit Zentrifugalträgheit, allerdings unter der Annahme von Gümbel Kavitation. Die Auswertung ergab einen Druckaufbau am Innenrand des Lagers, während Ausgasungen über weite Bereiche

³Durch die Ausbildung einer Grenzschicht kann ein Teil des Fluids von einem zum nächsten Segment strömen. Die Grenzschichthöhe ist von der Umfangsgeschwindigkeit und den Fluideigenschaften abhängig. [30]

⁴Kavitationsmodelle, wie Elrod- oder das Zwei-Phasenmodell, gehen von instantan wachsenden Bläschen aus, da Trägheitseffekte vernachlässigt werden.

am Außenrand auftraten. Mit der Ausbildung einer Zweiphasenströmung verringert sich der Tragdruck, womit die Ergebnisse der 3D-Navier-Stokes Gleichung eine bessere Übereinstimmung mit den Messungen lieferten. Weitere Experimente wurden von Frene [36] und Cross [37] durchgeführt. Bei Cross [37] lag der Schwerpunkt bei der Visualisierung der Kavitationsgebiete für verschiedene Betriebspunkte.

Hydrodynamik bei kombinierten Lagerungen

Bei kombinierten Lagerungen tritt der Schmiermittelaustausch zwischen radialem und axialem Spalt in den Fokus. Untersuchungen bezüglich der Druck- und Schmierstoffverteilung bei gekoppelten Schmierfilmen wurden von Nitzschke [38, 39] durchgeführt. Darin wird die Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Modell von Elrod für beide Ölfilme numerisch über die Finite-Volumen-Methode ausgewertet. Um den Einfluss der hydrodynamischen Kopplung auch quantifizieren zu können, wurden Simulationen mit und ohne Kopplungseffekte bei verschiedenen Lastfällen durchgeführt. Für die Auswertungen wurden die Reaktionskräfte vom radialen Spalt in Abhängigkeit der axialen Scheibenbewegung aufgenommen. Bei separater Betrachtung der Schmierfilme sind die Reaktionskräfte beim Radiallager unabhängig von der axialen Scheibenposition. Wird demgegenüber der Schmiermittelaustausch berücksichtigt, so stellten sich höhere radiale Lagerkräfte ein.

In [40–43] wird auf die Druckverteilung im Übergangsbereich bei Kompaktgleitlagern⁵ eingegangen. Darin wird zur hydrodynamischen Kopplung die Poiseuille-Strömungen beider Schmierspalte gleichgesetzt. Damit gelingt es beide Ölfilme über einen monolithischen Ansatz auszuwerten. An dieser Stelle ist anzumerken, dass die alleinige Kopplung über die druckinduzierte Strömung nicht ausreichend ist, um die komplexen Strömungsvorgänge im Übergangsbereich abzubilden. Vielmehr ist die Fluidbewegung in Abhängigkeit von den kinematischen Zuständen der Lagerelemente und der Poiseuille-Strömung auszuwerten. Als Konsequenz können ebenfalls Umfangsströmungen (Couette-Strömung), Verdrängungs- und anteilig Zentrifugalströmungen auftreten. Einen detaillierten Ansatz liefert somit Nitzschke [38].

Einfluss der Axiallagerung auf das Rotorsystemverhalten

Veröffentlichungen zum Einfluss der Axiallagerung auf das Rotorantwortverhalten sind in [44–56] dokumentiert. Chatzisavvas [44] untersuchte einen radial full-floating und axial mit feststehenden Segmenten gelagerten Rotor. Das Systemverhalten zeigte drei subsynchrone Schwingungen, die vom inneren und äußeren Schmierspalt der Radiallager ausgingen. Weiterhin wurden in [44] Parameterstudien unter dem Aspekt der Ausprägung von Subsynchronen in Abhängigkeit der Schubbelastungen, Anzahl der Lagersegmente und Temperaturannahmen durchgeführt. Ein Vergleich der Hochläufe mit und ohne Axiallagerung zeigte, dass sich die kritische dritte Subsynchrone in höhere Frequenzbereiche verlagert, wenn das Schublager berücksichtigt wird. Ursache für das stabilere Rotorverhalten ist auf die vom Axiallager ausgehende Kippsteifigkeit und -dämpfung zurückzuführen. Insbesondere die Eigenfrequenzen mit konischen Eigenmoden konnten durch die zusätzlichen Steifig-

⁵Das Design von Kompaktlagern sieht einen radialen Spalt vor, an dessen linkem und rechtem Rand sich axiale Schmierfilme befinden. Die Förderwirkung des Öls im radialen Spalt wird durch die Drehbewegung der Welle bestimmt. Das Gehäuse (zweiter Lagerpartner) vollzieht keine Bewegung. Demgegenüber wird bei einer Schwimmscheibe die Förderwirkung des Öls durch die Drehbewegung der Welle und Scheibe hervorgerufen.

keitsanteile beeinflusst werden. Demgegenüber wurde bei der zweiten Schmierfilmanregung mit zylindrischem Eigenmode eher ein geringer Einfluss festgestellt. Weitere Untersuchungen zeigten eine Verschiebung des dritten Subs in höhere Frequenzbereiche, wenn die axiale Belastung erhöht oder die Segmentanzahl verringert wird. An dieser Stelle ist anzumerken, dass mit geringer werdender Segmentanzahl sich ebenfalls kleinere Schmierspalte ergeben, was Kontaktvorgänge begünstigen kann. Die Auswertung des minimalen Schmierspalts ist in dem Sinne von Bedeutung, da der dritte Sub mit konischen Schwingformen verbunden ist und diese zu Kantenträgern am Lageraußenrand führen können. Weitere Auswertungen widmen sich der Optimierung der Axiallagerprofilierung, mit dem Ziel die Subsynchronen zu minimieren.

Kotsovasillis [48] führte anhand eines Pkw-Turboladers DoE⁶ Untersuchungen durch, worin das Rotorantwortverhalten bei verschiedener Positionierung der Axiallagerung ausgewertet wurde. Als Bewertungskriterium dienten unter anderem für den Rotor die Wellenbewegung, für die radiale Lagerung das Buchsendrehzahlverhältnis und der minimale Schmierspalt und für die axiale Lagerung die Rotorneigung sowie die Lagerkräfte und momente. Die Auswertung ergab, dass sich die Axiallagerung je nach Positionierung günstig oder nachteilig auf das Rotorschwingverhalten auswirken kann. Unter dem Aspekt einer geringen Wellenverlagerung ist das Schublager eher zwischen Verdichterrad und VS-Lager zu platzieren, hinsichtlich der Belastungen beim Radiallager können auch Positionen zwischen den Lagerstellen möglich sein.

Experimentelle Untersuchungen bei einem full-floating gelagerten Rotor sind im Beitrag von Peixoto [53] zu finden. Eine Besonderheit der Messung besteht in der Aufnahme der Wellenbewegung in zwei Ebenen. Die radiale Verlagerung wurde am Turbinenaustrittsund Verdichtereintrittsbereich erfasst. Die axiale Bewegung des Rotors wurde an der Wellenmutter des Verdichterrades gemessen. Durch das Messen in mehreren Ebenen können Aussagen über die Rotorschwingform getroffen werden. Weiterhin wurde die Buchsendrehzahl sowie die Öltemperaturen im Zulauf und Abfluss aufgenommen. Bei der darin betrachteten Lageranordnung befindet sich das Schublager zwischen dem Verdichterrad und verdichterseitigen Radiallager. Um auf die Schubbelastungen schließen zu können, wurden die Druckzustände, die Temperaturen und der Massenstrom im Einlass- und Austrittsbereich beim Verdichter- und Turbinenrad aufgenommen. Nach Peixoto konnte ein axialer/lateraler Kopplungseffekt festgestellt werden, worin der Rotor über die axialen Belastungen angeregt wird.

Weitere Untersuchungen des Axiallagereinfluss wurden von Li [54] durchgeführt. Der Rotor ist radial mittels full-floating Schwimmbuchsen und axial mit feststehenden Segmenten gelagert. Um den Einfluss bewerten zu können, wurden unterschiedliche Lastannahmen getroffen. Dies beinhaltet Hochlaufsimulationen unter Vernachlässigung sowie mit drehzahlabhängigen Schublasten. Die Auswertung der Simulationen ergab ein stabileres Rotorverhalten mit zunehmender axialer Belastung. Das stabile Verhalten äußerte sich durch ein schwächeres Auftreten der dritten Subsynchronen.

Ziese und Irmscher [55, 56] gehen auf den Einfluss der Axiallagerung bei radial semifloating gelagerten Turboladerrotoren ein. Darin wurden zur Abbildung der hydrodynamischen Eigenschaften die Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Zwei-Phasenmodell und für die thermischen Vorgänge die 3D-Energie- und Wärmeleitungsgleichung ausgewertet. Bei semi-floating gelagerten Rotoren ist die Rotationsbewegung

⁶Design of Experiments

der Buchse unterbunden, wodurch schmierfilminduzierte Anregungen nur über den inneren Spalt auftreten können. Der äußere Spalt ist als Quetschöldämpfer konstruiert. Mit Berücksichtigung der Ausgasvorgänge im Spalt konnte ein weicheres Lagerverhalten festgestellt werden, was das Auftreten von Subsynchronen über einen größeren Drehzahlbereich begünstigte. Weiterhin wurde gezeigt, dass mit Einbeziehung der Axiallagerung Einfluss auf den Betriebspunkt beim Radiallager genommen werden kann, sodass subsynchrone Schwingungen erneut stärker auftraten. Zusammenfassend zeigten die Simulationen mit Berücksichtigung von Ausgasvorgängen und der Axiallagerung die beste Übereinstimmung mit den Messungen.

1.4 Ziel und Aufbau der Arbeit

Anhand der aufgelisteten Publikationen ist erkennbar, dass Untersuchungen im Kontext des Axiallagereinflusses vorrangig bei radial full-floating gelagerten Rotoren durchgeführt wurden. Darin wurden die hydrodynamischen Eigenschaften der Gleitlager ohne den Einfluss von Kavitation abgebildet. Durch den betriebsunabhängigen vollständig gefüllten Spalt kann es zu einer Überbewertung der Lagersteifigkeit und -dämpfung kommen, was sich ebenfalls auf die Ausprägung von Subsynchronen auswirken kann. In dieser Arbeit wird die Abbildungsgüte der Lagerung erweitert, indem Ausgasvorgänge sowohl im radialen als auch im axialen Schmierfilm berücksichtigt werden. Die Schmierstoffverteilung hat Auswirkungen auf die Druckverteilung und ist somit in die Betrachtungen mit einzubeziehen. Weiterhin werden in dieser Arbeit verschiedene Rotoren mit unterschiedlichen Lagerkonzepten ausgewertet, um die vielseitigen Einflüsse der Axiallagerung auf das Systemverhalten zu zeigen. Dazu gehören Rotoren mit axial feststehenden Segmenten und Schwimmscheiben. Bei Schwimmscheibenkonstruktionen werden ebenfalls die gegenseitigen Wechselwirkungen zwischen Welle und Scheibe hydrodynamisch erfasst. Damit stellt die hier beschriebene Modellierungsgüte eine Erweiterung zu den Ansätzen der Literatur dar.

Die theoretischen Grundlagen zur Ermittlung der Tragdruck- und Schmierfilmverteilung in Gleitlagern sind in Kap. 2 beschrieben. Ausgangspunkt bilden die vereinfachte Navier-Stokes und Kontinuitätsgleichung, aus der sich die generalisierte Reynolds-Gleichung für Radial- und Axialgleitlager ableiten lässt. Des Weiteren wird das Zwei-Phasenmodell angewendet, um Ausgasvorgänge im Schmierfilm abzubilden. Ein weiterer Bestandteil des Kapitels beinhaltet die Modellierung des Ölaustausches zwischen den Spalten. Bei radial gekoppelten Schmierfilmen, wie sie bei Schwimmbuchsenkonstruktionen vorkommen, wird ebenfalls eine vereinfachte Darstellung der Navier-Stokes Gleichung im Sinne eines Rohrströmungsansatzes gewählt. Die Einflussgrößen sind dadurch weiterhin physikalisch nachvollziehbar. Bei Schwimmscheiben sind die Wechselwirkungen zwischen radialem und axialem Spalt zu beachten. Zur Abbildung der Strömungsvorgänge im Übergangsbereich werden die Grundgedanken der Reynolds-Gleichung übernommen und die einzelnen Strömungsanteile in einem hybriden Element zusammengefasst.

In Kap. 3 werden die Simulationen mit den Ergebnissen der Literatur gegenübergestellt. Als Grundlage der Verifizierung dienen die Druck- und Schmierstoffverteilungen unter stationären Betriebsrandbedingungen sowohl beim Radial- als auch Axialgleitlager. Instationäre Vorgänge werden anhand des Antwortverhaltens eines radial full-floating gelagerten Laval-Rotors untersucht. Bei dem betrachteten Rotor verursachen die schmierfilminduzierten Anregungen subsynchrone Schwingungen, die mit erhöhten Auslenkungen in den Lagerebenen einhergehen. Der Abgleich von hydrodynamisch gekoppelten Schmierfilmen erfolgt anhand einer Gegenüberstellung der Druck- und Schmierstoffverteilung bei einem profilierten Kompaktlager. Als weiteres Anwendungsbeispiel werden die Reaktionskräfte einer Schwimmscheibenlagerung bei verschiedenen Betriebszuständen ausgewertet.

Die Einflüsse der Axiallagerung und von Ausgasvorgängen auf das Rotorantwortverhalten werden in Kap. 4 gezeigt. Die radiale Lagerung der Rotoren sieht einerseits Schwimmbuchsen mit äußerer Quetschöldämpfung (semi-floating) aber auch drehende Buchsen (fullfloating) vor. Zur Aufnahme der Schubbelastungen werden Axialgleitlager mit feststehenden Segmenten oder Schwimmscheibenkonstruktionen eingesetzt. In diesem Kapitel werden weiterhin verschiedene Abbildungsgüten der Lagerung umgesetzt und deren Auswirkungen auf das Systemverhalten gezeigt. Zu den auszuwertenden Größen gehören neben den Schwingungen im Zeit- und Frequenzbereich ebenfalls die Zustände in den Gleitlagern. Die Untersuchungen zeigen, dass für eine detaillierte Abbildung der Rotorschwingungen die Axiallagerung zu berücksichtigen ist. Dies wurde anhand der Ausprägung von Subsynchronen in Abhängigkeit der Schwingform des Rotors, der Anregungen über die Schwimmscheibe und des Einflusses der äußeren Schubbelastung ausgewertet.

2 Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen zur Abbildung der Hydrodynamik in Gleitlagern erläutert. Ausgehend von der Navier-Stokes-Gleichung können über gleitlagerspezifische Annahmen Vereinfachungen vorgenommen werden, womit eine Beschreibung des Lagerbetriebszustands durch die Reynolds-Gleichung ermöglicht wird. Darüber hinaus treten während des Betriebes Mehrphasenströmungen aufgrund von Ausgasvorgängen im Schmierfilm auf. Diese beeinflussen die Lagereigenschaften und folglich das Rotorantwortverhalten. Zur Berücksichtigung dieser Vorgänge wird das Zwei-Phasenmodell angewendet. Das Modell beruht auf der Bilanzierung der im Schmiermittel gelösten und separat im Spalt vorliegenden Gasmassen, wodurch sich ein expliziter Zusammenhang zwischen Spaltfüllungsgrad und hydrodynamischem Druck sowie der Öltemperatur ergibt. Neben Gleitlagern mit einem Schmierfilm werden Schwimmbuchsen und Schwimmscheiben zur Lagerung von Rotoren eingesetzt. Der Aufbau dieser Lagertypen beinhaltet mehrere radial beziehungsweise axial angeordnete Schmierfilme, die untereinander gekoppelt sind. Ein weiterer Schwerpunkt des Kapitels befasst sich mit der Modellierung des Ölaustausches zwischen den einzelnen Schmierfilmen.

2.1 Navier-Stokes-Gleichung

Um eine allgemeingültige Grundlage zur Abbildung der Hydrodynamik in Axial- und Radialgleitlagern zu haben, wird zunächst die Herleitung der Navier-Stokes-Gleichung erläutert. Für die Ermittlung der Gleichung ist auf die Kinematik des Fluids einzugehen. Zur Beschreibung der Strömungsvorgänge ist eine Euler-Betrachtungsweise zweckmäßig, worin die Zustände des Mediums an raumfesten Punkten ausgewertet werden. Die im Fluid auftretenden Verzerrungen **D** ergeben sich über den symmetrischen Anteil des Geschwindigkeitsgradienten

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{v} + \nabla^T \mathbf{v} \right) \,, \tag{2-1}$$

wobei **v** der Geschwindigkeitsvektor der Strömung und ∇ der räumliche Differentialoperator sind.

Anschließend ist die lokale Impulsbilanz auszuwerten. Basierend auf einem Kräftegleichgewicht an einem infinitesimalen Volumenelement werden die d'Alembertschen Trägheitskräfte ρ **a**, die massebezogenen Kräfte ρ **b** in Folge der Gravitation und die resultierenden Kräfte der Spannungen mit Berücksichtigung des inkrementellen Zuwachses bilanziert

$$\rho\left(\mathbf{a} - \mathbf{b}\right) = \nabla \cdot (\mathbf{T}) \quad . \tag{2-2}$$

Zudem folgt durch Auswertung des Momentengleichgewichts die Bedingung eines symmetrischen Spannungstensors 7

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^T \,. \tag{2-3}$$

Gl. 2-2 und Gl. 2-3 sind materialunabhängige Gleichungen, da der Spannungstensor bei der Herleitung allgemeingültig formuliert ist. Ein Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen kann unter Zuhilfenahme des Konstitutivgesetzes postuliert werden. Unter der Annahme eines inkompressiblen Newton-Fluids folgt die Aufteilung des Spannungstensors in einen volumetrischen und deviatorischen Anteil

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^{vol} + \mathbf{T}^{dev}$$

$$= -p\mathbf{1} + 2\eta \left(\mathbf{D} - \frac{sp(\mathbf{D})}{3} \mathbf{1} \right) ,$$
(2-4)

wobei der volumetrische Anteil über den Druck p und der deviatorische Spannungsanteil über die Schergeschwindigkeiten sowie die dynamische Viskosität η beschrieben werden. [62] Die Annahme eines Newton-Fluids führt unmittelbar zu einem linearen Zusammenhang zwischen Spannungen und Verzerrungen. Mit Konkretisierung der Spannungen nach Gl. 2-4 folgt die lokale Impulsbilanz für ein Newton-Fluid

$$\rho\left(\mathbf{a} - \mathbf{b}\right) = \nabla \cdot \left(-p\mathbf{1} + 2\eta\left(\mathbf{D} - \frac{sp\left(\mathbf{D}\right)}{3}\mathbf{1}\right)\right) .$$
(2-5)

Das Einfügen der substanziellen Ableitungen⁸ des Geschwindigkeitsfeldes ermöglicht zudem die Berücksichtigung von instationären Vorgängen. Schließlich ist für die Abbildung von Fluidströmungen die Navier-Stokes-Gleichung

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla\left(\mathbf{v}\right) \cdot \mathbf{v} - \mathbf{b}\right) = \nabla \cdot \left(-p\mathbf{1} + 2\eta\left(\mathbf{D} - \frac{sp\left(\mathbf{D}\right)}{3}\mathbf{1}\right)\right)$$
(2-6)

auszuwerten.

Bei Gl. 2-6 handelt es sich um ein partielles Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, welches die Fluidträgheit sowie die Druck-, Reibungs- und äußeren Feldkräfte [63–65] berücksichtigt. Die zu ermittelnde Variable ist die Fluidgeschwindigkeit \mathbf{v} . Da der hydrodynamische Druck p ebenfalls das Strömungsverhalten beeinflusst und somit eine unbekannte Größe darstellt, muss die Kontinuitätsgleichung als weitere Erhaltungsgröße

$$0 = \frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$$
(2-7)

mit einbezogen werden. Über die Navier-Stokes- und Kontinuitätsgleichung kann bereits das allgemeine Strömungsverhalten abgebildet werden. Allerdings ist die numerische Auswertung rechenzeitintensiv, was für die nachfolgenden Untersuchungen unpraktikabel ist. Aus diesem Grund werden weitere gleitlagerspezifische Annahmen getroffen.

⁷Bei polaren Fluiden, wie beispielsweise durch das Hinzufügen von Additiven oder Partikeln, ist ebenfalls ein Einfluss der Mikrostruktur der Flüssigkeit auf das Strömungsverhalten festzustellen. Der Spannungstensor ist hierbei unsymmetrisch, womit eine separate Auswertung der Drallbilanz notwendig ist. [57–61]

⁸Ableitung der Fluidströmung entlang des Strömungspfades am betrachteten Punkt.

2.2 Hydrodynamik am Radialgleitlager

2.2.1 Reynolds-Gleichung

Zur Ermittlung der Strömungsvorgänge beim Radialgleitlager werden folgende Postulate [3, 63, 64, 66] getroffen:

- Der hydrodynamische Druck ist konstant über die Schmierspalthöhe. Somit wird eine zweidimensionale Druckverteilung betrachtet mit der Lageroberfläche als Lösungsgebiet.
- Trägheitskräfte und massebezogene Kräfte (bspw. Gravitationskräfte) können gegenüber den Druck- und Reibungskräften vernachlässigt werden.
- Die Spalthöhe ist deutlich geringer im Vergleich zur Breite und Durchmesser vom Lager. Dies hat eine schwache Krümmung des Schmierspalts zur Folge und lässt eine Abwicklung dessen zu. Zur Beschreibung der Fluidströmung kann demnach ein kartesisches Koordinatensystem nach Abb. 2-1 herangezogen werden.
- Die Oberflächen der Welle und Schale sind ideal glatt. Folglich liegt eine ideale Haftung zwischen dem Schmiermittel und den Oberflächen vor. Ferner können die kinematischen Zustände der Lagerelemente genutzt werden, um die Randbedingungen der Fluidströmung zu definieren.
- Die Änderung der Geschwindigkeitskomponente in Spalthöhenrichtung ist vernachlässigbar.

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \tag{2-8}$$

• Aufgrund der Kinematik der Lagerelemente treten Scherspannungen hauptsächlich in Lagerumfangs- und Lagerbreitenrichtung auf. Damit verbunden sind die Geschwindigkeitsgradienten $\frac{\partial v_x}{\partial z}$ und $\frac{\partial v_y}{\partial z}$ gegenüber weiteren räumlichen Änderungen der Geschwindigkeiten dominierend.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} \ll \frac{\partial v_x}{\partial z} \gg \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad \text{und} \quad \frac{\partial v_y}{\partial x} \ll \frac{\partial v_y}{\partial z} \gg \frac{\partial v_y}{\partial y}$$
(2-9)

Zur Ermittlung des Schmierspalts werden die körperfesten Koordinatensysteme der Lagerelemente verwendet, vgl. Abb. 2-1. Weiterhin wird ein Schmierfilmkoordinatensystem eingeführt. Die x-Achse ist entlang des Lagerumfangs und die y-Achse in Richtung der Lagerbreite orientiert. Als Spalthöhenkoordinate dient die z-Achse. Ebenfalls sind in Abb. 2-1 die Oberflächengeschwindigkeiten der Welle und Schale mit $V_{xW/S}$, $V_{yW/S}$ und $V_{zW/S}$ als Randbedingung der Fluidströmung eingezeichnet.



Abbildung 2-1: Körperfestes Koordinatensystem der Lagerelemente sowie Schmierfilmsystem (links) und abgewickelter Schmierspalt mit Oberflächengeschwindigkeiten der Lagerelemente (rechts). [3]

Die Umsetzung der Annahmen führt zu einer vereinfachten Darstellung der Navier-Stokes-Gleichung mit

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} ,$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{und}$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z} .$$
(2-10)

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass keine Einschränkungen hinsichtlich der Schmierstoffeigenschaften vorgenommen wurden. Diese können weiterhin ortsaufgelöst $(\eta (x, y, z) \text{ und } \rho (x, y, z))$ im Spalt vorliegen.

Nach Durchführung einer zweifachen unbestimmten Integration über die Spalthöhenkoordinate folgt das Geschwindigkeitsprofil

$$v_x = \frac{\partial p}{\partial x} \int_{z=0}^{z} \frac{z}{\eta} dz + C_{1x} \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} dz + C_{2x} \text{ und}$$
(2-11)

$$v_y = \frac{\partial p}{\partial y} \int_{z=0}^{z} \frac{z}{\eta} dz + C_{1y} \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} dz + C_{2y}$$
(2-12)

mit den noch zu bestimmenden Konstanten $C_{1x,y}$ und $C_{2x,y}$.

Da eine ideale Haftung zwischen dem Schmiermittel und den Oberflächen der Welle sowie der Schale angenommen wird, können deren kinematische Zustände genutzt werden, um die Randbedingungen der Fluidströmung zu definieren. Die Drehbewegung der Welle verursacht hauptsächlich eine Scherströmung in Umfangsrichtung. Demgegenüber ist die Ölscherung infolge der axialen Bewegungen der Lagerelemente gering und damit vernachlässigbar. Somit folgen als Randbedingungen an der Lagerschale

$$z = 0: \quad v_x = V_{xS}, \quad v_y = 0 \quad \text{und} \quad v_z = V_{zS}$$
(2-13)
sowie an der Welle

$$z = h: \quad v_x = V_{xW} - V_{zW} \frac{\partial h}{\partial x}, \quad v_y = 0 \quad \text{und} \quad v_z = V_{zW} + V_{xW} \frac{\partial h}{\partial x}.$$
(2-14)

Nach Ermittlung der Integrationskonstanten über die Randbedingungen und anschließendem Einsetzen in Gl. 2-11 ergeben sich die Geschwindigkeitskomponenten [65]

$$v_x = \frac{\partial p}{\partial x} \left(I_1 - \frac{F_1}{F_0} I_0 \right) + \left(V_{xW} - V_{zW} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{I_0}{F_0} + V_{xS} \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right) \text{ und}$$

$$v_y = \frac{\partial p}{\partial y} \left(I_1 - \frac{F_1}{F_0} I_0 \right)$$
(2-15)

mit den Abkürzungen

$$F_0 = \int_{z=0}^{h} \frac{1}{\eta} dz, \ F_1 = \int_{z=0}^{h} \frac{z}{\eta} dz, \ I_0 = \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} dz \ \text{und} \ I_1 = \int_{z=0}^{z} \frac{z}{\eta} dz \ .$$
(2-16)

Unter der Annahme einer bezüglich der Spalthöhe konstanten Viskosität können die Integrationsvorschriften in Gl. 2-16 zur Bestimmung der Koeffizienten explizit durchgeführt werden [3, 63]. Gl. 2-15 vereinfacht sich zu

$$v_x = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \left(z^2 - hz \right) + \left(V_{xW} - V_{zW} \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{z}{h} + V_{xS} \left(1 - \frac{z}{h} \right) \text{ und}$$

$$v_y = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \left(z^2 - hz \right) ,$$

$$(2-17)$$

wobei die resultierenden Fluidgeschwindigkeiten (v_x, v_y) aus einem druckinduzierten quadratischen und einem scherinduzierten linearen Strömungsprofil über die Spalthöhe zusammengesetzt sind.

Mit Gl. 2-15 ist die zweidimensionale Fluidströmung bekannt, sodass im nächsten Schritt eine Integration der Kontinuitätsgleichung (Gl. 2-7) über die Schmierspalthöhe vorzunehmen ist. Unter Beachtung der Leibniz-Regel kann die Reihenfolge von Integration und Differentiation vertauscht werden. Die Umsetzung ergibt somit

$$0 = \int_{z=0}^{h} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} dz$$

$$= \frac{\partial}{\partial x} \int_{z=0}^{h} \rho v_x dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{z=0}^{h} \rho v_y dz + \frac{\partial}{\partial t} \int_{z=0}^{h} \rho dz + [\rho v_z]_{z=0}^{h} - [\rho v_x]_{z=h} \frac{\partial h}{\partial x} - [\rho]_{z=h} \frac{\partial h}{\partial t} .$$
(2-18)

Anschließend sind die Geschwindigkeitsprofile von Gl.2-15 in Gl. 2-18 einzusetzen. Unter Beachtung der Annahme einer schwachen Krümmung des Schmierspalts sowie der Oberflächengeschwindigkeiten der Lagerelemente nach Gl. 2-13 bzw. Gl. 2-14 folgt die generalisierte Reynolds-Gleichung [8, 64, 65]

$$0 = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial p}{\partial x} \right)}_{\text{Poiseuille-Strömung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(G \frac{\partial p}{\partial y} \right)}_{\text{Couette-Strömung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(F_{CW} V_{xW} + F_{CS} V_{xS} \right)}_{\text{Couette-Strömung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} F_{\rho}}_{\text{Verdrängungsströmung}}$$
(2-19)

mit den Koeffizienten

$$G = \int_{z=0}^{h} \rho \left[I_1 - \frac{F_1}{F_0} I_0 \right] dz , \quad F_\rho = \int_{z=0}^{h} \rho \, dz , \qquad (2-20)$$
$$F_{CW} = \int_{z=0}^{h} \rho \frac{I_0}{F_0} \, dz \quad \text{und} \quad F_{CS} = \int_{z=0}^{h} \rho \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right) dz .$$

Der Begriff der Generalisierung zeigt sich Anhand der Integrationsvorschrift in Gl. 2-20. Eine dreidimensionale Temperaturverteilung im Schmierspalt führt zu örtlich veränderlichen Öleigenschaften, die über die Integrationsvorschrift zu mitteln sind. Eine Vereinfachung der generalisierten Reynolds-Gleichung kann erreicht werden, wenn die Schmierstoffeigenschaften invariant gegenüber der Spalthöhe sind. Unter diesen Bedingungen folgt die Reynolds-Gleichung [3, 63]

$$0 = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho h \frac{V_{xW} + V_{xS}}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho h \right) .$$
(2-21)

Bei Gl. 2-19 bzw. Gl. 2-21 handelt es sich um eine inhomogene partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung, die die Massenströme in Folge des Druckgradienten (Poiseuille), der Scherung (Couette) und Ölverdrängung bilanziert. Die zu ermittelnde Größe ist der hydrodynamische Druck *p*. Zwar ist mit Lösung der Reynolds-Gleichung die Druckverteilung im Gleitlager bekannt, allerdings können keine Aussagen über die Schmierstoffverteilung getroffen werden. Diesbezüglich sind weitere Annahmen über das Kavitationsvermögen des Schmiermittels zu treffen.

2.2.2 Schmierfilmkavitation am Radialgleitlager

In diesem Kapitel wird auf die Modellierung von Kavitationsvorgängen in Gleitlagern eingegangen. Als Kavitation wird das Aufbrechen einer kontinuierlichen Phase bezeichnet, wobei eine Mehrphasenströmung, bestehend aus dem Schmiermittel und einer Gas- bzw. Dampfphase, entsteht [9]. Die Ursachen für das Ausgasen können dabei unterschiedlich sein. Beispielsweise treten im Bereich des sich öffnenden Spalts Zugbeanspruchungen im Schmiermittel auf, die das Auftreten von Gas begünstigen. Da das Schmiermittel nur begrenzt Zugbeanspruchungen aufnehmen kann, führt dies zu einer Verringerung des hydrodynamischen Druckes. Bei Unterschreitung des Löslichkeitsdruckes⁹ findet ein diffusionsgesteuerter Ausgasvorgang (Gaskavitation) statt, worin die im Öl gelösten Luftmassen einen Phasenübergang vollziehen und folglich als separate Phase vorliegen. Bei weiterer Verringerung des Druckes kann der Dampfdruck unterschritten werden, mit der Konsequenz der Änderung des Aggregatzustandes. Dieser Vorgang wird als Dampfkavitation [65] bezeichnet. Zudem besteht die Möglichkeit des Eindringens von Luft aus der Umgebung (Aeration) [67].

⁹beträgt circa dem atmosphärischen Druck

Experimentelle Untersuchungen von Ausgasvorgängen sowie deren Visualisierung wurden in [8, 9, 67–77] durchgeführt. In [74] wurden unterschiedliche Erscheinungsformen des Kavitationsgebietes bei einem Quetschöldämpfer beobachtet, vgl. Abb. 2-2. Der Versuchsaufbau umfasst eine translatorisch bewegende Buchse, die einen kreisförmigen Orbit vollzieht. Bezüglich der Ausprägung der Gasphase wurden je nach Betriebszustand des Lagers vorwiegend größere und farnblattförmige Bläschen (bei 700 rpm) bis hin zu zahlreichen kleineren Bläschen (bei 3000 rpm) festgestellt. Als Ursache für die unterschiedlichen Erscheinungsformen sind neben der Druckverteilung im Spalt ebenfalls die Beschaffenheit der Lageroberflächen sowie der Reinheitsgrad des Schmiermittels zu nennen [74]. Für weitere Betriebszustände können ebenfalls luftsträhnenförmige Kavitationsgebiete beobachtet werden [65, 76, 78, 79].

Anhand der experimentellen Untersuchungen ist ersichtlich, dass mit dem Auftreten einer Gasphase die Druckverteilung und somit die Lagersteifigkeit bzw. -dämpfung sowie das Rotorantwortverhalten beeinflusst werden. Um eine zuverlässige Prädiktion der Rotorschwingungen zu ermöglichen, ist eine detaillierte Abbildung des Lagerverhaltens anzustreben.



Abbildung 2-2: Gaskavitation am äußeren Spalt eines Quetschöldämpfers in Abhängigkeit der Buchsengeschwindigkeit bei a) 700 rpm, b) 1500 rpm, c) 3000 rpm [74].

Anhand von Abb. 2-2 ist ebenfalls ersichtlich, dass die Ausbildung eines Kavitationsgebietes komplex und als inhomogener Zustand zu betrachten ist, womit die Simulation einer jeden einzelnen Blase und deren Wechselwirkung zu ihrer Umgebung aufwendig und ineffektiv ist. Im Sinne einer effizienten Implementierung werden vorwiegend homogene Kavitationsmodelle angewendet, die die Ausprägungen im integralen Mittel erfassen.

Zur Abbildung von Ausgasvorgängen sind unter anderem die Theorien von Jakobsson, Floberg und Olsson (JFO-Theorie) [79, 80] sowie darauf aufbauend der Kavitationsalgorithmus nach Elrod [3, 78, 81, 82], das Zwei-Phasenmodell [4, 64, 83–85] und die Bläschendynamik mit der Rayleigh-Plesset Gleichung [86–90] als masseerhaltende Kavitationsmodelle bekannt. Innerhalb dieser Arbeit erfolgt die Modellierung von Kavitationsvorgängen durch Anwendung des Zwei-Phasenmodells, da neben dem hydrodynamischen Druck ebenfalls thermische Einflüsse berücksichtigt werden. Ausgangspunkt für die Betrachtungen ist ein teilgefüllter Schmierspalt nach Abb. 2-3.



Abbildung 2-3: Schematische Darstellung eines teilgefüllten Schmierspalts mit betrachtetem Kontrollvolumen. [64] links: Ansicht über die Spalthöhe und rechts: Draufsicht

Bezüglich der Reynolds-Gleichung Gl. 2-19 bzw. Gl. 2-21 ist ersichtlich, dass die Öleigenschaften in der Berechnung des Druckaufbaus mit einfließen. Demgegenüber weisen die physikalischen Eigenschaften der separaten Gasphase (Dichte ρ_g und Viskosität η_g) und der im Schmiermittel molekular gebundenen Gasmassen einen geringfügigen Einfluss auf und können für die weiteren Berechnungen vernachlässigt werden [4, 64]. Entscheidend ist allerdings die Wechselwirkung zwischen dem Druckaufbau und der Ölverteilung, die es innerhalb des Zwei-Phasenmodells zu modellieren gilt. Bei Anwesenheit eines teilgefüllten Schmierspalts ist die Einführung von effektiven Schmierstoffeigenschaften gemäß

$$\eta_{eff} = \eta_{liq}F + \eta_g (1 - F) \approx \eta_{liq}F \text{ und}$$

$$\rho_{eff} = \rho_{liq}F + \rho_g (1 - F) \approx \rho_{liq}F$$
(2-22)

sinnvoll. Der Füllgrad F stellt das Verhältnis aus dem Schmierstoffvolumen V_{liq} und der Größe des Kontrollvolumens V_{ges} dar. Der Blasengehalt r_B wird über das Verhältnis aus Öl- und Gasvolumen ermittelt

$$F = \frac{V_{liq}}{V_{aes}} = \frac{1}{1 + r_B}$$
 und (2-23)

$$r_B = \frac{V_g}{V_{lig}} \,. \tag{2-24}$$

Grundlage für das Zwei-Phasenmodell ist die Bilanzierung der im Schmiermittel gelösten und ungelösten Gasmassen

$$m_{g\,ges} = m_{g\,ungel} + m_{g\,gel} \;, \tag{2-25}$$

deren Anteile in Abhängigkeit des Druckes p und der Öltemperatur T_{liq} variieren können. Zur Ermittlung der ungelösten Gasmasse wird das ideale Gasgesetz

$$m_{g\,ungel} = V_g \frac{p}{R \, T_{liq}} \tag{2-26}$$

angewendet, wobei p der hydrodynamische Druck, R die spezifische Gaskonstante und T_{liq} die Absoluttemperatur des Schmiermittels sind. Die im Öl gelösten Gasmassen werden über das ideale Gasgesetz mit Anwendung der Bunsen-Löslichkeit

$$V_{\rm g\,dis} = \alpha_B \, V_{liq} \frac{p}{p_0} \,, \tag{2-27}$$

$$m_{g\,gel} = V_{g\,dis} \frac{p}{R\,T_{liq}} = \alpha_B \, V_{liq} \frac{p^2}{p_0 \, R\,T_{liq}} \tag{2-28}$$

berechnet. Die Bunsen-Löslichkeit beschreibt die Löslichkeit von Gasen in Flüssigkeiten (Henry-Dalton Gesetz) und kann zur idealisierten Abbildung des zeitabhängigen Diffusionsvorganges zwischen gelösten und ungelösten Gasmassen angewendet werden [4, 64, 91]. In Gl. 2-27 ist das gelöste Gasvolumen linear vom Schmierfilmdruck und dem zur Verfügung stehenden Ölvolumen abhängig. Der Bunsen-Koeffizient α_B ist vorrangig vom verwendeten Öl und der chemischen Zusammensetzung des Gases bestimmt, kann allerdings für die Mineralöle¹⁰ ISO-VG 32-220 als konstant mit $\alpha_B \approx 0.08 - 0.09$ angenommen werden [4, 84, 91, 92]. Nach Müller [91] haben die Viskosität, der Raffinationsgrad und die Anwesenheit von weiteren Wirkstoffen einen geringfügigen Einfluss auf die Gaslöslichkeit im Vergleich zu Druck und Temperatur.

Das Einsetzen von Gl. 2-26 und Gl. 2-28 in Gl. 2-25 mit Definition des Blasengehalts nach Gl. 2-24 liefert die Gesamtgasmassen

$$m_{g\,ges} = \left(r_B + \alpha_B \frac{p}{p_0}\right) \frac{V_{liq} p}{R T_{liq}} \,. \tag{2-29}$$

Die Annahme einer zeitlich konstanten Gesamtmasse an Gas im Schmierspalt bietet die Möglichkeit der Gegenüberstellung des aktuellen Lagerbetriebszustands mit einem Referenzzustand, vgl. Abb. 2-4. Bezüglich des Referenzzustands sind der hydrodynamische Druck p_0 , die Schmierfilmtemperatur $T_{liq\,0}$ und die bereits ungelösten Gasmassen mit dem Referenzblasengehalt r_{B0} bekannt, sodass die zur Verfügung stehende Gesamtmasse an Gas über Gl. 2-29 zu ermitteln ist. Allerdings führt die zeitliche Invarianz der Gesamtgasmasse $m_{g\,ges}$ unmittelbar zu der Restriktion einer theoretisch maximal lösbaren Masse. Gasmassen, die von der Umgebung über die Lagerränder in den Schmierspalt gelangen können, bleiben unberücksichtigt.



Abbildung 2-4: Bilanzierung der gelösten und ungelösten Gasmassen. [64]

¹⁰In [91] sind weitere Bunsen-Koeffizienten wie für Silikonöle mit $\alpha_B = 0.15 - 0.25$ und für Wasser $\alpha_B = 0.018$ angegeben.

Neben dem Referenzzustand ist auf den aktuellen Betriebszustand des Lagers einzugehen. Ein zunehmender hydrodynamischer Druck führt bei konstanter Temperatur zu einem Phasenübergang der Gasmassen von einem ungelösten zu einem gelösten Zustand. Infolgedessen nimmt der Anteil der separat vorhandenen Gasmassen ab und der Füllgrad erhöht sich. Ebenso führt eine Druckverringerung zu Ausgasungen, sodass das im Öl gelöste Gas wieder in eine separate Phase übergeht. Neben dem Druck ist der Einfluss der Schmierfilmtemperatur auf die Gasentwicklung ebenfalls gegeben, vgl. Abb. 2-5.



Abbildung 2-5: Einfluss des Druckes und der Öltemperatur auf den Füllgrad.

Kavitation tritt auf, wenn der Schmierstoffanteil F < 1 ist, andernfalls handelt es sich um ein Druckgebiet mit einem vollständig gefüllten Spalt. Der Einfluss der Schmierfilmtemperatur zeigt sich anhand des Übergangs zwischen Druck- und Kavitationsgebiet, worin mit zunehmender Öltemperatur der Übergang in höhere Druckbereiche (siehe Detailansicht) verlagert wird. Folglich wird bei konstantem Druck aber zunehmenden Temperaturen die Ausbildung von separat vorliegenden Gasmassen begünstigt. Es ist zu beachten, dass nach den Annahmen des Zwei-Phasenmodells ein Schmierstoffanteil von F > 1 als eine Kompression des Öls zu interpretieren ist. Allerdings wurde bereits bei der Herleitung der Reynolds-Gleichung ein inkompressibles Medium postuliert. Damit die Annahmen der Reynolds-Gleichung und des Zwei-Phasenmodells konsistent sind, ist der Bereich des Schmierstoffanteils auf $0 \le F \le 1$ einzugrenzen. Somit tritt ein vollständig gefüllter Spalt bei F = 1 auf.

Die geschilderten Beziehungen sind über

$$m_{g \, ges,0} = m_{g \, ges} \,,$$
 (2-30)

$$r_B = r_{B0} \frac{p_0 T_{liq}}{p T_{liq\,0}} - \alpha_B \frac{p T_{liq\,0} - p_0 T_{liq}}{p T_{liq\,0}} , \qquad (2-31)$$

$$F = \frac{p}{(m_{-} + q_{-})m} \frac{T_{liq}}{T_{liq}} + (1 - q_{-})m$$
(2-32)

$$(r_{B0} + \alpha_B) p_0 \frac{I_{liq}}{T_{liq\,0}} + (1 - \alpha_B) p$$

zusammengefasst [64]. Mit Gl. 2-32 ist ein expliziter Zusammenhang zwischen dem Füllgrad und dem hydrodynamischen Druck sowie der Schmierfilmtemperatur gegeben. Zur Anwendung der Gleichung wurde eingangs ein teilgefüllter Schmierspalt und somit ein Kavitationsgebiet angenommen. Folglich ist ein Bewertungskriterium zur Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet aufzustellen. Hierfür wird die Luftmassendifferenz bestehend aus den zugeführten L_{zu} und theoretisch lösbaren Gasmassen L_{gel} herangezogen [64].

$$L_{diff} = L_{zu} - L_{gel}$$

$$L_{zu} = (r_{B0} + \alpha_B) p \frac{T_{liq}}{T_{liq 0}}$$

$$L_{gel} = \alpha_B p$$

$$(2-33)$$

Eine positive Luftmassendifferenz $L_{diff} > 0$ hat eine Unterschreitung des Kavitationsdruckes und folglich das Freisetzen von gelösten Gasmassen zur Folge. Unter dieser Bedingung erfolgt die Ermittlung des Füllgrads über Gl. 2-32.

