Regelungskonzept für eine elektrohydraulische Bremsanlage mit adaptivem Bremsgefühl

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur

(Dr.-Ing.)

von M.Sc Emad Farshizadeh geb. am 22.09.1983 in Teheran genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Roland Kasper (Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg) Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Dr. h.c. Torsten Bertram (Technische Universität Dortmund) Prof. Dr.-Ing. Hermann Henrichfreise (Technische Hochschule Köln)

Promotionskolloquium am 05.09.2017

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Tätigkeit bei der Firma DMecS Development of Mechatronic Systems GmbH & Co. KG im Rahmen des Forschungsprojektes "Simulationsgestützter Entwurf für Elektrofahrzeuge". Das von der Europäischen Union und dem Bundesland Nordrhein-Westfalen geförderte Projekt wurde in Kooperation mit der Firma dSPACE GmbH und der Universität Paderborn durchgeführt. Für die finanzielle Förderung und die intensive Zusammenarbeit mit den Projektpartnern möchte ich danken. Insbesondere danke ich der Firma DMecS Development of Mechatronic Systems GmbH & Co. KG, die mir die Möglichkeit gegeben hat, meine Promotion durchzuführen.

Mein größter Dank und meine Hochachtung gelten Herrn Prof. Dr.-Ing. Hermann Henrichfreise, der mich über diese Arbeit hinaus, in meiner gesamten Entwicklung gefördert und unterstützt hat.

Weiterhin gebührt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Roland Kasper und Herrn Prof. Dr.-Ing. Prof. h.c. Dr. h.c. Torsten Bertram für die Unterstützung, Förderung und Begutachtung dieser Arbeit.

Schließlich danke ich Herrn David Steinmann, der mit seiner Unterstützung einen wichtigen Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit geleistet hat sowie meiner Frau und meiner Familie, die mir stets den notwendigen Rückhalt gegeben haben.

Emad Farshizadeh

Kurzreferat

Die Reduktion der CO₂-Emissionen in Verbindung mit einer starken Zunahme individueller Mobilität erfordern alternative Antriebstechnologien zum Verbrennungsmotor. Dabei wird der aktuelle Forschungstrend vor allem durch die Hybridfahrzeugen Entwicklung von Elektround geprägt. Bei diesen Personenkraftfahrzeugen wird neben dem elektrischen Antrieb und der Batterietechnologie, besonders der Bremsanlage eine große Bedeutung beigemessen.

In dieser Arbeit wird ein Regelungskonzept für ein elektrohydraulisches Bremssystem für Elektrofahrzeuge vorgestellt. Das Konzept bietet die Möglichkeit, die haptische Rückmeldung des Bremspedals an den Fahrer zu beeinflussen. Damit kann dem Fahrer ein nahezu beliebiges Bremsgefühl, angepasst an den jeweiligen Fahrzustand, vermittelt werden. Das Bremssystem eignet sich besonders für Fahrzeuge mit Rekuperationsstrategie, da das Zusammenspiel von Reibungs- und Generatorbremse ohne negative Einflüsse auf das Bremsgefühl erfolgt.

Abstract

The demand for reducing the CO2 emission in spite of increasing individual mobility requires new drive technologies as an alternative to combustion engines. One approach which has been an actual researched topic in the last years is the development of electric vehicles. For these vehicles in addition to the electric drive and battery technology the brake system is of great importance.

This thesis describes a concept for an electrohydraulic brake system for electric vehicles. The concept offers the possibility to generate almost any brake pedal feedback for the driver, so that the perception of the brake pedal can be influenced and adapted to actual driving conditions. The brake system is particularly suitable for vehicles with recuperative braking, as combined recuperative and friction-based braking can be accomplished with minimal influence on the brake pedal feedback.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsver	zeichnis	IX
Tabellenverzei	chnis	XII
Formelzeichen		XIII
Abkürzungsver	zeichnis	XXIV
1 Einleitung 1.1 Stand 1.2 Aufga	der Technik benstellung und Zielsetzung	1 2 7
2 Grundlage 2.1 Fußkr 2.2 Zeitdi 2.3 LQG-	en aftgeregeltes Bremssystem (FCBS) skretes Modell der Regelstrecke Regelung ögung der Optimiogrungsaufgebe für den direkt diekreten	11 11 15 17
2.3.1 L L 2.3.2 E 2.3.3 L	QR-Entwurf rweitertes Modell der Regelstrecke für den LQR-Entwurf ösung der Optimierungsaufgabe für den direkt diskreten	
L 2.3.4 E 2.3.5 L	QE-Entwurf rweitertes Modell der Regelstrecke für den LQE-Entwurf inear quadratischer Kompensator (LQG-Kompensator)	
3 Modellbil 3.1 Elektr 3.2 Mecha 3.2.1 B 3.2.2 V 3.2.3 R 3.3 Hydra	dung ik anik remsbetätigungseinheit Gereinfachtes Modell der Bremsbetätigungseinheit adbremsen ulik	35 36 39 44 45 48
3.3.1 H 3.3.2 B 3.3.3 R 3.3.4 V 3.4 Fahren	auptbremszylinder remsleitungen und -schläuche adbremszylinder rereinfachtes Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage r-Anbindung	

4	Reglersynthese4.1Zustandsdarstellung des linearen Modells der Regelstrecke4.2LQR-Entwurf4.3LQE-Entwurf	64 64 70 73
5	Analyse der Fußkraftregelung 5.1 Systemanalyse anhand linearer Modelle 5.2 Parameterempfindlichkeit der Fußkraftregelung	75 75 81
6	Vorgabe von Führungsgrößen	91
7	 Analyse des FCBS 7.1 Realisierung des FCBS als nichtlineares Simulationsmodell 7.2 Systemanalyse anhand des nichtlinearen Modells 7.3 Analyse des FCBS in einem Fahrdynamikmodell 7.3.1 Experiment mit und ohne rekuperative Bremsunterstützung 7.3.2 Experiment mit rekuperativer Bremsunterstützung und ABS-Eingriff 	100 100 106 112 112 119
8	Zusammenfassung und Ausblick	125
Li	eraturverzeichnis	129
A	Gültigkeit der Gleichung für die Reglerverstärkungsmatrix K	134
A	Beschreibung der Reihenschaltung von Feder-Dämpfer-Elementen	136
A	Zustandsmodelle für die Analyse des linearen Systems A3.1 Stromgeregelter Motorstromkreis A3.2 Bremsbetätigungseinheit A3.3 Vereinfachtes Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage A3.4 Fahrer-Anbindung	140 140 140 142 144

Abbildungsverzeichnis

Bild 1.1:	Aufbau der konventionellen Bremsanlage mit Vakuum-	
	Bremskraftverstärker (links), elektrohydraulische Bremsanlage	
	(mitte) und elektromechanische Bremsanlage (rechts)	4
Bild 1.2:	iBooster der Firma Bosch [Kun12, S. 420], [Sta13]	5
Bild 1.3:	MK C1 der Firma Continental [Fei12, S. 427-429]	6
Bild 1.4:	Systemaufbau der Bremsanlage zur Vorgabe einer adaptiven	
	Pedalcharakteristik	
Bild 1.5:	Wirkpläne der Bremsanlagen MK C1, iBooster und FCBS	9
Bild 2.1:	Schematischer Aufbau des FCBS	12
Bild 2.2:	Erweitertes Modell der Regelstrecke für den LQR-Entwurf	
	[Kas85], [Hen12]	
Bild 2.3:	Erweitertes Modell der Regelstrecke für den LQE-Entwurf	
	[Kas85], [Hen12]	30
Bild 2.4:	Dynamischer Kompensator [Hen12]	33
Bild 3.1:	Strukturbild der Bremsanlage	35
Bild 3.2:	Physikalisches Ersatzmodell des Motorstromkreises der	
	Gleichstrommaschine	37
Bild 3.3:	Blockdiagramm des Stromregelkreises	38
Bild 3.4:	Physikalisches Ersatzmodell der Bremsbetätigungseinheit	40
Bild 3.5:	Physikalisches Ersatzmodell der reduzierten	
	Bremsbetätigungseinheit	42
Bild 3.6:	Physikalisches Ersatzmodell der vereinfachten	
	Bremsbetätigungseinheit	44
Bild 3.7:	Physikalisches Ersatzmodell des mechanischen Teils der	
	Radbremse	47
Bild 3.8:	Physikalisches Ersatzmodell des Hauptbremszylinders	50
Bild 3.9:	Physikalisches Ersatzmodell der Bremsleitung	53
Bild 3.10:	Physikalisches Ersatzmodell des Radbremszylinders	56
Bild 3.11:	Hydraulikschaltplan der Bremsanlage ohne Ventilsteuerblock	58
Bild 3.12:	Hydraulikschaltplan der vereinfachten Bremsanlage ohne	
	Ventilsteuerblock	60
Bild 3.13:	Physikalisches Ersatzmodell der Fahrer-Anbindung	62
Bild 5.1:	Führungs- und Störsprungantworten des linearen geregelten	
	Systems	
Bild 5.2:	Bode-Diagramme des offenen Regelkreises mit und ohne	
	Beobachter	80
Bild 5.3:	Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene für	
	unterschiedliche Federsteifigkeiten des Modells der Fahrer-	
	Anbindung und entsprechendem Ausschnitt des relevanten	

	Bereichs	82
Bild 5.4:	Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene für unterschiedliche Dämpfungskonstanten des Modells der Fahrer-	
	Anbindung und entsprechendem Ausschnitt des relevanten	
	Bereichs	86
Bild 5.5:	Führungs- und Störsprungantworten des linearen geregelten	
	Systems mit minimaler c _{dr,min} , nominaler c _{dr} und maximaler	
	c _{dr,max} Federsteifigkeit	88
Bild 5.6:	Führungs- und Störsprungantworten des linearen geregelten	
	Systems mit minimaler b _{dr,min} , nominaler b _{dr} und maximaler	
	b _{dr,max} Dämpfungskonstante	89
Bild 6.1:	Pedalkraft/Pedalweg- (oben links), Bremsdruck/Pedalweg-	
	(oben, rechts), Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie (unten, links)	
	[Str02, S. 78-79]	92
Bild 6.2:	Bremsgefühl- und Fußkraftregler	94
Bild 6.3:	Feelingkennlinie als Funktion des Bremsdruckes	95
Bild 6.4:	Feelingkennlinien als Funktion des Pedalwegs für die	
	Pedalgeschwindigkeiten 10 mm/s (blau), 200 mm/s (rot),	
	400 mm/s (magenta) und 600 mm/s (grün) [Aug06, S. 29]	96
Bild 6.5:	Feelingkennfeld als Funktion des Pedalwegs und der	
	Pedalgeschwindigkeit	97
Bild 7.1:	Nichtlineares Simulationsmodell des FCBS	101
Bild 7.2:	Nichtlineares Modell der Regelstrecke des FCBS	103
Bild 7.3:	Nachbildung der Sensorik in SIMULINK	104
Bild 7.4:	Nachbildung der A/D- und D/A-Wandler in SIMULINK	105
Bild 7.5:	Simulierte Zeitantworten der Führungsgröße (oben, rot	
	durchgezogen) und Regelgröße (oben, blau gestrichelt) sowie	
	des Regelfehlers (unten, blau durchgezogen)	107
Bild 7.6:	Simulierte Zeitantwort des Druckes in der Primärkammer des	
	Hauptbremszylinders	108
Bild 7.7:	Simulierter Pedalkraft/Pedalweg- (links) und Bremsdruck/	
	Pedalkraft-Kennlinie (rechts) für die Pedalgeschwindigkeiten	
	10 mm/s (blau), 50 mm/s (schwarz), 100 mm/s (rot)	109
Bild 7.8:	Strecke für das Experiment mit und ohne rekuperative	
	Bremsunterstützung	113
Bild 7.9:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Fahrpedalposition (rot) und Bremspedalposition (blau)	114
Bild 7.10:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Fahrzeuggeschwindigkeit (oben) und den Ladezustand der	
	Batterie (unter)	114
Bild 7.11:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für das	
	gewünschte Bremsmoment (rot, durchgezogen),	
	Rekuperationsmoment (blau, durchgezogen), Bremsmoment der	

	Reibungsbremse (schwarz, durchgezogen) und	
	Gesamtbremsmoment (magenta, gestrichelt)	115
Bild 7.12:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Führungsgröße (oben, rot durchgezogen) und Regelgröße (oben,	
	blau gestrichelt) sowie den Regelfehler (unten, blau	
	durchgezogen)	116
Bild 7.13:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Drücke in der Primärkammer des Hauptbremszylinders (oben,	
	blau durchgezogen) und den Radbremszylindern vorne links	
	(unten, rot durchgezogen), vorne rechts (unten, blau gestrichelt),	
	hinten links (unten, schwarz durchgezogen), hinten rechts	
	(unten, magenta gestrichelt)	117
Bild 7.14:	Pedalkraft/Pedalweg- (links) und Bremsdruck/Pedalkraft-	
	(rechts) Kennlinien aus der Simulation des Elektrofahrzeugs mit	
	(rot) und ohne (blau) rekuperative Bremsunterstützung	118
Bild 7.15:	Strecke für das Experiment mit rekuperativer	
	Bremsunterstützung und ABS-Eingriff	119
Bild 7.16:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Fahrpedalposition (rot) und Bremspedalposition (blau)	120
Bild 7.17:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Fahrzeugposition (oben) und Fahrzeuggeschwindigkeit (unten)	121
Bild 7.18:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Führungsgröße (oben, rot durchgezogen) und Regelgröße (oben,	
	blau gestrichelt) sowie den Regelfehler (unten, blau	
	durchgezogen)	122
Bild 7.19:	Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die	
	Drücke in der Primärkammer des Hauptbremszylinders (oben,	
	blau durchgezogen) und den Radbremszylindern vorne links	
	(unten, rot durchgezogen), vorne rechts (unten, blau gestrichelt),	
	hinten links (unten, schwarz durchgezogen), hinten rechts	
	(unten, magenta gestrichelt)	123
Bild A2.1:	Physikalisches Ersatzmodell der vereinfachten	
	Bremsbetätigungseinheit	136
Bild A2.2:	Physikalisches Ersatzmodell der vereinfachten	
	Bremsbetätigungseinheit mit einem resultierenden Feder-	
	Dämpfer-Element	137

Tabellenverzeichnis

Tabelle 5.1:	Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene	76
Tabelle 5.2:	Eigenwerte s_{p6} und s_{p8} sowie komplexe Eigenwertpaare $s_{p9,10}$,	
	s _{p13,14} , und s _{p15,16} des linearen geregelten Systems in der z-Ebene	
	mit minimaler $c_{dr,min}$, nominaler c_{dr} und maximaler $c_{dr,max}$	
	Federsteifigkeit	84
Tabelle 5.3:	Eigenwerte s _{p6} und s _{p8} und komplexes Eigenwertpaar s _{p13,14} des	
	linearen geregelten Systems in der z-Ebene mit minimaler	
	b _{dr,min} , nominaler b _{dr} und maximaler b _{dr,max} Dämpfungskonstante	87
Tabelle 7.1:	Fahrmanöver und Streckenbeschaffenheit für das Experiment	
	mit rekuperativer Bremsunterstützung und ABS-Eingriff 1	20

Formelzeichen

<u>A</u>	Systemmatrix
\underline{A}_{c}	Systemmatrix der zeitdiskreten geregelten Regelstrecke
\underline{A}_{D}	Systemmatrix der zeitdiskreten Regelstrecke
\underline{A}_d	Systemmatrix des Störmodells
\underline{A}_p	Systemmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
A pipe	Querschnittsfläche der Bremsleitung
A _{pist1}	Fläche des Primärkolbens
A _{pist2}	Fläche des Sekundärkolbens
\underline{A}_{r}	Systemmatrix des Führungsmodells
A_{wb}	Fläche des Radbremszylinderkolbens
<u>B</u>	Eingangsmatrix
b _{cha1}	Dämpfungskonstante der Rückstellfeder in der Primärkammer
b _{cha2}	Dämpfungskonstante der Rückstellfeder in der Sekundärkammer
<u>B</u> _D	Eingangsmatrix der zeitdiskreten Regelstrecke
b _{dr}	Dämpfungskonstante der Fahrer-Anbindung
b _{dn}	Konstante viskosen Reibungen des hinteren Bremsstrangs
b _{mot}	Konstante der viskosen Reibung im Motor
$\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{pc}}$	Steuereingangsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
$\underline{\mathbf{B}}_{pd}$	Störeingangsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
b _{ped}	Konstante der viskosen Reibung am Bremspedal
b _{pist1}	Konstante der viskosen Reibung am Primärkolben
b _{pist2}	Konstante der viskosen Reibung am Sekundärkolben
b _{res}	Resultierende Dämpfungskonstante des vereinfachten Modells der Bremsbetätigungseinheit
b _{rod}	Dämpfungskonstante der Druckstange

b _{up}	Konstante der viskosen Reibung des vorderen Bremsstrangs
<u>C</u>	Ausgangsmatrix
C _{cha1}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Primärkammer
c _{cha1}	Federkonstante der Rückstellfeder in der Primärkammer
C _{cha2}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Sekundärkammer
c _{cha2}	Federkonstante der Rückstellfeder in der Sekundärkammer
\underline{C}_{D}	Ausgangsmatrix der zeitdiskreten Regelstrecke
\underline{C}_d	Ausgangsmatrix des Störmodells
c _{dr}	Federkonstante der Fahrer-Anbindung
C _{pipe}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitung
C _{pipe1}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitungen vorne
C _{pipe11}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitung vorne links
C _{pipe12}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitung vorne rechts
C _{pipe2}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitungen hinten
C _{pipe21}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitung hinten links
C _{pipe22}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Bremsleitung hinten rechts
\underline{C}_{pm}	Messausgangsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
\underline{C}_{po}	Zielausgangsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
\underline{C}_{r}	Ausgangsmatrix des Führungsmodells
C _{res1}	Konstante der hydraulischen Kapazität des vorderen Bremskreises
C _{res2}	Konstante der hydraulischen Kapazität des hinteren Bremskreises
c _{rod}	Federkonstante der Druckstange
C _{wb}	Konstante der hydraulischen Kapazität des Radbremszylinders
C _{wb1}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Radbremszylinder vorne
C_{wb11}	Konstante der hydraulischen Kapazität des Radbremszylinders vorne links
C _{wb12}	Konstante der hydraulischen Kapazität des Radbremszylinders hinten rechts

C _{wb2}	Konstante der hydraulischen Kapazität der Radbremszylinder hinten
C _{wb21}	Konstante der hydraulischen Kapazität des Radbremszylinders hinten links
C _{wb22}	Konstante der hydraulischen Kapazität des Radbremszylinders vorne rechts
D	Durchgriffsmatrix
\underline{D}_{D}	Durchgriffsmatrix der zeitdiskreten Regelstrecke
d _p	Dämpfungsmaß
D _{pipe}	Durchmesser der Bremsleitung
\underline{D}_{pmc}	Durchgriffsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke vom Steuereingang zum Messausgang
\underline{D}_{pmd}	Durchgriffsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke vom Störeingang zum Messausgang
$\underline{\mathbf{D}}_{\mathrm{poc}}$	Durchgriffsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke vom Steuereingang zum Zielausgang
\underline{D}_{pod}	Durchgriffsmatrix der zeitkontinuierlichen Regelstrecke vom Störeingang zum Zielausgang
\underline{D}_{wp}	Durchgriffsmatrix des Bewertungsmodells für Zielgrößen
\underline{D}_{wr}	Durchgriffsmatrix des Bewertungsmodells für Führungsgrößen
E	Erwartungswertoperator
e _A	EMK-Spannung
E _{cha}	Kompressionsmodul des Fluides im Hauptbremszylinder
e _{fs}	Regelfehler der Druckstangenkraft
$\hat{\underline{e}}_k$	Beobachterschätzfehler der a posteriori Schätzung
$\underline{\widetilde{e}}_k$	Beobachterschätzfehler der a priori Schätzung
\hat{E}_{pipe}	Ersatzkompressionsmodul der Bremsleitung
\hat{E}_{wb}	Ersatzkompressionsmodul des Radbremszylinders
<u>F</u>	Rauschfiltermatrix des zeitkontinuierlichen Prozessrauschens
F _{b,cha1}	Dämpferkraft der Rückstellfeder in der Primärkammer
F _{b,cha2}	Dämpferkraft der Rückstellfeder in der Sekundärkammer

F _{b,dn}	Viskose Reibkraft des hinteren Bremsstrangs
F _{b,pist2}	Viskose Reibkraft am Sekundärkolben
F _{b,rod}	Dämpferkraft an der Druckstange
F _{b,up}	Viskose Reibkraft des vorderen Bremsstrangs
F _{c,cha1}	Federkraft der Rückstellfeder in der Primärkammer
F _{c,cha2}	Federkraft der Rückstellfeder in der Sekundärkammer
F _{c,rod}	Federkraft der Druckstange
<u>F</u> _D	Rauschfiltermatrix des zeitdiskreten Prozessrauschens
F _{dist1}	Störkraft am Primärkolben
F _{dist2}	Störkraft am Sekundärkolben
F _{dr}	Fahrerfußkraft
F _{fr,dn}	Reibkraft des hinteren Bremsstrangs
F _{fr,pist1}	Reibkraft am Primärkolben
F _{fr,pist2}	Reibkraft am Sekundärkolben
F _{fs}	Gemessene Kraft an der Druckstange
F _{fs,ref}	Führungsgröße der Fußkraftregelung
F _{hyd1}	Hydraulisch induzierte Kraft in der Primärkammer
F _{hyd2}	Hydraulisch induzierte Kraft in der Sekundärkammer
F _{hyd,wb}	Hydraulisch induzierte Kraft im Radbremszylinder
F _{ped}	Pedalkraft
F _{pedal,Ist}	Gemessene Kraft an der Druckstange
F _{pedal,Soll}	Sollgröße der Fußkraftregelung
F _{wb}	Reibkraft am Radbremszylinderkolben
$F_{wb,k}$	Kinetische Reibkraft am Radbremszylinderkolben
F _{wb,s}	Statische Reibkraft am Radbremszylinderkolben
Ι	Einheitsmatrix
i _{ebkv}	Strom des elektrischen Bremskraftverstärkers
i _{gear}	Übersetzung der Motorgetriebeeinheit

i _{mot}	Motorstrom
i _{mot,ref}	Sollmotorstrom
i _{ped}	Bremspedalübersetzung
J _{gear}	Massenträgheitsmoment der Motorgetriebeeinheit
$\mathbf{J}_{\mathbf{k}}$	Gütefunktional
J _{mot}	Massenträgheitsmoment des Motors
J _{ped}	Massenträgheitsmoment des Bremspedals
K	Konstante Reglerverstärkungsmatrix für die zeitdiskrete Regelstrecke
<u> </u>	Konstante Beobachterverstärkungsmatrix für die zeitdiskrete
	Regelstrecke
k	Diskreter Zeitindex
K _{dr}	Verstärkungsfaktor des realen Differenzieres der Fahrer-Anbindung
K _e	Gegen-EMK Konstante
K _I	I-Verstärkung des PI-Stromreglers
$\underline{\mathbf{K}}_{\mathbf{k}}$	Reglerverstärkungsmatrix für die zeitdiskrete Regelstrecke
$\underline{\hat{K}}_k$	Beobachterverstärkungsmatrix für die zeitdiskrete Regelstrecke
K _M	Drehmomentkonstante
L _{mot}	Elektrische Induktivität
L _{pipe}	Hydraulische Induktivität der Flüssigkeitssäule in der Bremsleitung
l _{pipe}	Länge der Bremsleitung
m _{dn}	Masse des hinteren Bremsstrangs
m _{pist1}	Masse des Primärkolbens
m _{pist2}	Masse des Sekundärkolbens
m _{rod}	Masse der Druckstange
m _{up}	Masse des vorderen Bremsstrangs
<u>p</u> _{cha}	Vektor der Kammerdrücke im Hauptbremszylinder
p _{cha1}	Druck in der Primärkammer
p _{cha2}	Druck in der Sekundärkammer

$\hat{\underline{P}}_{e}$	Konstante Kovarianzmatrix des a posteriori Schätzfehlers
$\underline{\widetilde{P}}_{e}$	Konstante Kovarianzmatrix des a priori Schätzfehlers
$\underline{\hat{P}}_{e,k}$	Kovarianzmatrix des a posteriori Schätzfehlers
p _{Kammer1}	Druck in der Primärkammer
p _{Kammer2}	Druck in der Sekundärkammer
p _{pipe}	Druck in der Bremsleitung
p_{wb}	Druck im Radbremszylinder
\underline{p}_{wb}	Vektor der Kammerdrücke der Radbremszylinder
\underline{P}_x	Stationäre Kovarianzmatrix
$\underline{P}_{x,k}$	Kovarianzmatrix
q _{c,cha1}	Kompressibler Volumenstrom der Primärkammer
q _{c,cha2}	Kompressibler Volumenstrom der Sekundärkammer
q _{cha}	Ein- und austretender Volumenstrom des Hauptbremszylinders
q _{cha1}	Ein- und austretender Volumenstrom der Primärkammer
q _{cha2}	Ein- und austretender Volumenstrom der Sekundärkammer
q _{c,pipe}	Kompressibler Volumenstrom der Bremsleitung
$q_{c,wb}$	Kompressibler Volumenstrom des Radbremszylinders
q _{efs}	Gewichtung des Regelfehlers
q_{kin1}	Kinematischer Volumenstrom des Primärkolbens in der Primärkammer
q_{kin2}	Kinematischer Volumenstrom des Sekundärkolbens in der
0	Kinematischer Volumenstrom des Sekundärkolbens in der
A kin3	Primärkammer
$q_{kin,wb}$	Kinematischer Volumenstrom im Radbremszylinder
q _{res1}	Ein- und austretender Volumenstrom der vorderen Bremsleitungen
q _{res2}	Ein- und austretender Volumenstrom der hinten Bremsleitungen
q_{wb}	Ein- und austretender Volumenstrom des Radbremszylinders
R	Gewichtungsmatrix für die Stellgrößen

R _{mot}	Ohmscher Widerstand
R _{pipe}	Laminarer Strömungswiderstand in der Bremsleitung
R _{pipe1}	Laminarer Strömungswiderstand in den Bremsleitungen vorne
R _{pipe11}	Laminarer Strömungswiderstand in der Bremsleitung vorne links
R _{pipe12}	Laminarer Strömungswiderstand in der Bremsleitung vorne rechts
R _{pipe2}	Laminarer Strömungswiderstand in den Bremsleitungen hinten
R _{pipe21}	Laminarer Strömungswiderstand in der Bremsleitung hinten links
R _{pipe22}	Laminarer Strömungswiderstand in der Bremsleitung hinten rechts
$r_{T_{mot,req}}$	Gewichtung der Stellgröße
$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{vv},\ell}$	Korrelationsmatrix für Prozessrauschen
r _{wb}	Abstand des Angriffspunkts der Reibkraft von der Drehachse der
D	Bremsscheibe Korrelationsmatrix für Massrauschen
<u></u> ww,ℓ	Lögung der zweiten Form der Lienunger Cleichung
2	Losung der Zweiten Form der Ljapunov-Gierchung
s _{up}	Position der Masse des hinteren Bremsstrangs
s _{dr}	Sollpedalweg
s _p	Eigenwert
s _{ped}	Position des Bremspedals
s _{pist1}	Position des Primärkolbens
s _{pist2}	Position des Sekundärkolbens
s _{rod}	Position der Druckstange
s _{up}	Position der Masse des vorderen Bremsstrangs
s _{wb}	Position des Radbremszylinderkolbens
t	Zeit
\underline{T}_{bra}	Vektor der Bremsmomente
T _{EBKV,Soll}	Stellgröße des elektrischen Bremskraftverstärkers
T _{fr,mot}	Reibmoment im Motor
T _{mot,req}	Angefordertes Motordrehmoment
T _p	Abklingzeitkonstante

T _s	Abtastperiode
T _{wb}	Bremsmoment
<u>u</u>	Eingangsvektor
u _{F,fs}	Spannungssignal des Kraftsensors
u _{i,mot}	Spannungssignal des Stromsensors
$\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}}$	Eingangsvektor der zeitdiskreten Regelstrecke
u _L	Spannungsabfall an der Induktivität
\underline{u}_{pc}	Steuereingangsvektor der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
u _{p,cha1}	Spannungssignal des Drucksensors in der Primärkammer
u _{p,cha2}	Spannungssignal des Drucksensors in der Sekundärkammer
\underline{u}_{pd}	Störeingangsvektor der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
u _R	Spannungsabfall am Widerstand
u _t	Klemmspannung
\underline{u}_{wp}	Eingangsvektor des Bewertungsmodells mit Führungsgrößen
\underline{u}_{wr}	Eingangsvektor des Bewertungsmodells mit Zielgrößen
V	Intensitätsmatrix für das Prozessrauschen
V	Prozessrauschen am Eingang der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
V _{c,cha1}	Komprimiertes Volumen in der Primärkammer
V _{c,cha2}	Komprimiertes Volumen in der Sekundärkammer
V _{cha1}	Volumen in der Primärkammer
V _{cha1,0}	Anfangsvolumen in der Primärkammer
V _{cha2}	Volumen in der Sekundärkammer
V _{cha2,0}	Anfangsvolumen in der Sekundärkammer
V _{c,pipe}	Komprimiertes Volumen in der Bremsleitung
\underline{v}_d	Prozessrauschen am Störeingang
v _{dn}	Geschwindigkeit der Masse des hinteren Bremsstrangs
v _{dr}	Sollpedalgeschwindigkeit
\underline{v}_k	Prozessrauschen am Eingang der zeitdiskreten Regelstrecke

<u>v</u> _{pc}	Prozessrauschen am Steuereingang der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
v _{ped}	Geschwindigkeit des Bremspedals
V _{pipe}	Volumen in der Bremsleitung
<u>v</u> _{pist}	Vektor der Geschwindigkeiten der Primär- und Sekundärkolben
v _{pist1}	Geschwindigkeit des Primärkolbens
v _{pist2}	Geschwindigkeit des Sekundärkolbens
v _{rod}	Geschwindigkeit der Druckstange
v _{up}	Geschwindigkeit der Masse des vorderen Bremsstrangs
V _{wb}	Volumen im Radbremszylinder
v _{wb}	Geschwindigkeit des Radbremszylinderkolbens
W	Intensitätsmatrix für das Messrauschen
W	Messrauschen am Ausgang der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
\underline{W}_k	Messrauschen am Ausgang der zeitdiskreten Regelstrecke
X	Vektor der Zustandsgrößen
<u>X</u> 0	Anfangswertvektor der Zustandsgrößen
X breath1	Durchmesser der Nachlaufbohrung zur Primärkammer
x _{breath2}	Durchmesser der Nachlaufbohrung zur Sekundärkammer
$\underline{\mathbf{X}}_{\mathbf{d}}$	Vektor der Zustandsgrößen des Störmodells
$\underline{\mathbf{X}}_{d0}$	Anfangswertvektor der Störmodellzustände
x _{dr}	Zustandsgröße des realen Differenzieres der Fahrer-Anbindung
<u>X</u> e	Vektor der geschätzten Größen des Bremssystems
$\underline{\mathbf{X}}_{ed}$	Vektor der geschätzten Störgrößen der Regelstrecke
<u>X</u> ep	Vektor der geschätzten Zustandsgröße der Regelstrecke
$\underline{\mathbf{X}}_k$	Vektor der Zustandsgrößen der zeitdiskreten Regelstrecke
$\underline{\hat{x}}_k$	Vektor der Zustandsgrößen der a posteriori Schätzung
$\underline{\widetilde{x}}_k$	Vektor der Zustandsgrößen der a priori Schätzung
<u>x</u> _p	Vektor der Zustandsgrößen der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
$\underline{\mathbf{X}}_{\mathbf{p}0}$	Anfangswertvektor der Regelstrecke

<u>X</u> r	Vektor der Zustandsgrößen des Führungsmodells
$\underline{\mathbf{X}}_{\mathbf{r}0}$	Anfangswertvektor der Führungsmodellzustände
<u>y</u>	Vektor der Ausgangsgrößen der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
y _{Bremse}	Größen der Bremsanlage
<u>y</u> _c	Vektor der Ausgangsgrößen des Kompensators
\underline{y}_{d}	Vektor der Ausgangsgrößen des Störmodells
\underline{y}_k	Vektor der Ausgangsgrößen der zeitdiskreten Regelstrecke
$\underline{y}_{m,k}$	Vektor der Messgrößen der zeitdiskreten Regelstrecke
<u>y</u> o	Vektor der Ausgangsgrößen des Bewertungsmodells
$\underline{y}_{o,k}$	Vektor der Zielgrößen der zeitdiskreten Regelstrecke
y _{pkw}	Größen der Fahrdynamik
\underline{y}_{pm}	Vektor der Messgrößen der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
<u>y</u> _{po}	Vektor der Zielgrößen der zeitkontinuierlichen Regelstrecke
<u>y</u> _r	Vektor der Ausgangsgrößen des Führungsmodells
<u>y</u> _{veh}	Vektor der fahrdynamischen Größen
\underline{y}_{w}	Vektor der Ausgangsgrößen des Bewertungsmodells
δ_ℓ	Kronecker-Symbol
Δp	Druckdifferenz
$\Delta p_{\rm L}$	Druckdifferenz des massebehafteten Anteils der Bremsleitung
Δp_R	Druckdifferenz des reibungsbehafteten Anteils der Bremsleitung
μ_k	Gleitreibungskoeffizient
μ_{s}	Haftreibungskoeffizient
ν	Kinematische Viskosität
ρ	Dichte
$\tau_{\rm A}$	Ankerzeitkonstante
τ_d	Zeitkonstante des Pseudo-Integratorstörmodells
τ_{dr}	Zeitkonstante des realen Differenzieres der Fahrer-Anbindung

τ_{mot}	Zeitkonstante des stromgeregelten Motorstromkreises
τ_N	Nachstellzeit
τ_r	Zeitkonstante des Pseudo-Integratorführungsmodells
ϕ_{mot}	Motorwinkel
ϕ_{Motor}	Motorwinkel
ϕ_{ped}	Winkel des Bremspedals um den Aufhängungspunkt
$\Psi_{\rm A}$	Magnetfluss
ω	Frequenz
ω_{0P}	Eigenkreisfrequenz
$\omega_{\rm D}$	Durchtrittsfrequenz
$\Omega_{ m mot}$	Motorwinkelgeschwindigkeit
Ω_{ped}	Winkelgeschwindigkeit des Bremspedals um den Aufhängungspunkt

Abkürzungsverzeichnis

ABS	Antiblockiersystem
ASM	Automotive Simulation Model
A/D und ADC	Analog-Digital Wandler (analog to digital converter)
D/A und DAC	Digital-Analog Wandler (digital to analog converter)
EHBS	Elektrohydraulisches Bremssystem
EMB	Elektromechanische Bremse
FCBS	Fußkraftgeregeltes Bremssystem (Feedback controlled brake
	system)
HBZ	Hauptbremszylinder
HPU	ABS Steuergerät (Hydraulic Power Unit)
IECI	Inkrementalgeber Zählerschnittstelle
LQE	Linear quadratischer Zustandsbeobachter (Linear Quadratic
	Estimator)
LQG	Linear quadratischer Gaußscher Kompensator (Linear Quadratic
	Gaussian)
LQR	Linear quadratischer Zustandsregler (Linear Quadratic Regulator)
LTR	Loop Transfer Recovery

1 Einleitung

Die Reduktion der CO₂-Emissionen in Verbindung mit einer starken Zunahme individueller Mobilität erfordern alternative Antriebstechnologien zum Verbrennungsmotor. Dabei wird der aktuelle Forschungstrend vor allem durch die Entwicklung von Elektround Hybridfahrzeugen geprägt. Bei diesen Personenkraftfahrzeugen wird neben dem elektrischen Antrieb und der Batterietechnologie, besonders der Bremsanlage eine große Bedeutung beigemessen. Diese muss durch steigende Ansprüche an Energieeffizienz, Fahrkomfort und Sicherheit hohen technologischen Anforderungen gerecht werden, die mit dem Einsatz von Software (Regelung) erfüllt werden können [FAR13b, S. 174].

