

Hochschule Magdeburg-Stendal Fachbereich Ingenieurwissenschaften und Industriedesign (IWID) Institut für Elektrotechnik

Bachelorarbeit

zur Erlangung des Grades eines "Bachelor of Engineering" im Studiengang Elektrotechnik

Thema:	na: "Vergleich von Vorverstärkerschaltungen in Röhren- u Transistorbauweise für den Einsatz in Audioverstärken	
Eingereicht von:	Finn Engelmann	
Angefertigt für:	audionet GmbH	
Matrikel:	20182294	
Ausgabetermin:	05. Januar 2022	
Abgabetermin:	16. März 2022	
Schulischer Betre	uer: Herr Prof. Dr. techn. Sebastian Hantscher	
Betrieblicher Betr	reuer: Herr DrIng Stefan Schwehr	

1. Prüfer

2. Prüfer

Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich, Finn Engelmann, an Eides statt, dass ich die vorliegende Bachelor-Thesis eigenständig verfasst und keine fremde Hilfe in Anspruch genommen habe. Des Weiteren wurden keine anderen Quellen und Hilfsmittel als in dieser Arbeit angegeben verwendet. Alle sinngemäßen oder wörtlich übernommenen Textstellen aus den angegebenen Quellen habe ich als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde bisher in gleicher oder ähnlicher Form keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegt und auch nicht veröffentlicht.

Berlin, den 16.03.2022

.....

Finn Engelmann

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wurden Röhren- und Transistorvorverstärker ausgehend von ihren Grundschaltungen zur Spannungsverstärkung im Kontext von Audio Vorverstärkern verglichen. Dabei hat sich theoretisch und praktisch im ersten Schritt gezeigt, dass die Elektronenröhre aufgrund ihrer Kennlinie ein deutlich lineareres Bauteil als der Bipolartransistor oder der Mosfet ist. Es wurde eine Herleitung der harmonischen Verzerrungen sowohl für die Triode, den Mosfet als auch den Bipolartransistor durchgeführt, die die für die Höhe der Verzerrungen maßgeblichen Größen aufzeigt. Dabei wurde in erster Linie deutlich, dass die rein kennlinienbedingten Verzerrungen des Bipolartransistors in ihrer Größe völlig unabhängig vom Arbeitspunkt auftreten, vorausgesetzt er arbeitet im Normalbetrieb (forward region). Für den Mosfet und die Elektronenröhre zeigt sich das Verzerrungsverhalten sowohl Bauteil- als auch arbeitspunktabhängig. Im nächsten Schritt wurden alle Bauteile durch eine Stromgegenkopplung bei einem gleichen Verstärkungsfaktor betrieben. Hierbei hat sich gezeigt, dass die linearisierende Wirkung der Gegenkopplung zwar bei harmonischen Verzerrungen und Intermodulationsverzerrungen niedriger Ordnung eine enorme Verbesserung bewirkt, bei Verzerrungen und Intermodulationsprodukten höherer Ordnung aber deutlich weniger wirksam ist. Es hat sich im Vergleich außerdem gezeigt, dass die geringen Gesamtverzerrungen der Elektronenröhre in einer einstufigen Verstärkerschaltung von Bipolartransistor und Mosfet nicht ohne Weiteres erreicht werden können. Diese Erkenntnisse erklären, warum auch einfache Röhrenverstärker, die auf den von Barkhausen in den 1930er-Jahren verfassten Grundschaltungen basieren, klanglich überzeugen können. Weiterhin ermöglichen die Ergebnisse dieser Arbeit einen Ausblick darauf, welche Schaltungsaspekte zukünftig genauerer Analyse bedürfen, damit auch komplexere und mehrstufige Verstärkerschaltungen genauer beurteilt werden können.

Inhaltsverzeichnis

ZUSAMMENFASSUNG	II
INHALTSVERZEICHNIS	III
FORMELVERZEICHNIS	V
SYMBOLVERZEICHNIS	VII
ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS	IX
1. EINLEITUNG	1
1.1 Motivation	2
1.2 Zielsetzung	3
2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN	4
2.1 Schaltungstechnik	4
2.1.1 Elektronenröhre	4
2.1.1.1 Diode	4
2.1.1.2 Triode	6
2.1.2 Transistor	9
2.1.2.1 Bipolartransistor (BJT)	
2.1.2.2 Feldeffekttransistor (Fet)	
2 2 Messgrößen	16
2.2.1 Harmonic Distortion	
2.2.2 Total Harmonic Distortion (THD)	
2.2.3 Total Harmonic Distortion Plus Noise (THD+N)	
2.2.4 Intermodulation Distortion (IMD)	19
2.2.5 Spannungsverstärkung	21
4. VERGLEICH DER KENNLINIENBEDINGTEN VERZERRUNGEN	
4 1 Theoretische Betrachtung	22
4.1 1 Binolartransistor	····· 22
4.1.2 Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor	
4.1.3 Triode	
4.1.4 Diskussion der erlangten Gleichungen	
4.2 Überprüfung der theoretischen Betrachtung durch Rechnung, Simulation und Messaufbau	
4.2.1 Simulationsaufbau	41
4.2.2 Praktischer Versuchsaufbau	43
4.2.3 Berechnung	45
4.2.4 Ergebnisvergleich	49

6. VERGLEICH DER INTERMODULATIONSVERZERRUNGEN	64
7. FAZIT UND AUSBLICK	72
8. ANHANG	74
8.1 Matlab Quellcode Bipolartransistor	74
LITERATURVERZEICHNIS	VII

Formelverzeichnis

(1) Kennliniengleichungen der Elektronenröhre	5
(2) Raumladungsgesetz	6
(3) Steuerspannung	7
(4) Raumladungsgesetz der Triode	7
(5) Steilheit der Elektronenröhre	8
(6) Innerer Röhrenwiderstand	8
(7) Durchgriff der Elektronenröhre	8
(8) Barkhausensche Röhrenformel	8
(9) Großsignalgleichung des Bipolartransistors	12
(10) Kennliniengleichungen des Mosfets	. 16
(11) Harmonic Distortion	.17
(12) THD [%]	
(13) THD [dB]	
(14) THD+N [%]	. 19
(15) THD+N [dB]	. 19
(16) IMD-Produkte	20
(17) Spannungsverstärkung A	
(18) Spannungsverstärkung A [dB]	
(19) Großsignalgleichung Bipolartransistor	
(20) Basisstrom des Bipolartransistors	23
(21) Großsignalgleichung des Bipolartransistors ohne Early-Effekt	.23
(22) Definition des Eingangssignals des Bipolartransistors	24
(23) Auffeilung des Kollektorstroms	.24
(24) Kollektorstrom mit Arbeitspunkt- und Signalteil	.24
(25) Substitution des Arbeitspunktanteils des Kollektorstromes.	.24
(26) Kollektorstrom mit substituiertem Arbeitspunktanteil	24
(27) Taylorreihenformel	.25
(28) Taylorreihe der Exponentialfunktion	25
(29) Taylorreihenformel mit Signalanteil des Kollektorstromes	25
(30) Kollektorstrom aufgelöst als Taylorreihe	25
(31) Eingangssignal kosinusförmiger Aussteuerung an der Basis	.25
(32) Kosinussätze	26
(33) Eingangssignal eingesetzt in Taylorreihe des Kollektorstromes	26
(34) HD2 des Bipolartransistors	26
(35) HD2 des Bipolartransistors	.26
(36) Mosfetgleichung für den Abschnürbereich	27
(37) Mosfetgleichung mit Arbeitspunkt und Signalanteil	
(38) Eingangssignal kosinusförmiger Aussteuerung am Gate	.28
(39) Drainstrom mit eingesetztem Eingangssignal	.28
(40) HD2 des Mosfets	.28
(41) Raumladungsgesetz der Triode	.29
(42) Steuerspannung zur Berechnung der Verzerrungen	.30
(43) Spezialfall des Taylorschen Satzes	
(44) Anodenstrom als Taylorreihe	
(45) Anodenstrom als Taylorreihe mit substituierten Ableitungen	
(46) Eingangssignal kosinusförmiger Aussteuerung des Gitters	
(47) Anodenstrom mit eingesetztem Eingangssignal	32
(48) Übertragungsgleichung der Triode	32
(49) Berechnung der Ableitungen der Triodengleichung	32
(50) HD2 der Triode bei vernachlässigter Anodenrückwirkung	33
(51) HD3 der Triode bei vernachlässigter Anodenrückwirkung	
(52) Spannungsabfall am Anodenwiderstand	.33
(53) Anodenrückwirkung	
(54) Verzerrte Steuerwechselspannung	
(55) Anodenstrom mit verzerrter Steuerwechselspannung	
(56) Fourierentwicklung	
(57) Vergleich Fourierreihe und Anodenstrom	.35

(58) Röhreninnenwiderstand	35
(59) Anodenstrom der Grundschwingung	35
(60) Unverzerrte Steuerspannung	35
(61) Anodenstrom Ιω, Ι2ω, Ι3ω	
(62) HD2 der Triode mit Einbeziehung der Anodenrückwirkung	
(63) HD3 der Triode mit Einbeziehung der Anodenrückwirkung	
(64) Röhrendurchgriff	
(65) Ergebnis HD2 Bipolartransistor	
(66) Ergebnis HD3 Bipolartransistor	
(67) Differenz der Gates-Source-Spannung und der Schwellspannung (Messung)	47
(68) Differenz der Gates-Source-Spannung und der Schwellspannung (Simulation)	47
(69) Ergebnis HD2 des Mosfets.	
(70) Ergebnis HD2 der Triode	
(71) Ergebnis HD3 der Triode	
(72) THD BJT bei 1V	63
(73) THD Mos bei 1V	63
(74) THD Röhre bei 1V	63

Symbolverzeichnis

<i>u_a</i>	Anodenspannung
<i>U</i> _a	Anodengleichspannung
i _a	Anodenstrom
<i>I</i> _a	Anodengleichstrom
<i>i</i> _{a~}	Anodenwechselstrom
<i>S</i>	Steilheit
<i>T</i>	Krümmung
D	Durchgriff
μ	Leerlaufverstärkungsfaktor
<i>R_i</i>	Innerer Röhrenwiderstand
<i>I</i> ₀	Anodenstrom bei $U_a = 0$
$E_T \dots$	Kontaktpotential
<i>K</i> [*]	
$U_S \dots$	Sättigungsspannung
$I_S \dots$	
<i>u_{st}</i>	Steuerspannung
<i>U_{st}</i>	
$u_{st\sim}$	
$u_{st\omega}$	
<i>u_g</i>	Gitterspannung
U_a	Gittergleichspannung
U_{a0}	
u	Gitterwechselspannung
$R \sim 10$	Anodenwiderstand
II and II	Kollektor-Emitter-Gleichspannung
	Kollektor-Emitter-Sättigungssnannung
0 CE,Sa	t
и _{be}	Basis-Emitter-Gleichspannung
U_{BE}	Basis-Emitter-Arbeitsnunktaleichspannung
$O_{BE,A}$	Basis-Elinter-Moenspannung
u _{be} ~	Kollektorstrom
ι _C Ι_	Kollektoraleichstrom
I _C	Kollektor-Arbeitsnunktaleichstrom
1 _{С,А} i	Kollektorwechselstrom
$\iota_{C\sim}$	Basisstrom
1 _B	Thermospannung
U_T	
0 _A R	Stromverstärkung
Dr	Kleinsignalous gangswiderstand
r <i>CE</i>	Kleinsignalausgangswiderstand
P	Kollektorsviderstand
η _c	Cote Source Spanning
u _{gs}	Cate Source-Spannung
U_{GS}	Cate Source-Gleichspannung
$U_{GS,A}$.	
$u_{GS\sim}$.	
υ _{DS}	Drain-Source-Spannung
ι _D	
<i>I</i> _D	Draingleichstrom
<i>U</i> _{th}	Schwellspannung
К	Steilheitskoeffizient
U _{DS,ab}	Abschnürspannung
<i>K</i> _{<i>d</i>}	Drainwiderstand
A	

<i>R_{in}</i>	Eingangs-Belastungswiderstand
G_{in}	
$C_{\alpha\mu\nu}$	Ausgangskondensator
U_{\perp}	
U _{Noise}	
$\widehat{U}_{\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$	
u_{in}	
<i>u_{out}</i>	Schaltungsausgangsspannung

Abkürzungsverzeichnis

BJT	Bipolartransistor
d	Intermodulationsprodukt
DUT	Device Under Test
Fet	
FFT	Fast Fourier Transformation
Hi-Fi	
IMD	Intermodulation Distortion
JFet	Sperrschicht-Feldeffekttransistor
Mosfet	Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor
SMPTE	
THD	
THD+N	

1. Einleitung

Für die meisten Menschen mag die Elektronenröhre schon längst eine ausgestorbene und veraltete Technik sein. Bei genauerem Blick ist jedoch festzustellen, dass Röhren auch im Jahre 2022 durchaus noch eine Daseinsberechtigung haben. In jeder Mikrowelle steckt beispielsweise ein Magnetron zur Erzeugung der elektromagnetischen Wellen, die zur Erwärmung von Speisen genutzt werden. Bei diesem Magnetron handelt es sich um eine Art der Elektronenröhre. Sehr interessant sind Röhren weiterhin vor allem im Bereich der Hochfrequenz-Sendetechnik. Anders als Transistoren sind spezielle Röhren in der Lage, auch bei hohen Frequenzen, Ausgangsleistungen bis in den Megawattbereich abzugeben. Somit sind sie noch heute unabdingbar für HF-Sender mit extrem hoher Leistung bzw. modernen Radarsystemen. Ein weiteres Einsatzgebiet der Elektronenröhre ist die Audiotechnik. Vor knapp 60 Jahren waren Röhren das verstärkende Bauelement aller High Fidelity (Hi-Fi) Verstärker, Mischpulte, Tonbandmaschinen und Gitarrenverstärker. Im letzten Punkt hat sich am wenigsten geändert. Gitarrenverstärker stellen wohl den kommerziell größten Markt moderner Röhrenaudiotechnik dar. Dies ist hauptsächlich durch den speziellen Sound, den ein Röhrenverstärker beim Übersteuern produziert, zu begründen. Nichtsdestotrotz trifft man vor allem im exklusiveren High-End-Bereich der Audiotechnik auf eine sehr breite Auswahl an Röhrenverstärkern für den Heimbereich. Anders als bei der Musikproduktion geht es im Hi-Fi-Bereich darum, den im Studio produzierten Klang möglichst ohne nennenswerte weitere Verzerrungen wiederzugeben. Hier gibt es eine große Anzahl audiophiler Menschen, die Röhrenverstärker aufgrund ihres Klanges bevorzugen, genauso wie es Liebhaber der Transistortechnik gibt.

In dieser Arbeit soll es darum gehen, herauszufinden, inwieweit sich der klangliche Unterschied zwischen Elektronenröhre, Bipolartransistor und Feldeffekttransistor auf das grundsätzliche Übertragungsverhalten des Bauteils zurückführen lässt.

1.1 Motivation

Im High-End Audiosegment gibt es die unterschiedlichsten Meinungen darüber, ob Verstärker in Röhren- oder Transistorbauweise für die Reproduktion von Musiksignalen besser geeignet sind. Gerade im Bereich der höchstwertigen Musikwidergabe werden Vergleiche oft auf Grundlage persönlicher Empfindungen und Klangeindrücke getätigt. In dieser Hinsicht fällt bei genauerer Recherche auf, dass viele angebliche Vor- und Nachteile in Bezug auf Röhren und Transistorverstärker ohne wissenschaftliche Grundlage und ohne Quellenangabe Verbreitung finden. Lediglich in einer kleinen Anzahl von Publikationen wurden genauere Betrachtungen der Bauteile vorgenommen. Beispielsweise in dem Artikel "Tubes Versus Transistors - Is There an Audible Difference?" von Russel O. Hamm aus dem Jahre 1973 wurden Röhren und Transistoren im Kontext von Mikrofonvorverstärkern verglichen. Klangliche Unterschiede wurden auf unterschiedlich gewichtete harmonische Verzerrungen bei der Übersteuerung [14, p. 272] zurückgeführt. Grundlage dafür war die Erkenntnis, dass akustische Transienten während der Aufnahme durchaus in den Bereich der Übersteuerung der verwendeten Vorverstärker gelangen können [14, p. 269]. Weiterhin wurde von Eric Barbour im Jahre 1998 mit dem Artikel "The Cool Sound of Tubes" [2] ein praktischer Vergleich von Transistoren und Röhren durchgeführt. Die Ergebnisse zeigen zwar Unterschiede in der Höhe der entstehenden Verzerrungen auf, es fehlt allerdings deutlich an wissenschaftlichtheoretischer Grundlage und Vergleichbarkeit der einzelnen Schaltungsaufbauten, um die Messwerte richtig deuten zu können.

In diesem Sinne liegt die Motivation dieser Arbeit darin, die Bauteile Bipolartransistor, Feldeffekttransistor und Elektronenröhre wissenschaftlich anhand ihrer physikalisch vorgegebenen Kennlinie in ihrer Arbeitsweise zu vergleichen.

