

# **Regelbasierte Kompatibilitätsüberlegungen zur betrieblichen Humankapitalbewertung**

Schriftliche Promotionsleistung  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doctor rerum politicarum

vorgelegt und angenommen  
an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Verfasser:	Sebastian Herzog, M. Sc.
Geburtsdatum und -ort:	28.04.1991, Magdeburg
Arbeit eingereicht am:	06.06.2025
Gutachter der schriftlichen Promotionsleistung:	
Prof. Dr. Thomas Spengler	
Prof. Dr. Christopher Schlägel	
Datum der Disputation:	27.08.2025

---

## Inhaltsverzeichnis

---

Inhaltsverzeichnis .....	I
Abbildungsverzeichnis .....	V
Abkürzungsverzeichnis .....	IX
Symbolverzeichnis .....	X
Tabellenverzeichnis .....	XXIX
1 Einleitung.....	1
1.1 Problemstellung .....	1
1.2 Aufbau der Arbeit .....	7
1.3 Skizze eines Algorithmus zur Humankapitalbewertung.....	13
2 Terminologische und theoretische Grundlagen des betrieblichen Humankapitals.....	22
2.1 Kapitalbegriffe und deren Bedeutungen .....	22
2.2 Begriff und Wert des Humankapitals .....	26
2.2.1 Volkswirtschaftliche und betriebswirtschaftliche Betrachtung des Humankapitals.....	26
2.2.1.1 Humankapital im volkswirtschaftlichen Kontext.....	26
2.2.1.2 Humankapital im betriebswirtschaftlichen Kontext .....	35
2.2.2 Wert des Humankapitals .....	38
2.2.2.1 Grundlegende werttheoretische Überlegungen .....	38
2.2.2.2 Ausgewählte Verfahren der Humankapitalbewertung .....	44
2.2.2.2.1 Überblick über Humankapitalbewertungsansätze und korrespondierende -verfahren.....	44
2.2.2.2.2 Saarbrücker-Formel .....	55
2.2.2.2.3 Discounted-Human-Capital-Cash-Flow-Verfahren.....	64
2.2.3 Determinanten des Humankapitals.....	76
2.2.3.1 Differenzierte Betrachtung .....	76
2.2.3.1.1 Vorbemerkungen .....	76

2.2.3.1.2	Personenbezogene Faktoren .....	77
2.2.3.1.3	Umweltbezogene Faktoren .....	82
2.2.3.2	Aggregierte Betrachtung .....	85
2.2.3.2.1	Determinantenüberblick .....	85
2.2.3.2.2	Fungibilität.....	89
2.2.3.2.3	Funktionalität.....	96
2.2.3.2.4	Plastizität .....	100
2.2.3.2.5	Stabilität.....	103
2.2.3.3	Abgeleiteter Wert des Humankapitals .....	106
3	Profilvergleich als Grundlage der Humankapitalbewertung .....	118
3.1	Regelbasierter scharfer Profilvergleich .....	118
3.1.1	Ausgewählte Distanz- und Ähnlichkeitsmaße .....	118
3.1.2	Profile als geometrische Flächen.....	127
3.1.2.1	Vorbemerkungen.....	127
3.1.2.2	Flächenbestimmung eindimensionaler Koordinatenausprägungen.....	134
3.1.2.3	Flächenbestimmung zweidimensionaler Koordinatenausprägungen.....	143
3.1.2.4	Flächenschwerpunkt als Lagemaß .....	150
3.1.2.5	Kritische Betrachtung.....	166
3.1.3	Konstruktion und Anwendung scharfer Regelsysteme .....	169
3.1.3.1	Regeln und Regelsysteme .....	169
3.1.3.2	Regelsystem zum scharfen Profilvergleich.....	171
3.2	Regelbasierter unscharfer Profilvergleich .....	175
3.2.1	Terminologische und relationale Unschärfe .....	175
3.2.2	Unscharfe Regelsysteme .....	177
3.2.2.1	Unscharfes logisches (Fehl-) Schließen in Regelsystemen.....	177
3.2.2.2	Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme.....	181

3.2.2.2.1	Vorbemerkungen .....	181
3.2.2.2.2	Fuzzifizierung der Regelinputs.....	182
3.2.2.2.3	Durchführung der Fuzzy-Inferenz .....	185
3.2.2.2.4	Defuzzifizierung des unscharfen Outputs.....	192
3.2.2.2.4.1	Vorbemerkungen.....	192
3.2.2.2.4.2	Maximum-Methoden .....	192
3.2.2.2.4.3	Flächenschwerpunkt-Methode.....	195
3.2.2.2.4.4	Zusammenfassung.....	201
3.2.3	Regelbasierter unscharfer Profilvergleich ohne Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen .....	202
3.2.4	Regelbasierter unscharfer Profilvergleich mit Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen .....	216
4	Humankapitalbewertung mittels unscharfem Profilvergleich .....	224
4.1	Vorbemerkungen .....	224
4.2	Systematik zur Durchführung des unscharfen Profilvergleichs .....	225
4.3	Durchführung des Profilvergleichs am Beispiel der Stabilität .....	229
4.3.1	Bestimmung unscharfer Koordinatenausprägungen .....	229
4.3.2	Bestimmung unscharfer Teilflächeninhalte zweier Kriteriumsausprägungen .....	242
4.3.3	Bestimmung unscharfer Flächenmaße eines Determinantenprofils.....	248
4.3.4	Beispiel zur Illustration der unscharfen Flächenmaßermittlung .....	252
4.3.5	Aggregation zweier Flächenmaße .....	262
4.4	Aggregation von Profilvergleichen und deren Implikationen .....	273
4.4.1	Vorbemerkungen.....	273
4.4.2	Aggregation der Profilvergleichsgrößen .....	273
4.4.2.1	Vorbemerkungen.....	274
4.4.2.2	Aggregation auf Grundlage substitutionaler Kriterienbeziehungen .....	281



4.4.2.3	Aggregation auf Grundlage limitationaler Kriterienbeziehungen .....	285
4.4.2.4	Bestimmung der Gesamtkompatibilität.....	286
4.5	Bestimmung des Humankapitalwertes .....	291
4.5.1	Vorbemerkungen.....	291
4.5.2	Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge .....	292
4.5.2.1	Vorbemerkungen.....	292
4.5.2.2	Kompatibilitätsausprägungen der Determinanten.....	292
4.5.2.3	Teilnutzenwerte.....	293
4.5.2.4	Relevanz einer Determinante .....	301
4.5.2.5	Determinantenspezifischer Nutzenbeitrag .....	304
4.5.3	Humankapitalwertermittlung .....	306
5	Zusammenfassung und Ausblick .....	310
Anhang	.....	315
Literaturverzeichnis	.....	430

---

## Abbildungsverzeichnis

---

Abbildung 1: Struktur der vorliegenden Arbeit .....	12
Abbildung 2: Systematik des Bewertungsprozesses .....	21
Abbildung 3: Simplifizierende Darstellung des Grundmodells der Humankapitaltheorie .....	29
Abbildung 4: Systematik der Humankapitaldeterminanten .....	86
Abbildung 5: Enge Auslegung des Terminus Eignung .....	93
Abbildung 6: Weite Auslegung des Terminus Eignung .....	95
Abbildung 7: Vergleich der Vektoren 1A und 1B .....	130
Abbildung 8: Vergleich der Vektoren 2A und 2B .....	130
Abbildung 9: Vergleich der Vektoren 3A und 3B .....	131
Abbildung 10: Vergleich der Vektoren 4A und 4B .....	132
Abbildung 11: Allgemeines Gitternetz mit fünf Kriterien .....	136
Abbildung 12: Exemplarische Ausprägungen der Beurteilungskriterien zweier Profile .....	137
Abbildung 13: Teilflächenzerlegung eines Profils .....	138
Abbildung 14: Flächendarstellung einer Teilfläche 1 eines multikriteriellen Profils ....	139
Abbildung 15: Flächendarstellung einer Teilfläche 5 eines multikriteriellen Profils ....	140
Abbildung 16: Profile eindimensionaler und zweidimensionaler Betrachtungsweise ...	144
Abbildung 17: Illustration zur Überführung eindimensionaler Ausprägungen in zweidimensionale Koordinaten .....	145
Abbildung 18: Polarkoordinatensystem .....	148
Abbildung 19: Wippe mit mittigem Schwerpunkt .....	152
Abbildung 20: Wippe mit verlagertem Schwerpunkt .....	153
Abbildung 21: Zerlegung einer durch zweidimensionale Koordinaten aufgespannten Profilfläche .....	154
Abbildung 22: Dreiecksfläche zur Illustration der Flächenschwerpunktbestimmung von Dreiecken .....	156
Abbildung 23: Seitenhalbierende eines Dreiecks als Grundlage der Flächenschwerpunktbestimmung .....	157
Abbildung 24: Auswirkungen der Modifikation einer Kriteriumsausprägung .....	161
Abbildung 25: Flächeninhaltsänderung aufgrund der Modifikation einer Kriteriumsausprägung .....	163

Abbildung 26: Beispielgitternetz zur Erläuterung identischer Flächenschwerpunkte ...	168
Abbildung 27: Exemplarische Zugehörigkeitsfunktionen einer Inputvariable .....	183
Abbildung 28: Exemplarische Zugehörigkeitsfunktionen einer Outputvariable .....	189
Abbildung 29: Maximum-Methoden zur Defuzzifizierung .....	195
Abbildung 30: Zerlegung einer unscharfen Outputmenge in Teilflächen .....	196
Abbildung 31: Systematische Darstellung zur Bestimmung einer Gesamtkompatibilität .....	204
Abbildung 32: Allgemeine Darstellung unscharfer Beurteilungskriterien .....	206
Abbildung 33: Darstellung von Zugehörigkeitsfunktionen einer unscharfen Kompatibilität .....	208
Abbildung 34: Systematische Darstellung zur Abstimmung von zwei Beurteilungskriterien mit jeweils zwei Ausprägungen .....	217
Abbildung 35: Modifizierte Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Ausprägungen unscharfer Beurteilungskriterien .....	219
Abbildung 36: Systematik der Kompatibilitätsbestimmung zwischen faktischen und erwünschten Leistungsmöglichkeiten .....	228
Abbildung 37: Zugehörigkeitsfunktionen für Kriterienausprägungen .....	231
Abbildung 38: Grafische Darstellung zur Bestimmung unscharfer Koordinaten einer Kriteriumsausprägung .....	235
Abbildung 39: Zugehörigkeitsfunktionen der unscharfen Gegenkathete, unscharfen quadrierten Gegenkathete und unscharfen Hypotenuse .....	237
Abbildung 40: Erweiterte Subtraktion zur Bestimmung der unscharfen quadrierten Ankathete .....	238
Abbildung 41: Alternative, erweiterte Subtraktion zur Bestimmung einer quadrierten unscharfen Ankathete .....	240
Abbildung 42: Flächeninhaltsbestimmung eines Dreiecks auf Basis von Vektoren .....	243
Abbildung 43: Darstellung unscharfer Flächeninhalte unter Berücksichtigung verschiedener Zugehörigkeitsniveaus .....	251
Abbildung 44: Zugehörigkeitsfunktionen der ermittelten unscharfen Flächenmaße des Profils der erwünschten Stabilität .....	257
Abbildung 45: Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge des Flächenmaßes des Profils der erwünschten Stabilität .....	259
Abbildung 46: Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge des Flächenmaßes des Profils der faktischen Stabilität .....	261

Abbildung 47: Erläuterung zur Anwendung einer nicht modifizierten Bestimmung der Subtraktion .....	267
Abbildung 48: Aktive Ausprägungen der unscharfen Profilvergleichsgröße .....	269
Abbildung 49: Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Profilvergleichsgröße .....	270
Abbildung 50: Darstellung maximal möglichen Ausprägungen der Flächenschwerpunktkoordinaten .....	272
Abbildung 51: Zugehörigkeitsfunktionen zur Bestimmung der linguistischen Ausprägungen des ermittelten Flächenschwerpunktes .....	278
Abbildung 52: Vollständig kompensatorische Beziehungen zwischen zwei Determinanten .....	283
Abbildung 53: Teilweise kompensatorische Beziehungen zwischen zwei Determinanten .....	285
Abbildung 54: Zugehörigkeitsfunktionen der unscharfen Gesamtkompatibilität .....	290
Abbildung 55: Darstellung der resultierenden Outputmenge der unscharfen Gesamtkompatibilität mit korrespondierender Zugehörigkeitsfunktion .....	291
Abbildung 56: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Teilnutzenwerte .....	297
Abbildung 57: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Flächenschwerpunkte .....	299
Abbildung 58: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Relevanzgrade .....	304
Abbildung 59: Grundlegende Darstellung zur Bildung des Riemannschen Integrals ...	320
Abbildung 60: Flächenbestimmung durch Rechteckapproximation bei Wahl von $\varepsilon = 0$ .....	321
Abbildung 61: Flächenbestimmung durch Rechteckapproximation bei Wahl von $\varepsilon = 1$ .....	322
Abbildung 62: Flächenbestimmung durch Rechteckapproximation bei Wahl von $\varepsilon = 0,5$ .....	323
Abbildung 63: Rechteckzerlegung in horizontale und vertikale Streifen .....	324
Abbildung 64: Hinweis zur Bestimmung der Ordinatenkoordinate eines Flächenschwerpunktes .....	326
Abbildung 65: Lineare Referenzfunktionen .....	352
Abbildung 66: Grafische Darstellung einer LR-Fuzzy-Zahl und eines -Intervalls .....	353
Abbildung 67: Spiegelung einer LR-Fuzzy-Zahl an der Ordinate .....	355

Abbildung 68: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge der Profilzusammenführung der erwünschten und der faktischen Stabilität .....	405
Abbildung 69: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge (11) bzw. (111) zur Bestimmung maximaler Flächenschwerpunktausprägungen.....	410
Abbildung 70: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge (39) bzw. (1483) zur Bestimmung maximaler Flächenschwerpunktausprägungen.....	411
Abbildung 71: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge der Profilzusammenführung der erwünschten und faktischen Funktionalität .....	416
Abbildung 72: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge erwünschter und faktischer Fungibilität .....	421
Abbildung 73: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge der Profilzusammenführung faktischer und erwünschter Plastizität.....	424

---

## **Abkürzungsverzeichnis**

---

HRA	Human Resource Accounting
HVR	Humanvermögensrechnung
HRCA	Human Resource Cost Accounting
HRVA	Human Resource Value Accounting
HCROI	Return on Investment of Human Capital
HCCF	Human Capital Cost Factor
DHCCF-Verfahren	Discounted-Human-Capital-Cash-Flow-Verfahren
DCF-Verfahren	Discounted Cash Flow-Verfahren
IDW	Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland e.V.
Tz.	Textziffer
LPI	Lineare partielle Information

---

## Symbolverzeichnis

---

### Logische Symbole:

$\Leftrightarrow$	Äquivalenzzeichen
$\Rightarrow$	Implikationszeichen
$\subseteq$	Teilmenge von
$\in$	Elementzeichen
$=$	Gleichheitszeichen
$\approx$	Ungefähr-gleich-Zeichen
$>$	Größer-Zeichen
$\geq$	Größer-gleich-Zeichen
$<$	Kleiner-Zeichen
$\leq$	Kleiner-gleich-Zeichen
$[]$	Abrundungszeichen
$\neg$	Negationszeichen

### Allgemeine Mengen:

$\mathfrak{P}$	Potenzmengenzeichen
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$\tilde{A}$	Unschärfe Menge
$\{ \}$	Mengenklammern
$[a, b]$	Geschlossenes Intervall
$(a, b]$	Links offenes Intervall
$[a, b)$	Rechts offenes Intervall
$ A $	Mächtigkeit der Menge $A$

### Operatoren, Funktionen:

$\setminus$	Differenzmengenzeichen
$\Sigma$	Summenzeichen
$\prod$	Produktzeichen
$\oplus$	Erweiterte Addition
$\ominus$	Erweiterte Subtraktion
$\otimes$	Erweiterte Multiplikation

$a \bmod b$	Modulo-Operation mit $a \bmod b := a - \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor \cdot b$
$f(\cdot)$	Funktion von
$f^{-1}(\cdot)$	Umkehrfunktion von
$\min$	Minimum von
$\max$	Maximum von
$\sup$	Supremum von
$\sqrt{\phantom{x}}$	Quadratwurzel
$\int$	Integral
$\overrightarrow{VK}$ bzw. $\vec{v}k$	Vektorielle Darstellung von $VK$ bzw. $vk$
$\ \cdot\ $	Betrag eines Vektors

### Quantoren:

$\forall$	Allquantor
$\exists$	Existenzquantor

## Kapitelbezogene Symbole

### Kapitel 1 Einleitung

$\overline{K}$	$:= \{k   k = 1, 2, \dots, K\}$ Menge der Beurteilungskriterien
$P_1$ bzw. $P_2$	$:=$ Profil 1 bzw. Profil 2 mit $\vec{P}_1$ bzw. $\vec{P}_2$ als vektorielle Darstellung

### Kapitel 2 Terminologische und theoretische Grundlagen des betrieblichen Humankapitals

$\overline{T}$	$:= \{t   t = 0, 1, 2, \dots, t_1 - 1, t_1, t_1 + 1, \dots, T\}$ Menge der Planungsperioden $t$ mit $t = 0 :=$ Beginn der Schulung, $t = t_1 :=$ Beginn einer Beschäftigung mit Einzahlungen $EZ_{t,\psi'}$ , $t = T :=$ Ende des Berufslebens
$\psi$	$:=$ Ausgangsqualifikation
$\psi'$	$:=$ Zielqualifikation
$SD$	$:=$ Schulungsdauer
$AAZ$	$:=$ Ausbildungsanfangsauszahlung
$AZ_t$	$:=$ Ausbildungsauszahlungen in Periode $t$



$EZ_{t,\psi}$	$\equiv$	Einzahlungen in Periode $t$ unter Berücksichtigung der Ausgangsqualifikation $\psi$
$EZ_{t,0}$	$\equiv$	Einzahlungen in Periode $t$ während der Ausbildung
$EZ_{t,\psi'}$	$\equiv$	Einzahlungen in Periode $t$ unter Berücksichtigung der Zielqualifikation $\psi'$
$KW_{\psi,0}$	$\equiv$	Kapitalwert der Zahlungsflüsse bis zum Renteneintritt unter Berücksichtigung der Ausgangsqualifikation $\psi$
$KW_{\psi',0}$	$\equiv$	Kapitalwert der Zahlungsflüsse bis zum Renteneintritt unter Berücksichtigung der Zielqualifikation $\psi'$
$\tau$	$\equiv$	Diskontierungssatz
$BN$	$\equiv$	Barwert der Nachteile
$BV$	$\equiv$	Barwert der Vorteile
$n'$	$\equiv$	Anzahl der Perioden, in denen Einzahlungen $EZ_{t,\psi'}$ generiert werden können
$HC_1$	$\equiv$	Humankapital als Funktion des Marktwertes, des Buchwertes und der Mitarbeiterzahl
$HC_2$	$\equiv$	Humankapital als Funktion von Personalaufwandsgrößen und Abschreibungen
$HC_3$	$\equiv$	Humankapital als Aggregat der Ausprägungen verschiedener Indikatoren
$HC_4$	$\equiv$	Humankapital als Differenz aus Output und Input
$HC_5$	$\equiv$	Humankapital als Quotient aus einer Erfolgsgröße und Kapitaleinsatz
$HCROI$	$\equiv$	Return on Investment of Human Capital
$HC_{6a}$	$\equiv$	Humankapital als sogenannter Return on Investment of Human Capital unter Berücksichtigung der (sogenannten) Umsatzerträge, Aufwendungen und Löhne und Gehälter
$HC_{6b}$	$\equiv$	Humankapital als sogenannter Return on Investment of Human Capital unter Berücksichtigung der (sogenannten) Umsatzerträge, Aufwendungen und des (sogenannten) Human Capital Cost Factors
$HCCF$	$\equiv$	Human Capital Cost Factor
$UE$	$\equiv$	Umsatzerlöse

$Aufw$	$:=$	Aufwendungen
$LuG$	$:=$	Löhne und Gehälter
$HC_7$	$:=$	Humankapital als Funktion sogenannter wertbildender Humankapitalfaktoren
$\kappa$	$:=$	Beschäftigtengruppe mit $\kappa = 1, \dots, K$
$FTE_\kappa$	$:=$	Anzahl der Vollzeitäquivalente einer Beschäftigtengruppe $\kappa$
$DL_\kappa$	$:=$	Branchenübliche Durchschnittslöhne und -gehälter einer Beschäftigtengruppe $\kappa$
$WZ_\kappa$	$:=$	Wissensrelevanzzeit einer Beschäftigtengruppe $\kappa$
$BZG_\kappa$	$:=$	Durchschnittliche Betriebszugehörigkeit einer Beschäftigtengruppe $\kappa$
$PE_\kappa$	$:=$	Personalentwicklungsinvestitionen einer Beschäftigtengruppe $\kappa$
$MI_\kappa$	$:=$	Motivationsindex einer Beschäftigtengruppe $\kappa$
$\bar{S}$	$:=$	$\{s   s = 1, \dots, S; s \text{ ist eine Hierarchiestufe}\}$
$\bar{T}$	$:=$	$\{t   t = 1, \dots, T; t \text{ ist eine Prognoseperiode}\}$
$t = 0$	$:=$	letzte Periode vor Beginn des Prognosezeitraums
$[AnZ_s]'$	$:=$	transponierter Spaltenvektor mit den Elementen $AnZ_s$
$AnZ_s$	$:=$	Anzahl der Mitglieder der Stufe $s$ zum Bewertungszeitpunkt
$w_{\sigma, \sigma'}$	$:=$	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Mitglied, das zu Beginn der Periode $t$ der Stufe $\sigma$ angehört, zu Beginn der Periode $t + 1$ der Stufe $\sigma'$ angehört mit $\sigma$ und $\sigma' \in [1; S]$
$[DW_{s,t}]$	$:=$	Spaltenvektor mit den Elementen $DW_{s,t}$
$DW_{s,t}$	$:=$	Durchschnittlicher Wert eines Mitgliedes der Stufe $s$ in der Periode $t$ mit $DW_{s,t} = \frac{EZ_{s,t} - AZ_{s,t}}{AnZ_s}$
$EZ_{s,t}$	$:=$	Einzahlungen, die auf Stufe $s$ in Periode $t$ generiert werden
$AZ_{s,t}$	$:=$	Auszahlungen, die der Stufe $s$ in Periode $t$ zugerechnet werden
$V_{HC}$	$:=$	Unternehmenswert auf der Basis von Humankapital
$[RTM]$	$:=$	Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten mit

$$[\mathbf{RTM}] = \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{s,1} & \cdots & w_{s,s} \end{bmatrix}$$

$PI_{s,\hat{t}}$	$:=$	Personalinvestition für die Stufe $s$ in den Perioden $\hat{t}$ mit $\hat{t} \in [-\infty; t]$
$EZ\_AnZ_{s,t}$	$:=$	Durchschnittliche prognostizierte Einzahlungen einer Stufe $s$ in einer Prognoseperiode $t$
$gehf_{s,t}$	$:=$	Normiertes fixes Gehalt einer Stufe $s$ in der Periode $t$
$gehf_{mw,s}$	$:=$	Normierter Mittelwert der fixen Gehälter der Stufe $s$ in Vorperioden
$b_{gef}$	$:=$	Normierter, zentrierter und logarithmierter Regressionskoeffizient der fixen Gehälter
$gehv_{s,t}$	$:=$	Normiertes variables Gehalt der Stufe $s$ in der Periode $t$
$gehv_{mw,s}$	$:=$	Normierter Mittelwert der variablen Gehälter der Stufe $s$ in Vorperioden
$b_{gehv}$	$:=$	Normierter, zentrierter und logarithmierter Regressionskoeffizient der variablen Gehälter
$weiterb_{s,t}$	$:=$	Normierte Weiterbildungsauszahlungen der Stufe $s$ in der Periode $t$
$weiterb_{mw,s}$	$:=$	Normierter Mittelwert der Weiterbildungsauszahlungen der Stufe $s$ in Vorperioden
$b_{weiterb}$	$:=$	Normierter, zentrierter und logarithmierter Regressionskoeffizient der Weiterbildungsauszahlungen
$ausb_{s,t}$	$:=$	Normierte Ausbildungsauszahlungen der Stufe $s$ in der Periode $t$
$ausb_{mw,s}$	$:=$	Normierter Mittelwert der Ausbildungsauszahlungen der Stufe $s$ in den Vorperioden
$b_{ausb}$	$:=$	Normierter, zentrierter und logarithmierter Regressionskoeffizient der Ausbildungsauszahlungen
$frwzus_{s,t}$	$:=$	Normierte freiwillige Zusatzleistungen der Stufe $s$ in der Periode $t$
$frwzus_{mw,s}$	$:=$	Normierter Mittelwert der freiwilligen Zusatzleistungen der Stufe $s$ in den Vorperioden

$b_{frw\_zus}$	$:=$	Normierter, zentrierter und logarithmierter Regressionskoeffizient der freiwilligen Zusatzleistungen
$E_{mw,s}$	$:=$	Normierter Mittelwert der Einzahlungen der Stufe $s$ in den Vorperioden
$SF_{t=0}$	$:=$	Skill-Faktor zum Bewertungszeitpunkt $t = 0$
$SF^0$	$:=$	0-Messung des Skill-Faktors
$ex_\sigma$	$:=$	Fluktuationswahrscheinlichkeit eines Mitglieds einer Stufe $s$
$V$	$:=$	Verhalten
$V_t$	$:=$	Verhalten zu einem Zeitpunkt $t$
$PF$	$:=$	Personale Faktoren
$Lei$	$:=$	Leistung
$UF$	$:=$	Umweltbezogene Faktoren
$LF$	$:=$	Leistungsfähigkeit
$LB$	$:=$	Leistungsbereitschaft
$HK$	$:=$	Wert des betrieblichen Humankapitals
$EL$	$:=$	Erwünschte Leistungsmöglichkeiten
$FL$	$:=$	Faktische Leistungsmöglichkeiten
$\overline{D}$	$:=$	$\{d   d = Pl, Fung, Funk, Stab\}$ Menge der Humankapitaldeterminanten $d$
$\overline{P}_d$	$:=$	$\{p\}$ Menge der Profile $p$ einer Humankapitaldeterminante $d$
$v_d(p, p')$	$:=$	Vergleichsfunktion zweier Profile $p$ und $p'$ einer Determinante $d$
$Fung$	$:=$	Ausprägung der Fungibilität mit $Fung = v_{Fung}(EFG, FFG)$ sowie $EFG :=$ Erwünschte Fungibilität und $FFG :=$ Faktische Fungibilität
$Funk$	$:=$	Ausprägung der Funktionalität mit $Funk = v_{Funk}(EF, FF)$ sowie $EF :=$ Erwünschte Funktionalität und $FF :=$ Faktische Funktionalität
$Pl$	$:=$	Ausprägung der Plastizität mit $Pl = v_{Pl}(EP, FP)$ sowie $EP :=$ Erwünschte Plastizität und $FP :=$ Faktische Plastizität

$KT_{EL,FL}$	$:=$	Kompatibilität der erwünschten Leistungsmöglichkeiten und der faktischen Leistungsmöglichkeiten
$BP$	$:=$	Betriebsbezogene Prioritäten
$U(KT_{EL,FL}, BP)$	$:=$	Nutzen aus der Kompatibilität unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten mit $HK = U(KT_{EL,FL}, BP)$
$E$	$:=$	Eignung
$QP$	$:=$	Qualifikationsprofil
$AP$	$:=$	Anforderungsprofil
$Qu$	$:=$	Qualifikation
$Mo$	$:=$	Motivation
$In$	$:=$	Instruktion
$Pr$	$:=$	Präparation
$ArbP$	$:=$	Arbeitsproduktivität
$AO$	$:=$	Arbeitsoutput
$AI$	$:=$	Arbeitsinput
$SArbP$	$:=$	Soll-Arbeitsproduktivität
$IArbP$	$:=$	Ist-Arbeitsproduktivität
$LFA$	$:=$	Leistungsfaktor
$\bar{T}$	$:=$	$\{t t = 1, \dots, T\}$ Menge der Beobachtungsperioden $t$
$\bar{E}$	$:=$	$\{\epsilon \epsilon = 1, \dots, E\}$ Menge der Produkte $\epsilon$
$\bar{H}$	$:=$	$\{\eta \eta = 1, \dots, H\}$ Menge der Attribute bzw. Eigenschaften $\eta$
$v_{\eta\epsilon}$	$:=$	Ausprägung der Menge eines Attributes $\eta$ in Produkt $\epsilon$
$mpr_{\eta}^t$	$:=$	Marginaler, impliziter Preis eines Attributes $\eta$ in Periode $t$ mit $mpr_{\eta=0}^t$ als attributsunabhängiger Komponente des Preises
$pr_{\epsilon}^t$	$:=$	Preis eines Produktes $\epsilon$ in Periode $t$
$o_{\epsilon}^t$	$:=$	Zufallsvariable zur Berücksichtigung von Störungen
$VF^t$	$:=$	Verknüpfungsfunktion
$U_{\epsilon}$	$:=$	Gesamtnutzen des Produkts $\epsilon$
$U_{\eta\epsilon}$	$:=$	Nutzen der Eigenschaft $\eta$ bei Produkt $\epsilon$
$\bar{I}$	$:=$	$\{\iota \iota = 1, \dots, I\}$ Menge der Ausprägungsstufen
$\bar{I}_{\eta}$	$:=$	$\{\iota\}$ Menge der Ausprägungsstufen $\iota$ der Eigenschaft $\eta$

$f_\eta$	$:=$	Nutzenfunktion der Eigenschaft $\eta$
$\zeta_{\eta\epsilon}$	$:=$	Ausprägung der Eigenschaft $\eta$ für Produkt $\epsilon$
$\zeta_{\eta\iota\epsilon}$	$:=$	Dummyvariable für Ausprägungsstufe $\iota$ der Eigenschaft $\eta$ bei Produkt $\epsilon$ mit $\zeta_{\eta\iota\epsilon} \in \begin{cases} 1, \text{wenn Ausprägung vorliegt} \\ 0, \text{wenn Ausprägung nicht vorliegt} \end{cases}$
$\beta_{\eta\iota}$	$:=$	Teilnutzenwert der Ausprägung $\iota$ der Eigenschaft $\eta$
$\bar{\Lambda}$	$:=$	$\{\lambda   \lambda = 1, \dots, \Lambda\}$ Menge der Stimuli
$RW$	$:=$	Rangfolgewert
$U_\lambda$	$:=$	Gesamtnutzenwert eines Stimulus $\lambda$
$\zeta_{\lambda\eta\iota}$	$:=$	Dummyvariable für Ausprägungsstufe $\iota$ der Eigenschaft $\eta$ bei Stimulus $\lambda$ mit $\zeta_{\lambda\eta\iota} \in \begin{cases} 1, \text{wenn Ausprägung vorliegt} \\ 0, \text{wenn Ausprägung nicht vorliegt} \end{cases}$
$\bar{\phi}$	$:=$	Mittlerer Präferenzwert
$\bar{\phi}_{\eta\iota}$	$:=$	Mittlerer Präferenzwert der Stimuli, die Ausprägung $\iota$ der Eigenschaft $\eta$ aufweisen

### Kapitel 3 Profilvergleich als Grundlage der Humankapitalbewertung

$\bar{K}$	$:=$	$\{k   k = 1, \dots, K\}$ Menge der Kriterien
$B_k$	$:=$	Ausprägung des Kriteriums $k$ in Profil $P_1$
$A_k$	$:=$	Ausprägung des Kriteriums $k$ in Profil $P_2$
$DM$	$:=$	Distanzmaß
$d_n(B_k, A_k)$	$:=$	Distanz zwischen den Ausprägungen eines Kriteriums $B_k$ in Profil $P_1$ und eines Kriteriums $A_k$ in Profil $P_2$ bei Verwendung des Gewichtungsfaktors $n$
$n$	$:=$	Gewichtungsfaktor der Abweichungsausprägungen und Wurzelexponent mit $n \in \mathbb{Z}$
$\bar{P}$	$:=$	$\{p   p = 1, \dots, P\}$ Menge der zu vergleichenden Profile
$x_k^p$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p$
$x_k^{p'}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p'$
$DM_{p,p'}^n$	$:=$	Distanz zwischen dem Profil $p$ und dem Profil $p'$ in Abhängigkeit des Parameters $n$

$KT_{p,p'}(DM_{p,p'}^n)$	$:=$	Kompatibilität zweier Profile $p$ und $p'$ in Abhängigkeit der Distanz zwischen zwei Profilen $p$ und $p'$ bei Verwendung des Parameters $n$
$DM_{p,p'}^{2,min}$	$:=$	Minimal mögliche euklidische Distanz zwischen dem Profil $p$ und dem Profil $p'$ in Abhängigkeit des Parameters $n = 2$
$DM_{p,p'}^{2,max}$	$:=$	Maximal mögliche euklidische Distanz zwischen dem Profil $p$ und dem Profil $p'$ in Abhängigkeit des Parameters $n = 2$
$MD$	$:=$	Manhattan-Distanz
$ED$	$:=$	Euklidische Distanz
$Fl$	$:=$	Flächeninhalt
$x_{norm}$	$:=$	Normierte Ausprägung eines Kriteriums
$x_{min}$	$:=$	Minimale Ausprägung eines Kriteriums
$x_{max}$	$:=$	Maximale Ausprägung eines Kriteriums
$x_{min}^{neu}$	$:=$	Untergrenze des normierten Intervalls einer Kriteriumsausprägung
$x_{max}^{neu}$	$:=$	Obergrenze des normierten Intervalls einer Kriteriumsausprägung
$Fl_{ges}^p$	$:=$	Flächeninhalt des Profils $p$
$\overline{Tf^p}$	$:=$	$\{tf   tf = 1, \dots, Tf\}$ Menge der Teilflächen eines Profils $p$ mit $ \overline{Tf^p}  =  \overline{K} $
$Fl_{tf}^p$	$:=$	Flächeninhalt der Teilfläche $tf$ des Profils $p$
$(\overline{0x_k^p})$	$:=$	Strecke vom Koordinatenursprung zur Kriteriumsausprägung $x_k^p$
$h_{x_k^p}$	$:=$	Höhe des konstruierten Dreiecks mit der Kriteriumsausprägung $x_k^p$
$V_{tf}^p$	$:=$	$\{(x_k^p, x_l^p)   k, l \in \overline{K}, k \neq l, (l = (k \bmod K) + 1))\}$ Menge der paarweisen Betrachtungen der Kriteriumsausprägungen $x_k^p$ und $x_l^p$ einer Teilfläche $tf$ in Profil $p$
$Fl_{tf}^p$	$:=$	$(0, V_{tf}) = (0, x_k^p, x_l^p)$ Flächeninhalt der aus den Ausprägungen $x_k^p$ und $x_l^p$ der Kriterien $k$ und $l$ des Profils

	$p$ und dem Koordinatenursprung resultierenden Teilfläche
	$tf$
$(x'_{x_k^p}   z_{x_k^p})$	$:=$ Zweidimensionale Koordinatenausprägungen der Kriteriumsausprägung $x_k^p$ des Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p$
$HY$	$:=$ Hypotenuse eines aufgespannten Dreiecks mit $HY = x_k^p$
$GK(\alpha)$	$:=$ Gegenkathete eines aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\alpha$
$GK(\theta)$	$:=$ Gegenkathete eines aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\theta$
$AK(\alpha)$	$:=$ Ankathete eines aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\alpha$
$AK(\theta)$	$:=$ Ankathete eines aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\theta$
$L_{x'}(x_k^p)$	$:=$ Lot einer Kriteriumsausprägung $x_k^p$ auf die Abszisse $x'$
$L_z(x_k^p)$	$:=$ Lot einer Kriteriumsausprägung $x_k^p$ auf die Ordinate $z$
$\Delta Fl_{p,p'}$	$:=$ Flächeninhaltsunterschied der Flächeninhalte zweier Profile $p$ und $p'$
$\Delta Fl_{p,p'}^{max}$	$:=$ Maximaler Flächeninhaltsunterschied der Flächeninhalte zweier Profile $p$ und $p'$
$KT_{p,p'}(\Delta Fl_{p,p'})$	$:=$ Kompatibilität zweier Profile $p$ und $p'$ in Abhängigkeit des Flächeninhaltsunterschieds $\Delta Fl_{p,p'}$
$KT_{p,p'}^{ger}(\Delta Fl_{p,p'})$	$:=$ Gerichtete Kompatibilität zweier Profile $p$ und $p'$ in Abhängigkeit des Flächeninhaltsunterschieds $\Delta Fl_{p,p'}$
$WL$	$:=$ Gesamtlänge einer Wippe
$WL_1, WL_2$	$:=$ Längen der Schenkel 1 und 2 einer Wippe
$BA$	$:=$ Bezugsachse einer Wippe
$BA_1, BA_2$	$:=$ Ausprägungen der Positionen der Kinder 1 und 2 entlang einer Wippe
$ma_1, ma_2$	$:=$ Ausprägungen der Massen der Kinder $q = 1$ und $q = 2$
$BA_{SP}$	$:=$ Massenschwerpunkt
$x'_{SP,tf,p}$	$:=$ Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes einer Teilfläche $tf$ eines Profils $p$
$x'_{SP,p}$	$:=$ Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes eines Profils $p$
$z_{SP,tf,p}$	$:=$ Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes einer Teilfläche $tf$ eines Profils $p$



$z_{SP,p}$	$:=$	Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes eines Profils $p$
$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$	$:=$	Vektorschreibweise der Koordinaten $A, B$ und $C$ eines Dreiecks
$\vec{s}_{AB}, \vec{s}_{AC}, \vec{s}_{BC}$	$:=$	Vektoren der Seitenhalbierenden eines Dreiecks
$\vec{sp}$	$:=$	Vektor des Flächenschwerpunktes eines Dreiecks
$Fl_{tf+tf}^1, Fl_{tf+tf}^{1*}$	$:=$	Summierter Flächeninhalt zweier Teilflächen des Profils $p = 1$ bzw. $p * = 1$
$\Delta Fl$	$:=$	Flächeninhaltsänderung auf Grundlage zweier Teilflächen mit $\Delta Fl = Fl_{tf+tf}^{1*} - Fl_{tf+tf}^1$
$\Delta x'_{SP,p}$	$:=$	Veränderung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes mit $\Delta x'_{SP,p} = x'^*_{SP,p} - x'_{SP,p}$
$\Delta z_{SP,p}$	$:=$	Veränderung der Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes mit $\Delta z_{SP,p} = z^*_{SP,p} - z_{SP,p}$
$N$	$:=$	Gemeinsamer Nenner zur Bestimmung von Flächenschwerpunktveränderungen
$\overline{R}$	$:=$	$\{r 1, \dots, R\}$ Menge der Regeln $r$
$\overline{G}$	$:=$	$\{g g = 1, \dots, G\}$ Menge der Intervalle $g$
$x^p_{k,g}$	$:=$	Zuordnung einer Kriteriumsausprägung zu einem Intervall $g$
$Fl^p_{ges,u}, Fl^p_{ges,o}$	$:=$	Unter- bzw. Obergrenze eines Gesamtflächeninhaltes eines Profils $p$
$Fl^{p,r}_{ges}$	$:=$	Regel- und profilspezifischer Gesamtflächeninhalt
$M$	$:=$	Cantorsche Menge
$A$	$:=$	Scharfe Menge $A$
$\mu_A(x)$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes $x$ zu einer scharfen Menge $A$ mit $\mu_A(x) \in \{0,1\}$
$\mu_{\tilde{A}}(x)$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad eines Elementes $x$ zu einer unscharfen Menge $\tilde{A}$ mit $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$
$NV$	$:=$	Bezeichnung der linguistischen Variable
$AR$	$:=$	Absentismusrate
$L(NV)$	$:=$	$\{l\}$ Menge der linguistischen Terme $l$ der linguistischen Variable $NV$

$X$	$:=$	$\{x\}$ Grundmenge, auf welcher die linguistische Variable $x_i$ definiert ist, mit den Elementen $x$
$x$	$:=$	Scharfe Ausprägung der linguistischen Variable
$SR$	$:=$	Semantische Regel, die jedem linguistischen Term eine Bedeutung zuweist mit $SR(l)$ als unscharfer Teilmenge auf $\bar{X}$
$\mu_l^{\bar{NV}}(x)$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad der scharfen Ausprägung $x$ zur linguistischen Ausprägung $l$ der linguistischen Variable $NV$
$\bar{X}$	$:=$	$\{x_i   i = 1, \dots, I\}$ Menge der scharfen Inputgrößen $x_i$
$\tilde{A}_i$	$:=$	$\{\tilde{A}_{ij}   j = 1, \dots, J_i\}$ Menge der linguistischen Terme $j$ der Inputvariable $i$
$\tilde{A}_{ri}$	$:=$	Linguistischer Term der Inputvariable $i$ in Regel $r$
$y$	$:=$	Outputvariable
$\tilde{B}$	$:=$	$\{\tilde{B}_r   r = 1, \dots, R\}$ Menge der linguistischen Terme der Outputvariable
$DOF_r$	$:=$	Regelspezifischer Degree of Fulfillment
$x_i^*$	$:=$	Scharfe inputspezifische Ausprägung
$\mu_{ri}(x_i^*)$	$:=$	Regelspezifischer Zugehörigkeitsgrad einer Ausprägung $x_i^*$
$\mu_{B_r}(y)$	$:=$	Regelspezifische Zugehörigkeitsfunktion der Outputvariable $y$ mit $\mu_{\tilde{B}_r}(y)$ als modifizierter regelspezifischer Zugehörigkeitsfunktion der Outputvariable $y$
$\mu_{gesamt}(y)$	$:=$	Resultierende modifizierte Zugehörigkeitsfunktion einer nicht näher bestimmten unscharfen Menge der Outputvariable $y$
$\mu_{\tilde{B}}^{res}(y)$	$:=$	Resultierende Zugehörigkeitsfunktion einer unscharfen Outputmenge $\tilde{B}$ der Outputvariable $y$
$y^*$	$:=$	Scharfer, auf Grundlage einer Defuzzifizierung ermittelter, Outputwert der Outputvariable $y$ mit $[y_u^*; y_o^*]$ als Intervall einer Unter- und Obergrenze resultierender Outputwerte
$\omega$	$:=$	Teilabschnitt respektive Teilfläche
$y_{SP}^\omega$	$:=$	Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes des Teilabschnittes $\omega$

$y^{SP}$	$:=$	Abszissenkoordinate eines Gesamtflächenschwerpunktes
$\mu_B^{res,\omega}(y^\omega)$	$:=$	Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes des Teilabschnittes $\omega$
$\mu_B^{res}(y^{SP})$	$:=$	Ordinatenkoordinate eines Gesamtflächenschwerpunktes
$\mu_B^{res}(y)^{-1}$	$:=$	Inverse der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion $\mu_B^{res}(y)$ einer unscharfen Outputmenge $\tilde{B}$ der Outputvariable $y$
$\tilde{K}_p^l$	$:=$	Unscharfes Kriterium zur Charakterisierung des Profils $p$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ (Kapitel 3.2.3) bzw. mit $l = \text{sehr niedrig, niedrig, mittel, hoch, sehr hoch}$ (Kapitel 3.2.4)
$\mu_{\tilde{K}_p}^l(x_k^p)$	$:=$	Zugehörigkeitswert der Ausprägung eines Beurteilungskriteriums $x_k^p$ zum unscharfen Kriterium $\tilde{K}$ in Profil $p$ hinsichtlich der Ausprägung eines linguistischen Terms $l$ mit $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ (Kapitel 3.2.3) bzw. mit $l = \text{sehr niedrig, niedrig, mittel, hoch, sehr hoch}$ (Kapitel 3.2.4)
$z_e$	$:=$	Scharfe Ausprägung der Kompatibilität
$\tilde{KT}_i$	$:=$	Unscharfe Kompatibilität eines Profilvergleiches $i$
$\tilde{KT}_{i,r}^l$	$:=$	Unscharfe Kompatibilität eines Profilvergleiches $i$ einer Regel $r \in R_i$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ (Kapitel 3.2.3) bzw. mit $l = \text{große Unterdeckung, mittlere Unterdeckung, geringe Unterdeckung, sehr geringe Unterdeckung, keine Unter – bzw. Überdeckung, sehr geringe Überdeckung, geringe Überdeckung, mittlere Überdeckung, große Überdeckung}$ (Kapitel 3.2.4)
$\mu_{\tilde{KT}}^l(z_e)$	$:=$	Zugehörigkeitswert der Ausprägung der Kompatibilität $z_e$ zur unscharfen Kompatibilität $\tilde{KT}$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ (Kapitel 3.2.3) bzw. mit $l = \text{große Unterdeckung, leichte Unterdeckung,}$

	<i>keine Unter – bzw. Überdeckung,</i> <i>leichte Überdeckung, große Überdeckung</i> (Kapitel 3.2.4)
$\widetilde{KT}^l_{r,gesamt}$	$\equiv$ Unscharfe Gesamtkompatibilität der Regel $r$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ (Kapitel 3.2.3) bzw. mit $l = \text{große Unterdeckung, leichte Unterdeckung, keine Unter – bzw. Überdeckung, leichte Überdeckung, große Überdeckung}$ (Kapitel 3.2.4)
$\bar{I}$	$\equiv \{i   i = 1, \dots, I\}$ Menge der Profilvergleiche $i$
$\bar{P}_i$	$\equiv \{p\}$ Menge der zu vergleichenden Profile bei Durchführung eines Profilvergleiches $i$
$\bar{R}_i$	$\equiv \{r\}$ Menge der Regeln $r$ zur Durchführung eines Profilvergleiches $i$
$\bar{R}_{i^*}$	$\equiv$ Menge der Regeln $r$ zur Durchführung eines Profilvergleiches $i^*$ mit $i^* = I + 1$
$\tilde{K}^l_{p,i,r}$	$\equiv$ Unscharfes Beurteilungskriterium des Profils $p$ im Profilvergleich $i$ in der Regel $r$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ (Kapitel 3.2.3) bzw. mit $l = \text{sehr niedrig, niedrig, mittel, hoch, sehr hoch}$ (Kapitel 3.2.4)
$c_{i,r}$	$\equiv$ Kodierter Regeloutput bei Profilvergleich $i$ der Regel $r \in \bar{R}_i$ mit $c_{i,r} = \tilde{K}^l_{1,i,r} - \tilde{K}^l_{2,i,r} \quad \forall i \in \bar{I}, r \in \bar{R}_i$
$o_{i,r}$	$\equiv$ Dekodierter Regeloutput bei Profilvergleich $i$ der Regel $r \in \bar{R}_i$
$c_r^{i^*}$	$\equiv$ Kodierter Regeloutput bei Profilvergleich $i^*$ der Regel $r \in \bar{R}_{i^*}$
$o_r^{i^*}$	$\equiv$ Dekodierter Regeloutput bei Profilvergleich $i^*$ der Regel $r \in \bar{R}_{i^*}$

$w(\widetilde{KT}_i)$	$:=$	Gewichtungsfaktor der unscharfen Kompatibilität eines durchgeführten Profilvergleiches $i$ mit $w(\widetilde{KT}_i) \in [0; 1]$
$l(\widetilde{KT}_{i,r})$	$:=$	Linguistische Ausprägung der unscharfen Kompatibilität im Profilvergleich $i$ in der Regel $r$

#### Kapitel 4 Humankapitalbewertung mittels unscharfem Profilvergleich

$\overline{K}_{Stab}$	$:=$	$\{k   k = 1, \dots, K\}$ Menge der Beurteilungskriterien $k$ der Determinante Stabilität
$A_{k,Fung}^{EFG}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der erwünschten Fungibilität
$B_{k,Fung}^{FFG}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der faktischen Fungibilität
$A_{k,Funk}^{EF}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der Determinante erwünschten Funktionalität
$B_{k,Funk}^{FF}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der erwünschten Funktionalität
$A_{k,Pl}^{EP}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der erwünschten Plastizität
$B_{k,Pl}^{FP}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der faktischen Plastizität
$A_{k,Stab}^{ES}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der erwünschten Stabilität
$B_{k,Stab}^{FS}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ der faktischen Stabilität
$\widetilde{FM}_p^d$	$:=$	Unscharfes Flächenmaß des Profils $p$ der Determinante $d$
$\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab}$	$:=$	Unscharfes Flächenmaß der faktischen Stabilität in Regel $r$
$\tilde{Z}$	$:=$	$LR$ -Fuzzy-Zahl mit $\tilde{Z} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$
$\tilde{I}$	$:=$	$LR$ -Fuzzy-Intervall mit $\tilde{I} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$
$m$ bzw. $m_1, m_2$	$:=$	Gipfelpunkt bzw. -tableau der Zugehörigkeitsfunktion mit $\mu_{\tilde{Z}}(m) = 1$ bzw. $\mu_{\tilde{I}}(x) = 1 \forall x \in [m_1, m_2]$
$\alpha$ bzw. $\beta$	$:=$	Linke bzw. rechte Spreizung der $LR$ -Fuzzy-Zahl bzw. des -Intervalls

$\tilde{B}_{k, Stab}^{FS, l}$	$:=$	Unscharfe Menge ( <i>LR</i> -Typ) des Beurteilungskriteriums $k$ der Determinante $Stab$ im Profil $FS$ mit der linguistischen Ausprägung $l$
$\tilde{A}_{k, Stab}^{ES, l}$	$:=$	Unscharfe Menge ( <i>LR</i> -Typ) des Beurteilungskriteriums $k$ der Determinante $Stab$ im Profil $ES$ mit der linguistischen Ausprägung $l$
$\widetilde{GK}_{k, d}^{p, l}$	$:=$	Unscharfe Gegenkathete bei Ausprägung $l$ des Kriteriums $k$ in Profil $p$ zur Bestimmung der Determinante $d$ mit $\mu_{\widetilde{GK}_{k, d}^{p, l}}(a_{GK})$ als Zugehörigkeitswert einer Ausprägung $a_{GK}$ zur unscharfen Gegenkathete $\widetilde{GK}_{k, d}^{p, l}$
$\widetilde{AK}_{k, d}^{p, l}$	$:=$	Unscharfe Ankathete bei Ausprägung $l$ des Kriteriums $k$ in Profil $p$ zur Bestimmung der Determinante $d$ mit $\mu_{\widetilde{AK}_{k, d}^{p, l}}(a_{AK})$ als Zugehörigkeitswert einer Ausprägung $a_{AK}$ zur unscharfen Ankathete $\widetilde{AK}_{k, d}^{p, l}$
$\widetilde{HY}_{k, d}^{p, l}$	$:=$	Unscharfe Hypotenuse bei Ausprägung $l$ des Kriteriums $k$ in Profil $p$ zur Bestimmung der Determinante $d$ mit $\widetilde{HY}_{k, d}^{p, l} = \tilde{B}_{k, d}^{p, l}$ mit $\mu_{\widetilde{HY}_{k, d}^{p, l}}(a_{HY})$ als Zugehörigkeitswert einer Ausprägung $a_{HY}$ zur unscharfen Hypotenuse $\widetilde{HY}_{k, d}^{p, l}$
$\widetilde{FI}_{p, \tilde{B}_{k, d}^{p, l}, \tilde{B}_{k', d}^{p, l}}^d$	$:=$	Resultierender unscharfer Flächeninhalt mit zwei Kriterien $k$ und $k'$ und den korrespondierenden linguistischen Ausprägungen $l$ eines Profils $p$ mit faktischen Ausprägungen der Humankapitaldeterminante $d$
$\widetilde{FI}_{p, \tilde{A}_{k, d}^{p, l}, \tilde{A}_{k', d}^{p, l}}^d$	$:=$	Resultierender unscharfer Flächeninhalt mit zwei Kriterien $k$ und $k'$ und den korrespondierenden linguistischen Ausprägungen $l$ eines Profils $p$ mit erwünschten Ausprägungen der Humankapitaldeterminante $d$
$DOF_r^{d, p}$	$:=$	Erfüllungsgrad der Regel $r$ im Profil $p$ der Determinante $d$
$\widetilde{FM}_p^{d, j}$	$:=$	Ausprägungsmöglichkeit $j$ des unscharfen Flächenmaßes des Profils $p$ der Determinante $d$

$DOF_{Gesamt}(l)$	$:=$	Gesamterfüllungsgrad einer linguistischen Ausprägung $l$
$\mu_{\widetilde{FM}_p^{d,j}}^*(x_{FM_p^d})$	$:=$	Zugehörigkeitsfunktion des unscharfen Flächenmaßes $\widetilde{FM}_p^{d,j}$ der Ausprägung $j$ des Profils $p$ der Determinante $d$ in Abhängigkeit der Flächenausprägung $x_{FM_p^d}$
$\mu_{\widetilde{FM}_p^d}^{res}(x_{FM_p^d})$	$:=$	Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge des Flächenmaßes $\widetilde{FM}_p^d$ des Profils $p$ der Determinante $d$ in Abhängigkeit der Flächenausprägung $x_{FM_p^d}$
$x_{FM_p^d}^{SP}$	$:=$	Defuzzifizierter Ausgabewert bzw. Abszissenkoordinate des Flächenmaßes des Profils $p$ der Determinante $d$
$\mu_{\widetilde{FM}_p^d}(x_{FM_p^d}^{SP})$	$:=$	Zugehörigkeitswert bzw. Ordinatenkoordinate der Abszissenkoordinate $x_{FM_p^d}^{SP}$ zur unscharfen Menge des Flächenmaßes $\widetilde{FM}_p^d$ des Profils $p$ der Determinante $d$
$\tilde{v}_d(p, p')$	$:=$	Unscharfe Differenz zweier profilspezifischer Flächenmaße $\widetilde{FM}_p^d$ und $\widetilde{FM}_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Determinante $d$ mit $p, p' \in \overline{P}_d$
$\tilde{v}_d^n(p, p')$	$:=$	Kombinationsmöglichkeit $n$ der unscharfen Differenz zweier profilspezifischer Flächenmaße $\widetilde{FM}_p^d$ und $\widetilde{FM}_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Determinante $d$
$\widetilde{FM}_p^{d,n}$ bzw. $\widetilde{FM}_{p'}^{d,n}$	$:=$	Unscharfes Flächenmaß des Profils $p$ bzw. $p'$ mit $p, p' \in \overline{P}_d$ in der Kombinationsmöglichkeit $n$ bei Determinante $d$
$DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_d^n(p, p'))$	$:=$	Gesamterfüllungsgrad einer Kombinationsmöglichkeit $n$ der unscharfen Differenz zweier profilspezifischer Flächenmaße $\widetilde{FM}_p^d$ und $\widetilde{FM}_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Determinante $d$ mit $p, p' \in \overline{P}_d$
$x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP}$	$:=$	Defuzzifizierter Outputwert der Differenz zweier profilspezifischer Flächenmaße $\widetilde{FM}_p^d$ und $\widetilde{FM}_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Determinante $d$ mit $p, p' \in \overline{P}_d$
$\mu_{\tilde{v}_d(p, p')}(\tilde{v}_d^n(p, p'))$	$:=$	Zugehörigkeitswert von $x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP}$ zur unscharfen Differenz zweier profilspezifischer Flächenmaße $\widetilde{FM}_p^d$

	und $\widetilde{FM}_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Determinante $d$ mit $p, p' \in \overline{P}_d$
$\widetilde{KT}_d^l(p, p')$	$:=$ Unscharfe Kompatibilität der linguistischen Ausprägung $l$ der Humankapitaldeterminante $d$ mit den beiden Profilen $p$ und $p'$
$\widetilde{KT}_{Gesamt}^r$	$:=$ Gesamtkompatibilität einer Regel $r$
$x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP}$	$:=$ Resultierende Ausprägung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes aus der ermittelten Differenz der beiden Flächenmaße $FM_p^d$ und $FM_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Humankapitaldeterminante $d$
$\mu_{\widetilde{KT}_d^l(p, p')}(x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP})$	$:=$ Zugehörigkeitsgrad des Flächenschwerpunktes $x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP}$ zur linguistischen Ausprägung $l$ der unscharfen Kompatibilität $\widetilde{KT}$ der Determinante $d$ mit den beiden Profilen $p$ und $p'$ mit <i>l</i> = <i>geringer Überschuss</i> ( <i>gÜ</i> ), <i>mittlerer Überschuss</i> ( <i>mÜ</i> ), <i>hoher Überschuss</i> ( <i>hÜ</i> ), <i>geringe Unterdeckung</i> ( <i>gU</i> ), <i>mittlere Unterdeckung</i> ( <i>mU</i> ) <i>hohe Unterdeckung</i> ( <i>hU</i> ), <i>Kongruenz</i> ( <i>D</i> )
$x_K$	$:=$ Scharfe Ausprägung der Kompatibilität
$\mu_{\widetilde{KT}}^l(x_K)$	$:=$ Zugehörigkeitsgrad einer scharfen Ausprägung $x_K$ zur unscharfen Kompatibilität $\widetilde{KT}$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit <i>l</i> = <i>hohe Möglichkeitsunterdeckung</i> ( <i>hMU</i> ), <i>mittlere Möglichkeitsunterdeckung</i> ( <i>mMU</i> ), <i>geringe Möglichkeitsunterdeckung</i> ( <i>gMU</i> ), <i>Deckung erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten</i> ( <i>D</i> ), <i>geringer Möglichkeitsüberschuss</i> ( <i>gMÜ</i> ), <i>mittlerer Möglichkeitsüberschuss</i> ( <i>mMÜ</i> ),



	<i>hoher Möglichkeitsüberschuss (hMÜ)</i>
$\beta_{\eta}^{norm}$	$:=$ Normierter Teilnutzenwert einer Eigenschaft $\eta$ mit der Ausprägung $\iota$
$x_{TN,d}$	$:=$ Normierte Ausprägung eines Teilnutzenwertes der Humankapitaldeterminante $d$
$\widetilde{TN}_d^l$	$:=$ Unscharfer Teilnutzenwert des faktischen Profils einer Humankapitaldeterminante $d$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \textit{gering, mittel, hoch}$
$\mu_{\widetilde{TN},d}^l(x_{TN,d})$	$:=$ Zugehörigkeitsgrad einer normierten Ausprägung eines Teilnutzenwertes $x_{TN,d}$ zum unscharfen Teilnutzenwert $\widetilde{TN}$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \textit{gering, mittel, hoch}$
$\widetilde{SP}_d^l$	$:=$ Unscharfer Flächenschwerpunkt eines faktischen Profils der Humankapitaldeterminante $d$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \textit{gering, mittel, hoch}$
$\widetilde{ATN}_d^l$	$:=$ Aktiver unscharfer Teilnutzenwert einer Humankapitaldeterminante $d$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \textit{gering, mittel, hoch}$
$\overline{A}_d$	$:=$ $\{a\}$ Menge der Ausprägungen einer Humankapitaldeterminante $d$ mit $a = \textit{gering, mittel, hoch}$
$\beta_{da}$	$:=$ Teilnutzenwert der Ausprägung $a$ der Humankapitaldeterminante $d$
$Rel_d$	$:=$ Relevanz der Humankapitaldeterminante $d$
$x_{R,d}$	$:=$ In Ansatz zu bringende Ausprägung der Relevanz einer Humankapitaldeterminante $d$
$\mu_{\widetilde{R},d}^l(x_{R,d})$	$:=$ Zugehörigkeitsgrad der Relevanzausprägung zur unscharfen Relevanz $\widetilde{R}$ einer Determinante $d$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ mit $l = \textit{gering, mittel, hoch}$

## Tabellenverzeichnis

---

Tabelle 1:	Überblick über ausgewählte Humankapitalbewertungsansätze.....	47
Tabelle 2:	Ein- und Auszahlungen im Anwendungsbeispiel zum DHCCF- Verfahren .....	71
Tabelle 3:	Übersicht der Eigenschaftskombinationen der Humankapitaldeterminanten .....	114
Tabelle 4:	Übersicht der reduzierten Eigenschaftskombinationen der Humankapitaldeterminanten .....	115
Tabelle 5:	Bestimmung von Teilnutzenwerten .....	116
Tabelle 6:	Zusammenfassung des vorgestellten Beispiels zur Conjoint-Analyse ..	117
Tabelle 7:	Beispiel zum Profilvergleich mit verschiedenen Ausprägungen der Minkowski-Distanz.....	123
Tabelle 8:	Betrachtung der Differenzen in einem einführenden Beispiel zur Kompatibilität .....	126
Tabelle 9:	Zusammenfassung zweier Möglichkeiten zur Bestimmung zweidimensionaler Koordinaten auf Grundlage eindimensionaler Kriterienausprägungen .....	147
Tabelle 10:	Auflistung der Kombinationsmöglichkeiten verschiedener Kriterien ...	160
Tabelle 11:	Grundlegendes Beispiel zur Erläuterung des Flächenschwerpunktes ...	168
Tabelle 12:	Auszug des Regelblockes zur Aggregation von Kriterienausprägungen zu einem Flächeninhaltsintervall .....	173
Tabelle 13:	Exemplarische WENN-Komponenten zur Bestimmung einer unscharfen Kompatibilität eines Profilvergleiches $i$ .....	208
Tabelle 14:	Beispiel zur Bestimmung der linguistischen Ausprägung der unscharfen Kompatibilität eines Profilvergleiches.....	211
Tabelle 15:	Exemplarische vollständige Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Kompatibilität eines Regelblocks .....	212
Tabelle 16:	Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Gesamtkompatibilität ...	213
Tabelle 17:	Exemplarische Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Kompatibilität eines Regelblocks unter Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen.....	221
Tabelle 18:	Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Gesamtkompatibilität unter Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen.....	223

Tabelle 19:	WENN-Komponenten zur Bestimmung des Flächenmaßes der Stabilität .....	232
Tabelle 20:	Exemplarische Ausprägungen zur Bestimmung quadrierter Ankatheten .....	238
Tabelle 21:	Unschärfe zweidimensionale Koordinatenausprägungen des Profils der faktischen Stabilität.....	241
Tabelle 22:	Kombinationen linguistischer Kriterienausprägungen und korrespondierende resultierende unscharfe Flächeninhalte .....	246
Tabelle 23:	Ermittelte Ausprägungen für das Flächenmaß des Profils der faktischen Stabilität .....	249
Tabelle 24:	Exemplarische profilspezifische Kriterienausprägungen für die Stabilität .....	252
Tabelle 25:	Beispielhafte Kriterienausprägungen und korrespondierende Zugehörigkeitswerte für die Profile der Stabilität .....	253
Tabelle 26:	Aktive Regeln des Profils der erwünschten Stabilität.....	253
Tabelle 27:	Aktive Regeln des Profils der faktischen Stabilität .....	254
Tabelle 28:	Bestimmung der Erfüllungsgrade aktiver Regeln beider Profile der Determinante Stabilität .....	255
Tabelle 29:	Auszug aus der Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgröße der Profile faktische und erwünschte Stabilität .....	265
Tabelle 30:	Ausgewählte Wertetabelle zur Erläuterung der Anwendung einer nicht modifizierten Subtraktionsvorschrift .....	266
Tabelle 31:	Aktive Regeln zur Bestimmung der Ausprägung der Profilvergleichsgröße der Determinante Stabilität.....	268
Tabelle 32:	Exemplarische Ausprägungen der Beurteilungskriterien für die Fungibilität, Funktionalität und Plastizität.....	275
Tabelle 33:	Auszug aus der Auflistung der WENN-Komponenten zur Bestimmung der Gesamtkompatibilität.....	280
Tabelle 34:	Regelbasis zur Bestimmung eines aktiven Teilnutzenwertes .....	300
Tabelle 35:	Regelbasis zur Bestimmung eines determinantenspezifischen Nutzenbeitrags .....	305
Tabelle 36:	Bestimmung der Ausprägung des Humankapitals .....	307
Tabelle 37:	Regelblock zur Aggregation von Kriterienausprägungen zu einem Flächeninhaltsintervall .....	350

Tabelle 38:	Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgrößen der Profile faktischer und erwünschter Stabilität und Plastizität .....	359
Tabelle 39:	Unschärfe zweidimensionale Koordinatenausprägungen des Profils der faktischen Funktionalität.....	361
Tabelle 40:	Regelbasis zur Bestimmung profilspezifischer Flächenmaße bei Vorliegen von fünf Beurteilungskriterien am Beispiel der faktischen Funktionalität .....	367
Tabelle 41:	Regelbasis zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen für die Profile faktischer und erwünschter Funktionalität und Fungibilität .....	404
Tabelle 42:	Regeln zur Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge zum Humankapitalwert.....	427
Tabelle 43:	Regeln zur Bestimmung der Ausprägung des Humankapitalwertes.....	429

---

# 1 Einleitung

---

## 1.1 Problemstellung

---

Verschiedene Studien belegen makro- und mikroökonomische Herausforderungen, die mit dem demografischen<sup>1</sup> Wandel und korrespondierendem Arbeitskräftemangel (nicht zuletzt) in Deutschland einhergehen. In diesem Kontext wird u. a. attestiert, dass insgesamt mit einem Rückgang der Bevölkerungsanzahl<sup>2</sup> und damit auch mit einer Verringerung des Erwerbspersonenpotenzials zu rechnen ist.<sup>3</sup> Im betriebswirtschaftlichen Kontext sehen sich Unternehmen dann u. a. mit der Herausforderung konfrontiert, in den Ruhestand wechselnde ggf. durch neue Mitarbeiter<sup>4</sup> zu ersetzen. Dabei geht es dann nicht nur um den quantitativen, sondern auch um den qualitativen Ersatz von Arbeitskräften.<sup>5</sup> Unternehmen sind dazu angehalten, sich frühzeitig und proaktiv mit den aus dem demografischen Wandel resultierenden Folgen zu beschäftigen.<sup>6</sup>

Da möglicherweise das Rekrutierungspotenzial aufgrund des demografischen Wandels ohnehin abnimmt, ist es für Unternehmen u. U. besonders herausfordernd, geeignete Arbeitskräfte zu gewinnen. Deshalb ist es von Bedeutung, dass betrieblicherseits fundierte Entscheidungen (z. B. über Personalentwicklungsmaßnahmen<sup>7</sup>) im Umgang mit Personal und der von ihm ins Unternehmen eingebrachten Qualifikationen und

---

<sup>1</sup> Etymologisch lässt sich der Begriff Demografie vom *griech.* *dēmos* (*dt.* Volk) und vom *griech.* *gráphein* (*dt.* schreiben) herleiten [vgl. DWDS (a), Stichwort: Demografie i. V. m. DWDS (b), Stichwort: -graphie]. Damit kann Demografie als Beschreibung des Volkes übersetzt werden und umfasst mehr als die ausschließliche Betrachtung der Quantität und der Altersstruktur einer Bevölkerung. Als Klassifizierungsmerkmale können dann auch bspw. Merkmale wie Körpergröße, Einkommen, Religionszugehörigkeit oder Ausbildungsstand herangezogen werden [vgl. Spengler et al. (2019), S. 239]. Dem demografischen Wandel im Sinne der quantitativen Entwicklung der Bevölkerung werden als Ursachen u. a. eine Zunahme der Lebenserwartung sowie eine im Zeitverlauf konstant niedrige Geburtenrate zugeschrieben [vgl. Wilke (2020), S. 21].

<sup>2</sup> Vgl. z. B. zur künftigen Beschäftigtenentwicklung in Deutschland Burstedde (2023), Gischer/Spengler (2008) und Zika et al. (2024).

<sup>3</sup> Vgl. z. B. Statistisches Bundesamt (2022); Wilke (2020), S. 13.

<sup>4</sup> Zur besseren Lesbarkeit wird in der vorliegenden Arbeit das generische Maskulinum verwendet. Die verwendeten Personenbezeichnungen beziehen sich, sofern nicht anders kenntlich gemacht, auf alle Geschlechter.

<sup>5</sup> Vgl. Gischer/Spengler (2008), S. 69.

<sup>6</sup> Vgl. Gischer/Spengler (2008), S. 78.

<sup>7</sup> Unter Personalentwicklung werden in der vorliegenden Arbeit „[...] primär den internen Arbeitsmarkt betreffende Prozesse zur Veränderung der Personalausstattung hinsichtlich ihres Umfangs und ihrer qualifikatorischen (inkl. gradualen und sektoralen) Strukturierung (sog. Qualifikationsentwicklung), bezüglich des personalen Verhaltens (sog. Verhaltensentwicklung) sowie in Hinsicht auf die individuelle Persönlichkeit (sog. Persönlichkeitsentwicklung) und zwar unter Berücksichtigung von Betriebs- und Mitarbeiterzielen“ verstanden [Spengler et al. (2025), S. 262].

Leistungsbereitschaft getroffen werden. Es geht also um einen rationalen Umgang mit den von Arbeitskräften bereitgestellten bzw. bereitzustellenden Leistungsmöglichkeiten.

Im Vergleich zu Sachgütermärkten weist der Arbeitsmarkt bestimmte Besonderheiten auf. Zu diesen gehören, dass der Betrieb von Mitarbeitern kein Eigentum an deren Leistungsvermögen erwirbt<sup>8</sup>, sondern die Arbeitskräfte ihm mit Abschluss eines Arbeitsvertrages lediglich ein Dispositionsrecht einräumen. Der Arbeitnehmer verkauft also nicht sich als Person, sondern lediglich seine Arbeitsleistung.<sup>9</sup> Da der Mensch untrennbar mit seiner Arbeitskraft verbunden ist, besteht betrieblicherseits eine Unsicherheit über dessen Leistungsverhalten.<sup>10</sup> Nur über das Dispositionsrecht kann der Arbeitgeber über das personelle Leistungsvermögen verfügen.

Von Unternehmen nachgefragtes und arbeitskraftseitig angebotenes Leistungsvermögen kann durch ein hohes Maß an Heterogenität charakterisiert sein. Das bedeutet, dass Arbeitsleistung auf dem Arbeitsmarkt in unterschiedlicher Qualität angeboten und nachgefragt wird. Sind die Anforderungen eines Unternehmens recht spezifisch (z. B. aufgrund der Nutzung betriebsspezifischer Technik), ist die Arbeitsleistung einer Arbeitskraft ggf. noch an die speziellen Anforderungen (z. B. durch On-the-job-Training) anzupassen. Mit anderen Worten ist die Arbeitskraft dann vom Arbeitgeber noch weiterzuentwickeln. Auf dem Arbeitsmarkt erfolgt demzufolge eher eine Allokation dieses ausbildungsfähigen Potenzials mit Ausbildungsmöglichkeiten, als eine Zuordnung fertig ausgebildeter Arbeitskräfte zu Arbeitsplätzen.<sup>11</sup> Die von den Arbeitskräften bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten in Form von Qualifikationen und Leistungsbereitschaften sind zentraler Bestandteil des Humankapitals. Nach Maßgabe des ökonomischen Prinzips gilt es, dessen Wert zu maximieren.

Obwohl Adam Smith den Begriff Humankapital nicht verwendet, lässt er sich als ein Vorreiter der wirtschaftswissenschaftlichen Humankapitaltheorie auffassen. Smith (1836) bezeichnet die erworbenen und nützlichen Fähigkeiten aller Mitglieder einer

---

<sup>8</sup> Vgl. z. B. Scholz et al. (2011), S. 202.

<sup>9</sup> Vgl. Bürkle (1999), S. 19.

<sup>10</sup> Vgl. Bürkle (1999), S. 19.

<sup>11</sup> Vgl. Bürkle (1999), S. 19.

Gesellschaft als Bestandteil des sogenannten fixen Kapitals.<sup>12</sup> Mit Übertragung auf den betrieblichen Kontext stellen Arbeitskräfte ihre erworbenen Fähigkeiten als Kapital in den Dienst des Arbeitgebers. Das betriebliche Humankapital manifestiert sich dann in den durch die Arbeitskräfte bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten, die einen Beitrag zur Erreichung betrieblicher Ziele leisten. Folglich sind im Sinne eines Soll-Ist-Vergleiches die faktisch bereitgestellten den seitens des Betriebes erwünschten Leistungsmöglichkeiten gegenüberzustellen. Den obigen Ausführungen folgend geht es also um die Ermittlung der Kompatibilität aus den von den Arbeitskräften angebotenen und den betrieblicherseits nachgefragten Leistungsmöglichkeiten. Aus dieser Gegenüberstellung lassen sich eventuelle Abweichungen identifizieren und bei Bedarf ggf. mittels geeigneter Maßnahmen beseitigen oder sogar verstärken.

Ökonomen orientieren sich bei der Realisierung von Maßnahmen an den korrespondierenden Gewinnausprägungen. Es werden dann solche Maßnahmen ergriffen, deren Durchführungen zum höchsten Gewinn führen. Zur Beurteilung einer Maßnahme auf Basis ihrer Gewinnausprägung sind die mit ihrer Durchführung verbundenen Kosten und Erlöse zu ermitteln sowie der Maßnahme zuzurechnen.<sup>13</sup> Ist eine Ermittlung der Kosten und Erlöse oder deren Zurechnung zu einer Maßnahme nicht möglich, weil man monetäre Effekte nicht beziffern kann, sind zu deren Beurteilung Ersatzkriterien zu formulieren.<sup>14</sup>

---

<sup>12</sup> Vgl. Smith (1836), S. 113-114. Smith differenziert in seinen Ausführungen zwischen sogenanntem zirkulierendem und fixem Kapital [vgl. Smith (1836), S. 112]. Zirkulierendes Kapital ist dadurch charakterisiert, dass mit diesem erst dann Einkommen erzielt werden kann, wenn es in Umlauf gebracht wird [vgl. Smith (1974), S. 229]. Fixes Kapital ist dadurch gekennzeichnet, dass mit ihm Einkommen generiert werden kann, ohne dass das Kapital seinen Besitzer wechselt oder sich im Umlauf befindet [vgl. Smith (1974), S. 229]. In einer deutschsprachigen Übersetzung von Smith Werk werden für die Begriffe zirkulierendes und fixes Kapital die Termini Umlaufvermögen und Anlagevermögen verwendet [vgl. Smith (1974), S. 229]. Die Begriffswahl ist nachvollziehbar, da aus rechnungslegungstheoretischer Perspektive Kapital und Vermögen zwei Seiten einer Medaille darstellen. Auf der Passivseite einer Bilanz wird das Kapital hinsichtlich der Mittelherkunft (Eigen- oder Fremdkapital) und auf der Aktivseite hinsichtlich der Mittelverwendung (Anlage- oder Umlaufvermögen) aufgeschlüsselt.

<sup>13</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 60. Die Gewinnwirkungen betriebswirtschaftlicher Maßnahmen sind jedoch in der Regel indirekt und partiell [vgl. Kossbiel (1994), S. 80-81; Siegling et al. (2023a), S. 25]. Das bedeutet, dass Maßnahmen oft nur mittelbar über andere Faktoren ihre Wirkung auf den Gewinn entfalten. Beispielsweise kann die Durchführung einer Personalentwicklungsmaßnahme die Qualifikation oder die Motivation einer Arbeitskraft positiv beeinflussen und damit zu einer höheren Produktivität führen. Deren Steigerung mündet dann möglicherweise in höheren Umsätzen und unter der Prämisse, dass die Umsatzsteigerung die Personalentwicklungskosten übersteigt, letztendlich in einem höheren Gewinn. Da eine einzelne Maßnahme jedoch nicht isoliert wirkt, sondern im Zusammenspiel mit zahlreichen anderen Einflussfaktoren steht, ist die exakte Bestimmung maßnahmenspezifischer Gewinnbeiträge problembehaftet.

<sup>14</sup> Vgl. z. B. Kossbiel (1992), Sp. 1656; Spengler (1993), S. 60.

Während die Ermittlung und Zurechnung maßnahmenspezifischer Kosten (z. B. Einstellungs-, Entlassungs- und Weiterbildungskosten) noch vergleichsweise einfach erscheinen mag, gestaltet sich dies bei maßnahmenspezifischen Erlösen indes schwieriger. Zur Verdeutlichung der Problematik kann die Führungskräftebildung einer Arbeitskraft betrachtet werden: Während sich die der Maßnahme zurechenbaren Kosten (z. B. Schulungsgebühr, Reisekosten) möglicherweise recht einfach messen lassen, ist eine Erfassung korrespondierender Erlöse problembehaftet. Aus der Führungskräftebildung resultiert möglicherweise eine verbesserte Führungsfähigkeit und -bereitschaft, die in einer Motivationssteigerung und damit ggf. in einer Produktivitätssteigerung geführter Arbeitskräfte mündet. Eine Isolierung und Quantifizierung aus der Führungskräftebildung potenziell resultierender Erlöswirkungen erscheint kaum sinnvoll möglich. Um dennoch geeignete personalwirtschaftliche Maßnahmen zu identifizieren, bedarf es mindestens eines Ersatzkriteriums. Ein solches stellt der Wert des betrieblichen Humankapitals dar. Ob und welche Maßnahmen realisiert werden, hängt von der Wirkung auf die Kompatibilität erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten einerseits und betriebsbezogener Prioritäten andererseits ab. Es ist davon auszugehen, dass eine hohe Kompatibilität eine positive Gewinn- bzw. Nutzenwirkung hervorruft. Maßnahmen können nur dann hinsichtlich ihres Kompatibilitätsbeitrags evaluiert werden, wenn dessen Ausprägung vor und nach deren Durchführung bestimmbar ist. Daher erscheint es von hohem Interesse, die Übereinstimmung faktischen und erwünschten Humankapitals mittels einer geeigneten Methode zu ermitteln. Bei näherer Betrachtung lässt sich feststellen, dass Beurteilungen des betrieblichen Humankapitals multikriteriell bedingt sind. In der vorliegenden Arbeit wird in Anlehnung an die Kossbielsche Personalstrukturtheorie<sup>15</sup> vorgeschlagen, die im weiteren Verlauf der Arbeit zu erläuternden Determinanten Fungibilität, Funktionalität, Plastizität und Stabilität in Ansatz zu bringen. Aussagen über diese Determinanten sind wiederum auf der Basis von Kompatibilitätsüberlegungen zu treffen. Beim Subkriterium der Fungibilität geht es um die fachliche Eignung und dabei um eine Gegenüberstellung erwünschter und faktischer Fungibilität. Im Kontext des Funktionalitätskriteriums thematisiert man die Wirksamkeit des Personals und stellt dabei die erwünschte der faktischen Funktionalität gegenüber. Mit dem Subkriterium der Plastizität behandelt man die Formbarkeit personeller Ressourcen und stellt dabei die

---

<sup>15</sup> Vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1647.



erwünschte der faktischen Plastizität gegenüber. Unter Stabilität verstehen wir in der vorliegenden Arbeit die Beständigkeit personeller Ressourcen und grenzen dabei die erwünschte von faktischer Stabilität ab.

Die jeweils erwünschten und faktischen Ausprägungen dieser Determinanten ergeben sich wiederum aus der Zusammensetzung mehrerer beurteilungsrelevanter Kriterien, anhand derer die Kompatibilität bestimmt wird. Da diese Kriterien nicht notwendig in gleicher Weise zur Gesamtbewertung des Humankapitals beitragen, wird hier ergänzend die Conjoint-Analyse thematisiert. Sie ermöglicht eine Ermittlung der relativen Bedeutung der betrachteten Determinanten für den Bewerter. Auch wenn die erwünschten Ausprägungen von Beurteilungskriterien bereits Zielvorstellungen des Bewerter enthalten, ergibt sich daraus noch keine Aussage über die relative Bedeutung der einzelnen Determinanten in Bezug auf den Humankapitalwert. Die Profile erwünschter Stabilität, Plastizität, Fungibilität sowie Funktionalität definieren für die in Ansatz zu bringenden Beurteilungskriterien zwar jeweilige Soll-Zustände, es wird aber nichts darüber ausgesagt, wie stark Abweichungen bzw. Deckungen den Humankapitalwert determinieren. So kann es z. B. sein, dass einerseits eine *hohe* gegenüber einer *geringen* Stabilität priorisiert wird und dass andererseits die Stabilität eine größere relative Bedeutung als die Fungibilität aufweist.

Diese Bewertungsrelevanz stellt eine zweite Form von Zielorientierung dar, die über die Conjoint-Analyse erfasst wird. Sie zeigt, welche Kriterienausprägungen aus Sicht des Bewerter – im Vergleich zu anderen Kriterienausprägungen – als besonders bedeutsam wahrgenommen werden. Zur fundierten Bewertung der Kompatibilität ist es daher erforderlich, beide Zielperspektiven zusammenzuführen. Einerseits liegen inhaltliche Soll-Vorgaben in Form erwünschter Kriterienausprägungen vor, die festlegen, welche Zustände bei den einzelnen Beurteilungskriterien als ideal anzustreben sind. Andererseits gibt es bewertungsbezogene Prioritäten, die darüber Auskunft geben, welchen Einfluss diese Zustände im Verhältnis zu anderen Kriterien auf die Gesamtbewertung des Humankapitals haben.

Damit sich Maßnahmen hinsichtlich ihrer Wirkung auf das betriebliche Humankapital untersuchen lassen, bedarf es zunächst eines Ansatzes zu dessen Bewertung. Während traditionelle Bewertungsansätze (z. B. Saarbrücker-Formel)<sup>16</sup> bisweilen darauf ausgerichtet sind, im Ergebnis eine monetäre Größe zu bestimmen, wird in der

---

<sup>16</sup> Vgl. hierzu die Ausführungen in Kapitel 2.2.2.2 zu den Verfahren der Humankapitalbewertung.

vorliegenden Arbeit dafür plädiert, den Nutzen als Zielkriterium in Ansatz zu bringen. Dies ist darin begründet, dass sich die in Ansatz zu bringenden Determinantenausprägungen einer sinnvollen monetären Bewertung entziehen. Wie oben kurz dargelegt, sind bspw. die Wirkungen einer Führungskräfte-schulung als Personalentwicklungsmaßnahme nur schwer monetär quantifizierbar. Dahingegen ist ein Entscheidungsträger möglicherweise besser in der Lage, genannter Schulung einen Nutzenwert zuzuschreiben.

Eine Möglichkeit zur Lösung von Bewertungsproblemen stellen (vermeintlich) einfache und dennoch effektive Regelsysteme dar.<sup>17</sup> Regelsysteme ermöglichen unter Verwendung nach Möglichkeit inhaltlich und formallogisch korrekt formulierter Regeln zielgerichtetes und vernünftiges Handeln.<sup>18</sup> Sie können sowohl in solchen Fällen eingesetzt werden, in denen die Ausprägungen in Ansatz zu bringender Kriterien präzise (scharfe Regelsysteme) als auch in solchen, in denen sie nur vage (unscharfe Regelsysteme) bestimmbar sind. Zudem ermöglichen unscharfe Regelsysteme die inhaltlich und mathematisch korrekte Verarbeitung nicht überschneidungsfreier Kriterienausprägungen. Das bedeutet, dass die Zuordnung der Kriterienausprägungen zu linguistischen Ausdrücken nicht eindeutig, sondern mehrdeutig sind. Damit ist gemeint, dass eine gewisse Ausprägung eines Kriteriums (z. B. der Absentismusrate) seitens des Bewerter bspw. zu einem gewissen Grad sowohl als *gering* als auch als *mittel* klassifiziert wird. Da sich im Kontext der Humankapitalbewertung der Bewerter möglicherweise regelmäßig mit solchen Mehrdeutigkeiten konfrontiert sieht, werden in der vorliegenden Arbeit zur Bestimmung des Humankapitalwertes regelbasierte Kompatibilitätsansätze vorgestellt. Um verschiedene für die Humankapitalbewertung u. U. nicht präzise und trennscharfe Kriterienausprägungen in Ansatz zu bringen, bedarf es der Berücksichtigung der unscharfen Logik (Fuzzy-Logik). Während mit der klassischen auf dem Bivalenzprinzip basierenden Logik lediglich dichotome Abgrenzungen (z. B. vollständiges Vorhandensein von Motivation und vollständiges Fehlen von Motivation) möglich sind, lassen sich mit der Fuzzy-Logik graduelle Abstufungen (z. B. geringe, mittlere und hohe Motivation) von Sachverhalten berücksichtigen. Die Theorie unscharfer Mengen erlaubt dann eine korrekte mathematische Verarbeitung vager Ausdrücke.

---

<sup>17</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 4.

<sup>18</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 5.

In der vorliegenden Arbeit werden die genannten Aspekte aufgegriffen und münden in der Konstruktion regelbasierter Ansätze zur betrieblichen Humankapitalbewertung.

Dabei folgt die Abhandlung dem in Kapitel 1.2 vorgestellten Aufbau.

## 1.2 Aufbau der Arbeit

---

In der vorliegenden Arbeit wird ein kompatibilitätszentrierter Algorithmus zur Humankapitalbewertung entwickelt, vorgestellt und erläutert. Aufgrund dessen Komplexität skizzieren wir diesen überblicksartig in Kapitel 1.3.

Zur Konzeption regelbasierter Kompatibilitätsansätze zur betrieblichen Humankapitalbewertung sind terminologische und theoretische Grundlagen des betrieblichen Humankapitals dazulegen (Kapitel 2). Dabei sind zum einen zunächst existente Kapitalbegriffe (Kapitel 2.1) und zum anderen die Verortung der Ursprünge der dem Humankapital zugrundeliegenden Humankapitaltheorie in der Volkswirtschaftslehre einerseits und die Verwendung des Begriffes Humankapitals im betriebswirtschaftlichen Kontext andererseits näher zu beleuchten (Kapitel 2.2). Wie sich zeigt, existiert für den Begriff Humankapital in der Literatur kein einheitliches Begriffsverständnis, weshalb bestehende Verständnisse hinsichtlich ihrer Zweckadäquanz für die vorliegende Arbeit zu untersuchen sind. Da ein regelbasierter Kompatibilitätsansatz mit dem Ziel der Durchführung einer Humankapitalbewertung formuliert wird, sind neben der Betrachtung des Terminus Humankapital zusätzlich der Begriff Wert und darauf aufbauend die Wortkomposition Humankapitalwert einer näheren Untersuchung zu unterziehen. Es lässt sich feststellen, dass die Bewertung des Humankapitals unweigerlich mit subjektiven Gewichtungen und Zielvorstellungen des Bewerter verbunden ist, weshalb in der vorliegenden Arbeit zu deren Bestimmung die Conjoint-Analyse vorgeschlagen wird. Grundlage hierfür ist die Rangbildung von Kombinationen verschiedener Ausprägungen, anhand derer sich sowohl Kriteriengewichtungen als auch Teilnutzenwerte ableiten lassen. Teilnutzenwerte drücken hier aus, wie stark eine konkrete Ausprägung – zum Beispiel eine geringe oder hohe Stabilität – im Vergleich zu alternativen Ausprägungen derselben Determinante zum Gesamtwert des Humankapitals beiträgt. Sie ermöglichen damit eine Bewertung innerhalb der einzelnen Determinanten und bilden die Gründe dafür, Kompatibilitäten zweier Profile nicht nur festzustellen, sondern auch zu bewerten.

Im Gegensatz zu anderen Verfahren (z. B. SMART-, oder SWING-Verfahren)<sup>19</sup>, bei denen Präferenzen durch die direkte Vergabe von Gewichtungen bestimmt werden, erfolgt die Präferenzermittlung bei der Conjoint-Analyse indirekt. Dies bedeutet, dass der Entscheider nicht einzelnen Kriterien isolierte Gewichtungen zuordnet, sondern Bündel von Kriterienausprägungen in eine Rangordnung bringt, aus der sich sowohl die Kriteriengewichtungen als auch die Teilnutzenwerte ableiten lassen.

Im Kontext wertmäßiger Überlegungen sind auch ausgewählte Ansätze und deren tatsächliche Eignung hinsichtlich einer Humankapitalbewertung vorzustellen und zu beurteilen. Die präsentierten Ausführungen zu den Begriffen Humankapital und Humankapitalwert münden zum einen in einer für die vorliegende Arbeit zu formulierenden Humankapitaldefinition sowie der Erläuterung der zu betrachtenden Humankapitaldeterminanten und zum anderen in Überlegungen zu einem aus den Ausprägungen der Determinanten ableitbaren Humankapitalwertes.

Wie oben bereits kurz dargelegt, wird in der vorliegenden Arbeit hergeleitet, dass das betriebliche Humankapital den durch Arbeitskräfte bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten entspricht. Der Wert des Humankapitals ergibt sich darauf aufbauend als utilitäres Äquivalent der Kompatibilität aus faktischen und erwünschten Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten. In der vorliegenden Arbeit werden Ausführungen zur Bestimmung eines Brutto-Humankapitalwertes vorgestellt. Zur Ermittlung eines Netto-Humankapitalwertes sind dem Brutto-Wert die aus einer Maßnahme zur Beeinflussung der Kompatibilität resultierenden Nachteile gegenüberzustellen. Zur Kompatibilitätsbestimmung wird in

---

<sup>19</sup> Bei der SMART-Methode (Simple Multi-Attribute Rating Technique) beurteilt der Entscheidungsträger Kriterien sukzessive hinsichtlich ihrer Relevanz. Dem wichtigsten Kriterium werden bspw. 100 Punkte zugeordnet. Darauf aufbauend werden den anderen Kriterien nach relativer Wichtigkeit zum wichtigsten Kriterium weniger Punkte zugeordnet. Das Gewicht eines Kriteriums ergibt sich dann aus der kriterienspezifischen Punktzahl dividiert durch die Summe der insgesamt vergebenen Punkte [vgl. Geldermann/Lerche (2014), S. 34]. Dieses Vorgehen erlaubt zwar die Bestimmung von Kriteriengewichtungen, jedoch lassen sich keine Zielvorstellungen hinsichtlich der Kriterienausprägungen integrieren. Beim SWING-Verfahren werden auch Kriteriengewichtungen durch eine Rangordnung ermittelt. Im Unterschied zur SMART-Methode resultiert die Rangfolge durch folgenden Ablauf: Zunächst werden für alle Kriterien die aus Perspektive des Entscheiders schlechtesten Ausprägungen definiert. Daraufhin werden künstliche Alternativen konstruiert, bei denen ein Kriterium die beste Ausprägung und die übrigen Kriterien die schlechteste Ausprägung annehmen. Der Entscheider legt dann fest, bei welchem Kriterium er einen sogenannten „Swing“ zur besten Ausprägung bevorzugt. Dies geschieht, in dem er die künstlichen Alternativen in eine Präferenzfolge bringt. In Analogie zur SMART-Methode erhält dann das Kriterium, das in der präferierten künstlichen Alternative die beste Ausprägung aufweist, die höchste Gewichtung in Form von bspw. 100 Punkten. Den anderen Kriterien werden dann entsprechend der Rangfolge der künstlichen Alternativen ebenfalls nach Ermessen des Entscheiders Punktwerte zugeordnet. Die Gewichtungen aller Kriterien ergeben sich dann wiederum aus der Division der kriterienspezifischen Punktzahl und der Anzahl insgesamt vergebenen Punkte [vgl. Geldermann/Lerche (2014), S. 35-36].

Kapitel 3 der Profilvergleich als Grundlage der Humankapitalbewertung dargelegt. Dabei ist eine Differenzierung zwischen Niveau- und Strukturkompatibilität vorzunehmen. Unter Niveaunkompatibilität wird die Vereinbarkeit zweier Profile hinsichtlich ihres Niveaus und damit hinsichtlich der „Größe“ eines Profils vorgenommen. Bei der Strukturkompatibilität geht es dahingegen um die Vereinbarkeit zweier Profile hinsichtlich ihrer Struktur und damit hinsichtlich der Anordnung der Profilelemente. Zentrales Element der Durchführung eines Profilvergleichs ist die Bestimmung der Abweichung bzw. der Ähnlichkeit zweier Profile. Deshalb werden zunächst basale Ausführungen zu ausgewählten Distanz- und Ähnlichkeitsmaßen als elementare Operationen eines Profilvergleiches präsentiert. Aufgrund der Nichtberücksichtigung richtungsspezifischer Profilunterdeckungen und Profilüberschüssen vorgestellter Maße wird der Vorschlag unterbreitet, Profile als geometrische Flächen und deshalb ein Flächenmaß als Kompatibilitätsmaß in Ansatz zu bringen. Mit diesem Flächenmaß können Schlüsse dahingehend gezogen werden, inwieweit ein Profil gegenüber einem anderen Profil eine Unterdeckung oder einen Überschuss aufweist. Ist der Bewerter in der Lage, präzise und trennscharfe Ausprägungen von Kriterien in Ansatz zu bringen, lässt sich mit dem Flächenmaß als Outputgröße eines regelbasierten scharfen Profilvergleichs eine Aussage über die Kompatibilität zweier Profile ableiten (Kapitel 3.1). Liegen stattdessen keine präzisen oder trennscharfen Ausprägungen von Kriterien vor ermöglicht die unscharfe Logik ein konsistentes Vorgehen, um formallogisch korrekte Regelschlüsse zu ziehen. Deshalb sind grundlegende Ausführungen zum unscharfen logischen (Fehl-) Schließen einerseits und die Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme andererseits darzulegen (Kapitel 3.2). Die Ausführungen münden in Vorstellung regelbasierter unscharfer Profilvergleiche ohne und mit Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen. Um solche linguistisch angelegten (z. B. mit den Regeloutputs geringe, mittlere und hohe Profilunterdeckung) Regelsysteme mathematisch korrekt zu fundieren und eine Aussage über die Kompatibilität zweier Profile abzuleiten, erfolgt eine Synthese des vorgestellten scharfen Flächenmaßes und der Theorie unscharfer Mengen zu einem unscharfen Flächenmaß. Mit diesem unscharfen Flächenmaß lässt sich dann die Kompatibilität mehrerer durch Beurteilungskriterien charakterisierter Profile bestimmen. Im Kontext der betrieblichen Humankapitalbewertung (Kapitel 4) werden die bereits genannten Determinanten und deren Profile in einer für ein Regelsystem zugrundeliegenden Systematik dargestellt (Kapitel 4.2). Anschließend erfolgt eine Illustration der Humankapitalbewertung mittels

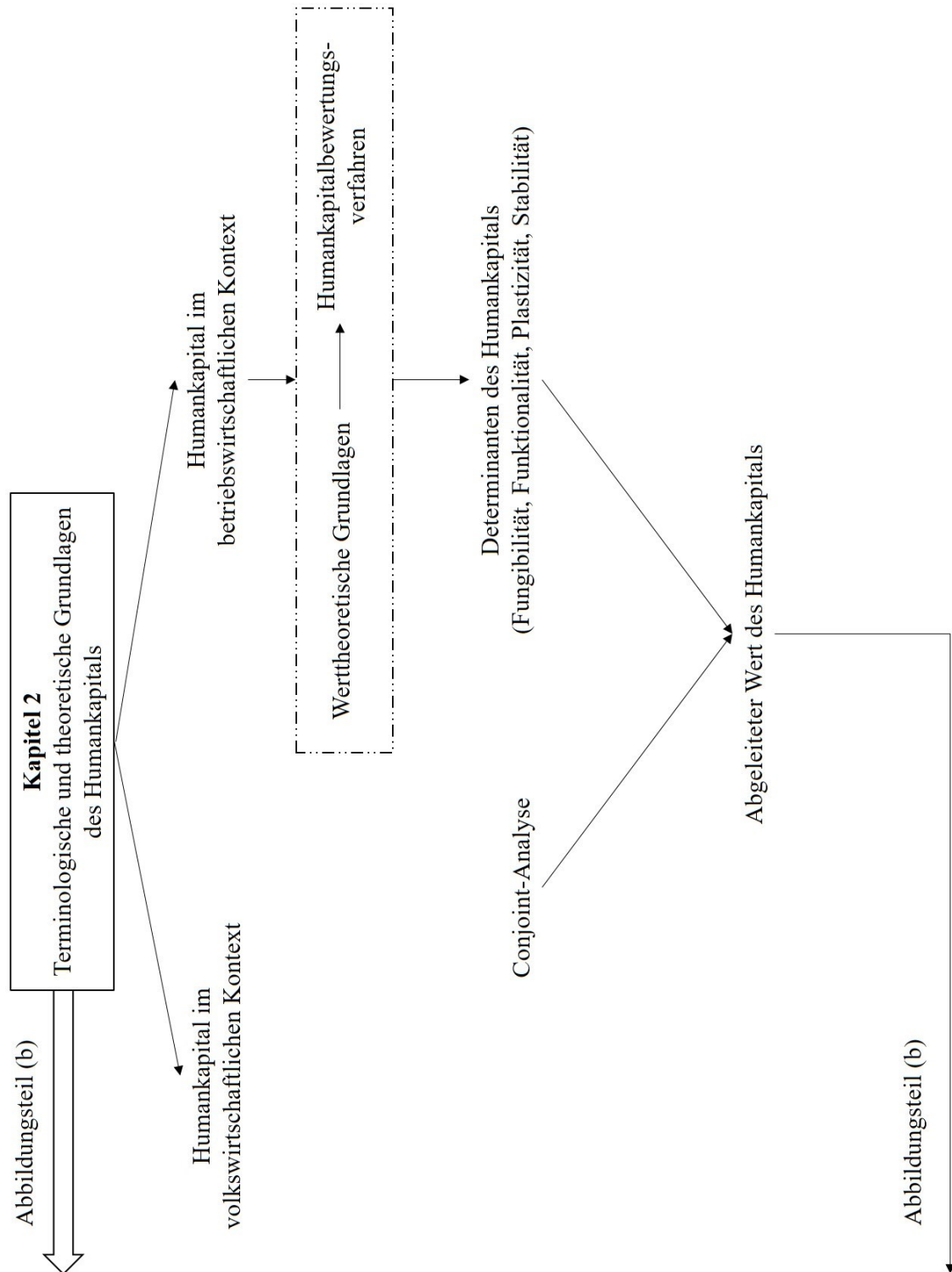
unscharfem Profilvergleich der Determinante Stabilität (Kapitel 4.3). Die Aggregation unscharfer Kompatibilitäten mehrerer Profile ist anschließend Untersuchungsgegenstand von Kapitel 4.4.

Kapitel 4.5 ist der Zusammenführung determinantenspezifischer Kompatibilitäten hin zu einem Humankapitalwert gewidmet. Es wird konstatiert, dass sich der Humankapitalwert als Ergebnis der Kompatibilitätsüberlegungen und betriebsbezogener Prioritäten ergibt.

Kapitel 2, 3 und 4 folgen der in Abbildung 1 (mit den Abbildungsteilen (a) und (b)) sinnfällig dargestellten Struktur der Arbeit.

Die Arbeit wird mit einer Zusammenfassung der Vorgehensweise zur Konzeption regelbasierter Kompatibilitätsansätze unter Berücksichtigung ausgewählter Limitationen und der Darlegung weiteren Forschungsbedarfs abgeschlossen (Kapitel 5).

Abbildungsteil (a)



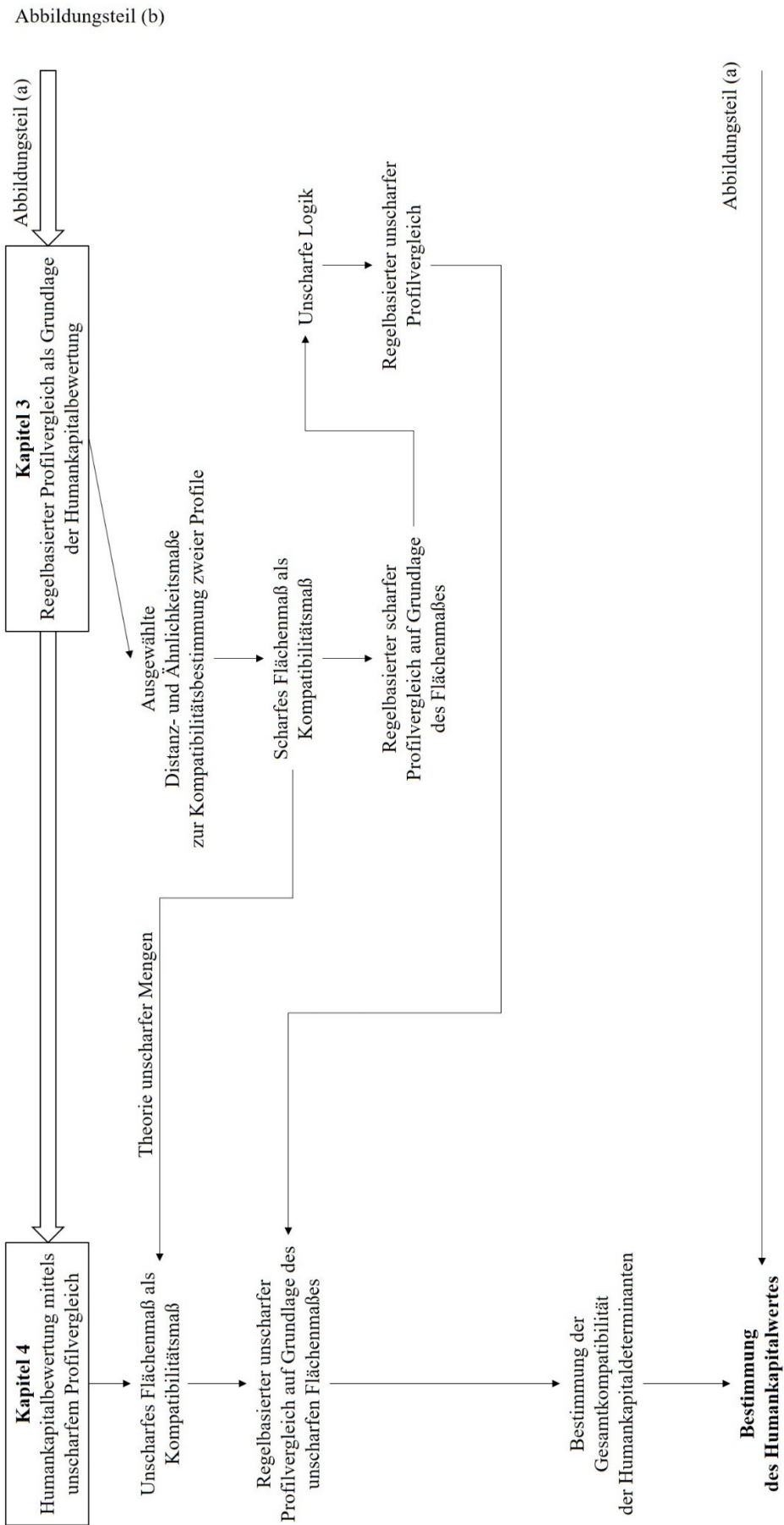


Abbildung 1: Struktur der vorliegenden Arbeit



### 1.3 Skizze eines Algorithmus zur Humankapitalbewertung

---

Zur Humankapitalbewertung wird in der vorliegenden Arbeit ein Algorithmus entwickelt und vorgestellt. Dieser wird im Folgenden in Verbindung mit Abbildung 2 sinnfällig dargestellt und erläutert.

Dabei stellt ein abgerundetes Rechteck den Start bzw. das Ende des Bewertungsprozesses dar, nicht abgerundete Rechtecke stehen sinnbildlich für durchzuführende Handlungen seitens des Bewerter und Rauten entsprechen Entscheidungsknoten mit den Alternativausprägungen *ja* und *nein*.

Ausgangspunkt der Bewertung bildet die Formulierung von Beurteilungskriterien und deren Zusammenfassung zu Profilen. Entsprechend den obigen Ausführungen haben die Profile stets betrieblicherseits erwünschte und faktisch vorliegende Ausprägungen der Beurteilungskriterien zum Gegenstand. Dabei sind zur Sicherstellung der Vergleichbarkeit identische Beurteilungskriterien im erwünschten und faktischen Profil zu berücksichtigen, um Aussagen über die Kompatibilität zweier Profile zu ermöglichen.

Die Bestimmung der Profilkompatibilitäten erfolgt dann in Abhängigkeit davon, ob die Ausprägungen der Beurteilungskriterien scharf bzw. unscharf sowie überschneidungsfrei bzw. nicht überschneidungsfrei vorliegen.

Zunächst ist festzustellen, ob überschneidungsfreie Kriterienaussprägungen vorliegen oder nicht. Liegt Überschneidungsfreiheit vor, bedeutet dies, dass sprachliche Ausdrücke der Kriterienaussprägungen (z.B. *gering*, *mittel* und *hoch*) disjunkt definiert sind. Ein konkreter Ausprägungswert ist also stets eindeutig einer Kategorie zugeordnet. Damit ist gemeint, ob bspw. eine gewisse Ausprägung der Fluktuationsrate als eindeutig *gering* oder eindeutig *mittel* oder eindeutig *hoch* identifiziert werden kann. Liegen keine überschneidungsfreien Kriterienaussprägungen vor, sind sprachliche Ausdrücke nicht disjunkt definiert. Dementsprechend wird ermöglicht, dass bspw. eine Ausprägung der Fluktuationsrate zu einem gewissen Grad als gering und zu einem gewissen Grad als mittel klassifiziert werden kann.

Zudem ist zu prüfen, ob die Bewertung scharf oder unscharf erfolgen soll. Bei einer scharfen Zuweisung wird jede Kriterienaussprägung vollständig einer einzigen Kategorie zugeordnet und es ergibt sich eine eindeutige Klassifikation. Unscharf bedeutet, dass graduelle Abstufungen der Zugehörigkeit einer Kriteriums-aussprägung vorgenommen

werden können. Damit ist gemeint, dass bspw. eine Fluktuationsrate nicht präzise angegeben werden kann, sondern lediglich ungefähr.

*Abbildungsteil (a):*

Liegen scharfe und zugleich überschneidungsfreie Kriterienausprägungen vor, ist zu klären, ob eine gerichtete oder ungerichtete Profilkompatibilität zu ermitteln ist. Eine ungerichtete Kompatibilität liegt dann vor, wenn zwar eine Aussage über den Abstand zweier Profile getätigt werden kann, jedoch nicht über strukturelle, profilseitige Unter- oder Überdeckungen. Es ist somit nicht möglich, etwas darüber auszusagen, welches von zwei Profilen das strukturell „bessere“ oder „schlechtere“ ist. Dies kann bspw. dann von Interesse sein, wenn die mit einer betrieblichen Position verbundenen Anforderungen die Qualifikationen eines Mitarbeiters übersteigen.

Zur Verdeutlichung erfolgt kurz die Betrachtung der fachlichen Eignung von Arbeitskräften, die sich aus der Gegenüberstellung betrieblicher Anforderungen und arbeitskraftseitiger Qualifikationen ergibt (siehe ausführlich Kapitel 2.2.3.2.2). Als Beurteilungskriterien  $k$  können dann bspw. fachliche Kenntnisse ( $k = 1$ ), analytische Fähigkeiten ( $k = 2$ ) und technische Fertigkeiten ( $k = 3$ ) in Ansatz gebracht werden.

Mit gegebenen Ausprägungen betrieblicher Anforderungen  $A_k$  und arbeitskraftseitiger Qualifikationen  $B_k$  lassen sich dann zwei Profile  $P_1$  und  $P_2$  formulieren. In der vorliegenden Arbeit wird angenommen, dass sich die Ausprägungen von Beurteilungskriterien auf einer metrischen Skala im Intervall  $[0; 10]$  erfassen lassen (siehe ausführlich Kapitel 3.1.2). Die beiden Profile lassen sich dann in vektorieller Darstellung<sup>20</sup> exemplarisch folgendermaßen formulieren:

$$\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} A_{k=1} \\ A_{k=2} \\ A_{k=3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} B_{k=1} \\ B_{k=2} \\ B_{k=3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aus den Vektoren lässt sich ablesen, dass die arbeitskraftseitig bereitgestellten fachlichen Kenntnisse größer sind als die benötigten ( $6 > 4$  bei  $k = 1$ ), die arbeitskraftseitig bereitgestellten analytischen Fähigkeiten und technischen Fertigkeiten jedoch nicht den Anforderungen genügen ( $1 < 2$  bei  $k = 2$  und  $2 < 4$  bei  $k = 3$ ). Die Differenz  $\vec{P}_1 - \vec{P}_2$  beider Vektoren nimmt dabei folgende Form an:<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup> „Die Zusammenfassung von  $m$  reellen Zahlen  $a_i \in \mathbb{R}$  zu einem  $m$ -Tupel heißt Vektor“ [Ohse (2000), S. 3].