Die Attribute Energieeffizienz, Fahrkomfort und Sicherheit werden maßgeblich durch die Rekuperationsfähigkeit, die haptische Rückmeldung der Bremsanlage an den Fahrer (Pedalcharakteristik) sowie eine hohe Aufbaudynamik des Bremsdruckes und eine sichere Rückfallebene beim Systemausfall geprägt. Moderne Bremsanlagen müssen diese Attribute aufweisen, um auf dem heutigen Markt Akzeptanz zu erlangen.

Die vorliegende Arbeit greift diese Aufgabestellung auf und beschreibt einen neuartigen Regelungsansatz, der diese Anforderungen erfüllt. In den folgenden Unterkapiteln wird zunächst eine Übersicht zum Stand der Technik auf dem Gebiet von Bremsanlagen in Personenkraftfahrzeugen gegeben. Es werden zwei Bremsanlagen vorgestellt, die durch andere Ansätze ebenfalls die beschriebenen hohen Anforderungen erfüllen. Anschließend wird mit der Zielsetzung der Arbeit das Verbesserungspotential der vorgestellten Bremsanlagen aufgeführt. Die zum Verständnis dieser Arbeit notwendigen Grundlagen der betrachteten Bremsanlage und der eingesetzten Regelung werden in Kapitel 2 behandelt. Es werden im Sinne des mechatronischen Entwicklungskreislaufs nach [HEN09] in den Kapiteln 3, 4 und 5 die Stationen Modellbildung, Reglersynthese und Systemanalyse durchlaufen. Die Erweiterung des Reglers um eine kennlinienbasierte Vorgabe von Führungsgrößen erfolgt in Kapitel 6. Schließlich beschreibt Kapitel 7.3 die Implementierung der betrachteten Bremsanlage mit der entworfenen Regelung in einem Fahrdynamikmodell für Elektrofahrzeuge und stellt Simulationsergebnisse für die definierte Fahrmanöver vor. Abschließend werden einzelnen Entwicklungsschritte der vorliegenden Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf die Weiterentwicklungsmöglichkeiten gegeben.

1.1 Stand der Technik

Die Geschichte der Bremse ist weitaus älter als die der Kraftfahrzeuge. Bereits im 17. Jahrhundert, weit vor der Entdeckung des Verbrennungsmotors, wurden Kutschen mit an Ketten hängenden Bremsschuhen gebremst. Seither reicht die Entwicklung der Bremse in Kraftfahrzeugen von rein mechanischen über hydromechanischen bis hin zu elektromechanischen und elektrohydraulischen Bremsanlagen.

Die bis heute am weitesten verbreitete Bremsanlage in Personenkraftfahrzeugen ist die Fremdkraftbremsanlage mit einem Vakuum-Bremskraftverstärker. Bei dieser Bremsanlage wird der Fahrer in seinem Bremsvorgang mit Hilfe des Vakuum-Bremskraftverstärkers unterstützt. Dieser benötigt für sein Wirkprinzip eine Unterdruckversorgung. Fahrzeuge mit einem Ottomotor nutzen hierbei den Unterdruck hinter der Drosselklappe im Ansaugtrakt des Motors. Bei Fahrzeugen die den Unterdruck nicht vom Motor beziehen können, wie bei Diesel- oder Elektrofahrzeugen, wird eine zusätzliche Unterdruckpumpe benötigt [RIE12, S. 1-7].

Eine weitere Form von Fremdkraftbremsanlagen, die in heutigen Kraftfahrzeugen Verwendung finden, ist die elektrohydraulische Bremse. Hierbei besteht im Normalbetrieb keine direkte Verbindung zwischen dem Bremspedal und den Radbremsen. Bei einem Bremsvorgang wird der Bremsdruck nach [BIL12, S. 389-391] mittels eines Motors in Verbindung mit einem Pumpen-Speicher-Aggregat (elektrohydraulisches Ventilsystem) oder dem Hauptbremszylinder Zentralplungersystem) erzeugt. Ein weiterer (elektrohydraulisches Aufbau (elektrohydraulisches radselektives Plungersystem) ergibt sich durch die Verwendung von separaten Zylinderkammern, bei denen die Kolben über Motoren bewegt werden. Damit wird bei dieser Bremsanlage kein Vakuum-Bremskraftverstärker benötigt. Die haptische Rückmeldung der Bremsanlage an den Fahrer erfolgt über das Bremspedal mit Hilfe eines Pedalgefühlsimulators. Dieser besteht üblicherweise aus einer Zylinderkammer mit Rückstellfeder. Das sogenannte brake-by-wire System hat den konventionellen Fremdkraftbremsanlagen mit Vakuumgegenüber Bremskraftverstärker einige wesentliche Vorteile. Das System hat durch den Wegfall Vakuum-Bremskraftverstärkers eine höhere Druckaufbaugeschwindigkeit, des ermöglicht die Verwendung der Bremsanlage in Fahrzeugen mit allen Antriebskonzepten und reduziert das Gewicht sowie Einbauvolumen deutlich [SEM06, S. 144-146].

Ferner gibt es eine Reihe von Entwicklungen zur Elektrifizierung von Bremsanlangen. Hierbei wird vollständig auf den Einsatz von hydraulischen Komponenten verzichtet, weshalb diese Art von Bremse auch als "trockene Bremse" bezeichnet wird. Allgemein werden diese Systeme elektromechanische Bremsanlagen genannt. Sie besitzen an jedem Rad einen Elektromotor mit Getriebe und eine elektrisch betätigte Radbremse. Wie auch bei elektrohydraulischen Bremsen wird üblicherweise ein Pedalgefühlsimulator benötigt, da das Bremspedal von den Radbremsen entkoppelt ist. Damit gehören die elektromechanischen Bremsen ebenfalls zu den brake-by-wire Systemen. Jedoch konnten sich diese Systeme in Personenkraftfahrzeugen nicht bis in die Serienanwendung durchsetzen [BIL12, S. 389-394]. Dies ist auf den erheblichen Aufwand zum Aufbau einer ausfallsicheren Bremsanlage mit homogener Redundanz¹, leistungsfähigen elektrisch betriebenen

¹ Homogene Redundanz bezeichnet das parallele Zusammenwirken von gleichen Komponenten.

Radbremsen und einer aufwendigen Bordnetzarchitektur zurückzuführen [BIL12, S. 407].

Des Weiteren gibt es Ansätze, bei denen die unterschiedlichen Systeme zusammengeführt werden und zu hybriden elektrischen Bremsanlagen führen.

Das nachfolgende Bild zeigt zusammenfassend den schematischen Aufbau der vorgestellten Bremsanlagen.



Bild 1.1: Aufbau der konventionellen Bremsanlage mit Vakuum-Bremskraftverstärker (links), elektrohydraulische Bremsanlage (mitte) und elektromechanische Bremsanlage (rechts)

Zwei der derzeit fortschrittlichsten, serienreifen Bremsanlagen sind der iBooster und der MK C1 von den Bremsenherstellern Bosch und Continental. Diese Bremsanlagen zeichnen sich durch eine hohe Aufbaudynamik des Bremsdruckes aus. Darüber hinaus werden mit der Rekuperationsfähigkeit und Eignung zu autonomen Bremseingriffen, wie zum Beispiel Notbremsfunktionen, alle Anforderungen an heutige Bremsanlagen erfüllt. Der in Bild 1.2 dargestellte iBooster basiert auf einer konventionellen Bremsanlage, verwendet jedoch einen elektrischen anstelle eines Vakuum-Bremskraftverstärkers. Der elektrische Bremskraftverstärker greift direkt an der Druckstange des Hauptbremszylinders ein. Das Bremspedal ist ebenfalls über die Druckstange mit dem Hauptbremszylinder mechanisch verbunden. Durch die Steuerung des elektrischen Bremskraftverstärkers wird in Abhängigkeit des Fahrerbremswunsches Primärkolben die eine Unterstützungskraft am erzeugt mit der Bremskraftunterstützung erfolgt [STA13], [VOL13], [WIT05]. Dadurch wird, analog zu einer konventionellen Bremsanlage mit Vakuum-Bremskraftverstärker, die Pedalcharakteristik indirekt durch die Bremskraftverstärkung vorgegeben und kann per Software eingestellt werden. Damit benötigt der iBooster nur bei einer Bremskraftverstärkung Energie. Durch diese sogenannte Power-On-Demand (Leistung auf Anforderung) Eigenschaft wird die Energieaufnahme für die Bremskraftverstärkung verringert und bewirkt damit eine Verbesserung der CO₂ Bilanz [KUN12, S. 420]. Das Regelungskonzept kann mit dem, im Lenkungsbereich weit verbreiteten, sogenannten Boost-Curve-Ansatz [KAR07], [FAR09, S. 21-27] für elektromechanische Lenksysteme verglichen werden.



Bild 1.2: iBooster der Firma Bosch [KUN12, S. 420], [STA13]

Der MK C1 ist eine elektrohydraulische brake-by-wire Bremsanlage. Bei einer Bremspedalbetätigung wird im Normalbetrieb der Hauptbremszylinder über zwei Trennventile von den Radbremsen getrennt. Gleichzeitig öffnet ein weiteres Ventil und stellt eine hydraulische Verbindung zum Pedalgefühlsimulator her. Dieser besteht aus einer Zylinderkammer mit einem Federelement, die gemeinsam die Pedalcharakteristik einer konventionellen Bremsanlage abbilden. Der Druckaufbau an den Radbremsen erfolgt in einer weiteren Zylinderkammer. Der entsprechende Kolben wird mittels eines geregelten Elektromotors mit Getriebe in Abhängigkeit der Position des Primarkolbens und des Drucks in der Sekundärkammer des Hauptbremszylinders bewegt. Wie auch der iBooster zählt der MK C1 ebenfalls zu den Power-On-Demand-Systemen. Eine weitere Besonderheit des MK C1 ist, dass der Hauptbremszylinder mit Pedalgefühlsimulator, der Bremsdruckgeber und der Ventilsteuerblock in einem Gehäuse integriert sind. Bremsanlagen die diese konstruktive Bauform aufweisen, werden als integrierte Bremssysteme bezeichnet. Der große Vorteil dieser Systeme liegt in der Reduktion des benötigten Bauraums und des Gewichts [FEI12, 426-430].



Bild 1.3: MK C1 der Firma Continental [FEI12, S. 427-429]

An dieser Stelle seien abschließend die Bremsanlagen HAS hev von der Firma Bosch und IBS von der Firma LSP erwähnt, die ebenfalls die Anforderungen moderner Bremsanlagen erfüllen. Beide Systeme sind vom Wirkprinzip ähnlich wie die vorgestellten Bremsanlagen, sodass hier auf die Beschreibung dieser verzichtet und auf [KUN12, S. 421-422], [FEI12, S. 430-432] verwiesen wird.

1.2 Aufgabenstellung und Zielsetzung

Die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit besteht in der Entwicklung eines Regelungskonzepts, mit dem, in Verbindung mit der entsprechenden Bremsanlage, eine adaptive Pedalcharakteristik eingestellt werden kann.

Die Pedalcharakteristik ist ein wesentliches Kriterium aller Bremsanlagen. Bei den derzeit bekannten und zuvor beschriebenen Bremsanlagen kann eine adaptive Pedalcharakteristik entweder nicht oder mit einem großen Aufwand vorgegeben werden.

Bei Systemen mit Pedalgefühlsimulator, wie das MKC1, ist nur eine feste Zuordnung vom Pedalweg zur Pedalkraft und Fahrzeugverzögerung möglich. Diese Systeme sind auf eine bestimmte Pedalcharakteristik beschränkt oder benötigen zusätzliche Komponenten, um die Pedalcharakteristik adaptiv zu gestalten. Durch die Entkopplung des Fahrers von den Radbremsen wird die gesamte Bremskraft von einem elektrischen Aktor erzeugt. Demgegenüber stehen Bremsanlagen, die eine mechanisch/hydraulische Verbindung des Bremspedals mit den Radbremsen vorsehen. Bei diesen Systemen ergibt sich die Pedalcharakteristik im Wesentlichen den Eigenschaften der hydraulischen und Bremsanlage des aus Bremskraftverstärkers. Hierbei ist die derzeit geeignetste bekannte Bremsanlange zur Vorgabe einer adaptiven Pedalcharakteristik, der im vorangehenden Unterkapitel vorgestellte iBooster. Jedoch ermöglicht dieser durch das verwendete Steuerungskonzept, bei dem mit Hilfe des elektrischen Bremskraftverstärkers in Abhängigkeit des Fahrerbremswunsches eine Unterstützungskraft am Primärkolben erzeugt wird, nur eine indirekte Vorgabe der Pedalcharakteristik. Dadurch ist die Vorgabe einer gewünschten adaptiven Pedalcharakteristik deutlich schwieriger umzusetzen als bei einem Konzept, bei dem direkt Einfluss auf die Pedalcharakteristik genommen werden kann. Wird gemäß Bild 1.4 mittels des elektrischen Bremskraftverstärkers die Kraft $F_{Pedal,Ist}$ an der Druckstange des Hauptbremszylinders (im Weiteren als Druckstangenkraft bezeichnet) geregelt, ermöglicht die Regelung innerhalb der Bandbreite und der Energieversorgung die Vorgabe einer beliebigen adaptiven Pedalcharakteristik durch die einfache Vorgabe der Sollgröße $F_{Pedal,Soll}$.



Bild 1.4: Systemaufbau der Bremsanlage zur Vorgabe einer adaptiven Pedalcharakteristik

Im Folgenden wird die betrachtete Bremsanlage mit der Kraftregelung an der Druckstange als FCBS (Feedback Controlled Brake System) bezeichnet.

Im Gegensatz zum iBooster, bei dem die Bremskraftunterstützung gesteuert wird und sich daraus die Pedalcharakteristik ergibt, wird mit diesem Regelungskonzept die Pedalcharakteristik geregelt und daraus resultiert eine Unterstützungskraft. Das nachfolgende Bild zeigt zusammenfassend die Wirkpläne der drei beschriebenen Bremsanlagen. Dabei symbolisieren die Doppelstriche die Größen, die sich bei den jeweiligen Bremssystemen mit den unterschiedlichen Konzepten indirekt einstellen.



Bild 1.5: Wirkpläne der Bremsanlagen MK C1, iBooster und FCBS

Zur Realisierung des Regelungskonzepts für das FCBS wird eine beobachterbasierende Zustandsregelung entwickelt, die trotz Störgrößen, wie die Fahrerfußkraft, dem Druck in der Primärkammer des Hauptbremszylinders und Messrauschen, eine vorgegebene Druckstangenkraft mit einer hohen Dynamik einstellt. Die Regler- und Beobachterverstärkungen werden durch den Entwurf einer optimalen und robusten Regelung nach dem LQG/LTR-Verfahren bestimmt.

Wie in Bild 1.4 dargestellt, verwendet der Regler als Messgrößen die Kraft $F_{Pedal,Ist}$ an der Druckstange, den Motorwinkel φ_{Motor} und den Strom i_{EBKV} des elektrischen Bremskraftverstärkers sowie die Drücke $p_{Kammer1}$ und $p_{Kammer2}$ im Hauptbremszylinder und liefert die Stellgröße $T_{EBKV,Soll}$ für den elektrischen Bremskraftverstärker. Mit diesen Messgrößen können Streckenmodelle für den Regler- und Beobachterentwurf verwendet werden, die nur das mechanische Teilsystem beschreiben.

Für die geeignete Vorgabe von Sollwerten für diese Kraftregelung an der Druckstange wird eine überlagerte, kennlinienbasierte Bremsgefühlregelung entwickelt. Die erzeugten Sollgrößen können dabei auf gemessenen bzw. beobachteten Größen der Bremsanlage y_{Bremse} und der Fahrdynamik y_{PKW} basieren.

Durch das betrachtete Regelungskonzept wird eine weitgehend rückwirkungsfreie Kopplung des Bremspedals mit den Radbremsen realisiert. Damit hat die betrachtete Bremsanlage alle Vorteile des iBoosters bei gleichzeitig rückwirkungsfreiem Bremspedal. Diese sind unter anderem die hohe Aufbaudynamik des Bremsdruckes, die einfache Realisierung der Rückfallebene, die Eignung für Fahrerassistenzsysteme mit Bremseingriff und die Rekuperationsfähigkeit.

Die Umsetzung der Aufgabenstellung erfolgt unter der Anwendung bekannter Theorien der Regelungstechnik und liefert eine neuartige Bremsanlage. Der Neuheitsgrad liegt in der Wahl der Regelungsstruktur und der Regelgröße in Verbindung mit einer Bremsanlage mit einem elektrischen Bremskraftverstärker. Ebenso ist die Erzeugung von Sollgrößen, mit der die Pedalcharakteristik direkt vorgegeben und im Betrieb verändert werden kann, innovativ.

2 Grundlagen

Zur Unterstützung des Verständnisses werden in den folgenden Unterkapiteln zunächst der Aufbau und das Wirkprinzip des FCBS beschrieben. In diesem Zusammenhang werden kurz die Merkmale dieser Bremsanlage und die Möglichkeiten, die sich damit ergeben zusammengefasst. Nach einer kurzen Einführung in zeitdiskrete Modelle, werden anschließend die theoretischen Grundlagen der optimalen Zustandsregelung im Hinblick auf eine digitale Realisierung diskutiert. Hierbei wird die zeitdiskrete Regelstrecke in einer stochastischen Umgebung betrachtet. Die notwendigen Grundlagen der Stochastik werden vorausgesetzt und können aus [ISE92], [NAT92], [HEN12] und [FAR13a] entnommen werden.

2.1 Fußkraftgeregeltes Bremssystem (FCBS)

Wie bereits im vorangehenden Kapitel beschrieben, handelt es sich beim FCBS um eine elektrohydraulische Bremsanlage mit elektrischem Bremskraftverstärker, bei dem das Bremspedal mechanisch mit dem Tandem-Hauptbremszylinder und dieser hydraulisch mit den Radbremsen gekoppelt ist. Bild 2.1 zeigt den schematischen Aufbau der betrachteten Bremsanlage, bestehend aus einem Bremspedal, einer elastischen Druckstange, dem Tandem-Hauptbremszylinder, dem elektrischen Bremskraftverstärker, einem Ventilsteuerblock mit vollständiger Ventilsteuerung, Bremsleitungen/-schläuchen und Radbremsen. Der elektrische Bremskraftverstärker besteht aus einem stromgeregelten Motor und einem Getriebe, welches das Unterstützungsmoment des Motors in eine Unterstützungskraft am Primärkolben des Hauptbremszylinders umwandelt [FAR13b, S. 174-175].



Bild 2.1: Schematischer Aufbau des FCBS

Die elastische Druckstange mit Kraftsensor und der elektrische Bremskraftverstärker mit Getriebe unterscheiden den Aufbau des FCBS von dem einer konventionellen Bremsanlage. Hierbei ist die Druckstange konstruktiv so zu wählen, dass die zugehörige Eigenfrequenz nicht außerhalb der Regelungsbandbreite liegt. Diese wird maßgeblich durch die digitale Implementierung des Reglers und die Qualität der Messsignale bestimmt. Der Bremskraftverstärker und das selbsthemmungsfreie Getriebe sind entsprechend dem maximal erforderlichen Druck im Hauptbremszylinder auszulegen. Darüber hinaus ist darauf zu achten, dass beim Ausfall der elektrischen Energieversorgung bzw. bei einer Fehlfunktion der Elektronik, die nach UN/ECE Regelung Nr. 13-H gesetzlich vorgeschriebene Fahrzeugmindestverzögerung von 2,44 m/s² bei 500 N Pedalkraft erreicht werden kann.
Die Rekuperationsfähigkeit des FCBS wird durch einen geeigneten Ventilsteuerblock sichergestellt. Das Regelungskonzept trägt dazu bei, dass das Zusammenspiel von Reibungs- und Generatorbremse ohne negative Einflüsse auf die Pedalcharakteristik erfolgt. Im Rahmen dieser Arbeit wird der Ventilsteuerblock nicht näher betrachtet und es sei auf [STE14] verwiesen. Darin wurde ein Ventilsteuerblock mit offener Architektur² entwickelt, der die Rekuperationsfähigkeit des FCBS sicherstellt.

Das Wirkprinzip des FCBS ist ähnlich wie bei einer konventionellen Bremsanlage. Der vom Fahrer eingeleitete Bremspedalweg wird über das Bremspedal und die elastische Druckstange auf den Primärkolben des Hauptbremszylinders übertragen. Diese Bewegung wird mit dem elektrischen Bremskraftverstärker durch Regelung der Druckstangenkraft unterstützt. Für die geeignete Vorgabe von Sollwerten muss der Fahrerbremswunsch³ mittels Sensorik detektiert werden. Schließlich werden die aus der Bewegung der Kolben resultierenden Drücke im Hauptbremszylinder über den Ventilsteuerblock und die Bremsleitungen/-schläuche an die Radbremszylinder übertragen und erzeugen an den Radbremsen die gewünschten Bremsmomente [FAR13b, S. 175].

Zusammenfassend sollen die wichtigsten Merkmale des FCBS dargestellt werden. Das Power-On-Demand-System ist vakuumunabhängig und damit unabhängig vom gewählten Antriebskonzept des Fahrzeugs. Darüber hinaus wirkt sich das Entfallen des Vakuum-Bremskraftverstärkers positiv auf den benötigten Bauraum aus.

Durch die Bereitstellung der Bremskraftunterstützung mit Hilfe des elektrischen Bremskraftverstärkers können hohe Druckaufbaugeschwindigkeiten und

² Eine offene Architektur bzw. ein offenes System sieht die Rückförderung der Hydraulikflüssigkeit während der Druckregelung in den Nachfüllbehälter vor [PIC12, S. 100-101].

³ Fahrerbremswunsch bezeichnet die vom Fahrer erwartete Fahrzeugverzögerung bei der Betätigung des Bremspedals.

Druckstellgenauigkeit erzielt werden. Dies ist besonders bei der Verwendung von Fahrerassistenzsystemen mit Fremdbremseingriff wie zum Beispiel automatisierte Notbremsfunktionen, notwendig. Dabei ist die einfache Realisierung von Bremseingriffen durch übergeordnete Fahrdynamikalgorithmen mittels direkter Ansteuerung des elektrischen Bremskraftverstärkers oder Vorgaben von Sollgrößen für die Fußkraftregelung von Vorteil.

Weiterhin bietet das FCBS durch die Regelung der Druckstangenkraft die Möglichkeit, die Bremspedalcharakteristik und damit ein nahezu beliebiges Bremsgefühl, angepasst an den jeweiligen Fahrzustand, vorzugeben. Ebenso kann eine Unterbremsung durch Reduzierung der Sollgröße für die Druckstangenkraft und eine Überbremsung durch Erhöhung der Sollgrößen mit zunehmendem Bremspedalweg vermieden werden. Dadurch wird der Fahrer unterstützt den Bremsvorgang mit geeigneter Kraft durchzuführen, ohne dass ihm die Kontrolle entzogen wird. Mit einer geeigneten Gestaltung der Sollgrößen können dem Fahrer zum Beispiel bei Rekuperations- und ABS-Regelvorgängen eine gezielte haptische Pedalrückmeldung, die die aktuelle Bremssituation kennzeichnet, vermittelt werden.

Die Rückfallebene des FCBS beim Ausfall der elektrischen Energieversorgung ist durch die mechanisch-hydraulische Kopplung des Bremspedals mit den Radbremsen realisiert. Zusätzlich ergibt sich dadurch eine bessere CO₂ Bilanz als bei brake-bywire Systemen, da im Normalbetrieb bei Bremsvorgängen die vom Fahrer aufgebrachte Energie zur Fahrzeugverzögerung beiträgt.

Indem die Bremsbeläge durch den elektrischen Bremskraftverstärker aktiv angelegt und gelöst werden, können die Anlege- und Ansprechzeit⁴ der Bremsanlage sowie die

⁴ Die Zeitspanne vom Beginn der Fußbewegung bis zum Erreichen des Bremspedals wird als Umsetzzeit bezeichnet. Daran schließen sich Zeiten an, in der die Spiele und Elastizitäten des Pedals (Anlegezeit) sowie der Hydraulikanlage (Ansprechzeit) überwunden werden [ABE12, S. 52].

Restbremsmomente⁵ reduziert werden.

Schließlich lassen sich Fuß- und Beinverletzungen bei einer Fußraumintrusion in Unfallsituationen mit Frontalaufprall durch die aktive Betätigung des Bremspedals bis zur Endposition durch den elektrischen Bremskraftverstärker vermeiden.

2.2 Zeitdiskretes Modell der Regelstrecke

Lineare zeitinvariante zeitdiskrete Systeme werden im Zustandsraum durch die Zustandsdifferenzengleichung

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{A}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{k} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{u}}_{k} \quad \text{, mit } \underline{\mathbf{x}}_{k=0} = \underline{\mathbf{x}}_{0} \tag{2.1}$$

und der diskreten Ausgangsgleichung

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{k}} = \underline{\mathbf{C}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} + \underline{\mathbf{D}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}} \tag{2.2}$$

beschrieben⁶. Hierbei werden durch Vorgabe von Anfangswerten im Vektor \underline{x}_0 und der Zahlenfolgen für die Eingangsgrößen im Vektor \underline{u}_k durch rekursive Auswertung die Zahlenfolgen für die Zustands- und die Ausgangsgrößen in den Vektoren \underline{x}_k und \underline{y}_k berechnet.

Zeitdiskrete Zustandsgleichungen zur Beschreibung des Modells der Regelstrecke können durch Diskretisierung der zugehörigen zeitinvarianten zeitkontinuierlichen Zustandsgleichungen

$$\underline{\dot{x}}(t) = \underline{A}\underline{x}(t) + \underline{B}\underline{u}(t) , \text{ mit } \underline{x}(t=0) = \underline{x}_0 , \qquad (2.3)$$

⁵ Das Restbremsmoment ist das Bremsmoment am Rad bei nicht betätigtem Bremspedal. Ein hohes Restbremsmoment erhöht den Energiebedarf des Fahrzeugs. Bei Fahrzeugen mit Verbrennungsmotor steigt nachteilig der CO₂-Ausstoß [SEM12, S. 440].

⁶ Der Index D steht für den englischen Bezeichner discrete.

$$\mathbf{y}(t) = \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}}(t) + \underline{\mathbf{D}}\underline{\mathbf{u}}(t) \tag{2.4}$$

erzeugt werden⁷. Es existieren verschiedene Diskretisierungsmethoden, die jeweils mit bestimmten Annahmen verbunden sind [HAN84].

Bei der sprunginvarianten Diskretisierung

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = e^{\underline{\mathbf{A}}\mathbf{T}_{s}} \underline{\mathbf{x}}_{k} + \int_{t_{k}}^{t_{k+1}} e^{\underline{\mathbf{A}}(t_{k+1}-\tau)} d\tau \underline{\mathbf{B}}\underline{\mathbf{u}}_{k} , \qquad (2.5)$$
$$= \underline{\mathbf{A}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{k} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{u}}_{k}$$
$$\underbrace{\mathbf{y}}_{k} = \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}}_{k}$$

$$=\underline{\mathbf{C}}_{\mathbf{D}}\underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}}$$

wird (mit k=0, 1, 2,...) die Annahme getroffen, dass die zeitkontinuierlichen Eingangsgrößen im Vektor \underline{u} innerhalb einer Abtastperiode

$$\mathbf{T}_{\mathbf{s}} = \mathbf{t}_{\mathbf{k}+1} - \mathbf{t}_{\mathbf{k}} \tag{2.7}$$

konstant verlaufen⁸. Dabei beschreiben t_{k+1} und t_k zwei benachbarte Abtastzeitpunkte. Diese Annahme trifft bei einer digitalen Implementierung der Regelung zu, da hierbei die Spannungssignale der Stellgrößen über D/A-Wandler zu äquidistanten Zeitpunkten

$$t_k = kT_s \tag{2.8}$$

ausgegeben werden. Die entsprechenden Zeitverläufe nehmen in diesem Fall die Form einer Treppenfunktion an. Die Zeitantworten des sprunginvariant diskretisierten Modells der Regelstrecke sind für sprungförmige Eingangsgrößen im Vektor <u>u</u> in den Abtastzeitpunkten t_k identisch mit den Zeitantworten des kontinuierlichen Modells der Regelstrecke.

⁷ Im Weiteren wird bei der Angabe zeitkontinuierlicher Zustandsgleichungen auf die Darstellung der Zeitabhängigkeit der Variablen verzichtet.

⁸ Der Index s steht für den englischen Bezeichner sampling.

2.3 LQG-Regelung

Der linear quadratische Gaußsche Kompensator (auch als Linear Quadratic Gaussian, LQG-Kompensator bezeichnet) ist ein Regler, bestehend aus einem linearen Zustandsregler und einem linearen Zustandsbeobachter, bei denen im Entwurf quadratische Gütefunktionale minimiert werden. Dabei bilden die Gütefunktionale unterschiedliche Anforderungen an den Regler und Beobachter auf Zahlenwerte ab.

Auf jedes System wirken in der Realität außer deterministische auch stochastische Anregungen, wodurch die Antworten des betreffenden Systems ebenfalls einen stochastischen Charakter aufweisen. Um dies zu berücksichtigen, wird für den optimalen Regler- und Beobachterentwurf das System zusätzlich in einer stochastischen Umgebung betrachtet. Dazu werden bei der Beschreibung der jeweiligen Regelstrecken Rauschprozesse und zufällige Anfangsbedingungen mit gaußscher Verteilung aller Zufallsgrößen einbezogen. Ihre Mittelwerte und Varianzen sind als bekannt vorausgesetzt [FAR13a, S. 1].

Die Regelfunktionen des LQG-Kompensators werden meist von einem Digitalrechner ausgeführt. Die Ausführung der Einlese- und Ausgabeoperationen können dabei idealisiert durch einen Speicher/Halteglied am Eingang und einen Abtaster am Ausgang der Regelstrecke nachgebildet werden. Das Systemverhalten wird somit durch die Verwendung des Digitalrechners verändert. Um dies zu berücksichtigen, bietet sich ein direkt diskreter Entwurf des Reglers und des Beobachters an. Dabei wird der Abtast-Halte-Vorgang der Regelstrecke zugeordnet und die daraus resultierende zeitdiskrete Regelstrecke als Grundlage für den Regler-und Beobachterentwurf verwendet [HEN10, S. 1-2].

Für den Entwurf der Regelung werden für die Regelstrecke, zur Nachbildung von Führungs- und Störanregung sowie zur Formulierung von Entwurfszielen lineare Modelle verwendet. Der Optimierungsprozess erfolgt in den folgenden Stufen unter Anwendung des Separationsprinzips⁹. Zunächst wird der lineare Regler (auch als Linear Quadratic Regulator, LQR bezeichnet) als proportionale Zustandsregelung mit als messbar angenommenen Zustandsgrößen entworfen. Anschließend folgt der Entwurf des linearen Beobachters (auch als Linear Quadratic Estimator, LQE bezeichnet) zur Schätzung nicht gemessener Zustands- und Störgrößen [HEN12].

In den nachfolgenden Unterkapiteln werden der optimale Regler- und Beobachterentwurf zusammengefasst sowie die entsprechenden erweiterten Modelle der Regelstrecke für die direkt diskreten Entwürfe beschrieben. Anschließend folgt der Aufbau des dynamischen Kompensators durch das Zusammenfügen von Regler und Beobachter.

Für eine ausführliche Abhandlung der Regelung sei auf [LEW92], [FRI86], [KWA72], [KAS85] und [HEN12] verwiesen.

2.3.1 Lösung der Optimierungsaufgabe für den direkt diskreten LQR-Entwurf

Ausgangspunkt für die Lösung der Optimierungsaufgabe¹⁰ ist das lineare zeitinvariante und -diskrete Modell der Regelstrecke in Zustandsform mit der Zustandsdifferenzengleichung

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{A}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{k} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{u}}_{k} + \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{v}}_{k} \quad , \text{ mit } \underline{\mathbf{x}}_{k=0} = \underline{\mathbf{x}}_{0} \quad .$$

$$(2.9)$$

Mit dem Vektor \underline{v}_k wird das System zusätzlich über die Rauschfiltermatrix \underline{F}_D durch einen (statistisch) stationären gaußschen weißen Rauschprozess mit Mittelwert

$$\mathbf{E}\{\underline{\mathbf{v}}_k\} = \underline{\mathbf{0}} \tag{2.10}$$

angeregt. Für die Korrelationsmatrix des Rauschprozesses gilt

⁹ Das Separationsprinzip besagt, dass die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreises ohne Beobachter durch die Einführung des Beobachters nicht verschoben werden. Es treten lediglich die Eigenwerte des Beobachters hinzu [FöL94, S. 513-517].

¹⁰ Die Ermittlung der optimalen Verstärkungsmatrix wird als Optimierungsaufgabe bezeichnet.

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v},\ell} = \mathbf{E}\{\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}}\,\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}+\ell}^{\mathrm{T}}\} = \underline{\mathbf{V}}\boldsymbol{\delta}_{\ell} \tag{2.11}$$

mit der konstanten Intensitätsmatrix V und dem Kronecker-Symbol

$$\delta_{\ell} = \begin{cases} 1 & \text{für } \ell = 0 \\ 0 & \text{für } \ell \neq 0 \end{cases}$$
(2.12)

Der Zustandsvektor der Regelstrecke wird über das lineare diskrete proportionale Regelgesetz

$$\underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}} = -\underline{\mathbf{K}}_{\mathbf{k}} \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} \tag{2.13}$$

auf den Steuereingangsvektor \underline{u}_k zurückgeführt. Durch Einsetzen des Regelgesetzes in die Zustandsdifferenzengleichung (2.9) der Regelstrecke folgt die Zustandsdifferenzengleichung

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = (\underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{D}} - \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}} \underline{\mathbf{K}}_{k}) \underline{\mathbf{x}}_{k} + \underline{\mathbf{F}}_{\mathrm{D}} \underline{\mathbf{v}}_{k}$$
(2.14)

des geregelten Systems.

Die Regelung soll nun gegebene Entwurfszielgrößen (Regelfehler) minimieren. Dazu werden diese durch die diskrete Zielausgangsgleichung

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{o},\mathbf{k}} = \underline{\mathbf{C}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} \tag{2.15}$$

im Ausgangsvektor $\underline{y}_{o,k}$ formuliert¹¹.