Für den Fall $L_{diff} \leq 0$ liegt ein Druckgebiet und somit ein vollgefüllter Schmierspalt vor. Da ein inkompressibles Medium bereits bei der Herleitung der Reynolds-Gleichung angenommen wurde, beträgt der Füllgrad F = 1.

Im Hinblick auf die in Abschnitt 2.2.5 beschriebene numerische Umsetzung ist die Einführung eines druckbezogenen Füllgrads

$$F_D = \frac{F}{p} = \frac{1}{(r_{B0} + \alpha_B) p_0 \frac{T_{liq}}{T_{liq\,0}} + (1 - \alpha_B) p}$$
(2-34)

zweckmäßig. Dies liefert Vorteile hinsichtlich der Anwendung des Upwind-Schemas zur Erhaltung konvergenter Lösungen im Kavitationsgebiet. Gl. 2-34 in Gl. 2-19 eingesetzt, liefert die generalisierte Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Zwei-Phasenmodell

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\tilde{G} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\tilde{G} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\left[\tilde{F}_{CW} V_{xW} + \tilde{F}_{CS} V_{xS} \right] p \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\tilde{F}_{\rho} p \right)$$
(2-35)

mit den Koeffizienten

$$\tilde{G} = \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \left[\tilde{I}_1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \tilde{I}_0 \right] dz , \quad \tilde{F}_\rho = \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D dz , \qquad (2-36)$$

$$\tilde{F}_{CW} = \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} dz , \quad \tilde{F}_{CS} = \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \left(1 - \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} \right) dz$$

und Abkürzungen

$$\tilde{F}_{0} = \int_{z=0}^{h} \frac{1}{\eta_{liq}F_{D}} dz, \quad \tilde{F}_{1} = \int_{z=0}^{h} \frac{z}{\eta_{liq}F_{D}} dz, \quad \tilde{I}_{0} = \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta_{liq}F_{D}} dz \text{ und } \quad \tilde{I}_{1} = \int_{z=0}^{z} \frac{z}{\eta_{liq}F_{D}} dz \text{ .}$$

$$(2-37)$$

Unter der Annahme konstanter Temperaturen über die Spalthöhe vereinfacht sich die Gl. 2-35 zu

$$0 = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_{liq} h^3}{12 \eta_{liq}} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho_{liq} h^3}{12 \eta_{liq}} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho_{liq} h \frac{V_{xW} + V_{xS}}{2} F_D p \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_{liq} h F_D p \right).$$

$$(2-38)$$

2.2.3 Randbedingungen der Reynolds-Gleichung

Zur eindeutigen Lösung der Reynolds-Gleichung sind Randbedingungen zu definieren. Diese sind nachfolgend zusammengefasst:

1. Innerhalb der Zuführbohrung wird ein konstanter hydrodynamischer Druck angenommen, der gleich dem Zuführdruck ist.

$$p(x_{zu1} < x < x_{zu2}, y_{zu1} < y < y_{zu2}) = p_{zu}$$

Aus praktischer Sicht ist allerdings der Zuführdruck von vielen weiteren Faktoren wie der Taschengeometrie und der sich im Schmierspalt einstellenden Druckverteilung abhängig. Bei einigen Lagerkonstruktionen wie beispielsweise bei ATL-Rotoren besteht sogar die Möglichkeit, dass zwei oder mehrere Lager über die Kanäle der Zuführbohrungen interagieren können. Im Rahmen dieser Arbeit wird allerdings ein konstanter Zuführdruck angenommen.

2. Der hydrodynamische Druck und dessen Gradient in Umfangsrichtung ist 2π periodisch.

$$p(x,y) = p(x+2\pi,y)$$
$$\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{x=2\pi}$$

3. Beim axialen Lagerrand ist eine Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet vorzunehmen. Liegt ein Druckgebiet vor, so wird ein konstanter Lagerranddruck, zum Beispiel der atmosphärische Druck, angenommen. Allerdings ist diese Annahme bei Anwesenheit eines Kavitationsgebietes nicht geeignet, da der hydrodynamische Druck geringer als der Umgebungsdruck ist und somit Rückströmungen entstehen können. Zur Vermeidung von Rückströmungen wird der Druckgradient am Lagerrand zu null gesetzt, wenn ein Kavitationsgebiet vorliegt. Die Vorgehensweise entspricht einem ungedichteten Lager, da das Öl frei ausströmen kann.

Druckgebiet:
$$p(x, y = \pm \frac{b}{2}) = p_{Rand}$$

Kavitationsgebiet: $\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{y=\pm \frac{b}{2}} = 0$

2.2.4 Gekoppelte radiale Schmierfilme - Schwimmbuchsenlager

Neben Radialgleitlager mit einem Schmierfilm werden auch Schwimmbuchsenkonzepte zur hydrodynamischen Lagerung von Rotoren eingesetzt. Bezüglich der Konstruktion zeichnet sich dieser Lagertyp durch zwei radial angeordnete Schmierfilme aus, die durch eine Buchse voneinander getrennt sind, vgl. Abb. 2-6. Zur Sicherstellung einer ausreichenden Schmiermittelversorgung im inneren Spalt erfolgt der Ölaustausch innerhalb der Bohrungen der Buchse. Je nach Betriebszustand des Lagers kann das Öl entweder zum inneren oder zum äußeren Schmierspalt strömen. Aus hydrodynamischer Sicht liegen somit gekoppelte Schmierfilme vor.



Abbildung 2-6: Schematische Darstellung einer Schwimmbuchsenlagerung, bestehend aus zwei radial angeordneten Schmierfilmen. Der Ölaustausch zwischen inneren und äußeren Spalt erfolgt über Kommunikationsbohrungen in der Buchse.

Eine prinzipielle Unterscheidung dieses Lagertyps wird in semi- und full-floating Lagerung vorgenommen. Full-floating Lagerungen zeichnen sich durch eine uneingeschränkte Bewegungsmöglichkeit der Buchsen aus. Folglich entsteht aufgrund der Drehbewegung der Buchse eine Couette-Strömung im äußeren Schmierspalt. Im Hinblick auf das Rotorantwortverhalten kann sowohl die Ölumlauffrequenz des inneren als auch des äußeren Spalts eine Eigenfrequenz des Rotors anregen und zu sub-synchronen Schwingungen führen. Bei semi-floating Lagerungen wird die Drehbewegung der Buchse verhindert, mit der Konsequenz der Unterbindung von Scherströmungen am äußeren Spalt. Ein Druckaufbau kann nur erfolgen, wenn ausreichend Schmiermittel verdrängt wird. Die Konstruktion entspricht einer äußeren Quetschöldämpfung. Anregungen des Rotors finden nur über den inneren Spalt statt.

Zur Ermittlung der Druckverteilung in den einzelnen Schmierspalten können die zuvor beschriebenen theoretischen Grundlagen der Reynolds-Gleichung übernommen werden. Der Fokus des Abschnitts liegt somit in der Abbildung der hydrodynamischen Kopplung beider Schmierfilme mittels eines vereinfachten Ansatzes auf Basis der Navier-Stokes-Gleichung. Aufgrund der Bohrungsgeometrie ist eine Beschreibung der Fluidströmung in Zylinderkoordinaten mit den Basen r, φ, z nach Abb. 2-7 zweckmäßig.



Abbildung 2-7: Koordinatensystem zur Beschreibung der Fluidströmung in der Kommunikationsbohrung. [3]

Für die Ermittlung der Fluidbewegung innerhalb der Bohrung wird eine axialsymmetrische $(\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0)$, unter stationären Bedingungen auftretende $(\frac{\partial}{\partial z} = 0)$ und vollentwickelte $(\frac{\partial}{\partial z} = 0)$ Rohrströmung angenommen [3]. Die Umsetzung der Annahmen führt zu einer Differentialgleichung

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\eta\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) = C = \frac{\partial p}{\partial z} - \rho\Omega_{SB}^2 z , \qquad (2-39)$$

deren Lösung ein eindimensionales Strömungsfeld ist. Die rechte Seite der Gleichung berücksichtigt einen Fluidtransport aufgrund eines Druckgradienten am Ein- und Auslassbereich der Bohrung. Des Weiteren kann ein Ölaustausch in Folge der Zentrifugalwirkung erfolgen, wenn die Schwimmbuchse eine Rotationsbewegung (full-floating Lagerung) vollzieht. Zur weiteren Konkretisierung der Fluidströmung sind die Randbedingungen bezüglich des Druckes am Innen- und Außenradius und die Annahme einer idealen Haftung des Öls an der Bohrungsoberfläche gemäß

$$p(z = r_i) = p_i \qquad p(z = r_a) = p_a$$

$$v_z (z = r_b) = 0 \qquad \frac{\partial v_z}{\partial r} (r = 0) = 0$$
(2-40)

zu wählen [3]. Die Anwendung einer separaten Integration [93] der Gl. 2-39 unter Berücksichtigung der Randbedingungen liefert das Strömungsprofil

$$v_{z}(r) = \frac{r^{2} - r_{b}^{2}}{4\eta \left(r_{a} - r_{i}\right)} \left[p_{a} - p_{i} - \Omega_{SB}^{2} \int_{z=r_{i}}^{r_{a}} \rho\left(z\right) z dz \right] , \qquad (2-41)$$

wobei die Schmierstoffeigenschaften weiterhin veränderlich über die Bohrungslänge sind. Da beim allgemeinen Betriebszustand des Lagers die Zentrifugalströmung sowohl von den Öleigenschaften des inneren als auch vom äußeren Schmierspalt beeinflusst wird, wird im Gegensatz zu [3] zur Approximation der Schmierstoffverteilung ein linearer Ansatz

$$\rho(z) = \rho_i \frac{r_a - z}{r_a - r_i} + \rho_a \frac{z - r_i}{r_a - r_i}$$
(2-42)

gewählt. Die Integration der Fluidmassen über die Bohrungslänge liefert die Gesamtmasse an Schmiermittel, die eine Zentrifugalwirkung erfahren kann. Das Einsetzen von Gl. 2-42 in Gl. 2-41 ergibt das Strömungsprofil

$$v_{z}(r) = \frac{r^{2} - r_{b}^{2}}{4\eta \left(r_{a} - r_{i}\right)} \left[p_{a} - p_{i} - \Omega_{SB}^{2} \left(\frac{2r_{a}^{3} - 3r_{i}r_{a}^{2} + r_{i}^{3}}{6 \left(r_{a} - r_{i}\right)} \rho_{a} + \frac{r_{a}^{3} - 3r_{a}r_{i}^{2} + 2r_{i}^{3}}{6 \left(r_{a} - r_{i}\right)} \rho_{i} \right) \right].$$
(2-43)

Unter der Annahme konstanter Schmierstoffeigenschaften innerhalb der Bohrung [3] vereinfacht sich die Gl. 2-43 zu

$$v_z(r) = \frac{r^2 - r_b^2}{4\eta \left(r_a - r_i\right)} \left[p_a - p_i - \Omega_{SB}^2 \rho \frac{r_a^2 - r_i^2}{2} \right] \,. \tag{2-44}$$

Zur weiteren Anwendung innerhalb der Reynolds-Gleichung ist der Massenstrom durch Integration der Fluidströmung über den Bohrungsquerschnitt

$$\dot{m} = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{r_b} \rho \, v_z \, r dr d\varphi \tag{2-45}$$

$$= \frac{\pi r_b^4}{8 \left(r_a - r_i\right)} \frac{\rho}{\eta} \left[p_a - p_i - \Omega_{SB}^2 \left(\frac{2r_a^3 - 3r_i r_a^2 + r_i^3}{6 \left(r_a - r_i\right)} \rho_a + \frac{r_a^3 - 3r_a r_i^2 + 2r_i^3}{6 \left(r_a - r_i\right)} \rho_i \right) \right]$$

zu ermitteln.

Als Resultat ist im Gebiet der Kommunikationsbohrung die Reynolds-Gleichung

$$0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(\tilde{G} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\tilde{G} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\left[\tilde{F}_{CW} V_{xW} + \tilde{F}_{CS} V_{xS} \right] p \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\tilde{F}_{\rho} p \right) \pm \dot{\tilde{m}}$$

$$(2-46)$$

$$\dot{\tilde{m}} = \frac{r_b^2}{8 \left(r_a - r_i \right)} \frac{\rho_{liq}}{\eta_{liq}} \left[p_a - p_i - \Omega_{SB}^2 \left(\frac{2r_a^3 - 3r_i r_a^2 + r_i^3}{6 \left(r_a - r_i \right)} F_a \rho_{liq,a} + \frac{r_a^3 - 3r_a r_i^2 + 2r_i^3}{6 \left(r_a - r_i \right)} F_i \rho_{liq,i} \right) \right]$$

auszuwerten.

2.2.5 Diskretisierung der Reynolds-Gleichung

In den vorangegangenen Kapiteln wurde die Hydrodynamik in Radialgleitlagern auf differentieller Ebene beschrieben, mit dem Ziel der Ermittlung der Reynolds-Gleichung. Da für den allgemeinen Betriebszustand des Lagers keine analytische Lösung der Gleichung bekannt ist, werden numerische Lösungsstrategien wie die Finite-Volumen- (FVM), Finite-Elemente- (FEM) oder Finite-Differenzen-Methode (FDM) angewendet. Basierend auf der Tatsache der Bilanzierung von spezifischen Massenströmen in Gl. 2-35 bzw. Gl. 2-38 wird innerhalb dieser Arbeit die Anwendung der FVM zur Ermittlung der Druckverteilung im Schmierspalt präferiert. Ein Vorteil der FVM gegenüber weiteren Lösungsmethoden zeigt sich darin, dass die Erhaltungsgrundsätze nicht im integralen Mittel (wie zum Beispiel bei der FEM), sondern über das gesamte Lösungsgebiet eingehalten werden. Dies ist auf die Bilanzierung der ein- und austretenden Massenströme am betrachteten Kontrollvolumen zurückzuführen. Eine Summation der separaten Flüsse über alle Kontrollvolumen hat eine Aufhebung der Massenströme innerhalb des Lösungsgebietes zur Folge. Folglich werden nur jene am Rand des Lösungsgebietes auftretenden Strömungen bilanziert. Die FVM ist somit eine konservative Methode [3, 64, 94]. Darüber hinaus ist die Integration der Reynolds-Gleichung über das Kontrollvolumen als Massenstrom weiterhin physikalisch interpretierbar.

Nachfolgend wird auf die Implementierung der Reynolds-Gleichung über die FVM eingegangen. Hierzu wird das Lösungsgebiet diskretisiert und die am Kontrollvolumen ein- und austretenden Massenströme bilanziert. Des Weiteren ist ein Stabilisierungsverfahren erster Ordnung zur Erhaltung konvergenter Drucklösungen im Kavitationsgebiet umzusetzen.

Da die Schmierspalthöhe mehrere Größenordnungen kleiner als weitere Lagerabmessungen ist, ist aus numerischer Sicht eine Überführung der Reynolds-Gleichung in eine dimensionslose Form nach der Berechnungsvorschrift

$$H = \frac{h}{h_0}, X = \frac{x}{r_0}, Y = \frac{y}{r_0}, Z = \frac{z}{h}, T = t \frac{|V_{x0}|}{r_0},$$

$$\bar{\eta} = \frac{\eta_{liq}}{\eta_0}, \bar{\rho} = \frac{\rho_{liq}}{\rho_0}, P = p \frac{h_0^2}{\eta_0 |V_{x0}| r_0}, \bar{V}_x = \frac{V_{xW} + V_{xS}}{2V_{x0}}$$
(2-47)

sinnvoll [3, 63]. Die Referenzgrößen sind mit dem Index Null gekennzeichnet. Die dimensionslose generalisierte Reynolds-Gleichung mit Umsetzung des Zwei-Phasenmodells lautet

$$0 = \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{G} \frac{\partial P}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\bar{G} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\left[\bar{F}_{CW} \frac{V_{xW}}{|V_{x0}|} + \bar{F}_{CS} \frac{V_{xS}}{|V_{x0}|} \right] P \right) + \frac{\partial \left(\bar{F}_{\rho} P \right)}{\partial T}$$
(2-48)

mit den dimensionslosen Koeffizienten

$$\bar{G} = H^{3} \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \left[\bar{I}_{1} - \frac{\bar{F}_{1}}{\bar{F}_{0}} \bar{I}_{0} \right] dZ , \quad \bar{F}_{\rho} = H \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} dZ , \qquad (2-49)$$
$$\bar{F}_{CW} = H \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} dZ , \quad \bar{F}_{CS} = H \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \left(1 - \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} \right) dZ$$

und

$$\bar{F}_0 = \int_{Z=0}^1 \frac{1}{\bar{\eta}F_D} dZ , \ \bar{F}_1 = \int_{Z=0}^1 \frac{Z}{\bar{\eta}F_D} dZ , \ \bar{I}_0 = \int_{Z=0}^Z \frac{1}{\bar{\eta}F_D} dZ , \ \bar{I}_1 = \int_{Z=0}^Z \frac{Z}{\bar{\eta}F_D} dZ .$$
(2-50)

Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird für die weitere Vorgehensweise von der dimensionslosen vereinfachten Reynolds-Gleichung

$$0 = -\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\bar{\rho} h^3}{12 \bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) + \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \bar{V}_x F_D P \right) + \frac{\partial}{\partial T} \left(\bar{\rho} H F_D P \right)$$
(2-51)

ausgegangen. Die Anwendung der FVM für die generalisierte Reynolds-Gleichung erfolgt in Analogie.

Die Diskretisierung des Lösungsgebietes ist in Abb. 2-8 dargestellt, wobei die im Norden und Süden liegenden Bilanzzentren in Umfangsrichtung x und die Ost- und Westknoten in Lagerbreitenrichtung y orientiert sind. Die Vernetzung ist äquidistant gewählt, sodass die Größe der Bilanzvolumen über die gesamte Lageroberfläche gleich ist.



Abbildung 2-8: Diskretisierung des Lösungsgebietes am Radialgleitlager mit finiten Volumen [3]. Die gestrichelten Linien stellen die Größe des Kontrollvolumens dar. Das Bilanzzentrum ist durch Großbuchstaben gekennzeichnet.

In den nachfolgenden Abschnitten wird näher auf die Diskretisierung der einzelnen Terme der Reynolds-Gleichung eingegangen.

Poiseuille-Strömung

Die Diskretisierung der druckinduzierten Fluidbewegung wird exemplarisch anhand der Poiseuille-Strömung in Umfangsrichtung beschrieben. Die Vorgehensweise ist sowohl im Druck- als auch im Kavitationsgebiet anzuwenden, da der Koeffizient des Druckgradienten unabhängig vom Füllgrad ist. Als Resultat liegt eine über die gesamte Lageroberfläche ortsveränderliche Druckverteilung vor. Für die numerische Umsetzung des Druckgradienten wird eine Zentraldifferenz angewendet, womit die Interaktion zu den benachbarten Kontrollvolumen gewährleistet ist. Die Durchführung der Integration liefert formal die Terme

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) dX dY = \left[\left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right)_n - \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right)_s \right] \Delta Y \qquad (2-52)$$
$$= \left[\left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_n \frac{P_N - P_C}{\Delta X} - \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_s \frac{P_C - P_S}{\Delta X} \right] \Delta Y .$$

Nach Umsortierung der Koeffizienten zu den jeweiligen Bilanzzentren ergeben sich auf Gleichungssystemebene die Einträge

$$0 = \Sigma_i A_{P,i} (P_C - P_i) \quad \text{mit} \quad i = W, S, N, E \quad \text{und}$$

$$A_{P,E/W} = \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \bar{\eta}}\right)_{e/w} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \quad \text{bzw.} \quad A_{P,N/S} = \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \bar{\eta}}\right)_{n/s} \frac{\Delta Y}{\Delta X} .$$

$$(2-53)$$

Couette-Strömung

Anschließend ist auf die Schleppströmung der Reynolds-Gleichung unter Berücksichtigung masseerhaltender Kavitation einzugehen. Zur Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet wird die Luftmassendifferenz nach Gl. 2-33 ausgewertet, wobei eine negative Differenz einem Druck- und eine positive Differenz einem Kavitationsgebiet zugeordnet wird. Um Druckoszillationen im Kavitationsgebiet zu vermeiden, ist ein Stabilisierungsverfahren anzuwenden, worin die Massenströme an den Bilanzgrenzen durch den stromaufwärts liegenden Knoten approximiert werden. Dies entspricht einem 1st Order Upwindbzw. Rückwärtsdifferenzen-Schema [3, 64], vgl. Abb. 2-9.



Abbildung 2-9: 1st Order Upwind-Schema: Der am betrachteten Kontrollvolumen ein- bzw. austretende Massenstrom wird durch den stromaufwärts liegenden Knoten approximiert [3].

Die Integration der Scherströmung über die Größe des Kontrollvolumens liefert die Terme

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H \, \bar{V}_x \, F_D \, P \right) dX dY = \left[\left(\bar{\rho} H \, \bar{V}_x \, F_D \, P \right)_n - \left(\bar{\rho} H \, \bar{V}_x \, F_D \, P \right)_s \right] \Delta Y \,, \tag{2-54}$$

wobei die Kavitationszustände an der Nord- bzw. Südgrenze separat zu untersuchen sind. Aufgrund der Strömungsrichtung v_x wird zur Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet die Luftmassendifferenz¹¹ im Zentrum C und Süden S ausgewertet. Bei Anwesenheit eines Druckgebietes wird ein vollgefüllter Schmierspalt mit F = 1 angenommen und die Scherströmung der rechten Seite des Gleichungssystems zugeordnet. Demgegenüber wird bei einem Kavitationsgebiet der Füllgrad $F = F_D \cdot P$ multiplikativ in einen druckbezogenen Füllgrad F_D nach Gl. 2-34 und hydrodynamischen Druck P zerlegt sowie am stromaufwärts liegenden Knoten ausgewertet. Durch die Anwendung des

¹¹Bei entgegengesetzter Strömung erfolgt die Auswertung der Luftmassendifferenz am Nord- und Zentrumknoten. Außerdem sind die Integrationsgrenzen zu tauschen.

Upwind-Schemas ist die Couette-Strömung im Kavitationsgebiet nur von einem Druckzustand abhängig, sodass der entstandene Koeffizient der Systemmatrix zugeordnet werden kann. Die Zusammenhänge an der nördlichen Bilanzgrenze sind über die Beziehungen

$$\left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_x\,F_D\,P\right)_n\Delta Y = \begin{cases} RHS\,|_n = \left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_x\right)_n\Delta Y &, \text{ für } L_{diff\,C} \le 0\\ A_{C,C} = \left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_x\right)_nF_{D\,C}\Delta Y &, \text{ für } L_{diff\,C} > 0 \end{cases}$$
(2-55)

zusammengefasst. In Analogie zur nördlichen Grenze können die Überlegungen ebenfalls für den eintretenden Massenstrom übernommen werden

$$\left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_x\,F_D\,P\right)_s\Delta Y = \begin{cases} RHS\,|_s = \left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_x\right)_s\Delta Y &, \text{ für } L_{diff\,S} \le 0\\ A_{C,S} = \left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_x\right)_sF_{D\,S}\Delta Y &, \text{ für } L_{diff\,S} > 0 \end{cases}$$
(2-56)

Zusammenfassend liefert die Bilanzierung der ein- und ausfließenden Scherströmungen die Einträge

$$0 = A_{C,C}P_C - A_{C,S}P_S + RHS|_n - RHS|_s , \qquad (2-57)$$

wobei die Koeffizientenmatrix der Couette-Strömung eine unsymmetrische Struktur mit den Einträgen des Zentrums und südlichen Knotens aufweist.

Verdrängungsströmung

Zur Anwendung der FVM bezüglich der Verdrängungsströmung ist eine Zerlegung des Terms mit Hilfe der Produktregel

$$\frac{\partial}{\partial T} \left(\bar{\rho} H F_D P \right) = H' \bar{\rho} F_D P + H \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T}$$
(2-58)

vorteilhaft, da die zeitliche Änderung des Schmierspalts separat von jener Änderung des Füllgrads betrachtet werden kann [3]. Die bereits aus der Mehrkörperdynamik bekannten kinematischen Zustände an der Welle und der Lagerschale können für die Ermittlung der zeitlichen Schmierspaltänderung H' genutzt werden [3]. Des Weiteren bietet sich die Möglichkeit der Approximation der zeitlichen Änderung des Füllgrads über eine Rückwärtsdifferenz in der Zeit an. Der Differenzenquotient kann entweder über eine einfache Vergangenheit (vom letzten gültigen Zeitschritt) oder durch Wichtung weiterer zurückliegender Zeitschritte ermittelt werden. Innerhalb dieser Arbeit wurde die Füllgradänderung unter Einbeziehung des letzten und vorletzten gültigen Zeitschritts ausgewertet. Durch Interpolation der zeitlich zurückliegenden Zustände kann ein $F_{\Delta T}$ mit dazugehörigem und numerisch sinnvollem Zeitinkrement ΔT berechnet werden.

Die Integration von Gl. 2-58 über das Kontrollvolumen liefert formal

$$\int_{\Omega} \left(H' \bar{\rho} F_D P + H \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right) dX dY =$$

$$\left(H' \bar{\rho} F_D P + H \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right)_C \Delta X \Delta Y ,$$
(2-59)

wobei die einzelnen Terme nach Anwendung des Upwind-Schemas entweder der rechten Seite des Gleichungssystems oder der Koeffizientenmatrix zugeordnet werden. Zur Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet wird die Auswertung der Luftmassendifferenz im Zentrum $L_{diff C}$ herangezogen.

$$H'\bar{\rho} F_D P \Delta X \Delta Y = \begin{cases} RHS_{H'} = (H'\bar{\rho})_C \Delta X \Delta Y &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0 \\ A_{H',C} = (H'\bar{\rho})_C F_{DC} \Delta X \Delta Y &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$
(2-60)

$$H \bar{\rho} \frac{F_D P}{\Delta T} \Delta X \Delta Y = \begin{cases} RHS_{\Delta T} = (H \bar{\rho})_C \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta T} &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0\\ A_{\Delta T,C} = (H \bar{\rho})_C F_{DC} \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta T} &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$
(2-61)

Weiterhin ist die zeitlich zurückliegende Druck- und Füllgradverteilung bekannt, sodass der Term als rechte Seite

$$RHS_{\Delta T,alt} = (H \ \bar{\rho} \ F_{T-\Delta T})_C \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta T}$$
(2-62)

eingeht. Zusammenfassend ergeben sich auf Gleichungssystemebene die Einträge

$$0 = \left(A_{H',C} + A_{\Delta T,C}\right) P_C + RHS_{H'} + RHS_{\Delta T} - RHS_{\Delta T,alt} .$$

$$(2-63)$$

Die Koeffizientenmatrix der Verdrängungsströmung weist nur Einträge auf der Hauptdiagonale auf.

Kopplung der Schmierfilme beim Schwimmbuchsenlager

Da es sich bei einer Schwimmbuchsenlagerung um zwei radial angeordnete Schmierfilme handelt, ist die Reynolds-Gleichung für jeden einzelnen Spalt über die bereits beschriebene Vorgehensweise der FVM auszuwerten. Innerhalb der Kommunikationsbohrung ist der Massenstrom nach Gl. 2-46 zu beachten, der zu einem Schmiermittelaustausch zwischen inneren und äußeren Spalt und somit zu einer direkten Kopplung der beiden Ölfilme führt.

Die Umrechnung zwischen den unterschiedlich entdimensionierten Drücken am inneren und äußeren Spalt erfolgt über den Koeffizienten

$$K_p = \frac{\eta_{0\,i} |V_{x0\,i}| \, r_{0\,i} h_{0\,a}^2}{\eta_{0\,a} |V_{x0\,a}| \, r_{0\,a} h_{0\,i}^2} \,. \tag{2-64}$$

Mit der Entdimensionierungsvorschrift für den inneren Schmierspalt ergeben sich für die weiteren Terme in Gl. 2-45 die Koeffizienten

$$K_{\Omega i} = \Omega_{SB} \frac{h_{0 i}^2}{\eta_{0 i} |V_{x0 i}| r_{0 i}} \text{ und } K = \frac{\pi r_b^4 \bar{\rho}_{liq,i}}{8 (r_a - r_i) \bar{\eta}_{liq,i}} \frac{\eta_{0 i} |V_{x0 i}| r_{0 i}}{h_{0 i}^2}, \qquad (2-65)$$

womit der Massenstrom

$$\dot{M}_{i} = K \left(P_{i} - K_{p} P_{a} + K_{\Omega i} \left(\frac{2r_{a}^{3} - 3r_{i}r_{a}^{2} + r_{i}^{3}}{6(r_{a} - r_{i})} F_{a} \bar{\rho}_{a} + \frac{r_{a}^{3} - 3r_{a}r_{i}^{2} + 2r_{i}^{3}}{6(r_{a} - r_{i})} F_{i} \bar{\rho}_{i} \right) \right)$$
(2-66)

einheitlich mit dem Lösungsgebiet entdimensioniert ist.

In Analogie zum inneren Ölfilm werden für den äußeren Spalt die Koeffizienten

$$K_{\Omega a} = \Omega_{SB} \frac{h_{0 a}^2}{\eta_{0 a} |V_{x0 a}| r_{0 a}} \text{ und } K = \frac{\pi r_b^4 \bar{\rho}_{liq,a}}{8 (r_a - r_i) \bar{\eta}_{liq,a}} \frac{\eta_{0 a} |V_{x0 a}| r_{0 a}}{h_{0 a}^2} , \qquad (2-67)$$

mit dem Massenstrom

$$\dot{M}_{a} = K \left(\frac{1}{K_{p}} P_{i} - P_{a} + K_{\Omega a} \left(\frac{2r_{a}^{3} - 3r_{i}r_{a}^{2} + r_{i}^{3}}{6(r_{a} - r_{i})} F_{a} \bar{\rho}_{a} + \frac{r_{a}^{3} - 3r_{a}r_{i}^{2} + 2r_{i}^{3}}{6(r_{a} - r_{i})} F_{i} \bar{\rho}_{i} \right) \right)$$
(2-68)

ermittelt.

Für die numerische Implementierung bietet sich das Master-Slave-Prinzip an, worin die im Bohrungsbereich liegenden Knoten (Slave-Knoten) zu einem im Bohrungsmittelpunkt liegenden Gesamtknoten (Master-Knoten) zusammengefasst werden.

Das Aufsummieren aller Massenströme liefert ein Gleichungssystem der Form

$$0 = A P + RHS \quad \text{mit} \quad P = [P_1, P_2, ..., P_n]$$
(2-69)

mit dem hydrodynamischen Druck *P* als die zu ermittelnde Größe. Die Einträge der Matrix sind sowohl direkt, aufgrund des druckbezogenen Füllgrads, als auch indirekt, wegen der Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet über die Luftmassendifferenz, vom hydrodynamischen Druck abhängig. Des Weiteren weist die Matrix bei geeigneter Nummerierung des Lösungsgebietes eine penta-diagonale Bandstruktur auf, sodass Kompaktspeicherungen prädestiniert sind. Da die Aufteilung des Lösungsgebietes in einen Druck- und Kavitationsbereich a-priori nicht bekannt ist, erfolgt die Lösung des Gleichungssystems iterativ, wobei in jedem Iterationsschritt die Luftmassenbilanz zu aktualisieren ist. Die Prozedur wird so lange wiederholt, bis das Abbruchkriterium erfüllt ist. Zur Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit besteht weiterhin die Möglichkeit das Newton-Raphson Verfahren anzuwenden.

2.3 Hydrodynamik am Axialgleitlager

2.3.1 Reynolds-Gleichung mit Zentrifugalströmung

Ausgehend von der Navier-Stokes-Gleichung nach Gl. 2-6 und den in Kap. 2.2.1 getroffenen Annahmen kann in Analogie zur Vorgehensweise beim Radiallager ebenfalls eine Differentialgleichung zur Beschreibung der Fluidströmung beim Axialgleitlager abgeleitet werden. Dieses Kapitel fasst somit die wichtigsten Berechnungsschritte zusammen. Im Gegensatz zum Radiallager ist bei diesem Lagertyp die Zentrifugalströmung zu beachten, da die Fluidträgheit eine radial nach außen gerichtete Strömung verursacht. Zur Ermittlung der vereinfachten Navier-Stokes-Gleichung werden die Strömungskomponenten $\mathbf{v} = (v_r v_{\varphi} v_z)^T$ in Zylinderkoordinaten betrachtet. Eine schematische Darstellung des Axiallagers mit dem dazugehörigen Schmierfilmkoordinatensystem ist in Abb. 2-10 zu finden.



Abbildung 2-10: Schematische Darstellung eines Axiallagers mit Schmierfilmkoordinatensystem (blau). [44]

Die Umsetzung der gleitlagerspezifischen Annahmen führt zu einer vereinfachten Navier-Stokes-Gleichung [95, 96]

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial r} - \rho \frac{v_{\varphi}^2}{r},$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \text{ und}$$

$$0 = \frac{\partial p}{\partial z},$$
(2-70)

bestehend aus den Reibungs- und Druckkräften sowie dem Einfluss der Zentrifugalträgheit. Wie bereits beim Radiallager eingeführt, können die Schmierstoffeigenschaften weiterhin ortsaufgelöst ($\eta(x, y, z)$ und $\rho(x, y, z)$) im Spalt vorliegen.

Nach Anwendung einer zweifachen unbestimmten Integration über die Spalthöhe ist die Fluidströmung¹² in Lagerumfangs- und Lagerbreitenrichtung

$$v_{\varphi} = \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \int_{z=0}^{z} \frac{z}{\eta} dz + C_{1\varphi} \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} dz + C_{2\varphi}$$

$$v_{r} = \frac{\partial p}{\partial r} \int_{z=0}^{z} \frac{z}{\eta} dz + C_{1r} \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} dz + C_{2r} - \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} \int_{z=0}^{z} \rho \frac{v_{\varphi}^{2}}{r} dz dz$$
(2-71)

allgemein bekannt. Zur Bestimmung der Integrationskonstanten $C_{1,2\varphi}$ und $C_{1,2r}$ sind die Randbedingungen der Fluidströmung mithilfe der Oberflächengeschwindigkeiten der Lagerelemente zu konkretisieren. Da im Betrieb des Axiallagers die Umfangsgeschwindigkeiten deutlich größer sind als jene in radialer Richtung, können Letztere vernachlässigt

¹²Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird die Fluidbewegung der Zentrifugalströmung mit v_{φ} zusammengefasst.

werden. Die Oberflächengeschwindigkeiten an der Scheibe und am Lager sind:

LagerScheibe
$$z = 0$$
 $z = h$ $v_{\varphi} = V_{\varphi L}$ $v_{\varphi} = V_{\varphi S} - V_{zS} \frac{\partial h}{r \partial \varphi}$ $v_r = 0$ $v_r = 0$ $v_z = V_{zL}$ $v_z = V_{zS} + V_{\varphi S} \frac{\partial h}{r \partial \varphi}$

Das Einfügen der Randbedingungen in Gl. 2-71 mit den Koeffizienten von Gl. 2-16 führt zu dem Geschwindigkeitsfeld [47]

$$v_{\varphi} = \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \left(I_1 - \frac{F_1}{F_0} I_0 \right) + \left(V_{\varphi S} - V_{z S} \frac{\partial h}{r \partial \varphi} \right) \frac{I_0}{F_0} + V_{\varphi L} \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right)$$
(2-72)
$$v_r = \frac{\partial p}{\partial r} \left(I_1 - \frac{F_1}{F_0} I_0 \right) - \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} \int_{z=0}^{z} \rho \frac{v_{\varphi}^2}{r} dz dz + \frac{I_0}{F_0} \int_{z=0}^{h} \frac{1}{\eta} \int_{z=0}^{z} \rho \frac{v_{\varphi}^2}{r} dz dz .$$

Unter der Annahme konstanter Öleigenschaften über die Spalthöhe vereinfacht sich die Fluidströmung [52] von Gl. 2-72 zu

$$v_{\varphi} = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \left(z^2 - hz \right) + \left(V_{\varphi S} - V_{z S} \frac{\partial h}{\partial \varphi} \right) \frac{z}{h} + V_{\varphi L} \left(1 - \frac{z}{h} \right)$$

$$v_r = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \left(z^2 - hz \right) + \frac{\rho}{r\eta} \left(-\int_{z=0}^{z} \int_{z=0}^{z} v_{\varphi}^2 dz dz + \frac{z}{h} \int_{z=0}^{h} \int_{z=0}^{z} v_{\varphi}^2 dz dz \right) .$$
(2-73)

Nach Ermittlung der Strömungskomponenten ist anschließend auf die Kontinuitätsgleichung einzugehen. Da eine zweidimensionale Fluidströmung betrachtet wird, ist eine Integration der Erhaltungsgleichung über die Spalthöhe vorzunehmen. Mit Anwendung der Leibniz-Regel folgt

$$0 = \int_{z=0}^{h} \frac{1}{r} \frac{\partial (r\rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\rho v_{\varphi})}{\partial \varphi} + \frac{\partial (\rho v_z)}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} dz$$

$$0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \int_{z=0}^{h} \rho v_r dz \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\int_{z=0}^{h} \rho v_{\varphi} dz \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{z=0}^{h} \rho dz \right) + [\rho v_z]_{z=0}^{h}$$

$$- [r\rho v_r]_{z=h} \frac{\partial h}{r\partial r} - [\rho v_{\varphi}]_{z=h} \frac{\partial h}{r\partial \varphi} - [\rho]_{z=h} \frac{\partial h}{\partial t} .$$

$$(2-74)$$

Anschließend sind die ermittelten Geschwindigkeitskomponenten von Gl. 2-72 in Gl. 2-74 einzusetzen. Bezüglich der Zentrifugalströmung ergeben sich Potenzen von fünfter und siebenter Ordnung der Schmierspalthöhe bei den Koeffizienten des Druckgradienten [96, 97]. Diese werden für die weiteren Berechnungen vernachlässigt. Die Vereinfachung beruht auf der Annahme einer vorwiegend über die Umfangsgeschwindigkeit der Lagerelemente (Couette-Strömung) erzeugten und weniger einer über den Druckgradienten induzierten Zentrifugalströmung. Die generalisierte Reynolds-Gleichung [98] zur Beschreibung der Druckverteilung beim Axiallager unter Berücksichtigung der Zentrifugalträgheit des Schmiermittels lautet

$$0 = \underbrace{\frac{\partial}{r\partial r} \left(rG \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(G \frac{\partial p}{r\partial \varphi} \right)}_{\text{Poiseuille-Strömung}} + \underbrace{\frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(F_{CS} V_{\varphi S} + F_{CL} V_{\varphi L} \right)}_{\text{Couette-Strömung}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(F_{\rho} \right)}_{\text{Verdrängungsströmung}} + \underbrace{\frac{\partial}{r\partial r} \left(F_{Z} \right)}_{\text{Zentrifugalströmung}} ,$$

$$(2-75)$$

mit den Koeffizienten der einzelnen Strömungsanteile

$$G = \int_{z=0}^{h} \rho \left[I_1 - \frac{F_1}{F_0} I_0 \right] dz, \quad F_\rho = \int_{z=0}^{h} \rho \, dz , \qquad (2-76)$$

$$F_{CS} = \int_{z=0}^{h} \rho \frac{I_0}{F_0} dz , \quad F_{CL} = \int_{z=0}^{h} \rho \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right) dz ,$$

$$F_Z = -\int_{z=0}^{h} \rho \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta} \int_{z=0}^{z} \rho \left[V_{\varphi S} \frac{I_0}{F_0} + V_{\varphi L} \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right) \right]^2 dz dz dz$$

$$+ \int_{z=0}^{h} \rho \frac{I_0}{F_0} \int_{z=0}^{h} \frac{1}{\eta} \int_{z=0}^{z} \rho \left[V_{\varphi S} \frac{I_0}{F_0} + V_{\varphi L} \left(1 - \frac{I_0}{F_0} \right) \right]^2 dz dz dz .$$

Bei konstanten Schmierstoffeigenschaften über die Spalthöhe können die Integrationsvorschriften der Koeffizienten explizit ausgeführt werden [95, 96, 99]. Somit vereinfacht sich die generalisierte Reynolds-Gleichung zu

$$0 = -\frac{\partial}{r\partial r} \left(r \frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\frac{\rho h^3}{12\eta} \frac{\partial p}{r\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\rho h \frac{V_{\varphi S} + V_{\varphi L}}{2} \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho h \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{\rho^2 h^3}{\eta} \left(\frac{V_{\varphi S}^2}{40} + \frac{V_{\varphi S} V_{\varphi L}}{30} + \frac{V_{\varphi L}^2}{40} \right) \right) .$$

$$(2-77)$$

Mit Auswertung der um die Zentrifugalströmung erweiterten Reynolds-Gleichung ist der Druckzustand im Axialgleitlager bekannt. Allerdings sind weitere Annahmen über die Schmierstoffverteilung notwendig. Diesbezüglich wird das in Kap. 2.2.2 beschriebene Zwei-Phasenmodell angewendet.

2.3.2 Schmierfilmkavitation am Axiallager

Experimentelle Untersuchungen bezüglich des Auftretens von Ausgasvorgängen in Axiallagern sind in [97, 100–103] dokumentiert. In [103] wurde die Ausbildung der Gasphase unter Berücksichtigung der Oberflächentextur untersucht, vgl. Abb. 2-11. Der Versuchsaufbau umfasst zwei in einer Ölwanne befindlichen Scheiben, die über den inneren und äußeren Lagerrand mit Öl versorgt werden. Die Profilierung der feststehenden Scheibe setzt sich aus 24 Segmenten zusammen, wobei jedes Segment aus einem Rast- und Nutbereich besteht. Die Relativbewegung der Scheiben zueinander verursacht eine Scherung des Öls und schließlich einen Schmiermitteltransport in den verengenden Spalt. Ein Druckaufbau liegt beim Übergang zwischen Nut- und Rastbereich vor (dunkel gefärbter Bereich). Demgegenüber tritt ein Kavitationsgebiet beim Übergang zwischen Rast- und Nutbereich auf und erstreckt sich über die Nut (hellgrauer Bereich).



Abbildung 2-11: Visualisierung des Kavitationsgebietes beim Axialgleitlager bei einer Nuttiefe von a) $h_{gr} = 5\mu m$ und b) $h_{gr} = 10\mu m$ [103]. Die Scheibendrehzahl beträgt jeweils $n = 71 \ rpm$ und $n = 142 \ rpm$.

Nach Zhang [103] liegt der Grund für die unterschiedliche Ausprägung des Kavitationsgebietes in der Taschentiefe. Bei flachen Taschen ($h_{gr} = 5\mu m$, siehe Abb. 2-11a) haben neben dem hydrodynamischen Druck und der Schmierfilmtemperatur die Oberflächenrauigkeiten ebenfalls einen Einfluss auf die Strähnenbildung, während bei tiefen Taschen ($h_{gr} = 10\mu m$, siehe Abb. 2-11b) eine ungestörte Ausbildung der Gasregion erfolgen kann.