1.2 Zielsetzung

Die Zielsetzung dieser Arbeit besteht darin, den Unterschied zwischen Röhren- und Transistorverstärkern im Grundsatz anzugehen. Zu viele vereinfachte Artikel oder referenzlose Behauptungen versuchen Unterschiede im Klang ohne Grundlage zu erklären und widersprechen sich nicht selten sogar gegenseitig. Das Thema ist zu umfassend, um alle verschiedenen Parameter, die einen Einfluss auf den Klang nehmen könnten, hier abzuhandeln. Endverstärker unterliegen zusätzlich zu den Nichtlinearitäten der Bauteile weiteren stark einflussnehmenden Variablen. Dies ist zum Beispiel die Ansteuerung einer niederohmigen, komplexen Last (Lautsprecher) und die damit einhergehenden Schaltungsmaßnahmen (z. B. Ausgangsübertrager). Deswegen soll der thematische Fokus auf die Vorverstärkung eines Audiosignals gelegt werden. Die verschiedenen physikalischen Wirkprinzipien der Bauteile äußern sich in erster Linie in deren Übertragungsverhalten – dies soll für jedes Bauteil vergleichbar untersucht werden. Es soll eine wissenschaftlich fundierte Betrachtung mit Augenmerk auf die entstehenden nichtlinearen Verzerrungen gelegt werden, die rein bauteilbedingt entstehen. Hierfür ist es wichtig, die Betrachtung zunächst theoretisch anzugehen, denn nur so kann auch ein nachfolgender Vergleich in Simulation und Praxis sorgfältig getätigt werden. Mit dieser Grundlage können Aussagen über die Bauteile und Schlüsse bezüglich ihres Verhaltens gezogen werden. Weiterhin soll anhand der Ergebnisse gezeigt werden, welche Aspekte zukünftig weiter betrachtet werden sollten.

2. Theoretische Grundlagen

Die in dieser Arbeit thematisierten Bauelemente und Messgrößen sollen in diesem Kapitel in kurzer Form erläutert werden.

2.1 Schaltungstechnik

Zuerst werden die behandelten Bauelemente und deren Funktionsweisen vorgestellt. Dabei werden außerdem die später notwendigen Bauteilgrößen sowie die Kennliniengleichungen erörtert.

2.1.1 Elektronenröhre

Bei der Elektronenröhre handelt es sich um das erste aktive elektronische Bauelement, mit dem elektrische Ströme und Spannungen verstärkt werden konnten. Vor der breitflächigen Einführung von Transistoren gegen Mitte der 1960er-Jahre bildeten Elektronenröhren das Herzstück aktiver Schaltungstechnik. Die Ablösung der Röhre durch den Transistor hat zahlreiche Gründe. Maßgeblich für die Verdrängung waren dabei die deutlich geringeren Kosten von Transistoren, die mögliche Miniaturisierung von Schaltungen, geringere Stromaufnahme und die fehlende Notwendigkeit einer hohen Anodenspannung.

2.1.1.1 Diode

Bei Elektronenröhren handelt es sich um hochevakuierte Glaskolben, die mehrere Elektroden enthalten. Das Prinzip der Elektronenröhre basiert auf der Entdeckung von T. A. Edison, der herausfand, dass Metalle bei der Erhitzung Elektronen freisetzen können. Im einfachsten Fall besteht eine Elektronenröhre aus einer Glühwendel (Heizung) und einem Blech (Anode) – man spricht von einer Diode (vgl. Abbildung 1). Die hohe Temperatur der Glühwendel führt zu Emittierung von Elektronen aus der Glühwendel in die evakuierte Glasröhre. Wird an die Anode nun eine positive Spannung angelegt, kommt ein Elektronenfluss durch die Röhre Richtung Anode zustande – ein Strom fließt.

Wird die Anodenspannung hingegen negativ, kommt es zu keinem Stromfluss. Diese Art der Röhre wurde - genau wie Halbleiterdioden heutzutage - zur Gleichrichtung von Wechselspannungen genutzt.



Abbildung 1: Schaltzeichen Diode

Die Röhrendiode stellt die Grundlage für die nachfolgende Betrachtung der Triode dar. Wie bei Potchinkov nachzulesen [16, p.45] kann die Kennlinie in drei Bereiche aufgeteilt werden:

- Anlaufbereich
- Raumladungsbereich
- Sättigungsbereich

Die Beschreibung dieser Bereiche kann durch folgende Gleichungen angenähert werden [16, p.48]:

$$I_{a} = \begin{cases} I_{0} \cdot e^{(U_{a}/E_{T})} & f \ddot{u}r \ U_{a} \leq 0 \\ K^{*} \cdot U_{a}^{(3/2)} & f \ddot{u}r \ 0 < U_{a} < U_{S} \\ I_{S} & f \ddot{u}r \ U_{a} \geq U_{S} \end{cases}$$
(1)

Von Interesse ist für nachfolgende Betrachtung von Röhren als Verstärker nur die mittlere Gleichung, die die Kennlinie des Anodenstroms I_a durch die Anodenspannung U_a im Raumladungsbereich, also über dem Anlauf- und unter dem Sättigungsbereich beschreibt. Der Sättigungsbereich beginnt, sobald die Sättigungsspannung U_s von der Anodenspannung U_a überschritten wird.

2.1.1.2 Triode

Im Zusammenhang mit dieser Arbeit ist vor allem eine Art von Elektronenröhre von Interesse - nämlich die Triode. Wie das Präfix "Tri" schon suggeriert, handelt es sich um ein Bauteil mit drei Elektroden: Gitter (G), Anode (A), Kathode (K).



Abbildung 2: Schaltzeichen Triode

Die Kathode ist in der Regel bei allen modernen Elektronenröhren nicht als einfache Glühwendel ausgeführt, sondern als ein Metallröhrchen, in dessen Inneren die Glühwendel verläuft. Man spricht dann von einer indirekten Heizung mit dem Hauptvorteil der galvanischen Trennung von Heizung und Kathode. Das im Vergleich mit der Diode hinzugekommene Gitter liegt zwischen Anode und Kathode. Mithilfe des Gitters ist man in der Lage, durch das Anlegen einer äußeren Spannung, den Stromfluss durch die Röhre zu steuern.

Verstärkerröhren arbeiten vornehmlich im Raumladungsbereich [16, p. 45]. Somit ist hier zur Betrachtung der Verzerrungen, das auf Barkhausen zurückgehende Raumladungsgesetz (2) [16, p. 47] zur Beschreibung der Röhrendiode von Interesse.

$$I_A = K^* \cdot U_A^{3/2} \tag{2}$$

K* wird als Raumladungskonstante bezeichnet. "Für die Praxis kann man Raumladungskonstanten im Größenbereich von $K^* = 10^{-3} \dots 10^{-2} \frac{A}{v^{3/2}}$ annehmen [15, p. 47]." Um aus Gleichung (26) nun auf das Verhalten einer Triode schließen zu können, ersetzt man "hinsichtlich des Kathodenstroms die Röhre durch eine Röhre ohne Gitter (eine Diode), deren Anode an der Stelle des Gitters angeordnet ist [16, p. 49]."

Barkhausen hat die Spannung an dieser Stelle als Steuerspannung U_{st} bezeichnet und wie folgt definiert [4, p. 82]:

$$U_{st} = U_a + D \cdot U_A \tag{3}$$

Sie setzt sich dabei aus der Spannung am Gitter U_g und dem Durchgriff D multipliziert mit der Anodenspannung U_a zusammen. $D \cdot U_a$ stellt die Rückwirkung der Anodenspannung auf den Anodenstrom dar und liegt in den Teilkapazitäten zwischen den Elektroden begründet [4, p. 82].

Unter Anbetracht, dass U_{st} die Spannung an der Ersatzanode ist, kommt man dann zu folgendem Ergebnis für die Übertragungskennlinie der Triode, die bereits in [4, p. 85] aufgestellt wurde:

$$I_A = K^* \cdot (U_{st})^{3/2} \tag{4}$$

Am Beispiel einer realen Triode (ECC82) ergibt sich das in Abbildung 3 ersichtliche Kennlinienfeld. Auf der linken Seite ist das durch Gleichung (4) beschriebene Übertragungskennlinienfeld zu sehen, auf dessen X-Achse die Gitterspannung und auf dessen Y-Achse der Anodenstrom aufgetragen ist.



7

Rechts ist das Ausgangskennlinienfeld ersichtlich, auf dessen X-Achse die Anodenspannung aufgetragen ist. Wie man am Ausgangskennlinienfeld sieht, besteht eine Auswirkung der Anodenspannung auf den Anodenstrom – die Anodenrückwirkung.

Ein weiterer wichtiger Parameter zur Beschreibung der Elektronenröhre ist die Steilheit S, welche angibt, wie sehr sich der Anodenstrom I_a bei einer gegebenen konstanten Anodenspannung U_a mit der Gitterspannung U_g ändert [5, p. 7]. Sie ergibt sich aus der Kennlinie als Ableitung des Anodenstromes nach der Gitterspannung wie folgt:

$$S = \left(\frac{\partial I_a}{\partial U_g}\right)_{U_a = const.}$$
(5)

Weiterhin ist der innere Widerstand der Röhre R_i eine wichtige Kennzahl und ergibt sich ebenfalls aus der Kennlinie:

$$R_i = \left(\frac{\partial U_a}{\partial I_a}\right)_{U_g = const.} \tag{6}$$

Auch der bereits beschriebene Durchgriff kann aus der Kennlinie ermittelt werden:

$$D = -\left(\frac{\partial U_g}{\partial U_a}\right)_{I_a = const.} \tag{7}$$

Aus diesen drei Beschreibungen ergibt sich das allgemeingültige Gesetz in Gleichung (8) [4, p. 159], welches als Barkhausensche Röhrenformel bekannt ist.

$$S \cdot D \cdot R_i = 1 \tag{8}$$

Es soll angemerkt werden, dass sich nicht alle realen Trioden nach den beschriebenen mathematischen Grundsätzen verhalten. Ferner gibt es auch Trioden, die von der durch Barkhausen beschriebenen Kennlinie abweichen und sich somit nichtlinearer verhalten als andere. In [16] wurde gezeigt, dass die ECC81 beispielsweise ein nicht "normgerechtes" Verhalten zeigt. Die Berechnung der Röhrenkonstante K^* aus vier verschiedenen Arbeitspunkten hat ergeben, dass die Ergebnisse bis zu 100% voneinander abweichen [16, p. 60]. Es hat sich gezeigt, dass der Verstärkungsfaktor bei dieser speziellen Röhre deutlich stärker vom Anodenstrom abhängig ist, als im Vergleich zur Theorie – zu sehen in Abbildung 4.



Abbildung 4: Verstärkungsfaktoren für die Röhren ECC81, ECC82 und ECC83 Quelle: [16, p. 61]

Die ECC82 und die ECC83 verhalten sich in dieser Hinsicht deutlich besser und können als linearere Röhren bezeichnet werden. Allerdings ist die ECC83 im Vergleich aufgrund ihres maximalen Anodenstromes eingeschränkt.

2.1.2 Transistor

Als Nachfolger der Elektronenröhre ist der Transistor heutzutage zum festen Bestandteil moderner Zivilisation geworden. Im Laufe der 1960er-Jahre wurde die Elektronenröhre mehr und mehr aus neuen Schaltungsentwürfen verdrängt und gegen diskrete Transistorschaltungsweisen ersetzt. Mitte der 1960er-Jahre wurde der erste integrierte Operationsverstärker vorgestellt [12, p. xviii] und mit den Möglichkeiten der Massenherstellung von integrierten Schaltkreisen sanken auch die Kosten. Heutzutage beruhen die allermeisten elektronischen Geräte auf integrierten Schaltkreisen mit Bipolartransistoren (BJTs) und Feldeffekttransistoren (Fets).

2.1.2.1 Bipolartransistor (BJT)

Bei dem Bipolartransistor handelt es sich um ein Halbleiterbauelement, das wie die Triode drei Elektroden besitzt: Kollektor (C), Emitter (E) und Basis (B). Jede Elektrode ist mit einer der drei Siliziumschichten des Transistors verbunden.



Abbildung 5: Aufbau von npn- und pnp-Transistor

Die Ansteuerung des Transistors erfolgt, anders als bei der Triode, nicht über eine Spannung, sondern über einen Strom in die Basis. Die Ansteuerung erfolgt somit in Kontrast zur Elektronenröhre, nicht leistungslos.

Über den Basisstrom I_B lässt sich der Strom durch die Kollektor-Emitter-Strecke steuern. Die Steuerwirkung hängt von der Stromverstärkung des Transistors ab. Durch unterschiedliche Dotierung der Siliziumschichten des Transistors gibt es im Gegensatz zur Elektronenröhre zwei komplementäre Typen, den npn- und den pnp-Transistor. "Bei pnp-Transistoren haben alle Spannungen und Ströme umgekehrte Vorzeichen [15, p. 36]"

Einen Überblick über die Betriebsarten geben die Dioden-Ersatzschaltbilder (Abbildung 6) wieder. Demnach bestehen Bipolartransistoren aus "zwei antiseriell geschalteten pn-Dioden, die eine gemeinsame p- oder n-Zone besitzen. [15, p. 36]". "Der Bipolartransistor wird zum Verstärken und Schalten von Signalen eingesetzt und dabei meist im Normalbetrieb (forward region) betrieben, bei dem die Emitter-Diode (BE-Diode) in Flussrichtung und die Kollektor-Diode (BC-Diode) in Sperrrichtung betrieben wird. [15, p. 36]"



Abbildung 6: Dioden-Ersatzschaltbilder des Bipolartransistors Quelle [15, p.36]

Für die Beschreibung des Transistors sind maßgeblich zwei Kennlinienfelder wichtig: das Ausgangskennlinienfeld $I_C = f(U_{CE})$, das die Abhängigkeit des Kollektorstromes I_C von der Kollektor-Emitter-Spannung U_{CE} beschreibt und das Eingangskennlinienfeld $f(U_{BE})$, das die Abhängigkeit des Basisstromes I_B von der Basis-Emitter-Spannung beschreibt.



Abbildung 7: Ausgangskennlinienfeld eines Bipolartransistors Quelle: [15, p.36]

Wie in [15, p. 36] beschrieben und anhand des Ausgangskennlinienfeldes (Abbildung 7) ersichtlich, sind mit Ausnahme eines kleinen Bereiches nahe der I_C -Achse die Kennlinien nur wenig von U_{CE} abhängig. Demnach ist der Kollektorstrom I_C im Normalbetrieb im Wesentlichen nur von U_{BE} abhängig. [15, p. 37].

Ein Blick auf die Eingangs- und Übertragungskennlinien (Abbildung 8) zeigt, dass das "Verhalten des Transistors im Wesentlichen auf das Verhalten der BE-Diode zurückgeführt werden kann [15, p. 37]."



Abbildung 8: Übertragungskennlinienfeld und Eingangskennlinienfeld des Bipolartransistors Quelle: [15, p.37]

Der Verlauf der zwei Kennlinienfelder unterscheidet sich nur marginal, was auf die beschriebene geringe Abhängigkeit von I_C von U_{CE} zurückzuführen ist.

Daraus folgt, "dass im Normalbetrieb der Kollektorstrom I_C dem Basisstrom I_B näherungsweise proportional ist [15, p.37]."

Für den Normalbetrieb erhält man folgende Großsignalgleichung des Bipolartransistors [15, p. 37] zur Beschreibung des Kollektorstroms I_C durch die Basis-Emitter-Spannung U_{BE} :

$$I_C = I_s \cdot e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} \cdot \left(1 + \frac{U_{CE}}{U_A}\right) \tag{9}$$

Mit dem Sättigungsstrom $I_S = 10^{-6} \dots 10^{-12} A$ und der Thermospannung $U_T \approx 26 mV$ bei Raumtemperatur [15, p. 37]. Der rechte Teil der Großsignalgleichung, $\left(1 + \frac{U_{CE}}{U_A}\right)$ beinhaltet die Kollektor-Emitter-Spannung U_{CE} , sowie die Earlyspannug U_A und beschreibt die Abhängigkeit des Kollektorstroms von der Kollektor-Emitterspannung. Dieser Effekt ist zwar wie an Abbildung 7 zu sehen sehr gering, kann aber unter gewissen Umständen zum Tragen kommen. Betrachtet man das vereinfachte, statische Kleinsignalmodell des Bipolartransistors für den Normalbetrieb nach Vernachlässigung der Bahnwiderstände, so ist der Transistor als Stromquelle mit dem Ausgangswiderstand r_{CE} beschreibbar (Abbildung 9):



Abbildung 9: Vereinfachtes statisches Kleinsignalmodel des BJT Quelle: [15, p. 79]

Die Vernachlässigung des Earlyeffektes bedeutet, dass $r_{CE} \rightarrow \infty$ angenommen wird und somit entfällt. Dies darf nur stattfinden, wenn die Last im Kollektorkreis entsprechend klein im Vergleich zu r_{CE} ist.

2.1.2.2 Feldeffekttransistor (Fet)

Der Feldeffekttransistor besitzt, wie der Bipolartransistor und die Triode, drei Elektroden. Diese werden als Source (S), Drain (D) und Gate (G) bezeichnet. Anders als der Bipolartransistor werden der Feldeffekttransistor und auch die Elektronenröhre leistungslos angesteuert, indem man "mit einer zwischen Gate und Source angelegten Steuerspannung die Leitfähigkeit der Drain-Source-Strecke beeinflusst, ohne dass ein Steuerstrom fließt [15, p. 171]." Um den Umfang auf ein übersichtliches Maß zu reduzieren, soll in dieser Arbeit lediglich der Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor (Mosfet) behandelt werden. Da Mosfet und Sperrschicht-Feldeffekttransistor (JFet) ohne größeren Fehler durch dieselbe Gleichung beschrieben werden können [15, p. 177], treffen auch die Ergebnisse hinsichtlich der Kennlinienverzerrungen auf beide Bauteile zu. Der physikalische Aufbau des Mosfets wird an Abbildung 10 deutlich.