Die Anforderungen an die Regelung werden mit Hilfe des quadratischen Gütefunktionals

$$J_{k} = E\{\underline{y}_{o,k}^{T} \underline{Q} \underline{y}_{o,k} + \underline{u}_{k}^{T} \underline{R} \underline{u}_{k}\}$$

$$= E\{\underline{x}_{k}^{T} (\underline{C}_{D}^{T} \underline{Q} \underline{C}_{D} + \underline{K}_{k}^{T} \underline{R} \underline{K}_{k}) \underline{x}_{k}\}$$

$$(2.16)$$

beschrieben. Darin beschreibt $\underline{y}_{o,k}^{T} \underline{Q} \underline{y}_{o,k}$ die gewichteten Quadrate der Regelfehler

¹¹ Der Index o steht für den englischen Bezeichner objective.

und $\underline{u}_{k}^{T} \underline{R} \underline{u}_{k}$ die der Stellgrößen. Die Gewichtungsmatrizen Q und \underline{R} sind symmetrisch und positiv semidefinit ($\underline{y}_{o,k}^{T} \underline{Q} \underline{y}_{o,k} \ge 0$ für $\underline{y}_{o,k} \ne \underline{0}$) bzw. positiv definit ($\underline{u}_{k}^{T} \underline{R} \underline{u}_{k} > 0$ für $\underline{u}_{k} \ne \underline{0}$). Mit deren Hilfe erfolgt im Optimierungsprozess eine Abwägung zwischen den zugelassenen Regelfehlern und dem Gebrauch der Stellgrößen. Die quadratische Form des Gütefunktionals stellt zudem sicher, dass in dem Gütefunktional keine negativen Terme auftreten, die sich mit den positiven Termen bei der Bildung des Erwartungswertes aufheben.

Die Bildung des Erwartungswertes im Gütefunktional erfolgt zum Zeitpunkt t_k über die Ensemble von Musterfolgen im Zustandsvektor <u>x</u>_k.

Unter Verwendung des Spur-Operators folgt für das Gütefunktional aus Gleichung (2.16)

$$J_{k} = tr[E\{(\underline{C}_{D}^{T}\underline{Q}\underline{C}_{D} + \underline{K}_{k}^{T}\underline{R}\underline{K}_{k})\underline{x}_{k}\underline{x}_{k}^{T}\}]$$

$$= tr[(\underline{C}_{D}^{T}\underline{Q}\underline{C}_{D} + \underline{K}_{k}^{T}\underline{R}\underline{K}_{k})\underline{P}_{x,k}]$$
(2.17)

mit der Kovarianzmatrix $\underline{P}_{x,k} = E\{\underline{x}_k \underline{x}_k^T\}$ der Zustandsgrößen im Vektor \underline{x}_k .

Im Weiteren wird das geregelte System mit $k \rightarrow \infty$ im statistisch eingeschwungenen Zustand betrachtet. Das Gütefunktional nimmt dann (bei statistisch stationärer Rauschanregung) den konstanten Wert

$$J = \lim_{k \to \infty} tr[(\underline{C}_{D}^{T} \underline{Q} \underline{C}_{D} + \underline{K}_{k}^{T} \underline{R} \underline{K}_{k})\underline{P}_{x,k}]$$

$$= tr[(\underline{C}_{D}^{T} \underline{Q} \underline{C}_{D} + \lim_{k \to \infty} (\underline{K}_{k}^{T} \underline{R} \underline{K}_{k}) \lim_{k \to \infty} \underline{P}_{x,k}]$$

$$= tr[(\underline{C}_{D}^{T} \underline{Q} \underline{C}_{D} + \underline{K}^{T} \underline{R} \underline{K})\underline{P}_{x}]$$

(2.18)

an. Obige Gleichung enthält die stationäre Kovarianzmatrix $\underline{P}_x = \lim_{k \to \infty} \underline{P}_{x,k}$ der Zustandsgrößen im Vektor \underline{x}_k für $k \to \infty$. Diese ist nach [FAR13a, S. 35-36] die Lösung der stationären diskreten Ljapunov-Gleichung

$$\underline{A}_{c}\underline{P}_{x}\underline{A}_{c}^{T} - \underline{P}_{x} + \underline{F}_{D}\underline{V}\underline{F}_{D}^{T} = \underline{0}$$
(2.19)

für das geregelte System. Dabei ist

$$\underline{\mathbf{A}}_{c} = \underline{\mathbf{A}}_{D} - \underline{\mathbf{B}}_{D}\underline{\mathbf{K}}$$
(2.20)

die Systemmatrix des geregelten Systems¹².

Die Grenzwertbildung für das Gütefunktional berücksichtigt, dass die Verstärkungsmatrix mit $\underline{K} = \lim_{k \to \infty} \underline{K}_k$ gegen einen konstanten Wert strebt und damit zu einem zeitinvarianten Regelgesetz führt.

Der Wert des Gütefunktionals J ist eine skalare Funktion der Elemente der Verstärkungsmatrix \underline{K} . Nun besteht die Optimierungsaufgabe für den Reglerentwurf darin, durch eine geeignete Wahl dieser Matrix das Minimum

$$\min_{\underline{K}} (J) = \min_{\underline{K}} (tr[(\underline{C}_{D}^{T} \underline{Q} \underline{C}_{D} + \underline{K}^{T} \underline{R} \underline{K}) \cdot \underline{P}_{x}])$$
(2.21)

des Gütefunktionals J zu finden. Die Rechnung liefert die Verstärkungsmatrix

$$\underline{\mathbf{K}} = (\underline{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}})^{-1} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{D}} \quad .$$
(2.22)

Zur Berechnung der Verstärkungsmatrix \underline{K} wird die konstante, symmetrische Matrix \underline{S} benötigt. Sie ist die Lösung der diskreten Ljapunov Gleichung

$$\underline{A}_{c}^{T} \underline{S} \underline{A}_{c} - \underline{S} + \underline{H} = \underline{0} , \text{ mit } \underline{H} = \underline{C}_{D}^{T} \underline{Q} \underline{C}_{D} + \underline{K}^{T} \underline{R} \underline{K}$$
(2.23)

für das geregelte System. Durch Einsetzen der Ausdrücke für <u>A</u>_c, <u>H</u> und <u>K</u> folgt daraus

$$\underline{A}_{D}^{T}\underline{S}\underline{A}_{D} - \underline{A}_{D}^{T}\underline{S}\underline{B}_{D}(\underline{R} + \underline{B}_{D}^{T}\underline{S}\underline{B}_{D})^{-1}\underline{B}_{D}^{T}\underline{S}\underline{A}_{D} - \underline{S} + \underline{C}_{D}^{T}\underline{Q}\underline{C}_{D} = \underline{0} \quad .$$
(2.24)

Obige Gleichung ist die diskrete algebraische Matrix-Riccati-Gleichung für die Matrix \underline{S} . Diese nichtlineare Gleichung besitzt eine eindeutig bestimmte, positiv

¹² Der Index c steht für den englischen Bezeichner controlled.

definite Lösung, wenn das durch die Zustandsdifferenzengleichung (2.9) definierte System vom Steuereingangsvektor \underline{u}_k aus steuerbar bzw. stabilisierbar und das durch das Paar [\underline{A}_D , $Q^{1/2}\underline{C}_D$] definierte System beobachtbar ist [FAR13a, S. 20-30].

Eine ausführlichere Beschreibung zu den Themen Steuer-, Stabilisier- und Beobachtbarkeit ist aus [FRI86, S. 190-221], [FÖL94, S. 442-460], [KWA72, S. 53-78] und [HEN12] zu entnehmen.

Die Invertierbarkeit von $\underline{R} + \underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ aus Gleichung (2.22) für die Verstärkungsmatrix \underline{K} wird dadurch sichergestellt, dass für die Gewichtungsmatrix \underline{R} positive Definitheit gefordert wird. In der Anwendung bedeutet dies, dass alle Steuereingangsgrößen im Gütefunktional berücksichtigt werden müssen. Damit wird bei einer positiv definiten Lösung \underline{S} der Matrix-Riccati-Gleichung die Summe ebenfalls positiv definit. Ein entsprechender Beweis zur Invertierbarkeit von $\underline{R} + \underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ ist Anhang A1 zu entnehmen.

2.3.2 Erweitertes Modell der Regelstrecke für den LQR-Entwurf

Mit der Erweiterung des Modells der Regelstrecke um die in Bild 2.2 dargestellten Modelle, werden nach [KAS85, HEN12] die berücksichtigten Klassen von Führungsund Störanregungen sowie die Anforderungen an das geregelte System in den Reglerentwurf einbezogen.



Bild 2.2: Erweitertes Modell der Regelstrecke für den LQR-Entwurf¹³ [KAS85], [HEN12]

Das Modell der Regelstrecke ist durch die Zustandsdifferentialgleichung

$$\underline{\dot{x}}_{p} = \underline{A}_{p}\underline{x}_{p} + \underline{B}_{pc}\underline{u}_{pc} + \underline{B}_{pd}\underline{u}_{pd} + \underline{F}_{p}\underline{v} , \text{ mit } \underline{x}_{p}(t=0) = \underline{x}_{p0}$$
(2.25)

und der Zielausgangsgleichung

$$\underline{\mathbf{y}}_{po} = \underline{\mathbf{C}}_{po} \underline{\mathbf{x}}_{p} + \underline{\mathbf{D}}_{poc} \underline{\mathbf{u}}_{pc} + \underline{\mathbf{D}}_{pod} \underline{\mathbf{u}}_{pd}$$
(2.26)

mit dem Steuereingangsvektor \underline{u}_{pc} , dem Störeingangsvektor \underline{u}_{pd} und dem Zielausgangsvektor \underline{y}_{po} zur Formulierung der Regelgrößen für den Reglerentwurf gegeben. Der Störeingangsvektor \underline{v} mit weißen Rauschprozessen berücksichtigt die stochastische Umgebung der Regelstrecke.

Das Führungsmodell

$$\underline{\dot{\mathbf{X}}}_{\mathrm{r}} = \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{r}} \underline{\mathbf{X}}_{\mathrm{r}} \quad , \tag{2.27}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{C}}_{\mathbf{r}} \,\underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{r}} \tag{2.28}$$

erzeugt mit dem Vektor der Anfangswerte $\underline{x}_r(t=0) = \underline{x}_{r0}$ den Vektor \underline{y}_r der

¹³ Die Indizes d, p, r und w stehen für die englischen Bezeichner disturbance, plant, reference und weighting.

Führungssignale.

Analog dazu wird mit dem Störmodell

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}}_{\mathrm{d}} = \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{d}} \, \underline{\mathbf{x}}_{\mathrm{d}} \quad , \tag{2.29}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathrm{d}} = \underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{d}} \underline{\mathbf{x}}_{\mathrm{d}} \tag{2.30}$$

aus dem Vektor der Anfangswerte $\underline{x}_d(t=0) = \underline{x}_{d0}$ der Vektor \underline{y}_d der Störsignale erzeugt.

Die Anfangsbedingungen \underline{x}_{p0} , \underline{x}_{r0} und \underline{x}_{d0} werden als mittelwertfreie gaußverteilte Zufallsvariablen angenommen.

Durch das proportionale Bewertungsmodell

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{w}} = \underline{\mathbf{D}}_{\mathbf{w}\mathbf{r}} \underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{w}\mathbf{r}} + \underline{\mathbf{D}}_{\mathbf{w}\mathbf{p}} \underline{\mathbf{u}}_{\mathbf{w}\mathbf{p}} \tag{2.31}$$

werden die Anforderungen an das geregelte System berücksichtigt. Das Modell erzeugt aus den Eingängen \underline{u}_{wr} und \underline{u}_{wp} die durch die Regelung zu optimierenden Entwurfszielgrößen (Regelfehler) im Vektor \underline{y}_{w} .

Mit den Substitutionen $\underline{u}_{pd} = \underline{y}_d$, $\underline{u}_{wr} = \underline{y}_r$, $\underline{u}_{wp} = \underline{y}_{po}$, $\underline{y}_o = \underline{y}_w$ und $\underline{u} = \underline{u}_{pc}$ lautet die Zustandsdarstellung des erweiterten Modells der Regelstrecke für den LQR-Entwurf

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_{p} \\ \underline{\mathbf{x}}_{r} \\ \underline{\mathbf{x}}_{d} \end{bmatrix}^{\bullet} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{A}}_{p} & \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{B}}_{pd} \underline{\mathbf{C}}_{d} \\ \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{A}}_{r} & \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{A}}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_{p} \\ \underline{\mathbf{x}}_{r} \\ \underline{\mathbf{x}}_{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{B}}_{pc} \\ \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{u}} + \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{F}}_{p} \\ \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{v}} , \qquad (2.32)$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{o} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{D}}_{wp} \underline{\mathbf{C}}_{po} & \underline{\mathbf{D}}_{wr} \underline{\mathbf{C}}_{r} & \underline{\mathbf{D}}_{wp} \underline{\mathbf{D}}_{pod} \underline{\mathbf{C}}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_{p} \\ \underline{\mathbf{x}}_{r} \\ \underline{\mathbf{x}}_{d} \end{bmatrix} + \underline{\mathbf{D}}_{wp} \underline{\mathbf{D}}_{poc} \underline{\mathbf{u}}$$
(2.33)

oder kurz

$$\underline{\dot{\mathbf{x}}} = \underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{B}}\underline{\mathbf{u}} + \underline{\mathbf{F}}\underline{\mathbf{v}} \quad , \text{ mit } \underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t} = \mathbf{0}) = \underline{\mathbf{x}}_0 \quad , \tag{2.34}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{0} = \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{D}}\underline{\mathbf{u}}$$
(2.35)

Das erweiterte Modell der Regelstrecke besitzt als Eingangsgrößen nur noch den Steuereingangsvektor <u>u</u> und den Störeingangsvektor <u>v</u>. Stabilität des geschlossenen Regelkreises und schnelles, gut gedämpftes Einschwingen auf vorgegebene Referenzzeitverläufe werden durch die Rückführung der Zustandsgrößen in den Vektor <u>x</u>_p erreicht. Stationäre Genauigkeit der Regelgröße für sprungförmige Führungs- und Störsignale wird durch den Gebrauch der Fehlervariablen in <u>y</u>_o und Aufschaltung der Zustandsvektoren <u>x</u>_r und <u>x</u>_d erreicht.

Üblicherweise existiert kein direkter Durchgriff vom Vektor \underline{u}_{pc} der Steuereingänge zu den Zielgrößen im Vektor \underline{y}_{po} . Daher sei die Steuerdurchgriffsmatrix \underline{D}_{poc} für die weitere Betrachtung eine Nullmatrix, wodurch in der Ausgangsgleichung (2.35) des erweiterten Modells der Regelstrecke der Term \underline{Du} entfällt.

Schließlich liefert die sprunginvariante Diskretisierung des erweiterten Modells der Regelstrecke nach den Gleichungen (2.5) und (2.6) die Zustandsdifferenzengleichung (2.9) und die diskrete Ausgangsgleichung (2.15).

2.3.3 Lösung der Optimierungsaufgabe für den direkt diskreten LQE-Entwurf

Der direkt diskret entworfene Beobachter schätzt nicht gemessene Zustandsgrößen. Ausgangspunkt für die Lösung der Optimierungsaufgabe für den direkt diskreten LQE-Entwurf sind die Zustandsdifferenzengleichung

$$\underline{\mathbf{x}}_{k+1} = \underline{\mathbf{A}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{k} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{u}}_{k} + \underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{v}}_{k} \quad \text{, mit } \underline{\mathbf{x}}_{k=0} = \underline{\mathbf{x}}_{0} \tag{2.36}$$

und die diskrete Messausgangsgleichung

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{m},\mathbf{k}} = \underline{\mathbf{C}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} + \underline{\mathbf{w}}_{\mathbf{k}} \tag{2.37}$$

der Regelstrecke¹⁴. Auf die Zustands- und die Messgrößen wirken mit den Vektoren \underline{v}_k und \underline{w}_k (statistisch) stationäre gaußsche weiße Rauschprozesse mit den Mittelwerten

$$\mathbf{E}\{\underline{\mathbf{v}}_k\} = \underline{\mathbf{0}} \quad , \tag{2.38}$$

$$\mathbf{E}\{\underline{\mathbf{w}}_{\mathbf{k}}\} = \underline{\mathbf{0}} \quad . \tag{2.39}$$

Für die Korrelationsmatrizen der Rauschprozesse gilt

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{v}\mathbf{v},\ell} = \mathbf{E}\{\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}}\,\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{k}+\ell}^{\mathrm{T}}\} = \underline{\mathbf{V}}\boldsymbol{\delta}_{\ell} \quad , \tag{2.40}$$

$$\underline{\mathbf{R}}_{\mathbf{w}\mathbf{w},\ell} = \mathbf{E}\{\underline{\mathbf{w}}_{\mathbf{k}}\,\underline{\mathbf{w}}_{\mathbf{k}+\ell}^{\mathrm{T}}\} = \underline{\mathbf{W}}\boldsymbol{\delta}_{\ell} \tag{2.41}$$

mit den konstanten Intensitätsmatrizen <u>V</u> und <u>W</u> für das Prozess- bzw. Messrauschen sowie dem Kronecker-Symbol aus Gleichung (2.12). Die Intensitätsmatrizen <u>V</u> und <u>W</u> sind symmetrisch und positiv semidefinit bzw. positiv definit.

Für die Schätzung der Zustandsgrößen der Regelstrecke wird der lineare Beobachter

$$\underline{\tilde{\mathbf{x}}}_{k+1} = \underline{\mathbf{A}}_{\mathbf{D}} \underline{\hat{\mathbf{x}}}_{k} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathbf{D}} \underline{\mathbf{u}}_{k}$$
(2.42)

$$\frac{\hat{\mathbf{x}}_{k} = \mathbf{\tilde{x}}_{k} + \mathbf{\hat{K}}_{k} (\mathbf{\underline{y}}_{m,k} - \mathbf{\underline{\tilde{y}}}_{k})
= \mathbf{\underline{\tilde{x}}}_{k} + \mathbf{\underline{\hat{K}}}_{k} (\mathbf{\underline{y}}_{m,k} - \mathbf{\underline{C}}_{D} \mathbf{\underline{\tilde{x}}}_{k})$$
(2.43)

angesetzt [FRI96, S. 290-295]. Mit Gleichung (2.43) wird die a priori Schätzung $\underline{\tilde{x}}_k$ aus Gleichung (2.41) mittels der Residuen im Vektor $\underline{r}_k = \underline{y}_{m,k} - \underline{C}_D \underline{\tilde{x}}_k$ und der Verstärkungsmatrix $\underline{\hat{K}}_k$ des Beobachters zur a posteriori Schätzung $\underline{\hat{x}}_k$ korrigiert. Die Qualität der Schätzung des Beobachters wird im Allgemeinen durch den Beobachterschätzfehler beschrieben. Hierbei gilt für den a priori Schätzfehler

¹⁴ Der Index m steht für den englischen Bezeichner measurement.

$$\underline{\tilde{\mathbf{e}}}_{k} = \underline{\mathbf{x}}_{k} - \underline{\tilde{\mathbf{x}}}_{k} \tag{2.44}$$

und für den a posteriori Schätzfehler

$$\underline{\hat{\mathbf{e}}}_{\mathbf{k}} = \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{k}} - \underline{\hat{\mathbf{x}}}_{\mathbf{k}} \quad . \tag{2.45}$$

Diese beschreiben die Fehler zwischen den tatsächlichen und den geschätzten Zustandsgrößen aus der a priori bzw. a posteriori Schätzung zum Zeitpunkt t_k . Die Betrachtung des a priori Schätzfehlers zum Zeitpunkt t_{k+1} führt mit den Gleichungen (2.36) und (2.42) sowie den Gleichungen (2.43) und (2.37) zum Fehlersystem

$$\underbrace{\tilde{\mathbf{e}}_{k+1} = \underline{\mathbf{x}}_{k+1} - \underline{\tilde{\mathbf{x}}}_{k+1}}_{= \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{D}}(\underline{\mathbf{I}} - \underline{\hat{\mathbf{K}}}_{k} \underline{\mathbf{C}}_{\mathrm{D}}) \underbrace{\tilde{\mathbf{e}}_{k}}_{= \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{D}} \underline{\hat{\mathbf{K}}}_{k} \underline{\mathbf{w}}_{k} + \underline{\mathbf{F}}_{\mathrm{D}} \underline{\mathbf{v}}_{k}}_{= \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{e}} \underbrace{\tilde{\mathbf{e}}}_{k} + \underline{\Gamma} \underline{\boldsymbol{\xi}}_{k}}$$
(2.46)

mit der Systemmatrix

 $\underline{\mathbf{A}}_{e} = \underline{\mathbf{A}}_{D}(\underline{\mathbf{I}} - \underline{\hat{\mathbf{K}}}_{k} \underline{\mathbf{C}}_{D})$ (2.47)

der Eingangsmatrix

$$\underline{\Gamma} = [\underline{F}_{D} \quad -\underline{A}_{D}\underline{\hat{K}}_{k}] \tag{2.48}$$

und dem erweiterten Vektorprozess

$$\underline{\xi}_{k} = \begin{bmatrix} \underline{v}_{k} \\ \underline{w}_{k} \end{bmatrix} .$$
(2.49)

Der erweiterte Vektorprozess enthält die stationären gaußschen weißen Rauschprozesse \underline{v}_k und \underline{w}_k für das Prozess- und Messrauschen und ist wie die Einzelprozesse mittelwertfrei

$$E\{\underline{\xi}_k\} = \underline{0} \quad . \tag{2.50}$$

Bei gegenseitig unkorreliertem Prozess- und Messrauschen besitzt der Vektorprozess die Korrelationsmatrix

$$\underline{\mathbf{R}}_{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{\ell}} = \mathbf{E}\{\underline{\boldsymbol{\xi}}_{k} \underline{\boldsymbol{\xi}}_{k+\ell}^{\mathrm{T}}\} = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{V}} & \underline{\mathbf{0}} \\ \underline{\mathbf{0}} & \underline{\mathbf{W}} \end{bmatrix} \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{\ell}} = \underline{\mathbf{X}} \boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{\ell}} \quad .$$
(2.51)

Der Entwurf des optimalen Beobachters erfolgt mit Hilfe des quadratischen Gütefunktionals

$$\mathbf{J}_{\mathbf{k}} = \mathbf{E}\{\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}}\}$$
(2.52)

für den a posteriori Schätzfehler aus Gleichung (2.45). Die Bildung des Erwartungswertes im Gütefunktional erfolgt zum Zeitpunkt t_k über die Ensembles von Musterfolgen im Fehlervektor $\underline{\hat{e}}_k$. Wird der a posteriori Schätzfehler $\underline{\hat{e}}_k$ im Gütefunktional mit Hilfe der Gleichungen (2.45), (2.43) und (2.37) durch

$$\underline{\hat{e}}_{k} = (\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D}) \underline{\tilde{e}}_{k} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{w}_{k}$$
(2.53)

ausgedrückt, folgt für Gleichung (2.52) unter Verwendung des Spur-Operators

$$J_{k} = E\{((\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})\underline{\tilde{e}}_{k} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{w}_{k})^{T}((\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})\underline{\tilde{e}}_{k} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{w}_{k})\}$$

$$= tr[E\{(\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})^{T}(\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})\underline{\tilde{e}}_{k} \underline{\tilde{e}}_{k}^{T}\} + E\{\underline{\hat{K}}_{k}^{T} \underline{\hat{K}}_{k} \underline{w}_{k} \underline{w}_{k}^{T}\}]$$

$$= tr[(\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})^{T}(\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})\underline{\tilde{P}}_{e,k} + \underline{\hat{K}}_{k}^{T} \underline{\hat{K}}_{k} \underline{W}]$$

(2.54)

mit der Kovarianzmatrix $\underline{\tilde{P}}_{e,k} = E\{\underline{\tilde{e}}_k \underline{\tilde{e}}_k^T\}$ des a priori Schätzfehler $\underline{\tilde{e}}_k$ und der Intensitätsmatrix $\underline{W} = E\{\underline{w}_k \underline{w}_k^T\}$ für das Messrauschen.

Im Weiteren wird das geregelte System mit $k \rightarrow \infty$ im statistisch eingeschwungenen Zustand betrachtet. Das Gütefunktional nimmt dann den konstanten Wert

$$J = \lim_{k \to \infty} tr[(\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})^{T} (\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D}) \underline{\tilde{P}}_{e,k} + \underline{\hat{K}}_{k}^{T} \underline{\hat{K}}_{k} \underline{W}]$$

$$= tr[\lim_{k \to \infty} (\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D})^{T} (\underline{I} - \underline{\hat{K}}_{k} \underline{C}_{D}) \lim_{k \to \infty} \underline{\tilde{P}}_{e,k} + \lim_{k \to \infty} \underline{\hat{K}}_{k}^{T} \underline{\hat{K}}_{k} \underline{W}]$$

$$= tr[(\underline{I} - \underline{\hat{K}}\underline{C}_{D})^{T} (\underline{I} - \underline{\hat{K}}\underline{C}_{D}) \underline{\tilde{P}}_{e} + \underline{\hat{K}}^{T} \underline{\hat{K}}\underline{W}]$$

$$(2.55)$$

an. Obige Gleichung enthält die stationäre Kovarianzmatrix $\underline{\tilde{P}}_{e} = \lim_{k \to \infty} \underline{\tilde{P}}_{e,k}$ des a priori Schätzfehler $\underline{\tilde{e}}_{k}$ für $k \to \infty$. Diese ist die Lösung der stationären diskreten

Ljapunov-Gleichung

$$\underline{A}_{e}\underline{\tilde{P}}_{e}\underline{A}_{e}^{T} - \underline{\tilde{P}}_{e} + \underline{\Gamma}\underline{X}\underline{\Gamma}^{T} = \underline{0}$$
(2.56)

für das Fehlersystem aus Gleichung (2.46).

Bei der Grenzwertbildung für das Gütefunktional wurde berücksichtigt, dass die Verstärkungsmatrix mit $\underline{\hat{K}} = \lim_{k \to \infty} \underline{\hat{K}}_k$ gegen einen konstanten Wert strebt und damit zu einem zeitinvarianten Beobachter führt. Der Wert des Gütefunktionals J ist eine skalare Funktion der Elemente der Verstärkungsmatrix $\underline{\hat{K}}$. Die Optimierungsaufgabe für den Beobachterentwurf besteht nun darin, durch eine geeignete Wahl dieser Matrix das Minimum

$$\min_{\underline{\hat{K}}} (J) = \min_{\underline{\hat{K}}} (tr[(\underline{I} - \underline{\hat{K}C}_{D})^{T} (\underline{I} - \underline{\hat{K}C}_{D}) \underline{\tilde{P}}_{e} + \underline{\hat{K}}^{T} \underline{\hat{K}W}])$$
(2.57)

des Gütefunktionals J zu finden. Die Rechnung liefert die Verstärkungsmatrix

$$\underline{\hat{K}} = \underline{\tilde{P}}_{e} \underline{C}_{D}^{T} \left[\underline{C}_{D} \underline{\tilde{P}}_{e} \underline{C}_{D}^{T} + \underline{W} \right]^{-1}$$
(2.58)

mit der stationären Kovarianzmatrix $\underline{\tilde{P}}_{e}$ des a priori Schätzfehlers aus Gleichung (2.56). Durch Einsetzen der Ausdrücke für die Systemmatrix des Fehlersystems aus Gleichung (2.47) sowie für die Verstärkungsmatrix $\underline{\hat{K}}$, folgt aus Gleichung (2.56) die diskrete algebraische Matrix-Riccati-Gleichung

$$\underline{A}_{D}\underline{\tilde{P}}_{e}\underline{A}_{D}^{T} - \underline{A}_{D}\underline{\tilde{P}}_{e}\underline{C}_{D}^{T}[\underline{C}_{D}\underline{\tilde{P}}_{e}\underline{C}_{D}^{T} + \underline{W}]^{-1}\underline{C}_{D}\underline{\tilde{P}}_{e}\underline{A}_{D}^{T} - \underline{\tilde{P}}_{e} + \underline{F}_{D}\underline{V}\underline{F}_{D}^{T} = 0$$
(2.59)

für die Kovarianzmatrix $\underline{\tilde{P}}_e$ des a priori Schätzfehlers.

Diese nichtlineare Gleichung besitzt eine eindeutig bestimmte, positiv definite Lösung, wenn das durch die diskreten Zustandsgleichungen (2.36) und (2.37) definierte System beobachtbar bzw. detektierbar und das durch das Paar $[\underline{A}_D, \underline{F}_D \underline{V}^{1/2}]$ definierte System steuerbar ist. Die Intensitätsmatrizen \underline{V} und \underline{W} in der algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung bestrafen als Entwurfsparameter den

Gebrauch der Eingangsgrößen bzw. der Messgrößen für die Beobachtung der Zustandsgrößen der Regelstrecke.

Die Invertierbarkeit von $\underline{C}_{D} \underline{\tilde{P}}_{e} \underline{C}_{D}^{T} + \underline{W}$ in den Gleichungen (2.58) und (2.59) für die Verstärkungsmatrix $\underline{\hat{K}}$ wird dadurch sichergestellt, dass für die Intensitätsmatrix \underline{W} positive Definitheit gefordert wird. Für den Beobachterentwurf bedeutet dies, dass alle Messausgänge der Regelstrecke mit Rauschprozessen der Intensität ungleich Null angeregt werden müssen. Damit wird bei einer positiv definiten Kovarianzmatrix $\underline{\tilde{P}}_{e}$ des a priori Schätzfehlers die Summe ebenfalls positiv definit.

2.3.4 Erweitertes Modell der Regelstrecke für den LQE-Entwurf

Analog zum LQR-Entwurf bildet nach [KAS85, HEN12] ein erweitertes Modell der Regelstrecke die Grundlage für den Entwurf des Beobachters. Dieses besteht gemäß Bild 2.3 aus einem linearen Strecken- und Störmodell.



Bild 2.3: Erweitertes Modell der Regelstrecke für den LQE-Entwurf [KAS85], [HEN12]

Hierbei sei das Modell der Regelstrecke durch die Zustandsdifferentialgleichung

$$\underline{\dot{x}}_{p} = \underline{A}_{p} \underline{x}_{p} + \underline{B}_{pc} \underline{u}_{pc} + \underline{B}_{pc} \underline{v}_{pc} + \underline{B}_{pd} \underline{u}_{pd} , \text{ mit } \underline{x}_{p} (t=0) = \underline{x}_{p0}$$
(2.60)

und der Messausgangsgleichung

$$\underline{\mathbf{y}}_{pm} = \underline{\mathbf{C}}_{pm} \underline{\mathbf{x}}_{p} + \underline{\mathbf{D}}_{pmc} \underline{\mathbf{u}}_{pc} + \underline{\mathbf{D}}_{pmc} \underline{\mathbf{v}}_{pc} + \underline{\mathbf{D}}_{pmd} \underline{\mathbf{u}}_{d}$$
(2.61)

mit dem Steuereingangsvektor \underline{u}_{pc} , dem Störeingangsvektor \underline{u}_{pd} und dem

30

Messausgangsvektor \underline{y}_{pm} gegeben.

Mit dem Störmodell

$$\underline{\dot{\mathbf{x}}}_{d} = \underline{\mathbf{A}}_{d} \underline{\mathbf{x}}_{d} + \underline{\mathbf{B}}_{d} \underline{\mathbf{u}}_{d} + \underline{\mathbf{B}}_{d} \underline{\mathbf{v}}_{d} \quad , \quad \text{mit } \underline{\mathbf{x}}_{d} (\mathbf{t} = 0) = \underline{\mathbf{x}}_{d0} \quad , \tag{2.62}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{d} = \underline{\mathbf{C}}_{d} \underline{\mathbf{x}}_{d} + \underline{\mathbf{D}}_{d} \underline{\mathbf{u}}_{d} + \underline{\mathbf{D}}_{d} \underline{\mathbf{v}}_{d}$$
(2.63)

werden aus den unbekannten Eingangsgrößen im Vektor \underline{u}_d die Störgrößen im Vektor y_d erzeugt.

Mit der Substitution $\underline{u}_{pd} = \underline{y}_d$ folgt für die Zustandsdarstellung des erweiterten Modells der Regelstrecke für den LQE-Entwurf

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_{p} \\ \dot{\underline{x}}_{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{p} & \underline{B}_{pd} \underline{C}_{d} \\ \underline{0} & \underline{A}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_{p} \\ \underline{x}_{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_{pc} & \underline{B}_{pd} \underline{D}_{d} \\ \underline{0} & \underline{B}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{v}_{pc} \\ \underline{v}_{d} \end{bmatrix} ,$$

$$+ \begin{bmatrix} \underline{B}_{pc} & \underline{B}_{pd} \underline{D}_{d} \\ \underline{0} & \underline{B}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{v}_{pc} \\ \underline{v}_{d} \end{bmatrix} ,$$

$$\underbrace{\underline{y}_{pm}} = \begin{bmatrix} \underline{C}_{pm} & \underline{D}_{pmd} \underline{C}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{x}_{p} \\ \underline{x}_{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{D}_{pmc} & \underline{D}_{pmd} \underline{D}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{u}_{pc} \\ \underline{u}_{d} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} \underline{D}_{pmc} & \underline{D}_{pmd} \underline{D}_{d} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{v}_{pc} \\ \underline{v}_{d} \end{bmatrix}$$

$$(2.65)$$

oder kurz

$$\dot{\underline{\mathbf{x}}} = \underline{\mathbf{A}}\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{B}}\underline{\mathbf{u}} + \underline{\mathbf{B}}\underline{\mathbf{v}} \quad , \tag{2.66}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{pm} = \underline{\mathbf{C}}\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{D}}\underline{\mathbf{u}} + \underline{\mathbf{D}}\underline{\mathbf{v}} \quad . \tag{2.67}$$

Bedingt durch die Aktordynamik liegt in realen Regelstrecken häufig kein direkter Durchgriff von den Steuereingängen im Vektor \underline{u}_{pc} zu den Messgrößen im Vektor \underline{y}_{pm} vor. Der Durchgriff im Störmodell wird im Normalfall auch nicht verwendet. Daher seien ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit für die weitere Betrachtung die Matrizen \underline{D}_{pmc} und \underline{D}_{d} Nullmatrizen, wodurch in der Ausgangsgleichung (2.67) des erweiterten Modells der Regelstrecke die Terme <u>Du</u> und <u>Dv</u> entfallen. Darüber hinaus wird gemäß Bild 2.3 mit dem Vektor <u>w</u> Messrauschen an den Messausgängen berücksichtigt, sodass für die Ausgangsgleichung des erweiterten Modells der Regelstrecke

$$\mathbf{y} = \underline{\mathbf{C}}\mathbf{x} + \underline{\mathbf{w}} \tag{2.68}$$

gilt.

Mit den Vektoren des Prozessrauschens \underline{v} in der Zustandsdifferentialgleichung (2.66) und des Messrauschens \underline{w} in der Ausgangsgleichung (2.68) wird die stochastische Umgebung der Regelstrecke berücksichtigt. Die Aufschaltung des Prozessrauschens \underline{v} über die gleiche Eingangsmatrix \underline{B} wie für den Eingangsvektor \underline{u} , ist eine Vorbereitung für die Erreichung von Loop Transfer Recovery (LTR) [HEN12].