<sup>21</sup> Vgl. zur Durchführung der Subtraktion zweier Vektoren Ohse (2000), S. 8.

$$\vec{P}_1 - \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Mit der Differenz sich damit zwar kriterienspezifisch eine Aussage über Abweichungen der Ausprägungen der Beurteilungskriterien ableiten, jedoch lässt sich keine Aussage über den über die Kriterien aggregierten Größenunterschied tätigen.<sup>22</sup> Um die Vereinbarkeit und damit die Kompatibilität beider Profile zu bestimmen, reicht die vektorielle Darstellung alleine nicht aus.

Zur Ermittlung einer scharfen, ungerichteten Kompatibilität werden in der vorliegenden Arbeit zwei Vorgehensweisen präsentiert. Einerseits können scharfe Ähnlichkeits- und Distanzmaße (Kapitel 3.1.1) in Ansatz gebracht werden und andererseits lassen sich auf Basis der geometrischen Flächen zweier Profile Flächeninhaltsdifferenzen bilden (Kapitel 3.1.2). Aufgrund der Nichtberücksichtigung richtungsspezifischer Profilverdeckungen und -überschüsse der vorgestellten Ähnlichkeits- und Distanzmaße wird der Vorschlag unterbreitet, Kriterienausprägungen der Profile als geometrische Flächen zu interpretieren. Mit resultierenden Flächenmaßen können dann Schlüsse dahingehend gezogen werden, inwieweit ein Profil gegenüber einem anderen Profil eine Unterdeckung oder einen Überschuss aufweist, je nachdem welche der beiden Flächen die größere ist. Zudem können auf Grundlage intervallbasierter Kriterienausprägungen Flächeninhaltsintervalle bestimmt und regelbasiert weiterverarbeitet werden. Die Bestimmung solcher profilspezifischen Flächeninhaltsintervalle wird in der vorliegenden Arbeit skizziert (Kapitel 3.1.3.2). Es resultiert dann ein Flächeninhaltsintervall eines Profils auf dessen Basis sich anschließend ein Vergleich mit dem Flächeninhaltsintervall eines anderen Profils vornehmen lässt.

Liegen stattdessen zwar überschneidungsfreie Kriterienausprägungen vor, die aber lediglich unscharf angegeben werden können, ist wiederum die Frage zu stellen, ob Unter- und Überdeckungen bei der Bewertung relevant sind. Besitzen diese keine Relevanz, können unscharfe Ähnlichkeits- und Distanzmaße zur Bestimmung einer unscharfen, ungerichteten Profilkompatibilität in Ansatz gebracht werden. Eine nähere Betrachtung der in der vorliegenden Arbeit beleuchteten Ähnlichkeits- und Distanzmaße in unscharfer Form erfolgt nicht. Dies ist darin begründet, dass insbesondere solche

---

<sup>22</sup> Zwei Vektoren gelten dann als gleich, wenn sie komponentenweise die gleichen Ausprägungen aufweisen. Sobald sich zwei Vektoren in der Ausprägung einer Komponente unterscheiden, werden sie als ungleich eingestuft [vgl. Ohse (2000), S. 6].

Überlegungen zu präsentieren sind, mit denen gerichtete Kompatibilitätsaussagen ermöglicht werden sollen.<sup>23</sup> Da mit den betrachteten Maßen bereits im scharfen Fall keine Aussage über die Richtung einer Kompatibilität getätigt werden kann, ist dies auch im unscharfen Fall nicht möglich.

Besitzen Unter- und Überdeckungen jedoch Relevanz, lassen sich wiederum Profilflächen bestimmen, die nun jedoch in unscharfer Form vorliegen. Da in der vorliegenden Arbeit unscharfe Flächen und korrespondierende Rechenoperationen im Kontext unscharfer Regelsysteme vorgestellt werden, wird ebenfalls keine gesonderte Betrachtung derartiger Kompatibilitätsermittlungen vorgenommen.

*Abbildungsteil (b):*

Liegen in Abgrenzung zur vorherigen Situation keine überschneidungsfreien Kriterienausprägungen vor, wird in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagen, unscharfe Regelsysteme in Ansatz zu bringen (Kapitel 3.2). Dies ist darin begründet, dass sprachliche Ausdrücke (z. B. gering, mittel und hoch) der Kriterienausprägungen nicht mehr disjunkt definiert sind. Dementsprechend wird zugelassen, dass sich eine Kriteriumsausprägung mehr als einem sprachlichen Ausdruck zuordnen lässt.

Wiederum ist seitens des Bewerter zu entscheiden, ob die Bestimmung profilseitiger Über- und Unterdeckungen relevant ist oder nicht. Ist sie nicht relevant, wird vorgeschlagen, einen regelbasierten unscharfen Profilvergleich ohne Berücksichtigung von Über- und Unterdeckungen vorzunehmen (Kapitel 3.2.3). Ist sie stattdessen relevant, ist ein regelbasierter unscharfer Profilvergleich mit Berücksichtigung von Über- und Unterdeckungen durchzuführen (Kapitel 3.2.4).

In beiden Fällen lassen sich zur Fundierung der Regelsysteme unscharfe Profilflächen heranziehen. Mit dieser Vorgehensweise wird gewährleistet, dass sich Aussagen über eine unscharfe, gerichtete bzw. ungerichtete, regelbasierte Profilkompatibilität ableiten lassen.

*Abbildungsteil (c):*

Im Anschluss an die Bestimmung der jeweiligen Profilkompatibilitäten geht der Bewertungsprozess in die nächste Phase über. Dabei ist zunächst seitens des Bewerter zu entscheiden, ob eine Aggregation der Profilkompatibilitäten hin zu einer

---

<sup>23</sup> Vgl. z. B. zur unscharfen euklidischen Distanz Spengler (1993), S. 67.

Gesamtkompatibilität vorzunehmen ist oder nicht (Kapitel 4.4.2.4). Die Bestimmung des in der vorliegenden Arbeit zu ermittelnden Humankapitalwertes zielt auf die Berücksichtigung der Profilkompatibilitäten ab. Dennoch kann es für den Bewerter von Interesse sein, die Gesamtkompatibilität über alle Determinanten zu bestimmen, um ggf. determinantenübergreifende Handlungsbedarfe aufzudecken.

Wird eine Gesamtkompatibilität ermittelt, liegt diese aufgrund der Anwendung unscharfer Regelsysteme in unscharfer Form vor. Deshalb muss der Bewerter entscheiden, ob diese mit einem Defuzzifizierungsverfahren in eine scharfe Outputgröße zu transformieren ist.

Unabhängig davon, ob eine Gesamtkompatibilität ermittelt wird und ob diese defuzzifiziert wird oder nicht, erfolgt die Berücksichtigung der Überlegungen seitens der Conjoint-Analyse. Ziel ist dabei die Verknüpfung von Profilkompatibilitäten mit den betriebsbezogenen Prioritäten. Die Conjoint-Analyse wird in der vorliegenden Arbeit in zweifacher Hinsicht berücksichtigt. Dies betrifft einerseits die 1) Bestimmung von Teilnutzenwerten und andererseits die 2) Ermittlung von Determinantenrelevanzen.

Zu 1) Es sind zunächst die Teilnutzenwerte zu bestimmen, die einzelnen Determinantenausprägungen zugewiesen werden (Kapitel 4.5.2.3). Teilnutzenwerte drücken aus, wie stark eine konkrete Ausprägung einer Humankapitaldeterminante im Vergleich zu alternativen Ausprägungen derselben Determinante zum Gesamtwert des Humankapitals beiträgt. Sie ermöglichen damit eine Bewertung innerhalb der einzelnen Determinanten und bilden die Gründe dafür, Kompatibilitäten zweier Profile nicht nur festzustellen, sondern auch zu bewerten. Mit Teilnutzenwerten wird zum Ausdruck, inwieweit bspw. eine *hohe* Stabilität einer *geringen* Stabilität vorgezogen wird.

Zu 2) Anschließend sind die Determinantenrelevanzen zu ermitteln (Kapitel 4.5.2.4). Die Relevanz einer Determinante beschreibt ihre relative Bedeutung für den Gesamtwert des Humankapitals. Sie spiegelt wider, wie stark eine Determinante im Vergleich zu anderen zur Nutzenzuschreibung beiträgt. Mit den Determinantenrelevanzen wird also ausgedrückt, welche Relevanz bspw. die Stabilität gegenüber der Fungibilität aufweist.

Darauf aufbauend erfolgt auf Grundlage unscharfer Regelsysteme die Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge (Kapitel 4.5.2.5).

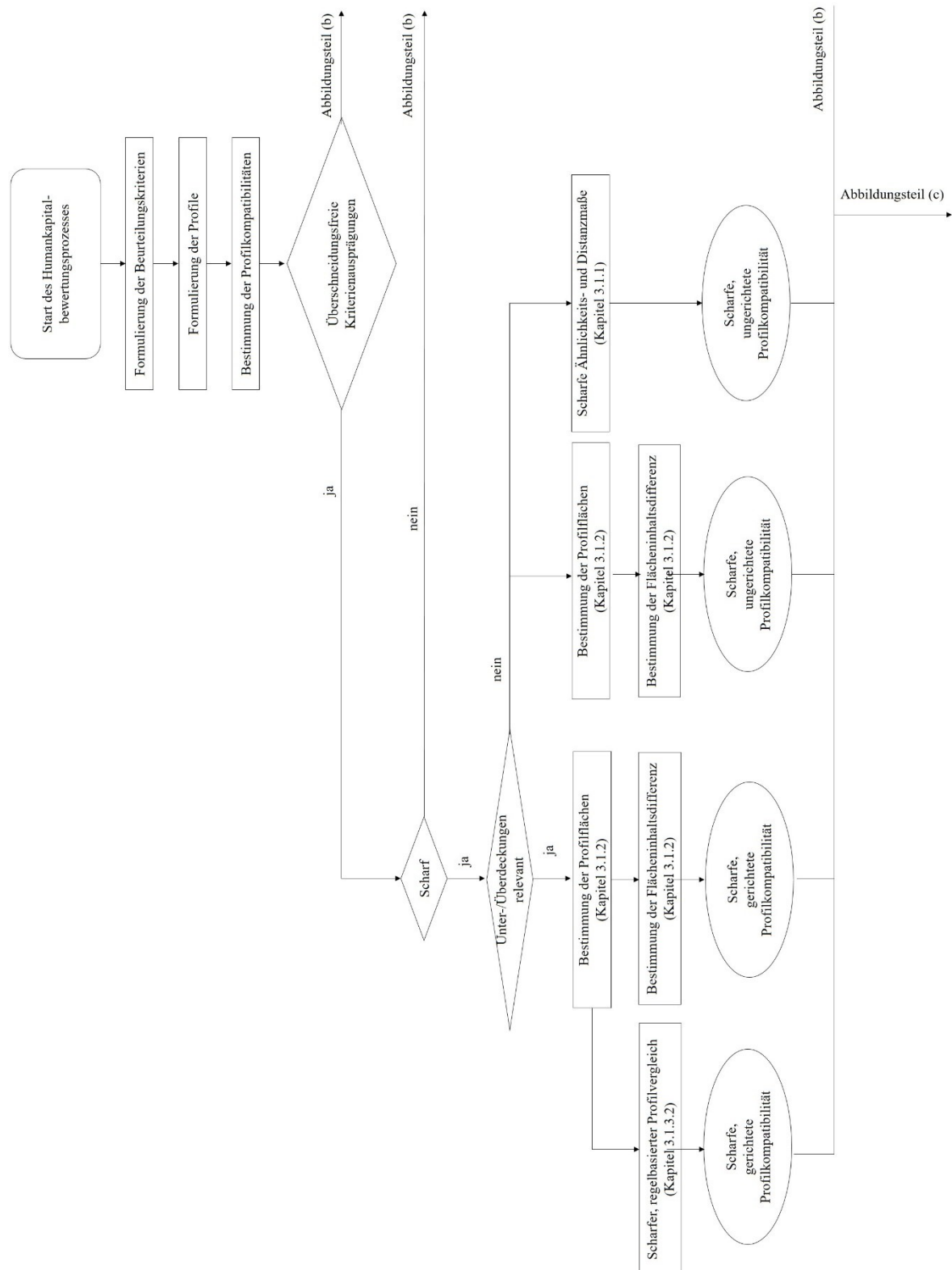
Die regelbasierte Aggregation der ermittelten Kompatibilitätsausprägungen der Profilvergleiche führt unter Berücksichtigung der Teilnutzenwerte sowie der Determinantenrelevanzen zu einer Aussage über den Humankapitalwert (Kapitel 4.5.3).

Da dessen Ausprägung in unscharfer Form vorliegt, ist seitens des Bewerters wiederum zu entscheiden, ob eine Defuzzifizierung vorzunehmen ist.

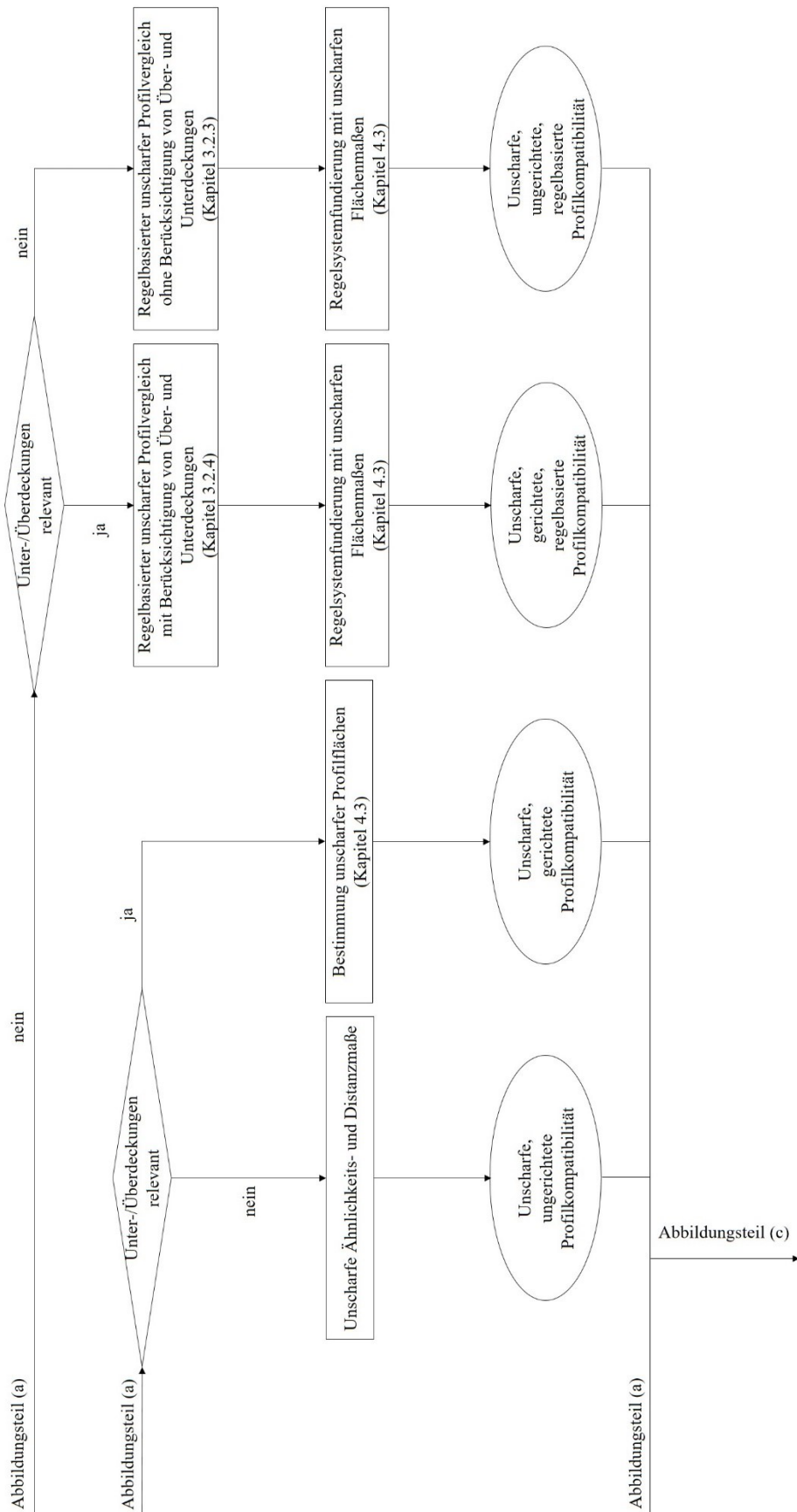
Unabhängig von der Entscheidung, ob eine Defuzzifizierung vorgenommen wird oder nicht, endet der in der vorliegenden Arbeit vorgestellte Bewertungsprozess.

Im Verlauf der vorliegenden Arbeit werden die einzelnen Schritte und die korrespondierenden Bestandteile des Humankapitalbewertungsprozesses ausführlich vorgestellt.

Abbildungsteil (a)



Abbildungsteil (b)





Abbildungsteil (c)

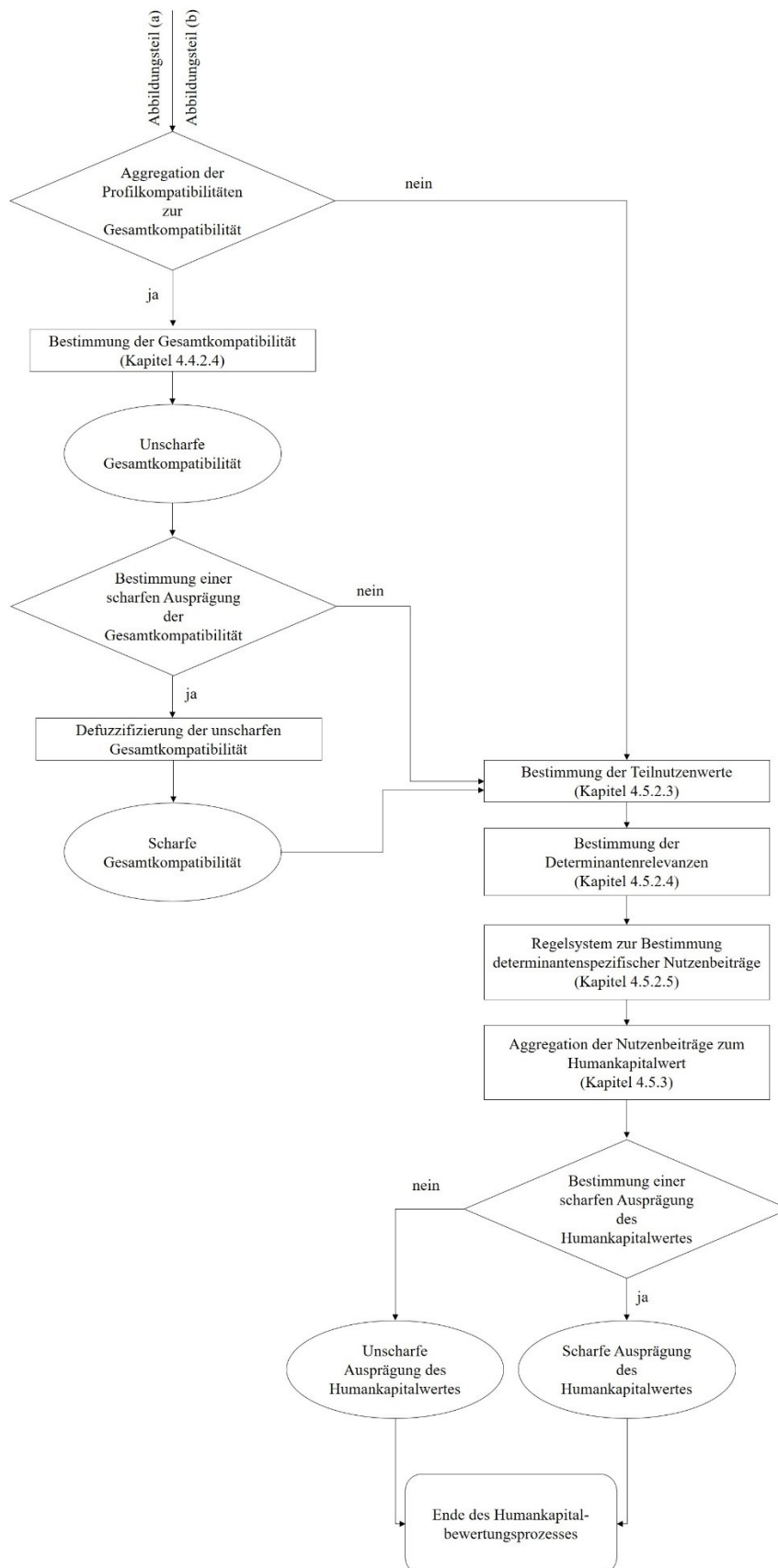


Abbildung 2: Systematik des Bewertungsprozesses

---

## 2 Terminologische und theoretische Grundlagen des betrieblichen Humankapitals

---

### 2.1 Kapitalbegriffe und deren Bedeutungen

---

Bevor terminologische und theoretische Grundlagen des Humankapitals aufgezeigt werden, erfolgt eine Abgrenzung des Humankapitals zu anderen (vor allem soziologischen) Kapitalbegriffen.

Eine Dekomposition des Terminus Humankapital führt zu den Begriffsbestandteilen *Kapital* und *human*. Human (*lat.* humanus) bedeutet menschlich oder zum Menschen gehörend.<sup>24</sup>

Mutmaßlich stammt der Begriff des Kapitals aus der Antike, in welcher eine Herde Tiere als Kapital (*altgriechisch* ἀρχαῖον<sup>25</sup>) und die daraus resultierenden Jungtiere als Zins (*altgriechisch* τόκος im Sinne von neugeboren<sup>26</sup>) bezeichnet werden. Eine etymologische Herleitung des Begriffes Kapital vom *lat.* caput (*dt.* Haupt, Kopf, Spitze)<sup>27</sup> stützt diese Vermutung, da eine Herde Tiere den Kopf und dementsprechend den Ursprung des sich vermehrenden Kapitals in der alten römischen Zeit darstellt.<sup>28</sup> In Bezug auf wirtschaftliche Handlungen lässt sich Kapital dann als Quelle „[...] woraus der Handel hergeleitet und fortgesetzt wird [...]“<sup>29</sup> auffassen.<sup>30</sup>

In Abhängigkeit verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen gibt es unterschiedliche Auffassungen über den Kapitalbegriff und korrespondierende Bestandteile, weshalb im Folgenden (recht kurz) eine Darlegung ausgewählter Kapitalbegriffe und deren Bedeutungen erfolgt. Eine Differenzierung kann anhand der zu betrachtenden Wissenschaftsdisziplin (z. B. sozial- oder wirtschaftswissenschaftliche Perspektive), der Art des Kapitals (z. B. Real- oder Finanzkapital), der Beschaffenheit (z. B. immaterielles

---

<sup>24</sup> *Human* kann in anderen Zusammenhängen auch als „sanft, ohne Härte, freundlich“ verwendet werden [vgl. DWDS (c), Stichwort: human, Langenscheidt, Stichwort: humanus].

<sup>25</sup> Operone (a), Stichwort: ἀρχαῖον.

<sup>26</sup> Operone (b), Stichwort: τόκος.

<sup>27</sup> Vgl. DWDS (d), Stichwort: Kapital.

<sup>28</sup> Vgl. Rehbein/Saalmann (2014), S. 134.

<sup>29</sup> Krünitz (a) Stichwort: Capital.

<sup>30</sup> In anderen Kontexten wird Kapital auch als „Besitz an Geld und anderen Werten, die zu einer Produktion verwendet werden“ definiert [vgl. DWDS (d), Stichwort: Kapital]. Fisher (1927) bezeichnet mit Kapital einen Bestand an Vermögen (*engl.* wealth) zu einem bestimmten Zeitpunkt. Anhand dieser Definition ist die Schwierigkeit erkennbar, eine eindeutige Abgrenzung von Kapital und Vermögen vorzunehmen. In Fishers Werk heißt es: „A stock of wealth existing at an instant of time is called capital. A flow of services through a period of time is called income“ [Fisher (1927), S. 52]. Fisher stellt hier explizit klar, dass Kapital als eine Bestandsgröße und Einkommen als eine Stromgröße charakterisiert sind.

oder physisches Kapital) oder hinsichtlich des Eigentümers (Eigen- oder Fremdkapital) vorgenommen werden.

Böhm-Bawerk (1912) definiert Kapital als „[...] Inbegriff von Produkten, die als Mittel des Gütererwerbes dienen.“<sup>31</sup> Er akzentuiert, dass diese Güter nicht zum unmittelbaren Konsum gedacht sind, sondern für den Erwerb weiterer Güter zu verwenden sind.<sup>32</sup> Von Mises (1980) konkretisiert diese Definition und bezeichnet mit Kapital „[...] die in Geld ausgedrückte Summe des Wertes aller dem Erwerb gewidmeten Güter [...]“.<sup>33</sup> Damit wird hervorgehoben, dass Kapital in Geldeinheiten zu bewerten ist. Die Gesamtheit der für den Erwerb vorgesehenen Güter ist abzugrenzen vom Verbrauchsvermögen.<sup>34</sup>

In der Volkswirtschaftslehre erfolgt eine Differenzierung zwischen physischem Kapital (z. B. Maschinen und Gebäude), Finanzkapital (finanzielle Mittel zur Durchführung von Investitionen) und Humankapital.<sup>35</sup>

Im rechnungslegungstheoretischen Kontext bildet die Aktivseite einer Bilanz das Vermögen<sup>36</sup> im Sinne der Mittelverwendung und die Passivseite das Kapital in Form von Eigen- und Fremdkapital im Sinne der Mittelherkunft ab.<sup>37</sup> Dabei entspricht Eigenkapital den von den Eigentümern eines Unternehmens zur Verfügung gestellten Mitteln.<sup>38</sup> Das Fremdkapital umfasst in Abgrenzung hierzu sämtliche hinreichend sicher erwartbare oder bestehende Unternehmensverpflichtungen gegenüber Dritten.<sup>39</sup> In diesem Zusammenhang erscheinen Vermögen und Kapital als zwei Seiten derselben Medaille. Die Passivseite einer Bilanz stellt den Ursprung des Kapitals in Form von Eigen- und Fremdkapital und dementsprechend in Anlehnung an Böhm-Bawerk und von Mises das monetäre Äquivalent der Gesamtheit der dem Unternehmen zur Verfügung stehenden wirtschaftlichen Güter dar. Dieses Kapital ist in dem zur Verfolgung des Geschäftszweckes der Unternehmung dienlichen, auf der Aktivseite der Bilanz abgebildeten, Vermögen gebunden.

---

<sup>31</sup> Böhm-Bawerk (1912), S. 54-55, zitiert nach Bucharin (1972), S. 55.

<sup>32</sup> Vgl. Böhm-Bawerk (1921), S. 5.

<sup>33</sup> Von Mises (1980), S. 253.

<sup>34</sup> Vgl. von Mises (1980), S. 253.

<sup>35</sup> Vgl. Krugman/Wells (2017), S. 763.

<sup>36</sup> Vermögen wird als „[...] der ganze Inbegriff, die ganze Summe oder Masse von geistigen und körperlichen Gütern, d.h. geistiges und körperliches oder sinnliches Vermögen, welche ein Mensch als Mittel zur Erreichung seiner Zwecke, zur Ermöglichung seiner Handlungen besitzt, und zwar in der Voraussetzung, daß [sic!] er diese Güter rechtlich erworben hat“ definiert [Krünitz (b), Stichwort: Vermögen].

<sup>37</sup> Vgl. Heesen (2017), S. 13.

<sup>38</sup> Vgl. Coenenberg et al. (2018), S. 333.

<sup>39</sup> Vgl. Coenenberg et al. (2018), S. 421.

In sozialwissenschaftlicher Ausrichtung unterscheidet Bourdieu<sup>40</sup> in seiner Kapitaltheorie zwischen I) ökonomischem, II) kulturellem und III) sozialem Kapital<sup>41, 42</sup>.

Zu I) Ökonomisches Kapital ist nach Bourdieu solches, welches direkt und unmittelbar in monetären Einheiten quantifiziert werden kann.<sup>43</sup> Dieser Kapitalart werden die materiellen Ressourcen sowie verfügbares Geldvermögen zugerechnet.<sup>44</sup> Die Verfügung über ausschließlich ökonomisches Kapital stellt keine Garantie für eine hohe soziale Stellung und damit korrespondierende Machtausübung dar. Erst in Verbindung mit kulturellem und sozialem Kapital kann Macht ausgeübt werden.<sup>45</sup>

Zu II) Das kulturelle Kapital kann nach Bourdieu in inkorporierter, objektivierter und institutionalisierter Form vorliegen.<sup>46</sup>

Inkorporiertes Kapital stellt Bildungskapital dar.<sup>47</sup> Dem Bildungskapital wird solches Wissen zugerechnet, das durch (schulische) Ausbildungen angeeignet wird.

Unter objektiviertem Kulturkapital wird an ein physisches Objekt gebundenes und dementsprechend materiell übertragbares Kulturkapital verstanden. Als Objekte kommen z. B. Schriften, Gemälde oder Denkmäler in Betracht.<sup>48</sup> Bourdieu unterscheidet zwischen sogenannter materieller und symbolischer Aneignung. Während materielle Aneignung (z. B. Erwerb eines Gemäldes) ökonomisches Kapital voraussetzt<sup>49</sup>, setzt symbolische Aneignung (z. B. Besitz kulturellen Verständnisses für den „Genuss“ eines Gemäldes) inkorporiertes Kulturkapital voraus.<sup>50</sup>

Inkorporiertes, objektiviertes Kulturkapital in Form von Titeln und zertifizierten Abschlüssen wird als institutionalisiertes Kulturkapital bezeichnet.<sup>51</sup> Institutionelle

---

<sup>40</sup> Bourdieu führt aus, dass die Verteilungsstruktur des Kapitals der Struktur der gesellschaftlichen Welt entspricht. Unter letztgenannter Struktur werden die Möglichkeiten und Grenzen von Individuen verstanden, Erfolg zu haben und soziale Aufstiege zu erzielen [vgl. Bourdieu (1983), S. 183 i.V.m. Yağdi (2019), S. 29]. Die genannten Kapitalarten dienen demnach zur Erklärung sozialer Unterschiede, welche auf die unterschiedliche individuelle Ausstattung mit Kapital zurückzuführen sind. Erst die Akkumulation aller vier Kapitalarten ermöglicht einem Individuum, eine gewisse soziale Stellung zu erreichen und damit die Fähigkeit zu erlangen, Macht über andere auszuüben.

<sup>41</sup> Bourdieu bezeichnet mit Kapital recht interpretationsoffen „[...] akkumulierte Arbeit, entweder in Form von Materie oder in verinnerlichter, „inkorporierter“ Form“ [Bourdieu (1983), S. 183].

<sup>42</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 185-195.

<sup>43</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 185.

<sup>44</sup> Vgl. Yağdi (2019), S. 30.

<sup>45</sup> Vgl. Treibel (2004), S. 229.

<sup>46</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 185.

<sup>47</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 186.

<sup>48</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 188.

<sup>49</sup> Vgl. Treibel (2004), S. 230.

<sup>50</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 188-189.

<sup>51</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 189.

Anerkennung wird durch schulische oder akademische Abschlüsse oder Titel (z. B. Abitur, Bachelor-, Masterabschluss oder Promotion) erlangt.<sup>52</sup>

Zu III) Soziales Kapital definiert Bourdieu als die „[...] Gesamtheit der aktuellen und potentiellen Ressourcen, die mit dem Besitz eines dauerhaften Netzes von mehr oder weniger institutionalisierten Beziehungen gegenseitigen Kennens oder Anerkennens verbunden sind [...]“<sup>53</sup> Simplifizierend ausgedrückt geht es um die Beziehungen eines Individuums, aus welchen Nutzen gezogen werden kann.<sup>54</sup>

Die genannten Kapitalarten lassen sich teilweise in terminologisch leicht abgewandelter Form auch im betriebswirtschaftlichen Kontext wiederfinden. Scholz et al. (2011) benennen finanzielles (z. B. liquide Mittel, Forderungen und Finanzanlagen), physisches (z. B. Gebäude und Maschinen), organisationales (z. B. sogenanntes Struktur- und Prozesskapital), Beziehungs- (z. B. Kunden- und Lieferantenbeziehungen) und Humankapital (z. B. Wissen, Fähigkeiten und Kreativität) als unternehmerische Kapitalressourcen. Dabei bildet die Summe aus Humankapital, organisationalem Kapital und Beziehungskapital das intellektuelle Kapital.<sup>55</sup>

Es entsprechen – cum grano salis – finanzielles und physisches Kapital dem ökonomischen Kapital, organisationales dem objektivierten Kulturkapital, Beziehungs- dem sozialen Kapital und Human- dem inkorporierten Kulturkapital.

Im Folgenden ist Humankapital einer näheren Betrachtung zu unterziehen, da dessen Bewertung Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist. Um eine Arbeitsdefinition für Humankapital abzuleiten, erfolgt zunächst eine Darlegung dessen volkswirtschaftlicher und betriebswirtschaftlicher Perspektiven.

---

<sup>52</sup> Vgl. Bourdieu (1983), S. 190.

<sup>53</sup> Bourdieu (1983), S. 190.

<sup>54</sup> Vgl. Treibel (2004), S. 230.

<sup>55</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 54.

## 2.2 Begriff und Wert des Humankapitals

---

### 2.2.1 Volkswirtschaftliche und betriebswirtschaftliche Betrachtung des Humankapitals

---

#### 2.2.1.1 Humankapital im volkswirtschaftlichen Kontext

---

Im vorliegenden Teilkapitel werden die in der Volkswirtschaftslehre zu verortenden Ursprünge der Humankapitaltheorie<sup>56</sup> dargelegt. Als Urväter dieser Theorie<sup>57</sup> gelten Gary S. Becker, Jacob Mincer sowie Theodore W. Schultz.<sup>58</sup> Die bis zur Ausarbeitung der Humankapitaltheorie getroffene Annahme der Homogenität der durch Individuen zur Verfügung gestellten Arbeitskraft wird relaxiert. In der Humankapitaltheorie erfolgt eine Postulierung qualitativer Differenzierungen menschlicher Arbeitskraft und damit die Formulierung eines Zusammenhangs zwischen Bildung, Produktivität und Einkommen.<sup>59</sup> In diesem Kontext wird die simplifizierende Annahme getroffen, dass aus einem hohen Bildungsstand eine hohe Produktivität und aus dieser ein hohes Einkommen resultieren.<sup>60</sup> Dementsprechend lassen sich Arbeitseinkommensverteilungen daraus erklären, dass Investitionen in Bildung zu einem differenzierten Arbeitsangebot führen mit welchem unterschiedlich ausgeprägte Produktivitäten einhergehen.<sup>61</sup>

Sesselmeier und Blauermel (1998) definieren Humankapital als „Bestand an produktiver Fähigkeit und Können [...], der einen Einkommensstrom zur Folge hat bzw. haben kann“<sup>62</sup>. In dieser Definition sind zwei Aspekte einer näheren Betrachtung zu unterziehen. Das Humankapital wird den genannten Autoren nach als Bestandsgröße

---

<sup>56</sup> Die Humankapitaltheorie stellt eine Erweiterung der neoklassischen Theorie dar. Als deren Hauptvertreter zählen der französische Ökonom Léon Walras (1834-1920), der österreichische Ökonom Carl Menger (1840-1921) sowie der britische Ökonom Alfred Marshall (1842-1924). Im Rahmen dieser Theorie gelten das Heranziehen der subjektiven Wertlehre sowie die mathematische Herleitung von Marktgleichgewichten als wesentliche Erweiterungen der klassischen Nationalökonomie [vgl. z. B. Rogall (2006), S. 57]. Zur Betrachtung der klassischen Nationalökonomie vgl. z. B. Muhs (1963), S. 52-70; Weber (1960).

<sup>57</sup> Die Humankapitaltheorie wird bisweilen auch als Theorie der Einkommensverteilung oder als Theorie der Weiterbildungsbeteiligung bezeichnet [vgl. z. B. Wolter/Schiener (2009), S. 93]. Wird den reinen Begriffen gefolgt, so können diese Bezeichnungen als Teil- bzw. Spezialgebiete der Humankapitaltheorie betrachtet werden. Da die Humankapitaltheorie den Zusammenhang zwischen Bildung, Produktivität und Einkommen zum Gegenstand hat, stellen Einkommensverteilungen und Weiterbildungsinvestitionen und -finanzierungen spezielle Teilfragen der Humankapitaltheorie dar.

<sup>58</sup> Vgl. z. B. Sesselmeier/Blauermel (1998), S. 65; Diebolt et al. (2017), S. 5.

<sup>59</sup> Vgl. Diebolt et al. (2017), S. 5.

<sup>60</sup> Vgl. Diebolt et al. (2017), S. 5.

<sup>61</sup> Vgl. Sesselmeier/Blauermel (1998), S. 65.

<sup>62</sup> Sesselmeier/Blauermel (1998), S. 65.

angesehen. Zudem geht es in der Definition um produktive Fähigkeiten und Können, die Einkommensströme generieren bzw. generieren können. Das Adjektiv produktiv kann in diesem Kontext als ergiebig oder fruchtbar verstanden werden.<sup>63</sup> Durch die Auffassung, dass im Humankapital sowohl der Bestand inkludiert ist, mit dem Einkommen generiert wird, als auch der Bestand, mit dem Einkommen generiert werden kann, sind in dieser Begriffsauslegung sämtliche Fähigkeiten und sämtliches Können inkludiert, welche das Potenzial besitzen, Einkommen zu erwirtschaften. In der vorliegenden Arbeit werden hierauf aufbauend nicht nur die Fähigkeiten von Arbeitskräften, sondern auch deren Bereitschaft, diese im Unternehmen einzusetzen, als Bestandteile des Humankapitals aufgefasst.

Korrespondierende Stromgrößen zum Aufbau des Humankapitals werden von Sesselmeier und Blauermel (1998) als Humankapitalinvestition bezeichnet, welche als „[...] alle Handlungen, die die Produktivität in der Zukunft beeinflussen“<sup>64</sup> definiert sind. Becker (2005) konkretisiert diese Handlungen und bezeichnet Auszahlungen<sup>65</sup> z. B. für Schulbildung, Ausbildung und medizinische Versorgung als Investitionen in das Humankapital.<sup>66</sup> Schultz (1961) führt weitere Beispiele für Humankapitalinvestitionen auf und bezeichnet neben der Schul- und Ausbildung sowie der medizinischen Versorgung auch die Beeinflussung der Migrationsfähigkeit<sup>67</sup> von Individuen zur

---

<sup>63</sup> Vgl. DWDS (e), Stichwort: produktiv.

<sup>64</sup> Sesselmeier/Blauermel (1998), S. 65.

<sup>65</sup> Im englischen Original heißt es hierzu: „Consequently, it is fully in keeping with the capital concept as traditionally defined to say that expenditures on education, training, medical care, etc., are investments in capital. However, these produce human, not physical or financial, capital because you cannot separate a person from his or her knowledge, skills, health, or values the way it is possible to move financial and physical assets while the owner stays put“ [Becker (2005), S. 16]. Der Begriff „expenditures“ lässt sich mit Aufwendungen oder Ausgaben und in Verbindung mit „capital“ und dementsprechend „capital expenditures“ als Investitionsausgaben oder Kapitalaufwendungen übersetzen [vgl. Pons (a), Stichwort: expenditures]. Dieser Arbeit wird der zahlungsstromorientierte Investitionsbegriff zugrunde gelegt. Dementsprechend ist eine Investition eine mit einer Auszahlung beginnende Zahlungsreihe, auf die zukünftige Einzahlungen folgen. Vgl. hierzu und zu weiteren Investitionsbegriffen z. B. Hölscher/Helms (2018), S. 7.

<sup>66</sup> Vgl. Becker (2005), S. 16.

<sup>67</sup> Der Begriff Migration stammt aus der Übersetzung des *lat.* Substantives *migratio* und bedeutet Wanderung [vgl. Pons (b), Stichwort: *migratio*]. Dementsprechend geht es bei der Migrationsfähigkeit eines Individuums um die Fähigkeit – im übertragenen Sinne – zu wandern. Während sich Migration im klassischen Sinne, vom *lat. migratio* (*dt.* Auswanderung) abgeleitet [vgl. Wiktionary (a), Stichwort: Migration], auf lokale Veränderungen bezieht, kann sich der Begriff Migrationsfähigkeit (Wanderungsfähigkeit) ebenso auf die Änderungsfähigkeit in qualitativer Hinsicht beziehen. Damit ist dann die Fähigkeit einer Arbeitskraft gemeint, sich (z. B. durch Schulungen) in qualifikatorischer Hinsicht zu ändern.

Anpassung an sich verändernde Beschäftigungsmöglichkeiten als Humankapitalinvestition.<sup>68</sup>

Individuen müssen sich in diesem Kontext mit Fragen hinsichtlich ihres qualitativen, quantitativen, temporalen und lokalen Arbeitsangebots auseinandersetzen. Aus ökonomischer Perspektive stehen Individuen vor der Entscheidung, ob, und wenn ja welche, Humankapitalinvestitionen getätigt werden. Joll et al. (1983) formulieren ein relativ einfaches Grundmodell der Humankapitaltheorie zur Fundierung individueller Investitionsentscheidungen.<sup>69</sup> Diesem Modell liegt die Annahme zugrunde, dass ein Individuum bereits über einen Bildungsabschluss und dementsprechend eine Ausgangsqualifikation  $\psi$  verfügt. Das Individuum muss eine Entscheidung über die Durch- bzw. Nichtdurchführung einer Schulung treffen, die zum Zeitpunkt  $t = 0$  beginnt. Sofern sich das Individuum für die Durchführung der Schulung entscheidet, verfügt es ab Periode  $t_1$  bis zum Ende des Berufslebens  $t = T$  über die Zielqualifikation  $\psi'$ . Zudem wird in dem Grundmodell angenommen, dass das Individuum mit der Ausgangsqualifikation  $\psi$  bzw. der Zielqualifikation  $\psi'$  Beschäftigungsmöglichkeiten hat, die zu periodenbezogenen Einzahlungen  $EZ_{t,\psi}$  bzw.  $EZ_{t,\psi'}$  führen (vgl. Abbildung 3).<sup>70</sup> Das Individuum hat also, dem Grundmodell folgend, entweder die Möglichkeit, ab Zeitpunkt  $t = 0$  eine Schulung mit einer Dauer  $SD$  zur Zielqualifikation durchzuführen und ab dem Zeitpunkt  $t = t_1$  höhere Einzahlungen ( $EZ_{t,\psi'} > EZ_{t,\psi}$ ) oder bis zum Renteneintritt  $t = T$  die bisherige Qualifikation beizubehalten und Einzahlungen in Höhe von  $EZ_{t,\psi}$  zu generieren. In dem Modell lässt sich sowohl die Überlegung berücksichtigen, dass das Individuum während der Ausbildung keine Einzahlungen erzielt, als auch die Möglichkeit, dass es während der Ausbildung Einzahlungen (z. B. in Form von Ausbildungsvergütungen) erzielen kann. Die Nachteile einer Schulung (neben der Berücksichtigung von mit der Schulung verbundenen direkten Auszahlungen) ergeben sich u. a. aus den entgangenen Einzahlungen während der Schulung ergeben (vgl. Fläche (I) in Abbildung 3). Die mit der Schulung einhergehenden Vorteile resultieren aus

---

<sup>68</sup> Im englischen Original heißt es hierzu: „I shall concentrate on five major categories [of important activities that improve human capabilities, Anm. d. Verf.]: (1) health facilities and services, broadly conceived to include all expenditures that affect the life expectancy, strength and stamina, and the vigor and vitality of a people; (2) on-the-job training, including old-style apprenticeship organized by firms; (3) formally organized education at the elementary, secondary, and higher levels; (4) study programs for adults that are not organized by firms; including extension programs notably in agriculture; (5) migration of individuals and families to adjust to changing job opportunities” [Schultz (1961), S. 9].

<sup>69</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51-59.

<sup>70</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51.



den höheren Einzahlungen nach Abschluss der Schulung (vgl. Fläche (II) in Abbildung 3).

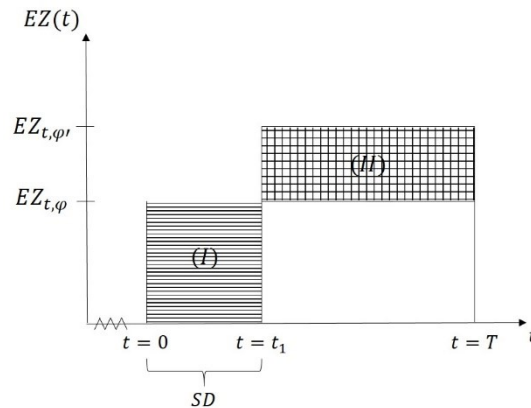


Abbildung 3: Simplifizierende Darstellung des Grundmodells der Humankapitaltheorie<sup>71</sup>

Zur Erläuterung der dem Grundmodell der Humankapitaltheorie zugrundeliegenden Überlegungen gelten in Anlehnung an Joll et al. (1983) folgende Symbole:<sup>72</sup>

$\bar{T}$	$:=$	$\{t   t = 0, 1, 2, \dots, t_1 - 1, t_1, t_1 + 1, \dots, T\}$ Menge der Planungsperioden $t$ mit $t = 0 :=$ Beginn der Schulung, $t = t_1 :=$ Beginn einer Beschäftigung mit Einzahlungen $EZ_{t,\psi'}$ , $t = T :=$ Ende des Berufslebens
$\psi$	$:=$	Ausgangsqualifikation
$\psi'$	$:=$	Zielqualifikation
$AAZ$	$:=$	Ausbildungsanfangsauszahlung
$AZ_t$	$:=$	Ausbildungsauszahlungen in Periode $t$
$EZ_{t,\psi}$	$:=$	Einzahlungen in Periode $t$ unter Berücksichtigung der Ausgangsqualifikation $\psi$
$EZ_{t,0}$	$:=$	Einzahlungen in Periode $t$ während der Ausbildung
$EZ_{t,\psi'}$	$:=$	Einzahlungen in Periode $t$ unter Berücksichtigung der Zielqualifikation $\psi'$
$KW_{\psi,0}$	$:=$	Kapitalwert der Zahlungsflüsse bis zum Renteneintritt unter Berücksichtigung der Ausgangsqualifikation $\psi$
$KW_{\psi',0}$	$:=$	Kapitalwert der Zahlungsflüsse bis zum Renteneintritt unter Berücksichtigung der Zielqualifikation $\psi'$
$\tau$	$:=$	Diskontierungssatz

<sup>71</sup> In Anlehnung an Joll et al. (1983), S. 51; Sesselmeier/Blauermel (1998), S. 66.

<sup>72</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51-59.

Neben den oben bereits genannten liegen dem Modell weitere Annahmen zugrunde:<sup>73</sup>

1. Alle Individuen streben danach, ihren Lebenszeitnutzen zu maximieren. Wenn sich dieser Nutzen ausschließlich aus dem Konsum von Gütern ergibt und dieser Konsum wiederum ausschließlich von individuellen Einkommen abhängt, lässt sich daraus schließen, dass Individuen danach streben, ihr Lebenseinkommen zu maximieren.<sup>74</sup>
2. Aus der Überlegung, dass Bildung zu höherer Produktivität und höhere Produktivität zu höherem Einkommen führt, resultiert, dass sich aus einem höheren Ausbildungsstand ein höheres Einkommen ergibt. Dementsprechend gehen mit der Ausgangsqualifikation  $\psi$  bzw. der Zielqualifikation  $\psi'$  korrespondierende Einzahlungsströme  $EZ_{t,\psi}$  bzw.  $E_{t,\psi'}$  (mit  $E_{t,\psi'} > EZ_{t,\psi}$ ) in einer Periode  $t$  einher.<sup>75</sup>
3. Es gibt keine das Ausbildungsplatzangebot zur Erreichung der Zielqualifikation  $\psi'$  beschränkenden Restriktionen. Dies bedeutet, dass eine Zielqualifikation  $\psi'$  grundsätzlich immer erlangt werden kann.
4. Das Individuum besitzt die Fähigkeit, die Zielqualifikation  $\psi'$  zu erlangen.
5. Es gibt keine das Einkommen des Individuums betreffende Restriktionen, die die Entscheidung hinsichtlich der Durchführung der zur Zielqualifikation führenden Ausbildung beeinflussen.
6. Die Einzahlungs- und Auszahlungsströme liegen sowohl mit Sicherheit als auch in scharfer Form vor.<sup>76</sup>

Aus der zusätzlichen Annahme, dass Individuen aktuellen Konsum gegenüber künftigem Konsum präferieren und mit der Durchführung einer Ausbildung Einkommenseinbußen und dementsprechend Konsumeinbußen einhergehen, sind die mit der Ausbildung korrespondierenden Ein- und Auszahlungen auf den Zeitpunkt des Treffens der Entscheidung zu diskontieren.<sup>77</sup>

Zur Fundierung der Entscheidung, ob die Ausbildung von der Ausgangsqualifikation  $\psi$  zur Zielqualifikation  $\psi'$  durchzuführen ist oder nicht, sind die mit der Schulung einhergehenden Vor- und Nachteile gegenüberzustellen.

---

<sup>73</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51-52.

<sup>74</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51.

<sup>75</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51.

<sup>76</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 51.

<sup>77</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 52.

Mit der Durchführung der Schulung gehen Joll et al. (1983) folgend drei Arten von Auszahlungen einher:<sup>78</sup>

1. Aus dem Beginn der Ausbildung (zum Zeitpunkt  $t = 0$ ) resultiert eine Ausbildungsanfangsauszahlung  $AAZ$  (z. B. Ausbildungsgebühren zum Ausbildungsstart)<sup>79</sup>.
2. Während der Ausbildung gibt es möglicherweise periodenbezogene Auszahlungen  $AZ_t$  (z. B. Auszahlungen für Lehrmaterialien)<sup>80</sup>, die ohne die Durchführung der Ausbildung nicht auftreten. Diese laufenden Auszahlungen fallen nur während der Ausbildung (mit Beginn der Ausbildung zum Zeitpunkt  $t = 0$ ) und damit nur bis zum Abschluss der Ausbildung (zum Zeitpunkt  $t = t_1 - 1$ ) an.
3. Das Individuum muss die Ausbildung nicht absolvieren, sondern könnte ohne die Ausbildung aufgrund der Ausgangsqualifikation  $\psi$  weiterhin Einzahlungen  $EZ_{t,\psi}$  generieren. Deshalb gehen mit der Durchführung der Ausbildung entgangene Einzahlungen in Höhe von  $EZ_{t,\psi}$  einher. Werden während der Ausbildung Einzahlungen  $EZ_{t,0}$  erzielt, können diese die aus der Durchführung der Ausbildung resultierenden Nachteile mindern.<sup>81</sup>

Der korrespondierende Barwert der Nachteile  $BN$  aus der Durchführung der Ausbildung ergibt sich ohne Berücksichtigung von Einzahlungen während der Schulung aus (2.1):<sup>82</sup>

$$BN = AAZ + \sum_{t=0}^{t=t_1-1} \frac{AZ_t}{(1+\tau)^t} + \sum_{t=0}^{t=t_1-1} \frac{EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t} \quad (2.1)$$

Wenn während der Durchführungszeit der Ausbildung Einzahlungen aus einer Tätigkeit  $EZ_{t,0}$  generiert werden, können diese die Nachteile aus der Absolvierung der Ausbildung reduzieren.<sup>83</sup> In Abwandlung zu (2.1) resultiert dann für die Bestimmung der Nachteile folgende Gleichung (2.1a):

$$BN = AAZ + \sum_{t=0}^{t=t_1-1} \frac{AZ_t - EZ_{t,0}}{(1+\tau)^t} + \sum_{t=0}^{t=t_1-1} \frac{EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t} \quad (2.1a)$$

---

<sup>78</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 52.

<sup>79</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 52.

<sup>80</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 52.

<sup>81</sup>

<sup>82</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 53.

<sup>83</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 54.

Der Barwert der Nachteile  $BN$  (2.1) ((2.1a) mit Berücksichtigung von Einzahlungen während der Ausbildung) stellt damit die Summe der Ausbildungsanfangsauszahlung  $AAZ$ , der periodenbezogenen laufenden Auszahlungen  $AZ_t$  (und der Einzahlungen während der Ausbildung  $EZ_{t,0}$ ) sowie der aufgrund der Ausbildung entgangenen periodenbezogenen Einzahlungen mit der Ausgangsqualifikation  $EZ_{t,\psi}$  unter Berücksichtigung des Diskontierungssatzes  $\tau$  dar.

Mit erfolgreichem Abschluss der Ausbildung zum Zeitpunkt  $t = t_1 - 1$  resultieren dann ab  $t = t_1$  Vorteile, die aus der Differenz der Einzahlungen unter Berücksichtigung der Zielqualifikation  $EZ_{t,\psi'}$  und der Einzahlungen unter Berücksichtigung der Ausgangsqualifikation  $EZ_{t,\psi}$  zu ermitteln sind. Damit ergibt sich der Barwert der Vorteile  $BV$  aus (2.2):<sup>84</sup>

$$BV = \sum_{t=t_1}^{t=t_1+n'-1} \frac{EZ_{t,\psi'} - EZ_{t,\psi}}{(1 + \tau)^t} \quad (2.2)$$

Bestimmungsgleichung (2.2) folgt der Überlegung, dass sich ab Periode  $t = t_1$  bis zum Zeitpunkt  $t = t_1 + n' - 1$  vom Individuum die höheren periodenbezogenen Einzahlungen  $EZ_{t,\psi'}$  generieren lassen. Mit  $n'$  wird die Anzahl der Perioden angegeben, in welchen die höheren Einzahlungen  $EZ_{t,\psi'}$  erzielt werden. Zur Verdeutlichung der Bestimmungsgleichungen wird nun angenommen, dass ein Individuum mit einer Ausgangsqualifikation vor der Entscheidung steht, zu Beginn des Jahres 2026 ( $t = 0$ ) ein dreijähriges Studium ( $SD = 3$ ) zur Erlangung einer Zielqualifikation aufzunehmen. Weiterhin wird die Annahme getroffen, dass während des Studiums keine Einzahlungen generiert werden können. Zudem soll gelten, dass das Individuum bereits mit Beginn des Jahres 2040 ( $t = T = 14$ ) das Renteneintrittsalter erreicht hat. Daraus resultiert, dass während der Jahre 2026, 2027 und 2028 ( $t = 0,1,2$ ) die Schulung durchführbar ist. Ab dem Jahr 2029 ( $t = t_1 = 3$ ) lassen sich dann bis zum Jahr 2039 ( $t = T - 1 = 14 - 1$ ) die mit der höheren Qualifikation verbundenen Einzahlungen generieren. Es ergibt sich, dass in insgesamt 11 Jahren ( $n' = 11$ ) die höheren Einzahlungen erzielbar sind. Damit gilt bspw. für die Summationsvorschriften (2.1) und (2.2) unter Berücksichtigung exemplarischer Perioden:

---

<sup>84</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 54.

$$BN = AAZ + \sum_{t=0}^{t=t_1-1} \frac{AZ_t}{(1+\tau)^t} + \sum_{t=0}^{t=t_1-1} \frac{EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t} = AAZ + \sum_{t=0}^{t=2} \frac{AZ_t}{(1+\tau)^t} + \sum_{t=0}^{t=2} \frac{EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t}$$

und

$$BV = \sum_{t=t_1}^{t=t_1+n'-1} \frac{EZ_{t,\psi'} - EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t} = \sum_{t=3}^{t=3+11-1} \frac{EZ_{t,\psi'} - EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t} = \sum_{t=3}^{t=13} \frac{EZ_{t,\psi'} - EZ_{t,\psi}}{(1+\tau)^t}$$

Gilt für die gemeinsame Betrachtung der mit der Ausbildung korrespondierenden Vor- und Nachteile  $BV > BN$  bzw.  $BV < BN$  bzw.  $BV = BN$ , so ist die Ausbildung durchzuführen bzw. nicht durchzuführen bzw. besteht Indifferenz zwischen Durchführung und Nichtdurchführung der Ausbildung.<sup>85</sup>

Die Überlegungen des zur Fundierung individueller Investitionsentscheidungen verwendbaren Grundmodells der Humankapitaltheorie lassen sich auf betriebliche Humankapitalinvestitionen übertragen.<sup>86</sup> Becker führt bspw. Schulbildung (engl. schooling), Ausbildung am Arbeitsplatz (engl. on-the-job-training) und medizinische Versorgung (engl. medical care) als Humankapitalinvestitionen auf.<sup>87</sup> Genannte Beispiele sind darauf ausgelegt, die Fähigkeiten, den Wissensstand oder die Gesundheit eines Individuums zu verbessern, um damit das (psychische)<sup>88</sup> individuelle Einkommen zu erhöhen.<sup>89</sup>

Dabei unterscheidet bspw. Becker (1975) dann im Rahmen des „on-the-job-trainings“ zwischen Investitionen in Form allgemeiner (engl. general training) und spezifischer Ausbildungen (engl. specific training).<sup>90</sup> Während unter „general training“ allgemeine (Aus- bzw. Weiter-) Bildung oder Schulung verstanden wird, entspricht „specific training“ dahingegen betriebspezifischer (Aus- bzw. Weiter-) Bildung oder Schulung.

<sup>85</sup> Vgl. Joll et al. (1983), S. 54.

<sup>86</sup> Vgl. zur Bewertung betrieblicher Personalinvestitionen Aschoff (1978), S. 82-108. Aschoff betrachtet in einem Grundmodell betrieblicher Personalinvestitionen die mit der Durchführung einer Ausbildung einhergehenden Auszahlungen und zukünftigen Einzahlungen [vgl. Aschoff (1978), S. 84]. Aschoffs Modell basiert wiederum auf der Überlegung, dass die einem Individuum zurechenbaren Einzahlungen als bekannt vorauszusetzen sind [vgl. Aschoff (1978), S. 83].

<sup>87</sup> Vgl. Becker (1975), S. 9.

<sup>88</sup> Der Ausdruck des psychischen Einkommens bleibt bei Becker (1975) recht interpretationsoffen. „Some activities primarily affect future well-being; the main impact of others is in the present. Some affect money income and others psychic income, that is, consumption“ [Becker (1975), S. 9]. Es kann aber durch die Gleichsetzung des psychischen Einkommens mit dem Konsum angenommen werden, dass es dabei dann bspw. um die Qualität des Konsums und damit um das Konsumniveau und vielleicht auch die Lebensqualität als Ganzes geht.

<sup>89</sup> Vgl. Becker (1975), S. 9.

<sup>90</sup> Vgl. Becker (1975), S. 19.

Während „general training“ zu Produktivitätssteigerungen in mehreren Unternehmen führen kann<sup>91</sup>, ist „specific training“ darauf ausgerichtet, die Produktivität tendenziell in dem trainings anbietenden Unternehmen zu erhöhen.<sup>92</sup> Maßnahmen, die eine allgemeine bzw. spezifische Bildung oder Schulung zum Gegenstand haben, können dann zu einer Erlangung allgemeiner bzw. spezifischer Fähigkeiten, Fertigkeiten oder Kenntnisse führen und resultieren dementsprechend in einer allgemeinen bzw. spezifischen Qualifikation.

Beckers Überlegungen stellen damit primär auf leistungsrelevante Fähigkeiten, die sich durch Investitionen gezielt verbessern lassen. Leistungsbereitschaften im Sinne motivationaler Komponenten werden nicht thematisiert. Sie können allenfalls als implizite Voraussetzung aufgefasst werden, dass Arbeitskräfte gewillt sind, sich an Investitionen in ihr Humankapital motivational zu beteiligen. Auch wenn ein Unternehmen frei darin ist, Investitionsentscheidungen in das Humankapital seiner Beschäftigten zu treffen, ist deren tatsächliche Umsetzung untrennbar mit der Mitwirkung der Arbeitskräfte selbst verbunden. Die Entwicklung des Humankapitals kann nur dann geschehen, wenn Beschäftigte bereit sind, die Entwicklung mitzutragen.<sup>93</sup>

Darüber hinaus basieren Beckers Überlegungen (analog zum Grundmodell der Humankapitaltheorie nach Joll et al. (1983)) auf der Investitionslogik, die monetarisierbare Ein- und Auszahlungen voraussetzt. Während sich mit einer Schulung korrespondierende Einzahlungen ggf. noch vergleichsweise gut erfassen lassen (z. B.

---

<sup>91</sup> Vgl. Becker (1975), S. 19-20.

<sup>92</sup> Vgl. Becker (1975), S. 26.

<sup>93</sup> In diesem Kontext lässt sich auch das Akzeptanztheorem von Drumm und Scholz heranziehen [Drumm/Scholz (1988)]. Dessen Ursprung liegt zwar in der Frage, unter welchen Bedingungen formale Personalplanungsmethoden in Unternehmen von den Mitarbeitern akzeptiert und tatsächlich angewendet werden, die zugrundeliegenden Überlegungen lassen sich jedoch auf Maßnahmen übertragen, deren Realisierung und Erfolg die Mitwirkung von Arbeitskräften voraussetzen. Nach dem Akzeptanztheorem sollten fünf Bedingungen zur erfolgreichen Durchführung einer Maßnahme erfüllt sein. Dazu zählen 1. das Vorhandensein eines wahrgenommenen Problemdruckes sowie 2. plausibler Lösungsansätze, 3. die Unterstützung durch sogenannte Promotoren mit Fach- und Entscheidungskompetenz, 4. eine Kommunikationskette und 5. die Abwesenheit eines Kompetenzangstsyndroms [vgl. zum Akzeptanztheorem im Kontext formaler Personalplanungsmethoden Drumm (1984), S. 678-679; Drumm/Scholz (1988), S. 34-37]. In Bezug auf das betriebliche Humankapital und potenzielle Maßnahmen zu dessen Entwicklung kann dies bedeuten, dass Beschäftigte selbst wahrnehmen müssen, dass ihre Fähigkeiten und Kenntnisse mit Blick unternehmensseitige Anforderungen weiterzuentwickeln sind. In Erwägung zu ziehende Maßnahmen zur Entwicklung des Humankapitals sollten den Beschäftigten zudem als sinnvoll erscheinen, ggf. sowohl im unternehmerischen Kontext als auch zur individuellen Weiterentwicklung. Mit Unterstützung von Vorgesetzten und Kollegen mit fachlicher oder hierarchischer Kompetenz kann die Relevanz der Durchführung einer Maßnahme hervorgehoben werden. Mit einer begleitenden und verständlichen Kommunikation lässt sich die Bedeutung einer Humankapitalinvestition ebenfalls herausstellen. Zudem sollte gewährleistet werden, dass Arbeitskräfte nicht den Eindruck gewinnen, Kontrolle über ihr Handeln zu verlieren.

Schulungsgebühren, Lohnverzicht während der Schulung), erweist sich eine Monetarisierung der mit einer Schulung verbundene zukünftigen Einzahlungen als schwieriger. Zudem ist die Isolierung einer Produktivitätsveränderung und deren Zurechnung hinsichtlich einer durchgeführten Humankapitalinvestition ebenfalls problematisch.

Mit dem Grundmodell der Humankapitaltheorie nach Joll et al. (1983) lässt sich eine individuelle Investitionsentscheidung in das Humankapital fundieren.<sup>94</sup> Das Modell ist dann sinnvoll anwendbar, wenn sich der Wert einer Humankapitalinvestition aus monetarisierbaren Größen wie die mit der Ausbildung verbundenen Ein- und Auszahlungen ergibt. Zudem ist es dann geeignet, wenn der Zinssatz, die Ausbildungsdauer und die Lebensarbeitszeit präzise und mit Sicherheit bekannt sind.

In der Realität erweist sich die individuelle Entscheidungssituation als deutlich komplexer. Zahlreiche Faktoren (z. B. individuelle Präferenzen bzgl. des Durchführens einer Ausbildung, Unsicherheiten bzgl. zukünftiger Arbeitsmarktentwicklungen hinsichtlich nachgefragter Qualifikationen und Art der persönlichen Weiterentwicklung) entziehen sich einer Monetarisierung und lassen sich dementsprechend nur schwer im Modell implementieren. Deshalb bedarf es, insbesondere im betrieblichen Kontext, einer alternativen Humankapitalbewertung.

#### 2.2.1.2 Humankapital im betriebswirtschaftlichen Kontext

---

Die ersten betriebswirtschaftlichen Überlegungen hinsichtlich des betrieblichen Humankapitals lassen sich in amerikanischen Publikationen Ende der 1960er Jahre in dem Forschungsgebiet *Human Resource Accounting* (HRA) finden.<sup>95</sup> Unter HRA wird die „[...] Rechnungslegung über Mitarbeiter als Ressourcen der Organisation“<sup>96</sup> verstanden. Aufbauend auf dem HRA wird dieses Forschungsfeld unter dem Begriff der Humanvermögensrechnung<sup>97</sup> (HVR) in Deutschland zu Beginn der 1970er Jahre

---

<sup>94</sup> Das Modell von Joll et al. (1983) kann mit geringen Anpassungen auch aus Perspektive eines Betriebes formuliert werden, wenn es darum geht, ob eine Arbeitskraft geschult werden sollte oder nicht.

<sup>95</sup> Vgl. Brummet (1982), S. 62.

<sup>96</sup> Flamholtz (1982), S. 74.

<sup>97</sup> Die Begriffe Humanvermögen und Humankapital werden gelegentlich als Synonyme angesehen. „Als Humankapital eines Unternehmens soll hier der Wert der Belegschaft, d.h. der in einer Organisation Beschäftigten, verstanden werden. Die Humanvermögensrechnung ist das betriebswirtschaftliche Instrumentarium, das der Erfassung der Kosten und der Bewertung des aktivierbaren Humankapitals bzw. betrieblichen Humanvermögens dient“ [Schmidt (1982), S. 6]. Auf eine tiefergehende etymologische Betrachtung und potenzielle Unterschiede der Begriffe Humanvermögen und Humankapital wird vor dem Hintergrund der Zielsetzung der vorliegenden Arbeit verzichtet. Die Begriffe Humanvermögen und Humankapital werden als Synonyme behandelt.

aufgegriffen und weiterverfolgt.<sup>98</sup> Das Ziel der HVR ist die Ermittlung der Kosten<sup>99</sup> und des ökonomischen Wertes menschlicher Arbeitskraft, um darauf aufbauend die besten Investitionen vor dem Hintergrund der Gewinnmaximierung zu bestimmen.<sup>100</sup>

Im Folgenden sind ausgewählte Definitionen für den Begriff des Humankapitals vorzustellen, um eine synthetische Arbeitsdefinition abzuleiten. Im Schrifttum lassen sich zwei grundlegende Ausrichtungen von Definitionen für den Begriff Humankapital identifizieren. Zum einen stehen I) mengenmäßige und zum anderen II) wertmäßige Betrachtungen im Vordergrund.

Zu I) Auf einer recht weiten Betrachtungsebene zählt Streim (1993) „[...] zum Humanvermögen i.w.S. alle Koalitionsteilnehmer, die Beiträge zur Erreichung der Unternehmensziele leisten, also neben den Arbeitnehmern auch die Eigen- und Fremdkapitalgeber sowie die Kunden und Lieferanten.“<sup>101</sup> Dies ist insofern problematisch, als nicht die Quantität der Koalitionsteilnehmer für das Humankapital entscheidend ist, sondern deren Wert bzw. der Umfang und die Qualität ihrer Beiträge zur Erreichung der Unternehmensziele. Da die Zielsetzung der vorliegenden Arbeit in der Herausarbeitung einer zweckmäßigen Steuerungsgröße zur Fundierung personalwirtschaftlicher Entscheidungen liegt, wird zudem nur das innerbetriebliche Personal und damit das innerbetriebliche Humankapital näher betrachtet. Das Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2013) bezeichnet Humankapital als „[...] Oberbegriff für Kompetenzen, Fertigkeiten und Verhaltensweisen der einzelnen Mitarbeiter.“<sup>102</sup> Weiter heißt es, dass das Humankapital „[...] alle Eigenschaften und Fähigkeiten, die die einzelnen Mitarbeiter in die Organisation einbringen“<sup>103</sup> umfasst. Es wird damit ausgedrückt, dass sämtliche von Arbeitskräften in ein Unternehmen eingebrachte Eigenschaften in Form von Kompetenzen, Fertigkeiten und Verhaltensweisen Bestandteil des Humankapitals sind. In ähnlicher Weise formulieren Schmeisser & Clausen (2009): „Das Humanpotenzial umfasst das Wissen, die Kompetenzen, die Fähigkeiten sowie die Erfahrung der Mitarbeiter.“<sup>104</sup> Wie bereits oben kurz dargelegt, formulieren Sesselmeier/Blauermel (1998) eine ähnlich weit gefasste

---

<sup>98</sup> Für einen Überblick der Entwicklung des HRA bzw. der HVR vgl. z. B. Marquès (1982), S. 227.

<sup>99</sup> Obwohl in dem Kontext von Kosten die Rede ist, lässt sich unterstellen, dass stattdessen Auszahlungen gemeint sind. Dies ist darin begründet, dass es um Investitionsentscheidungen geht.

<sup>100</sup> Vgl. Marquès (1982), S. 237.

<sup>101</sup> Streim (1993), Sp. 1682.

<sup>102</sup> Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2013), S. 18.

<sup>103</sup> Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2013), S. 18.

<sup>104</sup> Schmeisser/Clausen (2009), S. 131.



Definition und bezeichnen mit Humankapital „[...] einen Bestand an produktiver Fähigkeit und Können [...], der einen Einkommensstrom [für ein Individuum, Anm. d. Verf.] zur Folge hat bzw. haben kann.“<sup>105</sup> Obgleich der Anschein entstehen könnte, dass die letztgenannte Definition enger formuliert ist, werden unter diesem Humankapitalbegriff alle (produktiven) Eigenschaften subsummiert, die von den Arbeitskräften in ein Unternehmen eingebracht werden. Dies ist darauf zurückführbar, dass für alle Eigenschaften von Arbeitskräften grundsätzlich denkbar sind, dass ein Einkommensstrom resultieren kann. Ebenso weit gefasst ist die Definition von Edvinsson & Brünig (2000), die Humankapital als „[...] das gesamte geistige und körperliche Potenzial der Mitarbeiter eines Unternehmens [...] verstehen, und zwar sowohl das latent vorhandene wie auch das bereits genutzte Potenzial.“<sup>106</sup> Mit anderen Worten wird das geistige und körperliche Potenzial dem Humankapital zugerechnet, welches Einzahlungen für Unternehmen zur Folge haben kann bzw. hat. Pietsch (2008) formuliert es noch allgemeiner und charakterisiert mit Humankapital „[...] akkumuliertes menschliches Leistungspotenzial [...]“<sup>107</sup> Genauso bezeichnet Aschoff (1978) mit Humanvermögen „[...] nur jene Teile der betrieblichen Ressourcen [...], die der Unternehmung von den Organisationsmitgliedern zur Verfügung gestellt werden.“<sup>108</sup> Die genannten Definitionen haben gemein, dass eine ausschließlich mengenmäßige Betrachtung des Humankapitalbegriffes und damit nur eine Nennung möglicher Bestandteile vorgenommen wird.

Zu II) In Analogie zu den genannten Definitionen unter I) beschreibt PricewaterhouseCoopers (2007) ebenfalls zunächst eine mengenmäßige Ausrichtung, nach welcher das Humankapital „[...] das Wissen, die Fähigkeit und die Kompetenz aller Mitarbeiter eines Unternehmens [...]“<sup>109</sup> umfasst. Hierauf aufbauend wird jedoch die Einschränkung benannt, dass nur solche Elemente Bestandteil des Humankapitals sind, die „[...] aufgrund ihrer humanspezifischen Mitarbeiterleistung einen Beitrag zum Unternehmenswert erbringen.“<sup>110</sup> Auch Sterzel (2011) führt die Restriktion ein, dass nur solche „[...] individuellen Fähigkeiten, Erfahrungen und Kompetenzen [...]“<sup>111</sup> dem Humankapital zugerechnet werden, „[...] welche für die betriebliche Wertschöpfung von

---

<sup>105</sup> Sesselmeier/Blauermel (1998), S. 65-66.

<sup>106</sup> Edvinsson/Brünig (2000), S. 28.

<sup>107</sup> Pietsch (2008), S. 132.

<sup>108</sup> Aschoff (1978), S. 45.

<sup>109</sup> PricewaterhouseCoopers (2007), S. 18.

<sup>110</sup> PricewaterhouseCoopers (2007), S. 18.

<sup>111</sup> Sterzel (2011), S. 11.

Bedeutung sind und potentiell einen Mehrwert für das Unternehmen und seine Stakeholder stiften.“<sup>112</sup> Aufbauend auf der mengenmäßigen Betrachtung entspricht der Wert des Humankapitals nach PricewaterhouseCoopers (2007) dem „[...] Barwert aller zukünftigen Cashflows, die nur aufgrund einer bestimmten personellen Leistungsfähigkeit (Humanvermögen) erzielt werden.“<sup>113</sup> Durch die Betrachtung des Barwertes aller zukünftigen Cashflows wird eine ausschließlich monetäre Bewertungsebene angesprochen. Allgemeiner führt Flamholtz (1982) aus, dass „[...] der Wert menschlicher Ressourcen [...] definiert werden [kann, Anm. d. Verf.] als der auf die Gegenwart diskontierte Wert ihrer künftigen Nutzungen.“<sup>114</sup> Dieser Auffassung folgend muss eine Humankapitalbewertung nicht zwangsläufig auf monetärer Ebene, sondern kann auch auf Nutzenebene erfolgen. Sterzel (2011) bezeichnet mit Humankapital „[...] die Kombination aus Leistungsfähigkeit und Leistungsergebnis der Mitarbeiter eines Unternehmens [...], welche als Erfolgspotentiale zur Erreichung der Unternehmensziele und zur nachhaltigen Sicherung des Unternehmenswertes beitragen.“<sup>115</sup>

Bevor aus den präsentierten mengen- und wertmäßig orientierten Definitionen eine für die vorliegende Arbeit abgeleitete Definition formuliert wird, sind grundlegende werttheoretische Überlegungen zu erläutern (Kapitel 2.2.2.1).

## 2.2.2 Wert des Humankapitals

---

### 2.2.2.1 Grundlegende werttheoretische Überlegungen

---

Existente Bewertungsverfahren sollten hinsichtlich deren Eignung zur Humankapitalbewertung beurteilt werden. Unter Umständen scheitert eine zweckmäßige Wertermittlung des Humankapitals bereits daran, dass der Terminus Wert erläuterungsbedürftig bleibt. Um einen zweckmäßigen Wert des Humankapitals ermitteln zu können, sollen in diesem Kapitel zunächst werttheoretische Überlegungen präsentiert werden.

Der Begriff Wert unterliegt, ebenso wie der Begriff des Humankapitals, keiner einheitlichen Verwendung in der Betriebswirtschaftslehre.<sup>116</sup> In den vergangenen

---

<sup>112</sup> Sterzel (2011), S. 11.

<sup>113</sup> PricewaterhouseCoopers (2007), S. 18

<sup>114</sup> Flamholtz (1982), S. 82.

<sup>115</sup> Sterzel (2011), S. 14.

<sup>116</sup> Vgl. Wittmann (1956), S. 7.

Dekaden haben sich verschiedene Ansichten und Definitionen in Bezug auf den Terminus Wert etabliert.<sup>117</sup> Nur durch die in dieser Arbeit einheitliche Verwendung des Begriffes Wert kann letztendlich eine wissenschaftlich kritische Auseinandersetzung vorgenommen werden.<sup>118</sup> In diesem Teilkapitel wollen wir dementsprechend auf, unserer Auffassung nach, themenrelevante Charakteristika des Begriffes Wert eingehen.<sup>119</sup>

Im Laufe des wissenschaftlichen Diskurses haben sich drei zentrale Werttheorien etabliert:

- 1) objektive Werttheorie,
- 2) subjektive Werttheorie,
- 3) gerundive Werttheorie.

Zu 1) Vertreter der objektiven Werttheorie folgen der Auffassung, dass der Wert eines (materiellen oder immateriellen) Gutes eine nachprüfbare Eigenschaft darstellt.<sup>120</sup> Charakteristisch für diese Theorie ist die Vorstellung, dass sich der Wert aus einer objektiv messbaren Nützlichkeit eines Gutes ergibt.<sup>121</sup> Diese wird häufig als Gebrauchswert bezeichnet. Der Preis eines Gutes ergibt sich aus dem Zusammenspiel von Angebot und Nachfrage, wobei insbesondere die Produktionskosten und der Gebrauchswert als wertbestimmend gelten.<sup>122</sup> In verschiedenen Ausarbeitungen wird dargelegt, dass die objektive Werttheorie lediglich als hypothetisches Konstrukt anzusehen ist, welches keine Erklärungskraft für wirtschaftliche Zusammenhänge liefern kann.<sup>123</sup> Die objektive Werttheorie kann nicht herangezogen werden, um zu erklären, warum zwei Individuum bei demselben Objekt zu verschiedenen Wertansätzen gelangen.<sup>124</sup> Dies lässt sich knapp damit erläutern, dass sich der Wert eines Gutes aus der Zahlungsbereitschaft eines Käufers ergibt.<sup>125</sup> Je nach Ausprägung dieser Zahlungsbereitschaft kann ein Gut einen höheren oder niedrigeren Wert haben.

---

<sup>117</sup> Wir wollen uns an dieser Stelle den ökonomischen Werten zuwenden. Andere, wie z. B. ästhetische, soziale oder ethische Werte, wollen wir in dieser Arbeit nicht näher betrachten [vgl. hierzu z. B. von Wahl (1966), S. 1].

<sup>118</sup> Vgl. Wittmann (1956), S. 45.

<sup>119</sup> Vgl. für eine ausführliche Betrachtung verschiedener Wertbegriffe hinsichtlich einer Ausdifferenzierung auf Grundlage ihrer jeweiligen (Haupt-) Vertreter z. B. Wittmann (1956), S. 9-30.

<sup>120</sup> Vgl. Engels (1962), S. 6; von Wahl (1966), S. 1-2.

<sup>121</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 9-10.

<sup>122</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 10.

<sup>123</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 10.

<sup>124</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 10.

<sup>125</sup> Vgl. Oetzel/Luppold (2023), S. 14.

Zu 2) Im Gegensatz zur objektiven Werttheorie wird in der subjektiven Werttheorie der Wert nicht als Eigenschaft eines Gutes, sondern als Ergebnis einer Subjekt-Objekt-Beziehung verstanden.<sup>126</sup> Der Wert ergibt sich hier aus der individuellen Einschätzung der Nützlichkeit eines Gutes durch ein bestimmtes Subjekt.<sup>127</sup> Diese Nützlichkeit wird durch das Maß der Vorziehungswürdigkeit zum Ausdruck gebracht.<sup>128</sup> Dementsprechend also danach, wie sehr ein Gut aus Sicht des bewertenden Individuums geeignet ist, dessen Bedürfnisse zu befriedigen. Der Wert ist damit nicht objektiv messbar, sondern kontext- und personenspezifisch. Die subjektive Werttheorie sieht sich mit dem Problem konfrontiert, dass Werte das Ergebnis eines nicht überprüfbaren Bewertungsaktes sind und ausschließlich auf individuellen Präferenzen basieren.<sup>129</sup> Damit entzieht sich ein subjektiver Wert der Beurteilung, ob er richtig oder falsch ist. Dementsprechend kann eine Frage nach „richtigem“ wirtschaftlichen Handeln nicht beantwortet werden.<sup>130</sup> Allerdings kann ein Wert als „individuell richtiger Wert“ eingeordnet werden, wenn die Annahme präferenzkonsistenten Verhaltens erfüllt ist.<sup>131</sup> Dennoch bleibt unklar, ob sich aus subjektiven Bewertungen Aussagen über ökonomisch richtiges Handeln ableiten lassen.

Zu 3) Aufbauend auf Kritiken zur objektiven und subjektiven Werttheorie<sup>132</sup> hat sich die gerundive<sup>133</sup> Werttheorie und damit ein entscheidungstheoretischer Wertansatz<sup>134</sup>

---

<sup>126</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 10.

<sup>127</sup> Vgl. Engels (1962), S. 8.

<sup>128</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 10-11.

<sup>129</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 11.

<sup>130</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 11.

<sup>131</sup> Vgl. zu Annahmen über die Konsistenz von Präferenzen z. B. Varian (2016), S. 37-38.

<sup>132</sup> Vgl. z. B. Engels (1962), S. 6-10.

<sup>133</sup> In etwas anderer Form lässt sich die gerundive Werttheorie bereits bei Toulmin (1950) finden. Toulmin führt im Kontext von Begründungen und deren Verwendungen im Rahmen von Argumentationen sogenannte „gerundive Konzepte“ ein. Die Bezeichnung ist angelehnt an die grammatikalische lateinische Form „Gerundivum“. Ein Gerundiv stellt ein „Verbaladjektiv mit futuristischer passivischer Bedeutung“ [DWDS (f), Stichwort: Gerundivum] dar. In der deutschen Sprache kann das Gerundivum durch ein Partizip Präsens mit vorangestelltem *zu* gebildet werden [DWDS (f), Stichwort: Gerundivum]. Toulmin nennt als Beispiele „amandus“ („das zu liebende“) und laudandus („das zu lobende“) [vgl. Toulmin (1950), S. 72]. Während sich Toulmin mit der Frage hinsichtlich eines „richtigen Wertes“ beschäftigt, geht es Engels um eine entscheidungstheoretisch orientierte Herangehensweise und dementsprechend um einen Wert vor einer gegebenen Zielsetzung [vgl. Engels (1962), S. 11 Fn. 21]. Etymologisch entstammt der Begriff Gerundivum dem *lat.* *gerere*, welches ausführen oder vollziehen bedeutet [vgl. DWDS (f), Stichwort: Gerundivum]. Daraus abgeleitet stellt ein gerundiver Wert einen Wert dar, der sich aus der Ausführung oder dem Vollziehen einer Handlung ergibt. Mit Engels Interpretation, dass ein Wert einen Maßstab der Vorziehungswürdigkeit darstellt, ergibt sich für einen gerundiven Wert in Verbindung mit der Betrachtung der grammatikalischen Form des Gerundivums die Bestimmung eines vorzuziehenden Gutes oder einer auszuführenden Handlung im Vergleich zu anderen Gütern oder Handlungen. Die Bewertung einer Handlung oder eines Gutes resultiert demnach aus dem Ermitteln der Vorziehungswürdigkeit einer Handlung oder eines Gutes.

<sup>134</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 15.

herausgebildet. Die gerundive Werttheorie greift zentrale Überlegungen der subjektiven Werttheorie auf. Im Rahmen dieser Theorie stellt Wert ebenfalls einen Maßstab der Vorziehungswürdigkeit dar.<sup>135</sup> Jedoch ist dieser Wert weder eine Eigenschaft im Sinne der objektiven Werttheorie, noch eine Frage des persönlichen Geschmacks im Sinne der subjektiven Werttheorie.<sup>136</sup> In diesem Kontext bestimmen die Zielfunktion eines Entscheiders und die erwarteten Erfolge bei Durchführung einer Handlung den Wert einer Handlungsweise oder eines Gegenstandes.<sup>137</sup> Jedes Individuum, das dann über diese Angaben verfügt, ist in der Lage, den Wert zu kalkulieren. Engels (1962) bezeichnet diesen Wert dann als objektiv im Sinne einer intersubjektiven Überprüfbarkeit.<sup>138</sup> Bewertung<sup>139</sup> bezeichnet in diesem Kontext den Vorgang der Wertermittlung.<sup>140</sup> Engels Auffassung folgend, stellt Bewertung eine Methode zur Lösung von Entscheidungsproblemen dar.<sup>141</sup>

Im Kontext der vorliegenden Arbeit geht es um die Bestimmung eines Humankapitalwertes zur Fundierung personalwirtschaftlicher Entscheidungen. Der Humankapitalwert fungiert dann als Orientierungsgröße, die Entscheidungsträgern ermöglicht, verschiedene in Erwägung gezogene Maßnahmen zu bewerten. Der Fokus liegt hier somit auf der Konzeption einer fundierten Humankapitalbewertung, deren Ergebnis sich dann als Steuerungsgröße in Entscheidungsmodellen in Ansatz bringen lässt.

Die diskutierten Werttheorien lassen sich zwar nicht unmittelbar mit Rationalitätsbegriffen<sup>142</sup> im Sinne Webers (1972) gleichsetzen, dennoch zeigen sich gewisse Parallelen in Anwendung auf Entscheidungsprozesse. Weber (1972)

---

<sup>135</sup> Vgl. Engels (1962), S. 12.

<sup>136</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 15-16 i. V. m. Engels (1962), S. 12.

<sup>137</sup> Vgl. Engels (1962), S. 12.

<sup>138</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 16 i. V. m. Engels (1962), S. 12.

<sup>139</sup> Engels versteht unter Bewertung „[...] ein rationales Entscheidungskalkül, bei dem der Wert kardinal und in Geld gemessen wird“ [Engels (1962), S. 23]. In dieser Arbeit soll unter Bewertung „den Wert von etw. bestimmen“ verstanden werden [DWDS (g), Stichwort: bewerten]. In Anlehnung an das Adjektiv *wert* bedeutet das, dass etwas Bedeutung hat, angesehen ist, geschätzt wird oder kostbar ist. Engels Ansicht, dass eine Bewertung von etwas immer in einem monetären Ausdruck resultiert, wird in dieser Arbeit nicht geteilt. Der recht restriktiven Auffassung, dass ein Wert kardinal messbar sein soll, wird in der vorliegenden Arbeit ebenfalls nicht gefolgt.

<sup>140</sup> Vgl. Engels (1962), S. 22.

<sup>141</sup> Vgl. Engels (1962), S. 27.

<sup>142</sup> Vgl. ausführlich zu Rationalitätskonzeptionen Metzger (2020), S. 113-116.

unterscheidet bspw. zwischen zweck<sup>143</sup>- und wertrationalen Entscheidungen:<sup>144</sup> Während zweckrationale Entscheidungen auf der Orientierung an Zielen, Mitteln und Wirkungen basieren, beruhen wertrationale Entscheidungen auf der Betonung des Eigenwertes einer Handlung.<sup>145</sup> Dieser Perspektive liegt eine starke Berücksichtigung persönlicher Überzeugungen und innerer Werte zugrunde.

Im Zentrum jeder Entscheidung<sup>146</sup> steht die Auswahl einer von mehreren Alternativen, denen auf Basis bestimmter Kriterien ein Wert zugeschrieben wird. Der den Alternativen zugewiesene Wert ist dabei nicht gegeben, sondern wird durch eine Bewertungslogik konstruiert. In diesem Sinne liefern Werttheorien methodische Rahmen, wie der Wert einer Alternative zu ermitteln ist. Während Weber (1972) unterschiedliche Rationalitätstypen beschreibt, erklären Werttheorien die Herkunft der Bewertungsmaßstäbe, die Entscheidungen zugrunde liegen. Damit fungieren Werttheorien nicht nur als bloße Theorien des Seins von Werten, sondern als methodische Leitlinien zur Bildung von Entscheidungswerten. Der subjektive Wertbegriff erlaubt eine Bewertung von Alternativen ausschließlich entlang individueller Vorlieben, während der gerundete Wertbegriff eine systematische Bewertung im Hinblick auf vorab definierte Zwecke ermöglicht. Die Werttheorie liefert somit den Bewertungsmaßstab, auf dessen Grundlage eine zweck- oder wertrationale Entscheidung getroffen werden kann.

---

<sup>143</sup> „Zweckrational handelt, wer sein Handeln nach Zweck, Mitteln und Nebenfolgen orientiert und dabei sowohl die Mittel gegen die Zwecke, wie die Zwecke gegen die Nebenfolgen, wie endlich auch die verschiedenen möglichen Zwecke gegeneinander rational abwägt: also jedenfalls weder affektiv (und insbesondere nicht emotional), noch traditional handelt“ [Weber (1972), S. 13]. Damit wird von Weber ein durch systematische und bewusste Abwägung gekennzeichnetes Handeln beschrieben. Zweckrationales Handeln bedeutet in diesem Sinne, die bewusste Auswahl der Mittel zur Erreichung vorab gesetzter Ziele. Ähnliche Überlegungen lassen sich im Handlungsstrukturmodell von Kossmiel wiederfinden, in dem Ziele, Maßnahmen, Bedingungen und Wirkungen die Elementarkategorien des Handelns darstellen [vgl. hierzu Kossmiel/Spengler (1998), S. 15-16].

<sup>144</sup> Bei Weber heißt es bspw. zur gemeinsamen Betrachtung von Wert- und Zweckrationalität: „Die Entscheidung zwischen konkurrierenden und kollidierenden Zwecken und Folgen kann dabei ihrerseits wertrational orientiert sein: dann ist das Handeln nur in seinen Mitteln zweckrational. Oder es kann der Handelnde die konkurrierenden und kollidierenden Zwecke ohne wertrationale Orientierung an ‚Geboten‘ und ‚Forderungen‘ einfach als gegebene subjektive Bedürfnisregungen in eine Skala ihrer von ihm bewußt [sic!] abgewogenen Dringlichkeit bringen und danach sein Handeln so orientieren, daß [sic!] sie in dieser Reihenfolge nach Möglichkeit befriedigt werden“ [Weber (1972), S. 13]. Damit ist gemeint, dass Entscheidungen zwischen konkurrierenden und kollidierenden Zwecken und Folgen entweder an übergeordneten Werten oder Normen ausgerichtet sein können (wertrational), wobei die Mittel zur Zielerreichung zweckrational gewählt werden, oder dass sie rein subjektiv erfolgen, indem individuelle Bedürfnisse nach ihrer Dringlichkeit geordnet und entsprechend abgearbeitet werden. Im ersten Fall spielen Werte eine zentrale Rolle bei der Zielauswahl, im zweiten Fall allein die wahrgenommenen Prioritäten der Bedürfnisse.

<sup>145</sup> Vgl. Metzger (2020), S. 120.

<sup>146</sup> Unter einer Entscheidung wird in der vorliegenden Arbeit ein Akt verstanden, „[...] bei dem eine von mehreren möglichen, sich gegenseitig ausschließenden Ziel- oder Mittelalternativen zwecks zukünftiger Verfolgung oder Realisation ausgewählt wird“ [Spengler (1999), S. 45].

Die subjektive Werttheorie korrespondiert recht stark mit der Wertrationalität, da der Wert eines Gutes oder einer Handlung stark von individuellen Präferenzen und Überzeugungen abhängt. In einen gerundiven Wert können sowohl zweck- als auch wertrationale Elemente Eingang finden.

Vor dem Hintergrund der Zielsetzung dieser Arbeit und den obigen Ausführungen, wird dieser Arbeit der gerundive Wertbegriff und dementsprechend ein entscheidungsorientierter Wertbegriff zugrunde gelegt. Die Bestimmung eines Humankapitalwertes kann demnach nur vor dem Hintergrund eines gegebenen Zweckes geschehen. Subjektiv werttheoretische Überlegungen fließen insofern ein, als die Präferenzen des Bewerter im Kontext der noch vorzustellenden Conjoint-Analyse berücksichtigt werden. Damit handelt es sich bei dem in dieser Arbeit betrachteten Kompatibilitätsansatz um ein Verfahren zur Bestimmung eines gerundiven Wertes des Humankapitals.

Es lässt sich bereits jetzt festhalten, dass die Ermittlung eines Humankapitalwertes niemals unabhängig von subjektiven Beurteilungen seitens des Bewerter, vom Zweck der Ermittlung und vom korrespondierenden Ermittlungsverfahren sein kann. In Analogie zur Unternehmensbewertung und mit Blick auf die gerundive Werttheorie kann deswegen konstatiert werden, dass ein Humankapitalwert niemals *wahr* oder *falsch* sein kann.<sup>147</sup> Der Wert ist abhängig von den in Ansatz gebrachten Wertdeterminanten und den subjektiven Präferenzen des Bewerter, hier in Form betriebsbezogener Prioritäten.

Im Folgenden sind Ausführungen zur Bestimmung eines Humankapitalwertes zu präsentieren. Deshalb erfolgt eine Thematisierung ausgewählter Verfahren der Humankapitalbewertung, um zu beurteilen, ob existierende Verfahren dazu geeignet sind, im Sinne der präsentierten Definitionsansätze einen Humankapitalwert zu bestimmen.

---

<sup>147</sup> Vgl. zu Unternehmenswerten z. B. Drukarczyk/Schüler (2016), S. 8; Moxter (1983), S. 6.

## 2.2.2.2 Ausgewählte Verfahren der Humankapitalbewertung

---

### 2.2.2.2.1 Überblick über Humankapitalbewertungsansätze und korrespondierende - verfahren

---

Zur Bewertung des betrieblichen Humankapitals existieren verschiedene – mehr oder minder elaborierte – Verfahren, die sich hinsichtlich unterschiedlicher Kriterien klassifizieren lassen.

Zum einen ist eine Unterscheidung hinsichtlich des *Bewertungszweckes* denkbar. Die Bewertung kann sich bspw. einerseits aus rechnungslegungstheoretischer Sicht auf die Bestimmung eines Buchwertes im Sinne der Bilanzierung und andererseits auf die Bestimmung eines ökonomischen Wertes zur Fundierung personalwirtschaftlicher Entscheidungen beziehen.<sup>148</sup> Zum anderen kann eine Unterscheidung bestehender Verfahren anhand des *zeitlichen Bezuges* erfolgen. Anhand dieses Kriteriums kann zwischen zukunfts- und vergangenheitsorientierten sowie zeitpunkt- und zeitraumbezogenen Verfahren unterschieden werden.<sup>149</sup> In Abhängigkeit des Vorliegens einer input- oder outputorientierten Betrachtungsweise dient die *Richtung* der Bewertungsverfahren als Differenzierungskriterium.<sup>150</sup> Inputorientierte Ansätze verwenden als Bewertungsgrundlage bspw. geschätzte oder tatsächliche Personalaufwendungen.<sup>151</sup> Marr (1982) unterscheidet hinsichtlich der heranzuziehenden Personalaufwendungen zwischen periodenbezogenen und investiven Aufwendungen.<sup>152</sup> Zu den periodenbezogenen Aufwendungen zählen bspw. Lohn- und Gehaltszahlungen, Weihnachts- und Urlaubsgeld oder vermögenswirksame Leistungen. Investive Aufwendungen sind solche, die dazu dienen, die künftige Leistungsfähigkeit einer

---

<sup>148</sup> Vgl. Streim (1993), Sp. 1682.

<sup>149</sup> Vgl. Gierlinger et al. (2003), S. 60 i.V.m. Marr (1982), S. 47-49.

<sup>150</sup> Vgl. Gierlinger et al. (2003), S. 61.

<sup>151</sup> Obwohl Gierlinger et al. in diesem Kontext von „[...] Aufwendungen für das Personal [...]“ [Gierlinger et al. (2003), S. 61] sprechen, kann bezweifelt werden, ob tatsächlich Personalaufwendungen im rechnungslegungstheoretischen Sinn gemeint sind. So umfassen Personalaufwendungen (bei einer Gewinn- und Verlustrechnung nach Gesamtkostenverfahren) z. B. nach §275 Abs. 2 Nr. 6 HGB die Löhne und Gehälter sowie soziale Abgaben und Aufwendungen für Altersversorgung und für Unterstützung. Dem entgegen steht der Begriff der Personalkosten, den jedes Unternehmen im Rahmen der internen Unternehmensrechnung selbst definiert. Demnach kann vermutet werden, dass Gierlinger et al. in diesem Fall nicht Personalaufwendungen meinen, sondern eher Auszahlungen, die einen Bezug zum Personal haben. So kann zweifelsohne die Beschaffung und Bereitstellung eines neuen und leistungsstarken Computers für einen Mitarbeiter als Auszahlung betrachtet werden, die einen Bezug zum Personal und auch ggf. einen Einfluss auf die Leistungsbereitschaft hat, jedoch wird diese Beschaffung nicht den Personalaufwendungen zugerechnet.

<sup>152</sup> Vgl. Marr (1982), S. 47.



Organisation zu beeinflussen.<sup>153</sup> Dahingegen stellen outputorientierte Ansätze auf eine Leistungsbeitragsbewertung von Mitarbeitern ab.<sup>154</sup> Je nachdem, welche Wertdeterminanten im Rahmen einer Humankapitalbewertung herangezogen werden, lassen sich quantitative von qualitativen Verfahren hinsichtlich der *Messbarkeit* der Daten voneinander abgrenzen werden. Zu den quantitativen Komponenten zählen Gierlinger et al. (2003) z. B. Produktivität und Personalkosten. Dahingegen werden bspw. Kreativität und Wissen den qualitativen Komponenten zugeordnet.<sup>155</sup> Im Kontext der *Zielausprägung*<sup>156</sup> wird der Frage nachgegangen, ob ein Bewertungsverfahren als Ergebnis eine monetäre oder eine nicht-monetäre Größe aufweist.<sup>157</sup> Als nicht-monetäre Größe kommt z. B. ein Punktwert zur Beschreibung des Humankapitals<sup>158</sup> in Frage.<sup>159</sup> In Bezug auf den *Anwendungsbereich* wird die Frage gestellt, ob ein Bewertungsverfahren für einen einzelnen Mitarbeiter, für Mitarbeitergruppen oder für ein gesamtes Unternehmen angewendet wird.<sup>160</sup> Gebauer und Wall sprechen hinsichtlich des Anwendungsbereiches vom Bewertungsobjekt als Klassifikationsmerkmal.<sup>161</sup>

Scholz et al. (2011) ordnen eine Vielzahl der existenten Bewertungsverfahren sechs Kategorien von Ansätzen zu (vgl. Tabelle 1). Eine umfassende Darstellung der von Scholz et al. (2011) klassifizierten Bewertungsverfahren wird einerseits dem Ziel dieser Arbeit – der Konstruktion regelbasierter Kompatibilitätsansätze zur Humankapitalbewertung – nicht gerecht und wiederholt andererseits bereits ausführlich geführte Diskussionen in der Literatur.<sup>162</sup> Deshalb erfolgt in der vorliegenden Arbeit lediglich eine Erläuterung der Klassifikation der Bewertungsansätze nach Scholz et al.

---

<sup>153</sup> Insbesondere bei dieser Unterscheidung werden die rechnungslegungsorientierten Überlegungen Marrs erkennbar. Investive Personalaufwendungen sind nach Marr zu kapitalisieren und anschließend über die erwartete Nutzungsdauer abzuschreiben [vgl. Marr (1982), S. 48].

<sup>154</sup> Vgl. Gierlinger et al. (2003), S. 61.

<sup>155</sup> Vgl. Gierlinger et al. (2003), S. 60-61.

<sup>156</sup> Gebauer und Wall bezeichnen die Ergebnisdimension als ein Klassifikationsmerkmal der Bewertungsverfahren, dies entspricht in unserem Sinne der Zielausprägung [vgl. Gebauer/Wall (2002), S. 687]. Letztendlich entspricht ein Ergebnis im entscheidungstheoretischen Sinne einer Zielgrößenausprägung [vgl. Laux et al. (2014), S. 31].

<sup>157</sup> Vgl. Gierlinger et al. (2003), S. 61.

<sup>158</sup> Gebauer und Wall schreiben an dieser Stelle: „Einige Methoden des HRA [Human-Resource Accounting, Anm. d. Verf.] liefern monetäre Informationen zum Wert des Humanvermögens; andere Verfahren hingegen bringen eine nicht-monetäre Größe (z. B. Punktwert) zur Beschreibung der Humanressourcen hervor“ [Gebauer/Wall (2002), S. 687]. Auch hier wird die inkonsistente Verwendung der Termini Humanvermögen und Humanressource deutlich.

<sup>159</sup> Vgl. Gebauer/Wall (2002), S. 687.

<sup>160</sup> Vgl. Gierlinger et al. (2003), S. 61.

<sup>161</sup> Vgl. Gebauer/Wall (2002), S. 686-687.

<sup>162</sup> Vgl. zu einer umfangreichen Darstellung der in Tabelle 1 aufgeführten Bewertungsverfahren z. B. Scholz et al. (2011), S. 57-201.

(2011). Zudem dient die detaillierte Betrachtung einzelner Bewertungsverfahren der Ableitung ausgewählter, geeigneter Kriterien für regelbasierte Kompatibilitätsansätze.

Humankapitalbewertungsansätze		
<b>Marktwertorientierte Ansätze</b> Markt-/Buchwert-Relation Markt-/Buchwert-Differenz Human Capital Market Value Investor-Assigned Market Value Tobin's $q$ Marktwert/Mitarbeiter-Quotient	<b>Indikatorenbasierte Ansätze</b> Value Explorer Intellectual Capital Index Intellectual Capital Navigator Skandia Navigator Intellectual Capital Audit IC-Rating Kennzahlenbasierte Wissensbilanz HR Scorecard Employee-Value-Index Human-Capital-Value Personalwert Human Capital Index Human-Potential-Index CIPD Framework Summenmodell des Humankapitals Humatics Human Asset Worth Human-Capital-Indikator Competence $\times$ Commitment Aries	<b>Renditeorientierte Ansätze</b> Originärer Value Added Intellectual Coefficient Weiterentwickelter Value Added Intellectual Coefficient Human Capital Pricing Model ROI of Human Capital
<b>Accounting-orientierte Ansätze</b> Accounting For The Future Human Resource Accounting Entgeltbarwert-Ansatz Lernzeitbasierte Wissensbilanz	<b>Value Added-Ansätze</b> Calculated Intangible Value ICM Model Market Value Added Economic Value Added Human Economic Value Added Human Capital Value Added Workonomics Knowledge Capital Knowledge Capital Scoreboard Total Value Creation	<b>Ertragspotenzialorientierte Ansätze</b> Value Creation Index Intangible Assets Monitor Saarbrücker Formel

Tabelle 1: Überblick über ausgewählte Humankapitalbewertungsansätze<sup>163</sup><sup>163</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 11-13.

Im Folgenden werden die den I) marktwertorientierten, II) accounting-orientierten, III) indikatorenbasierten, IV) valued added, V) renditeorientierten und VI) ertragspotenzialorientierten Ansätzen zugrundeliegenden Überlegungen präsentiert. Hierbei erfolgt eine Orientierung an der von Scholz et al. (2011) verwendeten Symbolik.

Zu I) Marktwertorientierten Ansätzen liegt die Überlegung zugrunde, dass sich der Wert des betrieblichen Humankapitals  $HC_1$  aus dem Zusammenspiel des Buchwertes und der betrieblichen Mitarbeiteranzahl mit einer marktseitigen Perspektive ermitteln lässt. Damit ist das Humankapital als eine Funktion des Buchwertes, des Marktwertes und der Mitarbeiterzahl definiert. Es gilt dann (2.3) als sogenannte Basisformel zur Darstellung des funktionalen Zusammenhangs:<sup>164</sup>

$$HC_1 := f(\text{Marktwert}, \text{Buchwert}, \text{Mitarbeiterzahl}) \quad (2.3)$$

Mit der Markt-/Buchwert-Relation, der Markt-/Buchwert-Differenz und dem Human Capital Market Value lassen sich bspw. drei Varianten der Basisformel (2.3) formulieren. Während bei erstgenannter Variante der Quotient aus Markt- und Buchwert und bei zweitgenannter Variante die Differenz aus Markt- und Buchwert gebildet werden<sup>165</sup>, wird zur Bestimmung des Human Capital Market Values der Quotient aus der Differenz des Markt- und Buchwertes mit der Mitarbeiteranzahl in Form von Vollzeitäquivalenten gebildet.<sup>166</sup>

Wenn den in 2.2.1.2 vorgestellten Definitionsansätzen zum betrieblichen Humankapital gefolgt wird, umfasst Humankapital die Fähigkeiten und Fertigkeiten sowie das Wissen und die Leistungsbereitschaft von Arbeitskräften. Bei Betrachtung marktwertorientierter

---

<sup>164</sup> Scholz et al. (2011), S. 60.

<sup>165</sup> Scholz et al. (2011) führen die Markt-/Buchwert-Relation und die Markt-/Buchwert-Differenz als separate Bewertungsverfahren auf [vgl. Scholz et al. (2011), S. 60 i.V.m. S. 63]. Da eine Relation jedoch grundsätzlich lediglich eine Beziehung zwischen (mindestens) zwei Größen bezeichnet [vgl. DWDS (h), Stichwort: Relation], muss sie nicht zwingend in Form eines Verhältnisses (Quotienten) ausgedrückt werden. Insofern lässt sich auch eine Differenz zwischen Markt- und Buchwert als Ausdruck dieser Relation verstehen. Eine separate Erfassung der Markt-/Buchwert-Differenz als eigenständiges Bewertungsverfahren erscheint daher entbehrlich. Vielmehr bedarf es lediglich einer Präzisierung des Relationsbegriffs.

<sup>166</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 60, 63 und 67. Die Ausführungen von Scholz et al. (2011) sind teilweise schwer nachvollziehbar. Die Autoren führen zunächst aus, dass die Markt-/Buchwert-Relation zur Quantifizierung des intellektuellen Kapitals herangezogen wird, das das Humankapital inkludiert. Anschließend erfolgt die Aussage, dass mit der Markt-/Buchwert-Relation das Humankapital jedes börsennotierten Unternehmens ermittelbar ist [vgl. Scholz et al. (2011), S. 60]. Zudem wird dargelegt, dass mit der Markt-/Buchwert-Differenz ebenfalls das intellektuelle Kapital bestimmt wird, wobei sich deren Ausprägung als Obergrenze eines Humankapitalwertes ansehen lässt [vgl. Scholz et al. (2011), S. 63]. Es ist somit fragwürdig, inwieweit die Markt-/Buchwert-Differenz bzw. -Relation zur Bestimmung eines Humankapitalwertes heranzuziehen sind. Die Interpretationen der beiden Größen als Humankapitalwerte erscheinen nur dann sinnvoll, wenn anzunehmen ist, dass kein sonstiges immaterielles Vermögen in dem zu bewertenden Unternehmen vorliegt.

Ansätze wird deutlich, dass das Ergebnis einer Markt-/Buchwert-Relation (in Form einer Differenz oder eines Quotienten) dem betrieblichen Humankapital entsprechen soll. Beide Werte unterliegen jedoch verschiedenen Störungsmechanismen, sowohl betrieblicherseits als auch marktseitig.<sup>167</sup> Während die Ausprägung des Buchwertes eines Unternehmens z. B. von diversen (realen und buchmäßigen) bilanzpolitischen<sup>168</sup> Maßnahmen abhängt, unterliegt der Marktwert bspw. Schwankungen im gesamtwirtschaftlichen Kontext. Ein abrupter Aktienkursverfall (z. B. infolge ökonomischer oder politischer Unsicherheiten seitens der Marktteilnehmer) und eine damit einhergehende Verringerung des Marktwertes führen dann zu einer Verringerung des Humankapitalwertes.<sup>169</sup> Daher sind die Markt-/Buchwert-Relation, die Markt-/Buchwert-Differenz und der Human Capital Market Value und deren Eignung zur Humankapitalbewertung kritisch zu hinterfragen.

Zu II) Im Kontext der accounting- bzw. rechnungslegungsorientierten Ansätze ergibt sich der Wert des betrieblichen Humankapitals nach Scholz et al. (2011) als eine Funktion von Personalaufwandsgrößen und Abschreibungen:<sup>170</sup>

$$HC_2 := f(\text{Personalaufwandsgrößen}, \text{Abschreibungen}) \quad (2.4)$$

Ziel ist die Übertragung der Überlegungen klassischer Rechnungslegungs- und Bilanzierungsverfahren auf die Bewertung des betrieblichen Humankapitals.<sup>171</sup>

Verfahren des HRA lassen sich in die beiden Kategorien Human Resource Cost Accounting (HRCA)<sup>172</sup> und Human Resource Value Accounting (HRVA)<sup>173</sup>

---

<sup>167</sup> Vgl. Schmeisser et al. (2011), S. 33.