Für die Axiallagerung ergibt sich die generalisierte Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Zwei-Phasenmodell

$$0 = \frac{\partial}{r\partial r} \left(r\tilde{G} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\tilde{G} \frac{\partial p}{r\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\left[\tilde{F}_{CS} V_{\varphi S} + \tilde{F}_{CL} V_{\varphi L} \right] p \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t} \left(\tilde{F}_{\rho} p \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(\tilde{F}_{Z} p \right) ,$$

$$(2-78)$$

mit den Koeffizienten der Strömungsanteile und den Abkürzungen von Gl. 2-37

$$\begin{split} \tilde{G} &= \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \left[\tilde{I}_1 - \frac{\tilde{F}_1}{\tilde{F}_0} \tilde{I}_0 \right] dz, \quad \tilde{F}_{\rho} = \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D dz, \end{split}$$
(2-79)
$$\tilde{F}_{CS} &= \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} dz, \quad \tilde{F}_{CL} = \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \left(1 - \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} \right) dz,$$

$$\tilde{F}_Z &= -\int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \int_{z=0}^{z} \frac{1}{\eta_{liq} F_D} \int_{z=0}^{z} \rho_{liq} F_D \left[V_{\varphi S} \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} + V_{\varphi L} \left(1 - \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} \right) \right]^2 dz dz dz$$

$$+ \int_{z=0}^{h} \rho_{liq} F_D \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} \int_{z=0}^{h} \frac{1}{\eta_{liq} F_D} \int_{z=0}^{z} \rho_{liq} F_D \left[V_{\varphi S} \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} + V_{\varphi L} \left(1 - \frac{\tilde{I}_0}{\tilde{F}_0} \right) \right]^2 dz dz dz .$$

Die dazugehörige vereinfachte Reynolds-Gleichung lautet

$$0 = -\frac{\partial}{r\partial r} \left(r \frac{\rho_{liq}h^3}{12\eta_{liq}} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\frac{\rho_{liq}h^3}{12\eta_{liq}} \frac{\partial p}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\rho_{liq} h \frac{V_{\varphi S} + V_{\varphi L}}{2} F_D p \right) + \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho_{liq} h F_D p \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(\frac{\rho_{liq}^2h^3}{\eta_{liq}} \left(\frac{V_{\varphi S}^2}{40} + \frac{V_{\varphi S} V_{\varphi L}}{30} + \frac{V_{\varphi L}^2}{40} \right) F_D p \right) .$$
(2-80)

Ähnlich wie beim Radiallager tritt der hydrodynamische Druck bei allen Strömungsanteilen auf. Nachfolgend wird auf die numerische Implementierung der Differentialgleichung eingegangen.

2.3.3 Diskretisierung der Reynolds-Gleichung

Zur numerischen Auswertung der Gl.2-80 ist die Überführung in eine dimensionslose Form gemäß

$$H = \frac{h}{h_0}, R = \frac{r}{r_0}, Z = \frac{z}{h}, T = t \frac{|V_{\varphi 0}|}{r_0}, \bar{V}_{\varphi} = \frac{V_{\varphi S} + V_{\varphi L}}{2 |V_{\varphi 0}|}, P = p \frac{h_0^2}{\eta_0 |V_{\varphi 0}| r_0},$$
(2-81)
$$\bar{\rho} = \frac{\rho_{liq}}{\rho_0}, \bar{\eta} = \frac{\eta_{liq}}{\eta_0}, K_V = \frac{\rho_0 h_0^2}{\eta_0 r_0 |V_{\varphi 0}|} \left(\frac{V_{\varphi S}^2}{40} + \frac{V_{\varphi S} V_{\varphi L}}{30} + \frac{V_{\varphi L}^2}{40}\right), K_{CF} = \frac{\rho_0 h_0^2 |V_{\varphi 0}|}{\eta_0 r_0}$$

vorteilhaft, wobei K_V aufgrund der Umfangsgeschwindigkeiten der Lagerelemente variabel und somit ebenfalls an den Bilanzgrenzen des Kontrollvolumens auszuwerten ist. Bezüglich der Diskretisierung des Lösungsgebietes sind die im Norden und Süden liegenden Knoten entlang der Umfangsströmung und die im Osten und Westen befindlichen Knoten in radialer Richtung orientiert, vgl. Abb. 2-12.



Abbildung 2-12: Diskretisierung der Axiallagerung

Die Umsetzung der Entdimensionierungsvorschrift mit Einbeziehung von Gl.2-50 liefert die generalisierte Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation und Zentrifugalströmung

$$0 = \frac{\partial}{R\partial R} \left(R \,\bar{G} \frac{\partial P}{\partial R} \right) + \frac{\partial}{R\partial \varphi} \left(\bar{G} \frac{\partial P}{R\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{R\partial \varphi} \left(\left[\bar{F}_{CS} \frac{V_{\varphi S}}{|V_{\varphi 0}|} + \bar{F}_{CL} \frac{V_{\varphi L}}{|V_{\varphi 0}|} \right] P \right) + \frac{\partial}{\partial T} \left(\bar{F}_{\rho} P \right) + K_{CF} \frac{\partial}{R\partial R} \left(\bar{F}_{Z} P \right)$$
(2-82)

mit den Koeffizienten

$$\begin{split} \bar{G} &= H^{3} \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \left[\bar{I}_{1} - \frac{\bar{F}_{1}}{\bar{F}_{0}} \bar{I}_{0} \right] dZ , \quad \bar{F}_{\rho} = H \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} dZ , \qquad (2-83) \\ \bar{F}_{CS} &= H \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} dZ , \quad \bar{F}_{CL} = H \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \left(1 - \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} \right) dZ , \\ \bar{F}_{Z} &= -H^{3} \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \int_{Z=0}^{Z} \frac{1}{\bar{\eta} F_{D}} \int_{Z=0}^{Z} \bar{\rho} F_{D} \left[\frac{V_{\varphi S}}{|V_{\varphi 0}|} \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} + \frac{V_{\varphi L}}{|V_{\varphi 0}|} \left(1 - \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} \right) \right]^{2} dZ dZ dZ \\ &+ H^{3} \int_{Z=0}^{1} \bar{\rho} F_{D} \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} \int_{z=0}^{1} \frac{1}{\bar{\eta} F_{D}} \int_{Z=0}^{Z} \bar{\rho} F_{D} \left[\frac{V_{\varphi S}}{|V_{\varphi 0}|} \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} + \frac{V_{\varphi L}}{|V_{\varphi 0}|} \left(1 - \frac{\bar{I}_{0}}{\bar{F}_{0}} \right) \right]^{2} dZ dZ dZ . \end{split}$$

Die dimensionslose vereinfachte Reynolds-Gleichung ergibt sich analog zu

$$0 = -\frac{\partial}{R\partial R} \left(R \frac{\bar{\rho} H^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial R} \right) - \frac{\partial}{R\partial \varphi} \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial P}{R\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{R\partial \varphi} \left(\bar{\rho} H \bar{V}_{\varphi} F_D P \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial T} \left(\bar{\rho} H F_D P \right) + \frac{\partial}{R\partial R} \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right) .$$

$$(2-84)$$

In den nachfolgenden Erläuterungen wird näher auf die Diskretisierung der einzelnen Terme in Gl.2-84 eingegangen. Da ebenfalls Analogien zum Radiallager gegeben sind, erfolgt lediglich eine kompakte Zusammenfassung.

Poiseuille-Strömung

Die Anwendung der FVM erfolgt exemplarisch für die Poiseuille-Strömung in Umfangsrichtung. Nach Durchführung der Integration ergeben sich die am Kontrollvolumen einund ausfließenden druckinduzierten Massenströme gemäß

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{R\partial\varphi} \left(\frac{\bar{\rho}H^3}{12\eta} \frac{\partial P}{R\partial\varphi} \right) Rd\varphi dR = \left[\left(\frac{\bar{\rho}}{12\,\bar{\eta}} \frac{H^3}{R\partial\varphi} \right)_n - \left(\frac{\bar{\rho}}{12\,\bar{\eta}} \frac{H^3}{R\partial\varphi} \right)_s \right] \Delta R \quad (2-85)$$

$$= \left[\left(\frac{\bar{\rho}}{12\,\bar{\eta}} \right)_n \frac{P_N - P_C}{R_C \Delta\varphi} - \left(\frac{\bar{\rho}}{12\,\bar{\eta}} \right)_s \frac{P_C - P_S}{R_C \Delta\varphi} \right] \Delta R.$$

Die Einträge der Koeffizientenmatrix sind

$$0 = \Sigma_i A_{P,i} (P_C - P_i) \quad \text{mit} \quad i = W, S, N, E \quad \text{und}$$

$$A_{P,E/W} = \left(R \frac{\bar{\rho} H^3}{12 \bar{\eta}} \right)_{e/w} \frac{\Delta \varphi}{\Delta R} \quad \text{bzw.} \quad A_{P,N/S} = \left(\frac{\bar{\rho} H^3}{12 \bar{\eta}} \right)_{n/s} \frac{\Delta R}{R_C \Delta \varphi} .$$
(2-86)

Couette-Strömung

Die Diskretisierung der scherinduzierten Fluidströmung liefert formal die Terme

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{R \partial \varphi} \left(\bar{\rho} \, H \bar{V}_{\varphi} F_D \, P \right) R d\varphi dR = \left[\left(\bar{\rho} \, H \, \bar{V}_{\varphi} F_D \, P \right)_n - \left(\bar{\rho} H \, \bar{V}_{\varphi} \, F_D \, P \right)_s \right] \Delta R \,, \qquad (2-87)$$

wobei zwischen Druck- und Kavitationsgebiet über die Auswertung der Luftmassendifferenz zu unterscheiden ist. Mit Anwendung des Upwind-Schemas folgt an der Nordgrenze

$$\left(\bar{\rho} H \bar{V}_{\varphi} F_D P\right)_n \Delta R = \begin{cases} RHS \mid_n = \left(\bar{\rho} H \bar{V}_{\varphi}\right)_n \Delta R &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0 \\ A_{C,C} = \left(\bar{\rho} H \bar{V}_{\varphi}\right)_n F_{D C} \Delta R &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$
(2-88)

und an der Südgrenze

$$\left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_{\varphi}\,F_{D}\,P\right)_{s}\Delta R = \begin{cases} RHS\,|_{s} = \left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_{\varphi}\right)_{s}\Delta R &, \text{ für } L_{diff\,S} \leq 0\\ A_{C,S} = \left(\bar{\rho}H\,\bar{V}_{\varphi}\right)_{s}F_{D\,S}\Delta R &, \text{ für } L_{diff\,S} > 0 \end{cases}$$
(2-89)

Zusammenfassend weist die Koeffizientenmatrix der Couette-Strömung eine unsymmetrische und bidiagonale Bandstruktur der Form

$$0 = A_{C,C}P_C - A_{C,S}P_S + RHS|_n - RHS|_s$$
(2-90)

auf.

Verdrängungsströmung

Bezüglich der numerischen Implementierung der Verdrängungsströmung ist die selbe Vorgehensweise wie beim Radiallager anzuwenden. Dementsprechend ergeben sich ähnliche Ausdrücke, vgl Gl. 2-59 - Gl. 2-62. Der einzige Unterschied besteht in der Definition des Flächeninkrementes vom finiten Volumen. Die Integration der Verdrängungsströmung liefert die Terme

$$\int_{\Omega} \left(H' \bar{\rho} F_D P + H \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right) R d\varphi dR =$$

$$\left(H' \bar{\rho} F_D P + H \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right)_C R_C \Delta \varphi \Delta R .$$
(2-91)

Zur Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet ist die Luftmassendifferenz lediglich am Zentrumknoten auszuwerten

$$H'\bar{\rho} F_D P R_C \Delta \varphi \Delta R = \begin{cases} RHS_{H'} = \left(H'\bar{\rho}\right)_C R_C \Delta \varphi \Delta R &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0 \\ A_{H',C} = \left(H'\bar{\rho}\right)_C F_D C R_C \Delta \varphi \Delta R &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

$$(2-92)$$

$$H \bar{\rho} \frac{F_D P}{\Delta T} R_C \Delta \varphi \Delta R = \begin{cases} RHS_{\Delta T} = (H \bar{\rho})_C \frac{R_C \Delta \varphi \Delta R}{\Delta T} &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0 \\ A_{\Delta T,C} = (H \bar{\rho})_C F_{DC} \frac{R_C \Delta \varphi \Delta R}{\Delta T} &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

$$(2-93)$$

Da die Vergangenheit des Schmiermittels aus dem letzten Zeitschritt bekannt ist, wird diese der rechten Seite zugeordnet.

$$RHS_{\Delta T,alt} = (H \bar{\rho} F_{T-\Delta T})_C \frac{R_C \Delta \varphi \Delta R}{\Delta T}$$
(2-94)

Zusammenfassend ergeben sich die Hauptdiagonaleinträge und die rechte Seite

$$0 = \left(A_{H',C} + A_{\Delta T,C}\right) P_C + RHS_{H'} + RHS_{\Delta T} - RHS_{\Delta T,alt} .$$

$$(2-95)$$

Zentrifugalströmung

Die am Kontrollvolumen ein- und ausfließende Zentrifugalströmung ergibt sich über

$$\int_{\Omega} \frac{\partial}{R\partial R} \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right) R d\varphi dR = \left[\left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right)_e - \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right)_w \right] \Delta \varphi .$$
(2-96)

Als Kriterium zur Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet dient die Luftmassendifferenz am Zentrum und Westknoten, da das Schmiermittel vom Innen- zum Außenrand gefördert wird. Die Anwendung des Upwind-Schemas liefert die Einträge

$$\left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P\right)_e \Delta \varphi = \begin{cases} RHS |_e = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_e \Delta \varphi &, \text{ für } L_{diff C} \le 0\\ A_{Z,C} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_e F_{D C} \Delta \varphi &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

$$(2-97)$$

beim austretenden und

$$\left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P\right)_w \Delta \varphi = \begin{cases} RHS \mid_w = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_w \Delta \varphi &, \text{ für } L_{diff W} \le 0\\ A_{Z,W} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_w F_{DW} \Delta \varphi &, \text{ für } L_{diff W} > 0 \end{cases}$$

$$(2-98)$$

für den einfließenden Massenstrom.

Zusammenfassend weist die Koeffizientenmatrix der Zentrifugalströmung eine unsymmetrische bidiagonale Bandstruktur mit den Einträgen

$$0 = A_{Z,C}P_C - A_{Z,W}P_W + RHS|_e - RHS|_w$$
(2-99)

auf.

Es ist an dieser Stelle anzumerken, dass die Möglichkeit einer Diskretisierung der Zentrifugalströmung mit Berücksichtigung der Einflüsse des Druckgradienten ebenfalls besteht [104]. Dafür ist eine Erweiterung der angrenzenden Kontrollvolumen vorzunehmen, sodass neben den bereits vorhandenen Kontrollvolumen die im Nordosten, Südosten, Südwesten und Nordwesten liegenden Bilanzzentren in die Diskretisierung mit einzubeziehen sind. Da eingangs von einer über die Scherung des Fluids induzierten Zentrifugalströmung ausgegangen wurde, ist eine Erweiterung der betrachteten Bilanzzentren nicht notwendig.

2.4 Hydrodynamik bei kombinierten Lagerungen

In den vorangegangenen Kapiteln wurden die theoretischen Grundlagen zur Modellierung der Hydrodynamik bei Radial- und Axiallagern beschrieben. Damit besteht bereits die Möglichkeit, den Einfluss der Axiallagerung auf das Rotorverhalten zu untersuchen. Allerdings können die Eigenschaften vom Schublager nur bei separater Betrachtung der axialen Schmierfilme ausgewertet werden. Komplexere Systeme wie beispielsweise kombinierte Lagerungen lassen sich dadurch nur begrenzt abbilden, da der Ölaustausch zwischen den Schmierfilmen einen signifikanten Einfluss auf den Druckaufbau hat. Um die Lagereigenschaften detailliert zu erfassen, wird in diesem Kapitel auf die hydrodynamische Kopplung eingegangen. Die betrachteten Lagerungen sind in Abb. 2-13 dargestellt.



Abbildung 2-13: Schematische Darstellung hydrodynamisch gekoppelter Schmierfilme: Kompaktlagerung (links) und Schwimmscheibenlagerung (rechts)

Im Falle einer Kompaktlagerung wird das seitlich über die Ränder des Radiallagers abfließende Öl genutzt, um das Axiallager zu versorgen. Zudem bewirkt die Zentrifugalströmung einen radial gerichteten Fluidtransport, der eine Sogwirkung auf das Öl im Übergangsbereich ausübt und folglich das Schmiermedium in den axialen Spalt fördert. Nachteilig ist jedoch, dass aufgrund von dissipativen Effekten ein bereits vorgewärmtes Öl dem axialen Spalt zugeführt wird. Als konstruktive Maßnahme werden daher zusätzliche Zuführbohrungen vorgesehen, um eine ausreichende Versorgung mit Frischöl zu ermöglichen.

Die Konstruktion einer Schwimmscheibenlagerung sieht eine zusätzliche Scheibe zwischen Schubring und Gehäuse vor. Das Schmiermittel gelangt vom gehäuseseitigen Axiallager über den radialen Spalt zwischen Welle und Scheibe zum schubringseitigen axialen Spalt. Für einen günstigeren Ölaustausch zwischen den axialen Schmierfilmen können ebenfalls Verbindungsbohrungen innerhalb der Scheibe vorgesehen werden. Diese Lagerkonstruktion wird unter anderem eingesetzt, um hohe Schiefstellungen des Rotors auszugleichen. Anstelle eines einzelnen axialen Schmierfilms erfolgt der Winkelausgleich über zwei axial angeordnete Ölfilme. Ein weiterer Vorteil wird ersichtlich, wenn die Schmierfilmdissipation bzw. die Scherung des Fluids betrachtet wird. Hierbei gilt, je größer die Differenzgeschwindigkeit zwischen Scheibe und Gehäuse ist, desto stärker wird das Öl geschert und folglich zunehmend erwärmt. Unter der Annahme eines einzelnen Axiallagers sind hohe Scherraten und demzufolge Erwärmungen des Fluids zu erwarten, da als Randbedingungen der Strömung die Kinematik des Gehäuses und der Welle eingehen. Demgegenüber teilt sich die Dissipation bei Schwimmscheibenlagerungen auf zwei axiale Schmierfilme auf. Beim gehäuseseitigen Schmierfilm wird die Dissipation des Fluids über die Schwimmscheibendrehzahl bestimmt, während beim schubringseitigen Ölfilm die Differenz zwischen Wellen- und Scheibendrehzahl eingeht. Somit weist die Lagerkonstruktion bei ausreichender Schmiermittelversorgung eine geringere Erwärmung im Vergleich zu einem einzelnen Axiallager auf. Des Weiteren können bei Schwimmscheibenkonstruktionen höhere Öldurchsätze im Vergleich zum einzelnen Schmierfilm erreicht werden, was sich ebenfalls günstig auf die thermischen Eigenschaften auswirkt.

2.4.1 Diskretisierung der Reynolds-Gleichung

Die Vorgehensweise zur Kopplung von axialen und radialen Schmierfilmen wird anhand einer Schwimmscheibenlagerung beschrieben. Im Falle einer Kompaktlagerung ist die Vorgehensweise analog, lediglich die kinematischen Zustände der Lagerelemente ändern sich. Als Lagerkonstruktion werden zwei Axiallager betrachtet, die sich in unmittelbarer Nähe zum radialen Spalt befinden, vgl. Abb. 2-14. Die Annahme von direkt angrenzenden Schmierspalten hat zur Folge, dass der vom Radiallager abfließende Massenstrom als Ölzufuhr für das Axiallager dient.



Abbildung 2-14: Diskretisierung des Lösungsgebietes beim radialen und axialen Schmierspalt. Die Schmierfilmkoordinaten für die axialen Spalte sind $(r_{1/2}, \varphi_{1/2}, z_{1/2})$ und für den radialen Ölfilm (x, y, z).

Innerhalb der Lösungsgebiete wird die bereits in Kap. 2.2.5 und Kap. 2.3.3 beschriebene Finite-Volumen-Methode zur Lösung der Reynolds-Gleichung für den radialen und axialen Spalt angewendet. Bei der Diskretisierung einer kombinierten Lagerung ist zu beachten, dass die Anzahl der Umfangsknoten für den radialen und axialen Schmierspalt gleich sein müssen. Somit sind für die nachfolgenden Bilanzierungen der Massenströme keine Interpolationen der Knotenzustände notwendig.

Zur Beschreibung der hydrodynamischen Kopplung wird näher auf den Übergang zwischen Radial- und Axiallager eingegangen. Eine detailliertere Darstellung der Diskretisierung ist in Abb. 2-15 zu finden. Die Bilanzgrenzen des hybriden finiten Volumens befinden sich zur einen Hälfte im axialen und zur anderen Hälfte im radialen Schmierspalt. Um eine exakte Integration über die Größe des hybriden Volumens durchführen zu können, wird eine Aufteilung des Kontrollvolumens vorgenommen. Die Kopplung basiert hierbei auf eine Bilanzierung der ein- und ausfließenden Massenströme im Übergangsbereich. Die betrachteten Fluidströmungen sind als blaue Pfeile dargestellt. Für die numerische Implementierung wird ein über die Ränder des Radiallagers abfließender und somit ein zum Axiallager zufließender Massenstrom betrachtet. Das Ziel der Implementierung besteht in der Abbildung des Gesamtlagers als vollständig gekoppeltes System. Der hydrodynamische Druck und der Druckgradient können sich am Übergangsbereich frei einstellen. Des Weiteren können Methoden zur Steigerung der Konvergenzgeschwindigkeit bei der Lösung des Gleichungssystems umgesetzt werden.



Abbildung 2-15: Diskretisierung der Übergangsbereiche. Zur Kopplung beider Schmierfilme werden die Massenströme am hybriden finiten Volumen (gestricheltes Kontrollvolumen) ausgewertet. Die betrachteten Massenströme sind über die blauen Pfeile dargestellt.

In den nachfolgenden Abschnitten wird die Implementierung der Reynolds-Gleichung Gl.2-51 und Gl.2-84 unter Berücksichtigung masseerhaltender Kavitation beim Übergangsbereich erläutert. Aufgrund der Benennung der Bilanzzentren und der damit verbundenen Zuordnung der Einträge im Gesamtgleichungssystem ist eine Unterscheidung zwischen linkem und rechtem Übergangsbereich vorzunehmen. Dies betrifft vor allem die Einträge zur Abbildung der Poiseuille-Strömung in Lagerbreiten bzw. radialer Richtung und der Zentrifugalströmung. Detailliertere Erläuterungen zur Zuordnung der Einträge in die Koeffizientenmatrix können Kap. 2.4.1.5 entnommen werden. Zur Unterscheidung der Schmierspalte wird der Index "JB" für das Radiallager und "Ax" für das Axiallager eingeführt.

2.4.1.1 Poiseuille- und Couette-Strömung in Umfangsrichtung

Für die Ermittlung der Fluidströmungen in Umfangsrichtung muss keine Unterscheidung zwischen rechtem und linkem Übergangsbereich vorgenommen werden, da die Benennung der nördlichen und südlichen Bilanzzentren gleich bleibt. Bezüglich der Öleigenschaften werden innerhalb des Hybridvolumens gleiche Zustände am Lagerrand angenommen, weil die Schmierspalte in unmittelbarer Nähe sind und identische Temperaturen auftreten. Aufgrund der einheitlichen Diskretisierung in Umfangsrichtung gilt zudem $\Delta X = \Delta \varphi R$. Für Lagerkonstruktionen mit nicht unmittelbar angrenzenden radialen bzw. axialen Schmierspalten ist die Annahme von gleichen Schmierstoffeigenschaften jedoch nicht zulässig. Abhilfe schafft hierbei eine separate Betrachtung der Hydrodynamik in den einzelnen Schmierspalten.

Poiseuille-Strömung in Umfangsrichtung

Da sich das hybride Volumen anteilig im radialen und axialen Schmierspalt befindet, sind die Massenströme separat zu integrieren und anschließend zu einem Gesamtmassenstrom zusammenzufassen. Die Poiseuille-Strömung in Umfangsrichtung \dot{M}_{PUges} ist somit

$$\dot{M}_{P U ges} = \int_{\Omega_{JB}} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) dX dY + \int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R \partial \varphi} \left(\frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \eta} \frac{\partial P}{R \partial \varphi} \right) R d\varphi dR \,. \quad (2-100)$$

Zur Approximation der Druckgradienten an den Bilanzgrenzen wird eine Zentraldifferenz angewendet. Die Durchführung der Integration über die Teilvolumina liefert die Terme

$$\int_{\Omega_{JB}} \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial X} \right) dX dY = \left[\left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_n \frac{P_N - P_C}{\Delta X} - \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_s \frac{P_C - P_S}{\Delta X} \right] \frac{\Delta Y}{2}$$
(2-101)

und

$$\int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R\partial\varphi} \left(\frac{\bar{\rho}H_{Ax}^3}{12\bar{\eta}} \frac{\partial P}{R\partial\varphi} \right) Rd\varphi dR = \left[\left(\frac{\bar{\rho}H_{Ax}^3}{12\bar{\eta}} \right)_n \frac{P_N - P_C}{R_C \Delta\varphi} - \left(\frac{\bar{\rho}H_{Ax}^3}{12\bar{\eta}} \right)_s \frac{P_C - P_S}{R_C \Delta\varphi} \right] \frac{\Delta R}{2}.$$
(2-102)

Auf Gleichungssystemebene ergeben sich die Einträge

$$0 = (A_{PU,N} + A_{PU,S}) P_C - A_{PU,N} P_N - A_{PU,S} P_S \quad \text{mit}$$

$$A_{PU,N/S} = \left(\frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_{n/s} \frac{\Delta R}{2R_C \Delta \varphi} + \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_{n/s} \frac{\Delta Y}{2\Delta X} .$$

$$(2-103)$$

Couette-Strömung in Umfangsrichtung

Die Integration der Scherströmung in Umfangsrichtung M_{CUges} erfolgt ebenfalls separat für jedes Teilvolumen. Neben dem Schmierspalt sind die dimensionslosen Ölgeschwindigkeiten \bar{V}_{φ} für das Axiallager und \bar{V}_x für das Radiallager zu beachten. Die Scherströmung am Übergangsbereich wird über

$$\dot{M}_{C U ges} = \int_{\Omega_{JB}} \frac{\partial}{\partial X} \left(\bar{\rho} H_{JB} \bar{V}_x F_D P \right) dX dY + \int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R \partial \varphi} \left(\bar{\rho} H_{Ax} \bar{V}_{\varphi} F_D P \right) R d\varphi dR$$

$$(2-104)$$

$$= \left(\bar{\rho} H_{JB} \bar{V}_x F_D P \frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho} H_{Ax} \bar{V}_{\varphi} F_D P \frac{\Delta R}{2} \right) \Big|_s^n$$

ermittelt.

Weiterhin ist eine Unterscheidung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet vorzunehmen. Aufgrund der Strömungsrichtung wird die Luftmassendifferenz nach Gl. 2-33 am Zentrum und am südlich gelegenen Knoten ausgewertet. Die Anwendung des Upwind-Schemas führt beim ausfließenden Massenstrom zu den Termen

$$\left(\bar{\rho}H_{JB}\,\bar{V}_{x}\,F_{D}\,P\frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho}H_{Ax}\,\bar{V}_{\varphi}\,F_{D}\,P\frac{\Delta R}{2}\right)\Big|_{n} \tag{2-105}$$

$$= \begin{cases}
RHS|_{n} = \left(\bar{\rho}\,H_{JB}\,\bar{V}_{x}\frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho}\,H_{Ax}\,\bar{V}_{\varphi}\frac{\Delta R}{2}\right)_{n} , \text{ für } L_{diff\,C} \leq 0 \\
A_{CU,C} = \left[\left(\bar{\rho}\,H_{JB}\,\bar{V}_{x}\frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho}\,H_{Ax}\,\bar{V}_{\varphi}\frac{\Delta R}{2}\right)_{n}\right]F_{D\,C} , \text{ für } L_{diff\,C} > 0
\end{cases}$$

und beim einfließenden ergibt sich

$$\left(\bar{\rho} H_{JB} \, \bar{V}_x \, F_D \, P \frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho} H_{Ax} \, \bar{V}_\varphi \, F_D \, P \frac{\Delta R}{2} \right) \bigg|_s$$

$$= \begin{cases} RHS \, |_s = \left(\bar{\rho} \, H_{JB} \, \bar{V}_x \frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho} \, H_{Ax} \, \bar{V}_\varphi \frac{\Delta R}{2} \right)_s &, \text{ für } L_{diff \, S} \leq 0 \\ A_{CU, \, S} = \left[\left(\bar{\rho} \, H_{JB} \, \bar{V}_x \frac{\Delta Y}{2} + \bar{\rho} \, H_{Ax} \, \bar{V}_\varphi \frac{\Delta R}{2} \right)_s \right] F_{D \, S} , \text{ für } L_{diff \, S} > 0 \end{cases}$$

$$(2-106)$$

Zusammenfassend ergeben sich auf Gleichungssystemebene die Einträge

$$0 = A_{CU,C}P_C - A_{CU,S}P_S + RHS|_n - RHS|_s \quad .$$
(2-107)

2.4.1.2 Verdrängungsströmung

Bei kombinierten Lagerungen kann die Verdrängung des Schmiermittels sowohl über das Axiallager, durch eine axiale Bewegung der Scheibe, als auch über das Radiallager, durch eine Verlagerung der Welle, hervorgerufen werden. Beide Effekte führen zu einem hydrodynamischen Druckaufbau im Übergangsbereich, allerdings ist die Kinematik des Rotors unterschiedlich. Ausgehend von der in Kap. 2.2.5 und Kap. 2.3.3 beschriebenen Vorgehensweise zur Diskretisierung der Verdrängungsströmung folgt der Massenstrom $\dot{M}_{V ges}$ über

$$\dot{M}_{V ges} = \int_{\Omega_{JB}} \left(H'_{JB} \bar{\rho} F_D P + H_{JB} \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right) dX dY$$

$$+ \int_{\Omega_{Ax}} \left(H'_{Ax} \bar{\rho} F_D P + H_{Ax} \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right) R d\varphi dR$$

$$= \left(H'_{JB} \bar{\rho} F_D P + H_{JB} \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right)_C \frac{\Delta X \Delta Y}{2}$$

$$+ \left(H'_{Ax} \bar{\rho} F_D P + H_{Ax} \bar{\rho} \frac{F_D P - F_{T-\Delta T}}{\Delta T} \right)_C R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2} .$$
(2-108)

Unter der Annahme eines Kavitationsgebietes im Zentrum des betrachteten Kontrollvolumens ist das 1^{st} Order Upwind Schema zur Stabilisierung der Lösung anzuwenden. Die Diskretisierung der Verdrängungsströmung bei zeitlicher Änderung des Schmierspalts liefert somit

$$H'_{JB}\bar{\rho} F_D P \frac{\Delta X \Delta Y}{2} + H'_{Ax}\bar{\rho} F_D P R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2}$$

$$= \begin{cases} RHS_{H'} = \left(H'_{JB}\bar{\rho}\right)_C \frac{\Delta X \Delta Y}{2} + \left(H'_{Ax}\bar{\rho}\right)_C R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2} &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0 \\ A_{H',C} = \left[\left(H'_{JB}\bar{\rho}\right)_C \frac{\Delta X \Delta Y}{2} + \left(H'_{Ax}\bar{\rho}\right)_C R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2}\right] F_{DC} &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

$$(2-109)$$

Anschließend ist auf die zeitliche Änderung des Füllgrads einzugehen. Die Einträge in der Koeffizientenmatrix und der rechten Seite ergeben sich über

$$H_{JB} \bar{\rho} \frac{F_D P}{\Delta T} \frac{\Delta X \Delta Y}{2} + H_{Ax} \bar{\rho} \frac{F_D P}{\Delta T} R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2}$$
(2-110)
$$= \begin{cases} RHS_{\Delta T} = (H_{JB} \bar{\rho})_C \frac{\Delta X \Delta Y}{2\Delta T} + (H_{Ax} \bar{\rho})_C R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2\Delta T} &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0 \\ A_{\Delta T,C} = \left[(H_{JB} \bar{\rho})_C \frac{\Delta X \Delta Y}{2\Delta T} + (H_{Ax} \bar{\rho})_C R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2\Delta T} \right] F_{DC} &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

Weiterhin wird der bereits bekannte Füllgrad der Vergangenheit der rechten Seite des Gleichungssystems

$$RHS_{\Delta T,alt} = (H_{JB} \,\bar{\rho} \,F_{T-\Delta T})_C \,\frac{\Delta X \Delta Y}{2\Delta T} + (H_{Ax} \,\bar{\rho} \,F_{T-\Delta T})_C \,R_C \frac{\Delta \varphi \Delta R}{2\Delta T}$$
(2-111)

zugeordnet.

Zusammenfassend ergeben sich auf Gleichungssystemebene die Hauptdiagonaleinträge und rechte Seite

$$0 = \left(A_{H',C} + A_{\Delta T,C}\right) P_C + RHS_{H'} + RHS_{\Delta T} - RHS_{\Delta T,alt} .$$

$$(2-112)$$

2.4.1.3 Hydrodynamische Kopplung über die Poiseuille-Strömung

Für die hydrodynamische Kopplung der Schmierfilme ist die Poiseuille- und Zentrifugalströmung in radialer bzw. Lagerbreitenrichtung zu beachten. Hierbei ist eine Unterscheidung zwischen rechtem und linkem Lagerrand vorzunehmen, da die Zuordnung der Einträge in die Koeffizientenmatrix unterschiedlich ist, vgl. Abb. 2-15.

Poiseuille-Strömung - am linken Lagerrand

Zur Kopplung der Fluidströmungen im Übergangsbereich werden die im Axial- und Radiallager befindlichen hybriden Teilvolumen separat betrachtet. Beim Teilvolumen im radialen Schmierspalt erfolgt die Approximation des Druckgradienten vom abfließenden Massenstrom über einen Vorwärtsdifferenzenquotienten, weshalb der Knotenabstand ΔR und der Druck vom Knoten P_{E1} mit eingeht. Für die Ermittlung des Druckgradienten beim einfließenden Massenstrom ist eine Zentraldifferenz ausreichend. Aus der Bilanzierung der am linken Lagerrand und innerhalb des radialen Schmierspalts auftretenden Massenströme folgt

$$\int_{\Omega_{JB}} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) dX dY$$

$$= \left[\left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_c \frac{P_{E1} - P_C}{\Delta R} - \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_e \frac{P_C - P_E}{\Delta Y} \right] \frac{\Delta X}{2} .$$
(2-113)

Zwar ist mit Gl. 2-113 bereits eine Kopplung zwischen Radial- und Axiallager gegeben, allerdings beruht diese nur auf der im Radiallager befindlichen Hälfte des hybriden Volumens. Somit kann lediglich ein am radialen Spalt abfließender Massenstrom abgebildet werden, der von der Druckverteilung des Axiallagers abhängig ist. Die Axiallagerung hat allerdings noch keine Informationen über den vom Radiallager stammenden Massenstrom. Aus diesem Grund ist die zweite Hälfte vom hybriden Volumen zu betrachten.

Zur Abbildung des am axialen Spalt einfließenden Massenstromes wird ein Rückwärtsdifferenzenquotient beim Druckgradienten umgesetzt, womit das Inkrement vom Radiallager ΔY und der Druck P_E eingeht. Folglich ist eine Abhängigkeit zum Radiallager gegeben. Demgegenüber ist ein Zentraldifferenzquotient beim ausfließenden Massenstrom ausreichend. Aus der Bilanzierung der Ströme folgt

$$\int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R\partial R} \left(R \frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial R} \right) R d\varphi dR$$

$$= \left[\left(R \frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}} \right)_e \frac{P_{E1} - P_C}{\Delta R} - \left(R \frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}} \right)_c \frac{P_C - P_E}{\Delta Y} \right] \frac{\Delta \varphi}{2} .$$
(2-114)

Auf Gleichungssystemebene sind die Einträge innerhalb der betrachteten Zeile für die Axiallagerung zuzuordnen, wobei der Koeffizient von P_{E1} die Kopplung zum Axiallager und von P_E zum Radiallager beinhaltet. Es ergeben sich die Koeffizienten

$$0 = (A_{PL,E1} + A_{PL,E}) P_C - A_{PL,E1} P_{E1} - A_{PL,E} P_E \text{ mit}$$

$$A_{PL,E1} = \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_c \frac{\Delta X}{2\Delta R} + \left(R\frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_e \frac{\Delta \varphi}{2\Delta R}$$

$$A_{PL,E} = \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_e \frac{\Delta X}{2\Delta Y} + \left(R\frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_c \frac{\Delta \varphi}{2\Delta Y} .$$
(2-115)

Poiseuille-Strömung - am rechten Lagerrand

Die gleiche Vorgehensweise ist ebenfalls für den rechten Lagerrand vorzunehmen. Der wesentliche Unterschied besteht in der Zuordnung der Einträge in die Systemmatrix. Die Diskretisierung der Poiseuille-Strömung liefert für den radialen Schmierspalt

$$\int_{\Omega_{JB}} \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \frac{\partial P}{\partial Y} \right) dX dY$$

$$= \left[\left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_c \frac{P_{E2} - P_C}{\Delta R} - \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \,\bar{\eta}} \right)_w \frac{P_C - P_W}{\Delta Y} \right] \frac{\Delta X}{2}$$
(2-116)

und für den axialen Schmierspalt

$$\int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R\partial R} \left(R \frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12\eta} \frac{\partial P}{\partial R} \right) R d\varphi dR$$

$$= \left[\left(R \frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}} \right)_e \frac{P_{E2} - P_C}{\Delta R} - \left(R \frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}} \right)_c \frac{P_C - P_W}{\Delta Y} \right] \frac{\Delta \varphi}{2}.$$
(2-117)

Auf Gleichungssystemebene ergeben sich die Einträge

$$0 = (A_{PR,E2} + A_{PR,W}) P_C - A_{PR,E2} P_{E2} - A_{PR,W} P_W \quad \text{mit}$$

$$A_{PR,E2} = \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_c \frac{\Delta X}{2\Delta R} + \left(R\frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_e \frac{\Delta \varphi}{2\Delta R}$$

$$A_{PR,W} = \left(\frac{\bar{\rho} H_{JB}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_w \frac{\Delta X}{2\Delta Y} + \left(R\frac{\bar{\rho} H_{Ax}^3}{12 \bar{\eta}}\right)_c \frac{\Delta \varphi}{2\Delta Y} ,$$
(2-118)

wobei der Koeffizient von P_W eine Kopplung zum Radiallager und von P_{E2} zum Axiallager ermöglicht.

2.4.1.4 Hydrodynamische Kopplung über die Zentrifugalströmung

Abschließend ist auf die Zentrifugalströmung im Übergangsbereich einzugehen. Der Massenstrom in Folge der Fluidträgheit tritt dabei nur im axialen Spalt auf, da beim radialen Schmierspalt ein über die Spalthöhe konstanter Druck angenommenen wurde und Fluidträgheiten vernachlässigt werden.

Zentrifugalströmung - am linken Lagerrand

Die Integration über das Teilvolumen am linken Rand liefert formal die Terme

$$\int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R\partial R} \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right) R d\varphi dR$$

$$= \left[\left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right)_{e1} - \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right)_{c} \right] \frac{\Delta \varphi}{2} ,$$
(2-119)

wobei die Luftmassendifferenz am Zentrum P_C und am östlichen Knoten P_E auszuwerten ist. Mit Umsetzung des Upwind Schemas folgt für den abfließenden Massenstrom

$$\left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P\right)_{e1} \frac{\Delta\varphi}{2} = \begin{cases} RHS \mid_{e1} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_{e1} \frac{\Delta\varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0\\ A_{Z,C} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_{e1} F_{D C} \frac{\Delta\varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

$$(2-120)$$

und zufließenden Massenstrom am Lagerrand

$$\left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P\right)_c \frac{\Delta \varphi}{2} = \begin{cases} RHS \mid_c = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_c \frac{\Delta \varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff E} \leq 0\\ A_{Z,E} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_c F_{D E} \frac{\Delta \varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff E} > 0 \end{cases}$$

$$(2-121)$$

Auf Gleichungssystemebene ergeben sich die Einträge

$$0 = A_{Z,C}P_C - A_{Z,E}P_E + RHS|_{e1} - RHS|_c \quad .$$
(2-122)

Zentrifugalströmung - am rechten Lagerrand

Die Vorgehensweise ist Analog zur Zentrifugalströmung am linken Lagerrand, nur mit dem Unterschied, dass nun die Luftmassendifferenz am westlichen Knoten als Kriterium eingeht. Die Anwendung der FVM liefert die Terme

$$\int_{\Omega_{Ax}} \frac{\partial}{R\partial R} \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right) R d\varphi dR$$

$$= \left[\left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right)_{e2} - \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P \right)_c \right] \frac{\Delta \varphi}{2},$$
(2-123)

mit den Koeffizienten für den abfließenden Massenstrom

$$\left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P\right)_{e2} \frac{\Delta\varphi}{2} = \begin{cases} RHS \mid_{e2} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_{e2} \frac{\Delta\varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff C} \leq 0\\ A_{Z,C} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_{e2} F_{D C} \frac{\Delta\varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff C} > 0 \end{cases}$$

$$(2-124)$$

und zufließenden Massenstrom am Lagerrand

$$\left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V F_D P\right)_c \frac{\Delta \varphi}{2} = \begin{cases} RHS \mid_c = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_c \frac{\Delta \varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff W} \le 0\\ A_{Z,W} = \left(\frac{\bar{\rho}^2 H_{Ax}^3}{\bar{\eta}} K_V\right)_c F_{D W} \frac{\Delta \varphi}{2} &, \text{ für } L_{diff W} > 0 \end{cases}$$

$$(2-125)$$

Auf Gleichungssystemebene ergeben sich die Einträge

$$0 = A_{Z,C}P_C - A_{Z,W}P_W + RHS|_{e^2} - RHS|_c . (2-126)$$

Nachdem die Koeffizienten für die Umfangsströmung am Hybridelement und zur Kopplung zu den radialen und axialen Schmierspalten ermittelt worden sind, wird nachfolgend auf die Einordnung in die Gesamtsystemmatrix näher eingegangen.

2.4.1.5 Zusammenfassung

In den vorangegangenen Kapiteln wurden die Einträge der Koeffizientenmatrix ermittelt, sodass in diesem Abschnitt näher auf die Zuordnung in der Gesamtmatrix eingegangen werden kann, vgl. Abb. 2-16. Hierbei ist zu beachten, dass die Kopplung zwischen dem Hybridelement und der Radial- und Axiallagerung innerhalb der Freiheitsgrade der Axiallager erfolgt. Die ebenfalls am Lagerrand allerdings dem Radiallager zugeordneten Freiheitsgrade werden durch Anwendung der Penalty-Methode den Innenrandknoten des Axiallagers gleichgesetzt. Somit muss keine Änderung der Dimension des Gesamtgleichungssystems bei gekoppelter und separater Betrachtung der Schmierspalte vorgenommen werden. Die in Abb. 2-16 grau markierten Bereiche stellen die Zeilen und Spalten zur Kopplung zwischen Hybridelement und radialen bzw. axialen Schmierspalt dar.