Schließlich liefert die sprunginvariante Diskretisierung des erweiterten Modells der Regelstrecke nach den Gleichungen (2.5) und (2.6) die Zustandsdifferenzengleichung (2.36) und die diskrete Ausgangsgleichung (2.37).

2.3.5 Linear quadratischer Kompensator (LQG-Kompensator)

Der dynamische Kompensator ergibt sich durch das Zusammenfügen des proportionalen Zustandsreglers und des Beobachters gemäß dem nachfolgenden Bild.



Bild 2.4: Dynamischer Kompensator [HEN12]

Die Begrenzung vor dem Kompensatorausgang und in der Rückführung zum Steuereingang des Beobachters dient der Verbesserung der Schätzwerte, wenn Begrenzungen im Eingangspfad der Regelstrecke ansprechen. Eine robuste Implementierung der Regelung mit einem stabilen Kompensator wird durch die Methode des Loop Transfer Recovery (LTR) erreicht. Hierbei wird dafür gesorgt, dass der Beobachter für die Rekonstruktion der Zustands- und Störgrößen nicht übermäßig auf die Steuergrößen angewiesen ist. Dies wird beim Entwurf des Beobachters durch Erhöhung der Intensitäten der Rauschprozesse im Vektor \underline{v}_{pc} (siehe Bild 2.3) am Steuereingang des erweiterten Modells der Regelstrecke erreicht. Die Zustandsgrößen werden dann stärker aus den Messgrößen rekonstruiert. Wird der Beobachter als Teil der Regelstrecke betrachtet, ist im Grenzfall für die Intensitäten der Rauschprozesse im Vektor \underline{v}_{pc} gegen unendlich die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises allein mit proportionalem Zustandsregler wiederhergestellt. Für den offenen Regelkreis spielt dann die Dynamik des Beobachters keine Rolle mehr [HEN12].

In der Realität kann LTR nicht vollständig erreicht werden, da mit steigender Rauschintensität am Steuereingang der Kompensator zu sehr auf die verrauschten Messsignale angewiesen ist und Eigenwerte des Beobachters gegen Unendlich streben. Besitzt das erweiterte Modell der Regelstrecke Übertragungsnullstellen, strebt beim robusten LQE-Entwurf mittels Loop-Transfer-Recovery jeweils ein Eigenwert des Beobachters in eine Übertragungsnullstelle des erweiterten Modells der Regelstrecke und bei Übertragungsnullstellen in der rechten s-Ebene in das Spiegelbild bezüglich der imaginären Achse. Diese asymptotische Eigenschaft kann bei Übertragungsnullstellen auf oder nahe der imaginären Achse zu unerwünschten langsamen Eigenbewegungen im geregelten System führen [HEN12].

Eine detaillierte Beschreibung zum Thema LTR ist aus [Doy79], [HEN12] und [HER14] zu entnehmen.

3 Modellbildung

Sowohl die Analyse des FCBS als auch der modellbasierte Entwurf des Kompensators basieren auf der mathematischen Beschreibung der Bremsanlage. Nach Bild 2.1 setzt sich diese aus elektrischen, mechanischen und hydraulischen Komponenten zusammen, die gemäß dem nachfolgenden Bild in Wechselwirkung miteinander stehen.



Bild 3.1: Strukturbild der Bremsanlage

Die Eingangsgrößen der Bremsanlage sind der Bremspedalweg s_{ped} und das vom elektrischen Bremskraftverstärker geforderte Motordrehmoment Tmot,reg . Der Schnitt zwischen dem elektrischen und mechanischen Teil erfolgt im Luftspalt des elektrischen Bremskraftverstärkers, sodass der gelagerte Rotor im mechanischen Teil der Bremsanlage berücksichtigt werden kann. Damit stehen der mechanische und elektrische Teil über dem Motordrehmoment T_{mot} und der Winkelgeschwindigkeit Ω_{mot} des **Motors** in Wechselwirkung. Weitere Systemgrenzen, die den mechanischen vom hydraulischen Teil der Bremsanlage trennen, sind die Kolben des Hauptbremszylinders und der Radbremszylinder. Die Kammerdrücke des Hauptbremszylinders im Vektor \underline{p}_{cha} ergeben sich aus den Geschwindigkeiten der Primär- und Sekundärkolben im Vektor \underline{v}_{pist} und wirken über die Kolbenflächen auf den mechanischen Teil der Bremsanlage zurück. Die Kammerdrücke der Radbremszylinder im Vektor \underline{p}_{wb} folgen aus denen des Hauptbremszylinders und erzeugen über die Kolbenflächen der Radbremszylinder die Bremsmomente im Vektor \underline{T}_{bra} .

In den nachfolgenden Unterkapiteln erfolgen die mathematischen Herleitungen der Teilkomponenten der Bremsanlage, die als Grundlage für die Analyse und den modellbasierten Entwurf der Regelung dienen.

3.1 Elektrik

Die Modellbildung des elektrischen Teils der Bremsanlage erfolgt für den stromgeregelten Motorstromkreis des elektrischen Bremskraftverstärkers. Als Motor wird eine permanenterregte Synchronmaschine betrachtet, die durch eine feldorientierte Regelung näherungsweise das gleiche Systemverhalten aufweist, wie eine Gleichstrommaschine. Daher wird bei der mathematischen Beschreibung des Motorstromkreises die stromgeregelten auf Modellgleichungen einer Gleichstrommaschine zurückgegriffen. Eine ausführliche Beschreibung der feldorientierten Regelung kann [NGU93] entnommen werden. Die nachfolgende Modellbildung erfolgt nach [HEN09].

Bild 3.2 zeigt das physikalische Ersatzmodell des Motorstromkreises der Gleichstrommaschine.



Bild 3.2: Physikalisches Ersatzmodell des Motorstromkreises der Gleichstrommaschine

Die Anwendung der Kirchhoffschen Maschenregel auf das physikalische Ersatzmodell liefert für den Motorstromkreis

$$u_t - u_R - u_L - e_A = 0$$
 (3.1)

Die Spannungsabfälle an dem Widerstand R_{mot} und der Induktivität L_{mot} ergeben sich aus dem Ohmschen Gesetz

$$u_{\rm R} = R_{\rm mot} i_{\rm mot}$$
(3.2)

und dem Induktionsgesetz

$$u_{\rm L} = L_{\rm mot} \frac{d}{dt} i_{\rm mot} = L_{\rm mot} \dot{i}_{\rm mot} \quad . \tag{3.3}$$

Durch Drehung des Motors mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_{mot} im Feld mit konstantem Fluss ψ_A wird die EMK-Spannung

$$e_{A} = \widetilde{K}_{e} \Psi_{A} \Omega_{mot} = K_{e} \Omega_{mot}$$
(3.4)

induziert und bildet die Rückwirkung des mechanischen Teils auf den elektrischen Teil des Motors. Weiterhin gilt für das durch den Motorstrom in der Motorwicklung im konstanten Magnetfeld erzeugte Drehmoment die Gleichung

$$T_{\text{mot}} = \tilde{K}_{M} \Psi_{A} i_{\text{mot}} = K_{M} i_{\text{mot}} \quad .$$
(3.5)

Damit folgt aus der Maschenregel die Differentialgleichung

$$\tau_{A}\dot{i}_{mot} + \dot{i}_{mot} = \frac{1}{R_{mot}} \left(u_{t} - K_{e}\Omega_{mot} \right) \quad , \text{ mit } \tau_{A} = \frac{L_{mot}}{R_{mot}}$$
(3.6)

für den Motorstromkreis. Entsprechend liefert die Laplace-Transformation der Differentialgleichung die Übertragungsfunktion

$$G_{p}(s) = \frac{i_{mot}}{u_{t} - e_{A}} = \frac{\frac{1}{R_{mot}}}{\tau_{A}s + 1}$$
(3.7)

des Motorstromkreises.

Zur Regelung des Motorstromkreises kommt wie üblich ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_{R}(s) = K_{I} \frac{\tau_{N} s + 1}{s}$$
(3.8)

zum Einsatz. Der daraus resultierende Stromregelkreis ist im nachfolgenden Blockdiagramm dargestellt.



Bild 3.3: Blockdiagramm des Stromregelkreises

Wird der Stromregler als Kompensationsregler ausgelegt, sodass die Nullstelle $s_Z = -\frac{1}{\tau_N}$ des Reglers zur Kompensation der Polstelle $s_P = -\frac{1}{\tau_A}$ des

Motorstromkreises verwendet wird, ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion

$$G_{w}(s) = \frac{1}{\tau_{mot}s + 1}$$
, mit $\tau_{mot} = \frac{R_{mot}}{K_{I}}$ (3.9)

des stromgeregelten Motorstromkreises vom Sollstrom $i_{mot,ref}$ zum Iststrom i_{mot} bzw. gemäß Gleichung (3.5) vom geforderten Solldrehmoment $T_{mot,req}$ zum Istdrehmoment T_{mot} .

Im obigen Stromregelkreis tritt die EMK-Spannung e_A als Störgröße auf. Diese wird üblicherweise mit der feldorientierten Regelung der permanenterregten Synchronmaschine durch ein Entkopplungsnetzwerk kompensiert. Somit ist der Motorstromkreis unter der Annahme einer idealen stromgeregelte EMK-Kompensation durch die Übertragungsfunktion aus Gleichung (3.9) vollständig beschrieben. Daraus lässt sich schließlich die Differentialgleichung

$$\dot{T}_{mot} = -\frac{1}{\tau_{mot}} T_{mot} + \frac{1}{\tau_{mot}} T_{mot,req}$$
(3.10)

des stromgeregelten Motorstromkreises ableiten.

Eine detaillierte Abhandlung zum Thema Synchron- und Gleichstrommaschinen mit entsprechender Stromregelung ist aus [NGU93], [FÖL94] zu entnehmen.

3.2 Mechanik

Die Mechanik der Bremsanlage besteht aus der Bremsbetätigungseinheit und dem mechanischen Teil der Radbremsen, die über die Bremsleitungen/-schläuche hydraulisch gekoppelt sind. In den folgenden Unterkapiteln werden für diese Teilkomponenten, ausgehend von den physikalischen Ersatzmodellen, die mathematischen Modelle aufgestellt.

3.2.1 Bremsbetätigungseinheit

Die Bremsbetätigungseinheit setzt sich gemäß Bild 2.1 aus dem Bremspedal, der

elastischen Druckstange, dem mechanischen Teil des elektrischen Bremskraftverstärkers, dem Motorgetriebe sowie den Primär- und Sekundärkolben zusammen. Durch die elastische Druckstange sowie die Elastizitäten der Rückstellfedern in den Zylinderkammern und der Getriebeeinheit entsteht ein schwingungsfähiges System. Die Elastizität der Getriebeeinheit wird jedoch bei der Modellbildung vernachlässigt.

Bild 3.4 stellt das physikalische Ersatzmodell der Bremsbetätigungseinheit dar, welches die wesentlichen Eigenschaften des Systems widerspiegelt.



Bild 3.4: Physikalisches Ersatzmodell der Bremsbetätigungseinheit

Es berücksichtigt die Massenträgheitsmomente von Bremspedal J_{ped} , Bremskraftverstärker J_{mot} , Motorgetriebeeinheit J_{gear} sowie die Massen von Druckstange m_{rod} , Primärkolben m_{pist1} und Sekundärkolben m_{pist2} .

Die elastische Druckstange wird durch eine Druck-Zugfeder mit der Steifigkeit c_{rod} und der Materialdämpfung b_{rod} nachgebildet. Ebenso werden die Rückstellfedern in der Primär- und Sekundärkammer jeweils durch eine Feder mit den Steifigkeiten c_{cha1} und c_{cha2} sowie den Materialdämpfungen b_{cha1} und b_{cha2} abgebildet.

Mit den Dämpfungskonstanten b_{ped} , b_{mot} , b_{pist1} und b_{pist2} werden die in der Bremsbetätigungseinheit vorhandenen viskosen Reibungen berücksichtigt. Weiterhin

treten im Ersatzmodell die winkelabhängige Bremspedalübersetzung i_{ped} und die Übersetzung i_{gear} der Getriebeeinheit des Bremskraftverstärkers auf. Letztere wird als spielfrei und mit einem konstanten Übersetzungsverhältnis bei der Modellbildung berücksichtigt. Die nichtlineare Bremspedalübersetzung i_{ped} wird wie in der Literatur üblich mit guter Näherung als konstant angenommen.

In der Bremsbetätigungseinheit treten am Bremskraftverstärker und an den Kolben im Hauptbremszylinder trockene Reibungen auf, die durch das Reibmoment $T_{fr,mot}$ und die Reibkräfte $F_{fr,pist1}$ und $F_{fr,pist2}$ berücksichtigt werden. Das Reibmoment am Bremskraftverstärker $T_{fr,mot}$ setzt sich dabei aus den Reibmomenten im Motor und der Getriebeeinheit zusammen. Die Reibkräfte $F_{fr,pist1}$ und $F_{fr,pist2}$ berücksichtigen die trockene Reibung zwischen den Kolbenmanschetten und dem Hauptbremszylinder. Weiterhin wirken auf den Kolbenmassen die im Hauptbremszylinder hydraulisch induzierten Kräfte F_{hyd1} und F_{hyd2} .

Werden nun das Trägheitsmoment des Bremspedals und die Massen der Druckstange zu

$$m_{up} = J_{ped} i_{ped}^2 + m_{rod}$$
(3.11)

sowie die Trägheitsmomente von Bremskraftverstärker, Motorgetriebeeinheit und Primärkolben zu

$$m_{dn} = (J_{mot} + J_{gear})i_{gear}^2 + m_{pist1}$$
(3.12)

zusammengefasst, reduziert sich das physikalische Ersatzmodell aus Bild 3.4 auf einen Drei-Massen-Schwinger. Im Weiteren werden die zusammengefassten Massen m_{up} und m_{dn} als Masse des vorderen bzw. hinteren Bremsstrangs bezeichnet.

Entsprechend sind die Konstanten der viskosen Reibungen

$$\mathbf{b}_{\rm up} = \mathbf{b}_{\rm ped} \quad , \tag{3.13}$$

41

$$b_{dn} = b_{mot} \dot{i}_{gear}^2 + b_{pist1}$$
(3.14)

und die Reibmomente

$$F_{fr,dn} = T_{fr,mot}i_{gear} + F_{fr,pist1}$$
(3.15)

zu berücksichtigen. Bild 3.5 zeigt das resultierende physikalische Ersatzmodell des Drei-Massen-Schwingers mit dem masselosen Motorgetriebe.



Bild 3.5: Physikalisches Ersatzmodell der reduzierten Bremsbetätigungseinheit

Ausgehend vom Freikörpersystem des physikalischen Ersatzmodells aus Bild 3.5 liefert der Schwerpunktsatz für die Massen m_{up} , m_{dn} und m_{pist2} die Gleichungen

$$m_{up}\dot{v}_{up} = F_{dr}\dot{i}_{ped} - F_{c,rod} - F_{b,rod} - F_{b,up} \quad , \tag{3.16}$$

$$m_{dn}\dot{v}_{dn} = T_{mot}\dot{i}_{gear} - F_{fr,dn} - F_{hyd1} + F_{c,rod} + F_{b,rod} - F_{b,dn} - F_{c,cha1} - F_{b,cha1} , \qquad (3.17)$$

$$m_{\text{pist2}}\dot{v}_{\text{pist2}} = -F_{\text{fr,pist2}} + F_{\text{hyd1}} - F_{\text{hyd2}} + F_{\text{c,cha1}} + F_{\text{b,cha1}} - F_{\text{b,pist2}} - F_{\text{c,cha2}} - F_{\text{b,cha2}}$$
(3.18)

der reduzierten Bremsbetätigungseinheit. Mit dem linearen Federgesetz gelten für die Federkräfte

$$F_{c,rod} = c_{rod}(s_{up} - s_{dn})$$
, (3.19)

$$F_{c,cha1} = c_{cha1}(s_{dn} - s_{pist2})$$
, (3.20)

42

$$F_{c,cha2} = c_{cha2} s_{pist2} \quad . \tag{3.21}$$

Werden die Dämpfer als geschwindigkeitsproportional betrachtet, lassen sich die Dämpferkräfte durch die Gleichungen

$$F_{b,up} = b_{up} v_{up} \quad , \tag{3.22}$$

$$F_{b,rod} = b_{rod}(v_{up} - v_{dn})$$
, (3.23)

$$\mathbf{F}_{\mathbf{b},\mathbf{dn}} = \mathbf{b}_{\mathbf{dn}} \mathbf{v}_{\mathbf{dn}} \quad , \tag{3.24}$$

$$F_{b,cha1} = b_{cha1}(v_{dn} - v_{pist2})$$
, (3.25)

$$F_{b,pist2} = b_{pist2} v_{pist2} , \qquad (3.26)$$

$$F_{b,cha2} = b_{cha2} v_{pist2}$$
(3.27)

beschreiben. Damit folgen aus den Gleichungen (3.16) bis (3.18) die Bewegungsgleichungen

$$m_{up}\dot{v}_{up} = F_{dr}\dot{i}_{ped} - c_{rod}(s_{up} - s_{dn}) - b_{rod}(v_{up} - v_{dn}) - b_{up}v_{up} , \qquad (3.28)$$

$$m_{dn}\dot{v}_{dn} = T_{mot}\dot{i}_{gear} - F_{fr,dn} - F_{hyd1} + c_{rod}(s_{up} - s_{dn}) + b_{rod}(v_{up} - v_{dn}) - b_{dn}v_{dn} - c_{cha1}(s_{dn} - s_{pist2}) - b_{cha1}(v_{dn} - v_{pist2}) , \qquad (3.29)$$

$$m_{\text{pist2}} \dot{v}_{\text{pist2}} = -F_{\text{fr,pist2}} + F_{\text{hyd1}} - F_{\text{hyd2}} + c_{\text{cha1}}(s_{\text{dn}} - s_{\text{pist2}}) + b_{\text{cha1}}(v_{\text{dn}} - v_{\text{pist2}}) - b_{\text{pist2}}v_{\text{pist2}} - c_{\text{cha2}}s_{\text{pist2}} - b_{\text{cha2}}v_{\text{pist2}}$$
(3.30)

zur mathematischen Beschreibung der reduzierten Bremsbetätigungseinheit.

Obige Gleichungen enthalten die hydraulisch, in den Kammern des Hauptbremszylinders, induzierten Kräfte F_{hyd1} und F_{hyd2} . Diese lassen sich mit

$$F_{hyd1} = A_{pist1} p_{cha1} \quad , \tag{3.31}$$

$$F_{hyd2} = A_{pist2} p_{cha2}$$
(3.32)

aus den Flächen A_{pist1} und A_{pist2} der Primär- und Sekundärkolben sowie den Drücken

p_{cha1} und p_{cha2} in den Zylinderkammern bestimmen.

Die Reibkräfte F_{fr,dn} und F_{fr,pist2} werden mit Hilfe von Reibungskennlinien (Stribeck-Kurve) nachgebildet. Diese sind mit Haft- und Gleitreibung sowie einem von der Geschwindigkeit abhängigen Übergangsbereich gekennzeichnet. Eine detaillierte Ausarbeitung dieses Reibmodells ist aus [KL002] zu entnehmen. Bei den linearen Modellen für den LQR- und LQE-Entwurf und der Systemanalyse anhand linearer Modelle werden die Reibkräfte als externe Eingangsgrößen berücksichtigt.

3.2.2 Vereinfachtes Modell der Bremsbetätigungseinheit

Ein vereinfachtes Modell der Bremsbetätigungseinheit bildet die Grundlage für den späteren LQR- und LQE-Entwurf. Wegen $m_{dn} \gg m_{pist2}$ wird bei diesem Modell die Masse des Sekundärkolbens vernachlässigt und führt zu dem nachfolgenden physikalischen Ersatzmodell.



Bild 3.6: Physikalisches Ersatzmodell der vereinfachten Bremsbetätigungseinheit

Eine Zusammenfassung der in Reihe geschalteten Feder-Dämpfer-Elemente ist nach Anhang A2 bei diesem Modell nicht möglich, da die einzelnen Feder-Dämpfer-Elemente nicht ausschließlich steifigkeitsproportionale Dämpfungsbeiwerte besitzen. Mit m_{pist2}=0 folgt aus der Differentialgleichung (3.30) mit den Substitutionen

$$b_{res} = b_{cha1} + b_{pist2} + b_{cha2}$$
, (3.33)

$$F_{dist2} = F_{fr,pist2} - F_{hyd1} + F_{hyd2}$$
(3.34)

nach entsprechender Umformung

$$v_{pist2} = -\frac{1}{b_{res}}F_{dist2} + \frac{c_{cha1}}{b_{res}}(s_{dn} - s_{pist2}) + \frac{b_{cha1}}{b_{res}}v_{dn} - \frac{c_{cha2}}{b_{res}}s_{pist2} \quad .$$
(3.35)

Einsetzen dieser in die Gleichung (3.29) liefert mit der Substitution

$$F_{dist1} = F_{fr,dn} + F_{hyd1} - \frac{b_{cha1}}{b_{res}} F_{dist2}$$
 (3.36)

die Differentialgleichung für die Masse m_{dn}

$$m_{dn}\dot{v}_{dn} = T_{mot}\dot{i}_{gear} - F_{dist1} + c_{rod}(s_{up} - s_{dn}) + b_{rod}(v_{up} - v_{dn}) + (\frac{b_{cha1}^2}{b_{res}} - b_{dn} - b_{cha1})v_{dn} + (\frac{c_{cha1}b_{cha1}}{b_{res}} - c_{cha1})(s_{dn} - s_{pist2}) - \frac{b_{cha1}c_{cha2}}{b_{res}}s_{pist2}$$
(3.37)

Mit den Gleichungen (3.28), (3.35) und (3.37) ist das vereinfachte Modell der Bremsbetätigungseinheit vollständig beschrieben. Durch die Vernachlässigung der Masse m_{pist2} des Schwimmkolbens reduziert sich die Ordnung des Modells von sechs auf fünf. Darüber hinaus werden durch diese Vereinfachung Stabilitätsprobleme beim numerischen Entwurf des Reglers und Beobachters vermieden.

3.2.3 Radbremsen

Als letzte mechanische Komponente werden die Radbremsen betrachtet. Zwar hat der mechanische Teil der Radbremse im Rahmen dieser Arbeit eine untergeordnete Bedeutung, da das Regelverhalten des FCBS davon nicht beeinflusst wird, aber zur vollständigen Beschreibung der Bremsanlage wird im Nachfolgenden das mathematische Modell der Radbremse hergeleitet.

Als Radbremsen haben sich im Automobilbereich sowohl an der Vorder- als auch an der Hinterachse, insbesondere bei Mittelund Oberklassenfahrzeugen, Scheibenbremsen durchgesetzt. Im Allgemeinen setzen sich diese Bremsen aus dem Radbremszylinder und den Bremsbelägen, die im Sattelgehäuse integriert sind, sowie der Bremsscheibe zusammen. Grundsätzlich wird bei den Scheibenbremsen zwischen Schwimmsattelbremse der Festsattelund unterschieden. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen beiden Konstruktionstypen ist, dass bei ersterer auf beiden Seiten der Bremsscheibe Radbremszylinder angeordnet sind, wohingegen sich beim Schwimmsattel nur auf der Fahrzeuginnenseite Radbremszylinder befinden. Die Zylinderkammern von Festsattelbremsen sind über eine Druckverbindungsleitung verbunden, sodass auf die Kolben der gleiche Druck wirkt und die Bremsbeläge gleichzeitig angelegt werden. Beim Schwimmsattel findet zunächst über den Kolben ein Kontakt zwischen dem innenliegenden Bremsbelag und der Bremsscheibe statt. Durch das schwimmend gelagerte Sattelgehäuse, verschiebt sich dieses in axialer Richtung bis der außenliegende Bremsbelag ebenfalls an der Bremsscheibe anliegt [Hei11, S. 10-11].

Die nachfolgende Beschreibung des mathematischen Modells der Radbremsen beschränkt sich auf eine Schwimmsattelbremse. Dabei wird durch das Modell die Umformung des Drucks im Radbremszylinder in ein Bremsmoment an der Bremsscheibe für einen nichtelastischen Bremssattel beschrieben. Die Modellbildung für eine Festsattelbremse ist analog dazu.

Der mechanische Teil der Radbremse setzt sich gemäß Bild 3.7 aus dem Radbremszylinderkolben, den Bremsbelägen mit Belagträgern und der rotierenden Bremsscheibe zusammen.



Bild 3.7: Physikalisches Ersatzmodell des mechanischen Teils der RadbremseDer Druck p_{wb} im Radbremszylinder erzeugt über den Radbremszylinderkolben mit

der Fläche Awb die hydraulisch induzierte Spannkraft

$$F_{hyd,wb} = A_{wb}p_{wb} \quad . \tag{3.38}$$

Daraus resultiert mit dem Gleitreibungskoeffizient μ_k zwischen den Bremsbelägen und der Bremsscheibe die geschwindigkeitsunabhängige Coulombsche Reibkraft (kinetische Reibung)

$$F_{wb,k} = \mu_k F_{hyd,wb} \quad . \tag{3.39}$$

Analog dazu ergibt sich die Kraft der maximalen Haftreibung (statische Reibung) aus

dem Haftreibungskoeffizienten µs zu

$$F_{wb,s} = \mu_s F_{hyd,wb} \quad . \tag{3.40}$$

Mit der kinetischen und statischen Reibung lässt sich mittels einer Reibungskennlinie (Stribeck-Kurve) nach [KL002], die zwischen den Bremsbelägen und der Bremsscheibe wirkende Reibkraft F_{wb} nachbilden.

Aus dem Abstand r_{wb} des Angriffspunkts der Reibkraft F_{wb} von der Drehachse der Bremsscheibe folgt unter Berücksichtigung der zwei Reibflächen das Bremsmoment

$$T_{wb} = 2r_{wb}F_{wb} \quad . \tag{3.41}$$

Dieses Moment wird beim Bremsvorgang am Radumfang wirksam und bewirkt die gewünschte Fahrzeugverzögerung.

Es sei noch erwähnt, dass der Gleitreibungskoeffizient μ_k stark nichtlinear ist. Nach [BUR91] ist dieser abhängig von der Temperatur, Spannkraft und der Gleitgeschwindigkeit. Wird dabei die Gleitgeschwindigkeit aufgrund des geringen Einflusses auf die Gleitreibungskoeffizienten vernachlässigt, nimmt der Reibwert mit zunehmender Temperatur bis zu einem Maximum zu und fällt dann ab. Dieses Verhalten kann durch eine Parabel angenähert werden, die den Zusammenhang zwischen Temperatur und Gleitreibungskoeffizienten beschreibt. Für die hier durchgeführte Betrachtung ist jedoch die Annahme eines konstanten Gleitreibungskoeffizienten ausreichend.

3.3 Hydraulik

Die hier betrachtete Bremshydraulik setzt sich aus dem hydraulischen Teil des Hauptbremszylinders und der Radbremsen sowie den Bremsleitungen/-schläuchen zusammen. Im Folgenden werden für diese Teilkomponente die mathematischen Modelle hergeleitet.
3.3.1 Hauptbremszylinder

Die wesentliche Aufgabe des Hauptbremszylinders ist die Umwandlung der mechanischen Kraft an der Druckstange in einen hydraulischen Druck in den Zylinderkammern. Für diesen Zweck werden sogenannte Tandem-Hauptbremszylinder eingesetzt, die aus zwei seriell hintereinander geschalteten Bremszylindern bestehen. Dadurch werden zwei getrennte Bremskreise realisiert, sodass bei einem Ausfall eines Bremskreises über den zweiten Kreis weiterhin Bremsdruck aufgebaut werden kann. Diese Redundanz wird vom Gesetzgeber für zweiachsige Fahrzeuge vorgeschrieben und beeinflusst maßgeblich die Konstruktion des Hauptbremszylinders. Gleichzeitig ergeben sich dadurch unterschiedliche Möglichkeiten, die Radbremsen den Kammern im Hauptbremszylinder zuzuordnen. Hierbei sind die zwei häufigsten Varianten, die Vorderachs-Hinterachs-Aufteilung (Schwarz-Weiß-Aufteilung) und die Diagonalaufteilung (X-Aufteilung), wobei Letztere die meistverbreitete Aufteilung bei Personenkraftfahrzeugen ist. Die Schwarz-Weiß-Aufteilung bietet sich jedoch besonders für rekuperationsfähige Personenkraftfahrzeugen an, da meist die Energierückgewinnung an einer Achse Aus diesem Grund wird im Weiteren die Schwarz-Weißstattfindet. Bremskreisaufteilung betrachtet. Eine detaillierte Beschreibung der unterschiedlichen Möglichkeiten der Bremskreisaufteilung kann [PIC12, S. 93] entnommen werden.

Der Hauptzylinder besteht aus einem Gehäuse mit zwei Drucköffnungen, an die die Bremsleitungen der zwei Bremskreise angeschlossen sind. Zwei weitere kleinere Öffnungen verbinden die Zylinderkammern des Hauptbremszylinders über die Nachlaufbohrungen mit dem Ausgleichsbehälter (siehe Bild 2.1). Das Bremspedal wirkt über die Druckstange auf den Primärkolben und über die Bremsflüssigkeit im ersten Bremskreis sowie der Rückstellfeder in der Primärkammer auf den Sekundärkolben.

Bild 3.8 zeigt das physikalische Ersatzmodell des Tandem-Hauptbremszylinders

einer Bremsanlage. Hierbei wird mit $A_{pist1} \neq A_{pist2}$ der allgemeine Fall betrachtet, dass die Wirkflächen¹⁵ von Primär- und Sekundärkolben unterschiedlich groß sind. Darüber hinaus wird mit den Kolbenflächen $A_{pist1} \neq A_{pist2}$ ein Druckübersetzer im Modell berücksichtigt, mit dem bereits im Hauptbremszylinder eine Bremskraftverteilung auf Vorder- und Hinterachse realisiert werden kann.

Die nachfolgenden Gleichungen beziehen sich auf den Betriebspunkt $s_{dn} \ge x_{breath1}$ und $s_{pist2} \ge x_{breath2}$ und beschreiben den Fall, dass der gesamte Durchmesser $x_{breath1}$ der Nachlaufbohrungen in der Primärkammer sowie der gesamte Durchmesser $x_{breath2}$ der Nachlaufbohrungen in der Sekundärkammer durch die Kolben überdeckt sind.



Bild 3.8: Physikalisches Ersatzmodell des Hauptbremszylinders

Ausgehend vom physikalischen Ersatzmodell des Hauptbremszylinders aus Bild 3.8 gilt mit den Kontinuitätsgleichungen für die in den Kammern des Hauptbremszylinders ein- und austretende Volumenströme

$$q_{c,cha1} = q_{kin1} - q_{kin3} - q_{cha1} , \qquad (3.42)$$

¹⁵ Mit Wirkfläche wird die Fläche des Kolbens bezeichnet, die bei einer positiven Auslenkung des Kolbens einen positiven kinematischen Volumenstrom erzeugt.

$$q_{c,cha2} = q_{kin2} - q_{cha2} \quad . \tag{3.43}$$

Die Differenzen der momentan ein- und austretenden Volumenströme werden mit der Zeit in den Zylinderkammern als komprimierte Volumina $V_{c,cha1}$ und $V_{c,cha2}$ gespeichert. Die Steifigkeit der Hydraulikflüssigkeit in den Zylinderkammern kann mit guter Näherung als konstant betrachtet werden [MUR05, S. 62-67]. Daraus resultieren zwischen den komprimierten Kammervolumina und den Kammerdrücken p_{cha1} und p_{cha2} die proportionalen Zusammenhänge

$$V_{c,cha1} = C_{cha1} p_{cha1} \quad , \tag{3.44}$$

$$\mathbf{V}_{c,cha2} = \mathbf{C}_{cha2} \mathbf{p}_{cha2} \quad . \tag{3.45}$$

Hierbei beschreiben die Proportionalitätsfaktoren $C_{cha1} = \frac{V_{cha1}}{E_{cha}}$ und $C_{cha2} = \frac{V_{cha2}}{E_{cha}}$

die hydraulischen Kapazitäten, die mit den Kammervolumina

$$V_{cha1} = V_{cha1,0} - A_{pist1}s_{dn} + A_{pist1}s_{pist2}$$
(3.46)

$$V_{cha2} = V_{cha2,0} - A_{pist2} s_{pist2}$$
(3.47)

abhängig von den Kolbenpositionen s_{dn} und s_{pist2} und dem Kompressionsmodul E_{cha} der Hydraulikflüssigkeit sind. Somit liefern die zeitlichen Änderungen der komprimierten Volumina aus den Gleichungen (3.44) und (3.45) die kompressiblen Volumenströme

$$q_{c,cha1} = C_{cha1}\dot{p}_{cha1} + \dot{C}_{cha1}p_{cha1} , \text{ mit } \dot{C}_{cha1} = -\frac{A_{pist1}}{E_{cha}}v_{dn} + \frac{A_{pist1}}{E_{cha}}v_{pist2}, \quad (3.48)$$

$$q_{c,cha2} = C_{cha2}\dot{p}_{cha2} + \dot{C}_{cha2}p_{cha2}$$
, mit $\dot{C}_{cha2} = -\frac{A_{pist2}}{E_{cha}}v_{pist2}$. (3.49)

Aus den Kontinuitätsgleichungen (3.42) und (3.43) folgen durch Einsetzen der obigen Gleichungen und der kinematischen Volumenströme

$$q_{kin1} = A_{pist1} v_{dn} \quad , \tag{3.50}$$

$$q_{kin2} = A_{pist2} v_{pist2} , \qquad (3.51)$$

$$q_{kin3} = A_{pist1} v_{pist2}$$
(3.52)

die nichtlinearen Differentialgleichungen

$$C_{cha1}\dot{p}_{cha1} = \left(\frac{A_{pist1}}{E_{cha}}v_{dn} - \frac{A_{pist1}}{E_{cha}}v_{pist2}\right)p_{cha1} + A_{pist1}v_{dn} - A_{pist1}v_{pist2} - q_{cha1}$$
(3.53)

$$C_{cha2}\dot{p}_{cha2} = \frac{A_{pist2}}{E_{cha}} v_{pist2} p_{cha2} + A_{pist2} v_{pist2} - q_{cha2}$$
(3.54)

des Hauptbremszylinders.