Abbildung 10: Aufbau eines n-Kanal-Mosfets Quelle: [5, p.171] und eigene Bearbeitung

Das voneinander getrennte, jeweils n-dotierte Drain- und Source-Gebiet wird von pdotiertem Silizium umschlossen. Zwischen Drain und Source befindet sich das durch eine Siliziumdioxidschicht isolierte Gate. Aufgrund dieser Isolierung kann die Steuerspannung beide Polaritäten annehmen, ohne dass ein Strom fließt [15, p.171].

Steigt die Spannung am Gate U_{GS} weit genug an, kommt es zu einer Anreicherung von Elektronen im p-Gebiet unter dem Gate [7, p. 149]. Bei ausreichend starker Anreicherung bildet sich in dieser Inversionsschicht ein leitender Kanal aus, der aufgrund der Ladungsträgeransammlung eine Widerstandsbahn von Source nach Drain darstellt [7, p. 150] – der Mosfet arbeitet im Ohmschen Bereich. Steigt die Gate-Spannung weiter an, so arbeitet der Mosfet schließlich ab dem Erreichen der Abschnürspannung $U_{DS,ab}$ im Abschnürbereich, der in Abbildung 11 verdeutlicht ist.



Abbildung 11: Idealisierter prinzipieller Aufbau des n-Kanal Mosfet mit einem abgeschnürten n-Kanal – "Inversionskanal" unterhalb des Gates Quelle: [7, p. 149]

Die gängigsten Typen von Mosfets stellen der selbstsperrende n-Kanal- und der selbstsperrende p-Kanal-Typ dar. Das Ausgangskennlinienfeld für den n-Kanal-Mosfet ist in Abbildung 12 gezeigt - hier ist auf der X-Achse die Drain-Source Spannung U_{DS} und auf der Y-Achse der Drain-Strom I_D aufgetragen. "Bei p-Kanal-Fets haben alle Spannungen und Ströme umgekehrte Vorzeichen [15, p. 174]."



Abbildung 12: Ausgangskennlinienfeld eines n-Kanal-Feldeffekttransistors Quelle: [15, p.135]

Man unterteilt das Ausgangskennlinienfeld in die drei schon kurz genannten Bereiche: den Sperrbereich, sowie den ohmschen Bereich und den Abschnürbereich.

Überschreitet die Gate-Source-Spannung U_{GS} die Schwellspannung U_{th} nicht, befindet sich der Fet im Sperrbereich [15, p. 174].

Ist die Schwellspannung U_{th} überschritten, die Drain-Source-Spannung befindet sich allerdings noch unter der Drain-Source-Abschnürspannung $U_{DS,ab}$, so arbeitet der Fet im Ohmschen Bereich [15, p. 174].

Ist die Schwellspannung U_{th} und die Drain-Source-Abschnürspannung überschritten, arbeitet der Fet im Abschnürbereich [15, p. 174].

Während im Sperrbereich kein Strom fließt, können die zwei anderen Bereiche jeweils durch eine Gleichung angenähert werden, die das Verhalten des Mosfets unter Vernachlässigung der Kanallängenmodulation beschreibt; vgl. Gleichungen (10) [15, p. 177]. K stellt dabei den Steilheitskoeffizienten dar. Dieser ergibt sich aus dem physischen Aufbau und ist ein Maß für die Steigung der Übertragungskennlinie [15, p. 179].

$$I_{D} = \begin{cases} 0 & f \ddot{u}r \ U_{GS} < U_{th} \\ K \cdot U_{DS} \cdot \left(U_{GS} - U_{th} - \frac{U_{DS}}{2} \right) & f \ddot{u}r \ U_{GS} \ge U_{th}, 0 \ge U_{DS} < U_{GS} - U_{th} \\ \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{th})^{2} & f \ddot{u}r \ U_{GS} \ge U_{th}, U_{DS} \ge U_{GS} - U_{th} \end{cases}$$
(10)

Die daraus entstehenden Kennlinien sind in Abbildung 13 ersichtlich und beschreiben den durchgezogen eingezeichneten Bereich für den Drainstrom I_D in Abhängigkeit der Drain-Source-Spannung U_{DS} (Ausgangskennlinie), sowie den Drainstrom I_D in Abhängigkeit von der Gate-Source-Spannung U_{GS} (Übertragungskennlinie).



Abbildung 13: Ausgangs- und Übertragungskennlinie des n-Kanal-Fets Quelle: [15, p. 178]

2.2 Messgrößen

An dieser Stelle werden die im Laufe dieser Arbeit behandelten Messgrößen kurz vorgestellt. Diese sind für die theoretische Betrachtung als auch für die Interpretation der Messergebnisse wichtig.

2.2.1 Harmonic Distortion

Bei der Messung von analogen Audioschaltkreisen ist vor allem die Messung des nichtlinearen Verhaltens von Interesse. Hat ein Prüfling eine komplett lineare Übertragungsfunktion, so hat das Ausgangssignal eine zum Eingangssignal identische Wellenform, welche sich lediglich in der Amplitude unterschieden darf. Ist die Übertragungsfunktion nichtlinear, so stimmt die Form des Ausgangssignals nicht mehr mit der des Eingangssignals überein [1, p. 22]. Die Ursache für eine, durch ein nichtlineares Übertragungssystem veränderte Wellenform, liegt in der Erzeugung von Oberwellen des eigentlichen Eingangssignals innerhalb des getesteten Schaltkreises (z. B. eines Audioverstärkers). Diese Oberwellen werden auch als Harmonische bezeichnet und sind Vielfache der eingespeisten Grundschwingung – zu sehen in Abbildung 14.



Abbildung 14: Erzeugung von Oberwellen in einem nichtlinearen Prüfling (DUT) Quelle: [1, p.22]

Für die Höhe einzelner Oberwellen zur Grundschwingung gilt:

$$HD2 = \frac{Amplitude \ bei \ 2\omega_0}{Amplitude \ bei \ \omega_0}$$

$$HD3 = \frac{Amplitude \ bei \ 3\omega_0}{Amplitude \ bei \ \omega_0}$$
(11)

...

Es gibt verschiedene Methoden zur Ermittlung nichtlinearer Verzerrungen. Für den direkten Vergleich von verschiedenen Schaltungen eignet sich die Betrachtung der Höhe der Oberwellen bzw. deren Abstand zur Grundwelle. Geläufig zum einfachen Vergleich von z. B. kompletten Audioverstärkern ist die Messung der Gesamtverzerrungen - gewöhnlich als Total Harmonic Distortion (THD) und Total Harmonic Distortion plus Noise (THD+N) ausgedrückt.

2.2.2 Total Harmonic Distortion (THD)

Ist die Angabe der einzelnen Verzerrungsprodukte mit Amplitude zu aufwendig oder die Kenntnis der Verteilung einzelner Komponenten nicht notwendig, werden die gesamten harmonischen Verzerrungen - Total Harmonic Distortion (THD) gemessen. Hierbei wird die Gesamtheit aller entstandenen gemessenen Oberwellen $(2 \cdot f, 3 \cdot f, ..., n \cdot f)$ ins Verhältnis zur Grundschwingung gesetzt:

$$THD_{\%} = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots + U_n^2}}{U_1} * 100$$
(12)

$$THD_{dB} = 20 \cdot \lg\left(\frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots + U_n^2}}{U_1}\right)$$
(13)

2.2.3 Total Harmonic Distortion Plus Noise (THD+N)

Die geläufigste Messung an kompletten Audioverstärkern ist die Messung der gesamten harmonischen Verzerrungen plus Rauschen – Total Harmonic Distortion Plus Noise (THD+N). In dieser Arbeit wird kein Vergleich bezüglich des Rauschens der Bauteile durchgeführt, da es nicht klanglich relevant ist, solange es nicht offensichtlich hörbar auftritt. Trotzdem soll die Messung kurz vorgestellt werden.

Es wird ein sinusförmiges Testsignal bekannter Frequenz in den DUT eingespeist und dessen Ausgang durch eine Bandsperre hoher Güte und der Mittenfrequenz des Testsignals geleitet. Anschließend erfolgt eine Bandbegrenzung – normalerweise auf einen Wert zwischen 22 und 80kHz. Die Dimensionierung ist so ausgelegt, dass die Bandsperre die Grundschwingung um bis zu 120dB dämpft, ohne Auswirkungen auf die zweite Harmonische zu haben. Rauschen, Brummen und Störungen bleiben ebenso wie alle Oberwellen des Signals erhalten [1, p. 30].



Abbildung 15: Blockdiagramm zur Ermittlung des THD+N Quelle: [1, p. 31]

Die Messergebnisse geben dann schlussendlich nicht nur Aufschluss über das Verzerrungsverhalten des DUT, sondern auch über sein Rauschen sowie seine Anfälligkeit für Störungen wie z. B. Netzbrummen. Die Berechnung des THD+N gestaltet sich wie beim THD, nur dass die Rauschspannung U_{Noise} mit einberechnet wird:

$$THD + N_{\%} = \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots + U_n^2 + U_{Noise}^2}}{U_1} * 100$$
⁽¹⁴⁾

$$THD + N_{dB} = 20 \cdot \lg\left(\frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots + U_n^2 + U_{Noise}^2}}{U_1}\right)$$
(15)

2.2.4 Intermodulation Distortion (IMD)

Unter Intermodulationsverzerrungen (IMD) versteht man Verzerrungen, die aufgrund von nichtlinearem Mischen mehrerer Frequenzen innerhalb einer Audioschaltung entstehen. Werden zwei Signale gleichzeitig in ein lineares System eingespeist, so ist das Ergebnis eine simple Summation beider Signale. Werden dieselben Signale allerdings in eine nichtlineare Schaltung eingespeist, so findet eine Modulation statt und am Ausgang ist zusätzlich zu den originalen Signalen die Summen- und Differenzfrequenzen sichtbar [2, p. 18].



Abbildung 16: Konzept der Intermodulationsverzerrungen Quelle: [1, p. 23]

Alle möglichen Intermodulationsprodukte können wie folgt ermittelt werden:

$$m \cdot f_1 \pm n \cdot f_2$$

$$m, n \in \mathbb{N}$$
(16)

Die Summe von m und n gibt dabei die Ordnung des entstandenen Intermodulationsproduktes an [1, p. 35]. IMD-Produkte ungerader Ordnung lassen sich auf symmetrische Nichtlinearitäten in der Übertragungsfunktion zurückführen, während IMD-Produkte gerader Ordnung aufgrund von unsymmetrischen Nichtlinearitäten auftreten [1, p. 36]. Beispiele sind in Tabelle 1 aufgeführt.

Entstehung	Ordnung	gerade/ungerade
$f_2 - f_1$	2	gerade
$f_1 + f_2$	2	gerade
$2f_1 - f_2$	3	ungerade
$f_1 - 2f_2$	3	ungerade
$2f_1 + f_2$	3	ungerade
$3f_1 - f_2$	4	gerade
$3f_1 + 2f_2$	5	ungerade

Tabelle 1: Mögliche Intermodulationsprodukte, die anhand einer nichtlinearen Übertragungsfunktion entstehen Quelle: [1, p. 38]

Für die Messung von Intermodulationsverzerrungen sind zwei sehr ähnliche Messverfahren spezifiziert – die Messung nach SMPTE und die Messung nach DIN-Verfahren. Bei beiden Messverfahren wird ein niederfrequenter Ton f_1 hoher Amplitude und ein hochfrequenter Ton f_2 mit kleinerer Amplitude eingespeist.

Im weitverbreiteten SMPTE Standard RP120-2005 wird für f_2 eine um 12dB kleinere Amplitude als f_2 gefordert. Die Frequenzen sollen bei $f_1 = 60Hz$ und $f_2 = 7kHz$ liegen [3, p. 2]. Das Messverfahren nach DIN-Norm unterscheidet sich lediglich in den verwendeten Frequenzen.

2.2.5 Spannungsverstärkung

Als Spannungsverstärkung bezeichnet man das Verhältnis der Amplitude des Ausgangssignals U_{out} zu der des Eingangssignals U_{in} . Der lineare Spannungsverstärkungsfaktor ergibt sich wie folgt:

$$A = \frac{U_{out}}{U_{in}} \tag{17}$$

Oftmals wird die logarithmische Schreibweise vorgezogen:

$$A_{dB} = 20 \lg(A) = 20 \lg(\frac{U_{out}}{U_{in}})$$
 (18)

4. Vergleich der kennlinienbedingten Verzerrungen

Als Ausgangspunkt ist zunächst ein gutes Verständnis der Bauteile erforderlich. Darum wird ein rein theoretischer Vergleich der Bauteile Bipolartransistor, MOS-Feldeffekttransistor und Elektronenröhre anhand ihrer Übertragungskennlinien vorangestellt. Danach werden die erlangten Gleichungen anhand einer Simulation und Messung besprochen. Hierfür wird zunächst für jedes Bauteil eine geeignete Schaltung entworfen, die die Simulation und Messung ermöglicht. Im Anschluss erfolgt der Vergleich anhand von Berechnung, Simulationsergebnis und Messergebnis.

4.1 Theoretische Betrachtung

In dieser vorangestellten theoretischen Betrachtung soll zunächst die jeweilige Kennliniengleichung des Bauteils als Grundlage für eine Berechnung der Oberwellen herangezogen werden. Diese Berechnung dient vor allem dem Bauteilverständnis und soll eine solide Vergleichsgrundlage bilden. Im Ergebnis wird sichtbar, welche Größen einen Einfluss auf die Höhe der bauteilbedingten Verzerrungen haben.

4.1.1 Bipolartransistor

Das Verhalten des Bipolartransistors ergibt sich aus seinen Kennlinien. Aus dem Kollektorstrom I_c , der Basisspannung U_B und dem Basisstrom I_B ergeben sich die Eingangskennlinie $I_B = f(U_B)$, die Ausgangskennlinie $I_C = f(I_B)$ und die daraus resultierende Übertragungskennlinien $I_C = f(U_B)$ und $I_C = f(I_B)$. Sie spiegeln das Verhalten des Bauteils wider. Für die Analyse auftretender Verzerrungen bei der Verstärkung von Audiosignalen ist zunächst die Übertragungskennlinie $I_C = f(U_B)$ interessant – siehe Abbildung 17. Betrachten wir diese Funktion, so fällt ihr nichtlinearer Verlauf auf, welcher einer Exponentialfunktion folgt.



Abbildung 17: Kennlinien eines Bipolartransistors Quelle: [15, p. 45]

Wie in Tietze und Schenk [15, p. 39] nachzulesen, wird das Verhalten des Bipolartransistors durch seine Großsignalgleichungen (19) beschrieben:

$$I_C = I_s \cdot e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} \cdot \left(1 + \frac{U_{CE}}{U_A}\right) \tag{19}$$

$$I_B = \frac{I_C}{B} \tag{20}$$

In der Regel werden Audiovorverstärker im Rahmen der Kleinsignalbetrachtung beleuchtet. Das Kleinsignalverhalten des Bipolartransistors ergibt sich aus einer Taylorreihenentwicklung der exponentiell verlaufenden Kennlinie, die nach dem linearen Glied abgebrochen wird [15, p. 71] und ist in anhand der Arbeitspunkttangenten in Abbildung 17 ersichtlich. Um die möglichen Verzerrungsprodukte zu ermitteln, wird also eine Taylorreihe analog zum Erlangen des Kleinsignalersatzschaltbildes gebildet, jedoch nicht frühzeitig abgebrochen. Hierfür wird als Grundlage die Großsignalgleichung (19) herangezogen. Der rechte Teil der Gleichung (19) ist eine Beschreibung des Early-Effektes und kann hier vernachlässigt werden, sodass sich Gleichung (21) ergibt.

$$I_C = I_s \cdot e^{\frac{U_{BE}}{U_T}} \tag{21}$$

Da Gleichung (21) noch keine Wechselspannungskomponente enthält, müssen zunächst die Ströme und Spannungen in Ihre DC- und AC Komponenten aufgeteilt werden. Es wird also die Basis-Emitter-Gleichspannung U_{BE} in Gleichung (21) ersetzt durch die Spannung u_{be} , welche sich nun aus der Basis-Emitter-Gleichspannung zur Festlegung des Arbeitspunktes $U_{BE,A}$ und der Wechselspannungskomponente $u_{be\sim}$ ergibt:

$$u_{be} = U_{BE,A} + u_{be} \tag{22}$$

Ebenso wird I_c ersetzt durch den Gesamtkollektorstrom i_c , der aus dem Arbeitsgleichstrom $I_{C,A}$ und dem überlagerten Wechselstrom $i_{c\sim}$ besteht.

$$i_C = I_{C,A} + i_{c\sim} \tag{23}$$

So ergibt sich aus Gleichung (21) in Verbindung mit Gleichung (22)(22) und (23) folgende neue Beschreibung des Kollektorstromes:

$$i_{C} = I_{s} \cdot e^{\frac{U_{BE,A} + u_{be^{\sim}}}{U_{T}}} = I_{s} \cdot e^{\frac{U_{BE,A}}{U_{T}}} \cdot e^{\frac{u_{be^{\sim}}}{U_{T}}}$$
(24)

Hierbei beschreibt der erste Teil den Gleichspannungsarbeitspunkt, bestehend aus Sättigungsstrom I_S , Basis-Emitter-Arbeitspunktspannung $U_{BE,A}$ und Thermospannung U_T . Zur weiteren Vereinfachung und Übersichtlichkeit ist also eine Substitution des Ruhestroms $I_{C,A}$ sinnvoll, wie in Gleichung (23) beschrieben.

$$I_{C,A} = I_s \cdot e^{\frac{U_{BE,A}}{U_T}}$$
⁽²⁵⁾

$$i_C = I_{C,A} \cdot e^{\frac{u_{be^{\sim}}}{U_T}}$$
⁽²⁶⁾

Substituiert ergibt sich dann Gleichung (26), die nun das Übertragungsverhalten bei Aussteuerung um den Arbeitspunkt beschreibt. Diese kann zur Analyse der harmonischen Verzerrungen als eine Taylorreihe entwickelt werden. Für die Taylorreihenentwicklung wird Gleichung (27) herangezogen:

$$T_{f(x,a)} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(a)}{k!} (x-a)^k$$
(27)

Für die Exponentialfunktion ist Gleichung (28) allgemein bekannt.