<sup>168</sup> Mit Bilanzpolitik wird das zielgerichtete Durchführen jahresabschlussbeeinflussender Maßnahmen bezeichnet. Dabei wird zwischen sachverhaltsgestaltender (z. B. Durchführung kurzfristiger, erfolgswirksamer Werbemaßnahmen, Veräußerung von Vermögen) und buchmäßiger (z. B. Beeinflussung des Ausweises gewisser Geschäftsvorfälle im Jahresabschluss, zielgerichtetes Ausüben verschiedener Wahlrechte) Bilanzpolitik unterschieden [vgl. Wagenhofer et al. (2023), S. 271 und S. 273-274].

<sup>169</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 62.

<sup>170</sup> Scholz et al. (2011), S. 79.

<sup>171</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 79.

<sup>172</sup> Im Kontext des HRCA können drei verschiedene Ausrichtung der Bewertung identifiziert werden. Entweder erfolgt eine Bewertung des Humankapitals auf Grundlage tatsächlich angefallener Kosten für die Personalbeschaffung (z. B. Anwerbungs-, Anstellungs- und Einweisungskosten [vgl. hierzu Flamholtz (1982), S. 79]), auf Basis von Wiederbeschaffungskosten (z. B. Anwerbungs-, Auswahl- und Ausbildungskosten für eine ersetzende Person [vgl. hierzu Flamholtz (1982), S. 80]) oder durch Betrachtung der Opportunitätskosten (im Sinne eines Wertes in einer alternativen, günstigsten Verwendung, vgl. hierzu Flamholtz (1982), S. 80-81) [vgl. Flamholtz (1974), S. 48].

<sup>173</sup> Zum HRVA gehört z. B. neben der Anwendung der Firmenwert-Methode [vgl. hierzu Hermanson (1964), S. 8-9], bei der sich der Wert des Humankapitals aus der Differenz der unternehmensspezifischen und der branchendurchschnittlichen Rentabilität ergibt, auch die Methode zukünftiger Leistungsbeiträge, bei der in Abhängigkeit der hierarchischen Stellung einer Arbeitskraft und unter Bezug des in diesen Stellungen geleisteten Beitrags zur Gesamtleistung eines Unternehmens ein stochastischer Humankapitalwert ermittelt wird [vgl. hierzu Flamholtz (1982), S. 92-96].

differenzieren.<sup>174</sup> Während das Ziel des HRCA das Erfassen und Messen sämtlicher personalbezogener Kosten darstellt, sind das Erfassen und Messen des ökonomischen Wertes der Arbeitskräfte für eine Organisation Gegenstände des HRVA.<sup>175</sup>

Zu III) Indikatorenbasierte Ansätze folgen der Überlegung, dass sich der Wert des betrieblichen Humankapitals aus der Kombination der Ausprägungen verschiedener Indikatoren ergibt (2.5):<sup>176</sup>

$$HC_3 := \sum \text{Indikatoren} \quad (2.5)$$

Indikatorenbasierte Verfahren sind dadurch gekennzeichnet, dass sie sowohl monetär als auch nicht-monetär erfassbare Kennzahlen und deren Ausprägungen zur Ermittlung eines Humankapitalwertes berücksichtigen können.

Zu IV) Den value-added Ansätzen liegt die Überlegung zugrunde, dass sich der Wert des Humankapitals aus der Differenz zwischen einem Output und einem Input ergibt. Der Wert des Humankapitals entspricht dann dem Mehrwert aus den beiden Komponenten:<sup>177</sup>

$$HC_4 := \text{Output} - \text{Input} \quad (2.6)$$

Beim sogenannten Market-Value-Added-Verfahren wird dann bspw. die Differenz aus dem Marktwert eines Unternehmens und dem investierten Kapital gebildet. Der Marktwert entspricht dabei dem Output und das investierte Kapital in Form der Summe aus dem in das Unternehmen eingebrachte Eigen- und Fremdkapital. Die Differenz stellt dann den Wert des Humankapitals dar.<sup>178</sup> Dieses Verfahren ist ähnlich problembehaftet wie die bereits vorgestellte Markt-/Buchwert-Relation. Da sowohl der Marktwert als auch das eingebrachte Fremd- und Eigenkapital zum einen Schwankungen und zum anderen bilanzpolitischen Maßnahmen unterliegen können, bleibt offen, ob dieses Verfahren eine tatsächliche Bewertung des betrieblichen Humankapitals in Form der durch Arbeitskräfte eingebrachten Fähigkeiten und Fertigkeiten vornimmt.

---

<sup>174</sup> Vgl. Schmidt (1982), S. 12.

<sup>175</sup> Vgl. Schmidt (1982), S. 12.

<sup>176</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 93. Das dargestellte Summenzeichen entspricht der verwendeten Notation von Scholz et al. (2011) und kann als Surrogat für eine Verknüpfungsoperation angesehen werden. Diese dient zur Aggregation der Indikatoren zu einem Wert des betrieblichen Humankapitals. Scholz et al. (2011) gehen nicht näher auf das verwendete Symbol ein.

<sup>177</sup> Scholz et al. (2011), S. 151.

<sup>178</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 158.

Zu V) Renditeorientierte Ansätze sind nach Scholz et al. (2011) durch die Bildung eines Verhältnisses aus der Ausprägung einer Erfolgsgröße und dem korrespondierenden Kapitaleinsatz gekennzeichnet.<sup>179</sup>

$$HC_5 := \frac{\text{Erfolgsgröße}}{\text{Kapitaleinsatz}} \quad (2.7)$$

Als Erfolgsgrößen sind nach Scholz et al. (2011) bspw. der Gewinn oder Umsatzerlöse heranziehbar.<sup>180</sup> Es bleibt in Teilen unklar, inwieweit sich sogenannte value-added und renditeorientierte Ansätze inhaltlich voneinander unterscheiden. Bei Gegenüberstellung der von Scholz et al. (2011) präsentierten Basisformeln wird ersichtlich, dass renditeorientierte Ansätze von der inhaltlichen Bedeutung her eine Teilmenge der value added Ansätze darstellen. Während die Basisformel der value added Ansätze ( $HC_4 := \text{Output} - \text{Input}$ ) einen allgemeinen Vergleich von Output- und Inputgrößen vorsieht, wird in der Basisformel renditeorientierter Ansätze ( $HC_5 := \frac{\text{Erfolgsgröße}}{\text{Kapitaleinsatz}}$ ) eine Gegenüberstellung einer Erfolgsgröße mit zugehörigem Kapitaleinsatz vorgenommen. Erfolgsgröße und Kapitaleinsatz stellen lediglich konkretisierte Termini für Output und Input dar. Ein formaler Unterschied wird in der jeweiligen durchzuführenden arithmetischen Operation deutlich. Während value added Ansätze eine Differenzbildung vorsehen, stellen Quotienten die Basisoperation der renditeorientierten Ansätze dar. Eine tiefergehende inhaltliche Betrachtung der Durchführung von Differenzen und Quotienten erfolgt in Kapitel 2.2.3.2.2 im Kontext der fachlichen Eignung von Arbeitskräften.

Exemplarisch für renditeorientierte Ansätze wird im Folgenden der sogenannte Return on Investment of Human Capital (HCROI) dargestellt, welcher in Abhängigkeit der in Ansatz zu bringenden Größen mit zwei Gleichungen ermittelt werden kann:<sup>181</sup>

$$HC_{6a} := HCROI = \frac{\text{Umsatzertrag}^{182} - (\text{Aufwand} - \text{Löhne und Gehälter})}{\text{Löhne und Gehälter}} \quad (2.8a)$$

oder

---

<sup>179</sup> Scholz et al. (2011), S. 183.

<sup>180</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 183.

<sup>181</sup> Scholz et al. (2011), S. 193.

<sup>182</sup> Die Verwendung des Begriffes Umsatzertrag ist durchaus irreführend. In der betriebswirtschaftlichen Begriffslehre wird zwischen Ertrag und Umsatz( Erlösen) differenziert. Umsatzerlöse stellen eine Teilmenge der Erträge dar. Fitz-enz (2000) orientiert sich hinsichtlich der Terminologie am „income statement“ (deutsch: Gewinn- und Verlustrechnung) und verwendet dementsprechend den Begriff „revenue“ (deutsch: Umsätze, Erlöse) [vgl. Fitz-enz (2000), S. 46]. Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit die sogenannten Umsatzerträge als Umsatzerlöse bezeichnet.

$$HC_{6b} := HCROI = \frac{Umsatzertrag - (Aufwand - HCCF)}{HCCF} \quad (2.8b)$$

mit

$HCCF$  := Human Capital Cost Factor

Der sogenannte Human Capital Cost Factor (HCCF) ergibt sich aus der Summe der Lohn- und Gehalts- sowie den Leih- und Zeitarbeits- und den Absentismus- und Fluktuationskosten.<sup>183</sup> Unabhängig von der verwendeten Gleichung und damit einer engeren ((2.8a)) oder weiteren ((2.8b)) Auslegung der personalbezogenen Kosten zeigt der HCROI an, inwieweit die Umsatzerlöse die um die personalbezogenen Kosten reduzierten Aufwendungen übersteigt.<sup>184</sup> Durch die Subtraktion der Löhne und Gehälter (respektive HCCF) von den Aufwendungen wird ein bereinigter Gewinn ermittelt. Dieser entspricht der Differenz aus den Umsatzerlösen und den nicht der menschlichen Arbeitskraft zugerechneten Aufwendungen. Mit der Bildung des Quotienten aus diesem bereinigten Gewinn und den Löhnen und Gehältern (respektive HCCF) wird sodann der Durchschnittsgewinn, der sich aus einer Einheit der Humankapitalkosten in Form der Löhne und Gehälter ergibt, ermittelt.<sup>185</sup>

Zur Illustration der HCROI-Bestimmung bei ausschließlicher Betrachtung der Löhne- und Gehälter und dementsprechender Vernachlässigung anderer personalbezogener Kosten wird folgendes Beispiel unter Zugrundelegung der Daten von Fitz-enz (2000) in Verbindung mit Scholz et al. (2011) betrachtet:<sup>186</sup>

In der Ausgangssituation eines Unternehmens gilt für die Umsatzerlöse  $UE = 100 \text{ GE}$ , die Aufwendungen  $Aufw = 80 \text{ GE}$  und die Löhne- und Gehälter  $LuG = 24 \text{ GE}$ . Bei Zugrundelegung bereits vorgestellter Bestimmungsgleichung gilt für den HCROI:

$$HCROI = \frac{100 - (80 - 24)}{24} \approx 1,83$$

Für den HCROI gilt, dass sich dieser als eine Funktion der Parameter Umsatzerlöse, Aufwendungen und Löhne- und Gehälter ergibt.

---

<sup>183</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 192.

<sup>184</sup> Auch hier zeigt sich die terminologische Ungenauigkeit, da es letztlich nicht um Kosten und Aufwendungen, sondern um Auszahlungen geht.

<sup>185</sup> Vgl. Fitz-enz (2000), S. 51.

<sup>186</sup> Vgl. Fitz-enz (2000), S. 46; Scholz et al. (2011), S. 193.



Bei Konstanz der Ausprägungen von zwei Parametern und einer Variation des dritten Parameters lässt sich die Wirkungsweise der Parameter auf die Ausprägung des HCROI beurteilen.

Es ist ersichtlich, dass bei Konstanz der Umsatzerlöse und Aufwendungen eine Erhöhung bzw. Senkung der Löhne und Gehälter zu einer Verringerung bzw. Erhöhung der Ausprägung des HCROI führt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass aus einer Erhöhung bzw. Verringerung der Humankapitalkosten in Form von Löhnen und Gehältern ein geringeres bzw. größeres Verhältnis aus adjustiertem Gewinn und den Humankapitalkosten resultiert.<sup>187</sup> Mit Umformung obiger Formel (2.8a) zu (2.8c) wird dies besonders deutlich:

$$HCROI = \frac{UE - (Aufw - LuG)}{LuG} = \frac{UE}{LuG} - \frac{(Aufw - LuG)}{LuG} = \frac{UE}{LuG} - \frac{Aufw}{LuG} + \frac{LuG}{LuG} = \frac{UE - Aufw}{LuG} + 1 \quad (2.8c)$$

Mit (2.8c) ist ersichtlich, dass sich bei Erhöhung bzw. Verringerung der Löhne und Gehälter ein geringerer bzw. höherer Quotient  $\frac{UE - Aufw}{LuG}$  und damit ein geringerer bzw. höherer HCROI ergibt.

Aus einer Erhöhung bzw. Verringerung der Aufwendungen und bei Konstanz der Umsätze und der Löhne und Gehälter resultiert ebenfalls eine niedrigere bzw. höhere Ausprägung des HCROI. Bei Kongruenz der Ausprägungen der Umsätze und der Aufwendungen resultiert  $HCROI = 1$  (aus  $UE = Aufw$  ergibt sich  $\frac{UE - Aufw}{LuG} = 0$ , vgl. (2.8c)).<sup>188</sup>

Bei Konstanz der Aufwendungen und der Löhne und Gehälter und Variation der Umsatzerlöse ist erkennbar, dass mit höheren bzw. geringeren Umsatzerlösen ein höherer bzw. niedrigerer HCROI resultiert.

Letztlich lässt sich der Humankapitalwert in Form des HCROI durch Verringerung der Löhne und Gehälter, Erhöhung der Umsatzerlöse oder Verringerung der Aufwendungen bei jeweiliger Konstanz der übrigen Parameter erhöhen. Dabei bleibt jedoch unklar,

---

<sup>187</sup> Vgl. Fitz-enz (2000), S. 51.

<sup>188</sup> „Bei einem Wert von 1 [für den HCROI, Anm. d. Verf.] deckt der für den Personalaufwand verfügbare Umsatzertrag gerade die benötigte Lohn- und Gehaltssumme; hier ist damit der Schwellenwert für die personalwirtschaftliche Profitabilität erreicht“ [Scholz et al. (2011), S. 193]. Dies ist insofern unklar, da  $HCROI = 1$  genau dann resultiert, wenn die Aufwendungen den Umsatzerlösen entsprechen. Die Ausprägung der Löhne und Gehälter hat keinen expliziten Einfluss darauf, in welcher Situation sich  $HCROI = 1$  ergibt (vgl. (2.8c)).

inwieweit die Ausprägung der Löhne und Gehälter als alleiniger Parameter variiert werden kann, da diese eine Teilmenge der betrieblichen Aufwendungen darstellen. Dementsprechend führt eine Verringerung bzw. Erhöhung der Löhne und Gehälter zu einer simultanen Verringerung bzw. Erhöhung der Gesamtaufwendungen.

Darüber hinaus ist es möglich, dass durch eine Reduktion der Löhne und Gehälter eine Reduktion der Umsatzerlöse folgt. In der Humankapitaltheorie wird postuliert, dass ein hoher Bildungsstand zu einer hohen Produktivität und dadurch zu einem höheren Einkommen führt. Bei einer Übertragung dieses Zusammenhangs auf die Bestimmung des HCROI könnte aus niedrigen Löhnen und Gehältern eine niedrige Produktivität geschlussfolgert werden, welche sich dann in niedrigeren Umsatzerlösen widerspiegelt. Aus den Löhnen und Gehältern auf den Wert des Humankapitals zu schließen, erweist sich deshalb als problematisch. Bei Löhnen und Gehältern handelt es sich um Preisgrößen, die nicht ausschließlich die Produktivität oder das Bildungsniveau widerspiegeln, sondern auch von Faktoren wie Verhandlungsmacht, Standortbedingungen oder arbeitsmarktpolitischen Regulierungen determiniert werden. Ein niedriges Gehaltsniveau in diesem Sinne kann also sowohl auf geringe Produktivität, als auch auf Marktungleichgewichte oder auf einen Standort mit niedrigen Lohnkosten hindeuten. Zudem können Lohn- und Gehaltsreduktionen zwar kurzfristige Kostensenkungen hervorrufen, aber ggf. langfristig die Leistungsbereitschaft der Arbeitskräfte beeinträchtigen und damit reduzierend auf die Produktivität und die Umsatzerlöse wirken.

Zu VI) Ertragspotenzialorientierte Ansätze verfolgen unabhängig von den aktuellen Erträgen das Ziel, das dem Personal inhärente Ertragspotenzial abzubilden.<sup>189</sup> Dieses Potenzial in Form eines Humankapitalwertes ergibt sich als Funktion aus sogenannten wertbildenden Humankapitalfaktoren:<sup>190</sup>

$$HC_7 := f(\text{Humankapitalfaktoren}) \quad (2.9)$$

Eines den ertragspotenzialorientierten Ansätzen zugeordnetes Bewertungsverfahren stellt die von Scholz, Stein und Bechtel entwickelte sogenannte Saarbrücker-Formel dar, welche im Folgenden skizziert wird.<sup>191</sup>

---

<sup>189</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 195.

<sup>190</sup> Scholz et al. (2011), S. 195.

<sup>191</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 201.

#### 2.2.2.2.2 Saarbrücker-Formel

---

Mit der von Scholz et al. (2011) konstruierten Saarbrücker-Formel<sup>192</sup> existiert ein Bewertungsverfahren, dessen Ziel in der monetären Erfassung des Humankapitalpotenzials liegt. Es soll die Frage beantwortet werden, welches Humankapitalpotenzial mit welchen Personalkosten geschaffen wird und welche künftigen Erträge auf dessen Basis erzielbar sind.<sup>193</sup>

Hierzu werden als Bestandteile der Formel eine Humankapital-Wertbasis, ein -Wertverlust, eine -Wertsteigerung sowie eine -Wertänderung erfasst.<sup>194</sup> Der Saarbrücker-Formel liegt zunächst die Überlegung zugrunde, die Personalausstattung eines Unternehmens in sogenannte Beschäftigtengruppen ( $\kappa$  mit  $\kappa = 1, \dots, K$ ) zu differenzieren.<sup>195</sup>

Die Wertbasis stellt das Produkt aus der Anzahl der Vollzeitäquivalente einer Beschäftigtengruppe ( $FTE_{\kappa}$ ) und branchenüblichen Durchschnittslöhnen bzw. -gehältern ( $DL_{\kappa}$ ) dar. Damit entspricht die Wertbasis dem beschäftigtengruppenspezifischen Marktwert in Form von Wiederbeschaffungskosten.<sup>196</sup> Es wird also der Annahme gefolgt, dass sich der Wert des Humankapitals grundsätzlich daraus ergibt, welchen Betrag in Form von Löhnen- und Gehältern ein Unternehmen bezahlen müsste, um die Anzahl der betrieblichen Vollzeitäquivalente am Arbeitsmarkt zu beschaffen. Eine Berücksichtigung potenzieller Einstellungskosten findet nicht statt.

Der Humankapital-Wertverlust resultiert aus der Operationalisierung der sogenannten Wissensrelevanzzeit ( $WZ_{\kappa}$ ) und der durchschnittlichen Betriebszugehörigkeit ( $BZG_{\kappa}$ ). Die Wissensrelevanzzeit stellt die Dauer dar, wie lange in einem Unternehmen vorhandenes Wissen relevant ist, bevor es als unbrauchbar eingestuft wird.<sup>197</sup> Nach Scholz et al. (2011) setzt sich Wissen aus Fach- und Erfahrungswissen zusammen. Während erstgenannte Art Schul- und Ausbildungswissen darstellt, entspricht zweitgenannte Art sogenanntem berufsübergreifendem Handlungswissen. Das Erfahrungswissen baut sich sukzessive im praktischen Arbeiten auf. Fach- und

---

<sup>192</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 201.

<sup>193</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 202.

<sup>194</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 202. Es sei darauf hingewiesen, dass die Termini Wertverlust, Wertsteigerung und Wertänderung als verwirrend eingestuft werden können. Jede Wertsteigerung oder jeder Wertverlust stellt eine Wertänderung dar.

<sup>195</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 202-203.

<sup>196</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 202-203.

<sup>197</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 203.

Erfahrungswissen werden zum Wissen aggregiert.<sup>198</sup> Die Wissensrelevanzzeit gibt an, wie lange Wissen ohne Auffrischung verwendbar ist und zur betrieblichen Wertschöpfung beiträgt.<sup>199</sup> Mit der durchschnittlichen Betriebszugehörigkeit wird die Nutzungsdauer des betrieblichen Humankapitals in Ansatz gebracht.<sup>200</sup> Der Zusammenhang zwischen der Wissensrelevanzzeit und der Betriebszugehörigkeit ( $f(WZ_K, BZG_K)$ ) kann in Abhängigkeit der Art des zu betrachtenden Wissens variieren. Vereinfachend kann angenommen werden, dass sich der funktionale Zusammenhang durch den Quotienten  $\frac{WZ_K}{BZG_K}$  konstruieren lässt.<sup>201</sup>

Die Humankapital-Wertsteigerung ergibt sich aus der Berücksichtigung der getätigten Personalentwicklungsinvestitionen innerhalb einer Beschäftigtengruppe ( $PE_K$ ).<sup>202</sup>

Die Humankapital-Wertänderung wird durch die Integration eines Motivationsindex ( $MI_K$ ) erfasst. Diese Integration beruht auf der Überlegung, dass eine unterdurchschnittlich bzw. überdurchschnittlich ausgeprägte Motivation zu einem geringen bzw. hohen Humankapitalwert führen kann.<sup>203</sup>

Damit ergibt sich für die Bestimmung des Humankapitalwertes auf Grundlage der Verknüpfung der geschilderten Komponenten die Saarbrücker-Formel (2.10):<sup>204</sup>

$$HC := \sum_{K=1}^K [(FTE_K \cdot DL_K \cdot f(WZ_K, BZG_K) + PE_K) \cdot MI_K] \quad (2.10)$$

Der Wert des Humankapitals resultiert mit (2.10) aus der Addition der beschäftigtengruppenspezifischen Humankapitalwerte, welche sich aus der Berücksichtigung der Wertbasis, des Wertverlustes, der Wertsteigerungen und Wertänderungen ergeben.<sup>205</sup>

---

<sup>198</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 218-219.

<sup>199</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 203.

<sup>200</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 203.

<sup>201</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 204; Scholz/Stein (2006), S. 9.

<sup>202</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>203</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>204</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 205.

<sup>205</sup> Es ist zwar (in Ansätzen) nachvollziehbar, dass die Autoren Personalentwicklungsinvestitionen als wertsteigernde Komponente und den Wissensverlust als Wertverlust bezeichnen, aber die Implementation des Motivationsindex als Wertänderungskomponente zu betiteln, erschließt sich nicht. Letztendlich führt eine unterdurchschnittlich ausgeprägte Motivation – den Autoren folgend – zu einem geringeren Humankapitalwert und demzufolge zu einem Wertverlust und eine überdurchschnittlich ausgeprägte Motivation zu einem höheren Humankapitalwert und demzufolge zu einer Wertsteigerung.

Bei der Saarbrücker-Formel handelt es sich um ein vergangenheitsorientiertes und zeitpunktbezogenes Verfahren. Durch Summierung der beschäftigengruppenspezifischen Humankapitalwerte lässt sich ein unternehmensbezogener Gesamthumankapitalwert ermitteln.<sup>206</sup>

In der Saarbrücker-Formel werden Überlegungen marktwertorientierter, rechnungslegungsorientierter und indikatorenbasierter Ansätze vereint.<sup>207</sup> Die Berücksichtigung durchschnittlicher Branchengehälter entspricht der Annahme, dass eine marktseitige Beurteilung des Humankapitals vorgenommen wird.<sup>208</sup> Die Erfassung von Personalentwicklungsinvestitionen und korrespondierenden Abschreibungsraten in Form des Quotienten aus Wissensrelevanzzeit und Betriebszugehörigkeit tragen der Integration rechnungslegungsorientierter Ansätze Rechnung.<sup>209</sup> Der Motivationsindex und dessen Integration entstammen der Überlegung indikatorenbasierter Ansätze. Es erfolgt eine Berücksichtigung einer nicht-monetär erfassbaren Größe (hier: Motivation) in der Bestimmungsgleichung.<sup>210</sup>

Der Saarbrücker-Formel kann attestiert werden, dass der Fokus auf den Mitarbeiterwert als monetäres Äquivalent des Wissensbestands durchaus als positiv einzustufen ist.<sup>211</sup> Die monetäre Bewertung des Humankapitals ermöglicht einen Vergleich mit und einen Bezug zu anderen ebenfalls monetär erfassten Werten des betrieblichen Rechnungswesens.<sup>212</sup> Damit einher geht die Abkehr von der Auffassung des als ausschließlich kostenverursachenden Mitarbeiters. Arbeitskräfte als Wissensträger stellen eine Grundlage für die Anpassungsfähigkeit und dementsprechend für den wirtschaftlichen Erfolg einer Unternehmung dar.<sup>213</sup>

Weiterhin lassen sich die mit der Formel ermittelten Humankapitalwerte im Zeitverlauf analysieren, um rekursiv Schlüsse hinsichtlich durchgeführter Personalentwicklungsmaßnahmen zu ziehen.<sup>214</sup>

Die Saarbrücker-Formel weist verschiedene Vor- und Nachteile auf, die zum einen semantischer und zum anderen syntaktischer Natur sind.

---

<sup>206</sup> Vgl. Scholz/Stein (2006), S. 10.

<sup>207</sup> Vgl. Scholz/Stein (2006), S. 9.

<sup>208</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 60.

<sup>209</sup> Vgl. Scholz/Stein (2006), S. 9.

<sup>210</sup> Vgl. Scholz/Stein (2006), S. 9.

<sup>211</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 99 i.V.m. Kossbiel (2007), S. 344.

<sup>212</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 99.

<sup>213</sup> Vgl. Weiss/Sterzel (2007), S. 24.

<sup>214</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 99.

In der Saarbrücker-Formel werden nach Ausbildungsabschlüssen und ausgeübten Berufen differenzierte *Beschäftigtengruppen* in Ansatz gebracht.<sup>215</sup> Dabei stellen Scholz et al. (2011) auf Berufe und damit auf Qualifikationen im Sinne von arbeitsplatzspezifischen Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnissen ab. Deren alleinige Betrachtung als Bestandteil des betrieblichen Humankapitals ist jedoch insofern problematisch, als Berufe und die korrespondierenden Qualifikationen nur dann sinnvoll einen Beitrag zum Humankapitalwert stiften können, sofern sie betrieblicherseits benötigt werden.

Ebenfalls problematisch ist die Berücksichtigung branchenüblicher Durchschnittsgehälter und deren multiplikative Verknüpfung mit der Anzahl der in einer Beschäftigtengruppe befindlichen Vollzeitäquivalente: Es ist unklar, mit welcher Berechtigung branchenübliche Gehälter den Wert des betrieblichen Humankapitals des bewertenden Unternehmens verringern oder erhöhen können. Mit Blick auf die in dieser Arbeit präsentierten Definitionsansätze wird der Wert des Humankapitals<sup>216</sup> z. B. als der Barwert zukünftiger Zahlungsflüsse aufgrund bestimmter personeller Leistungsfähigkeiten aufgefasst. Wenn Scholz et al. (2011) dieser Überlegung folgen, müssten Lohnzahlungen als Auszahlungen in einen Humankapitalwert einfließen. Folgen Scholz et al. (2011) stattdessen der Überlegung, dass die Anzahl der Vollzeitäquivalente einer Beschäftigtengruppe gleichzusetzen ist mit deren inhärenten Qualifikationen, entspricht die Multiplikation aus der Anzahl der Vollzeitäquivalente mit den branchenüblichen Durchschnittslöhnen den mit dem Marktlohn bewerteten Qualifikationen. Diese Überlegung ist jedoch nur dann sinnvoll verargumentierbar, wenn es sich bei den Löhnen um Potenziallöhne<sup>217</sup> handelt. Werden in einem Unternehmen aber Anforderungslöhne gezahlt, erscheint eine Multiplikation der branchenüblichen Löhne mit den Vollzeitäquivalenten und damit den Qualifikationen als nicht zielführend, um einen Humankapitalwert zu ermitteln. Für die weiteren Ausführungen wird davon ausgegangen, dass der Term  $FTE_{\kappa} \cdot DL_{\kappa}$  die mit einem (unspezifischen) Lohnsatz bewerteten Vollzeitäquivalente mit den korrespondierenden Berufen und

---

<sup>215</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 223.

<sup>216</sup> Scholz et al. (2011) verzichten auf die Darlegung einer ausgearbeiteten Definition zum Begriff des Humankapitals, daher kann die Saarbrücker-Formel nur vor dem Hintergrund anderer bestehender Definitionen beurteilt werden.

<sup>217</sup> Im Kontext der Potenzialentlohnung orientiert sich die Entlohnung an den durch eine Arbeitskraft zur Verfügung gestellten Fähigkeiten [vgl. Kossbiel (2006), S. 593]. Simplifizierend formuliert erfolgt eine Entlohnung in Abhängigkeit davon, wofür eine Arbeitskraft verwendet werden kann und nicht für welche Tätigkeiten sie tatsächlich bereitgestellt wird, wie es bei Anforderungslöhnen der Fall ist.

dementsprechenden Qualifikationen darstellt. Dieser Term wird mit der sogenannten Wissenserosion<sup>218</sup> in Form des Quotienten aus Wissensrelevanzzeit und Betriebszugehörigkeit  $\frac{WZ_K}{BZG_K}$  multipliziert. Damit soll nach Scholz et al. (2011) eine Abschreibung auf den Humankapitalwert dargestellt werden, welche auf der Überlegung beruht, dass Wissen von Arbeitskräften veraltet und dementsprechend der Humankapitalwert abnimmt.<sup>219</sup> Es erscheint durchaus plausibel, dass Wissen eine beschränkte Relevanzzeit besitzt. Weniger plausibel erscheint jedoch die unterstellte Notwendigkeit der Abnahme des Humankapitalwertes. Ihr liegt die implizite Annahme zugrunde, dass sich die betrieblichen Wissenserfordernisse nicht verändern. Mit der in der Formel berücksichtigten Rate erfolgt auch eine Abschreibung solchen Wissens, das gar nicht (mehr) benötigt wird. Ein solches Verständnis greift jedoch zu kurz. Vielmehr sollten Humankapitalbewertungsverfahren – analog zur obigen Betrachtung von Vollzeitäquivalenten mit deren inhärenten Qualifikation – auch die betrieblichen Anforderungen berücksichtigen. In diesem Zusammenhang kann es sinnvoll sein, eine Unterscheidung zwischen Wissensrelevanz und Wissenserfordernis vorzunehmen. Während Wissensrelevanz die Wichtigkeit oder Bedeutsamkeit von Wissen beschreibt<sup>220</sup>, zielt der Begriff Wissenserfordernis auf den Bedarf von Wissen ab. Damit ist gemeint, dass bestimmtes Wissen zwar relevant im Sinne von wichtig oder bedeutsam sein kann, aber es von Unternehmensseite keinen Bedarf an diesem Wissen gibt. Wie sich im Folgenden zeigt, stellt Wissen einen Bestandteil der Qualifikationen dar und ist dementsprechend in der Saarbrücker-Formel Bestandteil der Vollzeitäquivalente mit den darin enthaltenen Qualifikationen. Dementsprechend sollte eine Gegenüberstellung der Wissenserfordernisse und der Wissensmöglichkeiten im Rahmen der Gegenüberstellung von betrieblichen Anforderungen und durch die von Arbeitskräften bereitgestellten Qualifikationen erfolgen.

Aus der Gleichung (2.10) resultiert, dass sich der Humankapitalwert aus der Summe der Wertbasis abzgl. des Wertverlustes in Form der sogenannten Abschreibungsrate des Wissens und der Wertsteigerung in Form der Personalentwicklungskosten ergibt. Durch die ausschließliche Verwendung positiver Vorzeichen ergibt sich, dass sich sowohl der Wertverlust als auch die Wertsteigerung positiv auf den Humankapitalwert auswirken.<sup>221</sup>

---

<sup>218</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 216.

<sup>219</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 216.

<sup>220</sup> Unter Relevanz wird die Bedeutsamkeit oder die Wichtigkeit von etwas in einem bestimmten Zusammenhang verstanden [vgl. DWDS (i), Stichwort: Relevanz].

<sup>221</sup> Vgl. Kossbiel (2007), S. 340.

Es ist nachvollziehbar, dass Personalentwicklungsmaßnahmen einen positiven Beitrag zum betrieblichen Humankapital leisten können. Durch die additive Verknüpfung der Personalentwicklungskosten mit den durch die Abschreibungsrate beeinflussten und mit einem Lohnsatz bewerteten Vollzeitäquivalente steigern die Personalentwicklungsinvestitionen nach Scholz et al. (2011) den Wert des betrieblichen Humankapitals in identischem Ausmaß. Kossbiel (2007) hinterfragt zurecht diese proportionale Überführung der Personalentwicklungskosten in den Humankapitalwert.<sup>222</sup> Hinsichtlich Personalentwicklungsmaßnahmen ist zu differenzieren, was das Objekt der Maßnahme darstellt. Personalentwicklungsmaßen stellen eine betriebliche Möglichkeit dar, um die durch Arbeitskräfte bereitgestellten Qualifikationen und Leistungsbereitschaften an die betrieblichen Leistungserfordernisse anzupassen.

Die – wenngleich hinsichtlich der Operationalisierung kritisch zu betrachtende – Implementierung eines *Motivationsindex*  $MI_k$  erscheint durchaus nachvollziehbar. Die Motivation als eine die Leistungsbereitschaft beeinflussende Komponente wird von Scholz et al. (2011) berechtigterweise als wertbeeinflussender Aspekt des betrieblichen Humankapitals berücksichtigt. Scholz et al. (2011) nehmen an, dass „[...] mit überdurchschnittlich hoher Mitarbeitermotivation das Human Capital [sic!] höher zu bewerten ist, mit unterdurchschnittlicher Motivationshöhe dagegen niedriger.“<sup>223</sup> Der von den Autoren integrierte Index resultiert aus der Durchführung recht aufwendiger und regelmäßig zu wiederholender Mitarbeiterbefragungen.<sup>224</sup> Als Motivationsindikatoren werden „[...] Commitment (Wollen), Context (Können) und Retention (Werden) [...]“<sup>225</sup> herangezogen.

Unter dem Begriff Commitment verstehen die Autoren die Bereitschaft von Arbeitskräften, ihre Arbeitskraft dem Unternehmen zur Verfügung zu stellen.<sup>226</sup> Wenngleich die Bezeichnung Commitment recht verwirrend ist<sup>227</sup>, erscheint die Intention, dass Leistungsbereitschaft eine wertbeeinflussende Komponente des Humankapitals darstellt, nachvollziehbar, weshalb im folgenden Verlauf der vorliegenden Arbeit Leistungsbereitschaft ebenfalls als Wertkomponente berücksichtigt wird. Jedoch ist auch hier die recht undifferenzierte Betrachtung, dass eine sogenannte

---

<sup>222</sup> Vgl. Kossbiel (2007), S. 340.

<sup>223</sup> Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>224</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 106.

<sup>225</sup> Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>226</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 217.

<sup>227</sup> Vgl. hierzu die Erläuterung der dieser Arbeit zugrundeliegenden Determinanten des betrieblichen Humankapitals in Kapitel 2.2.3.



überdurchschnittlich hohe Leistungsbereitschaft positiv auszulegen ist, kritisch zu betrachten, da zunächst eine terminologische Einordnung von Leistung vorgenommen werden sollte.

Mit Context bezeichnen Scholz et al. (2011) das Arbeitsumfeld, wobei die Autoren auf die in der Zwei-Faktoren-Theorie nach Herzberg berücksichtigten Hygienefaktoren rekurren.<sup>228</sup> Es wird seitens Scholz et al. (2011) unterstellt, dass ein besseres Arbeitsumfeld in Form von „[...] Führung, Personalprozesse[n], Informationsstrukturen und auch Unternehmensorganisation [...]“<sup>229</sup> zu einem höheren Wertschöpfungspotenzial des Personals führen und sich daraus auch eine Steigerung des Humankapitalwertes ergibt.<sup>230</sup> Die Formulierung *besseres Arbeitsumfeld* stellt eine Beziehung dar, für welche es eines Referenzwertes bedarf. Die exemplarische Formulierung „*Das Arbeitsumfeld A ist besser als Arbeitsumfeld B*“ kann nur dann sinnvoll als wahr oder falsch eingeordnet werden, wenn die Arbeitsumfelder *A* und *B* hinsichtlich ihrer Eigenschaften und die Präferenzen der beurteilenden Subjekte ebenfalls bekannt sind. Scholz et al. (2011) rekurren zwar auf die Zwei-Faktoren-Theorie, gehen jedoch nicht detailliert auf die darin enthaltenen Faktoren ein, was eine Interpretation des Indikators Context erschwert.

Der letztgenannte Indikator der Retention entspricht den Autoren nach der Bindungsbereitschaft von Arbeitskräften, die sie über die „[...] Wahrscheinlichkeit, mit der Mitarbeiter dem Unternehmen langfristig zur Verfügung stehen“<sup>231</sup> operationalisieren. Die Bereitschaft, in einem Unternehmen beschäftigt zu sein, ist nicht notwendigerweise gleichzusetzen mit der Wahrscheinlichkeit, dass eine Arbeitskraft auch langfristig in einem Unternehmen verbleibt. Eine differenziertere Betrachtung nimmt Kossbiel (1997) vor, in welcher die sogenannte Bindungserwartung herangezogen wird, welche das arbeitskraftseitige Interesse und die aus Perspektive der Arbeitskräfte wahrgenommene Chance in einem Unternehmen dauerhaft beschäftigt zu werden, darstellt.<sup>232</sup> In diesem Kontext unterscheidet Kossbiel zwischen dem Vorhandensein des arbeitskraftseitigen Interesses, in einem Unternehmen eine vorübergehende oder dauerhafte Beschäftigung aufzunehmen einerseits und ob die Arbeitskräfte hierfür eine Chance sehen.<sup>233</sup> Als Ergebnis einer derartigen Gegenüberstellung resultieren mit 1) einer

---

<sup>228</sup> Vgl. zur Zwei-Faktoren-Theorie Herzberg (1968).

<sup>229</sup> Scholz et al. (2011), S. 217.

<sup>230</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 217.

<sup>231</sup> Scholz et al. (2011), S. 217.

<sup>232</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 24.

<sup>233</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 24.

geringen, 2) einer hohen, 3) einer offenen und 4) einer unstimmigen Bindungserwartung vier linguistische Ausprägungen:<sup>234</sup>

Zu 1) Eine geringe arbeitskraftseitige Bindungserwartung liegt dann vor, wenn die Arbeitskräfte keine Chance sehen oder kein Interesse daran haben, in einem Unternehmen eine dauerhafte Beschäftigung einzugehen.

Zu 2) Eine hohe Bindungserwartung liegt dann vor, wenn die Arbeitskräfte sowohl eine Chance sehen, als auch Interesse aufweisen, eine dauerhafte Beschäftigung einzugehen.

Zu 3) Offene Bindungserwartung ist dadurch charakterisiert, dass Arbeitskräfte zwar eine Chance sehen, eine dauerhafte Beschäftigung einzugehen, jedoch auch mit einer vorübergehenden Beschäftigung zufrieden wären. Solche Arbeitskräfte sind dadurch gekennzeichnet, dass sie sowohl ein Interesse für eine vorübergehende als auch für eine dauerhafte Beschäftigung aufweisen.

Zu 4) Eine unstimmige Bindungserwartung liegt dann vor, wenn Arbeitskräfte weder an einer dauerhaften noch an einer vorübergehenden Beschäftigung Interesse haben oder sie haben an einer dauerhaften Beschäftigung Interesse, sehen aber selbst keine Chance darin, diese zu erhalten.

Kossbiel (1997) schlägt vor, für das Konstrukt Bindungserwartung Indikatoren, wie bspw. Qualifikation, Alter, Berufserfahrung, Familienstand und Herkunft heranzuziehen.<sup>235</sup> Mit Blick auf die Saarbrücker-Formel könnte eine solche Betrachtung dazu beitragen, das Konstrukt der Retention differenzierter zu beleuchten.

Die aus Mitarbeiterbefragungen resultierenden Ergebnisse für die Indikatoren Commitment, Context und Retention werden dann zum Motivationsindex aggregiert.<sup>236</sup>

Im Kontext der Befragung sind Mitarbeiter dazu aufgefordert, verschiedene Aussagen hinsichtlich ihrer Gültigkeit auf einer dreistufigen Ordinalskala (0 := „trifft gar nicht zu“, 1 := „trifft teilweise zu“ und 2 := „trifft voll zu“ zu beurteilen.<sup>237</sup> Die mitarbeiterbezogenen Durchschnittswerte über alle Indikatoren aller beschäftigengruppenbezogenen Mitarbeiter führen dann zur Ausprägung des

---

<sup>234</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 24.

<sup>235</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 25.

<sup>236</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>237</sup> Exemplarische Aussagen: „Die Führungskräfte und Kollegen sind stets gut erreichbar und aufgeschlossen“, „Das Verhältnis zu meinen Führungskräften und zu meinen Kollegen sowie die Kommunikation mit ihnen ist gut“, „Die Mitglieder der Unternehmensleitung hatten Erfolg in der Vermittlung der Visionen in klar definierte Unternehmensziele“ [Scholz et al. (2004), S. 237].

Motivationsindex<sup>238</sup>, dessen Ausprägungen als Gewichtungsfaktor auf den Wertebereich zwischen 0 und 2 und damit auf das Intervall  $MI_k \in [0; 2]$  normiert sind.<sup>239</sup> Dabei entspricht die Ausprägung 0 nach Scholz et al. (2011) einer vollständigen Demotivation und die Ausprägung 2 einer vollständigen Motivation.<sup>240</sup> Die Operationalisierung des Index lässt sich damit als problembehaftet ansehen.<sup>241</sup> Die für den Index heranzuziehenden und auf Basis der Mitarbeiterbefragungen resultierenden Ausprägungen der Indikatoren werden auf einer Ordinalskala erfasst. Die anschließende Durchschnittsbildung und Multiplikation des Motivationsindex mit der Wertbasis, dem -verlust und der -wertsteigerung widersprechen dem skalentheoretischen Umgang<sup>242</sup> mit einer Ordinalskala.<sup>243</sup>

Kossbiel (2007) kritisiert zudem nachvollziehbar die multiplikative Verknüpfung des Motivationsindex mit der mit dem Lohn bewerteten Anzahl der Vollzeitäquivalente und den ihnen inhärenten Qualifikationen.<sup>244</sup> Warum ein auf die Ausprägungsmenge  $[0;2]$  beschränkter Motivationsindex zu einer Erhöhung der mit einem Lohn bewerteten Qualifikationen der Mitarbeiter sowie zu einer Wertsteigerung der – ohnehin diskussionswürdig in Ansatz gebrachten – Personalentwicklungskosten führen sollen, bleibt unklar.<sup>245</sup>

Es ist zu konstatieren, dass eine Bewertung des betrieblichen Humankapitals mit der Saarbrücker-Formel ausschließlich eine auf die Arbeitskräfte fokussierte Perspektive einnimmt. Die notwendige Berücksichtigung betrieblicher Erfordernisse unterbleibt indes.

Ein gewissermaßen der Saarbrücker-Formel ähnlichen Humankapitalbewertungsansatz stellt die sogenannte Cottbuser-Formel von Schwarz (2010) dar, die im Gegensatz zur statischen Saarbrücker-Formel dynamisch angelegt ist. Schwarz (2010) ermittelt den Humankapitalwert auf Basis einer Skontrationsgleichung. Diese ergibt sich aus der Akkumulation der Wertzuflüsse abzüglich der Wertverluste.<sup>246</sup> Die in der Cottbuser Formel zu implementierenden Größen werden in Bestands- und Flussgrößen

---

<sup>238</sup> Vgl. Scholz et al. (2004), S. 236.

<sup>239</sup> Vgl. Scholz et al. (2004), S. 238; Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>240</sup> Vgl. Scholz et al. (2011), S. 204.

<sup>241</sup> Vgl. Kossbiel (2007), S. 344.

<sup>242</sup> Vgl. zur Verarbeitung von Merkmalen unterschiedlicher Skalenniveaus in (personalwirtschaftlichen) Entscheidungsmodellen Momsen/Schroll (2004).

<sup>243</sup> Vgl. Kossbiel (2007), S. 344-345.

<sup>244</sup> Vgl. Kossbiel (2007), S. 345.

<sup>245</sup> Vgl. Kossbiel (2007), S. 345.

<sup>246</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 112.

differenziert.<sup>247</sup> Die in der Saarbrücker Formel aufgrund der Aggregation bereits berücksichtigte Differenzierung von Fach<sup>248</sup>- und Erfahrungswissen bringt Schwarz explizit zum Ausdruck, in dem sich der Wert des Humankapitals aus dem Wert dieser beiden Wissensbestandteile ergibt.<sup>249</sup>

Der in der Saarbrücker-Formel implementierte Motivationsindex findet in der Cottbuser-Formel keine Anwendung mehr.<sup>250</sup> Darüber hinaus werden anstatt branchenüblicher unternehmensspezifische Löhne und Gehälter in Ansatz gebracht.<sup>251</sup> Dies ist insofern zu begrüßen, da die Berücksichtigung unternehmensspezifischer Löhne als besser geeignet eingestuft werden kann, um unternehmensinterne, das Humankapital betreffende Entscheidungen zu fundieren.

#### 2.2.2.2.3 Discounted-Human-Capital-Cash-Flow-Verfahren

---

Das von Gebauer (2005) entwickelte Discounted-Human-Capital-Cash-Flow-Verfahren (DHCCF-Verfahren) zielt auf eine auf der Basis vom Humankapital<sup>252</sup> durchzuführende Unternehmensbewertung ab. Damit einher geht die Berücksichtigung von Überlegungen aus den kostenorientierten Ansätzen mit verhaltenswissenschaftlichen Gesichtspunkten zu kombinieren und mit klassischen Verfahren der Unternehmensbewertung<sup>253</sup> in Verbindung zu bringen.<sup>254</sup>

---

<sup>247</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 126.

<sup>248</sup> Unter Fachwissen versteht Schwarz in Übereinstimmung mit den Entwicklern der Saarbrücker Formel ausschließlich „[...] betriebspezifisch relevantes Fachwissen [...]“ [Schwarz (2010), S. 114].

<sup>249</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 124.

<sup>250</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 126.

<sup>251</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 105.

<sup>252</sup> Gebauer weist darauf hin, dass er die Begriffe Humankapital, -vermögen und -ressource als Synonyme verwendet [vgl. Gebauer (2005), S. 17]. Aus Konsistenzgründen wird in der vorliegenden Arbeit durchgehend der Begriff Humankapital verwendet.

<sup>253</sup> Unternehmensbewertungsverfahren können grundsätzlich in sogenannte Gesamtbewertungs- (Ertragswert-, Discounted Cash Flow- und Vergleichsverfahren), Einzelbewertungs- (Substanzwert mit Reproduktions- oder Liquidationswerten) und Mischverfahren (Mittelwert- und Übergewinnverfahren) differenziert werden [vgl. Heesen/Heesen (2021), S. 2]. Vgl. ausführlich zum Substanzwert Moxter (1983), S. 41-55, zu substanzwertorientierten Bewertungsverfahren in Form der Mittelwertmethode und des Übergewinnverfahrens Moxter (1983), S. 56-57. In der Wirtschaftspraxis gelten das Ertragswert- und die Discounted Cash Flow-Verfahren (DCF-Verfahren) als gängige Unternehmensbewertungsmethoden, wobei die letztgenannten Verfahren zu den wohl am häufigsten weltweit verwendeten Verfahren zählen [vgl. Heesen/Heesen (2021), S. 5; IDW S1, Tz. 7]. Ausgangspunkt der Überlegungen Gebauers stellen die DCF-Verfahren dar, denen (ebenso wie dem Ertragswertverfahren) das Kapitalwertkalkül zugrunde liegt [vgl. IDW S1, Tz. 101]. Dem Begriff DCF-Verfahren entsprechend erfolgt die Unternehmensbewertung durch Diskontierung von Cash Flows und dementsprechend durch Diskontierung von Geld- bzw. Zahlungsflüssen. Damit wird bei den in Ansatz zu bringenden Größen ausschließlich auf zahlungswirksame Komponenten abgestellt und zahlungsunwirksame Erträge und Aufwendungen werden vernachlässigt [vgl. Hommel/Braun (2005), S. 242].

<sup>254</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 95.

Mit dem DHCCF-Verfahren erfolgt die Bestimmung eines auf stochastischen Überlegungen beruhenden durchschnittlichen Kapitalwertes für einzelne Hierarchiestufen eines Unternehmens. Der aggregierte Kapitalwert aller Hierarchiestufen führt dann zu einem Gesamtunternehmenswert auf der Basis humankapitaltheoretischer Überlegungen.

Das Verfahren ist wie folgt aufgebaut:<sup>255</sup>

1. Es wird eine gruppenbasierte Betrachtung in Form hierarchischer Stufen eines Unternehmens vorgenommen. Der Unternehmenswert resultiert darauf aufbauend aus der Summe der einzelnen Werte der Hierarchiestufen des Unternehmens.<sup>256</sup> Dementsprechend muss das bewertende Unternehmen zunächst die Hierarchiestufen definieren und voneinander abgrenzen. Mit Hilfe einer Rangübergangsmatrix<sup>257</sup> werden die Übergangswahrscheinlichkeiten eines Mitgliedes einer Stufe zu einer anderen Stufe abgebildet. Im Sinne der Anwendung von Markow-Ketten-Modellen<sup>258</sup> wird der Wechsel eines Mitgliedes in eine andere Hierarchiestufe (oder der Austritt aus einem Unternehmen) als Zufallsprozess aufgefasst. Hierbei gelten zum einen die Annahmen, dass dieser Zufallsprozess diskret ist und zum anderen die Anzahl der Stufen (und demnach die Anzahl der Zustände, in denen sich ein Mitglied einer Stufe befinden kann) bekannt ist. Weiterhin hängt der Zustand, in dem sich ein Mitglied zu einem Zeitpunkt befindet, lediglich davon ab, in welchem Zustand es sich zum vorherigen Zeitpunkt befunden hat.<sup>259</sup>

Wir verwenden in Anlehnung an Gebauer folgende Symbole:<sup>260</sup>

$\bar{S}$	$:=$	$\{s   s = 1, \dots, S; s \text{ ist eine Hierarchiestufe}\}$
$\bar{T}$	$:=$	$\{t   t = 1, \dots, T; t \text{ ist eine Prognoseperiode}\}$
$t = 0$	$:=$	letzte Periode vor Beginn des Prognosezeitraums
$[\mathbf{AnZ}_s]'$	$:=$	transponierter Spaltenvektor mit den Elementen $AnZ_s$
$AnZ_s$	$:=$	Anzahl der Mitglieder der Stufe $s$ zum Bewertungszeitpunkt
$\tau$	$:=$	Diskontierungssatz

---

<sup>255</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 98.

<sup>256</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 99.

<sup>257</sup> Gebauer verwendet den englischen Begriff der *Rank Transition Matrix* [vgl. Gebauer (2005), S. 100].

<sup>258</sup> Vgl. zu Markow-Ketten-Modellen z. B. Bungartz et al. (2013), S. 213-219; Gischer/Spengler (2008), S. 80-83; Jarr (1978), S. 25-30; Kossbiel (1988), S. 1078-1080; Spengler et al. (2025), S. 130-132.

<sup>259</sup> Vgl. Kossbiel (1988), S. 1078.

<sup>260</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 97-104.

- $w_{\sigma,\sigma'}$  := Wahrscheinlichkeit, mit der ein Mitglied, das zu Beginn der Periode  $t$  der Stufe  $\sigma$  angehört, zu Beginn der Periode  $t + 1$  der Stufe  $\sigma'$  angehört mit  $\sigma$  und  $\sigma' \in \bar{S}$
- $[DW_{s,t}]$  := Spaltenvektor mit den Elementen  $DW_{s,t}$
- $DW_{s,t}$  := Durchschnittlicher Wert eines Mitgliedes der Stufe  $s$  in der Periode  $t$  mit  $DW_{s,t} = \frac{EZ_{s,t} - AZ_{s,t}}{AnZ_s}$
- $EZ_{s,t}$  := Einzahlungen, die auf Stufe  $s$  in Periode  $t$  generiert werden
- $AZ_{s,t}$  := Auszahlungen, die der Stufe  $s$  in Periode  $t$  zugerechnet werden
- $V_{HC}$  := Unternehmenswert auf der Basis von Humankapital
- $[RTM]$  := Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten mit

$$[RTM] = \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,S} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{S,1} & \cdots & w_{S,S} \end{bmatrix}$$

Mit diesen Symbolen lässt sich der Unternehmenswert wie folgt ermitteln (2.11):<sup>261</sup>

$$V_{HC} = [AnZ_s]' \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\tau)^t} \cdot [RTM]^t \cdot [DW_{s,t}] \quad (2.11)$$

Damit ergibt sich der Unternehmenswert  $V_{HC}$  aus der Summierung der diskontierten Werte der einzelnen Stufen  $s$  über alle Perioden  $t$  (2.12a):

$$V_{HC} = [AnZ_1 \ AnZ_2 \ \cdots \ AnZ_S]' \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\tau)^t} \cdot \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & w_{1,S} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{S,1} & \cdots & w_{S,S} \end{bmatrix}^t \cdot \begin{bmatrix} \frac{EZ_{1,t} - AZ_{1,t}}{AnZ_1} \\ \frac{EZ_{2,t} - AZ_{2,t}}{AnZ_2} \\ \vdots \\ \frac{EZ_{S,t} - AZ_{S,t}}{AnZ_S} \end{bmatrix} \quad (2.12a)$$

2. Neben der Bestimmung der Ausprägungen der Elemente der Rangübergangsmatrix, der Zuordnung von Organisationsmitgliedern zu hierarchischen Stufen und der Festlegung eines Diskontierungssatzes muss der Anwender des DHCCF-Verfahrens eine Prognose der zukünftigen Ein- und Auszahlungen vornehmen, wobei die Bestimmung dieser Größen als Kernproblem der Unternehmensbewertung angesehen wird.<sup>262</sup> Gebauer

<sup>261</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 100.

<sup>262</sup> Vgl. IDW S1, Tz. 68.

gibt an, dass zukünftige Auszahlungen z. B. als Resultate aus Budgetverhandlungen vorgegeben oder auf Basis einer Trendfortschreibung ermittelt werden können.<sup>263</sup> Die Prognose der zukünftigen Einzahlungen gestaltet sich indes komplexer sowie komplizierter. Gebauer schlägt vor, dass sich die Einzahlungen als Funktion der Personalinvestitionen<sup>264</sup> darstellen lassen.<sup>265</sup> Unter Personalinvestitionen lassen sich die Teile der Personalkosten verstehen, die einen investiven Charakter aufweisen.<sup>266</sup> Diesem Gedankengang folgend versteht Gebauer unter dem investiven Charakter von Personalkosten, dass die vorgenommenen Auszahlungen einen Beitrag zu zukünftigen Einzahlungen leisten.<sup>267</sup>

Es gilt also für die Einzahlungen, die auf Stufe  $s$  in Periode  $t$  generiert werden, dass diese von den in der Vergangenheit durchgeführten Personalinvestitionen auf einer Hierarchiestufe  $s$  abhängen (2.13):<sup>268</sup>

$$EZ_{s,t} = f(PI_{s,\hat{t}}^P) \quad (2.13)$$

mit

$PI_{s,\hat{t}} :=$  Personalinvestition für die Stufe  $s$  in den Perioden  $\hat{t}$  mit  $\hat{t} \in [-\infty; t]$

Daraus resultiert die folgende Modifikation der Formel (2.12a) zur Bestimmung des Unternehmenswertes (2.12b):<sup>269</sup>

$$V_{HC} = [AnZ_s]' \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\tau)^t} \cdot [RTM]^t \cdot \left[ \left( \frac{f(PI_{s,\hat{t}}) - AZ_{s,t}}{AnZ_s} \right) \right] \quad (2.12b)$$

Gebauer schlägt weiterhin vor, das Leistungsentgelt, freiwillige Zusatzleistungen sowie den Bildungsaufwand als Personalkosten mit investivem Charakter, und demnach als Personalinvestitionen, für das DHCCF-Verfahren heranzuziehen.<sup>270</sup>

---

<sup>263</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 103.

<sup>264</sup> Gebauer unterteilt Personalinvestitionen in (variable und fixe) Löhne und Gehälter, Bildungsaufwand (für Aus- und Weiterbildungen) und freiwillige Zusatzleistungen [vgl. Gebauer (2005), S. 108].

<sup>265</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 104.

<sup>266</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 104. Dieses Merkmal ergibt sich aus dem zahlungsstromorientierten Investitionsbegriff, bei welchem eine Investition eine Zahlungsreihe darstellt, die zunächst mit einer Auszahlung beginnt, auf welche zukünftige Einzahlungen folgen [vgl. Hölscher/Helms (2018), S. 7]. Neben dem zahlungsstromorientierten existieren auch kapazitätsorientierte und kapitalbindungsorientierte Investitionsbegriffe [vgl. hierzu z. B. Hölscher/Helms (2018), S. 7-8].

<sup>267</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 104.

<sup>268</sup> Gebauer (2005), S. 104.

<sup>269</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 104.

<sup>270</sup> Gebauer differenziert das Leistungsentgelt in variable und fixe Löhne und Gehälter sowie den Bildungsaufwand in Weiterbildungs- und Ausbildungsaufwand. Hierbei merkt er an, dass im Rahmen seiner Arbeit unter Aufwand die Auszahlungen verstanden werden [vgl. Gebauer (2005), S. 107-108].

Die Ermittlung der zukünftigen Einzahlungen in Abhängigkeit der Personalinvestitionen wird im Rahmen des DHCCF-Verfahrens mit Hilfe einer multiplen Regression vorgenommen.<sup>271</sup> In diesem Kontext wird untersucht, inwieweit sich mit den unabhängigen Variablen in Form freiwilliger Zusatzleistungen, variabler sowie fixer Löhne und Gehälter und Weiterbildungs- sowie Ausbildungsauszahlungen die abhängige Variable der Einzahlungen erklären lassen.<sup>272</sup> Für die Prognose zukünftiger Einzahlungen werden dann diejenigen unabhängigen Variablen verwendet, denen ein signifikanter Einfluss auf die Einzahlungen attestiert werden kann.<sup>273</sup>

Es gilt dann für die durchschnittlichen prognostizierten Einzahlungen einer Stufe  $s$  in einer Prognoseperiode  $t$  (2.14):<sup>274</sup>

$$EZ\_AnZ_{s,t} = \frac{EZ_{s,t}}{AnZ_s} = \frac{f(PI_{s,t})}{AnZ_s} \quad (2.14)$$

mit

$EZ\_AnZ_{s,t} :=$  normierte Einzahlungen der Stufe  $s$  in Periode  $t$

Die so ermittelten, normierten Einzahlungen einer Stufe  $s$  in Periode  $t$  (2.14) können dann in (2.12b) eingesetzt werden und es gilt (2.15):

$$V_{HC} = [AnZ_s]' \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1+\tau)^t} \cdot [RTM]^t \cdot \left[ \left( EZ\_AnZ_{s,t} - \frac{AZ_{s,t}}{AnZ_s} \right) \right] \quad (2.15)$$

<sup>271</sup> Zur näheren Erläuterung und Durchführung der Regression vgl. Gebauer (2005), S. 108-113.

<sup>272</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 108-109.

<sup>273</sup> Gebauer bringt folgende Gleichung zur Prognose der Einzahlungen in Ansatz:

$$EZ\_AnZ_{s,t} = \left( \frac{gef_{s,t}}{gef_{mw,s}} \right)^{b_{gef}} \cdot \left( \frac{gehv_{s,t}}{gehv_{mw,s}} \right)^{b_{gehv}} \cdot \left( \frac{weiterb_{s,t}}{weiterb_{mw,s}} \right)^{b_{weiterb}} \cdot \left( \frac{ausb_{s,t}}{ausb_{mw,s}} \right)^{b_{ausb}} \cdot \left( \frac{frwzus_{s,t}}{frwzus_{mw,s}} \right)^{b_{frwzus}} \cdot EZ_{mw,s}$$

In dieser Gleichung stellt  $\left( \frac{gef_{s,t}}{gef_{mw,s}} \right)^{b_{gef}}$  die in Ansatz zu bringenden fixen Gehälter ( $gef_{s,t}$ ), die Mittelwerte der fixen Gehälter der Vorperioden ( $gef_{mw,s}$ ) sowie den aus der Regressionsanalyse ermittelten Regressionskoeffizienten der fixen Gehälter ( $b_{gef}$ ) dar. Analoges gilt für die Komponenten variablen Gehälter ( $gehv$ ), die Weiterbildungs- ( $weiterb$ ) und Ausbildungsauszahlungen ( $ausb$ ) sowie die freiwilligen Zusatzleistungen ( $frwzus$ ). Als letzter Term fließt der Mittelwert der Einzahlungen ( $EZ_{mw,s}$ ) in die Bestimmungsgleichung zur Prognose der Einzahlungen ein [vgl. Gebauer (2005), S. 111-112].

Vgl. Gebauer (2005), S. 111.

<sup>274</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 112.



3. Im nächsten Schritt werden in das Verfahren auch Erkenntnisse aus verhaltenswissenschaftlichen<sup>275</sup> Ansätzen implementiert. Hierfür werden Fähigkeiten und Kenntnisse von Mitarbeitern als sogenannte weiche Faktoren in das Verfahren integriert.<sup>276</sup> Zur Einbettung eben jener Faktoren wird der sogenannte Skill-Faktor als Kennzahl eingeführt. Dieser gibt die Ausprägungen der herangezogenen Fähigkeiten und Kenntnisse zum Zeitpunkt der Bewertung wider.<sup>277</sup>

Auf Basis dieser Überlegung wird der durchschnittliche Wert einer Stufe  $s$  in der Periode  $t$  wie folgt angepasst (2.16a):<sup>278</sup>

$$DW_{s,t} = \left( \frac{EZ_{s,t} - AZ_{s,t}}{AnZ_s} \right) \cdot \frac{SF_{t=0}}{SF^0} \quad (2.16a)$$

mit

$SF_{t=0}$      :=     Skill-Faktor zum Zeitpunkt  $t = 0$

$SF^0$        :=     0-Messung des Skill-Faktors

Hierbei gibt  $SF^0$  eine Ausprägung des Skill-Faktors aus der Vergangenheit an. Wurde der Skill-Faktor bereits in mehreren vergangenen Perioden ermittelt, so wird ein Durchschnittswert gebildet und dieser als  $SF^0$  in Ansatz gebracht.<sup>279</sup>

Zur Messung der Fähigkeiten und Kenntnisse werden von Gebauer Indikatoren herangezogen, die über insgesamt 153 Items unter Verwendung von fünfstufigen Likert-

---

<sup>275</sup> Gebauer führt hierzu aus, dass zur Abbildung der Kenntnisse und Fähigkeiten der Skill-Faktor als Kennzahl eingeführt wird [vgl. Gebauer (2005), S. 116]. Die Bestimmung des Skill-Faktors basiert auf insgesamt vier Schritten. In einem ersten Schritt sind die für die zu bewertende Organisation relevanten Kompetenzbereiche und die korrespondierenden Kenntnisse und Fähigkeiten auszuwählen. Gebauer definiert den Begriff Kompetenz als „[...] Qualifikation, [...] die seinen Träger zu einem bestimmten Handeln befähigt“ [Gebauer (2005), S. 119]. In einem zweiten Schritt erfolgt die Operationalisierung der ausgewählten Kompetenzen. Im dritten Schritt erfolgt dann die Erfassung relevanter Daten zu den Fähigkeiten und Kenntnissen und darauf aufbauend im letzten Schritt die Berechnung des Skill-Faktors [vgl. Gebauer (2005), S. 118-119]. Gebauer schlägt vor, mit der Persönlichkeitskompetenz, der Methodenkompetenz und der sozialen Kompetenz drei Kompetenzbereiche zur Ermittlung des Skill-Faktors in Ansatz zu bringen [vgl. Gebauer (2005), S. 126]. Zur Operationalisierung der Persönlichkeitskompetenzen werden als Merkmale bspw. Motivation, Erfolgsorientierung sowie Kreativität und Innovation in Ansatz gebracht [vgl. Gebauer (2005), S. 126-127]. In diesem Sinne stellt Motivation also ein Merkmal der Persönlichkeitskompetenz dar, die wiederum in die Berechnung des Skill-Faktors eingehen. Da der Skill-Faktor jedoch zur Abbildung der Kenntnisse und Fähigkeiten eingeführt wird und Kompetenz als Qualifikation definiert wird, erscheint es widersprüchlich, in diesem Kontext Motivation in Ansatz zu bringen. Die Berücksichtigung motivationaler Merkmale entspricht zwar der Intention Gebauers, verhaltenswissenschaftliche Aspekte in das DHCCF-Verfahren zu integrieren, die Bezeichnung des Skill-Faktors als Kennzahl zur Abbildung der Kenntnisse und Fähigkeiten steht hierzu jedoch im Widerspruch.

<sup>276</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 115.

<sup>277</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 116.

<sup>278</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 116.

<sup>279</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 118.

Skalen per Fragebogen erhoben werden.<sup>280</sup> Diese Abstufungen werden mit den Punktwerten von eins („stimme gar nicht zu“) bis fünf („stimme voll zu“) versehen.<sup>281</sup> Durch Selbsteinschätzung der befragten Organisationsmitglieder werden die Ausprägungen der Items zum Skill-Faktor aggregiert.<sup>282</sup> Als dimensionslose Kennzahl wird der Skill-Faktor als Multiplikator in das DHCCF-Verfahren eingebettet. Weist der Quotient aus der Skill-Messung zum Bewertungszeitpunkt und der 0-Messung einen Wert größer bzw. kleiner eins auf, so ist mit besseren bzw. schlechteren zukünftigen Ergebnissen aus der Prognose der Einzahlungsüberschüsse auf den einzelnen Stufen zu rechnen.<sup>283</sup>

Zusammenfassend ergibt sich der Unternehmenswert auf der Basis von Humankapital und unter Berücksichtigung der vorgestellten Symbolik mit folgender Bestimmungsgleichung (2.17):

$$V_{HC} = [\mathbf{AnZ}_s]' \cdot \sum_{t=1}^T \frac{1}{(1 + \tau)^t} \cdot [\mathbf{RTM}]^t \cdot \left[ \left( EZ\_AnZ_{s,t} - \frac{AZ_{s,t}}{AnZ_s} \right) \cdot \frac{SF_{t=0}}{SF^0} \right] \quad (2.17)$$

Folgendes einfach gehaltenes Beispiel soll zur Verdeutlichung des DHCCF-Verfahrens dienen. Aus Vereinfachungsgründen wird die Prognose der zukünftigen Einzahlungen mittels multipler Regression vernachlässigt und dementsprechend werden sowohl die Ein- als auch Auszahlungen als determiniert angesehen. Demzufolge gilt für den durchschnittlichen Wert eines Mitgliedes der Stufe  $s$  in der Periode  $t$   $DW_{s,t}$  zunächst ohne Berücksichtigung des Skill-Faktors (2.16b):

$$DW_{s,t} = \left( \frac{EZ_{s,t} - AZ_{s,t}}{AnZ_s} \right) \quad (2.16b)$$

In Anlehnung an Gebauer ist im hier betrachteten Beispiel nur der Aufstieg eines Mitgliedes von einer Stufe in eine andere möglich. Darüber hinaus wird eine Fluktuationswahrscheinlichkeit  $ex_{\sigma}$  für die Mitglieder einer Stufe angenommen.

Es gilt folgende Datengrundlage zur Illustration des Bewertungsverfahrens:

$$\begin{aligned} \bar{S} &:= \{s | s = 1, \dots, 4; s \text{ ist eine Hierarchiestufe}\} \\ \bar{T} &:= \{t | t = 1, \dots, 3; t \text{ ist eine Prognoseperiode}\} \end{aligned}$$

---

<sup>280</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 121.

<sup>281</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 193.

<sup>282</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 185.

<sup>283</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 193.

$$\begin{aligned}
[\mathbf{AnZ}_s]' &= [10 \ 12 \ 15 \ 20]' \\
[\mathbf{RTM}] &= \begin{bmatrix} 0,2 & 0,6 & 0,1 & 0,05 \\ 0 & 0,5 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,6 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8 \end{bmatrix} \\
\tau &= 10 \%
\end{aligned}$$

Die Fluktuationswahrscheinlichkeit  $ex_\sigma$  eines Mitgliedes einer Stufe ergibt sich aus (2.18):

$$ex_\sigma = \left( 1 - \sum_{\sigma'=1}^s w_{\sigma,\sigma'} \right) \quad \forall \sigma \in \bar{S} \quad (2.18)$$

Auf Basis der gegebenen Rangübergangsmatrix resultieren demnach folgende Fluktuationswahrscheinlichkeiten:

$$ex_1 = 0,05$$

$$ex_2 = 0,1$$

$$ex_3 = 0,1$$

$$ex_4 = 0,2$$

Die für das Beispiel relevanten zukünftigen Ein- und Auszahlungen werden in folgender Tabelle (vgl. Tabelle 2) zusammengefasst:

		$EZ_{s,t}$	$AZ_{s,t}$
$t = 1$	$s = 1$	$E_{1,1} = 100$	$A_{1,1} = 50$
	$s = 2$	$E_{2,1} = 150$	$A_{2,1} = 80$
	$s = 3$	$E_{3,1} = 200$	$A_{3,1} = 100$
	$s = 4$	$E_{4,1} = 250$	$A_{4,1} = 120$
$t = 2$	$s = 1$	$E_{1,2} = 120$	$A_{1,2} = 60$
	$s = 2$	$E_{2,2} = 170$	$A_{2,2} = 70$
	$s = 3$	$E_{3,2} = 190$	$A_{3,2} = 80$
	$s = 4$	$E_{4,2} = 200$	$A_{4,2} = 100$
$t = 3$	$s = 1$	$E_{1,3} = 120$	$A_{1,3} = 60$
	$s = 2$	$E_{2,3} = 170$	$A_{2,3} = 70$
	$s = 3$	$E_{3,3} = 190$	$A_{3,3} = 80$
	$s = 4$	$E_{4,3} = 200$	$A_{4,3} = 100$

Tabelle 2: Ein- und Auszahlungen im Anwendungsbeispiel zum DHCCF-Verfahren

Auf Basis dieser Datengrundlage ergibt sich ein Unternehmenswert in Höhe von

$$V_{HC} = [10 \ 12 \ 15 \ 20]' \cdot \sum_{t=1}^3 \frac{1}{(1+\tau)^t} \cdot \begin{bmatrix} 0,2 & 0,6 & 0,1 & 0,05 \\ 0 & 0,5 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,6 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8 \end{bmatrix}^t \cdot \begin{bmatrix} \frac{EZ_{1,t} - AZ_{1,t}}{10} \\ \frac{EZ_{2,t} - AZ_{2,t}}{12} \\ \frac{EZ_{3,t} - AZ_{3,t}}{15} \\ \frac{EZ_{4,t} - AZ_{4,t}}{20} \end{bmatrix}$$

$$= 667,87 \text{ Geldeinheiten.}$$

Dieser Unternehmenswert wird zunächst nur unter Berücksichtigung der zukünftig generierbaren Ein- und Auszahlungen ermittelt. Eine Implementation der weichen Faktoren, wie Fähigkeiten und Kenntnissen, erfolgt erst mit anschließender Berücksichtigung des Skill-Faktors (2.16a):

$$DW_{s,t} = \left( \frac{EZ_{s,t} - AZ_{s,t}}{AnZ_s} \right) \cdot \frac{SF_{t=0}}{SF^0}$$

In einer Fallstudie Gebauers werden  $SF_{t=0} = 3,87$  und  $SF^0 = 3,86$  als Skill-Faktoren herangezogen.<sup>284</sup> Es ergibt sich als Quotient der sogenannten 0-Messung des Skill-Faktors und des Skill-Faktors zum Bewertungszeitpunkt:<sup>285</sup>

$$\frac{SF_{t=0}}{SF^0} = \frac{3,87}{3,86} \approx 1,003$$

Damit ergibt sich für den Unternehmenswert auf der Basis von Humankapital:

$$V_{HC} =$$

$$[AnZ_1 \ AnZ_2 \ AnZ_3 \ AnZ_4]' \cdot \sum_{t=1}^3 \frac{1}{(1+\tau)^t} \cdot \begin{bmatrix} 0,2 & 0,6 & 0,1 & 0,05 \\ 0 & 0,5 & 0,3 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,6 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 0,8 \end{bmatrix}^t \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \frac{EZ_{1,t} - AZ_{1,t}}{AnZ_1} \cdot 1,003 \\ \frac{EZ_{2,t} - AZ_{2,t}}{AnZ_2} \cdot 1,003 \\ \frac{EZ_{3,t} - AZ_{3,t}}{AnZ_3} \cdot 1,003 \\ \frac{EZ_{4,t} - AZ_{4,t}}{AnZ_4} \cdot 1,003 \end{bmatrix} = 669,87 \text{ Geldeinheiten.}$$

<sup>284</sup> Gebauer (2005), S. 193.

<sup>285</sup> Gebauer (2005), S. 193.

Das durch den Skill-Faktor repräsentierte Humankapital in Form des Skill-Faktors von 1,003 führt zu einer identischen prozentualen Steigerung des Unternehmenswertes in Höhe von 0,3 %.

In dem von Gebauer entwickelten DHCCF-Verfahren wird nachvollziehbar dargelegt, wie eine Berücksichtigung des betrieblichen Humankapitals im Kontext der Unternehmensbewertung vorgenommen werden kann. Die von Gebauer fokussierte zukunftsorientierte Ausrichtung ist als sinnvoll einzustufen. Wenngleich die Annahme, dass sich prognostizierte Einzahlungen ausschließlich aus durchgeführten Personalinvestitionen erklären lassen, diskutierbar ist, kann das statistische Fundieren mittels multipler Regression der Einzahlungen als nachvollziehbar angesehen werden. Die so prognostizierten Einzahlungen unterliegen im Wesentlichen zwei inhaltlichen basalen Annahmen:

Die Zuordnung von Einzahlungen zu einer hierarchischen Stufe setzt voraus, dass die Einzahlungen in Form des Leistungsergebnisses den einzelnen Stufen zuordnungsfähig sind. Ob dies grundsätzlich möglich ist, muss zumindest hinterfragt werden. Insbesondere erscheint es schwierig, den Beitrag einzelner Hierarchiestufen zum Gesamterfolg zu isolieren, da Leistungen in der Regel interdependent erbracht werden. Damit ist auch die Annahme problematisch, dass sich ein präziser Anteil der Einzahlungen spezifisch auf bestimmte Arbeitsleistungen zurückführen lässt.<sup>286</sup> Damit einher geht auch die zweite grundlegende Annahme, dass sich die Einzahlungen als Funktion der Personalinvestitionen auffassen lassen und unternehmensexterne Einflussfaktoren (wie z. B. politisch-rechtliche, sozio-kulturelle, ökonomische oder allgemein-technologische Einflüsse)<sup>287</sup> vernachlässigt werden. Zwar konstatiert Gebauer, dass die mit der Regressionsanalyse prognostizierten Einzahlungen freilich der Unsicherheit unterliegen, eine Implementierung externer Umweltfaktoren könnte dennoch zur Erhöhung der Prognosegüte beitragen.<sup>288</sup>

Die Implementierung des auf Selbsteinschätzungen der Mitarbeiter basierenden Skill-Faktors stellt einen Ansatzpunkt für Verbesserungen dar. Die von den Mitarbeitern

---

<sup>286</sup> Vgl. Kossbiel (2006), S. 582.

<sup>287</sup> Eine derartige Differenzierung von Rahmenbedingungen geht auf Farmer/Richman (1964) zurück. Das Autorenduo differenziert zwischen ökonomischen, soziologischen, politisch-rechtlichen und *zur Ausbildung gehörenden* (engl. *educational*) Rahmenbedingungen [vgl. Farmer/Richman (1964), S. 58]. Kossbiel (1997) ersetzt die Kategorie *zur Ausbildung gehörend* durch allgemein-technologische Rahmenbedingungen und versteht unter *technisch* solche Bedingungen, die „auf die verfahrensmäßigen Voraussetzungen von Handeln bezogen“ sind [Kossbiel (1997), S. 42].

<sup>288</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 113.

auszufüllenden Fragebögen<sup>289</sup> sind ausschließlich aus Perspektive der Arbeitskräfte konstruiert. Mitarbeiter sollen in diesen Fragebögen auf einer 5-Punkte Skala von „stimme voll zu“ bis „stimme nicht zu“ bspw. Einschätzungen zu ihren Kundenorientierungs- (z. B. „Ich behalte stets die Interessen des Kunden im Kopf.“, „Bei der Beratung halte ich mich stets an die vorgegebenen Ziele.“, „Eine hochwertige Beratung entsteht nur, wenn der Berater unbegrenzten Handlungsspielraum hat.“) sowie Kreativitäts- und Innovationskompetenzen (z. B. „Ich halte immer an meinem eingeschlagenen Weg fest.“, „Ich halte meine Kenntnisse und Fähigkeiten, die ich in meinem spezifischen Bereich benötige, ständig auf dem Laufenden.“, „Ich würde mir durchaus häufiger neuere Aufgaben wünschen.“) abgeben. Die derartig abgefragten Kompetenzen lassen sich als Bestandteile des Qualifikationsprofils von Arbeitskräften auffassen. Eine Gegenüberstellung mit den betrieblichen Erfordernissen in Form eines Anforderungsprofils erfolgt dabei jedoch nicht. Ohne einen Vergleich der unternehmensseitigen Anforderungen mit den arbeitskraftseitigen Qualifikationen ist die inhaltliche Bedeutung des Skill-Faktors und dessen Auswirkungen auf die Einzahlungsüberschüsse diskussionswürdig.

Mit dem Grundmodell der Humankapitaltheorie nach Joll et al. (1983)<sup>290</sup> werden Investitionsentscheidungen in das individuelle Humankapital auf Basis des Kapitalwertkalküls fundiert. Gebauer greift diesen Grundgedanken mit dem DHCCF-Verfahren auf und überträgt ihn auf einen betriebswirtschaftlichen Kontext. Mit dem Verfahren wird ein Humankapitalwert ermittelt, der den aggregierten Wertbeitrag hierarchischer Stufen darstellt. In Analogie zum Modell von Joll et al. (1983) ergibt sich dieser Wertbeitrag als Differenz stufenspezifischer, diskontierter Einzahlungsüberschüsse. In Erweiterung zu genanntem Modell sind diese Überschüsse einerseits auf Basis einer Rangübergangsmatrix stochastisch modelliert und andererseits erfolgt die Berücksichtigung humankapitalbezogener Einflussgrößen über den Skill-Faktor. Die Überlegung, die Einzahlungsgrößen mittels linearer Regression zu bestimmen, ist grundsätzlich nachvollziehbar. Mit deren Anwendung stellt das Verfahren jedoch augenscheinlich recht hohe Anforderungen an die entsprechende Datenverfügbarkeit. Wenn u. a. die Verfügbarkeit der Daten nicht gegeben ist und eine

---

<sup>289</sup> Vgl. Gebauer (2005), S. 213-220.

<sup>290</sup> Vgl. hierzu die Ausführungen in Kapitel 2.2.1.1.

Zuordnung der Aus- und Einzahlungen zu hierarchischen Stufen nicht möglich ist, dann stößt das Verfahren an seine Grenzen.

Sowohl das Grundmodell der Humankapitaltheorie von Joll et al. (1983) als auch das Gebauersche DHCCF-Verfahren (2005) stellen sinnvolle Modelle zur Humankapitalbewertung dar, aber nur unter recht restriktiven Annahmen. Nicht zuletzt aus diesem Grund wird in der vorliegenden Arbeit ein alternativer Bewertungsansatz vorgestellt, der in Teilen mit den beiden Ansätzen insofern kompatibel ist, als deren Überlegungen in den Profilvergleichen Berücksichtigung finden können.

In der vorliegenden Arbeit werden einerseits überblicksartig verschiedene Bewertungsansätze mit korrespondierenden Bewertungsverfahren vorgestellt (Kapitel 2.2.2.2.1) und andererseits – mit variierender Intensität – die Saarbrücker- und die Cottbuser-Formel (Kapitel 2.2.2.2.2) sowie das DHCCF-Verfahren (Kapitel 2.2.2.2.3) recht detailliert dargestellt.

Die drei genannten Bewertungsverfahren verfolgen das Ziel einer monetären Bewertung des betrieblichen Humankapitals und sind dabei ausschließlich auf das den Arbeitskräften inhärente Leistungspotenzial ausgerichtet.

Wenngleich Scholz et al. (2011) bereits zurecht konstatieren, dass nur die in den Personalentwicklungskosten erfassten Schulungs- und Weiterbildungskosten zu berücksichtigen sind, die sinnvoll und dem Geschäftszweck dienlich sind, wird dies in der Saarbrücker-Formel nicht herausgearbeitet.<sup>291</sup> Eine Berücksichtigung betrieblicher Erfordernisse erfolgt nicht.

Bei Betrachtung der in Kapitel 2.2.1.2 präsentierten Definitionsansätze des Begriffes Humankapital wird ersichtlich, dass es bei den Bestandteilen des Humankapitals um eben jene geht, die für die betriebliche Wertschöpfung Relevanz und dementsprechend einen Mehrwert für das zu betrachtende Unternehmen besitzen. Daraus resultiert eine notwendige Gegenüberstellung der durch Arbeitskräfte faktisch bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten einerseits und den betrieblich erwünschten Leistungsmöglichkeiten andererseits.

---

<sup>291</sup> Scholz et al. (2011), S. 204.

Um diesen Vergleich vornehmen zu können, bedarf es einer Erläuterung des Terminus Leistungsmöglichkeiten, weshalb im Folgenden (Kapitel 2.2.3) zunächst mit den Determinanten des Humankapitals die notwendigen Komponenten dargelegt werden.

### 2.2.3 Determinanten des Humankapitals

---

#### 2.2.3.1 Differenzierte Betrachtung

---

##### 2.2.3.1.1 Vorbemerkungen

---

Im Folgenden erfolgt zunächst eine differenzierte Betrachtung der Leistungsmöglichkeiten in Form von Qualifikationen und Leistungsbereitschaften, bevor anschließend eine aggregierte Betrachtung zur Grundlage der Humankapitalbewertung vorgenommen wird.

Individuelles Verhalten hängt von personalen sowie umweltbezogenen Faktoren ab.<sup>292</sup> In der auf Lewin zurückgehenden Feldtheorie kann dieser Zusammenhang folgendermaßen dargestellt werden (2.19):<sup>293</sup>

$$V = f(PF, UF) \quad (2.19)$$

mit

$V$  := Verhalten

$PF$  := Personale Faktoren

$UF$  := Umweltbezogene Faktoren

$f(PF, UF)$  := Funktion der personalen und umweltbezogenen Faktoren

Eine weitere Ausdifferenzierung der sogenannten Verhaltensgleichung ermöglicht eine tiefgehende Analyse der Komponenten menschlichen Verhaltens.

---

<sup>292</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 130.

<sup>293</sup> Vgl. Lewin (2012), S. 90. Lewin führt aus, dass „[...] das Verhalten  $V$  zur Zeit  $t$  eine Funktion der Situation  $S$  zu dieser und ausschließlich zu dieser Zeit  $t$  ist (wobei  $S$  sowohl die Personal wie die psychologische Umwelt einschließt)“ [Lewin (2012), S. 90]. Damit ergibt sich nach Lewin der funktionale Zusammenhang [Lewin (2012), S. 90]:

$V_t = f(S_t)$ .

Auf einer allgemeineren Ebene und ohne zeitlichen Bezug formuliert Lewin, dass „[...] das Verhalten ( $V$ ) eine Funktion ( $F$ ) der Person ( $P$ ) und ihrer Umwelt ( $U$ ) [...]“ [Lewin (2012), S. 271] darstellt. Damit gilt [Lewin (2012), S. 271]:  $V = F(P, U)$ .



Für den Begriff Leistung existieren in verschiedenen Wissenschaftsdisziplinen verschiedene Auslegungen.<sup>294</sup> In der vorliegenden Arbeit wird Leistung in einem tätigkeitsorientierten Verständnis aufgefasst. Tätigkeiten, die im betrieblichen Kontext durchgeführt werden, stellen damit auf das Leistungsverhalten der Arbeitskräfte eines Unternehmens ab.

Deshalb werden im Folgenden personenbezogene (Kapitel 2.2.3.1.2) und umwelt- bzw. situationsbezogene Determinanten (Kapitel 2.2.3.1.3) des Leistungsverhaltens dargelegt.

#### 2.2.3.1.2 Personenbezogene Faktoren

---

Leistungsdisposition<sup>295</sup>, Leistungsbereitschaft und Leistungsfähigkeit sind die eine Arbeitsleistung determinierenden personalen Faktoren.<sup>296</sup> Während sich die Leistungsbereitschaft im Kontext der vorliegenden Arbeit auf die Bereitschaft einer Arbeitskraft, Leistung zu erbringen bezieht, zielen die Leistungsdisposition und Leistungsfähigkeit auf das Fähigkeitspotenzial einer Arbeitskraft ab.

##### *Leistungsdisposition*<sup>297</sup>

Unter Leistungsdisposition werden diejenigen Eigenschaften und Fähigkeiten subsummiert, die als angeboren gelten.<sup>298</sup> Hierzu zählen sowohl individuelle körperliche (physische) als auch geistige (psychische) Voraussetzungen.<sup>299</sup> Unter Fähigkeiten versteht Gutenberg in diesem Kontext die seelischen, geistigen und körperlichen Anlagen, die eine Arbeitskraft in ein Unternehmen einbringt.<sup>300</sup>

##### *Leistungsfähigkeit*

---

<sup>294</sup> Im physikalischen Kontext wird Leistung als Quotient aus verrichteter Arbeit und Zeit, in den Wirtschaftswissenschaften hingegen als die Summe der in einer Periode erzeugten, bewerteten Güter verstanden [vgl. Becker (2003), S. 17, 32, 69-70 i. V. m. S. 77]. Neben den genannten existieren zahlreiche weitere Leistungsbegriffe [vgl. hierzu ausführlich Becker (2003), S. 11-77].

<sup>295</sup> Unter Disposition wird in der vorliegenden Arbeit Verfügung oder Anlage oder auch eine äußere und innere Verfassung verstanden [vgl. DWDS (j), Stichwort: Disposition]. Im Kontext der Leistungsdisposition geht es demnach um die äußere und innere Verfassung eines Individuums bzw. um die Anlagen, um Leistungen auszuüben. Vereinfacht ausgedrückt geht es darum, ob ein Individuum über die Anlagen verfügt, Leistung zu erbringen.

<sup>296</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 129; Springer (2013), S. 10.

<sup>297</sup> Unter Dispositionen wird in der vorliegenden Arbeit die „[...] Gesamtheit der bis zu einem bestimmten Handlungszeitpunkt entwickelten inneren Voraussetzungen zur psychischen Regulation der Tätigkeit verstanden“ [Erpenbeck et al. (2017), S. X i.V.m. Kossakowski (1981), S. 126].

<sup>298</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 130; Springer (2013), S. 10.

<sup>299</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 134.

<sup>300</sup> Vgl. Gutenberg (1990), S. 57.

Die Leistungsfähigkeit umfasst individuelle Eigenschaften, die vorwiegend auf der Grundlage von Lernprozessen erlangt werden.<sup>301</sup>

Eng verbunden mit dem Begriff der Leistungsfähigkeit ist der Begriff der Qualifikation. Unter dem Begriff Qualifikation<sup>302</sup> wird die Gesamtheit<sup>303</sup> der zur Erledigung arbeitsplatzspezifischer Tätigkeiten befähigenden individuellen Kenntnisse bzw. Wissen<sup>304</sup>, Fähigkeiten<sup>305</sup> und Fertigkeiten<sup>306</sup> verstanden.<sup>307</sup> Im Kontext der Humankapitaltheorie wird zwischen sogenannten allgemeinen und spezifischen Qualifikationen differenziert.<sup>308</sup> Becker (1975) thematisiert sogenanntes „on-the-job-training“<sup>309</sup> und differenziert dabei zwischen sogenanntem „general training“<sup>310</sup> und „specific training“<sup>311</sup>. Während unter „general training“ in der vorliegenden Arbeit allgemeine (Aus- bzw. Weiter-) Bildung oder Schulung verstanden wird, entspricht

---

<sup>301</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 130; Springer (2013), S. 10.

<sup>302</sup> Staehle (1999) differenziert zwischen sogenannten funktionalen (technisch-fachliche und prozessgebundene Qualifikationen) und extrafunktionalen Qualifikationen (prozessungebundene Qualifikationen, wie Verantwortungsbereitschaft, Anpassungsbereitschaft, Flexibilität oder Identifikation mit Organisationszielen) [vgl. Bäcker et al. (2020), S. 513; Staehle (1999), S. 179-180].

<sup>303</sup> Mit dem Begriff der Qualifikation wird eine mengenmäßige Betrachtung der Fähigkeiten, Fertigkeiten und Kenntnisse vorgenommen. Der Prozess des Erwerbs dieser Bestandteile wird Qualifizierung genannt [vgl. Weber (2004), Sp. 792].

<sup>304</sup> Kenntnisse stellen nach Staehle (1999) kognitives durch Schulungsmaßnahmen erworbenes Wissen dar [vgl. Staehle (1999), S. 179]. Staehle stellt mit dieser Formulierung expressis verbis darauf ab, dass Kenntnisse ausschließlich durch Schulungsmaßnahmen erworbenes Wissen darstellen. In der vorliegenden Arbeit wird jedoch auch solches Wissen unter dem Begriff Kenntnis subsummiert, das nicht nur auf Schulungsmaßnahmen basiert, wie z. B. sogenanntes Erfahrungswissen. Vgl. hierzu die Ausführungen im Kontext der Saarbrücker- und Cottbuser-Formel in Kapitel 2.2.2.2. Des Weiteren werden die Begriffe Kenntnisse und Wissen in der vorliegenden Arbeit als Synonyme verwendet.

<sup>305</sup> Fähigkeiten stellen nach Staehle (1999) das „[...] gesamte relativ verfestigte Potential eines Individuums, seine Umwelt zu beherrschen, d.h. in allen Lebenssituationen kompetent zu handeln“ dar [Staehle (1999), S. 179].

<sup>306</sup> Fertigkeiten sind nach Staehle (1999) eine Teilmenge und auf Übung zurückzuführende des zur Beherrschung der Umwelt verfestigten Potenzials. Porten (2008) konkretisiert weiter und führt aus: „Als Fertigkeit wird ausschließlich Erlerntes bezeichnet, welches in der Folge dazu befähigt, etwas zu tun“ [Porten (2008), S. 137]. Damit wird herausgestellt, dass Fertigkeiten keine angeborenen Fähigkeiten darstellen.

<sup>307</sup> Vgl. Staehle (1999), S. 179. In einer ähnlichen Weise formulieren dies Bäcker et al. (2020) und bezeichnen Qualifikationen als die „[...] Gesamtheit der Fähigkeiten, Kenntnisse und Fertigkeiten einer Person, die für die Erfüllung beruflicher Aufgaben und Anforderungen erforderlich sind“ [Bäcker et al. (2020), S. 513].

<sup>308</sup> Wolter/Schiener (2009), S. 93.

<sup>309</sup> Unter dem sogenannten on-the-job-training versteht Becker (1975) das Generieren von Produktivitätssteigerungen durch das Erlernen neuer Fertigkeiten (engl. „skills“) und die Perfektionierung bestehender Fertigkeiten [vgl. Becker (1975), S. 17].

<sup>310</sup> Resultate aus sogenanntem „general training“ sind nach Becker (1975) in vielen verschiedenen Unternehmen anwendbar. Generelles Training führt dazu, dass sich die Grenzproduktivität einer Arbeitskraft nicht nur in dem Unternehmen erhöht, in welchem sie beschäftigt ist, sondern auch bei einem Unternehmenswechsel zu einer höheren Grenzproduktivität in anderen Unternehmen führen kann [vgl. Becker (1975), S. 19-20].

<sup>311</sup> Vgl. Becker (1975), S. 27. Im Kontext der Durchführung von „general“ und „specific training“ ist der Frage nachzugehen, inwieweit Arbeitgeber die Kosten für das Training tragen und inwieweit Arbeitnehmer an potenziellen Erträgen partizipieren. Es geht also zum einen um Finanzierungs- und zum anderen um Partizipationsfragestellungen [vgl. hierzu z. B. Alewell (1997)].

„specific training“ dahingegen betriebsspezifischer (Aus- bzw. Weiter-) Bildung oder Schulung. Während also sogenanntes „general training“ zu Produktivitätsgewinnen in mehreren Unternehmen führt, ist „specific training“ darauf ausgerichtet, die Produktivität in dem trainings anbietenden Unternehmen zu erhöhen. Maßnahmen, die eine allgemeine bzw. spezifische Bildung oder Schulung zum Gegenstand haben, können dann zu einer Erlangung allgemeiner bzw. spezifischer Fähigkeiten, Fertigkeiten oder Kenntnisse führen und resultieren dementsprechend in einer allgemeinen bzw. spezifischen Qualifikation.

Damit stellt der Begriff der Qualifikation in Form arbeitsplatzspezifischer Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten eine Teilmenge der individuellen Leistungsfähigkeit dar. Qualifikationen können in der Regel durch verschiedene Arten von Dokumenten (z. B. Zertifikate, Zeugnisse oder Teilnahmebescheinigungen) nachgewiesen werden. Diese Dokumente bescheinigen dem Individuum oder Dritten jedoch lediglich, dass das Individuum (vermeintlich) die benannten Fähigkeiten, Fertigkeiten oder Kenntnisse erlangt haben soll. Ob das Individuum diese tatsächlich erlangt und tatsächlich anwenden oder einsetzen kann, ist eine Frage der Kombination aus Leistungsfähigkeit, Leistungsdisposition und Leistungsbereitschaft.

Wissen als eine Teilmenge der Qualifikation kann in Tatsachen- und Prozesswissen differenziert werden.<sup>312</sup> Während Tatsachenwissen auf die Verfügbarkeit von z. B. Fakten und Theorien bezogen ist, wird unter Prozesswissen die Fähigkeit verstanden, vorhandenes Wissen auf konkrete Problemstellungen anzuwenden.<sup>313</sup> Das Tatsachenwissen kann zudem in sogenanntes gegenständliches und propositionales Wissen unterschieden werden. Unter gegenständlichem Wissen wird solches auf Grundlage von Kenntnis über Objekte (z. B. Personen oder Orte) aufgefasst. Propositionales Wissen bezieht sich dahingegen auf die Kenntnis von Tatsachen und Wahrheiten.<sup>314</sup> In einer weiteren Differenzierung des Wissensbegriffes wird zwischen explizitem und implizitem Wissen unterschieden. Explizites Wissen ist durch die Möglichkeiten des Festhaltens, der Kommunizierbarkeit und der Kodifizierung

---

<sup>312</sup> In einer ähnlichen Differenzierung unterscheidet Brandes (1980) zwischen Sach- und Verfahrenkenntnissen. Sachkenntnisse setzen sich aus sogenannten theoretischen (wissenschaftlichen) und sogenannten empirischen Kenntnissen (des Alltags) zusammen. Verfahrenkenntnisse sind solche, die den Umgang mit Objekten zum Gegenstand haben [vgl. Brandes (1980), S. 50].

<sup>313</sup> Vgl. Krogh/Grand (2004), Sp. 1648.

<sup>314</sup> Vgl. Talaulicar (2004), Sp. 1640.

gekennzeichnet. Implizites Wissen wird als solches bezeichnet, das auf Erfahrungen fußt und, wenn überhaupt, nur schwer artikulierbar ist.<sup>315</sup>

Ein weiterer, häufig genannter Begriff in diesem Kontext stellt Kompetenz dar. Kompetenzen können einmal im Sinne von Zuständigkeiten und zum anderen im Sinne von Qualifikationen interpretiert werden. In Teilen der Literatur wird eine ganzheitliche Selbstorganisationsfähigkeit der Person als konstitutiv vorausgesetzt.<sup>316</sup> Dieser Auffassung schließen wir uns in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht an und verwenden die Begriffe Kompetenz und Qualifikation synonym.

In der vorliegenden Arbeit werden zudem Leistungsdisposition und Leistungsfähigkeit unter dem umfassenden Begriff Qualifikation zusammengefasst. Qualifikation wird dabei nicht im engen Sinne formaler Bildungsabschlüsse verstanden, sondern als die Gesamtheit der von einer Arbeitskraft bereitgestellten physischen und psychischen Voraussetzungen, die zur Erfüllung betrieblicher Anforderungen eingesetzt werden können. Dies gilt unabhängig davon, ob diese angeboren oder erworben sind.

### *Leistungsbereitschaft*

Unter Leistungsbereitschaft wird eine Determinante verstanden, die das individuelle Wollen repräsentiert.<sup>317</sup> Unter der Leistungsbereitschaft wird der Grad der Bereitschaft verstanden, Leistungsdisposition und Leistungsfähigkeit in spezifischen Situationen tatsächlich zum Einsatz zu bringen.<sup>318</sup>

Leistungsbereitschaft umschreibt Gutenberg mit der „[...] Stärke der inneren Antriebe [...]“<sup>319</sup>, wobei bei einem schwach ausgeprägten Antrieb seiner Auffassung nach gut ausgeprägte Fähigkeiten nicht voll entfaltet werden können.<sup>320</sup>

Als eine Sekundärdeterminante der Leistungsbereitschaft wird die Motivation betrachtet. Etymologisch lässt sich der Begriff Motivation vom *lat. movēre* (*dt. bewegen*) ableiten.<sup>321</sup> Motivation soll nach Staehle (1999) Aufschluss über die das Verhalten und Handeln von Individuen zugrundeliegenden Beweggründe liefern.<sup>322</sup> Nach Nerdinger (2004) wird der zu Verhalten führende Wirkungsprozess von Anreizen auf Motive als Motivation

---

<sup>315</sup> Vgl. Krogh/Grand (2004), Sp. 1648.

<sup>316</sup> Vgl. Erpenbeck et al. (2017), S. XVII.

<sup>317</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 131; Springer (2013), S. 10.

<sup>318</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 145.

<sup>319</sup> Gutenberg (1990), S. 58.

<sup>320</sup> Vgl. Gutenberg (1990), S. 58.

<sup>321</sup> Vgl. Staehle (1999), S. 219 i.V.m. DWDS (k), Stichwort: Motivation.

<sup>322</sup> Vgl. Staehle (1999), S. 219.

bezeichnet.<sup>323</sup> Korrespondierende Inhalts- bzw. Prozesstheorien haben die an diesem Prozess beteiligten Anreize und Motive bzw. den Entscheidungsablauf für eine Alternative und die korrespondierende Erklärung und Evaluation der Ergebnisse zum Gegenstand.<sup>324</sup> Inhaltstheorien<sup>325</sup> bzw. Prozesstheorien<sup>326</sup> gehen der Frage nach, *was* individuelles Verhalten erzeugen und aufrechterhalten kann bzw. *wie* Verhalten erzeugt und aufrechterhalten oder auch abgebrochen werden kann.<sup>327</sup>

Neben der Motivation gelten auch das sogenannte Commitment<sup>328</sup> sowie die sogenannte Identifikation als die Leistungsbereitschaft beeinflussende Parameter.<sup>329</sup>

Commitment ist definiert als die Verbundenheit oder das Bekenntnis eines Individuums mit oder zu einem Objekt.<sup>330</sup> Unter Identifikation wird gemeinhin die im (vermeintlichen) Idealfall vollständige Übereinstimmung der individuellen mit den organisationalen Überzeugungen verstanden.<sup>331</sup>

#### *Zusammenhang zwischen Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft*

Bei Betrachtung eines tätigkeitsbezogenen Leistungsbegriffes ergibt sich die Leistung *Lei* in Form des Verhaltens bei einer Ausdifferenzierung der personalen Faktoren in Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit, der Leistungsbereitschaft und umweltbezogenen Faktoren (2.20):

$$Lei = f(LF, LB, UF) \quad (2.20)$$

mit

*Lei* := Leistung

*LF* := Leistungsfähigkeit

---

<sup>323</sup> Vgl. Nerdinger (2004), Sp. 905.

<sup>324</sup> Vgl. Nerdinger (2004), Sp. 905.

<sup>325</sup> Zu inhaltstheoretischen Ansätzen gehören z. B. die Bedürfnispyramide nach Maslow (1943) oder die Zwei-Faktoren-Theorie nach Herzberg (1968) [vgl. Staehle (1999), S. 221-231].

<sup>326</sup> Zu prozesstheoretischen Ansätzen gehört z. B. die Valenz-Instrumentalitäts-Erwartungs-Theorie nach Vroom (1964) [vgl. Staehle (1999), S. 231-239].

<sup>327</sup> Vgl. Staehle (1999), S. 221.

<sup>328</sup> In einer recht gängigen Kategorisierung des Commitments wird zwischen sogenanntem affektiven, kalkulatorischen und normativen Commitment differenziert. Dabei entspricht affektives Commitment einer Verbundenheit gegenüber einem Unternehmen aufgrund individuellen Stolzes oder Zugehörigkeitsgefühlen. Kalkulatorisches Commitment entspricht einer auf Grundlage rationaler Überlegungen hinsichtlich unternehmensbezogener Vor- und Nachteile bestehenden Verbundenheit. Moralische, soziale oder ethische bestehende Normen verhindern einen Unternehmenswechsel eines Individuums und münden im sogenannten normativen Commitment [vgl. Berning (2021), S. 26].

<sup>329</sup> Vgl. Berning (2021), S. 25.

<sup>330</sup> Als Objekte kommen hier Personen oder Sachen in Betracht [vgl. Berning (2021), S. 25].

<sup>331</sup> Vgl. Berning (2021), S. 27.

$LB :=$  Leistungsbereitschaft

$UF :=$  Umweltbezogene Faktoren

Unter Berücksichtigung einer konstanten Ausprägung der umweltbezogenen Faktoren  $\overline{UF}$  lassen sich Überlegungen hinsichtlich der Verknüpfung der Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft anstellen. Grundsätzlich sind additive und multiplikative Verknüpfungen denkbar.<sup>332</sup> Bei einer additiven Verknüpfung wird eine vollständig mögliche Kompensation unterstellt. Dementsprechend kann eine hohe Leistungsbereitschaft eine niedrige Leistungsfähigkeit kompensieren und vice versa. Es kann jedoch durchaus angezweifelt werden, ob eine Arbeitskraft, die eine hohe Leistungsfähigkeit und gar keine Leistungsbereitschaft besitzt (et vice versa), eine ihr gestellte Aufgabe erfüllt bzw. Leistung erbringt (totale Kompensation). Auf Grundlage von Plausibilitätsüberlegungen ist es eher denkbar, dass sowohl ein gewisses Mindestmaß an Leistungsbereitschaft als auch an Leistungsfähigkeit vorhanden sein müssen, damit Leistung erbracht wird (periphere Kompensation). Diese Überlegung findet Eingang bei Betrachtung einer multiplikativen Verknüpfung beider Determinanten. Damit wird gewährleistet, dass zwar eine gewisse Kompensation der Ausprägungen beider Determinanten möglich ist, beide Determinanten aber zu einem gewissen Mindestmaß vorhanden sein müssen, damit Leistung erbracht werden kann.

Im Folgenden werden ausgewählte umweltbezogene, leistungsbeeinflussende Faktoren dargelegt.

#### 2.2.3.1.3 Umweltbezogene Faktoren

---

Schanz konstatiert, dass die Arbeitsleistung neben den personenbezogenen auch von situationsbezogenen und dementsprechend umweltbezogenen Faktoren abhängt. Hierbei unterscheidet er zwischen arbeitsorganisatorischen Voraussetzungen, ergonomischen Zweckmäßigkeiten und motivkongruenten Leistungsanreizen.<sup>333</sup>

Zu arbeitsorganisatorischen Determinanten zählen aufbauorganisatorische sowie ablauf- bzw. prozessorganisatorischen Charakteristika.<sup>334</sup>

---

<sup>332</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 131.

<sup>333</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 132.

<sup>334</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 132.

Ergonomische<sup>335</sup> Zweckmäßigkeiten betreffen z. B. die Gestaltung der Bewegungstechnik, der Arbeitsmittel und des Arbeitsplatzes.<sup>336</sup>

Leistungsanreize gelten als Anregungsbedingungen und dienen der Aktivierung individueller Leistungsbereitschaft.<sup>337</sup> In diesem Kontext sind die unternehmensspezifischen Anreizsysteme<sup>338</sup> einer näheren Betrachtung zu unterziehen. Anreizsysteme bestehen aus einer Menge von Anreizen<sup>339</sup> und aus einer Menge von Kriterien, die in Beziehungen zueinanderstehen.<sup>340</sup> Kossbiel (2006) differenziert mit z. B. Entgelt-, Entlohnungs-, Erfolgsbeteiligungs- und Sozialleistungssystemen verschiedene Anreizsubsysteme.<sup>341</sup>

Die Leistungsmotivation hängt neben dem Arbeitsentgelt bspw. auch vom Arbeitsinhalt ab.<sup>342</sup> Der Arbeitsinhalt bildet gemeinsam mit den Arbeitszielen (z. B. Vorgaben hinsichtlich der zu erzielenden Outputquantität und -qualität) und Arbeitsverfahren (z. B. technisch-organisatorische Gestaltung des Arbeitsprozesses) das sogenannte Arbeitsfeld.<sup>343</sup> Das Arbeitsfeld wird durch das Arbeitsumfeld in Form von lokalen (z. B. Gestaltung des Arbeitsplatzes), temporalen (z. B. Chronometrie und Chronologie der Arbeitszeit<sup>344</sup>), strukturalen (z. B. organisatorischer Ablauf) und sozialen Arbeitsbedingungen (z. B. Beziehungen zu hierarchisch gleich gestellten Kollegen oder Vorgesetzten) beeinflusst.<sup>345</sup>

Neben dem Nachkommen einer gesetzlichen Pflicht zur Entlohnung von Arbeitskräften, können mit Entlohnungssystemen freilich weitere Absichten verfolgt werden. So können diese zur Frustrationsvermeidung (z. B. durch eine für die Arbeitskräfte als angemessen

---

<sup>335</sup> Ergonomie bzw. Ergonomik stellt die Lehre der menschlichen Arbeit dar [vgl. Mohokum/Ellegast (2021), S. 684]. Etymologisch lässt sich Ergonomie aus dem *griech.* *érgon* (*dt.* Werk, Arbeit) und dem *griech.* *nómos* (*dt.* Brauch, Ordnung, Gesetz) herleiten. Dementsprechend stellt Ergonomie wortwörtlich das Gesetz oder den Brauch der Arbeit dar. Hieraus hat sich die Bedeutung der Ergonomie als Wissenschaft der Gesetze der menschlichen Arbeitskraft herausgebildet [vgl. DWDS (I), Stichwort: Ergonomie].

<sup>336</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 132-133.

<sup>337</sup> Vgl. Schanz (2000), S. 133.

<sup>338</sup> Im Kontext der Konstruktion von Regelsystemen wird in Kapitel 3.1.3.1 ein System in Übereinstimmung mit der Systemtheorie als eine Menge von miteinander in Beziehung stehenden Elementen definiert.

<sup>339</sup> Anreize können sowohl in der Form von Gratifizierungen (positive Anreize) als auch in Form von Sanktionen (negative Anreize) auftreten [vgl. Kossbiel (2006), S. 579].

<sup>340</sup> Vgl. Kossbiel (2006), S. 579.

<sup>341</sup> Vgl. Kossbiel (2006), S. 581.

<sup>342</sup> Vgl. Kossbiel (2006), S. 575.

<sup>343</sup> Vgl. hierzu ausführlich Kossbiel (1988), S. 1092.

<sup>344</sup> Unter Chronometrie bzw. Chronologie der Arbeitszeit wird die Dauer bzw. die Lage der Arbeitszeit verstanden [vgl. Drumm (2005), S. 171].