3.3.2 Bremsleitungen und -schläuche

Die Bremsleitungen/-schläuche stellen die Verbindung zwischen dem Hauptbremszylinder und den Radbremszylindern dar. Bei der hier betrachteten Bremsanlage mit einer Schwarz-Weiß-Bremskreisaufteilung ist die Primärkammer des Hauptbremszylinders mit den Radbremszylindern der Vorderachse und die Sekundärkammer mit denen der Hinterachse über jeweils zwei Bremsleitungen und Bremsschläuchen verbunden. Aufgrund zwei der Einbauposition des Hauptbremszylinders im Fahrzeug sind die Bremsleitungen zu den Radbremszylindern der Vorderachse kürzer als die zu der Hinterachse. Hierbei stellen die Bremsleitungen die hydraulische Verbindung zwischen den unbeweglichen Anschlusspunkten dar und bestehen aus Stahlrohren. Die Bremsschläuche hingegen verbinden die Bremsleitungen mit beweglichen Anschlusspunkten und bestehen üblicherweise aus Stahl- oder Kunststoffgewebe mit Gummiummantelung. Die sich dadurch ergebenen unterschiedlichen physikalischen Eigenschaften der Leitungsabschnitte werden bei der Modellbildung zu resultierenden Größen zusammengefasst. Im Nachfolgenden wird das gesamte Verbindungsstück vom Hauptbremszylinder (bzw. Ventilsteuerblock) zu den Radbremsen als Bremsleitung bezeichnet. Die entsprechende Modellbildung erfolgt exemplarisch für eine Bremsleitung und ist auf alle anderen Bremsleitungen übertragbar. Hierbei wird von einer masse- und reibungsbehafteten laminaren kompressiblen Strömung ausgegangen. Die Verluste an den Anschlussstücken zwischen den Bremsleitungen und Haupt- sowie Radbremszylindern werden vernachlässigt. Das nachfolgende Bild zeigt das entsprechende physikalische Ersatzmodell mit konzentrierten Parametern.



Bild 3.9: Physikalisches Ersatzmodell der Bremsleitung

Die Modellbildung des kompressiblen Anteils der Bremsleitung erfolgt mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung

$$q_{c,pipe} = q_{cha} - q_{wb} \tag{3.55}$$

mit der Differenz der eintretenden und austretenden Volumenströme q_{cha} und q_{wb} der Bremsleitung. Analog zu der Modellbildung des Hauptbremszylinders besteht zwischen dem komprimierten Volumen $V_{c,pipe}$ und dem Druck p_{pipe} in der Bremsleitung der proportionale Zusammenhang

$$V_{c,pipe} = C_{pipe} p_{pipe}$$
(3.56)

mit der hydraulischen Kapazität

$$C_{\text{pipe}} = \frac{V_{\text{pipe}}}{\hat{E}_{\text{pipe}}}$$
(3.57)

der Bremsleitung als Proportionalitätsfaktor. Das Volumen

$$V_{pipe} = A_{pipe} l_{pipe}$$
(3.58)

lässt sich aus dem Produkt der Fläche A_{pipe} und der Länge l_{pipe} der Bremsleitung bestimmen. Mit dem Ersatzkompressionsmodul¹⁶ \hat{E}_{pipe} werden die Kompressibilität der Hydraulikflüssigkeit sowie die Elastizität der Bremsleitung berücksichtigt.

Einsetzten der zeitlichen Änderungen des komprimierten Volumens aus Gleichung (3.56) in Gleichung (3.55) liefert schließlich die Gleichung

$$C_{\text{pipe}} p_{\text{pipe}} = q_{\text{cha}} - q_{\text{wb}}$$
(3.59)

zur Beschreibung des kompressiblen Anteils der Bremsleitung.

Für den masse- und reibungsbehafteten inkompressiblen Anteil der Bremsleitung gilt

$$\Delta p = p_{\text{pipe}} - p_{\text{wb}} = \Delta p_{\text{L}} + \Delta p_{\text{R}} \quad . \tag{3.60}$$

Darin wird mit

$$\Delta p_{\rm L} = L_{\rm pipe} \dot{q}_{\rm wb} \quad , \tag{3.61}$$

die zur Beschleunigung der Flüssigkeitssäule in der Bremsleitung notwendige Druckdifferenz beschrieben. Die hydraulische Induktivität

$$L_{pipe} = \frac{\rho l_{pipe}}{A_{pipe}}$$
(3.62)

¹⁶ Mit dem Ersatzkompressionsmodul \hat{E}_{pipe} wird zusätzlich zu der Kompressibilität E_{pipe} der Flüssigkeit, die Elastizität E_{thickness} des Wandwerksstoffs berücksichtigt. Hierbei gilt nach [MUR05, S. 61] für eine dünnwandige Leitung mit dem Durchmesser d und der Wandstärke s der Zusammenhang $\hat{E}_{pipe} = \frac{E_{pipe}}{1 + \frac{E_{pipe}}{E_{thickness}} \frac{d}{s}}$.

ergibt sich aus der Dichte ρ der Bremsflüssigkeit sowie der Länge l_{pipe} , und die Fläche A_{pipe} der Bremsleitung. Für den zweiten Summand aus Gleichung (3.60) gilt nach dem Gesetz für laminare Rohrströmung (Hagen-Poiseuille)

$$\Delta p_{\rm R} = R_{\rm pipe} q_{\rm wb} \quad . \tag{3.63}$$

Darin beschreibt

$$R_{pipe} = \frac{128\rho v l_{pipe}}{\pi D_{pipe}^4}$$
(3.64)

den laminaren Strömungswiderstand mit der Dichte ρ und kinematischen Viskosität v der Bremsflüssigkeit sowie der Länge l_{pipe} und dem Durchmesser D_{pipe} der Leitungen. Damit folgt aus Gleichung (3.60) für den masse- und reibungsbehafteten inkompressiblen Anteil der Bremsleitung die Differentialgleichung

$$L_{pipe}\dot{q}_{wb} = p_{pipe} - p_{wb} - R_{pipe}q_{wb} \quad . \tag{3.65}$$

Mit dieser und Gleichung (3.59) ist das Modell der Bremsleitungen vollständig beschrieben.

3.3.3 Radbremszylinder

Als letzte hydraulische Komponente erfolgt im Nachfolgenden die Modellbildung der Radbremszylinder. Wie in Kapitel 3.2.3 beschrieben, werden dafür sowohl für die Vorder- als auch Hinterachse Schwimmsattelbremsen betrachtet. Die entsprechenden Modelle unterscheiden sich lediglich durch ihre Parameterwerte, sodass die Modellbildung exemplarisch für eine Radbremse vorgestellt wird. Bild 3.10 zeigt das entsprechende physikalische Ersatzmodell zur mathematischen Beschreibung des hydraulischen Teils der Radbremse.



Bild 3.10: Physikalisches Ersatzmodell des Radbremszylinders

Analog zu der Modellbildung des Hauptbremszylinders wird aus der Kontinuitätsgleichung

$$q_{c,wb} = -q_{kin,wb} + q_{wb}$$
(3.66)

für die Radbremszylinderkammer mit dem kompressiblen Volumenstrom

$$q_{c,wb} = C_{wb}\dot{p}_{wb} + \dot{C}_{wb}p_{wb}$$
(3.67)

und dem kinematischen Volumenstrom

$$q_{kin,wb} = A_{wb} v_{wb}$$
(3.68)

56

die Differentialgleichung

$$C_{wb}\dot{p}_{wb} = -\frac{A_{wb}}{\hat{E}_{wb}}v_{wb}p_{wb} - A_{wb}v_{wb} + q_{wb}$$
(3.69)

abgeleitet. Hierbei ist die hydraulische Kapazität

$$C_{wb} = \frac{V_{wb}}{\hat{E}_{wb}}$$
(3.70)

der Quotient aus dem Kammervolumen V_{wb} des Radbremszylinders und dem Ersatzkompressionsmodul \hat{E}_{wb} der Radbremszylinder. Mit Letzteren werden die Kompressibilität der Hydraulikflüssigkeit sowie die Elastizität des Sattelgehäuses berücksichtigt.

Schließlich wird mit $v_{wb} = 0$ angenommen, dass die Bremsbeläge stets anliegen, sodass sich die Differentialgleichung (3.69) bei einem nichtelastischen Bremssattel zu

$$C_{wb}\dot{p}_{wb} = q_{wb} \tag{3.71}$$

vereinfachen lässt.

3.3.4 Vereinfachtes Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage

Die obige Beschreibung des hydraulischen Teils der Bremsanlage ermöglicht die radindividuelle Bremskraftverteilung über einen Ventilsteuerblock mit entsprechender Ventilsteuerung, wie es zum Beispiel in [STE14] beschrieben wird. Der Ventilsteuerblock ist stark nichtlinear und wird beim LQR- und LQE-Entwurf sowie für die Analyse des linearen Systems vernachlässigt. Mit der späteren Wahl der Reglerstruktur wird jedoch der Vernachlässigung des Ventilsteuerblocks beim LQRund LQE-Entwurf genügend Rechnung getragen. Weiterhin wird in dem vereinfachten Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage die Masse der Flüssigkeit in den Bremsleitungen nicht berücksichtigt. Diese Vernachlässigung ist zulässig, da im gesamten Bremskreis im Normalbetrieb nur eine minimale Volumenverschiebung stattfindet.

Wird der gesamte hydraulische Teil der Bremsanlage betrachtet, lässt sich gemäß den vorangehenden Unterkapiteln der in Bild 3.11 dargestellte Hydraulikschaltplan ableiten.



Bild 3.11: Hydraulikschaltplan der Bremsanlage ohne Ventilsteuerblock

Mit der Annahme, dass die Bremsleitungen zwischen dem Hauptbremszylinder und den Radbremszylindern der jeweiligen Achsen die gleichen Längen besitzen, können die hydraulischen Kapazitäten und laminaren Strömungswiderstände im obigen Hydraulikschaltplan in Parallelschaltung betrachtet werden. Davon ausgehend werden die hydraulischen Kapazitäten der Bremsleitungen zu

$$C_{\text{pipe1}} = C_{\text{pipe11}} + C_{\text{pipe12}} \tag{3.72}$$

$$C_{pipe2} = C_{pipe21} + C_{pipe22}$$
(3.73)

und die laminaren Strömungswiderstände in den Bremsleitungen zu

$$R_{pipe1} = \frac{R_{pipe11} \cdot R_{pipe12}}{R_{pipe11} + R_{pipe12}}$$
(3.74)

$$R_{pipe2} = \frac{R_{pipe21} \cdot R_{pipe22}}{R_{pipe21} + R_{pipe22}}$$
(3.75)

zusammengefasst. Weiterhin lassen sich die hydraulischen Kapazitäten der Radbremszylinder zu

$$C_{wb1} = C_{wb11} + C_{wb12} \tag{3.76}$$

$$C_{wb2} = C_{wb21} + C_{wb22} \tag{3.77}$$

reduzieren. Werden schließlich die nun in Reihe geschalteten hydraulischen Kapazitäten des Hauptbremszylinders mit denen der Bremsleitungen aus den Gleichungen (3.72) und (3.73) mit

$$C_{res1} = C_{cha1} + C_{pipe1}$$
(3.78)

$$C_{res2} = C_{cha2} + C_{pipe2}$$
(3.79)

zusammengefasst, ergibt sich der im folgenden Bild dargestellte vereinfachte Hydraulikschaltplan.



Bild 3.12: Hydraulikschaltplan der vereinfachten Bremsanlage ohne Ventilsteuerblock

Damit gelten in Analogie zu Kapitel 3.3.1 unter Vernachlässigung der Terme

$$(\frac{A_{pist1}}{E_{cha}}v_{dn} - \frac{A_{pist1}}{E_{cha}}v_{pist2})p_{cha1} \text{ und } \frac{A_{pist2}}{E_{cha}}v_{pist2}p_{cha2} \text{ in den Druckaufbaugleichungen}$$

des Hauptbremszylinders

$$C_{res1}\dot{p}_{cha1} = A_{pist1}v_{dn} - A_{pist1}v_{pist2} - q_{res1} , \qquad (3.80)$$

$$C_{res2}\dot{p}_{cha2} = A_{pist2}v_{pist2} - q_{res2}$$
 (3.81)

Die Vernachlässigung der obigen Terme ist zulässig, da diese mit

$$\frac{\mathbf{p}_{\text{chal}}}{\mathbf{E}_{\text{cha}}} \ll 1 \quad , \tag{3.82}$$

$$\frac{p_{cha2}}{E_{cha}} \ll 1 \tag{3.83}$$

klein gegenüber den restlichen Termen

$$\left(\frac{A_{\text{pist1}}}{E_{\text{cha}}}v_{\text{dn}} - \frac{A_{\text{pist1}}}{E_{\text{cha}}}v_{\text{pist2}}\right)p_{\text{cha1}} << A_{\text{pist1}}v_{\text{dn}} - A_{\text{pist1}}v_{\text{pist2}} , \qquad (3.84)$$

$$\frac{A_{pist2}}{E_{cha}} v_{pist2} p_{cha2} \ll A_{pist2} v_{pist2}$$
(3.85)

in der Druckaufbaugleichung sind. Die Gleichungen (3.80) und (3.81) berücksichtigen mit q_{res1} und q_{res2} , die in den und aus dem Hauptbremszylinder der vereinfachten Bremsanlage ein- bzw. austretenden Volumenströme. Die laminaren Strömungswiderstände ergeben sich gemäß Gleichung (3.63) zu

$$p_{cha1} - p_{wb1} = R_{pipe1} q_{res1} \quad , \tag{3.86}$$

$$p_{cha2} - p_{wb2} = R_{pipe2}q_{res2}$$
(3.87)

und die Druckaufbaugleichungen der Radbremszylinder entsprechend Kapitel 3.2.3 zu

$$C_{wb1}\dot{p}_{wb1} = q_{res1} \quad , \tag{3.88}$$

$$C_{wb2}\dot{p}_{wb2} = q_{res2}$$
 (3.89)

Auflösen der Gleichungen (3.86) und (3.87) nach den Volumenströmen q_{res1} und q_{res2} und Einsetzen in die Gleichungen (3.80), (3.81), (3.88) und (3.89) liefert schließlich die Differentialgleichungen

$$C_{res1}\dot{p}_{cha1} = A_{pist1}v_{dn} - A_{pist1}v_{pist2} - \frac{1}{R_{pipe1}}p_{cha1} + \frac{1}{R_{pipe1}}p_{wb1} , \qquad (3.90)$$

$$C_{res2}\dot{p}_{cha2} = A_{pist2}v_{pist2} - \frac{1}{R_{pipe2}}p_{cha2} + \frac{1}{R_{pipe2}}p_{wb2} , \qquad (3.91)$$

$$C_{wb1}\dot{p}_{wb1} = \frac{1}{R_{pipe1}} p_{cha1} - \frac{1}{R_{pipe1}} p_{wb1} , \qquad (3.92)$$

$$C_{wb2}\dot{p}_{wb2} = \frac{1}{R_{pipe2}} p_{cha2} - \frac{1}{R_{pipe2}} p_{wb2} \quad . \tag{3.93}$$

Mit diesen ist das vereinfachte Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage vollständig beschrieben.

3.4 Fahrer-Anbindung

Üblicherweise ist die Eingangsgröße einer Bremsanlage der Pedalweg. Daher kommt das Modell der Fahrer-Anbindung zum Einsatz, um durch die Vorgabe eines Sollpedalwegs s_{dr} die Fahrerfußkraft F_{dr} für die Modelle aus den Kapiteln 3.2.1 und 3.2.2 zu erzeugen. Für die Darstellung dieses Modells werden der Fuß und das Bein des Fahrers als masselose elastische Anbindung an das Bremspedal angenommen, sodass diese über eine Druck-Zug-Feder und einen Dämpfer nachgebildet werden können. Bild 3.13 zeigt das entsprechende physikalische Ersatzmodell.



Bild 3.13: Physikalisches Ersatzmodell der Fahrer-Anbindung

Der Sollpedalweg s_{dr} wird am freien Federende eingeprägt und erzeugt die Fahrerfußkraft

$$F_{dr} = c_{dr}(s_{dr} - s_{ped}) + b_{dr}(v_{dr} - v_{ped}) \quad .$$
(3.94)

In obiger Gleichung treten der Pedalweg

$$\mathbf{s}_{\text{ped}} = \mathbf{i}_{\text{ped}} \mathbf{s}_{\text{up}} \tag{3.95}$$

und die Pedalgeschwindigkeit

$$\mathbf{v}_{\text{ped}} = \mathbf{i}_{\text{ped}} \mathbf{v}_{\text{up}} \tag{3.96}$$

auf, die sich mit Hilfe der Pedalübersetzung i_{ped} bestimmen lassen. Die Dämpferkraft enthält einen idealen Differenzierer, der im Modell als realer Differenzierer in Form des DT1-Gliedes mit der Zustandsdifferentialgleichung

$$\dot{x}_{dr} = -\frac{1}{\tau_{dr}} x_{dr} + \frac{K_{dr}}{\tau_{dr}} s_{dr}$$
 (3.97)

und der Ausgangsgleichung

$$\mathbf{v}_{\mathrm{dr}} = -\mathbf{x}_{\mathrm{dr}} + \mathbf{K}_{\mathrm{dr}}\mathbf{s}_{\mathrm{dr}} \tag{3.98}$$

nachgebildet wird. Für eine kleine Zeitkonstante τ_{dr} verhält sich der reale Differenzierer in einem genügend großen Frequenzbereich wie ein idealer Differenzierer.

Streng genommen darf mit dem Model der Fahrer-Anbindung nur eine Druckkraft auf das Bremspedal aufgeprägt werden, da der Fahrer in der Realität mit seinem Fuß nicht am Bremspedal ziehen wird. Dieser Sachverhalt wird im nichtlinearen Modell berücksichtigt, indem die Fahrerfußkraft auf positive Werte begrenzt wird.

4 Reglersynthese

Das Ziel der Regelung ist es, die Kraft an der elastischen Druckstange mit einer ausreichenden Regelungsbandbreite zu regeln. Dabei soll die Regelgröße, trotz Störeinflüsse einer Führungsgröße in einem sehr engen Toleranzband folgen.

Im stationären Zustand stehen die Kraft an der elastischen Druckstange, die Unterstützungskraft des elektrischen Bremskraftverstärkers und die hydraulisch induzierte Kraft im Hauptbremszylinder im statischen Gleichgewicht. Die haptische Rückmeldung des Bremspedals an den Fahrer wird dann durch die Kraft an der elastischen Druckstange bestimmt. Durch eine hochdynamische Regelung dieser Kraft lässt sich der stationäre Fall mit guter Näherung auf den dynamischen Fall übertragen, sodass sich der entsprechende Druckaufbau automatisch einstellt [FAR13b, S. 178].

Die oben genannten Ziele werden mit Hilfe einer LQG-Regelung gemäß Kapitel 2.3 erreicht. Mit dieser Wahl werden die hohen Anforderungen an die Regelgüte und die Robustheit des Regelkreises erfüllt. Durch die Rückführung von Zustandsgrößen wird die aktive Dämpfung der Schwingungen in der Regelstrecke erreicht. Die Einbeziehung der Rauschanregungen der Regelstrecke im LQR- und LQE-Entwurf minimiert den Einfluss von Störungen in der Regelstrecke und in den Messsignalen auf die Regelgüte [HEN12].

4.1 Zustandsdarstellung des linearen Modells der Regelstrecke

Für den Entwurf des proportionalen Zustandsreglers und des Zustandsbeobachters werden lineare Modelle der Regelstrecke in Zustandsform benötigt. Gemäß Kapitel 3 setzt sich das FCBS aus elektrischen, mechanischen und hydraulischen Komponenten sowie der Fahrer-Anbindung zusammen. Bei der Formulierung der Streckenmodelle für den LQR- und LQE-Entwurf wird der hydraulische Teil des FCBS nicht betrachtet. Dies ist, unter der Annahme, dass die Drücke in den Zylinderkammern des Hauptbremszylinders bekannt sind, zulässig. Diese Annahme trifft in der Realität meist zu, da die Drücke über Druckaufnehmer gemessen werden.

Durch die Berücksichtigung der Fahrer-Anbindung in den Modellen der Regelstrecke wird die Dynamik vom Sollpedalweg bis zur Fahrerfußkraft beim LQR- und LQE-Entwurf berücksichtigt. Jedoch ist das, den Entwürfen zugrunde gelegte Modell der Fahrer-Anbindung starken Parameterunsicherheiten ausgesetzt. Daher wird bei der späteren Analyse der Einfluss von Parameteränderungen auf die Regelgüte betrachtet.

Das Zustandsmodell für den LQR-Entwurf gemäß Kapitel 2.3.1 und 2.3.2 lässt sich aus der Differentialgleichung (3.10) des stromgeregelten Motorstromkreises, den Differentialgleichungen (3.28), (3.35)und (3.37)der vereinfachten Bremsbetätigungseinheit sowie den Gleichungen (3.94)bis (3.96)der Fahrer-Anbindung ableiten. Daraus folgt analog zu den Gleichungen (2.25) und (2.26) die Zustandsdifferentialgleichung

$$\begin{bmatrix} s_{up} \\ v_{up} \\ s_{dn} \\ v_{dn} \\ s_{pist2} \\ T_{mot} \end{bmatrix}^{\bullet} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \frac{c_{rod}}{m_{up}} & \frac{b_{rod}}{m_{up}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{c_{rod}}{m_{dn}} & \frac{b_{rod}}{m_{dn}} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & \frac{i_{gear}}{m_{dn}} \\ 0 & 0 & \frac{c_{chal}}{b_{res}} & \frac{b_{chal}}{b_{res}} & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{mot}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{up} \\ v_{up} \\ s_{dn} \\ v_{dn} \\ s_{pist2} \\ T_{mot} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_{mot,req} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{c_{dr}i_{ped}}{m_{up}} & \frac{b_{dr}i_{ped}}{m_{up}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{mot}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{m_{dn}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{dr} \\ v_{dr} \\ F_{dist1} \\ F_{dist2} \end{bmatrix}$$
(4.1)

mit den Abkürzungen

$$a_{21} = -\frac{c_{dr}i_{ped}^2 + c_{rod}}{m_{up}} , \qquad (4.2)$$

$$a_{22} = -\frac{b_{dr}i_{ped}^2 + b_{rod} + b_{up}}{m_{up}} , \qquad (4.3)$$

$$a_{43} = -\frac{c_{rod}b_{res} - c_{cha1}b_{cha1} + c_{cha1}b_{res}}{m_{dn}b_{res}} , \qquad (4.4)$$

$$a_{44} = -\frac{b_{rod}b_{res} - b_{cha1}^2 + b_{dn}b_{res} + b_{cha1}b_{res}}{m_{dn}b_{res}} , \qquad (4.5)$$

$$a_{45} = -\frac{b_{cha1}c_{cha2} + c_{cha1}b_{cha1} - c_{cha1}b_{res}}{m_{dn}b_{res}} , \qquad (4.6)$$

66

$$a_{55} = -\frac{c_{cha1} + c_{cha2}}{b_{res}}$$
(4.7)

und die Zielausgangsgleichung

$$\begin{bmatrix} F_{fs} \\ \dot{F}_{fs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{rod} & 0 & -c_{rod} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{rod} & 0 & -c_{rod} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{up} \\ v_{up} \\ s_{dn} \\ v_{dn} \\ s_{pist2} \\ T_{mot} \end{bmatrix} + 0 \cdot T_{mot,req} + 0 \begin{bmatrix} s_{dr} \\ v_{dr} \\ F_{dist1} \\ F_{dist2} \end{bmatrix}$$
(4.8)

mit der gemessenen Kraft F_{fs}^{17} an der Druckstange und deren erste zeitliche Ableitungen \dot{F}_{fs} als Zielgrößen (Regelgrößen).

Die Schätzung der Zustandsgrößen durch den Beobachter erfolgt nach Kapitel 2.3.3 und 2.3.4 durch die Verwendung der Steuereingangs- und Messausgangsgrößen der Regelstrecke. Letztere sind im Fall des FCBS die gemessene Kraft F_{fs} an der Druckstange sowie der Winkel φ_{mot} und der Strom i_{mot} des elektrischen Bremskraftverstärkers. Jedoch ist die Störkraft F_{dist2} mit den vorhandenen Messgrößen nicht beobachtbar, sodass die Zustandsdifferentialgleichung (4.1) für den LQE-Entwurf nicht geeignet ist.

Die Störgrößen F_{dist1} und F_{dist2} setzen sich gemäß den Gleichungen (3.36) und (3.34) aus den Reibkräften $F_{fr,dn}$ und $F_{fr,pist2}$ an den Massen m_{dn} und m_{pist2} sowie den hydraulisch induzierten Kräften F_{hyd1} und F_{hyd2} in den Zylinderkammern des Hauptbremszylinders zusammen. Werden diese Kräfte, unter Verwendung der Gleichungen (3.36) und (3.34), in der Zustandsdifferentialgleichung für den LQR-Entwurf berücksichtigt und die Reibkraft $F_{fr,pist2}$ vernachlässigt, folgt gemäß

¹⁷ Der Index fs steht für den englischen Bezeichner force sensor.

Gleichung (2.60) die Zustandsdifferentialgleichung

mit den Abkürzungen

$$b_{pc,42} = -\frac{b_{res} + b_{cha1}}{b_{res}m_{dn}}$$
, (4.10)

$$b_{pc,43} = \frac{b_{cha1}}{b_{res}m_{dn}}$$
, (4.11)

$$b_{pd,21} = \frac{c_{dr} \dot{i}_{ped}}{m_{up}}$$
, (4.12)

$$b_{pd,22} = \frac{b_{dr} i_{ped}}{m_{up}}$$
 (4.13)

Nun können beim LQE-Entwurf zusätzlich zu dem geforderten Drehmoment $T_{mot,req}$ auch die hydraulisch induzierten Kräfte F_{hyd1} und F_{hyd2} als bekannte Eingangsgrößen berücksichtigt werden. Diese sind gemäß den Gleichungen (3.31) und (3.32) aus den gemessenen Drücken p_{cha1} und p_{cha2} in den Zylinderkammern bekannt. Der Beobachter muss somit als Störgrößen nur noch den Sollpedalweg s_{dr} und die Sollpedalgeschwindigkeit v_{dr} sowie die Reibkraft $F_{fr,dn}$ an der Masse m_{dn} schätzen. Die zur Störgrößenaufschaltung benötigten Größen F_{dist1} und F_{dist2} ergeben sich dann aus den Gleichungen (3.36) und (3.34) für $F_{fr,pist2} = 0$.

Schließlich ist für den LQE-Entwurf analog zur Gleichung (2.61) die Messausgangsgleichung

$$\begin{bmatrix} F_{fs} \\ \phi_{mot} \\ i_{mot} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{rod} & 0 & -c_{rod} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & i_{mot} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{K_M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{up} \\ v_{up} \\ s_{dn} \\ v_{dn} \\ s_{pist2} \\ T_{mot} \end{bmatrix} + \underbrace{0} \begin{bmatrix} T_{mot,req} \\ F_{hyd1} \\ F_{hyd2} \end{bmatrix} + \underbrace{0} \begin{bmatrix} s_{dr} \\ v_{dr} \\ F_{fr,dn} \end{bmatrix}$$
(4.14)

mit der gemessenen Kraft F_{fs} an der Druckstange sowie dem Winkel ϕ_{mot} und Strom i_{mot} des elektrischen Bremskraftverstärkers zu formulieren.

Die Vernachlässigung der Reibkraft $F_{fr,pist2}$ beim LQE-Entwurf beeinflusst die Zustands- und Störgrößenschätzung. Inwieweit diese auch eine Auswirkung auf die Regelgüte hat, wird abschließend zu diesem Unterkapitel im Folgenden diskutiert. Werden die Gleichungen (3.35) und (3.37) betrachtet, wird deutlich, dass durch die Vernachlässigung der Reibkraft $F_{fr,pist2}$ die Zustandsgrößen s_{dn} , v_{dn} und s_{pist2} beeinflusst werden. Daraus resultiert eine verfälschte Kraft am Feder-Dämpfer-Element in der Primärkammer. Jedoch wird dieser Fehler, unter Verwendung der vorhandenen Messgrößen, durch die Reibkraftschätzung $F_{fr,dn}$ an der Masse m_{dn} ausgeglichen und hat damit eine deutlich abgeschwächte Auswirkung auf die Regelgüte.

4.2 LQR-Entwurf

Der in Kapitel 2.3 beschriebene optimale Zustandsregler wird nun für die Fußkraftregelung des FCBS eingesetzt. Als Modell der Regelstrecke für den LQR-Entwurf dient das im vorangehenden Kapitel dargestellte Zustandsmodell mit der Zustandsdifferentialgleichung (4.1) und Zielausgangsgleichung (4.8).

Zur Nachbildung sprung- und rampenförmiger Sollzeitverläufe für die Druckstangenkraft F_{fs} und deren erste zeitliche Ableitungen \dot{F}_{fs} dient nach den Gleichungen (2.27) und (2.28) als Führungsmodell der Doppelt-Pseudo-Integrator

$$\underline{\dot{\mathbf{x}}}_{\mathrm{r}} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{\mathrm{r}}} & 1\\ 0 & -\frac{1}{\tau_{\mathrm{r}}} \end{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_{\mathrm{r}} \quad , \tag{5.11}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{r}} = \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{r}} \tag{5.12}$$

mit $\underline{x}_r = [F_{fs,ref} \ \dot{F}_{fs,ref}]^T$. Wird die Zeitkonstante $\tau_r >> 1$ gewählt, verhält sich dieses Modell für kleine Zeiten annähernd wie ein Doppelintegrator, der aus den Anfangswerten im Vektor $\underline{x}_r(t=0) = \underline{x}_{r0}$ annähernd sprung- und rampenförmige Verlauf für die Führungsgrößen im Ausgangsvektor \underline{y}_r erzeugt. Durch die Aufschaltung der Zustandsgrößen im Vektor \underline{x}_r wird mit der Regelung stationäre Genauigkeit für die nachgebildeten Klassen von Sollgrößen für die

Druckstangenkraft erreicht.

Aus Sicht Regelung stellen der Sollpedalweg die der und Sdr Sollpedalgeschwindigkeit v_{dr}, die durch den Fahrer aufgebracht werden, Störgrößen dar. Weitere Störgrößen, die auf die Regelstrecke wirken, ergeben sich aus Reibungseffekten sowie den hydraulisch induzierten Kräften in der Primär- und Sekundärkammer. Diese wurden gemäß den Gleichungen (3.34) und (3.36) zu den Kräften F_{dist1} und F_{dist2} zusammengefasst. Durch die Verwendung des Störmodells gemäß den Gleichungen (2.29) und (2.30)

$$\dot{\underline{x}}_{d} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_{d}} & 1 & 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{\tau_{d}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{d}} & 0\\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{d}} \end{bmatrix} \underline{x}_{d} , \qquad (4.15)$$

 $\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{d}} = \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{d}} \tag{4.16}$

mit $\underline{\mathbf{x}}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{dr} & \mathbf{v}_{dr} & \mathbf{F}_{dist1} & \mathbf{F}_{dist2} \end{bmatrix}^T$ und $\underline{\mathbf{x}}_d(\mathbf{t}=0) = \underline{\mathbf{x}}_{d0}$, werden für $\tau_d >> 1$ sprungund rampenförmige Sollpedalwege und sprungförmige Sollpedalgeschwindigkeiten sowie sprungförmige Störkräfte am Primär- und Sekundärkolben nachgebildet. Die Aufschaltung des Zustandsvektors $\underline{\mathbf{x}}_d$ bewirkt mit der Regelung stationäre Genauigkeit für die nachgebildeten Klassen von Störgrößen.

Schließlich werden mit dem proportionalen Bewertungsmodell gemäß Gleichung (2.31)

$$\underline{\mathbf{y}}_{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{fs} \\ \mathbf{e}_{\dot{f}s} \end{bmatrix} = \underline{\mathbf{u}}_{wr} - \underline{\mathbf{u}}_{wp} \quad , \text{ mit } \underline{\mathbf{u}}_{wr} = \underline{\mathbf{y}}_{r} = \begin{bmatrix} F_{fs,ref} \\ \dot{F}_{fs,ref} \end{bmatrix} \quad , \underline{\mathbf{u}}_{wp} = \underline{\mathbf{y}}_{po} = \begin{bmatrix} F_{fs} \\ \dot{F}_{fs} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

als Entwurfszielgrößen die Fehler der Druckstangenkraft und deren erste zeitliche Ableitung bereitgestellt. Gemäß Bild 2.2 enthalten die Vektoren $\underline{u}_{wr} = \underline{y}_{r}$ die Führungsgrößen und $\underline{u}_{wp} = \underline{y}_{po}$ die Regelgrößen.

Aus dem Strecken-, Führungs- und Störmodell folgt nach den Gleichungen (2.32) und (2.33) das zeitkontinuierliche erweiterte Modell der Regelstrecke. Die Anwendung von Gleichung (2.5) und (2.6) für die sprunginvariante Diskretisierung liefert das zeitdiskrete erweiterte Modell der Regelstrecke und dient als Grundlage für den LQR-Entwurf.

Die Lösung der Optimierungsaufgabe für den direkt diskreten LQR-Entwurf besteht darin, den Wert J des Gütefunktionals aus Gleichung (2.16) mit den gewichteten Quadraten der Entwurfszielgrößen und der Stellgröße

$$\underline{\mathbf{y}}_{o,k}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{Q}}_{o,k}^{\mathrm{T}} + \mathbf{u}_{k}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{R}}_{k} = \mathbf{q}_{e_{fs}} \mathbf{e}_{fs}^{2} + \mathbf{q}_{e_{fs}} \mathbf{e}_{fs}^{2} + \mathbf{r}_{\mathrm{T}_{mot,req}} \mathbf{T}_{mot,req}^{2}$$
(4.18)

zum Minimum zu machen. Die Gewichtungen $q_{e_{fs}}$, $q_{e_{fs}}$ und $r_{T_{mot,req}}$ sind die Entwurfsparameter des Reglers. Darüber werden zu große Amplituden und ein zu langsames Abklingen der Zeitverläufe der Entwurfszielgrößen e_{fs} und e_{fs} sowie ein zu starker Gebrauch der Stellgrößen $T_{mot,req}$ bestraft.

Ein Ansatz für die Wahl der Gewichtungen im Gütefunktional ist in [HEN97] zu finden. Danach werden die Kehrwerte der maximal zulässigen Varianzen der Signale im Gütefunktional als Gewichtungen verwendet. Die dazu benötigten Standardabweichungen werden aufgrund der Annahme von gaußverteilten Signalen auf ein Sechstel ihrer maximal zulässigen Aussteuerbereiche festgelegt.

4.3 LQE-Entwurf

Als Streckenmodell für den LQE-Entwurf dient das Zustandsmodell mit der Zustandsdifferentialgleichung (4.9) und Messausgangsgleichung (4.14). Das Modell der Regelstrecke wird zur Erzeugung konstanter und rampenförmiger Bewegungsgrößen des Bremspedals sowie konstanter Störkräfte gemäß den Gleichungen (2.62) und (2.63) um das Störmodell

$$\underline{\dot{\mathbf{x}}}_{\mathrm{d}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_{\mathrm{d}} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \underline{\mathbf{u}}_{\mathrm{d}} \quad , \tag{4.19}$$

$$\underline{\mathbf{y}}_{\mathbf{d}} = \underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{d}} \tag{4.20}$$

mit $\underline{\mathbf{x}}_d = [\mathbf{s}_{dr} \quad \mathbf{v}_{dr} \quad \mathbf{F}_{fr,dn}]^T$ erweitert. Da die Eingangsgrößen des Störmodells im Vektor $\underline{\mathbf{u}}_d$ nicht verfügbar sind, müssen für diese Eingangsgrößen im Entwurf entsprechend große Werte für die Rauschintensität gewählt werden. Diese sind jedoch durch die digitale Implementierung des Kompensators begrenzt.