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \tag{28}$$

Sodass sich zunächst aus dem Signalanteil folgende Gleichung zur Aufstellung der Taylorreihe ergibt:

$$e^{\frac{u_{be}}{U_T}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{u_{be^{\sim}}}{U_T}\right)^k}{k!}$$
⁽²⁹⁾

Eine Auflösung von Gleichung (29) mit Einbeziehung der Gleichspannungskomponente des Arbeitspunktes ergibt die folgende Taylorreihe, welche die Übertragungsfunktion des Bipolartransistors beschreibt:

$$i_{C} = I_{C,A} + I_{C,A} \cdot \left(\frac{u_{be^{\sim}}}{U_{T}}\right) + \frac{I_{C,A}}{2} \cdot \left(\frac{u_{be^{\sim}}}{U_{T}}\right)^{2} + \frac{I_{C,A}}{6} \cdot \left(\frac{u_{be^{\sim}}}{U_{T}}\right)^{3} + \frac{I_{C,A}}{24} \cdot \left(\frac{u_{be^{\sim}}}{U_{T}}\right)^{4} + \dots$$
(30)

Nun soll eine Aussage über die entstehenden Verzerrungen getroffen werden. Hierfür wird unter Berücksichtigung der ersten vier Terme der Kollektorstrom bei Aussteuerung mit einer Kosinusschwingung (31) berechnet.

$$u_{be\sim} = \hat{U} \cdot \cos\left(\omega t\right) \tag{31}$$

$$2\cos^{2}(x) = 1 + \cos (2x)$$

$$4\cos^{3}(x) = 3\cos(x) + \cos (3x)$$

$$8\cos^{4}(x) = \cos(4x) + 8\cos^{2}(x) - 1$$

(32)

Mithilfe der Kosinussätze (32) lässt sich i_c vereinfachen und folgendermaßen ausdrücken:

$$i_{C} = I_{C,A} + \frac{I_{C,A} \cdot \hat{U}^{2}}{4 \cdot U_{T}^{2}} + \frac{I_{C,A} \cdot \hat{U} \cdot \cos(\omega t)}{U_{T}} + \frac{I_{C,A} \cdot \hat{U}^{3} \cdot \cos(\omega t)}{8 \cdot U_{T}^{3}} + \frac{I_{C,A} \cdot \hat{U}^{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega t)}{4 \cdot U_{T}^{2}} + \frac{I_{C,A} \cdot \hat{U}^{3} \cdot \cos(3 \cdot \omega t)}{24 \cdot U_{T}^{3}}$$
(33)

Der erste Term beschreibt den in Gleichung (25) definierten Arbeitspunkt des Transistors. Term zwei ist eine aussteuerungsbedingte Arbeitspunktverschiebung. Die übrigen Terme beschreiben jeweils den Kollektorstrom der Grundschwingung K1, sowie die zweite und dritte Harmonische K2 und K3. Um nun die anhand der Kennlinie auftretenden Verzerrungen im Verhältnis zur Grundschwingung betrachten zu können, wird jeweils das Verhältnis der 2. und 3. Harmonischen zur Grundschwingung berechnet:

$$HD2 = \frac{\hat{I}_{2\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} = \frac{2 \cdot U_T \cdot \hat{U}}{8 \cdot U_T^2 + \hat{U}^2} \approx \frac{\hat{U}}{4 \cdot U_T}$$
(34)

$$HD3 = \frac{\hat{I}_{3\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} = \frac{\hat{U}^2}{3 \cdot (8 \cdot U_T^2 + \hat{U}^2)} \approx \frac{\hat{U}^2}{24U_T^2}$$
(35)

Da nicht alle Vereinfachungsschritte zum Erlangen der Gleichungen (34) und (35) intuitiv von der Hand gingen, wurde ein einfaches Matlab-Programm [Anhang] zu Hilfe genommen. Hier wird die Berechnung der Taylorreihe anhand der eingebauten Funktion durchführt und die Ergebnisse schrittweise über die Vereinfachungsfunktion der Symbolic Math Toolbox berechnet. So konnten durch den Vergleich von händischer Rechnung und Matlab-Algorithmus die geeigneten Vereinfachungen gefunden werden.
4.1.2 Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor

Beim MOSFET handelt es sich um ein Bauteil mit näherungsweise quadratischer Kennlinie (Abbildung 18). Anders als beim Bipolartransistor sind vor allem kennlinienbedingte Verzerrungen 2. Ordnung zu erwarten. Um dieser Hypothese nachzugehen, wird wie zuvor beim Bipolartransistor vorgegangen.



Abbildung 18: N-Kanal MOSFET Übertragungskennlinie Quelle: [15, p. 204]

Für Verstärkerschaltungen liegt der Arbeitspunkt eines MOSFET immer im Abschnürbereich. Die Kennlinie lässt sich dabei durch Gleichung (36) annähern [15, p. 177]:

$$I_D = \frac{K}{2} \cdot (U_{GS} - U_{th})^2$$
(36)

Teilt man die Spannungen und Ströme wie bei der Berechnung am Bipolartransistor in eine DC-Komponente (hier $U_{GS,A}$) und eine AC-Komponente (hier $u_{GS\sim}$) auf, so ergibt sich der gesamte Drainstrom i_D durch folgende Gleichung:

$$i_D = \frac{K}{2} \cdot \left(U_{GS,A} + u_{gs} - U_{th} \right)^2$$
(37)

Nach Anwendung der binomischen Formel und Ersetzen von u_{gs} wie zuvor mit einer Kosinusschwingung (38), ergibt sich durch die Anwendung des Kosinussatzes (32) Gleichung (39):

$$u_{gs\sim} = \widehat{U} \cdot \cos\left(\omega t\right) \tag{38}$$

$$i_{D} = K \cdot \left(\frac{U_{th}^{2}}{2} + \frac{U_{GS,A}^{2}}{2} + \frac{\widehat{U}^{2}}{4} - U_{th} \cdot U_{GS,A}\right) + K \cdot \left(U_{GS,A} \cdot \widehat{U} \cdot \cos(\omega t) - U_{th} \cdot \widehat{U} \cdot \cos(\omega t) + \frac{\widehat{U}^{2} \cdot \cos(2 \cdot \omega t)}{4}\right)$$

$$(39)$$

Der erste Teil der Gleichung beschreibt den DC-Arbeitspunkt des Mosfets. Im zweiten Teil ist die Grundschwingung durch die ersten zwei Terme und eine Oberwelle der doppelten Frequenz im dritten Term ersichtlich. Hieraus lässt sich folgendes Amplitudenverhältnis für die Harmonischen 2. Ordnung definieren:

$$HD2 = \frac{\hat{I}_{2\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} = \frac{\hat{U}}{4(U_{GS} - U_{th})}$$
(40)

4.1.3 Triode

Die Berechnung der kennlinienbedingten Verzerrungen durch die Annäherung mit einer Taylorreihe wurde zwar durch Barkhausen in [5, p. 42-49] beschrieben, ist aber an einigen Stellen schwer nachvollziehbar dargelegt. Deswegen wird die Herleitung der Vollständigkeit halber hier nachvollziehbarer aufgeschlüsselt.

Ausgehend von der Röhrenkennlinie, welche bei der Grundlagenbetrachtung der Triode schon in Gleichung (4) beschrieben wurde, ergibt sich für den Anodenstrom i_a als Funktion der Steuerspannung U_{st} mit überlagerter Signalspannung $u_{g\sim}$ [5, p. 43] Funktion (41):

$$i_a = f(U_{st} + u_{g_{\sim}}) = K^* \cdot (U_{st} + u_{g_{\sim}})^{3/2}$$
⁽⁴¹⁾

Bei der theoretischen Betrachtung der Kennlinie in [5] wurde die Steuerspannung laut Gleichung (3), unter Vernachlässigung der Anodenrückwirkung beschrieben. Es ergibt sich die Funktion des Anodenstromes in Abhängigkeit der Steuerspannung aus dem Ursprung des Koordinatensystems. Diese ist exemplarisch als die fett gedruckte Funktion in Abbildung 19 zu sehen.



Abbildung 19: Raumladungskennlinie und ihre Entwicklung in eine Taylorsche Reihe im Punkt $U_{st} = 36V$ Quelle: [5, p.47]

Betrachtet man im Vergleich das reale Übertragungskennlinienfeld einer Triode (Abbildung 20), so wird deutlich, dass die durch die Gleichung beschriebenen Kennlinien sich allerdings auf dem negativen Bereich der X-Achse befinden. Dies liegt natürlich physikalisch darin begründet, dass die Röhre negativ vorgespannt werden muss, damit es nicht zu einem massiven Strom von Elektronen von der Kathode zur Anode kommt.



Dementsprechend muss bei der Berechnung für die Beschreibung des Arbeitspunktes auf der Kennlinie nicht nur die negative Gittervorspannung herangezogen werden, sondern der Abstand der negativen Gittervorspannung vom Schnittpunkt der Funktion bei der dazugehörigen Anodenspannung mit der X-Achse. Dieser Schnittpunkt soll hier mit U_{g0} bezeichnet werden und ist nur für den definierten Arbeitspunkt der Röhre gültig. Dementsprechend wird nun wie in [5, p. 43] die Anodenrückwirkung $D \cdot U_a$ zunächst vernachlässigt, aber die Steuerspannung – ausgehend von obiger Betrachtung – durch den genannten Abstand definiert:

$$U_{st} = |U_{g0} - U_g| \tag{42}$$

Nun kann wie in [5] für die Auflösung des Anodenstroms in eine Taylorreihe der Spezialfall des Taylorschen Satzes herangezogen werden [18, p. 91].

$$f(a+h) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}h + \frac{f''(a)}{2!}h^2 + \dots + \frac{f^{(n-1)}(a)}{(n-1)!}h^{n-1} + \frac{f^{(n)}(a+h)}{n!}h^n$$
(43)

Für die Anodenspannung ergibt sich aus Gleichung (41) unter Anwendung des Taylorsatzes (43) folgende Approximation des Anodenstromes, wenn man die Reihenentwicklung bis zum 4. Glied durchführt [5, p. 43]:

$$i_{a} = f(U_{st}) + \left(\frac{d \, i_{a}}{d \, u_{g}}\right) \cdot u_{g_{\sim}} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^{2} \, i_{a}}{d \, u_{g}^{2}}\right) \cdot u_{g_{\sim}}^{2} + \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{d^{3} \, i_{a}}{d \, u_{g}^{3}}\right) \cdot u_{g_{\sim}}^{3} + \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{d^{4} \, i_{a}}{d \, u_{g}^{4}}\right) \cdot u_{g_{\sim}}^{4}$$
(44)

Da es sich bei $f(U_{st})$ um den Gleichstrom-Arbeitspunkt handelt [5, p. 43], ergibt sich für den Anodenstrom die Gleichung (45) [5, p. 43]. Die Ableitungen wurden für eine bessere Übersicht wie in [5] gegen die Buchstaben S, T, W und X ausgetauscht. Die mit *S* gekennzeichnete Ableitung des Anodenstromes nach der Gitterspannung stellt dabei die in der Barkhauschen Röhrenformel auffindbare Steilheit dar. *T* beschreibt dementsprechend als nächste Ableitung die Krümmung, *W* und *X* sind folgend die nächsthöheren Ableitungen.

$$i_{a} = I_{a} + S \cdot u_{g} + \frac{1}{2} \cdot T \cdot u_{g}^{2} + \frac{1}{6} \cdot W \cdot u_{g}^{3} + \frac{1}{24} \cdot X \cdot u_{g}^{4}$$

$$mit S = \left(\frac{d i_{a}}{d u_{g}}\right)_{0}, T = \left(\frac{d^{2} i_{a}}{d u_{g}^{2}}\right)_{0}, W = \left(\frac{d^{3} i_{a}}{d u_{g}^{3}}\right)_{0}, X = \left(\frac{d^{4} i_{a}}{d u_{g}^{4}}\right)_{0}.$$

$$(45)$$

"Bei nicht gekrümmter Kennlinie würde die Aussteuerung $u_{g\sim}$ nur einen ihr genau proportionalen, also unverzerrten Wechselstrom $i_a = S \cdot u_{g\sim}$ hervorrufen [5, p. 44]." Wie in Gleichung (45) zu sehen ist, kommen allerdings weitere Glieder hinzu.

Um eine Aussage über die entstehenden Verzerrungen machen zu können, wird hier ebenfalls eine Kosinusschwingung als Gitterwechselspannung angenommen [5, p. 44]:

$$u_{g\sim} = \hat{U} \cdot \cos\left(\omega t\right) \tag{46}$$

Eine Anwendung der Kosinussätze (23) führt zu folgendem Ergebnis [5, p. 44]:

$$\begin{split} i_{a} &= I_{a} + \frac{1}{4} \cdot T \cdot \widehat{U}^{2} + \frac{1}{64} \cdot X \cdot \widehat{U}^{4} \\ &+ \left(S \cdot \widehat{U} + \frac{1}{8} \cdot W \cdot \widehat{U}^{3} \right) \cos(\omega t) \\ &+ \left(\frac{1}{4} \cdot T \cdot \widehat{U}^{2} + \frac{1}{48} \cdot X \cdot \widehat{U}^{4} \right) \cos(2 \cdot \omega t) \\ &+ \left(\frac{1}{24} \cdot W \cdot \widehat{U}^{3} \right) \cos(3 \cdot \omega t) \\ &+ \left(\frac{1}{192} \cdot X \cdot \widehat{U}^{4} \right) \cos(4 \cdot \omega t) \end{split}$$
(47)

Nach der Berechnung der Ableitungen (45) aus der Übertragungsgleichung (48) kann anschließend eine Aussage über die Verzerrungen getätigt werden.

$$i_a = K^* \cdot \left(U_{st} + u_g \right)^{3/2} \tag{48}$$

$$S = \left(\frac{d \, i_a}{d \, u_g}\right)_0 = \left(\frac{3 \cdot K^* \sqrt{U_{st} + u_g}}{2}\right)_0 = \frac{3 \cdot K^* \sqrt{U_{st}}}{2}$$

$$T = \left(\frac{d^2 \, i_a}{d \, u_g^2}\right)_0 = \left(\frac{3 \cdot K^*}{4\sqrt{U_{st} + u_g}}\right)_0 = \frac{3 \cdot K^*}{4\sqrt{U_{st}}}$$

$$W = \left(\frac{d^3 \, i_a}{d \, u_g^3}\right)_0 = \left(-\frac{3 \cdot K^*}{8(U_{st} + u_g)^{\frac{3}{2}}}\right)_0 = -\frac{3 \cdot K^*}{8(U_{st})^{\frac{3}{2}}}$$

$$X = \left(\frac{d^4 \, i_a}{d \, u_g^4}\right)_0 = \left(\frac{9 \cdot K^*}{16(U_{st} + u_g)^{5/2}}\right)_0 = \frac{9 \cdot K^*}{16(U_{st})^{5/2}}$$
(49)

Ein Vergleich der Größenordnungen bei der Berechnung der Verzerrungen zeigt, dass die mit 3. und 4. Ableitung (also X und W) eingehenden Ströme ohne großen Fehler vernachlässigt werden können und in [5] ebenfalls weggelassen wurden. Das negative Vorzeichen des W-Gliedes wirkt sich im Strom der dreifachen Grundfrequenz als eine Phasendrehung aus und kann für die Verzerrungsanteile ebenfalls weggelassen werden. Es folgt die Abschätzung der entstehenden harmonischen Verzerrungen im Verhältnis zur Grundschwingung:

$$HD2 = \frac{\hat{I}_{2\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot T + \frac{1}{48} \cdot X \cdot \hat{U}^2}{S + \frac{1}{8} \cdot W \cdot \hat{U}} \cdot \hat{U} \approx \frac{1}{4} \cdot \frac{T}{S} \cdot \hat{U} = \frac{1}{8} \cdot \frac{\hat{U}}{U_{st}}$$
(50)

$$HD3 = \frac{\hat{I}_{3\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} = \frac{\frac{1}{24} \cdot W \cdot \hat{U}}{S + \frac{1}{8} \cdot W \cdot \hat{U}} \approx \frac{1}{24} \cdot \frac{W}{S} \cdot \hat{U}^2 = \frac{1}{96} \cdot \frac{\hat{U}^2}{U_{st}^2}$$
(51)

Wohlgemerkt wurde für diese erste Betrachtung die Rückwirkung der Anodenspannung auf den Anodenstrom vernachlässigt. "In Wirklichkeit übt aber auch die Anodenspannung u_a eine freilich D mal schwächere Steuerwirkung auf i_a aus [5, p. 57]." Dies war schon im Ausgangskennlinienfeld (Abbildung 3) ersichtlich. Um also auch die Verzerrungen von Röhren mit höherem Durchgriff abschätzen zu können, lohnt im Weiteren die von Barkhausen verfasste genauere Berechnung [5, p. 57 ff]. Diese wurde in erster Linie für die Beschreibung von Endtrioden verfasst, welche von Natur aus einen sehr viel höheren Durchgriff als Vorstufentrioden besitzen. Da aber auch viele Vorstufenröhren mit geringerem Verstärkungsfaktor und damit höherem Durchgriff in Vorverstärkern Verwendung finden, ist die genauere Betrachtung durchaus sinnvoll.