Abbildung 2-16: Gesamtgleichungssystem mit hydrodynamischer Kopplung zwischen Radial- und Axiallager

Für die innerhalb des Axiallagers liegenden Bilanzzentren (blau W_1 und braun W_2) sind keine Anpassungen der Einträge sowie der Zeilen- und Spaltenindizierungen vorzunehmen, da die am Hybridelement radial angrenzenden Kontrollvolumen bereits über die Westeinträge mit dem Innenrand verknüpft sind. Wie eingangs erwähnt, sind die Koeffizienten des Hybridelementes den Freiheitsgraden des inneren Axiallagerrandes zugeordnet. Ebenfalls müssen die Einträge beim Radiallager nicht erneut berechnet werden, lediglich die Spaltenindizierung ist anzupassen (grün W und grün E). Somit sind die Bilanzzentren vom Radial- und Axiallager bereits mit dem Hybridelement hydrodynamisch gekoppelt. Zur Implementierung eines vollständig gekoppelten Systems ist nachfolgend auf die Zuordnung der Einträge vom linken und rechten Hybridelement einzugehen. Zunächst wird der linke Lagerrand betrachtet. Die Bilanzierung der am Hybridvolumen ein- und ausfließenden Massenströme ist über

$$0 = \left(A_{PU,N} + A_{PU,S} + A_{CU,C} + A_{H',C} + A_{\Delta T,C} + A_{PL,E1} + A_{PL,E} + A_{Z,C}\right) P_C - A_{PU,N} P_N - \left(A_{PU,S} + A_{CU,S}\right) P_S - A_{PL,E1} P_{E1} - \left(A_{PL,E} + A_{Z,E}\right) P_E + RHS_L (2-127)$$

abgebildet. Die Einträge der Poiseuille- A_{PU} und Couette-Strömung A_{CU} in Umfangsrichtung beinhalten die Wechselwirkung zwischen den Hybridvolumen und werden innerhalb der Systemmatrix dem Zentrum sowie dem nördlich bzw. südlich gelegenen Knoten zugeordnet, siehe Kap. 2.4.1.1 und Kap. 2.4.1.2. Innerhalb von Abb. 2-16 sind die Koeffizienten der Umfangsströmung über einen dickeren gelben Strich entlang der Hauptdiagonale idealisiert zusammenfassend dargestellt. Die hydrodynamische Kopplung zwischen Hybridvolumen und Radial- bzw. Axiallager erfolgt über die Einträge E_1 und E, siehe Kap. 2.4.1.3 und Kap. 2.4.1.4. Diese setzen sich aus der Poiseuille- A_{PL} und Zentrifugalströmung A_Z zusammen.

Eine ähnliche Struktur weisen die Einträge des Hybridelementes am rechten Rand mit

$$0 = \left(A_{PU,N} + A_{PU,S} + A_{CU,C} + A_{H',C} + A_{\Delta T,C} + A_{PR,W} + A_{PR,E2} + A_{Z,C}\right) P_C - A_{PU,N} P_N - \left(A_{PU,S} + A_{CU,S}\right) P_S - A_{PR,E2} P_{E2} - \left(A_{PR,W} + A_{Z,W}\right) P_W + RHS_R (2-128)$$

auf, wobei die Umfangsströmungen erneut in Abb. 2-16 über einen dickeren braunen Strich entlang der Hauptdiagonale zusammengefasst sind. Die Wechselwirkung zum Radiallager ist über den Koeffizienten P_W und zum Axiallager P_{E2} berücksichtigt.

2.4.2 Axiale Kopplung der Schmierfilme

Des Weiteren kann die Schwimmscheibe Verbindungsbohrungen enthalten, um einen günstigeren Ölaustausch zwischen den axialen Schmierspalten zu ermöglichen. Zur Modellierung der Rohrströmung werden die in Kap. 2.2.4 getroffenen Annahmen übernommen, jedoch mit der weiteren Vereinfachung einer vernachlässigten Zentrifugalträgheit. Im Betrieb der Schwimmscheibe würde die Fluidträgheit zu einer ungleichmäßigen Druckverteilung innerhalb des Bohrungsquerschnittes führen, da die radial weiter außen liegenden Ölmengen eine größere Zentrifugalbeschleunigung erfahren würden als jene Mengen, die innen liegen. Demgegenüber wird bei Vernachlässigung der Zentrifugalträgheit ein konstanter Druck über den gesamten Querschnitt abgebildet. Ein Schmiermittelaustausch zwischen den axialen Spalten findet statt, wenn eine Druckdifferenz über die Bohrungslänge vorliegt. Als Grundlage für die Modellierung der Fluidströmung dient Abb. 2-17.


Abbildung 2-17: Koordinatensystem zur Beschreibung der Fluidströmung in der Verbindungsbohrung einer Schwimmscheibe.

Ausgehend von der vereinfachten Navier-Stokes Gl. 2-39 mit vernachlässigter Fluidträgheit kann die Strömung innerhalb der Bohrung durch

$$v_z(r) = \frac{r^2 - r_b^2}{4\eta} \frac{p_2 - p_1}{l_B}$$
(2-129)

ermittelt werden, wobei p_1 der Druck vom linken und p_2 vom rechten Axiallager ist.

Die Integration der Fluidgeschwindigkeit über den Bohrungsquerschnitt liefert den Massenstrom zur Kopplung beider Schmierfilme. Um diesen für die Reynolds-Gleichung zugänglich zu machen, bezieht sich der Massenstrom auf die Bohrungsfläche

$$\dot{\tilde{m}} = \frac{1}{A} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{r_b} \rho \, v_z \, r dr d\varphi = \frac{r_b^2}{8} \frac{\rho_{liq}}{\eta_{liq}} \frac{p_1 - p_2}{l_B} \,. \tag{2-130}$$

Die Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Zwei-Phasenmodell lautet

$$0 = \frac{\partial}{r\partial r} \left(r\tilde{G} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\tilde{G} \frac{\partial p}{r\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{r\partial \varphi} \left(\left[\tilde{F}_{CS} V_{\varphi S} + \tilde{F}_{CL} V_{\varphi L} \right] p \right)$$

$$+ \frac{\partial}{\partial t} \left(\tilde{F}_{\rho} p \right) + \frac{\partial}{r\partial r} \left(\tilde{F}C p \right) \pm \dot{\tilde{m}} .$$

$$(2-131)$$

2.5 Einbettung der Hydrodynamik in ein Zeitintegrationsschema

Für die Ermittlung der Lagerkräfte bei transienten Vorgängen ist die Reynolds-Gleichung innerhalb einer Zeitintegration zu lösen. Als Lösungsstrategie bieten sich verschiedene Möglichkeiten wie die Fix-Punkt-Iteration, das Newton-Raphson-Verfahren oder das Bogenlängen-Verfahren an. Aufgrund der einfacheren Implementierung und der quadratischen Konvergenzgeschwindigkeit wird innerhalb dieser Arbeit das Newton-Raphson-Verfahren gewählt. Als Resultat ist die Druckverteilung im Gleitlager bekannt. Um rotordynamische Systeme unter transienten Belastungen zu untersuchen, sind Zeitintegration notwendig. Zur Durchführung der Zeitintegration stehen dabei verschiedene Möglichkeiten wie das Erstellen von Kennfeldlösungen [105] oder die Durchführung von Co-Simulationen [83, 106–109] bzw. online Lösungen [3, 63, 66, 110] zur Verfügung.

Innerhalb einer Kennfeldlösung wird die Reynolds-Gleichung an vorgegebenen Betriebspunkten des Lagers (Stützstellen) bereits vor Beginn der Zeitintegration gelöst und die resultierenden Größen, wie beispielsweise die Lagerkräfte und -momente, als Kennfeld abgelegt. Anschließend ist die Zeitintegration durchzuführen, worin die zum aktuellen Betriebspunkt des Lagers resultierenden Reaktionsgrößen durch Interpolation der Tabellenwerte ermittelt werden. Die Vorgehensweise zeichnet sich vor allem durch geringe Rechenzeiten bei der Durchführung der Zeitintegration aus. Nachteilig ist jedoch die begrenzte Abbildungsgüte der hydrodynamischen Lagerung, da mit zunehmenden Detaillierungsgrad die Größe des Kennfeldes und die Komplexität des Systems steigen. Die Komplexität folgt aus der Tatsache, dass neben den kinematischen Größen der Welle und des Gehäuses weitere Einflussgrößen zu berücksichtigen sind. Beispielsweise ist mit dem Auftreten von Ausgasvorgängen der hydrodynamische Druck sowohl vom aktuellen als auch vom zeitlich zurückliegenden Betriebspunkt abhängig. Der Zusammenhang ist über die Verdrängungsströmung gegeben. Weiterhin sind bei Erweiterungen des Modells hinsichtlich der im Lager auftretenden thermodynamischen Prozesse die Wechselwirkungen zwischen Thermo- und Hydrodynamik zu beachten. Die geschilderten Beispiele zeigen, dass die Kennfeldlösung lediglich bei vereinfachten Lagermodellen und quasi-stationären Simulationen eingesetzt werden kann. Für eine detailliertere Abbildung der Gleitlagerung und für instationäre Vorgänge bedarf es der Lösung der Reynolds-Gleichung innerhalb der Zeitintegration.

Co-Simulationen zeichnen sich durch ein paralleles Lösen mehrerer transienter Subsysteme aus. Für die Umsetzung verfügt jedes Teilsystem über einen eigenen Zeitintegrationslöser, der ebenfalls mit weiteren Lösern gekoppelt ist [107]. Somit liegt jeweils ein Zeitintegrationsverfahren für die Reynolds-Gleichung und für die Bewegungsgleichungen der Mehrkörperdynamik vor. Der Informationsaustausch bezüglich der Schnittstellenvariablen findet bei gegebenen Zeitschritten oder eintretenden Ereignissen statt. Ein Vorteil dieser Methode umfasst die Abbildung von multiphysikalischen Systemen, die ebenfalls auf unterschiedlichen Zeitskalen ablaufen können. Nachteilig ist jedoch der organisatorische Aufwand hinsichtlich der Schnittstellenvariablen, denn je mehr Teilsysteme vorhanden sind, desto mehr Übergabevariablen sind zu definieren, die wiederum als Eingabegröße weiterer Systeme dienen.

Bei den hier durchgeführten Simulationen wird die Reynolds-Gleichung online gelöst. Der wesentliche Unterschied zu Co-Simulationen ist das Auswerten der Gleichungen der Hydround Mehrkörperdynamik bei gemeinsamer Zeitintegration. Somit ist zwar die Reynolds-Gleichung bei jedem Zeitschritt zu lösen, allerdings bleibt der organisatorische Aufwand für die Kopplung der Teilsysteme begrenzt. Eine schematische Darstellung der Zeitintegration ist in Abb. 2-18 dargestellt. Ausgehend vom System der Mehrkörperdynamik ist der Zustandsvektor des Rotors und der Lagerelemente zum aktuellen Zeitpunkt bekannt, sodass der Schmierspalt $h_{i/o}$ in den Gleitlagern und dessen zeitliche Änderung $\dot{h}_{i/o}$ ermittelt werden können. Die Größen dienen wiederum als Eingangsvariable für die Hydrodynamik, worin die Reynolds-Gleichung gelöst wird. Mit Kenntnis der Druckverteilung $p_{i/o}$ im Schmierspalt können die resultierenden Lagerkräfte und -momente $F_{i/o}/M_{i/o}$ ermittelt und der Mehrkörperdynamik übermittelt werden. Folglich sind die am Rotor angreifenden Lagerreaktionen bekannt, sodass der Zustandsvektor zum nächsten Zeitschritt berechnet wird.



Abbildung 2-18: Zeitintegrationsschema zur online Lösung der Reynolds-Gleichung [110]

Bei dem hier vorgestellten Zeitintegrationsverfahren sind die Ortsvektoren der Lagerelemente sowie deren Geschwindigkeiten und Orientierungen zueinander Eingangsgrößen für die Hydrodynamik. Somit kann anhand der kinematischen Zustände der Welle und des Gehäuses der Schmierspalt und dessen zeitliche Änderung ermittelt werden. Innerhalb dieser Arbeit wird ein allgemeingültiger Ansatz verfolgt, worauf im nächsten Abschnitt näher eingegangen wird. Weiterhin werden die am Rotor angreifenden Lagerreaktionen benötigt, um den Zustandsvektor für den nächsten Zeitschritt zu berechnen. Somit ist ebenfalls auf die Ermittlung der Lagerkräfte und -momente einzugehen.

2.5.1 Schmierspalt und Kräfte am Radiallager

2.5.1.1 Schmierspalt und Spaltänderung

Innerhalb der Mehrkörperumgebung werden die translatorischen Bewegungen der Lagerelemente über die Ortsvektoren $\mathbf{r}_{S,W}^{I}$ für die Welle und $\mathbf{r}_{S,G}^{I}$ vom Gehäuse abgebildet, vgl.

Abb. 2-19. Weiterhin sind zur Berücksichtigung der Orientierung der Körper im Inertialsystem die Transformationsmatrizen \mathbf{Q}_W^{IK} und \mathbf{Q}_G^{IK} bekannt, wobei die Transformation vom körperfesten System zum Inertialsystem erfolgt. Für die weiteren Betrachtungen wird eine Zerlegung des Vektors \mathbf{c}^K in einen senkrecht zur Oberfläche \mathbf{n}^K und in Richtung der Körperlängsachse \mathbf{z}^K orientierten Anteil vorgenommen [3]. Die Vorgehensweise liefert die Möglichkeit einer separaten Ermittlung des Spalts in Folge einer exzentrischen Lage und Neigung der Welle zum Gehäuse.



Abbildung 2-19: Schmierspalt beim Radiallager [3]

Der Grundgedanke zur Bestimmung des Schmierspalts als skalare Größe besteht in der Ermittlung des vektoriellen Spaltes \mathbf{h}^{I} mit anschließender Projektion entlang des Normaleneinheitsvektors \mathbf{n}_{G}^{I} der Gehäuseoberfläche [3, 66]. Zunächst ist der vektorielle Schmierspalt im Inertialsystem über die Differenz der Ortsvektoren vom Punkt P und Q nach

$$\mathbf{h}^{I} = \mathbf{r}_{O}^{I} - \mathbf{r}_{P}^{I} \tag{2-132}$$

zu ermitteln. Durch Anwendung der Transformationsmatrizen können die körperfesten Koordinaten in das Inertialsystem überführt werden. Der Ortsvektor zum Punkt P am Gehäuse wird über

$$\mathbf{r}_{P}^{I} = \mathbf{r}_{S,G}^{I} + r_{G} \mathbf{n}_{G}^{I} + \mathbf{z}_{G}^{I}$$

$$= \mathbf{r}_{S,G}^{I} + r_{G} \mathbf{Q}_{G}^{IK} \mathbf{n}_{G}^{K} + \mathbf{Q}_{G}^{IK} \mathbf{z}_{G}^{K}$$
(2-133)

und der Vektor zum Punkt Q an der Welle mit

$$\mathbf{r}_{W}^{I} = \mathbf{r}_{S,W}^{I} + r_{W} \, \mathbf{n}_{W}^{I} + \mathbf{z}_{W}^{I}$$

$$= \mathbf{r}_{S,W}^{I} + r_{W} \, \mathbf{Q}_{W}^{IK} \mathbf{n}_{W}^{K} + \mathbf{Q}_{W}^{IK} \mathbf{z}_{W}^{K} \,.$$
(2-134)

berechnet.

Das Einsetzen von Gl. 2-133 und Gl. 2-134 in Gl. 2-132 liefert den vektoriellen Schmierspalt in der Darstellung

$$\mathbf{h}^{I} = \mathbf{e}^{I} + \mathbf{t}^{I} + \mathbf{n}^{I} \,, \tag{2-135}$$

mit den Zusammenfassungen

$$\mathbf{e}^{I} = \mathbf{r}_{S,W}^{I} - \mathbf{r}_{S,G}^{I}$$

$$\mathbf{t}^{I} = \mathbf{Q}_{W}^{IK} \mathbf{z}_{W}^{K} - \mathbf{Q}_{G}^{IK} \mathbf{z}_{G}^{K}$$

$$\mathbf{n}^{I} = r_{W} \mathbf{Q}_{W}^{IK} \mathbf{n}_{W}^{K} - r_{G} \mathbf{Q}_{G}^{IK} \mathbf{n}_{G}^{K} .$$
(2-136)

Unter der Voraussetzung einer schwachen Krümmung der Oberflächen kann weiterhin eine näherungsweise gleiche Orientierung der Normaleneinheitsvektoren der Lagerelemente angenommen werden. Somit gilt

$$\mathbf{n}_G^I \approx \mathbf{n}_W^I \,. \tag{2-137}$$

Durch Projektion des vektoriellen Spalts mit dem Normaleneinheitsvektor der Oberfläche ergibt sich der skalare Schmierspalt

$$h = \mathbf{h}^{I} \cdot \mathbf{n}_{G}^{I}$$

$$= r_{G} - r_{W} + \left(\mathbf{e}^{I} + \mathbf{t}^{I}\right) \cdot \mathbf{n}_{G}^{I},$$
(2-138)

wobei $r_G - r_W$ das radiale Lagerspiel, $\mathbf{e}^I \cdot \mathbf{n}_G^I$ den Einfluss der Wellenexzentrizität in Folge der Translation und $\mathbf{t}^I \cdot \mathbf{n}_G^I$ das Spaltmaß bei einer Schiefstellung der Lagerpartner zueinander darstellen. Bei Gl. 2-138 handelt es sich um eine allgemeingültige Formulierung des Schmierspalts, basierend auf den innerhalb der Mehrkörperumgebung zur Verfügung stehenden Ortsvektoren und Transformationsmatrizen [3, 63].

Des Weiteren wird die zeitliche Änderung des Spalts benötigt, um die Verdrängungsströmung und somit die Dämpfungseigenschaften des Schmierfilms abzubilden. Hierfür wird der vektorielle Schmierspalt nach Gl. 2-132 im Inertialsystem abgeleitet. Nach wenigen algebraischen Umformungen und der Einführung der Spinmatrix $\dot{\mathbf{Q}}^{IK} \left(\mathbf{Q}^{IK} \right)^T = \mathbf{\Omega}^I$ folgt

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{h}} &= \dot{\mathbf{r}}_{Q}^{I} - \dot{\mathbf{r}}_{P}^{I} \end{aligned} \tag{2-139} \\ &= \dot{\mathbf{r}}_{S,G}^{I} - \dot{\mathbf{r}}_{S,W}^{I} + \left(r_{G} \, \boldsymbol{\Omega}_{G}^{I} \mathbf{n}_{G}^{I} - r_{W} \, \boldsymbol{\Omega}_{W}^{I} \mathbf{n}_{W}^{I} \right) + \left(\boldsymbol{\Omega}_{G}^{I} \mathbf{z}_{G}^{I} - \boldsymbol{\Omega}_{W}^{I} \mathbf{z}_{W}^{I} \right) \\ &= \dot{\mathbf{r}}_{S,G}^{I} - \dot{\mathbf{r}}_{S,W}^{I} + r \left(\boldsymbol{\Omega}_{G}^{I} - \boldsymbol{\Omega}_{W}^{I} \right) \mathbf{n}_{G}^{I} + \left(\boldsymbol{\Omega}_{G}^{I} \mathbf{z}_{G}^{I} - \boldsymbol{\Omega}_{W}^{I} \mathbf{z}_{W}^{I} \right) . \end{aligned}$$

In Analogie zum Schmierspalt erfolgt durch Projektion der vektoriellen Spaltänderung in Gl. 2-139 mit den Normaleneinheitsvektor der Gehäuseoberfläche die skalare Spaltänderung

$$\dot{h} = \dot{\mathbf{h}} \cdot \mathbf{n}_G^I \,. \tag{2-140}$$

Bezüglich der zeitlichen Ableitung des Schmierspalts ist anzumerken, dass die Berechnungsvorschrift über den Differenzenquotienten

$$\dot{h} = \frac{h_t - h_{t-\Delta t}}{\Delta t} \tag{2-141}$$

zu falschen Zeitableitungen führen kann und im Sinne von Schwimmbuchsenlagerungen nicht zu empfehlen ist [3, 63]. Abhilfe schafft hierbei der Ansatz über Gl. 2-140.

Nach Ermittlung des Schmierspalts und dessen zeitlicher Änderung ist anschließend die Druckverteilung im Gleitlager durch Auswertung der Reynolds-Gleichung zu bestimmen. Innerhalb der Mehrkörpersimulation gehen die resultierenden Reaktionskräfte als rechte Seite der Bewegungsgleichung ein. Zur Einbindung der Hydrodynamik in eine Mehrkörpersimulation werden die resultierenden Lagerreaktionen benötigt, worauf im nachfolgenden Abschnitt näher eingegangen wird.

2.5.1.2 Lagerkräfte und -momente

Für die Ermittlung der Lagerreaktionen wird eine unsymmetrische Druckverteilung im Schmierspalt infolge einer exzentrischen Lage der Welle mit Schiefstellung angenommen. Da die Diskretisierung und somit die Anwendung der FVM im körperfesten Koordinatensystem erfolgt, sind die resultierenden Lagerkräfte und -momente zunächst im Gehäusesystem zu ermitteln und anschließend in das Inertialsystem zu überführen. Innerhalb dieses Kapitels werden neben den horizontalen und vertikalen Lagerkräften ebenfalls die Lager- und Reibmomente in die Betrachtungen mit einbezogen. Die in Rotorlängsrichtung wirkenden Reibungskräfte werden demgegenüber vernachlässigt, da das Fluid bei schnell drehenden Rotoren vorwiegend in Umfangsrichtung strömt. Darüber hinaus können während des Betriebes Kontaktvorgänge zwischen Welle und Gehäuse auftreten. Um eine Durchdringung der Lagerelemente zu vermeiden, werden Rauheitskräfte in den Simulationen berücksichtigt. Detailliertere Erläuterungen zur Ermittlung der Kontaktkräfte können in [3, 111] gefunden werden.

Die Reaktionskräfte des Schmierfilms ergeben sich durch Integration der Druckverteilung über die Lageroberfläche gefolgt von einer Transformation in das Inertialsystem

$$\mathbf{f}^{K} = \int_{A} p \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} dxdy$$

$$\mathbf{f}^{I} = \mathbf{Q}_{G}^{IK} \mathbf{f}^{K} .$$
(2-142)
(2-143)

Bezüglich der numerischen Umsetzung wird das Ein-Punkt-Integrationsverfahren angewendet, worin das Produkt aus der Grundfläche des finiten Volumens mit dem hydrodynamischen Druck am Bilanzzentrum den Betrag der Teilkraft ergibt. Die Richtung der Kraft wird über den Oberflächennormalenvektor vorgegeben.

Die am finiten Volumen ermittelte Kraft kann ebenfalls genutzt werden, um die rückstellenden Momente zu berechnen. Dafür ist lediglich der Ortsvektor zum Bilanzzentrum \mathbf{c}^{K} als Hebelarm mit einzubeziehen

$$\mathbf{m}^{K} = \int_{A} p \, \mathbf{c}^{K} \times \mathbf{n}^{K} dx dy$$

$$= \int_{A} p \begin{pmatrix} r_{G} \cos(\varphi) \\ r_{G} \sin(\varphi) \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \\ 0 \end{pmatrix} dx dy$$

$$\mathbf{m}^{I} = \mathbf{Q}_{G}^{IK} \, \mathbf{m}^{K} + \mathbf{r}_{S,G}^{I} \times \mathbf{f}^{I}$$
(2-144)
$$(2-144) \quad (2-144) \quad (2-14) \quad (2-14)$$

Zudem werden die Reibmomente benötigt. Insbesondere bei full-floating Schwimmbuchsen gelagerten Rotoren wird durch die Bilanzierung der Reibmomente die Buchsendrehzahl bestimmt. Die Rotationsbewegung der Buchse hat wiederum einen Einfluss auf die Umlauffrequenz des Öls und somit auf die Entstehung von subsynchronen Schwingungen. Der innere Spalt beschleunigt die Buchse, während der Äußere diese verzögert. Die Einflussgrößen sind dabei die kinematischen Zustände der Welle und des Gehäuses sowie die Schmierfilmviskosität.

Für die Ermittlung der Reibmomente wird von der vereinfachten Navier-Stokes Gleichung nach Gl. 2-10 ausgegangen, worin die Schubspannungen über

$$\tau_{xz} = \eta \, \frac{\partial v_x}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial p}{\partial x} \left(z - \frac{h}{2} \right) + \eta_{liq} F \frac{V_{xW} - V_{xL} - V_{zW} \frac{\partial h}{\partial x}}{h}$$
(2-146)

berechnet werden. Der Geschwindigkeitsgradient ist bereits bei der Herleitung der Reynolds-Gleichung bekannt. Die Auswertung an der Gehäuseoberfläche liefert das Reibmoment

$$\tau_{xz} \left(z = 0 \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \eta_{liq} F \frac{V_{xW} - V_{xL} - V_{zW} \frac{\partial h}{\partial x}}{h}$$
(2-147)

und an der Welle

$$\tau_{xz} \left(z = h \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} + \eta_{liq} F \frac{V_{xW} - V_{xL} - V_{zW} \frac{\partial h}{\partial x}}{h} .$$

$$(2-148)$$

Die Integration der Gl. 2-147 über die Lageroberfläche mit dem Radius des Gehäuses als Hebelarm liefert das Reibmoment im körperfesten Koordinatensystem

$$m_r^K = r_G \int\limits_A \tau_{xz} \, dA \tag{2-149}$$

2.5.2 Schmierspalt und Kräfte am Axiallager

2.5.2.1 Schmierspalt und Spaltänderung

Die in Kap. 2.5.1.1 geschilderte Vorgehensweise kann in Analogie für die Ermittlung des Schmierspalts beim Axiallager übernommen werden. Ausgangspunkt hierfür sind die Ortsvektoren der profilierten Seite $\mathbf{r}_{S,L}^{I}$ bzw. der Scheibe $\mathbf{r}_{S,S}^{I}$ im Inertialsystem und die Transformationsmatrizen \mathbf{Q}_{L}^{IK} und \mathbf{Q}_{S}^{IK} , vgl. Abb. 2-20. Aufgrund der Diskretisierung der Lageroberfläche ist weiterhin der Ortsvektor \mathbf{c}_{L}^{K} zum betrachteten Punkt P im körperfesten Koordinatensystem bekannt. Zur Ermittlung des Schmierspalts wird hierbei ein analytischer Ansatz verfolgt, der auf dem Prinzip der Schnittpunktbestimmung zwischen einer Geraden im Raum mit einer Ebene beruht.



Abbildung 2-20: Schmierspalt am Axiallager

Für die Ermittlung der Geradengleichung am Punkt P ist zunächst der Ortsvektor \mathbf{c}_{L}^{K} und der Normaleneinheitsvektor \mathbf{n}_{L}^{K} in das Inertialsystem zu überführen. Durch Skalierung der Flächeneinheitsnormale mit dem Parameter λ folgt die Geradengleichung

$$\mathbf{c}_{L}^{I} = \mathbf{Q}_{L}^{IK} \mathbf{c}_{L}^{K}$$
$$\mathbf{n}_{L}^{I} = \mathbf{Q}_{L}^{IK} \mathbf{n}_{L}^{K}$$
$$\mathbf{r}_{P}^{I} (\lambda) = \mathbf{r}_{S,L}^{I} + \mathbf{c}_{L}^{I} + \lambda \mathbf{n}_{L}^{I} , \qquad (2-150)$$

wobei der Abstand zum Punkt P über den Betrag von λ wiedergegeben wird. Folglich steht der Skalierungsfaktor in Korrelation mit dem Spaltmaß, wenn die Gerade nach Gl. 2-150 die Oberfläche der Scheibe schneidet. Die Beschreibung der Scheibenoberfläche erfolgt über die Hessesche Normalform

$$\mathbf{c}_{S}^{I} = \mathbf{Q}_{S}^{IK} \mathbf{c}_{S}^{K}$$

$$\mathbf{n}_{S}^{I} = \mathbf{Q}_{S}^{IK} \mathbf{n}_{S}^{K}$$

$$0 = \mathbf{q}_{S}^{I} \cdot \mathbf{n}_{S}^{I}$$

$$0 = \left(\mathbf{r}_{Q}^{I} - \mathbf{r}_{S,S}^{I} - \mathbf{c}_{S}^{I}\right) \cdot \mathbf{n}_{S}^{I}.$$
(2-151)

Das Einsetzen von Gl. 2-150 in Gl. 2-151 liefert die Spalthöhe

...

$$\mathbf{r}_{Q}^{I} = \mathbf{r}_{P}^{I} \left(\lambda \right)$$

$$0 = \left(\mathbf{r}_{S,L}^{I} + \mathbf{c}_{L}^{I} + \lambda \, \mathbf{n}_{L}^{I} - \mathbf{r}_{S,S}^{I} - \mathbf{c}_{S}^{I} \right) \cdot \mathbf{n}_{S}^{I}$$

$$h = \lambda = \frac{\left(\mathbf{r}_{S,S}^{I} - \mathbf{r}_{S,L}^{I} + \mathbf{c}_{S}^{I} - \mathbf{c}_{L}^{I} \right) \cdot \mathbf{n}_{S}^{I}}{\mathbf{n}_{S}^{I} \cdot \mathbf{n}_{L}^{I}} .$$
(2-152)

In [17, 18, 44] wird der axiale Schmierspalt über den Ansatz

$$h = r \left(\alpha \cos\left(\theta\right) + \beta \sin\left(\theta\right)\right) \tag{2-153}$$

ermittelt, wobei α und β die linearisierten Neigungswinkel der Scheibe und r, θ die Ortskoordinaten zum betrachteten Punkt P in Polarkoordinaten sind. Gl. 2-153 ist jedoch nur gültig, wenn die profilierte Seite keine Bewegung vollzieht. Somit ist der Anwendungsfall auf ein Axialgleitlager mit einem Schmierspalt und feststehender Profilseite begrenzt. Innerhalb dieser Arbeit wird ein allgemeingültiger Ansatz nach Gl. 2-152 gewählt, um den Schmierspalt beim Axiallager mit einem Ölfilm aber auch bei Schwimmscheibenlagerungen abzubilden. Weiterhin liefert diese Vorgehensweise eine direkte Verknüpfung zu den kinematischen Größen der Lagerelemente.

Neben dem Schmierspalt ist weiterhin auf dessen zeitliche Änderung einzugehen. Ausgehend von der Formulierung in Gl. 2-152 im Inertialsystem ist die Spaltänderung durch Anwendung der Quotientenregel

$$z = \left(\mathbf{r}_{S,S}^{I} + \mathbf{c}_{S}^{I} - \left(\mathbf{r}_{S,L}^{I} + \mathbf{c}_{L}^{I}\right)\right) \cdot \mathbf{n}_{S}^{I}$$

$$n = \mathbf{n}_{S}^{I} \cdot \mathbf{n}_{L}^{I}$$

$$\dot{h} = \frac{\dot{z} \cdot n - z \cdot \dot{n}}{n^{2}}$$
(2-154)

zu ermitteln. Zur Ableitung des Zählers und Nenners sind jeweils die Flächeneinheitsvektoren und die körperfesten Vektoren \mathbf{c}_{S}^{I} bzw. \mathbf{c}_{L}^{I} mit Hilfe der Transformationsmatrizen zu formulieren. Als zeitliche Ableitung des Zählers folgt

$$\dot{z} = \left(\left(\mathbf{r}_{S,S}^{I} - \mathbf{r}_{S,L}^{I} + \mathbf{Q}_{S}^{IK} \mathbf{c}_{S}^{K} - \mathbf{Q}_{L}^{IK} \mathbf{c}_{L}^{K} \right) \cdot \mathbf{Q}_{S}^{IK} \mathbf{n}_{S}^{K} \right)^{\cdot} = \left(\dot{\mathbf{r}}_{S,S}^{I} - \dot{\mathbf{r}}_{S,L}^{I} + \dot{\mathbf{Q}}_{S}^{IK} \mathbf{c}_{S}^{K} - \dot{\mathbf{Q}}_{L}^{IK} \mathbf{c}_{L}^{K} \right) \cdot \mathbf{Q}_{S}^{IK} \mathbf{n}_{S}^{K} + \left(\mathbf{r}_{S,S}^{I} - \mathbf{r}_{S,L}^{I} + \mathbf{Q}_{S}^{IK} \mathbf{c}_{S}^{K} - \mathbf{Q}_{L}^{IK} \mathbf{c}_{L}^{K} \right) \cdot \dot{\mathbf{Q}}_{S}^{IK} \mathbf{n}_{S}^{K}$$
(2-155)

und für den Nenner

$$\dot{n} = \left(\mathbf{Q}_{S}^{IK}\mathbf{n}_{S}^{K} \cdot \mathbf{Q}_{L}^{IK}\mathbf{n}_{L}^{K}\right)^{\cdot}$$
$$= \dot{\mathbf{Q}}_{S}^{IK}\mathbf{n}_{S}^{K} \cdot \mathbf{Q}_{L}^{IK}\mathbf{n}_{L}^{K} + \mathbf{Q}_{S}^{IK}\mathbf{n}_{S}^{K} \cdot \dot{\mathbf{Q}}_{L}^{IK}\mathbf{n}_{L}^{K}.$$
(2-156)

Bei näherer Betrachtung der einzelnen Terme ist ersichtlich, dass die translatorische Relativgeschwindigkeit zwischen der Profilseite und Scheibe über $\dot{\mathbf{r}}_{S,S}^{I} - \dot{\mathbf{r}}_{S,L}^{I}$ und die Relativgeschwindigkeit aufgrund der Rotation mit $\dot{\mathbf{Q}}_{L}^{IK} \mathbf{c}_{L}^{K} - \dot{\mathbf{Q}}_{S}^{IK} \mathbf{c}_{S}^{K}$ berücksichtigt werden. Die Orientierungsänderung der Oberflächenvektoren zueinander ist über \dot{n} beschrieben.

2.5.2.2 Lagerkräfte und -momente

Mit Kenntnis des Schmierspalts und dessen zeitliche Änderung kann die Reynolds-Gleichung gelöst werden, sodass die Druckverteilung im Gleitlager bekannt ist. Anschließend sind die Lagerreaktionen zu berechnen.

Die im körperfesten Koordinatensystem wirkende axiale Lagerkraft wird über die Integration der Druckverteilung über die Lageroberfläche

$$\mathbf{f}_{Ax}^{K} = \int_{A} \begin{pmatrix} 0\\0\\p \end{pmatrix} r \, dr \, d\varphi \tag{2-157}$$

$$\mathbf{f}_{Ax}^{I} = \mathbf{Q}_{L}^{IK} \mathbf{f}_{Ax}^{K} \tag{2-158}$$

ermittelt und anschließend in das Inertialsystem überführt. Hierbei ist zu beachten, dass Schubkräfte, die aufgrund von Querschwingungen der Scheibe entstehen können, vernachlässigt werden. Dies beruht auf die Annahme einer vorwiegend über die rotatorischen Umfangsgeschwindigkeiten der Lagerelemente und weniger einer über die translatorischen Scheibenquerschwingungen induzierten Couette-Strömung. Somit wird die Scherung des Fluids hauptsächlich über die Relativdrehung der Lagerelemente zueinander hervorgerufen.

Des Weiteren sind die Kipp- und Reibmomente zu berechnen. In Folge der Scheibenschiefstellung liegt eine unsymmetrische Druckverteilung im Gleitlager vor, womit ein rückstellendes Moment einhergeht. Die resultierenden Lagermomente ergeben sich im körperfesten Koordinatensystem über

$$\mathbf{m}^{K} = \begin{pmatrix} m_{x}^{K} \\ m_{y}^{K} \\ 0 \end{pmatrix} = \int_{A} \begin{pmatrix} p \ r_{C} \cos\left(\varphi_{C}\right) \\ -p \ r_{C} \sin\left(\varphi_{C}\right) \\ 0 \end{pmatrix} r \ dr \ d\varphi$$
(2-159)

$$\mathbf{m}^{I} = \mathbf{Q}_{L}^{IK} \mathbf{m}^{K} + \mathbf{r}_{S,L}^{I} \times \mathbf{f}_{Ax}^{I}, \qquad (2-160)$$

wobei r_C der Radius zum betrachteten Punkt und φ_C die dazugehörige Winkelkoordinate sind. Bei der Transformation in das Inertialsystem ist weiterhin das Versetzungsmoment zu beachten.

Anschließend ist auf das Reibmoment einzugehen. Grundlage hierfür bilden die Schubspannungen τ_{φ} , die bereits bei der Herleitung der Reynolds-Gleichung durch Ableitung des Geschwindigkeitsprofils nach Gl. 2-73 bekannt sind. Die Integration der Schubspannungen über die Lageroberfläche mit Einbeziehung des Hebelarms liefert das Reibmoment

$$\tau_{\varphi} = \eta \frac{\partial v_{\varphi}}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial p}{r \partial \varphi} \left(z - \frac{h}{2} \right) + \frac{\eta}{h} \left(V_{\varphi S} - V_{\varphi L} - V_{z S} \frac{\partial h}{r \partial \varphi} \right)$$

$$\mathbf{m}_{R} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m_{z}^{K} \end{pmatrix} = \int_{A} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \tau_{\varphi} r \end{pmatrix} r \, dr \, d\varphi \,.$$
(2-161)
$$(2-162)$$

3 Verifizierung

Zum Abgleich der entwickelten Routinen werden neben stationären Betrachtungen auch transiente Vorgänge in diesem Kapitel ausgewertet. Unter der Annahme von zeitunabhängigen Betriebsrandbedingungen stehen vorwiegend Druck- und Schmierstoffverteilungen sowie Lagerreaktionen im Vordergrund. Bei instationären Vorgängen ist das Rotorantwortverhalten mit den zugehörigen Zuständen in den Lagerebenen von Interesse.

3.1 Radiallager

3.1.1 Druck- und Schmierstoffverteilung unter stationären Betriebsrandbedingungen

Für das Radialgleitlager werden die Ergebnisse von Li [112] und Song [97, 113] herangezogen. Gegenstand der Untersuchung ist ein Radiallager mit einem Schmierfilm, bei dem die Wellenverlagerungen mit dazugehörigen Belastungen dokumentiert sind. Bezüglich der Randbedingungen erfolgt die Ölversorgung durch zwei horizontal gegenüberliegende Taschen bei einem absoluten Zuführdruck $p_{zu} = 2.3 bar$. Des Weiteren wird an den Lagerrändern Umgebungsdruck $p_{atm} = 1.0 bar$ angenommen. Da der Füllgrad ebenfalls vom hydrodynamischen Druck abhängig ist, stellt sich ein vollgefüllter Spalt F = 1.0 am Lagerrand ein. Eine Übersicht zu den Randbedingungen ist in Abb. 3-1 und eine Zusammenfassung in Tab. 3-1 zu finden.

Abbildung 3-1: Radialgleitlager mit exzentrischer Lage der Welle (rechts) und abgewickelter Schmierspalt mit Randbedingungen (links)

Die Auswertung umfasst die resultierende Lagerkraft in Abhängigkeit der Wellenexzentrizität sowie die Druckverteilung in der Lagermittelebene, vgl. Abb. 3-2. Eine Zusammenfassung der Ergebnisse ist in Tab. 3-2 zu finden.

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Durchmesser	d	100 mm	Viskosität	η	$0.0183 \ Pas$
Breite	b	$55 \ mm$	Dichte	ρ	$850 \ kg/m^{3}$
Lagerspiel	c	$68.7 \ \mu m$	Temperatur	T_{liq}	323.15 K
Taschenbreite	b_T	$27.5\ mm$	Blasengehalt	r_0	0.0
Taschenöffnung	$\Delta \varphi_T$	10°	Bunsenkoeff.	α_B	0.08
Umgebungsdruck	p_{atm}	$1.0 \ bar$	Drehzahl	n	2000 U/min
Zuführdruck	p_{zu}	$2.3 \ bar$			
Kavitationsdruck	p_{Kav}	$1.0 \ bar$			

Tabelle 3-1: Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen [112, 113]

Abbildung 3-2: Resultierende Lagerkraft F_{res} in Abhängigkeit der Wellenexzentrizität ε (links) und Druckverteilung p in der Lagermittelebene bei $\varepsilon = 0.7707$ (rechts)

Als Minimalmodell zum Abgleich der Hydrodynamik werden zusätzlich die Reaktionskräfte unter der Annahme von Gümbel Kavitation mit einbezogen. Darin wird ein betriebsunabhängiger vollgefüllter Schmierspalt angenommen, wodurch die Einflüsse der Ölverteilung vernachlässigt werden. Die Lagerkräfte unter der Annahme von Gümbel Kavitation sowie mit Umsetzung des Zwei-Phasenmodells zeigen jeweils eine gute Übereinstimmung mit der Referenz [112, 113], vgl. Abb. 3-2 links. Abweichungen beruhen vorwiegend auf der unterschiedlichen Umsetzung des Zwei-Phasenmodells. In [112] wird ein druckund temperaturabhängiger Bunsen-Koeffizient α_B eingeführt, während dieser bei den hier durchgeführten Simulationen konstant ist. Bei einer Exzentrizität von $\varepsilon = 0.2415$ beträgt die Differenz $\Delta F_{res} = 0.12 \, kN$ und bei $\varepsilon = 0.7707$ ist $\Delta F_{res} = 0.04 \, kN$. In Abb. 3-2 rechts ist die Druckverteilung in der Lagermittelebene dargestellt. Das Druckgebiet erstreckt sich zwischen $\varphi = 173^{\circ} - 321^{\circ}$ mit einem maximalen Wert $p_{max} = 10.94 \, MPa$. Abweichungen zu den Ergebnissen von Li [112] sind gering und betragen maximal $\Delta p = 6.5 \, kPa$.

Weiterhin wird ein Abgleich der Druck- und Schmierstoffverteilung vorgenommen, vgl. Abb. 3-3. Anhand des Füllgrads ist die Ausprägung des Kavitationsgebietes mit F < 1.0um die Zuführbohrung eindeutig wiederzufinden. Der minimale Schmierstoffanteil tritt im

Exzentrizität $\varepsilon [-]$	Verlagerung $\varphi \left[\circ \right]$	$\begin{array}{c} \text{Gümbel} \\ [kN] \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{2PM Li} \\ [kN] \end{array}$	$\begin{array}{c} 2 \mathrm{PM} \text{ present} \\ [kN] \end{array}$
0.2415	335.54	1.7719	1.5778	1.6852
0.4225	323.72	3.3178	3.3193	3.3239
0.5212	317.81	4.7187	4.8082	4.8920
0.6105	312.52	6.7680	7.2205	7.2191
0.6932	307.50	10.0381	11.0072	11.0219
0.7707	302.51	15.8918	17.9085	17.9457

 Tabelle 3-2:
 Zusammenfassung der resultierenden Lagerkräfte in Abhängigkeit der Wellenexzentrizität

Bereich zwischen $\varphi = 37^{\circ} - 51^{\circ}$ auf und beträgt F = 0.25. Ebenfalls sind die Randbedingungen mit einem vollgefüllten Spalt am Lagerrand wiederzufinden. Die Übereinstimmungen mit den Referenzergebnissen [112] sind als sehr gut zu bewerten.

Abbildung 3-3: Druck- und Schmierstoffverteilung bei $\varepsilon = 0.7707$. Die Niveaulinien entsprechen den Ergebnissen von Li [112]. Die farbigen Darstellungen sind den Ergebnissen der entwickelten Routinen zuzuordnen.