<sup>345</sup> Vgl. Kossbiel (1988), S. 1092; Kossbiel (2006), S. 576.

empfundene Bezahlung) und zur Motivationserzeugung (in Form von Beitritts- und Bleibemotivation)<sup>346</sup> beitragen.

Im Kontext des Prinzips der Lohngerechtigkeit geht es um die Identifikation eines Lohnes, der aus Mitarbeitersicht zum einen als gerecht im Verhältnis zur erbrachten Leistung und zum anderen als gerecht im Verhältnis zur Entlohnung anderer Arbeitskräfte des Unternehmens empfunden wird.<sup>347</sup>

Aus den Ausführungen wird ersichtlich, dass die Ausprägungen umweltbezogener Faktoren einen Einfluss auf die individuelle Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft haben können.

Zusammengefasst resultiert die individuelle Leistung aus der Kombination der personalen Faktoren in Form der Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft und den umweltbezogenen Faktoren.

Dabei stellen die Qualifikationen und Leistungsbereitschaften die individuellen Leistungsmöglichkeiten dar.<sup>348</sup> Diese Leistungsmöglichkeiten sind zur Ableitung einer Aussage über das betriebliche Humankapital den betrieblicherseits erwünschten Leistungsmöglichkeiten gegenüberzustellen.

---

<sup>346</sup> Im Kontext der von Coleman (1979) ausgearbeiteten Theorie korporativer Akteure werden mit korporativen Akteuren und natürlichen Personen zwei Arten von Akteuren differenziert [vgl. Kossbiel/Spengler (1992), Sp. 1952]. Korporative Akteure können bspw. Industrieunternehmen, Gewerkschaften, Nachbarschaftsvereinigungen oder auch politische Parteien sein [vgl. Coleman (1979), S. 25]. Akteure müssen sich mit der Frage auseinandersetzen, ob sie ihre Ressourcen individuell einsetzen, ihre Ressourcen mit anderen Akteuren zusammenlegen und einen korporativen Akteur schaffen oder ob sie ihre Ressourcen in einen bestehenden korporativen Akteur einbringen [vgl. Kossbiel/Spengler (1992), Sp. 1952]. Mit der Einbringung von Ressourcen in einen korporativen Akteur gehen Nachteile einerseits und Vorteile andererseits einher. Nachteile resultieren z. B. aus dem Abtreten von Rechten an die Korporation [vgl. Coleman (1979), S. 25]. Vorteile ergeben sich bspw. dadurch, dass aus der gemeinsamen Verfügung über Ressourcen ein Korporationsertrag resultiert, der dann auf die individuellen Akteure zu verteilen ist [vgl. Preisendörfer (2008), S. 28]. Um eine Teilnahmeentscheidung hinsichtlich des Einbringens von Ressourcen in eine Korporation zu treffen, wird von den Akteuren ein Nutzenkalkül aufgestellt. Dabei erfolgt eine Berücksichtigung des aus dem Ressourcenpooling resultierenden (Nutzen-) Erwartungswertes der generierbaren Synergieeffekte sowie des (Kosten-) Erwartungswertes des Kontrollverlustes eingebrachter Ressourcen [vgl. Kossbiel/Spengler (1992), Sp. 1952; Preisendörfer (2008), S. 32]. In diesem Sinne sind Arbeitskräfte am Arbeitsmarkt z. B. durch die Wahl geeigneter Entlohnungssysteme zum Beitritt in das Unternehmen anzureizen. Deren Wahl beeinflusst darüber hinaus auch die Verbleibensmotivation und damit ggf. auch die Verbleibensentscheidung von Arbeitskräften. Im Kontext der Anreiz-Beitrags-Theorie wird das Zusammenspiel von durch Unternehmen bereitzustellenden Anreizen (z. B. Entlohnung) und durch Arbeitskräfte zu leistenden Beiträgen (z. B. in Form von Arbeitsleistung) untersucht. In Analogie zu bisherigen Ausführungen können Arbeitskräfte sowohl zum Beitritt in eine Organisation als auch zum Verbleib in der Organisation angereizt werden [vgl. zur Anreiz-Beitrags-Theorie z. B. March/Simon (1993)].

<sup>347</sup> Vgl. Kossbiel (2006), S. 582.

<sup>348</sup> Vgl. Aschoff (1978), S. 47.



### 2.2.3.2 Aggregierte Betrachtung

---

#### 2.2.3.2.1 Determinantenüberblick

---

Das individuelle Humankapital ist in der vorliegenden Arbeit definiert als die Qualifikationen und Leistungsbereitschaft eines Individuums. Das betriebliche Humankapital entspricht dann den von den Arbeitskräften eines Unternehmens bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten in Form der Qualifikationen und Leistungsbereitschaft.

Der Wert des betrieblichen Humankapitals ist darauf aufbauend das utilitäre Äquivalent der Kompatibilität der durch Arbeitskräfte bereitgestellten faktischen und betrieblicherseits erwünschten Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten.<sup>349</sup>

In Fällen, in denen es gelingt, den Nutzen des Humankapitals ausschließlich durch Geldgrößen darzustellen, ist das utilitäre Äquivalent gleich einem monetären Äquivalent. In der vorliegenden Arbeit schlagen wir jedoch einen Ansatz vor, in dem die ausschließliche Betrachtung von Geldgrößen nicht möglich ist.

Bewertungen des betrieblichen Humankapitals basieren deshalb in der vorliegenden Arbeit auf Kompatibilitätsüberlegungen. Dabei geht es auf einer oberen Aggregationsstufe um die Vereinbarkeit betrieblicher Leistungserfordernisse einerseits und den Leistungsmöglichkeiten in Form der Qualifikationen und Leistungsbereitschaften andererseits. Diese wiederum hängen auf einer unteren Aggregationsebene in Anlehnung an die Kossbielsche Personalstrukturtheorie<sup>350</sup> von vier Kriterien ab. Diese sind einerseits die individuellen Bestimmungsgrößen Fungibilität und Funktionalität und andererseits die organisationalen Bestimmungsgrößen Plastizität und Stabilität. Über eine organisationsweite Aggregation der Ausprägungen der individuellen Fungibilität und Funktionalität lässt sich auch eine Aussage über die organisationale Fungibilität und Funktionalität ableiten.

---

<sup>349</sup> „Die Nützlichkeit eines Stoffes entsteht durch die Geeignetheit, Bedürfnisse zu befriedigen; die Nützlichkeit entsteht nicht durch die Erkenntnis der Nützlichkeit durch den Wirtschaftenden“ [Schmalenbach (1925), S. 1]. Dieser Überlegung Schmalenbachs wird auch in dieser Arbeit gefolgt. Das utilitäre Äquivalent der Kompatibilität aus erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten kann nur durch eine Gegenüberstellung mit Bedürfnissen bzw. Erfordernissen eines Unternehmens bestimmt werden und nicht durch die alleinige Betrachtung der durch eine Arbeitskraft bereitgestellten Qualifikationen und Leistungsbereitschaften.

<sup>350</sup> Vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1647.

Aussagen über diese vier Kriterien sind wiederum auf der Basis von Kompatibilitätsüberlegungen zu treffen. Zu diesem Zwecke werden jeweils erwünschte und faktische Kriterienausprägungen gegenübergestellt. Im Einzelnen bedeutet dies:

Bei der Fungibilität geht es um die fachliche Eignung zu deren Beurteilung erwünschte und faktische Ausprägungen gegenüberzustellen sind (Kapitel 2.2.3.2.2). Mit der Funktionalität erfolgt eine Thematisierung der Wirksamkeit des Personals in Form eines Vergleiches erwünschter und faktischer Wirksamkeit (Kapitel 2.2.3.2.3). Die Plastizität betrifft die Formbarkeit personeller Ressourcen, wobei hier erwünschte und faktische Formbarkeit gegenüberzustellen sind (Kapitel 2.2.3.2.4). Mit der Stabilität wird die Beständigkeit personeller Ressourcen angesprochen, wobei erwünschte und faktische Beständigkeit einem Vergleich zu unterziehen sind (Kapitel 2.2.3.2.5). In Abbildung 4 wird die zugrundeliegende Systematik der Humankapitaldeterminanten dargestellt.

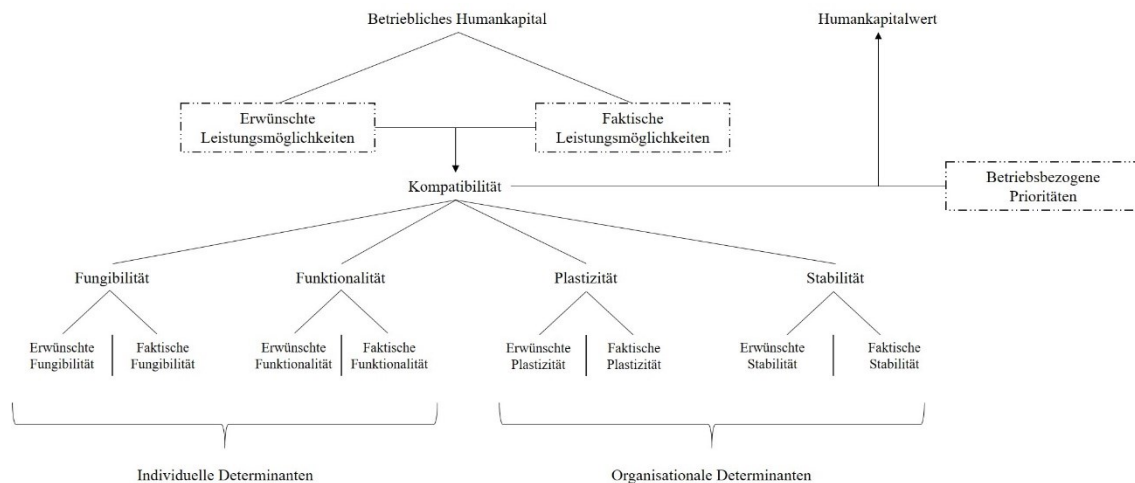


Abbildung 4: Systematik der Humankapitaldeterminanten

Abbildung 4 folgend ergibt sich das betriebliche Humankapital zunächst aus der Gegenüberstellung erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten und dementsprechend aus der Bestimmung der Kompatibilität. Da eine Kompatibilität alleine noch keine Aussage über den Wert des Humankapitals zulässt, gilt es, den Wert des Humankapitals als utilitäres Äquivalent der Kompatibilität unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten zu bestimmen.

Bei näherer Betrachtung zeigt sich, dass jede der Humankapitaldeterminanten multikriteriell bedingt ist. Dies wiederum bedeutet, dass Erwünschtes und Faktisches in

Form von Profilen<sup>351</sup> gegenüberzustellen sind. Zu deren Vergleich wird mit der Profilvergleichsmethode eine zentrale Methode der Humankapitalwertbestimmung vorgestellt. Hierfür sind zunächst grundlegende Überlegungen zu den Determinanten zu präsentieren.

Dargestellter Systematik entsprechend (vgl. Abbildung 4) gelten für die vorliegende Arbeit grundlegende folgende Symbole:

$HK$	$:=$	Wert des betrieblichen Humankapitals
$EL$	$:=$	Erwünschte Leistungsmöglichkeiten
$FL$	$:=$	Faktische Leistungsmöglichkeiten
$Q$	$:=$	Qualifikation
$LB$	$:=$	Leistungsbereitschaft
$Fung$	$:=$	Ausprägung der Fungibilität mit $Fung = v_{Fung}(EFG, FFG)$ sowie $EFG :=$ Erwünschte Fungibilität und $FFG :=$ Faktische Fungibilität
$Funk$	$:=$	Ausprägung der Funktionalität mit $Funk = v_{Funk}(EF, FF)$ sowie $EF :=$ Erwünschte Funktionalität und $FF :=$ Faktische Funktionalität
$Pl$	$:=$	Ausprägung der Plastizität mit $Pl = v_{Pl}(EP, FP)$ sowie $EP :=$ Erwünschte Plastizität und $FP :=$ Faktische Plastizität
$Stab$	$:=$	Ausprägung der Stabilität mit $Stab = v_{Stab}(ES, FS)$ sowie $ES :=$ Erwünschte Stabilität und $FS :=$ Faktische Stabilität
$\overline{D}$	$:=$	$\{d   d = Pl, Fung, Funk, Stab\}$ Menge der Humankapitaldeterminanten $d$
$\overline{P}_d$	$:=$	$\{p\}$ Menge der Profile $p$ einer Humankapitaldeterminante $d$
$v_d(p, p')$	$:=$	Vergleichsfunktion zweier Profile $p$ und $p'$ einer Determinante $d$
$KT_{EL,FL}$	$:=$	Kompatibilität der erwünschten Leistungsmöglichkeiten und der faktischen Leistungsmöglichkeiten
$BP$	$:=$	Betriebsbezogene Prioritäten

Da sich die Kompatibilität erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten als Funktion der Ausprägungen für Fungibilität, Funktionalität, Plastizität und Stabilität ergibt, gilt (2.21):

$$KT_{EL,FL} = f(Fung, Funk, Pl, Stab) \quad (2.21)$$

---

<sup>351</sup> Unter Profil wird in der vorliegenden Arbeit im übertragenen Sinn ein charakteristisches Erscheinungsbild verstanden [vgl. DWDS (m), Stichwort: Profil].

Weiterhin ergeben sich die Ausprägungen für die vier genannten Determinanten jeweils aus einem Vergleich zweier Profile. Als symbolische Funktion für den Vergleich zweier Profile wird  $v_d(p, p')$  verwendet. Damit soll verdeutlicht werden, dass eine in Ansatz zu bringende Vergleichsfunktion für die paarweisen Vergleiche unterschiedlich ausgeprägt sein kann. Zunächst gilt allgemein für die Kompatibilität aus erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten:

$$KT_{EL,FL} = f(v_{Fung}(EFG, FFQ), v_{Funk}(EF, TF), v_{Pl}(EP, FP), v_{Stab}(ES, FS)) \quad (2.22)$$

Zur Bestimmung der Kompatibilität mittels (2.22) sind drei elementare Fragen zu beantworten. Dabei geht es um die Aufstellung der Beurteilungskriterien zur Einschätzung der Ausprägung der einzelnen Profile, um die Verwendung geeigneter Vergleichsfunktionen zur Verknüpfung der Profilausprägungen sowie um die Aggregation der Ergebnisse der Profilvergleiche zu einer Ausprägung der Kompatibilität. Neben der Bestimmung der Kompatibilitätsausprägung ist zudem zu ermitteln, welchen Wert dessen Ausprägung für ein Unternehmen besitzt. Dieser Wert entspricht dann dem utilitären Äquivalent der Kompatibilität aus erwünschten und faktischen Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten.

Zur Betrachtung dieses Wertes ist zusätzlich folgendes Symbol einzuführen:

$$HK = U(KT_{EL,FL}, BP) \quad := \quad \text{Nutzen aus der Kompatibilität unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten}$$

Dementsprechend gilt für den Wert des betrieblichen Humankapitals  $HK$  (2.23):

$$HK = U(KT_{EL,FL}, BP) = U \left[ f \left( v_{Fung}(EFG, FFQ), v_{Funk}(EF, TF), v_{Pl}(EP, FP), v_{Stab}(ES, FS) \right), BP \right] \quad (2.23)$$

Im Folgenden werden Überlegungen zu möglichen Beurteilungskriterien hinsichtlich der verschiedenen Determinanten des Humankapitals präsentiert. Bei den aufgeführten Kriterien handelt es sich um schwer voneinander abzugrenzende und nicht überschneidungsfreie hypothetische Konstrukte, die aus theoriegestützten Überlegungen resultieren.<sup>352</sup> Weiterhin handelt es sich um nicht direkt beobachtbare Kriterien, deren Ausprägungen letztendlich wiederum über sogenannte Ersatzkriterien zu operationalisieren sind.

---

<sup>352</sup> Vgl. zu dieser Argumentation z. B. Staehle (1999), S. 162.

#### 2.2.3.2.2 Fungibilität

---

Da der Terminus Fungibilität noch recht interpretationsoffen ist, wird in dieser Arbeit Fungibilität als fachliche Eignung interpretiert.<sup>353</sup> Eignung kann in dem Kontext der Allokation von Arbeitskräften zu Arbeitsplätzen als „Relation zwischen individuellen Qualifikationen (Qualifikationsangebot) eines Arbeitnehmers und spezifischen Anforderungen (Qualifikationsnachfrage) eines Arbeitsplatzes“<sup>354</sup> definiert werden.<sup>355</sup> Der Definition folgend handelt es sich bei dem Begriff der fachlichen Eignung um eine relationale Größe, die die Qualifikationen einer Arbeitskraft (Qualifikationsprofil) in ein Verhältnis zu den Anforderungen eines Arbeitsplatzes (Anforderungsprofil) stellt. Aus dem Vergleich der beiden Profile kann darauf aufbauend eine Aussage zur Ausprägung der Fungibilität abgeleitet werden. Profile lassen sich als mehrdimensionale Vektoren auffassen (vgl. Kapitel 1.3). Jede Dimension entspricht dann einem Beurteilungskriterium mit korrespondierender Ausprägung.

Dem Anforderungsprofil wird das Qualifikationsprofil zur Ableitung einer Aussage über die Eignung einer Person gegenübergestellt.<sup>356</sup> Dabei soll hier zwischen einem engen und einem weiten Eignungsbegriff differenziert werden.<sup>357</sup>

Damit ist gemeint, dass Eignung im engen Sinne vorsieht, dass lediglich eine dichotome Ausprägungsdifferenzierung vorgenommen wird. Demnach kann die Eignung *E* nur die Ausprägungen *geeignet* oder *ungeeignet* annehmen. Es gilt also für die Eignung von

---

<sup>353</sup> Das Adjektiv fungibel bedeutet im juristischen Sinn austauschbar oder ersetzbar und darauf aufbauend bedeutet Fungibilität Austauschbarkeit oder Ersetzbarkeit. Weiterhin bedeutet fungibel beliebig einsetzbar oder willkürlich verwendbar und Fungibilität dementsprechend beliebige Einsetzbarkeit oder Verwendbarkeit [vgl. DWDS (n), Stichwort: fungibel; DWDS (o): Fungibilität]. Flohr bezeichnet mit Fungibilität im personalwirtschaftlichen Kontext einen „[...] Handlungsspielraum für den Arbeitgeber [...], über eine variable Inanspruchnahme [...] des Arbeitsvermögens von Arbeitskräften virtuell bestimmen zu können [...]“. Es geht in diesem Sinn um „[...] eine Form potentieller Verfügungsmacht über Arbeitskräfte“ [Flohr (1984), S. 26-27]. Diese Auffassung erweitern wir insofern, als dass es bei der Fungibilität um die Verwendbarkeit der Leistungsfähigkeit in einem qualifikatorischen Kontext geht. Demnach sind solche Arbeitskräfte fungibel im Sinne von verwendbar, wenn zwischen der Leistungsfähigkeit in Form des Qualifikationsprofils und den Leistungserfordernissen in Form des Anforderungsprofils Kompatibilität herrscht.

<sup>354</sup> Meiritz (1984), S. 50-51.

<sup>355</sup> Eignung wird als „[...] Grad der Übereinstimmung zwischen den Anforderungen eines Arbeitsplatzes und den Fähigkeiten des an ihm tätigen Mitarbeiters verstanden“ [Zülch (1976), S. 227]. Diese Definition ist insofern recht eng gefasst, dass hier ausschließlich die Fähigkeiten aus Arbeitskraftperspektive betrachtet werden. In dieser Arbeit wird der Qualifikationsbegriff verwendet, da dieser weiter ausgelegt ist und neben den Fähigkeiten auch Fertigkeiten und Wissen inkludiert.

<sup>356</sup> Vgl. Kossbiel (1988), S. 1092.

<sup>357</sup> Ähnliche Überlegungen präsentieren Siegling et al. (2023a) im Kontext enger und weiter Auslegungen der Begriffe Effektivität und Effizienz [vgl. Siegling et al. (2023a), S. 22-25].

Arbeitskräften  $E \in \{\text{ungeeignet}; \text{geeignet}\}$  bzw. in einer kodierten Schreibweise  $E \in \{0; 1\}$ .

Bei einer weiten Begriffsauslegung sind Aussagen zu Abstufungen der Eignung möglich, sodass dann z. B. gilt  $E \in [0; 1]$ , um graduelle Abstufungen zur Eignung vorzunehmen.

Eignung  $E$  kann grundsätzlich als Funktion der Relation zwischen dem Qualifikationsprofil  $\overrightarrow{QP}$  und dem Anforderungsprofil  $\overrightarrow{AP}$  dargestellt werden, die sich als Differenz (2.24a) oder als Quotient (2.24b) formulieren lässt:

$$E := f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}) \quad (2.24a)$$

$$E := f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right) \quad (2.24b)$$

Im ersten Fall (2.24a) lassen sich Aussagen der Natur „Das Qualifikationsprofil übersteigt das Anforderungsprofil um ... Einheiten.“ oder „Das Qualifikationsprofil ist um ... Einheiten geringer als das Anforderungsprofil.“ ableiten.

Dahingegen können im zweiten Fall (2.24b) Aussagen in Bezug auf das Verhältnis der Profile abgeleitet werden. Es sind Formulierungen denkbar, wie „Die Ausprägung des Qualifikationsprofils ist doppelt so groß, wie die des Anforderungsprofils.“ oder „Die Ausprägung des Qualifikationsprofils ist nur halb so groß, wie die des Anforderungsprofils.“

In beiden Fällen können derartige Aussagen nur formuliert werden, wenn gewisse Voraussetzungen erfüllt sind. Ein Vergleich in Form einer Differenz zweier Profile lässt sich nur komponentenweise interpretieren. Zudem ist eine Vektordivision im mathematischen Sinne nicht definiert.<sup>358</sup> Eine Vektordivision lässt sich dann ebenfalls nur komponentenweise interpretieren oder in dem Fall, dass alle Komponenten des einen Vektors ein Vielfaches des anderen Vektors darstellen.<sup>359</sup> Eine weitere Möglichkeit der sinnvollen Interpretation eines Verhältnisses aus Qualifikations- und Anforderungsprofil stellt die Ermittlung beider Vektorbeträge und deren anschließende Verhältnisbildung dar (vgl. Kapitel 3.1.2.1). Im Folgenden wird bewusst offen gehalten, wie eine konkrete Operationalisierung von  $f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})$  bzw.  $f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right)$  vorzunehmen ist.

---

<sup>358</sup> Vgl. Walz (2020), S. 83.

<sup>359</sup> Dies entspricht dann der Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar [vgl. Ohse (2000), S. 9-10]. Für die Betrachtung von Anforderungs- und Qualifikationsprofilen gilt dann bspw., dass das Qualifikationsprofil ein Vielfaches des Anforderungsprofils darstellt.

Für beide Fälle ((2.24a) und (2.24b)) sind sowohl die enge als auch die weite Begriffsauslegung zur Eignung denkbar. Es wird exemplarisch angenommen, dass ein Entscheidungsträger die Eignung einer Arbeitskraft für eine Stelle einschätzen soll. Das Qualifikationsprofil der Arbeitskraft und das Anforderungsprofil der Stelle sind bereits gegeben. Zur Ableitung einer Aussage über die Eignung sind nun vier verschiedene Fälle zu betrachten. Diese ergeben sich zum einen in Abhängigkeit davon, ob eine enge oder eine weite Begriffsauslegung zugrunde gelegt wird. Zum anderen ergeben sie sich aus der Überlegung, dass Eignung entweder ausschließlich dann vorliegen kann, wenn das Anforderungsprofil mindestens gedeckt wird oder bereits bei Vorliegen gewisser Anforderungsunterdeckungsausprägungen. Die resultierenden Unterscheidungen werden mit enge Begriffsauslegung (Fall I), enge Begriffsauslegung (Fall II), weite Begriffsauslegung (Fall I) und weite Begriffsauslegung (Fall II) betitelt. Bei allen Fällen lassen sich sowohl Differenzen als auch Quotienten zur Eignungsbestimmung in Ansatz bringen. Abbildung 5 und Abbildung 6 stellen die Überlegungen jeweils zusammenfassend grafisch dar.

*Enge Begriffsauslegung, (Fall I):*

Die Arbeitskraft ist geeignet ( $E = 1$ ) bzw. ungeeignet ( $E = 0$ ), wenn  $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP}$  bzw.  $\overrightarrow{QP} \neq \overrightarrow{AP}$ . Dies kann sowohl für die Differenzrelation als auch die Quotientenrelation gelten. Demnach gilt für obige Gleichungen ((2.24a) bzw. (2.24b)):

$$\begin{array}{lll}
 E := f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}) & \text{mit} & \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} \neq \overrightarrow{AP} \end{cases} \quad \text{bzw.} \\
 E := f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right) & \text{mit} & \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} \neq \overrightarrow{AP} \end{cases}
 \end{array}$$

Bei dieser Auslegung wird unterstellt, dass eine Arbeitskraft ausschließlich dann geeignet ist, wenn die Ausprägungen des Qualifikations- und des Anforderungsprofils deckungsgleich sind.

*Enge Begriffsauslegung, (Fall II):*

Die Arbeitskraft ist geeignet ( $E = 1$ ) bzw. ungeeignet ( $E = 0$ ), wenn  $\overrightarrow{QP} \geq \overrightarrow{AP}$  bzw.  $\overrightarrow{QP} < \overrightarrow{AP}$ . Damit können obige Gleichungen folgendermaßen angepasst werden:

$$\begin{array}{ll}
E := f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}) & \text{mit} \quad \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} \geq \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} < \overrightarrow{AP} \end{cases} \quad \text{bzw.} \\
E := f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right) & \text{mit} \quad \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} \geq \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} < \overrightarrow{AP} \end{cases}
\end{array}$$

In Abgrenzung zur engen Begriffsauslegung (Fall I) wird bei dieser Variante angenommen, dass eine Arbeitskraft dann für einen Arbeitsplatz geeignet ist, wenn die Ausprägungen des Qualifikationsprofils die Ausprägungen des Anforderungsprofils mindestens decken und somit  $\overrightarrow{QP} \geq \overrightarrow{AP}$  erfüllt ist. Damit liegt eine vollständige Eignung ( $E = 1$ ) vor, wenn die Ausprägungen des Qualifikationsprofils die Ausprägungen des Anforderungsprofils entweder genau deckt oder auch überschreitet. Bei einer derartigen Fallbetrachtung sind Überlegungen hinsichtlich möglicher Überqualifikationen anzustellen.<sup>360</sup> Eine Überqualifikation stellt eine Ausprägung von  $\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}$  bzw.  $\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}$  dar, bei der gilt, dass  $\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP} > (\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})^*$  bzw.  $\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}} > \left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right)^*$ .<sup>361</sup> Dabei entspricht  $(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})^*$  bzw.  $\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right)^*$  einer festzulegenden Grenzausprägung, bis zu welcher eine Überqualifikation akzeptiert wird. Dies führt zu:

$$\begin{array}{ll}
E := f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}) & \text{mit} \quad \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} \geq \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} < \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP} > (\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})^* \end{cases} \quad \text{bzw.} \\
E := f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right) & \text{mit} \quad \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} \geq \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \overrightarrow{QP} < \overrightarrow{AP} \\ E = 0 \text{ für } \frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}} > \left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right)^* \end{cases}
\end{array}$$

Damit wird Situationen Rechnung getragen, in denen eine hohe Ausprägung des Qualifikationsprofils die Ausprägungen des Anforderungsprofils derart übersteigen, dass von einer abnehmenden Eignung einer Arbeitskraft ausgegangen werden kann. Die

<sup>360</sup> Einige Autoren setzen in ihren Arbeiten mit Hilfe einer Nebenbedingung voraus, dass eine Unterdeckung des Anforderungsprofils ausgeschlossen wird [vgl. z. B. Mensch (1968), S. 490]. Diese Bedingung wird in der vorliegenden Arbeit nicht gestellt. Vielmehr wird dafür plädiert, sowohl potenzielle Anforderungsunterdeckungskosten, Qualifikationsüberschusskosten und -erlöse in Entscheidungskalkülen mit einzubeziehen.

<sup>361</sup> Bei Deckungsgleichheit von  $\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}$  und  $(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})^*$  bzw.  $\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}$  und  $\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right)^*$  herrscht seitens des Beurteilers bei der engen Begriffsauslegung Indifferenz zwischen der Einstufung als vollständiger Eignung und vollständiger Nichteignung.



Festlegung der Ausprägung des „Grenzwertes der Eignung“ ( $(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})^*$  bzw.  $(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}})^*$ ) ist situationsabhängig vorzunehmen.

Die folgende Abbildung stellt die Überlegungen zur engen Begriffsauslegung der Eignung grafisch dar (vgl. Abbildung 5).

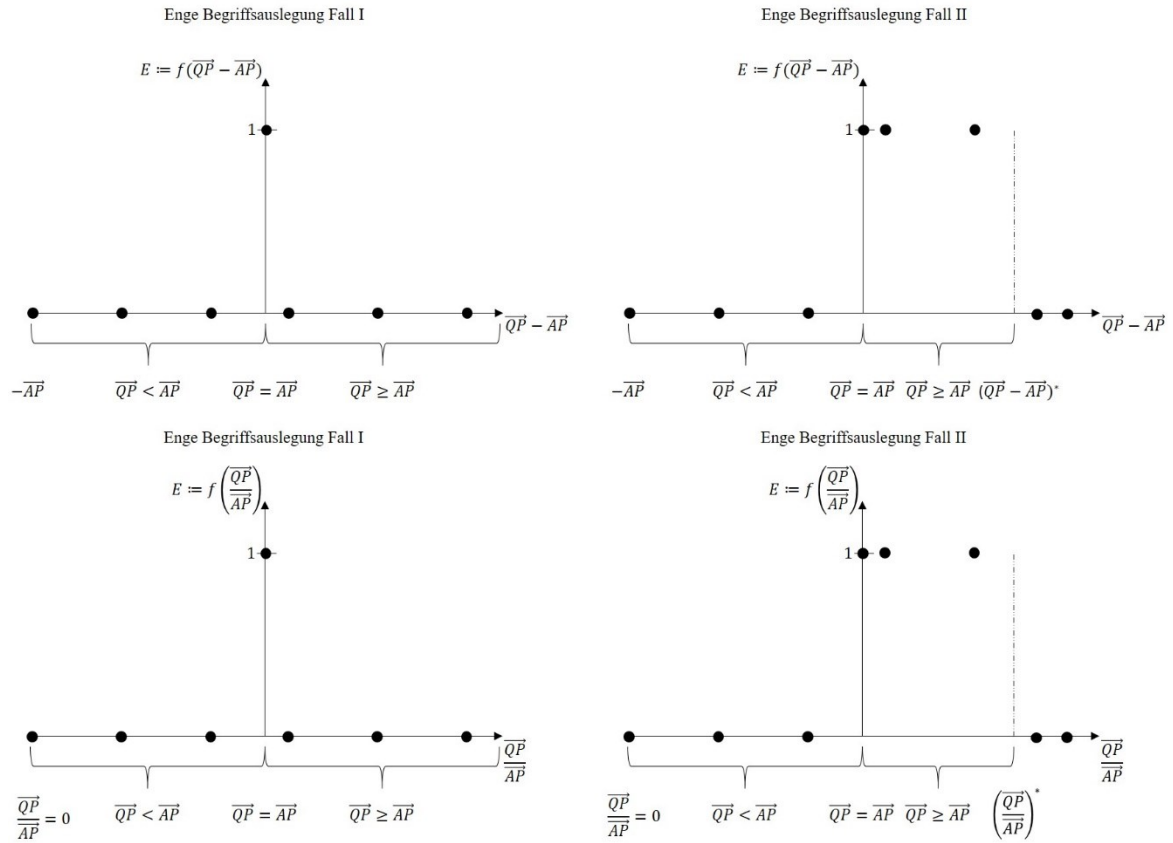


Abbildung 5: Enge Auslegung des Terminus Eignung

Weite Begriffsauslegung, (Fall I):

Wenn unterstellt wird, dass null als vollständig ungeeignet ( $E = 0$ ) bzw. eins als vollständig geeignet ( $E = 1$ ) gilt, dann gilt bei Vorliegen einer Deckung von Qualifikations- und Anforderungsprofil ( $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP}$ )  $E = 1$ . Abweichungen beider Profile münden dann in einer Reduktion der Eignung. Es gilt dann:

$$E := f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP} \\ 0 \leq E < 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} \neq \overrightarrow{AP} \end{cases} \quad \text{bzw.}$$

$$E := f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right) \quad \text{mit} \quad \begin{cases} E = 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP} \\ E < 1 \text{ für } \overrightarrow{QP} \neq \overrightarrow{AP} \end{cases}$$

Wie eine konkrete Operationalisierung von  $f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})$  bzw.  $f\left(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}\right)$  vorgenommen wird, ist situationsabhängig. Dabei sind Situationen linearer aber auch nichtlinearer Abhängigkeit zwischen der Eignung und der Differenz bzw. dem Quotienten aus  $\overrightarrow{QP}$  und  $\overrightarrow{AP}$  denkbar.

*Weite Begriffsauslegung, (Fall II):*

Wenn in Analogie zur engen Begriffsauslegung im Fall I angenommen wird, dass eine Arbeitskraft nur dann für einen Arbeitsplatz geeignet ist, wenn die Ausprägungen des Qualifikationsprofils die Ausprägungen des Anforderungsprofils mindestens decken, müssen verschiedene Modifikationen vorgenommen werden. Die Beibehaltung der Annahme, dass für die Eignung  $E \in [0; 1]$  gilt, kann in diesem (Fall II) nur mit einer Normierung der betrachteten Relation zwischen  $\overrightarrow{QP}$  und  $\overrightarrow{AP}$  erfolgen.

Unter der Annahme, dass bei Kongruenz der Ausprägungen des Qualifikations- und Anforderungsprofils ( $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AP}$ ) eine vollständige Eignung mit  $E = 1$  vorliegt, nimmt mit Zunahme der Relation aus  $\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}$  bzw.  $\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}$  ebenfalls die Eignung zu. Das heißt, es wird eine rechnerische Eignung  $> 1$  erreicht. Wenn jedoch  $E \in [0; 1]$  gilt, ist eine Eignung  $> 1$  sowohl inhaltlicher als auch rechnerischer Art unlogisch. Mittels Normierung lässt sich herbeiführen, dass für sämtliche Ausprägungen  $\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}$  bzw.  $\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}$   $E \in [0; 1]$  gilt. Es gilt hierauf aufbauend für  $f(\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}) \in ]0,1[$ . Hieraus resultiert dann mit zunehmender Ausprägung der Relation  $\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP}$  bzw.  $\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}}$  eine höhere Eignung. Unter Berücksichtigung der Überlegungen zur engen Begriffsauslegung Fall I), ergibt sich auch hier die Situation, dass ab einer gewissen Ausprägung der Relationen  $((\overrightarrow{QP} - \overrightarrow{AP})^*$  bzw.  $(\frac{\overrightarrow{QP}}{\overrightarrow{AP}})^*$ ) die Eignung abnehmen kann. Aus Vereinfachungsgründen wird auf die Darlegung von Normierungsvorschriften verzichtet.

Die folgende Abbildung stellt die Überlegungen zur weiten Auslegung des Begriffes Eignung grafisch dar (vgl. Abbildung 6).

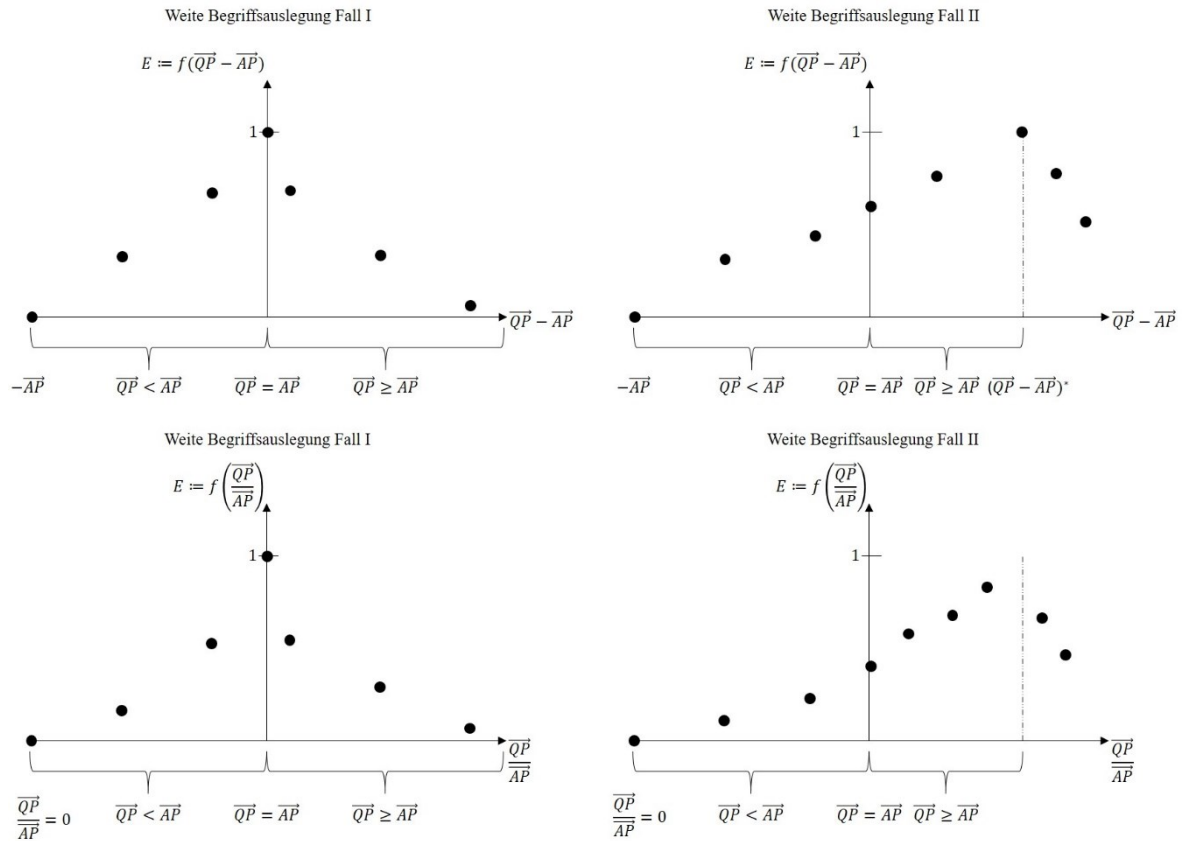


Abbildung 6: Weite Auslegung des Terminus Eignung

Analoge Ausführungen für entsprechende Höchstqualifikationsüberschüsse lassen sich auch für entsprechende Mindestrelationen von Qualifikations- und Anforderungsprofil formulieren. Hierfür sind dann  $(\overline{QP} - \overline{AP})'$  bzw.  $\left(\frac{\overline{QP}}{\overline{AP}}\right)'$  als Minstdifferenzen bzw. -quotienten in Ansatz zu bringen.

Fungibilität wird zusammenfassend in der vorliegenden Arbeit als fachliche Eignung verstanden, die sich aus dem Abgleich betrieblicher Anforderungen mit bereitgestellten bzw. bereitzustellenden Qualifikationen ergibt. Zur Bewertung der Kompatibilität in Bezug auf die Fungibilität sind dann zwei Eignungswerte zu bilden. Dabei ergibt sich die erwünschte Fungibilität aus dem Vergleich eines Anforderungsprofils mit einem idealtypisch gewünschten Qualifikationsprofil und die faktische Fungibilität hingegen aus dem Vergleich des Anforderungsprofils und den tatsächlich vorhandenen Qualifikationen. Der Vergleich dieser beiden Eignungsniveaus erlaubt die Beurteilung, inwieweit die faktische fachliche Eignung der erwünschten entspricht.

### 2.2.3.2.3 Funktionalität

---

In technischen Kontexten beschreibt Funktionalität<sup>362</sup> das Vermögen eines Produktes, eine bestimmte Anforderung oder Aufgabe angemessen zu bewältigen.<sup>363</sup> Während der Determinante Fungibilität (vgl. Kapitel 2.2.3.2.2) eine ausschließliche auf die fachliche Eignung abgestellte Beurteilung der Gegenüberstellung des Anforderungs- mit dem Qualifikationsprofil zugrunde liegt, wird im Kontext der Funktionalität eine gesamtheitliche Betrachtung der leistungsbeeinflussenden Determinanten nach Lewin (vgl. Kapitel 2.2.3.1) vorgenommen.

Im personalwirtschaftlichen Kontext geht es bei der Funktionalität also um die Betrachtung der Frage, ob die bereitgestellten Qualifikationen und Leistungsbereitschaften von Arbeitskräften in der Art vorhanden sind, um die ihnen zugewiesenen Aufgaben wirksam zu bewältigen. Hierbei soll in der vorliegenden Arbeit aus Unternehmenssicht eine erwünschte Funktionalität und in Bezug auf die Arbeitskräfte eine faktische Funktionalität gegenübergestellt werden. In einer auf das Attributionsschema Weiners<sup>364</sup> und auf die Überlegungen Lewins aufbauenden

---

<sup>362</sup> Das Adjektiv funktional bedeutet *die Funktion betreffend* oder *der Funktion entsprechend* [vgl. DWDS (p), Stichwort: funktional]. Eine Funktion stellt in einem nicht-mathematischen Kontext eine Aufgabe dar, in einer bestimmten Weise wirksam oder tätig zu sein. Das Verb funktionieren beschreibt das reibungslose Ablaufen oder das Gerecht werden einer Aufgabe gegenüber [vgl. DWDS (q), Stichwort: Funktion]. Wenn jemand oder etwas einer Aufgabe gegenüber gerecht wird, bedeutet dies, dass jemand oder etwas wirksam ist. Deshalb soll in dieser Arbeit unter Funktionalität Wirksamkeit und synonym dazu Ergiebigkeit verstanden werden.

<sup>363</sup> Vgl. Gericke/Eisenbart (2022), S. 293.

<sup>364</sup> Das Verb attribuieren bedeutet zunächst *zuschreiben* [vgl. DWDS (r), Stichwort: attribuieren]. Darauf aufbauend bedeutet das Substantiv Attribution *Zuschreibung* [vgl. DWDS (s), Stichwort: Attribution]. Bei Kausalattribution bzw. Kausalattribution geht es dann um das Zuschreiben von Ursachen bzw. Ursachenzuschreibungen [vgl. Schöne/Tandler (2020), S. 914]. In diesem Sinne geht es in der Attributionsforschung u. a. um die Frage, wie die Verursachung eines Ereignisses durch Individuen wahrgenommen wird [vgl. Weiner (1976), S. 218]. Unter Kausalattributionen versteht man dann Zuschreibungen von Handlungen und Ereignissen [vgl. Zimbardo/Gerrig (2004), S. 533; Sigmund (2000), S. 49]. Auf Heider (1958) zurückgehende Attributionstheorien basieren auf der Annahme, dass Menschen bestrebt sind, Ursachen für beobachtetes Verhalten zu identifizieren [vgl. Sigmund (2000), S. 49]. Dabei bezeichnet Heider (1958) mit Attributionen die Verknüpfung eines Ereignisses mit dessen zugrundeliegenden Bedingungen [vgl. Heider (1958), S. 89]. Weiner differenziert hinsichtlich aus Verhalten resultierendem Misserfolg und Erfolg vier Attributionskategorien, die in die zwei Dimensionen der Stabilität und Personabhängigkeit eingeteilt werden. Mit variabel und stabil bzw. internal und external als Ausprägungen der Stabilität bzw. Personabhängigkeit resultieren vier Ursachen für Erfolg und Misserfolg. Anstrengung und Begabung stellen internale und Aufgabenschwierigkeit und Glück externale Determinanten dar. Es wird angenommen, dass Begabung und Aufgabenschwierigkeit über die Zeit als relativ konstant erlebt werden und Anstrengung und Glück eher als variabel anzusehen sind [vgl. Weiner (1976), S. 221]. Kossbiel und Spengler konstatieren die Notwendigkeit, die Persönlichkeitsdeterminanten (Begabung und Anstrengung) in Verbindung mit relevanten Umweltdeterminanten, wie die zu bearbeitende Aufgabe und deren Schwierigkeitsniveau, zu betrachten [vgl. Kossbiel/Spengler (1998), S. 21]. Daraus resultieren neben der Berücksichtigung der Qualifikation und der Motivation auch die Beachtung der Präparation und der Instruktion als Determinanten des Leistungsverhaltens.

Kategorisierung differenzieren Kossbiel und Spengler vier Determinanten des Leistungsverhaltens (*Lei*): Qualifikation (*Q*), Motivation (*M*), Instruktion (*I*) und Präparation (*P*).<sup>365</sup>

Damit gilt  $Lei = f(Q, M, I, P)$ .

Im Rahmen personalwirtschaftlicher Problemstellungen geht es um die Frage, ob Mitarbeiter einerseits auf individueller Ebene ausreichend befähigt und motiviert und andererseits ausreichend von (z. B.) Vorgesetzten instruiert (und dementsprechend ausreichend angewiesen) und mit entsprechenden (z. B.) Arbeitsmitteln ausgestattet sind.

Die Leistungserfordernisse werden im Kontext der Funktionalität weiter ausdifferenziert. Zum einen geht es um Erfordernisse, die aus dem grundlegenden Leistungsprogramm und dem damit einhergehenden Leistungsprozess eines Unternehmens resultieren. Weiterhin geht es bei Leistungserfordernissen aber auch um die Erbringung von Leistungen in Form von Weiterbildungen, Versetzungen oder Beförderungen und Degradierungen.

Da es um einen Vergleich der erwünschten mit der faktischen Funktionalität geht, sind erwünschte und faktische Qualifikationen und Leistungsbereitschaften im Kontext von Leistungsprozessen, Weiterbildungen, Versetzungen, Beförderungen und Degradierungen miteinander abzugleichen.

Unternehmen haben stets Vorstellungen davon, wie Handlungen von Arbeitskräften und korrespondierende Ergebnisse ausgestaltet sein sollen. Insbesondere im Rahmen des Leistungsprozesses wird dabei häufig die Arbeitsproduktivität von Arbeitskräften als Kriterium herangezogen. Dabei entspricht die Arbeitsproduktivität *ArbP* dem Verhältnis aus Arbeitsoutput *AO* und Arbeitsinput *AI* (2.25).<sup>366</sup>

$$ArbP = \frac{AO}{AI} \quad (2.25)$$

Bei einer Gegenüberstellung der unternehmensseitigen Vorstellungen hinsichtlich der Arbeitsproduktivität in Form sogenannter Soll-Arbeitsproduktivitäten *SArbP* mit den

---

<sup>365</sup> Vgl. Kossbiel/Spengler (1998), S. 22; Kossbiel (2006), S. 578. Rosenstiel (1987) differenziert in einem ähnlichen Konzept zwischen den Determinanten persönliches Wollen, individuelles Können, soziales Dürfen und situative Ermöglichung [vgl. Rosenstiel (1987), Sp. 1320]. Es korrespondierenden individuelles Können mit der Qualifikation, persönliches Wollen mit der Motivation, soziales Dürfen mit der Instruktion sowie situative Ermöglichung mit der Präparation.

<sup>366</sup> Fandel (1994) definiert im produktionstheoretischen Kontext die Produktivität als Verhältnis aus Ausbringungsmenge und Einsatzmenge [vgl. Fandel (1994), S. 58].

von den Arbeitskräften tatsächlich erzielten Ist-Arbeitsproduktivitäten  $IArbP$  kann ein sogenannter Leistungsfaktor  $LFA$  ermittelt werden (2.26):<sup>367</sup>

$$LFA = \frac{IArbP}{SArbP} \quad (2.26)$$

Gilt  $LFA > 1$  (und dementsprechend  $IArbP > SArbP$ ) bzw.  $LFA < 1$  (und dementsprechend  $IArbP < SArbP$ ), so weisen Arbeitskräfte eine über- bzw. unterdurchschnittliche Produktivität auf. In Fällen, in denen  $LFA = 1$  (und dementsprechend  $IArbP = SArbP$ ) entspricht die Ist-Arbeitsproduktivität der Soll-Arbeitsproduktivität.<sup>368</sup>

Der Leistungsfaktor lässt sich damit als Unterkriterium der Funktionalität im Rahmen des betrieblichen Leistungsprozesses heranziehen. Somit kann eine Ausprägung eines erwünschten Leistungsfaktors aus Unternehmensperspektive und eines faktischen Leistungsfaktors aus Arbeitskraftperspektive zur Determination der Funktionalität verwendet werden. Es gilt dabei also, einen Vergleich der erwünschten Arbeitsproduktivität (Soll-Produktivität) mit der faktischen Arbeitsproduktivität (Ist-Produktivität) vorzunehmen, um Aussagen hinsichtlich einer Kompatibilität oder Inkompatibilität abzuleiten.

Neben der Ausprägung der Wirksamkeit in Bezug auf eine konkrete Aufgabe im Sinne des Leistungsfaktors lässt sich auch die Einsatzbreite einer Arbeitskraft als funktionalitätsrelevantes Kriterium in Ansatz bringen. Diese Einsatzbreite wird in der vorliegenden Arbeit als individuelle Flexibilität<sup>369</sup> verstanden. Dabei geht es um die Frage, ob eine Arbeitskraft verschiedene Aufgaben wirksam erledigen kann. Im Unterschied zur Fungibilität, mit der ausschließlich die fachliche Eignung in Bezug auf eine Aufgabe oder eine Stelle untersucht wird, betrifft die Flexibilität im Kontext der Funktionalität die breitenwirksame Verwendbarkeit der Qualifikationen und Leistungsbereitschaften einer Arbeitskraft. Während Fungibilität also eine punktuelle Eignungsbetrachtung für eine konkrete Aufgabe oder Stelle darstellt, bezieht sich die Flexibilität auf eine funktionale Wirksamkeit über mehrere Einsatzkontexte hinweg.

---

<sup>367</sup> Vgl. Spengler et al. (2019), S. 10.

<sup>368</sup> Vgl. Siegling et al. (2024), S. 25.

<sup>369</sup> Kossbiel (1987) versteht unter Flexibilität der Personalausstattung die Fähigkeit einer gegebenen Personalausstattung verschiedenen Personalbedarfskonstellationen zu genügen. Dabei steht im Vordergrund, wie viele und welche strukturell unterschiedlichen Personalbedarfe durch eine bestehende Personalstruktur gedeckt werden können [vgl. Kossbiel (1987), S. 90]. In der vorliegenden Arbeit zielt der Begriff Flexibilität auf eine individuelle und funktionalitätsbezogene Ebene ab und beschreibt die Breite der Einsatzmöglichkeiten einer Arbeitskraft.

Dabei kann eine Unterscheidung zwischen Generalisten und Spezialisten vorgenommen werden. Während Generalisten tendenziell eine größere Bandbreite möglicher Aufgaben abdecken können und somit eine hohe Flexibilität aufweisen, sind Spezialisten tendenziell auf ein engeres Aufgabenfeld zugeschnitten. Damit lässt sich Flexibilität als Breite der funktionalen Einsatzmöglichkeiten einer Arbeitskraft interpretieren. In diesem Kontext geht es dann bei erwünschter und faktischer Funktionalität mit der Flexibilität als Beurteilungskriterium darum, ob betrieblicherseits ein breit einsetzbares Profil (in Form eines Generalisten) oder ein eng gefasstes, spezialisierteres Profil (in Form eines Spezialisten) erwünscht ist und ob die jeweilige Arbeitskraft tatsächlich über die Fähigkeit und Bereitschaft verfügt, Aufgaben aus verschiedenen Funktionsbereichen wirksam zu übernehmen.<sup>370</sup>

Zur Bestimmung von Ausprägungen in Bezug auf Weiterbildungs-, Versetzungs- und Beförderungs- bzw. Degradierungsbereitschaften und -fähigkeiten ist bspw. auf die Durchführung von Mitarbeiterbefragungen zurückzugreifen. Wesentlich hierbei ist jedoch, dass derart ermittelte Fragebogenergebnisse mit den betrieblichen Erfordernissen in Form erwünschter Weiterbildungs-, Versetzungs- und Beförderungs- bzw. Degradierungsbereitschaften und -fähigkeiten abzugleichen sind. Eine ausschließlich arbeitskraftseitige Befragung und damit einhergehende Erfassung der genannten Bereitschaften und Fähigkeiten kann nur sinnvoll zur Humankapitalwertbestimmung herangezogen werden, wenn die betriebsseitigen Erfordernisse berücksichtigt werden. Deshalb sind neben den individuellen Humankapitaldeterminanten Fungibilität und Funktionalität auch die organisationalen Determinanten Plastizität und Stabilität heranzuziehen.

---

<sup>370</sup> Vgl. zur grundsätzlichen Differenzierung zwischen Generalisten und Spezialisten z. B. Müller-Merbach (1989), S. 27.

#### 2.2.3.2.4 Plastizität

---

Auf kollektiver Betrachtungsebene wird in der vorliegenden Arbeit unter Plastizität<sup>371</sup> des Humankapitals die Fähigkeit eines Unternehmens verstanden, durch betrieblich induzierte Eingriffe die Zusammensetzung und den Umfang<sup>372</sup> der Qualifikationen sowie der Leistungsbereitschaften gezielt zu gestalten. Eine hohe Vereinbarkeit von erwünschten und faktischen Leistungsmöglichkeiten liegt dann vor, wenn diese Eingriffe tatsächlich durchführbar sind. Plastizität umfasst dabei sowohl strukturelle Maßnahmen wie Einstellungen und Entlassungen als auch funktionale wie Schulungen oder Versetzungen. Während Funktionalität vor allem die individuelle Befähigung oder Bereitschaft der Arbeitskräfte zur Teilnahme an solchen Maßnahmen betrifft (z. B. Versetzbarkeit oder Weiterbildungsbereitschaft), zielt Plastizität auf eine übergeordnete Bewertung. Bei der Plastizität fragt sich der Betrieb nach betrieblichen Möglichkeiten und Erfordernissen zur Durchführung personalbezogener Anpassungsmaßnahmen.

Stimmen die erwünschte Plastizität (und damit was betrieblicherseits möglich sein sollte), und die faktische Plastizität (was tatsächlich umsetzbar ist) überein, so ist die betriebliche Formbarkeit vollständig gegeben ( $EP = FP$ ).

Für die Plastizität  $Pl$  gilt grundsätzlich  $Pl \in [0,1]$  bzw.  $Pl \in [\text{vollständig nicht formbar}, \text{vollständig formbar}]$ . Beträgt die Plastizität eines Unternehmens 0 bzw. 1, so ist dieses Unternehmen nicht in der Lage bzw. ist in der Lage, die Zusammensetzung und den Umfang der Leistungsmöglichkeiten zu formen.

---

<sup>371</sup> Kossbiel bezeichnet mit Plastizität der Personalausstattung die Fähigkeit eines Unternehmens, die Zusammensetzung und den Umfang des Personalpotenzials externen und internen Erfordernissen durch Entscheidungen, die die Personalausstattung betreffen, anzupassen [vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1647]. Flohr verwendet für die „[...] Veränderlichkeit in der Existenz und Nutzung von Arbeitsvermögen [...]“ den Begriff der Elastizität [vgl. Flohr (1984), S. 30]. In einem physikalischen Kontext wird unter Plastizität die „Eigenschaft von Stoffen, durch äußere Kräfte bewirkte Formänderungen beizubehalten, ohne zu brechen“ verstanden. In einem übertragenen Sinn wird unter Plastizität Anpassungsfähigkeit verstanden. Dieser Auffassung soll auch in dieser Arbeit gefolgt werden [vgl. DWDS (t), Stichwort: Plastizität]. In Abgrenzung zur Elastizität geht es somit um dauerhafte Veränderungen eines Zustandes. Elastizität beschreibt dahingegen in einer physikalischen Betrachtung die Eigenschaft von Stoffen, sich durch die Einwirkung einer äußeren Kraft zu verändern und nach Entfernung der Belastung den Ausgangszustand wieder anzunehmen [vgl. z. B. Gross et al. (2011), S. 325]. Daher erscheint der Begriff der Plastizität im Vergleich zur Elastizität als zweckmäßiger. Weiterhin gibt es die Auffassung, dass eine „[...] Ressource umso formbarer ist, je weiter die Palette verschiedener legitimer Entscheidungen ist, die der Nutzer einer Ressource treffen kann“ [Alewell (1993), S. 215]. Diese Begriffsauffassung der Plastizität ist insofern für die Zwecke dieser Arbeit ungeeignet, da in diesem Sinne z. B. auch Personaleinsatzentscheidungen als formbare Entscheidungen betrachtet werden können. In dem Kontext dieser Arbeit geht es bei plastizitätsbetreffenden Maßnahmen jedoch um solche, die die Qualifikationen und Leistungsbereitschaften z. B. auf der Grundlage von Schulungen (voraussichtlich) dauerhaft formen.

<sup>372</sup> Unter Zusammensetzung bzw. Umfang wird in dieser Arbeit die Struktur bzw. das Niveau einer Personalausstattung verstanden [vgl. Kossbiel/Spengler (1997), S. 66].



Wenngleich eine vollständige Formbarkeit bzw. eine vollständige Nicht-Formbarkeit ausgeschlossen erscheint, sind die Extremausprägungen dennoch zu Analysezwecken heranzuziehen.

Ein Bedarf an Plastizität kann sich aus der Gegenüberstellung von Personalausstattung und Personalbedarf ergeben. Liegt eine niveaumäßige oder strukturelle Unterdeckung vor, z. B. weil die vorhandenen Qualifikationen oder die Bereitschaften der Arbeitskräfte zur Erledigung der Tätigkeiten nicht ausreichen, können Maßnahmen wie Einstellungen, Versetzungen oder Schulungen erforderlich werden. Umgekehrt kann auch eine Personalüberausstattung relevant sein, etwa im Kontext von Freisetzungen oder internen Umverteilungen bspw. in Form von Versetzungen.

Die faktische Plastizität eines Unternehmens hängt dabei von verschiedenen betrieblichen Rahmenbedingungen ab, z. B. von der Art der in der Personalausstattung vorliegenden Qualifikations-, Alters-, Zugehörigkeits- und Arbeitsvertragsstruktur. Personalausstattungen, die durch einen hohen Anteil älterer, breit qualifizierter und mit unbefristeten Arbeitsverträgen ausgestatteten Arbeitskräfte und gleichzeitig langer Betriebszugehörigkeit gekennzeichnet sind, wird eine geringe Plastizität nachgesagt.<sup>373</sup>

Um Aussagen hinsichtlich erwünschter und faktischer Plastizität abzuleiten, sind wiederum Beurteilungskriterien zu formulieren. Deren Formulierung kann sich anhand einer Differenzierung personalausstattungsbezogener Maßnahmen orientieren. Mit 1) der Personalbeschaffung, 2) der Personalfreisetzung, 3) der Personalschulung, 4) der Personalversetzung und 5) der Personalstatusänderung können fünf Instrumente zur Formung personeller Ressourcen herangezogen werden.<sup>374</sup> Für jedes Instrument ist sowohl eine erwünschte als auch eine faktische Einschätzung vorzunehmen. Während die erwünschte Plastizität dann angibt, zu welchem Grad das jeweilige Instrument betrieblicherseits zur Verfügung stehen sollte, beschreibt die faktische Plastizität dann, inwieweit das Instrument unter den bestehenden Rahmenbedingungen tatsächlich realisierbar ist. Deren Gegenüberstellung bildet dann die Grundlage für die Kompatibilitätsbewertung.

Zu 1) Die erwünschte Plastizität im Bereich der Personalbeschaffung bezieht sich auf die Vorstellung des Unternehmens, bei Bedarf personelle Ressourcen gezielt durch Einstellungen erweitern zu können, um strukturelle oder niveaumäßige Lücken in den

---

<sup>373</sup> Vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1648.

<sup>374</sup> Vgl. Kossbiel/Spengler (2015), S. 422.

Leistungsmöglichkeiten zu schließen. Ein hoher Grad an erwünschter Plastizität liegt bspw. vor, wenn die Fähigkeit zur externen Rekrutierung betrieblicherseits als wesentliche Voraussetzung betrachtet wird.

Die faktische Plastizität ergibt sich aus den Möglichkeiten, diese Rekrutierungsmaßnahmen tatsächlich umzusetzen. Sie hängt unter anderem von der Verfügbarkeit geeigneter Arbeitskräfte am Arbeitsmarkt, der Attraktivität des Unternehmens als Arbeitgeber sowie rechtlichen oder finanziellen Restriktionen ab. Beispielhaft liegt geringe faktische Plastizität dann vor, wenn keine geeigneten Bewerber gefunden und dementsprechend keine Einstellungen vorgenommen werden können.

Zu 2) Die erwünschte Plastizität hinsichtlich der Personalfreisetzung beschreibt den betrieblichen Anspruch, über die Möglichkeit zu verfügen, Personal abbauen zu können. Dies kann bspw. aus Veränderungen der betrieblichen Anforderungen resultieren.

Die faktische Plastizität wird durch die tatsächliche Umsetzbarkeit von Freisetzungsmaßnahmen bestimmt. Sie ist u. a. abhängig von arbeitsrechtlichen (z. B. Kündigungsschutzregelungen) und sozialen (z. B. betriebliche Verantwortungspolitik) Rahmenbedingungen.

Zu 3) Die erwünschte Plastizität in Bezug auf Schulungen und Qualifikationsentwicklung liegt dann vor, wenn das Unternehmen erwartet, durch gezielte Weiterbildungsmaßnahmen die vorhandenen Qualifikationen oder Bereitschaften der Belegschaft so weiterentwickeln zu können, dass sich zukünftige Anforderungen ohne externe Eingriffe abdecken lassen. Sie spiegelt den betrieblichen Anspruch wider, vorhandene Ressourcen flexibel nutzbar zu machen.

Die faktische Plastizität bemisst sich an der tatsächlichen Möglichkeit zur Durchführung wirksamer Schulungsmaßnahmen. Einflussfaktoren sind u. a. vorhandene Weiterbildungsstrukturen, finanzielle Mittel, zeitliche Freiräume, technologische Infrastruktur und die Lernbereitschaft der Mitarbeitenden. Einschränkungen ergeben sich etwa bei fehlender interner Schulungskompetenz oder geringer Teilnahmeakzeptanz.

Zu 4) Die erwünschte Plastizität in Bezug auf Personalversetzung besteht in der Vorstellung, Mitarbeitende bei Bedarf innerhalb des Unternehmens flexibel versetzen zu können – etwa zwischen Standorten, Abteilungen oder Tätigkeitsbereichen. Sie impliziert, dass interne Mobilität als gezieltes Steuerungsinstrument genutzt werden kann, um personelle Ressourcen bedarfsgerecht zu verteilen.

Die faktische Plastizität hängt davon ab, inwieweit solche Versetzungen unter den gegebenen Bedingungen praktisch durchführbar sind. Einschränkungen ergeben sich etwa durch starre organisatorische Strukturen, rechtliche Regelungen, fehlende fachliche Anschlussfähigkeit oder mangelnde Mobilitätsbereitschaft auf Seiten der Mitarbeitenden. Auch Konflikte zwischen betrieblichen Interessen und persönlichen Lebensumständen können eine Rolle spielen.

Zu 5) Die erwünschte Plastizität im Bereich der Personalstatusänderung beschreibt den unternehmensseitigen Gestaltungsanspruch, durch Anpassung der individuellen Arbeitsverhältnisse – etwa durch eine Änderung des Beschäftigungsumfangs, der Vertragsart oder der Einsatzzeiten – gezielt auf Anforderungen reagieren zu können. Sie umfasst unter anderem das Ziel, vorhandene personelle Ressourcen flexibler nutzbar zu machen, etwa durch eine Ausweitung von Teilzeit auf Vollzeit oder eine Entfristung befristeter Verträge.

Die faktische Plastizität bezieht sich auf die tatsächliche Möglichkeit, solche Statusänderungen umzusetzen. Sie hängt unter anderem von arbeitsrechtlichen Rahmenbedingungen, tarifvertraglichen Regelungen, individuellen vertraglichen Vereinbarungen sowie der Bereitschaft und Fähigkeit der betroffenen Mitarbeitenden ab. Einschränkungen können etwa dann bestehen, wenn Mitarbeitende aus familiären, gesundheitlichen oder persönlichen Gründen keine Stundenaufstockung wünschen oder wenn tarifliche Vorgaben Statusänderungen erschweren oder verhindern.

#### 2.2.3.2.5 Stabilität

---

Neben den Überlegungen, die aus der Beeinflussung der Personalausstattung und dementsprechend der Qualifikationen und Leistungsbereitschaften durch unternehmensseitig induzierte Eingriffe resultieren, stellen auch arbeitskraftseitig induzierte Einflüsse eine Determinante des betrieblichen Humankapitals dar.

Diese arbeitskraftseitig induzierten Einflüsse beeinflussen die Stabilität einer Personalausstattung und dementsprechend auch der Qualifikationen und Leistungsbereitschaft. Unter Stabilität<sup>375</sup> der bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten wird in der vorliegenden Arbeit die Beständigkeit des Fortbestehens der Qualifikationen

---

<sup>375</sup> Stabilität wird von dem *lat.* Adjektiv *stabilis* (fest, dauerhaft oder standhaft) abgeleitet zu Festigkeit, Dauerhaftigkeit oder Standhaftigkeit. Dementsprechend bedeutet Stabilität die „Haltbarkeit gegenüber großer Beanspruchung“ [vgl. DWDS (u), Stichwort: Stabilität].

und Leistungsbereitschaft verstanden, um den Leistungserfordernissen gerecht zu werden. Zur Beurteilung der Stabilitätsausprägung können verschiedene Kriterien herangezogen werden. Hier werden als Kriterien die 1) Zusammensetzung der Belegschaft, die 2) Ausprägung der Fluktuation und die 3) Ausprägung des Absentismus näher betrachtet.

#### Zu 1) Zusammensetzung der Belegschaft

Scholz et al. (2011) implementieren in der Saarbrücker-Formel als eine Wertkomponente des betrieblichen Humankapitals die Betriebszugehörigkeit einer Beschäftigtengruppe.<sup>376</sup> Die von den Autoren vorgeschlagene Kategorisierung der Beschäftigtengruppen auf ausschließlicher Grundlage der Qualifikation erscheint zu kurz gegriffen. Deshalb wird in der vorliegenden Arbeit empfohlen, als Indikator für die Stabilität des Humankapitals eine über die Qualifikation hinausgehende Differenzierung der Personalausstattung vorzunehmen. Kossbiel (2004) definiert den Begriff der Personalstruktur als eine Menge von Teilmengen der Menge Personalausstattung aller Arbeitskräfte einer Organisation.<sup>377</sup> Die Bildung von Personalstrukturen kann einerseits unikriteriell (z. B. anhand der Qualifikation, wie von Scholz et al. (2011) vorgeschlagen, oder anhand des Lebensalters der Arbeitskräfte) und andererseits multikriteriell (z. B. anhand der Qualifikation und des Lebensalters) erfolgen.<sup>378</sup> Eine mögliche Differenzierung der Personalausstattung sieht eine Unterteilung in Rand-, Übergangs- und Stammebelegschaft vor.<sup>379</sup> Arbeitskräfte der Randbelegschaft sind dadurch gekennzeichnet, dass deren Beschäftigungsverhältnis als gefährdet gilt.<sup>380</sup> Arbeitskräfte der Übergangsbelegschaft stellen solche dar, die sich in einer Art – umgangssprachlich formuliert – Schwebezustand befinden. Bewähren sich die in der Übergangsbelegschaft befindlichen Arbeitskräfte, haben sie die Möglichkeit, Teil der Stammebelegschaft zu werden. Bei Nichtbewährung droht das Risiko, Teil der Randbelegschaft zu werden und dementsprechend das Risiko, aus dem Unternehmen auszuscheiden.<sup>381</sup> Zur Stammebelegschaft eines Unternehmens zählen solche

---

<sup>376</sup> Vgl. hierzu die Ausführungen zur Saarbrücker-Formel in Kapitel 2.2.2.2.2.

<sup>377</sup> Vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1640. Eine Personalstruktur hat dem Vollständigkeits- sowie dem Überschneidungsfreiheitspostulat zu genügen, um als Personalstruktur zu gelten. Das Vollständigkeitspostulat ist dann erfüllt, wenn jede Arbeitskraft mindestens einer Teilmenge zugeordnet wird. Darüber hinaus ist das Überschneidungsfreiheitspostulat erfüllt, wenn jede Arbeitskraft höchstens einer Teilmenge zugeordnet wird. Daraus ergibt sich, dass jede Arbeitskraft genau einer Teilmenge zugeordnet wird [vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1640-1641].

<sup>378</sup> Vgl. Kossbiel (2004), Sp. 1643-1644.

<sup>379</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 20.

<sup>380</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 21.

<sup>381</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 21.

Arbeitskräfte, die sich bewährt haben und bei denen pauschalisierend angenommen wird, dass das Unternehmen keine Neigung besitzt, sich von diesen Arbeitskräften zu trennen.<sup>382</sup>

Die quantitativen Ausprägungen der der Belegschaftsarten lassen sich als Indikator für die Stabilität des betrieblichen Humankapitals heranziehen. Unternehmen, die überwiegend aus Randbelegschaftsarbeitskräften bestehen, können als instabil eingestuft werden. Wenngleich sich Unternehmen mit einem überwiegenden Anteil aus Stammbeflegschaftsarbeitskräften tendenziell als stabil einstufen lassen, ist die Frage zu stellen, ob dies von Unternehmensseite gewünscht ist.

#### Zu 2) Ausprägung der Fluktuation

Die Überlegungen der in der Saarbrücker-Formel implementierten Betriebszugehörigkeitsdauer lassen sich zudem auf die Berücksichtigung unternehmensspezifischer Fluktuation übertragen.<sup>383</sup>

Fluktuation wird in dieser Arbeit in Anlehnung an Spengler et al. (2019) als „[...] die Anzahl der aus dem Betrieb (nicht durch betriebliche Veranlassung) ausscheidenden Mitarbeiter [...]“<sup>384</sup> definiert. Für das Ableiten geeigneter Handlungsempfehlungen kann Fluktuation in drei Kategorien unterteilt werden:

- Anzahl ausscheidender Mitarbeiter aufgrund arbeitnehmerseitiger Kündigungen
- Anzahl ausscheidender Mitarbeiter aufgrund von Renteneintritten
- Anzahl während des Beschäftigungsverhältnisses verstorbener Mitarbeiter

Eine ausschließlich auf Unternehmensebene aggregierte Betrachtung der Fluktuation kann zu Informationsverlusten führen. Insbesondere zur Ableitung von Handlungsempfehlungen erscheint es zweckmäßig, die oben geschilderte Differenzierung vorzunehmen. Wenn es aus Unternehmensperspektive als notwendig erscheint, können sich Handlungsempfehlungen dann auf die Anzahl arbeitnehmerseitiger Kündigungen (gegebenenfalls Maßnahmen zur Verhinderung von Abwanderung) und die Anzahl verstorbener Mitarbeiter (gegebenenfalls Maßnahmen im Kontext des betrieblichen Gesundheitsmanagements) beziehen.

---

<sup>382</sup> Vgl. Kossbiel (1997), S. 22.

<sup>383</sup> Vgl. Schwarz (2010), S. 99.

<sup>384</sup> Spengler et al. (2019), S. 106.

Wenngleich der Begriff Fluktuation eine durchaus negative Konnotation aufweisen kann, sollte keine pauschalisierende Ablehnung abwandernder Arbeitskraft vorgenommen werden. Es gilt, dass auch mit Fluktuation kosten- und erlösbezogene Überlegungen angestellt werden sollten. Aus Fluktuation können erstgenannte aus potenziell stellenwiederzubesetzenden Einstellungskosten bestehen. Letztgenannte beziehen sich bspw. auf das Abwandern unliebsamer Arbeitskräfte und damit potenziell einhergehenden Zufriedenheits- und damit korrespondierenden Produktivitätssteigerungen bei den verbleibenden Arbeitskräften.

Dementsprechend sind im Kontext der vorzunehmenden Profilvergleiche im Kontext der Stabilität eine erwünschte Fluktuation und eine tatsächliche Fluktuation gegenüberzustellen.

### Zu 3) Ausprägung des Absentismus

Unter Absentismus<sup>385</sup> wird in der vorliegenden Arbeit in Anlehnung an Spengler et al. (2019) das zeitweilige Fehlen von Arbeitskräften verstanden. Hierunter zählen sowohl Ausfall- als auch Erholungszeiten.<sup>386</sup>

Für Absentismus gelten zur Fluktuation analoge Ausführungen. Ebenso wie Fluktuation kann das zeitweilige Fehlen von Arbeitskräften als negativ behaftet angesehen werden, kann aber durchaus positive Auswirkungen nach sich ziehen. Dazu zählt z. B., dass kurze Abwesenheiten zu verbesserten Produktivitäten an den Anwesenheitstagen führen können.

Nach Darlegung der für diese Arbeit grundlegend relevanten Determinanten des Humankapitals und den damit einhergehenden Kriterien für die anzustellenden Profilvergleiche werden im Folgenden Überlegungen präsentiert, wie auf Basis der Determinanten ein Humankapitalwert abgeleitet werden kann.

### 2.2.3.3 Abgeleiteter Wert des Humankapitals

---

Im Folgenden werden alternative Überlegungen zur Bestimmung des utilitären Äquivalentes der Kompatibilität betrieblicherseits erwünschter und faktisch bereitgestellter Leistungsmöglichkeiten und Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten vorgestellt.

---

<sup>385</sup> Der Begriff Absentismus entstammt dem *lat.* *absentia*, welches Abwesenheit bedeutet. Vgl. PONS (c), Stichwort: *absentia*.

<sup>386</sup> Vgl. Spengler et al. (2019), S. 124.

Rational agierende Ökonomen sind an der Ermittlung gewinnmaximaler Handlungsalternativen orientiert. Da es sich bei Gewinn um eine monetär und kardinal messbare Größe handelt, stellt diese die bevorzugte Kennzahl dar, um Aussagen hinsichtlich des Durchführens oder Nichtdurchführens von Maßnahmen abzuleiten. Voraussetzung hierfür ist, dass die entscheidungsrelevanten erlös- und kostenbeeinflussenden Aspekte monetär bestimmbar sind.

Bei Unterstellung einer monetären Messbarkeit kann zur Bestimmung eines monetären Äquivalentes der Kompatibilität auf die Theorie hedonischer Preise zurückgegriffen werden. Diese geht auf Überlegungen Lancasters zurück, die kurz zu skizzieren sind.

Im Grundmodell der neoklassischen Haushaltstheorie wird unter anderem thematisiert, dass Konsumenten ihren Nutzen durch den Erwerb oder den Konsum von Gütern unter Berücksichtigung einer Budgetrestriktion maximieren.<sup>387</sup> Lancaster (1966) konstatiert jedoch, dass sich der Nutzen eines Konsumenten nicht aus dem Konsum der Güter, sondern aus dem Konsum der Gütereigenschaften ergibt.<sup>388</sup> Exemplarisch dient zur Verdeutlichung das Produkt „Smartphone“. Ein Smartphone wird durch unterschiedliche Eigenschaften, wie z. B. Speicherkapazität, Prozessor, Akkulaufzeit und Ähnliches, beschrieben. Verschiedene Smartphones sind dementsprechend durch unterschiedliche Eigenschaftsausprägungen charakterisiert. Die Entscheidung eines Konsumenten für oder gegen ein Smartphone hängt neben seiner eigenen Budgetbegrenzung von den Ausprägungen der Eigenschaften ab. Eine Möglichkeit zur Bewertung dieser Eigenschaften bei unterstellter monetärer Messbarkeit stellt die Theorie hedonischer<sup>389</sup> Preise dar.<sup>390</sup> Rosen definiert hedonische Preise als „[...] the implicit prices of differentiated products and the specific amounts of characteristics associated with

---

<sup>387</sup> Vgl. Spengler et al. (2020), S. 283.

<sup>388</sup> Vgl. Lancaster (1966), S. 134.

<sup>389</sup> Der Begriff hedonisch lässt sich aus dem Griechischen *hēdonē* ableiten und bedeutet so viel wie Lust oder Vergnügen [vgl. DWDS (v), Stichwort: Hedonismus; Wiktionary (b), Stichwort: hedonisch].

<sup>390</sup> Vgl. Spengler et al. (2020), S. 284.

them.<sup>391</sup> Mit hedonischen Preisen<sup>392</sup> werden also die impliziten Preise von Qualitätseigenschaften eines Produktes bezeichnet, die in aggregierter Form zu einem Gesamtpreis eines Produktes führen.<sup>393</sup> Der Preis eines Gutes ergibt sich also aus der Aggregation der Preise für die einzelnen Eigenschaften bzw. Attribute des Gutes.<sup>394</sup>

Die Bestimmung der Preise von Qualitätseigenschaften ist Gegenstand hedonischer Methoden. Mit der I) Zeitvariablen- einerseits und der II) Imputationsmethode andererseits existieren zwei grundsätzliche Methodentypen.<sup>395</sup> Beiden Methodentypen liegt die Überlegung zugrunde, den Zusammenhang zwischen den Eigenschaften eines Gutes und dessen Preis mithilfe von Regressionsgleichungen abzubilden. Die dabei geschätzten Regressionskoeffizienten lassen sich als Schattenpreise interpretieren, also als implizite Preise, die den Beitrag einzelner Eigenschaftsausprägungen zum Gesamtpreis des Gutes repräsentieren.<sup>396</sup>

Zu I) Bei der Zeitvariablenmethode bzw. Zeit-Dummy-Methode werden alle Beobachtungen mittels zusätzlicher Zeitvariablen (z. B. Jahre, Quartale) erfasst. Dadurch wird ein Preiseffekt relativ zur Basisperiode abgebildet. Da sich aus den geschätzten Regressionskoeffizienten unmittelbar ein Preisindex ableiten lässt, zählt diese Methode zu den sogenannten direkten Verfahren.<sup>397</sup>

Zu II) Der grundlegende Gedanke der Imputationsmethode liegt in der periodenweisen, separaten Schätzung einer hedonischen Funktion zur Bestimmung der impliziten Preise. Hierbei müssen die Regressionsergebnisse jedoch die periodenweise Preisentwicklung in

---

<sup>391</sup> Rosen (1974), S. 34.

<sup>392</sup> Die Anwendung der Überlegungen hedonischer Preise kommt bspw. im Kontext der Bestimmung von Mietpreisindizes für Gewerbeimmobilien zum Einsatz. Deschermeier et al. (2014) stellen bspw. fest, dass ein Mietpreisindex das Marktgeschehen nach Möglichkeit exakt wiedergeben sollte und Repräsentativität gewährleistet sein sollte. Insbesondere im Zeitablauf besteht die Herausforderung, dass ein Index Preisänderungen der einen gegenüber einer anderen Periode korrekt abzubilden hat [vgl. Deschermeier et al. (2014), S. 2]. Deschermeier et al. (2014) plädieren deshalb dafür, hedonische Verfahren zur Mietpreisbeobachtung von Gewerbeimmobilien einzusetzen, da diese in der Lage dazu sind, heterogene Immobilieneigenschaften und Qualitätsveränderungen von Preisänderungen im Zeitverlauf zu trennen [vgl. Deschermeier et al. (2014), S. 14]. Im Statistischen Bundesamt finden hedonische Verfahren ebenfalls Anwendung zur Ermittlung von Preisindizes. Ziel ist es wiederum, bei Gütern die sich im Güterpreis niederschlagenden Qualitätsänderungen von reinen Preisänderungen zu identifizieren [vgl. Linz/Eckert (2002), S. 857; von Auer (2005), S. 639]. Mittlerweile kommen zur Bestimmung von Immobilienpreisen neben hedonischen Verfahren auch (z. T. deutlich komplexere und kompliziertere) Verfahren der künstlichen Intelligenz (sog. Neuronale Netze und Verfahren des Machine Learnings) zum Einsatz, denen eine (noch) bessere Vorhersagekraft zugesprochen wird [vgl. Prakash et al. (2023); Ragapriya et al. (2023); Terregrossa/Ibadi (2021); Zaki et al. (2022)].

<sup>393</sup> Vgl. Linz/Eckert (2002), S. 857.

<sup>394</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 641.

<sup>395</sup> Vgl. Linz/Eckert (2002), S. 860.

<sup>396</sup> Vgl. Deschermeier et al. (2014), S. 61.

<sup>397</sup> Vgl. Deschermeier et al. (2014), S. 62.



Relation zu einer Basisperiode abbilden. Eine direkte Überführung der Regressionsergebnisse in einen Preisindex ist nicht möglich, sondern erfolgt unter Hinzunahme von Preisindizes, wie z. B. dem Paasche- oder dem Laspayere-Index.<sup>398</sup>

Zur Verdeutlichung der grundsätzlichen Vorgehensweise bei der Anwendung hedonischer Methoden soll kurz die Zeitvariablenmethode nach von Auer (2005) skizziert werden.<sup>399</sup> Hierfür gelten in Anlehnung an von Auer die folgenden Symbole:<sup>400</sup>

$\bar{T}$	$:=$	$\{t t = 1, \dots, T\}$ Menge der Beobachtungsperioden $t$
$\bar{E}$	$:=$	$\{\epsilon \epsilon = 1, \dots, E\}$ Menge der Produkte $\epsilon$
$\bar{H}$	$:=$	$\{\eta \eta = 1, \dots, H\}$ Menge der Attribute bzw. Eigenschaften $\eta$
$v_{\eta\epsilon}$	$:=$	Ausprägung eines Attributes $\eta$ in Produkt $\epsilon$
$mpr_{\eta}^t$	$:=$	Marginaler, impliziter Preis eines Attributes $\eta$ in Periode $t$ mit $mpr_{\eta=0}^t$ als attributsunabhängiger Komponente des Preises
$pr_{\epsilon}^t$	$:=$	Preis eines Produktes $\epsilon$ in Periode $t$
$o_{\epsilon}^t$	$:=$	Zufallsvariable zur Berücksichtigung von Störungen
$VF^t$	$:=$	Verknüpfungsfunktion

Mit  $VF^t$  als Verknüpfungsfunktion ergibt sich Gleichung (2.27) zur Darstellung der Aggregation der Eigenschaftsausprägungen  $v_{\eta\epsilon}$  eines Produktes  $\epsilon$  und dementsprechend der Preis eines Produktes<sup>401</sup>:

$$pr_{\epsilon}^t = VF^t(v_{1\epsilon}, v_{2\epsilon}, \dots, v_{H\epsilon}, o_{\epsilon}^t) \quad (2.27)$$

Wird von einem linearen Zusammenhang zwischen den Attributseigenschaften ausgegangen, kann darauf aufbauend (2.28) als sogenannte hedonische Gleichung konstruiert werden.<sup>402</sup>

$$pr_{\epsilon}^t = mpr_{\eta=0}^t + mpr_1^t \cdot v_{1\epsilon} + mpr_2^t \cdot v_{2\epsilon} + \dots + mpr_H^t \cdot v_{H\epsilon} + o_{\epsilon}^t \quad (2.28)$$

Dabei resultiert der Preis eines Produktes  $\epsilon$  in Periode  $t$  ( $p_{\epsilon}^t$ ) aus der Addition einer attributsunabhängigen Komponente ( $mpr_{\eta=0}^t$ ) und dem Summenprodukt aus den Attributpreisen ( $mpr_{\eta}^t$ ) und den zugehörigen Attributsausprägungen ( $v_{\eta\epsilon}$ ) sowie einer Zufallsgröße ( $o_{\epsilon}^t$ ). Aus der Durchführung einer Regressionsanalyse lassen sich dann die

---

<sup>398</sup> Vgl. Deschermeier et al. (2014), S. 62.

<sup>399</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 641.

<sup>400</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 641.

<sup>401</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 641.

<sup>402</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 641.

Attributspreise ( $mpr_{\eta}^t$ ) schätzen, um den wertmäßigen Beitrag einer Attributsausprägung zum Gesamtpreis zu erhalten.

Bei Übertragung auf das betriebliche Humankapital besteht bei dieser Vorgehensweise die Problematik, dass der Wert in Form eines Preises des Humankapitals  $pr_{\epsilon}^t$  als bekannt vorauszusetzen ist. Bei Bekanntheit des Wertes und der Bestandteile mit korrespondierenden Ausprägungen des Humankapitals  $v_{\eta\epsilon}$  lassen sich dann mit Hilfe der Gleichung (2.28) die Wertbeiträge  $mpr_{\eta}^t$  der einzelnen Bestandteile zum Humankapital ermitteln. Wenn also der Preis des Humankapitals bekannt ist, und die Bestandteile in Form der Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft gegeben sind, kann mit Hilfe der genannten Gleichung ein separater Wertbeitrag für die Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft zum Wert des Humankapitals ermittelt werden. Da aber zum einen das Problem der Humankapitalwertermittlung noch nicht gelöst ist, weshalb dies Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist, und zum anderen unterstellt werden kann, dass sich verschiedene Bestandteile des Humankapitals einer direkten monetären Erfassung entziehen, sind hedonische Verfahren zur Humankapitalwertermittlung als nicht besonders geeignet einzustufen.

Bei Anwendung hedonischer Verfahren wird unterstellt, dass der monetär bestimmbare Preis  $pr_{\epsilon}^t$  aus ebenfalls monetär bestimmbaren Attributspreisen  $mpr_{\eta}^t$  aggregiert werden kann. Dies liegt darin begründet, dass diesen Verfahren die Annahme zugrunde liegt, dass sich die in den Produkten befindenden Attributbündel in den Herstellungskosten der produzierenden Unternehmen wiederfinden.<sup>403</sup>

Im Kontext der Bewertung des betrieblichen Humankapitals sind jedoch durchaus Aspekte denkbar, die nicht mittels monetärer Bewertung erfassbar sind. Um diesem Sachverhalt Rechnung zu tragen, wird im Folgenden neben einer monetären eine Bewertung auf Basis von Nutzen vorgenommen. Nutzen kann als numerischer Ausdruck für die Bedürfnisbefriedigung durch den Konsum eines sogenannten Warenkorbs definiert werden.<sup>404</sup> Eine multivariate Analyseverfahren, die auf Überlegungen des Konstruktes Nutzen beruht, stellt die Conjoint-Analyse dar. Ziel der Conjoint-Analyse ist eine Untersuchung der Nutzenvorstellungen von Individuen.<sup>405</sup> Der Conjoint-Analyse liegt in Analogie zur hedonischen Preismessung ebenfalls die Überlegung zugrunde, dass

---

<sup>403</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 641.

<sup>404</sup> Vgl. Pindyck/Rubinfeld (2015), S. 121.

<sup>405</sup> Vgl. Backhaus et al. (2003), S. 545.

Produkte als Mengen von Ausprägungen unterschiedlicher Eigenschaften aufgefasst werden.<sup>406</sup>

Die Conjoint-Analyse kommt klassischerweise zum Einsatz, wenn Kundenpräferenzen für Produkte identifiziert werden sollen.<sup>407</sup> Die aus (z. B.) Befragungen gewonnenen Erkenntnisse können dann im Rahmen betrieblicher Entscheidungen berücksichtigt werden, um bspw. Produktionsprogrammentscheidungen zu fundieren.

Bei der Conjoint-Analyse handelt es sich um eine sogenannte dekompositionelle<sup>408</sup> Methode, bei welcher ein erhobenes Gesamturteil für (bspw.) ein Produkt in Teilurteile über die Produkteigenschaften zerlegt wird.<sup>409</sup>

Es gelten die folgenden Symbole:<sup>410</sup>

$U_{\epsilon}$  := Gesamtnutzen des Produkts  $\epsilon$

$VF$  := Verknüpfungsfunktion

$\bar{H}$  :=  $\{\eta | \eta = 1, \dots, H\}$  Menge der Eigenschaften  $\eta$

$U_{\eta\epsilon}$  := Nutzen der Eigenschaft  $\eta$  bei Produkt  $\epsilon$

$\bar{I}$  :=  $\{\iota | \iota = 1, \dots, I\}$  Menge der Ausprägungsstufen

$\bar{I}_{\eta}$  :=  $\{\iota\}$  Menge der Ausprägungsstufen  $\iota$  der Eigenschaft  $\eta$

$f_{\eta}$  := Nutzenfunktion der Eigenschaft  $i$

$\zeta_{\eta\epsilon}$  := Ausprägung der Eigenschaft  $\eta$  für Produkt  $\epsilon$

$\zeta_{\eta\iota\epsilon}$  := Dummyvariable für Ausprägungsstufe  $\iota$  der Eigenschaft  $\eta$  bei Produkt  $\epsilon$   
mit  $\zeta_{\eta\iota\epsilon} \in \begin{cases} 1, & \text{wenn Ausprägung } \iota \text{ vorliegt} \\ 0, & \text{wenn Ausprägung } \iota \text{ nicht vorliegt} \end{cases}$

$\beta_{\iota\eta}$  := Teilnutzenwert der Ausprägungsstufe  $\iota$  der Eigenschaft  $\eta$

---

<sup>406</sup> Vgl. Backhaus et al. (2003), S. 545.

<sup>407</sup> Vgl. Baier/Brusch (2009), S. 3.

<sup>408</sup> Der Begriff kompositionell bedeutet *die Komposition bzw. die künstlerische Gestaltung betreffend* [DWDS (w), Stichwort: kompositionell]. Die Komposition lässt sich aus dem lat. compositio herleiten, was grundsätzlich Zusammenstellung bedeutet. Eine Komposition ist demnach etwas, das aus Einzelteilen zusammengestellt bzw. zusammengesetzt ist [DWDS (x), Stichwort: Komposition]. Dem gegenübergestellt bedeutet dekompositionell die Zerlegung von etwas Zusammengestelltem in seine Einzelteile. Wohingegen also kompositionelle Verfahren das Ziel verfolgen, eine direkte Beurteilung einzelner Eigenschaften zu ermitteln, wird bei der Conjoint-Analyse von einer Gesamtbeurteilung eines Produktes auf Teilbeurteilungen der Eigenschaften geschlossen [vgl. Baier/Brusch (2009), S. 3].

<sup>409</sup> Vgl. Baier/Brusch (2009), S. 3.

<sup>410</sup> Vgl. Bichler/Trommsdorff (2009), S. 60 i. V. m. S. 70.

Mit den genannten Symbolen lässt sich der Gesamtnutzen in Analogie zum hedonischen funktionalen Zusammenhang eines Produktes (vgl. (2.27)) folgendermaßen ermitteln (2.29):<sup>411</sup>

$$U_{\epsilon} = VF[f_{\eta=1}(x_{1\epsilon}), f_{\eta=2}(x_{2\epsilon}), \dots, f_{\eta=H}(x_{H\epsilon})] \quad (2.29)$$

Ebenfalls in Analogie zur Verwendung hedonischer Methoden ergibt sich der Gesamtnutzen eines Produktes ( $U_{\epsilon}$ ) aus der Verknüpfung der Teilnutzen (mittels  $VF$ ), die aus den utilitären (mittels  $f_{\eta}$ ) Ausprägungen der Produkteigenschaften ( $\zeta_{\eta\epsilon}$ ) resultieren (2.29).

Mit hedonischen Verfahren können intertemporale Preisvergleiche von Produkten vorgenommen werden.<sup>412</sup> Bei diesen Preisvergleichen sollen Qualitätsänderungen in den Produkten berücksichtigt werden, welche durch Regressionsanalysen aufgedeckt werden können. Demgegenüber verfolgen Verfahren der Conjoint-Analyse das Ziel, Kundenpräferenzen für einzelne Produkteigenschaften aufzudecken. Bei beiden Verfahren wird der Frage nachgegangen, welchen Preis bzw. Nutzen einzelne Eigenschaften besitzen bzw. stiften. Beiden Verfahren liegt demnach die Überlegung Rosens zugrunde, dass sich der Wert eines Gutes aus dessen Eigenschaften ergibt.

Bei Zugrundelegung einer additiven Verknüpfungsfunktion gilt aufbauend auf (2.29) für die Ermittlung des Gesamtnutzens  $U_{\epsilon}$ , dass sich dieser aus den Teilnutzen  $U_{\eta\epsilon}$  einer Eigenschaft  $\eta$  in Produkt  $\epsilon$  ergibt. (2.30)<sup>413</sup>:

$$U_{\epsilon} = \sum_{\eta=1}^H U_{\eta\epsilon} \quad (2.30)$$

Bei Ausdifferenzierung des Teilnutzens  $U_{\eta\epsilon}$  und der Berücksichtigung eines additiven Zusammenhangs gilt für  $U_{\eta\epsilon}$  (2.31)<sup>414</sup>:

$$U_{\eta\epsilon} = \sum_{i \in I_{\eta}} \beta_{i\eta} \cdot \zeta_{i\eta\epsilon} \quad (2.31)$$

Zusammenführend resultiert dann für die Bestimmung des Gesamtnutzens eines Produktes  $U_{\epsilon}$  (2.32):<sup>415</sup>

---

<sup>411</sup> Vgl. Bichler/Trommsdorff (2009), S. 60.

<sup>412</sup> Vgl. von Auer (2005), S. 639.

<sup>413</sup> Vgl. Bichler/Trommsdorff (2009), S. 67.

<sup>414</sup> Vgl. Bichler/Trommsdorff (2009), S. 64.

<sup>415</sup> Vgl. Bichler/Trommsdorff (2009), S. 70.

$$U_{\epsilon} = \sum_{\eta=1}^H U_{\eta\epsilon} = \sum_{\eta=1}^H \sum_{\iota \in \bar{I}_{\eta}} \beta_{\eta\iota} \cdot \zeta_{\eta\iota\epsilon} \quad (2.32)$$

Damit ergibt sich der Gesamtnutzen eines Produktes  $U_{\epsilon}$  aus der additiven Verknüpfung der Teilnutzenwerte einer Ausprägungsstufe  $\beta_{\eta\iota}$  der vorliegenden ( $\zeta_{\eta\iota\epsilon} = 1$ ) Eigenschaften.

Im Folgenden werden diese Überlegungen auf das betriebliche Humankapital übertragen. Mit den präsentierten Ausführungen zum betrieblichen Humankapital werden dem sog. zusammengesetzten *Produkt* Humankapital zunächst vier Eigenschaften in Form der Determinanten zugrunde gelegt. Dabei werden den vier Eigenschaften jeweils drei verschiedene Eigenschaftsausprägungen zugeordnet. Die Kombinationen dieser Eigenschaftsausprägungen werden im Kontext der Conjoint-Analyse als sogenannte Stimuli bezeichnet.<sup>416</sup>

Es gelten folgende, ergänzende Symbole:

$\bar{H}$	$:=$	$\{\eta\}$	Menge	der	Eigenschaften	mit	$\eta =$ <i>Fungibilität (Fung), Funktionalität (Funk), Plastizität (Pl),</i> <i>Stabilität (Stab)</i>
$\bar{I}_{\eta}$	$:=$	$\{\iota\}$	Menge	der	Eigenschaftsausprägungen	einer	Eigenschaft $\eta$ mit $\iota =$ <i>gering, mittel, hoch</i>
$\bar{\Lambda}$	$:=$	$\{\lambda   \lambda = 1, \dots, \Lambda\}$	Menge	der	Stimuli		
$\beta_{\eta\iota}$	$:=$		Teilnutzenwert	einer	Eigenschaftsausprägung $\iota$	der	Eigenschaft $\eta$
$U_{\lambda}$	$:=$		Gesamtnutzenwert	eines	Stimulus $\lambda$		
$\zeta_{\lambda\eta\iota}$	$:=$		Dummyvariable	für	Ausprägungsstufe $\iota$	der	Eigenschaft $\eta$ bei Stimulus $\lambda$ mit $\zeta_{\lambda\eta\iota} \in \begin{cases} 1, \text{ wenn Ausprägung } \iota \text{ vorliegt} \\ 0, \text{ wenn Ausprägung } \iota \text{ nicht vorliegt} \end{cases}$
$\bar{\phi}$	$:=$		Mittlerer	Präferenzwert			

Bei vier Eigenschaften mit jeweils drei Ausprägungen resultieren insgesamt 81 Kombinationen, durch welche das Produkt Humankapital charakterisiert wird (vgl. Tabelle 3).

<sup>416</sup> Vgl. Baier/Brusch (2009), S. 12.

Stimulus $\lambda$	$\eta =$ <i>Fungibilität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Funktionalität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Plastizität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Stabilität</i> mit Ausprägung $\iota$
1	gering	gering	gering	gering
2	gering	gering	gering	mittel
3	gering	gering	gering	hoch
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
80	hoch	hoch	hoch	mittel
81	hoch	hoch	hoch	hoch

Tabelle 3: Übersicht der Eigenschaftskombinationen der Humankapitaldeterminanten

Das Humankapital und demnach der Nutzen der bereitgestellten Leistungsfähigkeit und Leistungsbereitschaft wird durch die Ausprägungen der Fungibilität, Funktionalität, Plastizität und Stabilität determiniert. Zur Bestimmung des Nutzens wird das linear-additive Teilnutzenwertmodell herangezogen.

Grundüberlegung der Conjoint-Analyse ist nun, dass diese Eigenschaftskombinationen einem Probanden vorgelegt werden, der diese hinsichtlich seiner Präferenzrangfolge ordnet.<sup>417</sup> Da es aus Komplexitätsgründen durchaus problematisch sein kann, 81 Kombinationen in einer Rangordnung zu verarbeiten, besteht unter Umständen die Notwendigkeit, eine Reduzierung der Stimuli vorzunehmen. Ziele dieser Reduzierung sind zum einen die Handhabbarkeit der Anzahl der Stimuli zu gewährleisten und zum anderen eine Teilmenge der Stimuli zu identifizieren, die eine möglichst gute Repräsentation der Grundmenge der Stimuli darstellen.<sup>418</sup>

Mit Hilfe des sogenannten Basis Plans 2 nach Addelman (1962) wird die Anzahl der Stimuli auf neun Stück reduziert. Daraus ergibt sich für den vorliegenden Fall folgende Übersicht der Stimuli (vgl. Tabelle 4):<sup>419</sup>

<sup>417</sup> Vgl. Baier/Brusch (2009), S. 13.

<sup>418</sup> Vgl. Backhaus et al. (2003), S. 552.

<sup>419</sup> Vgl. Addelman (1962), S. 36 i.V.m. Backhaus (2003), S. 552. In dem hier vorgestellten Beispiel wird der Versuchsplan derart reduziert, dass jede Eigenschaft mit jeder Ausprägung in gleicher Anzahl in den Stimuli vertreten sind. Weiterhin ergibt sich aus der Anwendung des sogenannten Basisplans 2 nach Addelman (1962), dass jede Ausprägung einer Eigenschaft exakt einmal mit jeder Eigenschaftsausprägung der anderen Eigenschaften in den Stimuli enthalten ist [vgl. Backhaus (2003), S. 553].

Stimulus $\lambda$	$\eta =$ <i>Fungibilität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Funktionalität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Plastizität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Stabilität</i> mit Ausprägung $\iota$
1	gering	gering	gering	gering
2	gering	mittel	mittel	hoch
3	gering	hoch	hoch	mittel
4	mittel	gering	mittel	mittel
5	mittel	mittel	hoch	gering
6	mittel	hoch	gering	hoch
7	hoch	gering	hoch	hoch
8	hoch	mittel	gering	mittel
9	hoch	hoch	mittel	gering

Tabelle 4: Übersicht der reduzierten Eigenschaftskombinationen der Humankapitaldeterminanten

Nun wird davon ausgegangen, dass die befragte Person in der Lage ist, diese neun Stimuli in einer Rangfolge zu verarbeiten. Exemplarisch soll gelten, dass die Ausprägung des Rangfolgewertes  $RW$  der Ausprägung des Stimulus  $\lambda$  entspricht und somit  $RW = \lambda$  gilt.

Der Gesamtnutzenwert eines Stimulus lässt sich dann mittels (2.33) bestimmen:<sup>420</sup>

$$U_{\lambda} = \bar{\phi} + \sum_{\eta} \sum_{\iota \in \lambda} \beta_{\eta\iota} \cdot x_{\lambda\eta\iota} \quad (2.33)$$

Hierbei ergibt sich der Gesamtnutzenwert eines Stimulus ( $U_{\lambda}$ ) aus der Addition eines mittleren Präferenzwertes aller Stimuli ( $\bar{\phi}$ ) mit den Teilnutzenwerten einer Ausprägung  $\iota$  einer Eigenschaft  $\eta$  ( $\beta_{\eta\iota}$ ).

Es gilt weiterhin:<sup>421</sup>

$$x_{\lambda\eta\iota} = \begin{cases} 1 & \text{falls bei Stimulus } \lambda \text{ die Eigenschaft } \eta \text{ in der Ausprägung } \iota \text{ vorliegt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Demnach resultieren für obige Stimuli (vgl. Tabelle 4) folgende Bestimmungsgleichungen:

$$U_1 = \bar{\phi} + \beta_{Fung,gering} + \beta_{Funk,gering} + \beta_{Pl,gering} + \beta_{Stab,gering}$$

$$U_2 = \bar{\phi} + \beta_{Fung,gering} + \beta_{Funk,mittel} + \beta_{Pl,mittel} + \beta_{Stab,hoch}$$

$$U_3 = \bar{\phi} + \beta_{Fung,gering} + \beta_{Funk,hoch} + \beta_{Pl,hoch} + \beta_{Stab,mittel}$$

⋮

$$U_9 = \bar{\phi} + \beta_{Fung,hoch} + \beta_{Funk,hoch} + \beta_{Pl,mittel} + \beta_{Stab,gering}$$

<sup>420</sup> In Anlehnung an Baier/Brusch (2009), S. 13.

<sup>421</sup> In Anlehnung an Baier/Brusch (2009), S. 13.

Für den mittleren Präferenzwert aller Stimuli gilt (2.34):<sup>422</sup>

$$\bar{\phi} = \frac{\sum_{\lambda=1}^{\Lambda} \lambda}{\Lambda} \quad (2.34)$$

Der mittlere Präferenzwert  $\bar{\phi}$  ergibt sich demnach aus dem Durchschnitt der Stimuli und beträgt im vorliegenden Fall  $\bar{\phi} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = \frac{45}{9} = 5$ .

Zur Bestimmung der Ausprägungen für die Teilnutzenwerte  $\beta_{\eta\iota}$  wird die Abweichung des mittleren Präferenzwertes über alle Stimuli  $\bar{\phi}$  des mittleren Präferenzwertes all jener Stimuli ermittelt, die eine Eigenschaftsausprägung  $\iota$  bei einer Eigenschaft  $\eta$  aufweisen.<sup>423</sup>

Lfd. Nr.	Ausprägung einer Eigenschaft $\eta$ mit Ausprägung $\iota$	Mittlerer Präferenzwert $\bar{\phi}_{\eta\iota}$	Teilnutzenwert $\beta_{\eta\iota} = \bar{\phi}_{\eta\iota} - \bar{\phi}$
1	$\eta = \text{Fungibilität}, \iota = \text{gering}$	$= \frac{1+2+3}{3} = 2$	$= 2 - 5 = -3$
2	$\eta = \text{Fungibilität}, \iota = \text{mittel}$	$= \frac{4+5+6}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
3	$\eta = \text{Fungibilität}, \iota = \text{hoch}$	$= \frac{7+8+9}{3} = 8$	$= 8 - 5 = 3$
4	$\eta = \text{Funktionalität}, \iota = \text{gering}$	$= \frac{1+4+7}{3} = 4$	$= 4 - 5 = -1$
5	$\eta = \text{Funktionalität}, \iota = \text{mittel}$	$= \frac{2+5+8}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
6	$\eta = \text{Funktionalität}, \iota = \text{hoch}$	$= \frac{3+6+9}{3} = 6$	$= 6 - 5 = 1$
7	$\eta = \text{Plastizität}, \iota = \text{gering}$	$= \frac{1+6+8}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
8	$\eta = \text{Plastizität}, \iota = \text{mittel}$	$= \frac{2+4+9}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
9	$\eta = \text{Plastizität}, \iota = \text{hoch}$	$= \frac{3+5+7}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
10	$\eta = \text{Stabilität}, \iota = \text{gering}$	$= \frac{1+5+9}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
11	$\eta = \text{Stabilität}, \iota = \text{mittel}$	$= \frac{3+4+8}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$
12	$\eta = \text{Stabilität}, \iota = \text{hoch}$	$= \frac{2+6+7}{3} = 5$	$= 5 - 5 = 0$

Tabelle 5: Bestimmung von Teilnutzenwerten

Abschließend lassen sich mit den ermittelten Teilnutzenwerten  $\beta_{\eta\iota}$  die Gesamtnutzenwerte eines Stimulus  $U_{\lambda}$  unter Rückgriff auf (2.33) bestimmen:

<sup>422</sup> In Anlehnung an Baier/Brusch (2009), S: 14.

<sup>423</sup> Vgl. Baier/Brusch (2009), S. 14.



$$U_1 = 5 + (-3) + (-1) + 0 + 0 = 1$$

$$U_2 = 5 + (-3) + 0 + 0 + 0 = 2$$

$$U_3 = 5 + (-3) + 1 + 0 + 0 = 3$$

$$U_4 = 5 + 0 + (-1) + 0 + 0 = 4$$

$$U_5 = 5 + 0 + 0 + 0 + 0 = 5$$

$$U_6 = 5 + 0 + 1 + 0 + 0 = 6$$

$$U_7 = 5 + 3 + (-1) + 0 + 0 = 7$$

$$U_8 = 5 + 3 + 0 + 0 + 0 = 8$$

$$U_9 = 5 + 3 + 1 + 0 + 0 = 9$$

Stimulus $\lambda$	$\eta =$ <i>Fungibilität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Funktionalität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Plastizität</i> mit Ausprägung $\iota$	$\eta =$ <i>Stabilität</i> mit Ausprägung $\iota$	Vergebener Rang $RW$	Gesamt- nutzenwert $U_\lambda$
1	gering	gering	gering	gering	1	1
2	gering	mittel	mittel	mittel	2	2
3	gering	hoch	hoch	hoch	3	3
4	mittel	gering	mittel	hoch	4	4
5	mittel	mittel	hoch	gering	5	5
6	mittel	hoch	gering	mittel	6	6
7	hoch	gering	hoch	mittel	7	7
8	hoch	mittel	gering	hoch	8	8
9	hoch	hoch	mittel	gering	9	9

Tabelle 6: Zusammenfassung des vorgestellten Beispiels zur Conjoint-Analyse

Aus den so ermittelten Teilnutzenwerten  $\beta_{\eta_i}$  lassen sich einerseits die Gesamtnutzenwerte der einzelnen Stimuli  $U_\lambda$  ableiten und andererseits die Nutzenwerte von nicht in den Stimuli enthaltenen Eigenschaftskombinationen.

So lässt sich exemplarisch der Gesamtnutzenwert des Stimulus  $\lambda'$  mit den Eigenschaften  $\eta = \textit{Fungibilität}$  mit Ausprägung  $\iota = \textit{hoch}$ ,  $\eta = \textit{Funktionalität}$  mit Ausprägung  $\iota = \textit{hoch}$ ,  $\eta = \textit{Plastizität}$  mit Ausprägung  $\iota = \textit{hoch}$  und  $\eta = \textit{Stabilität}$  mit Ausprägung  $\iota = \textit{hoch}$  ableiten:

$$U_{\lambda'} = \mu + \beta_{\textit{Fung},\textit{hoch}} + \beta_{\textit{Funk},\textit{hoch}} + \beta_{\textit{Pl},\textit{hoch}} + \beta_{\textit{Stab},\textit{hoch}} = 5 + 3 + 1 + 0 + 0 = 9$$

Im vorliegenden Beispiel (vgl. Tabelle 6) gilt  $U_{\lambda'} = U_9$ . Dies lässt sich damit erklären, dass aufgrund der gewählten Rangordnung den Ausprägungen der Plastizität und der Stabilität keinerlei Teilnutzenwerte zugesprochen werden. Inhaltlich bedeutet dies in dieser Situation, dass die vom Probanden gewählte Rangordnung so ausgestaltet ist, dass das betriebliche Humankapital als *Produkt* lediglich von den Ausprägungen der



hinsichtlich profilseitiger Überschüsse oder Unterdeckungen und dementsprechend hinsichtlich der Kompatibilität abzuleiten.<sup>426</sup>

Im Kontext der Anwendung dieser Methode lassen sich zur analytischen Bestimmung der Kompatibilität zweier Profile Distanz- (bzw. Abstands-) und Ähnlichkeitsmaße heranziehen. Diese wiederum können dem Forschungs- und Anwendungsfeld der Clusteranalyse zugeordnet werden. Bei diesen Maßen sind die Zugehörigkeiten einzelner Objekte aus einer einheitlichen Objektmenge zu Klassifikationen von Objekten Untersuchungsgegenstand.<sup>427</sup> Damit ist gemeint, dass verschiedene Objekte aufgrund gemeinsamer Eigenschaften zu Objektgruppen zusammengefasst (*engl.* *clustern*) werden. Mit Distanz- und Ähnlichkeitsmaßen lassen sich dann die Unterschiede zwischen den Objekten ermitteln, um solche Objekte zusammenzufassen, die sich recht ähnlich sind bzw. deren Abstände zueinander recht gering sind.