Mit dem Modell der Regelstrecke und dem Störmodell sind die für den LQE-Entwurf benötigten Zustandsmatrizen gegeben und das zeitkontinuierliche erweiterte Modell der Regelstrecke kann nach den Gleichungen (2.64) bis (2.65) aufgebaut werden. Analog zum LQR-Entwurf erfolgt der Übergang zum zeitdiskreten erweiterten Modell der Regelstrecke mit Hilfe der Gleichungen (2.5) und (2.6).

Der direkt diskrete LQE-Entwurf minimiert durch das Gütefunktional aus Gleichung (2.52) die Summe der Kovarianzen der Beobachterschätzfehler der a posteriori Schätzung. Dabei sind die Entwurfsparameter die Intensitätsmatrizen \underline{V} und \underline{W} in der diskreten algebraischen Matrix-Riccati-Gleichung. Diese werden als Diagonalmatrizen angesetzt und für deren Diagonalelemente werden die Varianzen der zugehörigen Rauschprozesse verwendet [HEN97]. Analog zu den Gewichtungen in den Matrizen \underline{Q} und \underline{R} im LQR-Entwurf bestrafen die Varianzen in den

Intensitätsmatrizen <u>V</u> und <u>W</u> den Gebrauch der Eingangs- und Messausgangsgrößen des erweiterten Modells der Regelstrecke für die Schätzung der Zustandsgrößen des erweiterten Modells der Regelstrecke. Je größer die Rauschintensität für ein Signal gewählt wird, desto weniger wird dieses Signal für die Schätzung der Zustandsgrößen herangezogen.

5 Analyse der Fußkraftregelung

Die Analyse der Fußkraftregelung erfolgt zunächst anhand linearer Modelle durch die Betrachtung von Eigenwerten, Sprungantworten und Frequenzgängen. Das lineare System setzt sich aus dem Modell der Regelstrecke sowie dem Kompensator in Zustandsform zusammen. Das Modell der Regelstrecke wiederum wird aus den Modellen des stromgeregelten Motorstromkreises, der Bremsbetätigungseinheit sowie dem vereinfachten Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage und der Fahrer-Anbindung aus Kapitel 3 aufgebaut. Die entsprechenden Zustandsmodelle sind dem Anhang A3 zu entnehmen.

Der Regelkreis ist besonders bezüglich der Fahrer-Anbindung großen Parameteränderungen ausgesetzt. Abhängig vom Fahrer (Geschlecht, Größe, Gewicht), der Sitzposition und der Betätigungsart (wie zum Beispiel aufgesetzte oder angehobene Ferse) können sich die Parameter der Fahrer-Anbindung stark ändern. Damit stimmen die Parameter, welche der Reglersynthese zu Grunde gelegt wurden, nicht mit der Regelstrecke überein. Daher muss der Regelkreis besonders gegenüber diesen Parameteränderungen robust sein und eine ausreichende Regelgüte aufweisen. Um dies zu untersuchen, wird der Kompensator mit einem nominalen Parametersatz entworfen und an Regelstrecken mit unterschiedlichen Parametern für das Modell der Fahrer-Anbindung betrieben.

5.1 Systemanalyse anhand linearer Modelle

Die nachfolgende Tabelle enthält die numerisch berechneten Eigenwerte des linearen geregelten diskreten Systems in der z-Ebene.

	Realteil	Imaginärteil	Abkling-	Eigenkreis-	Dämpfungs-
	$\Re(s_P)/s^{-1}$	$\Im(s_P)/s^{-1}$	zeitkonstante	frequenz	maß
			T_{P}/s	$\omega_{0P}/(rad/s)$	d _P
s _{p1}	1.614.10-4		1.145.10-5		
S _{p2,3}	2.578.10-1	$\pm 4.247 \cdot 10^{-1}$	1.430.10-4	1.241.104	5.636.10-1
s _{p4}	7.267.10-1		3.133.10 ⁻⁴		
S _{p5}	8.643.10-1		6.858.10-4		
s _{p6}	8.999.10-1		9.484.10-4		
s _{p7}	9.048.10-1		1.000.10-3		
S _{p8}	9.052.10-1		1.004.10-3		
S _{p9,10}	9.309.10-1	$\pm 8.001 \cdot 10^{-2}$	1.471.10-3	1.094·10 ³	6.212.10-1
s _{p11,12}	9.220.10-1	$\pm 2.209 \cdot 10^{-1}$	1.874.10-3	2.411·10 ³	2.213.10-1
S _{p13,14}	9.254.10-1	$\pm 2.176 \cdot 10^{-1}$	1.975.10-3	2.364·10 ³	2.142.10-1
S _{p15,16}	9.515.10-1	$\pm 5.676 \cdot 10^{-2}$	2.087.10-3	7.645·10 ²	6.266.10-1
S _{p17,18}	9.727.10-1	$\pm 2.742 \cdot 10^{-2}$	3.662.10-3	3.924·10 ²	6.959.10-1
s _{p19}	9.984.10-1		6.129.10-2		
s _{p20}	1		Inf		
s _{p21}	1		Inf		

 Tabelle 5.1:
 Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene

Das dynamische Verhalten des linearen Systems wird durch 21 Eigenwerte bestimmt. Davon sind 12 Eigenwerte auf die Regelstrecke zurückzuführen. Die Eigenwerte s_{p4} und s_{p5} beschreiben die Starrkörperbewegung und sind der Integration der Geschwindigkeit der Masse des vorderen Bremsstrangs zur Position und dem PT1-Verhalten zwischen der Pedalkraft und selbige Geschwindigkeit zuzuordnen. Die komplexen Eigenwertpaare $s_{p13,14}$ und $s_{p15,16}$ der Regelstrecke beschreiben die Relativbewegungen aufgrund der elastischen Kopplungen der Massen der Schwingerkette. Letzteres beschreibt das Einschwingverhalten der Druckstangenkraft. Mit der Abklingzeitkonstante $T_{p15,16} = 0.002087$ s und dem Lehrschen Dämpfungsmaß $d_{p15,16} = 0.6266$ hat die Relativbewegung ein schnelles und gut gedämpftes Einschwingverhalten. Weiterhin lassen sich die Eigenwerte s_{p6} der verzögerten Antwort des Unterstützungsmoments auf das geforderte Solldrehmoment des elektrischen Bremskraftverstärkers und auf die S_{n7} Differentiation des Sollpedalwegs zur Sollpedalgeschwindigkeit zuordnen. Der hydraulische Teil der Regelstrecke trägt mit vier Eigenwerten zum dynamischen Verhalten des geschlossenen Regelkreises bei. Das komplexe Eigenwertpaar $s_{n2,3}$ beschreibt den Druckaufbau in den Kammern des Hauptbremszylinders und die die Integration der Druckänderungen in Eigenwerte s_{p20} sowie s_{p21} den Radbremszylinder den entsprechenden Drücken. Schließlich die zu sind verbleibenden 9 Eigenwerte (sp1, sp8, sp9,10, sp11,12, sp17,18 und sp19) dem Beobachter zuzuordnen.

Das Zeitverhalten des linearen Systems wird im nachfolgenden durch die Betrachtung der Sprungantworten der Druckstangenkraft analysiert. Im Bild 5.1 sind die Systemantworten auf Führungs- und Störsprünge dargestellt. Dabei werden für die Führungsanregung 1000 N und für die Störkraftanregungen 10 N vorgegeben. Die Störsprunganregung über den Sollpedalweg erfolgt mit 0.01 m. Die getroffene Wahl an Systemanregungen stellen mittlere, in der Realität auftretende Werte dar.



Bild 5.1: Führungs- und Störsprungantworten des linearen geregelten Systems

Die Druckstangenkraft ist sowohl für Führungs- als auch Störanregungen nach etwa 0.01 s eingeregelt. Stationäre Genauigkeit wird für die Führungsanregung $F_{fs,ref}$ und für die Störanregungen über den Primärkolben des Hauptbremszylinders $F_{fr,dn}$ sowie über die Fahrer-Anbindung s_{dr} durch die entsprechenden Aufschaltungen erzielt. Durch die Vernachlässigung der Reibkraft $F_{fr,pist2}$ am Sekundärkolben beim Beobachterentwurf verbleibt für diese Systemanregung ein stationärer Fehler von

-0.004 N. Der Einfluss dieser Störgröße auf die Druckstangenkraft ist jedoch so gering, dass der stationäre Fehler für den Fahrer nicht spürbar ist. Weitere minimale Fehler bei den stationären Endwerten lassen sich auf numerische Ungenauigkeiten bei der Ermittlung der Aufschaltverstärkungen zurückführen.

Im Weiteren wird die Robustheit des Regelkreises mit Hilfe der in Kapitel 2.3.5 erläuterten Methode des LTR untersucht. Der erreichte Grad an Robustheit wird durch den Vergleich der Bode-Diagramme der offenen Regelkreise mit und ohne Beobachter nachgewiesen. Der offene Regelkreis entsteht durch Auftrennen des geschlossenen Regelkreises am Steuereingang der Regelstrecke. Da nur eine Stellgröße zur Verfügung steht, kann als Maß für den Robustheitsgrad die in der klassischen Regelungstechnik bewährte Amplituden- und Phasenreserve herangezogen werden. Bild 5.2 zeigt die Frequenzgänge für den offenen Regelkreis mit und ohne Beobachter.



Bild 5.2: Bode-Diagramme des offenen Regelkreises mit und ohne Beobachter

Wie dem obigen Bild zu entnehmen ist, hat der Regelkreis allein mit Zustandsregler sehr gute Robustheitseigenschaften. Im Phasengang wird die -180° Linie nicht geschnitten, womit der offene Regelkreis eine unendliche Amplitudenreserve besitzt. Der Amplitudengang durchläuft mit einem Abfall von 20 dB/Dekade zügig die 0 dB Linie, wodurch auf ein robustes Verhalten des geschlossenen Regelkreises gegenüber Parameterschwankungen geschlossen werden kann. Bei der Durchtrittsfrequenz $\omega_D = 1130$ rad/s hat die Phase den Wert -120°. Demnach ist mit einer Phasenreserve von 60° die Führungssprungantwort des geschlossenen Regelkreises ausreichend gedämpft und bestätigt die Ergebnisse aus der Betrachtung der Eigenwerte und Sprungantworten. Mit einer Durchtrittsfrequenz von 180 Hz weist die Regelung eine hohe Bandbreite auf und ist im Frequenzbereich $0<\omega<\omega_D$ stark wirksam.

Das fast identische dynamische Verhalten des offenen Regelkreises mit und ohne

Beobachter ist vor allem auf die Verwendung des Motorstroms als Messgröße für den Beobachter zurückzuführen. Darüber hinaus wird die Robustheit des Regelkreises mit Beobachter über die Rauschintensität am Steuereingang des Modells der Regelstrecke für den Beobachterentwurf gezielt beeinflusst. Mit den gewählten Entwurfsparametern ist zwischen dem Regelkreis mit und ohne Beobachter eine sehr gute Übereinstimmung gegeben. Die Amplituden und Phasenreserven sowie die Bandbreiten unterscheiden sich nur minimal, sodass der Regelkreis mit Beobachter ebenfalls sehr gute Robustheitseigenschaften besitzt.

5.2 Parameterempfindlichkeit der Fußkraftregelung

Zu Beginn dieses Kapitels wurde darauf aufmerksam gemacht, dass der Regelkreis besonders in Bezug auf die Fahrer-Anbindung großen Parameteränderungen ausgesetzt ist. Im Weiteren wird der Einfluss dieser Parameteränderung auf das Regelverhalten untersucht, indem der Kompensator mit einem nominalen Parametersatz entworfen und an Regelstrecken mit unterschiedlichen Parametern für das Modell der Fahrer-Anbindung betrieben wird.

Das Modell der Fahrer-Anbindung aus Kapitel 3.4 wird durch ein Feder-Dämpfer-Element beschrieben. Für die Untersuchung der Parameterempfindlichkeit der Fußkraftregelung sind damit die Federsteifigkeit c_{dr} und die Dämpfungskonstante b_{dr} relevant. Bild 5.3 und Bild 5.4 zeigen die Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene für unterschiedliche Federsteifigkeiten und Dämpfungskonstante in den Variationsbereichen

$$c_{dr,\min} = \frac{c_{dr}}{f_{dr}} \le c_{dr} \le c_{dr,\max} = f_{dr}c_{dr} \quad ,$$
(5.1)

$$b_{dr,\min} = \frac{b_{dr}}{f_{dr}} \le b_{dr} \le b_{dr,\max} = f_{dr}b_{dr}$$
(5.2)

mit dem Faktor $f_{dr}=2$.



Bild 5.3: Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene für unterschiedliche Federsteifigkeiten des Modells der Fahrer-Anbindung und entsprechendem Ausschnitt des relevanten Bereichs

Gemäß Bild 5.3 hat die Variation der Federsteifigkeit eine sichtbare Auswirkung auf die komplexen Eigenwertpaare s_{p9,10} (Äste in Grün), s_{p13,14} (Äste in Magenta) und s_{p15,16} (Äste in Schwarz). Die letzten beiden sind, wie bereits mit Tabelle 5.1 beschrieben, auf die Relativbewegungen aufgrund der elastischen Kopplungen der Massen der Schwingerkette, zurückzuführen. Das komplexe Eigenwertpaar s_{p9,10} wird Beobachter beigesteuert. Das Eigenwertpaar beschreibt die gleiche vom Eigenbewegung, wie das komplexe Eigenwertpaar s_{p15,16} der Regelstrecke. Weiterhin auffällig ist die Verschiebung der Eigenwerte sp6 und sp8 (Äste in Cyan), die dem stromgeregelten Bremskraftverstärker und der Berücksichtigung dieser Dynamik im Beobachter zuzuordnen sind. Diese Eigenwerte wandern bei der Variation der Federsteifigkeit von c_{dr,min} nach c_{dr,max} aufeinander zu und werden ab der Verzweigungsstelle komplex. Da für $c_{dr} = c_{dr,max}$ das aus den Eigenwerten s_{p6} und s_{p8} resultierende komplexe Eigenwertpaar sp6,8 nah an der Verzweigungsstelle liegt, ist das Einschwingverhalten dieses Eigenwertpaares gut gedämpft. Die nachfolgende Tabelle veranschaulicht im Detail die Verschiebung der diskutierten Eigenwerte und Eigenwertpaare für die minimale c_{dr,min}, nominale c_{dr} und maximale c_{dr,max} Federsteifigkeit.

	Realteil	Imaginärteil	Abkling-	Eigenkreis-	Dämpfungs-				
	$\Re(s_P)/s^{-1}$	$\Im(s_P)/s^{-1}$	zeitkonstante	frequenz	maß				
			$T_{\rm P}/s$	$\omega_{0P}/(rad/s)$	d_P				
S _{p6}									
c _{dr.min}	8.835.10-1		8.075.10-4						
c _{dr}	8.992.10-1		9.407.10-4						
c _{dr,max}	9.000.10-1	-1.815.10-2	9.511.10-4	1.071·10 ³	9.821.10-1				
S _{p8}									
c _{dr.min}	9.266.10-1		1.312.10-3						
c _{dr}	9.056.10-1		1.009.10-3						
c _{dr,max}	9.000.10-1	1.815.10-2	9.511.10-4	1.071.103	9.821.10-1				
S _{p9,10}									
C _{dr.min}	9.187.10-1	$\pm 8.043 \cdot 10^{-2}$	1.234.10-3	1.191.103	6.807.10-1				
c _{dr}	9.309.10-1	±8.001·10 ⁻²	1.471.10-3	1.094·10 ³	6.212.10-1				
c _{dr,max}	9.375·10 ⁻¹	±8.141.10 ⁻²	1.645.10-3	1.058·10 ³	5.744.10-1				
S _{p13,14}									
C _{dr.min}	9.534.10-1	±1.597·10 ⁻¹	2.953.10-3	1.694.103	2.000.10-1				
c _{dr}	9.254.10-1	$\pm 2.176 \cdot 10^{-1}$	1.975.10-3	2.364·10 ³	2.142.10-1				
c _{dr,max}	8.826.10-1	±2.979·10 ⁻¹	1.410.10-3	3.331·10 ³	2.129.10-1				
S _{p15,16}									
c _{dr.min}	9.598.10-1	±5.987·10 ⁻²	2.557.10-3	7.355·10 ²	5.317.10-1				
c _{dr}	9.519.10-1	±5.688·10 ⁻²	2.104.10-3	7.630·10 ²	6.230.10-1				
c _{dr,max}	9.481.10-1	±5.228·10 ⁻²	1.931.10-3	7.561·10 ²	6.850.10-1				

Tabelle 5.2: Eigenwerte s_{p6} und s_{p8} sowie komplexe Eigenwertpaare $s_{p9,10}$, $s_{p13,14}$,
und $s_{p15,16}$ des linearen geregelten Systems in der z-Ebene mit
minimaler $c_{dr,min}$, nominaler c_{dr} und maximaler $c_{dr,max}$ Federsteifigkeit
Die Verschiebung der Eigenwerte s_{p6} , s_{p8} und des komplexen Eigenwertpaares $s_{p9,10}$ sowohl in Richtung der reellen als auch der imaginären Achse ist so gering, dass die Federsteifigkeit die Variation der auf Dynamik des stromgeregelten Bremskraftverstärkers und die des Beobachters keine signifikante Auswirkung hat. Indessen verschiebt sich das komplexe Eigenwertpaar sp13,14 bei der Variation der Federsteifigkeit von c_{dr,min} nach c_{dr,max} bei etwa kostantem Dämpfungsmaß zu höheren Frequenzen wodurch die entsprechende Schwingung für steigende Federsteifigkeiten schneller eingeschwungen ist. Genau Gegenteiliges liegt beim komplexen Eigenwertpaar s_{p15,16} vor. Hierbei bleibt die Eigenkreisfrequenz näherungsweise konstant, wohingegen das Dämpfungsmaß sich erhöht. Insgesamt kann jedoch davon ausgegangen werden, dass in dem betrachteten Variationsbereich für die Federsteifigkeit das Regelverhalten zwar minimal beeinflusst wird, jedoch ohne einen spürbaren Einfluss auf das Bremsverhalten und Bremsgefühle ist.

Analog zur der Variation der Federsteifigkeit zeigen das Bild 5.4 und die Tabelle 5.3 die Auswirkung der Variation der Dämpfungskonstante auf das dynamische Verhalten der Fußkraftregelung.



Bild 5.4: Eigenwerte des linearen geregelten Systems in der z-Ebene für unterschiedliche Dämpfungskonstanten des Modells der Fahrer-Anbindung und entsprechendem Ausschnitt des relevanten Bereichs

	Realteil	Imaginärteil	Abkling-	Eigenkreis-	Dämpfungs-				
	$\Re(s_P)/s^{-1}$	$\Im(s_P)/s^{-1}$	zeitkonstante	frequenz	maß				
			T _P /s	$\omega_{0P}/(rad/s)$	d _P				
S _{p6}									
$b_{dr.min} \\$	9.023.10-1	-6.792·10 ⁻³	9.733.10-4	1.030·10 ³	9.973.10-1				
b _{dr}	8.991.10-1		9.407.10-4						
b _{dr,max}	8.901.10-1		8.588.10-4						
S _{p8}									
b _{dr.min}	9.023.10-1	6.792·10 ⁻³	9.733.10-4	1.030·10 ³	9.973.10-1				
b _{dr}	9.056.10-1		1.009.10-3						
b _{dr,max}	9.145.10-1		1.119.10-3						
S _{p13,14}									
b _{dr.min}	9.479.10-1	$\pm 2.272 \cdot 10^{-1}$	3.908.10-3	2.366·10 ³	1.082.10-1				
b _{dr}	9.254.10-1	$\pm 2.176 \cdot 10^{-1}$	1.975.10-3	2.364·10 ³	2.142.10-1				
b _{dr,max}	8.848.10-1	±1.918·10 ⁻¹	1.005.10-3	2.355·10 ³	4.223.10-1				

Tabelle 5.3: Eigenwerte s_{p6} und s_{p8} und komplexes Eigenwertpaar $s_{p13,14}$ des
linearen geregelten Systems in der z-Ebene mit minimaler $b_{dr,min}$,
nominaler b_{dr} und maximaler $b_{dr,max}$ Dämpfungskonstante

Die Variation der Dämpfungskonstante hat ebenfalls nur eine minimale Auswirkung auf die Eigenwerte s_{p6} und s_{p8} . Für $b_{dr} = b_{dr,min}$ sind diese komplex, verschieben sich mit steigender Dämpfungskonstante entlang der Äste bis auf die reelle Achse und teilen sich nach der Verzweigungsstelle. Analog zu der zuvor durchgeführten Betrachtung nimmt das Dämpfungsmaß des komplexen Eigenwertpaars sp13,14 von $b_{dr,min}$ nach $b_{dr,max}$ bei etwa konstanter Eigenfrequenz zu. Jedoch ist hier die komplexen Eigenwertpaars Abklingzeitkonstante des Sp13.14 mit minimaler Dämpfungskonstante b_{dr,min} im Vergleich zu der mit nominaler Dämpfungskonstante b_{dr} deutlich größer, und das Dämpfungsmaß deutlich geringer, als bei der Variation der Federsteifigkeit. Daher werden mit den nachfolgenden Bildern die Führungs- und Störsprungantworten für die Variation der Federsteifigkeit und Dämpfungskonstante mit den entsprechenden minimalen, nominalen und maximalen Werte betrachtet, um zu verdeutlichen, welche Auswirkung vor allem die Verschiebung der komplexen Eigenwertpaare $s_{p13,14}$ und $s_{p15,16}$ auf das Zeitverhalten hat.



Bild 5.5: Führungs- und Störsprungantworten des linearen geregelten Systems mit minimaler $c_{dr,min}$, nominaler c_{dr} und maximaler $c_{dr,max}$ Federsteifigkeit



Bild 5.6: Führungs- und Störsprungantworten des linearen geregelten Systems mit minimaler b_{dr,min}, nominaler b_{dr} und maximaler b_{dr,max} Dämpfungskonstante

Gemäß den dargestellten Sprungantworten haben die Variation der Federsteifigkeit und der Dämpfungskonstante auf das Führungsverhalten und das Störverhalten bei Anregungen über den Primärkolben des Hauptbremszylinders $F_{fr,dn}$ sowie der Reibkraft $F_{fr,pist2}$ am Sekundärkolben keine Auswirkung auf das Einschwingverhalten der Druckstangenkraft. Die Diskussion aus der Betrachtung der Eigenwerte wird durch die Sprungantworten für die Störanregung s_{dr} über die Fahrer-Anbindung bestätigt. Diese unterscheiden sich bei der Verwendung der maximalen Federsteifigkeit c_{dr.max} und Dämpfungskonstante b_{dr.max} nur geringfügig von den Sprungantworten mit den Nominalwerten. Im Vergleich dazu weicht das Einschwingverhalt der Druckstangenkraft bei der Verwendung der minimalen Federsteifigkeiten c_{dr,min} und Dämpfungskonstante b_{dr,min} stärker ab. Bei gleicher Einschwingdauer unterscheiden sich die Verläufe der Sprungantworten von denen mit Nominalwerten und die Amplituden sind minimal größer. Hierbei kann aber davon ausgegangen werden, dass die Verschlechterung der Regelgüte, vor allem aufgrund der geringen Unterschiede der Amplituden, für den betrachteten harten Bremsvorgang keine negative Auswirkung auf das Bremsverhalten des Fahrzeugs und das Bremsgefühl hat. Dennoch sei darauf hingewiesen, dass insbesondere die Bewertung der haptischen Wahrnehmung des Fahrers mit Hilfe von Zeitantworten sehr schwierig ist, sodass reale Tests zur näheren Untersuchung herangezogen werden müssen. Tendenziell kann aus der Untersuchung festgestellt werden, dass es von Vorteil ist, den Regler und Beobachter mit einer geringeren Federsteifigkeit und Dämpfungskonstanten für das Modell der Fahrer-Anbindung zu entwerfen.

In der Realität kann es vorkommen, dass das Bremspedal durch den Fahrer näherungsweise sprungförmig gelöst wird. Dieser Sachverhalt kann durch die Betrachtung der Grenzwerte $c_{dr} \rightarrow 0$ und $b_{dr} \rightarrow 0$ analysiert werden. In diesem Fall verschiebt sich das komplexe Eigenwertpaar $s_{p15,16}$ bis auf den Schnittpunkt des Einheitskreises mit der positiven reellen Achse, während sich die Lage der übrigen Eigenwerte nur geringfügig verändert.

Bislang wurde bei den Untersuchungen des FCBS nur die Fußkraftregelung betrachtet. Um jedoch das FCBS sinnvoll betreiben zu können, müssen geeignete Führungsgrößen vorgegeben werden. Dazu wird die Fußkraftregelung um eine kennlinienbasierte Bremsgefühlregelung erweitert, welche im Weiteren näher beschrieben wird.

6 Vorgabe von Führungsgrößen

Im Allgemeinen ist die Aufgabe einer Bremsanlage die Bereitstellung eines optimalen Verzögerungsverhaltens in allen Fahrzuständen. Hierbei spielt bei einem Bremsvorgang neben der Fahrzeugstabilität und der Spurtreue eines Fahrzeuges die Pedalcharakteristik eine wesentliche Rolle. Diese bestimmt maßgeblich das subjektive Empfinden des Fahrers und kann ein Sicherheits- und Komfortgefühl vermitteln. Dazu tragen insbesondere das Ansprechverhalten und die Dosierbarkeit der Bremsanlage bei. Idealerweise sollte die Pedalcharakteristik nicht durch störende Systemeigenschaften wie Schwingungen beeinflusst werden [EIC12, S. 37-39].

Die Pedalcharakteristik einer konventionellen Bremsanlage wird neben konstruktiven Parametern, wie Bremspedalübersetzung, mechanisch hydraulische Übersetzung, Leerwege, Luftspiele, Elastizitäten, Dämpfungen sowie Kompressibilitäten vor allem durch die Bremskraftunterstützung bestimmt. Das gesamte Systemverhalten lässt sich idealisiert über die in Bild 6.1 dargestellten Kennlinien charakterisieren [EIC12, S. 37].



Bild 6.1: Pedalkraft/Pedalweg- (oben links), Bremsdruck/Pedalweg- (oben, rechts), Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie (unten, links) [Str02, S. 78-79]

Die Pedalkraft, der Pedalweg, der Bremsdruck und die Fahrzeugverzögerung sind die wesentlichen Größen zur Beschreibung der Eigenschaften einer Bremsanlage. Die zwei letztgenannten Größen haben näherungsweise einen linearen Zusammenhang, sodass hier auf die Darstellung der Fahrzeugverzögerung verzichtet wird.

Bild 6.1 zeigt die typischen Kennlinien für ein Bremssystem mit pneumatischem Bremskraftverstärker. Daraus können wichtige Eigenschaften des Bremssystems wie Totweg^①, Leerweg^②, Rückstellkraft^③, Ansprechkraft^④, Springerverhalten^⑤, Dosierbarkeit und Aussteuerungspunkt^⑥ abgeleitet werden. Gemäß den Kennlinien ist zur Verschiebung des Bremspedals eine bestimmte Antrittskraft erforderlich, die im Wesentlichen durch die Rückstellkraft^③ aufgrund Federvorspannungen im

Hauptbremszylinder und die Reibung im System geprägt ist. Bei kleinen Pedalwegen ist die näherungsweise konstante Pedalkraft durch die Ansprechkraft gekennzeichnet⁽⁴⁾. Dies ist auf den Leerweg⁽²⁾ im System und auf die Auslegung des Bremskraftverstärkers zurückzuführen. Damit wird ohne einen Anstieg der Pedalkraft ein Druckaufbau und somit eine Fahrzeugverzögerung erzielt. In diesem Bereich erfolgt die Dosierung der Fahrzeugverzögerung fast ausschließlich durch den Pedalweg. Der Kraftanstieg am Pedal erfolgt mit zunehmendem Pedalweg nach dem Einsprung^⑦. Der näherungsweise konstante Kraftverlauf bei gleichzeitigem Druckaufbau bis zum Einsprung charakterisiert das Springerverhalten des Bremssystems, welches durch einen großen Gradienten in der Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie gekennzeichnet ist. Eine deutliche Zunahme der Kurvensteigung in der Pedalkraft/Pedalweg-Kennlinie erfolgt mit dem Erreichen der maximalen Bremskraftunterstützung Aussteuerpunkt[®] des am Bremskraftverstärkers. Über diesen Punkt hinaus liefert der Bremskraftverstärker keine weitere Unterstützung. Der starke Kraftanstieg wird vom Fahrer annähernd wie ein mechanischer Anschlag empfunden. Durch die Betätigung des Bremspedals wird in der Bremsanlage ein Druck aufgebaut, der nach Überfahren des Totwegs^①, aufgrund nichtlinearer Steifigkeiten, über dem Pedalweg leicht progressiv verläuft [BIL12, S. 37-39]. Auf eine detailliertere Beschreibung der dargestellten Kennlinien wird an dieser Stelle verzichtet und auf die entsprechende Literatur verwiesen. Zusammenfassend kann jedoch festgehalten werden, dass bei herkömmlichen Fahrzeugen der Pedalweg durch das verschobene Bremsflüssigkeitsvolumen bestimmt wird. Die Pedalkraft korreliert mit dem in der Radbremse aufgebauten hydraulischen Druck und die resultierende Fahrzeugverzögerung folgt dem hydraulischen Druck in der Radbremse.

Zur Erzielung einer vom Fahrer als gut empfundene Pedalcharakteristik, ist bei einer konventionellen Bremsanlage eine aufwändige und gezielte Feinoptimierung sämtlicher genannter Kenngrößen erforderlich [BIL12, S. 39]. Bereits geringe

Änderungen in den Kennlinien können einen großen Einfluss auf die subjektive haptische Empfindung des Fahrers haben. Durch die Regelung der Druckstangenkraft mit Hilfe des elektrischen Bremskraftverstärkers zur Bremskraftunterstützung und die geeignete Vorgabe von Führungsgrößen wird eine große Flexibilität bei der Gestaltung einer gewünschten Pedalcharakteristik erreicht. Dabei werden weitestgehend die genannten Eigenschaften durch die Form der Führungsgröße bestimmt und nicht, wie bei konventionellen Bremsanlagen durch konstruktive Maßnahmen.

Für die geeignete Vorgabe der Führungsgröße für die Fußkraftregelung wird gemäß Bild 6.2 eine überlagerte, kennlinienbasierte Bremsgefühlregelung entwickelt. Die erzeugte Führungsgröße $F_{fs,ref}$ kann dabei auf gemessenen bzw. beobachteten Größen der Bremsanlagen <u>x</u>_e und der Fahrdynamik <u>y</u>_{veh} basieren. Mit einer geeigneten Vorgabe der Kraft an der Druckstange kann die Pedalcharakteristik unabhängig von Fahrzeugeinflüssen in einem weiten Bereich eingestellt werden.



Bild 6.2: Bremsgefühl- und Fußkraftregler

Die einfachste Möglichkeit Führungsgrößen für die Fußkraftregelung vorzugeben, ergibt sich durch die Nachbildung der Pedalcharakteristik eines konventionellen pneumatischem Bremskraftverstärker. Bremssystems mit Dabei kann die Führungsgröße als Funktion Bremspedalwegs oder des Drucks des im Hauptbremszylinder formuliert werden. Für Letzteres wird auf die Kennlinie aus Bild 6.1, die den Bremsdruck als Funktion der Pedalkraft beschreibt, zurückgegriffen. Um diese Charakteristik mit dem entwickelten Regelungskonzept bereitzustellen, wird die Pedalkraft mit Hilfe der Pedalübersetzung durch eine äquivalente Kraft an der Druckstange ausgedrückt. Wird die daraus resultierende Funktion nach dieser Kraft als abhängige Veränderliche aufgelöst und anschließend durch die Führungsgröße $F_{fs,ref}$ ersetzt, ergibt sich die Feelingfunktion. Die entsprechende Kennlinie ist in Bild 6.3 dargestellt.



Bild 6.3: Feelingkennlinie als Funktion des Bremsdruckes

Durch die Vorgabe der Führungsgröße mit Hilfe dieser Kennlinie wird die haptische Rückmeldung des Bremspedals an den Fahrer durch die Kraft aus der Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie in Bild 6.1 bestimmt.

Üblicherweise ist die Pedalcharakteristik stark abhängig der von Bremspedalgeschwindigkeit. Somit ergeben sich für jede Bremspedalgeschwindigkeit Pedalkraft/Pedalweg-, Bremsdruck/Pedalwegeine entsprechende und Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie. Um diese allgemeine Eigenschaft von Bremssystemen mit dem FCBS zu realisieren, kann die Führungsgröße als Funktion des Bremspedalwegs und der Bremspedalgeschwindigkeit beschrieben werden. Bild 6.4 zeigt entsprechend Feelingkennlinien für unterschiedliche Pedalgeschwindigkeiten, die auf Messungen der Pedalkraft und des Pedalwegs eines Mittelklassefahrzeugs basieren. Die Messungen stammen aus einer Versuchsreihe der TU Ilmenau (Fachbereich Kraftfahrzeugtechnik). Es sei darauf hingewiesen, dass diese Kennlinien keine optimale Pedalcharakteristik beschreiben und hier lediglich als Anhaltspunkt für weitere Untersuchungen dienen. Darüber hinaus wird durch die dargestellten Kennlinien die Bedeutung der Pedalgeschwindigkeit für die Pedalcharakteristik und somit auch für die Führungsgröße deutlich.



Bild 6.4: Feelingkennlinien als Funktion des Pedalwegs für die Pedalgeschwindigkeiten 10 mm/s (blau), 200 mm/s (rot), 400 mm/s (magenta) und 600 mm/s (grün) [AUG06, S. 29]

Diverse Untersuchungen haben ergeben, dass etwa 95% aller Bremsvorgänge zu einer Fahrzeugverzögerung von kleiner 3 m/s² führen. Mit dem näherungsweise linearen Zusammenhang zwischen der Fahrzeugverzögerung und dem Bremsdruck entspricht dies je nach Bremssystem etwa einem Bremsdruckbereich von 0-30 bar. Bremsvorgänge in diesem Bereich werden als Komfortbremsung bezeichnet. Die Pedalgeschwindigkeit ist hierbei stets unter 100 mm/s. Die verbleibenden 5% der Bremsvorgänge befinden sich in einem Verzögerungsbereich größer 3 m/s². In diesem Bereich finden vor allem Panik-/ Notbremsungen statt, die mit einer Pedalgeschwindigkeit von größer als 200 mm/s durchgeführt werden [STR02, S. 79-80], [AUG06, S. 20-21].

Aus den obigen Feelingkennlinien kann nun mit Hilfe einer Anpassung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate das in Bild 6.5 dargestellte Kennfeld abgeleitet werden.