3.1.2 Wellenverlagerung und Lagerreaktionen bei transienten Vorgängen

Zur Verifizierung der Lagerreaktionen bei transienten Vorgängen wird ein Rotor-Lager-System untersucht, das aus einer als Massepunkt idealisierten starren Welle und einem Gleitlager mit einem Schmierfilm besteht [3, 114–116], vgl. Abb. 3-4. Durch Vernachlässigung der Wellenschiefstellung folgt ein symmetrischer Druckaufbau im Spalt, womit die Betrachtung einer Lagerhälfte ausreichend ist. Als Randbedingungen werden ein über den gesamten Umfang konstanter Umgebungsdruck p = 0.1 MPa und Zuführdruck $p_{zu} = 0.447 MPa$ angenommen.

Abbildung 3-4: Rotor-Lager-Modell mit Randbedingungen, vgl. [3, 114]. Aufgrund der Symmetriebedingung wird nur eine Lagerhälfte betrachtet.

Die Lagerdaten sind in Tab. 3-3 zusammengefasst.

Parameter	Variable	Wert
Wellendurchmesser	d	$25 \mathrm{mm}$
Breite	b	$0.1\pi d$
rel. Lagerspiel	Ψ	$1.6 \ 10^{-3}$
Rotordrehzahl	n	4000 U/min
Viskosität	η_{liq}	$7.5 \mathrm{mPas}$
Masse der Welle	m_W	$3.2 \mathrm{~kg}$
Zuführdruck	p_{zu}	$0.447 \mathrm{MPa}$
Umgebungsdruck	p_{atm}	$0.101~\mathrm{MPa}$

Tabelle 3-3: Lagerdaten und Betriebsrandbedingungen [3, 114]

Vom technischen Hintergrund stellt die zyklisch am Rotor angreifende Kraft F_L die Belastung eines Motor-Hauptlagers dar. Diese ist in [3, 114] dimensionslos mit

$$\boldsymbol{F}_{L}(T) = \begin{bmatrix} 0.01 \exp\left(-400 \left(T - 0.25\right)^{2}\right) + 0.95534 \exp\left(-400 \left(T - 0.5\right)^{2}\right) \\ 0.0029552 \exp\left(-400 \left(T - 0.5\right)^{2}\right) \end{bmatrix}$$
(3-1)

angegeben, wobe
iTdie entdimensionierte Zeit ist. Die Umrechnung zu dimension
sbehafteten Größen erfolgt gemäß

$$\boldsymbol{f}_{L} = \boldsymbol{F}_{L} \frac{6\eta_{liq} u_{m} \left(\pi \ d\right)^{3}}{c^{2}} , \qquad (3-2)$$
$$\boldsymbol{t} = T \frac{\pi \ d}{u_{m}} ,$$

mit $u_m = \frac{\pi n D}{60}$ als Umfangsgeschwindigkeit der Wellenoberfläche und $2c = \Psi d$ als absolutes Lagerspiel.

Bezüglich der Modellierung von Ausgasvorgängen sei darauf hingewiesen, dass Ausas [114] und Nitzschke [3, 115] das Elrod Modell anwenden. Ein wesentlicher Unterschied zwischen Elrod- und Zwei-Phasenmodell ist der Druckzustand im Kavitationsgebiet. Elrod geht von einem konstanten Druck im Kavitationsbereich aus, mit der Konsequenz der Unterbindung von Poiseuille-Strömungen. Als hydrodynamischer Druck stellt sich der Kavitationsdruck ein. Weiterhin wird zur Unterscheidung zwischen den Gebieten ein Kavitationsindex in Form einer Heaviside-Funktion [114] eingeführt. Somit kann das betrachtete finite Volumen entweder einem Druck- oder Kavitationsgebiet zugeordnet werden. Der Übergang ist demnach vernetzungsabhängig. Im Vergleich zu Ausas führt Nitzschke [115] eine regularisierte Variante des Kavitationsindex ein, was den Vorteil eines kontinuierlichen Übergangs und einer vernetzungsunabhängigen Ausprägung des Kavitationsgebietes liefert. Eine Netzstudie in [3] zeigte, dass die Simulationen von Ausas gegen die Ergebnisse von Nitzschke konvergieren. Innerhalb des Zwei-Phasenmodells werden keine Druckeinschränkungen im Kavitationsbereich vorgenommen. Ähnlich wie beim Elrod-Modell wird ein Kriterium benötigt, um zwischen Druck- und Kavitationsgebiet zu unterscheiden. Dies geschieht durch Auswertung der Luftmassendifferenz. Der Übergang zwischen den Gebieten ist ebenfalls vernetzungsunabhängig, womit bessere Übereinstimmungen mit den Ergebnissen von Nitzschke zu erwarten sind.

Die Auswertung umfasst den Wellenbewegungsorbit in Abb. 3-5 im Zusammenhang mit dem zeitlichen Verlauf der Exzentrizität und den Lagerkräften, vgl. Abb. 3-6.

Abbildung 3-5: Normierter Bewegungsorbit der Welle beim dritten Lastzyklus [116]

Die Simulationen zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Referenzergebnissen, wobei die Rotorantwort mehr zu den Ergebnissen von Nitzschke tendiert. Abweichungen lassen sich vorwiegend auf die unterschiedlichen Kavitationsmodelle zurückführen. Zur Veranschaulichung des Kavitationseinflusses wurde ebenfalls der Bewegungsorbit unter der Annahme von Gümbel Kavitation dargestellt. Bei einem vollgefüllten Schmierspalt reagiert das Lager steifer und mit höherer Dämpfung, was letztendlich zu einem kleineren Bewegungsorbit führt. Nachfolgend wird auf die horizontale und vertikale Wellenverlagerung und Kraftkomponente eingegangen, vgl. Abb. 3-6.

Abbildung 3-6: Horizontale und vertikale Wellenexzentrizität $\varepsilon_{x,y}$ (oben) sowie Lagerkraftkomponente F_x, F_y (mittig und unten) für die ersten drei Lastzyklen [116]. Die relative Differenz bezieht sich auf die Ergebnisse von Nitzschke [3].

Im zeitlichen Verlauf der Wellenexzentrizität und der Lagerkräfte stellt sich eine periodische Lösung nach dem Abklingen der Anfangsbedingungen ein. Die Diskrepanz zu Beginn der Zeitintegration ist auf den Anfangszustand der Schmierstoffverteilung zurückzuführen. Die Ergebnisse von Ausas [114] und Nitzschke [115] beruhen auf einem anfänglich voll gefüllten Schmierspalt, während beim Zwei-Phasenmodell von einem stationären Betriebszustand des Lagers ausgegangen wird. Demnach ergibt sich zu Beginn der Simulationen bereits ein Kavitationsgebiet, womit größere Wellenexzentrizitäten auftreten, damit das Kräftegleichgewicht wieder eingehalten wird. Das Gleitlager reagiert somit weicher zu Beginn der Simulation. Der Einfluss der Anfangsbedingungen nimmt mit der Zeit ab, sodass ab T = 0.25 eine gute Übereinstimmung vorliegt und sich periodische Wellenumlaufbahnen einstellen. Die maximale relative Differenz beträgt 6.4 %.

3.1.3 Hochlaufsimulation eines Laval-Rotors

Abschließend zum Abgleich der Hydrodynamik beim Radialgleitlager wird auf das Hochlaufverhalten eines Laval-Rotors [18, 116, 117] mit full-floating Schwimmbuchsenlagerung eingegangen. Der Rotor weist einen symmetrischen Aufbau bestehend aus einer mittigen Scheibe sowie zwei nahe den Gleitlagern befindlichen Absätzen auf, vgl. Abb 3-7 mit den Dimensionen in Tab. 3-4. Die Gesamtmasse beträgt $m_{Rot} = 101 g$ und das polare Trägheitsmoment des Rotors ist $J_p = 9.19 \cdot 10^{-6} kgm^2$.

Abbildung 3-7: Full-floating schwimmbuchsengelagerter Laval-Rotor, vgl. Eling [18]. Wellenbewegungsmessungen wurden an den Messscheiben $(S_1$ und S_3) und an der Mittelscheibe S_2 durchgeführt. Die roten Punkte kennzeichnen die Positionen der FE-Knoten.

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Wellenlänge Lagerabstand	L_S L_{S1}	137 mm 80 mm	Wellendurchmesser Scheibendurchmesser	d_S d_D	7.5 mm 30 mm
Sensorabstand Scheibendicke Breite Messcheibe	$L_{S2} \\ L_D \\ L_M$	58 mm 9 mm 5 mm	Absatzdurchmesser Dichte E-Modul	$egin{array}{c} a_M \ ho \ E \end{array}$	$\frac{12 \ mm}{7700 \ \frac{kg}{m^3}}$ $210 \ GPa$

 Tabelle 3-4: Maße und Eigenschaften des Rotors [18]

Bei der Modellierung des Rotors werden finite Elemente basierend auf der Timoshenko Balkentheorie verwendet. FE-Knoten befinden sich bei relevanten Wellenabsätzen wie an den Stirnseiten der Messscheiben sowie im Zentrum der mittigen Scheibe. Zur Sicherstellung einer korrekten Modellierung erfolgt ein Abgleich der biegekritischen Eigenfrequenzen unter der Annahme einer frei-frei Lagerung. Die Eigenfrequenzen des Modells betragen $f_{01} = 1509 Hz$ und $f_{02} = 3888 Hz$. Eling [18] ermittelte die Eigenfrequenzen experimentell mittels einer Impulshammeranregung. Diese betragen $f_{01 Exp} = 1601 Hz$ und $f_{02 Exp} = 3925 Hz$. Abweichungen beruhen auf der Vernachlässigung der Rundungen beim Übergangsbereich zwischen Welle und Mittelscheibe. Zusammenfassend verhält sich das Modell mechanisch ähnlich zum realen Rotor.

Des Weiteren ist auf den Wuchtzustand des Rotors einzugehen. Die Unwucht wurde in einer Ebene an der Mittelscheibe gemessen und beträgt $u_D = 0.1 \, gmm$. Mögliche Schiefstellungen der Scheibe sind nicht bekannt, sodass die Einflüsse von Unwuchtmomenten unberücksichtigt bleiben.

Zur Aufnahme der am Rotor angreifenden Kräfte werden zwei full-floating Schwimmbuchsenlager mit gleichen Dimensionen und Lagerspiel eingesetzt, vgl. Abb. 3-8 und Tab. 3-5. Das Schmiermittel gelangt über eine Zuführbohrung zum äußeren Schmierspalt, wobei die Taschentiefe ausreichend und somit die Annahme eines konstanten Druckes $p_{zu} = 2 bar$ im gesamten Taschenbereich zulässig ist. Zur Sicherstellung der Ölversorgung im inneren Schmierspalt sind sechs Kommunikationsbohrungen vorgesehen. Konstruktiv handelt es sich bei den eingesetzten Gleitlagern um ungedichtete Lager. Das Öl kann frei über die Lagerränder abfließen. Zur numerischen Umsetzung des freien Abfließens wird bei Anwesenheit eines Kavitationsgebietes der Druckgradient am Lagerrand zu null gesetzt. Die Maßnahme verhindert, dass Öl von der Umgebung in den Schmierspalt zurückströmen kann. Im Falle eines Druckgebietes entspricht der hydrodynamische Druck dem Umgebungsdruck.

Abbildung 3-8: Schematische Darstellung einer full-floating Schwimmbuchsenlagerung, vgl. Eling [18]

Neben den Einflüssen der Hydrodynamik treten während des Lagerbetriebes thermische Effekte in Form von thermischen Spaltänderungen und der temperaturabhängigen Viskosität auf. Um diesen Effekten Rechnung zu tragen, werden in einem vereinfachten Ansatz die

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Inneres Lagerspiel	c_i	$8.5 \ \mu m$	Dichte	$ ho_{\ddot{O}l}$	$855 \ \frac{kg}{m^3}$
Äußeres Lagerspiel	c_a	$30 \ \mu m$	Wärmekapazität	$c_{\ddot{O}l}$	$2100 \frac{m_J}{k a K}$
Lagerbreite innen	b_i	5 mm	Wärmeleitung	$k_{\ddot{O}l}$	$0.145 \frac{W}{m K}$
Lagerbreite außen	b_a	8 mm	Vogelparameter	A	0.44 mPas
Außendurchmesser	d_{Ra}	12.93 mm	Vogelparameter	B	$633~^{\circ}C$
Breite Zuführnut	b_N	1 mm	Vogelparameter	C	$88.6\ ^{\circ}C$
Länge Zuführnut	l_N	11.3 mm	Blasengehalt	r_0	0.0
Masse der Buchse	m_B	5.39~g			
Massenträgheit	J_B	$1.5 \ 10^{-7} \ kgm^2$			

 Tabelle 3-5:
 Lagergeometrie und Öleigenschaften SAE 5W30 [18]

Oltemperaturen basierend auf den Ergebnissen von Eling [18] als Kennfeld vorgegeben. Die Umsetzung entspricht einem lumped-mass Modell, worin die thermischen Zustände vom jeweiligen Lagerelement und Schmierfilm zu einem Punkt zusammengefasst werden. Einflüsse von ortsaufgelösten Temperaturverteilungen bleiben somit unberücksichtigt. Des Weiteren wurden in den Simulationen von Eling [18] nur geringe thermische Spaltänderungen festgestellt, sodass bei den hier durchgeführten Simulationen ebenfalls von einem konstanten Warmlagerspiel ausgegangen wird. Als Gegenüberstellung zum vereinfachten Ansatz werden die Hochlaufsimulationen unter der Annahme von transienten und ortsaufgelösten thermischen Vorgängen wiederholt. Im Forschungsprojekt [118] wurden Routinen entwickelt, die die hydrodynamischen Vorgänge durch Auswertung der Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation und thermische Einflüsse mit Hilfe der 3D-Energiegleichung für die Schmierfilme sowie der Wärmeleitungsgleichung für die Lagerelemente abbilden. Mit steigender Komplexität des Lagermodells ist den Randbedingungen mehr Beachtung zu widmen.

Die thermischen Randbedingungen sind in Abb. 3-9 dargestellt. An der äußeren Oberfläche des Gehäuses sowie an den Stirnseiten der Welle wird eine konstante Temperatur von $\vartheta = 40^{\circ}C$ angenommen. Weiterhin liegen am rechten und linken axialen Rand der Lagerelemente und am Schmierfilm adiabate Zustandsänderungen vor. Ein adiabater Rand beim Ölfilm beruht auf der Annahme eines frei abfließenden Schmiermittels, womit weder ein zusätzlicher Wärmeeintrag noch ein -entzug am System vorliegt. Die gleichen Überlegungen gelten für die axialen Ränder der Lagerelemente. Das Lösungsgebiet für die Welle und das Gehäuse ist lediglich ein Ausschnitt aus der Gesamtkonstruktion. Da keine gemessenen Temperaturen an den Stirnseiten vorliegen und thermische Zwänge in Form von vorgegebenen konstanten Temperaturen zu vermeiden sind, ist zunächst von adiabaten Rändern auszugehen. Ein weiterer Aspekt ist der Übergang zwischen Fluid und Lagerelement. Hierbei treten konvektive Wärmeströme auf, da das Öl an den Lageroberflächen ideal haftet. Die Annahme bietet die Möglichkeit, dass aufwendig zu ermittelnde Wärmeübergangskoeffizienten vermieden werden und die Lösung der Gleichungen als vollgekoppeltes System erfolgen kann. Innerhalb der Zuführbohrung liegt eine konstante Öleintrittstemperatur vor.

Abbildung 3-9: Thermische Randbedingungen für die Lagerung des Laval-Rotors. Für die Schmierfilme wird die 3D-Energiegleichung und für die Lagerelemente die Wärmeleitungsgleichung gelöst. [55, 118]

Das Spektrogramm der Wellenbewegungsmessung ist in Abb. 3-10 dargestellt. Der Rotor beschleunigt von $f_{Rot} = 233 \ Hz$ auf $f_{Rot} = 3000 \ Hz$ innerhalb von $\Delta t = 100 \ s$. Zu Beginn der Messung treten bereits subsynchrone Schwingungen auf, die bis zu einer Drehzahl von $f_{Rot} = 1033 \ Hz$ zu beobachten sind. Im Bereich zwischen den Oil-Whirl Schwingungen $f_{Rot} = 1033 - 1383 \ Hz$ ist das Antwortverhalten durch die Rotorunwucht bestimmt, wobei die maximale Amplitude bei $f_{Rot} = 1133 \ Hz$ auftritt. Nach dem Durchfahren der Resonanz wurde ein zweiter Oil-Whirl gemessen, der ab einer Drehzahl von $f_{Rot} \approx 2166 \ Hz$ in einen Oil-Whip übergeht. Ein Abklingen der subsynchronen Schwingungen ist an der Mittelscheibe bei $f_{Rot} = 2633 \ Hz$ festzustellen.

Abbildung 3-10: Spektrogramm der Wellenbewegungsmessung, ausgewertet an der Mittelscheibe - S2, vgl. Eling [18, 116]

Die Ergebnisse der Hochlaufsimulationen sind in Abb. 3-11 dargestellt. Zur Bewertung der Auswirkungen von Ausgasvorgängen und Temperatureinflüssen wurden Simulationen unter der Annahme der Ausbildung von Zweiphasenströmungen und eines betriebsunabhängigen vollgefüllten Schmierspalts sowie mit Temperaturkennfeld und Lösung der Energie- und Wärmeleitungsgleichung durchgeführt. Eine Zusammenfassung zu den Ergebnissen ist in Tab. 3-6 zu finden.

Abbildung 3-11: Spektrogramm des Rotorantwortverhaltens ausgewertet an der Mittelscheibe S₂: (a) Gümbel Kavitation und lumped-mass Modell, (b) Zwei-Phasenmodell und lumped-mass Modell, (c) Gümbel Kavitation und 3D-Energiegleichung und (d) Zwei-Phasenmodell und 3D-Energiegleichung.

In den Hochlaufsimulationen treten subsynchrone Schwingungen im niedrigen und mittleren Drehzahlbereich auf. Weiterhin ist erkennbar, dass Ausgasungen und räumliche Temperaturverteilungen vorrangig die zweite Subsynchrone beeinflussen. Bei Vorgabe der Temperaturentwicklung treten subsynchrone Schwingungen in einem Drehzahlbereich $f_{Rot} = 1329 - 2368 Hz$ bei Gümbel Kavitation und $f_{Rot} = 1303 - 2511 Hz$ beim Zwei-Phasenmodell auf, vgl. Abb. 3-11a und Abb. 3-11b. Das Vorhandensein eines teilgefüllten

	1. Sub	2. Sub	Synchr. Resonanz
Messung [18] $[Hz]$ Gümbel und lumped mass $[Hz]$ Zwei-Phasenmodell und lumped mass $[Hz]$	333 - 1033 658 - 1038 670 - 1070	$1383 - 2633 \\ 1329 - 2368 \\ 1303 - 2511$	$1133 \\ 1126 \\ 1115$
Gümbel und 3D-EGL $[Hz]$ Zwei-Phasenmodell und 3D-EGL. $[Hz]$	664 - 1011 670 - 1066	1346 - 2555 1296 - 2758	$1143 \\ 1105$

Tabelle 3-6: Zusammenfassung der Hochlaufsimulationen

Schmierspalts führt bei hydrodynamischen Lagern zu einer Verringerung der Lagersteifigkeit und -dämpfung im Vergleich zu den Ergebnissen mit Gümbel Kavitation. Folglich kann die Halbwirbelfrequenz vom inneren bzw. äußeren Schmierfilm eine schwach gedämpfte Rotoreigenfrequenz anregen und zu subsynchronen Schwingungen führen. Mit Lösung der Energie- und Wärmeleitungsgleichung wird die Erwärmung des Lagers basierend auf dissipativen Effekten im Schmierfilm abgebildet. Dies führt beim untersuchten Rotor einerseits zu einer Verringerung der Viskosität und andererseits zu einer Begünstigung von Kavitation, was ebenfalls Auswirkungen auf den Druckaufbau hat, vgl. Gl. 2-32. Folglich liegt mit Berücksichtigung von Ausgasvorgängen und mit Lösung der Energiegleichung die geringste Lagersteifigkeit vor. Subsynchrone Rotorschwingungen treten zwischen $f_{Rot} = 1296 - 2758 Hz$ auf.

Abweichungen sind im Verlauf der unwuchtbedingten Schwingungen und beim Übergang zwischen Oil-Whirl und Oil-Whip festzustellen. Innerhalb der Messungen ist im mittleren Drehzahlbereich zwischen $f_{Rot} = 1450 - 1600 Hz$ ein zeitweises Abklingen der synchronen Rotoroszillationen zu beobachten, während bei den Simulationen dies nicht der Fall ist. Als Ursache können die, wie zuvor angedeutet, unbekannten Unwuchtmomente angeführt werden. Die Diskrepanzen beim Übergang zwischen Oil-Whirl und Oil-Whip sind im Zusammenhang mit dem Anregungsmechanismus der Schmierfilme über die Ölumlauffrequenz zu sehen. Durch Einbeziehung der Umlauffrequenzen im Spektrogramm ist ersichtlich, dass der innere Olfilm als Ursache für die Entstehung von subsynchronen Schwingungen verantwortlich ist. Dieser ist von der Wellen- bzw. Buchsendrehzahl, den thermischen Zuständen des Öls und dem Schmierspalt abhängig. Die genannten Größen beeinflussen die Reibmomente vom inneren und äußeren Ölfilm und somit die Buchsendrehzahl sowie die Olumlauffrequenzen. Unter der Annahme von konstanten Warmlagerspielen und ortsunabhängingen Temperaturen kann der komplexe Zusammenhang nur vereinfacht abgebildet werden. Aus diesem Grund wurden die Simulationen mit Lösung der Thermodynamikgleichungen wiederholt. Die Abweichungen beim Übergang zwischen Oil-Whirl und Oil-Whip bleiben jedoch weiterhin bestehen. Die Gründe könnten vorrangig bei den unbekannten thermischen Zuständen an Welle und Gehäuse liegen.

Zur weiteren Vorgehensweise wird auf die normierte Exzentrizität der Welle und Buchse eingegangen, vgl. Abb. 3-12. Die Exzentrizität wird über

$$\varepsilon_{W} = \frac{1}{c_{i}} \sqrt{\left(e_{W,X} - e_{SB,X}\right)^{2} + \left(e_{W,Y} - e_{SB,Y}\right)^{2}} \text{ und}$$

$$\varepsilon_{SB} = \frac{1}{c_{a}} \sqrt{e_{SB,X}^{2} + e_{SB,Y}^{2}}$$
(3-3)

berechnet, wobei $c_{i,a}$ das innere respektive äußere Lagerspiel und $e_{W/SB, X/Y}$ die horizontale beziehungsweise vertikale Verlagerung der Lagerkomponenten sind.

Mit dem Auftreten von subsynchronen Schwingungen nimmt die Exzentrizität der Welle zu, bis schließlich Kontaktvorgänge mit der Buchse vorliegen. Bereits im niedrigen Drehzahlbereich $f_{Rot} = 750 - 1100 Hz$ sind hohe Wellenverlagerungen festzustellen, die jedoch bei den Simulationen von Eling nicht auftraten. Allerdings lässt das Spektrogramm der Wellenbewegungsmessung höhere Exzentrizitäten durchaus erwarten. Ab einer Drehzahl von $f_{Rot} > 2511 Hz$ ist ein Abklingen des zweiten Oil-Whip im Spektrogramm der Mittelscheibe festzustellen, in den Lagerebenen nimmt die Wellenexzentrizität jedoch erneut zu. Die Ursache liegt in einer erneuten Anregung der Rotoreigenfrequenzen über den inneren Schmierfilm, womit ein dritter Oil-Whip in den Lagerebenen vorliegt. Dies wurde bereits in [116] gezeigt.

Abbildung 3-12: Exzentrizität der Welle und Buchse unter der Annahme: (a) Gümbel Kavitation und lumped mass, (b) Zwei-Phasenmodell und lumped mass, (c) Gümbel Kavitation und Energiegleichung und (d) Zwei-Phasenmodell und Energiegleichung.

Zur weiteren Klärung der Abweichungen zwischen Messung und Simulation werden die Schwimmbuchsendrehzahl und die Temperaturentwicklung des Öls herangezogen, vgl. Abb. 3-13. Die Schwimmbuchsendrehzahl ist von den einwirkenden Reibmomenten vom inneren und äußeren Schmierspalt abhängig, wobei der innere Spalt die Buchse beschleunigt und der Äußere diese verzögert. Innerhalb der Messung führt das Auftreten der zweiten Subsynchronen zu einer Beschleunigung der Buchse, bis diese sich einer maximalen Drehzahl von $f_{SB} = 340 \ Hz$ annähert. Der Effekt einer zunehmenden Buchsendrehzahl bei Anwesenheit eines Oil-Whirl beziehungsweise Oil-Whips ist ebenfalls in den Simulationen zu beobachten, allerdings erfolgt die Drehzahländerung deutlich schneller im Vergleich zur Messung. Dies ist vorwiegend auf die Reibmomente des inneren Ölfilms zurückzuführen. Die erhöhten Exzentrizitäten der Welle führen zu kleinen Schmierspalten und folglich zu hohen Scherraten, die letztendlich die Buchse antreiben. Demgegenüber sind das Reibmoment und die Scherrate am äußeren Spalt geringer, da einerseits das Lagerspiel größer und andererseits die Buchsenexzentrizität geringer ist.

Abbildung 3-13: Gegenüberstellung der Buchsendrehzahlen (links) und Temperaturentwicklung (rechts) mit den Ergebnissen von Eling [18]

Neben der Scherrate beeinflusst die Viskosität das Reibmoment, womit die thermischen Zustände in den Fokus rücken, vgl. Abb. 3-13 rechts. Die unterschiedlichen Temperaturentwicklungen des Öls sind auf die gewählten Randbedingungen und der Modellierungsgüte zur Abbildung der thermischen Vorgänge zurückzuführen. In [18] wird eine konstante Temperatur im gesamten Gehäuse bis hin zur Oberfläche beim äußeren Schmierfilm angenommen. Das thermische Modell begrenzt sich somit auf die Schmierfilme, die Buchse und die Welle. Die Annahme einer konstanten Temperatur hat zur Folge, dass die Kühlungswirkung des Gehäuses auf den äußeren Ölfilm überschätzt werden kann, da die Wärmeleitungsvorgänge im Festkörper vernachlässigt werden. Letzterer Effekt wird in den entwickelten Routinen mit Einbeziehung des Gehäuses in das Lösungsgebiet abgebildet. Die vom äußeren Schmierfilm erzeugte Wärme wird an das Gehäuse übertragen und anschließend bis zur Modellgrenze geleitet.

Zusammenfassend zeigen die Simulationen eine zunehmende Ausprägung von subsynchronen Rotorschwingungen, sobald Ausgasvorgänge und ortsaufgelöste Temperaturverteilungen berücksichtigt werden. Die erzielten Ergebnisse stimmen mit den Wellenbewegungsmessungen sehr gut überein. Um jedoch das Systemverhalten ganzheitlich zu verstehen, sind weitere Untersuchungen hinsichtlich der Einflüsse der Unwucht und Temperaturrandbedingungen vorzunehmen.

3.2 Axiallager

3.2.1 Druck- und Schmierstoffverteilung unter stationären Betriebsrandbedingungen

In diesem Kapitel wird auf die Verifzierung der Hydrodynamik am Axiallager unter stationären Betriebsrandbedingungen eingegangen. Das Lager besteht aus 24 Segmenten, wobei jedes Segment sich aus einem Rast- und Nutbereich zusammensetzt, vgl. Abb. 3-14. Die Geometriedaten sind in Tab. 3-7 zusammengefasst. Die experimentellen Untersuchungen gehen auf Zhang [103] zurück, während Hao [95] die dazugehörigen Simulationen der Hydrodynamik durchführte.

Abbildung 3-14: Axiallager mit 24 Segmenten und Randbedingungen [95, 103]

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Innenradius	r_i	24 mm	Viskosität	η	$0.083 \ Pas$
Außenradius	r_a	32 mm	Dichte	ho	$812 \ kg/m^3$
min. Spalt	h_{min}	$15.4 \ \mu m$	Temperatur	T_{liq}	295.5 K
Taschentiefe	h_T	$10.2 \ \mu m$	Blasengehalt	r_0	0.0 - 0.05
Segmentanzahl		24	Bunsenkoeff.	α_B	0.08
Taschenöffnung	φ_T	8.4°	Drehzahl	n	333.98U/min
Rastwinkel	φ_R	6.6°	Randdruck	p_{atm}	$1.0 \ bar$

Tabelle 3-7: Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen [95, 103]

Bezüglich des Prüfstandes wurde das Axiallager mit einer konstanten Kraft $F_{Ax} \approx 44 N$ belastet und der minimale Schmierspalt bei gegebener Scheibendrehzahl gemessen. Seitens der Hydrodynamik wird ein vollgefüllter Schmierspalt am inneren und äußeren Lagerrand angenommen, da sich das Lager in einer Ölwanne befindet. Zur Umsetzung der Annahme wird ein konstanter Druck $p_{atm} = 1 bar$ und somit ein Füllgrad F = 1 am Lagerrand vorgegeben. Die Schmiermittelversorgung erfolgt über den Innenrand, da das Öl einerseits aufgrund der Zentrifugalträgheit und andererseits über den Druckgradienten im Kavitationsgebiet in das Segment gefördert wird. Aus thermischer Sicht werden stationäre Betriebsrandbedingungen betrachtet. Als Näherung liegen ortsunabhängige Temperaturen und folglich ein isoviskoses Schmierstoffverhalten vor.

Es ist anzumerken, dass Hao [95] ebenfalls das Zwei-Phasenmodell zur Abbildung von Ausgasvorgängen anwendet, allerdings mit einem druck- und temperaturabhängigen Bunsenkoeffizienten $\alpha_B(p,T)$. Darin wird der Koeffizient über einen exponentiellen Ansatz approximiert, wohingegen dieser in den hier durchgeführten Berechnungen konstant ist. Der Bunsenkoeffizient beeinflusst den Phasenübergang der im Öl gelösten Luftmassen. Dies hat wiederum Auswirkungen auf die Druck- und Schmierstoffverteilung. Weiterhin wird zur Verifizierung der Bezugsblasengehalt variiert, um den Einfluss der bereits vorhandenen Gasmassen zu veranschaulichen. Die Druck- und Ölverteilung in der Lagermittelebene sind in Abb. 3-15 und über das gesamte Segment in Abb. 3-16 dargestellt.

Abbildung 3-15: Druck- und Schmierstoffverteilung in der Lagermittelebene $r = 28 \ mm$ bei $h_{min} = 15.4 \ \mu m$ und $n = 333.98 \ U/min$, vgl. Ziese [55]

Abbildung 3-16: Druck- und Schmierstoffverteilung über das gesamte Lagersegment bei einem minimalen Schmierspalt von $h_{min} = 15.4 \mu m$, einer Scheibendrehzahl n = 333.98 U/min und Blasengehalt $r_0 = 0$, vgl. Ziese [55]

Zusammenfassend zeigen die Druck- und Schmierstoffverteilung in Abb. 3-15 eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Hao [95]. Unter der Bedingung, dass keine ungelösten Gasmassen $r_0 = 0$ vorliegen, stellt sich ein maximaler Druck $p_{max} = 0.3MPa$ im Bereich zwischen $\varphi = 6.2^{\circ} - 13.9^{\circ}$ ein. Im Kavitationsgebiet wurde ein Füllgrad von $F_{min} =$ 0.63 ermittelt. Mit zunehmendem Referenzblasengehalt liegt mehr Gas im Schmierspalt vor, womit der maximale hydrodynamische Druck und die Ausprägung des Druckgebietes abnehmen.

Im Vergleich zur Auswertung in der Mittelebene zeigt die Füllgradverteilung über das Segment einen minimalen Schmierstoffanteil $F_{min} = 0.55$ nahe dem äußeren Lagerrand, vgl. Abb. 3-16. In [95] wurde $F_{min} \approx 0.56$ ermittelt. Der minimale Füllgrad stellt sich nicht exakt am Lagerrand ein, da eingangs von einem vollständig gefüllten Außenrand ausgegangen wurde. Da der hydrodynamische Druck im Kavitationsgebiet geringer als jener am Lagerrand ist, verursacht der sich einstellende Druckgradient eine Zuströmung des Öls vom Rand in das Segment.

Darüber hinaus wird zum Abgleich der minimale Schmierspalt unter stationären Bedingungen und in Abhängigkeit der Scheibendrehzahl ausgewertet. Zur günstigeren Gegenüberstellung mit den Ergebnissen von Hao [95] wird eine dimensionslose Lagergröße

$$BN = \frac{\omega \cdot \eta}{F_{Ax}} \left(r_a^2 - r_i^2 \right) \tag{3-4}$$

eingeführt, wobei F_{Ax} die äußere Belastung des Lagers und ω die Winkelgeschwindigkeit der Scheibe sind. Die Ergebnisse sind in Abb. 3-17 gegenübergestellt.

Abbildung 3-17: Minimale Schmierspalte bei einer Lagerbelastung von $F_{Ax} = 44.3 N$ und in einem Drehzahlbereich zwischen n = 36.2 - 325.9 U/min

Insgesamt liegt eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Hao vor. Die Abweichungen zu den Messungen können vorwiegend auf die gewählten Randbedingungen und auf die vernachlässigten thermischen Einflüsse zurückgeführt werden.

3.2.2 Gegenüberstellung stationärer Betriebszustände mit CombrosA

Zum weiteren Abgleich wird eine Gegenüberstellung mit den Ergebnissen von CombrosA¹³¹⁴ bei gegebenen Betriebspunkten vorgenommen. Das Lager besteht aus 8 Segmenten, wobei jedes Segment sich aus einem Keil-, Rast- und Nutbereich zusammensetzt, vgl. Abb. 3-18. Bezüglich der Strömungszustände im Schmierspalt wird eine laminare und isoviskose Fluidbewegung angenommen, thermische Eigenschaften bleiben vorerst unberücksichtigt. Um transiente Effekte zu vermeiden, werden die einzelnen Betriebspunkte stationär betrachtet. Als Randbedingungen liegen am inneren und äußeren Lagerrand atmosphärischer Druck $p_{atm} = 1 \ bar$ sowie im gesamten Taschenbereich der Zuführdruck $p_{zu} = 2 \ bar$ vor. Eine Besonderheit dieser Lagerung ist die äußere Dichtung, womit ein freies Abfließen des Öls begrenzt wird. Aus konstruktiver Sicht ergibt sich der Dichtungseffekt durch einen unprofilierten Außenrand. Zur Auswertung des Betriebsverhaltens wird die resultierende Lagerkraft in Abhängigkeit des minimalen Schmierspalts und der Scheibendrehzahl sowie mit und ohne Dichtkante untersucht.

Abbildung 3-18: Verifizierung mit CombrosA: Lagergeometrie (links) und Betriebsdaten (rechts)

In Abb. 3-19 links ist die axiale Lagerkraft bei einer Scheibendrehzahl $n = 72 \ kU/min$ und einem minimalen Schmierspalt zwischen $h_{min} = 14 - 62 \ \mu m$ dargestellt. Mit Berücksichtigung der seitlichen Dichtung beträgt die maximale Abweichung zu den Referenzergebnissen $\Delta \bar{F}_{Ax} = 0.02$. Unter der Annahme eines frei abfließenden Öls verringert sich die resultierende Axialkraft auf $\bar{F}_{Ax} = 0.78$, was einer Differenz von $\Delta \bar{F}_{Ax} = 0.22$ im Vergleich zu einem gedichteten Lager entspricht. Um die Lagerreaktionen ebenfalls über einen größeren Betriebsdrehzahlbereich vergleichen zu können, wird die Axialkraft in Abhängigkeit der Scheibendrehzahl näher untersucht, vgl. Abb. 3-19 rechts. Bei einem gedichteten Lager nehmen die Lagerreaktionen linear mit steigender Drehzahl zu. Die maximalen Abweichungen zu den Ergebnissen von CombrosA betragen $\Delta \bar{F}_{Ax} = 0.76$. Aufgrund der Randbedingungen konnten sowohl in den Simulationen als auch in den CombrosA-Ergebnissen keine Kavitationsgebiete festgestellt werden.

¹³CombrosA-Daten wurden von der Firma Turbo Systems Schweiz Ltd - Accelleron zur Verfügung gestellt.

¹⁴Software zur Ermittlung der stationären Betriebszustände beim Axiallager. Entwickelt wurde CombrosA vom ITR-Clausthal.

Abbildung 3-19: Gegenüberstellung der Lagerreaktionen mit CombrosA: Lagerkraft in Abhängigkeit des minimalen Schmierspalts zwischen $h_{min} =$ $14 - 62 \ \mu m$ bei maximaler Drehzahl (links) und in Abhängigkeit der Drehzahl für $h_{min} = 14 \ \mu m$ (rechts).

Ein weiterer Abgleich der Lagerreaktionen wurde anhand der Veröffentlichungen von Chatzisavvas [44, 45, 47] durchgeführt. Diese sind dem Anhang A.1 zu entnehmen.

3.3 Kombinierte Lagerungen

In den vorangegangenen Untersuchungen wurden Radial- und Axiallager separat betrachtet. Die darin angenommenen Randbedingungen an den Lagerrändern waren entweder ein konstanter Druck bei Vollschmierung oder ein frei abfließender Massenstrom im Falle eines Kavitationsgebietes. Als Folge der Randbedingungen konnte sich der hydrodynamische Druck nur innerhalb der einzelnen Lageroberflächen aufbauen. Bei kombinierten Lagerungen ist neben dem Druckaufbau der Schmiermittelaustausch zwischen radialen und axialen Spalt zu beachten. Somit muss eine Erweiterung der bisherigen Betrachtungen vorgenommen werden. Der Ölaustausch zwischen den Spalten ermöglicht einen über die Lagergrenzen hinaus auftretenden Druckaufbau, was sich letztendlich bei den Lagerreaktionen ebenfalls wiederfindet. In diesem Kapitel stehen somit die Einflüsse der hydrodynamischen Kopplung auf die resultierenden Kräfte beim Kompakt- und Schwimmscheibenlager im Fokus.

3.3.1 Stationärer Betriebszustand einer Kompaktlagerung

Kompaktlager wurden von Xiang [40, 41] untersucht, worin die Lagerkräfte in Abhängigkeit der exzentrischen Wellenposition bei konstantem axialen Spaltmaß ermittelt wurden. Das Modell beinhaltet einen radialen und axialen Schmierspalt, die gleichermaßen profiliert sind, vgl. Abb. 3-20 mit den Abmessungen und Betriebsbedingungen in Tab. 3-8. Die Profilierung setzt sich aus 16 Segmenten zusammen, wobei jedes Segment aus einem Rast- und dreieckigen Kerbbereich besteht. Die Zuführung des Öls erfolgt am freien Ende des Radiallagers durch Vorgabe eines konstanten Druckes. Des Weiteren wird als Randbedingung am äußeren axialen Lagerrand Umgebungsdruck angenommen. Zur Ermittlung der Druck- und Schmierstoffverteilung wird die Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation nach dem Zwei-Phasenmodell gelöst. Im Vergleich dazu wird bei Xiang [40] Reynolds-Kavitation angewendet. Beim Reynolds-Modell handelt es sich um einen nicht-masseerhaltenden Kavitationsalgorithmus. Innerhalb des Kavitationsgebietes wird angenommen, dass der Schmierfilmdruck gleich dem Kavitationsdruck ist. Weiterhin wird gefordert, dass beim Übergang zwischen Voll- und Teilschmierung der Druckgradient gleich null ist. Aussagen über die Schmierstoffverteilung können hier nicht getroffen werden. Mit Umsetzung des Zwei-Phasenmodells können Druck- und Schmierstoffverteilungen ermittelt werden. Das Modell ermöglicht somit eine detailliertere Abbildung der hydrodynamischen Vorgänge beim Gleitlager. Die nachfolgenden Auswertungen beinhalten eine Gegenüberstellung der Druckverteilung bei gekoppelten und separaten Schmierfilmen und die Lagerreaktionen in Abhängigkeit der Wellenverlagerung.

Abbildung 3-20: Kompaktlager mit gekerbten Oberflächen [40, 41]

Tabelle 3-8: Lagergeometrie,	Öleigenschaften und	d Betriebsrandbedingungen [[40]
--------------------------------------	---------------------	-----------------------------	------

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Innenradius	r_1	$22.5\ mm$	Viskosität	η	0.849mPas
Außenradius	r_2	$34.0\ mm$	Dichte	ho	$1000 \ kg/m^{3}$
Länge Radialspalt	L	24 mm	Blasengehalt	r_0	0.0
radiales Spiel	c	$20 \ \mu m$	Bunsenkoeff.	α_B	0.02
axiales Spiel	h_{min}	$4 \ \mu m$	Exzentrizität	ε	0.8
Segmentanzahl		16	Drehzahl	ω	$104.7 \ rad/s$
Taschenöffnung	W_{g}	$3.0\ mm$	Randdruck	p_{atm}	$1.0 \ bar$
Taschentiefe	D_g	$8 \ \mu m$	Kavdruck	p_{Kav}	$1.0 \ bar$

Zunächst erfolgt ein Vergleich der Druckverteilung bei gekoppelter und separater Betrachtung der radialen Schmierfilme, vgl. Abb. 3-21 links. Mit Vorgabe des Lagerranddruckes liegt eine zur Lagermittelebene symmetrische Ölverteilung mit einem Maximaldruck von $p_{max} = 0.47 MPa$ vor, wobei mehrere Druckberge aufgrund der gekerbten Profilierung entstehen können. Unter Berücksichtigung des Ölaustausches stellt sich ein unsymmetrischer Druckaufbau ein, dessen maximaler Druck $p_{max} = 0.59 MPa$ beträgt. Insbesondere im Ubergangsbereich b > 20 mm sind die vom Axiallager stammenden Einflüsse der Segmentdrücke ebenfalls im radialen Schmierspalt wiederzufinden (rot markierter Bereich). Die Ursache dafür liegt beim Druckgradienten, wodurch das Ol vom Axial- zum Radiallager gefördert wird. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass bei einer Wellendrehzahl von $\omega = 104.7 \, rad/s$ die Zentrifugalströmung gering ist. Unter diesen Umständen findet ein vorwiegend druckinduzierter Schmiermitteltransport in radialer Richtung beim Axiallager statt, vgl. Gl. 2-17 und Gl. 2-73. Der Einfluss der hydrodynamischen Kopplung zeigt sich ebenfalls beim Axiallager durch höhere Segmentdrücke im unteren Lagerbereich, vgl. Abb. 3-21 rechts. Zwischen $170^{\circ} \leq \varphi \leq 200^{\circ}$ ist der Druckgradient im Übergangsbereich so gerichtet, dass ein Öltransport zum Axiallager auftritt. Das Resultat sind einzelne höhere Segmentdrücke.

Abbildung 3-21: Druckverteilung beim axialen und radialen Schmierspalt: bei separater (oben) und gekoppelter Betrachtung der Schmierfilme (unten).