Die Spannung an der Anode lässt sich allgemein durch den Spannungsabfall an der Last des Anodenkreises berechnen. In [5, p. 57] wurde von einer komplexen Last \underline{Z} ausgegangen, die den Ausgangsübertrager darstellt. Im Falle einer Kathodenbasisschaltung zur Vorverstärkung eines Wechselsignals ist diese Last in der Regel ein rein reeller Widerstand und wird im Folgenden als Anodenwiderstand R_a bezeichnet. Es ergibt sich also für die Anodenwechselspannung $u_{a\sim}$:

$$u_{a\sim} = -R_a \cdot i_{a\sim} \tag{52}$$

Für die wechselspannungsmäßige Anodenrückwirkung, die das Produkt aus Durchgriff D und Anodenspannung $u_{a\sim}$ beschreibt [5, p. 58], gilt also folglich:

$$D \cdot u_{a\sim} = -D \cdot R_a \cdot i_{a\sim} \tag{53}$$

Nun kann ausgehend von der Steuerspannung in Gleichung (3) eine verzerrte Steuerwechselspannung u_{st} definiert werden, die sich aus der Gitterwechselspannung u_{g} und der Anodenrückwirkung der Anodenwechselspannung u_{a} zusammensetzt. Die Anodenrückwirkung setzt sich wie in (53) gezeigt, aus dem Anodenstrom zusammen. Ist also der Anodenstrom i_{a} verzerrt und enthält außer der Grundschwingung i_{ω} auch die Oberschwingungen $i_{2\omega}$, $i_{3\omega}$, ..., $i_{n\omega}$, so enthält auch u_{a} die entsprechenden Oberschwingungen [5, p. 58]. Es ergibt sich also die verzerrte Steuerspannung laut Gleichung (54):

$$u_{st\sim} = u_{g\sim} + D \cdot u_{a\sim} = u_{g\sim} - \sum_{n=1}^{\infty} D \cdot R_a \cdot i_{n\omega}$$
⁽⁵⁴⁾

Diese Steuerspannung kann nun anstelle der bisherigen unverzerrten Gitterwechselspannung $u_{g\sim}$ in Gleichung (45) eingefügt werden. Sodass sich bei der Betrachtung bis zum 4. Glied die Gleichung (55) ergibt [5, p. 58].

$$i_a = I_a + S \cdot u_{st\sim} + \frac{1}{2} \cdot T \cdot u_{st\sim}^2 + \frac{1}{6} \cdot W \cdot u_{st\sim}^3 + \frac{1}{24} \cdot X \cdot u_{st\sim}^4$$
(55)

Nun kann zunächst ein Blick auf die Fourierreihenentwicklung in Gleichung (56) geworfen werden. Demnach lässt sich der Anodenstrom aus seinem Gleichspannungsanteil I_a , dem Verschiebestrom ΔI_a und seinen Oberwellen $i_{n\omega}$ wie folgt beschreiben [5, p.58]:

$$i_a = I_a + \Delta I_a + i_\omega + \dots + i_{n\omega} = I_a + \Delta I_a + \sum_{n=1}^{\infty} i_{n\omega}$$
⁽⁵⁶⁾

Setzt man nun die verzerrte Steuerwechselspannung aus Gleichung (49) in die Gleichung des Anodenstroms (55) ein, so ergibt sich im Vergleich Gleichung (57) [5, p. 58]

$$i_{\omega}(1 + S \cdot D \cdot R_{a}) + \left[\Delta I_{a} + \sum_{n=1}^{\infty} i_{n\omega}(S \cdot D \cdot R_{a})\right]$$

$$= (57)$$

$$S \cdot u_{g^{\sim}} + \left[\frac{1}{2} \cdot T \cdot u_{st^{\sim}} + \frac{1}{6} \cdot W \cdot u_{st^{\sim}} + \cdots\right]$$

Hieraus lässt sich der Anodenstrom der Grundschwingung i_{ω} ableiten. Da man den inneren Widerstand der Röhre (R_i) auch als den Kehrwert des Produktes von Steilheit und Durchgriff schreiben kann (58) [5, p. 12], führt die Vereinfachung zu Gleichung (59).

$$R_i = \frac{1}{S \cdot D} \tag{58}$$

$$i_{\omega} = \frac{S \cdot u_{g^{\sim}}}{1 + S \cdot D \cdot R_a} = \frac{S \cdot u_{g^{\sim}}}{1 + \frac{R_a}{R_i}}$$
(59)

Da sich der Anodenstrom i_a als das Produkt der Steilheit *S* und der Steuerwechselspannung $u_{st\sim}$ ausdrücken lässt [5, p. 12], ergibt sich folglich aus i_{ω} auch die unverzerrte, rein sinusförmige Steuerwechselspannung $u_{st\omega}$:

$$u_{st\omega} = u_{g\sim} - D \cdot R_a \cdot i_\omega = \frac{u_{g\sim}}{1 + \frac{R_a}{R_i}}$$
(60)

Die Auswirkung der verzerrten Steuerwechselspannung lässt mit den zunehmenden Gliedern des Terms (54) stark nach. Solange die Verzerrungen also klein bleiben, kann man sie mit der unverzerrten, rein sinusförmigen Steuerspannung $u_{st\omega}$ aus (60) berechnen [5, p. 59]. Für die relevanten Anodenstromkomponenten \hat{I}_{ω} , $\hat{I}_{2\omega}$, $\hat{I}_{3\omega}$ ergibt sich dann ähnlich wie zuvor in (47):

$$\hat{I}_{\omega} = \frac{S \cdot u_{g^{\sim}}}{1 + \frac{R_{a}}{R_{i}}} = \left(S \cdot \widehat{U} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_{a}}{R_{i}}}\right) \cos(\omega t)$$

$$\hat{I}_{2\omega} = \frac{\frac{1}{4} \cdot T \cdot u_{st\omega}^{2}}{1 + \frac{R_{a}}{R_{i}}} = \left(\frac{1}{4} \cdot T \cdot \widehat{U}^{2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_{a}}{R_{i}}\right)^{3}}\right) \cos(2 \cdot \omega t)$$

$$\hat{I}_{3\omega} = \frac{\frac{1}{24} \cdot W \cdot u_{st\omega}^{3}}{1 + \frac{R_{a}}{R_{i}}} = \left(\frac{1}{24}W \cdot \widehat{U}^{3} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_{a}}{R_{i}}\right)^{4}}\right) \cos(3 \cdot \omega t)$$
(61)

Die Steuergleichspannung des Arbeitspunktes U_{st} , die sich wie zuvor aus den Ableitungen der Kennlinie ergibt, wird wie bei der vorherigen Betrachtung ohne Anodenrückwirkung angenommen. Für die Verzerrungen HD2 und HD3 ergeben sich in ähnlicher Form wie zuvor die Gleichungen (62) und (63).

$$HD2 = \frac{\hat{I}_{2\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} \approx \frac{T}{4 \cdot S} \cdot \hat{U} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2} = \frac{1\hat{U}}{8U_{st}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2}$$
(62)

$$HD3 = \frac{\hat{I}_{3\omega_0}}{\hat{I}_{\omega_0}} \approx \frac{W}{24 \cdot S} \cdot \hat{U}^2 \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}} = \frac{\hat{U}^2}{24U_{st}^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^3}$$
(63)

4.1.4 Diskussion der erlangten Gleichungen

Die nun erlangten Formeln zur Abschätzung der kennlinienbedingten Verzerrungen sind in Tabelle 2 noch mal zusammengefasst. Sie beschreiben die harmonischen Verzerrungen im Verstärkerbetrieb ohne Gegenkopplung. Sie stellen die mathematische Grundlage der entstehenden Oberwellen dar und lassen wichtige Rückschlüsse darüber zu, welche Bauteilparameter einen Einfluss auf die Höhe der Oberwellen haben.

	BJT	MOS	Triode
HD2	$\frac{\widehat{U}}{4\cdot U_T}$	$\frac{\hat{U}}{4(U_{GS}-U_{th})}$	$\frac{\widehat{U}}{8 \cdot U_{st}} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^2}$
HD3	$\frac{\widehat{U}^2}{24\cdot U_T^2}$	0	$\frac{\widehat{U}^2}{24 \cdot U_{st}^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{R_a}{R_i}\right)^3}$

Tabelle 2: Formeln zur Abschätzung der Oberwellen in BJT, MOS, Triode

Bei Betrachtung der Gleichungen fällt auf, dass die durch die exponentielle Kennlinie des Bipolartransistors entstehenden Verzerrungen vollkommen unabhängig vom Arbeitspunkt sind. U_T ist bei bestimmter Temperatur konstant und unabhängig vom physikalischen Aufbau des Transistors. Dementsprechend ist die Aussteuerung der Basis maßgeblich für die Höhe der entstehenden Verzerrungen.

Anders verhält es sich für den Mosfet. Ausschlaggebend für die Verzerrungen des Mosfets ist außer der Höhe der Eingangsspannung vor allem die Differenz zwischen der Gate-Spannung zur Festlegung des Arbeitspunktes und der Schwellspannung. Letztere wiederum wird durch den physikalischen Aufbau des Fets festgelegt [15, p. 192].

Auch bei der Triode lässt sich anhand der erlangten Gleichungen eine Abhängigkeit der Verzerrungen vom Arbeitspunkt und des Röhrentyps erkennen. Der Term in der Klammer beschreibt die Herabsetzung der Verzerrungen aufgrund des Durchgriffs der Anodenspannung. Hieraus kann man zweierlei Erkenntnisse erlangen: erstere wurde schon von Barkhausen beschrieben: "Der Durchgriff ist nichts anderes als eine durch die inneren Röhreneigenschaften bedingte phasenreine Spannungsgegenkopplung. Er hat dieselben Wirkungen, dieselben Vor- und Nachteile wie eine durch die Schaltung hergestellte Gegenkopplung [5, p. 58]." Dies bedeutet also die auftretenden Verzerrungen sind zwar rein kennlinienbedingt, jedoch aufgrund des Durchgriffes in ihrer Größe schon reduziert. Des Weiteren kann man ganz klar sagen, dass die auftretenden Verzerrungen in einer einfachen nicht schaltungstechnisch gegengekoppelten Verstärkerstufe aufgrund des röhrenabhängigen Durchgriffs mit der verwendeten Röhre schwanken. Der

Durchgriff ist als reziproker Wert des Leerlaufverstärkungsfaktors µ folgendermaßen definiert:

$$D = -\frac{1}{\mu} \tag{64}$$

Dies bedeutet im Umkehrschluss, dass die Höhe der entstehenden Verzerrungen eindeutig vom Verstärkungsfaktor abhängig ist. Eine Röhre mit niedriger Verstärkung, also kleinem µ erzeugt somit aufgrund ihrer bauteilbedingten Gegenkopplung voraussichtlich weniger Verzerrungen als eine Röhre mit hoher Verstärkung.

4.2 Überprüfung der theoretischen Betrachtung durch Rechnung, Simulation und Messaufbau

Die erlangten Gleichungen aus Tabelle 2 beschreiben die durch die Kennlinie des Bauteils entstehenden Verzerrungen im Ausgangsstrom ohne Gegenkopplung. In der Praxis entspricht dies der simpelsten Art einer Spannungsverstärkerstufe, die ihre Spannungsverstärkung durch den Spannungsabfall an einem Ohmschen Widerstand realisiert. Demnach ist $i \sim u$ und der Abstand der Oberwellen zur eingespeisten Grundwelle ist bei Strom und Spannung identisch.

Folglich kann die Emitterschaltung für den Bipolartransistor, die Sourceschaltung für den Mosfet und die Kathodenbasisschaltung für die Triode herangezogen werden – exemplarisch gezeigt in Abbildung 21.



Abbildung 21: Spannungsverstärkerstufen ohne Gegenkopplung (BJT, MOS, Röhre)

Mit diesen einfachen Grundschaltungen zur Spannungsverstärkung wurde für die weitere Betrachtung eine Simulation und ein praktischer Messaufbau durchgeführt.

Damit die Simulation weiterführend als Grundlage der praktischen Untersuchung dienen kann, wurde jeweils ein repräsentatives Bauteil herangezogen und das entsprechende Simulationsmodell verwendet. Die Wahl der Bauteile fiel auf den npn-Transistor BC550, den Mosfet 2N7000 und die gängige Audiotriode ECC82.

Bipolartransistor und Mosfet sind in der Wahl unkritisch. Um aber einen guten Vergleichstest zu realisieren, sollte sich die verwendete Röhre in einem vergleichbaren Arbeitspunkt betreiben lassen. Die ECC82 wurde ausgewählt, weil anhand der begrenzenden Parameter ein vergleichbarer Arbeitspunkt möglich ist. Die begrenzenden Parameter bei der Festlegung des Arbeitspunktes sind im Ausgangskennlinienfeld der ECC82 in Abbildung 22 frei Hand exemplarisch eingezeichnet – sind also nicht als festgelegte Grenzen zu verstehen, sondern sollen der Erklärung dienen.

Bewegt man sich mit dem Arbeitspunkt zu weit nach oben im Ausgangskennlinienfeld, kann die Überschreitung der maximalen Anodenverlustleistung die Röhre zerstören. Eine Bewegung des Arbeitspunktes Richtung Ordinate bedeutet eine zunehmend höhere Gitterspannung und einen höheren Ruhestrom. Wird das Gitter allerdings zu positiv (ab ca. -1V) können Gitterströme fließen, was bedeutet, dass die Röhre nicht mehr leistungslos angesteuert wird und sogenannte Gitterstromverzerrungen entstehen können [6, p. 69]. Bewegt man sich mit dem Arbeitspunkt in die entgegengesetzte Richtung, ist leicht erkennbar, dass die Krümmung der Kennlinie deutlich höher ist. Der Arbeitspunkt sollte also im grünmarkierten Bereich liegen.



Abbildung 22: Ausgangskennlinienfeld der ECC82 mit exemplarisch eingezeichneten Grenzen des möglichen AP Quelle: [17], Eigenbearbeitung

Für die Schaltungen ergeben sich die Rahmenbedingungen und Bauteilwerte nach Tabelle 3.

BC550	2N7000	ECC82
$R_c = 15k\Omega$	$R_d = 15k\Omega$	$R_a = 15k\Omega$
$R_{in} = 45k\Omega$	$R_{in} = 45k\Omega$	$R_{in} = 45k\Omega$
$C_{out} = 1 \mu F$	$C_{out} = 1\mu F$	$C_{out} = 1\mu F$
$U_{+} = 30V$	$U_{+} = 30V$	$U_{+} = 300V$

Tabelle 3: Bauteilwerte und Schaltungsparameter für den Messaufbau

Die Arbeitswiderstände R_c , R_d , R_a wurden wie in Abbildung 21 ersichtlich jeweils nach der Elektrode des Bauelements bezeichnet und sind für alle drei Schaltungen identisch. R_{in} bezeichnet den Belastungswiderstand des Funktionsgenerators. Auch dieser wurde für alle Schaltungen identisch festgelegt. Zum Auskoppeln des Wechselsignals wurde für alle Schaltungen ein identisch dimensionierter Koppelkondensator eingesetzt. Die Röhrenschaltung unterscheidet sich also entsprechend nur durch eine Faktor 10 höhere Versorgungsspannung von 300V.

4.2.1 Simulationsaufbau

Entsprechend dieser Vorbetrachtung wurde jeweils eine Simulation durchgeführt. Dabei wurde für die Ermittlung der passenden Arbeitspunktgleichspannung als Eingangssignal zunächst eine Gleichspannungsquelle angenommen. Dessen Spannung wurde schrittweise verändert, bis der Spannungsabfall des jeweiligen Arbeitswiderstandes die Hälfte der Versorgungsspannung betrug. Die dadurch ermittelte Gleichspannung zur Erzeugung des jeweiligen Arbeitspunktes wurde nachfolgend als Offset der Wechselspannungsquelle LTspice sich in der in eingetragen, sodass Simulationsumgebung die in Abbildung 23, Abbildung 24 und Abbildung 25 ersichtlichen Schaltungen ergeben.