Bild 6.5: Feelingkennfeld als Funktion des Pedalwegs und der Pedalgeschwindigkeit

Dieses Kennfeld kann dazu verwendet werden, um die Führungsgröße für die Fußkraftregelung passend zu der Betätigungsgeschwindigkeit des Bremspedals vorzugeben. Es erschließt sich von selbst, dass durch die Abhängigkeit der Führungsgröße von der Pedalgeschwindigkeit das Bremsverhalten des Fahrers gezielt beeinflusst werden kann. Besonders während einer Panikbremsung wird das Bremspedal oftmals von unerfahrenen Fahrern nicht mit der notwendigen Kraft betätigt. Die Pedalbewegung ist dann für einen idealen Bremsweg nicht ausreichend und zu langsam. Erfahrene Fahrer hingegen reagieren in solch einer Fahrsituation mit einem harten Bremsvorgang und betätigen das Bremspedal vollständig und schnell. Durch die Regelung der Kraft an der Druckstange in Abhängigkeit der Pedalgeschwindigkeit wird der Fahrer mit der Kennfeldform unterstützt, die notwendige Kraft am Bremspedal einzuprägen. Ebenso kann eine Überbremsung des Fahrzeugs durch die Erhöhung der Führungsgröße mit zunehmendem Bremspedalweg vermieden werden. Dadurch wird der Fahrer unterstützt den Bremsvorgang mit geeigneter Kraft durchzuführen, ohne dass ihm die Kontrolle entzogen wird.

Die zwei dargestellten Varianten den Bremsgefühlregler auszulegen, verwenden zur Erzeugung der Führungsgröße für die Kraft an der Druckstange Größen der Bremsanlage, die gemäß Bild 6.2 im Vektor \underline{x}_e enthalten sind. Ebenso kann die Führungsgröße in Abhängigkeit von Größen \underline{y}_{veh} der Fahrdynamik, wie zum Beispiel Fahrzeuggeschwindigkeit, der erzeugt werden. So kann bei hohen Fahrgeschwindigkeiten eine höhere Unterstützung und damit eine geringere Führungsgröße eingestellt werden. Damit wird ein direkteres Ansprechverhalten der Bremsanlage erreicht. Im Gegensatz dazu kann bei niedrigen Fahrgeschwindigkeiten, insbesondere beim Parkieren, die Führungsgröße vergrößert werden, um eine feinfühligere und gezieltere Dosierung der Bremsanlage für den Fahrer zu ermöglichen [FAR13b, S. 177-180].

Für die in den nachfolgenden Kapiteln durchgeführten Analysen wird das Feelingkennfeld

$$F_{fs,ref} = f(s_{ped}(t), v_{ped}(t))$$
 (6.1)

aus Bild 6.5 verwendet. Gemäß Kapitel 4.2 enthält das Führungsmodell aus den Gleichungen (5.11) und (5.12) zusätzlich zur Führungsgröße deren erste zeitliche Ableitung, die durch

$$\dot{F}_{fs,ref} = \frac{\partial f(s_{ped}(t), v_{ped}(t))}{\partial s_{ped}(t)} \frac{ds_{ped}(t)}{dt} + \frac{\partial f(s_{ped}(t), v_{ped}(t))}{\partial v_{ped}(t)} \frac{dv_{ped}(t)}{dt}$$
(6.2)

gegeben ist. Die Aufschaltung dieser Größe im Sinne einer Vorsteuerung verbessert die Regelgüte und stellt stationäre Genauigkeit für lineare Führungsgrößen sicher. Bei der Gestaltung des Feelingkennfelds ist darauf zu achten, dass dieses bezüglich der unabhängigen Veränderlichen s_{ped} und v_{ped} stetig differenzierbar ist.

7 Analyse des FCBS

Nach der Analyse des Fußkraftregelkreises mit Hilfe linearer Modelle und der Auslegung der kennlinienbasierten Bremsgefühlregelung erfolgt die Untersuchung des FCBS im ersten Schritt durch Simulation mit dem nichtlinearen Modell der Regelstrecke. Dabei liegt das Augenmerk vor allem auf der Regelgüte, die durch den Fußkraftregler bestimmt wird und der Pedalcharakteristik, die durch den Bremsgefühlregler eigestellt wird.

Anschließend wird das FCBS in einem Fahrdynamikmodell eines Elektrofahrzeugs untersucht und ermöglicht die Analyse in einer realitätsnahen Fahrzeug- und Fahrerumgebung. Das verwendete Fahrdynamikmodell basiert auf dem Automotive Simulation Model (ASM) der Firma dSPACE. Im Rahmen des vom Ministerium für Wirtschaft, Mittelstand und Energie des Landes Nordrhein-Westfalen finanzierten Gemeinschaftsprojekts "Simulationsgestützter Entwurf für Elektrofahrzeuge" wurde das ASM vollständig an ein Elektrofahrzeug angepasst. Neben Modellen zur Beschreibung von elektrofahrzeugspezifischen Komponenten, wie zum Beispiel dem Antriebsmotor. 2-Level Wechselrichter. elektrischen bidirektionalen Gleichstromsteller und DC-DC Wandler wurde ein Rekuperationsregler [FAR13c, S. 491] entwickelt, um das Verhalten des FCBS in einem Elektrofahrzeug zu analysieren. An dieser Stelle wird auf eine detaillierte Beschreibung des Fahrdynamikmodells verzichtet und auf [FAR13d] verwiesen.

7.1 Realisierung des FCBS als nichtlineares Simulationsmodell

Die Umsetzung des FCBS als hierarchisch strukturiertes nichtlineares Simulationsmodell erfolgt in der Entwicklungsumgebung SIMULINK®. Bild 7.1 zeigt die oberste Modellebene des Blockdiagramms für die Simulation des Bremsgefühl- und Fußkraftreglers im geschlossenen Kreis mit dem nichtlinearen

Modell der Regelstrecke.



Bild 7.1: Nichtlineares Simulationsmodell des FCBS

Simulationsmodell des FCBS beinhaltet das nichtlineare Modell Das der Regelstrecke (nonlinear plant), den Bremsgefühl- und Fußkraftregler (feeling characteristic controller/foot force controller), eine Signalkonditionierung (signal conditioning) Aufbereitung Messgrößen für die zur der Regler sowie Schnittstellenblöcke (ADC, IECI, DAC). Die Systemanregung des FCBS erfolgt am Bremspedal durch Vorgabe des Sollpedalwegs im Teilsystem Stimulus (stimulus). Weiterhin werden in diesem Teilsystem die Winkelgeschwindigkeit der Räder und die darauf wirkenden Drehmomente erzeugt. Diese Größen werden zur Berechnung

der Bremsmomente benötigt, spielen jedoch bei den hier durchgeführten Untersuchungen eine untergeordnete Rolle. Zur Ansteuerung des Ventilsteuerblocks im Modell der Regelstrecke werden Fahrzeuggrößen benötigt, die über das vektorwertige Signal HPU signals vorgegeben werden.

Das nichtlineare Modell der Regelstrecke besteht gemäß Bild 7.2 aus den Modellen Kapitel 3.1), stromgeregelten Motorstromkreises (electric, des der Bremsbetätigungseinheit (im Subsystem mechanism, Kapitel 3.2.1), der Radbremsen (im Subsystem mechanism, Kapitel 3.2.3), des Hauptbremszylinders (im Subsystem hydraulic, Kapitel 3.3.1), der Bremsleitungen und -schläuche (im Subsystem Kapitel 3.3.2), der Radbremszylinder hydraulic, (im Subsystem hydraulic, Kapitel 3.3.3) sowie eines vollständigen Ventilsteuerblocks (im Subsystem hydraulic) nach [STE14]. Weiterhin enthält die Regelstrecke Modelle für die Fahrer-Anbindung (driver coupling, Kapitel 3.4) und Sensoren (sensor).



Bild 7.2: Nichtlineares Modell der Regelstrecke des FCBS

Die Implementierung aller Teilmodelle erfolgt gemäß den Gleichungen aus den jeweiligen Kapiteln. Bild 7.3 zeigt die Realisierung der Sensormodelle in SIMULINK mit den Spannungssignalen $u_{F,fs}$, $u_{i,mot}$, $u_{p,cha1}$ und $u_{p,cha2}$ der Kraft-, Strom- und Drucksensoren sowie dem Zählerstand count des Inkrementalgebers als Ausgangsgrößen.



Bild 7.3: Nachbildung der Sensorik in SIMULINK

Hierbei werden über Verstärkungsfaktoren die entsprechenden physikalischen Größen auf die Ausgangswertebereiche der Sensoren skaliert. Den Inkrementalgeber ausgeschlossen, werden zusätzlich in den Sensormodellen die skalierten Signale durch Rauschprozesse angeregt. Mit der Quantisierung der skalierten Eingangsgröße des Winkelsensors wird die Abbildung der Messgrößen auf die tatsächlich numerisch darstellbaren Zahlenwerte berücksichtigt.

Der Bremsgefühl- und Fußkraftregler sind zu dem in Bild 7.1 dargestellten Teilsystem feeling characteristic controller/foot force controller zusammengefasst. Die Umsetzung erfolgt gemäß Bild 6.2.

Schließlich werden mit den Schnittstellenblöcken in dem Simulationsmodell aus

Bild 7.1 Realisierungseffekte beim Einlesen der Messgrößen und der Ausgabe der Stellgröße nachgebildet. Der Inkrementalgeber liefert bereits digitale Werte. Die zugehörige Schnittstelle (IECI) berücksichtigt die Abtastung des Geberzählerstands count. Wie in Bild 7.4 dargestellt, wird mit Hilfe der A/D-Wandler (ADC) die Umwandlung der analogen Signale u_{F,fs}, u_{i,mot}, u_{p,cha1} und u_{p,cha2} der Kraft-, Strom- und Drucksensoren in digitale Werte nachgebildet. Die Umwandlung der digitalen Werte der Stellgröße T_{mot,req} in ein analoges Signal erfolgt durch ein D/A-Wandler (DAC). Sowohl die A/D- also auch der D/A-Wandler berücksichtigen die begrenzten Wortlängen der am realen System vorhandenen Wandler. Bild 7.4 zeigt die entsprechende Umsetzung der Wandler in Simulink.



Bild 7.4: Nachbildung der A/D- und D/A-Wandler in SIMULINK

In den nachfolgenden Unterkapiteln wird anhand des beschriebenen nichtlinearen Simulationsmodells das FCBS analysiert. Dabei liegt der Fokus zunächst auf der Regelgüte des Fußkraftreglers und der Pedalcharakteristik des Bremssystems, welche vor allem durch den Bremsgefühlregler eingestellt wird. Anschließend wird das FCBS in einem Fahrdynamikmodell eines Elektrofahrzeugs untersucht, um das Systemverhalten bei einem normalen und rekuperativen Bremsmanöver sowie einem Bremsmanöver mit ABS-Eingriff zu betrachten.

7.2 Systemanalyse anhand des nichtlinearen Modells

Die Beurteilung der Regelgüte und Robustheit der entworfenen Fußkraftregelung erfolgt im Folgenden mit Hilfe von Zeitantworten aus der Simulation. Für eine qualitative Auswertung wird die Zeitantwort der Führungs- und Regelgröße herangezogen. Dabei liegt der Focus auf dem transienten und stationären Verhalten des geschlossenen Regelkreises. Als Anregungssignale wird ein Sollpedalweg vorgegeben. Die Form der Pedalanregung entspricht der Einheitssprungantwort eines Verzögerungsglieds Ordnung und berücksichtigt, die erster dass Pedalgeschwindigkeit mit zunehmendem Pedalweg aufgrund der steigenden Gegenkraft abnimmt. Mit einem Verstärkungsfaktor von 1.5 und einer Zeitkonstante von 3 s für das Verzögerungsglied wird eine maximale Antrittsgeschwindigkeit des Bremspedals von 500 mm/s erreicht. Darüber hinaus ist die Pedalanregung auf den maximalen Pedalweg begrenzt. Dieses Experiment simuliert eine Notbremsung (im Fahrzeugstillstand) und stellt aufgrund der gleichzeitigen Führungs- sowie Störanregungen mit hoher Dynamik und großen Amplituden die höchsten Anforderungen an den Fußkraftregler. Das nachfolgende Bild zeigt die simulierten Zeitverläufe der Führungs- und Regelgröße sowie des Regelfehlers.



Bild 7.5: Simulierte Zeitantworten der Führungsgröße (oben, rot durchgezogen) und Regelgröße (oben, blau gestrichelt) sowie des Regelfehlers (unten, blau durchgezogen)

Fast im gesamten Zeitbereich folgt die Regelgröße der Führungsgröße in einem sehr engen Toleranzband. Der Regelfehler zu Beginn der Simulation ist auf das kurzzeitige Ansprechen der Stellgrößenbegrenzung zurückzuführen. Bedingt durch die hohe Antrittsgeschwindigkeit des Bremspedals, der sprungförmigen Führungsgröße nach dem Pedalleerweg (siehe Bild 6.5) sowie die im FCBS angreifenden Reibkräfte (Haftreibung) reicht das maximale Drehmoment des elektrischen Bremskraftverstärkers zu Beginn nicht aus, um mit der ausreichenden Dynamik die Druckstangenkraft einzuregeln. Dennoch liefert der Regler nur eine maximale Regelabweichung von 120 N, welche bereits nach 0.02 s ausgeregelt ist. Aufgrund der verhältnismäßig großen Gradientenänderungen im hinteren Bereich des

Feelingkennfelds finden mehrere Einschwingvorgänge der Regelgröße statt, sodass geringe Schwingungen in der Zeitantwort des Regelfehlers zu erkennen sind. Mit einer maximalen Amplitude von ±5 N haben jedoch diese Schwingungen keinen negativen Einfluss auf die Pedalcharakteristik und das Bremsverhalten. In Anbetracht der extremen Systemanregung weist somit die Fußkraftregelung eine sehr hohe Regelgüte auf und erfüllt die hohen Anforderungen einer Notbremsung.

Als eine weitere wichtige Kenngröße des Bremssystems ist in Bild 7.6 für das beschriebene Experiment der simulierte Zeitverlauf des Druckes in der Primärkammer des Hauptbremszylinders dargestellt.



Bild 7.6: Simulierte Zeitantwort des Druckes in der Primärkammer des Hauptbremszylinders

Der Druckanstieg erfolgt nach etwa 0.019 s, wenn die Nachlaufbohrungen im Hauptbremszylinder durch die Kolben verdeckt sind. Durch die hochdynamische Regelung der Druckstangenkraft stellt sich der Druck im Hauptbremszylinder mit entsprechender Dynamik ein. Mit einer Druckaufbaugeschwindigkeit von etwa 900 bar/s im gesamten Druckbereich und einer maximalen Druckaufbaugeschwindigkeit von 5000 bar/s wird eine sehr hohe Druckaufbaudynamik sichergestellt. Darüber hinaus sind trotz Elastizitäten im mechanischen sowie hydraulischen Teil des FCBS keinerlei Schwingungen im Druckverlauf zu erkennen.

Zur Ermittlung der Pedalcharakteristik wird das nichtlineare Simulationsmodell des FCBS über rampenförmige Sollpedalwege mit einer konstanten Wie Sollpedalgeschwindigkeit angeregt. in Kapitel 6 beschrieben. finden überwiegend die Bremsvorgänge mit einer Pedalgeschwindigkeit unter 100 mm/s statt. Daher erfolgt die Analyse der Pedalcharakteristik durch drei Experimente mit jeweils einer Sollpedalgeschwindigkeit von 10 mm/s, 50 mm/s und 100 mm/s.



Bild 7.7: Simulierter Pedalkraft/Pedalweg- (links) und Bremsdruck/ Pedalkraft-Kennlinie (rechts) für die Pedalgeschwindigkeiten 10 mm/s (blau), 50 mm/s (schwarz), 100 mm/s (rot)

Erwartungsgemäß unterscheiden sich die dargestellten Kennlinien für die betrachteten Sollpedalgeschwindigkeiten kaum voneinander. Daher bezieht sich die nachfolgende Diskussion auf die Kennlinien für die Sollpedalgeschwindigkeit mit 50 mm/s.

Ausgehend von der Ausgangsstellung des Bremspedals hat die Kraft in der Pedalkraft/Pedalweg-Kennlinie zunächst einen nahezu vertikalen Gradienten. Darin wiederzufinden ist zum einen die Losbrechkraft infolge von Reibung im System und die Rückstellkraft, welche auf die Rückstellfedern im Hauptbremszylinder zurückzuführen ist. Eine spürbare Pedalverschiebung wird somit beim FCBS bei einer Pedalkraft größer 19 N erreicht. Der anschließende Pedalwegabschnitt wird mit gleicher Pedalkraft und ohne Bremsdruckaufbau durchlaufen. Dieser Totweg ist etwa nach 9 mm überschritten, wenn die Nachlaufbohrungen im Hauptbremszylinder durch die Kolben verdeckt sind. Im weiteren Verlauf der Pedalbewegung steigt die Pedalkraft zunächst linear mit einem flachen Gradienten. Der Kraftanstieg erfolgt unmittelbar nach der Überwindung der Ansprechkraft von 19 N und ist auf den Aufbau des Bremsdruckes infolge der Komprimierung der Bremsflüssigkeit zurückzuführen. Der Pedalwegabschnitt zwischen der Pedalausgangsstellung und dem Ende des linearen Kraftverlaufs wird als Pedalleerweg bezeichnet. Der Endpunkt Pedalleerwegs liegt bei 20 mm und 22 N. Der Druckverlauf in der des Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie ist nach der Ansprechkraft von etwa 19 N zunächst durch einen steilen Gradienten bis 24 bar gekennzeichnet. Dieser Bereich (zwischen Tot- und Pedalleerweg) wird als Springer bezeichnet und sorgt für einen geringen Kraftanstieg mit zunehmendem Pedalweg trotz starker Zunahme des Bremsdrucks [TRU07, S. 6-9]. Nach dem Pedalleerweg folgen in den weiteren Pedalwegabschnitten ein progressiver Bereich bis zu einem Pedalweg von 40 mm und erneut ein nahezu linearer Bereich bis zu einem Pedalweg von etwa 70 mm. Die entsprechenden Pedalkräfte zum Ende der jeweiligen Bereiche betragen 58 N bzw. 150 N. Der Druck hingegen hat in diesen Bereichen einen nahezu linearen Verlauf, beginnt etwa bei 54 bar und endet mit dem Aussteuerpunkt des pneumatischen Bremskraftverstärkers bei 106 bar. Beim FCBS wird diese Charakteristik durch die Gestaltung des Feelingkennfelds realisiert. Die Auswirkung der Aussteuerung ist in beiden Kennlinien sichtbar Gradienten und durch einen flacheren in der steileren Gradienten Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinie sowie einen in der Pedalkraft/Pedalweg-Kennlinie gekennzeichnet.

Die dargestellten Kennlinien lassen ebenso Rückschlüsse auf die Güte der Fußkraftregelung zu. Beim Antritt des Bremspedals und im gesamten Totwegbereich kann aus der Pedalkraft/Pedalweg-Kennlinie eine sehr gute Trägheitskompensation abgeleitet werden. Um in diesem Pedalwegabschnitt das Pedalgefühl eines konventionellen Bremssystems mit pneumatischem Bremskraftverstärker nachzubilden, muss beim FCBS das Massenträgheitsmoment des elektrischen Bremskraftverstärkers vollständig kompensiert werden. Der flache Verlauf der Pedalkraft über den Pedalweg bestätigt dieses Regelverhalten. Ferner lässt sich aus der Pedalkraft/Pedalweg-Kennlinie das gute Führungsverhalten des Fußkraftreglers erkennen. Die nahezu sprungförmige Führungsgröße bei der Betätigung des Bremspedals aus der Ausgangsstellung wird dynamisch und präzise eingeregelt. Ebenfalls zeigt die Fußkraftregelung eine sehr gute Störunterdrückung besonders nach der Ansprechkraft. Der annähernd sprungförmige Druckaufbau wirkt als Störgröße auf die Regelstrecke. Dieser wird jedoch durch den Fußkraftregler kompensiert, sodass zwischen dem Tot- und Pedalleerweg nur ein minimaler Pedalkraftanstieg erfolgt. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass mit dem FCBS eine gewünschte Pedalcharakteristik durch die Vorgabe von Führungsgrößen eingestellt werden kann. Sowohl im Druckbereich zwischen 0 bar und 30 bar, der den wichtigen Bereich der Komfortbremsung darstellt, als auch darüber hinaus, weist das FCBS ein sehr gutes Verhalten auf.

Die dargestellte Pedalcharakteristik wird beim FCBS maßgeblich durch die Gestaltung des Feelingkennfelds bestimmt, wohingegen sich die Pedalcharakteristik eines konventionellen Bremssystems mit pneumatischem Bremskraftverstärker aus der Gestaltung der mechanischen, hydraulischen und pneumatischen Komponente ergibt. Die mit Bild 7.7 beschriebene Pedalcharakteristik ist vergleichbar mit der eines konventionellen Bremssystems, da bei der Vorgabe der Führungsgröße für die Fußkraftregelung ein entsprechendes Kennfeld verwendet wurde. Es sei darauf hingewiesen, dass dieses keinen Anspruch auf ein optimales Bremsgefühl und -verhalten erhebt. Mit diesen Experimenten soll lediglich veranschaulicht werden, dass durch die Gestaltung des Feelingkennfelds eine gewünschte Pedalcharakteristik eingestellt werden kann.

7.3 Analyse des FCBS in einem Fahrdynamikmodell

Die qualitative Beurteilung des FCBS in einer realitätsnahen Fahrzeug- und Fahrerumgebung erfolgt mit drei Experimenten bei einem normalen und rekuperativen Bremsmanöver sowie einem Bremsmanöver mit ABS-Eingriff. Dabei ist die Eingangsgröße des FCBS der Sollpedalweg, welcher durch das Fahrermodell im ASM in Abhängigkeit von der Strecke und dem Manöver vorgegeben wird. Die Rückmeldung des Elektrofahrzeugs auf das FCBS erfolgt die über Winkelgeschwindigkeit der Räder. Bei allen Experimenten wird als Führungsgröße für die Fußkraftregelung auf das Kennfeld aus Bild 6.5 zurückgegriffen.

7.3.1 Experiment mit und ohne rekuperative Bremsunterstützung

Bei rekuperationsfähigen Bremssystemen wird neben den Reibbremsen auch der elektrische Antriebsmotor zur Verzögerung des Fahrzeugs verwendet. Das Gesamtbremsmoment ergibt sich dabei aus einem hydraulischen und einem elektrischen Anteil. Bei diesen Fahrzeugen besteht grundsätzlich das Ziel, ein Maximum an kinetischer Energie über den Antriebsmotor im generatorischen Betrieb zurückzugewinnen. Dieses generatorische Bremsmoment hängt im Wesentlichen von der Generatordrehzahl und damit von der Fahrzeuggeschwindigkeit sowie dem Batterieladezustand ab [KUN12, S. 412]. Neben dieser Zielsetzung besteht die Herausforderung an ein rekuperationsfähiges Bremssystem darin, stets die gleiche haptische Pedalrückmeldung an den Fahrer zu vermitteln, unabhängig davon zu welchem Anteil das Bremsmoment hydraulisch oder elektrisch erzeugt wird. Um das FCBS dahingehend zu untersuchen, werden mit dem Elektrofahrzeug in zwei Experimenten die Strecke aus Bild 7.8 zurückgelegt. Das erste Experiment wird mit einer halbvollen Batterie und somit mit rekuperativer Bremsunterstützung durchgeführt, wohingegen das zweite Experiment ohne Rekuperation, mit einer vollständig aufgeladenen Batterie erfolgt.



Bild 7.8: Strecke für das Experiment mit und ohne rekuperative Bremsunterstützung

Bei beiden Experimenten regelt das Fahrermodell im ASM durch Betätigung des Bremspedals Fahrund während einer Bergund Talfahrt die Fahrzeuggeschwindigkeit. Die gesamte Strecke hat eine Länge von 2000 m und besitzt auf der Fahrbahnoberfläche einen Haftreibungskoeffizienten von $\mu=1$. Die nachfolgenden Zeitantworten stammen aus dem Experiment mit rekuperativer Bremsunterstützung. Mit Bild 7.9 und Bild 7.10 werden die Simulationsergebnisse des Elektrofahrzeugs auf den ersten 560 m der Strecke für die Fahrpedal- und Bremspedalposition sowie die Fahrzeuggeschwindigkeit und den Ladezustand der Batterie dargestellt.



Bild 7.9: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Fahrpedalposition (rot) und Bremspedalposition (blau)



Bild 7.10: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Fahrzeuggeschwindigkeit (oben) und den Ladezustand der Batterie (unter)

Der Fahrer beschleunigt das Fahrzeug während den ersten 12,5 s in der Bergabfahrt

auf 100 km/h. Die Beschleunigung des Fahrzeugs führt zu einer Entladung der Batterie. Anschließend betätigt der Fahrer das Bremspedal, um die Fahrzeuggeschwindigkeit konstant zu halten. Die dabei entstehenden Bremsmomente sind in Bild 7.11 dargestellt. Zu Beginn des Bremsvorgangs wird das gewünschte Bremsmoment T_{des} durch den Antriebsmotor mit dem Rekuperationsmoment T_{rec} aufgebracht. Nachdem das maximale Rekuperationsmoment erreicht ist, wird mit den Reibungsbremsen ein zusätzliches Bremsmoment T_{bra} aufgebaut, die um Verzögerungsanforderung des Fahrers zu erfüllen. Durch die Energierückgewinnung infolge der Rekuperation wird die Batterie aufgeladen. Nach etwa 24,4 s endet die Bergabfahrt und das Fahrzeug fährt bergauf in eine Rechtskurve. Der Fahrer löst die Bremse und betätigt das Fahrpedal. Dabei wird zunächst das Bremsmoment von den Reibungsbremsen und anschließend das Rekuperationsmoment abgebaut, um eine maximale Energierückgewinnung zu erreichen. Die daraus resultierende Beschleunigung des Fahrzeugs bewirkt eine erneute Entladung der Batterie.



Bild 7.11: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für das gewünschte Bremsmoment (rot, durchgezogen), Rekuperationsmoment (blau, durchgezogen), Bremsmoment der Reibungsbremse (schwarz, durchgezogen) und Gesamtbremsmoment (magenta, gestrichelt)

Bild 7.12 zeigt für das beschriebene Fahrmanöver die Zeitantworten für die Sollpedalkraft $F_{fs,ref}$ und Regelgröße F_{fs} sowie den Regelfehler e_{fs} .



Bild 7.12: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Führungsgröße (oben, rot durchgezogen) und Regelgröße (oben, blau gestrichelt) sowie den Regelfehler (unten, blau durchgezogen)

Die Regelgröße folgt der Führungsgröße in einem sehr engen Toleranzband und verdeutlicht das gute Führungsverhalten der Fußkraftregelung. Störeinflüsse durch die Ansteuerung der Hydropumpe und der Ventile im Hydroaggregat während der Rekuperation sind in der Regelgröße nicht sichtbar. Dieses Verhalten lässt auf die gute Störunterdrückung der Regelung schließen. Somit liegt der Regelfehler fast im gesamten Zeitbereich deutlich unter 0,8 N. Zu Beginn und zum Ende des Bremsvorgangs erreicht der Regelfehler einen maximalen Wert von 1 N bzw. 1,5 N. Dies ist auf die schnellen Änderungen der Sollpedalkraft und dem damit verbundenen Einschwingverhalten der Regelgröße zurückzuführen. Die Welligkeit im Verlauf des Regelfehlers ist auf Störungen sowie auf die Quantisierung der Messgrößen und der Stellgröße zurückzuführen.

Die entsprechenden Drücke in der Primärkammer des Hauptbremszylinders und den Radbremszylindern, aus denen das Bremsmoment der Reibungsbremsen von Bild 7.11 hervorgeht, sind in Bild 7.13 dargestellt und zeigen ebenfalls ein gutes Einschwingverhalten [FAR13b, S. 180-183].



Bild 7.13: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Drücke in der Primärkammer des Hauptbremszylinders (oben, blau durchgezogen) und den Radbremszylindern vorne links (unten, rot durchgezogen), vorne rechts (unten, blau gestrichelt), hinten links (unten, schwarz durchgezogen), hinten rechts (unten, magenta gestrichelt)

Die Druckverläufe weisen zu Beginn des Bremsvorgangs eine starke Überhöhung auf, die als Folge der Sollfahrzeuggeschwindigkeit von 100 km/h, auf das zu starke Betätigen des Bremspedals durch das Fahrermodell zurückzuführen sind. Der Vergleich mit der Bremspedalposition aus Bild 7.9 bestätigt diesen Rückschluss. Der verzögerte Druckaufbau und das geringere Druckniveau in den hinteren Radbremszylindern im Vergleich zu dem Druckaufbau und Druckniveau der vorderen Radbremszylinder sind auf die Rekuperation zurückzuführen.

Schließlich wird mit den Pedalkraft/Pedalweg- und Bremsdruck/Pedalkraft-Kennlinien aus Bild 7.14 die Pedalcharakteristik des FCBS aus dem zuvor betrachteten Experiment, mit dem zweiten Experiment verglichen, bei dem der Antriebsmotor aufgrund der vollständig aufgeladenen Batterie keinen Rekuperationsmoment aufbringt.



Bild 7.14: Pedalkraft/Pedalweg- (links) und Bremsdruck/Pedalkraft- (rechts) Kennlinien aus der Simulation des Elektrofahrzeugs mit (rot) und ohne (blau) rekuperative Bremsunterstützung

Die Bremsvorgänge aus beiden Experimenten finden im Komfortbereich statt, da lediglich die Fahrzeuggeschwindigkeit während der Bergabfahrt konstant gehalten wird. Somit stellen die Kennlinien den Pedalwegabschnitt von der Pedalausgangsstellung bis zum Pedalleerweg dar. Beide Fahrmanöver zeigen eine nahezu identische Pedalcharakteristik, sodass der Fahrer nicht unterscheiden kann, ob der Antriebsmotor an dem Bremsvorgang beteiligt ist oder nicht. In beiden Fällen erfährt der Fahrer das gleiche Bremsgefühl.

7.3.2 Experiment mit rekuperativer Bremsunterstützung und ABS-Eingriff

Die Strecke für das Experiment mit rekuperativer Bremsunterstützung und ABS-Eingriff ist in Bild 7.15 dargestellt. Diese besteht aus einer geraden Fahrbahn mit einer Gesamtlänge von 195 m und einem konstanten Gefälle von 10 %. Die Abschnitte 1 bis 3 haben an der Fahrbahnoberfläche einen Reibbeiwert von μ =1. Der Reibbeiwert der Fahrbahnoberfläche im vierten Abschnitt variiert zwischen μ =0,4 und μ =0,1, sodass an allen vier Rädern während des Fahrmanövers abwechselnde und unterschiedliche Reibverhältnisse auftreten.



Bild 7.15: Strecke für das Experiment mit rekuperativer Bremsunterstützung und ABS-Eingriff

Gemäß Tabelle 7.1 beträgt die Länge des ersten Abschnitts 100 m, die des zweiten sowie dritten Abschnitts jeweils 25 m und die des vierten Abschnitts 45 m. Das Fahrmanöver wird über die Fahr- und Bremspedalposition vorgegeben. Dabei beschleunigt der Fahrer, zunächst durch die vollständige Betätigung des Fahrpedals, das Elektrofahrzeug im ersten Abschnitt. Anschließend löst er das Fahrpedal im zweiten Abschnitt und betätigt die Bremse zunächst bis 10 % und anschließend im dritten und vierten Abschnitt bis 45 % des maximalen Pedalwegs.

	Position	Position	Länge	Haftreibungs-	Steigung
Abschnitt	des Fahr-	des Brems-	des	koeffizient der	des
	pedals	pedals	Abschnitts	Fahrbahnoberfläche	Abschnitts
1	100%	0%	100 m	1.0	-10%
2	0%	10%	25 m	1.0	-10%
3	0%	45%	25 m	1.0	-10%
4	0%	45%	45 m	0.1 und 0.4	-10%

Tabelle 7.1:Fahrmanöver und Streckenbeschaffenheit für das Experiment mit
rekuperativer Bremsunterstützung und ABS-Eingriff

Die nachfolgenden Bilder zeigen die Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Fahr- und Bremspedalposition sowie der Fahrzeugposition und -geschwindigkeit.



Bild 7.16: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Fahrpedalposition (rot) und Bremspedalposition (blau)


Bild 7.17: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Fahrzeugposition (oben) und Fahrzeuggeschwindigkeit (unten)

In der Beschleunigungsphase im ersten Abschnitt erreicht das Elektrofahrzeug nach 9 s eine Geschwindigkeit von etwa 76 km/h. Die Fahrzeuggeschwindigkeit nimmt im zweiten Abschnitt weiterhin zu, da die aus der geringen Betätigung des Bremspedals resultierenden Bremsmomente am Elektrofahrzeug nicht ausreichend sind, um der Hangabtriebskraft entgegenzuwirken. Der starke Abfall der Fahrzeuggeschwindigkeit von 78 km/h auf 48 km/h nach etwa 10.2 s im dritten Abschnitt ist auf die stärkere Betätigung des Bremspedals zurückzuführen. Bedingt durch den geringen Haftreibungskoeffizienten der Fahrbahnoberflächen im vierten Abschnitt reduziert sich die Fahrzeugverzögerung ab 11,5 s deutlich.

Mit den nachfolgenden Bildern werden mit den Zeitantworten der Führungs- und Regelgröße sowie den Drücken in der Primärkammer des Hauptbremszylinders und in den Radbremszylindern die relevanten Größen des FCBS für das beschriebene Fahrmanöver dargestellt.



Bild 7.18: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Führungsgröße (oben, rot durchgezogen) und Regelgröße (oben, blau gestrichelt) sowie den Regelfehler (unten, blau durchgezogen)



Bild 7.19: Zeitantworten aus der Simulation des Elektrofahrzeugs für die Drücke in der Primärkammer des Hauptbremszylinders (oben, blau durchgezogen) und den Radbremszylindern vorne links (unten, rot durchgezogen), vorne rechts (unten, blau gestrichelt), hinten links (unten, schwarz durchgezogen), hinten rechts (unten, magenta gestrichelt)

Der Druckaufbau erfolgt nach dem Eintritt im zweiten Abschnitt der Strecke bei etwa 9.5 s. Das Elektrofahrzeug bremst aufgrund der geringen Bremspedalbetätigung in diesem Abschnitt an der Vorderachse mit den Reibungsbremsen und an der Hinterachse durch Rekuperation. Der Druck im Hauptbremszylinder folgt der Bremspedalposition aus Bild 7.16 und zeigt sowohl im zweiten als auch im dritten Abschnitt ein gutes Einschwingverhalten. Im Letzteren reicht jedoch das Rekuperationsmoment durch die weitere Bremspedalbetätigung auf 45% des maximalen Pedalwegs nicht aus, um das geforderte Gesamtbremsmoment an der Hinterachse aufzubringen. Daher erfolgt der Druckanstieg in allen Radbremszylindern und sowohl die Reibungsbremsen als auch der Antriebsmotor tragen zwischen 10.3 s und 11.5 s zur Fahrzeugverzögerung bei. Während des ABS-Eingriffs im vierten Abschnitt oszilliert der Druck in der Primärkammer des Hauptbremszylinders mit einer Amplitude von ± 15 bar um den Mittelwert von 55 bar. Bedingt durch die hydraulischen Widerstände der Ventile und Leitungen zwischen dem Hauptbremszylinder und Nachfüllbehälter kommt es nicht zu einem vollständigen Druckeinbruch, wie bei den Drücken in den Radbremszylindern. Diese oszillieren während des ABS-Eingriffs mit einer Amplitude von ±30 bar und tangieren den Relativdruck von 0 bar. Wie auch beim vorherigen Experiment, zeigt der Regelfehler jeweils beim Antreten des Bremspedals geringe Ausschläge bis ± 2 N. der Regelfehler Für den restlichen Bereich liegt deutlich unter 0.8 N. Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die hochfrequenten Druckänderungen während des ABS-Eingriffs eine vernachlässigbare Auswirkung auf das Bremsgefühl haben. Aus Bild 7.18 wird deutlich, dass die Führungsgröße in einem sehr engen Toleranzband eingehalten wird. Weder die Betätigung der Hydropumpe noch der Ventile im Hydroaggregat während der Rekuperation und des ABS-Eingriffs haben einen nennenswerten Einfluss auf das haptische Empfinden des Fahrers am Bremspedal [FAR15, S. 714-718].