In Abb. 3-22 ist ein Vergleich der Relativdrücke in der Lagermittelebene dargestellt. Beim Radiallager treten Abweichungen hauptsächlich im Kavitationsgebiet zwischen $\varphi =$ $220^{\circ} - 360^{\circ}$ auf, was auf die unterschiedlichen Annahmen der Kavitationstheorien nach Reynolds und dem Zwei-Phasenmodell zurückzuführen ist. Bei gekoppelten Schmierfilmen beträgt die Druckdifferenz zu den Ergebnissen von Xiang [40] $\Delta p = 0.08MPa$ bei $\varphi = 196^{\circ}$. Ähnliche Aussagen sind ebenfalls beim Axiallager zu treffen. Unter der Annahme von ungekoppelten Lagerungen ist die Druckdifferenz $\Delta p = 1.3 \ kPa$ gering, womit eine gute Übereinstimmung erzielt wurde. Bei gekoppelten Schmierfilmen beträgt die Druckdifferenz $\Delta p = 0.8 \ MPa$. Bezüglich des Füllgrads stellt sich bei ungekoppelter Betrachtung ein minimaler Schmierstoffanteil von $F_{min} = 0.20$ im radialen und $F_{min} = 0.56$ im axialen Spalt ein. Mit Berücksichtigung des Schmiermittelaustausches beträgt der Füllgrad $F_{min} = 0.18$ im radialen und $F_{min} = 0.37$ im axialen Ölfilm.

Abbildung 3-22: Gegenüberstellung der Druckverteilung in der Lagermittelebene: Radiallager bei b = 12mm (links) und Axiallager bei r = 29.25mm (rechts).

Neben der Druckverteilung sind die resultierenden Lagerreaktionen näher zu untersuchen. Dazu sind in Abb. 3-23 die Lagerkräfte in Abhängigkeit der Wellenexzentrizität dargestellt. Da beim Zwei-Phasenmodell eine Unterschreitung des Kavitationsdruckes möglich ist, erfolgt die Kraftberechnung basierend auf den Absolutdrücken¹⁵. Weiterhin wurden Simulationen mit betriebsunabhängigem vollgefülltem Schmierspalt (Gümbel Kavitation) durchgeführt, um den Kavitationseinfluss besser einschätzen zu können.

Beim Radiallager liegt sowohl bei gekoppelter als auch bei separater Betrachtung der Schmierfilme eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Xiang [40] vor, wenn ein allseits vollgefüllter Spalt angenommen wird. Unter Berücksichtigung von Ausgasungen stellt sich eine Druckverteilung ein, die zu einem steiferen Lagerverhalten führt. Im Vergleich zu den Referenzergebnissen beträgt die maximale Kraftdifferenz $\Delta F_{res} = 37 N$ bei $\varepsilon = 0.62$.

¹⁵Bei Xiang [40] konnten Überdrücke zur Ermittlung der Lagerreaktionen verwendet werden, da Reynolds-Kavitation eine Unterschreitung des Kavitationsdruckes nicht erlaubt. Um die Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen des Zwei-Phasenmodells sicherzustellen, wurde die vom Kavitationsdruck resultierende Kraft zu den Axiallagerergebnissen von Xiang hinzugefügt. Jene zusätzliche Kraft ergibt sich aus der Integration des Kavitationsdruckes über die Lageroberfläche. Beim Radiallager ist dies nicht notwendig, da die resultierende Kraft eines konstanten Druckes bei einer Zylinderfläche gleich null ist.

Mit zunehmender exzentrischer Lage der Welle nehmen die axialen Reaktionskräfte zu, vgl. Abb. 3-23 rechts. Bei gekoppelter Lagerung betragen die Abweichungen zu den Referenzergebnissen bis zu $\Delta F_{Ax} = 60 N$ bei $\varepsilon = 0.9$. Allerdings ist erkennbar, dass es sich um einen konstanten Offset handelt, der auf die resultierende Kraft des angenommenen Kavitationsdruckes $p_{Kav} = 0.1 MPa$ zurückzuführen ist. Ein Vergleich zwischen zentrischer und $\varepsilon = 0.9$ exzentrischer Lage der Welle zeigt eine Krafterhöhung von $\Delta F_{Ax} = 40 N$ bei Xiang, $\Delta F_{Ax} = 60 N$ bei Gümbel Kavitation und $\Delta F_{res} = 69 N$ mit Anwendung des Zwei-Phasenmodells. In Analogie zu den Radiallagern ist ebenfalls der Kavitationseinfluss auf die Kraftberechnung zu beachten. Anhand der Abb. 3-22 ist erkennbar, dass Ausgasvorgänge auftreten können, die zu einer Reduzierung des Druckes unterhalb des Kavitationsdruckes führen.

Abbildung 3-23: Resultierende Lagerkraft im radialen (links) und axialen (rechts) Schmierspalt in Abhängigkeit der Wellenexzentrizität ε

3.3.2 Systemverhalten einer Schwimmscheibe

Zur Untersuchung des Systemverhaltens einer Schwimmscheibenlagerung wird das von Nitzschke [38] beschriebene Scheibendesign verwendet, vgl. Abb. 3-24 und Tab. 3-9. Das Profil setzt sich aus 10 Segmenten zusammen, wobei jedes Segment aus einem Keil-, Rastund Nutbereich besteht. Durch Vorgabe eines konstanten Druckes am Innenrand des gehäuseseitigen Schmierfilms kann das Öl in den radialen und axialen Spalt gelangen. Weiterhin wird am äußeren Axiallagerrand Umgebungsdruck $p_{atm} = 1 \ bar$ angenommen. Um den Kopplungseffekt nachzuweisen, weist die Scheibe bereits eine exzentrische Lage zur Welle auf. Dadurch kann eine resultierende Kraft im radialen Spalt ermittelt werden, die ebenfalls vom Schmiermittelaustausch abhängig ist. Im Gegensatz dazu würde bei einer konzentrischen Lage der Scheibe eine regelmäßige über den Umfang verteilte Segmentdruckverteilung vom Axiallager im radialen Spalt vorliegen, womit die resultierende radiale Lagerkraft gleich null wäre.

Abbildung 3-24: Schwimmend gelagerte Scheibe mit Randbedingungen. Die Schwimmscheibe besitzt die Freiheitsgrade z_{FD} und φ_{FD} für die axiale Bewegung und Rotation. Die Freiheitsgrade z_{TR} und φ_{TTR} beziehen sich auf die Welle beziehungsweise auf den Schubring.

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Innenradius	r_i	$25.0\ mm$	Viskosität	η	12 mPas
Außenradius	r_a	47.5 mm	Dichte	ho	$850~kg/m^3$
Scheibendicke	b	8mm	Blasengehalt	r_0	0.0
radiales Spiel	С	$40 \ \mu m$	Bunsenkoeff.	α_B	0.08
axiales Spiel	h_{ges}	$100 \ \mu m$	Kavdruck	p_{Kav}	$1.0 \ bar$
Segmentanzahl	, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,	10	Randdruck	p_{atm}	$1.0 \ bar$
Keilhöhe	c_K	$85.0 \ \mu m$	Zuführdruck	p_{zu}	$2.0 \ bar$
Keilwinkel	φ_K	27°	axiale Last	F_{Ax}	0-5 kN
Taschentiefe	h_T	$1.0\ mm$	Drehzahl	f	100 - 600 Hz
Rastwinkel	φ_R	5°	Exzentrizität	ε	0.25
Dichtkante	b_D	3mm	Vernetzung radial	$n_x x n_y$	$160 \ge 10$
			Vernetzung axial	$n_{\varphi} x n_r$	$20 \ge 15$

Tabelle 3-9: Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen [38]

Für die Plausibilitätsprüfung werden die Reaktionskräfte, minimalen Schmierspalte und Scheibenverlagerungen in Abhängigkeit der Wellendrehzahl sowie die axiale Belastung ausgewertet. Aufgrund der Ausbildung einer Mehrphasenströmung ist der hydrodynamische Druck sowohl vom aktuellen als auch vom vorangegangenen Lagerbetriebszustand abhängig. Um den Einfluss von transienten Effekten zu minimieren, werden quasi-stationäre Betriebszustände angenommen. Dies wird durch eine langsame Änderung der Lasten beziehungsweise der Wellendrehzahl erreicht.

Lagerkräfte in Abhängigkeit der Wellendrehzahl

Bei dem hier betrachteten Betriebsfall wird der Schubring konstant von $f_{min} = 100 Hz$ auf $f_{max} = 600 Hz$ innerhalb von $t_{Sim} = 50 s$ beschleunigt. Die Bilanzierung der Reibmomente führt zu einer Änderung der Schwimmscheibendrehzahl, bis sich ein Gleichgewichtszustand einstellt. Aufgrund der Rotationsbewegung der Lagerelemente entstehen gehäuseund schubringseitige hydrodynamische Drücke und somit axiale Kräfte. Durch Freigabe der lateralen Scheibenbewegung kann sich eine axiale Position einstellen, womit das Kräftegleichgewicht eingehalten wird. Als auszuwertende Größen bieten sich somit die Lagerkraft und der minimale Schmierspalt in Abhängigkeit der Wellendrehzahl an. Bezüglich der Freiheitsgrade vollzieht der Schubring nur eine Rotationsbewegung, womit die Summe der axialen Spiele konstant bleibt. Die Schwimmscheibe kann sich axial und rotatorisch frei bewegen. Die Ergebnisse sind in Abb. 3-25 zu finden.

Zunächst wird auf die axiale Lagerkraft in Abhängigkeit der Wellendrehzahl eingegangen, vgl. Abb. 3-25 links. Mit Berücksichtigung der hydrodynamischen Kopplung stellen sich über den gesamten Drehzahlbereich größere Segmentdrücke und folglich Reaktionskräfte im Schmierspalt ein. Die Ursache dafür liegt an einem sich über den Innenrand des Axiallagers hinaus ausbreitenden Tragdruck, womit sich ebenfalls größere Lagerreaktionen ergeben, analog zu Kap. 3.3.1. Folglich treten bei maximaler Drehzahl bis zu $\Delta F_{Ax} = 2.1 \, kN$ Kraftdifferenz im Vergleich zu einer separaten Betrachtung der Schmierfilme auf. Umgekehrt führt die Vorgabe eines inneren Randdruckes zu einer Einschränkung seiner Verteilung beziehungsweise Ausprägung. Die Auswirkungen der hydrodynamischen Kopplung sind beim radialen Spalt durch erhöhte Lagerkräfte ebenfalls zu finden. Bei maximaler Drehzahl beträgt die Kraftdifferenz $\Delta F_{Rad} = 0.38 \, kN$.

Abbildung 3-25: Resultierende Kraft im radialen und axialen Spalt (rechts) und minimaler Schmierspalt (links) in Abhängigkeit der Wellendrehzahl. Die Summe der axialen Spiele bleibt konstant mit $h_{TB ges} = h_{TB1} + h_{TB2} = 100 \ \mu m$.

In Abb. 3-25 rechts sind die minimalen axialen Schmierspalte dargestellt. Die Spaltmaße stehen in direkter Korrelation zu der Scheibenverlagerung, da eine Schiefstellung der Schwimmscheibe und Welle nicht betrachtet wird. Mit Berücksichtigung der hydrodynamischen Kopplung wird die Scheibe näher zum Gehäuse gedrückt, womit sich kleine Spalte gehäuseseitig und größere schubringseitig einstellen. Die Ursache dafür liegt ebenfalls in einer über den Innenrand des Axiallager hinaus ausgeprägteren Druckverteilung.

Minimaler Schmierspalt in Abhängigkeit der Schubbelastung

In einem weiteren Betriebsfall wird das Antwortverhalten der Scheibe in Abhängigkeit der äußeren Belastung untersucht. Die Belastung variiert zwischen $F_{Ax} = 5 - 50 \, kN$ innerhalb von t = 50s bei konstanter maximaler Wellendrehzahl. Die zu ermittelnden Größen sind die sich einstellenden minimalen Spaltmaße, vgl. Abb. 3-26.

Im Vergleich zur Einzelbetrachtung der Schmierfilme ergeben sich größere Spalte, sobald der Ölaustausch zwischen Radial- und Axiallager berücksichtigt wird. Der Effekt ist ebenfalls auf eine über den Innenrand ausbreitende Druckverteilung zurückzuführen. Das Phänomen tritt jedoch nur am schubringseitigen Übergang auf, da zur Sicherstellung einer ausreichenden Ölzufuhr ein konstanter Druck am gehäuseseitigen Innenrand angenommen wird. Eine hydrodynamische Kopplung liegt somit nur beim schubringseitigen Übergang vor, während auf der gegenüberliegenden Seite ein konstanter Druck vorgegeben wird. Bei maximaler Belastung stellt sich ein minimaler Spalt $h_{min} = 25.6 \ \mu m$ und bei gekoppelter $h_{min} = 17.2 \ \mu m$ ein. Der gehäuseseitige Spalt beträgt $h_{min} = 2.3 \ \mu m$.

Abbildung 3-26: Minimaler axialer Schmierspalt in Abhängigkeit der Schublast.
4 Rotordynamische Untersuchungen

In den nachfolgenden Untersuchungen wird auf das Antwortverhalten von gleitgelagerten Rotoren unter dem Einfluss der Axiallagerung eingegangen. Die Rotoren weisen unterschiedliche Designs sowie Lagerungskonzepte auf, sodass die vielseitigen Einflüsse aufgezeigt und analysiert werden können.

4.1 Semi-floating gelagerter Rotor mit doppelseitigem Axiallager

In diesem Kapitel wird ein von Turbo Systems 16 zur Verfügung gestellter Rotor untersucht. Die Lagerkonstruktion sieht zur Aufnahme der radialen Belastungen Schwimmbuchsen vor, bei denen der äußere Spalt als Quetschöldämpfer agiert. Schmierfilminduzierte Anregungen können somit nur vom inneren Ölfilm des Lagers ausgehen. Des Weiteren werden die Schubbelastungen über ein doppelseitiges Axialgleitlager mit feststehenden Segmenten aufgenommen. Um eine kompakte Bauweise des Turboladers zu ermöglichen, befindet sich das Schublager zwischen den Radialgleitlagern. Das Rotormodell beinhaltet ein Verdichter- und Turbinenrad in radialer Ausführung, eine Dichtscheibe, den Schubring und das Hilfslager, vgl. Abb. 4-1. Aufgrund der Massenverteilung befindet sich der Gesamtschwerpunkt des Rotors in der Nähe des Turbinenlagers. Die daraus resultierende einseitige Belastung begünstigt dessen Kippverhalten, wobei die maximale Neigung des hier betrachteten Rotors durch das axiale Lagerspiel begrenzt wird. Zur besseren Einordnung sind die Gesamtmasse $m_{Rot} = 20 \ kg$ und die Gesamtlänge $l_{Rot} = 0.45 \ m$ inklusive der Räder zu nennen. Der Rotor zeigte in den Wellenbewegungsmessungen subsynchrone Schwingungen, die mit erhöhten Amplituden einhergingen. Um das Systemverhalten abzubilden und die Einflüsse der Axiallagerung aufzuzeigen, werden in den nachfolgenden Abschnitten die Modellierung des Rotors, die Annahmen und Randbedingungen der Hochlaufsimulationen sowie die Detailuntersuchungen erläutert.

Zunächst wird auf die Modellierung des Rotors inklusive des Laufzeugs eingegangen. Zur Berücksichtigung der elastischen Wellenverformungen werden die Gleichungen der Timoshenko-Balkentheorie über die Finite-Elemente Methode ausgewertet [3]. FE-Knoten befinden sich in der Mittelebene der Radiallager, an den Stirnflächen der axialen Lagerelemente und bei relevanten Wellenabsätzen. Die Vorgehensweise ermöglicht die Ermittlung der Schmierspalte in Abhängigkeit der Orientierung und Position der Knoten und Marker zueinander, vgl. Kap. 2.5.1 und Kap. 2.5.2. Die Trägheitseigenschaften des Laufzeugs werden den entsprechenden FE-Knoten zugeordnet. Bei der Modellierung ist besondere Beachtung der Hilfslagerung zu widmen, da das Bauteil axial über das Verdichterrad, den Dicht- sowie den Schubring vorgespannt ist. Um die versteifende Wirkung in diesem Bereich zu erfassen, werden zusätzliche parallel zur Welle angeordnete finite Elemente eingesetzt.

 $^{^{16}\}mathrm{Turbo}$ Systems Schweiz Ltd - Accelleron, vormals ABB Turbo
charging

Diese zeichnen sich durch einen erhöhten E-Modul jedoch geringere Dichte im Vergleich zum Wellenwerkstoff aus. Durch die geringe Dichte der versteifenden Elemente bleibt die Gesamtmasse des Rotors nahezu unverändert.

Neben dem elastischen Rotor sind die Schwimmbuchsen als Starrkörper innerhalb der Mehrkörperumgebung vorhanden. Interaktionen zwischen den einzelnen Komponenten erfolgen über die resultierenden Kräfte und Momente der Schmierfilme, siehe Kap. 2.5.1.2 und Kap. 2.5.2.2. Radiale Kräfte wirken am äußeren Spalt zwischen Gehäuse und Buchse und im Inneren zwischen Buchse und Welle. Axiale Kräfte und Kippmomente treten zwischen Gehäuse und Schubring beziehungsweise Hilfslager auf. Die betrachteten Schmierspalte sind in Abb. 4-1 blau gekennzeichnet.



Abbildung 4-1: Schematische Darstellung eines semi-floating gelagerten Rotors mit doppelseitiger Axiallagerung. Die rot gekennzeichneten Punkte stellen die Position der FE-Knoten dar. Die Schmierfilme sind blau markiert.[55, 56]

Nachfolgend ist auf die radiale Lagerung einzugehen. Der äußere Spalt bei den Schwimmbuchsen ist als Kreislager mit mittiger Umfangsnut konstruiert. Unter der Annahme einer ausreichenden Nuttiefe kann eine über den gesamten Umfang gleichmäßige Ölversorgung angenommen werden. Der sich einstellende Druck in der Nut entspricht dem Zuführdruck. Das Öl gelangt anschließend über Verbindungsbohrungen in der Buchse zum inneren Spalt, der sich aus einer Mehrgleitflächengeometrie zusammensetzt. Um ebenfalls eine ausreichende Schmiermittelversorgung beim tragenden Ölfilm zu gewährleisten, sind die Verbindungsbohrungen konzentrisch zu den Zuführbohrungen angeordnet. Folglich kann ein Teil des zugeführten Öls direkt zum inneren Spalt fließen. Des Weiteren sind Versorgungstaschen im inneren Schmierspalt vorgesehen, wodurch sich das Öl über die gesamte Segmentbreite verteilen kann. Außerdem ist zu erwähnen, dass bei den Radialgleitlagern keine seitlichen Dichtungen vorhanden sind. Das Schmiermittel kann frei über die Ränder an die Umgebung abfließen, was sich auf den Druckaufbau und die Ölverteilung im Spalt auswirkt.

Neben den hydrodynamischen Randbedingungen sind zur ganzheitlichen Abbildung der Lagereigenschaften die thermischen Zustände zu beachten, vgl. Abb. 4-2. Beim Radiallager gehen die gemessenen Temperaturen am Gehäuse und in der Welle als Kennfeld innerhalb der Hochlaufsimulationen ein, wobei reine Wärmeleitung mit den Abständen $l_{1,2,3}$ zu der jeweiligen Vernetzungsgrenze angenommen wird. An den Stirnseiten der Buchse liegen adiabate Zustandsänderungen vor. Weiterhin treten Wärmeleitungsvorgänge im Übergangsbereich zwischen Fluid und den Lagerelementen auf, da das Öl ideal an den Oberflächen haftet. Die Zuführtemperatur ist konstant und wird innerhalb der Bohrungen vorgeschrieben. Außerdem sind Grenzschichtströmungen im Taschenbereich beim inneren Schmierspalt zu beachten. Ein vereinfachtes Modell zur Berücksichtigung der Mischungsvorgänge in diesem Bereich sieht vor, dass 20 % des Ols von einem zum nächsten Segment strömen kann, während sich der restliche Anteil mit dem zugeführten Frischöl vermischt. Eine Erhöhung des überströmenden Anteils würde bedeuten, dass zunehmend bereits erwärmtes Öl in das nachfolgende Segment fließen kann. Die Kühlungseffekte des Frischöls werden dadurch abgeschwächt. Als Konsequenz können sich höhere Temperaturen im Schmierspalt einstellen. Demgegenüber würde eine vollständige Durchmischung des Öls in der Tasche dazu führen, dass das nachfolgende Segment ausschließlich mit einer effektiven Mischtemperatur versorgt wird. Somit handelt es sich beim angegebenen Überschleppungsfaktor um eine empirische Größe. Die Temperaturverteilungen im Schmierfilm und in den Lagerelementen werden durch Auswertung der 3D-Energie- und Wärmeleitungsgleichung ermittelt. [119]



Abbildung 4-2: Thermische Randbedingungen am Radiallager. Temperaturvorgaben erfolgen am Gehäuse und an der Welle (rot gestrichelte Linien). Die gelben Linien symbolisieren die Vernetzungsgrenze. [56]

Die Profilierung der Axiallagerung besteht aus acht Segmenten mit jeweils einem Keil-, Rast- und Nutbereich, siehe Abb. 4-3. Weiterhin ist zur Begrenzung des seitlichen Ölabflusses eine Dichtkante vorgesehen [56]. Aufgrund der Ölversorgung und der Anordnung der Schublager zueinander können die beiden axialen Schmierspalte getrennt voneinander betrachtet und die thermische Kopplung der Einfachheit halber vernachlässigt werden. Bei den hydrodynamischen Randbedingungen wird der Zuführdruck am Innenrand und in den Zuführbohrungen vorgegeben. Am Außenrand liegt Umgebungsdruck vor. Erwärmungen in den Lagerelementen und im Öl werden über ein Kennfeld berücksichtigt. Hinsichtlich der Freiheitsgrade innerhalb der Mehrkörpersimulation kann sich der Rotor frei bewegen. Als Resultat treten Kippmomente im axialen Spalt auf, die der Rotorneigung entgegenwirken.



Abbildung 4-3: Anordnung der Lagerung (links) und Profilierung des doppelseitigen Axialgleitlagers (rechts)

Zur Anwendung der Finite-Volumen Methode für die Ermittlung der Tragdruck- und Temperaturverteilungen müssen die Schmierspalte und Lagerelemente diskretisiert werden. Die Vernetzung wurde derart gewählt, dass die geometrischen Gegebenheiten des Schmierspalts abgebildet werden und gleichzeitig eine ausreichende Genauigkeit der Druck- und Temperaturverteilung bei vertretbarem Rechenaufwand sichergestellt ist. Beim Radiallager wurde eine Vernetzung mit 80 Knoten in Umfangs- und 13 in Breitenrichtung gewählt. In Spalthöhenrichtung wurden 10 Knoten beim inneren und äußeren Spalt, 7 für die Buchse und 5 Knoten für das Gehäuse verwendet. Aufgrund der Drehbewegung der Welle können rotationssymmetrische Temperaturverteilungen angenommen werden. Die Vernetzung der Welle besteht somit aus 10×13 Knoten in radialer und axialer Richtung. Der Schmierspalt am Axiallager beinhaltet 30×12 Knoten in Umfangs- und radialer Richtung für jedes Segment, einschließlich der Nut.

4.1.1 Wellenbewegung im Frequenzbereich

Für die nachfolgenden Untersuchungen sind zunächst die Betriebsrandbedingungen der Wellenbewegungsmessung zu erläutern. Die Wellenbewegungen wurden am Dichtring aufgenommen, mit dem Ziel, die Verlagerungen möglichst nahe am verdichterseitigen Lager zu erfassen. Das VS-Lager ist geringer als das TS-Lager belastet, was die Ausbildung von Subsynchronen begünstigt. Der Rotor beschleunigt langsam bis zur Maximaldrehzahl, womit die Annahme von quasi-stationären Temperaturverteilungen zulässig ist. Bei dem hier betrachteten Betriebsfall wird das Öl mit erhöhter Temperatur¹⁷ den Lagern zugeführt.

 $^{^{17}\}mathrm{Die}$ Mess- und Simulationsergebnisse bei niedriger Öle
intrittstemperatur sind dem Anhang A.2.3 zu entnehmen.

Weiterhin können anhand der gemessenen thermodynamischen Größen am Verdichter- und Turbinenrad die Schubkräfte bestimmt werden. Die daraus resultierende axiale Belastung auf den Rotor wird in der Simulation als äußere Kraft in Abhängigkeit der Drehzahl vorgegeben. Das Frequenzspektrum der gemessenen Wellenbewegung ist in Abb. 4-4 dargestellt.



Abbildung 4-4: Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessung, aufgenommen am Dichtring. Die dimensionslose Antwortfrequenz des Rotors fist in Abhängigkeit der Drehzahl f_{Rot} aufgetragen. Die Größen fund f_{Rot} beziehen sich auf die Maximaldrehzahl.

Das Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessung zeigt subsynchrone Rotorschwingungen ab $f_{Rot} = 0.48$ der Maximaldrehzahl mit einer Antwortfrequenz f = 0.16. Darüber hinaus wird das Rotorverhalten durch die unwuchtbedingten Schwingungen bestimmt. Die drehzahlsynchrone Resonanz liegt bei $f_{Rot} \approx 0.24$, wobei nach dem Durchfahren die Amplituden abnehmend sind.

Das Rotorantwortverhalten wird maßgebend von den nichtlinearen Eigenschaften jeder einzelnen Lagerung bestimmt. Einen wesentlichen Einfluss auf den hydrodynamischen Tragdruckaufbau ist dem Auftreten von Kavitation zuzuordnen. Darüber hinaus beeinflusst die Axiallagerung die Schwingform des Rotors und somit die Betriebspunkte beim Radiallager. Um die Auswirkungen von Kavitation und Axiallagerung separat bewerten zu können, wurden Simulationen mit unterschiedlichen Detaillierungsgrad der Lagerung durchgeführt. Als niedrigste Modellierungsstufe (V1) wird ein unabhängig vom Betriebszustand des Lagers vollständig gefüllter Schmierspalt (Gümbel Kavitation) angenommen und die Axiallager vernachlässigt. Das Modell stellt somit die Mindestabbildungsgüte im Vergleich zum realen Rotor-Lager-System dar. Eine Erhöhung des Detaillierungsgrades wird durch Berücksichtigung von Ausgasvorgängen erreicht, wobei die Axiallager weiterhin vernachlässigt werden (V2). Ein Vergleich des Rotorantwortverhaltens zwischen den Modellstufen V1 und V2 zeigt den Einfluss von Kavitation. Beim Lagermodell (V3) wird erneut Gümbel Kavitation angenommen, jedoch unter Einbeziehung der Axiallager. Ein Vergleich zwischen V1 und V3 zeigt den Einfluss der Axiallagerung auf das Systemverhal-



ten. Die höchste Modellgüte (V4) beinhaltet sowohl masseerhaltende Kavitation als auch die Axiallagerung. Die Ergebnisse der Hochlaufsimulationen sind in Abb. 4-5 dargestellt und in Tab. 4-1 zusammengefasst.

Abbildung 4-5: Hochlaufsimulationen unter der Annahme: a) Gümbel Kavitation ohne Axiallagerung (V1), b) Zwei-Phasenmodell ohne Axiallagerung (V2), c) Gümbel Kavitation mit Axiallagerung (V3) und d) Zwei-Phasenmodell mit Axiallagerung (V4).

Unter der Annahme eines vollständig gefüllten Schmierspalts und bei Vernachlässigung der Axiallagerung (V1) sind keine subsynchronen Schwingungen festzustellen. Ursache dafür kann einerseits eine Überbewertung der Dämpfung am Quetschöldämpfer und andererseits die erhöhte Steifigkeit im inneren Schmierspalt sein, da zu jeder Zeit genügend Schmiermittel im Spalt vorhanden ist. Weiterhin hat die Vernachlässigung der Axiallagerung Auswirkungen auf die Schwingform des Rotors, was nachfolgend anhand der Wellenorbits und der Exzentrizität in den Lagerebenen gezeigt wird, vgl. Kap. 4.1.3. Unter Berücksichtigung von Ausgasvorgängen (V2) können bereits subsynchrone Schwingungen ab einer Drehzahl von $f_{Rot} = 0.55$ festgestellt werden. Die Ausbildung einer Zwei-Phasenströmung führt zu einer Verringerung der Lagersteifigkeit und -dämpfung, sodass schmierfilminduzierte Anregungen begünstigt werden. Im Vergleich zur Messung in Abb. 4-4 sind diese jedoch hinsichtlich ihrer Amplituden geringer. Die Simulationen V1 und V2 wurden ohne Axiallager durchgeführt, mit der Konsequenz einer vernachlässigten Kippsteifigkeit und -dämpfung. Zur Bewertung des Einflusses wurde die Simulation mit Gümbel Kavitation allerdings mit Axiallager (V3) wiederholt. Das Rotorantwortverhalten zeigt subsynchrone Schwingungen ab $f_{Rot} = 0.66$, wobei im Vergleich zur Messung der Oil-Whip später und mit geringeren Amplituden auftritt. Ursache für das Auftreten von Subsynchronen kann eine Verschiebung der Rotoreigenfrequenzen näher zur Olumlauffrequenz der Radiallager sein, da die aktuellen Eigenfrequenzen von der Steifigkeit und Dämpfung jeder einzelnen Lagerung abhängig sind. Subsynchrone können bereits entstehen, wenn sich eine schwach gedämpfte Eigenfrequenz des Rotors in der Nähe der Halbwirbelfrequenz befindet. Somit ist festzuhalten, dass die Axiallagerung einen Einfluss auf die Rotoreigenfrequenzen hat, der Anregungsmechanismus jedoch weiterhin über die Schmierfilme vom Radiallager erfolgt. Beim höchsten Detaillierungsgrad mit masseerhaltender Kavitation in den Radialund Axiallagern (V4) werden die Effekte der aufreißenden Strömung mit der Kippsteifigkeit überlagert, sodass neben der Eintrittsfrequenz der subsynchronen Schwingungen $f_{Rot} = 0.50$ ebenfalls die Amplituden mit hoher Güte prädiktiert werden.

Beschreibung	Unwucht- resonanz f_{Bot}	Beginn Sub f_{Bot}	Antwortfre- quenz Sub <i>f</i>
	0.04	0.40	0.10
Messung	0.24	0.48	0.10
V1 - Gümbel ohne Axiallagerung	0.23	—	_
V2 - 2PM ohne Axiallagerung	0.23	0.55	0.15
V3 - Gümbel mit Axiallagerung	0.23	0.66	0.18
V4 - 2PM mit Axiallagerung	0.23	0.50	0.15

Tabelle 4-1: Zusammenfassung der Hochläufe, ausgewertet an der Dichtscheibe.

4.1.2 Wellenbewegung im Zeitbereich

Zur weiteren Untersuchung wird die horizontale Bewegung des Dichtrings herangezogen, vgl. Abb. 4-6. Die Auswertung erfolgt im Zeitbereich, um einen direkten Vergleich der Schwingungsamplituden zu ermöglichen. Das Signal stellt die Rotorschwingungen um die stationäre Lage dar und wird über die Hälfte der Differenz der oberen und unteren einhüllenden Kurve des Zeitsignals ermittelt. Subsynchrone Schwingungen sind innerhalb der Messung ab einer Drehzahl von $f_{Rot} > 0.48$ wiederzufinden, wobei sich diese durch erhöhte Wellenverlagerungen und stärkere Oszillationen auszeichnen. Anhand der Abbildung ist erkennbar, dass mit zunehmender Modellgüte der Lagerung eine bessere Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung erzielt wird. Die Simulation mit masseerhaltender Kavitation und ohne Axiallager (V2) hat bereits im Spektrogramm Schmierfilmanregungen mit guter Genauigkeit der Eintrittsfrequenz wiedergegeben, allerdings waren die Amplituden zu gering. Unter Berücksichtigung der Axiallager (V4) konnte die beste Übereinstimmung mit der Messung sowohl bei der Eintrittsfrequenz der Subsynchrone als auch bezüglich der Rotorverlagerung erreicht werden. Hierbei sind Subsynchrone mit einer deutlichen Erhöhung der Schwingungsamplituden ab $f_{Rot} > 0.51$ wiederzufinden. Die maximale Amplitude beträgt $\hat{s}_x = 0.52$.



Abbildung 4-6: Summensignal der Wellenbewegung, ausgewertet am Dichtring.

Abweichungen zwischen Messung und Simulation können dadurch bedingt sein, dass eine allseits konstante Warmölüberschleppung im Taschenbereich beim inneren Schmierspalt des Radiallagers angenommen wird. Folglich fließt unabhängig vom Betriebszustand 20 % des bereits erwärmten Öls von einem zum anderen Segment. Eine detailliertere Abbildung wird mit der Umsetzung eines Grenzschichtmodells erreicht. Die Höhe der Grenzschicht steht in Korrelation mit der Wellendrehzahl, wobei diese mit zunehmender Drehzahl abnimmt. [30] Weiterhin ist zu beachten, dass bei den durchgeführten Simulationen die Axiallagertemperaturen über ein Kennfeld vorgegeben wurden. Dies entspricht einem lumped-mass Modell, womit räumliche Temperaturverteilungen im Schmierfilm und in den Lagerelementen nicht berücksichtigt werden. Über die Temperaturverteilungen werden die Öleigenschaften sowie die thermischen Spaltänderungen, die Druckverteilung und schlussendlich die Lagersteifigkeit und -dämpfung beeinflusst. Zusammenfassend ist festzuhalten, dass die subsynchronen Schwingungen durch Einbeziehung der Axiallagerung und Berücksichtigung von Ausgasvorgängen sehr gut im Zeit- und Frequenzbereich wiedergegeben werden. Die Modellierungsgüte des Rotor-Lager-Systems ist somit ausreichend präzise.

4.1.3 Normierte Exzentrizität und Bewegungsorbit

Anhand der Untersuchungen der Rotorbewegungen im Zeit- und Frequenzbereich konnten bereits subsynchrone Schwingungen nachgewiesen werden. Um ebenfalls Aussagen über die Schwingform und des Axiallagereinflusses zu erhalten, werden die normierte Exzentrizität sowie der Bewegungsorbit der Welle und der Buchse in den Lagerebenen ausgewertet, vgl. Abb. 4-7 und Abb. 4-8. Ausgehend von der horizontalen und vertikalen Bewegung der Lagerelemente ergibt sich die Exzentrizität über Gl. 3-3. Nachfolgend werden die Hochlaufsimulationen mit masseerhaltender Kavitation sowie mit und ohne Axiallagerung (V4/V2) ausgewertet. Anhand der vorangegangenen Untersuchungen im Zeit- und Frequenzbereich konnte bereits der Effekt der aufreißenden Strömung auf die Rotordynamik gezeigt werden. Daher ist zur detaillierten Erfassung der Betriebspunkte beim Radiallager auch der Effekt der Schmierfilmkavitation mit einzubeziehen.



Abbildung 4-7: Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager: ohne Axiallager V2 (links) und mit Axiallager V4 (rechts). Die gestrichelten Linien kennzeichnen den Drehzahlbereich für die Auswertung der Bewegungsorbits.

Anhand der Buchsenexzentrizität am Turbinenlager $\varepsilon_{TS\,a}$ in Abb. 4-7 ist erkennbar, dass über den gesamten Hochlauf Kontaktvorgänge am äußeren Schmierspalt auftreten. Dies ist auf die Konstruktion des Rotors zurückzuführen, da sich der Gesamtschwerpunkt nahe des turbinenseitigen Radiallagers befindet, vgl. Abb. 4-1. Weiterhin ist der äußere Spalt als Quetschöldämpfer konstruiert. Ein Druckaufbau kann somit nur erfolgen, wenn ausreichend Schmiermittel verdrängt wird, andernfalls liegt die Buchse auf. Anhand des Bewegungsorbits der Buchse in Abb. 4-8 (grauer Verlauf) ist ebenfalls erkennbar, dass mit Beginn der Zeitintegration Kontakt zwischen Buchse und Gehäuse vorliegt. Erhöhte Oszillationen sind mit dem Auftreten von subsynchronen Schwingungen $f_{Rot} > 0.5$ oder im Drehzahlbereich der Unwuchtresonanz $f_{Rot} \approx 0.23$ festzustellen. Der Bewegungsorbit der Buchse ist dabei sichelförmig.

Der Einfluss der Axiallagerung ist anhand der normierten Exzentrizität der verdichterseitigen Buchse $\varepsilon_{VS\,a}$ in Verbindung mit deren Bewegungsorbit in Abb. 4-8 oben wiederzufinden. Ohne Axiallager stellt sich bei dem untersuchten Rotor eine Buchsenexzentrizität zwischen $\varepsilon_{VS\,a} \approx 0.78 - 0.86$ ein und der Kontaktvorgang tritt im oberen Bereich $\varphi_{VS\,a} = 60^{\circ} - 90^{\circ}$ auf. Der Rotor weist somit ein hohes Maß an Schiefstellung auf. Unter Berücksichtigung der Axiallagerung ist die Rotorneigung begrenzt, was zwar eine höhere Exzentrizität $\varepsilon_{VS\,a} \approx 0.88 - 0.95$ allerdings einen Bewegungsorbit der Buchse im unteren Bereich $\varphi_{VS\,a} = 240^{\circ} - 270^{\circ}$ zur Folge hat. Der Einfluss der Axiallagerung ist beim untersuchten Rotor eindeutig anhand des Bewegungsorbits der verdichterseitigen Buchse zu erkennen. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass mit zunehmender Exzentrizität der Buchse die Anisotropie des Quetschöldämpfers ebenfalls zunimmt, was wiederum Einfluss auf die Lagerdämpfung hat. [105]



Abbildung 4-8: Bewegungsorbit der Welle und der Schwimmbuchse bei gegebenen Drehzahlen: ohne Axiallagerung (links) und mit Axiallagerung (rechts). Oben ist die Bewegung am Verdichterlager und im unteren Bereich des Turbinenlagers dargestellt.

Der hier betrachtete Rotor hatte zwar durch seine Schwerpunktlage eine starke Tendenz zur Verkippung, allerdings wirkt das Axialgleitlager diesem Verhalten entgegen. Konstruktionsbedingt werden die Rotorneigungen durch die Schmierspalte des Axialgleitlagers begrenzt. Dies hatte Auswirkungen auf die Rotorschwingform und somit auf die Betriebspunkte der Radialgleitlager, was sich anhand des Bewegungsorbits der verdichterseitigen Buchse äußerte. Das Axialgleitlager ist somit ein essentieller Bestandteil des Rotor-Lager-Systems.

4.1.4 Lagerreaktionen und Schmierspalte beim Axiallager

Zur weiteren Auswertung werden in diesem Abschnitt die axialen Lagerreaktionen und Neigungen des Rotors herangezogen. Bezüglich der Reaktionskräfte in Abb. 4-9 links ist festzuhalten, dass sich ein Gleichgewichtszustand der beiden Axiallager im niedrigen Drehzahlbereich $f_{Rot} < 0.1$ einstellt. Dabei gilt, je geringer das axiale Kaltspiel ist, desto größer sind die resultierenden Kräfte und Momente und desto steifer reagiert das Lager. Dies hat wiederum Auswirkungen auf die Schwingform sowie Eigenfrequenzen des Rotors und letztendlich auf die Ausbildung von Subsynchronen. Mit zunehmender Rotordrehzahl nimmt die Schubkraft zu, was zu einer Entlastung der verdichterseitigen und einer Belastung der turbinenseitigen Axiallagerung führt. Die resultierende Kraft vom turbinenseitigen Axiallager steht hierbei im Gleichgewicht mit der Schubbelastung und der verdichterseitigen Lagerkraft. Es ist an dieser Stelle hervorzuheben, dass die axialen äußeren Belastungen Einfluss auf das Steifigkeits- und Dämpfungsvermögen der Lagerung nehmen können. Als Konsequenz sind präzise Kenntnisse der thermodynamischen Größen an den Laufrädern notwendig, um die Schublast und letztendlich das Lagerverhalten detailliert wiederzugeben.

Anhand der minimalen Schmierspalte in Abb. 4-9 rechts ist erkennbar, dass mit zunehmender Belastung der turbinenseitige Spalt abnimmt, während bei der unbelasteten Seite dieser zunimmt. Kontaktvorgänge treten nicht auf. Das Lagerverhalten ist somit plausibel. An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Summe der minimalen Spaltmaße ungleich dem axialen Gesamtspiel ist, wenn die Neigung der Lagerkomponenten zueinander in die Berechnungen mit einbezogen wird. Aus diesem Grund werden als weitere Größen das resultierende Kippmoment und der Rotorneigungswinkel ausgewertet.



Abbildung 4-9: Lagerkraft $\hat{F}_{Ax} = \frac{F_{Ax}}{F_{Ax0}}$ links und min. Spalt $\hat{h}_{min} = \frac{h_{min}}{h_0}$ rechts.

Die Rotorneigung sowie das Kippmoment des Axiallagers sind in Abb. 4-10 dargestellt. Wie bereits bei der Auswertung der normierten Exzentrizität festgestellt, wird mit der Axiallagerung die Rotorneigung begrenzt. Ohne Axiallager stellt sich eine Schiefstellung von $\hat{\varphi} \approx 0.54 - 0.75$ ein, wohingegen sich mit Berücksichtigung der Rotor um $\hat{\varphi} \approx 0.0 - 0.2$ neigt. Die Neigungswinkel beziehen sich auf den maximalen konstruktionsbedingten Kippwinkel des Rotors. Weiterhin zeigt der Verlauf des Kippmomentes, dass mit dem Auftreten von Subsynchronen erhöhte Rückstellmomente entstehen, die folglich einen Beitrag zur Gesamtsteifigkeit des Lagers liefern und den Rotor stabilisieren können.



Abbildung 4-10: Lagermoment $\hat{M} = \frac{M}{M_0}$ links und Rotorneigung $\hat{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_0}$ rechts

4.1.5 Fazit der Hochlaufergebnisse

Gegenstand der Untersuchung ist ein radial semi-floating gelagerter Rotor mit doppelseitiger Axiallagerung. Sein Antwortverhalten zeichnet sich durch unwuchtbedingte synchrone und schmierfilminduzierte subsynchrone Schwingungen aus.

Insgesamt konnte eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation erreicht werden. Durch sukzessive Erhöhung der Modellierungsgüte der Lagerung konnte gezeigt werden, dass die Axiallagerung ein essentieller Bestandteil des Rotor-Lager-Systems ist und Ausgasvorgänge zur Abbildung der Lagereigenschaften zu berücksichtigen sind. Dies zeigte sich anhand der Ausbildung von subsynchronen Schwingungen im Zeit- und Frequenzbereich. Auswirkungen der Axiallagerung sind aus rotordynamischer Sicht bezüglich der Rotorneigung beziehungsweise der Schwingform zu finden. Die Verkippungen wurden anhand der normierten Exzentrizität und den Bewegungsorbits der Welle und Buchse sowie durch Auswertung des Rotorneigungswinkels gezeigt. Insbesondere beim Orbit der verdichterseitigen Buchse war der Einfluss signifikant, was sich anhand der Betriebspunkte beim Quetschöldämpfer äußerte. Weiterhin kann die Schublast über das Axialgleitlager Einfluss auf die Lagersteifigkeit und -dämpfung und somit auf die Ausbildung von Subsynchronen nehmen.

Weiterführende Auswertungen sind im Anhang A.2.1 zu finden. Dies beinhaltet die Temperaturentwicklungen und thermischen Spaltänderungen der radialen Schmierfilme sowie die Auswertungen der Hochläufe bei niedriger Öleintrittstemperatur und Lösung der generalisierten Reynolds-Gleichung.