Zur Bestimmung eines Abstandsmaßes werden im Rahmen der Clusteranalyse Abstandsfunktionen (oder Distanzfunktionen) in Ansatz gebracht, mit denen der Abstand zwischen zwei Objekten<sup>428</sup> ermittelt werden kann. Zwischen zwei sehr ähnlichen Objekten liegt ein geringer und zwischen zwei sehr unähnlichen Objekten ein großer Abstand vor. Im Gegensatz hierzu geben Ähnlichkeitsmaße mit zugrundeliegenden Ähnlichkeitsfunktionen an, wie ähnlich sich zwei Objekte sind. Demnach erhalten Objekte, die eine hohe Ähnlichkeit aufweisen, hohe Ähnlichkeitswerte und Objekte, die sich sehr unähnlich sind, geringe Werte. Ähnlichkeitsfunktionen stellen diesem Gedanken folgend Komplementärfunktionen zu Abstandsfunktionen dar.<sup>429</sup> Dies bedeutet, dass bei geringem bzw. hohem Abstand zwischen zwei Objekten eine große bzw. geringe Ähnlichkeit vorliegt und vice versa. Da Kompatibilität einen Zustand der Vereinbarkeit darstellt, können sowohl Abstands- als auch Ähnlichkeitsmaße in Ansatz

---

<sup>426</sup> Im Kontext der Eignungsbeurteilung werden bspw. arbeitsplatzseitige Anforderungen und mitarbeiterseitige Qualifikationen in gleichstrukturierten Profilen gegenübergestellt. Die Profilvergleichsmethode folgt dann der Annahme, dass sowohl die Anforderungen als auch die Qualifikationen durch Zahlenwerte mehrerer Beurteilungsmerkmale ausgedrückt werden können. Diese bilden einen sogenannten Merkmalsraum, in dem jedes Profil als Punkt dargestellt wird. Die Eignung eines Mitarbeiters resultiert dann aus dem Abstand zwischen diesen beiden Punkten. Je geringer der Abstand ist, desto größer ist die Eignung [vgl. Meiritz (1984), S. 71-72; Spengler (1993), S. 65].

<sup>427</sup> Vgl. Hackstein/Zülch (1980), S. 152.

<sup>428</sup> In Abhängigkeit der Art der vorliegenden Daten können unterschiedliche Distanz- und Ähnlichkeitsfunktionen in Ansatz gebracht werden. Für die Betrachtung der Abstände bzw. Ähnlichkeiten zwischen Skalaren oder Vektoren kann bspw. neben der Minkowski-Distanz auch die Kosinus-Ähnlichkeit verwendet werden. Bei Vorliegen von Mengen können der Jaccard-Index oder der Sørensen-Index genutzt werden [vgl. Ontañón (2020), S. 5312]. Aus Vereinfachungs- und Komplexitätsgründen beschränken wir uns hier auf die Betrachtung der Minkowski-Distanzen.

<sup>429</sup> Vgl. Ontañón (2020), S. 5310.

gebracht werden. Ein geringer Abstand oder eine hohe Ähnlichkeit zweier Profile entsprechen dann einer hohen Kompatibilität et vice versa.<sup>430</sup>

Zur Durchführung der Profilvergleichsmethode auf Grundlage von Distanzmaßen sind für bspw. zwei Profile  $P_1$  und  $P_2$  Beurteilungskriterien  $k$  zu formulieren.

In Anlehnung an Spengler (1993) gelten folgende Symbole:<sup>431</sup>

$\overline{K}$	$:=$	$\{k   k = 1, \dots, K\}$ Menge der Kriterien
$B_k$	$:=$	Ausprägung des Kriteriums $k$ in Profil $P_1$
$A_k$	$:=$	Ausprägung des Kriteriums $k$ in Profil $P_2$
$DM$	$:=$	Distanzmaß
$d_n(B_k, A_k)$	$:=$	Distanz zwischen den Ausprägungen eines Kriteriums $B_k$ in Profil $P_1$ und eines Kriteriums $A_k$ in Profil $P_2$ bei Verwendung des Gewichtungsfaktors $n$
$n$	$:=$	Gewichtungsfaktor der Abweichungsausprägungen und Wurzelexponent mit $n \in \mathbb{Z}$

Die beiden Profile  $P_1$  und  $P_2$  mit den jeweiligen Ausprägungen  $B_k$  und  $A_k$  lassen sich dann in vektorieller Darstellung folgendermaßen formulieren:<sup>432</sup>

$$\vec{P}_1 = \begin{pmatrix} B_{k=1} \\ B_{k=2} \\ \vdots \\ B_{k=K} \end{pmatrix} \text{ und } \vec{P}_2 = \begin{pmatrix} A_{k=1} \\ A_{k=2} \\ \vdots \\ A_{k=K} \end{pmatrix}$$

Zur Bestimmung des rechnerischen Abstandes zweier Profile und dementsprechend der Ausprägungen der Beurteilungsmerkmale ist die Abstandsfunktion  $d_n(B_k, A_k)$  zu formulieren. Die folgenden Distanzfunktionen und damit resultierenden Distanzmaße basieren auf der sog. Minkowski-Metrik und gestatten beim Vorliegen intervallskalierter Merkmale die Bestimmung von Distanzen zwischen zwei Merkmalsausprägungen.<sup>433</sup>

---

<sup>430</sup> Obwohl in dem Kontext dieser Arbeit Kompatibilität als geringer Abstand bzw. als hohe Ähnlichkeit zwischen bzw. von Profilen definiert wird, ist auch eine alternative Form der Kompatibilität denkbar, bei der Kompatibilität durch Gegensätze begründet wird. Dies kann als komplementäre Kompatibilität beschrieben werden, bei welcher Unterschiede zwischen Elementen zu einer gegenseitigen Ergänzung und einem synergetischen Nutzen führen. Anschauliche Beispiele hierfür sind Partnerschaften, in denen sich entgegengesetzte personale Eigenschaften (z. B. Extraversion und Introversion) ggf. harmonisch ergänzen. Ähnliche Überlegungen werden im weiteren Verlauf der Arbeit in der Form betrachtet, dass humankapitaldeterminantenspezifische Kompatibilitäten zwar entgegengesetzte Ausprägungen (z. B. hohe Unterdeckung und hoher Überschuss) aufweisen, im Ergebnis möglicherweise dennoch zu einer Gesamtdeckung im Sinne einer Gesamtkompatibilität führen können.

<sup>431</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 65.

<sup>432</sup> Vgl. Spengler et al. (2025), S. 263.

<sup>433</sup> Vgl. zur Anwendung von Minkowski-Distanzen z. B. Volkmer (2023), S. 185-189.

Zur Bestimmung eines Distanzmaßes  $DM$  bei Anwendung der allgemeinen Gleichung für die Minkowski-Distanz ergibt sich (3.1) unter Berücksichtigung von  $K$  Kriterien und den korrespondierenden Ausprägungen  $B_k$  in Profil  $P_1$  und  $A_k$  in Profil  $P_2$ .<sup>434</sup>

$$DM := d_n(B_k, A_k) = \sqrt[n]{\sum_{k=1}^K |B_k - A_k|^n} \quad (3.1)$$

In Abhängigkeit des zu setzenden Gewichtungsfaktors der Abweichungsausprägungen und Wurzelexponenten  $n$  lassen sich diverse Distanzfunktionen formulieren. Wird der Parameter  $n = 1$  in Ansatz gebracht, resultiert die Bestimmungsgleichung für die sogenannte Abweichungssumme bzw. Manhattan-Distanz. Dabei wird eine Gleichgewichtung aller Abstände zwischen den einzelnen Kriterien vorgenommen.<sup>435</sup> Resultat ist eine Summierung der absoluten Zahlenwerte der Einzelabweichungen zwischen den Ausprägungen der Beurteilungskriterien beider Profile (3.2).<sup>436</sup>

$$d_{n=1}(B_k, A_k) = \sqrt[n=1]{\sum_{k=1}^K |B_k - A_k|^{n=1}} = \sum_{k=1}^K |B_k - A_k| \quad (3.2)$$

Bei Verwendung der euklidischen Distanzfunktion wird die Wurzel der quadrierten Abweichungen der Ausprägungen der einzelnen Kriterien gebildet (3.3).<sup>437</sup>

$$d_{n=2}(B_k, A_k) = \sqrt[n=2]{\sum_{k=1}^K |B_k - A_k|^{n=2}} = \sqrt{\sum_{k=1}^K (B_k - A_k)^2} \quad (3.3)$$

Wird  $n = \infty$  in Ansatz gebracht, konvergiert die Minkowski-Distanz zur sog. Chebyshev-Distanz (3.4).<sup>438</sup>

$$d_{n=\infty}(B_k, A_k) = \sqrt[n=\infty]{\sum_{k=1}^K |(B_k - A_k)|^{n=\infty}} = \max_{k \in \bar{K}} |B_k - A_k| \quad (3.4)$$

---

<sup>434</sup> Vgl. König (2020), S.788.

<sup>435</sup> Vgl. König (2020), S. 788.

<sup>436</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 65.

<sup>437</sup> Vgl. z. B. Mensch (1968), S. 490; Spengler (1993), S. 66.

<sup>438</sup> Vgl. Ontañón (2020), S. 4.

Unter Verwendung von  $n = \infty$  nimmt die Distanz zweier Objekte die Ausprägung der maximalen Differenz über alle in Ansatz gebrachten Kriterien  $k$  an.

Folgendes Beispiel dient zur Illustration der präsentierten Distanzmaße auf Basis der Minkowski-Metrik:

Es werden drei Profile  $p \in \bar{P}$  (mit  $p = 1, 2, 3$ ) betrachtet, wobei ein Profil ( $p = 1$ ) mit zwei weiteren Profilen ( $p = 2$  und  $p = 3$ ) auf Grundlage zehn charakteristischer Kriterien  $k$  mit  $k = 1, \dots, 10$  hinsichtlich der Kompatibilität zu beurteilen ist. Es erfolgt also ein Profilvergleich von  $p = 1$  mit  $p = 2$  und von  $p = 1$  mit  $p = 3$ .<sup>439</sup> Die Kriterienausprägungen werden annahmegemäß auf einer metrischen Skala von 1 bis 10 eingeschätzt. Es gilt:

$\bar{P}$	$:=$	$\{p   p = 1, \dots, P\}$ Menge der zu vergleichenden Profile, wobei im vorliegenden Fall $p = 1, 2, 3$ gilt
$x_k^p$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p$ mit $p = 1$
$x_k^{p'}$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p'$ mit $p' = 2, 3$
$DM_{p,p'}^n$	$:=$	Distanz zwischen dem Profil $p$ und dem Profil $p'$ in Abhängigkeit des Parameters $n$
$KT_{p,p'}(DM_{p,p'}^n)$	$:=$	Kompatibilität zweier Profile $p$ und $p'$ in Abhängigkeit der Distanz zwischen zwei Profilen $p$ und $p'$ bei Verwendung des Parameters $n$

Damit gilt für den vorliegenden Fall die modifizierte Bestimmungsgleichung der Minkowski-Distanz (3.5):<sup>440</sup>

---

<sup>439</sup> Im personalwirtschaftlichen Kontext kann dies z. B. bedeuten, dass das Anforderungsprofil einer Stelle mit den Qualifikationsprofilen von zwei sich auf diese Stelle bewerbenden Personen hinsichtlich ihrer Kompatibilität zu beurteilen sind. Ziel ist dabei bspw., eine Aussage über die Eignung beider Arbeitskräfte abzuleiten, um diejenige Person mit der höchsten Eignung und dementsprechend der höchsten Kompatibilität einzustellen.

<sup>440</sup> Unter Umständen kann es auch von Interesse sein, die Kompatibilität zwischen den Profilen 2 und 3 zu ermitteln. Im personalwirtschaftlichen Kontext könnte dies bspw. bedeuten, dass die Qualifikationsprofile zweier Personen miteinander abgeglichen werden, um zwischen diesen Abweichungen zu identifizieren. Allgemein gilt dann für eine Menge von Profilen  $\bar{P} := \{p | p = 1, \dots, P\}$  und die Bestimmung deren Kompatibilitätsausprägungen (3.5a):

$$DM_{p,p'}^n := d_n(x_k^p, x_k^{p'}) = \sqrt[n]{\sum_{k=1}^K |x_k^p - x_k^{p'}|^n} \quad \forall \{p, p'\} \in \mathfrak{P}(\bar{P}) \text{ mit } |\{p, p'\}| = 2 \quad (3.5a)$$

Damit wird gewährleistet, dass zwischen allen Profilen  $p \in \bar{P}$  paarweise Vergleiche zur Ermittlung der Kompatibilitäten vorgenommen werden.

$$DM_{p,p'}^n := d_n(x_k^p, x_k^{p'}) = \sqrt[n]{\sum_{k=1}^K |x_k^p - x_k^{p'}|^n} \text{ mit } p = 1, p' \in \{2,3\} \quad (3.5)$$

Die korrespondierenden Kriterienausprägungen der drei Profile sowie ausgewählte Ausprägungen von (3.5) bei Verwendung unterschiedlicher Gewichtungssparameter sind Tabelle 7 zu entnehmen.

Lfd. Nr. des Kriteriums $k$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $x_k^1$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $x_k^2$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $x_k^3$
1	4	10	9
2	7	10	2
3	3	9	5
4	1	2	6
5	7	3	8
6	7	10	9
7	9	4	2
8	9	4	9
9	2	7	6
10	1	5	4
	Minkowski-Distanz mit $n =$	Distanz zwischen Profil 1 und Profil 2 in Abhängigkeit des Parameters $n$	Distanz zwischen Profil 1 und Profil 3 in Abhängigkeit des Parameters $n$
	1	$DM_{1,2}^1 = 42$	$DM_{1,3}^1 = 34$
	2	$DM_{1,2}^2 = 14,07$	$DM_{1,3}^2 = 12,57$
	3	$DM_{1,2}^3 = 9,97$	$DM_{1,3}^3 = 9,38$
	4	$DM_{1,2}^4 = 8,47$	$DM_{1,3}^4 = 8,26$
	5	$DM_{1,2}^5 = 7,72$	$DM_{1,3}^5 = 7,73$
	6	$DM_{1,2}^6 = 7,29$	$DM_{1,3}^6 = 7,44$
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
	$\infty$	$DM_{1,2}^\infty = 6$	$DM_{1,3}^\infty = 7$

Tabelle 7: Beispiel zum Profilvergleich mit verschiedenen Ausprägungen der Minkowski-Distanz

Aus entscheidungstheoretischer Perspektive kann nun auf Grundlage der ermittelten Distanzmaße  $DM_{1,2}^n$  sowie  $DM_{1,3}^n$  eine Aussage über die Kompatibilität der Profile abgeleitet werden. Hierfür ist ein Vergleich der ermittelten Distanzmaße vorzunehmen. Gilt  $DM_{1,2}^n < DM_{1,3}^n$  bzw.  $DM_{1,2}^n > DM_{1,3}^n$  bzw.  $DM_{1,2}^n = DM_{1,3}^n$  weist Profil 2 im Vergleich zu Profil 3 einen geringeren bzw. höheren bzw. identischen Abstand zum Profil 1 auf. Aufbauend auf der Bestimmung der Distanzmaße lassen sich nun Aussagen über die Kompatibilität  $KT_{p,p'}(DM_{p,p'}^n)$  zweier Profile ableiten.

In Anlehnung an die Ausführungen zur Fungibilität und dementsprechend zur Eignung als relationalem Begriff<sup>441</sup> lassen sich auf Grundlage eines engen und eines weiten Kompatibilitätsbegriffes unterschiedliche Implikationen ableiten. Bei der Zugrundlegung eines engen Kompatibilitätsbegriffes sind die beiden Profile 2 und 3 im Vergleich zu Profil 1 als nicht kompatibel einzustufen, da bei keinem der beiden Profile über alle Kriterien eine exakte Deckung des Profils 1 ( $DM_{1,2}^n \neq DM_{1,3}^n \neq 0 \forall n$ ) erreicht wird. Dementsprechend gilt für die Kompatibilität  $K_{1,2} = K_{1,3} = 0$ . Bei Zugrundelegung eines weiten Kompatibilitätsbegriffes können differenzierte Aussagen abgeleitet werden. Hierfür wird exemplarisch die euklidische Distanz als Abstandsmaß (und damit  $DM_{1,2}^2$  sowie  $DM_{1,3}^2$ , vgl. Tabelle 7) betrachtet.

Aus Gründen der Logik ergibt sich eine potenziell minimale euklidische Distanz  $DM_{p,p'}^{2,min} = 0$ . Dies ist genau dann der Fall, wenn bei den Beurteilungskriterien zweier Profile keine Abweichungen vorliegen.<sup>442</sup> Dahingegen beträgt die potenziell maximale euklidische Distanz im vorliegenden Fall  $DM_{p,p'}^{2,max} = 31,62$ . Dieser Fall tritt genau dann ein, wenn die Beurteilungskriterien des einen Profils die minimal möglichen und des anderen Profils die maximal möglichen Ausprägungen annehmen.<sup>443</sup> Für die rechnerisch ermittelbaren Distanzmaße auf Grundlage der euklidischen Distanz gilt also im vorliegenden Beispiel  $DM_{p,p'}^2 \in [DM_{p,p'}^{2,min}; DM_{p,p'}^{2,max}]$  und damit  $DM_{p,p'}^2 \in [0; 31,62]$ .

Unter der Annahme einer Normierung auf das Intervall  $[0; 1]$  gilt für die Kompatibilitätsausprägung zweier Profile  $KT_{p,p'} \in [0; 1]$ .

<sup>441</sup> Vgl. hierzu Kapitel 2.2.3.2.2.

<sup>442</sup> Es gilt in dem thematisierten Fall bei Anwendung der euklidischen Distanz für die Profile 1 und 2  $x_k^1 = x_k^2 \forall k \in \bar{K}$ . Damit resultiert für die Bestimmungsgleichung (3.5):

$$DM_{1,2}^{2,min} := d_2(x_k^1, x_k^2) = \sqrt[2]{\sum_{k=1}^K |x_k^1 - x_k^2|^2} = 0$$

<sup>443</sup> In dem vorliegenden Fall gelten dann exemplarisch  $x_k^1 = 10 \forall k \in \bar{K}$  sowie  $x_k^2 = 0 \forall k \in \bar{K}$  und damit für die Bestimmungsgleichung (3.5):

$$DM_{1,2}^{2,max} := d_2(x_k^1, x_k^2) = \sqrt[2]{\sum_{k=1}^K |10 - 0|^2} = 31,62$$

Da in der euklidischen Distanz lediglich die betragsmäßigen Abstände zweier Profile erfasst werden, ist es für die Bestimmung von  $DM_{1,2}^{2,max}$  unerheblich, ob  $x_k^1 = 10 \forall k \in \bar{K}$  und  $x_k^2 = 0 \forall k \in \bar{K}$  oder  $x_k^1 = 0 \forall k \in \bar{K}$  und  $x_k^2 = 10 \forall k \in \bar{K}$  in Ansatz gebracht werden.



Eine vollständige Kompatibilität zweier Profile  $KT_{p,p'} = 1$  liegt bei Verwendung der euklidischen Distanz genau dann vor, wenn  $DM_{p,p'}^2 = DM_{p,p'}^{2,min} = 0$  gilt. Dahingegen liegt vollständige Inkompatibilität  $KT_{p,p'} = 0$  vor, wenn  $DM_{p,p'}^2 = DM_{p,p'}^{2,max} = 31,62$  gilt.

Kompatibilitätsabstufungen bei Zugrundelegung eines weiten Kompatibilitätsbegriffes ergeben sich dann im vorliegenden Fall bei der Betrachtung der Profile 1 und 2 aus Überführungen der ermittelten Distanzen ( $DM_{1,2}^2 = 14,07$  bzw.  $DM_{1,3}^2 = 12,57$ ) in das besagte Kompatibilitätsintervall  $KT_{p,p'} \in [0; 1]$ . Damit gilt grundsätzlich für eine Kompatibilität in Abhängigkeit des (euklidischen) Distanzmaßes der funktionale Zusammenhang (3.6):

$$KT_{p,p'}(DM_{p,p'}^2) = \begin{cases} 1 & \text{für } DM_{p,p'}^2 = DM_{p,p'}^{2,min} \\ ]0; 1[ & \text{für } DM_{p,p'}^{2,min} < DM_{p,p'}^2 < DM_{p,p'}^{2,max} \\ 0 & \text{für } DM_{p,p'}^2 = DM_{p,p'}^{2,max} \end{cases} \quad (3.6)$$

Die Verwendung der euklidischen Distanz als Form der Minkowski-Distanz ist dadurch gekennzeichnet, dass keine richtungsspezifischen Profilunterschiede berücksichtigt werden. Demzufolge kann auf Grundlage eines ermittelten Distanzmaßes keine Aussage darüber getroffen werden, inwieweit die Profilvergleiche hinsichtlich profilseitiger Über- bzw. Unterdeckungen charakterisiert sind.

Da für den vorliegenden Fall (vgl. Tabelle 7)  $DM_{1,2}^2 = 14,07$  und  $DM_{1,3}^2 = 12,57$  und dementsprechend  $DM_{1,2}^2 > DM_{1,3}^2$  gelten, kann lediglich der Schluss gezogen werden, dass Profil 3 eine geringere Distanz zu Profil 1 aufweist als Profil 2. Unter Rückgriff auf (3.6) und die getätigten Ausführungen bedeutet dies zunächst, dass  $KT_{1,3}(DM_{1,3}^2) > KT_{1,2}(DM_{1,2}^2)$  gilt. Es kann weiterhin der Schluss gezogen werden, dass  $DM_{1,2}^2$  um 1,5 Distanzeinheiten größer ist als  $DM_{1,3}^2$ . Inwieweit dieser „Distanzunterschied“ in den Kompatibilitätsausprägungen berücksichtigt wird, kann noch nicht benannt werden.

Neben der Problematik der Nichtdifferenzierung von Unter- und Überdeckungen hat der verantwortliche Entscheider die Möglichkeit, mit der Wahl des Gewichtungsparmeters  $n$  Einfluss auf die Kompatibilitätsausprägung zu nehmen. Aus der Wahl von  $n = 1$  und dementsprechend der Wahl der Manhattan-Distanz als Distanzfunktion resultieren  $DM_{1,2}^1 = 42$  sowie  $DM_{1,3}^1 = 34$  und damit gilt wiederum  $DM_{1,2}^1 > DM_{1,3}^1$  und eine damit einhergehende höhere Kompatibilität zwischen den Profilen 1 und 3 im Vergleich zur

Kompatibilität zwischen den Profilen 1 und 2. Bis zu einer Ausprägung des Gewichtungsparameters  $n = 4$  ist die Kompatibilität genannter Profile größer. Ab einer Ausprägung  $n = 5$  ergibt sich jedoch  $DM_{1,2}^1 < DM_{1,3}^1$  und damit  $KT_{1,3}(DM_{1,3}^2) < KT_{1,2}(DM_{1,2}^2)$ . Es folgt also, dass ab  $n = 5$  die Profile 1 und 2 eine höhere Kompatibilität im Vergleich zu den Profilen 1 und 3 aufweisen. Dies hängt damit zusammen, dass mit zunehmendem  $n$  eine stärkere Gewichtung größerer Abstände zwischen den Ausprägungen zweier Kriterien vorgenommen wird. Die maximal mögliche Differenz zwischen den Ausprägungen der Beurteilungskriterien beträgt zehn Einheiten. Bei Betrachtung der kriterienspezifischen Differenzen der Profile ist erkennbar, dass bei Profil 1 bei fünf Kriterien eine Abweichung der Ausprägungen der Beurteilungskriterien von  $\geq 5$  vorliegt. Bei Profil 3 liegt lediglich bei vier Kriterien eine Abweichung von  $\geq 5$  vor (vgl. Tabelle 8).

Lfd. Nr. des Kriteriums $k$	Differenz der Ausprägungen $x_k^1$ und $x_k^2$	Differenz der Ausprägungen $x_k^1$ und $x_k^3$
1	+6	+5
2	+3	-5
3	+6	+2
4	+1	+5
5	-4	+1
6	-3	+2
7	-5	-7
8	-5	0
9	+5	+4
10	+4	+3

Tabelle 8: Betrachtung der Differenzen in einem einführenden Beispiel zur Kompatibilität

Tendenziell könnte jetzt die Aussage abgeleitet werden, dass bei Profil 3 geringe Abweichungen vorliegen. Jedoch wird bei der obigen Betrachtung lediglich die Anzahl der Abweichungen berücksichtigt. Bei qualitativer Betrachtung kann erkannt werden, dass die größte Abweichung zwischen Profil 1 und Profil 2 sechs und zwischen Profil 1 und Profil 3 sieben beträgt. Mit zunehmendem Parameter  $n$  erhält also die größte Abweichung eine stärkere Gewichtung. Dadurch führt ein  $n = 5$  dazu, dass die Kompatibilität zwischen Profil 1 und Profil 2 höher ist als zwischen Profil 1 und Profil 3. Das bedeutet, dass die Wahl der Ausprägung des Parameters  $n$  eine Möglichkeit für den Anwender darstellt, die zu ermittelnde Kompatibilität zu beeinflussen. Im Zuge des Treffens von Entscheidungen sind damit Überlegungen anzustellen, ob der Entscheidungsträger höhere Ausprägungsdifferenzen als besonders kritisch beurteilt und diese dann dementsprechend verstärkt zu Inkompatibilität führen. Wenn die Minkowski-

Metrik zur Entscheidungsfindung eingesetzt wird, sollte jedoch der Parameter  $n$  vor Anwendung des Verfahrens festgelegt werden. Eine nach der Festlegung der in Ansatz zu bringenden Ausprägungen der Beurteilungskriterien vorgenommene Modifikation des Parameters eröffnet Spielräume, um eine Entscheidung entsprechend zu beeinflussen.

Im Folgenden wird in Abgrenzung zu den vorgestellten Distanzmaßen auf Grundlage der Minkowski-Metrik ein alternatives Maß in Ansatz gebracht, welches durch die Möglichkeit der Berücksichtigung von Profilüberschüssen bzw. -unterdeckungen gekennzeichnet ist.

### 3.1.2 Profile als geometrische Flächen

---

#### 3.1.2.1 Vorbemerkungen

---

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Durchführung von Profilvergleichen, um eine Aussage hinsichtlich der Kompatibilität zweier Profile abzuleiten.

Werden Profile als Vektoren aufgefasst, ergeben sich verschiedene Möglichkeiten zu deren Vergleich. Mit der Differenz zweier Vektoren  $\vec{a}$  und  $\vec{b}$  lassen sich komponentenweise niveaumäßige und strukturelle Unterschiede aufdecken. Mit zunehmender Anzahl der Vektorelemente steigt jedoch die Komplexität, diese Unterschiede zu erfassen und zu verarbeiten.

Mit dem Vektorbetrag eines Profils als „Größe“ eines Vektors kann Aufschluss über das aggregierte Niveau der Kriterienausprägungen erlangt werden. Der Vektorbetrag basiert auf der Minkowski-Distanz und berechnet sich als die euklidische Distanz zum Nullpunkt des Bezugsraums.<sup>444</sup> Je höher der Vektorbetrag, desto größer ist der Vektor und desto höher ist das durchschnittliche Niveau der Ausprägungen eines Profils. Die Differenz zweier Vektorbeträge erlaubt jedoch lediglich eine gerichtete Aussage über Niveaunkompatibilität: Gilt  $\|\vec{a}\| > \|\vec{b}\|$ , besitzt Profil  $\vec{a}$  ein höheres Gesamtniveau als  $\vec{b}$ . Mit dem Quotienten zweier Vektorbeträge lässt sich das Verhältnis der aggregierten Kriterienausprägungen zweier Profile angeben. Die Differenzen- und Quotientenbildung sagt jedoch nichts über die innere Struktur des Profils aus, da Profile mit völlig unterschiedlicher Verteilung der Ausprägungen denselben Betrag besitzen können. Der Vektorbetrag ist quasi ein verdichtetes (amalgamiertes) Maß für die „Größe“ des Vektors,

---

<sup>444</sup> Vgl. zum Vektorbetrag z. B. Ohse (2000), S. 29.

bei dem die Vektorelemente keine differenzierte Betrachtung mehr erfahren. Beim Erstellen von Vektorbetragsdifferenzen und -quotienten lässt sich nur erkennen, ob ein Vektor hinsichtlich des Niveaus größer, kleiner oder gleich einem anderen Vektor ist, um damit das Ausmaß der Kompatibilität zu bestimmen.

Zudem lässt sich mit oben bereits vorgestellten Distanzmaßen (vgl. Kapitel 3.1.1) die summarische Abweichung von Kriterienausprägungen messen. Mit den Minkowski-Maßen ermittelte Distanzen sind ungerichtet und zeigen lediglich, wie stark sich zwei Profile unterscheiden, jedoch nicht, welches strukturell „besser“ ist. Wir haben verschiedene Minkowski-Distanzen vorgestellt und es kann gezeigt werden, dass die Distanzausprägungen von der Höhe des Wurzelexponenten abhängen. Dabei kann es dazu kommen, dass im Vergleich zweier Vektoren  $\vec{A}$  und  $\vec{A}'$  mit einem dritten Vektor  $\vec{B}$  der erste Vektor bei einer Manhattan-Distanz einen größeren Betrag aufweist als der zweite und dass dies bei einer anderen Distanz genau umgekehrt ist. In Analogie zu obigen Ausführungen (vgl. Kapitel 3.1.1) soll dies noch einmal kurz mit folgenden, exemplarischen Vektoren mit jeweils zwei Elementen verdeutlicht werden:

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{A}' = \begin{pmatrix} 2 \\ 2,5 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Für die Manhattan-Distanz  $MD$  (Wurzelexponent  $n = 1$ ) und die euklidische Distanz  $ED$  (Wurzelexponent  $n = 2$ ) ergeben sich folgende Ausprägungen:

$$MD(\vec{A}, \vec{B}) = 2 \text{ und } MD(\vec{A}', \vec{B}) = 2,5$$

$$ED(\vec{A}, \vec{B}) = 2 \text{ und } ED(\vec{A}', \vec{B}) = 1,8$$

Bei Anwendung der Manhattan-Distanz gilt also  $MD(\vec{A}, \vec{B}) < MD(\vec{A}', \vec{B})$  und bei Verwendung der euklidischen Distanz  $ED(\vec{A}, \vec{B}) > ED(\vec{A}', \vec{B})$ .

Der vom Bewerter festzulegende Wurzelexponent ist somit entscheidend für die Differenz der Beträge zweier Vektoren und damit für die Niveaukompatibilität.

Da bei einer Vektorenbetrachtung und den korrespondierenden Aggregationsmaßen (z. B. Vektorbetrag sowie Vektordistanzen) lediglich eine Aussage über die Niveaus zweier Profile abgeleitet werden kann, erscheint es sinnvoll, eine alternative Modellierung vorzunehmen und die Profile als geometrische Flächen zu interpretieren. Da die Ausgangsbasen dennoch Profilvektoren darstellen, lassen sich die genannten Aggregationsmaße ebenfalls bestimmen.

Die Flächenbetrachtung bietet im Vergleich zur Vektorbetragsdifferenz die Möglichkeit, strukturelle Unterschiede zwischen zwei Profilen zu analysieren. Vor allem bei zusätzlicher Betrachtung des Flächenschwerpunktes lassen sich Hinweise darauf ableiten, welche Kriterien strukturelle Abweichungen verursachten und wo gezielte Maßnahmen zur Erhöhung der Kompatibilität angesetzt werden können.

Der Flächeninhalt eines Profils entsteht durch Verbindung der Kriterienaussprägungen im gleichwinkligen Polygonsystem und bildet ein Maß für strukturelle Stimmigkeit. Ist der Flächeninhalt eines Profils größer als der eines anderen, so liegt eine strukturelle Überdeckung vor. Die Flächeninhaltsdifferenz erlaubt somit eine gerichtete Aussage über Strukturkompatibilität.

Es ergibt sich, dass die Flächenbestimmung im Vergleich zur Betragsbildung zu differenzierteren Aussagen führen kann. Zur Verdeutlichung sind folgende Beispielvektoren  $\overrightarrow{1A}$ ,  $\overrightarrow{1B}$  und  $\overrightarrow{2A}$ ,  $\overrightarrow{2B}$  sowie  $\overrightarrow{3A}$ ,  $\overrightarrow{3B}$  und  $\overrightarrow{4A}$ ,  $\overrightarrow{4B}$  zu betrachten. Dabei stellen die Vektoren  $\vec{A}$  verschiedene Qualifikationsprofile und die Vektoren  $\vec{B}$  Anforderungsprofile dar. Es geht demnach um einen Vergleich von Anforderungs- und Qualifikationsprofil. Jedes Profil ist durch Beurteilungskriterien  $k$  (mit  $k = 1, 2, \dots, 5$ ) und korrespondierende Ausprägungen charakterisiert. Für Vektoren  $\overrightarrow{1A}$  und  $\overrightarrow{1B}$  sowie  $\overrightarrow{2A}$  und  $\overrightarrow{2B}$  gelten folgende Ausprägungen:

$$\overrightarrow{1A} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{1B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{2A} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{2B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Es ist erkennbar, dass die Vektoren  $\overrightarrow{1A}$  und  $\overrightarrow{1B}$  dadurch gekennzeichnet sind, dass die Reihenfolge der Ausprägungen der ersten beiden Kriterien ( $k = 1, k = 2$ ) vertauscht ist. Für beide Vektoren ergeben sich identische Vektorbeträge, da in beiden Profilen die gleichen Kriterienaussprägungen vertreten sind. Damit lässt sich über den Vektorbetrag lediglich die Aussage ableiten, dass beide Vektoren vom Niveau her identisch sind. Die Vektoren  $\overrightarrow{2A}$  und  $\overrightarrow{2B}$  sind dahingegen dadurch charakterisiert, dass ebenfalls die Ausprägungen der ersten beiden Kriterien vertauscht sind und zudem das dritte Kriterium ( $k = 3$ ) in beiden Profilen die Ausprägung 2 annimmt. Auch in diesem Fall sind die Vektorbeträge wiederum identisch. Eine Flächenbetrachtung ergibt dahingegen ein anderes Bild. Aus der Betrachtung der Kriterienaussprägungen als geometrische Flächen

resultieren folgende Flächeninhalte  $Fl$  und korrespondierende Flächeninhaltsverhältnisse (vgl. Abbildung 7 i. V. m. Abbildung 8):  $Fl(\overrightarrow{1A}) = Fl(\overrightarrow{1B}) = 27,1$  und  $Fl(\overrightarrow{2A}) = 25,2 > Fl(\overrightarrow{2B}) = 21,4$ .

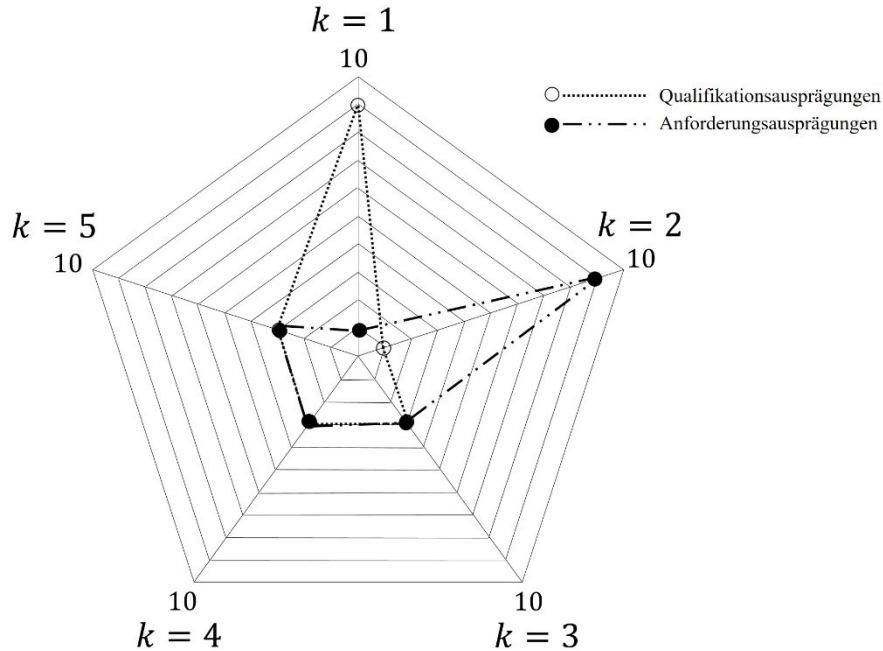


Abbildung 7: Vergleich der Vektoren  $1A$  und  $1B$

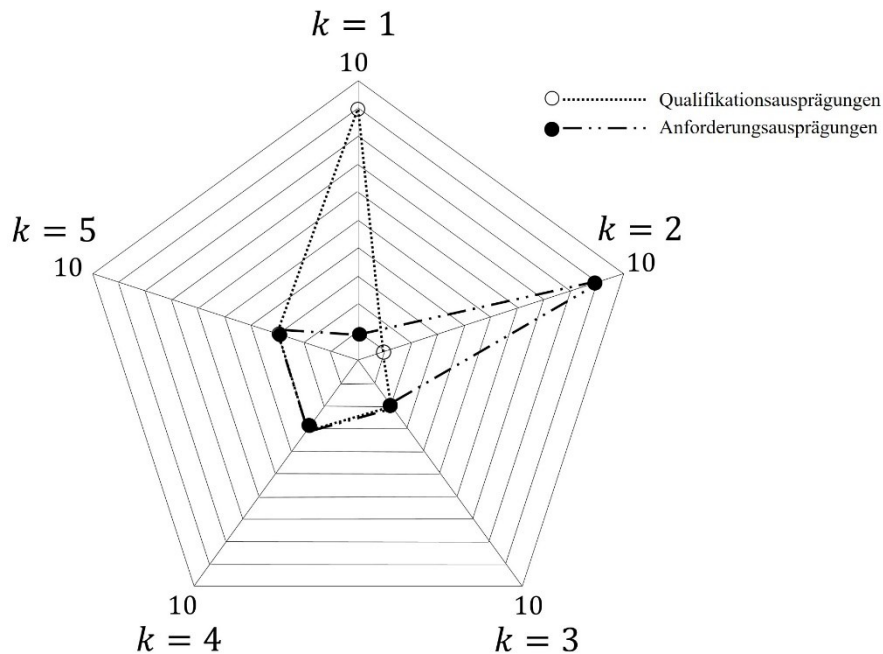


Abbildung 8: Vergleich der Vektoren  $2A$  und  $2B$

Für zusätzliche Erläuterungen lassen sich die Vektoren  $\overrightarrow{3A}$  und  $\overrightarrow{3B}$  sowie  $\overrightarrow{4A}$  und  $\overrightarrow{4B}$  heranziehen:

$$\overrightarrow{3A} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 10 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{3B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 10 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{4A} = \begin{pmatrix} 9 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{4B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Wiederum sind die Vektoren  $\overrightarrow{3A}$  und  $\overrightarrow{3B}$  sowie  $\overrightarrow{4A}$  und  $\overrightarrow{4B}$  dadurch charakterisiert, dass die Reihenfolge der ersten beiden Kriterien vertauscht ist. Zudem ist die Ausprägung der dritten Komponente bei  $\overrightarrow{3A}$  und  $\overrightarrow{3B}$  um 9 Einheiten höher als bei  $\overrightarrow{4A}$  und  $\overrightarrow{4B}$ . Da wiederum für die Vektorenpaare identische Vektorbeträge resultieren, ist deren Aussagekraft auf das Niveau der Vektoren beschränkt. Für die Flächeninhalte ergibt sich in diesem Fall folgendes Bild (vgl. Abbildung 9 i. V. m. Abbildung 10):  $Fl(\overrightarrow{3A}) = 40,42 < Fl(\overrightarrow{3B}) = 67,05$  und  $Fl(\overrightarrow{4A}) = 23,3 > Fl(\overrightarrow{4B}) = 15,7$ .

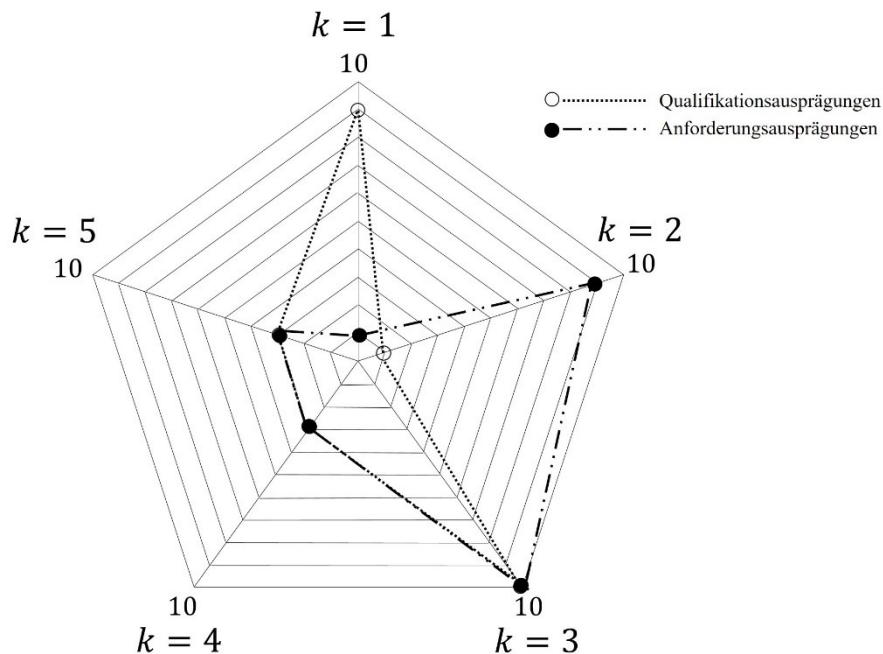
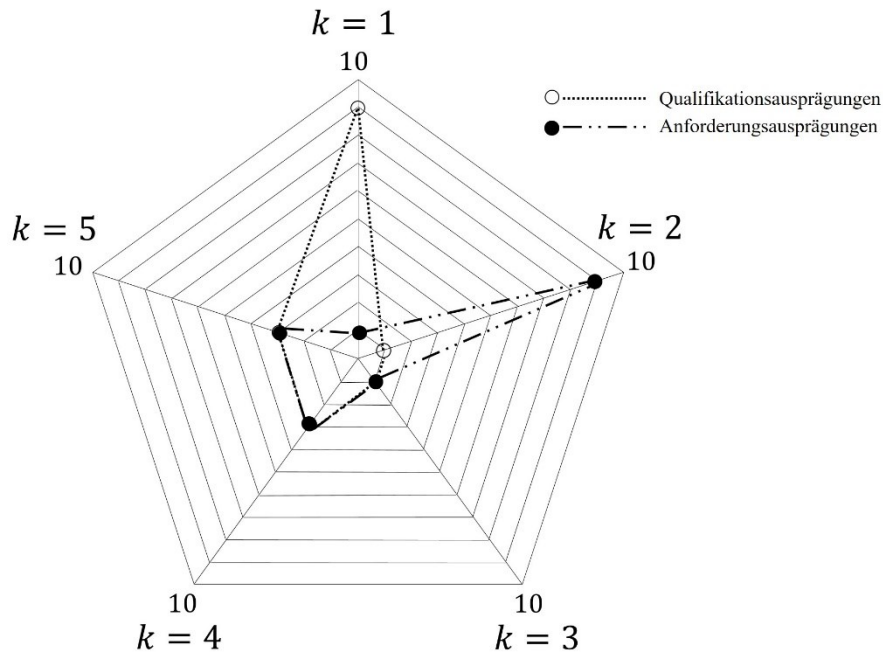


Abbildung 9: Vergleich der Vektoren  $3A$  und  $3B$


 Abbildung 10: Vergleich der Vektoren  $4A$  und  $4B$ 

Die Veränderung der Ausprägung einer Komponente eines Vektors wirkt sich also auf den Flächeninhalt aus (vgl.  $\overrightarrow{1A}$ ,  $\overrightarrow{1B}$  mit  $\overrightarrow{2A}$ ,  $\overrightarrow{2B}$ ) und in Abhängigkeit des Ausmaßes der Veränderung kann dies zu einer Umkehrung des Flächeninhaltsverhältnisses (vgl.  $\overrightarrow{3A}$ ,  $\overrightarrow{3B}$  mit  $\overrightarrow{4A}$ ,  $\overrightarrow{4B}$ ) führen. Elemente aus den Vektoren bilden immer mit den benachbarten Elementen Teilflächen. Dadurch reagiert der Flächeninhalt eines Profils recht sensitiv auf Strukturbrüche.

Die Wirkung einer einzelnen Komponentenveränderung auf den Flächeninhalt eines Profils hängt also nicht nur von der zahlenmäßigen Ausprägung selbst ab, sondern maßgeblich von ihrer geometrischen Einbettung im Gitternetz (vgl. hierzu die Vektoren  $\overrightarrow{3A}$  und  $\overrightarrow{3B}$ ). Ein Tausch der ersten beiden Komponenten bewirkt eine Veränderung des Flächeninhalts ( $Fl(\overrightarrow{3B}) > Fl(\overrightarrow{3A})$ ). Mit Änderung der Reihenfolge zweier Kriterien ändert sich zudem die Veränderungsrate des Flächeninhalts. Wird im Vektor  $\overrightarrow{3A}$  bspw. die dritte Komponente um eine Einheit reduziert, sinkt der Flächeninhalt um 1,9 Einheiten. Erfolgt in Vektor  $\overrightarrow{3B}$  eine analoge Reduktion der dritten Komponente, reduziert sich der Flächeninhalt um 5,71 Einheiten.

Obwohl in beiden Fällen nur eine Komponente verändert wird, ergibt sich eine deutlich unterschiedliche Reaktion des Flächeninhalts. Der Grund liegt in der geometrischen Nachbarschaft der veränderten Komponente: Im Vektor  $\overrightarrow{3A}$  befindet sich die dritte Komponente zwischen den Ausprägungen 1 und 3, also in einem insgesamt recht



schwach ausgeprägten Bereich. Im Vektor  $\overrightarrow{3B}$  hingegen befindet sich die dritte Komponente zwischen den Ausprägungen 9 und 3 und dementsprechend zwischen einer recht starken und einer mittelstarken Ausprägung. Das Resultat der Veränderung der dritten Komponente ist eine unterschiedliche Hebelwirkung auf die geometrische Fläche der Kriterienausprägungen. Im Fall von Vektor  $\overrightarrow{3B}$  zieht die Veränderung der dritten Komponente den Polygonzug deutlich stärker auseinander und erzeugt eine größere zusätzliche Fläche. Im Fall von Vektor  $\overrightarrow{3A}$  bleibt die Wirkung der Veränderung der Komponente geometrisch vergleichsweise gering. Daraus folgt, dass die Position eines Kriteriums innerhalb der geometrischen Fläche maßgeblich die Wirkstärke der Veränderung einer Ausprägung eines Beurteilungskriteriums beeinflusst.

Unter der Annahme, dass benachbarte Vektorelemente bspw. im Kontext von Anforderungs- und Qualifikationsprofilen ähnliche bzw. verwandte Beurteilungskriterien darstellen, kann davon ausgegangen werden, dass grundlegend ähnliche Ausprägungen dieser Kriterien zu erwarten wären. Stimmig ist ein Profil also, wenn benachbarte Kriterien ähnliche Ausprägungen vorweisen. Daher ist der Flächeninhalt ein Maß für strukturelle Kompatibilität.

Auf Basis von Vektorbeträgen und Flächeninhaltsdifferenzen lassen sich Profile hinsichtlich ihrer Gesamtausprägung und internen Struktur bewerten. Erst die kombinierte Analyse beider Maße erlaubt eine fundierte Entscheidung über die Kompatibilität zweier Profile.

Die bisherige Unterscheidung zwischen Niveau- und Strukturkompatibilität basiert vor allem auf dem Vergleich von Vektorbeträgen und Flächeninhalten. Dabei beschreibt der Vektorbetrag das Gesamtniveau eines Profils, während der Flächeninhalt als Maß für die aggregierte strukturelle Ausgewogenheit interpretiert wird. Diese Betrachtung greift jedoch zu kurz, wenn man Fälle betrachtet, in denen zwei Profile identische Flächeninhalte und identische Vektorbeträge aufweisen, sich jedoch deutlich in der Lage ihrer Flächenschwerpunkte unterscheiden. Die Lage des Flächenschwerpunkts gibt Aufschluss darüber, wo sich die Masse der strukturellen Ausprägungen innerhalb eines Profils konzentriert. Dies weist darauf hin, dass Strukturkompatibilität nicht allein durch Flächeninhalte bestimmbar ist, sondern weitere Aspekte einbezogen werden müssen. Zwei Profile mit gleichem Flächeninhalt, aber divergierenden Flächenschwerpunkten, gelten daher nicht notwendig als strukturkompatibel im engeren Sinne.

Insgesamt zeigt sich: Der Vektorbetrag ist ein Maß für die Niveaueusprägung eines Einzelprofils, die euklidische Distanz für die summarische Abweichung zweier Profile, die Vektorbetragsdifferenz für gerichtete Niveauvergleiche, und die Flächeninhaltsdifferenz sowie die Flächenschwerpunkte für eine niveau- und strukturbezogene Bewertung der Profilform. Die Betrachtung von Profilen als geometrische Flächen führt somit zu differenzierteren Aussagen über Kompatibilität, die in klassischen Vektorverfahren verborgen bleiben. Zwei Profile gelten dann als strukturkompatibel im engeren Sinne, wenn sie ähnliche Flächeninhalte und zudem ähnliche Flächenschwerpunkte aufweisen.

Im weiteren Verlauf der Arbeit wird zur Bewertung der Kompatibilität von Profilen auf die Flächeninhaltsdifferenz zwischen zwei polygonal verbundenen Kriterienprofilen zurückgegriffen. Die Flächeninhaltsdifferenz ergibt sich dabei aus der Verbindung der Kriteriumsausprägungen in einem gleichwinkligen Gitternetz, wodurch sich geschlossene Polygone ergeben. Aus dem Vergleich der so entstandenen Flächeninhalte zweier Profile (z. B. Ist- vs. Soll-Profil) lässt sich eine Aussage über eine Kompatibilität ableiten.

### 3.1.2.2 Flächenbestimmung eindimensionaler Koordinatenausprägungen

---

In Kapitel 3.1.1 werden verschiedene Maße auf Basis der Minkowski-Metrik zur Kompatibilitätsbeurteilung beleuchtet. Im vorliegenden Teilkapitel wollen wir eine alternative Herangehensweise vorstellen. Hierfür wird auf das zur Visualisierung von Nutzenwerten regelmäßig verwendete Instrument der sogenannten Gitternetze rekuriert.<sup>445</sup> Grundsätzliches Ziel dieser Darstellungsform ist eine gedankliche Aggregation von Nutzenwerten zur Wahl einer optimalen Alternative. Diese Vorgehensweise kann bspw. gewählt werden, wenn verschiedene Nutzensausprägungen hinsichtlich verschiedener Kriterien nicht aggregierbar sind, da keine kardinale Messbarkeit vorliegt.<sup>446</sup> In Fortführung der Ausführungen in Kapitel 3.1.1 erfolgt der Vergleich zweier Profile  $p = 1$  und  $p = 2$ .

Um die Ausprägungen inhaltlich heterogener Kriterien eines Profils – wie z. B. monetäre Größen (bspw. Erlöse und Kosten) oder prozentuale Kennzahlen (bspw. Fluktuationsrate

---

<sup>445</sup> Diese sogenannten Gitternetze werden im wissenschaftlichen Schrifttum auch als Zielspinnen(netze) oder Zielsterne bezeichnet [vgl. Spengler et al. (2020), S. 298; Volkmer (2023), S. 179-180]. Neben dem Zielstern lässt sich auch die sog. Profilanalyse als Visualisierungsinstrument von Nutzenwerten heranziehen [vgl. Rommelfänger/Eickemeier (2002), S. 144].

<sup>446</sup> Vgl. Rommelfänger/Eickemeier (2002), S. 144.

und Absentismusquoten) – in das Gitternetz zu übertragen, ist deren Transformation in Form einer Normalisierung auf einen einheitlichen Skalenbereich erforderlich. Exemplarisch lässt sich dafür die Min-Max-Normierung in Ansatz bringen.<sup>447</sup> Zur Ermittlung der normierten Ausprägung eines Kriteriums ( $x_{norm}$ ) ist dessen potenzieller Wertebereich zu betrachten. Der Beurteiler hat festzulegen, welche minimalen bzw. maximalen Kriterienausrägungen ( $x_{min}$  bzw.  $x_{max}$ ) er für realisierbar hält. Zudem muss er den Wertebereich der neuen Skala (z.B. das Intervall  $[0; 1]$  oder  $[0; 10]$ ) festlegen ( $x_{max}^{neu}$  bzw.  $x_{min}^{neu}$ ). Es gilt dann für die normierte Ausprägung  $x_{norm}$  einer Kriteriumsaurprägung  $x$  (3.7):<sup>448</sup>

$$x_{norm} = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \cdot (x_{max}^{neu} - x_{min}^{neu}) + x_{min}^{neu} \quad (3.7)$$

Zur Illustration der Bestimmungsgleichung (3.7) werden zwei Beispiele betrachtet. Als Kriterien werden hierfür a) die Fluktuationsrate in % und b) Weiterbildungsauszahlungen in Geldeinheiten betrachtet.

Zu a) Die Fluktuationsrate kann grundsätzlich Ausprägungen im Intervall  $[x_{min} = 0; x_{max} = 100]$  annehmen. Eine Ausprägung der Fluktuationsrate in Höhe von 20 % ist bspw. in einen Wertebereich  $[x_{min}^{neu} = 0; x_{max}^{neu} = 10]$  zu überführen. Es gilt dann bei Verwendung von Gleichung (3.7):

$$x_{norm} = \frac{20 - 0}{100 - 0} \cdot (10 - 0) + 0 = 2$$

Dementsprechend wird auf einer Skala von 0 bis 10 der Fluktuationsrate in Höhe von 20 % eine Ausprägung in Höhe von 2 zugewiesen.

Zu b) Der Betrieb muss zur Überführung der Weiterbildungsauszahlungen in den Wertebereich  $[x_{min}^{neu} = 0; x_{max}^{neu} = 10]$  zunächst deren minimalen und maximalen Ausprägungen beurteilen. Es wird in diesem Beispiel angenommen, dass der Betrieb in Geldeinheiten gemessenen Weiterbildungsauszahlungen ein realisierbares Intervall  $[x_{min} = 0; x_{max} = 250.000]$  zuordnet. Für eine Weiterbildungsauszahlung in Höhe von 100.000 Geldeinheiten gilt dann:

$$x_{norm} = \frac{100.000 - 0}{250.000 - 0} \cdot (10 - 0) + 0 = 4$$

---

<sup>447</sup> Vgl. z. B. Han et al. (2012), S. 113.

<sup>448</sup> Vgl. z. B. Han et al. (2012), S. 114; Neuer (2024), S. 64.

Damit wird auf einer Skala von 0 bis 10 den Weiterbildungsauszahlungen in Höhe von 100.000 Geldeinheiten eine Ausprägung in Höhe von 4 zugeordnet.

Im Folgenden wird zum Vergleich zweier Profile ein Gitternetz mit fünf Kriterien ( $k = 1, \dots, 5$ ) betrachtet. Die bereits als normiert angenommenen Ausprägungen der Kriterien  $x_k$  sind auf einem Intervall von 0 bis 10 metrisch skaliert (vgl. Abbildung 11).

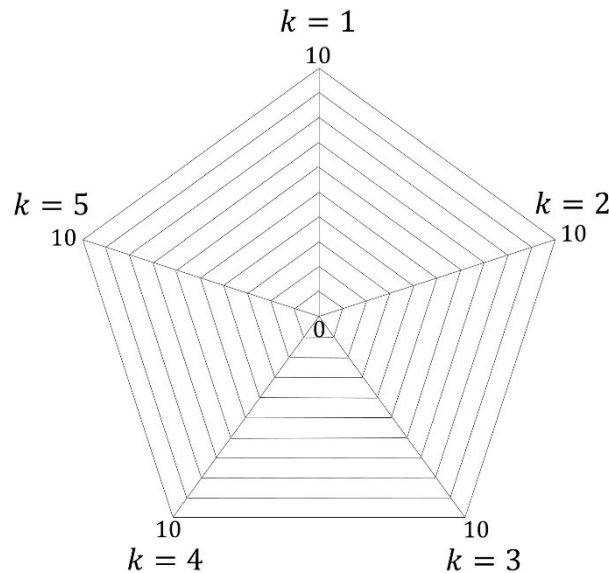


Abbildung 11: Allgemeines Gitternetz mit fünf Kriterien

Das dargestellte Gitternetz dient zunächst zur Visualisierung der Ausprägungen der Beurteilungskriterien beider Profile  $x_k^1$  und  $x_k^2$  (vgl. Abbildung 11). Abbildung 12 entspricht nun einer separaten Darstellung zweier Profile und den korrespondierenden Ausprägungen der Beurteilungskriterien. Die gestrichelten Linien in Abbildung 12 symbolisieren dabei die Fläche, die durch die Verbindung der Ausprägungen der einzelnen Kriterien eines Profils mittels Polygonzügen aufgespannt wird. Es resultiert also aufgrund der Ausprägungen der Beurteilungskriterien eine Fläche für Profil  $p = 1$  (linke Seite von Abbildung 12) und eine Fläche für Profil  $p = 2$  (rechte Seite von Abbildung 12).

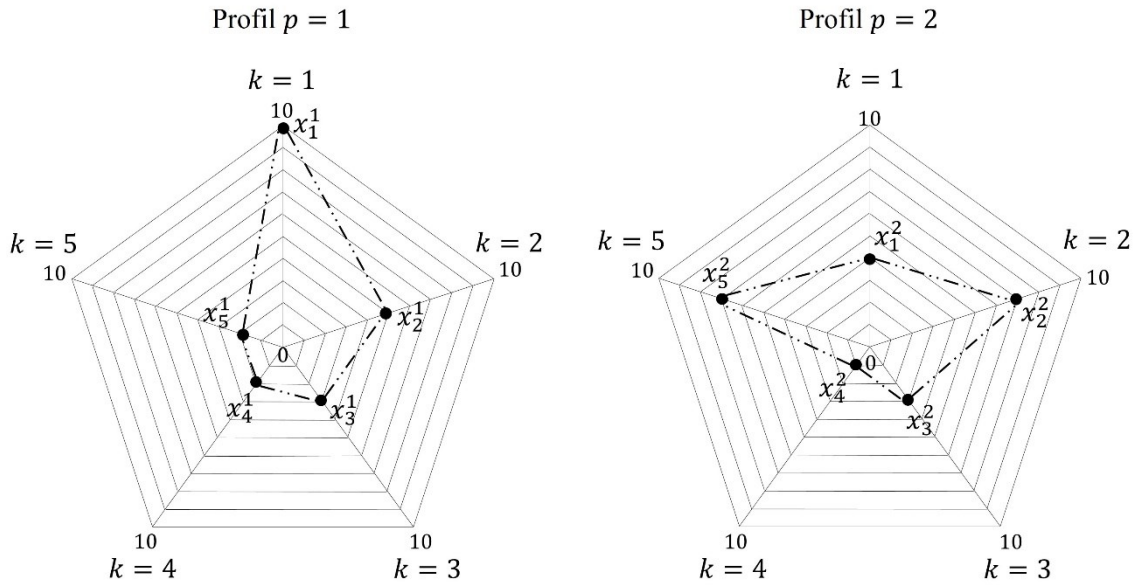


Abbildung 12: Exemplarische Ausprägungen der Beurteilungskriterien zweier Profile

Aus der entsprechenden Verbindung resultiert eine Profilfläche mit einem korrespondierenden Flächeninhalt. Aus einem Größenvergleich der aufgespannten Flächen lassen sich dann Aussagen zur Kompatibilität beider Profile ableiten.

Es gelten zusätzlich folgende Symbole:

$Fl_{ges}^p$  := Flächeninhalt des Profils  $p$

$\overline{Tf^p}$  :=  $\{tf | tf = 1, \dots, Tf\}$  Menge der Teilflächen eines Profils  $p$  mit  $|\overline{Tf^p}| = |\overline{K}|$

$Fl_{tf}^p$  := Flächeninhalt der Teilfläche  $tf$  des Profils  $p$

Der Flächeninhalt des Profils  $p = 1$   $Fl_{ges}^1$  resultiert aus der durch die Verbindung der Ausprägungen der Beurteilungskriterien  $(x_1^1, \dots, x_5^1)$  entstehenden Profilfläche. Da es sich bei dieser Fläche um ein unregelmäßiges Vieleck handelt, ist für die Bestimmung des Flächeninhalts eine Zerlegung der Fläche in Teilflächen  $tf$  des Profils  $p$  vorzunehmen.<sup>449</sup> Im vorliegenden Fall resultieren fünf zu betrachtende Teilflächen  $tf = 1, \dots, 5$  in Form von Dreiecken (vgl. schraffierte Fläche in Abbildung 13). Diese Flächenzerlegung ist für

<sup>449</sup> Grundsätzlich kann eine durch die Ausprägungen der Beurteilungskriterien aufgespannten Fläche zur Flächeninhaltsbestimmung auch durch eine Zerlegung in Rechtecke oder in andere als die vorgestellten Arten von Dreiecken erfolgen. Die im Folgenden skizzierte Vorgehensweise bietet den Vorteil, dass der „Koordinatenursprung“ für die zu betrachtenden Teilflächen jeweils als gegeben angenommen werden kann und lediglich die Ausprägungen der Beurteilungskriterien die anderen beiden Punkte des Dreiecks darstellen. Eine Zerlegung der Flächen in fünf Teilflächen ermöglicht so die isolierte Betrachtung der Veränderung einer Ausprägung eines Beurteilungskriteriums.

alle zu betrachtenden Profile  $p \in \bar{P}$  (hier:  $p = 1$  und  $p = 2$ ) durchzuführen, um den aus den Ausprägungen der Beurteilungskriterien resultierenden Flächeninhalt zu bestimmen.

Es gilt dann allgemein für die Bestimmung des Flächeninhaltes eines Profils  $p$  (3.8):

$$Fl_{ges}^p = \sum_{tf \in Tf^p} Fl_{tf}^p \quad \forall p \in \bar{P} \quad (3.8)$$

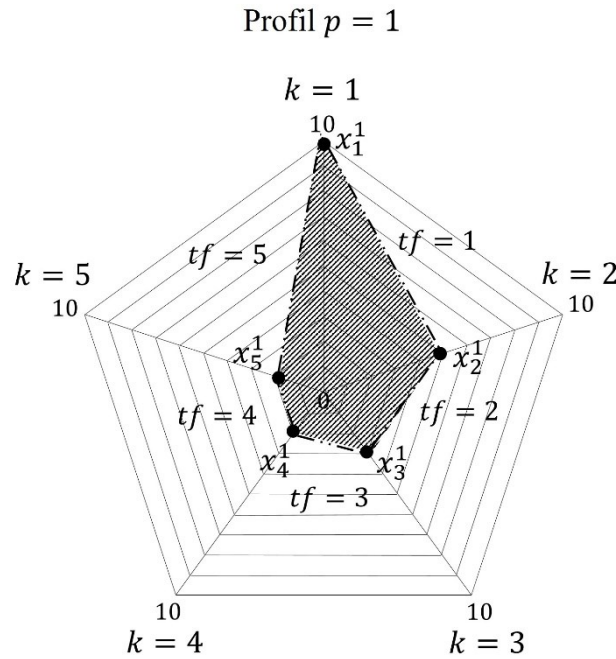


Abbildung 13: Teilflächenzerlegung eines Profils

Exemplarisch erfolgt eine Bestimmung der Flächeninhalte der Dreiecksflächen  $tf = 1$  und  $tf = 5$  des Profils  $p = 1$ .<sup>450</sup>

*Bestimmung des Flächeninhaltes der Teilfläche  $tf = 1$  des Profils  $p = 1$*

Im Folgenden wird zunächst der durch den sogenannten „Koordinatenursprung“ und die Ausprägungen der Beurteilungskriterien  $x_1^1$  und  $x_2^1$  aufgespannte Flächeninhalt der Dreiecksfläche  $(0, x_1^1, x_2^1)$  und somit  $tf = 1$  bestimmt (vgl. Abbildung 14).

<sup>450</sup> Ausführungen zur Bestimmung der Dreiecksflächen  $(0, x_2^1, x_3^1)$ ,  $(0, x_3^1, x_4^1)$  sowie  $(0, x_4^1, x_5^1)$  befinden sich im Anhang der vorliegenden Arbeit (vgl. Anhang I).

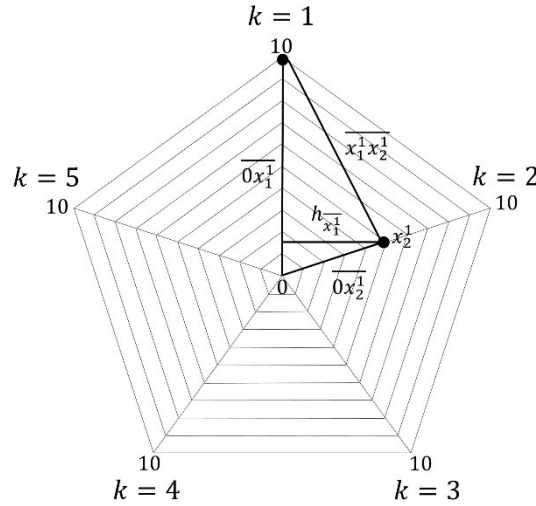


Abbildung 14: Flächendarstellung einer Teilfläche 1 eines multikriteriellen Profils

Für die Bestimmung des Flächeninhaltes sind die Ausprägungen der Strecken vom Koordinatenursprung zur Kriterienausprägung  $x_1^1$  ( $\overline{0x_1^1}$ ), vom Koordinatenursprung zur Kriterienausprägung  $x_2^1$  ( $\overline{0x_2^1}$ ), von Kriterienausprägung  $x_1^1$  zu Kriterienausprägung  $x_2^1$  ( $\overline{x_1^1 x_2^1}$ ) sowie die Höhe des Dreiecks ( $h_{x_1^1}$ ) erforderlich.

Während die Ausprägungen der Strecken  $\overline{0x_1^1}$  sowie  $\overline{0x_2^1}$  aufgrund der Kenntnis über die Kriterienausprägungen  $x_1^1$  und  $x_2^1$  gegeben sind, ist die Höhe des Dreiecks  $h_{x_1^1}$  noch zu ermitteln. Diese Höhe ist mit Hilfe der Definition der Sinusfunktion herleitbar.<sup>451</sup> Es ergibt sich für die Bestimmung der Höhe des Dreiecks auf Grundlage der Definition der Sinusfunktion folgende Gleichung (3.9):

$$h_{x_1^1} = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_2^1} \quad (3.9)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{360^\circ}{K}$$

Die Ausprägung des Winkels  $\alpha$  resultiert aus der Überlegung, dass die in dem Gitternetz angeordneten Kriterien äquidistant zueinander sind. Daher ergibt sich  $\alpha$  als Quotient aus  $360^\circ$  und der Anzahl der zu berücksichtigenden Kriterien.<sup>452</sup>

Mit der ermittelten Höhe  $h_{x_1^1}$  lässt sich der Flächeninhalt  $Fl_{tf}$  der Teilfläche  $tf = 1$  bestimmen (3.10):

<sup>451</sup> Die Sinusfunktion ist allgemein definiert als [vgl. z. B. Jung (2024), S. 20]:

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

<sup>452</sup> Bei fünf in Ansatz gebrachten Kriterien resultiert dementsprechend ein Winkel  $\alpha = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ .

$$Fl_1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_1^1} \cdot h_{x_1^1} \quad (3.10)$$

Bestimmung des Flächeninhaltes der Teilfläche  $tf = 5$  des Profils 1

In analoger Vorgehensweise ist der Flächeninhalt  $Fl_5$  der Teilfläche  $tf = 5$  und somit der Dreiecksfläche  $(0, x_5^1, x_1^1)$  zu bestimmen (vgl. Abbildung 15).

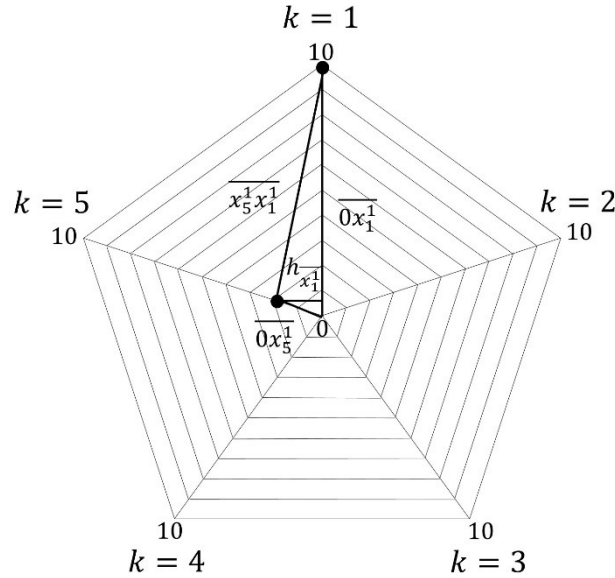


Abbildung 15: Flächendarstellung einer Teilfläche 5 eines multikriteriellen Profils

Es gilt wiederum bei Verwendung von (3.9) zur Bestimmung der Höhe des Dreiecks  $h_{x_1^1} = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_5^1}$  und damit unter Rückgriff auf (3.10) für den Flächeninhalt der Teilfläche  $tf = 5$ :

$$Fl_5 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_5^1} \cdot h_{x_1^1}$$

Im Folgenden wird nun eine allgemeine Vorgehensweise zur Bestimmung der Flächeninhalte von Profilen skizziert werden. Hierfür gelten folgende zusätzliche Symbole:



$V_{tf}^p := \{(x_k^p, x_l^p) | k, l \in \overline{K}, k \neq l, l = (k \bmod K) + 1\}$ <sup>453</sup> Menge der paarweisen Betrachtungen der Kriterienausprägungen  $x_k^p$  und  $x_l^p$  einer Teilfläche  $tf$  in Profil  $p$

$Fl_{tf}^p := (0, V_{tf}^p) = (0, x_k^p, x_l^p)$  Flächeninhalt der aus den Ausprägungen  $x_k^p$  und  $x_l^p$  der Kriterien  $k$  und  $l$  des Profils  $p$  und dem Koordinatenursprung resultierenden Teilfläche  $tf$

Wie oben angedeutet, können  $K$  Kriterien in Ansatz gebracht werden. Um sicherzustellen, dass benachbarte Kriterien zu einer Teilfläche  $tf$  zusammengefasst werden, wird die Menge der paarweisen Betrachtungen der Kriterien  $V_{tf}^p$  des Profils  $p$  gebildet. Diese besteht aus Zweiteupeln mit den Elementen  $(x_k^p, x_l^p)$ , wobei gilt  $k, l \in \overline{K}$ . Mit  $l = (k \bmod K) + 1$  wird gewährleistet, dass ausschließlich benachbarte Kriterien eine Teilfläche bilden. Bei fünf Kriterien ( $K = 5$ ) gilt z. B.:

$k$	$(k \bmod K)$	$l = (k \bmod K) + 1$	$V_{tf}^p = (x_k^p, x_l^p)$
1	$1 \bmod 5 = 1$	2	$V_1^p = (x_1^p, x_2^p)$
2	$2 \bmod 5 = 2$	3	$V_2^p = (x_2^p, x_3^p)$
3	$3 \bmod 5 = 3$	4	$V_3^p = (x_3^p, x_4^p)$
4	$4 \bmod 5 = 4$	5	$V_4^p = (x_4^p, x_5^p)$
5	$5 \bmod 5 = 0$	1	$V_5^p = (x_5^p, x_1^p)$

Da sich die Dreiecksflächen aus dem „Koordinatenursprung“ und den Kriterienausprägungen zweier benachbarter Kriterien ergeben, wird mit  $Fl_{tf}^p$  der Flächeninhalt einer Teilfläche  $tf$  bezeichnet. Dieser Flächeninhalt berücksichtigt den Koordinatenursprung „0“ und die paarweisen Betrachtungen der Kriterienausprägungen  $V_{tf}^p$ . Konkret resultieren bei bspw. fünf Teilflächen folgende Flächeninhalte:

$$\begin{aligned}
 Fl_1^p &= (0, V_1^p) = (0, x_1^p, x_2^p) & Fl_4^p &= (0, V_4^p) = (0, x_4^p, x_5^p) \\
 Fl_2^p &= (0, V_2^p) = (0, x_2^p, x_3^p) & Fl_5^p &= (0, V_5^p) = (0, x_5^p, x_1^p)
 \end{aligned}$$

<sup>453</sup> Zur Erläuterung der Operation  $k \bmod K$  (sprich:  $k$  modulo  $K$ ) werden exemplarisch zwei ganze Zahlen  $a$  und  $b$  betrachtet:  $a \bmod b := a - \left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor \cdot b$ . Bei Anwendung der Modulo-Rechnung wird der ganzzahlige Rest der Division der beiden Zahlen  $a$  und  $b$  ermittelt. Unter Rückgriff auf sog. Gaußklammern entspricht  $\left\lfloor \frac{a}{b} \right\rfloor$  dem abgerundeten, ganzzahligen Teil des Quotienten der beiden Zahlen [vgl. zur Modulo-Rechnung z. B. Hartmann (2015), S. 80 und S. 86]. Konkret ergibt sich exemplarisch für  $4 \bmod 5 := 4 - \left\lfloor \frac{4}{5} \right\rfloor \cdot 5 = 4 - [0,8] \cdot 5 = 4 - 0 \cdot 5 = 4$ .

$$Fl_3^p = (0, V_3^p) = (0, x_3^p, x_4^p)$$

Für die Dreiecksteilflächen  $Fl_{tf}^p$  mit  $tf = 1, \dots, Tf - 1$  gilt folgende Vorgehensweise:

Zur Bestimmung des Flächeninhaltes einer Teilfläche  $Fl_{tf}^p$  wird zunächst die jeweilige Höhe eines Dreieckes  $h_{x_k^p}^p$  benötigt. Diese ergibt sich allgemein aus  $h_{x_k^p}^p = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_l^p}$  (vgl. (3.9)). Damit gilt für die Flächeninhalte der Teilflächen  $Fl_{tf}^p = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_k^p} \cdot h_{x_k^p}^p$  (vgl. (3.10)).

Für die Dreiecksteilfläche  $tf = Tf$  und dementsprechend für die Kriterien  $k = K$  und  $l = 1$  und die korrespondierenden Ausprägungen  $x_K^p$  und  $x_1^p$  gilt dann für die Bestimmung des Sinus des zugehörigen Winkels  $\sin(\alpha) = \frac{h_{x_1^p}^p}{\overline{0x_K^p}}$  und damit für die Höhe  $h_{x_1^p}^p = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_K^p}$ . Somit ergibt sich der Flächeninhalt der letzten Teilfläche mit  $Fl_{tf=Tf}^p = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_K^p} \cdot h_{x_1^p}^p$ . Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich  $h_{x_1^p}^p$  hinsichtlich der Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = Tf$  unterscheiden kann. Dementsprechend wird für  $h_{x_1^p}^p$  ebenfalls der Index  $tf$  eingeführt und damit ergibt sich als Symbolmodifikation die Höhe  $h_{x_k^p}^{tf}$ . Damit wird einer Berücksichtigung unterschiedlicher Dreieckshöhen  $h_{x_1^p}^{tf=1}$  und  $h_{x_1^p}^{tf=5}$  Rechnung getragen. Der Gesamtflächeninhalt eines Profils  $Fl^p$  setzt sich also aus den Flächeninhalten der Teilflächen  $Fl_{tf}^p$  zusammen (vgl. (3.8)):

$$Fl_{ges}^p = \sum_{tf \in \overline{Tf^p}} Fl_{tf}^p \quad \forall p \in \overline{P}$$

Für fünf Teilflächen ( $tf = 1, \dots, Tf = 1, \dots, 5$ ) ergibt sich damit für (3.8) folgende ausformulierte Gleichung:

$$Fl_{ges}^p = Fl_1^p + Fl_2^p + Fl_3^p + Fl_4^p + Fl_5^p$$

Für die Teilflächen  $tf = 1, \dots, Tf - 1$  gilt dabei:

$$Fl_{tf}^p = (0, x_k^p, x_l^p) = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_k^p} \cdot h_{x_k^p}^{tf} \quad \forall tf \in \overline{Tf^p} \setminus \{Tf\} \quad (3.11)$$

$$\text{mit } h_{x_k^p}^{tf} = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_l^p}$$

Für Teilfläche  $tf = Tf$  gilt:

$$Fl_{tf=Tf}^p = (0, x_K^p, x_l^p) = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_K^p} \cdot h_{x_l^p}^{tf=Tf} \quad (3.12)$$

$$\text{mit } h_{x_l^p}^{tf=Tf} = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_K^p}$$

Damit lässt sich der Gesamtflächeninhalt eines Profils  $Fl^p$  folgendermaßen ermitteln (3.13):

$$Fl^p = \left( \sum_{k=1}^{K-1} \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_k^p} \cdot h_{x_k^p}^{tf} \right) + \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_K^p} \cdot h_{x_l^p}^{tf=Tf} \quad \forall p \in \overline{P} \quad (3.13)$$

Mit Gleichung (3.13) lassen sich die Gesamtflächeninhalte eines Profils  $Fl^p$  bestimmen. Dieser Flächeninhalt basiert einerseits auf der Annahme, dass lediglich benachbarte Teilflächen in Bezug zueinander gesetzt werden und andererseits auf der Überlegung, dass die Ausprägungen der Beurteilungskriterien als eindimensionale Punkte zu betrachten sind. Um differenziertere Analysen, wie z. B. die Bestimmung von Flächenschwerpunkten, vornehmen zu können, erfolgt im folgenden Teilkapitel die Flächenbestimmung anhand zweidimensionaler Koordinaten. Hierfür sind zunächst die eindimensionalen Kriterienausprägungen in zweidimensionale Koordinaten der Kriterienausprägungen zu transformieren.

### 3.1.2.3 Flächenbestimmung zweidimensionaler Koordinatenausprägungen

---

Für die folgenden Überlegungen sind die bisher als eindimensional angenommenen Ausprägungen von Beurteilungskriterien  $x_k^p$  eines Profils  $p$  in ein zweidimensionales Koordinatensystem zu überführen (vgl. Abbildung 16).

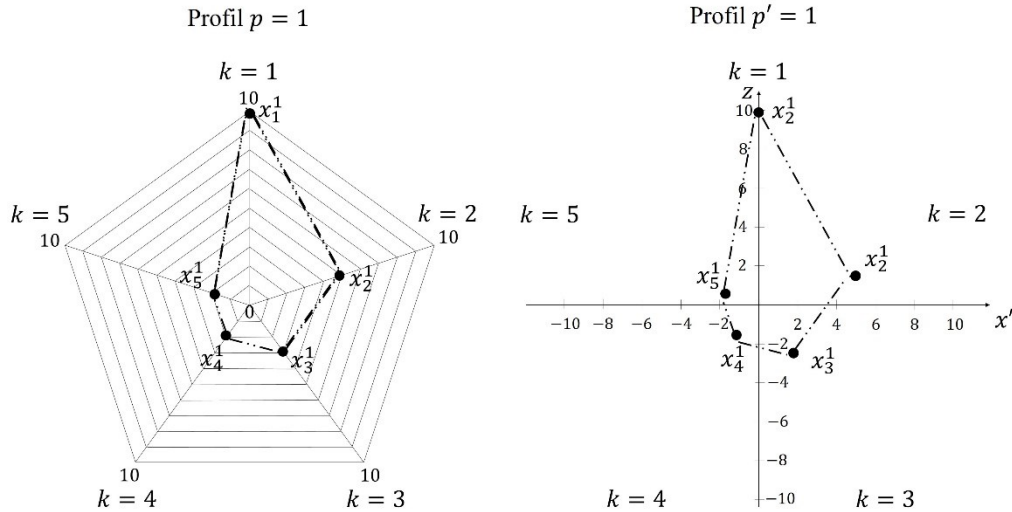


Abbildung 16: Profile eindimensionaler und zweidimensionaler Betrachtungsweise

Zur Durchführung der Überführung des Profils  $p = 1$  zum Profil  $p' = 1$  werden die künstlich erzeugten Achsen mit den Bezeichnungen  $x'$  (Abszisse) und  $z$  (Ordinate) eingeführt. Dabei entsprechen Ausprägungen von  $x'$  Referenzwerten für die Ausprägungen der Beurteilungskriterien. Demzufolge gilt aufgrund der im vorangegangenen Teilkapitel eingeführten Skala der Ausprägungen der Beurteilungskriterien  $x' \in [-10; 10]$ .

Für die Ausprägung eines Beurteilungskriteriums  $x_k^p$  eines Kriteriums  $k$  des Profils  $p$  gilt, dass dieses durch die zweidimensionalen Koordinaten  $(x'_{x_k^p} | z_{x_k^p})$  zu charakterisieren ist.

Exemplarisch für die Skizzierung der Koordinatenbestimmung dient die Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $x_2^1$ . Ziel der Überführung ist die Generierung der korrespondierenden Koordinaten  $(x'_{x_2^1} | z_{x_2^1})$  im zweidimensionalen Raum (vgl. Abbildung 17). Aus dem in Abbildung 17 dargestellten Ausschnitt von Abbildung 16 ist erkennbar, dass sich aus der Konstruktion der Referenzachsen  $x'$  und  $z$  sowie der Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $x_2^1$  zwei Dreiecke ergeben. Während sich bei Betrachtung der Ordinate  $z$  und der Ausprägung  $x_2^1$  das Dreieck mit dargestelltem Winkel  $\theta$  ergibt, resultiert bei Betrachtung der Abszisse  $x'$  und der Ausprägung  $x_2^1$  das Dreieck mit dem Winkel  $\alpha$ .

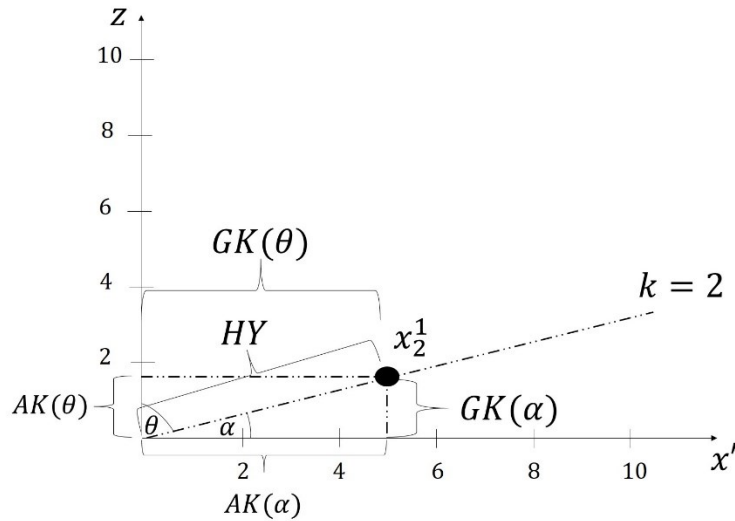


Abbildung 17: Illustration zur Überführung eindimensionaler Ausprägungen in zweidimensionale Koordinaten

Es gelten diese zusätzlichen Symbole:

$HY$	$:=$	Hypotenuse der aufgespannten Dreiecke mit $HY = x_k^p$
$GK(\alpha)$	$:=$	Gegenkathete des aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\alpha$
$GK(\theta)$	$:=$	Gegenkathete des aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\theta$
$AK(\alpha)$	$:=$	Ankathete des aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\alpha$
$AK(\theta)$	$:=$	Ankathete des aufgespannten Dreiecks mit Winkel $\theta$
$L_{x'}(x_k^p)$	$:=$	Lot einer Kriteriumsausprägung auf die Abszisse $x'$
$L_z(x_k^p)$	$:=$	Lot einer Kriteriumsausprägung auf die Ordinate $z$

Es ist aufgrund des vorangegangenen Teilkapitels bekannt, dass sich der aufgespannte Winkel zwischen zwei Kriteriumsausprägungen  $x_k^p$  aus  $\frac{360^\circ}{K}$  ergibt. Zur Überführung der eindimensionalen in zweidimensionale Koordinaten und der damit einhergehenden Berücksichtigung der Referenzachse  $x'$  ergeben sich verschiedene Möglichkeiten, wovon zwei skizziert werden. Einerseits kann der Winkel zwischen einer Kriteriumsausprägung  $x_k^p$  und der Ordinate  $z$  und andererseits der Winkel zwischen einer Kriteriumsausprägung  $x_k^p$  und der Abszisse  $x'$  berücksichtigt werden. Für die vorliegende Situation und die Ermittlung der zweidimensionalen Koordinatenausprägungen von  $x_2^1$  entspricht  $\alpha$  dem Winkel zwischen  $x_2^1$  und der Abszisse  $x'$  und  $\theta$  dem Winkel zwischen  $x_2^1$  und der Ordinate  $z$ . Da bekannt ist, dass die Ordinate  $z$  zugleich der Kriteriumsausprägung  $x_1^p$  entspricht und der Winkel  $\theta$  zwischen  $x_1^p$  und  $x_2^p$  dementsprechend die Ausprägung  $\frac{360^\circ}{K}$  annimmt,

ist ebenfalls bekannt, dass der Winkel  $\alpha$  zwischen  $x_2^p$  und der Abszisse  $x'$  die Ausprägung  $\alpha = 90^\circ - \frac{360^\circ}{K}$  annimmt.

Es gilt für die Gegenkathete des mit dem Winkel  $\alpha$  aufgespannten Dreiecks  $GK(\alpha)$ , dass sich diese aus dem Lot  $L_{x'}(x_2^1)$  der Kriteriumsausprägung  $x_2^1$  auf die Abszisse  $x'$  ergibt. Die Ausprägung dieses Lotes entspricht dann zugleich der Ordinaten-Koordinate  $z_{x_2^1}$ .

In Abgrenzung hierfür gilt für das Lot  $L_z(x_2^1)$  der Kriteriumsausprägung  $x_2^1$  auf die Ordinate  $z$ , dass die Ausprägung dieses Lotes der Abszissen-Koordinate  $x'_{x_2^1}$  entspricht.

Mit diesen Informationen können die Koordinaten sowohl auf Grundlage des Winkels  $\alpha$  als auch des Winkels  $\beta$  in zwei Schritten bestimmt werden.

Unter Verwendung der Sinusfunktion lässt sich bei Betrachtung des Dreiecks mit dem Winkel  $\alpha$  bzw. dem Winkel  $\theta$  zunächst das Lot  $L_{x'}(x_2^1)$  bzw.  $L_z(x_2^1)$  der Kriteriumsausprägung auf die Abszisse  $x'$  bzw. Ordinate  $z$  ermitteln (3.14a) bzw. (3.15a):

$$\sin(\alpha) = \frac{GK(\alpha)}{HY} = \frac{L_{x'}(x_2^1)}{x_2^1} \Leftrightarrow L_{x'}(x_2^1) = \sin(\alpha) \cdot x_2^1 \quad (3.14a)$$

bzw.

$$\sin(\theta) = \frac{GK(\theta)}{HY} = \frac{L_z(x_2^1)}{x_2^1} \Leftrightarrow L_z(x_2^1) = \sin(\theta) \cdot x_2^1 \quad (3.15a)$$

Da die Ausprägung des Lotes  $L_{x'}(x_2^1)$  bzw.  $L_z(x_2^1)$  der Koordinatenausprägung  $z_{x_2^1}$  bzw.  $x'_{x_2^1}$  entspricht, lässt sich mit Kenntnis dieses Lotes dann unter Rückgriff auf den Satz von Pythagoras die korrespondierende Abszissen- bzw. Ordinatenkoordinate ermitteln (3.14b) bzw. (3.15b):

$$AK(\alpha)^2 + GK(\alpha)^2 = HY^2 \Leftrightarrow (x'_{x_2^1})^2 + (L_{x'}(x_2^1))^2 = (x_2^1)^2 \quad (3.14b)$$

bzw.

$$AK(\theta)^2 + GK(\theta)^2 = HY^2 \Leftrightarrow (z_{x_2^1})^2 + (L_z(x_2^1))^2 = (x_2^1)^2 \quad (3.15b)$$

Aus Umstellung von (3.14b) bzw. (3.15b) ergibt sich dann die korrespondierende Ausprägung  $x'_{x_2^1}$  (3.14c) bzw.  $z_{x_2^1}$  (3.15c):

$$x'_{x_2^1} = \sqrt{(x_2^1)^2 - (L_{x'}(x_2^1))^2} \quad (3.14c)$$

bzw.

$$z_{x_2^1} = \sqrt{(x_2^1)^2 - (L_z(x_2^1))^2} \quad (3.15c)$$

Mit den geschilderten Vorgehensweisen werden Möglichkeiten präsentiert, die eindimensionalen Kriterienausprägungen  $x_k^p$  in zweidimensionale Koordinaten  $(x'_{x_2^1}|z_{x_2^1})$  zu transformieren.

Tabelle 9 stellt die korrespondierenden Vorgehensweisen zur Bestimmung der Koordinaten auf Grundlage des Winkels  $\alpha$  bzw.  $\theta$  zusammenfassend dar.

	Bestimmung der Koordinaten auf Grundlage des Winkels $\alpha$	Bestimmung der Koordinaten auf Grundlage des Winkels $\theta$
1. Schritt: Anwendung der Sinusfunktion	$\sin(\alpha) = \frac{GK(\alpha)}{HY} = \frac{L_{x'}(x_2^1)}{x_2^1}$ Daraus ergibt sich $L_{x'}(x_2^1) = \sin(\alpha) \cdot x_2^1$ und damit $L_{x'}(x_2^1) = z_{x_2^1}$	$\sin(\theta) = \frac{GK(\theta)}{HY} = \frac{L_z(x_2^1)}{x_2^1}$ Daraus ergibt sich $L_z(x_2^1) = \sin(\theta) \cdot x_2^1$ und damit $L_z(x_2^1) = x'_{x_2^1}$
2. Schritt: Anwendung des Satzes von Pythagoras <sup>454</sup>	$AK(\alpha)^2 + GK(\alpha)^2 = HY^2$ Daraus ergibt sich $(x'_{x_2^1})^2 + (L_{x'}(x_2^1))^2 = (x_2^1)^2$ und damit $x'_{x_2^1} = \sqrt{(x_2^1)^2 - (L_{x'}(x_2^1))^2}$	$AK(\theta)^2 + GK(\theta)^2 = HY^2$ Daraus ergibt sich $(z_{x_2^1})^2 + (L_z(x_2^1))^2 = (x_2^1)^2$ und damit $z_{x_2^1} = \sqrt{(x_2^1)^2 - (L_z(x_2^1))^2}$
Resultierende Koordinaten:	$(x'_{x_2^1} z_{x_2^1})$	$(x'_{x_2^1} z_{x_2^1})$

Tabelle 9: Zusammenfassung zweier Möglichkeiten zur Bestimmung zweidimensionaler Koordinaten auf Grundlage eindimensionaler Kriterienausprägungen

Auf Grundlage dieser Vorgehensweise lassen sich alle zu betrachtenden eindimensionalen Kriterienausprägungen in zweidimensionale Koordinaten transformieren. Für einen Fall eines Profils  $p = 1$  mit fünf Kriterien  $k = 1, \dots, 5$  resultieren demnach folgende Koordinaten:

<sup>454</sup> Bei Euclides Buch I, Präposition 47 heißt es zum Satz des Pythagoras: „Am rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der dem rechten Winkel gegenüberliegenden Seite den Quadraten über den den rechten Winkel umfassenden Seiten zusammen gleich“ [Euclides (1995), S. 32]. Damit ist also gemeint, dass in einem rechtwinkligen Dreieck die Fläche des Quadrats über der Hypotenuse der Summe der Flächen der Quadrate über den beiden Katheten entspricht.

$$(x'_{x_1}|z_{x_1^1}), (x'_{x_2}|z_{x_2^1}), (x'_{x_3}|z_{x_3^1}), (x'_{x_4}|z_{x_4^1}), (x'_{x_5}|z_{x_5^1})$$

Eine zum oben dargestellten Ansatz alternative Vorgehensweise beruht auf der Transformation sogenannter Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten.<sup>455</sup> Die Polarkoordinaten eines Punktes ergeben sich aus dem Abstand des Punktes von einem festgelegten Nullpunkt und dem Winkel zwischen dem Punkt und der Polarachse (hier  $x'$ ).<sup>456</sup> Zur Verdeutlichung wird Abbildung 18 herangezogen, in der sowohl die bereits bekannte Gitternetz- als auch eine Polarsystemdarstellung enthalten sind. Der Pol des Koordinatensystems entspricht dem Schnittpunkt der Achsen  $x'$  und  $z$ . Jede Ausprägung eines Beurteilungskriteriums (hier exemplarisch  $x_2^1$ ) ist durch die Ausprägung selbst und durch einen Winkel  $\alpha$  als Abstand von der Polachse  $x'$  charakterisiert.<sup>457</sup>

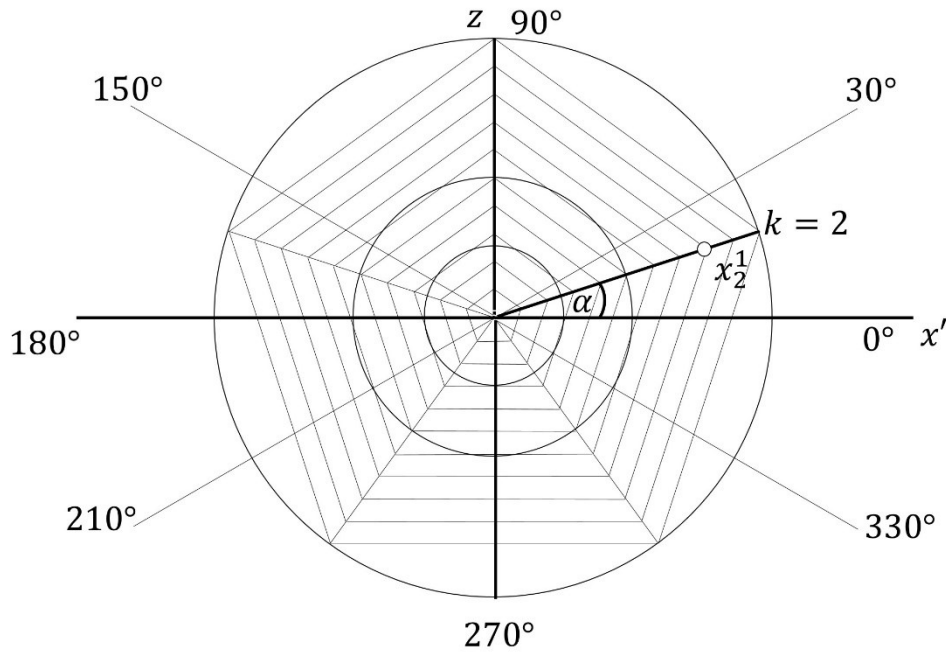


Abbildung 18: Polarkoordinatensystem

Zur Überführung der Polkoordinaten in ein kartesisches Koordinatensystem mit einer Abszissen- (hier  $x'_{x_k^p}$ ) und Ordinatenausprägung (hier  $z_{x_k^p}$ ) können dann folgende Gleichungen (3.16) und (3.17) in Ansatz gebracht werden:

$$x'_{x_k^p} = x_k^p \cdot \cos(\alpha) \quad (3.16)$$

$$z_{x_k^p} = x_k^p \cdot \sin(\alpha) \quad (3.17)$$

<sup>455</sup> Vgl. o. V. (2025).

<sup>456</sup> Vgl. zu Polarkoordinaten und deren Überführung in kartesische Koordinaten z. B. Bronstein et al. (2001), S. 196-197.

<sup>457</sup> Vgl. Bronstein et al. (2001), S. 196.



Die oben in Tabelle 9 geschilderte Vorgehensweise stellt eine recht ausführliche Herleitung der Bestimmungsgleichung (3.16) und (3.17) dar, die der Überführung von Polarkoordinaten in kartesische Koordinaten dienen. Beide Vorgehensweisen führen somit zu identischen Koordinatenausprägungen. Dabei ist unmittelbar ersichtlich, dass die Polarkoordinaten-Methode wesentlich weniger Aufwand erfordert, als die in Tabelle 9 geschilderte Vorgehensweise.

Mit Hilfe der in ein Koordinatensystem überführten Koordinaten lässt sich darauf aufbauend eine die Kriterienausprägungen umfassende Fläche konstruieren. Bei Gegenüberstellung der Flächeninhalte zweier Profile können dann Aussagen zu Größenunterschieden und dementsprechend zur Kompatibilität abgeleitet werden.

In Analogie zu den Ausführungen zu den Distanzmaßen (vgl. Kapitel 3.1.1) lassen sich nun zum einen ungerichtete und zum anderen gerichtete Kompatibilitätsüberlegungen anstellen.

Eine ungerichtete Kompatibilität fokussiert ohne Berücksichtigung profileseitiger Überdeckungen bzw. Überschüsse die absolute Differenz der Flächeninhalte. Eine vollständige Kompatibilität zweier Profile  $p = 1$  und  $p = 2$  liegt genau dann vor, wenn die Flächeninhalte beider Profile  $Fl^p$  identisch sind und damit  $Fl^1 = Fl^2$  gilt. Das bedeutet, dass für den Flächeninhaltsunterschied  $\Delta Fl_{p,p'} = 0$  gilt. Eine vollständige Inkompatibilität tritt auf, wenn der Flächeninhaltsunterschied  $\Delta Fl_{p,p'}$  die größtmögliche Ausprägung  $\Delta Fl_{p,p'}^{max}$  aufweist. Das ist dann der Fall, wenn die Kriterien eines Profils die größtmöglichen Ausprägungen (hier: 10) und die des anderen Profils die kleinstmöglichen Ausprägungen (hier: 0) annehmen. Um eine Beurteilung der Kompatibilität in Abhängigkeit der Flächeninhaltsdifferenz vorzunehmen, wird deren Ausprägung in das Intervall  $[0; 1]$  überführt. Es liegt also eine vollständige ungerichtete Kompatibilität zweier Profile  $KT_{p,p'} = 1$  vor, wenn  $\Delta Fl_{p,p'} = 0$  gilt. In Abgrenzung hierzu tritt vollständige Inkompatibilität  $KT_{p,p'} = 0$  auf, wenn  $\Delta Fl_{p,p'} = \Delta Fl_{p,p'}^{max}$  gilt. Mit zunehmender Flächeninhaltsdifferenz nimmt demzufolge die Kompatibilität der Profile ab. Wird ein linearer Zusammenhang zwischen Zunahme des Flächeninhaltsunterschieds und der Kompatibilität unterstellt, lässt sich bspw. (3.18) folgende Bestimmungsgleichung verwenden:

$$KT_{p,p'}(\Delta Fl_{p,p'}) = \begin{cases} 1 & \text{für } \Delta Fl_{p,p'} = 0 \\ 1 - \frac{\Delta Fl_{p,p'}}{\Delta Fl_{p,p'}^{max}} & \text{für } 0 < \Delta Fl_{p,p'} < \Delta Fl_{p,p'}^{max} \\ 0 & \text{für } \Delta Fl_{p,p'} = \Delta Fl_{p,p'}^{max} \end{cases} \quad (3.18)$$

Mit einem gerichteten Kompatibilitätsmaß  $KT_{p,p'}^{ger}$  können nun profilseitige Über- und Unterdeckungen berücksichtigt werden. Hierfür wird eine Normierung der Kompatibilität in Abhängigkeit des Flächenunterschieds auf das Intervall  $[-1; 1]$  vorgenommen. Dabei entspricht dann  $KT_{p,p'}^{ger} = 0$  einer vollständigen Kompatibilität,  $KT_{p,p'}^{ger} > 0$  einer Überdeckung der Fläche des Profils  $p$  gegenüber  $p'$  und  $KT_{p,p'}^{ger} < 0$  einer Unterdeckung der Fläche des Profils  $p$  gegenüber  $p'$ . Zur Bestimmung der gerichteten Kompatibilität kann dann Gleichung (3.19) verwendet werden:

$$KT_{p,p'}^{ger}(\Delta Fl_{p,p'}) = \frac{Fl_p - Fl_{p'}}{\Delta Fl_{p,p'}^{max}} \quad (3.19)$$

Dieses Maß bietet im Kontext entscheidungsorientierter Analysen den Vorteil, gezielte Maßnahmen zur Beseitigung oder ggf. zur Verstärkung profilspezifischer Überschüsse bzw. Unterdeckungen abzuleiten.

Zudem kann es unter Umständen sinnvoll sein, den Flächenschwerpunkt beider Profile zu ermitteln. Dessen Ermittlung wird in der vorliegenden Arbeit mit der Flächenschwerpunktmethode vorgenommen. Der Flächenschwerpunkt gibt bei der profilweisen Betrachtung von Beurteilungskriterien die mittlere Lage der Kriterienausrägungen im geometrischen Raum wieder und stellt dementsprechend ein geometrisches Lagemaß dar. Dies entspricht dem Punkt, an dem sich die Profilfläche aufgrund der Kriterienausrägungen im Gleichgewicht befinden würde.

#### 3.1.2.4 Flächenschwerpunkt als Lagemaß

---

Auf Grundlage der im vorangegangenen Teilkapitel (vgl. Kapitel 3.1.2.3) dargestellten Überführung der eindimensionalen Ausprägungen von Beurteilungskriterien eines Profils in zweidimensionale Koordinaten kann nun die Flächenschwerpunktmethode zur Identifikation eines Flächenschwerpunktes als Lagemaß eingeführt werden.

Die folgenden Ausführungen zur Flächenschwerpunktmethode basieren maßgeblich auf Spengler/Herzog (2023).<sup>458</sup> Zur Erläuterung des aus einem physikalischen Kontext

---

<sup>458</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 14-18.

stammenden Terminus Schwerpunkt wird in Anlehnung an Spengler/Herzog (2023) ein recht einfach gehaltenes Beispiel herangezogen:<sup>459</sup>

Es wird eine Wippe auf einem Kinderspielfeld mit den Schenkellängen  $WL_1$  und  $WL_2$  und einer Gesamtlänge von  $WL = WL_1 + WL_2$  betrachtet. Diese Länge wird auf der Abszisse  $BA$  als Bezugsachse abgetragen. An den Enden der Wippe befindet sich jeweils ein Kind  $q$  mit  $q = 1$  bei  $BA_1$  und  $q = 2$  bei  $BA_2$  mit einer Masse  $ma_1$  des ersten Kindes bzw.  $ma_2$  des zweiten Kindes, welche aus Vereinfachungsgründen als Punkte und nicht als Körper betrachtet werden. Mit diesem Schwerpunkt geht man der Frage nach, bei welchem Punkt der Wippensockel zu befestigen ist, damit sich die Wippe in Abhängigkeit der Masse der Kinder und der Schenkellängen im Gleichgewicht befindet.

Die Koordinate des Massenschwerpunktes  $BA_{SP}$  auf der Abszisse lässt sich allgemein mit folgender Bestimmungsgleichung ermitteln (3.20):<sup>460</sup>

$$BA_{SP} = \frac{\sum_{q=1}^2 ma_q \cdot BA_q}{\sum_{q=1}^2 ma_q} \quad (3.20)$$

Der Zähler des Quotienten der Bestimmungsgleichung (3.20) entspricht der mit den Koordinaten der Endpunkte der Wippe gewichteten Massen der Kinder und der Nenner entspricht der Gesamtmasse beider Kinder.

In einem ersten nun zu betrachtenden Fall soll für die Masse der Kinder  $ma_1 = ma_2$  gelten. Damit ergibt sich für (3.20) folgende Gleichung zur Ermittlung des Schwerpunktes:

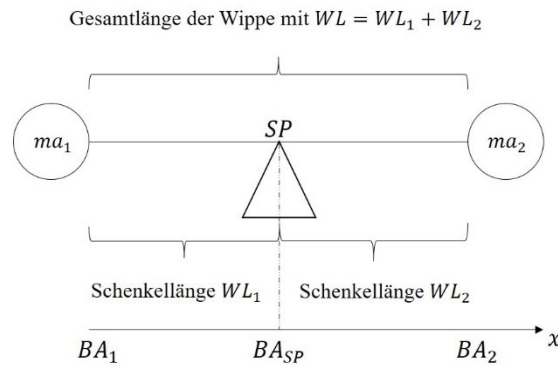
$$\begin{aligned} BA_{SP} &= \frac{ma_1 \cdot BA_1 + ma_2 \cdot BA_2}{ma_1 + ma_2} = \frac{ma \cdot BA_1 + ma \cdot BA_2}{ma + ma} = \frac{ma \cdot (BA_1 + BA_2)}{2 \cdot ma} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (BA_1 + BA_2) \end{aligned}$$

Der Schwerpunkt der Wippe und dementsprechend der Masse der beiden Kinder ist schlussfolgernd in der Mitte der Wippe zu verorten und demzufolge bei  $BA_{SP} = \frac{WL}{2}$  (vgl. Abbildung 19). Für die Schenkellängen gilt dann  $WL_1 = WL_2 = \frac{WL}{2}$ .

---

<sup>459</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 14.

<sup>460</sup> Vgl. z. B. Kabus (2009), S. 57-58.


 Abbildung 19: Wippe mit mittigem Schwerpunkt<sup>461</sup>

Im zweiten nun zu betrachtenden Fall wird für die Masse der Kinder  $ma_1 > ma_2$  mit  $ma_1 = 40$  und  $ma_2 = \frac{1}{2} \cdot ma_1$  angenommen. Zudem sollen  $BA_1 = 0$  sowie  $WL = 10$  und demzufolge  $BA_2 = 10$  gelten.<sup>462</sup>

Daraus resultiert für die Bestimmung der Schwerpunktkoordinate  $BA_{SP}$  unter Rückgriff auf (3.20):

$$BA_{SP} = \frac{ma_1 \cdot BA_1 + ma_2 \cdot BA_2}{ma_1 + ma_2} = \frac{40 \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 10}{40 + \frac{1}{2} \cdot 40} = \frac{40 \cdot 0 + 20 \cdot 10}{40 + 20} = 3, \bar{3}$$

Hieraus lassen sich die Ausprägungen der Schenkellängen  $WL_1$  und  $WL_2$  ableiten. Es gilt offensichtlich für  $WL_1 = 3, \bar{3}$  und dementsprechend für  $WL_2 = 10 - 3, \bar{3} = 6, \bar{6}$ . Eine Erhöhung der Masse eines Kindes (in diesem Fall der Masse von Kind  $q = 1$ ) führt also zur Verschiebung des Massenschwerpunktes in Richtung dieses Kindes und damit in Richtung der Position  $BA_1$  (vgl. Abbildung 20). Der Masseschwerpunkt stellt somit den mit den Massen der Objekte, in dem Fall der Kinder, gewichteten Mittelwert der Positionen der Objekte dar.<sup>463</sup>

<sup>461</sup> In Anlehnung an Spengler/Herzog (2023), S. 14.