8 Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Regelungskonzept für ein elektrohydraulisches Bremssystem vorgestellt, welches die direkte Vorgabe eines adaptiven Bremsgefühls für den Fahrer durch den elektrischen Bremskraftverstärker ermöglicht. Das gewünschte Bremsgefühl wird mit Hilfe von Feelingkennlinien/Feelingkennfeldern vorgegeben und durch eine beobachtergestützte Zustandsregelung eingestellt. Dadurch lässt sich die Bremscharakteristik über die Kennlinienform mittels Software einstellen und an den jeweiligen Fahrzustand anpassen.

Die Vorteile des dargestellten Regelungsansatzes liegen in der formalen Berechnung der Reglerverstärkungen sowie in der einfach zu realisierenden Reglerstruktur. Durch den direkt diskreten Regler- und Beobachterentwurf werden bereits die digitale Ausführung der Regelfunktionen und die Implementierung der entsprechenden Algorithmen auf ein Fahrzeugsteuergerät berücksichtigt. Darüber hinaus bietet die Fußkraftregelung den Vorteil gleichzeitig auf das Führungs- und Störverhalten Einfluss zu nehmen. Durch die getroffene Wahl der Systemgrenzen und die daraus folgenden Führungs-, Stör- und Messgrößen wird eine sehr gute Regelgüte erreicht. Insbesondere die Betrachtung der Kammerdrücke als Störgröße sowie die ermöglicht die Aufschaltung dieser Kompensation von hochfrequenten Druckänderungen und die Entlastung des Zustandsreglers. Durch die aktive Dämpfung von Schwingungen in der Regelstrecke wird für die Fahrerfußkraft als Regelgröße und für den Druckaufbau eine hohe Dynamik erzielt. Ferner wird dadurch eine hohe Regelungsbandbreite und Phasenreserve erreicht. Damit weist die Regelung sehr gute Robustheitseigenschaft auf, ist durch LTR robust gegen Parameterschwankungen und die Regelgröße stellt sich auch bei Notbremsungen schnell und genau auf die vorgegebene Führungsgröße ein. Der starken Abhängigkeit den Messgrößen wird der Regelung von mit der Einbeziehung von Rauschanregungen beim Beobachterentwurf entgegengetreten, wodurch eine gute Störunterdrückung für Mess- und Quantisierungsrauschen erzielt wird. Den Vorteilen der Regelung steht gegenüber, dass aufgrund des modellbasierten Ansatzes detailliertere Kenntnisse über die Regelstrecke und die Betriebsumgebung erforderlich sind. Dies benötigt teilweise aufwendige Identifikationsarbeiten, um die Modellstruktur mit den entsprechenden Parametern zu ermitteln.

Durch die Vorgabe einer Sollpedalkraft als Führungsgröße wird in einem überlagerten Regelkreis dem Fahrer Bremspedal eine am gewünschte Pedalcharakteristik vermittelt, ohne die Eigenschaften der Fußkraftregelung zu beeinträchtigen. Dies ermöglicht die Realisierung sehr steiler Feelingkennlinien/Feelingkennfelder, wodurch sich die Pedalcharakteristik eines konventionellen Bremssystems mit pneumatischem Bremskraftverstärker nachbilden lässt. Die Gestaltung der Führungsgröße kann auch in Abhängigkeit von Größen des Bremssystems und der Fahrdynamik erfolgen. Ebenso ist eine Kombination von mehreren Größen möglich, die zu mehrdimensionalen Kennfeldern führen. Demnach kann durch eine geeignete Gestaltung der Führungsgröße die Pedalcharakteristik von sportlichen bis zu komfortablen Fahrzeugen realisiert werden. Ferne lassen sich der Leistungsgrenzen des elektrischen Bremskraftverstärkers die innerhalb systembedingten Nachteile (zum Beispiel der Aussteuerpunkt) eines konventionellen Bremssystems mit pneumatischem Bremskraftverstärker vermeiden.

Die Bewertung des Regelungskonzepts und die Eigenschaften des Bremssystems wurden in der Simulation mit einem Fahrdynamikmodell eines Elektrofahrzeugs untersucht. Die Regelung zeigte dabei ein sehr gutes Verhalten, besonders im Hinblick auf das Zusammenspiel von Reibungs- und Generatorbremse, welches ohne negative Einflüsse auf das Bremsgefühl erfolgt. Hochfrequente Druckänderungen, wie zum Beispiel während eines ABS-Eingriffs, werden durch die Regelung kompensiert und haben keine haptische Rückwirkung auf den Fahrer. Darüber hinaus wurde durch die Analyse mit linearen Modellen, die guten Robustheitseigenschaften der Fußkraftregelung nachgewiesen. Durch dieses Regelungskonzept eignet sich das Bremssystem besonders für Fahrzeuge mit Rekuperationsstrategie wie Elektro- und Hybridfahrzeuge, da somit ein hohes Maß an Flexibilität und Komfort bereitgestellt wird. Darüber hinaus eignet sich das vorgestellte Bremssystem ebenso für den Einsatz übergeordneter Algorithmen für Bremsassistenzsysteme, wie Abstands- oder Notbremsassistent. Die Regelung erfüllt damit die Anforderungen an ein modernes Bremssystem bezüglich Komfort und Sicherheit.

Das Regelungskonzept wurde bislang in einer realitätsnahen Simulationsumgebung mit Hilfe eines Fahrdynamikmodells untersucht. Das Ziel einer Weiterentwicklung müssen daher zunächst Untersuchungen am Prüfstand und im realen Fahrzeug sein, um die hier vorgestellten Ergebnisse zu verifizieren. Weitere Untersuchungen müssen sich mit der Stabilität des überlagerten Regelkreises beschäftigen, da durch die Rückführung von Systemgrößen zur Erzeugung der Führungsgröße Regelschleifen geschlossen werden, die eine stabilitätskritische Auswirkung auf das Gesamtsystem haben könnten.

Zukünftige Arbeiten im Bereich der Fußkraftregelung können die Berücksichtigung von Führungsgrößen beim Reglerentwurf verfolgen. Damit würde die Robustheit des Gesamtsystems gesteigert werden und mehr Flexibilität bei der Gestaltung der Führungsgrößen ermöglichen. Prinzipiell kann der Regelungsansatz auch für nichtlineare Modelle der Regelstrecke verwendet werden. Vor allem die Berücksichtigung eines nichtlinearen Modells für die Fahrer-Anbindung, könnte dazu beitragen, dass die hier dargestellte Regelgüte der Fußkraftregelung für alle Fahrertypen gewährleitstet ist.

In dieser Arbeit wurde auf Führungsgrößen zurückgegriffen, die von konventionellen Bremssystemen mit pneumatischen Bremskraftverstärkern abgleitet wurden. Diese Kennlinien beschreiben keine ideale Pedalcharakteristik und unterliegen systembedingten Einschränkungen, wie dem Aussteuerungspunkt des pneumatischen Bremskraftverstärkers. Um das gesamte Potenzial dieses Regelungsansatzes zu nutzen, müssen für dieses Bremssystem ideale Kennlinie abgeleitet und untersucht werden.

Schließlich bieten sich durch die Verwendung eines elektrischen Bremskraftverstärkers eine Vielzahl an Weiterentwicklungsmöglichkeiten in Bezug auf Fahrer- und Sicherheitsassistenzsysteme. Diese reichen vom Abstands- und Notbremsassistenten bis hin zu einer aktiven Pedalrückstellung zur Minimierung der Restbremsmomente durch die Bremsbeläge oder die aktive Vermeidung der Pedalintrusion im Fahrzeuginnerraum während eines Unfalls.

Literaturverzeichnis

[Abe12]	ABENDROTH B., LANDAU K., WEIBE J.: Menschliche Anforderungen, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[AUG06]	AUGSBURG K., SENDLER J.: Eine komplexe Methode zur Bewertung des Bremspedalgefühls, in Becker K. (Hrsg.), Subjektive Fahreindrücke sichtbar machen III – Korrelation zwischen objektiver Messung und subjektiver Beurteilung von Versuchsfahrzeugen und - komponenten, expert-Verlag, Renningen, 2006.
[BIL12]	BILL K. H.: Grundlagen elektrisch betätigter Pkw-Bremssysteme, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[BUR91]	BURCKHARDT M.: Fahrwerkstechnik: Bremsdynamik und PKW-Bremsanlagen, 1. Auflage, Vogel Verlag, Würzburg, 1991.
[Doy79]	DOYLE J. C., STEIN G.: Robustness with Observers, in IEEE Trans. on Automatic Control Vol. AC-24: S. 607-611, 1997.
[EIC12]	EICHHORN U., GIES S., LAYFIELD J., RISCHBIETER F.: Fahrzeugtechnische Anforderungen, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[Far09]	FARSHIZADEH E.: Untersuchung eines Konzeptes für einen HiL-Prüfstand zum Test von Steuergeräten und Motoren von EPS-Systemen, Technische Hochschule Köln, 2009.
[Far13a]	FARSHIZADEH E.: Direkt diskreter LQR-Entwurf, Technische Hochschule Köln, 2013.
[FAR13b]	FARSHIZADEH E., STEINMANN D., HENRICHFREISE H.: Ein Konzept für ein elektrohydraulisches Bremssystem mit adaptivem Bremsgefühl, in Autoreg 2013 – Steuerung und Regelung von Fahrzeugen und Motoren, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2013.
[FAR13c]	FARSHIZADEH E., STEINMANN D., HENRICHFREISE H.: A Concept for an Electrohydraulic Brake System with Adaptive Brake Pedal Feedback, in chassis.tech plus 2013 – 4th International Munich Chassis Symposium, Volume 2, Springer Verlag, Wiesbaden, 2013.

[Far13d]	FARSHIZADEH E. ET AL: Simulationsgestützter Entwurf für Elektrofahrzeuge, in 8. Dortmunder Autotag, 2013.
[Far15]	FARSHIZADEH E., STEINMANN D., BRIESE H., HENRICHFREISE H.: A Concept for an Electrohydraulic Brake System with Adaptive Brake Pedal Feedback, in Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, S. 708-718, Volume 229 No. 6, Sage Publications, 2015.
[Fei12]	FEIGEL H. J., VAN ZANTEN A., LEIBER H., LEIBER T., KÖGLSPERGER C., UNTERFRAUNER V.: Integrierte Bremssysteme, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[Föl94]	FÖLLINGER O.: Regelungstechnik, 8. Auflage, Hüthig Buch Verlag, Heidelberg, 1994.
[Fri86]	FRIEDLAND B.: Control System Design – An Introduction to State-Space Methods, McGraw-Hill, New York, 1986.
[Fri96]	FRIEDLAND B.: Advanced Control System Design, Prentice-Hall, Upper Saddle River New Jersey, 1996.
[HAN84]	HANSELLMANN H.: Diskretisierung kontinuierlicher Regler, in Regelungstechnik, 32. Jahrgang 1984, Heft 10, S. 326-334.
[Hei11]	HEIMANN S.: Methodische Ansätze zur Untersuchung des Restbremsmomentes von Scheibenbremsen, Technische Universität Ilmenau, 2011.
[Hen97]	HENRICHFREISE H.: Prototyping of a LQG Compensator for a Compliant Positioning System with Friction, 1. Workshop TRANSMECHATRONIK - Entwicklung und Transfer von Entwicklungssystemen der Mechatronik, HNI-Verlagsschriftenreihe, Volume 23, Paderborn, 1997.
[Hen09]	HENRICHFREISE H.: Skript zur Vorlesung Entwurf mechatronischer Systeme, Technische Hochschule Köln, 2009.
[Hen10]	HENRICHFREISE H.: Skript zur Vorlesung Digitale Regelung, Technische Hochschule Köln, 2010.
[Hen12]	HENRICHFREISE H.: Skript zur Vorlesung Optimale Regelung, Technische Hochschule Köln, 2012.

[Her14]	HERFELD T.: Robustheit beobachterbasierter Zustandsregelungen, Technische Hochschule Köln, 2014.
[ISE92]	ISERMANN R.: Identifikation dynamischer Systeme 1, 2. Auflage, Springer Verlag, Heidelberg, 1992.
[KAR07]	KARCH G., GRÜNER S.: Mechatronische Lenksysteme, in at-Automatisierungstechnik 55 (6), S. 281-289, Oldenburg Verlag, München, 2007.
[KAS85]	KASPER R.: Entwicklung und Erprobung eines instrumentellen Verfahrens zum Entwurf von Mehrgrößenregelung, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1985.
[Klo02]	KLOTZBACH S., HENRICHFREISE H.: Entwicklung, Implementierung und Einsatz eines nichtlinearen Reibmodells für numerische Simulation reibungsbehafteter mechatronischer Systeme, in Tavangaria D., Grutzne R. (Hrsg.), 16. Symposium Simulationstechnik ASIM 2002, S. 405-4011, Rostock, 2002.
[Kun12]	KUNZ M., MAHMOUD R., VAN DE SAND A., MICHALSKI R.: Regenerative Bremssysteme, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[KWA72]	KWAKERNAAK H., SIVAN R.: Linear Optimal Control Systems, Wiley-Interscience, 1972.
[Lew92]	LEWIS F. L.: Applied Optimal Control & Estimation, Digital Control and Implementation, Texas Instruments and Prentice Hall, Englewood Cliffs NJ, 1992.
[MUR05]	MURRENHOFF H.: Grundlagen der Fluidtechnik Teil 1: Hydraulik, 4. Auflage, Shaker Verlag, Aachen, 2005.
[Nat92]	NATKE H. G.: Einführung in Theorie und Praxis der Zeitreihen- und Modalanalyse, 3. Auflage, Vieweg Verlag, Wiesbaden, 1992.
[NGU93]	NGUYEN P. Q.: Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen, 1. Auflage, expert-Verlag, Böblingen, 1993.
[Pic12]	PICKENHAHN J, STRAUB T: Auslegung und Simulation von Pkw-Bremsanlagen, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.

[Rie12]	RIETH P.: Zur Geschichte der Kraftfahrzeugbremse, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[Sta13]	 STASS S., LIEBEMANN E., EWERHART F., WILLMANN KH., HÄGELE N., PONCELET N.: The key for future brake systems – established brake architecture combined with newest technologies, in ATZ live chassis.tech plus 4th International Munich Chassis Symposium, Volume 2, Springer Verlag, Wiesbaden, 2013.
[Sem06]	SEMMLER S.: Bremsregelungen für mechatronische Bremsen, in Isermann R. (Hrsg.), Fahrdynamik-Regelung, 1. Auflage, Vieweg Verlag Wiesbaden, 2006.
[Sem12]	SEMSCH M., FEIGEL H. J., HOFFMANN J.: Elektromechanisch betätigte Bremse, in Breuer B., Bill K. H. (Hrsg.), Bremsenhandbuch, 4. Auflage, Springer Verlag, Wiesbaden, 2012.
[STE14]	STEINMANN D., FARSHIZADEH E.: Entwicklung eines Hydroaggregats mit ABS-Funktionalität für Elektrofahrzeuge, Technische Hochschule Köln, 2014.
[Str02]	 STRAUB T., SUGINAKA R.: Bremsgefühl – Gegenüberstellung von objektiven Messwerten, subjektiven Fahreindrücken eines konventionellen Bremssystems und einer Brake-by-Wire Bremsanlage, in Becker K. (Hrsg.), Subjektive Fahreindrücke sichtbar machen II – Korrelation zwischen objektiver Messung und subjektiver Beurteilung von Versuchsfahrzeugen und -komponenten, expert-Verlag, Renningen, 2002.
[Tru07]	TRUTSCHEL R.: Analytische und experimentelle Untersuchung der Mensch-Maschine-Schnittstellen von Pkw-Bremsanlagen, in Augsburg K. (Hrsg.), Kraftfahrzeugtechnische Berichte Band 1, Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG, Münster, 2007 (zugleich Dissertation an der Technische Universität Ilmenau 2007).
[Vol13]	Robert Bosch GmbH: Erf. VOLLERT H., GERDES M., Pr.: DE201210204271 19.03.2012, Az. DE102012204271 A1 19.09.2013, Bremskraftverstärkersteuervorrichtung für einen elektrisch-steuerbaren Bremskraftverstärker und Modulationsvorrichtung für mindestens eine hydraulische Bremsanlagenkomponente.

[WIT05] Volkswagen Ag: Erf. WITTE B., Pr.: DE2003127553 18.06.2003, Az. DE10327553 A1 13.01.2005, Elektromechanischer
 Bremskraftverstärker.

A1 Gültigkeit der Gleichung für die Reglerverstärkungsmatrix K

Die Herleitung der Reglerverstärkungsmatrix K führte zu der Gleichung

$$\underline{\mathbf{K}} = (\underline{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}})^{-1} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{A}}_{\mathrm{D}}$$
(A1.1)

mit der symmetrischen reellen Matrix <u>S</u>. Diese Matrix ist die Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung und unter den zu Gleichung (2.24) genannten Bedingungen, positiv definit. Damit gilt für seine quadratische Form

$$f(\underline{x}_{S}) = \underline{x}_{S}^{T} \underline{S} \underline{x}_{S} > 0$$
, mit $\underline{x}_{S} \neq \underline{0}$. (A1.2)

Die Verstärkungsmatrix <u>K</u> aus Gleichung (A1.1) kann nur bestimmt werden, wenn <u>R</u> + <u>B</u>^T_D<u>S</u><u>B</u>_D invertierbar ist. Ist die quadratische Form

$$f(\underline{x}_R) = \underline{x}_R^T \underline{R} \underline{x}_R > 0$$
, mit $\underline{x}_R \neq \underline{0}$ (A1.3)

der Gewichtungsmatrix <u>R</u> positiv definit, ist die Summe $\underline{R} + \underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ stets positiv definit

$$\underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(\underline{\mathbf{R}} + \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}\underline{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}})\underline{\mathbf{x}} = \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\underline{\mathbf{R}}\underline{\mathbf{x}} + \underline{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}\underline{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}\underline{\mathbf{x}} > 0 \quad \text{, mit } \underline{\mathbf{x}} \neq \underline{\mathbf{0}} \quad \text{,}$$
(A1.4)

wenn $\underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ positiv definit bzw. positiv semidefinit ist.

Durch die symmetrische Form der reellen Matrix <u>S</u> vom Typ (n,n) ist das Produkt $\underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ mit \underline{B}_{D} vom Typ (n,p) ebenfalls symmetrisch und vom Typ (p,p). Für die quadratische Form von $\underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ gilt

$$\underline{\mathbf{y}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}} \underline{\mathbf{y}} = (\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}} \underline{\mathbf{y}})^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}} \underline{\mathbf{y}} = \underline{\mathbf{z}}^{\mathrm{T}} \underline{\mathbf{S}} \underline{\mathbf{z}} \ge 0 \quad , \quad \text{mit } \underline{\mathbf{y}} \neq \underline{\mathbf{0}} \quad . \tag{A1.5}$$

Der Vektor <u>z</u> kann abhängig von den Elementen der Matrix <u>B</u>_D mit $\underline{y} \neq \underline{0}$ zum Nullvektor werden, womit die Gleichung (A1.5) den Wert Null annimmt. Die 134 entsprechende quadratische Form ist daher positiv semidefinit. Für den Fall, dass die Matrix $\underline{B}_{D}^{T} \underline{S} \underline{B}_{D}$ den vollen Rang p hat, wird die quadratische Form aus Gleichung (A1.5) positiv definit. Dies ist mit

$$\operatorname{rang}(\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}^{\mathrm{T}}\underline{\mathbf{S}}\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}}) = \min(\operatorname{rang}(\underline{\mathbf{S}}), \operatorname{rang}(\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}})) = \operatorname{rang}(\underline{\mathbf{B}}_{\mathrm{D}})$$
(A1.6)

genau dann gegeben, wenn die Matrix B_D den Rang p hat. Damit wird bei positiv definiter Gewichtungsmatrix <u>R</u> die quadratische Form aus Gleichung (A1.4) positiv definit und die zugehörige Matrix ist invertierbar.

A2 Beschreibung der Reihenschaltung von Feder-Dämpfer-Elementen

Ein vereinfachtes Modell von der Bremsbetätigungseinheit bildet die Grundlage für den Regler- und Beobachterentwurf für die Fußkraftregelung. Bei diesem Modell wird die Masse des Sekundärkolbens vernachlässigt. Damit reduziert sich, mit dem physikalischen Ersatzmodell aus Bild A2.1, die mathematische Beschreibung der Bremsbetätigungseinheit auf die Gleichungen (3.28) und (3.29).



Bild A2.1: Physikalisches Ersatzmodell der vereinfachten Bremsbetätigungseinheit Gleichung (3.29) enthält jedoch die Bewegungsgrößen der Masse des Sekundärkolbens, die wie folgt eliminiert werden.

Mit der Kraft des Feder-Dämpfer-Elements in der Primärkammer

$$F_{cb,cha1} = c_{cha1}(s_{dn} - s_{pist2}) + b_{cha1}(v_{dn} - v_{pist2})$$
(A2.1)

und in der Sekundärkammer

$$F_{cb,cha2} = c_{cha2} s_{pist2} + (b_{cha2} + b_{pist2}) v_{pist2}$$
(A2.2)

ergibt das Kräftegleichgewicht zwischen den Feder-Dämpfer-Elementen

$$c_{cha1}(s_{dn} - s_{pist2}) + b_{cha1}(v_{dn} - v_{pist2}) = -F_{fr,pist2} + F_{hyd1} - F_{hyd2} + c_{cha2}s_{pist2} + (b_{cha2} + b_{pist2})v_{pist2}$$
(A2.3)

136

Durch Auflösen obiger Gleichung nach der Geschwindigkeit

$$v_{pist2} = -\frac{c_{cha1} + c_{cha2}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} s_{pist2} + \frac{c_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} s_{dn} + \frac{b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} v_{dn} + \frac{1}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} (F_{fr,pist2} - F_{hyd1} + F_{hyd2})$$
(A2.4)

des Sekundärkolbens und einsetzen in Gleichung (A2.1) folgt

$$F_{cb,cha1} = -\frac{c_{cha1}b_{cha2} + c_{cha1}b_{pist2} - c_{cha2}b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} s_{pist2} + \frac{c_{cha1}b_{cha2} + c_{cha1}b_{pist2}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} s_{dn} + \frac{b_{cha1}b_{cha2} + b_{cha1}b_{pist2}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} v_{dn} .$$
(A2.5)
$$-\frac{b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} (F_{fr,pist2} - F_{hyd1} + F_{hyd2})$$

Nun soll das physikalische Ersatzmodell aus Bild A2.1 äquivalent zu dem nachfolgenden physikalischen Ersatzmodell sein.



Bild A2.2: Physikalisches Ersatzmodell der vereinfachten Bremsbetätigungseinheit mit einem resultierenden Feder-Dämpfer-Element

Hierbei gilt für die Kraft am Feder-Dämpfer-Element

$$F_{cb,res} = c_{res}s_{dn} + b_{res}v_{dn} \quad . \tag{A2.6}$$

Mit der Forderung $F_{cb,res} \stackrel{!}{=} F_{cb,cha1}$ folgt aus den Gleichungen (A2.5) und (A2.6)

$$c_{res}s_{dn} + b_{res}v_{dn} = \frac{-c_{cha1}b_{cha2} - c_{cha1}b_{pist2} + c_{cha2}b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}}s_{pist2} + \frac{c_{cha1}b_{cha2} + c_{cha1}b_{pist2}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}}s_{dn} + \frac{b_{cha1}b_{cha2} + b_{cha1}b_{pist2}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}}v_{dn} \quad .$$
(A2.7)
$$+ \frac{b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}}(-F_{fr,pist2} + F_{hyd1} - F_{hyd2})$$

Der Koeffizientenvergleich für Position spist2 des Sekundärkolbens liefert

$$\frac{-c_{cha1}b_{cha2} - c_{cha1}b_{pist2} + c_{cha2}b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} = 0$$
(A2.8)

und stellt die Bedingung

$$\frac{b_{cha1}}{c_{cha1}} = \frac{b_{cha2} + b_{pist2}}{c_{cha2}} \quad . \tag{A2.9}$$

Weiterer Koeffizientenvergleich liefert unter Verwendung von Gleichung (A2.9) die bekannte Gleichung für die resultierende Federsteifigkeit einer Reihenschaltung zweier Federn

$$c_{\rm res} = \frac{c_{\rm cha1}c_{\rm cha2}}{c_{\rm cha1} + c_{\rm cha2}}$$
(A2.10)

und den resultierenden Dämpfungsbeiwert

$$b_{\rm res} = \frac{b_{\rm cha1}b_{\rm cha2} + b_{\rm cha1}b_{\rm pist2}}{b_{\rm cha1} + b_{\rm cha2} + b_{\rm pist2}} \quad . \tag{A2.11}$$

Einsetzen der Gleichung (A2.10) sowie (A2.11) in (A2.7) und Auflösen dieser nach der Position s_{pist2} des Sekundärkolbens ergibt

$$s_{pist2} = \frac{c_{cha1}b_{cha2}}{c_{cha1} + c_{cha2}} s_{dn} + \frac{b_{cha1}}{c_{cha1}b_{cha2} + c_{cha1}b_{pist2} - c_{cha2}b_{cha1}} (-F_{fr,pist2} + F_{hyd1} - F_{hyd2})$$
(A2.12)

Schließlich folgt für die Geschwindigkeit v_{pist2} des Sekundärkolbens aus Gleichung (A2.4) durch Einsetzen obiger Gleichung

$$v_{pist2} = \frac{b_{cha1}}{b_{cha1} + b_{cha2} + b_{pist2}} v_{dn} - \frac{c_{cha1}}{c_{cha1}b_{cha2} + c_{cha1}b_{pist2} - c_{cha2}b_{cha1}} (-F_{fr,pist2} + F_{hyd1} - F_{hyd2})$$
(A2.13)

Mit den Differentialgleichungen (3.28) und (3.29) sowie den Bestimmungsgleichungen (A2.12) und (A2.13) ist das mathematische Modell der vereinfachten Bremsbetätigungseinheit vollständig beschrieben.

A3 Zustandsmodelle für die Analyse des linearen Systems

Im den nachfolgenden Unterkapiteln werden die Zustandsmodelle angegeben, die der Analyse des linearen Systems aus Kapitel 5 zugrunde liegen. Das Gesamtmodell ergibt sich durch die Kopplung der entsprechenden Teilmodelle über ihre Ein- und Ausgänge.

A3.1 Stromgeregelter Motorstromkreis

Aus der linearen Differentialgleichung (3.10) lässt sich das Zustandsmodell

$$\dot{T}_{mot} = -\frac{1}{\tau_{mot}} T_{mot} + \frac{1}{\tau_{mot}} T_{mot,req} , \qquad (A3.1)$$

$$y_{mot} = T_{mot}$$
(A3.2)

des stromgeregelten Motorstromkreises mit dem geforderten Solldrehmoment $T_{mot,req}$ als Eingangsgröße und dem Istdrehmoment T_{mot} als Ausgangsgröße ableiten. Mit Letzteren wird die Eingangsgröße für das Modell der Bremsbetätigungseinheit bereitgestellt.

A3.2 Bremsbetätigungseinheit

Das Zustandsmodell zur Beschreibung der Bremsbetätigungseinheit folgt aus den Differentialgleichungen (3.28), (3.29) und (3.30). Durch Umformung dieser zu

$$\dot{v}_{up} = -\frac{c_{rod}}{m_{up}} s_{up} - \frac{b_{up} + b_{rod}}{m_{up}} v_{up} + \frac{c_{rod}}{m_{up}} s_{dn} + \frac{b_{rod}}{m_{up}} v_{dn} + \frac{i_{ped}}{m_{up}} F_{dr} \quad , \tag{A3.3}$$

$$\dot{v}_{dn} = \frac{c_{rod}}{m_{dn}} s_{up} + \frac{b_{rod}}{m_{dn}} v_{up} - \frac{c_{rod} + c_{chal}}{m_{dn}} s_{dn} - \frac{b_{rod} + b_{dn} + b_{chal}}{m_{dn}} v_{dn} + \frac{c_{chal}}{m_{dn}} s_{pist2} + \frac{b_{chal}}{m_{dn}} v_{pist2} + \frac{i_{mot}}{m_{dn}} T_{mot} - \frac{1}{m_{dn}} F_{fr,dn} - \frac{1}{m_{dn}} F_{hyd1} , \qquad (A3.4)$$

$$\dot{v}_{pist2} = \frac{c_{chal}}{m_{pist2}} s_{dn} + \frac{b_{chal}}{m_{pist2}} v_{dn} - \frac{c_{chal} + c_{cha2}}{m_{pist2}} s_{pist2} - \frac{1}{m_{pist2}} F_{fr,pist2} + \frac{1}{m_{pist2}} F_{hyd1} , \qquad (A3.5)$$

$$- \frac{1}{m_{pist2}} F_{hyd2}$$

und mit den Bewegungsgrößen der Massen des vorderen m_{up} und hintern m_{dn} Bremsstrangs sowie die des Sekundärkolbens m_{pist2} lässt sich das lineare Modell in Zustandsform mit der Zustandsdifferentialgleich

mit den Abkürzungen

$$a_{22} = -\frac{b_{up} + b_{rod}}{m_{up}}$$
, (A3.7)

$$a_{43} = -\frac{c_{rod} + c_{cha1}}{m_{dn}}$$
, (A3.8)

$$a_{44} = -\frac{b_{rod} + b_{dn} + b_{cha1}}{m_{dn}} , \qquad (A3.9)$$

$$a_{65} = -\frac{c_{cha1} + c_{cha2}}{m_{pist2}} , \qquad (A3.10)$$

$$a_{66} = -\frac{b_{cha1} + b_{pist2} + b_{cha2}}{m_{pist2}}$$
(A3.11)

ableiten. Zur Kopplung dieses Modells an das der Fahrer-Anbindung und den hydraulischen Teil des Bremssystems ist die Koppelausgangsgleichung

$$\begin{bmatrix} s_{up} \\ v_{up} \\ v_{dn} \\ v_{pist2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{up} \\ v_{up} \\ s_{dn} \\ v_{dn} \\ s_{pist2} \\ v_{pist2} \end{bmatrix}$$
(A3.12)

zu formulieren.

A3.3 Vereinfachtes Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage

Die linearen Differentialgleichungen (3.90), (3.91), (3.92) und (3.93) beschreiben das vereinfachte Modell des hydraulischen Teils der Bremsanlage. Auflösen dieser nach den höchsten Ableitungen der gewählten Zustandsgrößen p_{cha1} , p_{cha2} , p_{wb1} und p_{wb2} liefert

$$\dot{p}_{cha1} = \frac{A_{pist1}}{C_{res1}} v_{dn} - \frac{A_{pist3}}{C_{res1}} v_{pist2} - \frac{1}{C_{res1}R_{pipe1}} p_{cha1} + \frac{1}{C_{res1}R_{pipe1}} p_{wb1} , \qquad (A3.13)$$

$$\dot{p}_{cha2} = \frac{A_{pist2}}{C_{res2}} v_{pist2} - \frac{1}{C_{res2}R_{pipe2}} p_{cha2} + \frac{1}{C_{res2}R_{pipe2}} p_{wb2} , \qquad (A3.14)$$

$$\dot{p}_{wb1} = \frac{1}{C_{wb1}R_{pipe1}} p_{cha1} - \frac{1}{C_{wb1}R_{pipe1}} p_{wb1} , \qquad (A3.15)$$

$$\dot{p}_{wb2} = \frac{1}{C_{wb2}R_{pipe2}} p_{cha2} - \frac{1}{C_{wb2}R_{pipe2}} p_{wb2} \quad .$$
(A3.16)

Schließlich folgt aus der Überführung obiger Gleichungen in Zustandsform die Zustandsdifferentialgleichung

$$\begin{bmatrix} p_{cha1} \\ p_{cha2} \\ p_{wb1} \\ p_{wb2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_2 & 0 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_3 & 0 \\ 0 & a_4 & 0 & -a_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{cha1} \\ p_{cha2} \\ p_{wb1} \\ p_{wb2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{A_{pis11}}{C_{res1}} & -\frac{A_{pis13}}{C_{res1}} \\ 0 & \frac{A_{pist2}}{C_{res2}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{dn} \\ v_{pist2} \end{bmatrix}$$
(A3.17)

mit den Abkürzungen

$$a_1 = \frac{1}{C_{res1}R_{pipe1}}$$
, (A3.18)

$$a_2 = \frac{1}{C_{res2}R_{pipe2}}$$
, (A3.19)

$$a_3 = \frac{1}{C_{wb1}R_{pipe1}}$$
, (A3.20)

$$a_4 = \frac{1}{C_{wb2}R_{pipe2}}$$
 (A3.21)

Mit der Koppelausgangsgleichung

143

$$\begin{bmatrix} F_{hyd1} \\ F_{hyd2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{pist1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{pist2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{cha1} \\ p_{cha2} \\ p_{wb1} \\ p_{wb2} \end{bmatrix}$$
(A3.22)

werden die Eingangsgrößen für das Modell der Bremsbetätigungseinheit definiert.

A3.4 Fahrer-Anbindung

Mit Hilfe der Gleichungen (3.97) und (3.98) des realen Differenzierers lässt sich das benötigte Zustandsmodell der Fahrer-Anbindung aufstellen. Mit dem Sollpedalweg s_{dr} sowie den Bewegungsgrößen s_{up} und v_{up} der Masse des vorderen Bremsstrangs als Eingangsgrößen folgt die Zustandsdifferentialgleichung

$$\dot{\mathbf{x}}_{dr} = -\frac{1}{\tau_{dr}} \mathbf{x}_{dr} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{dr} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{dr} \\ \mathbf{s}_{up} \\ \mathbf{v}_{up} \end{bmatrix} .$$
(A3.23)

Zur Kopplung dieses Modells an das der Bremsbetätigungseinheit wird die Fahrerfußkraft durch die Koppelausgangsgleichung

$$F_{dr} = -b_{dr}x_{dr} + \begin{bmatrix} K_{dr}b_{dr} + c_{dr} & -c_{dr}i_{ped} & -b_{dr}i_{ped} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{dr} \\ s_{up} \\ v_{up} \end{bmatrix}$$
(A3.24)

bereitgestellt.