Abbildung 23: Emitterschaltung zur Ermittlung der kennlinienbedingten Verzerrungen des Bipolartransistors



Abbildung 24: Sourceschaltung zur Ermittlung der kennlinienbedingten Verzerrungen des Mosfets



Abbildung 25: Kathodenschaltung zur Ermittlung der kennlinienbedingten Verzerrungen der Triode

Aufgrund der hohen Spannungsverstärkung von Bipolartransistor und Mosfet wurde das Eingangssignal auf $\hat{U} = 10mV$ festgelegt.

Auf Grundlage dieser Schaltungen wurde nachfolgend die Ausgangsspannung u_{out} durch die in LTspice integrierte FFT-Funktion analysiert. Für optimale Simulationsergebnisse wurde der maximale Zeitschritt der Simulation klein genug eingestellt, damit bei der verwendeten Testfrequenz von f = 1kHz keine Artefakte in der FFT entstehen. Weiterhin wurde mit dem Befehl "numdgt=7" die Genauigkeit erhöht und mit "plotwinsize=0" die Datenkompression abgeschaltet. Grundlage für diese Simulationen waren die Simulationsmodelle von Onsemi für Bipolartransistor und Mosfet [9,11], sowie das Modell von W. Marshall Leach für die Triode [8].

4.2.2 Praktischer Versuchsaufbau

Im praktischen Aufbau wurde die Schaltung mit dem Audio Precision APx555 analysiert. Der interne hochpräzise RC-Oszillator kann nur eine reine Wechselspannung ausgeben. Daher wurde ausgehend von der Simulation die Messschaltung so erweitert, dass das Testsignal des Analyzers einer Gleichspannung für die Festlegung des Arbeitspunktes überlagert werden kann (Abbildung 26).



Abbildung 26: Schaltungen zur Messung der kennlinienbedingten Verzerrungen

Für die drei Schaltungen wurde jeweils ein Platinenlayout angefertigt, das eine komfortable Messung und auch Schaltungsmodifikation ermöglicht – zu sehen in Abbildung 27 und Abbildung 28. Da es sich bei der verwendeten Röhre um eine Doppeltriode handelt, sind auf dem Testboard für die Röhrenschaltung die Ein- und

Ausgänge per Jumper wechselbar ausgelegt, sodass beide Teile der Doppeltriode für Versuche genutzt werden konnten.



Abbildung 27: Testplatine für die Röhrenschaltung

Das Testboard für Bipolartransistor und Mosfet unterscheidet sich lediglich durch den Footprint des Bauteils.



Abbildung 28: Testplatine für BJT und MOS

Als Spannungsversorgung der Halbleiterschaltungen diente ein geregeltes Labornetzteil. Selbiges wurde beim Aufbau der Röhrenschaltung zur Versorgung der Heizung anstelle einer Wechselspannung verwendet, damit mögliche Störeinstrahlungen vermieden werden konnten. Für die Anodenspannungsversorgung der Röhrenschaltung diente ein geregeltes Röhrennetzteil, das weiterhin eine geregelte negative Gittervorspannung bereitstellte. Ein exemplarischer Messaufbau ist in Abbildung 29 zu sehen.



Abbildung 29: Praktischer Messaufbau der Röhrenschaltung

Die Testschaltungen wurden mittels Koaxialkabel mit dem Audio Precision Analyzer APx555 verbunden. Am Analyzer wurden die unsymmetrischen Ausgänge des Generators zur Speisung der Testschaltungen und die symmetrischen Eingänge für die Analyse der Ausgangssignale der Testschaltung verwendet, da sich in dieser Konstellation das Stör- und Rauschverhalten als am besten herausgestellt hat.

4.2.3 Berechnung

Durch die in Tabelle 2 erlangten Gleichungen kann nun eine Abschätzung der entstehenden Verzerrungen getätigt werden.

Für den Bipolartransistor lässt sich HD2 und HD3 wie folgt abschätzen:

$$HD2 \approx \frac{\widehat{U}}{4 \cdot U_T} = \frac{0.01V}{4 \cdot 0.026V} \approx 0.1 = 20 \cdot \lg(0.1) = -20dB$$
(65)

$$HD3 \approx \frac{\widehat{U}^2}{24 \cdot U_T^2} = \frac{(0,01V)^2}{24 \cdot (0,026V)^2} \approx 0,006 = 20 \cdot \lg(0,006) \approx -44dB$$
(66)

Für den Mosfet kann die Berechnung der Verzerrungen aufgrund der Arbeitspunkt- und Bauteilabhängigkeit nicht ohne die Werte von U_{GS} und U_{th} stattfinden. Die Schwellspannung U_{th} ist im Datenblatt grob spezifiziert. Da von dieser Größe allerdings auch die für den Arbeitspunkt notwendige Gleichspannung U_{GS} abhängig ist, sollte der Wert von U_{th} möglichst mit dem realen Wert des in der Messung verwendeten Bauteils übereinstimmen. Andernfalls könnte es aufgrund der fertigungstechnischen Schwankung der Schwellspannung zu Fehlern in der Berechnung führen. Aus diesem Grund wurde für den nachfolgend in allen Messungen verwendeten 2N7000 die Schwellspannung bestimmt. Wie im Datenblatt des Herstellers [13] angegeben, kann die Schwellspannung alternativ zur Aufnahme der Kennlinie auch vergleichsweise einfach bei $U_{GS} = U_{DS}$, $I_D = 1mA$ bestimmt werden.

Es wurde also auf einem Steckbrett ein Bipolartransistor als Stromquelle verschaltet. Mittels Spindeltrimmer wurde der Strom I_D durch den Mosfet auf exakt 1mA eingestellt und nachfolgend die Gate-Source-Spannung gemessen. Der verwendete Schaltungsaufbau ist in Abbildung 30 zu sehen.

Die Schwellspannung des Mosfets liegt mit 2,15V in der Nähe des im Datenblatt angegebenen typischen Wertes von 2,1V. Bei neun weiteren Mosfets des gleichen Typs lagen die so ermittelten Schwellspannungen im Bereich von 2 bis 2,3 Volt.



Abbildung 30: Bestimmung der Mosfet-Schwellspannung

Mit dem bezüglich U_{th} vermessenen Mosfet wurde die Testschaltung laut Abbildung 26 aufgebaut. Für das Erlangen des Arbeitspunktes musste eine Gleichspannung am Gate von 2,29V eingestellt werden.

Vergleicht man diese Werte mit der Simulation, so fällt auf, dass die angenommene Schwellspannung von 2,236V aus dem Simulationsmodell [11] über der des im praktischen Aufbau verwendeten Mosfets liegt. Dementsprechend muss für den gleichen Arbeitspunkt auch die Gleichspannung am Gate einen höheren Wert annehmen – in der Simulation ergab sich für $U_{GS} = 2,3835V$.

Wie allerdings in Gleichung (40) der theoretischen Betrachtung ersichtlich, ist die Differenz von U_{GS} und U_{th} ausschlaggebend. Diese liegt für Simulation und Praxis, wenn man Gleichung (67) und (68) vergleicht, sehr nah beieinander, sodass die Simulation in dieser Hinsicht gut mit der Praxis übereinstimmt.

Messaufbau:
$$U_{GS} - U_{th} = 2,29V - 2,15V = 140mV$$
 (67)

Simulation:
$$U_{GS} - U_{th} = 2,3835V - 2,236V = 147,5mV$$
 (68)

Dementsprechend kann für die Berechnung von HD2 nun Gleichung (40) herangezogen werden. Es ergibt sich anhand der Spannungen aus der Simulation die Berechnung von HD2 in Gleichung (69).

$$HD2 = \frac{\widehat{U}}{4(U_{GS} - U_{th})} = \frac{10mV}{4(147, 5mV)} \approx 0,0169 = 20 \cdot \lg(0,0169) \approx -35,4dB \tag{69}$$

Bei der Festlegung des Arbeitspunktes der Triode ergibt sich sowohl in der Simulation als auch in der Praxis eine negative Gittervorspannung von etwa 3,3V. Für den inneren Röhrenwiderstand R_i wird der im Datenblatt angegebene Wert von 7700 Ohm angenommen [17]. Dieser ist zwar für eine Anodenspannung von 250V gültig, eine mögliche Abweichung soll aber zunächst vernachlässigt werden. Der Wert für die Steuerspannung kann aus dem Kennlinienfeld entnommen werden, wie beim Erlangen der Formeln für HD2 und HD3 erklärt. Hierfür ist in das zugehörige Kennlinienfeld in Abbildung 31 der ECC82 der Arbeitspunkt eingezeichnet und die Steuerspannung markiert.



Abbildung 31: Arbeitspunkt der ECC82 im Kennlinienfeld

$$HD2 \approx \frac{\widehat{U}}{8 \cdot U_{st}} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}}\right)^2 = \frac{0.01V}{8 \cdot 9V} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{15k\Omega}{7.7k\Omega}}\right)^2 \approx 1.59 \cdot 10^{-5} \approx -96dB \tag{70}$$

$$HD3 \approx \frac{\hat{U}^2}{24 \cdot U_{st}^2} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{R_a}{R_i}}\right)^3 = \frac{(0,01V)^2}{24 \cdot (9V)^2} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{15k\Omega}{7,7k\Omega}}\right)^3 \approx 2 \cdot 10^{-9} \approx -174 dB \tag{71}$$

Um eine Vorstellung von der Anodenrückwirkung zu bekommen, kann man die Berechnung auch mit den Gleichungen (50) und (51) durchführen. Dabei wird die Rückwirkung der Anodenspannung vernachlässigt, sodass man für HD2 auf ein Ergebnis von etwa -77dB kommt und für HD3 auf -146dB. Das sind zumindest bei der verwendeten Röhre sehr große Fehler, die aufzeigen, dass die aufwendige Betrachtung unter Einbezug der Anodenrückwirkung vor allem bei Röhren mit kleinem Verstärkungsfaktor wichtig ist.

4.2.4 Ergebnisvergleich

Die berechneten Werte können anschließend mit der Simulation und der Messung verglichen werden. Hierfür wurde in LTspice eine Fast-Fourier-Transformation des Ausgangssignals berechnet. Für die Messaufbauten wurde ebenfalls durch die FFT-Funktion des Audio Precision ein Spektrum des jeweiligen Ausgangssignals aufgenommen.

Da die Y-Achsen in allen folgenden Spektren logarithmisch in dBV skaliert sind, können HD2 und HD3 durch ein einfaches Ablesen des Abstandes der jeweiligen Oberwelle zur Grundschwingung ermittelt werden. Für den BC550 ergibt sich das in Abbildung 32 gezeigte Spektrum aus der Simulation, sowie das in Abbildung 33 ersichtliche Spektrum für die Messung der aufgebauten Schaltung.



Abbildung 32: LTspice Simulation: Spektrum des Ausgangssignals - BC550 in Emitterschaltung ohne Gegenkopplung



Abbildung 33: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - BC550 in Emitterschaltung ohne Gegenkopplung

Ein Vergleich von Rechnung, Simulation und praktischem Schaltungsaufbau ist in Tabelle 4 dargestellt.

	Rechnung	Simulation	Messung
HD2	-20dB	-22,3dB	-19,5dB
HD3	-44dB	-50dB	-44dB

Tabelle 4: Bipolartransistor HD2, HD3 - Vergleich Rechnung, Simulation,

Rechnung und Messung stimmen im Ergebnis sehr gut überein. Die Simulation zeigt vor allem bei HD3 Abweichungen. Ein Vergleich mit einem anderen Simulationsmodell [10] zeigt, dass sich die Simulationsergebnisse von Modell zu Modell etwas unterscheiden.

Für den Mosfet ergibt sich die Simulation in Abbildung 34 und das Messergebnis in Abbildung 35.



Abbildung 34: LTspice Simulation: Spektrum des Ausgangssignals – 2N7000 in Sourceschaltung ohne Gegenkopplung



Abbildung 35: Messung: Spektrum des Ausgangssignals – 2N7000 in Sourceschaltung ohne Gegenkopplung

Im Vergleich von Rechnung, Simulation und Messung ergeben sich die Ergebnisse in Tabelle 5:

	Rechnung	Simulation	Messung
HD2	-35,4	-35,5dB	-38dB
HD3	0	-98,4dB	<-87dB

Tabelle 5: Mosfet HD2, HD3 - Vergleich Rechnung, Simulation, Messung

Laut der erlangten Gleichung (40) treten keine Harmonischen 3. Ordnung auf, was darauf zurückzuführen ist, dass die approximierte Gleichung des Mosfets quadratisch ist. In der Praxis kann die Dreifache Frequenz der Grundschwingung also durch Abweichungen von der approximierten Kennlinie durchaus auftreten, fällt jedoch bei der zugrunde gelegten Aussteuerung im Kleinsignalbereich in die Größenordnung des Eigenrauschens; wie in Abbildung 35 zu sehen. Wie erhofft zeigt sich, dass auch hier die Simulation die Rechnung bestätigt und ebenfalls eine gute Abbildung der Praxis darstellt.

Schlussendlich folgt die Betrachtung für die Triode. Die Spektren sind in Abbildung 36 und Abbildung 37 dargelegt.



Abbildung 36: LTspice Simulation: Spektrum des Ausgangssignals - ECC82 in Kathodenschaltung ohne Gegenkopplung



Abbildung 37: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - ECC82 in Kathodenschaltung ohne Gegenkopplung

Im	direkten	Veraleich	der Ve	erzerrungskom	nonenten er	aibt sich	Tabelle 6.
ш	unekten	vergieich	uer ve	TZen ungskom	pomenten erg	gibt sich	Tabelle 0.

	Rechnung	Simulation	Messung
HD2	-96dB	-93dB	-82dB
HD3	-173dB	-170dB	< -120dB

Tabelle 6: Triode HD2, HD3 - Vergleich Rechnung, Simulation, Messung

Die Berechnung zur Abschätzung der Röhrenverzerrungen hat gezeigt, dass aufgrund der höheren Komplexität einige Vereinfachungen herangezogen werden mussten. Unter Anbetracht dessen, dass zur Erlangung der Formeln (62) und (63) lediglich eine unverzerrte Gitterwechselspannung angenommen und nur mit der Steuergleichspannung für die Erzeugung des Arbeitspunktes gerechnet wurde sowie für den inneren Röhrenwiderstand nur ein typischer Wert herangezogen wurde, liegen die Ergebnisse mit 3dB Abweichung recht nah an der Simulation. An dieser Stelle werden die Stärken der Simulation deutlich. Gerade komplexere Sachverhalte, die bei der händischen Berechnung einige Vereinfachungen benötigen, können maschinell schneller, wenn auch undurchsichtiger berechnet werden. Die Messung zeigt dennoch real ein etwas schlechteres Verhalten, als es die Simulation und Berechnung vermuten ließe. Dies kann darauf zurückgeführt werden, dass die verwendete Röhre in ihrer Kennlinie von der Beschreibung durch das Raumladungsgesetz abweicht. Dies liegt vorwiegend im physischen Aufbau der Röhre begründet.

Diese Ergebnisse lassen erste Schlüsse über die Linearität der Bauteile zu. Der Bipolartransistor zeigt das schlechteste Verzerrungsverhalten von allen drei Bauelementen. Eine erste wertvolle Erkenntnis ist die Unabhängigkeit der Verzerrungen des Bipolartransistors vom Arbeitspunkt.

Für den Mosfet zeigt sich die Differenz $U_{GS} - U_{th}$ als bestimmenden Faktor bei der Abschätzung der Verzerrungen, welche durch die Kennlinie entstehen. Das Ergebnis offenbart aber einen deutlich lineareren Betrieb als beim Bipolartransistor – jedoch bei einem kleineren Verstärkungsfaktor. Mit dem großen Unterschied, dass Arbeitspunkt und der spezifische Mosfet einen Einfluss auf die Verzerrungen haben können.

Die Verzerrungen, die bei der Elektronenröhre entstehen, sind deutlich kleiner als die von Bipolartransistor und Mosfet. Es muss angemerkt werden, dass die verwendete Vorstufenröhre ECC82 einen vergleichsweise hohen Durchgriff hat, somit die kennlinienbedingten Verzerrungen eine bauteilbedingte Absenkung erfahren. Dies bedeutet allerdings ebenfalls, dass der Verstärkungsfaktor deutlich unter dem von BJT und Mosfet liegt. Eine ECC83 im Vergleich liefert etwas stärkere Verzerrungen bei dafür höherem Verstärkungsfaktor. Dies ist zurückzuführen auf den unterschiedlichen Leerlaufverstärkungsfaktor und damit Durchgriff.

Nach diesem Vergleich kann die Elektronenröhre unabhängig von anderen Vor- bzw. Nachteilen durchaus als das von Natur aus am linearsten arbeitende der drei verglichenen Bauelemente bezeichnet werden. Dabei lag der erzielte Verstärkungsfaktor allerdings um Größenordnungen unter dem von Bipolartransistor und Mosfet.