<sup>462</sup> Aus Vereinfachungsgründen werden auf konkrete Einheiten für die Länge der Wippe und für die Masse der Kinder verzichtet.

<sup>463</sup> Vgl. Van Dongen (2021), S. 18.

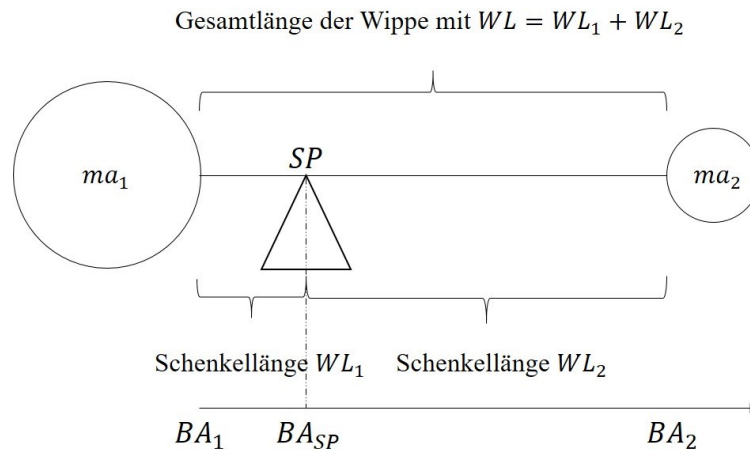


Abbildung 20: Wippe mit verlagertem Schwerpunkt<sup>464</sup>

Die geschilderten Ausführungen zum Massenschwerpunkt sind bei Vernachlässigung der Masse und dementsprechend der Dichte eines Körpers analog auf einen Flächenschwerpunkt übertragbar. Der Flächenschwerpunkt einer Fläche gibt damit an, wo der Schwerpunkt eines Profils und damit der sogenannten „Masse“ der Kriterienausprägungen zu verorten ist.

Da es sich bei einem Profil wiederum um eine zusammengesetzte Fläche aus verschiedenen Teilflächen handelt, muss zunächst erneut eine Zerlegung in Teilflächen ( $tf = 1, \dots, 5$ ) vorgenommen werden (vgl. Abbildung 21).

<sup>464</sup> In Anlehnung an Spengler/Herzog (2023), S. 14.

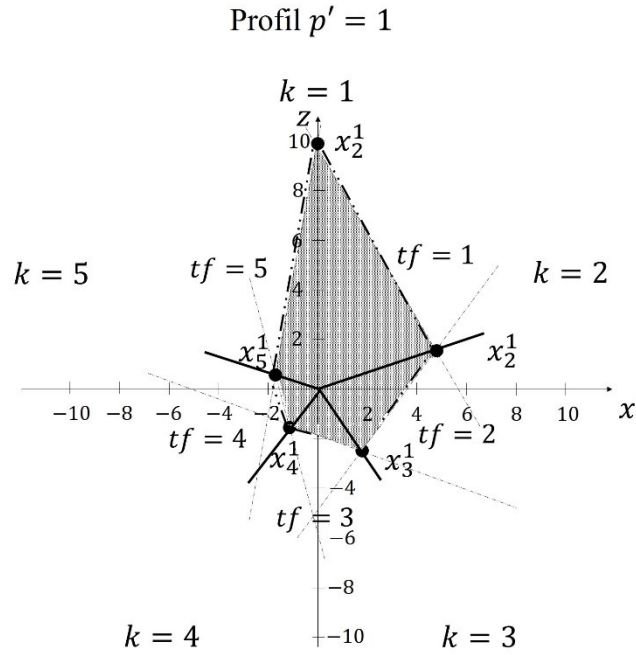


Abbildung 21: Zerlegung einer durch zweidimensionale Koordinaten aufgespannten Profilfläche

Es gelten folgende zusätzliche Symbole:

$x'_{SP,tf,p}$  := Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes einer Teilfläche  $tf$  eines Profils  $p$

$x'_{SP,p}$  := Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes eines Profils  $p$

$z_{SP,tf,p}$  := Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes einer Teilfläche  $tf$  eines Profils  $p$

$z_{SP,p}$  := Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes eines Profils  $p$

Grundsätzlich lässt sich der Flächenschwerpunkt mit Hilfe der Integralrechnung bestimmen. Die Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x'_{SP,tf,p}$  bzw. Ordinatenkoordinate  $z_{SP,tf,p}$  einer Teilfläche  $tf$  eines Profils  $p$  erfolgt dann mit folgender allgemeiner Gleichung (3.21) bzw. (3.22):<sup>465</sup>

$$x'_{SP,tf,p} = \frac{\int x' z dx'}{\int z dx'} \quad (3.21)$$

bzw.

$$z_{SP,tf,p} = \frac{\int z x' dz}{\int x' dz} \quad (3.22)$$

<sup>465</sup> Vgl. zur Herleitung der Gleichungen (3.19) und (3.20) Anhang II der vorliegenden Arbeit oder Spengler/Herzog (2023), S. 15-17.

Die Koordinaten des Gesamtflächenschwerpunktes ergeben sich dann aus der Aggregation der Teilflächenschwerpunkte. Es gilt für die Abszissen- bzw. Ordinatenkoordinate des Gesamtflächenschwerpunktes eines Profils  $p$  (3.23) bzw. (3.24):

$$x'_{SP,p} = \frac{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} (\int x' z dx')_{tf}}{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} (\int z dx')_{tf}} \quad (3.23)$$

bzw.

$$z_{SP,p} = \frac{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} (\int z x' dz)_{tf}}{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} (\int x' dz)_{tf}} \quad (3.24)$$

Da in der vorliegenden Arbeit durchgehend von linearen Polygonzügen zwischen den Ausprägungen der Beurteilungskriterien ausgegangen wird, kann eine Vereinfachung der Integralgleichungen vorgenommen werden.<sup>466</sup> Dieser Vereinfachung folgend kann grundsätzlich folgende Gleichung zur Bestimmung der Abszissen- bzw. Ordinatenkoordinate des Gesamtflächenschwerpunktes in Ansatz gebracht werden (3.25) bzw. (3.26):<sup>467</sup>

$$x'_{SP,p} = \frac{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} x'_{SP,tf,p} \cdot Fl_{tf}^p}{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} Fl_{tf}^p} \quad (3.25)$$

$$z_{SP,p} = \frac{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} z_{SP,tf,p} \cdot Fl_{tf}^p}{\sum_{tf \in \overline{Tfp}} Fl_{tf}^p} \quad (3.26)$$

Da es sich bei den zu betrachtenden Flächen zudem um Dreiecke handelt, kann eine zusätzliche Vereinfachung vorgenommen werden. Bei Dreiecksflächen ergibt sich der Flächenschwerpunkt aus einem Drittel der separat addierten Ausprägungen der Abszissen- bzw. Ordinatenkoordinaten der Eckpunkte.<sup>468</sup> In Anlehnung an die dieser Arbeit zugrundeliegenden Symbolik und Abbildung 21 wird eine Teilfläche  $tf$  eines Profils  $p = 1$  mit den Eckpunkten  $A, B$  und  $C$  und den korrespondierenden Koordinaten  $(0,0)$ ,  $(x'_{x_1}|z_{x_1})$  und  $(x'_{x_2}|z_{x_2})$  näher beleuchtet (vgl. Abbildung 22).

---

<sup>466</sup> Die Anwendung der Integralrechnung zur Bestimmung eines Flächenschwerpunktes erfolgt in Kapitel 3.2.2.2.4.3 der vorliegenden Arbeit im Kontext der Vorstellung ausgewählter Defuzzifizierungsmethoden zur Transformation einer unscharfen Outputmenge in eine scharfe Outputgröße.

<sup>467</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 34.

<sup>468</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 37.

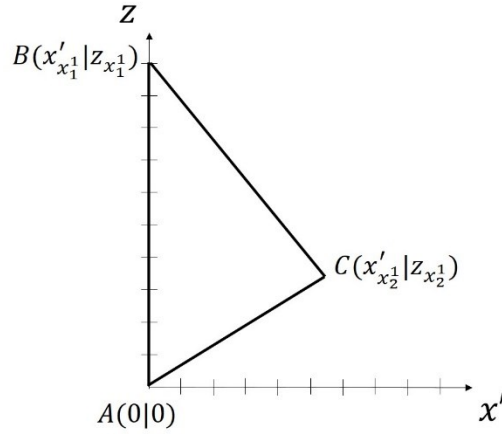


Abbildung 22: Dreiecksfläche zur Illustration der Flächenschwerpunktbestimmung von Dreiecken

Der Flächenschwerpunkt eines Dreiecks entspricht dem Schnittpunkt der Seitenhalbierenden.<sup>469</sup> In Vektorschreibweise ergeben sich für die Punkte A, B und C die Vektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  und  $\vec{c}$ :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} x'_{x_1} \\ z_{x_1} \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} x'_{x_2} \\ z_{x_2} \end{pmatrix}$$

Für  $\vec{s}_{AB}$ ,  $\vec{s}_{AC}$  und  $\vec{s}_{BC}$  als Vektoren der Seitenhalbierenden gilt:

$$\vec{s}_{AB} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \frac{1}{2} \cdot \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x'_{x_1} \\ z_{x_1} \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \frac{x'_{x_1}}{2} \\ \frac{z_{x_1}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{s}_{AC} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \cdot \left( \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x'_{x_2} \\ z_{x_2} \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \frac{x'_{x_2}}{2} \\ \frac{z_{x_2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$\vec{s}_{BC} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \cdot \left( \begin{pmatrix} x'_{x_1} \\ z_{x_1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x'_{x_2} \\ z_{x_2} \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \frac{(x'_{x_1} + x'_{x_2})}{2} \\ \frac{(z_{x_1} + z_{x_2})}{2} \end{pmatrix}$$

Nach Bestimmung der Ausprägung der Seitenhalbierenden ist nun der Flächenschwerpunkt des Dreiecks SP zu ermitteln. Der Vektor  $\vec{s}_P$  des Flächenschwerpunktes SP kann nun bspw. mit Hilfe von  $\vec{s}_{AC}$  und dem Punkt B bestimmt werden (vgl. Abbildung 23).

<sup>469</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 36.



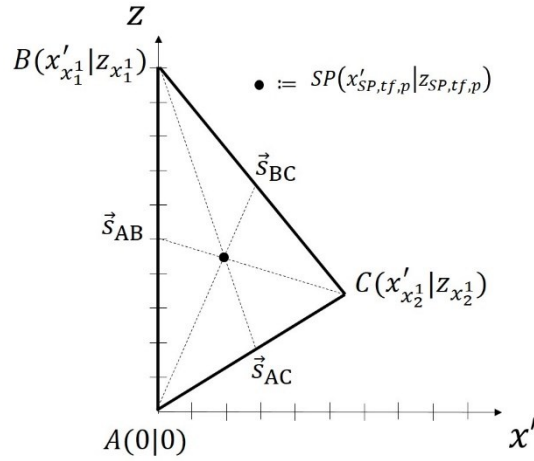


Abbildung 23: Seitenhalbierende eines Dreiecks als Grundlage der Flächenschwerpunktbestimmung

Für den Vektor  $\overrightarrow{s_{AC}B}$  gilt:

$$\overrightarrow{s_{AC}B} = \vec{b} - \vec{s}_{AC} = \begin{pmatrix} x'_1 \\ z_1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{x'_2}{2} \\ \frac{z_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_1 - \frac{x'_2}{2} \\ z_1 - \frac{z_2}{2} \end{pmatrix}$$

Es ist bekannt, dass der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden ein Dreieck im Verhältnis von 1:2 zerteilt und dass der Schnittpunkt näher an der Bezugskante (Strecke AC) liegt als am gegenüberliegenden Eckpunkt (Punkt B).<sup>470</sup>

Für den Vektor  $\overrightarrow{sp}$  des Flächenschwerpunktes SP gilt hierauf aufbauend:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{sp} &= \vec{s}_{AC} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{s_{AC}B} = \begin{pmatrix} \frac{x'_2}{2} \\ \frac{z_2}{2} \end{pmatrix} + \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} x'_1 - \frac{x'_2}{2} \\ z_1 - \frac{z_2}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x'_2}{2} \\ \frac{z_2}{2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{x'_1}{3} - \frac{x'_2}{6} \\ \frac{z_1}{3} - \frac{z_2}{6} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \frac{x'_1}{3} + \frac{x'_2}{3} \\ \frac{z_1}{3} + \frac{z_2}{3} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Aus einer alternativen Formulierung für die Bestimmungsgleichung  $\overrightarrow{sp}$  wird deutlich, dass zur Bestimmung des Flächenschwerpunktes eines Dreieckes lediglich die Koordinaten der drei Eckpunkte benötigt werden. Es gilt (3.27):<sup>471</sup>

$$\overrightarrow{sp} = \vec{s}_{AC} + \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{s_{AC}B} = \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) + \frac{1}{3} \cdot (\vec{b} - \vec{s}_{AC}) =$$

<sup>470</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 37.

<sup>471</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 37.

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) + \frac{1}{3} \cdot \left( \vec{b} - \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) + \frac{1}{3} \cdot \vec{b} - \frac{1}{6} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = \frac{1}{2} \cdot \vec{a} + \frac{1}{2} \cdot \vec{c} + \frac{1}{3} \cdot \vec{b} - \frac{1}{6} \cdot \vec{a} - \frac{1}{6} \cdot \vec{c} = \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \vec{a} + \frac{1}{3} \cdot \vec{b} + \frac{1}{3} \cdot \vec{c} = \frac{1}{3} \cdot (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) = \\
 &= \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 + x'_{x_1} + x'_{x_2} \\ 0 + z_{x_1} + z_{x_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x'_{SP,tf,p} \\ z_{SP,tf,p} \end{pmatrix} \tag{3.27}
 \end{aligned}$$

Neben den Koordinaten des Flächenschwerpunktes  $(x'_{SP,tf,p} | z_{SP,tf,p})$  wird zudem der Flächeninhalt der Teilfläche  $tf$  zur Anwendung der Bestimmungsgleichungen (3.23) und (3.24) benötigt. Für das vorliegende Dreieck (vgl. Abbildung 23) lässt sich der Flächeninhalt  $Fl_{tf}^p$  folgendermaßen ermitteln (3.28):

$$Fl_1^1 = \frac{1}{2} \cdot z_{x_1} \cdot x'_{x_2} \tag{3.28}$$

Gleichung (3.28) entspricht der basalen Überlegung, dass der Flächeninhalt eines Dreiecks (hier:  $Fl_1^1$ ) aus der halbierten Multiplikation der Grundseite (hier:  $z_{x_1}$ ) mit der Höhe des Dreiecks (hier:  $x'_{x_2}$ ) resultiert.

Nach Ermittlung der Flächenschwerpunktkoordinaten sämtlicher Teilflächen und korrespondierender Flächeninhalte der Teilflächen lassen sich diese mittels (3.27) und (3.28) zu den Koordinaten des Gesamtflächenschwerpunktes aggregieren.

Daraus kann dann abgeleitet werden, wo die „Masse“ der Ausprägungen der Beurteilungskriterien eines Profils zu verorten ist. Unter Umständen kann es jedoch von Bedeutung sein, nicht nur den Gesamtflächenschwerpunkt eines Profils zu ermitteln, sondern auf einer niedrigeren Aggregationsebene die Schwerpunkte einzelner Teilflächen- bzw. Teilflächenkombinationen zu betrachten. Dies kann z. B. relevant werden, wenn nicht die Ausprägungen sämtlicher Beurteilungskriterien zweier Profile miteinander in Bezug zu setzen sind, sondern lediglich ein Vergleich ausgewählter Ausprägungen von Beurteilungskriterien vorzunehmen ist. Hierfür kann es dann dienlich

sein, sämtliche denkbare Kombinationen der Beurteilungskriterien zu betrachten und dementsprechend die Potenzmenge<sup>472</sup> der Kriterien zu bilden.

Bei bspw. fünf Kriterien resultieren als Potenzmenge von  $\bar{K}$ :  $\mathfrak{P}(\bar{K}) = 2^5 - 1 = 31$ . Da die leere Menge zwar auch Teil der Potenzmenge ist, aber für die Gegenüberstellung zweier Profile keine Relevanz besitzt, sind 31 Teilflächen  $tf$  ( $tf = 1, \dots, 31$ ) der Kriterienausprägungen  $x_k^p$  eines Profils  $p$  zu formulieren (vgl. Tabelle 10). Es werden also aus einem Profil  $p = 1$  Teilprofile in Form von Teilmengen  $tf$  gebildet.

---

<sup>472</sup> Mit Permutationen, Variationen und Kombinationen werden drei Klassen kombinatorischer Fragestellungen behandelt. Während Permutationen Anordnungen von Elementen in einer bestimmten Reihenfolge darstellen, entsprechen Variationen einer Auswahl von Elementen unter Berücksichtigung der Reihenfolge der Elemente. Kombinationen stellen ebenfalls eine Auswahl von Elementen dar, wobei jedoch keine Berücksichtigung der Reihenfolge der Elemente erfolgt [vgl. Ohse (1998), S. 50-54]. Die Bildung der Potenzmenge stellt eine sogenannte Kombinationsbildung ohne Wiederholung dar. Die Anzahl der Kombinationen  $C$  von  $m$  aus  $N$  Elementen ohne Wiederholung lässt sich mit Gleichung (3.29) ermitteln:

$$C(m, N) = \binom{N}{m} = \frac{N!}{m! \cdot (N-m)!} \quad (3.29)$$

Exemplarisch wird eine Menge  $\bar{N} := \{n | n = 1, 2, 3\}$  näher beleuchtet. Es gelten für die Anzahl der Kombinationen mit  $m = 0, 1, 2, 3$ :

$$C(0, 3) = \binom{3}{0} = \frac{3!}{0! \cdot (3-0)!} = \frac{6}{6} = 1$$

$$C(1, 3) = \binom{3}{1} = \frac{3!}{1! \cdot (3-1)!} = \frac{6}{2} = 3$$

$$C(2, 3) = \binom{3}{2} = \frac{3!}{2! \cdot (3-2)!} = \frac{6}{2} = 3$$

$$C(3, 3) = \binom{3}{3} = \frac{3!}{3! \cdot (3-3)!} = \frac{6}{6} = 1$$

Für die Anzahl der Elemente der Potenzmenge von  $\bar{N}$  gilt dann:

$$|\mathfrak{P}(\bar{N})| = \binom{3}{0} + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = \sum_{m=0}^3 \binom{3}{m} = 2^3 = 8$$

Mit anderen Worten werden zur Bildung der Potenzmenge alle Teilmengen der Menge, inklusive der leeren Menge ( $m = 0$ ) und der Menge selbst ( $m = N$ ), gebildet. Es gibt für ein Element der Menge  $\bar{N}$  genau zwei Ausprägungsmöglichkeiten: Entweder ein Element der Menge  $\bar{N}$  ist Element einer Teilmenge oder es ist kein Element der Teilmenge.

Lfd. Nr. der Teilmengen $tf$	Menge mit den Elementen $x_k^p$	Lfd. Nr. der Teilmengen $tf$	Menge mit den Elementen $x_k^p$
1	$\{x_1^1\}$	17	$\{x_1^1, x_2^1, x_4^1\}$
2	$\{x_2^1\}$	18	$\{x_1^1, x_2^1, x_5^1\}$
3	$\{x_3^1\}$	19	$\{x_1^1, x_3^1, x_4^1\}$
4	$\{x_4^1\}$	20	$\{x_1^1, x_3^1, x_5^1\}$
5	$\{x_5^1\}$	21	$\{x_1^1, x_4^1, x_5^1\}$
6	$\{x_1^1, x_2^1\}$	22	$\{x_2^1, x_3^1, x_4^1\}$
7	$\{x_1^1, x_3^1\}$	23	$\{x_2^1, x_3^1, x_5^1\}$
8	$\{x_1^1, x_4^1\}$	24	$\{x_2^1, x_4^1, x_5^1\}$
9	$\{x_1^1, x_5^1\}$	25	$\{x_3^1, x_4^1, x_5^1\}$
10	$\{x_2^1, x_3^1\}$	26	$\{x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1\}$
11	$\{x_2^1, x_4^1\}$	27	$\{x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_5^1\}$
12	$\{x_2^1, x_5^1\}$	28	$\{x_1^1, x_2^1, x_4^1, x_5^1\}$
13	$\{x_3^1, x_4^1\}$	29	$\{x_1^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1\}$
14	$\{x_3^1, x_5^1\}$	30	$\{x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1\}$
15	$\{x_4^1, x_5^1\}$	31	$\{x_1^1, x_2^1, x_3^1, x_4^1, x_5^1\}$
16	$\{x_1^1, x_2^1, x_3^1\}$		

Tabelle 10: Auflistung der Kombinationsmöglichkeiten verschiedener Kriterien

Da die einelementigen Mengen bereits durch die jeweiligen Kriterienaussprägungen charakterisiert sind, sind bei fünf Kriterien insgesamt 26 Flächeninhalte der Teilflächen  $Fl_{tf}^p$  ( $tf = 6, \dots, 31$ ) und zugehörige Flächenschwerpunktkoordinaten der Teilflächen zu bestimmen. Im Anschluss an die für die genannten Teilflächen durchgeführte Schwerpunktbestimmung ergibt sich bei Aggregation der Teilflächenschwerpunkte der Gesamtflächenschwerpunkt und dementsprechend der Schwerpunkt der Teilfläche  $tf = 31$  (vgl. Tabelle 10).

Zur Illustration der Wirkungsweise von Kriterienaussprägungsänderungen wird ein Profil  $p = 1$  mit fünf Kriterien  $k = 1, \dots, 5$  und den folgenden Koordinaten  $(x'_{x_k^p} | z_{x_k^p})$  betrachtet:

$$(x'_{x_1^1} | z_{x_1^1}), (x'_{x_2^1} | z_{x_2^1}), (x'_{x_3^1} | z_{x_3^1}), (x'_{x_4^1} | z_{x_4^1}), (x'_{x_5^1} | z_{x_5^1})$$

Annahmegemäß erhöht sich die Kriteriumsausprägung von  $x_2^1$  zu  $x_{2*}^1$  und es resultiert ein Profil  $p^* = 1$  und es gilt  $x_{2*}^1 > x_2^1$ . Hieraus ergibt sich eine Änderung der Koordinatenausprägungen von  $(x'_{x_2^1} | z_{x_2^1})$  zu  $(x'_{x_{2*}^1} | z_{x_{2*}^1})$  und es gelten analog  $x'_{x_{2*}^1} > x'_{x_2^1}$  sowie  $z_{x_{2*}^1} > z_{x_2^1}$  (vgl. Abbildung 24).

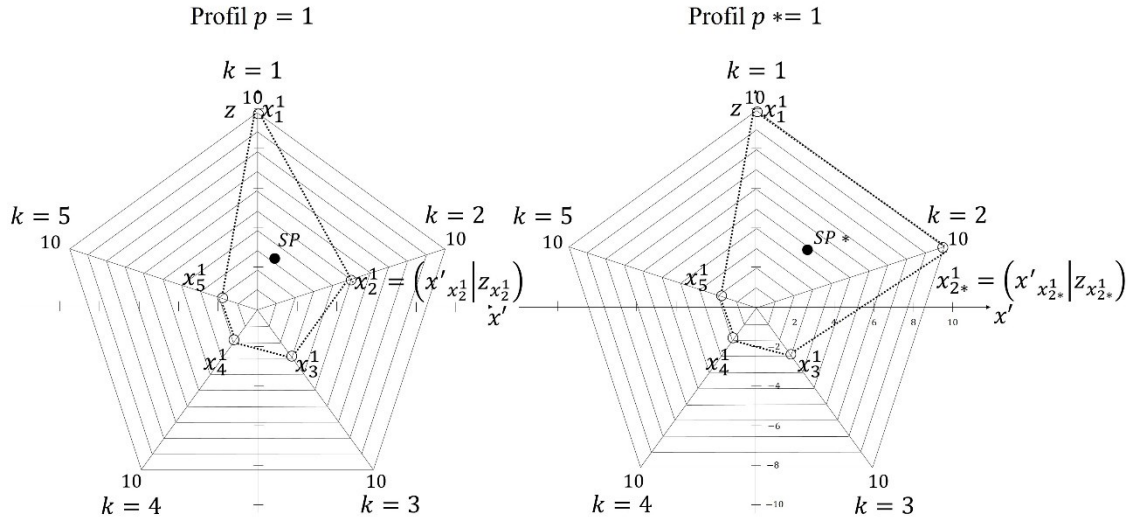


Abbildung 24: Auswirkungen der Modifikation einer Kriteriumsausprägung

Aus der Änderung der Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $x_2^1$  zu  $x_{2*}^1$  resultieren zunächst Veränderungen der Flächeninhalte  $Fl_1^1$  und  $Fl_2^1$  der Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = 2$  (vgl. Abbildung 24), welche im Folgenden darzustellen sind.

*Bestimmung der Flächeninhalte der Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = 2$  vor der Ausprägungsmodifikation:*

Der Flächeninhalt  $Fl_1^1$  der Teilfläche  $tf = 1$  ergibt sich aus:<sup>473</sup>

$$Fl_1^1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_1^1} \cdot h_{x_1^1}^1 \Leftrightarrow Fl_1^1 = \frac{1}{2} \cdot z_{x_1^1} \cdot x'_{x_2^1}$$

Der Flächeninhalt  $Fl_2^1$  der Teilfläche  $tf = 2$  ergibt sich aus:

$$Fl_2^1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_2^1} \cdot h_{x_2^1}^2 \Leftrightarrow Fl_2^1 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_2^1} \cdot \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_3^1} \Leftrightarrow$$

<sup>473</sup> Die vereinfachende Schreibweise resultiert aus der Kongruenz der Ordinate  $z$  und der Kriteriumsachse für  $k = 1$  und der Parallelität der Höhe des Dreiecks  $h_{x_1^1}^1$  und der Abszisse  $x'$ . Damit entspricht die Grundseite des Dreiecks  $\overline{0x_1^1}$  der Kriteriumsachse und damit der Ordinate  $z_{x_1^1}$  und die Höhe des Dreiecks  $h_{x_1^1}^1$  der Abszissenkoordinate  $x'_{x_2^1}$ .

$$Fl_2^1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x'_{x_2^1})^2 + (z_{x_2^1})^2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2},^{474}$$

wobei bei fünf Kriterien wiederum  $\alpha = 72^\circ$  gilt.

*Bestimmung der Flächeninhalte der Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = 2$  nach der Ausprägungsmodifikation:*

Da nun für das neue Profil  $p^* = 1$   $x_{2*}^1 > x_2^1$  und damit  $x'_{x_{2*}^1} > x'_{x_2^1}$  und  $z_{x_{2*}^1} > z_{x_2^1}$  gelten, resultieren Veränderungen von  $Fl_1^1$  und  $Fl_2^1$ . Damit gilt für die Flächeninhalte  $Fl_1^{1*}$  und  $Fl_2^{1*}$  der Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = 2$  des neuen Profils  $p^* = 1$ :

$$Fl_1^{1*} = \frac{1}{2} \cdot z_{x_1^1} \cdot x'_{x_{2*}^1}$$

$$Fl_2^{1*} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x'_{x_{2*}^1})^2 + (z_{x_{2*}^1})^2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2}$$

Aus einer Aggregation der Flächeninhalte der beiden Teilflächen für Profil  $p = 1$  und  $p = 2$  und einer daran anschließenden gemeinsamen Betrachtung lassen sich die Auswirkungen der Veränderung veranschaulichen.

Für den Flächeninhalt  $Fl_{1+2}^1$  bzw.  $Fl_{1+2}^{1*}$  der beiden Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = 2$  des Profils  $p = 1$  bzw.  $p^* = 1$  gilt:

$$Fl_{1+2}^1 = Fl_1^1 + Fl_2^1 = \frac{1}{2} \cdot z_{x_1^1} \cdot x'_{x_2^1} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x'_{x_2^1})^2 + (z_{x_2^1})^2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2}$$

$$Fl_{1+2}^{1*} = \frac{1}{2} \cdot z_{x_1^1} \cdot x'_{x_{2*}^1} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x'_{x_{2*}^1})^2 + (z_{x_{2*}^1})^2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2}$$

Aus einer Subtraktion von  $Fl_{1+2}^1$  von  $Fl_{1+2}^{1*}$  resultiert (3.30a):

$$\begin{aligned} Fl_{1+2}^{1*} - Fl_{1+2}^1 &= \frac{1}{2} \cdot z_{x_1^1} \cdot x'_{x_{2*}^1} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x'_{x_{2*}^1})^2 + (z_{x_{2*}^1})^2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2} - \\ &\frac{1}{2} \cdot z_{x_1^1} \cdot x'_{x_2^1} + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x'_{x_2^1})^2 + (z_{x_2^1})^2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2} \end{aligned} \quad (3.30a)$$

<sup>474</sup> Der Ausdruck  $\overline{0x_2^1}$  lässt sich aufgrund der Überführung der eindimensionalen Kriterienausprägungen in zweidimensionale Koordinaten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras umformen. Durch Konstruktion eines rechtwinkligen Dreiecks ergibt sich die Formulierung  $(\overline{0x_2^1})^2 = (x'_{x_2^1})^2 + (z_{x_2^1})^2$  und damit gilt:

$$\overline{0x_2^1} = \sqrt{(x'_{x_2^1})^2 + (z_{x_2^1})^2}$$

Analoges gilt für  $\overline{0x_3^1}$ :

$$\overline{0x_3^1} = \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2}$$

Umformungen von (3.30a) führen zu (3.30b), wobei  $\Delta Fl = Fl_{1+2}^{1*} - Fl_{1+2}^1$  gilt:

$$\Delta Fl = \frac{1}{2} \cdot \left[ z_{x_1^1} \cdot \left( (x'_{x_{2*}^1})^2 - (x'_{x_2^1})^2 \right) + \left( \sqrt{(x'_{x_{2*}^1})^2 + (z_{x_{2*}^1})^2} - \sqrt{(x'_{x_2^1})^2 + (z_{x_2^1})^2} \right) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sqrt{(x'_{x_3^1})^2 + (z_{x_3^1})^2} \right] \quad (3.30b)$$

Mit (3.30b) kann die Änderung des Flächeninhaltes der gemeinsamen Teilflächen  $tf = 1$  und  $tf = 2$  aufgrund der Anpassung der Ausprägung des genannten Beurteilungskriteriums dargestellt werden (vgl. schraffierte Fläche in Abbildung 25).

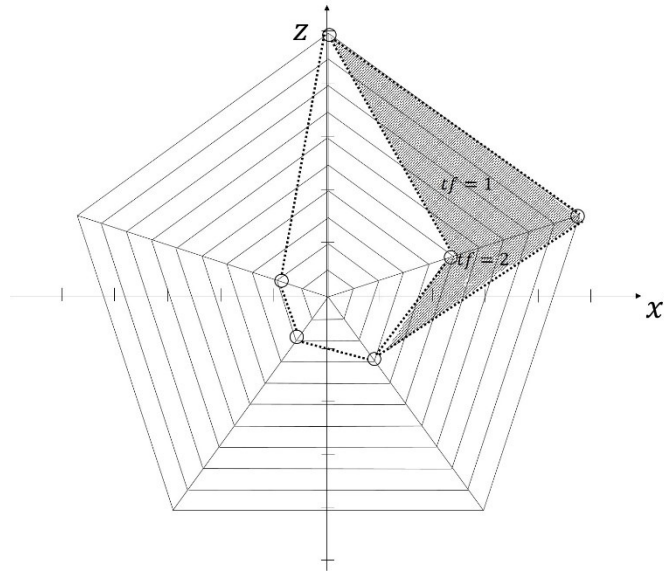


Abbildung 25: Flächeninhaltsänderung aufgrund der Modifikation einer Kriteriumsausprägung

Neben der Änderung der Teilflächeninhalte sind auch Überlegungen hinsichtlich der Verschiebung des Flächenschwerpunktes des Gesamtprofils auf Grundlage der Modifikation der Ausprägung eines Beurteilungskriteriums vorzunehmen.

Für die Koordinaten des Flächenschwerpunktes  $SP$  gilt bei Verwendung der Gleichungen (3.25) und (3.26) für Profil  $p = 1$ :

$$x'_{SP,1} = \frac{x'_{SP,1,1} \cdot Fl_1^1 + x'_{SP,2,1} \cdot Fl_2^1 + x'_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + x'_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + x'_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1}{Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1}$$

$$z_{SP,1} = \frac{z_{SP,1,1} \cdot Fl_1^1 + z_{SP,2,1} \cdot Fl_2^1 + z_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + z_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + z_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1}{Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1}$$

Korrespondierend ergeben sich unter Berücksichtigung der Modifikation von  $x_2^1$  zu  $x_{2*}^1$  und der damit einhergehenden Veränderung der Koordinatenausprägungen von  $x'_{x_2^1}$  zu  $x'_{x_{2*}^1}$  und  $z_{x_2^1}$  zu  $z_{x_{2*}^1}$  die Flächenschwerpunktkoordinaten des Profils  $p = 1$   $x'_{SP,1}$  und

$z_{SP,1}^*$ . Da im vorliegenden Fall lediglich eine Anpassung der Koordinatenausprägungen von  $x_2^1$  zu  $x_2^{1*}$  vorgenommen wird, bleiben die Teilflächenschwerpunktkoordinaten  $x'_{SP,3,1}$  bzw.  $z_{SP,3,1}$ ,  $x'_{SP,4,1}$  bzw.  $z_{SP,4,1}$  und  $x'_{SP,5,1}$  bzw.  $z_{SP,5,1}$  der Teilflächen  $tf = 3,4,5$  sowie die korrespondierenden Flächeninhalte  $Fl_3^1, Fl_4^1$  und  $Fl_5^1$  unverändert.

Zu bestimmen sind die Flächenschwerpunktkoordinaten  $x_{SP,1,1}^{'*}$  bzw.  $z_{SP,1,1}^*$  sowie  $x_{SP,2,1}^{'*}$  bzw.  $z_{SP,2,1}^*$ . Es gilt wiederum unter Rückgriff auf Gleichung (3.27) die bereits dargestellte Vorgehensweise:

$$\begin{pmatrix} x_{SP,1,1}^{'*} \\ z_{SP,1,1}^* \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 + x_{x_1}^{'} + x_{x_2}^{1*} \\ 0 + z_{x_1}^1 + z_{x_2}^{1*} \end{pmatrix}$$

bzw.

$$\begin{pmatrix} x_{SP,2,1}^{'*} \\ z_{SP,2,1}^* \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 + x_{x_2}^{1*} + x_{x_3}^{'} \\ 0 + z_{x_2}^{1*} + z_{x_3}^1 \end{pmatrix}$$

Mit den vorliegenden Informationen lassen sich die Veränderungen der Flächenschwerpunktkoordinaten des Profils  $p = 1$  zu  $p^* = 1$  formal darstellen.

Für die Veränderung der Abszissenkoordinate  $\Delta x'_{SP,1}$  mit  $\Delta x'_{SP,1} = x_{SP,1}^{'*} - x'_{SP,1}$  gilt (3.31a):

$$\begin{aligned} \Delta x'_{SP,1} &= x_{SP,1}^{'*} - x'_{SP,1} = \\ &= \frac{x_{SP,1,1}^{'} \cdot Fl_1^{1*} + x_{SP,2,1}^{'} \cdot Fl_2^{1*} + x'_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + x'_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + x'_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1}{Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1} \\ &\quad - \frac{x'_{SP,1,1} \cdot Fl_1^1 + x'_{SP,2,1} \cdot Fl_2^1 + x'_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + x'_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + x'_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1}{Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1} \end{aligned} \quad (3.31a)$$

Unter der Berücksichtigung von  $N$  als gemeinsamem Nenner von  $x_{SP,1}^{'*}$  und  $x'_{SP,1}$  gilt:

$$N = (Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1) \cdot (Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)$$

Damit resultiert für die Differenz  $\Delta x'_{SP,1}$ :

$$\begin{aligned} \Delta x'_{SP,1} &= \\ &= \frac{(x_{SP,1,1}^{'} \cdot Fl_1^{1*} + x_{SP,2,1}^{'} \cdot Fl_2^{1*} + x'_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + x'_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + x'_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1) \cdot (Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N} \\ &\quad - \frac{(x'_{SP,1,1} \cdot Fl_1^1 + x'_{SP,2,1} \cdot Fl_2^1 + x'_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + x'_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + x'_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1) \cdot (Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N} \end{aligned}$$



Dies lässt sich umformulieren zu:

$$\Delta x'_{SP,1} = \frac{(\sum_{tf=1}^2 (x'_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^{1*}) + \sum_{tf=3}^5 (x'_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^1)) \cdot (Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N} - \frac{\sum_{tf=1}^5 (x'_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^1) \cdot (Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N}$$

und damit vereinfachend darstellen mit:

$$\Delta x'_{SP,1} = \frac{\sum_{tf=1}^2 (x'_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^{1*}) \cdot (Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1) - \sum_{tf=1}^5 (x'_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^1) \cdot (Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N} \quad (3.31b)$$

Gleichung (3.31b) gibt die Veränderung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes an.

Analoges Vorgehen führt zur Darstellung der Veränderung der Ordinatenkoordinate  $\Delta z_{SP,1}$  mit  $\Delta z_{SP,1} = z_{SP,1}^* - z_{SP,1}$  (3.32a):

$$\Delta z_{SP,1} = z_{SP,1}^* - z_{SP,1} = \frac{z_{SP,1,1}^* \cdot Fl_1^{1*} + z_{SP,2,1}^* \cdot Fl_2^{1*} + z_{SP,3,1}^* \cdot Fl_3^1 + z_{SP,4,1}^* \cdot Fl_4^1 + z_{SP,5,1}^* \cdot Fl_5^1}{Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1} - \frac{z_{SP,1,1} \cdot Fl_1^1 + z_{SP,2,1} \cdot Fl_2^1 + z_{SP,3,1} \cdot Fl_3^1 + z_{SP,4,1} \cdot Fl_4^1 + z_{SP,5,1} \cdot Fl_5^1}{Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1}$$

und damit gilt unter Rückgriff auf den gemeinsamen Nenner  $N$  in Analogie zu (3.31b) wiederum (3.32b):

$$\Delta z_{SP,1} = \frac{(\sum_{tf=1}^2 (z_{SP,tf,1}^* \cdot Fl_{tf}^{1*}) + \sum_{tf=3}^5 (z_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^1)) \cdot (Fl_1^1 + Fl_2^1 + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N} - \frac{\sum_{tf=1}^5 (z_{SP,tf,1} \cdot Fl_{tf}^1) \cdot (Fl_1^{1*} + Fl_2^{1*} + Fl_3^1 + Fl_4^1 + Fl_5^1)}{N} \quad (3.32b)$$

Durch die Modifikation in Form einer Erhöhung der Ausprägung eines Beurteilungskriteriums eines Profils wird eine Verschiebung der Teilflächenschwerpunkte der angrenzenden Beurteilungskriterien einerseits und des Gesamtflächenschwerpunktes andererseits in horizontaler und vertikaler Richtung des Koordinatensystems bewirkt. Es wird also eine Verschiebung des „Masseschwerpunktes“ der Ausprägungen der Beurteilungskriterien erreicht.

Im Folgenden ist eine kritische Betrachtung der getätigten Ausführungen vorzunehmen.

### 3.1.2.5 Kritische Betrachtung

---

In Kapitel 3.1.1 werden ausgewählte Eignungsmaße auf Basis der Minkowski-Metrik vorgestellt. Aufgrund der nicht vorhandenen Differenzierung von profilseitigen Über- bzw. Unterdeckungen wird deshalb in Kapitel 3.1.2 ein Vorschlag zur Verwendung von Flächeninhalten als Kompatibilitätsmaß vorgestellt. Differenzierte Betrachtungen zu Profilunterdeckungen bzw. -überschüssen sind notwendig, weil in Abhängigkeit der Ausprägungen und des betrachteten Kontextes unterschiedliche Erlös- bzw. Kostenüberlegungen ausgelöst werden können. Wird die Durchführung betriebswirtschaftlicher Maßnahmen in Erwägung gezogen, erscheint eine alleinige Betrachtung zwischen Kompatibilität und Inkompatibilität zwischen zwei Profilen zu undifferenziert. Stattdessen kann es entscheidende Auswirkungen haben, ob bei einer Inkompatibilität eine Profilunterdeckung oder ein Profilüberschuss des einen Profils gegenüber dem anderen Profil vorliegen. Wenn bspw. im Kontext der Fungibilität eine Anforderungsunterdeckung auftritt, können z. B. Schulungsmaßnahmen darauf abzielen, die Anforderungsunterdeckung zu beseitigen. Mit der Durchführung einer Schulungsmaßnahme korrespondieren möglicherweise Schulungsauszahlungen (z. B. in Form von Schulungsgebühren). Liegt hingegen ein Qualifikationsüberschuss vor, kann es u. U. sinnvoll sein, die betreffende Arbeitskraft anderweitig einzusetzen, wobei mit diesem anderweitigen Einsatz ggf. (bei monetärer Messbarkeit) Erlöse einhergehen. Ebenso ist es möglich, dass bei der Betrachtung der Funktionalität und dementsprechend der Wirksamkeit des Personals ein Überschuss der faktischen gegenüber der erwünschten Funktionalität und dementsprechend eine Inkompatibilität beider Profile resultiert. Die strikte Verfolgung deren Beseitigung kann zu unerwünschten Ergebnissen führen. Es lässt sich bspw. auch vermuten, dass betrieblicherseits ein Überschuss faktischer gegenüber erwünschter Funktionalität befürwortet wird.

Dementsprechend kann es bei Vorliegen einer Inkompatibilität zweier Profile sinnvoll sein, die entsprechende Richtung der Abweichung zu identifizieren, um daraufhin geeignete Maßnahmen zur Verstärkung oder Beseitigung der Inkompatibilität abzuleiten.

Neben der Interpretation von multikriteriellen Profilen als Flächen wird zudem der Flächenschwerpunkt als Lagemaß eingeführt. Der Flächenschwerpunkt der durch die Kriterienausprägungen aufgespannten Fläche eines Profils gibt Auskunft über die räumliche Verteilung der Kriterienausprägungen. Dieses Punkt liegt an der Stelle, an dem sich die resultierenden Ausprägungen der einzelnen Kriterien im Gleichgewicht befinden

würden, wenn die Profilfläche als physisches Objekt gedacht wäre. Im Unterschied zu reinen Mittelwertbetrachtungen stellt der Flächenschwerpunkt ein geometrisches Lagemaß dar, das die Verteilung der Kriterienausprägungen über alle Kriterienachsen hinweg berücksichtigt. Die Ausprägung des Flächenschwerpunktes gibt damit die Profilstruktur als relative Verteilung der Kriterienausprägungen wieder. Diese Struktur wird insofern abgebildet, als der Schwerpunkt die Lage der Stelle markiert, an der sich die Kriterienausprägungen zu einem inhaltlichen Zentrum verdichten.

Ein Profil mit recht großen Ausprägungen in bestimmten Kriterien und mit recht niedrigen Ausprägungen in anderen Kriterien wird einen Schwerpunkt aufweisen, der deutlich in Richtung erstgenannter Kriterien verschoben ist. Bei einem eher ausgewogenen Profil liegt der Schwerpunkt dann recht mittig im aufgespannten Koordinatensystem.

Zwei Profile können zwar ähnlich große Flächeninhalte aufweisen, die zu einer über alle Kriterien hinweg hohen Kompatibilität führen, können sich jedoch hinsichtlich ihrer inhaltlichen Struktur unterscheiden. Dies liegt dann daran, dass bei einem Profil möglicherweise hohe Ausprägungen in bestimmten Kriterien und niedrige Ausprägungen in anderen Kriterien vorliegen und dass es bei dem anderen zu betrachtenden Profil andersherum ist. Die Flächeninhalte können dann möglicherweise ähnlich groß sein, die profilbezogenen Flächenschwerpunkte werden dann jedoch möglicherweise in entgegengesetzten Richtungen zu verorten sein.

Zur Erläuterung wird exemplarisch ein Beispiel mit zwei Profilen  $p = 1, 2$  und fünf Kriterien  $k = 1, \dots, 5$  und korrespondierenden Ausprägungen  $x_k^p \in [0, 10]$  formuliert (vgl. Tabelle 11).

Kriterium $k$ mit $k \in 1, \dots, 5$	Ausprägung $x_k^1$ des Kriteriums $k$ in Profil $p = 1$	Ausprägung $x_k^2$ des Kriteriums $k$ in Profil $p = 2$
$k = 1$	5	10
$k = 2$	5	10
$k = 3$	5	10
$k = 4$	5	10
$k = 5$	5	10

Tabelle 11: Grundlegendes Beispiel zur Erläuterung des Flächenschwerpunktes

In diesem Beispiel liegt in allen Kriterienausprägungen ein Ausprägungsüberschuss von Profil  $p = 2$  vor und es gilt dementsprechend für die Flächeninhalte  $Fl^2 > Fl^1$ <sup>475</sup>. Aus der Konstruktion der Flächen der Profile (vgl. Abbildung 26) ergibt sich sowohl für den Flächenschwerpunkt des einen als auch des anderen Profils eine Verortung im Koordinatenursprung und es gilt dementsprechend  $x'_{SP,1} = x'_{SP,2}$  und  $z_{SP,1} = z_{SP,2}$ .

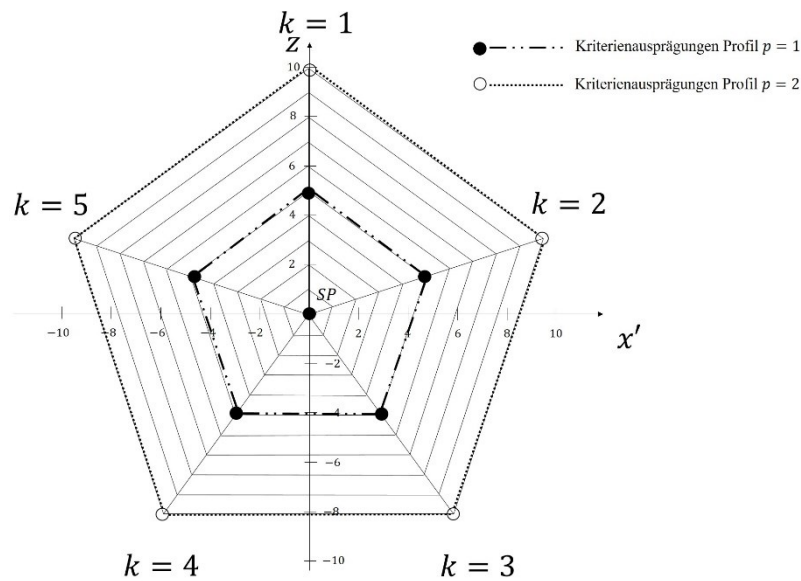


Abbildung 26: Beispielgitternetz zur Erläuterung identischer Flächenschwerpunkte

Hieraus abzuleiten, dass bei Übereinstimmung der Flächenschwerpunktkoordinaten eine Übereinstimmung beider Profile vorliegt, sollte vermieden werden. Stattdessen dient der Flächenschwerpunkt zur Ableitung der Aussage, dass beiden Profilen eine gleichmäßige Verteilung innewohnt und demzufolge alle profilbezogenen Kriterien eine identische Ausprägung aufweisen. Verschiebungen des Flächenschwerpunktes entlang der Abszisse oder der Ordinate lassen dann auf eine größere Ausprägung der Kriterien in die jeweiligen

<sup>475</sup> Der Flächeninhalt  $Fl^2$  des Profils  $p = 2$  bzw.  $Fl^1$  des Profils  $p = 1$  beträgt in diesem Beispiel  $Fl^2 = 237,76$  bzw.  $Fl^1 = 59,44$  Einheiten.

Richtungen schließen. Mit Hilfe des Flächenschwerpunktes lässt sich somit alleine keine Aussage über die (In)Kompatibilität zweier Profile ableiten, sondern über die Profilstruktur.

Jedoch erweist sich der Flächenschwerpunkt einer Fläche noch als nützliches Instrument im Kontext der Betrachtung unscharfer Regelsysteme im Rahmen der Defuzzifizierungsmethoden.<sup>476</sup>

Im Folgenden werden zunächst Überlegungen zur Verarbeitung des durch Kriterienausprägungen aufgespannten Flächeninhalts als Kompatibilitätsmaß dargelegt. Dies geschieht auf der Grundlage regelbasierter Systeme.

### 3.1.3 Konstruktion und Anwendung scharfer Regelsysteme

---

#### 3.1.3.1 Regeln und Regelsysteme

---

Unter einer Regel<sup>477</sup> wird in der vorliegenden Arbeit unter Verwendung zweier Aussagen *A* und *B* ein formalisierter Konditionalsatz der Form WENN *A*, DANN *B* verstanden.<sup>478</sup> Dabei stellt der WENN-Teil die Bedingung und der DANN-Teil<sup>479</sup> die Schlussfolgerung dar.<sup>480</sup>

Ein System wird entsprechend systemtheoretischer Ansätze in der vorliegenden Arbeit als eine Menge definiert, deren Elemente durch Beziehungen verknüpft sind.<sup>481</sup> Dementsprechend entspricht ein Regelsystem einer Menge miteinander in Beziehung stehender Regeln.<sup>482</sup>

---

<sup>476</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.2.2.2.4.3 zur Flächenschwerpunkt-Methode im Kontext unscharfer Regelsysteme.

<sup>477</sup> Vom lateinischen *regula* abgeleitet entspricht eine Regel einer Vorschrift oder einer Richtschnur [vgl. DWDS (z), Stichwort: Regel].

<sup>478</sup> Vgl. Beierle/Kern-Isberner (2008), S. 72.

<sup>479</sup> Im Kontext der Konstruktion und Anwendung von Regelsystemen werden in der vorliegenden Arbeit für den WENN-Teil einer Regel die Begriffe Bedingung, Regelinput, Prämisse, Antezedenz (*lat. anteceds* „der/die/das Vorhergehende“, Wiktionary (d), Stichwort: Antezedenz) und Vordersatz als Synonyme verwendet. Für den DANN-Teil werden hierzu analog die Begriffe Schlussfolgerung, Regeloutput, Konklusion und Konsequenz synonym zueinander betrachtet [vgl. hierzu Spengler et al. (2024), S. 18].

<sup>480</sup> Vgl. Kahlert/Frank (1994), S. 43.

<sup>481</sup> Vgl. z. B. Beer (1962), S. 24; Hall/Fagen (1956), S. 18; Mirow (1969), S. 21-22; Wollnik (1978), S. 77.

<sup>482</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 26.

Zur Konstruktion und Anwendung von Regelsystemen sind basale Kenntnisse der Logik erforderlich.<sup>483</sup> Der klassischen Logik werden die Aussagen-<sup>484</sup> und die Prädikatenlogik<sup>485</sup> und der nicht-klassischen Logik die Modal<sup>486</sup>- und die unscharfe Logik zugeschrieben, wobei die letztgenannte im Folgenden näher zu betrachten ist.<sup>487</sup>

Unter einem Schluss wird der Übergang von Aussagen (sog. Prämissen) zu einer anderen Aussage (sog. Konklusion) verstanden.<sup>488</sup> Das logische Schließen stellt damit den folgerichtigen Akt des Übergangs dar. Unter Rückgriff auf zwei Aussagen  $A$  und  $B$  gilt dann: Wenn Aussage  $A$  wahr ist, dann schließe, dass auch  $B$  wahr ist ( $A \rightarrow B$ ).

Zur formallogisch korrekten Konstruktion von Regelsystemen sind weiterhin Kenntnisse des logischen Schließens erforderlich. Basierend auf der klassischen Logik werden mit der Deduktion, Induktion und Abduktion drei grundlegende Schlussarten differenziert. In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich deduktive Schlüsse betrachtet, dementsprechend kann für ausführliche Erläuterungen zur Induktion<sup>489</sup> und Abduktion<sup>490</sup> auf einschlägige Literatur verwiesen werden.<sup>491</sup>

Deduktive Schlüsse sind solche, bei denen aus einer zugrundeliegenden, allgemeinen Regel (Prämisse 1:  $A \rightarrow B$ ) und einer situationsspezifisch ausgeprägten Bedingung (Prämisse 2:  $A$ ) auf eine Konsequenz (Konklusion:  $B$ ) geschlossen wird.<sup>492</sup>

---

<sup>483</sup> Der Begriff Logik entspricht der „Lehre von den Formen und Gesetzen folgerichtigen Denkens“. Das Adjektiv logisch (lat. logicus, griech. logikós) bedeutet darauf aufbauend „folgerichtig, denkrichtig, schlüssig“ [DWDS (aa), Stichwort: Logik].

<sup>484</sup> Gegenstand der Aussagenlogik ist die Untersuchung von Aussagen und deren Verknüpfungen [vgl. Metzger (2020), 80; S. Spengler et al. (2024), S. 11-13].

<sup>485</sup> Gegenstand der Prädikatenlogik ist nicht die Untersuchung von Aussagenverknüpfungen, sondern die Betrachtung innerer Strukturen von Aussagen. Ziele sind die Partikularisierung und Generalisierung von Aussagen [vgl. Spengler et al. (2024), S. 13-15].

<sup>486</sup> Mit sogenannten Modalitäten, wie z. B. Möglichkeit und Notwendigkeit, wird die zweiwertige Logik hin zur Modallogik erweitert [vgl. Spengler et al. (2024), S. 15-16]. Vgl. zu weiteren Modalitäten z. B. Metzger (2020), S. 92.

<sup>487</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 11.

<sup>488</sup> Vgl. Zoglauer (2008), S. 58.

<sup>489</sup> Induktive Schlüsse sind solche, bei denen vom Besonderen auf das Allgemeine geschlossen wird. Es wird also von vorliegenden Einzelaussagen auf eine generelle Aussage geschlossen [vgl. Spengler et al. (2024), S. 20]. Mit Prognose- und Verallgemeinerungsschlüssen gibt es zwei grundlegende Varianten des induktiven Schließens. Während Prognoseschlüsse durch das Vorliegen eines oder mehrerer Ereignisse und den korrespondierenden Schluss auf das Vorliegen eines chronologisch nachgelagerten Ereignisses gekennzeichnet sind (Beispielaussage: „Ein bestimmter Mitarbeiter war gestern motiviert, also wird er auch morgen motiviert sein.“), wird mit Verallgemeinerungsschlüssen von vorliegenden Ereignissen auf eine zugrundeliegende, verallgemeinerte Regel geschlossen (Beispielaussage: „Die Mitarbeiter 1 und 2 sind motiviert, also sind alle Mitarbeiter des Unternehmens motiviert.“) [vgl. Zoglauer (2008), S. 58].

<sup>490</sup> Abduktive Schlüsse sind dadurch charakterisiert, dass von einer Konsequenz und einer zugrundeliegenden Regel auf das Vorliegen einer situationsspezifischen Bedingung geschlossen wird [vgl. Spengler et al. (2024), S. 19].

<sup>491</sup> Vgl. z. B. Metzger (2020), S. 107-111; Spengler et al. (2024), S. 18-21; Zoglauer (2008), S. 58-60.

<sup>492</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 18.

Prämisse 1: Wenn  $A$ , dann  $B$ .

Prämisse 2:  $A$  ist wahr.

---

Konklusion:  $B$  wird geschlussfolgert.<sup>493</sup>

Die vorgestellte Schlussweise entspricht der Anwendung des Modus ponendo ponens<sup>494</sup>, welcher auch im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit zum Einsatz kommt. Bei dessen Verwendung ergibt sich durch das Setzen der Aussage  $A$  und der zugrundeliegenden Regel  $A \rightarrow B$  die Setzung der Aussage  $B$ . Allgemein setzt sich der Modus ponendo ponens aus mindestens zwei Prämissen und einer Konklusion zusammen.<sup>495</sup>

In scharfen und dementsprechend der zweiwertigen Logik entsprechenden Situationen gibt es für die Aussagen  $A$  und  $B$  nur zwei mögliche Ausprägungen: Entweder  $A$  liegt vor oder  $A$  liegt nicht vor.

### 3.1.3.2 Regelsystem zum scharfen Profilvergleich

---

Auf Grundlage der in den vorangestellten Teilkapiteln präsentierten Überlegungen zur Durchführung eines auf Flächeninhalten basierenden Profilvergleichs werden nun einerseits ein Regelsystem präsentiert und andererseits die damit korrespondierenden Möglichkeiten und Grenzen aufgezeigt.

Es gelten folgende Symbole:

$\bar{P}$	$:=$	$\{p p = 1,2\}$ Menge der zu vergleichenden Profile
$\bar{K}$	$:=$	$\{k k = 1, \dots, K\}$ Menge der Beurteilungskriterien
$x_k^p$	$:=$	Ausprägung des Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p$
$\overline{Tf^p}$	$:=$	$\{tf tf = 1, \dots, Tf\}$ Menge der Teilflächen eines Profils $p$ mit $ \overline{Tf^p}  =  \bar{K} $
$Fl_{tf}^p$	$:=$	Flächeninhalt der Teilfläche $tf$ des Profils $p$
$Fl_{ges}^p$	$:=$	Flächeninhalt des Profils $p$

---

<sup>493</sup> Vgl. Siegling et al. (2023a), S. 14; Spengler et al. (2024), S. 18; Zoglauer (2008), S. 60.

<sup>494</sup> Dem lat. modus entstammend bedeutet Modus „Art und Weise“ oder „Vorschrift“ [DWDS (ab), Stichwort: Modus]. Darauf aufbauend bezeichnet Modus im Kontext des logischen Schließens die Art und Weise des Schließens oder die anzuwendende Vorschrift des Schließens. Auf dem lat. Verb ponere aufbauend, was so viel wie setzen bedeutet, ergibt sich ponendo als Substantivierung und bezeichnet die Setzung. Das korrespondierende Partizip entspricht ponens und bedeutet setzend. Damit ergibt sich der Modus ponendo ponens als „Setzende Schlussart durch Setzung“ [Metzger (2020), S. 107].

<sup>495</sup> Vgl. Zoglauer (2008), S. 58-59.

$\overline{R} \quad := \quad \{r|1, \dots, R\}$  Menge der Regeln

Mit Hilfe des Flächenmaßes in Form des Flächeninhaltes eines Profils können Aussagen zu Profilüberschüssen bzw. Profilunterdeckungen abgeleitet werden. Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden:

Fall I) Wenn der Flächeninhalt eines Profils  $Fl_{ges}^1$  dem Flächeninhalt eines anderen Profils  $Fl_{ges}^2$  entspricht und dementsprechend  $Fl_{ges}^1 = Fl_{ges}^2$  gilt, dann liegt über alle Beurteilungskriterien betrachtet eine Gleichheit der geometrischen Flächen beider Profile vor. Bei einzelnen Beurteilungskriterien können dennoch Unter- bzw. Überdeckungen der Ausprägungen vorliegen.

Fall II) Gilt  $Fl_{ges}^1 > Fl_{ges}^2$  bzw.  $Fl_{ges}^1 < Fl_{ges}^2$ , so liegt ein Profilüberschuss von Profil 1 gegenüber Profil 2 bzw. eine Profilunterdeckung von Profil 1 gegenüber Profil 2 vor. Dies bedeutet, dass Profil 1 bei einer aggregierten Betrachtung über alle Kriterien größere bzw. kleinere Ausprägungen als Profil 2 aufweist.

Zur Formulierung eines die Ausprägungen der Beurteilungskriterien zu einem profilspezifischen Flächeninhalt aggregierenden Regelsystems sind Überlegungen hinsichtlich potenzieller (scharfer) Ausprägungen der Kriterien anzustellen.

Wenn, wie im vorangegangenen Teil der Arbeit unterstellt,  $x_k^p \in [0; 10]$  gilt, ist eine sinnvolle Regelformulierung nicht möglich. Dies ist darin begründet, dass für einen vollständigen Regelblock alle potenziell möglichen Ausprägungen von  $x_k^p$  zu erfassen sind. Mit  $x_k^p \in [0; 10]$  liegt jedoch eine überabzählbar unendliche Menge vor, weshalb eine Erfassung aller potenziellen Ausprägungen nicht möglich ist.

Deshalb erscheint es legitim, die Kriterienausprägungen in Intervallform darzustellen. Es gilt zusätzlich:

$\overline{G} \quad := \quad \{g|g = 1, \dots, G\}$  Menge der Intervalle  $g$

$x_{k,g}^p \quad := \quad$  Zuordnung einer Kriteriumsausprägung zu einem Intervall  $g$  mit  $x_{k,1}^p = [0; 2,5]$ ,  $x_{k,2}^p = ]2,5; 5]$ ,  $x_{k,3}^p = ]5; 7,5]$  und  $x_{k,4}^p = ]7,5; 10]$

Aus dieser Form der intervallweisen Betrachtung der Flächeninhalte resultieren exemplarisch bei fünf in Ansatz zu bringenden Kriterien mit jeweils vier möglichen Ausprägungen bereits  $4^5 = 1024$  aufzustellende Regeln (vgl. Auszug der Regelbasis



Tabelle 12).<sup>496</sup> Da die Intervalle jeweils aus einer Unter- und Obergrenze bestehen, ist für den aus den Ausprägungen der Beurteilungskriterien resultierenden Flächeninhalt  $Fl_{ges}^p$  ein Intervall mit  $Fl_{ges}^p \in [Fl_{ges,u}^p; Fl_{ges,o}^p]$  zu bestimmen. Die Ausprägung  $Fl_{ges,u}^p$  bzw.  $Fl_{ges,o}^p$  ergibt sich aus der Berücksichtigung aller Untergrenzen bzw. Obergrenzen der intervallspezifischen Kriterienausrägungen. Damit ist für die aufzustellenden Regeln ein regelspezifisches Flächeninhaltsintervall  $Fl_{ges}^{p,r}$  zu ermitteln.

Regel $r$	Ausprägung $x_1^p$ des Kriteriums 1 in Profil $p$	Ausprägung $x_2^p$ des Kriteriums 2 in Profil $p$	Ausprägung $x_3^p$ des Kriteriums 3 in Profil $p$	Ausprägung $x_4^p$ des Kriteriums 4 in Profil $p$	Ausprägung $x_5^p$ des Kriteriums 5 in Profil $p$	Flächeninhalt $Fl_{ges}^{p,r}$ des Profils $p$ mit $Fl_{ges}^p \in$ $[Fl_{ges,u}^{p,r}; Fl_{ges,o}^{p,r}]$
1	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 14,86]
2	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	]2,5; 5]	[0; 20,8]
3	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	]5; 7,5]	[0; 26,75]
4	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	]7,5; 10]	[0; 32,69]
5	[0; 2,5]	[0; 2,5]	[0; 2,5]	]2,5; 5]	[0; 2,5]	[0; 20,8]
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
604	]5; 7,5]	]2,5; 5]	]2,5; 5]	]5; 7,5]	]7,5; 10]	[50,52; 118,88]
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1024	]7,5; 10]	]7,5; 10]	]7,5; 10]	]7,5; 10]	]7,5; 10]	[133,74; 237,76]

Tabelle 12: Auszug des Regelblockes zur Aggregation von Kriterienausrägungen zu einem Flächeninhaltsintervall

Regel  $r = 1$  lässt sich z. B. folgendermaßen ausformulieren:

$r = 1$ : **WENN**  $x_1^p \in [0; 2,5]$  **UND**  $x_2^p \in [0; 2,5]$  **UND**  $x_3^p \in [0; 2,5]$  **UND**  $x_4^p \in [0; 2,5]$   
**UND**  $x_5^p \in [0; 2,5]$  **DANN**  $Fl_{ges}^{p,1} \in [0; 14,86]$

bzw.

Wenn die Ausprägungen der Beurteilungskriterien 1,2,3,4 und 5 im Intervall  $[0; 2,5]$  liegen, dann resultiert ein Flächeninhalt des Profils im Intervall  $[0; 14,86]$ .

Bei der Bestimmung des regelspezifischen Flächeninhalts  $Fl_{ges}^{p,r} \in [Fl_{ges,u}^{p,r}; Fl_{ges,o}^{p,r}]$  wird unterstellt, dass sich das Intervall entweder aus der Verwendung aller Untergrenzen oder aus der Verwendung aller Obergrenzen der Intervalle der zu berücksichtigenden Kriterienausrägungen ergibt. Es ist jedoch auch denkbar, dass Variationen bezüglich der in Ansatz zu bringenden Intervallgrenzen vorgenommen werden. Zur Erläuterung wird Regel  $r = 1$  näher beleuchtet. Die Ausprägung des Flächeninhaltsintervalls  $Fl_{ges}^{p,1} \in$

<sup>496</sup> Die vollständige Regelbasis befindet sich im Anhang der vorliegenden Arbeit [vgl. Anhang III].

$[Fl_{ges,u}^{p,1} = 0; Fl_{ges,o}^{p,1} = 14,86]$  ergibt sich aus der Betrachtung der Untergrenzen (0) und der Obergrenzen (2,5) der Intervalle der Ausprägungen der Beurteilungskriterien. Nehmen alle Kriterien die Ausprägung 0 bzw. 2,5 an, führt dies zur Ausprägung  $Fl_{ges,u}^{p,1} = 0$  bzw.  $Fl_{ges,o}^{p,1} = 14,86$ . Diese Flächeninhaltsausprägungen ergeben sich wiederum aus der Aggregation der Teilflächeninhalte aus den einzelnen Ausprägungen der Beurteilungskriterien. Deshalb ist es denkbar, Regeln zu formulieren, die alle potenziell möglichen Kombinationen der Intervallausprägungsgrenzen berücksichtigen. Bei fünf Kriterien mit jeweils zwei möglichen zu betrachtenden Intervallgrenzen in Form der Unter- und Obergrenzen resultieren dann  $2^5 = 32$  Kombinationsmöglichkeiten zur Bestimmung eines regelspezifischen Flächeninhaltes.

Nach Formulierung eines profilspezifischen Regelblockes, wie in Tabelle 12 auszugsweise dargestellt, kann aufgrund gegebener Input-Werte dann das sogenannte aktive Flächeninhaltsintervall bestimmt werden. Es gelten exemplarisch für den vorliegenden Regelblock folgende Input-Werte:

$$\begin{array}{ll}
 x_1^p = 5 & x_4^p = 7,5 \\
 x_2^p = 2,5 & x_5^p = 7,5 \\
 x_3^p = 2,5 &
 \end{array}$$

Aufgrund der trennscharf konstruierten Intervalle der Ausprägungen der Beurteilungskriterien und der zugrunde liegenden zweiwertigen Logik ist lediglich eine Regel des vorliegenden Regelblockes aktiv (vgl. Regel  $r = 604$  in Tabelle 12). Diese führt zur Flächeninhaltsausprägung  $Fl_{ges}^{p,1} = [50,52; 118,88]$ .

Eine Gegenüberstellung dieser Flächeninhaltsausprägung mit der Flächeninhaltsausprägung eines weiteren Profils gestattet dann eine Aussage hinsichtlich eines Flächeninhaltsüberschusses bzw. einer Flächeninhaltsunterdeckung des einen Profils gegenüber dem anderen Profil.

Die strikte Trennschärfe der Intervallausprägungen führt jedoch zu recht undifferenzierten Aussagen über das Verhältnis zweier Profile. Menschliche Denkmuster folgen häufig keiner klaren Abgrenzung der Ausprägungen wahr oder falsch bzw. 1 oder 0, sondern vielfach dem Denken in unscharfen Ausdrücken.<sup>497</sup>

---

<sup>497</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 29.

Deshalb sind im Folgenden Überlegungen zur Durchführung regelbasierter Profilvergleiche auf der Basis unscharfer Informationen zu präsentieren (Kapitel 3.2).

## 3.2 Regelbasierter unscharfer Profilvergleich

---

### 3.2.1 Terminologische und relationale Unschärfe

---

Grundsätzlich können Entscheidungssituationen hinsichtlich ihres Grades der Bestimmtheit klassifiziert werden. Deterministischen Situationen liegt die Überlegung zugrunde, dass einerseits der Alternativen- und Ergebnisraum sowie die vom Entscheidungsträger zu verfolgende Zielfunktion exakt bestimmbar sind und andererseits der zukünftig mit Sicherheit eintretende Umweltzustand als bekannt vorausgesetzt wird.<sup>498</sup> Indeterminierte Entscheidungssituationen können einerseits durch die Unbestimmtheit zukünftiger Ereignisse und andererseits durch die Unbestimmtheit der Ereignisse selbst gekennzeichnet sein.<sup>499</sup> Das Eintreten zukünftiger Ereignisse betreffend kann wiederum zwischen solchen Entscheidungssituationen differenziert werden, bei welchen der Entscheidungsträger in der Lage ist, potenziell eintretenden Ereignissen zwar eine positive aber keine genauen Eintrittswahrscheinlichkeiten zuzuordnen (Entscheidungssituationen bei Ungewissheit bzw. Unsicherheit im engeren Sinne) und solchen, bei denen der Entscheidungsträger Ereignissen präzise Eintrittswahrscheinlichkeit zuweisen kann (Entscheidungssituationen unter Risiko).<sup>500</sup> Entscheidungssituationen, in denen nicht das Eintreten von Ereignissen, sondern die Ereignisse selbst unbestimmt sind, werden als Situationen der Unschärfe bezeichnet. In solchen Situationen kann es vorkommen, dass die Ausprägungen in Ansatz zu bringender Entscheidungsvariablen und Daten nicht scharf, sondern nur unscharf bestimmbar sind. Terminologische bzw. relationale Unschärfe bezieht sich dabei dann auf die Unschärfe von Begriffen („niedrige“ Qualifikation, „geringe“ Eignung, etc.) bzw. von Beziehungen

---

<sup>498</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 7.

<sup>499</sup> Vgl. Spengler (1999), S. 128-129.

<sup>500</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 7-8; Spengler (1999), S. 128-130. Während Entscheidungssituationen bei Ungewissheit und Risiko die Extremausprägungen hinsichtlich des Treffens von Wahrscheinlichkeitsurteilen über potenziell eintretende Umweltzustände darstellen, sind durchaus auch Situationen dazwischen denkbar. Die von Kofler/Menges (1976) initiierte sogenannte Theorie linearer partieller Informationen (LPI-Theorie) fundiert die Verwendung von Wahrscheinlichkeitsintervallen in Fällen, in welchen zwar keine präzisen Wahrscheinlichkeiten wie im Risikofall aber differenziertere Wahrscheinlichkeitsurteile als im Ungewissheitsfall in Ansatz gebracht werden können.

zwischen Objekten („Person 1 besitzt eine höhere Qualifikation als Person 2“, „Person 1 besitzt eine geringere Eignung als Person 2“, etc.).<sup>501</sup>

In der Cantorschen bzw. klassischen Mengenlehre wird „[...] jede Zusammenfassung  $M$  von bestimmten wohlunterschiedenen Objecten unsrer [sic!] Anschauung oder unseres Denkens (welche die ‚Elemente‘ von  $M$  genannt werden) zu einem Ganzen“<sup>502</sup> als Menge definiert. Dieser Auffassung folgend wird hinsichtlich der Zugehörigkeit eines Elementes zu einer Menge lediglich zwischen vollständiger Zugehörigkeit und vollständiger Nichtzugehörigkeit unterschieden. Dementsprechend gilt für den Zugehörigkeitsgrad  $\mu_A(x)$  eines Elementes  $x$  zu einer Menge  $A$   $\mu_A(x) \in \{0,1\}$ .<sup>503</sup> Die auf Arbeiten von Lotfi A. Zadeh zurückgehende Theorie unscharfer Mengen<sup>504</sup> (engl. Fuzzy Set Theory) stellt ein Instrumentarium zur Verfügung, um mit terminologischer und relationaler Unschärfe mathematisch korrekt umzugehen.<sup>505</sup> Im Kontext dieser Theorie wird eine Relaxierung des klassischen Mengenverständnisses vorgenommen. Zugehörigkeitswerte eines Elementes zu einer Menge können dieser Auffassung folgend nicht nur die Ausprägungen 0 (vollständige Nichtzugehörigkeit) oder 1 (vollständige Zugehörigkeit), sondern auch Ausprägungen zwischen 0 und 1 annehmen. Dementsprechend gilt für den Zugehörigkeitsgrad  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  eines Elementes  $x$  zu einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$   $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ .<sup>506</sup> Bei der vorzustellenden Anwendung der Profilvergleichsmethode auf Grundlage unscharfer Informationen wird dieser Auffassung gradueller Abstufungen von Zugehörigkeitswerten gefolgt. Zur Determination eines Zugehörigkeitsgrades eines Elementes  $x$  zu einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  lassen sich Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  in Ansatz bringen.<sup>507</sup> Dabei ist eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  auf einer klassischen Menge  $X$  mit den Elementen  $x$  als eine Menge geordneter Zweitupel definiert. Mit  $\mu_{\tilde{A}}$  als Zugehörigkeitsfunktion,  $\mathbb{R}_0^+$  als Zugehörigkeitsraum und  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  als Zugehörigkeitsgrad eines Elementes  $x$  zur unscharfen Menge  $\tilde{A}$  gilt dann:<sup>508</sup>

$$\tilde{A} := \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\} \text{ mit } \mu_{\tilde{A}}: X \rightarrow \mathbb{R}_0^+$$

---

<sup>501</sup> Vgl. Spengler et al. (2019), S. 93-94.

<sup>502</sup> Cantor (1895), S. 481.

<sup>503</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 4.

<sup>504</sup> Vgl. zu den Grundlagen der Theorie unscharfer Mengen ausführlich Zadeh (1965).

<sup>505</sup> Vgl. Spengler et al. (2019), S. 94.

<sup>506</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 4; Zadeh (1965), S. 339.

<sup>507</sup> Vgl. Zadeh (1965), S. 339.

<sup>508</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 8.

In der vorliegenden Arbeit werden durchgehend normalisierte unscharfe Mengen in Ansatz gebracht. Eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  wird als normalisierte unscharfe Menge bezeichnet, wenn  $\sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x) = 1$  gilt.<sup>509</sup> Dies bedeutet, dass über alle Elemente  $x$  der Grundmenge  $X$  das Supremum der Zugehörigkeitsgrade  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  die Ausprägung 1 annimmt. Zugehörigkeitsgrade einer normalisierten unscharfen Menge können demnach die Ausprägungen im Intervall  $[0; 1]$  annehmen.<sup>510</sup>

Zur korrekten mathematischen Verarbeitung unscharfer Informationen sind Kenntnisse über ausgewählte Basisdefinitionen und Operationen unscharfer Mengen erforderlich. Die für die vorliegende Arbeit relevanten sind dem Anhang zu entnehmen.<sup>511</sup>

Um unscharfe Informationen im Rahmen regelbasierter Profilvergleiche zu verarbeiten, sind zudem Grundlagen des unscharfen Schließens in Regelsystemen darzulegen.

### 3.2.2 Unscharfe Regelsysteme

---

#### 3.2.2.1 Unscharfes logisches (Fehl-) Schließen in Regelsystemen

---

Häufig liegen Praxisprobleme vor, die eine auf der zweiwertigen Logik basierende mathematische Formulierung nicht zulassen. Ein möglicher Grund fußt unter Umständen auf der unscharfen Problemformulierung, welche nicht mit klassischer bzw. scharfer Mathematik zu bewältigen ist.<sup>512</sup>

Abweichend von der zweiwertigen Logik sind Situationen denkbar, in denen ein Ereignis, ein Objekt oder eine Aussage  $A$  z. B. „etwas“ oder „kaum“ vorliegt. Dieser Überlegung folgend werden in unscharfen Regelsystemen unscharfe Ausprägungen für  $A$  und  $B$  in Ansatz gebracht.

Daraus resultiert die Anwendung eines unscharfen Modus Ponens mit den unscharfen Ereignissen  $\tilde{A}$  und  $\tilde{B}$ :

Prämisse 1: Wenn  $\tilde{A}$ , dann  $\tilde{B}$ .

---

<sup>509</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 12.

<sup>510</sup> Die Normalisierung einer unscharfen Menge kann mit Hilfe der Operation  $\frac{\mu_{\tilde{A}}(x)}{\sup_{x \in X} \mu_{\tilde{A}}(x)} \quad \forall x \in X$  durchgeführt werden. Dabei wird der Zugehörigkeitsgrad eines Elementes  $x$  durch die Ausprägung des größten, vorhandenen Zugehörigkeitsgrades dividiert, um sicherzustellen, dass  $\mu_{\tilde{A}}(x) = [0; 1] \quad \forall x \in X$  gilt [vgl. Spengler (1993), S. 12-13].

<sup>511</sup> Vgl. zu Basisdefinitionen und Operationen unscharfer Mengen Anhang IV.

<sup>512</sup> Vgl. Zimmermann (1975), S. 785.

Prämisse 2:  $\tilde{A}$  tritt auf.

---

Konklusion:  $\tilde{B}$  wird geschlussfolgert.<sup>513</sup>

Es gelten zwei Aussagen  $A$  und  $B$ :

$A$  := Ein Mitarbeiter ist motiviert.

$B$  := Die Leistung eines Mitarbeiters ist hoch.

Zur Verdeutlichung der Abgrenzung des scharfen vom unscharfen Modus Ponens dient folgendes, einfach gehaltenes und im personalwirtschaftlichen Kontext angesiedeltes Beispiel:

Für die beiden Aussagen lassen sich die Prämissen 1 und 2 sowie die korrespondierende Konklusion betrachten:

Prämisse 1: Wenn ein Mitarbeiter motiviert ist, dann ist seine Leistung hoch.

Prämisse 2: Ein Mitarbeiter ist motiviert.

---

Konklusion: Die Leistung des Mitarbeiters ist hoch.

Während Prämisse 1 die zugrunde liegende Regel ( $A \rightarrow B$ ) darstellt, entspricht Prämisse 2 dem Vorliegen des Faktums. Bei Anwendung des scharfen Modus Ponens wird lediglich eine dichotome Differenzierung der Ausprägungen des Wahrheitsgehaltes einer Aussage vorgenommen.

In Abwandlung hierzu gilt für den unscharfen Modus Ponens die Akzeptanz gradueller Abstufungen. Gilt z. B. stattdessen für die Aussagen  $A'$  und  $B'$

$A'$  := Ein Mitarbeiter ist geringfügig motiviert.

$B'$  := Die Leistung eines Mitarbeiters ist hoch,

dann gilt für die Anwendung des unscharfen Modus Ponens z. B.:

Prämisse 1: Wenn ein Mitarbeiter motiviert ist, dann ist seine Leistung hoch.

Prämisse 2: Ein Mitarbeiter ist geringfügig motiviert.

---

Konklusion: Die Leistung des Mitarbeiters ist nicht vollständig hoch.

---

<sup>513</sup> Vgl. Siegling et al. (2023a), S. 14.

Bei Anwendung des unscharfen Modus Ponens wird also die strikte Dichotomie der Wahrheitsgehalte derart relaxiert, dass aus vorliegenden unscharfen Aussagen unscharfe Schlüsse gezogen werden können.

Die Konstruktion und Anwendung scharfer oder unscharfer Regelsysteme erfordert jedoch eine gewisse Sensibilität für das Ziehen potenzieller Fehlschlüsse.<sup>514</sup> Zur Verdeutlichung der Gefahr des fehlerhaften Schließens werden folgende Aussagen  $C$  und  $D$  betrachtet:

$C$  := Ein Mitarbeiter ist qualifiziert.

$D$  := Ein Mitarbeiter ist produktiv.

Die Anwendung des scharfen Modus Ponens führt bspw. zu (Beispiel a):

Prämisse 1: Wenn ein Mitarbeiter qualifiziert ist, dann ist er produktiv. ( $C \rightarrow D$ )

Prämisse 2: Ein Mitarbeiter ist qualifiziert. ( $C$ )

---

Konklusion: Der Mitarbeiter ist produktiv. ( $D$ )

Darüber hinaus lässt sich der Modus Ponens aber auch folgendermaßen anwenden (Beispiel b):

Prämisse 1: Wenn ein Mitarbeiter produktiv ist, dann ist er qualifiziert. ( $D \rightarrow C$ )

Prämisse 2: Ein Mitarbeiter ist produktiv. ( $D$ )

---

Konklusion: Der Mitarbeiter ist qualifiziert. ( $C$ )

Die Gültigkeit des Schlusses hängt ausschließlich von der formalen Struktur der Schlussfigur (logische Wahrheit) und nicht von der Wahrheit der in dem Schluss verarbeiteten Inhalte (faktische Wahrheit) ab.<sup>515</sup> Dementsprechend sind die beiden präsentierten Schlüsse (Beispiel a und Beispiel b) zur Qualifikation und Produktivität eines Mitarbeiters formallogisch korrekt, können möglicherweise hinsichtlich ihrer Struktur jedoch kritisiert werden. Damit ist gemeint, dass es eine Frage des Ursache-Wirkungs-Zusammenhangs ist, ob Qualifikation zu Produktivität führt oder ob Produktivität zu Qualifikation führt. Obwohl die Konklusionen in Beispiel a und Beispiel b formallogisch korrekt abgeleitet sind, besteht die Gefahr, dass sie einen inhaltlichen Fehlschluss darstellen, wenn Ursache und Wirkung verwechselt oder falsch interpretiert

---

<sup>514</sup> Vgl. ausführlich zu Fehlschlüssen z. B. Spengler et al. (2024), S. 23-26.

<sup>515</sup> Vgl. Zoglauer (2008), S. 59.

werden. Gerade in der Anwendung von Entscheidungs- oder Bewertungsmodellen, die auf scharfen oder unscharfen Regeln basieren, ist es daher notwendig, zwischen logischer Gültigkeit und inhaltlicher Plausibilität zu unterscheiden.

Weiterhin bergen logische Schlüsse die Gefahr, Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge unzulässig umzukehren.<sup>516</sup> In Beispiel a stellt die Qualifikation eines Mitarbeiters die Ursache für die Wirkung in Form der Produktivität dar. Eine Umkehrung des Ursache-Wirkungs-Zusammenhangs würde folgende Schlussgestalt annehmen:

Prämisse 1: Wenn ein Mitarbeiter qualifiziert ist, dann ist er produktiv. ( $C \rightarrow D$ )

Prämisse 2: Ein Mitarbeiter ist produktiv. ( $D$ )

---

Konklusion: Der Mitarbeiter ist qualifiziert. ( $C$ )

Aus dem Vorliegen der Produktivität (Wirkung) wird auf das Vorliegen der Qualifikation (Ursache) geschlossen. Eine derartige Allgemeingültigkeit darf nicht unterstellt werden, da es durchaus möglich ist, dass die Produktivität auf andere Ursachen zurückführbar ist, wie z. B. die Motivation.<sup>517</sup>

Während vom Vorliegen der Wirkung nicht auf das Vorliegen der Ursache geschlossen werden sollte, darf ebenfalls nicht vom Nichtvorliegen der Ursache auf das Nichtvorliegen der Wirkung geschlossen werden. Beispiel a nimmt dann folgende Gestalt an:

Prämisse 1: Wenn ein Mitarbeiter qualifiziert ist, dann ist er produktiv. ( $C \rightarrow D$ )

Prämisse 2: Ein Mitarbeiter ist nicht qualifiziert. ( $\neg C$ )

---

Konklusion: Der Mitarbeiter ist nicht produktiv. ( $\neg D$ )

Dieser sogenannte Detektivschluss<sup>518</sup> entspricht einer Negation der Wirkung ( $\neg D$ ) auf Grundlage der Negation einer Ursache ( $\neg C$ ). Die zugrundeliegende Regel ( $C \rightarrow D$ ) berücksichtigt ausschließlich den Fall, dass vorhandene Qualifikation zu Produktivität führt. Um den Fall einer nicht vorhandenen Qualifikation zu berücksichtigen, ist ein Regelsystem zu konstruieren, in welchem ebenfalls der Fall einer nicht vorhandenen Qualifikation als WENN-Komponente und eine korrespondierende Ausprägung der DANN-Komponente in Form der Produktivität berücksichtigt werden.

---

<sup>516</sup> Vgl. Zoglauer (2008), S. 61.

<sup>517</sup> Vgl. Zoglauer (2008), S. 61.

<sup>518</sup> Vgl. Zoglauer (2008), S. 62.



Zudem können weitere Ursachen, wie z. B. die Motivation, dazu führen, dass ein Mitarbeiter produktiv ist. Über weitere Ursachen wird in der zugrundeliegenden Regel ( $C \rightarrow D$ ) ebenfalls keine Aussage getroffen.

Um genannte Formen der Fehlschlüsse zu vermeiden, sind formallogisch und nach Möglichkeit inhaltlich korrekte unscharfe Regelsysteme zu konstruieren und zur Verwendung eines regelbasierten Profilvergleichs im Kontext der betrieblichen Humankapitalbewertung heranzuziehen. Deshalb wird im Folgenden die Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme dargestellt (Kapitel 3.2.2.2).

### 3.2.2.2 Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme

---

#### 3.2.2.2.1 Vorbemerkungen

---

In verschiedenen Entscheidungs- oder Bewertungssituationen reichen oft präzise Zahlenwerte allein nicht aus, um die Komplexität realer Zusammenhänge angemessen abzubilden. Häufig stützen sich Bewertungen auf sprachlichen Einschätzungen, wie z. B. „Die Absentismusrate der Arbeitskräfte ist gering“ oder „Die Personalausstattung ist recht stabil“. Hierauf aufbauend lässt sich dann exemplarisch die verbale Regel „Wenn die Absentismusrate recht gering ist, dann ist Personalausstattung recht stabil“ formulieren. Um solche sprachlich formulierten Regeln systematisch nutzbar zu machen, werden in unscharfen Regelsystemen sogenannte linguistische Variablen in Ansatz gebracht.<sup>519</sup> In genannten Beispielaussagen entsprechen die Absentismusrate und die Personalausstattung solchen linguistischen Variablen. Deren Ausprägungen – wie „gering“ oder „recht stabil“ – werden als linguistische Terme bezeichnet.<sup>520</sup> In einem unscharfen Regelsystem erfolgt deren mathematische Beschreibung durch Zugehörigkeitsfunktionen. Ein unscharfes Regelsystem enthält mindestens eine linguistische Input- (hier: Absentismusrate) und mindestens eine linguistische Outputvariable (hier: Personalausstattung). Die Verknüpfung der Ausprägungen erfolgt über eine aus Wenn-Dann-Regeln bestehende Regelbasis.<sup>521</sup> Die Vorgehensweise zur Konstruktion und Anwendung eines unscharfen Regelsystems basiert grundsätzlich auf drei Schritten:<sup>522</sup>

---

<sup>519</sup> Vgl. z. B. Zimmermann (1996), S. 129.

<sup>520</sup> Vgl. Kahlert/Frank (1994), S. 53; Zadeh (1975), S. 199.

<sup>521</sup> Vgl. Schroll (2007), S. 126.

<sup>522</sup> Vgl. Siegling et al. (2023b), S. 15.

- I) Fuzzifizierung der Regelinputs durch die Konstruktion von Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Inputvariablen (Kapitel 3.2.2.2.2),
- II) Durchführung der Fuzzy-Inferenz<sup>523</sup> mittels Formulierung einer Regelbasis und der Anwendung des Inferenzmechanismus zur Ableitung der Ausprägungen für die linguistische Outputvariable (Kapitel 3.2.2.2.3) und
- III) Defuzzifizierung des unscharfen Outputs (Kapitel 3.2.2.2.4).

#### 3.2.2.2.2 Fuzzifizierung der Regelinputs

---

Im Kontext unscharfer Regelsysteme stellen linguistische Variable Quadrupel dar, welche aus dem Namen der Variable, der Menge der linguistischen Terme, der auf der linguistischen Variablen definierten Grundmenge und einer semantischen Regel, mit der eine graduelle Zuordnung der Ausprägungen der Grundmenge zu linguistischen Ausprägungen der Variable erfolgt, bestehen.<sup>524</sup>

Zur Verdeutlichung des Konzeptes der linguistischen Variable gelten folgende Symbole:<sup>525</sup>

$NV$	$:=$	Bezeichnung der linguistischen Variable
$L(NV)$	$:=$	$\{l\}$ Menge der linguistischen Terme $l$ der linguistischen Variable $NV$
$\bar{X}$	$:=$	$\{x\}$ Grundmenge, auf welcher die linguistische Variable definiert ist, mit den Elementen $x$
$x$	$:=$	Scharfe Ausprägung der linguistischen Variable
$SR$	$:=$	Semantische Regel, die jedem linguistischen Term eine Bedeutung zuweist mit $SR(l)$ als unscharfer Teilmenge auf $\bar{X}$
$\mu_l^{\bar{NV}}(x)$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad der scharfen Ausprägung $x$ zur linguistischen Ausprägung $l$ der linguistischen Variable $NV$

Zur Illustration dient exemplarisch die linguistische Variable Absentismusrate  $AR$ :

$(AR, L(AR), \bar{X}, SR)$

---

<sup>523</sup> Vgl. ausführlich zur Fuzzy-Inferenz z. B. Terano et al. (1987), S. 159-165.

<sup>524</sup> Vgl. z. B. Nissen (2007), S. 17; Zadeh (1975), S. 199; Zimmermann (2010), S. 319.

<sup>525</sup> In Anlehnung an Schroll (2007), S. 129; Zadeh (1975), S. 199.

Die Grundmenge  $\bar{X}$  umfasst die aus Unternehmenssicht erwarteten Absentismusraten mit den auf das Intervall  $[0; 10]$  normierten Ausprägungen<sup>526</sup>  $x$ . Mit Hilfe der semantischen Regel *SR* werden linguistische Terme  $l$  der Grundmenge  $\bar{X}$  zugeordnet.

Bezugnehmend auf Abbildung 27 resultiert dann z. B. für die Zuordnung des linguistischen Terms *gering* zur Grundmenge  $\bar{X}$ :<sup>527</sup>

$$SR(gering) = \{(x; \mu_{gering}^{\bar{AR}}(x) | x \in \bar{X}\} \text{ mit}$$

$$\mu_{gering}^{\bar{AR}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x > 5 \\ \frac{5-x}{2} & \text{für } 3 < x \leq 5 \\ 1 & \text{für } 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

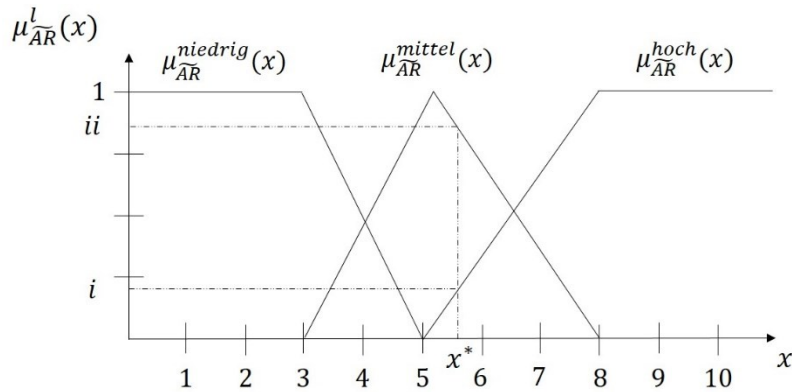


Abbildung 27: Exemplarische Zugehörigkeitsfunktionen einer Inputvariable

Abbildung 27 ist dabei so zu interpretieren, dass Ausprägungen der Absentismusrate  $x$  im Intervall  $[0; 3]$  vollständig als „gering“ und solche ab 5 überhaupt nicht als „gering“ eingestuft werden. Ausprägungen zwischen 3 und 5 werden mit abnehmender Zugehörigkeit als nicht vollständig „gering“ eingestuft. Eine vollständig „mittlere“ Absentismusrate ergibt sich bei einer Ausprägung  $x$  in Höhe von 5. Ausprägungen im Intervall  $(3; 5)$  bzw.  $(5; 8)$  werden mit zunehmender bzw. absteigender Zugehörigkeit nicht vollständig den „mittleren“ Absentismusraten zugeordnet. Den „hohen“

<sup>526</sup> Vgl. hierzu die Ausführungen zur Normierung in Ansatz zu bringender Kriterienausprägungen in Kapitel 3.1.2.2

<sup>527</sup> Für die Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{mittel}^{\bar{AR}}(x)$  und  $\mu_{hoch}^{\bar{AR}}(x)$  gelten analog:

$$\mu_{mittel}^{\bar{AR}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{sonst} \\ \frac{x-3}{2} & \text{für } 3 < x \leq 5 \\ \frac{8-x}{3} & \text{für } 5 < x \leq 8 \end{cases}$$

$$\mu_{hoch}^{\bar{AR}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{sonst} \\ \frac{x-5}{3} & \text{für } 5 < x \leq 8 \\ 1 & \text{für } x > 8 \end{cases}$$

Absentismusraten werden mit ansteigender Zugehörigkeit Ausprägungen  $x$  im Intervall  $(5; 8)$  zugewiesen. Die Ausprägungen  $x \in [8; 10]$  gehören dann vollständig zur „hohen“ Absentismusrate.

Auf Grundlage der soeben beschriebenen linguistischen Variablen erfolgt die sogenannte Fuzzifizierung, bei welcher ein scharfer Inputwert  $x^*$  in einen Vektor von Zugehörigkeitswerten transformiert wird.<sup>528</sup> Es wird also für einen Inputwert  $x^*$  der Zugehörigkeitswert zu jedem linguistischen Term der linguistischen Variable ermittelt.<sup>529</sup> Unter Rückgriff auf Abbildung 27 und einen exemplarischen, nicht näher spezifiziertem Inputwert  $x^*$  ergeben sich folgende parametrisierte Zugehörigkeitswerte:

$$\mu_{gering}^{\widetilde{AR}}(x^*) = 0 \qquad \mu_{mittel}^{\widetilde{AR}}(x^*) = ii \qquad \mu_{hoch}^{\widetilde{AR}}(x^*) = i$$

Verbal bedeutet dies, dass der scharfe Inputwert  $x^*$  zum Grad 0 zur unscharfen Menge der geringen Absentismusrate, zum Grad  $ii$  zur unscharfen Menge der mittleren Absentismusrate und zum Grad  $i$  zur unscharfen Menge der hohen Absentismusrate gehört.

Für eine Absentismusausprägung in Höhe von  $x = 3$  gelten bspw. auf Grundlage vorliegender Zugehörigkeitsfunktionsverläufe die folgenden Zugehörigkeitswerte:

$$\mu_{gering}^{\widetilde{AR}}(x^*) = 1 \qquad \mu_{mittel}^{\widetilde{AR}}(x^*) = 0 \qquad \mu_{hoch}^{\widetilde{AR}}(x^*) = 0$$

Die so ermittelten Zugehörigkeitswerte lassen sich dann als Inputgrößen in die durchzuführende Fuzzy-Inferenz einführen.

Die in Abbildung 27 dargestellten Verläufe der Zugehörigkeitsfunktionen sind metrischer Natur. Häufig werden trianguläre oder trapezförmige Verläufe in Ansatz gebracht, da sich diese durch lineare Approximation einfach abbilden lassen.<sup>530</sup> Unter linearer Approximation ist hier zu verstehen, dass der Verlauf der Zugehörigkeitsfunktion zwischen wenigen vom Entscheider angegebenen Stützpunkten durch Geraden angenähert wird. Diese Vereinfachung trägt dem Umstand Rechnung, dass es in realen Entscheidungs- oder Bewertungssituationen u. U. nur schwer möglich ist, für jede Ausprägung  $x \in \bar{X}$  einen genauen Zugehörigkeitsgrad zu bestimmen.

---

<sup>528</sup> Vgl. Schroll (2007), S. 132.

<sup>529</sup> Vgl. Piegat (2001), S. 157-158.

<sup>530</sup> Vgl. Rommelfanger (1986), S. 219.

Ein Vorteil der Modellierung von Sachverhalten auf der Grundlage linguistischer Variablen stellt die Möglichkeit der Verwendung nicht-metrischer und dementsprechend ordinal oder nominal skalierten Größen dar. In diesen Fällen werden dann anstatt stetiger Zugehörigkeitsfunktionen sogenannte Singletons in Ansatz gebracht. Ein Singleton ist definiert als eine unscharfe Menge, deren stützende Menge<sup>531</sup> exakt ein Element mit einem Zugehörigkeitswert größer Null aufweist.<sup>532</sup>

Im Folgenden wird nun die Durchführung der sogenannten Fuzzy-Inferenz skizziert.

### 3.2.2.2.3 Durchführung der Fuzzy-Inferenz

---

Die auf Grundlage der Fuzzifizierung ermittelten Zugehörigkeitswerte der Inputwerte zu linguistischen Termen der linguistischen Variable werden im Rahmen der Fuzzy-Inferenz<sup>533</sup> verknüpft, um eine resultierende Zugehörigkeitsfunktion der Outputvariable zu generieren.<sup>534</sup>

Bestandteile der Durchführung der Fuzzy-Inferenz sind a) die zugrundeliegenden Regeln in Form einer Regelbasis, b) der Inferenzmechanismus und c) die Zugehörigkeitsfunktionen der Outputvariable.<sup>535</sup>

Zu a) Die Regelbasis im unscharfen Fall besteht aus den dem System zugrundeliegenden kausalen Beziehungen zwischen Input- und Outputvariablen.<sup>536</sup>

Es gelten in Anlehnung an Rommelfanger (1994) folgende Symbole:<sup>537</sup>

$\bar{R} \quad := \quad \{r | r = 1, \dots, R\}$  Menge der Regeln  $r$

$\bar{X} \quad := \quad \{x_i | i = 1, \dots, I\}$  Menge der scharfen Inputgrößen  $x_i$

---

<sup>531</sup> Die stützende Menge  $ST$  einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  ist definiert als  $ST(\tilde{A}) = \{x \in \bar{X} | \mu_{\tilde{A}}(x) > 0\}$  [vgl. Rommelfanger (1994), S. 10; Spengler (1993), S. 12]. Die stützende Menge einer unscharfen Menge stellt eine klassische Menge dar und enthält alle Elemente  $x$ , deren Zugehörigkeitsgrad positiv ( $> 0$ ) ist.

<sup>532</sup> Vgl. Schroll (2007), S. 131.

<sup>533</sup> Kahlert/Frank (1994) definieren Fuzzy-Inferenz folgendermaßen: „Eine Fuzzy-Inferenz ist im Prinzip eine „Verarbeitungsvorschrift“ für WENN ... DANN ... -Regeln bzw. ganze Gruppen von Regeln auf unscharfe Aussagen“ [Kahlert/Frank (1994), S. 62]. Der Begriff Inferenz wird teilweise unterschiedlich verwendet. So wird dem Begriff bisweilen die Bedeutung „aus einem Regelsystem erzeugte Schlussfolgerung“ beigemessen [Wiktionary (e), Stichwort: Inferenz]. Während Kahlert/Frank (1994) mit ihrer Definition auf eine prozessbezogene Perspektive abstellen, wird dem Begriff Inferenz mit letztgenannter Erläuterung eine ergebnisbezogene Perspektive zugesprochen. In der vorliegenden Arbeit wird unter Inferenz der Prozess des Schließens verstanden. Es geht demnach um die Frage, wie von zugrundeliegenden Prämissen auf die Konklusion geschlossen wird.

<sup>534</sup> Vgl. Piegat (2001), S. 158; Schroll (2007), S. 138.

<sup>535</sup> Vgl. Piegat (2001), S. 158.

<sup>536</sup> Vgl. Piegat (2001), S. 158.

<sup>537</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 162; Spengler et al. (2024), S. 32-33.

$\tilde{A}_i \quad := \quad \{\tilde{A}_{ij} | j = 1, \dots, J_i\}$  Menge der linguistischen Terme  $j$  der Inputvariable  $i$

$\tilde{A}_{ri} \quad := \quad$  Linguistischer Term der Inputvariable  $i$  in Regel  $r$

$y \quad := \quad$  Outputvariable

$\tilde{B} \quad := \quad \{\tilde{B}_r | r = 1, \dots, R\}$  Menge der linguistischen Terme der Outputvariable

Allgemein gilt dann für eine Regel  $r$  der Regelbasis (3.31):<sup>538</sup>

$$r: \text{ WENN } x_1 = \tilde{A}_{r1} \text{ UND } x_2 = \tilde{A}_{r2} \text{ UND } \dots \text{ UND } x_I = \tilde{A}_{rI} \text{ DANN } y = \tilde{B}_r \quad (3.31)$$

Zur Illustration wird eine regelbasierte Verknüpfung von zwei Inputvariablen ( $x_1$  und  $x_2$ ) mit jeweils zwei linguistischen Termen ( $\tilde{A}_1 := \{\tilde{A}_{11}, \tilde{A}_{12}\}$  und  $\tilde{A}_2 := \{\tilde{A}_{21}, \tilde{A}_{22}\}$ ) und einer Outputvariable ( $y$ ) dargestellt:

$$r = 1: \text{ WENN } x_1 = \tilde{A}_{11} \text{ UND } x_2 = \tilde{A}_{21} \text{ DANN } y = \tilde{B}_1$$

$$r = 2: \text{ WENN } x_1 = \tilde{A}_{12} \text{ UND } x_2 = \tilde{A}_{21} \text{ DANN } y = \tilde{B}_2$$

$$r = 3: \text{ WENN } x_1 = \tilde{A}_{11} \text{ UND } x_2 = \tilde{A}_{22} \text{ DANN } y = \tilde{B}_3$$

$$r = 4: \text{ WENN } x_1 = \tilde{A}_{12} \text{ UND } x_2 = \tilde{A}_{22} \text{ DANN } y = \tilde{B}_4$$

Verbal lässt sich z. B. Regel  $r = 1$  folgendermaßen ausformulieren:

Wenn die scharfe Inputvariable 1 ( $x_1$ ) dem linguistischen Term 1 der Inputvariable 1 ( $\tilde{A}_{11}$ ) und die scharfe Inputvariable 2 ( $x_2$ ) dem linguistischen Term 1 der Inputvariable 2 ( $\tilde{A}_{21}$ ) entsprechen, dann entspricht die Outputvariable ( $y$ ) dem linguistischen Term 1 ( $\tilde{B}_1$ ).

Zur Verdeutlichung der Konstruktion einer Regelbasis werden exemplarisch mit der Absentismusrate ( $x_1$ ) und der Fluktuationsquote ( $x_2$ ) zwei linguistische Inputvariablen und mit der Stabilität der Personalausstattung eine linguistische Outputvariable ( $y$ ) betrachtet. Für die Absentismusrate sowie die Fluktuationsquote werden jeweils zwei linguistische Terme (gering, hoch) in Ansatz gebracht ( $\tilde{A}_1 := \{\tilde{A}_{11} = \text{gering}, \tilde{A}_{12} = \text{hoch}\}$ ,  $\tilde{A}_2 := \{\tilde{A}_{21} = \text{gering}, \tilde{A}_{22} = \text{hoch}\}$ ). Die Stabilität der Personalausstattung soll durch die linguistischen Terme gering, mittel und hoch charakterisiert werden ( $\tilde{B} := \{\text{gering}, \text{mittel}, \text{hoch}\}$ ).

Konkret lassen sich bei zwei Inputvariablen mit jeweils zwei linguistischen Ausprägungen vier logisch mögliche Regeln formulieren. Für dieses vorliegende Beispiel

---

<sup>538</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 162.

wird festgelegt, dass eine geringe Absentismusrate und eine geringe Fluktuationsrate zu einer hohen Stabilität führen und vice versa. Aus dem Auftreten einer Inputgröße mit einer geringen Ausprägung und der anderen Inputgröße mit einer hohen Ausprägung resultiert hier eine mittlere Stabilität. Es sind somit in der Regelbasis folgende Regeln in Ansatz zu bringen:

$r = 1$ : WENN  $x_1 = \text{gering}$  UND  $x_2 = \text{gering}$  DANN  $y = \text{hoch}$

$r = 2$ : WENN  $x_1 = \text{hoch}$  UND  $x_2 = \text{gering}$  DANN  $y = \text{mittel}$

$r = 3$ : WENN  $x_1 = \text{gering}$  UND  $x_2 = \text{hoch}$  DANN  $y = \text{mittel}$

$r = 4$ : WENN  $x_1 = \text{hoch}$  UND  $x_2 = \text{hoch}$  DANN  $y = \text{gering}$

Zu b) Im Rahmen der Anwendung des Inferenzmechanismus sind mit b1) der Bestimmung regelspezifischer Erfüllungsgrade, b2) der Bestimmung aktivierter Zugehörigkeitsfunktionen der Outputvariable und b3) der Bestimmung der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion über alle Regeln der Regelbasis drei Teilschritte durchzuführen.<sup>539</sup>

Zu b1) Während in scharfen Regelsystemen<sup>540</sup> ausschließlich eine Regel aus einer Regelbasis aktiv ist, können in unscharfen Regelsystemen mehrere Regeln gleichzeitig aktiv sein („feuern“). Eine Regel wird dann als aktiv bzw. feuernd bezeichnet, wenn ihr zugrundeliegende Prämissen einen positiven Wahrheitsgrad und dementsprechend einen positiven Zugehörigkeitswert aufweisen.<sup>541</sup> Für die weitere Betrachtung sind demzufolge nur solche Regeln näher zu beleuchten, die einen sogenannten positiven Erfüllungsgrad (Degree of Fulfillment (DOF)) aufweisen.

Zur Bestimmung regelspezifischer DOFs können in Abhängigkeit von der inhaltlichen Ausgestaltung der Regeln verschiedene Operatoren aus den Kategorien der *t*-Normen und *s*-Normen herangezogen werden.<sup>542</sup> Diese legen fest, wie die linguistischen Inputvariablen miteinander zu verknüpfen sind. In der vorliegenden Arbeit werden zwei grundlegende Operatoren verwendet: der Minimumoperator zur Abbildung von UND-Verknüpfungen aus der Kategorie der *t*-Normen sowie der Maximumoperator zur Abbildung von ODER-Verknüpfungen aus der Kategorie der *s*-Normen. Der Minimumoperator ermittelt den kleinsten Zugehörigkeitsgrad aller beteiligten Bedingungen. Damit bestimmt die am

---

<sup>539</sup> Vgl. Piegat (2001), S. 160-161.

<sup>540</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.1.3.

<sup>541</sup> Vgl. Spengler et al. (2024), S. 35.

<sup>542</sup> Vgl. z. B. Schroll (2007), S. 106-113.

niedrigsten erfüllte Teilbedingung den gesamten Erfüllungsgrad der Regel. Damit wirkt die am niedrigsten erfüllte Prämisse begrenzend auf den DOF einer Regel. Der Maximumoperator hingegen berücksichtigt den höchsten Zugehörigkeitsgrad und ermöglicht damit bereits bei starker Erfüllung einer einzelnen Teilbedingung eine hohe Regelaktivierung.

Ob in einer Regel alle Bedingungen gleichzeitig erfüllt sein müssen („sowohl ... als auch ...“) oder ob bereits eine teilweise Erfüllung einer von mehreren Bedingungen genügt („entweder ... oder ... oder beides“), entscheidet über die Wahl des jeweiligen Operators.<sup>543</sup> So ist bei einer Regel wie „Wenn die Absentismusrate gering ist **und** die Fluktuationsquote gering ist, dann ...“ eine gleichzeitige Erfüllung beider Bedingungen erforderlich. Der Minimumoperator bildet dies ab, indem er den geringeren der beiden Zugehörigkeitsgrade als maßgeblich für den DOF der Regel verwendet. In anderen Fällen, etwa bei der Regel „Wenn die Absentismusrate **oder** die Fluktuationsquote gering ist, dann ...“, genügt bereits die Erfüllung einer der beiden Bedingungen.

Neben diesen beiden Standardoperatoren existiert eine Vielzahl weiterer *t*- und *s*-Normen, die alternative Konzepte zur Verknüpfung unscharfer Aussagen erlauben.<sup>544</sup> Da in der vorliegenden Arbeit jedoch ausschließlich der Minimum- und der Maximumoperator zur Anwendung kommen, beschränkt sich die folgende Darstellung auf diese beiden. Dies ist zum einen darin begründet, dass die Anwendung des Minimum- und des Maximumoperators intuitiv verständlich ist und sich unmittelbar aus der sprachlogischen Struktur vieler Regeln ableiten lässt. Zum anderen folgt ihre Verwendung aus der zugrunde liegenden Max-Min-Inferenzmethode (siehe b2)). Bei

---

<sup>543</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 8; Zimmermann (1975), S. 787.