4.2 Semi-floating gelagerter Rotor mit Schwimmscheibenlagerung

In diesem Kapitel wird ein Rotor untersucht, dessen Hauptschublager aus einer Schwimmscheibe besteht, vgl. Abb. 4-11. Die Scheibe kann sich hierbei axial zwischen Gehäuse und Schubring bewegen. Die radiale Verlagerung findet in Interaktion mit der Welle über den radialen Schmierspalt statt. Folglich können die Wechselwirkungen zwischen Scheibe und Welle das Rotorantwortverhalten beeinflussen. Beim Gegenschublager handelt es sich um ein Axiallager mit feststehenden Segmenten. Zur Aufnahme der radial am Rotor einwirkenden Kräfte werden Schwimmbuchsen mit äußerer Quetschöldämpfung eingesetzt. Neben der Lagerung ist die Ausführung des Turbinenrades ein weiterer Unterschied zu dem in Kap. 4.1 beschriebenen Rotor. Die axiale Bauweise hat zur Folge, dass sich der Gesamtschwerpunkt mittig zwischen den Radialgleitlagern befindet. Eine starke Tendenz zur Verkippung wie beim zuvor betrachteten Rotor ist hier nicht zu erwarten. In den Messungen zeigte der Turboladerrotor subsynchrone Schwingungen, deren Ursache nicht von den Radialgleitlagern, sondern von der Schwimmscheibe ausging. In diesem Zusammenhang ist der Einfluss der Schwimmscheibenlagerung auf das Rotorsystem zu untersuchen. Daten und Messungen wurden von MAN Energy Solutions SE zur Verfügung gestellt.





Die Modellierung des Rotors erfolgt in Analogie zu den Beschreibungen in Kap. 4.1. Innerhalb der Mehrkörperumgebung sind neben dem elastischen Rotor ebenfalls die Schwimmbuchsen und die Schwimmscheibe als separate Körper vorhanden. Wechselwirkungen zwischen den Lagerelementen finden über die resultierenden Kräfte und Momente der Schmierfilme statt.

Nachfolgend werden die Randbedingungen für die Lagerungen erläutert. Beim Radiallager können die in Kap. 4.1 beschriebenen Überlegungen übernommen werden, worin ein konstanter Druck im Zuführungsbereich angenommen wird und das Öl frei über die Lagerränder abfließen kann. Der innere Spalt ist über Verbindungsbohrungen mit dem Äußeren gekoppelt, wobei der Schmiermittelaustausch vom Druckgradienten abhängig ist. Bei den thermischen Randbedingungen werden konstante Ölzuführungstemperaturen und drehzahlabhängige Gehäuse- und Wellentemperaturen an den Systemgrenzen der Vernetzung vorgegeben. Zur Ermittlung der ortsaufgelösten Temperaturen in den Schmierfilmen und Lagerelementen werden die Energie- und Wärmeleitungsgleichungen als vollgekoppeltes System gelöst. Detailliertere Beschreibungen zum Temperaturmodell sind in [119, 120] zu finden. Innerhalb der Simulationen werden quasi-stationäre Temperaturverteilungen angenommen.

Die axiale Lagerung setzt sich aus einem Haupt- und Gegenschublager zusammen, vgl. Abb. 4-12. Das Hauptschublager besteht aus zwei axial angeordneten Schmierfilmen, die über den radialen Spalt am Innenrand der Scheibe gekoppelt sind. Die hydrodynamischen Wechselwirkungen im Übergangsbereich werden über die Zentrifugal- und Poiseuille-Strömung abgebildet, siehe Kap. 2.4. Weitere Randbedingungen sind ein konstanter Druck am Innenrand des Gehäuses beziehungsweise in den Zuführbohrungen. Am Außenrand liegt Umgebungsdruck vor.



Abbildung 4-12: Hydrodynamische Randbedingungen beim Haupt- und Gegenschublager. Die blauen Pfeile symbolisieren die Position der Ölzuführungen und den Schmiermittelaustausch zwischen radialem und axialem Spalt.

Zur Abbildung der thermischen Vorgänge beim Haupt- und Gegenschublager ist neben der Betrachtung der einzelnen Schmierfilme auch deren Anordnung zueinander zu beachten, vgl. Abb. 4-13. Letzteres hat Auswirkungen auf die thermischen Wechselwirkungen, die sich hier in Form von Wärmeleitungsvorgängen in den Lagerelementen ergeben. Eine separate Betrachtung der thermischen Zustände in den Schmierfilmen ist hier nicht zielführend, da die Wärmeleitungsvorgänge in der Scheibe und im Schubring signifikant das Systemverhalten der Schwimmscheibe beeinflussen können. Zur ganzheitlichen Erfassung ist daher das Gesamtsystem zu betrachten. [120]



Abbildung 4-13: Thermische Randbedingungen beim Haupt- und Gegenschublager. Die Schmierspalte sind thermisch durch Wärmeleitungsvorgänge in der Schwimmscheibe und im Schubring gekoppelt.

Das Grundprinzip der axialen thermischen Kopplung ist für jeden Schmierspalt gleich. Beispielsweise tritt beim Hauptschublager ein Wärmetransport innerhalb der Schwimmscheibe auf, wodurch der gehäuseseitige mit dem schubringseitigen Ölfilm interagieren kann. Ebenso stellt sich ein Wärmestrom im Schubring ein, der zu einer thermischen Kopplung zwischen Haupt- und Gegenschublager führt. Bezüglich der Implementierung werden die Koppeleffekte als Randbedingungen definiert und somit der rechten Seite des Gleichungssystems zugeordnet. Diese Vorgehensweise ist hauptsächlich dadurch motiviert, dass einerseits ein breites Spektrum an Lagerkombinationen abgedeckt und andererseits ein effizienter Rechenablauf umgesetzt werden kann. Die Schnittfläche zum Wärmeaustausch zwischen den einzelnen Axialspalten befindet sich mittig zur Schwimmscheibe beziehungsweise zum Schubring. Der sich einstellende Wärmestrom $\dot{Q} = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta z}$ wird durch den Temperaturgradienten an der Schnittfläche approximiert, wobei T die Festkörpertemperatur, Δz die Breite des finiten Volumens und λ der Wärmeleitungskoeffizient sind. Zur Erhaltung konvergenter Lösungen werden weiterhin die Randbedingungen während der Zeitintegration aktualisiert. Zur Vollständigkeit sei erwähnt, dass das Lösungsgebiet im radialen Spalt des Hauptschublagers in zwei Bereiche unterteilt wird, worin innerhalb der Nut eine konstante Ölzuführtemperatur und im restlichen Gebiet eine effektive Mischtemperatur angenommen werden. Detaillierte Erläuterungen zu den thermischen Kopplungen sind im Forschungsbeitrag [120] beschrieben.

4.2.1 Wellenbewegung im Frequenzbereich

Die am Verdichterlager aufgenommenen Rotorschwingungen sind in Abb. 4-14 im Frequenzbereich dargestellt.



Abbildung 4-14: Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessung, aufgenommen am Verdichterlager. Die Antwort- und Drehfrequenzen des Rotors beziehen sich auf dessen Maximaldrehzahl f_{max} .

Anhand des Spektrogramms ist ersichtlich, dass sich das Antwortverhalten aus den Anregungen der Rotorunwucht und zwei weiteren Frequenzanteilen zusammensetzt. Die Anregung über die Scheibenunwucht (Anteil 2) korreliert mit der gemessenen Scheibendrehzahl. Das Verhältnis aus Scheiben- und Rotordrehzahl liegt hierbei zwischen $0.35 \leq f_{SSL}/f_{Rot} \leq 0.42$. Anschließend ist auf den dritten Frequenzanteil einzugehen. Bei genauerer Betrachtung des Spektrogramms fällt auf, dass das Verhältnis aus Subsynchroner und Wellendrehzahl $f_{Sub}/f_{Rot} \ge 0.5$ beträgt. Der innere Schmierfilm des Verdichterbeziehungsweise Turbinenlagers kann allerdings dieses Frequenzverhältnis nicht erreichen, da die Buchsen keine Rotationsbewegung vollziehen. Für die radiale Lagerung des Rotors wurden Schwimmbuchsenlager mit äußerer Quetschöldämpfung vorgesehen. Es muss somit einen radialen Ölfilm geben, dessen Umlauffrequenz mehr als die Hälfte der Wellendrehzahl beträgt. Die subsynchronen Schwingungsanteile können somit nur vom radialen Spalt der Schwimmscheibenlagerung verursacht werden. Schmierfilminduzierte Anregungen vom Verdichter- oder Turbinenlager zeigten eher einen geringen Einfluss auf das Rotorantwortverhalten. Zusammenfassend sind im Frequenzspektrum unwuchtbedingte Schwingungen vom Rotor sowie der Schwimmscheibe und Subsynchrone ausgehend vom radialen Spalt des Hauptschublagers wiederzufinden. Der hier untersuchte Rotor stellt somit einen Anwendungsfall für die in Kap. 1.2 beschriebene Problematik dar.

Um einen geeigneten Modellansatz zur Abbildung des Systemverhaltens abschätzen zu können, wird für die Axiallagerung eine sukzessive Erhöhung des Detaillierungsgrads vorgenommen. Bei der niedrigsten Modellierungsstufe (V1) werden Haupt- und Gegenschublager vernachlässigt. Folglich wird die Rotorneigung durch die radialen Spaltmaße begrenzt. Weiterhin können schmierfilminduzierte Anregungen nur vom verdichter- oder turbinenseitigen Radiallager ausgehen. In der zweiten Modellstufe werden die axialen Schmierspalte in die Betrachtungen mit einbezogen. Der radiale Ölfilm am Innenrand der Schwimmscheibe wird jedoch über ein Feder-Dämpfer-Element vereinfacht abgebildet. Ein Vergleich der Modellstufen V1 und V2 zeigt die gegenseitige Wechselwirkung zwischen Rotor und Schwimmscheibe. Die Unwuchtschwingungen der Scheibe können sich über das Feder-Dämpfer-Element auf die Welle übertragen. Beim Detaillierungsgrad V3 wird für den radialen Schmierfilm beim Hauptschublager die Reynolds-Gleichung ausgewertet. Da sowohl die Schwimmscheibe als auch die Welle eine Rotationsbewegung vollziehen, entsteht eine Ölumlauffrequenz von $f_{Ol}/f_{Rot} > 0.5$, die den Rotor anregen kann. Ein Vergleich zwischen den Modellstufen V3 und V2 zeigt den Einfluss des radialen Schmierfilms auf die Rotorschwingungen. Die Hochlaufsimulationen V1-V3 wurden mit drehzahlabhängigen Temperaturkennfeldern durchgeführt, womit gleiche Erwärmungen in den Axialgleitlagern vorliegen. Die Kennfelder basieren auf den ermittelten Temperaturen vom Detaillierungsgrad V4. Bei der höchsten Modellstufe V4 sind die radialen und axialen Schmierfilme thermo-hydrodynamisch gekoppelt. Weiterhin sind die Temperaturen in den Ölfilmen sowie Lagerelementen ortsabhängig. Die dreidimensionalen Temperaturverteilungen ergeben sich durch Lösung der Energie- und Wärmeleitungsgleichung für jeden einzelnen Schmierfilm. Des Weiteren sind Haupt- und Gegenschublager miteinander thermisch gekoppelt. Es ist erneut festzuhalten, dass die Modellstufen nur das Haupt- und Gegenschublager betreffen. Für das Verdichter- und Turbinenlager werden die Reynolds-Gleichung mit Zwei-Phasenmodell sowie die 3D-Energie- und Wärmeleitungsgleichung ausgewertet. Eine Zusammenfassung der Detaillierungsgrade ist in Tab. 4-2 zu finden.

Modell	Hydrodynamik	Thermodynamik
V1	• Vernachlässigt	• Vernachlässigt
V2	Lösung der Hydrodynamik beim axialen SpaltFeder-Dämpfer-Element beim ra- dialen Spalt	• Lumped-Mass Modell basierend auf V4
V3	 Lösung der Hydrodynamik beim radialen und axialen Spalt Schmierfilme sind ungekoppelt 	• Lumped-Mass Modell basierend auf V4
V4	Lösung der Hydrodynamik beim radialen und axialen SpaltSchmierfilme sind gekoppelt	 Auswertung der 3D-Energie- und Wärmeleitungslgeichung Thermische Kopplung zwischen Haupt- und Gegenschublager

Tabelle 4-2: Zusammenfassung der Modellstufen für die Axiallagerung



Die Ergebnisse der Hochlaufsimulationen sind in Abb. 4-15 dargestellt und in Tab. 4-3 zusammengefasst.

Abbildung 4-15: Hochlaufsimulationen unter der Annahme: a) ohne Haupt- und Gegenschublager (V1), b) mit Axiallagerung und Feder-Dämpfer Element zwischen Schwimmscheibe und Welle (V2), c) entkoppelte radiale und axiale Schmierfilme (V3) und d) hydrodynamisch gekoppelte Schmierfilme mit Lösung der Energie- und Wärmeleitungsgleichung (V4)

Tabelle 4-3: Zusamn	nenfassung	des R	otorantwort	verhaltens
---------------------	------------	-------	-------------	------------

Beschreibung	Scheibendrehzahl	Subsynchrone
	$\frac{JSSL}{f_{Rot}}$ bel $t_{Sim} = 7s$	$\frac{fSub}{f_{Rot}}$ bel $t_{Sim} = 7s$
Messung	0.35	≈ 0.70
V1 - ohne Axiallagerung	—	—
V2 - HD nur Axiallagerung	0.34	—
V3 - HD Radial- und Axiallager	0.30	0.65
V4 - HD+TD Radial- und Axiallager	0.43	0.71

Das Frequenzspektrum für die Rotorbewegung ohne Axiallagerung (V1) ist in Abb. 4-15a dargestellt. Darin sind keine schmierfilminduzierten Anregungen vom Verdichter- oder Turbinenlager festzustellen. Die Schwingungen sind ausschließlich durch die Rotorunwucht bestimmt. Abb. 4-15b zeigt das Antwortverhalten mit Berücksichtigung der axialen Schmierfilme (V2). Wechselwirkungen zwischen Schwimmscheibe und Welle werden durch ein Feder-Dämpfer-Element idealisiert. Als Ergebnis sind im Spektrogramm neben den synchronen Schwingungen vom Rotor ebenfalls die Unwuchtanregungen der Schwimmscheibe wiederzufinden. Folglich werden die Scheibenbewegungen über das Feder-Element auf die Welle bis zum Verdichterlager übertragen. Bei maximaler Drehzahl rotiert die Scheibe mit $f_{SSL}/f_{Rot} = 0.34$. Subsynchrone Schwingungen sind erstmals detektierbar, sobald der radiale Schmierfilm am Hauptschublager über die Reynolds-Gleichung (V3) abgebildet wird, vgl. Abb. 4-15c. Da sowohl die Scheibe als auch die Welle eine Rotationsbewegung vollziehen, beträgt die Antwortfrequenz der Subsynchrone $f_{Sub}/f_{Rot} = 0.65$ bei $t_{Sim} = 7s$. In Abb. 4-15a - Abb. 4-15c werden die Temperaturen über ein drehzahlabhängiges Kennfeld vorgegeben, mit der Konsequenz, dass sich die axialen Schmierfilme und Lagerelemente homogen erwärmen. Ortsaufgelöste Temperatureinflüsse bleiben dadurch unberücksichtigt. Die Auswirkungen von räumlich verteilten Temperaturen (V4) sind in Abb. 4-15d zu finden, worin die Scheibe zunehmend beschleunigt wird. Der progressive Verlauf ist ein Resultat der angreifenden Reibmomente, welche von der Viskosität und der Scherrate abhängig sind. Die Scheibendrehzahl beträgt bei maximaler Rotordrehzahl $f_{SSL}/f_{Rot} = 0.43$.

Abweichungen zwischen Messung und Simulation sind im Verlauf der Schwimmscheibendrehzahl wiederzufinden, siehe Abb. 4-15d. Diese beruhen hauptsächlich auf die eingangs gewählten Temperaturrandbedingungen. Beim Hauptschublager wird beispielsweise angenommen, dass sich die Ölzuführtemperatur im radialen Spalt einstellt, was gleichbedeutend mit einer ausreichenden Versorgung mit Frischöl einhergeht. Tatsächlich wird das zugeführte Öl durch Schervorgänge im radialen Spalt erwärmt, bevor es in den schubringseitigen axialen Schmierspalt gefördert wird. Die Vorerwärmung verringert das antreibende Reibmoment und somit die Scheibendrehzahl. Eine weitere Vereinfachung wurde hinsichtlich der thermischen Spaltänderung vorgenommen, worin ein konstantes Kaltlagerspiel in den Simulationen angenommen wird. Zusammenfassend wird mit dem Modellierungsgrad V4 eine gute Übereinstimmung mit den Messungen erreicht. Aufgrund des hohen Detaillierungsgrades ist den Randbedingungen besondere Aufmerksamkeit zu widmen.

4.2.2 Normierte Exzentrizität und Bewegungsorbit

Zur Bewertung der Zustände in den radialen Schmierspalten sowie der Schwingform des Rotors wird auf die normierte Exzentrizität am Verdichter- beziehungsweise Turbinenlager sowie an der Schwimmscheibe eingegangen, siehe Abb. 4-16. Die dazugehörigen Bewegungsorbits der Buchsen sind in Abb. 4-17 dargestellt.

Die Auswertung der Buchsenexzentrizität zeigt, dass mit Beginn der Zeitintegration Kontaktvorgänge im äußeren Spalt zwischen Schwimmbuchse und Gehäuse auftreten. Der Kontaktbereich befindet sich für beide Buchsen in der unteren Hälfte der Lagerschale $\varphi_{VS\,a} \approx \varphi_{TS\,a} \approx 265^{\circ} - 275^{\circ}$, was auf die Schwerpunktlage vom Gesamtrotor zurückzuführen ist. Dieser liegt mittig zwischen den Lagern, womit beide Radiallager gleichmäßig belastet werden. Die Buchsenbewegung entspricht einem geringen Wanken, was ebenfalls zu einer geringen Schmierfilmverdrängung und damit verbunden niedrigem Druckaufbau führt. Die resultierende Kraft beim äußeren Spalt ist nicht ausreichend, um die Buchse vollständig aus dem Kontaktbereich zu lösen. Bei der Schwimmscheibe stellt sich ab einer Drehzahl von $f_{Rot} > 0.4$ ebenfalls ein ständiger Kontakt im radialen Spalt ein. Dabei bewegt sich die Scheibe um die Welle.

Im inneren Schmierspalt der Radiallager oszilliert die Welle ab $f_{Rot} > 0.4$ mit einer maximalen Exzentrizität von $\varepsilon_{VS\,max} = 0.26$ verdichterseitig und $\varepsilon_{TS\,max} = 0.32$ turbinenseitig, wobei die Verlagerungen mit steigender Drehzahl abnehmend sind. Mit Einbeziehung des Frequenzspektrums in Abb. 4-15d ist erkennbar, dass sich die Bewegung anteilig aus den synchronen Rotorschwingungen, den Unwuchtanregungen der Scheibe und Subsynchronen zusammensetzt.



Abbildung 4-16: Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager sowie vom radialen Spalt der Schwimmscheibe. Ergebnisse beziehen sich auf den Detaillierungsgrad V4 der Axiallagerung.



Abbildung 4-17: Bewegungsorbit am verdichter- (links) und turbinenseitigen Lager (rechts) für den Detaillierungsgrad V4.

4.2.3 Schwimmscheibendrehzahl und Gesamtreibmoment

Zum weiteren Abgleich der Simulationsergebnisse mit den Messungen wird die Schwimmscheibendrehzahl herangezogen, vgl. Abb. 4-18 links. Die Drehzahl ist das Resultat einer Momentenbilanz, bestehend aus dem d'Alembertschen Trägheitsmoment der Scheibe sowie den Reibmomenten vom gehäuse- beziehungsweise schubringseitigen axialen Schmierfilm und vom radialen Spalt. Der gehäuseseitige Ölfilm hat eine verzögernde Wirkung auf die Scheibe, während der schubringseitige und radiale diese beschleunigt. Das resultierende Reibmoment in Abhängigkeit der Wellendrehzahl ist in Abb. 4-18 rechts zu finden. Im Zusammenhang mit der Scheibendrehzahl kann eine integrale Aussage über die Auswirkungen der Schmierfilmtemperaturen getroffen werden.



Abbildung 4-18: Schwimmscheibendrehzahl in Bezug zur Wellendrehzahl (links) und Gesamtreibmoment am Hauptschublager (rechts).

Insgesamt kann eine gute Übereinstimmung mit den Messungen erzielt werden. Die maximale Abweichung der Schwimmscheibendrehzahl beträgt $\Delta f_{SSL}/f_{Rot} = 0.11$ für den Detaillierungsgrad V3, wobei die Differenz mit zunehmender Drehzahl abnimmt. Bei der Modellstufe V4 ist eine Beschleunigung der Schwimmscheibe festzustellen, was bereits im Frequenzspektrum der Wellenbewegung in Abb. 4-15d festgestellt wurde. Für die weitere Auswertung wird deshalb auf das Gesamtreibmoment in Abb. 4-18 rechts eingegangen. Ein positives Reibmoment hat eine Beschleunigung der Scheibe zur Folge, während ein negatives diese verzögert. Bei $f_{Rot} = 0.4$ wird die Rotordrehzahl für längere Zeit konstant gehalten, damit sich ein stationärer Betrieb der Schwimmscheibe einstellt. Unter diesen Bedingungen ist die Summe aller angreifenden Reibmomente gleich null und folglich die Scheibendrehzahl konstant. Anschließend wird der Rotor bis zur Maximaldrehzahl beschleunigt. Für die Modellierungsstufen V2 und V3 ist ein abnehmender Verlauf des Reibmomentes ab $f_{Rot} > 0.5$ festzustellen, womit sich die Beschleunigung der Scheibe ebenfalls verringert. Demgegenüber nimmt beim Detaillierungsgrad V4 das Gesamtreibmoment zu. Ursache können die thermischen Randbedingungen sein, worin beim radialen Spalt der Schwimmscheibe Zuführtemperatur angenommen wird. Die dazugehörigen Temperaturentwicklungen der Modellstufe V4 sind im Anhang A.3.1 zu finden. Als Konsequenz der Auswertung der Reibmomente sind Hochlaufsimulationen mit modifizierten thermischen Randbedingungen durchzuführen, um den Temperatureinfluss im radialen und axialen Spalt des Hauptschublagers besser einschätzen zu können, siehe Kap. 4.2.5.

4.2.4 Lagerreaktionen und Schmierspalte beim Haupt- und Gegenschublager

Abschließend zu den Lageruntersuchungen werden die Reaktionskräfte und minimalen Schmierspalte vom Haupt- und Gegenschublager ausgewertet, siehe Abb. 4-19. Anhand der Größen ist der Einfluss der axialen Lagersteifigkeit und -dämpfung auf das Gesamtsystem zu beurteilen.



Abbildung 4-19: Schubkraft $\hat{F}_{Ax} = \frac{F_{Ax}}{F_0}$ (links) und minimaler Schmierspalt $\hat{h}_{min} = \frac{h_{min}}{h_0}$ (rechts) am Haupt- und Gegenschublager.

Im niedrigen Drehzahlbereich $f_{Rot} < 0.05$ ist die auf den Rotor einwirkende Schubbelastung gering, wodurch das Hauptschublager vorwiegend durch die resultierende Kraft vom Gegenschublager belastet wird. Die axiale Vorspannung der Lager beruht auf der Tatsache, dass die Summe aller axialen Spaltmaße konstant bleibt. Aufgrund der konstruktionsbedingten Begrenzung des Lagerspiels und der Förderwirkung des Öls in den verengenden Spalt baut sich ein Tragdruck auf, der die Lager vorbelastet. Anhand des Verlaufs der Lagerreaktionen in Abb. 4-19 links ist erkennbar, dass die axiale Vorspannung im Vergleich zur äußeren Belastung gering ist, da sich verhältnismäßig große Schmierspalte und folglich geringe Tragdrücke im Gegenschublager einstellen, siehe Abb. 4-19 rechts. Das Hauptschublager nimmt somit vorwiegend die axialen Belastungen auf. Das unter stationären Bedingungen axiale Kräftegleichgewicht¹⁸ lautet

$$F_{HS} = F_{GS} + F_S av{4-1}$$

¹⁸Für instationäre Vorgänge sind in der Bilanzgleichung die d'Alembertschen Trägheitsterme zu ergänzen. Da der Hochlauf jedoch langsam erfolgt, ist der Einfluss der Trägheitseffekte innerhalb der Kräftebilanz gering.

wobei F_{HS} die Kraft vom Hauptschublager, F_{GS} die Lagerreaktion vom Gegenschublager und F_S die äußere Schubbelastung sind. Der Kraftfluss erfolgt von der Welle über den Schubring zum Hauptschublager und letztendlich in das Gehäuse. Es ist weiterhin festzuhalten, dass die resultierende Kraft vom gehäuse- und schubringseitigen Schmierfilm der Schwimmscheibenlagerung den gleichen Betrag haben, da die Scheibe eine axiale Gleichgewichtsposition einnimmt.

In Abb. 4-19 rechts ist der minimale Schmierspalt für die Axiallagerung dargestellt. Demnach nimmt mit zunehmender Schubbelastung der minimale Spalt beim Hauptschublager ab und beim Gegenschublager zu. Des Weiteren ist in der Abbildung erkennbar, dass der gehäuseseitige Spalt geringer als der schubringseitige Spalt ist. Dies ist auf die resultierende Kraft der Schmierfilme in Abhängigkeit des Schmiermitteltransports in den verengenden Spalt zurückzuführen. Beim gehäuseseitigen Spalt haftet das Öl an den Oberflächen des Gehäuses und der Schwimmscheibe. Der Druckaufbau ist nur von der Scheibendrehzahl abhängig. Im Vergleich dazu ist der Tragdruck am schubringseitigen Spalt sowohl von der Drehbewegung des Schubrings als auch der Schwimmscheibe bestimmt. Beide Lageranteile führen zu einem Öltransport in den verengenden Spalt und somit zu einem hydrodynamischen Druck. Ausgehend von den an der Schwimmscheibe angreifenden Kräften nimmt diese eine axiale Position ein, damit das Kräftegleichgewicht eingehalten wird.

Das Kippmoment sowie die Neigung der Scheibe und Welle sind in Abb. 4-20 dargestellt.



Abbildung 4-20: Lagermoment $\hat{M} = \frac{M}{M_0}$ links und Rotorneigung $\hat{\varphi} = \frac{\varphi}{\varphi_0}$ rechts.

Bezüglich der Neigung der Lagerelemente in Abb. 4-20 rechts ist festzuhalten, dass über den gesamten Hochlauf geringe Verkippungen auftreten. Die maximale Neigung beträgt am Schubring $\hat{\varphi}_{SR max} = 4.7\%$ und an der Schwimmscheibe $\hat{\varphi}_{SSL max} = 1.3\%$. Weiterhin ist zu nennen, dass sich die Rotorneigung am Hauptschublager auf zwei Schmierfilme aufteilt. Der Grundgedanke der Kompensation der Rotorneigung über die beiden axialen Schmierfilme kann somit wiedergefunden werden. In Abb. 4-20 links ist das Kippmoment dargestellt. Aufgrund der Schubbelastung wird das rückstellende Moment vorwiegend vom Hauptschublager aufgebracht. Dennoch sind die Beiträge an Kippsteifigkeit und -dämpfung des Axiallagers an das Gesamtsystem als gering zu bewerten, nicht zuletzt wegen der Schwerpunktlage des Rotors.

4.2.5 Rotorverhalten mit modifizierten thermischen Randbedingungen

In Kap. 4.2.1 wurden Hochlaufsimulationen durchgeführt, worin die Ölzuführtemperatur im radialen Spalt des Hauptschublagers angenommen wurde. Als Resultat stellten sich Temperaturverteilungen und folglich Reibmomente ein, die zu einer zunehmenden Beschleunigung der Scheibe führten. Dieser Effekt wurde in den Messungen jedoch nicht beobachtet. Aus diesem Grund wurden die Rechnungen wiederholt, allerdings unter der Annahme, dass sich eine effektive Mischtemperatur im radialen Spalt der Schwimmscheibe einstellen kann. Die Auswirkungen einer effektiven Mischtemperatur auf das Rotorantwortverhalten sind in Abb. 4-21 dargestellt. Die Temperaturentwicklungen sind im Anhang A.3.3 zu finden.



Abbildung 4-21: Frequenzspektrum der Rotorbewegung unter Berücksichtigung der Vorerwärmung des Öls im radialen Spalt der Schwimmscheibe.

Aufgrund der Temperaturentwicklung im Öl und den daraus resultierenden Reibmomenten ist nun eine Beschleunigung der Scheibe nicht mehr festzustellen. Zu Beginn des Messbereichs beträgt das Drehzahlverhältnis $f_{SSL}/f_{Rot} = 0.42$ und bei maximaler Drehzahl $f_{SSL}/f_{Rot} = 0.35$, was eine bessere Übereinstimmung mit den Messungen liefert.

4.2.6 Fazit der Hochlaufergebnisse

Zusammenfassend wurde in diesem Kapitel ein Rotor untersucht, dessen Antwortverhalten Frequenzanteile aufzeigte, die auf die Unwucht der Scheibe und deren Schmierfilmanregung zurückzuführen sind. Subsynchrone Schwingungen, die vom Verdichter- oder Turbinenlager ausgehen, konnten nicht festgestellt werden.

In den Hochlaufsimulationen konnten die Anregungen der Schwimmscheibe wiedergegeben werden. Um dies zu erreichen, sind beim Haupt- und Gegenschublager sowohl der radiale als auch die axialen Schmierspalte hydrodynamisch durch Auswertung der Reynolds-Gleichung zu beschreiben. Insbesondere die Schmierfilmanregungen vom radialen Spalt der Schwimmscheibe verursachen subsynchrone Schwingungen, die über die Welle bis zur Messposition übertragen werden. Des Weiteren ist der Anteil an Kippsteifigkeit und -dämpfung der Axiallagerung als gering zu bewerten, da der Rotor aufgrund der Schwerpunktlage eine geringe Tendenz zur Verkippung aufweist.

4.3 Radial full-floating gelagerter Rotor mit axialen Festsegmentlagern

In Kap. 4.1 und Kap. 4.2 wurden Rotoren untersucht, deren Radiallager aus Schwimmbuchsen mit äußerer Quetschöldämpfung bestanden. Schmierfilminduzierte Anregungen können somit nur vom inneren Schmierspalt der Buchse verursacht werden. Im Gegensatz dazu liegt in diesem Kapitel der Fokus auf das Schwingungsverhalten eines radial fullfloating gelagerten Rotors, vgl. Abb. 4-22. Mit der Rotationsbewegung der Buchse weisen sowohl der innere als auch der äußere Schmierfilm eine Ölumlauffrequenz auf, die den Rotor potentiell anregen. Folglich können mehrere subsynchrone Schwingungen mit unterschiedlichen Eintritts- und Antwortfrequenzen auftreten. Zur Komplettierung der Validierung ist ebenfalls dieses Systemverhalten abzubilden. Als weiteres Konstruktionsmerkmal ist die verdichterlagernahe Anordnung der Axiallagerung zu nennen, was zu hydrodynamischen und thermischen Wechselwirkungen führen kann. Aus hydrodynamischer Sicht ist ein Schmiermittelaustausch zwischen axialen und radialen Spalt möglich und aus thermischer Sicht ist zusätzlich die Wärmeleitung im Gehäuse zu beachten. Der Rotor hat eine Gesamtmasse $m_{Rot} = 10.6 \, kg$ und sein Schwerpunkt befindet sich nahe dem Turbinenlager. In den Messungen zeigte der Rotor ein sensitives Verhalten gegenüber Schubbelastungen. Um diesen Zusammenhang zu untersuchen, ist das Axialgleitlager in der Modellierung des Rotor-Lager-Systems mit einzubeziehen. Daten zur Konstruktion sowie die Messergebnisse wurden von Rolls-Royce bereitgestellt.



Abbildung 4-22: Schematische Darstellung eines radial full-floating Schwimmbuchsen gelagerten Rotors. Bei der Axiallagerung handelt es sich um Festsegmentlager. Die Wellenbewegung wurde am Verdichtereintrittsbereich an der Position *S* aufgenommen. Die blau markierten Bereiche stellen die betrachteten Schmierfilme dar.

Zur Untersuchung der Rotorschwingungen wurden Messungen bei verschiedenen Lastfällen durchgeführt. Unter anderem wurden die Wellenbewegungen am Verdichtereintrittsbereich sowie Temperaturen am Gehäuse und Verdichterrad aufgenommen. Als Fazit der Wellenbewegungsmessung ist festzuhalten, dass sich die subsynchronen Rotorschwingungen sensitiv gegenüber den Schubbelastungen verhalten. Dies wurde anhand der unterschiedlichen Ausprägungen im Frequenzspektrum festgestellt. Die Schubbelastungen resultieren aus den Anströmverhältnissen des Gas-Luft-Gemisches an den Laufrädern, wobei die hier ermittelten Verläufe auf CFD-Simulationen basieren, siehe Abb. 4-23. Ein positiver Schub entspricht einer axialen Belastung in Richtung des Turbinenrades, während ein negativer Schub eine resultierende Kraft in Richtung des Verdichterrades zur Folge hat.



Abbildung 4-23: Schubkraftverlauf für die Betriebslinien 1 und 2.

Anschließend werden die Annahmen und Randbedingungen zur Abbildung der Lagereigenschaften erläutert. Beim Radiallager wird ein konstanter Öldruck in den Zuführungsbohrungen und an den Seitenrändern angenommen. Der Schmiermittelaustausch zwischen innerem und äußerem Spalt findet innerhalb der Verbindungsbohrungen der Buchse statt. Der Massenstrom in den Bohrungen ist wiederum vom Druckgradienten und der Zentrifugalströmung infolge der Rotationsbewegung abhängig, siehe Gl. 2-45. Wie bereits bei der Einführung des Rotors erwähnt, kann aufgrund der Anordnung der axialen und radialen Schmierfilme zueinander ein Ölaustausch im Übergangsbereich auftreten. Ein Einfluss ist unter der Bedingung eines kleinen Spalts im Übergangsbereich zu erwarten. Bei einem großen Spalt fällt der hydrodynamische Druck auf einen effektiven Druck ab, wodurch die Lager letztendlich separat betrachtet werden können. Innerhalb der Simulationen werden Radial- und Axiallager unabhängig voneinander ausgewertet, da ein großer Spalt vorliegt. Bezüglich der thermischen Randbedingungen werden drehzahlabhängige Temperaturkennfelder an der Welle und am Gehäuse mit definiertem Abstand zur Schmierfilmoberfläche vorgegeben. Die Kennfelder basieren auf Messdaten. Weiterhin wird der Wärmestrom zur Kopplung des Radial- und Axiallagers über das Gehäuse vernachlässigt und adiabate Zustände an den axialen Rändern des Rechengebietes angenommen. Als Resultat sind das Verdichter- und Axiallager thermisch entkoppelt. Beim Axiallager wird ein konstanter Druck in den Zuführbohrungen sowie am Innen- und Außenrand vorgeschrieben. Die einzelnen axialen Schmierspalte sind thermisch über den Schubring gekoppelt. An den weiteren Rändern des Rechengebietes liegen adiabate Zustandsänderungen vor.

4.3.1 Wellenbewegung im Frequenzbereich

Die Frequenzspektren der Wellenbewegungsmessungen sind in Abb. 4-24 dargestellt. Beide Betriebsfälle zeigen im Bezug auf die synchronen Schwingungen ein ähnliches Verhalten, was letztendlich auf die Untersuchung des selben Rotors mit gleichem Unwuchtzustand zurückzuführen ist. Ein Einfluss der Schubbelastung ist beim Abklingen der Subsynchronen festzustellen. Bei der ersten Betriebslinie treten subsynchrone Schwingungen im Drehzahlbereich $0.4 \leq f_{Rot} \leq 0.88$ mit einer Antwortfrequenz $0.22 \leq f \leq 0.35$ auf. Bei der Zweiten sind die schmierfilminduzierten Anregungen bis zur maximalen Drehzahl präsent. Die Antwortfrequenz beträgt bei Maximaldrehzahl $f \approx 0.38$. Es ist an dieser Stelle darauf hinzuweisen, dass gleiche Betriebsrandbedingungen hinsichtlich des Ölzuführdruckes und der Zuführtemperatur für beide Läufe vorlagen, lediglich die Schubbelastungen wurden variiert.



Abbildung 4-24: Frequenzspektrum der Wellenbewegungsmessungen für die Betriebslinie 1 (links) und 2 (rechts), aufgenommen am Verdichtereintritt.

Die Frequenzspektren der Hochlaufsimulationen sind in Abb. 4-25 dargestellt und in Tab. 4-4 zusammengefasst. Für den ersten Betriebsfall kann eine gute Übereinstimmung mit der Messung erzielt werden. Innerhalb des Messbereichs wird ein Abklingen der Subsynchronen bei $f_{Rot} = 0.85$ mit einer Antwortfrequenz f = 0.32 prädiktiert. Im zweiten Lastfall sind die subsynchronen Schwingungen über einen größeren Drehzahlbereich ausgeprägt, allerdings mit einem abklingenden Verlauf, was in den Messungen nicht auftritt. Aufgrund der Antwortfrequenzen kann der innere Schmierspalt der Radialgleitlager als Ursache für die Subsynchronen festgehalten werden. Schmierfilmanregungen, die vom äußeren Spalt der Buchse ausgehen, wurden in den Simulationen nicht festgestellt. Die Schwingform des Rotors ist zu Beginn des Messbereichs zylindrisch.



Abbildung 4-25: Hochlaufsimulation ausgewertet am Verdichtereintrittsbereich. Betriebslinie 1 (links) und Betriebslinie 2 (rechts)

Beschreibung	Frequenz- bereich [-]	Antwort- frequenz [-]
Subsynchrone der Betriebslinie 1 (Messung)	0.40 - 0.88	0.22 - 0.35
Subsynchrone der Betriebslinie 1 (Simulation)	0.40 - 0.85	0.21 - 0.32
Subsynchrone der Betriebslinie 2 (Messung)	0.40 - 1.00	0.21 - 0.38
Subsynchrone der Betriebslinie 2 (Simulation)	0.40 - 0.91	0.22 - 0.32

Tabelle 4-4: Zusammenfassung der Hochlaufsimulationen im Messbereich

Abweichungen zwischen Messung und Simulation können durch verschiedene Ursachen hervorgerufen werden. Einerseits beruht der Schubkraftverlauf auf CFD-Rechnungen, womit eine gewisse Unschärfe im Bezug zur tatsächlichen Größe vorhanden sein kann. Der Schubkrafteinfluss ist vor allem im Druckaufbau beim Axiallager und dessen Beitrag an Steifigkeit und Dämpfung für das Gesamtsystem wiederzufinden. Die Lagereigenschaften haben wiederum einen Einfluss auf die aktuellen Eigenfrequenzen des Rotors. In diesem Sinne können mit zunehmender axialer Belastung Rotoreigenfrequenzen in die Nähe der Olumlauffrequenzen der Radiallager verschoben werden und somit zu subsynchronen Schwingungen führen. Ein ebenso bedeutsamer Einflussfaktor ist die Modellierung der Radiallagerung unter Beachtung der unmittelbaren Umgebung. Innerhalb der hier gezeigten Simulationen werden ausschließlich die radialen Schmierspalte betrachtet, wodurch die Buchsendrehzahl von den Reibmomenten des inneren und äußeren Spalts abhängig ist. Es ist allerdings zu beachten, dass die Stirnflächen der Buchsen ebenfalls mit der Umgebung interagieren können. Dieser Aspekt ist in dem Sinne bedeutsam, da das seitlich vom radialen Spalt abfließende Öl an die Stirnflächen gelangen und anschließend zu einem Reibmoment führen kann. Dies hat wiederum Auswirkungen auf die Buchsendrehzahl und schließlich auf die Lagersteifigkeit und -dämpfung, aber auch auf die Ölumlauffrequenzen. In den Simulationen ist allerdings die Wechselwirkung zwischen Buchsenstirnfläche und Umgebung unberücksichtigt.

4.3.2 Normierte Exzentrizität und Bewegungsorbit

Zur weiteren Untersuchung der Lagerzustände in Abhängigkeit der Schublast werden die Wellen- beziehungsweise Buchsenverlagerungen und deren Orbits bei gegebenen Drehzahlen ausgewertet, vgl. Abb. 4-26 und Abb. 4-27. Die Darstellungen beziehen sich auf den ersten Betriebsfall. Auswertungen bei höherer Schubbelastung sind im Anhang A.4.2 zu finden.



Abbildung 4-26: Normierte Exzentrizität der Buchse und Welle am Verdichter-(links) und Turbinenlager (rechts) für den Betriebsfall 1.

Innerhalb des gemessenen Drehzahlbereichs $0.4 \leq f_{Rot} \leq 1.0$ tritt eine maximale Exzentrizität von $\varepsilon_{max VS i} = 0.70$ am Verdichterlager und $\varepsilon_{max TS a} = 0.68$ am Turbinenlager auf. Kontaktvorgänge im inneren oder äußeren Spalt liegen nicht vor. Der kontaktfreie Betrieb ist auf die Drehbewegung der Buchse zurückzuführen, wodurch eine Couette-Strömung im äußeren Spalt entsteht und als Konsequenz dieser eine Steifigkeit aufweist. Anhand der Abbildung ist ebenfalls zu erkennen, dass mit dem Auftreten von Subsynchronen $f_{Rot} = 0.28$ die Verlagerungen an der Welle und an den Buchsen zunehmen. Im weiteren Verlauf der Hochlaufsimulationen nehmen die normierten Exzentrizitäten allerdings ab. Mit Einbeziehung des Frequenzspektrums in Abb. 4-25 ist das Schwingungsverhalten des Rotors ab $f_{Rot} > 0.85$ ausschließlich durch die Unwucht bestimmt.

Die Verlagerungsbahnen der Buchsen und der Welle sind in Abb. 4-27 dargestellt. Zu Beginn der Messung $f_{Rot} = 0.4$ ist ein kreisförmiger Orbit der Welle in beiden Lagern festzustellen. Dabei handelt es sich um subsynchrone Schwingungen, da die Amplituden der Schmierfilmanregung deutlich dominanter als jene Anregungen der Unwucht sind, vgl. Abb. 4-25. Lediglich am äußeren Spalt des Turbinenlagers sind innen liegende Schleifen schwach ausgebildet. Bei $f_{Rot} = 0.75$ treten in allen Lagerebenen innere Schleifen auf, da die Amplituden der synchronen und subsynchronen Schwingungen ähnlich sind. Bei maximaler Drehzahl ist das Rotorantwortverhalten nur noch durch die Unwucht bestimmt. Der sich ergebene Bewegungsorbit in den Lagerebenen ist erneut kreisförmig.



Abbildung 4-27: Bewegungsorbit der Buchse und Welle am Verdichter- und Turbinenlager für den Betriebsfall 1

Im Vergleich zu den Buchsen- und Wellenverlagerungen der Betriebslinie 2 sind nur geringe beziehungsweise unwesentliche Unterschiede festzustellen, vgl. Abb. A.4.2. Bei beiden Betriebslinien liegt ein ähnliches Lagerverhalten vor.

4.3.3 Rotorverhalten bei modifizierter Schubbelastung

Grund für die Modifikation der axialen Belastung ist die verbleibende Unschärfe bei der simulativen Ermittlung der Schubbelastung. Als Extremfall wurde hier die doppelte Schublast gewählt, obwohl deutlich geringere Unsicherheiten durchaus anzunehmen sind. Das Frequenzspektrum der Wellenbewegung ist in Abb. 4-28 zu finden.