5. Vergleich der Verzerrungen bei gleicher Verstärkung

Die bauteilspezifische Linearität allein ist noch nicht maßgeblich für die Linearität einer Verstärkerstufe. Wichtig für den realen Einsatz eines Bauelements ist auch der Verstärkungsfaktor. Je höher dieser liegt, desto mehr kann durch eine schaltungstechnische Gegenkopplung das Übertragungsverhalten linearisiert werden. Bei der Vorverstärkung eines Audiosignals soll i.d.R. eine bestimmte Verstärkung realisiert werden. Da klassische Audio Vorverstärker in der Praxis eine maximale Verstärkung, je nach Gerät und Hersteller zwischen 6 und 20dB haben, wurde in der nächsten Untersuchung die für jedes Bauteil aufgestellte Schaltung um eine einfache Stromgegenkopplung erweitert. Es arbeiten also alle Schaltungen bei gleicher Verstärkung. Somit kann auch eine Aussage darüber getätigt werden, inwieweit sich das resultierende Übertragungsverhalten der Bauelemente unterscheidet, wenn ein vorgegebenes Maß an Verstärkung gefordert ist.

Es ist zu erwarten, dass die vergleichsweise niedrigen Verzerrungen einer einstufigen Verstärkerstufe mit Elektronenröhre (Abbildung 36, Abbildung 37) weniger stark reduziert werden können als bei einer äquivalenten Bipolartransistor- oder Mosfetstufe, da die Spannungsverstärkung der Röhre um ein Vielfaches niedriger ist.

Für die Untersuchung der Linearität in dieser nächstaufwendigeren Form wurde in alle drei Schaltungen ein Widerstand zur Erzeugung einer Stromgegenkopplung eingefügt. Es ergibt sich als Prinzipschaltbild der Schaltplan in Abbildung 38.



Abbildung 38: Verstärkerschaltungen mit Stromgegenkopplung

Durch Variation des jeweiligen Gegenkopplungswiderstandes wurde für alle Bauteile eine Schaltung realisiert, die eine Spannungsverstärkung von 10, also 20dB erzeugt. Die mit zunehmendem Wert des Gegenkopplungswiderstandes entstehende Verschiebung des Arbeitspunktes wurde in der Simulation und im praktischen Schaltungsaufbau jeweils so nachkorrigiert, dass sich keine Änderung zum vorherigen Versuch ergab. Im Messaufbau wurden für eine einfache Einstellung des Wertes Spindeltrimmer verwendet.



Abbildung 39: Messaufbau der Schaltungen mit Gegenkopplung

Bei der Elektronenröhre ergab es sich, dass der notwendige Gegenkopplungswiderstand für eine Verstärkung von 20dB einen Spannungsabfall von etwa 3,3V erzeugt – genau der Wert, der zuvor als negative Gitterspannung den Arbeitspunkt festgelegt hat. Dementsprechend wurde das Gitter wieder ohne Kondensator - also gleichspannungsmäßig auf Masse gelegt.

Für die Simulation und Messung wurde zunächst die Aussteuerung nicht verändert, damit die Verbesserung zum Ausgangspunkt ohne Gegenkopplung sichtbar wird. Es wurde wie zuvor ein Sinus mit einer Amplitude von $\hat{U} = 10mV$ eingespeist, sodass sich am Ausgang jeder Schaltung nun eine Spitzenspannung von 100mV einstellt. In allen drei Fällen ist die 3. Harmonische schon so niedrig, dass sie in der Praxis längst im Rauschen untergeht.

Der Bipolartransistor hat zuvor mit Werten um die 400 (52dB) die größte Verstärkung gezeigt. Die hohen Verzerrungsanteile, die also aufgrund der exponentiellen Kennlinie entstehen, können wie in Abbildung 40 und Abbildung 41 zu sehen, durch diese massive Gegenkopplung stark verringert werden.



Abbildung 40: LTspice Simulation: Spektrum des Ausgangssignals - BC550 mit Gegenkopplung, A=10



Abbildung 41: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - BC550 mit Gegenkopplung, A=10

Die Ergebnisse zeigen, dass wie erwartet eine deutliche Verbesserung eintritt. In der Messung liegt der Abstand von 1. Oberwelle und Grundschwingung mit etwa 87dB nahe an der Simulation (91dB). In der Messung ist die 1. Oberwelle etwa auf Höhe der Intermodulationsprodukte, welche durch Einstreuungen der Netzfrequenz und anderen Störeinstrahlungen entstehen. Für den Mosfet ergab sich zuvor ein Spannungsverstärkungsfaktor von etwa 170 (44,6dB) in der Simulation und 80 (38dB) in der aufgebauten Testschaltung. Auch hier kann also eine starke Gegenkopplung zur Linearisierung stattfinden, sodass sich für eine Verstärkung von 20dB folgende Simulation (Abbildung 42) und Messung (Abbildung 43) ergibt.



Abbildung 42: LTspice Simulation: Spektrum des Ausgangssignals - 2N7000 mit Gegenkopplung, A=10



Abbildung 43: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - 2N7000 mit Gegenkopplung, A=10

Trotz der zuerst besseren Ergebnisse im Betrieb ohne Sourcewiderstand unterliegt der Mosfet dem Bipolartransistor in diesem Falle. Was im direkten Vergleich der Messung von Bipolartransistor (Abbildung 41) und Mosfet (Abbildung 43) auffällt, sind die deutlich sichtbareren Intermodulationsprodukte in der Messung der Bipolartransistorschaltung. Der bei niederohmigen Quellen deutlich stärker rauschende Mosfet [15, p. 231] überdeckt möglicherweise vorhandene Intermodulationsprodukte, die im Bereich von -110dB liegen.

Für die Elektronenröhre wurde schon der zuvor deutlich kleinere Verstärkungsfaktor angemerkt. In der Simulation ergab sich ein Wert ca. 12 (21,6dB) und in der Praxis von 14 (22,9dB). Für eine angestrebte Verstärkung von 20dB ist also nur eine sehr kleine Gegenkopplung möglich. Es zeigt sich in der Praxis eine stärkere Verbesserung als in der Simulation, was durch den höheren Verstärkungsfaktor erklärbar ist.



Abbildung 44: LTspice Simulation: Spektrum des Ausgangssignals - ECC82 mit Gegenkopplung, A=10



Abbildung 45: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - ECC82 mit Gegenkopplung, A=10

Auch bei der Elektronenröhre sind leichte Intermodulationsverzerrungen durch Netzeinstreuung sichtbar. Im direkten Vergleich der drei stromgegengekoppelten Verstärkerstufen ergibt sich Tabelle 7:

	BJ	Т	MOS		Röhre	
	Simulation	Messung	Simulation	Messung	Simulation	Messung
HD2	-91dB	-87dB	-88dB	-77dB	-96dB	-89dB

Tabelle 7: Vergleich HD2 BJT, MOS, Röhre bei A=10 und 10mV Eingangssignal

Trotz der enormen Linearisierung der Bipolartransistorschaltung zeigt die Röhre noch ein leicht lineareres Verhalten. Der Unterschied ist aber mit etwa 2dB Differenz vergleichsweise gering. Da die Verzerrungen bei dieser Aussteuerung sehr klein ausfallen und auch schon in die Größenordnung der Einstreuung von Störungen liegen, wurde die Amplitude des Eingangssignals auf $\hat{U} = 100mV$ erhöht und erneut der Abstand der Oberwellen zur Grundschwingung aufgenommen. Der Vergleich ist in Tabelle 8 dargestellt.

	BJ	Me Me		DS	Röhre	
	Simulation	Messung	Simulation	Messung	Simulation	Messung
HD2	-71dB	-67dB	-68dB	-65dB	-77dB	-68dB
HD3	-103,5dB	-99dB	-103,5dB	-89dB	135,5dB	<-116dB

Tabelle 8: Vergleich HD2 und HD3 BJT, MOS, Röhre bei A=10 und 100mV Eingangssignal

Es wird deutlich, dass die Harmonischen 2. Ordnung bei Bipolartransistor und Röhre in der gleichen Größenordnung liegen. Das Ergebnis des Mosfets ist lediglich leicht schlechter. Wirft man allerdings einen Blick auf die Harmonischen 3. Ordnung, so fällt auf, dass Bipolartransistor und Mosfet deutlich schlechter abschneiden. Während K3 bei der Messung der Röhrenschaltung nur leicht angestiegen ist und noch 116dB unter der Grundschwingung liegt, lässt sich für den Bipolartransistor ein HD3 von -99dB und für den Mosfet von -89dB messen.

Mit der Erhöhung der Aussteuerung des Bauteils macht sich also seine naturgemäße Linearität offensichtlich deutlicher bemerkbar als die positiven Eigenschaften der Gegenkopplung. Um dies zu überprüfen, wurde erneut die Eingangsspannung um den Faktor 10 auf $\hat{U} = 1V$ erhöht, sodass sich im Testaufbau der drei Schaltungen die Spektren in Abbildung 46, Abbildung 47 und Abbildung 48 ergaben.



Abbildung 46: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - BC550 mit Gegenkopplung, A=10, 1V Eingangssignal



Abbildung 47: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - 2N7000 mit Gegenkopplung, A=10, 1V Eingangssignal



Abbildung 48: Messung: Spektrum des Ausgangssignals - ECC82 mit Gegenkopplung, A=10, 1V Eingangssignal

Tabelle 9 zeigt die Ergebnisse der einzelnen Oberwellen im Vergleich:

	BJT	MOS	Röhre
HD2	-43dB	-32dB	-47dB
HD3	-51dB	-45dB	-91dB
HD4	-60dB	-56dB	-111dB

Tabelle 9: Ergebnisse der Messung: HD2,3,4 bei Aussteuerung mit 1V Eingangssignal

Es zeigt sich, dass vor allem die Verzerrungen höherer Ordnung bei der Elektronenröhre um Größenordnungen (>40dB) kleiner ausfallen. Dies kann auf die vergleichsweise hohe Linearität der Röhre zurückgeführt werden, welche einen signifikanten Unterschied, besonders bei Aussteuerung über den Kleinsignalbereich hinaus, zu machen scheint.

Der Mosfet zeigt in dieser gegengekoppelten Konstellation zwar generell ein schlechteres Verzerrungsverhalten, wirft man allerdings einen Blick auf die Amplitudensprünge der einzelnen Oberwellen in Tabelle 10, so fällt auf, dass die Differenz zur jeweils nächsten Oberwelle etwas größer ist als beim Bipolartransistor. Dieses Phänomen kann offensichtlich ebenfalls durch die grundlegend etwas höhere Bauteillinearität als beim Bipolartransistor erklärt werden und zeigt sich bei der Röhre noch deutlicher.
	BJT	MOS	Röhre
$\widehat{U}_f - \widehat{U}_{2f}$	43dB	32dB	47dB
$\widehat{U}_{2f} - \widehat{U}_{3f}$	8dB	13dB	44dB
$\widehat{U}_{3f} - \widehat{U}_{4f}$	9dB	11dB	20dB

Tabelle 10: Amplitudendifferenzen zur jeweils nächsten Oberwelle bei Aussteuerung mit 1V

An dieser Stelle kann man auch vergleichend einen Blick auf den THD werfen, der sich für die drei Bauteile anhand der ersten 3 Oberwellen ergibt und aus Gleichung (13) berechnen lässt.

$$THD_{BJT} = 20 \cdot \lg \left(\frac{\sqrt{\left(10^{\frac{-26dBV}{20}}\right)^{2} + \left(10^{\frac{-34dBV}{20}}\right)^{2} + \left(10^{\frac{-43dBV}{20}}\right)^{2}}}{\left(10^{\frac{17dBV}{20}}\right)} \right) \approx -42,3dB \quad (72)$$

$$THD_{Mos} = 20 \cdot \lg \left(\frac{\sqrt{\left(10^{\frac{-15dBV}{20}}\right)^{2} + \left(10^{\frac{-28dBV}{20}}\right)^{2} + \left(10^{\frac{-39dBV}{20}}\right)^{2}}}{\left(10^{\frac{17dBV}{20}}\right)} \right) \approx -31,8dB \quad (73)$$

$$THD_{R\ddot{o}hre} = 20 \cdot \lg \left(\frac{\sqrt{\left(10^{\frac{-30dBV}{20}}\right)^{2} + \left(10^{\frac{-74dBV}{20}}\right)^{2} + \left(10^{\frac{-94dBV}{20}}\right)^{2}}}{\left(10^{\frac{17dBV}{20}}\right)} \right) \approx -47dB \quad (74)$$

Die Unterschiede werden zwar im THD ebenfalls sichtbar, lassen aber keine Rückschlüsse auf die Höhe der einzelnen Oberwellen zu. Hinzu kommt, dass die geringen Amplituden der Oberwellen schnell im Endergebnis untergehen und daher zu Fehlinterpretationen führen können. Ginge man beispielsweise davon aus, dass die Höhe der 1. Harmonischen bei der Elektronenröhre so hoch wie beim Bipolartransistor ausfiele, man also statt -30dBV ebenfalls -26dBV annähme, so ergäbe sich nur eine Differenz von 0,7dB, die die signifikanten Unterschiede in den Oberwellen nicht verdeutlichen kann.

6. Vergleich der Intermodulationsverzerrungen

Die Messung von Intermodulationsverzerrungen stellt eine wichtige Messgröße dar, wenn es um die Beurteilung von Klang geht. Schon im 1938 in The Wireless World veröffentlichten Artikel "Debunking Harmonic Distortion" von "Cathode Ray" [19] wurde dargestellt, dass Pentoden im Vergleich zu Trioden bei vergleichbaren harmonischen Verzerrungen einen schlechteren Klang haben. Der Autor kam zu dem Ergebnis, dass Intermodulation in puncto Klangqualität eine größere Rolle als die Höhe der harmonischen Verzerrungen spielen kann. In den darauf aufbauenden Artikel "Distortion" [20] und "More Distortion" [21] wird näher darauf eingegangen, dass schon sehr kleine Intermodulationsverzerrungen zu einer deutlichen Verschlechterung des Klangs führen [20, p. 192], während harmonische Verzerrungen, die auf der Ermittlung mit nur einer Frequenz beruhen, hauptsächlich die Klangfarbe beeinflussen [21, p. 239].

Auch in den Messungen aus Abbildung 41, Abbildung 43 und Abbildung 45 sind schon unterschiedlich stark ausgeprägte Intermodulationsprodukte sichtbar, die durch die Störfrequenzen entstanden sind. Für die Beurteilung des Verhaltens der Bauteile bezüglich Entstehung von Intermodulationsprodukten wurden die stromgegengekoppelten Schaltungen wiederverwendet. Als Eingangsspannung wurde zunächst erneut mit $\hat{U} = 100 mV$ ausgesteuert. Da sich das Eingangssignal diesmal aus zwei Frequenzen zusammensetzt, ergibt sich laut SMPTE-Vorgabe [3] für die gewünschte maximale Aussteuerung von 100mV: $f_1 = 60Hz$ bei $\hat{U} = 80mV$ und $f_2 = 7kHz$ bei $\hat{U} = 20mV$.

Vor der Messung wurde wieder für jedes Bauteil die Simulation durchgeführt. Die entstehenden Intermodulationsprodukte sind in den Spektren durch den Buchstaben "d" und die Ordnung gekennzeichnet. Betrachtet werden die Intermodulationsprodukte, die um die 7KHz entstehen, da diese am stärksten ausgeprägt sind.



Bei Bipolartransistor und Mosfet ergeben sich in der Simulation (Abbildung 49, Abbildung 50) Intermodulationsprodukte bis zur 4. Ordnung.

Abbildung 49: LTspice Simulation: IMD - BC550 mit Gegenkopplung, A=10



Abbildung 50: LTspice Simulation: IMD - 2N7000 mit Gegenkopplung, A=10

Beim Vergleich mit der Simulation der Röhrenstufe (Abbildung 51) ergibt sich ein deutlich weniger verzerrtes Spektrum.



Abbildung 51: LTspice Simulation: IMD - ECC82 mit Gegenkopplung, A=10

Für eine endgültige Aussage wurde im nächsten Schritt die korrespondierende Messung durchgeführt:



Abbildung 52: Messung: IMD - BC550 mit Gegenkopplung, A=10



Abbildung 53: Messung: IMD – 2N7000 mit Gegenkopplung, A=10



Abbildung 54: Messung: IMD - ECC82 mit Gegenkopplung, A=10

In den Intermodulationsmessungen in Abbildung 52, Abbildung 53 und Abbildung 54 sind einige Intermodulationsprodukte zu sehen, die nicht auf das zugeführte Testsignal zurückzuführen sind. Sie sind die Ergebnisse von starken Netzstörungen bzw. Einstrahlung durch fehlende Schirmung des Aufbaus und eventuelle Erdungsprobleme. Aufgrund der hohen Leistungsfähigkeit des Messgeräts mit einer hinreichend aufgelösten FFT stören diese die Messung jedoch nicht. Die in den Spektren gekennzeichneten Frequenzen sind die durch die 60Hz und 7kHz Schwingung entstandenen Intermodulationsprodukte.