<sup>544</sup> Vgl. zu weiteren Operatoren z. B. Piegat (2001), S. 121; Schroll (2007), S. 106-113. Neben dem Minimum- und dem Maximumoperator existieren zahlreiche weitere *t*-Normen und *s*-Normen, die eine feinere Abstufung bei der Bewertung unscharfer Bedingungen erlauben. Eine alternative *t*-Norm ist beispielsweise das algebraische Produkt, bei dem die Zugehörigkeitsgrade zweier Bedingungen miteinander multipliziert werden [vgl. Schroll (2007), S. 106]. Dadurch fällt das Ergebnis meist niedriger aus als beim Minimumoperator. Das gilt dann, wenn bspw. zwei Bedingungen nur teilweise erfüllt sind. Zur Erläuterung: Wenn zwei Bedingungen mit den Werten 0,6 und 0,7 erfüllt sind, ergibt der Minimumoperator einen DOF von 0,6, das Produkt dagegen nur 0,42. Das algebraische Produkt führt also dazu, dass die Regel erst dann stark aktiviert wird, wenn beide Bedingungen fast vollständig erfüllt sind. Eine alternative *s*-Norm stellt die algebraische Summe dar. Im Unterschied zum Maximumoperator, der nur den höchsten Zugehörigkeitsgrad der beteiligten Bedingungen berücksichtigt, wird bei der algebraischen Summe zunächst die Summe der Zugehörigkeitswerte gebildet und anschließend deren Produkt wieder abgezogen [vgl. Schroll (2007), S. 113]. Auf diese Weise wird sichergestellt, dass die kombinierte Bewertung der Zugehörigkeitsgrade nicht durch doppelte Berücksichtigung überhöht wird. Zur Erläuterung: Wenn zwei Bedingungen mit den Zugehörigkeitswerten 0,6 und 0,7 erfüllt sind, ergibt sich zunächst eine Summe von 1,3. Davon wird das Produkt beider Werte ( $0,6 \cdot 0,7 = 0,42$ ) abgezogen. Damit resultiert auf Basis der algebraischen Summe ein DOF von 0,88. Der DOF ist höher als bei Anwendung des Maximumoperators.



dieser Vorgehensweise werden die Bedingungen innerhalb einer Regel mittels Minimumoperator ( $t$ -Norm) verknüpft und die resultierenden Regelkonsequenzen anschließend über den Maximumoperator ( $s$ -Norm) zusammengeführt. In diesem methodischen Rahmen sind diese beiden Operatoren ausreichend, um das gesamte Regelwerk konsistent abzubilden, ohne zusätzliche Rechenkomplexität durch alternative Normen zu erzeugen.

Es gilt allgemein für die Bestimmung eines regelspezifischen DOFs bei Anwendung des Minimum- bzw. Maximumoperators (3.34) bzw. (3.35):

$$DOF_r = \text{Min}[\mu_{r1}(x_1^*), \mu_{r2}(x_2^*), \dots, \mu_{rI}(x_I^*)] \quad (3.34)$$

bzw.

$$DOF_r = \text{Max}[\mu_{r1}(x_1^*), \mu_{r2}(x_2^*), \dots, \mu_{rI}(x_I^*)] \quad (3.35)$$

Dabei entspricht der regelspezifische DOF dem Minimum bzw. Maximum der aus der Fuzzifizierung ermittelten Zugehörigkeitswerte  $\mu_{ri}(x_i^*)$  scharfer inputspezifischer Ausprägungen  $x_i^*$ .

Zu b2) Nach der Verknüpfung der unscharfen Regelprämissen mit dem hier verwendeten Minimumoperator erfolgt die Bestimmung der resultierenden regelspezifischen Zugehörigkeitsfunktion der Outputvariable.

Zunächst sind für die Durchführung dieses Schrittes Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Terme  $\tilde{B}$  der Outputvariable  $y$  zu formulieren (vgl. Abbildung 28).

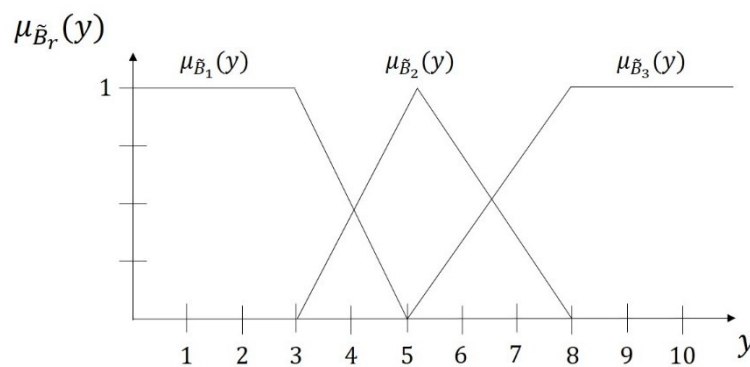


Abbildung 28: Exemplarische Zugehörigkeitsfunktionen einer Outputvariable

Nachdem eine Regel durch die Fuzzifizierung der Eingangsgrößen und deren Verknüpfung einen bestimmten DOF aufweist, wird dieser DOF auf die Zugehörigkeitsfunktion desjenigen linguistischen Terms der Outputvariable angewendet, der in der Konklusion der Regel genannt ist. Im obigen Beispiel bedeutet dies, dass die

regelspezifischen DOFs auf die linguistischen Terme der Stabilität der Personalausstattung (gering, mittel und hoch) zu übertragen sind.

Die regelspezifische Zugehörigkeitsfunktion ergibt sich bei Anwendung des Minimum-Operators mit folgender Vorschrift (3.36a):<sup>545</sup>

$$r: \mu_{\hat{B}_r}(y) = \text{Min}[DOF_r, \mu_{B_r}(y)] \quad (3.36a)$$

Unter Rückgriff auf (3.34) gilt damit für (3.36a) in modifizierter Form (3.36b):

$$r: \mu_{\hat{B}_r}(y) = \text{Min}[\text{Min}[\mu_{r1}(x_1^*), \mu_{r2}(x_2^*), \dots, \mu_{rI}(x_I^*)], \mu_{B_r}(y)] \quad (3.36b)$$

Die regelspezifische Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\hat{B}_r}(y)$  ergibt sich aus der Verknüpfung der fuzzifizierten Inputwerte mit der Zugehörigkeitsfunktion des in der Regel genannten linguistischen Output-Terms. Mit dem inneren Minimumoperator erfolgt die Bestimmung des regelspezifischen DOFs. Der äußere Minimumoperator führt eine Begrenzung der ursprünglichen Zugehörigkeitsfunktion des Output-Terms durch, indem alle Funktionswerte oberhalb des DOFs auf diesen Wert reduziert werden. Mit (3.36b) wird also bewirkt, dass der Erfüllungsgrad der Konklusion nicht größer werden kann, als der Erfüllungsgrad der korrespondierenden Prämissen.<sup>546</sup>

Zu b3) Nach Bestimmung der regelspezifischen Ausprägungen der Zugehörigkeitsfunktionen der Konklusion ist deren Aggregation zu einer resultierenden Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge über alle Regeln durchzuführen. Ein häufig in Ansatz gebrachtes Inferenzschema ist die Max-Min-Inferenz.<sup>547</sup> Deren Anwendung ergibt sich aus der Verwendung von (3.37) und daran schließend (3.38):<sup>548</sup>

$$r: \mu_{\hat{B}_r}(y) = \text{Min}(\mu_{r1}(x_1^*), \mu_{r2}(x_2^*), \dots, \mu_{rI}(x_I^*), \mu_{B_r}(y)) \quad (3.37)$$

---

<sup>545</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 162.

<sup>546</sup> Vgl. Schroll (2007), S. 144.

<sup>547</sup> Vgl. Rommelfanger (1993), S. 35. Neben der Max-Min-Inferenz, die auch als Mamdani-Inferenz (Mamdani/Assilian (1975)) bezeichnet wird [vgl. Ivancevic et al. (2010), S. 164], existieren weitere Inferenzschemata zur Verarbeitung unscharfer Regeln. Eine Alternative stellt die Max-Produkt-Inferenz [vgl. Rommelfanger (1994), S. 163] dar, bei der die Regeln nicht durch das Minimum, sondern durch das algebraische Produkt aktiviert werden. Dadurch fallen niedrig erfüllte Bedingungen stärker ins Gewicht als bei der Max-Min-Inferenz. Mit der Sugeno-Inferenz (Takagi/Sugeno (1985)) existiert ein weiteres Inferenzschema. Bei Anwendung dieser Inferenz ergeben sich als Regeloutputs keine unscharfen Mengen, sondern punktwertige Funktionen [vgl. Zimmermann (2001), S. 239-240]. Diese Systeme werden häufig in technischen Kontexten in Ansatz gebracht. Im Unterschied zum Sugeno-Inferenzschema arbeitet die Max-Min-Inferenz vollständig mit unscharfen Mengen und eignet sich daher besonders für interpretierbare Systeme mit sprachbasierten Regeln.

<sup>548</sup> Vgl. Rommelfanger (1993), S. 35 i. V. m. Rommelfanger (1994), S. 162; Schroll (2007), S. 146; Zimmermann (2001), S. 228-232.

$$\mu_{gesamt}(y) = \text{Max}[\mu_{\hat{B}_1}(y), \mu_{\hat{B}_2}(y), \dots, \mu_{\hat{B}_R}(y)] \quad (3.38)$$

In Fällen, in denen mehrere aktive Regeln zur selben linguistischen Ausprägung der Outputvariable führen, ist zu entscheiden, welcher Zugehörigkeitswert der Konklusion weiter zu verwenden ist.<sup>549</sup>

Unter Rückgriff auf das bereits eingeführte Beispiel mit der Betrachtung einer Absentismusrate ( $x_1$ ) und einer Fluktuationsquote ( $x_2$ ) als linguistische Inputvariablen und der Stabilität einer Personalausstattung ( $y$ ) als linguistischer Outputvariable gelten wiederum folgende Regeln:

$r = 1$ : WENN  $x_1 = \text{gering}$  UND  $x_2 = \text{gering}$  DANN  $y = \text{hoch}$

$r = 2$ : WENN  $x_1 = \text{hoch}$  UND  $x_2 = \text{gering}$  DANN  $y = \text{mittel}$

$r = 3$ : WENN  $x_1 = \text{gering}$  UND  $x_2 = \text{hoch}$  DANN  $y = \text{mittel}$

$r = 4$ : WENN  $x_1 = \text{hoch}$  UND  $x_2 = \text{hoch}$  DANN  $y = \text{gering}$

Wir nehmen nun an, dass alle vier Regeln aktiv sind und die regelspezifischen Erfüllungsgrade  $DOF_r$  bereits ermittelt wurden. Alle vier Regeln sind genau dann aktiv, wenn Inputwerte der Absentismusrate und der Fluktuationsquote positive Zugehörigkeitsgrade zu jeweils beiden linguistischen Termen „gering“ und „hoch“ aufweisen. Die Regeln  $r = 2$  und  $r = 3$  führen in diesem Beispiel dazu, dass die Stabilität der Personalausstattung als „mittel“ eingestuft wird.

Wir nehmen zudem an, dass für die regelspezifischen Erfüllungsgrade  $DOF_2 > DOF_3$  gelte. Damit ist zur Bestimmung der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion für die unscharfe Outputmenge zu entscheiden, welche Ausprägung die Zugehörigkeitsfunktion in den Regeln  $r = 2$  und  $r = 3$  annimmt, da diese zur selben Bewertung führen.

Rommelfanger (1994) schlägt hierfür die Verwendung folgender Bestimmungsgleichung vor. Es gilt allgemein (3.39):<sup>550</sup>

$$DOF_{gesamt}(Bewertung *) = (1 - \prod_{r*} (1 - DOF_r)) \quad (3.39)$$

Dabei sind mit  $r *$  diejenigen Regeln gemeint, die zu einer gleichen Bewertung der linguistischen Ausprägung der Konklusion führen. Im vorliegenden Fall führen die aktiven Regeln  $r = 1$  zu  $y = \text{hoch}$ ,  $r = 2$  sowie  $r = 3$  zu  $y = \text{mittel}$  und  $r = 4$  zu  $y = \text{gering}$ .

---

<sup>549</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 163.

<sup>550</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 163.

Damit ergibt sich für die Gesamtbewertung der linguistischen Ausprägungen *hoch*, *mittel* und *gering*:

$$DOF_{Gesamt}(hoch) = (1 - (1 - DOF_1))$$

$$DOF_{Gesamt}(mittel) = (1 - (1 - DOF_2) \cdot (1 - DOF_3))$$

$$DOF_{Gesamt}(gering) = (1 - (1 - DOF_4))$$

Diese Gesamterfüllungsgrade stellen nun die Ausprägungen der Zugehörigkeitswerte der Konklusionen dar und bilden die resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge.

Nach Bestimmung der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion und den korrespondierenden Ausprägungen der Gesamterfüllungsgrade obliegt es dem Anwender des Regelsystems, ob diese Informationen zur Entscheidungsfundierung bereits ausreichend sind oder ob eine Defuzzifizierung des unscharfen Outputs zur Generierung eines scharfen Outputwertes durchzuführen ist.

#### 3.2.2.2.4 Defuzzifizierung des unscharfen Outputs

---

##### 3.2.2.2.4.1 Vorbemerkungen

---

Ziel einer Defuzzifizierung ist die Transformation einer unscharfen Outputmenge in einen scharfen Outputwert zur Ableitung einer in einer verdichteten Ausprägung ausgedrückten Handlungsempfehlung im entscheidungsorientierten Kontext oder zur Bewertung eines Objektes.<sup>551</sup> Ob eine Defuzzifizierung einer unscharfen Outputgröße vorgenommen wird, obliegt letztendlich dem Anwender des Regelsystems. Dieser muss entscheiden, ob ein unscharfer Regeloutput als Entscheidungsunterstützung ausreicht, oder ob dieser in einen scharfen Regeloutput durch Defuzzifizierung transformiert werden muss. Zur Defuzzifizierung kommen z. B. sog. Maximum-Methoden (Kapitel 3.2.2.2.4.2) oder die sog. Flächenschwerpunktmethode (Kapitel 3.2.2.2.4.3) in Frage.<sup>552</sup>

##### 3.2.2.2.4.2 Maximum-Methoden

---

Grundsätzlich wird bei Anwendung der Maximum-Methoden ein scharfer Outputwert gesucht, der den größten Zugehörigkeitsgrad aufweist.

---

<sup>551</sup> Vgl. z. B. Zimmermann (1996), S. 214.

<sup>552</sup> Vgl. z. B. Piegat (2001), S. 184-199; Schroll (2007), S. 146-153; Spengler/Herzog (2023), S. 11-18; Zimmermann (1996), S. 212-214.

Als Vorteil der Maximum-Methoden kann die recht einfache Handhabung angesehen werden.<sup>553</sup> Diese einfache Anwendbarkeit mündet aber gleichzeitig in dem Nachteil, dass die Anwendung der grundlegenden Überlegung des Auffindens des Maximums der Zugehörigkeitsgrade nur dann zu einem eindeutigen Ergebnis kommt, wenn nur eine aktive Regel vorliegt und dementsprechend nur ein scharfer Outputwert zum maximalen Zugehörigkeitsgrad führt.<sup>554</sup>

Da bei den Maximum-Methoden der scharfe Outputwert gesucht wird, der den größten Zugehörigkeitswert besitzt, und es Fälle gibt, in denen die Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge mehrere Maxima aufweisen kann, sind weiterführende Methoden heranzuziehen, welche Auskunft darüber geben, welcher Outputwert letztendlich ausgewählt werden soll.<sup>555</sup> Zu diesen weiterführenden Methoden zählen (I) die First-of-Maxima-Methode, (II) die Last-of-Maxima-Methode, (III) die Random-Choice-of-Maxima-Methode und (IV) die Maximum-Mittel-Methode.<sup>556</sup>

Zur kurzen Erläuterung der Methoden wird wiederum Bezug auf das bereits eingeführte Beispiel zur Bestimmung der Stabilität einer Personalausstattung genommen. In dem Beispiel erfolgt die regelbasierte Verknüpfung der Absentismusrate und der Fluktuationsrate, um eine Aussage über die Stabilität einer Personalausstattung abzuleiten. Es wird nun angenommen, dass sich die Stabilität der Personalausstattung durch zwei linguistische Ausprägungen  $\tilde{B}_1 = \text{gering}$  und  $\tilde{B}_2 = \text{hoch}$  charakterisieren lässt. Weitere denkbare linguistische Ausprägungen, wie bspw. *sehr gering*, *mittel* oder *sehr hoch* werden aus Gründen der Vereinfachung vernachlässigt. Mit diesen beiden linguistischen Ausprägungen der Stabilität sind die Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\tilde{B}_1}(y)$  und  $\mu_{\tilde{B}_2}(y)$  verbunden, welche einzelnen Ausprägungen des Outputwerts  $y$  entsprechende Zugehörigkeitsgrade zuweisen. Aufgrund eines hier nicht näher konkretisierten vorangestellten Regelsystems werden die Gesamterfüllungsgrade  $DOF_{Gesamt}(\tilde{B}_1)$  und  $DOF_{Gesamt}(\tilde{B}_2)$  ermittelt. Ebenfalls ohne nähere Konkretisierung wird angenommen, dass  $DOF_{Gesamt}(\tilde{B}_2) > DOF_{Gesamt}(\tilde{B}_1)$  gilt. Inhaltlich bedeutet dies, dass auf Basis von Inputwerten für die Absentismusrate und die Fluktuationsrate ermittelt wird, dass der Erfüllungsgrad der hohen Stabilität der Personalausstattung den Erfüllungsgrad der

---

<sup>553</sup> Vgl. Kratzberg (2009), S. 241.

<sup>554</sup> Vgl. Kratzberg (2009), S. 241; Mayer et al. (1993), S. 83.

<sup>555</sup> Vgl. Jaanineh/Maijohann (1996), S. 262-263.

<sup>556</sup> Die folgenden Ausführungen zu den Maximum-Methoden basieren maßgeblich auf Spengler/Herzog (2023), S. 11-14.

niedrigen Stabilität übersteigt. Bei Durchführung der Max-Min-Inferenz ergibt sich eine resultierende Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_B^{res}(y)$  der unscharfen Outputmenge. Diese dient wiederum als Grundlage für den Defuzzifizierungsprozess. Für die im Folgenden zu erläuternden Maximim-Methoden wird Abbildung 29 herangezogen. Dabei stellt die stark hervorgehobene schwarze Linie die resultierende Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_B^{res}(y)$  dar.

Zu (I): Bei Anwendung der First-of-Maxima-Methode entspricht der scharfe Outputwert  $y^*$  dem niedrigsten Wert der Grundmenge aus der Menge der zu den maximalen Zugehörigkeitswerten führenden Abszissenwerten (vgl. Abbildung 29).<sup>557</sup>

Zu (II): Bei Anwendung der Last-of-Maxima-Methode entspricht der scharfe Outputwert  $y^*$  dem größten Wert der Grundmenge aus der Menge der zu den maximalen Zugehörigkeitswerten führenden Abszissenwerten (vgl. Abbildung 29).<sup>558</sup>

Zu (III): Bei Anwendung der Random-Choice-of-Maxima-Methode wird aus dem Intervall der zu dem maximalen Zugehörigkeitswert führenden Abszissenwerte  $[y_u^*; y_o^*]$  per Zufallsmechanismus der scharfe Outputwert  $y^*$  ermittelt (vgl. Abbildung 29).

Zu (IV): In Abwandlung zur Random-Choice-of-Maxima-Methode wird bei der Maximum-Mittelwert-Methode aus dem Intervall der zu dem maximalen Zugehörigkeitswert führenden Abszissenwerte  $[y_u^*; y_o^*]$  das arithmetische Mittel gebildet.<sup>559</sup> Dementsprechend gilt für die Bestimmung des scharfen Outputwertes  $y^* = \frac{y_u^* + y_o^*}{2}$  (vgl. Abbildung 29).

---

<sup>557</sup> Vgl. Piegat, (2001), S. 186; Spengler/Herzog (2023), S. 12.

<sup>558</sup> Vgl. Piegat, (2001), S. 186-187; Spengler/Herzog (2023), S. 12.

<sup>559</sup> Vgl. Jaanineh/Maijohann (1996), S. 263; Piegat (2001), S. 184-185; Spengler/Herzog (2023), S. 13.

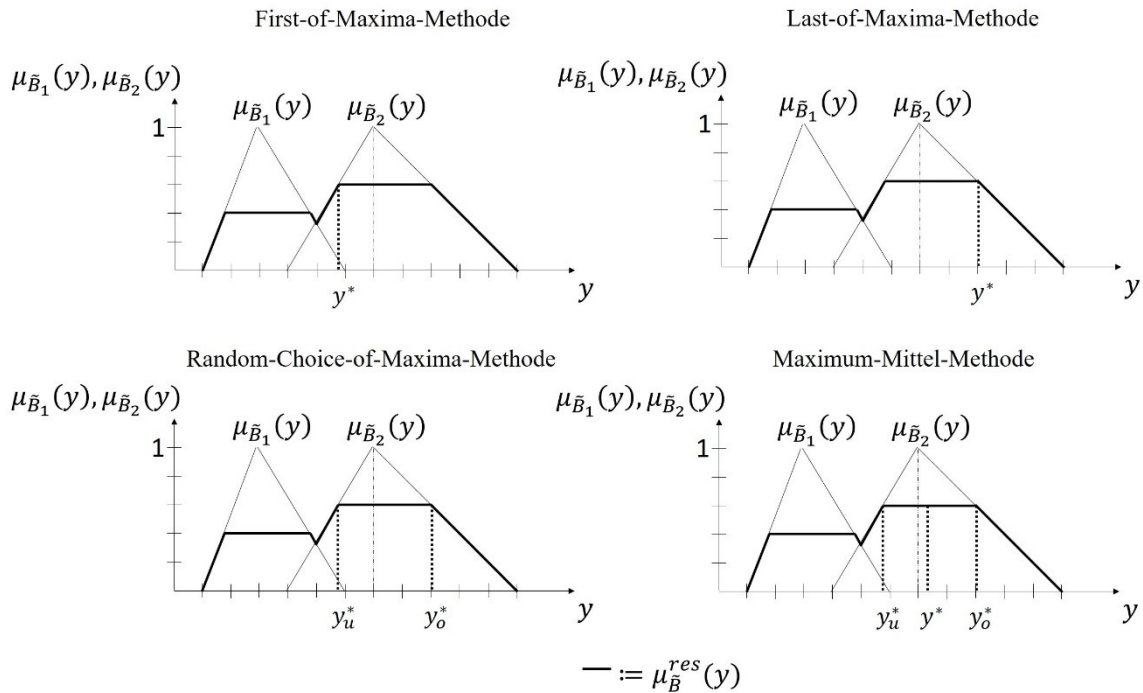


Abbildung 29: Maximum-Methoden zur Defuzzifizierung

Die in Abbildung 29 dargestellten Defuzzifizierungsergebnisse verdeutlichen, dass bei Anwendung der Maximum-Methoden ausschließlich jene Ausprägungen der Outputgröße berücksichtigt werden, bei denen die resultierende Zugehörigkeitsfunktion ihr Maximum erreicht. Im vorliegenden Beispiel betrifft dies den Bereich der *hohen* Stabilität der Personalausstattung ( $\tilde{B}_2$ ). Die Erkenntnis, dass auf Grundlage einer gegebenen Absentismusrate und einer Fluktuationsrate die Stabilität der Personalausstattung zu einem gewissen Grad als *gering* ( $\tilde{B}_1$ ) eingeschätzt wird, bleibt bei der Auswahl eines scharfen Outputwertes der Stabilität unberücksichtigt. Dies zeigt eine Schwäche der Maximum-Methoden, da sie keine differenzierte Auswertung mehrerer linguistischer Interpretationen zulassen.

Im Gegensatz dazu lässt sich bei der Anwendung der Flächenschwerpunkt-Methode die komplette Fläche unterhalb der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{B}}^{res}(y)$  zur Bestimmung eines scharfen Outputwertes berücksichtigen.

### 3.2.2.2.4.3 Flächenschwerpunkt-Methode

Bei Anwendung der Flächenschwerpunkt-Methode unter Berücksichtigung von Zugehörigkeitsfunktionen entspricht ein defuzzifizierter und damit scharfer Outputwert  $y^*$  dem Schwerpunkt der Fläche unterhalb der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{B}}^{res}(y)$  der

resultierenden unscharfen Outputmenge  $\tilde{B}$ .<sup>560</sup> Der Flächenschwerpunkt einer durch eine Zugehörigkeitsfunktion aufgespannten Fläche einer unscharfen Menge entspricht dann dem Zentrum der Masse der Zugehörigkeitswerte und lässt sich als mittlerer Wert der Ausprägungen interpretieren.<sup>561</sup>

Die Vorgehensweise zur Bestimmung eines Flächenschwerpunktes im Kontext der Defuzzifizierung wird anhand der oben eingeführten Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{B}}^{res}(y)$  der unscharfen Menge  $\tilde{B}$  vorgestellt. Zur Ermittlung des Flächenschwerpunktes ist die durch die Zugehörigkeitsfunktion aufgespannte Fläche wiederum in Teilflächen zu zerlegen. Für diese Teilflächen sind die teilflächenspezifischen Flächenschwerpunkte zu ermitteln. Abschließend erfolgt eine Aggregation der Teilflächenschwerpunkte zur Bestimmung des Schwerpunktes der zusammengesetzten Fläche.<sup>562</sup>

Aus Abbildung 30 ist erkennbar, dass sich die resultierende Zugehörigkeitsfunktion der exemplarischen unscharfen Outputmenge  $\mu_{\tilde{B}}^{res}(y)$  aus sechs Teilflächen  $\omega$  mit  $\omega = 1, \dots, 6$  zusammensetzt. Für jeden dieser Abschnitte lässt sich der jeweilige Flächeninhalt sowie der zugehörige Einzelschwerpunkt bestimmen.

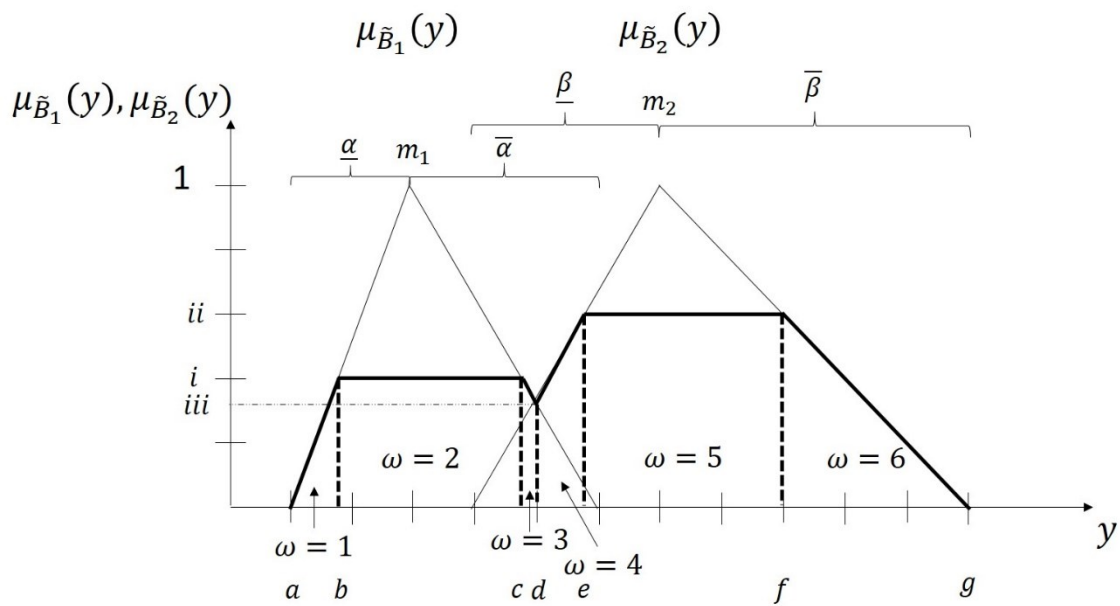


Abbildung 30: Zerlegung einer unscharfen Outputmenge in Teilflächen

Es gilt unter Rückgriff auf die markanten Abszissen ausprägungen  $y = a, y = b, y = c, y = d, y = e, y = f$  und  $y = g$  sowie die markanten Ordinaten ausprägungen

<sup>560</sup> Vgl. Piegat (2001), S. 187.

<sup>561</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 14.

<sup>562</sup> Vgl. Kabus (2009), S. 59.



$\mu_B^{res}(y) = i$ ,  $\mu_B^{res}(y) = ii$  und  $\mu_B^{res}(y) = iii$  sowie die gegebenen Ausprägungen der Gipfelpunkte  $m_1$  und  $m_2$  mit den korrespondierenden Spreizungen  $\underline{\alpha}, \bar{\alpha}$  sowie  $\underline{\beta}, \bar{\beta}$  der dargestellten Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{B_1}(y)$  und  $\mu_{B_2}(y)$  (vgl. Abbildung 30) für den Verlauf der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_B^{res}(y)$  (3.40):

$$\mu_B^{res}(y) = \begin{cases} \frac{y+\underline{\alpha}-m_1}{\underline{\alpha}} & \text{für } a \leq y \leq b \quad [\omega = 1] \\ i & \text{für } b < y \leq c \quad [\omega = 2] \\ \frac{-y+\bar{\alpha}+m_1}{\bar{\alpha}} & \text{für } c < y \leq d \quad [\omega = 3] \\ \frac{y+\underline{\beta}-m_2}{\underline{\beta}} & \text{für } d < y \leq e \quad [\omega = 4] \\ ii & \text{für } e < y \leq f \quad [\omega = 5] \\ \frac{-y+\bar{\beta}+m_2}{\bar{\beta}} & \text{für } f < y \leq g \quad [\omega = 6] \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.40)$$

Funktionsgleichung (3.38) dient nun zur Bestimmung der Koordinatenausprägungen des Flächenschwerpunktes der durch die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_B^{res}(y)$  aufgespannten Fläche.

Für die Bestimmung der abschnittsspezifischen Flächenschwerpunkte gilt bei sechs Teilflächen  $\omega = 1, \dots, 6$  allgemein für die Ermittlung der Abszissenkoordinate (3.41):

$$y^{SP} = \frac{\sum_{\omega=1}^6 [\int y \cdot \mu_B^{res}(y) dy]_{\omega}}{\sum_{\omega=1}^6 [\int \mu_B^{res}(y) dy]_{\omega}} \quad (3.41)$$

Dabei ist das abschnittsspezifische Integral für Abschnitt  $\omega = 1$  mit den Grenzen  $a$  und  $b$ , für Abschnitt  $\omega = 2$  mit den Grenzen  $b$  und  $c$ , für Abschnitt  $\omega = 3$  mit den Grenzen  $c$  und  $d$ , für Abschnitt  $\omega = 4$  mit den Grenzen  $d$  und  $e$ , für Abschnitt  $\omega = 5$  mit den Grenzen  $e$  und  $f$  und für Abschnitt  $\omega = 6$  mit den Grenzen  $f$  und  $g$  zu bilden (vgl. Abbildung 30).

Die Bestimmungsgleichung (3.41) zur Berechnung des Flächenschwerpunktes besteht aus einem Zähler und einem Nenner mit jeweils eigener Bedeutung:

Der Zähler gibt die Summe der Flächeninhalte aller Teilflächen an, wobei jede Fläche zusätzlich mit dem Abstand ihres Schwerpunkts zur Bezugsachse gewichtet wird. Der Nenner entspricht dem Gesamtflächeninhalt der unter der resultierenden

Zugehörigkeitsfunktion aufgespannten Fläche. Das Verhältnis dieser beiden Größen ergibt die Lage des Schwerpunkts entlang der betrachteten Achse.<sup>563</sup>

Exemplarisch gilt somit für die Bestimmung der Abszissenkoordinate  $y_{SP}^{\omega=1}$  des Schwerpunktes des Abschnittes  $\omega = 1$ :<sup>564</sup>

$$y_{SP}^{\omega=1} = \frac{\int_a^b y \cdot \mu_B^{res}(y) dy}{\int_a^b \mu_B^{res}(y) dy} = \frac{\int_a^b y \cdot \left( \frac{y + \underline{a} - m_1}{\underline{a}} \right) dy}{\int_a^b \left( \frac{y + \underline{a} - m_1}{\underline{a}} \right) dy} =$$

$$= \frac{\frac{2b^3 - 2a^3 + 3\underline{a}(b^2 - a^2) + 3m_1(a^2 - b^2)}{6\underline{a}}}{\frac{3b^2 - 3a^2 + 6\underline{a}(b - a) + 6m_1(a - b)}{6\underline{a}}}$$

In Analogie zur Bestimmung der Abszissenkoordinate gilt für die Bestimmung der Ordinatenkoordinate des Gesamtflächenschwerpunktes (3.42):

$$\mu_B^{res}(y^{SP}) = \frac{\sum_{\omega=1}^6 \left[ \int \mu_B^{res}(y) \cdot \mu_B^{res}(y)^{-1} d\mu_B^{res}(y) \right]_{\omega}}{\sum_{\omega=1}^6 \left[ \int \mu_B^{res}(y)^{-1} d\mu_B^{res}(y) \right]_{\omega}} \quad (3.42)$$

Für die Bestimmung der Ausprägung der abschnittsspezifischen Ordinatenkoordinaten der Flächenschwerpunkte der Teilflächen  $\mu_B^{res,\omega}(y^{\omega})$  gilt allgemein (3.43):

$$\mu_B^{res,\omega}(y^{\omega}) = \frac{\int \mu_B^{res}(y) \cdot \mu_B^{res}(y)^{-1} d\mu_B^{res}(y)}{\int \mu_B^{res}(y)^{-1} d\mu_B^{res}(y)} \quad (3.43)$$

Dabei ist das abschnittsspezifische Integral für Abschnitt  $\omega = 1$  mit den Grenzen 0 und  $i$  und  $\omega = 6$  mit den Grenzen 0 und  $ii$  (vgl. Abbildung 30) zu bilden.

<sup>563</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 16.

<sup>564</sup> Zur besseren Verdeutlichung der Herleitung des Flächenschwerpunktes der Teilfläche  $\omega = 1$  und aus Gründen der Lesbarkeit werden die Bestimmung der Ausprägung des Zählers und des Nenners separat voneinander dargelegt. Für die Bestimmung der Ausprägung des Zählers gilt:

$$\int_a^b y \cdot \left( \frac{y + \underline{a} - m_1}{\underline{a}} \right) dy = \int_a^b \frac{y^2}{\underline{a}} + y - \frac{ym_1}{\underline{a}} dy = \left[ \frac{y^3}{3\underline{a}} + \frac{y^2}{2} - \frac{y^2 m_1}{2\underline{a}} \right]_a^b = \frac{b^3}{3\underline{a}} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^2 m_1}{2\underline{a}} - \left[ \frac{a^3}{3\underline{a}} + \frac{a^2}{2} - \frac{a^2 m_1}{2\underline{a}} \right] =$$

$$\frac{b^3}{3\underline{a}} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^2 m_1}{2\underline{a}} - \frac{a^3}{3\underline{a}} - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2 m_1}{2\underline{a}} = \frac{2b^3 + 3\underline{a}b^2 - 3b^2 m_1 - 2a^3 - 3\underline{a}a^2 + 3a^2 m_1}{6\underline{a}} = \frac{2b^3 - 2a^3 + 3\underline{a}(b^2 - a^2) + 3m_1(a^2 - b^2)}{6\underline{a}}$$

Für die Bestimmung der Ausprägung des Nenners gilt:

$$\int_a^b \left( \frac{y + \underline{a} - m_1}{\underline{a}} \right) dy = \left[ \frac{y^2}{2\underline{a}} + y - \frac{ym_1}{\underline{a}} \right]_a^b = \frac{b^2}{2\underline{a}} + b - \frac{bm_1}{\underline{a}} - \left[ \frac{a^2}{2\underline{a}} + a - \frac{am_1}{\underline{a}} \right] = \frac{b^2}{2\underline{a}} + b - \frac{bm_1}{\underline{a}} - \frac{a^2}{2\underline{a}} - a + \frac{am_1}{\underline{a}} =$$

$$\frac{3b^2 - 3a^2 + 6\underline{a}b - 6bm_1 - 6\underline{a}a + 6am_1}{6\underline{a}} = \frac{3b^2 - 3a^2 + 6\underline{a}(b - a) + 6m_1(a - b)}{6\underline{a}}. \text{ Die hier recht abstrakte und parametrisierte}$$

Vorstellung der Flächenschwerpunkt-Methode wird für die Bestimmung von Flächenschwerpunkten im Kontext der Aggregation zweier Flächenmaße (Kapitel 4.3.5) benötigt. Auf korrespondierende, ausführliche Anwendungen der Methode im Anhang der vorliegenden Arbeit wird an geeigneten Stellen verwiesen.

Zur Illustration wird wiederum die Teilfläche  $\omega = 1$  näher betrachtet. Zunächst ist zur Bestimmung der Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes der Teilfläche die inverse Funktion  $\mu_B^{res}(y)^{-1}$  zu ermitteln.<sup>565</sup>

Es gilt für das Intervall  $a \leq y \leq b$  die Ausgangsfunktion

$$\mu_B^{res}(y) = \frac{y + \underline{\alpha} - m_1}{\underline{\alpha}}$$

Damit ergibt sich die korrespondierende Inverse  $\mu_B^{res}(y)^{-1}$  für das Intervall  $a \leq y \leq b$ :

$$\mu_B^{res}(y)^{-1} = \mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} - \underline{\alpha} + m_1$$

Die mit der Teilfläche verbundene Begrenzung an der Stelle  $y = b$  führt zu einer Modifikation der Inverse zu:<sup>566</sup>

$$\mu_B^{res}(y)^{-1} = b - (\mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} - \underline{\alpha} + m_1)$$

und damit zu:

$$\mu_B^{res}(y)^{-1} = b - \mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} + \underline{\alpha} - m_1$$

Damit gilt unter Rückgriff auf (3.43) für die Bestimmung der Ordinatenkoordinaten des Flächenschwerpunktes der Teilfläche  $\omega = 1$ :<sup>567</sup>

$$\begin{aligned} \mu_B^{res,1}(y^1) &= \frac{\int_0^i \mu_B^{res}(y) \cdot (b - \mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} + \underline{\alpha} - m_1) d\mu_B^{res}(y)}{\int_0^i (b - \mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} + \underline{\alpha} - m_1) d\mu_B^{res}(y)} = \\ &= \frac{3i^2(b + \underline{\alpha} - m_1) - 2i^3\underline{\alpha}}{6} \\ &= \frac{i(2b - i\underline{\alpha} + 2\underline{\alpha} - 2m_1)}{2} \end{aligned}$$

---

<sup>565</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 24.

<sup>566</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 24-25.

<sup>567</sup> Wiederum wird zur Verdeutlichung der Herleitung und aus Gründen der Lesbarkeit eine separate Betrachtung von Zähler und Nenner vorgenommen. Für den Zähler der zu bestimmenden Ordinatenkoordinate gilt folgende Herleitung:

$$\begin{aligned} \int_0^i \mu_B^{res}(y) \cdot (b - \mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} + \underline{\alpha} - m_1) d\mu_B^{res}(y) &= \int_0^i (\mu_B^{res}(y)b - \mu_B^{res}(y)^2\underline{\alpha} + \mu_B^{res}(y)\underline{\alpha} - m_1\mu_B^{res}(y)) d\mu_B^{res}(y) \\ &= \left[ \frac{\mu_B^{res}(y)^2 b}{2} - \frac{1}{3} \mu_B^{res}(y)^3 \underline{\alpha} + \frac{\mu_B^{res}(y)^2 \underline{\alpha}}{2} - \frac{\mu_B^{res}(y)^2 m_1}{2} \right]_0^i = \frac{i^2 b}{2} - \frac{1}{3} i^3 \underline{\alpha} + \frac{i^2 \underline{\alpha}}{2} - \frac{i^2 m_1}{2} = \\ &= \frac{3i^2 b - 2i^3 \underline{\alpha} + 3i^2 \underline{\alpha} - 3i^2 m_1}{6} = \frac{3i^2(b + \underline{\alpha} - m_1) - 2i^3 \underline{\alpha}}{6} \end{aligned}$$

Für die Bestimmung der Ausprägung des Nenners gilt:

$$\begin{aligned} \int_0^i (b - \mu_B^{res}(y) \cdot \underline{\alpha} + \underline{\alpha} - m_1) d\mu_B^{res}(y) &= b\mu_B^{res}(y) - \frac{\mu_B^{res}(y)^2 \underline{\alpha}}{2} + \mu_B^{res}(y)\underline{\alpha} - m_1\mu_B^{res}(y) \Big|_0^i = bi - \\ &= \frac{i^2 \underline{\alpha}}{2} + i\underline{\alpha} - m_1 i = \frac{2bi - i^2 \underline{\alpha} + 2i\underline{\alpha} - 2m_1 i}{2} = \frac{i(2b - i\underline{\alpha} + 2\underline{\alpha} - 2m_1)}{2} \end{aligned}$$

Für die Abschnitte  $\omega = 2,3,4,5$  besteht die Notwendigkeit für gesonderte Betrachtungen:

Für den Abschnitt  $\omega = 2$  und das korrespondierende Intervall  $b < y \leq c$  gilt, dass die Ausgangsfunktion  $\mu_B^{res}(y) = i$  einen konstanten Funktionswert  $i$  aufweist. Da es sich hierbei um keine bijektive Funktion<sup>568</sup> handelt, ist die Bildung einer Umkehrfunktion im mathematischen Sinn nicht durchführbar. Da die aufgespannte Fläche einem Rechteck mit der Breite  $c - b$  und der Höhe  $i$  entspricht (vgl. Abbildung 30), kann auf eine vereinfachte Bestimmung des Zählers und des Nenners im Sinne der Flächenschwerpunktbestimmung der Ordinatenkoordinate zurückgegriffen werden. Deshalb gilt für den Abschnitt  $\omega = 2$ :<sup>569</sup>

$$\begin{aligned}\mu_B^{res,2}(y^2) &= \frac{\int_0^i \mu_B^{res}(y) \cdot \mu_B^{res}(y)^{-1} d\mu_B^{res}(y)}{\int_0^i \mu_B^{res}(y)^{-1} d\mu_B^{res}(y)} = \frac{\int_0^i \mu_B^{res}(y) \cdot (c - b) d\mu_B^{res}(y)}{\int_0^i (c - b) d\mu_B^{res}(y)} = \\ &= \frac{\frac{\mu_B^{res}(y)^2 c}{2} - \frac{\mu_B^{res}(y)^2 b}{2} \Big|_0^i}{\mu_B^{res}(y) c - \mu_B^{res}(y) b \Big|_0^i} = \frac{\frac{i^2 c}{2} - \frac{i^2 b}{2}}{ic - ib} = \frac{\frac{1}{2} i^2 (c - b)}{i(c - b)}\end{aligned}$$

Eine analoge Vorgehensweise ist im vorliegenden Fall für den Abschnitt  $\omega = 5$  durchzuführen.

Für den Abschnitt  $\omega = 3$  und dann analog für den Abschnitt  $\omega = 4$  ist ebenfalls eine gesonderte Betrachtung notwendig. Abschnitt  $\omega = 3$  setzt sich aus einem Rechteck  $\omega = 3|1$  und einem Dreieck  $\omega = 3|2$  zusammen. Deshalb sind für diesen Abschnitt zwei Teilflächenschwerpunkte separat zu ermitteln. Zur Bestimmung der Ordinatenausprägung des Schwerpunktes von  $\omega = 3|1$  kann die soeben vorgestellte Vorgehensweise zur Bestimmung des Schwerpunktes eines Rechteckes in Ansatz gebracht werden. Für das Integral für  $\omega = 3|1$  sind dann die Intervallgrenzen 0 und  $iii$

---

<sup>568</sup> Eine Funktion heißt bijektiv, wenn sie sowohl injektiv als auch surjektiv ist [vgl. z. B. Hoever (2013), S. 35]. Eine Funktion heißt injektiv, wenn verschiedene Werte im Definitionsbereich auf verschiedene Werte im Zielbereich abgebildet werden – d. h., jedem Wert im Zielbereich wird höchstens ein Wert aus dem Definitionsbereich zugeordnet. Eine Funktion heißt surjektiv, wenn jedem Wert im Zielbereich mindestens ein Wert aus dem Definitionsbereich zugeordnet ist [vgl. z. B. Hoever (2013), S. 34]. Die in Teilfläche  $\omega = 1$  zu betrachtende Funktion  $\mu_B^{res}(y) = i$  ist weder injektiv noch surjektiv. Die Funktion ist nicht injektiv, weil sie für verschiedene Ausprägungen  $y$  den selben Funktionswert  $i$  annimmt. Zudem wird mit der Funktion auch nur ein einziger Wert im Zielbereich erreicht, weswegen die Funktion nicht surjektiv ist. Da die Funktion dementsprechend nicht bijektiv ist, kann keine Umkehrfunktion gebildet werden [vgl. z. B. Hoever (2013), S. 35].

<sup>569</sup> Der Ausdruck  $\frac{\frac{1}{2} i^2 (c-b)}{i(c-b)}$  führt in gekürzter Schreibweise zu  $\frac{1}{2} i$ . Damit entspricht die Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes eines Rechteckes der halbierten Höhe des Rechteckes. Da für die Aggregation der Teilflächenschwerpunkte zu einem Gesamtflächenschwerpunkt eine separate Aggregation der teilflächenspezifischen Zähler und Nenner vorzunehmen ist, erfolgt hier keine Kürzung des Ausdruckes.

und für das Integral  $\omega = 3|2$  die Intervallgrenzen  $iii$  und  $i$  anzusetzen. Analoges gilt für den Abschnitt  $\omega = 4$  und eine Zerlegung in ein Rechteck  $\omega = 4|1$  und ein Dreieck  $\omega = 4|2$  und die korrespondierenden Intervallgrenzen  $0$  und  $iii$  sowie  $iii$  und  $ii$ .

Durch Anwendung der Bestimmungsgleichungen (3.41) und (3.42) lassen sich also die Koordinaten des Flächenschwerpunktes  $(y^{SP} | \mu_{\tilde{B}}^{res}(y^{SP}))$  der durch die resultierende Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{B}}^{res}(y)$  aufgespannten Fläche der unscharfen Outputmenge  $\tilde{B}$  ermitteln.

Im Folgenden erfolgt eine kurze Zusammenfassung zur Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme.

#### 3.2.2.2.4.4 Zusammenfassung

---

Die Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme basiert auf drei Schritten: Fuzzifizierung, Fuzzy-Inferenz und Defuzzifizierung.

Bei der Fuzzifizierung werden scharfe Inputwert (z. B. eine konkrete Absentismusrate oder Fluktuationsquote) in linguistische Ausdrücke (z. B. gering, hoch) übersetzt. Mit mathematischen Funktionen lässt sich die Zugehörigkeit eines scharfen Inputwertes zu einer linguistischen Ausprägung bestimmen. Dadurch wird es möglich, auch unscharfe Einschätzungen wie „gering“ oder „hoch“ mathematisch zu erfassen.

In der darauf aufbauenden Fuzzy-Inferenz werden diese Zugehörigkeitsgrade mit Hilfe von Regeln in Form von Wenn-Dann-Verknüpfungen verarbeitet. Hieraus ergibt sich eine resultierende Zugehörigkeitsfunktion für die Outputvariable (z. B. Stabilität einer Personalausstattung), welche mehrere Regeln und deren jeweilige Erfüllungsgrade berücksichtigt. Zu diesem Zeitpunkt liegen dann Erfüllungsgrade linguistischer Ausprägungen der Outputvariable vor. Es lässt sich also ableiten, ob bspw. die Stabilität einer Personalausstattung zu gewissen Graden gering, mittel oder hoch ist.

Es liegt nun im betriebsseitigen Ermessen, ob die linguistischen Ausprägungen der Outputgröße zur weiteren Verwendung ausreichen (z. B. um geeignete Maßnahmen abzuleiten), oder ob der Betrieb eine scharfe Ausprägung der Outputgröße benötigt. Falls Bedarf an einer scharfen Outputgröße besteht, lassen sich verschiedene Verfahren zur Defuzzifizierung heranziehen.<sup>570</sup>

---

<sup>570</sup> Die Entscheidung, ob eine unscharfe Outputgröße defuzzifiziert werden soll, hängt vom konkreten betrieblichen Kontext ab. Wenn lediglich eine Reihung mehrerer unscharfer Größen vorzunehmen ist,

Die Maximum-Methoden sind dadurch gekennzeichnet, dass lediglich diejenigen Abszissenansprägungen als scharfe Ausprägung der Outputgröße in Betracht gezogen werden, die den größten Zugehörigkeitswert aufweisen.

Im Gegensatz dazu bezieht die Flächenschwerpunktmethode die gesamte Fläche unterhalb der resultierenden Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge in die Bestimmung zur scharfen Outputgröße ein. Der Aufwand zu deren Ermittlung kann zwar im Vergleich zu den Maximum-Methoden als höher eingestuft werden, jedoch lassen sich im Flächenschwerpunkt mehr Informationen verdichten, während bei den Maximum-Methoden Informationen eher vernichtet werden.

Im Folgenden werden die in den vorangegangenen Teilkapiteln präsentierten Überlegungen zur Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme auf die Profilvergleichsmethode zur Ermittlung der Kompatibilität zwischen zwei (oder mehr) Profilen übertragen. Das bedeutet, dass regelbasierte, unscharfe Profilvergleiche durchzuführen sind.

### 3.2.3 Regelbasierter unscharfer Profilvergleich ohne Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen

---

Um die grundsätzliche Vorgehensweise zur Durchführung regelbasierter unscharfer Profilvergleiche zu skizzieren, wird zunächst aus Gründen der Komplexitätsreduktion auf die Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen verzichtet.

Für kommende Ausführungen gelten folgende Symbole:

$\bar{p}$	$:=$	$\{p   p = 1, \dots, P\}$	Menge der Profile $p$
$\bar{K}$	$:=$	$\{k   k = 1, \dots, K\}$	Menge der Beurteilungskriterien $k$
$\tilde{K}_p^l$	$:=$	Unscharfes Kriterium zur Charakterisierung des Profils $p$ mit der linguistischen Ausprägung $l$	
$x_k^p$	$:=$	Ausprägung eines Beurteilungskriteriums $k$ in Profil $p$	
$\bar{L}$	$:=$	$\{l   l = \text{niedrig, mittel, hoch}\}$	Menge (exemplarischer) linguistischer Terme

---

können sogenannte Rangordnungsverfahren zur Anwendung kommen [vgl. Rommelfanger (1986)]. Diese Verfahren zielen darauf ab, unscharfe Mengen miteinander vergleichbar zu machen, ohne diese zwingend in scharfe Werte zu überführen.

$\mu_{\tilde{K}^p}^l(x_k^p)$	$:=$	Zugehörigkeitswert der Ausprägung eines Beurteilungskriteriums $x_k^p$ zum unscharfen Kriterium $\tilde{K}$ in Profil $p$ hinsichtlich der Ausprägung eines linguistischen Terms $l$
$z_e$	$:=$	Scharfe Ausprägung der Kompatibilität
$\tilde{KT}_i$	$:=$	Unscharfe Kompatibilität eines Profilvergleiches $i$
$\tilde{KT}_{i,r}$	$:=$	Unscharfe Kompatibilität eines Profilvergleiches $i$ einer Regel $r \in R_i$
$\mu_{\tilde{KT}}^l(z_e)$	$:=$	Zugehörigkeitswert der Ausprägung der Kompatibilität $z_e$ zur unscharfen Kompatibilität $\tilde{KT}$ mit der linguistischen Ausprägung $l$
$\tilde{KT}_{r,gesamt}^l$	$:=$	Unscharfe Gesamtkompatibilität der Regel $r$ mit der linguistischen Ausprägung $l$
$\bar{R}$	$:=$	$\{r\}$ Menge der Regeln
$\bar{I}$	$:=$	$\{i   i = 1, \dots, I\}$ Menge der Profilvergleiche $i$
$\bar{P}_i$	$:=$	Menge der zu vergleichenden Profile $p \in \bar{P}$ bei Durchführung eines Profilvergleiches $i \in \bar{I}$
$\bar{R}_i$	$:=$	Menge der Regeln $r \in \bar{R}$ zur Durchführung eines Profilvergleiches $i \in \bar{I}$
$\bar{R}_{i^*}$	$:=$	Menge der Regeln $r$ zur Durchführung eines Profilvergleiches $i^*$ mit $i^* = I + 1$

In dieser Arbeit wird vorgeschlagen, ein unscharfes Regelsystem zur Kompatibilitätsbestimmung in Ansatz zu bringen. Die Basen für ein solches Regelsystem bilden zu berücksichtigende Regelinputs und korrespondierende Regeloutputs.<sup>571</sup> Zunächst werden Regelblöcke  $i$  zur Aggregation der Ausprägungen unscharfer Beurteilungskriterien formuliert. Durch diese Aggregation resultiert eine für einzelne Regelblöcke unscharfe Kompatibilität  $\tilde{KT}_{i,r}$ . Die ermittelten Kompatibilitäten können dann mittels geeigneter Operation zu einer unscharfen Gesamtkompatibilität  $\tilde{KT}_{gesamt}$  aggregiert werden. Abbildung 31 verdeutlicht den systematischen Aufbau eines hierfür zu konstruierenden Regelsystems.

---

<sup>571</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.1.3.1.

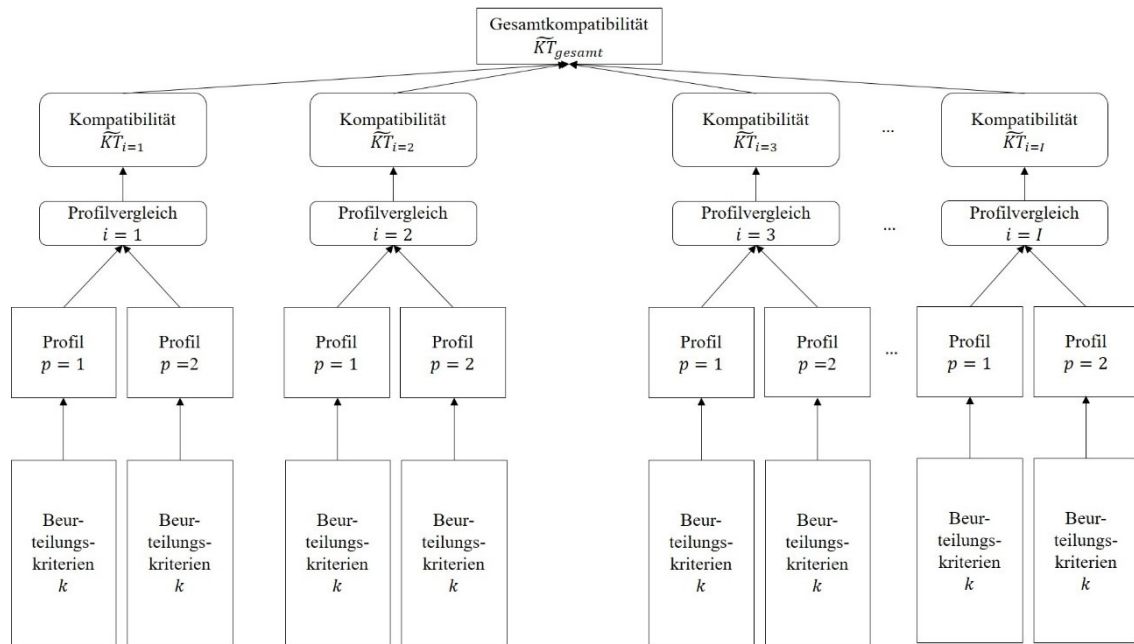


Abbildung 31: Systematische Darstellung zur Bestimmung einer Gesamtkompatibilität

Auf Grundlage von Beurteilungskriterien werden Profile gebildet, die mittels regelbasierter Profilvergleiche zu Kompatibilitätsausprägungen führen. Auf Basis der profilvergleichsspezifischen Kompatibilitätsausprägungen lässt sich dann eine Ausprägung der Gesamtkompatibilität  $\tilde{KT}_{gesamt}$  ermitteln.

Im Kontext der vorliegenden Arbeit werden vier Humankapitaldeterminanten (Fungibilität, Funktionalität, Plastizität und Stabilität) in Ansatz gebracht. Aus der Überlegung hervorgehend, dass für jede Determinante betrieblicherseits erwünschte und faktisch bereitgestellte Leistungsmöglichkeiten gegenüberzustellen sind, sind je Determinante zwei Profile mit entsprechenden Beurteilungskriterien zu formulieren. Aus Gründen der Komplexitätsreduktion werden je Determinante drei bzw. fünf Beurteilungskriterien in Ansatz gebracht:

Zur Beurteilung der Stabilität sind in der vorliegenden Arbeit die Absentismusrate, die Fluktuationsrate sowie die Belegschaftszusammensetzung in Ansatz zu bringen. Damit resultiert die Gegenüberstellung des Profils der erwünschten Stabilität mit dem Profil der faktischen Stabilität in Form eines Vergleichs einer erwünschten mit einer faktischen Absentismusrate, Fluktuationsrate sowie Belegschaftszusammensetzung.

In Analogie hierzu werden zur Beurteilung der Plastizität erwünschte mit faktischen Beschaffungs-, Freisetzungs- sowie Statusänderungsmöglichkeiten gegenübergestellt.



Für die Funktionalität lassen sich ein erwünschter und ein faktisch vorliegender Leistungsfaktor, eine erwünschte und faktische Flexibilität sowie erwünschte und faktische Weiterbildungs-, Versetzungs- und Beförderungsmöglichkeiten in Ansatz bringen.

Da Fungibilität der fachlichen Eignung entspricht, sind Ausprägungen einer erwünschten und einer faktisch vorliegenden Eignung gegenüberzustellen. Das bedeutet, dass zunächst vorgelagert Eignungsermittlungen vorzunehmen sind. Betrieblicherseits wird dann die Frage gestellt, ob diese Eignungen im Interesse des Unternehmens sind, oder nicht. Damit lässt sich dann bspw. eine erwünschte Eignung einer faktischen Eignung des fachlichen Wissens, der analytischen Fähigkeiten und der technischen Fertigkeiten gegenüberstellen.

Auf Grundlage der durchzuführenden Profilvergleiche der einzelnen Determinanten können dann mit der Intention eines Soll-Ist-Vergleiches Aussagen über die Kompatibilität abgeleitet werden, um ggf. Handlungsbedarfe aufzudecken.

Für die Beurteilungskriterien  $k \in \bar{K}$  sind zunächst Zugehörigkeitsfunktionen zu formulieren. Hinsichtlich dieser Funktionen gilt es unter anderem zu entscheiden, wie viele linguistische Terme für die jeweiligen linguistischen Variablen der Beurteilungskriterien in Ansatz zu bringen sind, welche Verläufe die Zugehörigkeitsfunktionen jeweils aufweisen, inwieweit Überschneidungen der Zugehörigkeitsfunktionen berücksichtigt werden und wie mögliche Ausprägungen der linguistischen Variablen zu operationalisieren sind.

Abbildung 32 folgend werden die Ausprägungen von Beurteilungskriterien  $k$  jeweils durch die linguistischen Terme  $l \in \bar{L}$ , hier exemplarisch mit  $l = \text{niedrig, mittel, hoch}$ , beschrieben. Auf Basis der Angabe einer scharfen Ausprägung  $x_k^p$  wird eine Einschätzung darüber abgegeben, zu welchem Grad  $x_k^p$  zur unscharfen Menge der niedrigen, mittleren bzw. hohen Ausprägung des jeweiligen Beurteilungskriteriums  $\mu_{\bar{K}}^l(x_k^p)$  gehört. Durch die Überschneidungen der Zugehörigkeitsfunktionen kann also gewährleistet werden, dass ein Bewerter keine trennscharfe Einschätzung abgeben muss, sondern dass eine Ausprägung eines Kriteriums bspw. sowohl zu einem gewissen Grad zur unscharfen mittleren Ausprägung als auch zur unscharfen hohen Ausprägung des Kriteriums gehört.

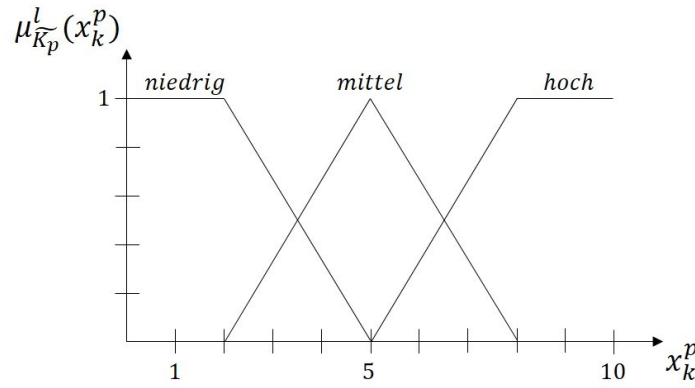


Abbildung 32: Allgemeine Darstellung unscharfer Beurteilungskriterien

Die exemplarischen Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Terme  $l$  für ein unscharfes Beurteilungskriterium  $\tilde{K}$  weisen Abbildung 32 entsprechend folgende Verläufe auf:

$$\mu_{\tilde{K}_p}^{niedrig}(x_k^p) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x_k^p \leq 2 \\ \frac{5}{3} - \frac{1}{3}x_k^p & \text{für } 2 < x_k^p \leq 5 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{K}_p}^{mittel}(x_k^p) = \begin{cases} \frac{1}{3}x_k^p - \frac{2}{3} & \text{für } 2 \leq x_k^p \leq 5 \\ \frac{8}{3} - \frac{1}{3}x_k^p & \text{für } 5 < x_k^p \leq 8 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{K}_p}^{hoch}(x_k^p) = \begin{cases} \frac{1}{3}x_k^p - \frac{5}{3} & \text{für } 5 \leq x_k^p \leq 8 \\ 1 & \text{für } 8 < x_k^p \leq 10 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

In Kapitel 3.2.2.2 wird dargelegt, wie mögliche Regelinputs für ein unscharfes, regelbasiertes System in Ansatz gebracht werden können. Zum Zwecke der Komplexitätsreduktion wird zunächst angenommen, dass die zu vergleichenden Profile lediglich aus einem einzigen Kriterium bestehen. Das heißt, dass zur Bestimmung der Kompatibilität zweier Profile nur die Ausprägungen der beiden Beurteilungskriterien miteinander zu vergleichen sind. Die Ausprägungen der profilspezifischen Beurteilungskriterien dienen somit als einzige zu betrachtende Regelinputs. Diese Regelinputs werden dann in geeigneten Regelblöcken zur Bestimmung einer regelblockspezifischen unscharfen Kompatibilität verarbeitet.

Dies bedeutet bspw. im Kontext der Betrachtung der Determinante Plastizität, dass die erwünschten und faktischen Beschaffungsmöglichkeiten miteinander zu vergleichen

sind. Betrieblicherseits hat eine Einschätzung über deren Ausprägungen im bereits eingeführten Intervall  $[0; 10]$  zu erfolgen. Es geht also einerseits darum, ob die erwünschten Beschaffungsmöglichkeiten als *niedrig*, *mittel* oder *hoch* klassifiziert werden und andererseits darum, ob sich die faktischen Beschaffungsmöglichkeiten als *niedrig*, *mittel* oder *hoch* klassifizieren lassen.

Zur Anwendung eines Regelsystems müssen weiterhin Überlegungen hinsichtlich des Regeloutputs angestellt werden. Als regel- bzw. profilspezifischer Regeloutput wird hier eine unscharfe Kompatibilität  $\widetilde{KT}_{i,r}$  bzw.  $\widetilde{KT}_i$  in Ansatz gebracht. Diese kann bspw. ebenfalls mittels der linguistischen Terme *niedrig*, *mittel* und *hoch* charakterisiert werden. Deren Abbildung erfolgt wiederum auf einem numerischen Intervall, das zur Bewertung der Kompatibilität dient. Zur Charakterisierung eines scharfen Outputwertes der unscharfen Kompatibilität wird  $z_e \in [0; 10]$  eingeführt. Dabei charakterisieren  $z_e = 0$  die *niedrigste* und  $z_e = 10$  die *höchste* Ausprägung der Kompatibilität. Als mögliche resultierende Zugehörigkeitsfunktionen für die unscharfe Kompatibilität hinsichtlich eines linguistischen Terms  $l$  ergibt sich in Analogie zu obigen Ausführungen (vgl. Abbildung 33):

$$\mu_{\widetilde{KT}}^{niedrig}(z_e) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq z_e \leq 2 \\ \frac{5}{3} - \frac{1}{3}z_e & \text{für } 2 < z_e \leq 5 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}}^{mittel}(z_e) = \begin{cases} \frac{1}{3}z_e - \frac{2}{3} & \text{für } 2 \leq z_e \leq 5 \\ \frac{8}{3} - \frac{1}{3}z_e & \text{für } 5 < z_e \leq 8 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}}^{hoch}(z_e) = \begin{cases} \frac{1}{3}z_e - \frac{5}{3} & \text{für } 5 \leq z_e \leq 8 \\ 1 & \text{für } 8 < z_e \leq 10 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

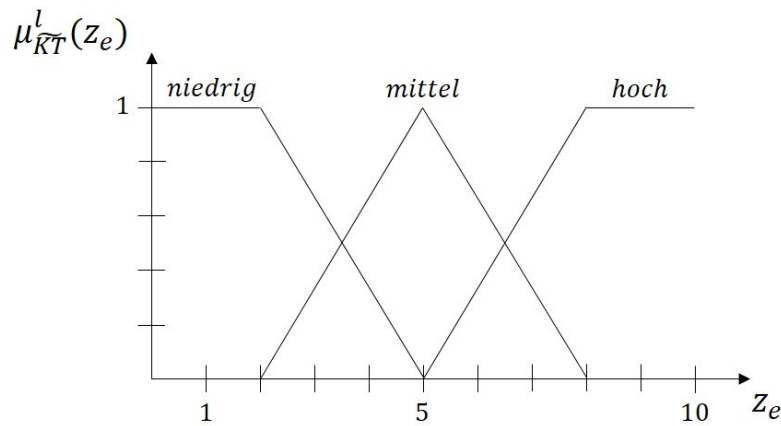


Abbildung 33: Darstellung von Zugehörigkeitsfunktionen einer unscharfen Kompatibilität

Tabelle 13 stellt die potenziellen Kombinationen in Form von WENN-Komponenten zur Durchführung eines exemplarischen Profilvergleiches  $i = 1$  für zwei Profile  $p = 1$  und  $p = 2$  mit jeweils lediglich einem Beurteilungskriterium  $k = 1$  und einer daraus resultierenden unscharfen, regelspezifischen Kompatibilität  $\tilde{K}\tilde{T}_{i,r} = \tilde{K}\tilde{T}_{1,r}$  dar.

Regel $r \in \bar{R}_i$	Unscharfes Beurteilungskriterium $\tilde{K}_{p=1}^l$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ des Profils $p = 1$	Unscharfes Beurteilungskriterium $\tilde{K}_{p=2}^l$ mit der linguistischen Ausprägung $l$ des Profils $p = 2$
1	niedrig	niedrig
2	niedrig	mittel
3	niedrig	hoch
4	mittel	niedrig
5	mittel	mittel
6	mittel	hoch
7	hoch	niedrig
8	hoch	mittel
9	hoch	hoch

 Tabelle 13: Exemplarische WENN-Komponenten zur Bestimmung einer unscharfen Kompatibilität eines Profilvergleiches  $i$ 

Wiederum mit Blick auf die Determinante Plastizität und das Beurteilungskriterium der Beschaffungsmöglichkeiten bedeutet dann bspw. Regel  $r = 1$ :

**Wenn** die erwünschten Beschaffungsmöglichkeiten *niedrig* sind **und** die faktischen Beschaffungsmöglichkeiten *niedrig* sind, **dann** ...

Die Ermittlung der mit den in Ansatz gebrachten linguistischen Ausprägungen der Regelinputs korrespondierenden linguistischen Ausprägungen der unscharfen

Kompatibilität kann zum einen auf Basis sachlogischer Überlegungen und zum anderen mittels mathematischer Fundierung erfolgen.

Hinsichtlich sachlogischer Überlegungen kann der Annahme gefolgt werden, dass bei Übereinstimmung der linguistischen Ausprägungen der Beurteilungskriterien eine hohe Kompatibilität und bei Abweichung der linguistischen Ausprägungen eine von hoch abweichende Kompatibilität vorliegt. Im Sinne der in Kapitel 1.3 vorgestellten Systematik des Humankapitalbewertungsprozesses lassen sich nun Überlegungen hinsichtlich einer ungerichteten Kompatibilität einerseits und einer gerichteten Kompatibilität andererseits anstellen. Zunächst wird entsprechend einer ungerichteten Kompatibilität keine unterschiedliche Behandlung profilseitiger Unter- und Überdeckungsaspekten vorgenommen. Exemplarisch werden die linguistischen Ausprägungen niedrig (bzw. hoch) für das eine Beurteilungskriterium und hoch (bzw. niedrig) für das andere Beurteilungskriterium betrachtet. Hierbei handelt es sich, bei Berücksichtigung der in Ansatz gebrachten linguistischen Terme, um Extremausprägungen. Eine niedrige bzw. hohe Ausprägung des einen und eine hohe bzw. niedrige Ausprägung des anderen zu betrachtenden Kriteriums führen zu einer geringen Kompatibilität. Für eine intersubjektiv überprüfbare Determination der linguistischen Kompatibilitätsausprägung kann folgende mathematisch fundierte Vorgehensweise gewählt werden:<sup>572</sup>

Schritt 1: Kodierung der linguistischen Terme der Beurteilungskriterien

$l = \text{niedrig} \quad := 1$

$l = \text{mittel} \quad := 2$

$l = \text{hoch} \quad := 3$

Schritt 2: Formulierung ergänzender Regeln zur Bestimmung der linguistischen Ausprägung der Kompatibilität

Mit  $\tilde{K}_{p,i,r}^l$  als linguistischen Ausprägungen  $l$  der unscharfen Beurteilungskriterien in Profil  $p = 1$  und  $p = 2$  im Profilvergleich  $i$  in der Regel  $r$  ergeben sich folgende Regeln

---

<sup>572</sup> Vgl. zu dieser Vorgehensweise Volkmer et al. (2019), S. 97-98.

zur Bestimmung der unscharfen Kompatibilitäten  $\widetilde{KT}_{i,r}^l$  zum kodierten Regeloutput  $c_{i,r}$ .<sup>573</sup>

Regel 1: WENN  $\widetilde{K}_{1,i,r}^l = \widetilde{K}_{2,i,r}^l$  DANN  $\widetilde{KT}_{i,r}^l = hoch$

Regel 2: WENN  $\widetilde{K}_{1,i,r}^l - \widetilde{K}_{2,i,r}^l = -1$  ODER  $\widetilde{K}_{1,i,r}^l - \widetilde{K}_{2,i,r}^l = +1$   
DANN  $\widetilde{KT}_{i,r}^l = mittel$

Regel 3: WENN  $\widetilde{K}_{1,i,r}^l - \widetilde{K}_{2,i,r}^l = -2$  ODER  $\widetilde{K}_{1,i,r}^l - \widetilde{K}_{2,i,r}^l = +2$   
DANN  $\widetilde{KT}_{i,r}^l = niedrig$

Zu Regel 1) Wenn die linguistischen Ausprägungen der in Ansatz gebrachten Beurteilungskriterien  $\widetilde{K}_{1,i,r}^l$  und  $\widetilde{K}_{2,i,r}^l$  identisch sind, erhält die regelspezifische unscharfe Kompatibilität  $\widetilde{KT}_{i,r}^l$  die Ausprägung *hoch*. Damit wird gewährleistet, dass in allen Fällen, in denen die linguistischen Ausprägungen der Beurteilungskriterien beider Profile *niedrig*, *mittel* oder *hoch* ausgeprägt sind zu einer hohen Kompatibilität führen (vgl. Regeln  $r = 1,5,9$  in Tabelle 13).

Im Kontext der Plastizität bedeutet dies, dass bei Vorliegen identischer linguistischer Ausprägungen für die erwünschten und faktischen Beschaffungsmöglichkeiten eine *hohe* Kompatibilität resultiert. Das heißt, wenn sowohl die erwünschten als auch die faktischen Beschaffungsmöglichkeiten eine *niedrige*, *mittlere* oder *hohe* Ausprägung aufweisen, dann erhält die Kompatibilität die Ausprägung *hoch*.

Zu Regel 2) Mit Regel 2 werden solche Fälle betrachtet, bei denen eine (hier sogenannte) einstufige Abweichung der linguistischen Ausprägungen der Beurteilungskriterien zweier Profile vorliegt. Eine einstufige Abweichung liegt dann vor, wenn das Beurteilungskriterium eines Profils *niedrig* und das Beurteilungskriterium des anderen Profils *mittel* oder des einen Profils *mittel* und des anderen Profils *niedrig* bzw. *hoch* oder des einen Profils *hoch* und des anderen Profils *mittel* ausgeprägt sind (vgl. Regeln  $r = 2,4,6,8$  in Tabelle 13).

Zu Regel 3) Mit Regel 3 werden dann diejenigen Fälle betrachtet, bei denen eine zweitstufige Abweichung vorliegt. Diese liegt genau dann vor, wenn das

---

<sup>573</sup> Die konstruierten Regeln sind abhängig von den in Ansatz gebrachten linguistischen Termen für die Beurteilungskriterien sowie die unscharfe Kompatibilität. Die vorgestellten Regeln können nur im Kontext des hier präsentierten Beispiels verwendet werden, sind jedoch ohne größere Schwierigkeiten auf andere Situationen übertragbar.

Beurteilungskriterium des einen Profils *niedrig* und des anderen Profils *hoch* oder vice versa ausgeprägt sind (vgl. Regeln  $r = 3,7$  in Tabelle 13).

Zur Verdeutlichung der Kodierung soll unter Rückgriff auf Tabelle 14 folgendes, recht einfach gehaltenes Beispiel dienen. Es gelten folgende zusätzliche Symbole:

$$c_{i,r} := \text{Kodierter Regeloutput bei Profilvergleich } i \text{ der Regel } r \in \bar{R}_i \text{ mit } c_{i,r} = \tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l \quad \forall i \in \bar{I}, r \in \bar{R}_i$$

$$o_{i,r} := \text{Dekodierter Regeloutput bei Profilvergleich } i \text{ der Regel } r \in \bar{R}_i$$

Durch Bildung der Differenz der kodierten Ausprägungen von  $\tilde{K}_{1,i,r}^l$  und  $\tilde{K}_{2,i,r}^l$  und anschließender Dekodierung von  $c_{i,r}$  kann  $o_{i,r}$  als linguistische Bewertung der Ausprägung der unscharfen Kompatibilität  $\tilde{KT}_{i,r}^l$  für die einzelnen Regeln in Ansatz gebracht werden.

Regel $r \in \bar{R}_i$	Unschärfes, kodiertes Kriterium $\tilde{K}_{1,i,r}^l$	Unschärfes, kodiertes Kriterium $\tilde{K}_{2,i,r}^l$	Kodierter Regeloutput $c_{i,r}$	Dekodierter Regeloutput $o_{i,r} = \tilde{KT}_{i,r}^l$
1	1	1	0	hoch
2	1	2	-1	mittel
3	1	3	-2	niedrig
4	2	1	1	mittel
5	2	2	0	hoch
6	2	3	-1	mittel
7	3	1	2	niedrig
8	3	2	1	mittel
9	3	3	0	hoch

Tabelle 14: Beispiel zur Bestimmung der linguistischen Ausprägung der unscharfen Kompatibilität eines Profilvergleiches

Abschließend wird mit Hilfe der dekodierten Regeloutputs der vollständige Regelblock unter Berücksichtigung der DANN-Komponenten zur Bestimmung der unscharfen Kompatibilität auf Basis der Betrachtung zweier Profile mit jeweils einem Beurteilungskriterium formuliert (Tabelle 15).

Regel $r \in \bar{R}_i$	Unscharfes Beurteilungskriterium $\tilde{K}_{1,i,r}^l$	Unscharfes Beurteilungskriterium $\tilde{K}_{2,i,r}^l$	Unscharfe Kompatibilität $\tilde{KT}_{i,r}^l$
1	niedrig	niedrig	hoch
2	niedrig	mittel	mittel
3	niedrig	hoch	niedrig
4	mittel	niedrig	mittel
5	mittel	mittel	hoch
6	mittel	hoch	mittel
7	hoch	niedrig	niedrig
8	hoch	mittel	mittel
9	hoch	hoch	hoch

Tabelle 15: Exemplarische vollständige Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Kompatibilität eines Regelblocks

Wiederum beziehend auf die Determinante Plastizität und die Betrachtung erwünschter und faktischer Beschaffungsmöglichkeiten, lassen sich ausgewählte Regeln folgendermaßen verbalisieren:

$r = 1$ : **Wenn** die erwünschten Beschaffungsmöglichkeiten *niedrig* sind **und** die faktischen Beschaffungsmöglichkeiten *niedrig* sind, **dann** ist die Kompatibilität *hoch*.

$r = 4$ : **Wenn** die erwünschten Beschaffungsmöglichkeiten *mittel* sind **und** die faktischen Beschaffungsmöglichkeiten *niedrig* sind, **dann** ist die Kompatibilität *mittel*.

Es ist hervorzuheben, dass die so formulierten Regeln immer von den Vorstellungen des Regelsystemanwenders abhängen und zwei verschiedene Anwender auch u. U. verschiedene Regeln formulieren. Ein anderer Anwender könnte bspw. zu dem Schluss kommen, dass bei Vorliegen *mittlerer* erwünschter und *niedriger* faktischer Beschaffungsmöglichkeiten eine *niedrige* Kompatibilität resultiert.

Zudem ist zu berücksichtigen, dass die im Rahmen des Kodierverfahrens durchgeführte Ermittlung der linguistischen Ausprägungen der unscharfen Kompatibilität voraussetzt, dass bestimmte skalentheoretische Bedingungen erfüllt sind. Es handelt sich bei den verwendeten linguistischen Ausdrücken dem Anschein nach um ordinalskalierte Merkmale, da lediglich eine Rangfolge (z. B. „gering“ < „mittel“ < „hoch“) vorliegt. Um diese jedoch arithmetisch verarbeiten zu können, etwa durch Differenzenbildung im Rahmen des Kodierverfahrens, ist zusätzlich die Annahme einer (mindestens vorliegenden) Intervallskala erforderlich. Es wird also die Annahme aufgestellt, dass die Abstände zwischen den einzelnen Ausprägungen gleich groß sind. Nur unter dieser Voraussetzung ist die numerische Transformation der linguistischen Terme zulässig und



die anschließende Bestimmung linguistischer Kompatibilitätsausprägungen gerechtfertigt.

Mit dem vorliegenden Regelblock (Tabelle 15) werden lediglich Regeln zur Bestimmung der unscharfen Kompatibilität eines Profilvergleiches präsentiert. Im Kontext der in der vorliegenden Arbeit zu thematisierenden Humankapitalbewertung sind jedoch in Folge von vier Determinanten mit jeweils zwei Profilen insgesamt vier Profilvergleiche durchzuführen. Wiederum im Sinne der in Kapitel 1.3 vorgestellten Systematik ist es denkbar, dass der Bewerter des Humankapitals eine Aussage über die Gesamtkompatibilität ableiten möchte.

Deshalb gilt es im Folgenden, die aus den durchzuführenden Profilvergleichen  $i \in \bar{I}$  resultierenden unscharfen Kompatibilitäten  $\widetilde{KT}^l_i$  hin zu einer unscharfen Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{gesamt}$  zu aggregieren.

Hierfür wird eine weitere Regelbasis  $i^*$  in Ansatz gebracht, die z. B. folgende Form aufweist (Tabelle 16).<sup>574</sup>

$r \in \bar{R}_{i^*}$	$\widetilde{KT}^l_1$	$\widetilde{KT}^l_2$	$\widetilde{KT}^l_3$	...	$\widetilde{KT}^l_I$	$\widetilde{KT}^l_{r,gesamt}$
1	niedrig	niedrig	niedrig	...	niedrig	niedrig
2	niedrig	niedrig	niedrig	...	mittel	niedrig
3	niedrig	niedrig	niedrig	...	hoch	mittel
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$
$R_{i^*} =  L ^{ I }$	hoch	hoch	hoch	...	hoch	hoch

Tabelle 16: Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Gesamtkompatibilität

Dabei entsprechen  $\widetilde{KT}^l_1, \widetilde{KT}^l_2, \dots, \widetilde{KT}^l_I$  den aus den durchgeführten Profilvergleichen  $i$  ermittelten unscharfen Kompatibilitäten. In den Profilvergleichen  $i$  stellen  $\widetilde{KT}^l_i$  die Regeloutputs dar und nun im Regelblock  $i^*$  die Regelinputs. Die Anzahl der im Regelblock  $i^*$  in Ansatz zu bringenden Regeln ergibt sich wiederum aus der Vorschrift  $R_{i^*} = |L|^{|I|}$ . Bei bspw. jeweils drei linguistischen Ausprägungen (z. B. *niedrig*, *mittel* und *hoch*) von fünf Inputgrößen resultieren damit  $R_{i^*} = 3^5 = 243$  anzusetzende Regeln. Der Anwender des Regelsystems muss sich der Frage stellen, ob er bei einer derartigen Regelanzahl qualifiziert und motiviert ist, die korrespondierenden linguistischen Ausprägungen der Gesamtkompatibilität auf Grundlage sachlogischer Überlegungen zu bestimmen, oder ob die bereits vorgestellte Kodierung eher geeignet ist. Dabei kann es durchaus möglich sein, dass der Regelsystemanwender den ermittelten Kompatibilitäten

<sup>574</sup> Die Anzahl der zu formulierenden Regeln ergibt sich aus kombinatorischen Gründen aus  $|R| = |L|^{|I|}$ .

aus den durchgeführten Profilvergleichen unterschiedliche Gewichtungen zuordnet. Diese können sich darin äußern, dass bspw. die ermittelte Kompatibilität aus der Durchführung des Profilvergleiches  $i = 1$  einen höheren Einfluss auf die Gesamtkompatibilität hat als bspw. die ermittelte Kompatibilität aus der Durchführung des Profilvergleiches  $i = 2$ . Um dieser Überlegung Rechnung zu tragen, wird wiederum die bereits vorgestellte Kodierungsmethode zur Ermittlung der linguistischen Ausprägungen der Gesamtkompatibilität um die Implementation von Gewichtungsfaktoren ergänzt.<sup>575</sup> Für eine mathematische Fundierung der Determination der Ausprägung  $l$  der unscharfen regelspezifischen Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{r,gesamt}^l$  in diesem Regelblock kann wiederum die folgende Vorgehensweise unter Berücksichtigung von Gewichtungsfaktoren gewählt werden:

Schritt 1: Kodierung der linguistischen Terme der Ausprägungen der unscharfen Kompatibilitäten  $\widetilde{KT}_i^l$

$l = \text{niedrig} \quad := 1$

$l = \text{mittel} \quad := 2$

$l = \text{hoch} \quad := 3$

Schritt 2: Bestimmung der gewichteten Summe der Inputgrößen

Mit  $w(\widetilde{KT}_i)$  als Gewichtungsfaktor der unscharfen Kompatibilität eines durchgeführten Profilvergleiches  $i$  und  $l(\widetilde{KT}_{i,r})$  als linguistischer Ausprägung der unscharfen Kompatibilität im Profilvergleich  $i$  in der Regel  $r$  ergibt sich die gewichtete Summe der unscharfen Kompatibilitäten zum kodierten Regeloutput  $c_r^{i*}$  (3.44):

$$\sum_{i=1}^I w(\widetilde{KT}_i) \cdot l(\widetilde{KT}_{i,r}) = c_r^{i*} \quad \forall r \in R_{i^*} \quad (3.44)$$

Durch anschließende Dekodierung von  $c_r^{i*}$  kann  $o_r^{i*}$  als linguistische Bewertung der Ausprägung der unscharfen Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{i^*,r}$  für die einzelnen Regeln in Ansatz gebracht werden. Bei der Durchführung von drei Profilvergleichen und drei korrespondierenden unscharfen Kompatibilitäten  $\widetilde{KT}_i$  (mit  $i = 1,2,3$ ) ergibt sich exemplarisch folgende Gleichung zur Determination der dekodierten, unscharfen Kompatibilitäten einer Regel (3.45):

---

<sup>575</sup> Vgl. zu dieser Vorgehensweise Volkmer et al. (2019), S. 97-98.

$$o_r^{i^*} = \begin{cases} \text{niedrig} & \text{für } 1 \leq c_r^{i^*} < 1,5 \\ \text{mittel} & \text{für } 1,5 \leq c_r^{i^*} < 2,5 \\ \text{hoch} & \text{für } 2,5 \leq c_r^{i^*} \leq 3 \end{cases} \quad (3.45)$$

Die konkrete Trennung der Intervalle hinsichtlich der Zuordnung zu den linguistischen Termen obliegt dem Verantwortlichen in den spezifischen Entscheidungssituationen. Nach Bestimmung der Ausprägungen der linguistischen Terme für die einzelnen Regeln des Aggregationsregelblockes  $i^*$  können nun mit Hilfe der Inputwerte für die unscharfen Beurteilungskriterien die unscharfen Kompatibilitäten für die einzelnen Profilvergleiche  $i$  bestimmt werden. Im Anschluss erfolgt dann die Aggregation der einzelnen ermittelten Kompatibilitäten zur unscharfen Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{gesamt}$ . Bisher erfolgt die Bestimmung der unscharfen Gesamtkompatibilität ohne die Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen. Das heißt, dass sich die regelspezifischen linguistischen Ausprägungen der Gesamtkompatibilität lediglich aus der Abweichung linguistischer Inputs ermittelt. Besitzt bspw. eine Inputgröße die Ausprägung *niedrig* und eine andere Inputgröße die Ausprägung *hoch* führt dies zu einer *niedrigen* Kompatibilität. Wiederum ist hervorzuheben, dass die in der vorliegenden Arbeit formulierten Regeln vom jeweiligen Regelsystemanwender abhängen und u. U. variieren können. Wie bereits im Kontext der Betrachtung ausgewählter Distanzmaße<sup>576</sup> dargelegt, wird in der vorliegenden Arbeit jedoch das Ziel verfolgt, profilspezifische Über- und Unterdeckungen zu ermitteln. Damit ist gemeint, dass eine ausschließliche Betrachtung geringer, mittlerer und hoher Kompatibilität nicht ausreichend ist, um sinnvoll geeignete Maßnahmen abzuleiten. Vielmehr geht es um die Erkenntnis, ob die durch die bereits genannten Determinanten charakterisierten faktischen Leistungsmöglichkeiten als tatsächliche Ausprägungen von Profilen in einem Defizit oder in einem Überschuss im Vergleich zu den erwünschten Leistungsmöglichkeiten vorliegen. Dies soll anhand einfacher Überlegungen zur Determinante Funktionalität verdeutlicht werden. Zur Bewertung dieser Determinante wird u. a. der Leistungsfaktor als Indikator herangezogen. Dieser ergibt sich, wie oben bereits dargelegt, aus dem Quotienten von Ist-Arbeitsproduktivität und Soll-Arbeitsproduktivität. Der Leistungsfaktor kann dabei Ausprägungen  $< 1$ ,  $= 1$  oder  $> 1$  annehmen. Ist der Leistungsfaktor  $> 1$  bedeutet dies, dass die Ist-Produktivität die Soll-Produktivität übertrifft. Es liegt also ein Leistungsüberschuss vor. Im Fall von  $= 1$  stimmen Soll und Ist überein. Nimmt der

---

<sup>576</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.1.1.

Leistungsfaktor eine Ausprägung  $< 1$  an, liegt ein Leistungsdefizit vor. Stimmen Ist- und Soll-Arbeitsproduktivität überein, liegt eine hohe Kompatibilität vor. In Fällen, in denen der Faktor die Ausprägungen  $> 1$  oder  $< 1$  annimmt, führt dies zu einer mittleren oder sogar geringen ungerichteten Kompatibilität. Ohne Berücksichtigung der Richtung der Abweichung bleibt jedoch unklar, welche Art von Maßnahme ggf. erforderlich ist.

Deshalb wollen wir also in der vorliegenden Arbeit nicht nur die Bestimmung einer ungerichteten, sondern auch die Bestimmung einer gerichteten Kompatibilität vornehmen. Zu diesem Zweck wird im Folgenden ein regelbasierter unscharfer Profilvergleich mit Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen thematisiert.

#### 3.2.4 Regelbasierter unscharfer Profilvergleich mit Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen

---

In Bezug auf potenzielle Ausprägungen der unscharfen Kompatibilität gibt es diverse Überlegungen, die zu berücksichtigen sind. Zur Erläuterung werden zwei Profile  $p = 1, 2$  mit jeweils einem Beurteilungskriterium  $k = 1$  und den korrespondierenden Ausprägungen  $x_{k=1}^{p=1}$  sowie  $x_{k=1}^{p=2}$  herangezogen. Bei einer dichotomen linguistischen Betrachtung der Ausprägungen *niedrig* und *hoch* der Beurteilungskriterien ergeben sich vier zu betrachtende Fälle (vgl. Abbildung 34).<sup>577</sup>

---

<sup>577</sup> Diese Überlegungen sind in Analogie zu den Ausführungen aus Kapitel 2.2.3.2.2 zu verstehen, in denen im Kontext der Fungibilität drei Fälle der Eignung beleuchtet werden: Qualifikationsüberschuss, Anforderungsunterdeckung und Kongruenz von Anforderungs- und Qualifikationsprofil.

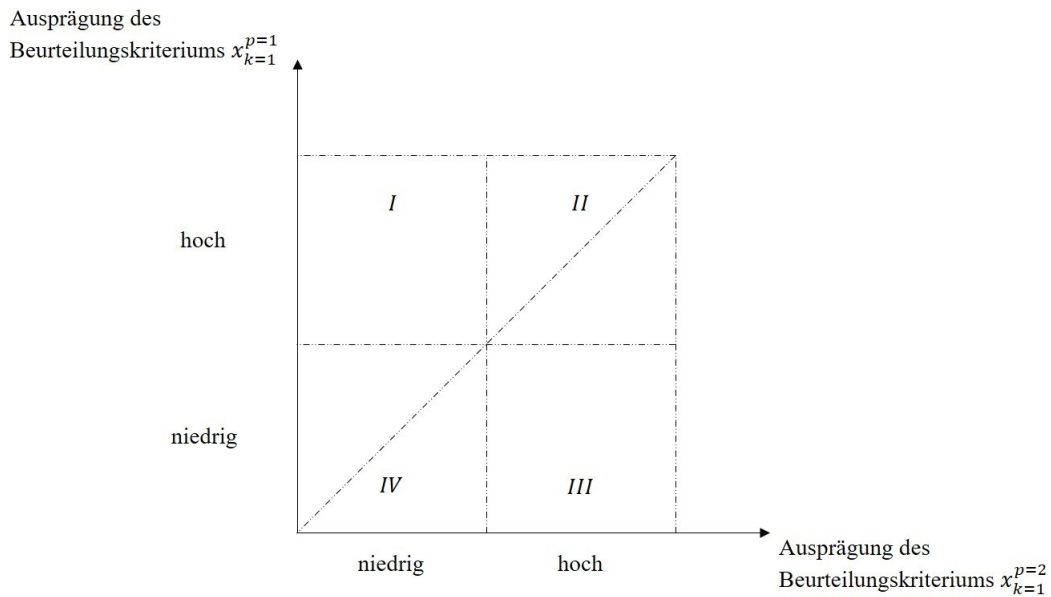


Abbildung 34: Systematische Darstellung zur Abstimmung von zwei Beurteilungskriterien mit jeweils zwei Ausprägungen

In Fall I besitzt ein Beurteilungskriterium des Profils  $p = 1$  eine hohe und das des Profils  $p = 2$  eine niedrige Ausprägung. Dementsprechend liegt eine profilseitige Überdeckung des Profils  $p = 1$  gegenüber  $p = 2$  vor. In Fall II besitzt ein Beurteilungskriterium des Profils  $p = 1$  eine hohe und das des Profils  $p = 2$  ebenfalls eine hohe Ausprägung. Hieraus resultiert Kongruenz der linguistischen Ausprägungen beider Beurteilungskriterien und dementsprechend eine hohe Kompatibilität. In Fall III besitzt ein Beurteilungskriterium des Profils  $p = 1$  eine niedrige und das korrespondierende Kriterium des Profils  $p = 2$  eine hohe Ausprägung. In Abgrenzung zu Fall I liegt demzufolge eine profilseitige Überdeckung von Profil  $p = 2$  gegenüber  $p = 1$  vor. In Fall IV liegt äquivalent zu Fall I eine Kongruenz der linguistischen Ausprägungen der profilspezifischen Beurteilungskriterien vor. Aus der niedrigen Ausprägung beider Kriterien resultiert wiederum eine hohe Kompatibilität. Exakte Deckungen von  $x_{k=1}^{p=1}$  sowie  $x_{k=1}^{p=2}$  werden durch die in Abbildung 34 eingezeichnete 45°-Linie dargestellt.

Um den regelbasierten Profilvergleich unter Berücksichtigung von profilspezifischen Über- und Unterdeckungen auf Grundlage je eines profilspezifischen Beurteilungskriteriums zu illustrieren, erfolgt nun eine im Gegensatz zu vorangestellten Ausführungen differenziertere linguistische Betrachtung der Ausprägungen der Kriterien. Hierfür werden weiterhin zwei Profile  $p = 1,2$  mit jeweils einem Beurteilungskriterium  $k = 1$  herangezogen. Es gilt für die linguistischen Terme der Beurteilungskriterien:

$\bar{L} := \{l\}$  mit

$l = \text{sehr niedrig (sn), niedrig (n), mittel (m), hoch (h), sehr hoch (sh)}$

Diese stärkere Differenzierung erlaubt es, feinere Abstufungen hinsichtlich möglicher profilseitiger Unter- bzw. Überdeckungszustände vorzunehmen. Dies wird dann relevant, wenn Unter- bzw. Überdeckungskosten sowie Überdeckungserlöse in die betrieblichen Überlegungen mit einbezogen werden. Dies hängt damit zusammen, dass je nach Ausprägung der Profilüber- oder -unterdeckung diverse Maßnahmen zu ergreifen sind, um deren Auswirkungen aufrechtzuerhalten, entgegenzuwirken bzw. sogar zu verstärken. Mit erneutem Bezug auf die Funktionalität und den Leistungsfaktor als Beurteilungskriterium ist es denkbar, dass betrieblicherseits Maßnahmen ergriffen werden, um einen Zustand eines Leistungsfaktors  $> 1$  aufrechtzuerhalten oder zu verstärken oder um einem Zustand eines Leistungsfaktors  $< 1$  entgegenzuwirken. Diesem Gedanken folgend, werden die linguistischen Ausprägungen der unscharfen Kompatibilitäten ebenfalls angepasst und es gilt:

$\bar{L} := \{l\}$  mit

$l = \text{große Unterdeckung (grU), mittlere Unterdeckung (mU),}$   
 $\text{geringe Unterdeckung (gU), sehr geringe Unterdeckung (sgU)}$   
 $\text{keine Unter – bzw. Überdeckung (kU),}$   
 $\text{sehr geringe Überdeckung (sgÜ), geringe Überdeckung (gÜ),}$   
 $\text{mittlere Überdeckung (mÜ),}$   
 $\text{große Überdeckung (grÜ)}$

Damit eine solch differenzierte Betrachtung vorgenommen werden kann, müssen sowohl die Zugehörigkeitsfunktionen für die unscharfen Mengen der linguistischen Ausprägungen der Beurteilungskriterien als auch der unscharfen, profilvergleichsspezifischen Kompatibilitäten angepasst werden.

Exemplarisch werden die in Abbildung 35 dargestellten Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Ausprägungen der unscharfen Beurteilungskriterien in Ansatz gebracht.<sup>578</sup>

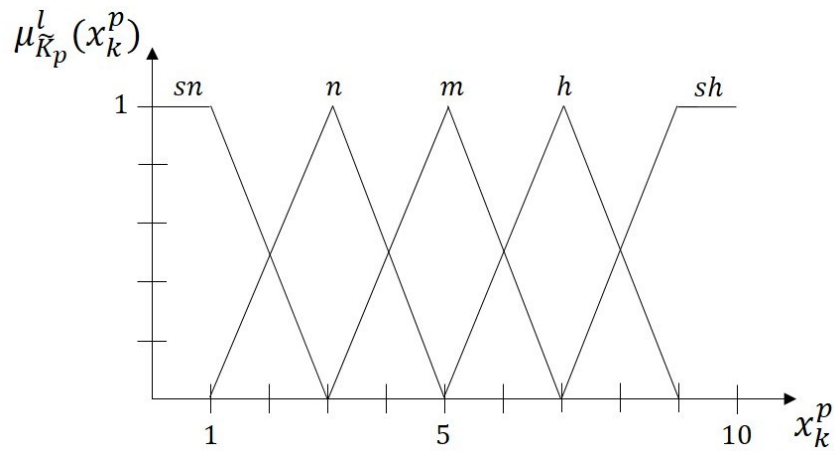


Abbildung 35: *Modifizierte Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Ausprägungen unscharfer Beurteilungskriterien*

Für die einzelnen Profilvergleiche  $i \in \bar{I}$  gilt nun, dass sich die Menge der Regeln – bei weiterer Betrachtung eines Beurteilungskriteriums je Profil – aus  $|\bar{L}|^{|\bar{K}|} = 5^2 = 25$  ergibt (vgl. Tabelle 17). Dabei stellt Profil  $p = 1$  und das korrespondierende unscharfe Beurteilungskriterium  $\tilde{K}_{1,i,r}^l$  den Ausgangspunkt der Betrachtung gegenüber Profil  $p = 2$  mit dem unscharfen Beurteilungskriterium  $\tilde{K}_{2,i,r}^l$  dar.

Die Bestimmung der Ausprägungen der unscharfen Kompatibilität erfolgt wiederum mit dem bereits vorgestellten Kodierungsverfahren. Es gilt für die Kodierung der linguistischen Terme der Ausprägungen der unscharfen Beurteilungskriterien:

$l = \text{sehr niedrig}$	$:= 1$	$l = \text{hoch}$	$:= 4$
$l = \text{niedrig}$	$:= 2$	$l = \text{sehr hoch}$	$:= 5$
$l = \text{mittel}$	$:= 3$		

<sup>578</sup> Die Zugehörigkeitsfunktionen besitzen dabei folgende Verläufe:

$$\begin{aligned}\mu_{\bar{K}_p}^{sn}(x_k^p) &= \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq x_k^p \leq 1 \\ \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x_k^p & \text{für } 1 < x_k^p \leq 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} & \mu_{\bar{K}_p}^h(x_k^p) &= \begin{cases} \frac{1}{2}x_k^p - \frac{5}{2} & \text{für } 5 \leq x_k^p \leq 7 \\ \frac{9}{2} - \frac{1}{2}x_k^p & \text{für } 7 < x_k^p \leq 9 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ \mu_{\bar{K}_p}^n(x_k^p) &= \begin{cases} \frac{1}{2}x_k^p - \frac{1}{2} & \text{für } 1 \leq x_k^p \leq 3 \\ \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_k^p & \text{für } 3 < x_k^p \leq 5 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} & \mu_{\bar{K}_p}^{sh}(x_k^p) &= \begin{cases} \frac{1}{2}x_k^p - \frac{7}{2} & \text{für } 7 \leq x_k^p \leq 9 \\ 1 & \text{für } 9 < x_k^p \leq 10 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ \mu_{\bar{K}_p}^m(x_k^p) &= \begin{cases} \frac{1}{2}x_k^p - \frac{3}{2} & \text{für } 3 \leq x_k^p \leq 5 \\ \frac{7}{2} - \frac{1}{2}x_k^p & \text{für } 5 < x_k^p \leq 7 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}\end{aligned}$$

Für die regelbasierte Bestimmung der unscharfen Kompatibilität zwischen zwei Profilen werden analog zu der oben vorgestellten Vorgehensweise zusätzliche Regeln formuliert. Ausgangspunkt ist dabei der kodierte Regeloutput  $c_{i,r}$ , der sich aus der Differenz zweier linguistisch bewerteter Beurteilungskriterien ergibt. Es gilt  $c_{i,r} = \tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l$ . Dabei bezeichnet  $\tilde{K}_{p,i,r}^l$  (mit  $p = 1$  und  $p = 2$ ) die linguistische Ausprägung  $l$  des unscharfen Beurteilungskriteriums eines Profils  $p$  im Profilvergleich  $i$  in der Regel  $r$ . Auf Grundlage dieser Differenz  $c_{i,r}$  lassen sich nun ergänzende Regeln zur Bestimmung der linguistischen Ausprägung der unscharfen Kompatibilität  $\tilde{KT}_{i,r}^l$  formulieren. Diese Regeln ordnen dem numerischen Differenzwert eine sprachliche Interpretation der Kompatibilität zu (z. B. große Unterdeckung und mittlere Überdeckung):

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = -4$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{große Unterdeckung (grU)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = -3$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{mittlere Unterdeckung (mU)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = -2$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{geringe Unterdeckung (gU)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = -1$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{sehr geringe Unterdeckung (sgU)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = 0$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{keine Unter- bzw. Überdeckung (kU)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = 1$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{sehr geringe Überdeckung (sgÜ)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = 2$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{geringe Überdeckung (gÜ)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = 3$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{mittlere Überdeckung (mÜ)}$

WENN  $\tilde{K}_{1,i,r}^l - \tilde{K}_{2,i,r}^l = 4$  DANN  $\tilde{KT}_{i,r}^l = \text{große Überdeckung (grÜ)}$

Wenn bspw. das Beurteilungskriterium des Profils  $p = 1$  *sehr niedrig* (1) und das Beurteilungskriterium des Profils  $p = 2$  *niedrig* (2) ausgeprägt sind, resultiert für die unscharfe Kompatibilität eine linguistische Ausprägung *sehr geringe Unterdeckung* ( $1 - 2 = -1$ ). Dies bedeutet inhaltlich, dass das Beurteilungskriterium des Profils 1 gegenüber dem Beurteilungskriterium des Profils 2 eine *sehr geringe Unterdeckung* aufweist.

Damit lassen sich bei zwei Profilen mit jeweils einem Beurteilungskriterium und mit je fünf linguistischen Ausprägungen 25 Regeln formulieren, die in Tabelle 17 ausgewählt dargestellt sind.



Regel $r \in \bar{R}_i$	Unscharfes Beurteilungskriterium $\tilde{K}_{1,i,r}^l$	Unscharfes Beurteilungskriterium $\tilde{K}_{2,i,r}^l$	Unscharfe Kompatibilität $\tilde{K}^l_{i,r}$
1	sehr niedrig	sehr niedrig	kU
2	sehr niedrig	niedrig	sgU
3	sehr niedrig	mittel	gU
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
23	sehr hoch	mittel	gÜ
24	sehr hoch	hoch	sgÜ
25	sehr hoch	sehr hoch	kU

Tabelle 17: Exemplarische Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Kompatibilität eines Regelblocks unter Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen

Exemplarisch gilt somit nach Regel  $r = 2$  des Profilvergleiches  $i$ :

**WENN**  $\tilde{K}_{1,i,2}^{sn}$  **UND**  $\tilde{K}_{2,i,2}^n$  **DANN**  $\tilde{K}^{sgU}_{i,2}$

Zur Verdeutlichung werden im Kontext der Determinante Funktionalität erwünschte und faktische Weiterbildungsmöglichkeiten thematisiert. Mit den Weiterbildungsmöglichkeiten wird zum Ausdruck gebracht, inwieweit die Arbeitskräfte in einem Unternehmen dazu fähig und motiviert sind, an Weiterbildungen teilzunehmen.

Zur Bestimmung der unscharfen Kompatibilität zwischen erwünschten und faktischen Weiterbildungsmöglichkeiten lassen sich auf Grundlage von Tabelle 17 ausgewählte Regeln verbalisieren:

$r = 3$ : **Wenn** die faktischen Weiterbildungsmöglichkeiten *sehr niedrig* sind **und** die erwünschten Weiterbildungsmöglichkeiten *mittel* sind, **dann** liegt eine Kompatibilität in Form *geringer Unterdeckung* vor. Das bedeutet, dass die tatsächlich vorliegenden Weiterbildungsmöglichkeiten nicht den betrieblicherseits erwünschten Weiterbildungsmöglichkeiten entsprechen und zwar in der Form, dass die erwünschten die faktischen Möglichkeiten übersteigen.

$r = 23$ : **Wenn** die faktischen Weiterbildungsmöglichkeiten *sehr hoch* sind **und** die erwünschten Weiterbildungsmöglichkeiten *mittel* sind, **dann** liegt eine Kompatibilität in Form *geringer Überdeckung* vor. Das bedeutet nun, dass die vorliegenden Weiterbildungsmöglichkeiten größer sind, als das, was betrieblicherseits erwünscht ist.

Nach Determination der linguistischen Ausprägungen für die regelblock- und regelspezifischen, unscharfen Kompatibilitäten ist wiederum ein Aggregationsregelblock zur Bestimmung der unscharfen Gesamtkompatibilität zu formulieren. Bei Aggregation von bspw. vier Profilvergleichen und den oben formulierten linguistischen Ausprägungen

für die unscharfen Kompatibilitäten ( $grU$ ,  $mU$ ,  $gU$ ,  $sgU$ ,  $kU$ ,  $sg\ddot{U}$ ,  $g\ddot{U}$ ,  $m\ddot{U}$ ,  $gr\ddot{U}$ ) ergibt sich ein Regelblock mit  $|\bar{L}|^{|\bar{L}|} = 9^4 = 6.561$  Regeln (vgl. Tabelle 18).

Für die Bestimmung der linguistischen Ausprägungen der regelspezifischen Gesamtkompatibilität wird wiederum folgende Gleichung in Analogie zu der oben vorgestellten Vorgehensweise in Ansatz gebracht. Es gilt mit  $w(\widetilde{KT}_i)$  als Gewichtung der profilvergleichsspezifischen Kompatibilitäten und  $l(\widetilde{KT}_{i,r})$  als kodierter Ausprägung der regelspezifischen linguistischen Ausprägungen der Kompatibilitäten für die Bestimmung der kodierten Regeloutputs:

$$\sum_{i=1}^I w(\widetilde{KT}_i) \cdot l(\widetilde{KT}_{i,r}) = c_r^{i*} \quad \forall r \in R_i^* \quad (3.44)$$

Für  $c_{i,r} = \widetilde{K}_{1,i,r}^l - \widetilde{K}_{2,i,r}^l$  wird oben festgelegt, dass  $c_{i,r} \in [-4, +4] \cap \mathbb{Z}$  gilt und dass daraus  $\widetilde{KT}_{i,r}^l$  resultiert. Dementsprechend kann die Kodierung  $c_{i,r}$  nun auch in (3.44) in Form von  $l(\widetilde{KT}_{i,r})$  Eingang finden. Es gilt dann exemplarisch für  $c_{r=1}^{i*}$  bei Verwendung von (3.44) und einer zugrunde gelegten Gleichgewichtung der ermittelten Kompatibilitäten ( $w(\widetilde{KT}_i) = 0,25 \quad \forall i$ ) und den linguistischen Ausprägungen *große Unterdeckung*, *große Unterdeckung*, *große Unterdeckung* sowie *große Unterdeckung* der auf Grundlage von vier Profilvergleichen ermittelten unscharfen Kompatibilitäten:

$$c_r^{i*} = 0,25 \cdot (-4) + 0,25 \cdot (-4) + 0,25 \cdot (-4) + 0,25 \cdot (-4) = -4$$

Da bei dieser Vorgehensweise insgesamt 33 verschiedene mögliche kodierte Outputs  $c_r^{i*}$  resultieren können, wird für die Dekodierung vorgeschlagen, Intervalle zu bilden.<sup>579</sup> Mit dieser Intervallbildung wird der Zweck verfolgt, eine handhabbare Anzahl linguistischer Ausprägungen für die unscharfe Gesamtkompatibilität zu generieren.