Abbildung 4-28: Frequenzspektrum der Wellenbewegung bei doppelter Schubbelastung der Betriebslinie 2.

Im niedrigen Drehzahlbereich $f_{Rot} < 0.4$ stellt sich das gleiche Rotorantwortverhalten wie bei nomineller axialer Belastung ein, weil die Auswirkungen der erhöhten Schublast noch gering sind, siehe Abb. 4-25 rechts. Die Eintrittsfrequenz der zweiten Subsynchronen beträgt $f_{Rot} = 0.27$ mit einer Antwortfrequenz von f = 0.18. Zu Beginn des Messbereichs wird das Schwingungsverhalten vorwiegend durch die Schmierfilmanregungen geprägt. Anregungen über die Unwucht treten demgegenüber schwächer auf. Im Vergleich zum Antwortverhalten mit nomineller Axialbelastung ist erkennbar, dass der zweite Sub über einen größeren Drehzahlbereich auftritt. Die Amplituden verringern sich kurzzeitig bei $f_{Rot} \approx 0.92$, gefolgt von einer erneuten Rotoranregung über den inneren Schmierfilm.

Das erneute Anregen im höheren Drehzahlbereich kann ein Resultat des Axiallagereinflusses auf die Rotoreigenfrequenzen sein. Eine Erhöhung der Schubbelastung führt ebenfalls zu einem größeren Druckaufbau im Axiallager und folglich zu einem steiferen Verhalten. Da die Eigenfrequenzen des Rotors von den Eigenschaften jeder einzelnen Lagerung abhängig sind, kann die zunehmende Schubbelastung über die Kippsteifigkeiten und -dämpfungen vom axialen Spalt Einfluss auf das Rotorantwortverhalten nehmen.

4.3.4 Fazit der Hochlaufergebnisse

In diesem Kapitel wurde ein radial full-floating gelagerter Rotor untersucht, dessen Antwortverhalten von den Schubbelastungen abhängig ist. Die Hochlaufmessungen wurden unter gleichen Betriebsrandbedingungen durchgeführt, lediglich die axiale Belastung wurde variiert. Beim ersten Betriebsfall, mit geringer Schubbelastung, wurde ein Abklingen der Subsynchronen festgestellt, während bei höherer Last entlang der Betriebslinie 2 die Schmierfilmanregungen bis zur maximalen Drehzahl präsent waren.

Das sensitive Verhalten konnte in den Hochlaufsimulationen ebenfalls beobachtet werden, allerdings in geschwächter Form. Beim zweiten Betriebsfall traten subsynchrone Rotorschwingungen über einen größeren Drehzahlbereich auf, jedoch waren diese im Gegensatz zur Messung abklingend. Als mögliche Ursache können Ungenauigkeiten bei der Ermittlung der Schubbelastungen und mögliche Einflüsse der unmittelbaren Umgebung auf die Radiallager angeführt werden. Mit der Schubbelastung einhergehend liefert das Axiallager Steifigkeits- und Dämpfungsanteile an das Gesamtsystem, womit Einfluss auf die Eigenfrequenzen des Rotors genommen werden kann. Ebenso von Bedeutung sind die am Radiallager seitlich über die Ränder abfließenden Ölmengen, die an die Buchsenstirnseiten gelangen können. Die Wechselwirkungen der Umgebung mit den Stirnflächen verhalten sich nach dem gleichen Grundprinzip wie bei einem unprofilierten Axiallager. Allerdings ist hierbei nicht unbedingt der Aufbau eines hydrodynamischen Druckes von Bedeutung, sondern eher die Entstehung eines Reibmoments, das die Buchse beschleunigen oder verzögern kann.

5 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde das Systemverhalten von gleitgelagerten Rotoren unter dem Gesichtspunkt des Axiallagereinflusses untersucht. Die betrachteten Rotoren zeichneten sich durch unterschiedliche Lagerungskonzepte aus, sodass die vielseitigen Auswirkungen gezeigt werden konnten. Das Design der Axiallagerung bestand zum einen aus feststehenden Segmenten, aber auch Schwimmscheibenkonstruktionen wurden analysiert. Bei Schwimmscheiben ist zusätzlich der Schmiermittelaustausch zwischen radialen und axialen Spalt zu beachten, da dieser die Tragdruck- und Ölverteilung beeinflusst. Auch diese Eigenschaft wird mit den entwickelten Routinen abgebildet.

Zur Abbildung der hydrodynamischen Zustände in den axialen und radialen Schmierfilmen wird die Reynolds-Gleichung mit masseerhaltender Kavitation numerisch durch Anwendung der Finite-Volumen Methode und online innerhalb eines Zeitintegrationsschemas ausgewertet. Als Kavitationsalgorithmus wird das Zwei-Phasenmodell angewendet, das auf einer Bilanzierung der im Öl gelösten und separat im Spalt vorliegenden Gasmassen beruht. Vorteile des Modells besteht in der vernetzungsunabhängigen Gebietsaufteilung zwischen Druck- und Kavitationsgebiet, der Berücksichtigung von thermischen Effekten beim Ausgasen und der weiterhin möglichen Anwendung des Newton-Raphson Verfahrens, wodurch eine hohe Konvergenzgeschwindigkeit zur Erhaltung der Drucklösung erreicht wird. Darüber hinaus wird eine Lösungsstrategie gezeigt, bei der die Hydrodynamik in kombinierten Lagern inklusive des Schmiermittelaustausches im Übergangsbereich erfasst wird. Hierbei wird der Ansatz eines hybriden Volumenelementes gewählt, das sich anteilig im radialen und axialen Spalt befindet. Durch Anwendung der Reynolds-Gleichung für dieses Element kann der Ölaustausch zwischen den Spalten berücksichtigt werden.

Zum Abgleich der entwickelten Routinen wurden Ergebnisse aus der Literatur herangezogen. Darin wurden für stationäre Betriebszustände die Lagerreaktionen und unter transienten Lastannahmen das Rotorverhalten inklusive der Lagerzustände ausgewertet. Beim radial full-floating gelagerten Laval-Rotor wurden schmierfilminduzierte Anregungen vom inneren Schmierfilm abgebildet. Ebenfalls konnte eine gute Übereinstimmung hinsichtlich der normierten Exzentrizität und Schwimmbuchsendrehzahl erzielt werden. Beim Axiallager standen die Druckverteilungen und Lagerkräfte für verschiedene Betriebspunkte im Vordergrund. Mit Verifizierung der Druck- und Schmierfilmverteilung in den einzelnen Schmierspalten wurde im nächsten Schritt auf die Einflüsse des Schmiermittelaustausches bei kombinierten Lagerungen eingegangen. Als Design-Varianten standen Kompaktlagerung und Schwimmscheiben im Vordergrund, da diese aus hydrodynamischer Sicht ähnliche Vorgänge vorweisen. Lediglich die kinematischen Randbedingungen der Oberflächen unterscheiden sich. Den Einfluss der hydrodynamischen Kopplung wurde beim Kompaktlager gezeigt, worin sich der hydrodynamische Druck bis zum angrenzenden Schmierfilm ausbilden konnte. Bei der Schwimmscheibe wurden die Lagerreaktionen in Abhängigkeit der Wellendrehzahl und des minimalen Schmierspalts untersucht. Bei den betrachteten Betriebsfällen führte die hydrodynamische Kopplung sowohl beim axialen als auch radialen Schmierspalt zu höheren Lagerkräften.

Einflüsse der Axiallagerung auf das Schwingverhalten wurden anhand von Rotoren mit unterschiedlicher Größe und Lagerungskonzept untersucht. Beim ersten Rotor werden die radialen Belastungen über Schwimmbuchsen mit äußerer Quetschöldämpfung (semifloating) und axialen mittels doppelseitigem Schublager aufgenommen. Das Axiallager befindet sich zwischen den Radiallagerstellen. Innerhalb der Wellenbewegungsmessungen wurden subsynchrone Schwingungen mit erhöhten Amplituden festgestellt. Anhand verschiedener Modellierungsgüten der Lagerung konnten die Effekte der Kavitation und Axiallagerung separat untersucht werden. Mit dem Auftreten von Kavitation wurde ein weicheres Lagerverhalten festgestellt, was die Ausbildung von Subsynchronen begünstigt. Die Auswirkungen des Schublagers wurden anhand des Antwortsignals vom Rotor, der Betriebspunkte der verdichterseitigen Schwimmbuchse und der Rotorneigung ausgewertet. Darin konnten sich ebenfalls subsynchrone Schwingungen über einen größeren Drehzahlbereich ausprägen. Das Schublager liefert Steifigkeits- und Dämpfungsanteile an das Gesamtsystem, die Einfluss auf die Rotoreigenfrequenzen nehmen können. Die Schmierfilmanregungen selbst erfolgen weiterhin über den Oil-Whirl vom radialen Spalt. Weiterhin wurden die Betriebszustände beim Radial- und Axiallager ausgewertet. Insbesondere beim Bewegungsorbit der verdichterseitigen Buchse war ein Einfluss des Schublagers festzustellen, worin mit Einbeziehung des Axiallagers die Rotorneigung begrenzt wurde. Dies hatte Auswirkungen auf die Schwingform und somit auf den Betriebspunkt der Buchse.

Des Weiteren wurde ein Rotor untersucht, dessen Schubbelastungen über ein Hauptund Gegenschublager aufgenommen wurden. Das Hauptschublager besteht aus zwei axialen Schmierfilmen, die durch eine Scheibe getrennt sind. Der Schmiermittelaustausch erfolgt über den radialen Spalt am Innenrand der Schwimmscheibe. Das Gegenschublager besteht aus feststehenden Segmenten. In den Messungen wurden subsynchrone sowie unwuchtbedingte Scheibenschwingungen und synchrone Rotorantworten festgestellt. Eine gute Übereinstimmung mit den Messungen zeigte die Simulation mit Abbildung der Hydrodynamik im radialen und axialen Spalt der Scheibe. Dies beinhaltet sowohl die Scheibenantwortfrequenz infolge der radialen Verlagerungen als auch dessen Drehzahl. Letzteres ergibt sich aus den angreifenden Reibmomenten, die maßgeblich von den thermodynamischen Verhältnissen im Ölfilm und den auftretenden Schmierspalten beeinflusst werden. Unter der Annahme von effektiven Mischtemperaturen im radialen Spalt war eine degressive Beschleunigung der Scheibe festzustellen, was ebenfalls in den Messungen beobachtet wurde.

Als weiteres Anwendungsbeispiel wurde ein Rotor mit full-floating Lagerung untersucht. Bei dieser Lagerungsform erfolgen Schmierfilmanregungen über den radial inneren und äußeren Spalt der Buchse. Die Besonderheit war hierbei, dass unter gleichen Betriebsrandbedingungen ein sensitives Verhalten in der Ausbildung von Subsynchronen gegenüber den Schubbelastungen vorlag. Dieser Effekt kann in den Simulationen nur unter Einbeziehung der betriebsabhängigen nichtlinearen Eigenschaften der Axiallagerung berücksichtigt werden. Beim ersten Betriebsfall konnte eine sehr gute Übereinstimmung mit den Messungen erzielt werden. Abweichungen traten beim zweiten Betriebsfall auf, worin die Subsynchronen in den Messungen bis zur maximalen Drehzahl präsent waren, während diese in den Simulationen abgeklungen sind. In einer weiteren Simulation mit erhöhten Schublasten konnten durchgehende Schmierfilmanregungen festgestellt werden. Als möglicher Grund für die Abweichungen kann eine Unschärfe im Schubkraftverlauf und der Einfluss der Buchsenstirnseiten mit der Umgebung genannt werden. Letzterer Effekt äußert sich durch das Auftreten von Reibmomenten, da das vom radialen Spalt abfließende Öl an die Stirnseiten gelangen kann und geschert wird. Zusammenfassend wurde mit diesem Beitrag gezeigt, dass die Abbildungsgüte für eine ganzheitliche Erfassung des Rotorverhaltens wesentlich verbessert werden kann, wenn die Axiallagerung bei der Modellierung mit einbezogen wird. Erweiterungen in der Modellierungstiefe könnten darin bestehen, dass der Ölaustausch zwischen Radial- und Axiallager durch die Versorgungskanäle im Lagergehäuse berücksichtigt wird. Durch die Kanäle ist ebenfalls die Möglichkeit einer hydraulischen Kopplung der einzelnen Lager untereinander gegeben. In den hier durchgeführten Simulationen wird ein konstanter Druck und somit eine ausreichende Schmiermittelzufuhr angenommen. Weitere Untersuchungen könnten beim radial full-floating gelagerten Rotor hinsichtlich des Einflusses der Buchsenstirnseiten vorgenommen werden. Die Auswirkungen können ebenfalls mit den entwickelten Routinen erfasst werden, da die Stirnseiten ähnlich wie ein unprofiliertes Lager zu behandeln sind. Hierbei sind die an der Buchse wirkenden Reibmomente von Bedeutung, da diese die Buchsendrehzahl und somit die Lagersteifigkeit und -dämpfung aber auch die Oil-Whirl Frequenz beeinflussen.

A Anhang

A.1 Validierung Axiallagerung



Abbildung 1-1: Axiallagergeometrie [44]

Tabelle A-1: Lagergeometrie, Öleigenschaften und Betriebsrandbedingungen [44]

Parameter	Variable	Wert	Parameter	Variable	Wert
Innenradius	r_i	3.55 mm	Viskosität	η	7.68 m Pas
Außenradius	r_a	6.3mm	Dichte	ho	$874.5 \ kg/m^{3}$
min. Spalt	h_{min}	$5 \ \mu m$	Temperatur	T	295.5 K
Keilhöhe	c_{wed}	$10 \ \mu m$	Blasengehalt	r_0	0.0
Segmentanzahl		8	Bunsenkoeff.	α_B	0.08
Keilwinkel	φ_K	8.4°	Drehzahl	ω	$1-20 \ krad/s$
Rastwinkel	$arphi_R$	6.6°	Randdruck	p_{atm}	$1.0 \ bar$


Abbildung 1-2: Druckverteilung über das Segment (links) und Segmentkraft in Abhängigkeit des minimalen Schmierspalts (rechts)

A.2 Ergänzungen zum semi-floating gelagerten Rotor mit doppelseitigem Axiallager

A.2.1 Thermische Spaltänderung beim Radiallager



Abbildung 1-3: Vergleich der gemessenen und berechneten Buchsentemperaturen beim verdichterseitigen (links) und turbinenseitigen Radiallager (rechts). Die Erwärmung der Buchsen ΔT bezieht sich auf die Öleintrittstemperatur.



Abbildung 1-4: Basierend auf den Temperaturmessungen und der Lösung der Wärmeleitungsgleichung ermittelte Lagerspiele: verdichterseitiges (links) und turbinenseitiges Radiallager (rechts). Das dimensionslose Lagerspiel bezieht sich auf das Warmspiel des entsprechenden Spalts $\hat{\Psi} = \frac{\Psi_{i,a}}{\Psi_{i,a\,0}}$ zum Zeitpunkt der Rotordrehzahl $f_{Rot} = 0.5$.



A.2.2 Hochlaufsimulationen mit generalisierter Reynolds-Gleichung bei hohen Öleintrittstemperaturen

Abbildung 1-5: Hochlaufsimulationen mit Lösung der generalierten Reynolds-Gleichung unter der Annahme: a) Gümbel Kavitation ohne Axiallagerung (V1), b) Zwei-Phasenmodell ohne Axiallagerung (V2), c) Gümbel Kavitation mit Axiallagerung (V3) und d) Zwei-Phasenmodell mit Axiallagerung(V4).

Tabelle A-2:	Zusammenfassung	der	Hochläufe,	ausgewertet	an	der	Dichtscheibe
--------------	-----------------	----------------------	------------	-------------	----	----------------------	--------------

Beschreibung	Unwucht- resonanz f_{Rot}	Beginn Sub f_{Rot}	Antwortfrequenz Sub f
Messung V1 - Gümbel ohne Axiallagerung V2 - 2PM ohne Axiallagerung V3 - Gümbel mit Axiallagerung V4 - 2PM mit Axiallagerung	0.24 0.24 0.23 0.24 0.23	$ \begin{array}{r} 0.48 \\ - \\ 0.51 \\ 0.56 \\ 0.47 \end{array} $	$ \begin{array}{c} 0.16 \\ - \\ 0.14 \\ 0.15 \\ 0.14 \end{array} $



A.2.3 Messungen und Hochlaufsimulationen bei niedriger Öleintrittstemperatur

Abbildung 1-6: Wellenbewegungsmessung (a) und Hochlaufsimulationen bei niedriger Öleintrittstemperatur: b) Zwei-Phasenmodell und ohne Axiallagerung (V2), c) Gümbel Kavitation mit Axiallagerung (V3) und d) Zwei-Phasenmodell mit Axiallagerung (V4).

Tabelle A-3: Zusammenfassung der Hochläufe, ausgewertet an der Dichtsch	leibe
---	-------

Beschreibung	Unwucht- resonanz f_{Rot}	Beginn Sub f_{Rot}	Antwortfrequenz Sub f
Messung	0.33	0.38	0.95
V2 - 2PM ohne Axiallagerung	0.33	—	—
V3 - Gümbel mit Axiallagerung	0.33	—	0.76
V4 - 2PM mit Axiallagerung	0.33	0.28	0.93



Abbildung 1-7: Summensignal der horizontalen Wellenbewegung, ausgewertet am Dichtring. (Niedrige Öleintrittstemperatur)



Abbildung 1-8: Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager: ohne Axiallager V2 (links) und mit Axiallager V4 (rechts)



Abbildung 1-9: Bewegungsorbit der Welle und der Buchse bei gegebener Drehzahl: ohne Axiallager V2 (links) und mit Axiallager V4 (rechts)

A.3 Ergänzungen zum semi-floating gelagerten Rotor mit Schwimmscheibenlagerung

A.3.1 Temperaturentwicklung am Haupt- und Gegenschublager



Abbildung 1-10: Temperaturentwicklung am Haupt- und Gegenschublager. Temperaturen basierend auf den Detaillierungsgrad V4.



A.3.2 Rotorverhalten bei modifizierter Scheibenunwucht

Abbildung 1-11: Frequenzspektrum des Rotorantwortverhaltens unter der Annahme einer reduzierten (links) und erhöhten Schwimmscheibenunwucht (rechts).

A.3.3 Temperaturentwicklungen am Haupt- und Gegenschublager bei effektiven Mischtemperatur im radialen Spalt



Abbildung 1-12: Temperaturentwicklung beim Haupt- und Gegenschublager unter Berücksichtigung der Vorwärmung des Öls im radialen Spalt der Schwimmscheibe

A.4 Ergänzungen zum full-floating gelagerten Rotor

A.4.1 Drehzahlverhältnis der Schwimmbuchsen



Abbildung 1-13: Ermittelte Buchsendrehzahl beim Verdichter- und Turbinenlager für die Betriebslinie 1 und 2.

A.4.2 Bewegungsorbit und norm. Exzentrizität für die Betriebslinie 2



Abbildung 1-14: Normierte Exzentrizität am Verdichter- und Turbinenlager.



Abbildung 1-15: Bewegungsorbit am Verdichter- und Turbinenlager

Literaturverzeichnis

- x engineer.org, "https://x-engineer.org/wp-content/uploads/2018/03/turbochargercore-assembly-bmts.jpg".
- [2] C. Daniel, E. Woschke, S. Nitzschke, S. Göbel und J. Strackeljan, "Determinismus der subharmonischen Schwingungen in gleitgelagerten Turbomaschinen", in 12. Magdeburger Maschinenbau-Tage, 2015.
- [3] S. Nitzschke, Instationäres Verhalten schwimmbuchsengelagerter Rotoren unter Berücksichtigung masseerhaltender Kavitation. Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2016.
- [4] A. Fuchs, *Schnelllaufende Radialgleitlager im instationären Betrieb*. Dissertation, Technische Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, 2002.
- [5] T. Drapatow, O. Alber und E. Woschke, "Consideration of fluid inertia and cavitation for transient simulations of squeeze film damped rotor systems", *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 2021.
- [6] O. Pinkus and B. Sternlicht, *Theory of hydrodynamic lubrication*. Mc-Graw Hill Book Company Inc., 1961.
- [7] X. Changhu, Analysis of the characteristics of a squeeze film damper by threedimensional Navier-Stokes equation: A numerical approach and experimental validation. Dissertation, University of Akron, Ohio, USA, 2009.
- [8] D. Dowson, "A generalized Reynolds equation for fluid-film lubrication", International Journal of Mechanical Sciences, vol. 4, pp. 159–170, 1962.
- [9] D. Dowson and C. M. Taylor, "Cavitation in bearings", Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 11, pp. 35–65, 1979.
- [10] W. Hannon, The generalized universial Reynolds equation for variable property fluidfilm lubrication and variable geometry self-acting bearings. Dissertation, University of Akron, Ohio, USA, 2006.
- [11] A. Szeri, *Fluid film lubrication: Theory and Design*. Cambridge University Press, 2005.
- [12] S. Hamzehlouia and K. Behdinan, "A study of lubricant inertia effects for squeeze film dampers incorporated into high-speed turbomachinery", *Lubricants*, vol. 5, p. 43, 2017.

- [13] X. Song, W. Wu und S. Yuan, "Mixed-lubrication analysis of misaligned journal bearing considering turbulence and cavitation", *AIP Advances*, vol. 12, p. 015213, 2022.
- [14] J. Qiao, G. Zhou, W. Pu, R. Li und M. He, "Coupling analysis of turbulent and mixed lubrication of water-lubricated rubber bearings", *Tribology International*, vol. 172, p. 107644, 2022.
- [15] S. Das und S. K. Guha, "Numerical analysis of steady-state performance of misaligned journal bearings with turbulent effect", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 41, 2019.
- [16] C. Zeh, Berechnung des diabaten Betriebsverhaltens der Axial- und Radialgleitlager eines Abgasturboladers. Dissertation, Technischen Universität Clausthal, 2020.
- [17] T. F. Peixoto and K. L. Cavalca, "Thrust bearing coupling effects on the lateral dynamics of turbochargers", *Tribology International*, vol. 145, 2020.
- [18] R. Eling, Towards robust design optimization of automotive turbocharger rotorbearing systems. Dissertation, Delft University of Technology, 2018.
- [19] A. Charitopoulos, R. Visser, R. Eling und C. Papadopoulos, "Design optimization of an automotive turbocharger thrust bearing using a CFD-based THD computational approach", *Lubricants*, vol. 6, no. 1, p. 21, 2018.
- [20] A. Charitopoulos, Computational Fluid Dynamics study of heavily loaded fixed-pad thrust bearings operating under thermoelastohydrodynamic regime. Dissertation, National technical University of Athens, 2021.
- [21] P. Novotný, M. Jonák und J. Vacula, "Evolutionary optimisation of the thrust bearing considering multiple operating conditions in turbomachinery", *International Journal* of Mechanical Sciences, vol. 195, p. 106240, 2021.
- [22] C. I. Papadopoulos, E. E. Efstathiou, P. G. Nikolakopoulos und L. Kaiktsis, "Geometry optimization of textured three-dimensional micro- thrust bearings", *Journal* of *Tribology*, vol. 133, 2011.
- [23] M. Mahner, A. Lehn und B. Schweizer, "Thermogas- and thermohydrodynamic simulation of thrust and slider bearings: Convergence and efficiency of different reduction approaches," *Tribology International*, vol. 93, pp. 539–554, 2016.
- [24] L. C. Vieira, P. N. Watanabe und K. L. Cavalca, "Analysis of the influence of fluid temperature variation on the behavior of turbocharger lubricated thrust bearings", *Proceedings of the 9th IFToMM International Conference on Rotor Dynamics, Mechanisms and Machine Science 21*, pp. 1091–1101, 2015.
- [25] H. Hashimoto, "The effects of fluid inertia forces on the static characteristics of sectorshaped, high-speed thrust bearings in turbulent flow regime", *Journal of Tribology*, vol. 111, pp. 406–412, 1989.

- [26] K. W. Kim, M. Tanaka und Y. Hori, "A three-dimensional analysis of thermohydrodynamic performance of sector-shaped, tilting-pad thrust bearings", *Journal of Lubrication Technology*, vol. 105, pp. 406–412, 1983.
- [27] K. H. Huebner, "A three-dimensional thermohydrodynamic analysis of sector thrust bearings", A S L E Transactions, vol. 17, pp. 62–73, 1974.
- [28] O. Pinkus and J. W. Lund, "Centrifugal effects in thrust bearings and seals under laminar conditions", *Journal of Lubrication Technology*, vol. 103, pp. 126–136, 1981.
- [29] L. A. Abdel-Latif and A.-M. A. Amman, "Inertia effects on thrust bearings with Michell pads running under thermohydrodynamic conditions", *Forschung im Ingenieurwesen*, vol. 53, pp. 189–195, 1987.
- [30] H. Schlichting and K. Gersten, Boundary-Layer Theory. Springer Berlin Heidelberg, 2017.
- [31] Y. Henry, J. Bouyer und M. Fillon, "An experimental hydrodynamic thrust bearing device and its application to the study of a tapered-land thrust bearing", *Journal of Tribology*, vol. 136, 2014.
- [32] Y. Henry, J. Bouyer und M. Fillon, "Experimental investigation in a hydrodynamic taper land thrust bearing", ASME/STLE 2012 International Joint Tribology Conference, 2012.
- [33] Y. Henry, J. Bouyer und M. Fillon, "An experimental analysis of the hydrodynamic contribution of textured thrust bearings during steady-state operation: A comparison with the untextured parallel surface configuration", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 229, pp. 362– 375, 2014.
- [34] I. Etsion, G. Halperin, V. Brizmer und Y. Kligerman, "Experimental investigation of laser surface textured parallel thrust bearings", *Tribology Letters*, vol. 17, pp. 295– 300, 2004.
- [35] Y. Song, X. Ren, C.-W. Gu und X.-S. Li, "Experimental and numerical studies of cavitation effects in a tapered land thrust bearing", *Journal of Tribology*, vol. 137, 2014.
- [36] J. Frene, "Tapered land thrust bearing operating in both laminar and turbulent regimes", A S L E Transactions, vol. 21, pp. 243–249, 1978.
- [37] A. T. Cross, F. Sadeghi, L. Cao, R. G. Rateick und S. Rowan, "Flow visualization in a pocketed thrust washer", *Tribology Transactions*, vol. 55, pp. 571–581, 2012.
- [38] S. Nitzschke, C. Ziese und E. Woschke, "Analysis of dynamical behaviour of fullfloating disk thrust bearings", Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences, 2021.
- [39] S. Nitzschke, C. Ziese und E. Woschke, "Analysis of dynamical behaviour of rotors under axial loads and supported by full-floating disk bearing", SIRM 2021 - 14th International Conference on Dynamics of Rotating Machines, Gdansk, Poland, 2021.

- [40] G. Xiang, Y. Han, R. Chen, J. Wang, X. Ni und K. Xiao, "A hydrodynamic lubrication model and comparative analysis for coupled microgroove journal-thrust bearings lubricated with water", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part* J: Journal of Engineering Tribology, vol. 234, pp. 1755–1770, 2019.
- [41] G. Xiang, Y. Han, J. Wang, K. Xiao und J. Li, "Influence of axial microvibration on the transient hdrodynamic lubrication performance of misaligned journal-thrust microgrooved coupled bearings under water lubrication", *Tribology Transactions*, vol. 64, pp. 579–592, 2021.
- [42] G. Xiang, J. Wang, C. Zhou, Y. Shi, Y. Wang, J. Cai, C. Wang, D. Jin und Y. Han, "A tribo-dynamic model of coupled journal-thrust water-lubricated bearings under propeller disturbance", *Tribology International*, vol. 160, p. 107008, 2021.
- [43] G. X. G. Xiang, Y. Han, R. Chen, J. W. J. Wang und N. Xiaokang, "A numerical method to investigate the mixed lubrication performances of journal-thrust coupled bearings", *Industrial Lubrication and Tribology*, vol. 71, pp. 1099–1107, 2019.
- [44] I. Chatzisavvas, Efficient thermohydrodynamic radial and thrust bearing modeling for transient rotor simulations. Dissertation, Technischen Universität Darmstadt, 2017.
- [45] I. Chatzisavvas, A. Boyaci, P. Koutsovasilis und B. Schweizer, "Influence of hydrodynamic thrust bearings on the nonlinear oscillations of high-speedrotors", *Journal* of Sound and Vibration, vol. 380, pp. 224–241, 2016.
- [46] I. Chatzisavvas, Aydin Boyaci und Panagiotis Koutsovasilis und Bernhard Schweizer, "Influence of the oil temperature of thrust bearings on the vibratory behaviour of small turbochargers", in 11th Internation Converse on Engineering Vibration, 2015.
- [47] I. Chatzisavvas, A. Boyaci, A. Lehn, M. Mahner, B. Schweizer und P. Koutsovasilis, "On the influence of thrust bearing on the nonlinear rotor vibrations of turbochargers", in *Volume 8: Microturbines, Turbochargers and Small Turbomachines*, American Society of Mechanical Engineers, 2016.
- [48] P. Koutsovasilis, "Automotive turbocharger rotordynamics: Interaction of thrust and radial bearings in shaft motion simulation", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 455, pp. 413–429, 2019.
- [49] P. Koutsovasilis, "Impact of thrust bearing pad design and allocation on automotive turbocharger rotordynamics", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 485, p. 115546, 2020.
- [50] R. R. Mutra, J. Srinivas und D. Singh, "Thrust bearing influence on the stability analysis of turbocharger rotor-bearing system", in *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, pp. 85–98, Springer Singapore, 2020.
- [51] K. Gjika and G. D. LaRue, "Axial load control on high-speed turbochargers: test and prediction", in Aircraft Engine; Ceramics; Coal, Biomass and Alternative Fuels; Manufacturing, Materials and Metallurgy; Microturbines and Small Turbomachinery, ASMEDC, 2008.

- [52] P. Novotny, J. Hrabovsky, J. Juracka, J. Klima und V. Hort, "Effective thrust bearing model for simulations of transient rotor dynamics", *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 157-158, pp. 374–383, 2019.
- [53] T. F. Peixoto, R. Nordmann und K. L. Cavalca, "Dynamic analysis of turbochargers with thermo-hydrodynamic lubrication bearings", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 505, p. 116140, 2021.
- [54] S. Li, S. Tuzcu, M. Klaus, A. Rienäcker und H. Schwarze, "Analyse der Einflüsse der hydrodynamischen Axiallagerung auf das rotordynamische Verhalten eines Pkw-Abgasturboladers", SIRM 2016 - 11. Internationale Tagung Schwingungen in rotierenden Maschinen, Magdeburg, 2015.
- [55] C. Ziese, C. Irmscher, S. Nitzschke, C. Daniel und E. Woschke, "Run-Up Simulation of a Semi-Floating Ring Supported Turbocharger Rotor Considering Thrust Bearing and Mass-Conserving Cavitation", *Lubricants*, vol. 9, p. 44, 2021.
- [56] C. Ziese, C. Irmscher, S. Nitzschke, C. Daniel, E. Woschke und T. Klimpel, "Influence of lubricant film cavitation on the vibration behaviour of a semi-floating ring supported turbocharger rotor with thrust bearing", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 144, 2021.
- [57] S. Cowin, "The theory of polar fluids", in Advances in Applied Mechanics, vol. 14, pp. 279–347, Elsevier, 1974.
- [58] G. Ahmadi, "Squeeze film theory for Cosserat fluids", Journal of Applied Mathematics and Mechanics, vol. 61, no. 6, pp. 215–220, 2008.
- [59] N. Naduvinamani and S. Santosh, "Micropolar fluid squeeze film lubrication of finite porous journal bearing", *Tribology International*, vol. 44, pp. 409–416, 2011.
- [60] N. B. Naduvinamani and A. K. Kadadi, "Effect of viscosity variation on the micropolar fluid squeeze film lubrication of a short journal bearing", Advances in Tribology, vol. 2013, pp. 1–7, 2013.
- [61] M. M. Khonsari and D. E. Brewe, "On the performance of finite journal bearings lubricated with micropolar fluids", *Tribology Transactions*, vol. 32, pp. 155–160, 1989.
- [62] A. Bertram, Elasticity and Plasticity of Large Deformations An Introduction. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [63] E. Woschke, Simulation gleitgelagerter Systeme in Mehrkörperprogrammen unter Berücksichtigung mechanischer und thermischer Deformationen. Dissertation, Ottovon-Guericke-Universität Magdeburg, 2013.
- [64] U. Mermertas, Nichtlinearer Einfluss von Radialgleitlagern auf die Dynamik schnelllaufender Rotoren. Dissertation, Technische Universität Clausthal, 2007.
- [65] D. Bartel, Simulation von Tribosystemen. Vieweg+Teubner, 2010.

- [66] C. Daniel, Simulation von gleit- und wälzgelagerten Systemen auf Basis eines Mehrkörpersystems für rotordynamische Anwendungen. Dissertation, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, 2013.
- [67] L. S. Andres and S. E. Diaz, "Flow visualization and forces from a squeeze film damper operating with natural air entrainment" *Journal of Tribology*, vol. 125, pp. 325– 333, 2003.
- [68] M. J. Braun and W. M. Hannon, *Encyclopedia of Tribology*. Springer US, 2013.
- [69] D. Dowson, E. H. Smith und C. M. Taylor, "An experimental study of hydrodynamic film rupture in a steadily-loaded non-conformal contact", *Journal Mechanical Engineering Science*, vol. 22, pp. 71–78, 1980.
- [70] S. Diaz and L. S. Andres, "A model for squeeze film dampers operating with air entrainment and validation with experiments", *Journal of Tribology*, vol. 123, pp. 125– 133, 2001.
- [71] L. S. Andres, S. Den, S. Jeung und G. Savela, "Squeeze film damper: an experimental appraisal of their dynamic performance", Asia turbomachinery and pump symposium, 2016.
- [72] L. S. Andres and X. Lu, "Leakage, drag power und rotordynamic force coefficients of an air in oil (wet) annular seal", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 140, no. 1, 2017.
- [73] M. J. Braun and W. M. Hannon, "Cavitation formation and modelling for fluid film bearings: a review", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology, vol. 224, pp. 839–863, 2010.
- [74] C. Xing, M. Braun und H. Li, "A three-dimensional Navier-Stokes-based numerical model for squeeze-film dampers. Part1-Effects of gaseous cavitation on pressure distribution and damping coefficients without consideration of inertia", *Tribology Transactions*, vol. 52, pp. 680–694, 2009.
- [75] M. J. Braun and R. C. Hendricks, "An experimental investigation of the vaporous/gaseous cavity characteristics of an eccentric journal bearing", A S L E Transactions, vol. 27, pp. 1–14, 1984.
- [76] G. I. Taylor, "Cavitation of a viscous fluid in narrow passages", Journal of Fluid Mechanics, vol. 16, pp. 595–619, 1963.
- [77] S. H. Jeung, Experimental performance of an open end squezze film damper and a selad ends squeeze film damper. Dissertation, Texas A&M University, 2017.
- [78] H. G. Elrod and M. L. Adams, "A computer program for cavitation and starvation problems", *Leeds-Lyon Symp. on Cavitation*, 1974.
- [79] K. O. Olsson, Cavitation in dynamically loaded bearings. Avd. maskinteknik, Scandinavian University Books, 1965.

- [80] B. Jakobsson and L. Floberg, "The finite journal bearing considering vaporization", 1957.
- [81] A. Kumar and J. F. Booker, "A Finite Element cavitation algorithm", Journal of Tribology, vol. 113, pp. 276–284, 1991.
- [82] H. G. Elrod, "A cavitation algorithm", Journal of Lubrication Technology, vol. 103, pp. 350–354, 1981.
- [83] G. E. Nowald, Numerical investigation of rotors in floating ring bearings using cosimulation. Dissertation, Technischen Universität Darmstadt, 2018.
- [84] H. Nguyen-Schäfer, Rotordynamics of automotive turbochargers. Springer International Publishing, 2015.
- [85] H. Nguyen-Schäfer, Aero and vibroacoustics of automotive turbochargers. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [86] J. Gehannin, M. Arghir und O. Bonneau, "Evaluation of Rayleigh–Plesset equation based cavitation models for squeeze film dampers", *Journal of Tribology*, vol. 131, 2009.
- [87] T. Geike and V. L. Popov, "A bubble dynamics based approach to the simulation of cavitation in lubricated contacts", *Journal of Tribology*, vol. 131, 2008.
- [88] C. E. Brennen, *Cavitation and bubble dynamics*. Oxford University Press, 1995.
- [89] C. E. Brennen, Fundamentals of Multiphase flow. Cambridge University Press, 2005.
- [90] F. Jean-Pierre and M. Jean-Marie, Fundamentals of cavitation. Kluwer Academic Publishers, 2005.
- [91] U. J. Möller and J. Nassar, *Schmierstoffe im Betrieb*. Springer Berlin Heidelberg, 2002.
- [92] G. Bauer, *Ölhydraulik*. Vieweg+Teubner, 2011.
- [93] F. M. White, *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill Education, 2015.
- [94] S. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publishing Corp., 1980.
- [95] Z.-R. Hao and C.-W. Gu, "Numerical modeling for gaseous cavitation of oil film and non-equilibrium dissolution effects in thrust bearings", *Tribology International*, vol. 78, pp. 14–26, 2014.
- [96] S. S. Gautam, S. Quamar und M. K. Ghosh, "Thermal analysis of externally pressurised step bearing including centrifugal inertia effect for a bubbly lubricant", *International Journal of Engineering, Science and Technology*, vol. 2, 2011.
- [97] Y. Song, C.-W. Gu und X. Ren, "Development and validation of a gaseous cavitation model for hydrodynamic lubrication", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 229, pp. 1227–1238, 2015.

- [98] N. Heinrichson, On the design of tilting-pad thrust bearings. Dissertation, Technical University of Denmark, 2007.
- [99] Y. Zhao, C. Wei, S. Yuan und J. Hu, "Theoretical and experimental study of cavitation effects on the dynamic characteristic of spiral-groove rotary seals (SGRSs)", *Tribology Letters*, vol. 64, 2016.
- [100] D. Richardson, F. Sadeghi, R. G. Rateick und S. Rowan, "Using μ PIV to investigate fluid flow in a pocketed thrust bearing", *Tribology Transactions*, vol. 62, pp. 350–361, 2019.
- [101] L. Bai, Y. Meng und V. Zhang, "Experimental study on transient behavior of cavitation phenomenon in textured thrust bearings", *Tribology Letters*, vol. 63, no. 2, 2016.
- [102] X. Lin, R. Wang, S. Zhang, C. Zhang und S. Jiang, "Study of cavitation bubbles evolution for high-speed water-lubricated spiral groove thrust bearings", *Journal of Tribology*, vol. 141, 2019.
- [103] J. Zhang and Y. Meng, "Direct observation of cavitation phenomenon and hydrodynamic lubrication analysis of textured surfaces", *Tribology Letters*, vol. 46, pp. 147– 158, 2012.
- [104] C. Ziese, S. Nitzschke und E. Woschke, "Tragdruck- und Schmierstoffverteilung von Axialgleitlagern unter Berücksichtigung von masseerhaltender Kavitation und Zentrifugalkraft", Magdeburger Maschinenbau-Tage 2017: autonom - vernetzt - nachhaltig, 2017.
- [105] A. Fuchs, "Comparison of measured and calculated vbrations of a turbocharger", *SIRM*, 2017.
- [106] G. Nowald, R. Schmoll und B. Schweizer, "Transient run-up simulations of rotors in journal bearings considering mass-conserving cavitation approaches", *Technische Mechanik*, 2017.
- [107] R. Schmoll, Co-Simulation und Solverkopplung Analyse komplexer multiphysikalischer Systeme. Dissertation, Universität Kassel, 2015.
- [108] B. Schweizer, P. Li und D. Lu, "Explicit and implicit cosimulation methods: Stability and convergence analysis for different solver coupling approaches", *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, vol. 10, 2015.
- [109] M. Busch, L. Esmaeili, P. Koutsovasilis, D. Lu, B. Schweizer und U. Tomm, "Advanced rotordynamic simulation of turbochargers using coupled multibody and finite element models", in 10th International Conference on Turbochargers and Turbocharging, pp. 159–171, Elsevier, 2012.
- [110] E. Woschke, C. Daniel und S. Nitzschke, "Excitation mechanisms of non-linear rotor systems with floating ring bearings - simulation and validation", *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 134, pp. 15–27, 2017.

- [111] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson, "Contact of nominally flat surfaces", Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, vol. 295, pp. 300–319, 1966.
- [112] X.-S. Li, Y. Song, Z.-R. Hao und C.-W. Gu, "Cavitation mechanism of oil-film bearing and development of a new gaseous cavitation model based on air solubility", *Journal* of *Tribology*, vol. 134, 2012.
- [113] Y. Song and C.-W. Gu, "Development and validation of a three-dimensional computational fluid dynamics analysis for journal bearings considering cavitation and conjugate heat transfer", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 137, 2015.
- [114] R. F. Ausas, M. Jai und G. C. Buscaglia, "A mass-conserving algorithm for dynamical lubrication problems with cavitation", *Journal of Tribology*, vol. 131, 2009.
- [115] S. Nitzschke, E. Woschke, D. Schmicker und J. Strackeljan, "Regularised cavitation algorithm for use in transient rotordynamic analysis", *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 113, pp. 175–183, 2016.
- [116] C. Ziese, S. Nitzschke und E. Woschke, "Run up simulation of a full-floating ring supported Jeffcott-rotor considering two-phase flow cavitation", Archive of Applied Mechanics, vol. 91, pp. 777–790, 2020.
- [117] R. Eling, M. te Wierik, R. van Ostayen und D. Rixen, "Rotordynamic and friction loss measurements on a high speed Laval rotor supported by floating ring bearings", *Lubricants*, vol. 5, p. 7, 2017.
- [118] C. Irmscher and C. Ziese, "Thermisch erweiterte Rotordynamik von Turboladern -Erweiterte thermische Modellierung für die transiente, hydrodynamische gekoppelte Simulationen der nichtlinearen Rotordynamik für Turboladern, Abschlussbericht über das Vorhaben Nr. 1258 (IGF-Nr. 18760)", Forschungsvereinigung Verbrennungskraftmaschinen e. V. Frankfurt am Main, 2020.
- [119] C. Ziese and C. Irmscher, "Thermisch erweiterte Rotordynamik von Turboladern -Erweiterte thermische Modellierung für die transiente, hydrodynamisch gekoppelte Simulation der nichtlinearen Rotordynamik von Turboladern, Zwischenbericht über das Vorhaben Nr. 1258 (IGFNr. 18760)", in Abschluss und Zwischenberichte der Forschungsstellen Turbomaschinen FVV, Herbsttagung 2018.
- [120] C. Ziese and C. Strackeljan, "Dynamik von ATL-Rotoren mit gekoppelter Lagerung - Transiente Simulation der nichtlinearen Dynamik von Abgasturbolader-Rotoren unter Berücksichtigung der Wechselwirkung von Radial- und Axialgleitlagern über das ölversorgungssystem", in FVV-Herbsttagung - Nürburg, 2021.
- [121] Elmar Woschke, Christian Daniel, Steffen Nitzschke und Stephan Göbel, *Handbuch EMD*. RDU-GmbH, 2022.
- [122] Schmid, Handbuch MADYN2000. Delta JS, 2015.