	BJT		MOS		Röhre	
	Simulation	Messung	Simulation	Messung	Simulation	Messung
d2	-67dB	-63dB	-63B	-51dB	-73dB	-63dB
d3	-98dB	-93dB	-97dB	-82dB	-130dB	-
d4	-130dB	-102dB	-125dB	-	-	-

Zusammenfassend ergibt sich Tabelle 11:

Das Ergebnis ist ähnlich des der harmonischen Verzerrungen: Die IMD-Produkte 2. Ordnung, also $f_2 + f_1$ und $f_2 - f_1$ fallen bei Bipolartransistor und Elektronenröhre messtechnisch gleich hoch aus. Der Mosfet ist trotz seiner etwas höheren Linearität im Vergleich mit dem Bipolartransistor etwa 12dB schlechter, was wieder durch den niedrigeren Verstärkungsfaktor begründet werden kann. Während beim Bipolartransistor und auch beim Mosfet allerdings auch IMD-Produkte höherer Ordnung auftreten, lassen sich bei dieser Aussteuerung in der Röhrenschaltung nur Produkte 1. Ordnung messen. Die Frequenzanteile in der FFT der Simulation, die Amplituden von 120dBV oder kleiner aufzeigen, gehen im Rahmen der Messung, falls vorhanden, im Rauschen unter. Weitere Abweichungen ergeben sich z.B. durch von der Kennlinie abweichende Nichtlinearitäten der Bauteile.

Es zeigt sich also, wie nach der Betrachtung der harmonischen Verzerrungen erwartet, dass auch die Intermodulationsprodukte bei höherer Ordnung stärker von der Linearität des Bauteils als von der Linearisierung durch die Gegenkopplung abhängig sind. Um dieses Verhalten auch hier deutlich zu machen, wurde abermals die Aussteuerung erhöht, sodass ein Blick auch auf die höheren entstehenden Intermodulationsprodukte geworfen werden kann. In den Balkendiagrammen in Abbildung 55, Abbildung 56 und Abbildung 57 ist jeweils die Amplitude der 7kHz Schwingung des Ausganges der Schaltungen als 0dB festgelegt, sodass die Unterschiede der Höhe der IMD-Produkte vergleichbar sind.

Tabelle 11: Intermodulationsprodukte der Simulation und Messung.bei 100mV Aussteuerung



Abbildung 55: Messung: IMD - BC550 mit Gegenkopplung, A=10, 1V Eingangssignal

Wie bereits bei der vorherigen Messung ist beim Bipolartransistor der Abstand der Intermodulationsprodukte 1.Ordnung zur Testfrequenz vergleichsweise hoch, während alle höheren Verzerrungen einen deutlich niedrigeren Abstand aufweisen – d2 liegt etwa 38dB unter der Testfrequenz. Mit jeder höheren Ordnung verringert sich die Amplitude jedes Mal um etwa 9dB.

Beim Mosfet zeigt sich wie zuvor ein schlechteres Gesamtergebnis. Der Abstand der höheren IMD-Produkte (d3, d4, d5, ...) ist aber mit jeweils etwa 11dB Abstand durchgängig leicht besser als beim Bipolartransistor.



Abbildung 56: Messung: IMD - 2N7000 mit Gegenkopplung, A=10, 1V Eingangssignal

Die Balkendiagramme zeigen nur die IMD-Produkte bis zur 5. Ordnung. Die höheren Ordnungen sind zwar nicht dargestellt, fallen aber wie zuvor beschrieben aus.

Größere Unterschiede zeigen sich wieder bei Betrachtung der Ergebnisse der Schaltung mit Elektronenröhre in Abbildung 57.



Abbildung 57: Messung: IMD - ECC82 mit Gegenkopplung, A=10, 1V Eingangssignal

Hier liegt der Abstand von d2 zur Testfrequenz bei 44dB und d3 liegt sogar 84dB unter Der 7kHz-Schwingung. Zu den Produkten der 4. und 5. Ordnung zeigen sich kleinere Abstände – Es ergeben sich -104 und -124dB. Der Abstand zum jeweiligen nächsthöheren Produkt beträgt noch immer 20dB, sodass d5 bei <-120dB liegt, während beim BJT d5 mit -64dB und beim Mosfet mit -59dB deutlich darüber liegen. Ein Vergleich der Messwerte zeigt Tabelle 12.

	BJT	MOS	Röhre
d2	-39dB	-27dB	-44dB
d3	-47dB	-38dB	-84dB
d4	-55dB	-49dB	-104dB
d5	-63dB	-58dB	-124dB

Tabelle 12: Intermodulationsprodukte der Messung bei 1V Aussteuerung im Vergleich

Auch hier zeigt sich der deutliche Unterschied in den Abstufungen zum jeweils nächsten IMD-Produkt höherer Ordnung und ist in Tabelle 13 verdeutlicht.

	BJT	MOS	Röhre
$\widehat{U}_{f2} - \widehat{U}_{d2}$	39dB	27dB	44dB
$\widehat{U}_{f2} - \widehat{U}_{d3}$	8dB	11dB	40dB
$\widehat{U}_{f2} - \widehat{U}_{d4}$	8dB	11dB	20dB
$\widehat{U}_{f2} - \widehat{U}_{d5}$	8dB	10dB	20dB

Tabelle 13: Abstufung der Höhe Intermodulationsprodukte der Messung bei 1V Aussteuerung im Vergleich

Die Amplituden der Intermodulationsprodukte ergeben sich also in diesem Fall für die drei Bauteile ganz analog zu den harmonischen Verzerrungen und lassen sich auf die Bauteillinearitäten und die Wirkungsweise der Gegenkopplung zurückführen.

7. Fazit und Ausblick

Der in dieser Bachelorarbeit stattgefundene Vergleich der Bauteile hat theoretisch und praktisch gezeigt, dass die Elektronenröhre von Natur aus linearer arbeitet als der Bipolartransistor oder der Mosfet.

Im direkten Vergleich der erlangten Formeln hat sich gezeigt, dass beim Bipolartransistor der Arbeitspunkt eine für die Verzerrungen irrelevante Größe darstellt, vorausgesetzt er arbeitet im Normalbetrieb, also innerhalb des Verstärkungsbereichs (forward region). Beim Mosfet und bei der Elektronenröhre spielen auch Arbeitspunkt bzw. Bauteilparameter eine Rolle, sodass in dieser Hinsicht verschiedene Typen Vor- bzw. Nachteile haben können.

Betrachtet man die Bauteile im gegengekoppelten Zustand, was der realen Schaltungsapplikation schon etwas näherkommt, fällt allerdings ein ganz entscheidender Aspekt auf: die sehr hohen Verstärkungsfaktoren von Bipolartransistor und Mosfet lassen naturgemäß auch eine entsprechend höhere Gegenkopplung zur Linearisierung zu. Während sich die harmonischen Verzerrungen zweiter Ordnung, also K2 durch einfache Stromgegenkopplung bei Transistor und Röhre auf eine ähnliche Höhe reduzieren lassen, wirkt die Gegenkopplung weniger stark auf die Verzerrungen höherer Ordnung ein. Diese sind allerdings aufgrund der deutlich höheren Grundlinearität bei der Röhre weniger stark ausgeprägt, sodass sich hier ein entsprechend besseres Verzerrungsspektrum ergibt. Ähnlich verhält es sich für Intermodulationsverzerrungen, welche klanglich sogar eine deutlichere Klangverschlechterung herbeiführen können. Vor allem bei Aussteuerung über den Kleinsignalbereich hinaus werden die Unterschiede deutlich. Die hervorragende Auswirkung der Gegenkopplung im Bereich Intermodulationsprodukte 2. Ordnung lässt bei IMD-Produkten höherer Ordnung stark nach, sodass die Werte der Elektronenröhre nicht ohne Weiteres mit einer vergleichbar einfachen Transistorschaltung erreicht werden können.

Diese Ergebnisse erklären in erster Linie, warum viele Röhrenverstärker, trotz ihres vergleichsweisen simplen Aufbaus, klanglich überzeugen können. Der überwiegende Teil

der Audio-Röhrenverstärker basiert auf der hier thematisierten Kathodenbasisschaltung, ggf. mit einer Impedanzwandlerstufe, die meist in Form eines Kathodenfolgers aufgebaut ist. Diese Kathodenbasisschaltung performt, wie sich gezeigt hat, außerordentlich gut im Vergleich zu den hier gezeigten äquivalenten Schaltungen mit Mosfet oder Bipolartransistor.

Die erlangten Ergebnisse zeigen aber außerdem, dass bei BJT- und Fet-Verstärkern vor allem die Gegenkopplung entscheidend ist. Die hier realisierte Stromgegenkopplung hat bei höheren Verzerrungs- und IMD-Produkten deutlich schlechter als die Bauteillinearität gewirkt. Es lässt sich also darauf schließen lässt, dass die Art und Weise der Gegenkopplung einen maßgeblichen Einfluss auf den Klang haben kann.

Für mehrstufige Verstärkerschaltungen existieren verschiedene Möglichkeiten der Gegenkopplung. Als nächster Schritt sollte also in der Zukunft ein Vergleich von verschiedenen Möglichkeiten und Anwendungen der Gegenkopplung in Spannungsverstärkerstufen betrachtet werden. Die Höhe von Feedback als auch die verschiedenen Arten, z.B. lokale Gegenkopplung in einer oder mehreren Stufen bzw. Gegenkopplung vom Ausgang zum Eingang der Stufe (Über-Alles-Gegenkopplung) sollten untersucht werden. Eine Über-Alles-Gegenkopplung des Ausganges zum Eingang der Verstärkerschaltung basiert darauf, große Teile des Eingangssignals auszulöschen und dadurch eine kleineres Eingangssignal zusammen mit einem Signal zum Fehlerausgleich übrig zu lassen [23, p. 38]. Da allerdings jeder Verstärker eine bestimmte Laufzeit vom Eingang zum Ausgang hat, kann beispielsweise die Aussteuerung mit Transienten dazu führen, dass eine nicht ausreichend schnelle Gegenkopplung zu zeitweiser Übersteuerung des Einganges und somit ebenfalls Verzerrungen führen kann. Es sollte also in dieser Hinsicht zukünftig auch ein Augenmerk auf die Schnelligkeit der Schaltungen gelegt werden, da diese ebenfalls einen wichtigen Parameter bei der Gegenkopplung darstellt.

Diese Untersuchung könnte im Rahmen einer zukünftigen Masterarbeit ausführlich getätigt werden.

8. Anhang

8.1 Matlab Quellcode Bipolartransistor

```
% Verzerrungsberechnung anhand der Kennlinie des Bipolartranistors
%Deklaration
syms u_be; %Basis-Emitter-Signalspannung
syms U_T; %Thermospannung = 26mV
syms I_A; %Arbeitsgleichstrom (I_A=I_S*exp(U_BE/U_T))
          %Spannung des Eingangssignals
syms u;
            % w = 2*pi*f
syms wt;
%Transistorgleichung ohne Earlyeffekt
i_c = I_A \exp(u_b e/U_T);
%Taylorreihenentwicklung
T ic = taylor(i c, 'Order', 4);
                                      %Taylorreihe des Kollektorstroms
fprintf('Es ergibt sich folgende Taylorreihe des Kollektorstroms \n')
pretty(T ic);
                                      %Darstellung der entwickelten
Reihe als Brueche
%Ersetzten von U BE durch ein Eingangssignal U*cos(wt)
u in = u*cos(wt);
                                      %Definitionen des Eingangssignals
T_ic_new = subs(T_ic,u_be,u_in);
                                     %Ersetzen von U BE
fprintf('Ersetzt man das Eingangssignal U BE durch U*cos(wt) ergibt
sich (n')
pretty(T_ic_new);
%Vereinfachen der Gleichung
T_ic_new = simplify(T_ic_new, 'Steps', 22, 'All', true);
                                                           %Anschauliche
Vereinfachung (Kosinussaetze) findet nach 22 Vereinfachungschritten
statt und ist Variante 8
T_ic_new_simple = T_ic_new(8);
                                                           %Abspeichern
der anschalichsten Variante(8) als _simple
fprintf('Nach Vereinfachung gelangt man zu \n')
pretty(T_ic_new_simple);
%Zerlegt man diesen Term in seine verschieden Frequenzanteile
%(DC,wt,2wt,3wt) ergibt sich:
DC = I A + (I A*u^2)/(4*U T^2);
%Gleichstromanteil
K1 = (I A*u^3*cos(wt))/(8*U T^3) + (I A*u*cos(wt))/U T;
%Grundschwingung
K2 = (I A*u^2*cos(2*wt))/(4*U T^2);
%2.Harmonische
K3 = (I A*u^3*cos(3*wt))/(24*U T^3);
%3.Harmonische
fprintf('Zerlegt in die verschiedenen Frequenzanteile ergeben sich\n')
```

```
DC
K1
K2
K3
```

%Aus dieser Zerlegung l
v§sst sich durch Differenzbildung die Hoehe der %Verzerrungen berechnen

```
% HD2 = K2/K1
HD2 = ((I_A*u^2)/(4*U_T^2)) / ((I_A*u^3)/(8*U_T^3) + (I_A*u)/U_T);
%Amplitudenverhaeltnis der 2.Harmonischen zur Grundwelle (Deswegen
wird cos(wt) und cos(2wt) weggelassen)
pretty (HD2);
fprintf('Fuer HD2 gelangt man zu \n')
HD2 = simplify(HD2,'Steps', 50);
fprintf('Nach Vereinfachung kann fuer HD2 geschrieben werden \n')
pretty (HD2); %Kann auseinandergeschrieben
und gekuerzt werden
%HD3 = K3/K1
HD3 = ((I_A*u^3)/(24*U_T^3)) / ((I_A*u^3)/(8*U_T^3) + (I_A*u)/U_T);
fprintf('Fuer HD3 gelang man zu \n')
```

```
pretty (HD3);
HD3 = simplify(HD3,'Steps', 30);
fprintf('Nach Vereinfachung kann fuer HD3 geschrieben werden \n')
pretty (HD3);
```

Literaturverzeichnis

- [1] Bob Metzler Audio Precision, inc., *Audio Measurement Handbook*, Beaverton: Audio Precision, 1993.
- [2] Eric Barbour, "The Cool Sound of Tubes," IEEE Spectrum, August 1998.
- [3] "RP 120:2005 SMPTE Recommended Practice Measurement of Intermodulation Distortion in Audio Systems," in RP 120:2005, April 2005
- [4] Dr. H. Barkhausen, Lehrbuch der Elektronen-Röhren und ihrer technischen Anwendungen 1. Band: Allgemeine Grundlagen, 10. Auflage, Leipzig: S. Hirzel Verlag, 1961.
- [5] Dr. H. Barkhausen, *Lehrbuch der Elektronen-Röhren und ihrer technischen Anwendungen 2. Band: Verstärker, 8. Auflage,* Leipzig: S. Hirzel Verlag, 1962.
- [6] Morgan Jones, *Valve Amplifiers Fourth Edition*, Oxford: Elsevier, 2012.
- [7] Johann Siegl, Edgar Zocher, *Schaltungstechnik 6. Auflage*, Berlin, Heidelberg: Springer Vieweg, 2018.
- [8] W. Marshall Leach, jr "SPICE Models for Vacuum-Tube Amplifiers", J. Audio Eng. Soc., Vol 43, No 3, March 1995.
- [9] Onsemi, "BC550 Pspice Model", 2001. [Online] Available: <u>https://www.onsemi.com/design/resources/design-resources/models?rpn=BC550</u>

[Accessed Jan. 30, 2021].

- [10] Robert R. Cordell, "SPICE Models,", April 2011. [Online]
 Available: <u>https://www.cordellaudio.com/book/spice_models.shtml</u>
 [Accessed Jan. 30, 2021].
- [11] Onsemi, "2N7000 Pspice Model", 2004. [Online]
 Available: http://www.onsemi.com/pub_link/Collateral/2N7000.REV0.LIB
 [Accessed Jan. 30, 2021].
- [12] Walter G. Jung, IC Op-Amp Cookbook, Carmel: Sams, 1994.
- [13] Onsemi, "2N7000 / 2N7002 / NDS7002AN-Channel Enhancement Mode Field Effect Transistor", 2017 [Online] Available: <u>https://rocelec.widen.net/view/pdf/orqxwkxkq1/ONSM-S-A0003544006-1.pdf?t.download=true&u=50efqw</u>

[Accessed Jan. 30, 2021].

- [14] Russel O. Hamm, "Tubes Versus Transistors Is There an Audible Difference?," Journal of the Audio Engineering Society, Vol. 21, Mai, pp. 267-273, 1973.
- [15] Ulrich Tietze, Christoph Schenk, Halbleiter Schaltungstechnik, Berlin: Springer, 2002.
- [16] Alexander Potchinkov, *Simulation von Röhrenverstärkern mit SPICE*, Wiesbanden: Springer Fachmedien, 2009.
- [17] JJ Electronic, "ECC82," ECC82 datasheet," Jan. 2015.
- [18] Gerhard Merziger, Günter Mühlbach, Detlef Wille und Thomas Wirth, *Formeln* + *Hilfen Höhere Mathematik.*, 8. *Auflage*, Barsinghausen: Binomi Verlag, 2018.
- [19] "Cathode Ray", "Debunking Harmonic Distortion," The Wireless World, Vol. XLII No. 20, pp. 440-442, Mai 1938.
- [20] "Cathode Ray", "Distortion," The Wireless World, Vol. 61 No. 4, pp. 191-195, April 1955.
- [21] "Cathode Ray", "More Distortion," The Wireless World, Vol. 61 No. 5, pp. 239-243, Mai 1955.
- [23] Robert R. Cordell, "Another View of TIM," Audio, Feb. 1980.