Die Bestimmung der dekodierten linguistischen Ausprägungen  $o_r^{i*}$  für die unscharfe Gesamtkompatibilität erfolgt mittels (3.46):

<sup>579</sup> Durch in Ansatz bringen der kodierten Ausprägungen  $c_{i,r} \in [-4, +4] \cap \mathbb{Z}$  und der Gleichgewichtung der aus den Profilvergleichen ermittelten Kompatibilitäten mit  $w(\widetilde{KT}_i) = 0,25 \quad \forall i$  ergeben sich 33 verschiedene Ausprägungen:

$$c_r^{i*} = \{-4; -3,75; -3,5; -3,25; -3; -2,75; -2,5; -2,25; -2; -1,75; -1,5; -1,25; -1; -0,75; -0,5; -0,25; 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1; 1,25; 1,5; 1,75; 2; 2,25; 2,5; 2,75; 3; 3,25; 3,5; 3,75; 4\}$$

$$o_r^{i*} = \begin{cases} \text{große Unterdeckung} & \text{für } -4 \leq c_r^{i*} < -2 \\ \text{leichte Unterdeckung} & \text{für } -2 \leq c_r^{i*} < -1 \\ \text{keine Unter- bzw. Überdeckung} & \text{für } -1 \leq c_r^{i*} < 1 \\ \text{leichte Überdeckung} & \text{für } 1 \leq c_r^{i*} < 2 \\ \text{große Überdeckung} & \text{für } 2 \leq c_r^{i*} < 4 \end{cases} \quad (3.46)$$

Mit den getätigten Ausführungen lässt sich dann der vollständige Regelblock zur Bestimmung regelspezifischer unscharfer Gesamtkompatibilitäten  $\widetilde{KT}_{r,gesamt}$  auf der Grundlage vier durchgeführter Profilvergleiche und den korrespondierenden unscharfen Kompatibilitäten  $\widetilde{KT}_{i=1,r}^l, \dots, \widetilde{KT}_{4=1,r}^l$  formulieren (vgl. Auszug der Regelbasis in Tabelle 18).

$R_{i*}$	Kompatibilität Profilvergleich $i = 1$ $\widetilde{KT}_{1,r}^l$	Kompatibilität Profilvergleich $i = 2$ $\widetilde{KT}_{2,r}^l$	Kompatibilität Profilvergleich $i = 3$ $\widetilde{KT}_{3,r}^l$	Kompatibilität Profilvergleich $i = 4$ $\widetilde{KT}_{4,r}^l$	Unscharfe Gesamtkompatibilität $\widetilde{KT}_{r,gesamt}^l$
1	große Unterdeckung	große Unterdeckung	große Unterdeckung	große Unterdeckung	große Unterdeckung
2	große Unterdeckung	große Unterdeckung	mittlere Unterdeckung	große Unterdeckung	große Unterdeckung
3	große Unterdeckung	große Unterdeckung	geringe Unterdeckung	große Unterdeckung	große Unterdeckung
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
6558	große Überdeckung	große Überdeckung	sehr geringe Überdeckung	große Überdeckung	große Überdeckung
6559	große Überdeckung	große Überdeckung	geringe Überdeckung	große Überdeckung	große Überdeckung
6560	große Überdeckung	große Überdeckung	mittlere Überdeckung	große Überdeckung	große Überdeckung
6561	große Überdeckung	große Überdeckung	große Überdeckung	große Überdeckung	große Überdeckung

Tabelle 18: Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Gesamtkompatibilität unter Berücksichtigung profilspezifischer Über- und Unterdeckungen<sup>580</sup>

Die in Tabelle 18 auszugsweise dargestellte Regelbasis lässt sich so interpretieren, dass insgesamt 495 Regeln zu einer linguistischen Bewertung *große Überdeckung* der unscharfen Gesamtkompatibilität, 1185 Regeln zu *leichter Überdeckung*, 3576 Regeln zu *keiner Unter- bzw. Überdeckung*, 975 Regeln zu *leichter Unterdeckung* und 330 Regeln zu *großer Unterdeckung* führen.

<sup>580</sup> Die Vorstellung von sieben aus den 6561 Regeln mag genügen, um die Vorgehensweise zur Formulierung einer Regelbasis zur Bestimmung einer unscharfen Gesamtkompatibilität zu erläutern.

In Abhängigkeit der für die auf erster Ebene in Ansatz gebrachten Ausprägungen der profilspezifischen Beurteilungskriterien kann also mit Hilfe des Aggregationsregelblocks auf zweiter Ebene eine Aussage über die unscharfe Gesamtkompatibilität abgeleitet werden.

In Kapitel 3 der vorliegenden Arbeit wird die Profilvergleichsmethode als Grundlage der Humankapitalbewertung vorgestellt. Im Zuge der Betrachtung ausgewählter Distanz- und Ähnlichkeitsmaße wird das Flächenmaß als Möglichkeit der gerichteten Kompatibilitätsbewertung eingeführt. Bei der Durchführung des Profilvergleichs erfolgt eine Differenzierung zwischen regelbasierten scharfen Profilvergleichen und regelbasierten unscharfen Profilvergleichen. Der Fokus der Konstruktion unscharfer regelbasierter Profilvergleiche liegt dabei zunächst auf ausschließlich linguistisch angelegten Regelbasen. Diese linguistischen Regelbasen werden nun durch die Zuordnung konkreter unscharfer Flächenfunktionen zu den einzelnen linguistischen Ausprägungen der Kriterien mathematisch fundiert. Dadurch wird es möglich, sprachliche Ausdrücke wie „gering“, „mittel“ oder „hoch“ Zugehörigkeitsgraden auf einem definierten Wertebereich zu verknüpfen. Auf diese Weise entsteht ein regelbasiertes System zur Humankapitalbewertung, das sowohl deren inhaltliche Logik abbildet als auch eine fundierte Aussage über die Kompatibilitätsausprägung erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten ermöglicht. Im Folgenden münden die Überlegungen bzgl. des eingeführten Flächenmaßes und regelbasierter Profilvergleiche in der Humankapitalbewertung mittels unscharfen Profilvergleich (Kapitel 4).

---

## **4      Humankapitalbewertung      mittels      unscharfem          Profilvergleich**

---

### **4.1      Vorbemerkungen**

---

In Kapitel 3 der vorliegenden Arbeit führen wir das Flächenmaß als alternatives Beurteilungsinstrument zur Kompatibilität im Rahmen der Anwendung der Profilvergleichsmethode bei Vorliegen scharfer Informationen ein (Kapitel 3.1). Darauf aufbauend wird unter Berücksichtigung unscharfer Informationen ein Profilvergleich mittels unscharfer Regelsysteme thematisiert (Kapitel 3.2).

Im Folgenden wird nun die Durchführung von Profilvergleichen bei Vorliegen unscharfer Informationen vorgestellt. Im scharfen Fall wird zuvor ein Flächenmaß eingeführt, um Profile als geometrische Flächen zu modellieren und daraus gerichtete

Größenunterschiede zwischen faktischen und erwünschten Profilen abzuleiten. Diese Vorgehensweise bleibt auch im unscharfen Fall erhalten. Allerdings wird nun berücksichtigt, dass die Zuordnung scharfer Punktwerte zu sprachlichen Ausprägungen (z. B. *gering*, *mittel* und *hoch*) nicht immer eindeutig möglich ist. Statt eindeutiger Klassifikationen werden daher mehrdeutige Zugehörigkeiten zugelassen. Das auf dieser Grundlage gebildete unscharfe Flächenmaß erlaubt eine differenzierte Bewertung von Profilkompatibilitäten bei sprachlicher Unschärfe. Zunächst erfolgt die Darlegung der dem unscharfen Regelsystem zugrundeliegenden Systematik zur betrieblichen Humankapitalwertung (Kapitel 4.2). Darauf aufbauend wird die Durchführung des Profilvergleichs zunächst anhand zweier Profile illustriert (Kapitel 4.3), um daraufhin die profilspezifisch ermittelten Kompatibilitäten zu aggregieren (Kapitel 4.4). Letztendlich wird dargelegt, wie die ermittelten Kompatibilitäten dann hin zu einem Humankapitalwert zu aggregieren sind (Kapitel 4.5).

## 4.2 Systematik zur Durchführung des unscharfen Profilvergleichs

---

Im Folgenden wird die zur Durchführung des unscharfen Profilvergleichs zugrundeliegende Systematik dargestellt. Dafür gelten folgende Symbole:

$HK$	$:=$	Wert des betrieblichen Humankapitals
$EL$	$:=$	Erwünschte Leistungsmöglichkeiten
$FL$	$:=$	Faktische Leistungsmöglichkeiten
$\bar{D}$	$:=$	$\{d   d = Pl, Fung, Funk, Stab\}$ Menge der Humankapitaldeterminanten $d$
$\bar{P}_d$	$:=$	Menge der Profile $p$ einer Humankapitaldeterminante $d$
$v_d(p, p')$	$:=$	Vergleichsfunktion zweier Profile $p$ und $p'$ einer Determinante $d$ mit $p \neq p'$
$Pl$	$:=$	Ausprägung der Plastizität mit $Pl = v_{Pl}(EP, FP)$ sowie $EP :=$ Erwünschte Plastizität und $FP :=$ Faktische Plastizität
$Fung$	$:=$	Ausprägung der Fungibilität mit $Fung = v_{Fung}(EFG, FFG)$ sowie $EFG :=$ Erwünschte Fungibilität und $FFG :=$ Faktische Fungibilität
$Funk$	$:=$	Ausprägung der Funktionalität mit $Funk = v_{Funk}(EF, FF)$ sowie $EF :=$ Erwünschte Funktionalität und $FF :=$ Faktische Funktionalität
$Stab$	$:=$	Ausprägung der Stabilität mit $Stab = v_{Stab}(ES, FS)$ sowie $ES :=$ Erwünschte Stabilität und $FS :=$ Faktische Stabilität

$K_{EL,FL}$  := Kompatibilität der erwünschten mit den faktischen Leistungsmöglichkeiten

$BP$  := Betriebsbezogene Prioritäten

In Kapitel 2.2.3.2 wird dargelegt, dass der Wert des betrieblichen Humankapitals dem utilitären Äquivalent der Kompatibilität aus von Arbeitskräfte faktisch bereitgestellten und betrieblicherseits erwünschten Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten entspricht. Um eine Aussage hinsichtlich des Humankapitalwertes treffen zu können, sind zunächst die Ausprägungen der profilvergleichsspezifischen Kompatibilitäten zu bestimmen. Durch deren Ermittlung und die daran anschließende Berücksichtigung oben bereits dargelegter basaler Aspekte der Theorie hedonischer Preise bzw. von Verfahren der Conjoint-Analyse zur Ermittlung betriebsbezogener Prioritäten (vgl. Kapitel 2.2.3.3) lässt sich eine Aussage über den Humankapitalwert ableiten.

Demnach ist das Ziel des vorliegenden Teilkapitels die Darlegung der Bestimmung der Ausprägungen der Kompatibilitäten zwischen erwünschter und faktischer Plastizität ( $v_{Pl}(EP, FP)$ ), erwünschter und faktischer Fungibilität ( $v_{Fung}(EFG, FFG)$ ), erwünschter und faktischer Funktionalität ( $v_{Funk}(EF, FF)$ ) sowie erwünschter und faktischer Stabilität ( $v_{Stab}(ES, FS)$ ).

Die Vorgehensweise basiert dabei auf vier durchzuführenden Schritten (vgl. Abbildung 36):

Im ersten Schritt (I) sind für die jeweiligen Humankapitaldeterminanten  $d$  die Profile  $p \in \bar{P}_d$  einerseits und zugleich die in Ansatz zu bringenden profilspezifischen Beurteilungskriterien  $k \in \bar{K}_d$  andererseits zu formulieren. Dabei lassen sich die oben vorgestellten Beurteilungskriterien heranziehen (vgl. 2.2.3.2). Es werden folgende Symbole für die korrespondierenden Ausprägungen der determinanten- und profilspezifischen Beurteilungskriterien verwendet:

$A_{k,Fung}^{EFG}$  := Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der erwünschten Fungibilität

$B_{k,Fung}^{FFG}$  := Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der faktischen Fungibilität

$A_{k,Funk}^{EF}$  := Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der erwünschten Funktionalität

$B_{k,Funk}^{FF}$  := Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der erwünschten Funktionalität

$A_{k,Pl}^{EP} \quad := \quad$  Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der erwünschten Plastizität

$B_{k,Pl}^{FP} \quad := \quad$  Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der faktischen Plastizität

$A_{k,Stab}^{ES} \quad := \quad$  Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der erwünschten Stabilität

$B_{k,Stab}^{FS} \quad := \quad$  Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der faktischen Stabilität

In einem zweiten Schritt (II) sind auf Grundlage korrespondierender Regelsysteme die unter Rückgriff auf das eingeführte Flächenmaß die determinanten- und profilspezifischen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_p^d$  zu ermitteln.

Aus dem in Schritt (III) durchzuführenden Vergleich der ermittelten Flächenmaße kann dann eine Aussage über die jeweiligen Kompatibilitäten abgeleitet werden.

Im letzten Schritt (IV) werden die gewonnenen Informationen der determinantenspezifischen Kompatibilitäten zu einer Gesamtkompatibilität zwischen erwünschten und faktischen Leistungsmöglichkeiten aggregiert.

Ziel ist es also, im Sinne der in Kapitel 1.3 vorgestellten Systematik des Bewertungsprozesses, eine regelbasierte, unscharfe Aussage über die Profilkompatibilitäten zu ermöglichen. Deren Aggregation führt zu einer Gesamtkompatibilität, bevor im nächsten Schritt des Bewertungsprozesses die betriebsbezogenen Prioritäten in Form der Bestimmung von Teilnutzenwerten und Determinantenrelevanzen fortgefahren wird.

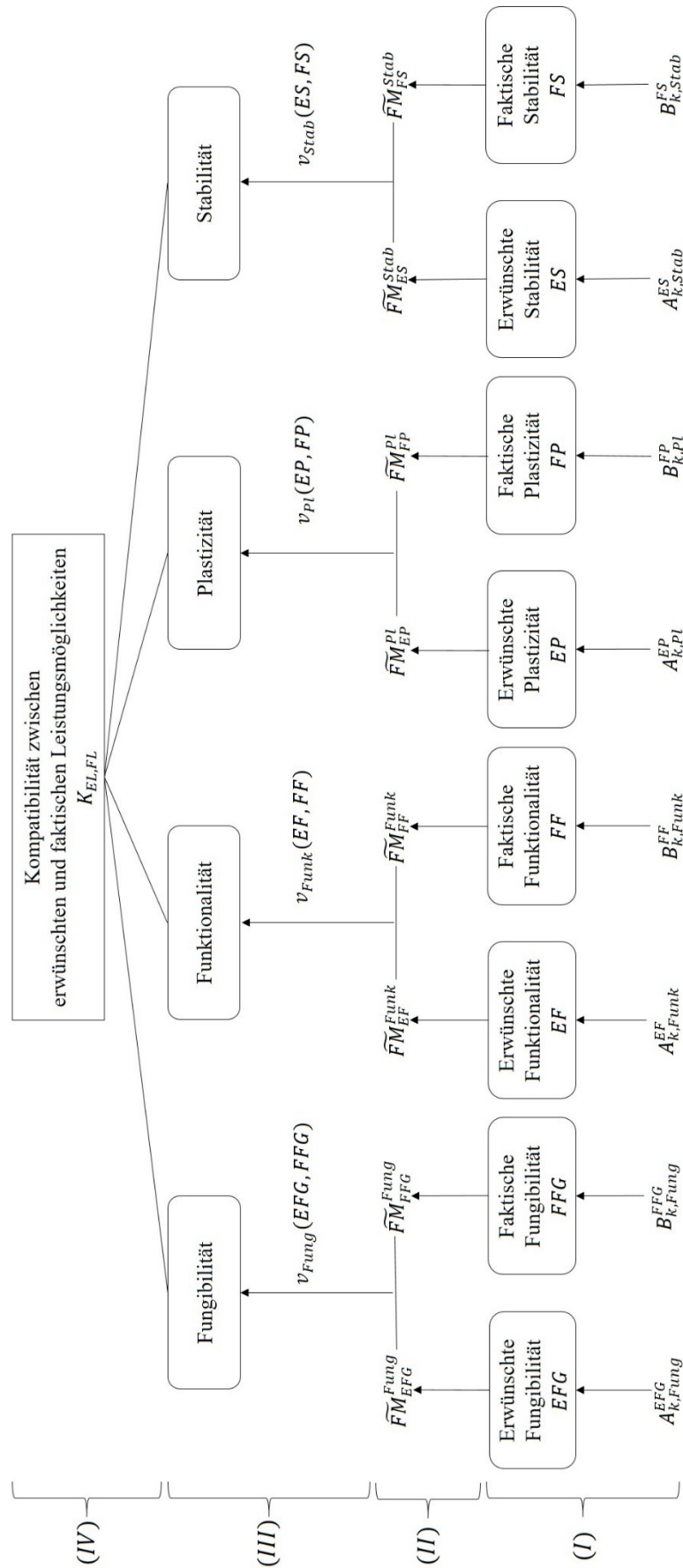


Abbildung 36: Systematik der Kompatibilitätsbestimmung zwischen faktischen und erwünschten Leistungsmöglichkeiten



Im Folgenden wird nun die Durchführung des Profilvergleichs am Beispiel der Determinante Stabilität und den korrespondierenden Profilen der erwünschten und faktischen Stabilität dargestellt.

### 4.3 Durchführung des Profilvergleichs am Beispiel der Stabilität

---

#### 4.3.1 Bestimmung unscharfer Koordinatenausprägungen

---

In Erweiterung zu den in den Kapiteln 3.1 und 3.2 vorgestellten Überlegungen zur Formulierung von (unscharfen) Regelsystemen zur Durchführung von Profilvergleichen werden nun neben einer ausschließlich linguistischen Betrachtung Aspekte der Theorie unscharfer Mengen integriert, um neben den bereits präsentierten scharfen auch unscharfe Flächenmaße als Grundlage der Kompatibilitätsbetrachtung zu bestimmen.

Während die zuvor präsentierten Regeln ausschließlich auf der logischen Struktur sprachlicher Wenn-Dann-Aussagen und deren Verknüpfung basieren, erlaubt die Integration unscharfer Mengen eine mathematisch fundierte Abbildung sprachlich vager Formulierungen. Die bisher in Ansatz gebrachten linguistischen Terme (wie bspw. niedrig, mittel und hoch) werden dabei durch Zugehörigkeitsfunktionen formalisiert, sodass auch graduelle Abstufungen und Übergänge zwischen Kriterienausprägungen mathematisch erfasst werden können.

Die Vorgehensweise wird am Beispiel der Humankapitaldeterminante Stabilität illustriert. Es gelten folgende Symbole:

$\bar{K}_{Stab} \quad := \quad \{k | k = 1, \dots, K\}$  Menge der Beurteilungskriterien  $k$  der Determinante Stabilität

$A_{k,Stab}^{ES} \quad := \quad$  Erwünschte Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der Determinante Stabilität

$B_{k,Stab}^{FS} \quad := \quad$  Faktische Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k$  der Determinante Stabilität

$\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab} \quad := \quad$  Unscharfes Flächenmaß der faktischen Stabilität in Regel  $r$

Aufbauend auf den oben präsentierten Ausführungen zur Stabilität (vgl. Kapitel 2.2.3.2.5) werden exemplarisch mit der Fluktuationsquote ( $k = 1$ ), der Absentismusrate ( $k = 2$ ) und der Ausgestaltung der Belegschaftszusammensetzung ( $k = 3$ ) drei Kriterien als linguistische Inputvariablen betrachtet. Mit genannten Kriterien und korrespondierenden

Ausprägungen sollen Aussagen über die betrieblicherseits erwünschte Stabilität und die faktisch vorliegende Stabilität abgeleitet werden. Damit wird zum Ausdruck gebracht, inwieweit die Stabilität des Humankapitals erwünscht bzw. vorhanden ist. Im Kontext der Stabilität sind vom Betrieb und dementsprechend von den Konstrukteuren und Anwendern des Regelsystems Überlegungen anzustellen, welche Ausprägungen der Beurteilungskriterien als erwünscht anzusehen sind und welche Ausprägungen faktisch vorliegen. Die linguistischen Inputvariablen werden jeweils mittels drei linguistischer Terme charakterisiert. Die Fluktuationsquote, welche z. B. aus dem Verhältnis endgültig ausgeschiedener zur Anzahl aller Arbeitskräfte zu operationalisieren ist, wird mittels der linguistischen Terme *niedrig*, *mittel* und *hoch* charakterisiert. Die Absentismusrate lässt sich in Analogie hierzu als Verhältnis aus der Anzahl der Fehltage und der Anzahl aller Arbeitstage eines Betrachtungszeitraums operationalisieren und kann ebenfalls durch die linguistischen Terme *niedrig*, *mittel* und *hoch* charakterisiert werden. Zur Operationalisierung der Stabilität der Belegschaftszusammensetzung kann bspw. ein auf Anteilen basierendes Maß herangezogen werden, das die Relation von Stammkraften zur Gesamtanzahl der Arbeitskräfte abbildet. Dabei liegt die basale Annahme zugrunde, dass ein hoher Anteil an Stammarbeitskräften als Indikator für eine stabile Personalausstattung interpretiert werden kann. Ein niedriger Anteil an Stammarbeitskräften kann auf eine instabile Personalausstattung hindeuten. Mittelmäßig stabil sind dann bspw. solche Personalausstattungen, die lediglich zur Hälfte aus Stammarbeitskräften bestehen. Denkbar ist, dass bspw. Unternehmen in Branchen mit stark schwankendem Auftragsvolumen (z. B. Saisonproduktion) mit einem hohen Anteil an temporär beschäftigten Arbeitskräften eine recht instabile Personalausstattung wünschen, um schnell auf Nachfrageschwankungen reagieren zu können. Deshalb werden in der vorliegenden Arbeit für die Ausgestaltung der Belegschaftszusammensetzung die linguistischen Terme *stabil*, *mittelmäßig stabil* und *instabil* in Ansatz gebracht.

Im Gegensatz zur Fluktuationsquote und Absentismusrate, bei denen höhere numerische Werte auch inhaltlich eine höhere Instabilität anzeigen, verhält es sich bei der Belegschaftszusammensetzung umgekehrt. Ein hoher numerischer Wert (z. B. ein hoher Anteil an Stammarbeitskräften) steht hier für eine positive, stabile Ausprägung. Um diese inhaltliche Umkehrung konsistent in das Regelwerk einzubinden, erfolgt die Normierung der Belegschaftszusammensetzung auf der Skala  $[0; 10]$  in inverser Richtung. Das bedeutet, dass ein Wert von 10 eine vollständig instabile, ein Wert von 0 eine vollständig stabile Belegschaft abbildet. Auf diese Weise kann die inhaltliche Bedeutung des Begriffs

„instabil“ korrekt in die Regelstruktur integriert und mit den entsprechenden linguistischen Termen verbunden werden.

Im vorliegenden Beispiel erfolgt eine Operationalisierung der normierten Kriteriumsausprägungen  $A_{k,Stab}^{ES}$  bzw.  $B_{k,Stab}^{FS}$  auf einer metrischen Skala mit  $x_{A_{k,Stab}^{ES}}, x_{B_{k,Stab}^{FS}} \in [0; 10]$  (vgl. Abbildung 37). Die Verwendung dieser Skala liegt wiederum darin begründet, dass u. U. inhaltlich heterogene Kriterien in Ansatz zu bringen sind und die Verwendung des im Folgenden vorzustellenden unscharfen Flächenmaßes zu gewährleisten ist (vgl. hierzu Kapitel 3.1.2.2). Die in Abbildung 37 dargestellten Zugehörigkeitsfunktionen beziehen sich auf die Ausprägungen der Beurteilungskriterien für das Profil der faktischen Stabilität. Sie können jedoch äquivalent für die Ausprägungen der erwünschten Stabilität konstruiert werden, da die Kriterien beider Profile auf derselben normierten Skala abgebildet werden und somit vergleichbar zu modellieren sind.

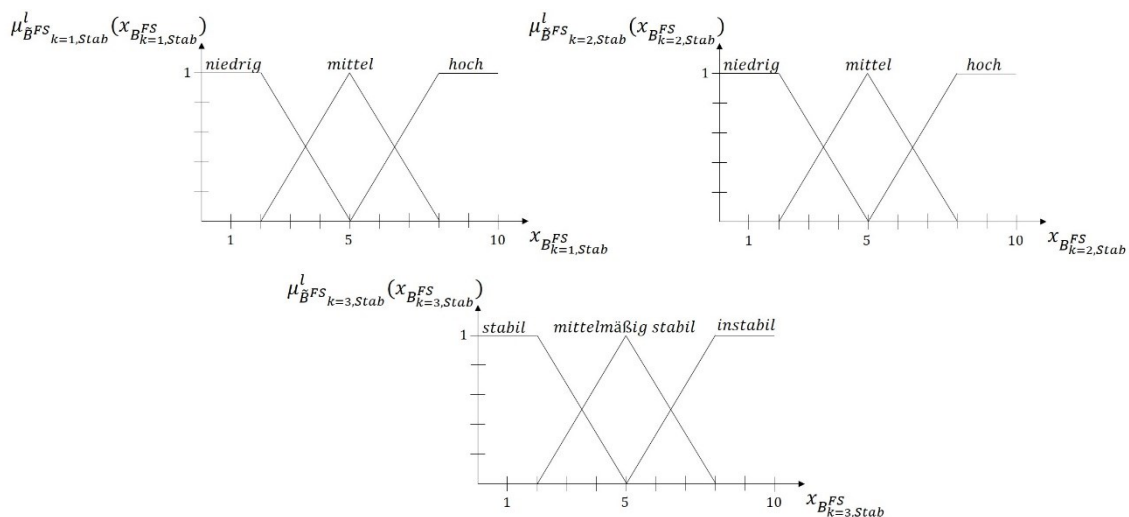


Abbildung 37: Zugehörigkeitsfunktionen für Kriterienausprägungen

Der profilspezifische Zusammenhang zwischen den drei Beurteilungskriterien der Determinante Stabilität mit korrespondierenden linguistischen Ausprägungen lässt sich bspw. folgendermaßen für das Profil der erwünschten Stabilität verbalisieren:

**WENN** die erwünschte Fluktuationsquote *niedrig* **UND** die erwünschte Absentismusrate *niedrig* **UND** die erwünschte Belegschaftszusammensetzung *stabil* sind **DANN** ist die erwünschte Stabilität insgesamt *hoch*,

oder für das Profil der faktischen Stabilität:

**WENN** die faktische Fluktuationsquote *niedrig* **UND** die faktische Absentismusrate *niedrig* **UND** die faktische Belegschaftszusammensetzung *stabil* sind **DANN** ist die faktische Stabilität insgesamt *hoch*.

Um eine Aussage hinsichtlich der Ausprägungen der erwünschten und faktischen Stabilität abzuleiten, werden im Folgenden die unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab}$  sowie  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab}$  ermittelt. Aus der Gegenüberstellung der erwünschten und der faktischen Stabilität in Form dieser Flächenmaße lässt sich dann eine Aussage hinsichtlich der Kompatibilität beider Profile ableiten.

Bei drei profilspezifischen Beurteilungskriterien mit jeweils drei linguistischen Ausprägungen resultieren  $3^3 = 27$  zu formulierende Regeln für jedes Profil, wobei die WENN-Komponenten zur Bestimmung der Ausprägung der faktischen Stabilität auszugsweise in Tabelle 19 dargestellt sind. Ein Regelblock zur Bestimmung der erwünschten Stabilität ist analog zu formulieren.

Regelinputs zur Bestimmung der faktischen Stabilität	WENN...	UND...	UND...
Regel $r$	$B_{k=1,Stab}^{FS}$	$B_{k=2,Stab}^{FS}$	$B_{k=3,Stab}^{FS}$
1	niedrig	niedrig	stabil
2	niedrig	niedrig	mittelmäßig stabil
3	niedrig	niedrig	instabil
:	:	:	:
26	hoch	hoch	mittelmäßig stabil
27	hoch	hoch	instabil

Tabelle 19: WENN-Komponenten zur Bestimmung des Flächenmaßes der Stabilität

In Erweiterung zur bereits vorgestellten, scharfen Flächenmaßbestimmung<sup>581</sup> wird eine unscharfe Flächenmaßbestimmung vorgenommen. Reale Bewertungssituationen lassen ggf. nur unscharfe, überlappende oder nur graduell unterscheidbare Profilverkmale zu. Die scharfe Flächenmaßermittlung stößt dann an ihre Grenzen, da sie ausschließlich auf eindeutigen und trennscharfen Klassifikationen beruht. Die unscharfe Flächenmaßermittlung hingegen erlaubt die gleichzeitige Berücksichtigung von

<sup>581</sup> Vgl. hierzu ausführlich Kapitel 3.1.3.2.

Zugehörigkeitsgrade zu mehreren linguistischen Termen. Damit wird eine differenziertere Bewertung der Regelkonklusionen möglich.

Ziel ist die Ermittlung der regelspezifischen DANN-Komponenten und dementsprechend der regelspezifischen Ausprägungen des Flächenmaßes der faktischen Stabilität  $\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab}$ . Diese Bestimmung erfolgt auf der Grundlage unscharfer zweidimensionaler Koordinatenausprägungen der Beurteilungskriterien.<sup>582</sup>

Zur mathematischen Darstellung unscharfer Beurteilungskriterien werden in der vorliegenden Arbeit sogenannte *LR-Fuzzy-Zahlen* bzw. -Intervalle in Ansatz gebracht. Diese stellen eine Möglichkeit dar, mit den bspw. in Abbildung 37 dargestellten Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Mengen recht einfach zu operieren. Dies ist darin begründet, dass zur Durchführung arithmetischer Operationen nicht mehr die Zugehörigkeitsfunktionen als solche verwendet werden müssen, sondern wenige markante Ausprägungen ausreichend sind. Wir notieren in der vorliegenden Arbeit *LR-Fuzzy-Zahlen* bzw. -Intervalle nach folgendem Muster:<sup>583</sup>

$$\tilde{Z} = (m, \alpha, \beta)_{LR} \text{ bzw. } \tilde{I} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR},$$

mit

$m$  bzw.  $m_1, m_2$  := Gipfelpunkt bzw. -tableau der Zugehörigkeitsfunktion mit

$$\mu_{\tilde{Z}}(m) = 1 \text{ bzw. } \mu_{\tilde{I}}(x) = 1 \quad \forall x \in [m_1, m_2]$$

$\alpha$  bzw.  $\beta$  := Linke bzw. rechte Spreizung der *LR-Fuzzy-Zahl* bzw. des -Intervalls

Damit lassen sich die in Abbildung 37 dargestellten linguistischen Ausprägungen der unscharfen Beurteilungskriterien  $\tilde{B}_{k,Stab}^{FS,l}$  folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{array}{lll} \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil} = (0,2,0,3)_{LR} \\ \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,mittel} = (5,5,3,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,mittel} = (5,5,3,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,mittelmäßig\ stabil} = (5,5,3,3)_{LR} \\ \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,hoch} = (8,10,3,0)_{LR} & \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,hoch} = (8,10,3,0)_{LR} & \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,instabil} = (8,10,3,0)_{LR} \end{array}$$

Zur Verdeutlichung soll exemplarisch  $\tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig} = (0,2,0,3)_{LR}$  näher betrachtet werden.

Normierte Ausprägungen der Fluktuationsquote ( $k = 1$ ) zwischen 0 und 2 ( $x_{B_{k,Stab}^{FS}} \in [0; 2]$ ) gehören vollständig zur niedrigen Fluktuationsquote, Ausprägungen ab 5

<sup>582</sup> Vgl. zur Bestimmung scharfer zweidimensionaler Koordinatenausprägungen der Beurteilungskriterien Kapitel 3.1.2.3.

<sup>583</sup> Vgl. hierzu ausführlich Anhang IV der vorliegenden Arbeit.

( $x_{B_{k,Stab}^{FS}} > 5$ ) gehören überhaupt nicht zur niedrigen Fluktuationsquote und Ausprägungen zwischen 2 und 5 ( $x_{B_{k,Stab}^{FS}} \in (2; 5]$ ) gehören mit linear abnehmendem Zugehörigkeitsgrad zur niedrigen Fluktuationsquote.

Im scharfen Fall erfolgt die Flächenmaßbestimmung auf Grundlage eindeutiger Ausprägungen der Beurteilungskriterien. Jedes Kriterium ist einem bestimmten, scharf abgegrenzten Wertebereich zugeordnet, wodurch sich der Inhalt einer exakt bestimmbaren Fläche ergibt. In der Realität sind solche Voraussetzung nicht immer gegeben. Beurteilungskriterien, wie Fluktuation, Absentismus oder die Stabilität einer Belegschaftszusammensetzung lassen sich dann ggf. nicht eindeutig einem einzelnen linguistischen Term zuweisen, sondern weisen möglicherweise Mehrfachzugehörigkeiten zu verschiedenen linguistischen Ausdrücken auf. Zur Abbildung dieser Vagheit wird daher ein unscharfes Flächenmaß benötigt.

Zu dessen Bestimmung sind zunächst wiederum die unscharfen Koordinatenausprägungen der unscharfen Kriterien zu ermitteln. Um die Koordinatenausprägungen festzustellen, sind wiederum Dreiecke zu konstruieren. In Abgrenzung zu obigen Ausführungen liegen korrespondierende Größen (Hypotenuse, Ankathete und Gegenkathete) nun nicht mehr in scharfer, sondern lediglich in unscharfer Form vor.

Es gelten folgende zusätzliche Symbole:

- $\widetilde{GK}_{k,d}^{p,l} :=$  LR-Fuzzy-Intervall der unscharfen Gegenkathete bei Ausprägung  $l$  des Kriteriums  $k$  in Profil  $p$  zur Bestimmung der Determinante  $d$  mit  $\mu_{\widetilde{GK}_{k,d}^{p,l}}(a_{GK})$  als Zugehörigkeitswert einer Ausprägung  $a_{GK}$  zur unscharfen Gegenkathete  $\widetilde{GK}_{k,d}^{p,l}$
- $\widetilde{AK}_{k,d}^{p,l} :=$  LR-Fuzzy-Intervall der unscharfen Ankathete bei Ausprägung  $l$  des Kriteriums  $k$  in Profil  $p$  zur Bestimmung der Determinante  $d$  mit  $\mu_{\widetilde{AK}_{k,d}^{p,l}}(a_{AK})$  als Zugehörigkeitswert einer Ausprägung  $a_{AK}$  zur unscharfen Ankathete  $\widetilde{AK}_{k,d}^{p,l}$
- $\widetilde{HY}_{k,d}^{p,l} :=$  LR-Fuzzy-Intervall der unscharfen Hypotenuse bei Ausprägung  $l$  des Kriteriums  $k$  in Profil  $p$  zur Bestimmung der Determinante  $d$  mit

$\widetilde{HY}_{k,d}^{p,l} = \widetilde{B}_{k,d}^{p,l}$  mit  $\mu_{\widetilde{HY}_{k,d}^{p,l}}(a_{HY})$  als Zugehörigkeitswert einer Ausprägung  $a_{HY}$  zur unscharfen Hypotenuse  $\widetilde{HY}_{k,d}^{p,l}$

$\widetilde{B}_{k,Stab}^{FS,l} := LR\text{-Fuzzy-Intervall}$  des unscharfen Beurteilungskriteriums  $k$  der Determinante  $Stab$  im Profil  $FS$  mit der linguistischen Ausprägung  $l$

Die unscharfen Koordinaten  $\widetilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig} = (x|y) = (0,0,0,0)|(0,2,0,3)_{LR}$  sind durch die hier vorgenommene Transformation der eindimensionalen zu zweidimensionalen Kriterienaussprägungen bereits determiniert. Die Bestimmungen der unscharfen Koordinatenausprägungen für die Kriterien  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS}$  und  $\widetilde{B}_{k=3,Stab}^{FS}$  ist jedoch auf analytischem Weg vorzunehmen. Hierzu erfolgt exemplarisch erneut die Ermittlung der Koordinaten für Kriterium  $k = 2$  und demnach für  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS}$ .

Die Ausprägung  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,l}$  ist äquivalent zur Ausprägung der unscharfen Hypotenuse  $\widetilde{HY}_{k=2,Stab}^{FS,l}$ . Es sind zunächst die unscharfe Gegenkathete  $\widetilde{GK}_{k=2,Stab}^{FS,l}$  und unter Rückgriff auf den Satz von Pythagoras die unscharfe Ankathete  $\widetilde{AK}_{k=2,Stab}^{FS,l}$  zu ermitteln (vgl. Abbildung 38).

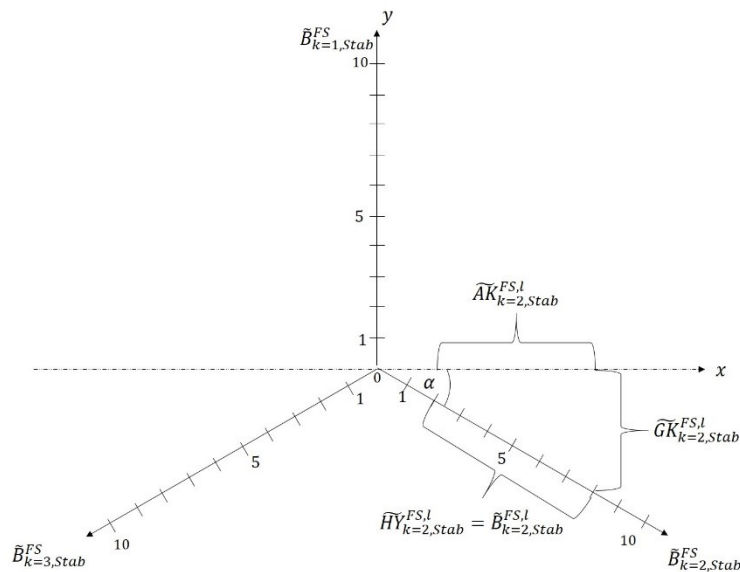


Abbildung 38: Grafische Darstellung zur Bestimmung unscharfer Koordinaten einer Kriteriumsausprägung

Die im Folgenden skizzierten Schritte sind für  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,l}$  und  $\widetilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,l}$  für alle linguistischen Ausprägungen  $l$  zur Bestimmung der unscharfen Koordinaten durchzuführen. Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Koordinaten von  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}$ ,  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,mittel}$  sowie  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,hoch}$  wird mit  $\widetilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}$  nun recht ausführlich dargelegt.

Mit bekanntem Winkel<sup>584</sup>  $\alpha = 30^\circ$  wird zunächst die Ausprägung der unscharfen Gegenkathete bestimmt:

$$\sin(\alpha) = \frac{\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}}{\widetilde{HY}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}} = \frac{\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}}{(0,2,0,3)_{LR}}$$

Durch Umstellen der Gleichung erfolgt die Ermittlung der unscharfen Gegenkathete  $\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}$ :

$$\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig} = \sin(30^\circ) \cdot (0,2,0,3)_{LR} = (0; 1; 0; 1,5)_{LR}$$

Mit Anwendung des Satzes von Pythagoras wird nun auch die unscharfe Ankathete ermittelt:

$$(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 + (\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 = (\widetilde{HY}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$$

Daraus folgt:

$$(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 = (\widetilde{HY}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 - (\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$$

Mit Bezug auf die in Anhang IV geschilderten Definitionen zur Durchführung arithmetischer Operationen mit zwei unscharfen Mengen führt dies zu:

$$(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 = (0; 2; 0; 3)^2 - (0; 1; 0; 1,5)^2 \text{ und damit zu:}$$

$$(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 = (0; 4; 0; 21) - (0; 1; 0; 5,25)$$

Abbildung 39 stellt die Zugehörigkeitsfunktionen der ermittelten unscharfen Gegenkathete  $\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}$ , der quadrierten unscharfen Gegenkathete  $(\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$  sowie der quadrierten unscharfen Hypotenuse  $(\widetilde{HY}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$  in Abhängigkeit der jeweiligen scharfen Ausprägungen  $a_{GK}$ ,  $a_{GK^2}$  und  $a_{HY}$  dar. Diese Abbildung dient als Grundlage zur Verdeutlichung der im Folgenden skizzierten Problematik im Umgang mit unscharfen Mengen.

---

<sup>584</sup> Die Ausprägung des Winkels  $\alpha$  resultiert aus dem Wissen, dass bei drei Kriterien und symmetrischer Anordnung ein Winkel in Höhe von  $120^\circ$  zwischen den Kriterien besteht. Weiterhin ist bekannt, dass zwischen der Referenzachse (Abszisse) und der Ordinate ( $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS}$ ) ein Winkel von  $90^\circ$  existiert. Dementsprechend besitzt der Winkel zwischen Abszisse und Kriterium  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{TS}$  eine Ausprägung von  $30^\circ$ . Durch die symmetrische Anordnung resultiert auch zwischen der Abszisse und Kriterium  $\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS}$  ein Winkel von  $30^\circ$ .



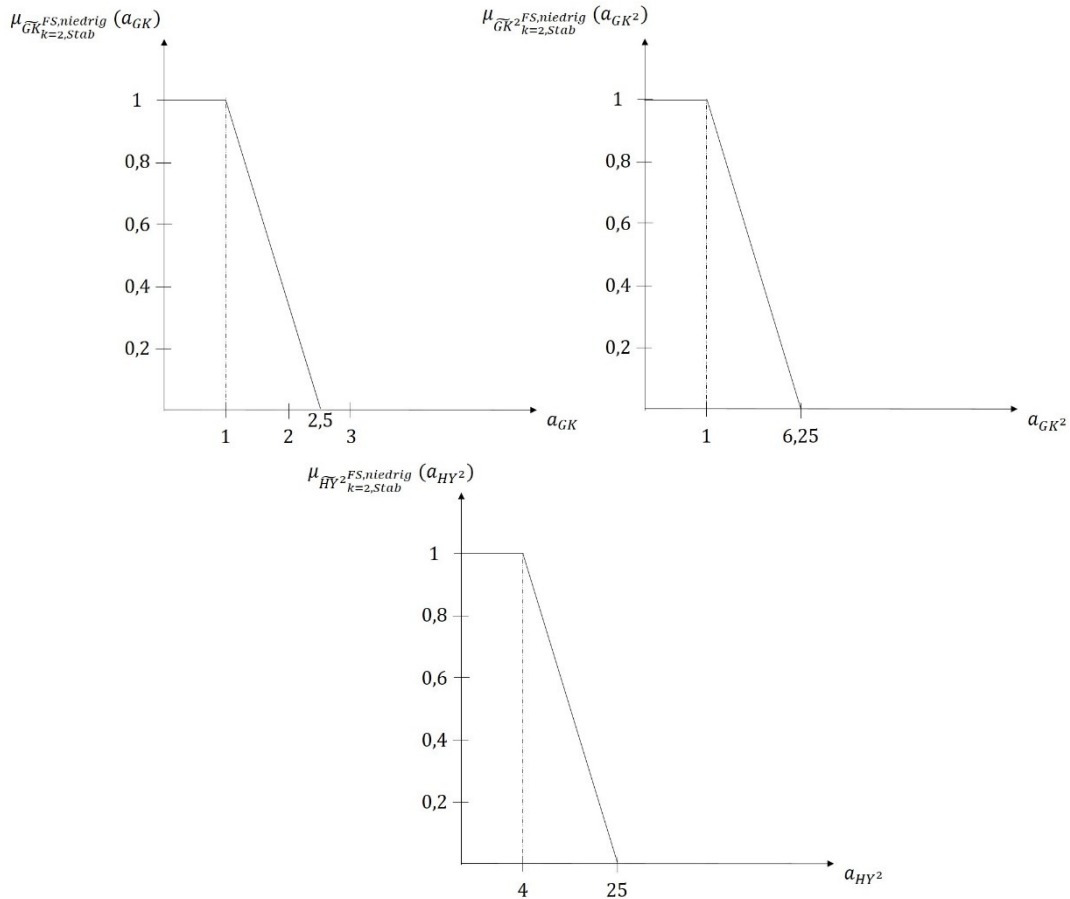


Abbildung 39: Zugehörigkeitsfunktionen der unscharfen Gegenkathete, unscharfen quadrierten Gegenkathete und unscharfen Hypotenuse

Die unscharfe Menge  $\tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig} = (0,2,0,3)_{LR}$  des Beurteilungskriteriums  $k = 1$  stellt eine unscharfe Form des scharfen Beurteilungskriteriums  $k = 1$  dar. Wie bereits oben erläutert, bedeutet dies, dass scharfe Ausprägungen des Kriteriums im Intervall  $[0; 2]$  als vollständig niedrig, Ausprägungen im Intervall  $(2; 5)$  mit abnehmender Zugehörigkeit als niedrig und Ausprägungen ab 5 überhaupt nicht mehr als niedrig eingeschätzt werden. Das heißt, dass sich Ausprägungen im Intervall  $[0; 5]$  in den unscharfen Koordinatenausprägungen widerspiegeln müssen. Im Folgenden wird Tabelle 20 dargestellt, in der in Abhängigkeit der scharfen Ausprägungen des Beurteilungskriteriums (hier vereinfacht dargestellt mit  $x$ ) die korrespondierende Gegenkathete (hier:  $GK$ ), quadrierte Gegenkathete (hier:  $GK^2$ ), quadrierte Ankathete (hier:  $AK^2$ ) sowie Ankathete (hier:  $AK$ ) aufgeführt sind. Die Vorgehensweise zur Bestimmung der Größen orientiert sich wiederum an der bereits vorgestellten Schrittfolge in Kapitel 3.1.2.3 zur Bestimmung scharfer, zweidimensionaler Koordinatenausprägungen. Aus Vereinfachungsgründen werden lediglich die diskreten Ausprägungen  $x = 0, 1, 2, \dots, 5$  betrachtet.

Scharfe Ausprägung $x$ des Kriteriums	Korrespondierende Gegenkathete $GK = \sin(30^\circ) \cdot x$	Korrespondierende $GK^2$	Korrespondierende $AK^2 = x^2 - GK^2$
0	0	0	0
1	0,5	0,25	0,75
2	1	1	3
3	1,5	2,25	6,75
4	2	4	12
5	2,5	6,25	18,75

Tabelle 20: Exemplarische Ausprägungen zur Bestimmung quadrierter Ankatheten

Da unscharfe Mengen relaxierte scharfe Mengen darstellen, sind in unscharfen Rechenoperationen auch die Ergebnisse scharfer Rechenoperationen enthalten. Aus Tabelle 20 kann bspw. abgelesen werden, welche scharfen Ausprägungen  $x$  unter Berücksichtigung der (quadrierten) korrespondierenden Gegenkathete zu welcher quadrierten Ankathete führen. Es ist ersichtlich, dass die quadrierte Ankathete Ausprägungen im Intervall  $[0; 18,75]$  annehmen kann. Dementsprechend muss eine unscharfe, quadrierte Ankathete ebenfalls diese Ausprägungen enthalten. Zu deren Bestimmung ist die in Anhang IV skizzierte erweiterte Subtraktion unscharfer Mengen heranzuziehen. Grundlage dieser Subtraktion ist die Überlegung, dass alle möglichen Ausprägungen der unscharfen Mengen  $(\widetilde{HY}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$  und  $(\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$  voneinander abgezogen werden.

Die Anwendung der in Anhang IV skizzierten erweiterten Subtraktion unscharfer Mengen führt nun zu (vgl. Abbildung 40):

$$(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 = (0,4; 0,21) - (0; 1; 0; 5,25) = (-1; 4; 5,25; 21)$$

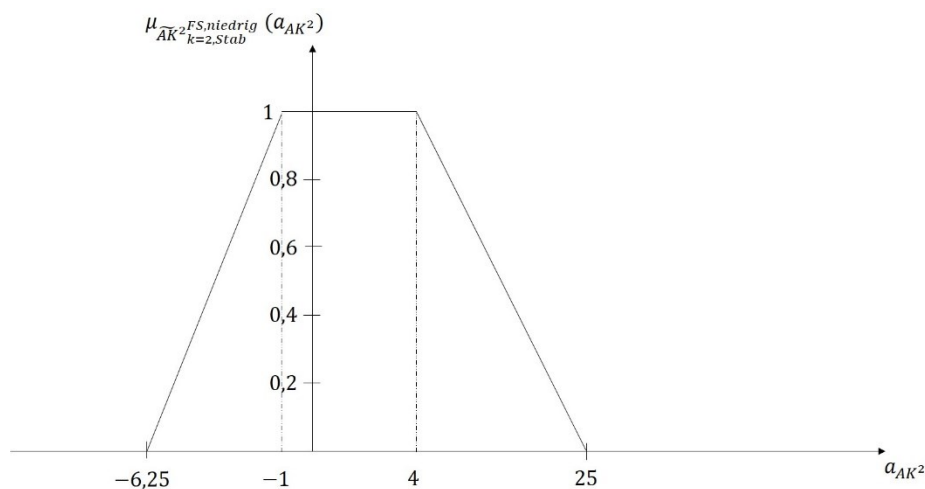


Abbildung 40: Erweiterte Subtraktion zur Bestimmung der unscharfen quadrierten Ankathete

Die erweiterte Subtraktion führt also dazu, dass die scharfen Ausprägungen der Ankathete  $a_{AK^2}$  Werte im Intervall  $[-6,25; 25]$  annehmen kann. Demnach besitzen Ausprägungen  $a_{AK^2}$  im Intervall  $[-6,25; -1]$  bzw.  $[4; 25]$  aufsteigende bzw. absteigende Zugehörigkeitswerte zur unscharfen quadrierten Ankathete  $(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$ . Obwohl diese Ausprägungen bei Anwendung der erweiterten Subtraktion mathematisch möglich sind, weisen diese Ausprägungen keine inhaltliche Konsistenz auf. Sowohl die quadrierte Hypotenuse als auch die quadrierte Gegenkathete können nur positive Ausprägungen ( $a_{GK^2}, a_{HY^2} \geq 0$ ) annehmen und demnach kann auch die Ankathete in Form der Subtraktion der Gegenkathete von der Hypotenuse nur positive Ausprägungen annehmen ( $a_{AK^2} \geq 0$ ). Zudem ist es nicht möglich, im reellen Zahlenbereich Wurzeln negativer Ausprägungen zu bilden.<sup>585</sup>

Deshalb wird für die Durchführung der erweiterten Subtraktion zur Bestimmung unscharfer Koordinatenausprägungen entgegen der in Anhang IV getätigten Ausführungen folgende Definition formuliert. Es gilt für die Subtraktion zwei unscharfer Mengen in Form von *LR*-Fuzzy-Zahlen bzw. -Intervallen  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)$  und  $\tilde{B} = (n, \gamma, \delta)$  bzw.  $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$  und  $\tilde{B} = (n_1, n_2, \gamma, \delta)$ :

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (m, \alpha, \beta) \ominus (n, \gamma, \delta) = (m - n, \alpha - \gamma, \beta - \delta) \text{ bzw.}$$

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (m_1, m_2, \alpha, \beta) \ominus (n_1, n_2, \gamma, \delta) = (m_1 - n_1, m_2 - n_2, \alpha - \gamma, \beta - \delta).$$

Damit gilt für die hier dargelegte Bestimmung der unscharfen quadrierten Ankathete  $(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2$  (vgl. Abbildung 41):

$$(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig})^2 = (0,4,0,21) - (0; 1; 0; 5,25) = (0; 3; 0; 15,75)$$

Dies entspricht der in Tabelle 20 dargestellten scharfen Ausprägungen für die quadrierte Ankathete ( $AK^2 \in [0; 18,75]$ ).

<sup>585</sup> Im reellen Zahlenbereich  $\mathbb{R}$  ist die Quadratwurzel nur für nicht-negative Zahlen definiert. Eine Wurzel aus einer negativen Zahl, wie z. B.  $\sqrt{-1}$  ist in  $\mathbb{R}$  nicht definiert, da kein reeller Wert existiert, dessen Quadrat eine negative Zahl ergibt. Um dennoch solche Ausdrücke mathematisch korrekt zu behandeln, muss der Zahlenbereich auf die komplexen Zahlen  $\mathbb{C}$  erweitert werden [vgl. Papula (2014), S. 640]. Aus Vereinfachungsgründen betrachten wir in der vorliegenden Arbeit lediglich den reellen Zahlenbereich.

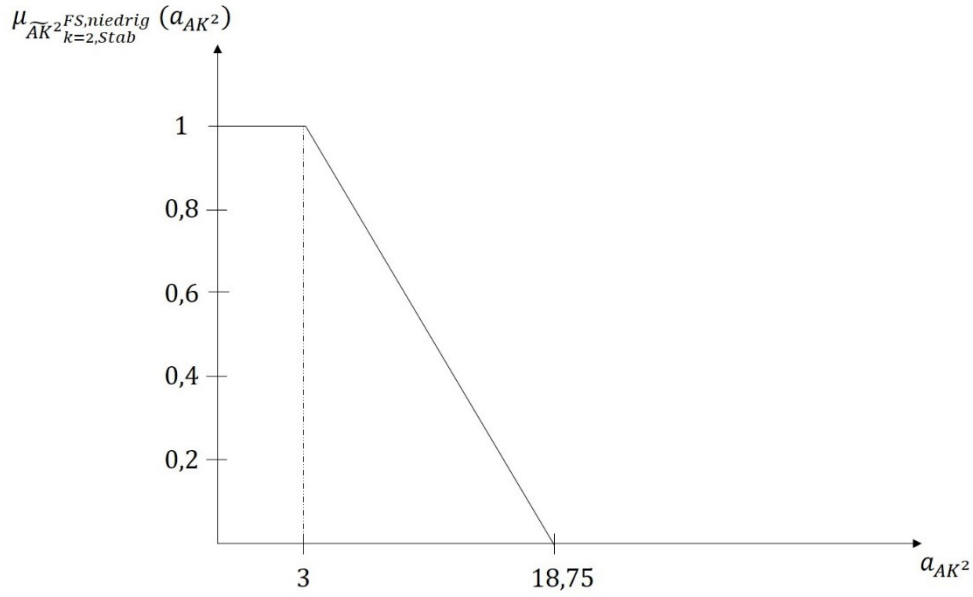


Abbildung 41: Alternative, erweiterte Subtraktion zur Bestimmung einer quadrierten unscharfen Ankahtete

Die Anwendung der in Anhang IV skizzierten Operation zur Bildung der Quadratwurzel eines  $LR$ -Fuzzy-Intervalls führt nun zu:

$$\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig} = \sqrt{(\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig})^2} = (0; 1,73; 0; 2,6)$$

Damit gilt für die Koordinaten der unscharfen Kriteriumsausprägungen  $\widetilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig}$ :

$$\widetilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig} = (x|y) = (\widetilde{AK}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig} | -\widetilde{GK}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig})$$

$$\widetilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig} = ((0; 1,73; 0; 2,6) | - (0; 1; 0; 1,5))$$

In analoger Vorgehensweise können die unscharfen Koordinatenausprägungen aller Kriteriumsausprägungen ermittelt werden (vgl. Tabelle 21).

Unscharfe Kriteriumsausprägung	Linguistische Ausprägung	Unscharfe zweidimensionale Koordinatenausprägungen	
		Abszisse	Ordinate
$\tilde{B}_{k=1, stab}^{FS,l}$	$l = \text{niedrig}$	(0,0,0,0)	(0,2,0,3)
	$l = \text{mittel}$	(0,0,0,0)	(5,5,3,3)
	$l = \text{hoch}$	(0,0,0,0)	(8,10,3,0)
$\tilde{B}_{k=2, stab}^{FS,l}$	$l = \text{niedrig}$	(0; 1,73; 0; 2,598)	–(0; 1; 0; 1,5)
	$l = \text{mittel}$	(4,33; 4,33; 2,598; 2,598)	–(2,5; 2,5; 1,5; 1,5)
	$l = \text{hoch}$	(6,928; 8,66; 2,598; 0)	–(4; 5; 1,5; 0)
$\tilde{B}_{k=3, stab}^{FS,l}$	$l = \text{stabil}$	–(0; 1,73; 0; 2,598)	–(0; 1; 0; 1,5)
	$l = \text{mittelmäßig stabil}$	–(4,33; 4,33; 2,598; 2,598)	–(2,5; 2,5; 1,5; 1,5)
	$l = \text{instabil}$	–(6,928; 8,66; 2,598; 0)	–(4; 5; 1,5; 0)

Tabelle 21: Unscharfe zweidimensionale Koordinatenausprägungen des Profils der faktischen Stabilität

Unter Berücksichtigung der identisch in Ansatz zu bringenden Zugehörigkeitsfunktionen ergeben sich für das Profil der erwünschten Stabilität und dementsprechend für die unscharfen Kriteriumsausprägungen  $\tilde{A}_{k=1, Stab}^{ES,l}$ ,  $\tilde{A}_{k=2, Stab}^{ES,l}$  sowie  $\tilde{A}_{k=3, Stab}^{ES,l}$  äquivalente unscharfe Koordinatenausprägungen.

Bei dieser Vorgehensweise ist weiterhin zu berücksichtigen, dass diese Koordinatenausprägungen nur dann resultieren, wenn drei Kriterien ( $k = 1, k = 2, k = 3$ ) und die in Abbildung 37 zugrunde gelegten Zugehörigkeitsfunktionen in Ansatz gebracht werden. Bei weniger oder mehr Kriterien und anderen Zugehörigkeitsfunktionsverläufen ergeben sich dann auch andere unscharfe zweidimensionale Kriterienaussprägungen.

Im Folgenden gilt es nun, die unscharfen zweidimensionalen Koordinatenausprägungen zur Bestimmung des Flächeninhalts des durch die Beurteilungskriterien aufgespannten Profils zu verarbeiten. Hierfür wird zunächst im folgenden Teilkapitel 4.3.2 die Bestimmung unscharfer Teilflächeninhalte zweier Kriteriumsausprägungen thematisiert.

#### 4.3.2 Bestimmung unscharfer Teilflächeninhalte zweier Kriteriumsausprägungen

---

In Erweiterung zur Flächenbestimmung scharfer zweidimensionaler Koordinatenausprägungen (Kapitel 3.1.2.3) erfolgt nun die Darlegung unscharfer Flächeninhalte zweier Kriteriumsausprägungen. Hierfür wird auf die im vorangegangenen Teilkapitel (Kapitel 4.3.1) ermittelten zweidimensionalen unscharfen Koordinatenausprägungen des Profils der faktischen Stabilität zurückgegriffen.

Wiederum werden die Teilflächeninhalte zweier Kriteriumsausprägungen in Beziehung zueinander gesetzt. Bei einer paarweisen Betrachtung sind deshalb bei drei Kriterien die unscharfen Kriteriumsausprägungen  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}$  und  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$ ,  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}$  und  $\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}$  sowie  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$  und  $\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}$  gegenüberzustellen. Für die drei Kriterien sind jeweils drei linguistische Ausprägungen in Ansatz zu bringen. Dementsprechend ergibt sich, dass pro paarweisem Vergleich neun unscharfe Flächenmaße zu ermitteln sind. Die Vorgehensweise zu deren Bestimmung erfolgt exemplarisch mit  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,niedrig}$  und  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig}$ . Das bedeutet, dass aus den unscharfen Kriterienaussprägungen in Form unscharfer Koordinaten eine unscharfe Fläche konstruiert wird. Ziel ist die Bestimmung eines determinanten- und profilspezifischen, unscharfen Flächeninhaltes  $\tilde{FI}_{p, \tilde{B}_{k,d}^{p,l}, \tilde{B}_{k',d}^{p,l}}^d$  auf

Grundlage zweier Kriterien  $k$  und  $k'$  mit den jeweiligen korrespondierenden linguistischen Ausprägungen  $l$ .

Unter Rückgriff auf die Koordinaten für die unscharfen Kriteriumsausprägungen des Beurteilungskriteriums  $k = 1$  und der linguistischen Ausprägung  $l = \text{niedrig}$   $\tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig} = (0,0,0,0)|(0,2,0,3)$  sowie des Beurteilungskriteriums  $k = 2$  und der linguistischen Ausprägung  $l = \text{niedrig}$   $\tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig} = (0; 1,73; 0; 2,598)| - (0; 1; 0; 1,5)$  lässt sich nun der Flächeninhalt der durch die Kriterien eingeschlossenen Fläche  $\widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}}^{Stab}$  ermitteln.

Allgemein gilt für die Berechnung eines scharfen Flächeninhalts  $FI_{ABC}$  eines Dreiecks mit den Eckpunkten  $A, B$  und  $C$  und zugehörigen Vektoren  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  sowie  $\overrightarrow{BC}$  in einem zweidimensionalen Koordinatensystem (vgl. Abbildung 42) (4.1):

$$FI_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot [\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} a_x & b_x \\ a_y & b_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot [a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x] \quad (4.1a)$$

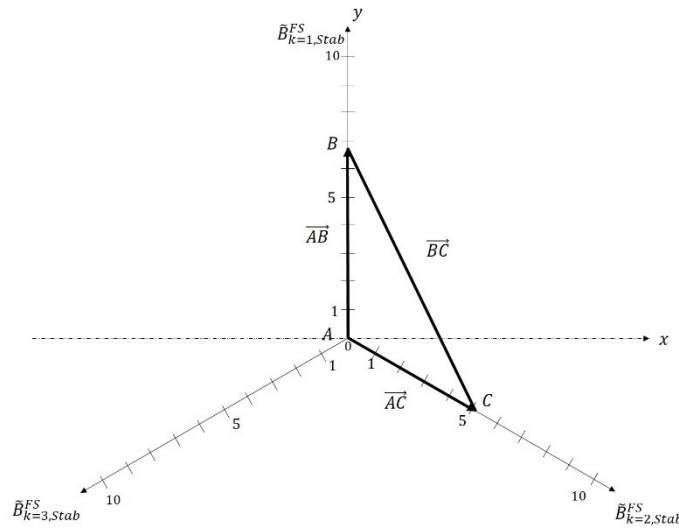


Abbildung 42: Flächeninhaltsbestimmung eines Dreiecks auf Basis von Vektoren

Unter Berücksichtigung unscharfer Vektoren  $\overrightarrow{\widetilde{AB}}$  und  $\overrightarrow{\widetilde{AC}}$  und einem dementsprechend resultierenden unscharfen Flächeninhalt  $\widetilde{FI}_{ABC}$ , wird Gleichung (4.1a) entsprechend angepasst zu (4.1b):

$$\widetilde{FI}_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot [\overrightarrow{\widetilde{AB}} \times \overrightarrow{\widetilde{AC}}] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{a}_x & \tilde{b}_x \\ \tilde{a}_y & \tilde{b}_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \cdot [\tilde{a}_x \cdot \tilde{b}_y - \tilde{a}_y \cdot \tilde{b}_x] \quad (4.1b)$$

Unter Verwendung der ermittelten unscharfen Koordinatenausprägungen  $\tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig} = (0,0,0,0)|(0,2,0,3)$  sowie  $\tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig} = (0; 1,73; 0; 2,6) | - (0; 1; 0; 1,5)$  führt dies zu

$$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS}}^{Stab} = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} (0,0,0,0) & (0; 1,73; 0; 2,6) \\ (0,2,0,3) & -(0; 1; 0; 1,5) \end{bmatrix}$$

und somit zu

$$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}}^{Stab} = \frac{1}{2} \cdot [(0,0,0,0) \cdot -(0; 1; 0; 1,5) - (0,2,0,3) \cdot (0; 1,73; 0; 2,6)]$$

Hieraus resultiert bei Verwendung der oben vorgestellten Definitionen zum Umgang mit unscharfen Mengen in Form von *LR*-Fuzzy-Zahlen bzw. -Intervallen ein unscharfer Flächeninhalt zwischen den Kriterienausprägungen  $\tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}$  und  $\tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}$  in Höhe von  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)$ .

Bei analoger Vorgehensweise kann der unscharfe Flächeninhalt  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab}$  zwischen den Kriterienausprägungen von  $\tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}$  und  $\tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}$  sowie der unscharfe Flächeninhalt  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab}$  zwischen den Kriterienausprägungen  $\tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}$  und  $\tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}$  bestimmt werden.

Dies führt dann zu  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)_{LR}$  sowie

$$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)_{LR}.$$

Für die unscharfen Flächeninhalte  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}}^{Stab}$ ,  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab}$  sowie  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab}$  gilt somit zusammenfassend:

$$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)_{LR}$$

$$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)_{LR}$$

$$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=3,Stab}^{FS,stabil}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)_{LR}$$

Dies bedeutet bspw., dass bei Vorliegen einer niedrigen Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k = 1$  und einer niedrigen Ausprägung des Beurteilungskriteriums  $k = 2$  ein unscharfer Flächeninhalt  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1,Stab}^{FS,niedrig}, \tilde{B}_{k=2,Stab}^{FS,niedrig}}^{Stab} =$



$(0; 1,73; 0; 9,1)_{LR}$  resultiert. Dies wiederum bedeutet, dass der Flächeninhalt im Intervall  $[0; 10,83]$  liegt. Mit Berücksichtigung der Zugehörigkeitsgrade bedeutet dies, dass Flächeninhaltsausprägungen im Intervall  $[0; 1,73]$  vollständig zum unscharfen Flächeninhalt und Ausprägungen im Intervall  $(1,73; 10,83)$  mit linear abnehmender Zugehörigkeit zum Flächeninhalt gehören. Liegen also vollständig niedrige Ausprägungen der Beurteilungskriterien  $k = 1$  und  $k = 2$  vor, liegt ein Flächeninhalt im Intervall  $[0; 1,73]$  vor. Liegen stattdessen nicht vollständig niedrige Ausprägungen der Beurteilungskriterien vor, ergibt sich unter Berücksichtigung der Zugehörigkeitsgrade ein Flächeninhalt im Intervall  $(1,73; 10,83)$ .

In dem vorliegenden Fall liegt offensichtlich  $\widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}}^{Stab} = \widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, stabil}}^{Stab} = \widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, stabil}}^{Stab}$  vor. Dies ist darauf zurückzuführen, dass für die drei Kriterien identische Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Terme (*niedrig, niedrig, stabil*) in Ansatz gebracht werden.

Bei drei Kriterien mit jeweils drei linguistischen Ausprägungen und den vorzunehmenden paarweisen Vergleichen resultieren insgesamt 27 verschiedene Kombinationen, welche in Tabelle 22 dargestellt sind.

Lfd. Nr.	Ausprägung Kriterium	Ausprägung Kriterium	Resultierender unscharfer Flächeninhalt
	$\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l} =$	$\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l} =$	$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}}^{Stab} =$
1	niedrig	niedrig	(0; 1,73; 0; 9,1)
2	niedrig	mittel	(0; 4,33; 0; 13)
3	niedrig	hoch	(0; 8,66; 0; 13)
4	mittel	niedrig	(0; 4,33; 0; 13)
5	mittel	mittel	(10,83; 10,83; 9,1; 16,9)
6	mittel	hoch	(17,33; 21,65; 13; 13)
7	hoch	niedrig	(0; 8,66; 0; 13)
8	hoch	mittel	(17,32; 21,65; 13; 13)
9	hoch	hoch	(27,72; 43,3; 16,9; 0)
Lfd. Nr.	$\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l} =$	$\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l} =$	$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}}^{Stab} =$
1	niedrig	stabil	(0; 1,73; 0; 9,1)
2	niedrig	mittelmäßig stabil	(0; 4,33; 0; 13)
3	niedrig	instabil	(0; 8,66; 0; 13)
4	mittel	stabil	(0; 4,33; 0; 13)
5	mittel	mittelmäßig stabil	(10,83; 10,83; 9,1; 16,9)
6	mittel	instabil	(17,33; 21,65; 13; 13)
7	hoch	stabil	(0; 8,66; 0; 13)
8	hoch	mittelmäßig stabil	(17,32; 21,65; 13; 13)
9	hoch	instabil	(27,72; 43,3; 16,9; 0)
Lfd. Nr.	$\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l} =$	$\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l} =$	$\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}}^{Stab} =$
1	niedrig	stabil	(0; 1,73; 0; 9,1)
2	niedrig	mittelmäßig stabil	(0; 4,33; 0; 13)
3	niedrig	instabil	(0; 8,66; 0; 13)
4	mittel	stabil	(0; 4,33; 0; 13)
5	mittel	mittelmäßig stabil	(10,83; 10,83; 9,1; 16,9)
6	mittel	instabil	(17,33; 21,65; 13; 13)
7	hoch	stabil	(0; 8,66; 0; 13)
8	hoch	mittelmäßig stabil	(17,32; 21,65; 13; 13)
9	hoch	instabil	(27,72; 43,3; 16,9; 0)

Tabelle 22: Kombinationen linguistischer Kriterienausprägungen und korrespondierende resultierende unscharfe Flächeninhalte

Tabelle 22 stellt dabei die Kombinationen der linguistischen Kriterienausprägungen und die daraus resultierenden unscharfen Teilflächeninhalte dar. Die Tabelle ist so zu lesen, dass bei Vorliegen einer linguistischen Ausprägung eines Kriteriums und bei Vorliegen einer linguistischen Ausprägung eines weiteren Kriteriums ein korrespondierender Flächeninhalt  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k, Stab}^{FS,l}, \tilde{B}_{k, Stab}^{FS,l}}^{Stab}$  resultiert. Die hier ermittelten Flächeninhalte sind Ausdruck dafür, wie groß die geometrische Fläche des durch die Beurteilungskriterien aufgespannten Polygonsystems ist. Sie sind damit Ausdruck für das Niveau- und die Struktur eines betrachteten Profils.

Für lfd. Nr. 1 (vgl. Tabelle 22) der Betrachtung der Beurteilungskriterien  $k = 1$  und  $k = 2$  und damit von  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}$  und  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$  gilt dann bspw.:

Wenn  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}$  in der Ausprägung *niedrig* und  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$  in der Ausprägung *niedrig* vorliegen, dann liegt der korrespondierende Flächeninhalt in der Ausprägung  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}}^{Stab} = (0; 1,73; 0; 9,1)$  vor. Aus dem vorliegenden LR-Fuzzy-Intervall kann abgeleitet werden, dass sich bei genannten unscharfen Ausprägungen der beiden Kriterien der Flächeninhalt im Intervall  $[0; 10,83]$  befindet. Dabei gehören unter Berücksichtigung der Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Ausprägungen der Kriterien Ausprägungen im Intervall  $[0; 1,73]$  vollständig und Ausprägungen im Intervall  $(1,73; 10,83]$  mit linear absteigender Zugehörigkeit zum unscharfen Flächeninhalt. Flächeninhaltsausprägungen  $> 10,83$  gehören überhaupt nicht zum unscharfen Flächeninhalt  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}}^{Stab}$ .

Als zweites Beispiel wird lfd. Nr. 9 (vgl. Tabelle 22) der Betrachtung der Beurteilungskriterien  $k = 2$  und  $k = 3$  und damit von  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$  sowie  $\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}$  näher beleuchtet. Es gilt dann:

Wenn  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$  in der Ausprägung *hoch* und  $\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}$  in der Ausprägung *instabil* vorliegen, dann liegt der korrespondierende Flächeninhalt in der Ausprägung  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, hoch}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, instabil}}^{Stab} = (27,72; 43,3; 16,9; 0)$  vor. Es ist hervorzuheben, dass die in der vorliegenden Arbeit zu ermittelnden unscharfen Flächeninhalte grundsätzlich auch mit linguistischen Termen belegt werden könnten (z. B. sehr geringe Fläche, sehr große Fläche u. Ä.). Aufgrund der recht großen Anzahl verschiedener Flächeninhalte ist dieses Vorgehen jedoch nicht zweckmäßig, weshalb die Flächeninhalte nicht mit linguistischen Ausdrücken, sondern mit unscharfen Mengen belegt sind. Aus dem Intervall  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, hoch}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, instabil}}^{Stab} = (27,72; 43,3; 16,9; 0)$  lässt sich nun ableiten, dass der Flächeninhalt Ausprägungen im Intervall  $[10,82; 43,3]$  annehmen kann. Unter Berücksichtigung der in Ansatz gebrachten Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Terme der Beurteilungskriterien bedeutet dies, dass Ausprägungen im Intervall  $[27,72; 43,3]$  vollständig und Ausprägungen im Intervall  $[10,82; 27,72]$  mit linear aufsteigender Zugehörigkeit zum unscharfen Flächeninhalt  $\tilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, hoch}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, instabil}}^{Stab}$

gehören. Das heißt bspw., dass Flächeninhaltsausprägungen im Intervall  $[27,72; 43,3]$  vollständig zu dem *ungefähren* Flächeninhalt  $\widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, l}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, l}}^{Stab}$  gehören.

Es ergeben sich wiederum unter Berücksichtigung der identisch in Ansatz zu bringenden Zugehörigkeitsfunktionen für das Profil der erwünschten Stabilität und dementsprechend für die unscharfen Kriteriumsausprägungen  $\tilde{A}_{k=1, Stab}^{ES, l}, \tilde{A}_{k=2, Stab}^{ES, l}$  sowie  $\tilde{A}_{k=3, Stab}^{ES, l}$  äquivalente unscharfe Flächeninhalte  $\widetilde{FI}_{ES, \tilde{A}_{k=1, Stab}^{ES, l}, \tilde{A}_{k=2, Stab}^{ES, l}}^{Stab}$ ,  $\widetilde{FI}_{ES, \tilde{A}_{k=1, Stab}^{ES, l}, \tilde{A}_{k=3, Stab}^{ES, l}}^{Stab}$  sowie  $\widetilde{FI}_{ES, \tilde{A}_{k=2, Stab}^{ES, l}, \tilde{A}_{k=3, Stab}^{ES, l}}^{Stab}$ .

Da in Tabelle 22 lediglich die bei paarweiser Betrachtung der Kriterien resultierenden Flächeninhalte aufgeführt sind, muss im Folgenden deren Aggregation zu einem Gesamtflächeninhalt des Profils der faktischen Stabilität erfolgen (vgl. Kapitel 4.3.3).

#### 4.3.3 Bestimmung unscharfer Flächenmaße eines Determinantenprofils

---

Das unscharfe Flächenmaß  $\widetilde{FM}_{FS, r}^{Stab}$  resultiert aus der additiven Verknüpfung der unscharfen Teilflächeninhalte  $\widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k, Stab}^{FS, l}, \tilde{B}_{k, Stab}^{FS, l}}^{Stab}$  und dementsprechend gilt (4.2):

$$\widetilde{FM}_{FS, r}^{Stab} = \sum_k \widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k, Stab}^{FS, l}, \tilde{B}_{k, Stab}^{FS, l}}^{Stab} \quad \forall r \in R_{d, p} \quad (4.2)$$

Wiederum ergeben sich bei drei Beurteilungskriterien mit jeweils drei linguistischen Ausprägungen 27 zu formulierende Regeln, welche in Tabelle 23 dargestellt sind.

Regel $r$	WENN	UND	UND	DANN			
	$\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}$	$\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$	$\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l} =$	$\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$			
	=	=		$m_1$	$m_2$	$\alpha$	$\beta$
1	niedrig	niedrig	stabil	0	5,19	0	27,285
2	niedrig	niedrig	mittelmäßig stabil	0	10,3875	0	35,085
3	niedrig	niedrig	instabil	0	19,045	0	35,08
4	niedrig	mittel	stabil	0	10,39	0	35,085
5	niedrig	mittel	mittelmäßig stabil	10,825	19,485	9,095	42,885
6	niedrig	mittel	instabil	17,3225	34,64	12,995	38,98
7	niedrig	hoch	stabil	0	19,045	0	35,08
8	niedrig	hoch	mittelmäßig stabil	17,3225	34,64	12,995	38,98
9	niedrig	hoch	instabil	27,72	60,62	16,895	25,98
10	mittel	niedrig	stabil	0	10,39	0	35,085
11	mittel	niedrig	mittelmäßig stabil	10,825	19,4825	9,095	42,885
12	mittel	niedrig	instabil	17,325	34,635	12,995	38,98
13	mittel	mittel	stabil	10,825	19,485	9,095	42,885
14	mittel	mittel	mittelmäßig stabil	32,475	32,475	27,285	50,685
15	mittel	mittel	instabil	34,6475	47,63	25,99	38,98
16	mittel	hoch	stabil	17,325	34,635	12,995	38,98
17	mittel	hoch	mittelmäßig stabil	45,4725	54,125	35,085	42,88
18	mittel	hoch	instabil	62,37	86,6	42,885	25,98
19	hoch	niedrig	stabil	0	19,03	0	35,095
20	hoch	niedrig	mittelmäßig stabil	17,32	34,6275	12,995	38,995
21	hoch	niedrig	instabil	27,72	60,605	16,895	25,995
22	hoch	mittel	stabil	17,32	34,63	12,995	38,995
23	hoch	mittel	mittelmäßig stabil	45,465	54,125	35,085	42,895
24	hoch	mittel	instabil	62,3625	86,6	42,885	25,995
25	hoch	hoch	stabil	27,72	60,605	16,895	25,995
26	hoch	hoch	mittelmäßig stabil	62,3625	86,6	42,885	25,995
27	hoch	hoch	instabil	83,16	129,9	50,685	0

Tabelle 23: Ermittelte Ausprägungen für das Flächenmaß des Profils der faktischen Stabilität

Exemplarisch gilt somit für Regel  $r = 1$  (vgl. Tabelle 23):

WENN  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l} = \text{niedrig}$  UND  $\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l} = \text{niedrig}$  UND  $\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l} = \text{stabil}$ ,

DANN  $\widetilde{FM}_{FS,1}^{Stab} = \widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}}^{Stab} + \widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, stabil}}^{Stab} +$

$\widetilde{FI}_{FS, \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS, niedrig}, \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS, stabil}}^{Stab} =$

$$(0; 1,73; 0; 9,1) + (0; 1,73; 0; 9,1) + (0; 1,73; 0; 9,1) = (0; 5,19; 0; 27,3)$$

Aus Tabelle 23 ist erkennbar, dass über alle Regeln betrachtet für die Ausprägungen des Flächeninhaltes  $\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab} \in [0; 129,9]$  gilt. Die Ausprägung  $\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab} = 0$  bzw.  $\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab} = 129,9$  resultiert genau dann, wenn alle Beurteilungskriterien auf der metrischen Skala  $[0; 10]$  die Ausprägung 0 bzw. 10 annehmen.

Zu Tabelle 23 äquivalente Flächenmaße ergeben sich für das Profil der erwünschten Stabilität unter Berücksichtigung der unscharfen Beurteilungskriterien  $\tilde{A}_{k=1, Stab}^{ES,l}$ ,  $\tilde{A}_{k=2, Stab}^{ES,l}$  sowie  $\tilde{A}_{k=3, Stab}^{ES,l}$ . Für in Tabelle 23 dargestellten regelspezifischen unscharfen Flächenmaße gilt somit  $\tilde{F}M_{FS,r}^{Stab} = \tilde{F}M_{ES,r}^{Stab} \forall r$ .

Die unscharfen Mengen  $\tilde{F}M_{FS,r}^{Stab}$  in Form von *LR*-Fuzzy-Intervallen lassen sich zum einen zweidimensional als auch dreidimensional visualisieren. Abbildung 43 stellt exemplarisch Regel  $r = 1$  aus Tabelle 23 dar. In dieser Abbildung wird die Veränderung der resultierenden Flächenmaße in Abhängigkeit verschiedener Zugehörigkeitsniveaus dargestellt. Gilt für die Kriterienausprägungen  $\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,niedrig} = \tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,niedrig} = \tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,sg} = (0,2,0,3)_{LR}$ , so gilt für das Flächenmaß  $\tilde{F}M_{FS,r}^{Stab} = (0; 5,19; 0; 27,3)$ . In Abhängigkeit eines gewählten Zugehörigkeitsniveaus können verschiedene Flächenmaße identifiziert werden. Das größte bzw. kleinste Flächenmaß (vgl. gepunktete bzw. gestreifte Fläche in Abbildung 43) resultiert bei Wahl eines Zugehörigkeitsniveaus  $\varepsilon = 0$  bzw. auf dem 1-Niveau. Abbildung 43 lässt sich dabei so interpretieren, dass auf einem Zugehörigkeitsniveau von 1 alle Flächeninhalte im Intervall  $[0; 5,19]$  vollständig zum unscharfen Flächeninhalt gehören. Dahingegen gehören bei Betrachtung des Zugehörigkeitsniveaus mit  $\varepsilon = 0$  alle Flächeninhalte im Intervall  $[0; 32,49]$  zum unscharfen Flächeninhalt. Für Zugehörigkeitsniveaus mit  $\lambda \in ]\varepsilon; 1[$  resultieren dann dementsprechend abweichende Flächenmaße (vgl. z. B. gekachelte Fläche in Abbildung 43).<sup>586</sup>

---

<sup>586</sup> Vgl. ausführlich zu Fuzzy-Intervallen vom  $\varepsilon - \lambda$ -Typ z. B. Spengler (2005), S. 273.

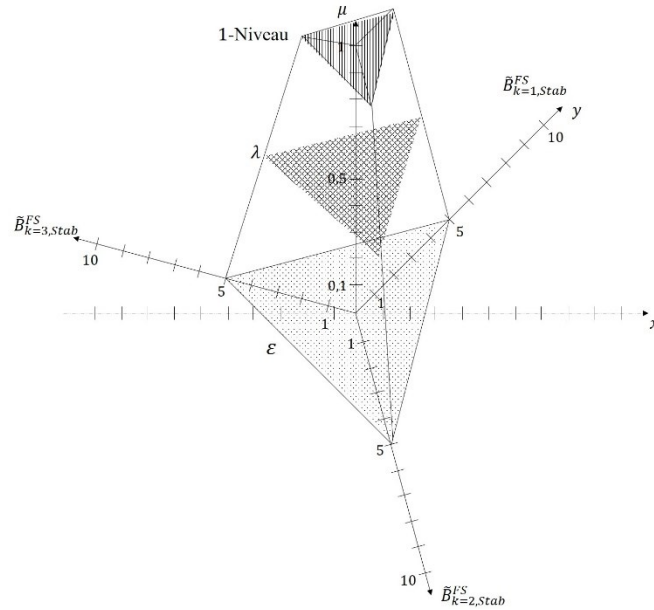


Abbildung 43: Darstellung unscharfer Flächeninhalte unter Berücksichtigung verschiedener Zugehörigkeitsniveaus

Abbildung 43 stellt dabei eine Erweiterung der bereits im zweidimensionalen Raum dargestellten Polygonflächen. Im zweidimensionalen Raum ergeben sich die Profilflächen aus der Verbindung von Kriterienausrägungen. Hier wird diese Betrachtung um korrespondierende Zugehörigkeiten erweitert. Die Kriterienausrägungen werden nicht nur geometrisch verbunden, sondern zugleich im Hinblick auf ihre Zugehörigkeit zu einer unscharfen Menge – hier dem unscharfen Flächeninhalt – bewertet. Dadurch entsteht eine dreidimensionale Visualisierung, in der die Flächenausprägungen mit den jeweiligen Zugehörigkeitsgraden verknüpft sind.

Wenn für das Profil der erwünschten Stabilität der Humankapitaldeterminante Stabilität für die Kriterienausrägungen identische Zugehörigkeitsfunktionen in Ansatz gebracht werden, gilt für die Flächenmaße in Analogie zu den bisherigen Ausführungen wiederum

$$\widetilde{FM}_{ES,r}^{Stab} = \widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab}.$$

Mit dem formulierten Regelblock (vgl. Tabelle 23) zur Bestimmung unscharfer regelspezifischer Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{FS,r}^{Stab}$  des Profils der faktischen Stabilität und unscharfer Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{ES,r}^{Stab}$  des Profils der erwünschten Stabilität lässt sich nun ein regelbasierter unscharfer Profilvergleich durchführen (vgl. Kapitel 4.3.4). Dies geschieht unter der Annahme, dass für die Ausprägungen der Beurteilungskriterien der erwünschten Stabilität identische Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Ausprägungen in Ansatz gebracht werden.

#### 4.3.4 Beispiel zur Illustration der unscharfen Flächenmaßermittlung

Im Folgenden wird die in Kapitel 3.2.2.2 vorgestellte Vorgehensweise zur Konstruktion und Anwendung unscharfer Regelsysteme um die vorgestellte Flächenmaßbestimmung anhand eines Beispiels erweitert.

Wir wollen nun zur Illustration der Vorgehensweise folgende scharfe, wiederum normierte Beispielwerte für die Ausprägungen der erwünschten bzw. faktischen Fluktuationsquote ( $k = 1$ ), Absentismusrate ( $k = 2$ ) sowie der Belegschaftszusammensetzung ( $k = 3$ ) auf einer metrischen Skala im Intervall  $[0; 10]$  in Ansatz bringen (vgl. Tabelle 24):

Erwünschte Stabilität $A_{k,Stab}^{ES}$	Faktische Stabilität $B_{k,Stab}^{FS}$
$A_{k=1,Stab}^{ES} = 7$	$B_{k=1,Stab}^{FS} = 8$
$A_{k=2,Stab}^{ES} = 6$	$B_{k=2,Stab}^{FS} = 5$
$A_{k=3,Stab}^{ES} = 3$	$B_{k=3,Stab}^{FS} = 4$

Tabelle 24: Exemplarische profilspezifische Kriterienausprägungen für die Stabilität

In einem ersten Schritt erfolgt die Fuzzifizierung der Regelinputs (vgl. hierzu Kapitel 3.2.2.2.2). Dabei wird auf die in Kapitel 4.3.1 eingeführten Zugehörigkeitsfunktionen für die drei profilspezifischen Beurteilungskriterien rekuriert. Unter Rückgriff auf die Zugehörigkeitsfunktionen und exemplarische scharfe Inputwerte ergeben sich die in Tabelle 25 dargestellten Zugehörigkeitswerte.



Profil Erwünschte Stabilität		Profil Faktische Stabilität	
Kriterium $k = 1$ mit $A_{k=1,Stab}^{ES}$ $= 7$ $= x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}$	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{niedrig}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}) = 0$	Kriterium $k = 1$ mit $B_{k=1,Stab}^{FS}$ $= 8$ $= x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}$	$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{niedrig}(x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}) = 0$
	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}) = \frac{1}{3}$		$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{mittel}(x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}) = 0$
	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}) = \frac{2}{3}$		$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{hoch}(x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}) = 1$
Kriterium $k = 2$ mit $A_{k=2,Stab}^{ES}$ $= 6$ $= x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}$	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{niedrig}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}) = 0$	Kriterium $k = 2$ mit $B_{k=2,Stab}^{FS}$ $= 5$ $= x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}$	$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{niedrig}(x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}) = 0$
	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}) = \frac{2}{3}$		$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{mittel}(x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}) = 1$
	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}) = \frac{1}{3}$		$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{hoch}(x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}) = 0$
Kriterium $k = 3$ mit $A_{k=3,Stab}^{ES}$ $= 3$ $= x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}$	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}) = \frac{2}{3}$	Kriterium $k = 3$ mit $B_{k=3,Stab}^{FS}$ $= 4$ $= x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}$	$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{stabil}(x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}) = \frac{1}{3}$
	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittelmäßig stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}) = \frac{1}{3}$		$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{mittelmäßig stabil}(x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}) = \frac{2}{3}$
	$\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{instabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}) = 0$		$\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{instabil}(x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}) = 0$

Tabelle 25: Beispielhafte Kriterienausprägungen und korrespondierende Zugehörigkeitswerte für die Profile der Stabilität

Nach Ermittlung der Zugehörigkeitswerte der Inputwerte zu linguistischen Termen der linguistischen Variablen in Form der unscharfen Beurteilungskriterien wird nun die Fuzzy-Inferenz (vgl. Kapitel 3.2.2.2.3) durchgeführt. Dabei werden die aktiven Regeln des oben dargestellten Regelblockes (vgl. Tabelle 23, Kapitel 4.3.3) zur Bestimmung der profilspezifischen Flächenmaße identifiziert.

Im vorliegenden Fall besitzen die Prämissen folgender Regeln aus dem oben dargelegten Regelblock zur Bestimmung der Ausprägung des Flächenmaßes des Profils der *erwünschten Stabilität* einen positiven Wahrheitsgehalt und einen positiven Zugehörigkeitsgrad (vgl. Tabelle 26):

Regel $r$	WENN	UND	UND	DANN			
	$\tilde{A}_{k=1,Stab}^{ES,l}$ $=$	$\tilde{A}_{k=2,Stab}^{ES,l}$ $=$	$\tilde{A}_{k=3,Stab}^{ES,l} =$	$\tilde{FM}_{ES,r}^{Stab} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$			
13	mittel	mittel	stabil	10,825	19,485	9,095	42,885
14	mittel	mittel	mittelmäßig stabil	32,475	32,475	27,285	50,685
16	mittel	hoch	stabil	17,325	34,635	12,995	38,98
17	mittel	hoch	mittelmäßig stabil	45,4725	54,125	35,085	42,88
22	hoch	mittel	stabil	17,32	34,63	12,995	38,995
23	hoch	mittel	mittelmäßig stabil	45,465	54,125	35,085	42,895
25	hoch	hoch	stabil	27,72	60,605	16,895	25,995
26	hoch	hoch	mittelmäßig stabil	62,3625	86,6	42,885	25,995

Tabelle 26: Aktive Regeln des Profils der erwünschten Stabilität

Analog hierzu ergeben sich für das Profil der *faktischen Stabilität* folgende aktive Regeln (vgl. Tabelle 27):

Regel $r$	WENN	UND	UND	DANN			
	$\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS,l}$ =	$\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS,l}$ =	$\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS,l}$ =	$\tilde{F}M_{FS,r}^{Stab} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$			
22	hoch	mittel	stabil	17,32	34,63	12,995	38,995
23	hoch	mittel	mittelmäßig stabil	45,465	54,125	35,085	42,895

Tabelle 27: Aktive Regeln des Profils der faktischen Stabilität

Im Folgenden werden aufbauend auf der Darstellung der aktiven Regeln regelspezifische Erfüllungsgrade ( $DOF_r$ ) ermittelt. Es wird die in Kapitel 3.2.2.2.3 erläuterte Max-Min-Inferenz durchgeführt. Damit ergeben sich regelspezifische Erfüllungsgrade aus dem Minimum der aus der Fuzzifizierung ermittelten Zugehörigkeitswerte der Teilprämissen. Allgemein sind somit regelspezifische Erfüllungsgrade  $DOF_r^{d,p}$  eines Profils  $p$  einer Humankapitaldeterminante  $d$  zu bestimmen.

Es gilt für die Bestimmung regelspezifischer Erfüllungsgrade für das Profil der erwünschten Stabilität (4.3a):<sup>587</sup>

$$DOF_r^{Stab,ES} = \min \left( \mu_{\tilde{A}_{k=1, Stab}^{ES}}^l (x_{A_{k=1, Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}_{k=2, Stab}^{ES}}^l (x_{A_{k=2, Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}_{k=3, Stab}^{ES}}^l (x_{A_{k=3, Stab}^{ES}}) \right)$$

$$\forall r \in R_{d,p} \quad (4.3a)$$

Analog gilt für die Bestimmung regelspezifischer Erfüllungsgrade für das Profil der faktischen Stabilität (4.3b):

$$DOF_r^{Stab,FS} = \min \left( \mu_{\tilde{B}_{k=1, Stab}^{FS}}^l (x_{B_{k=1, Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}_{k=2, Stab}^{FS}}^l (x_{B_{k=2, Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}_{k=3, Stab}^{FS}}^l (x_{B_{k=3, Stab}^{FS}}) \right)$$

$$\forall r \in R_{d,p} \quad (4.3b)$$

Bei Anwendung dieser Bestimmungsgleichungen wird der Überlegung Rechnung getragen, dass sich der regelspezifische Erfüllungsgrad (und damit der Wahrheitsgehalt einer Konklusion) aus dem Minimum der kriterienspezifischen Zugehörigkeitsgradausprägungen ergibt. Tabelle 28 gibt die Erfüllungsgrade und demzufolge den Wahrheitsgehalt einer regelspezifischen Konklusion wieder.

<sup>587</sup> Vgl. Siegling et al. (2023b), S. 20.

$DOF_r^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^l(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^l(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^l(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$
$DOF_{13}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{14}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittelmäßig stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{16}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{17}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittelmäßig stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{22}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$
$DOF_{23}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittel}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittelmäßig stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{25}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{26}^{Stab,ES}$	$= \min(\mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=1,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{hoch}(x_{A_{k=2,Stab}^{ES}}), \mu_{\tilde{A}^{ES}}^{mittelmäßig stabil}(x_{A_{k=3,Stab}^{ES}}))$ $= \min(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_r^{Stab,FS}$	$= \min(\mu_{\tilde{B}^{FS}}^l(x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}^{FS}}^l(x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}^{FS}}^l(x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}))$
$DOF_{22}^{Stab,FS}$	$= \min(\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{hoch}(x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}^{FS}}^{mittel}(x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}^{FS}}^{stabil}(x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}))$ $= \min(1, 1, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$
$DOF_{23}^{Stab,FS}$	$= \min(\mu_{\tilde{B}^{FS}}^{hoch}(x_{B_{k=1,Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}^{FS}}^{mittel}(x_{B_{k=2,Stab}^{FS}}), \mu_{\tilde{B}^{FS}}^{mittelmäßig stabil}(x_{B_{k=3,Stab}^{FS}}))$ $= \min(1, 1, \frac{2}{3}) = \frac{2}{3}$

Tabelle 28: Bestimmung der Erfüllungsgrade aktiver Regeln beider Profile der Determinante Stabilität

Aufbauend auf der Bestimmung der regelspezifischen Erfüllungsgrade kann nun der Wahrheitsgehalt der unscharfen Konklusionen in Form der ermittelten unscharfen Flächenmaße abgeleitet werden.

Aus Tabelle 23 kann abgeleitet werden, dass insgesamt elf verschiedene Ausprägungen der unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{ES,r}^{Stab}$  resultieren. Dies liegt darin begründet, dass verschiedene linguistische Ausprägungen der Regelinputs zu identischen unscharfen Flächenmaßen führen. Exemplarisch hierfür lassen sich die Regeln  $r = 2, 4, 10$  in Tabelle 23 betrachten.

Wenn  $\tilde{A}_{k=1,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *niedrig*,  $\tilde{A}_{k=2,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *niedrig* und  $\tilde{A}_{k=3,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *mittelmäßig stabil* annehmen ( $r = 2$ ), resultiert ein unscharfes Flächenmaß mit der Ausprägung  $\widetilde{FM}_{ES,r=2}^{Stab} = (0; 10,39; 0; 35,09)$ . Das selbe Flächenmaß ergibt sich auch, wenn  $\tilde{A}_{k=1,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *niedrig*,  $\tilde{A}_{k=2,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *mittel* und  $\tilde{A}_{k=3,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *stabil* annehmen ( $r = 4$ ) sowie wenn  $\tilde{A}_{k=1,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *mittel*,  $\tilde{A}_{k=2,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *niedrig* und  $\tilde{A}_{k=3,Stab}^{ES,l}$  die Ausprägung *stabil* annehmen ( $r = 10$ ). Deshalb gilt für die unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{ES,r=2}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,r=4}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,r=10}^{Stab}$ . Zur Bestimmung der Gesamterfüllungsgrade der Ausprägungen der unscharfen Flächenmaße erfolgt im Folgenden deren Kodierung mit dem Laufindex  $j$ .

Zur besseren Lesbarkeit gilt deshalb  $\widetilde{FM}_{ES,r}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$  mit  $j = 1, \dots, 11$ :

$$\widetilde{FM}_{ES,1}^{Stab} = (0; 5,19; 0; 27,29) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,1} \quad (1)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,2}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,4}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,10}^{Stab} = (0; 10,39; 0; 35,09) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,2} \quad (2)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,3}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,7}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,19}^{Stab} = (0; 19,03; 0; 35,1) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,3} \quad (3)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,5}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,11}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,13}^{Stab} = (10,83; 19,49; 9,1; 42,89) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,4} \quad (4)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,6}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,8}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,12}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,16}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,20}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,22}^{Stab} = (17,32; 36,63; 13; 39) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,5} \quad (5)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,9}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,21}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,25}^{Stab} = (27,72; 60,62; 16,9; 25,98) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,6} \quad (6)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,14}^{Stab} = (32,48; 32,48; 27,29; 50,69) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,7} \quad (7)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,15}^{Stab} = (34,65; 47,63; 25,99; 38,98) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,8} \quad (8)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,17}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,23}^{Stab} = (45,47; 54,13; 35,09; 42,89) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,9} \quad (9)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,24}^{Stab} = \widetilde{FM}_{ES,26}^{Stab} = (62,36; 86,6; 42,89; 25,99) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,10} \quad (10)$$

$$\widetilde{FM}_{ES,27}^{Stab} = (83,16; 129,9; 50,69; 0) = \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,11} \quad (11)$$

Die Zugehörigkeitsfunktionen der so ermittelten elf verschiedenen Ausprägungen der unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$  lassen sich auch grafisch darstellen (vgl. Abbildung 44). Dabei entspricht  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}(x_{FM_{ES}^{Stab}})$  dem Zugehörigkeitsgrad einer scharfen Flächeninhaltsausprägung  $x_{FM_{ES}^{Stab}}$  zum unscharfen Flächenmaß  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$ . Da profilübergreifend für die unscharfen Beurteilungskriterien identische Zugehörigkeitsfunktionen zugrunde gelegt werden, lässt sich Abbildung 44 in gleicher Weise auch für das Profil der faktischen Stabilität konstruieren. Dabei entspricht dann  $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}}(x_{FM_{FS}^{Stab}})$  dem Zugehörigkeitsgrad einer scharfen Flächeninhaltsausprägung  $x_{FM_{FS}^{Stab}}$  zum unscharfen Flächenmaß  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}$ .

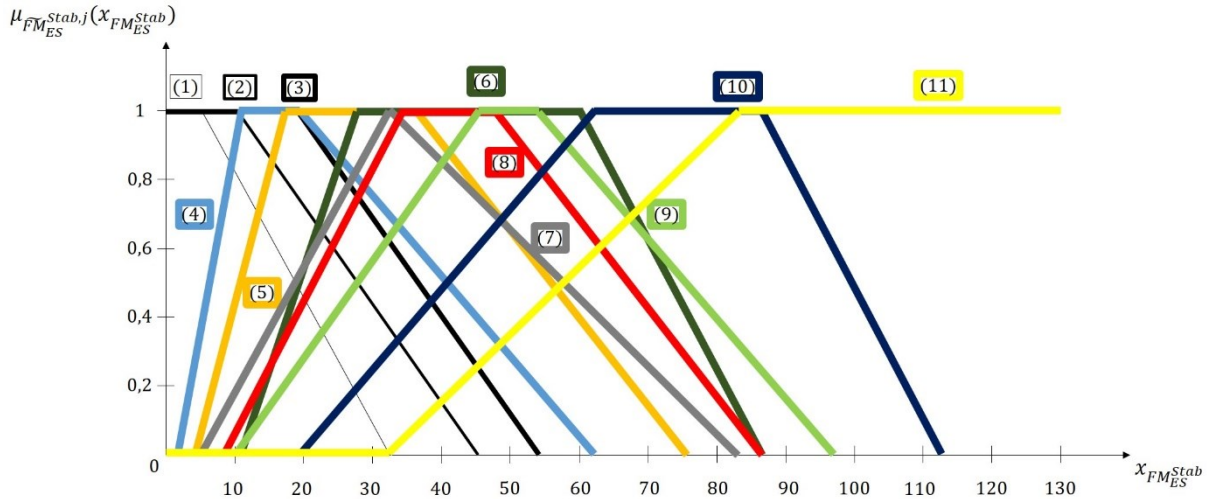


Abbildung 44: Zugehörigkeitsfunktionen der ermittelten unscharfen Flächenmaße des Profils der erwünschten Stabilität

Die Zugehörigkeitsfunktionen der elf Ausprägungen stellen die Zugehörigkeitsfunktionen der Output-Variable in Form des unscharfen Flächenmaßes dar. Für diese elf verschiedenen Ausprägungen der unscharfen Flächenmaße sind nun die Gesamterfüllungsgrade zu bestimmen, um hieraus die resultierende unscharfe Outputmenge abzuleiten. Für positive Erfüllungsgrade einer Regel  $DOF_r$  und eine korrespondierende linguistische Ausprägung  $l$  gilt für die Bestimmung eines Gesamterfüllungsgrades einer linguistischen Ausprägung  $DOF_{Gesamt}(l)$  in allgemeiner Form wiederum (3.37):<sup>588</sup>

<sup>588</sup> Vgl. z. B. Rommelfanger (1994), S. 163; Rommelfanger/Eickemeier (2002), S. 182; Volkmer et al. (2019), S. 99.

$$DOF_{Gesamt}(l) = [1 - \prod_r (1 - DOF_r)] \quad (3.37)$$

Für das obige Beispiel gilt, dass lediglich die aktiven Regeln  $r = 13, 14, 16, 17, 22, 23, 25, 26$  (vgl. Tabelle 28) zur Bestimmung der Ausprägung des unscharfen Flächenmaßes der erwünschten Stabilität zu berücksichtigen sind.

Regel  $r = 13$  führt als alleinige Regel zu  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,4} = (10,83; 19,49; 9,1; 42,89)$  (4), Regel  $r = 14$  führt zu  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,7} = (32,48; 32,48; 27,29; 50,69)$  (7), die Regeln  $r = 16$  und  $r = 22$  führen zu  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,5} = (17,32; 36,63; 13; 39)$  (5), die Regeln  $r = 17$  und  $r = 23$  führen zu  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,9} = (45,47; 54,13; 35,09; 42,89)$  (9), die Regel  $r = 25$  führt zu  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,6} = (27,72; 60,62; 16,9; 25,98)$  (6) und die Regel  $r = 26$  führt zu  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,10} = (62,36; 86,6; 42,89; 25,99)$  (10).

Konkret gilt somit für die Bestimmung der Gesamterfüllungsgrade der elf verschiedenen Ausprägungen des unscharfen Flächenmaßes des Profils der erwünschten Stabilität  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$ :

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,1}) = DOF_{Gesamt}((0; 5,19; 0; 27,29)) = 0 \quad (1)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,2}) = DOF_{Gesamt}((0; 10,39; 0; 35,09)) = 0 \quad (2)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,3}) = DOF_{Gesamt}((0; 19,03; 0; 35,1)) = 0 \quad (3)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,4}) = DOF_{Gesamt}((10,83; 19,49; 9,1; 42,89)) = 1 - (1 - DOF_{13}^{Stab,ES}) = \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,5}) = DOF_{Gesamt}((17,32; 36,63; 13; 39)) = 1 - (1 - DOF_{16}^{Stab,ES}) \cdot (1 - DOF_{22}^{Stab,ES}) = \frac{7}{9} \quad (5)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,6}) = DOF_{Gesamt}((27,72; 60,62; 16,9; 25,98)) = 1 - (1 - DOF_{25}^{Stab,ES}) = \frac{1}{3} \quad (6)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,7}) = DOF_{Gesamt}((32,48; 32,48; 27,29; 50,69)) = 1 - (1 - DOF_{14}^{Stab,ES}) = \frac{1}{3} \quad (7)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,8}) = DOF_{Gesamt}((34,65; 47,63; 25,99; 38,98)) = 0 \quad (8)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,9}) = DOF_{Gesamt}((45,47; 54,13; 35,09; 42,89)) = 1 - (1 - DOF_{23}^{Stab,ES}) = \frac{1}{3} \quad (9)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,10}) = DOF_{Gesamt}((62,36; 86,6; 42,89; 25,99)) = 1 - (1 - DOF_{26}^{Stab,ES}) = \frac{1}{3} \quad (10)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,11}) = DOF_{Gesamt}((83,16; 129,9; 50,69; 0)) = 0 \quad (11)$$

Für die Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}^*(x_{FM_{ES}^{Stab}})$  der unscharfen Mengen  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$  gilt (4.4):

$$\mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}^*(x_{FM_{ES}^{Stab}}) = \min \left( DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}); \mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}(x_{FM_{ES}^{Stab}}) \right) \quad (4.4)$$

Auf Grundlage dieser Bestimmungsgleichung und der ermittelten Gesamterfüllungsgrade eines unscharfen Flächenmaßes lässt sich die Zugehörigkeitsfunktion der resultierenden unscharfen Outputmenge des unscharfen Flächenmaßes des Profils der erwünschten Stabilität ableiten  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{ES}^{Stab}})$  (vgl. schraffierte Fläche in Abbildung 45). Wie oben bereits dargelegt, wird hier die Max-Min-Inferenz durchgeführt. Deshalb gilt für die Zugehörigkeitsfunktion der resultierenden unscharfen Outputmenge im vorliegenden Fall (4.5):

$$\mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{ES}^{Stab}}) = \max \left( \mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,1}}^*(x_{FM_{ES}^{Stab}}), \dots, \mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,11}}^*(x_{FM_{ES}^{Stab}}) \right) \quad (4.5)$$

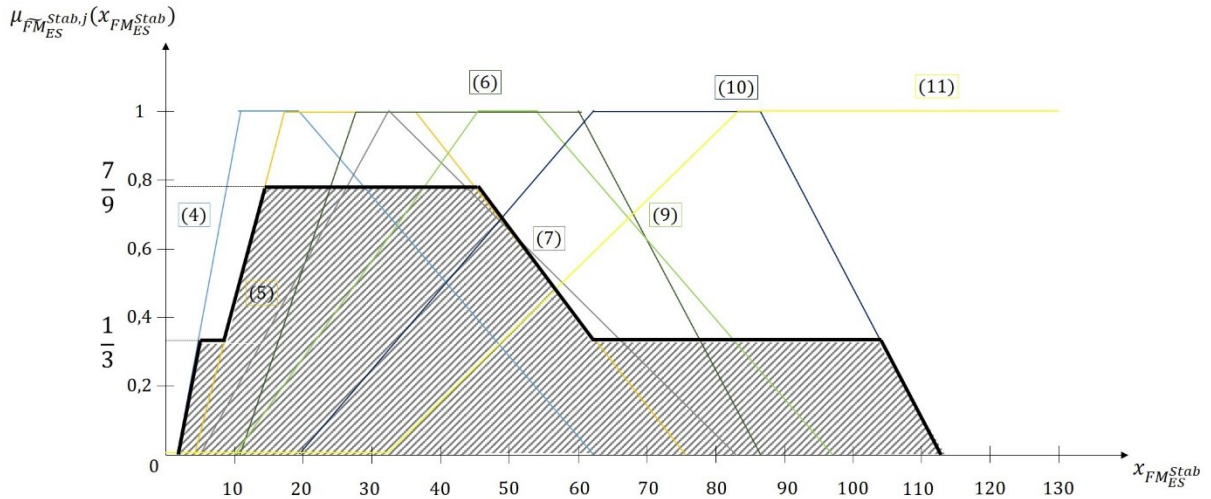


Abbildung 45: Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge des Flächenmaßes des Profils der erwünschten Stabilität

In analoger Vorgehensweise lässt sich die unscharfe Outputmenge des Flächenmaßes des Profils der faktischen Stabilität herleiten.

Hierfür sind ebenso zunächst die Gesamterfüllungsgrade zu ermitteln. Aus den verwendeten Inputwerten resultiert, dass lediglich die Regeln  $r = 22$  und  $r = 23$  (vgl. Tabelle 28) der Regelbasis aktiv sind. Demzufolge gilt für die Gesamterfüllungsgrade:

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,1}) = DOF_{Gesamt}((0; 5,19; 0; 27,29)) = 0 \quad (1)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,2}) = DOF_{Gesamt}((0; 10,39; 0; 35,09)) = 0 \quad (2)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,3}) = DOF_{Gesamt}((0; 19,03; 0; 35,1)) = 0 \quad (3)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,4}) = DOF_{Gesamt}((10,83; 19,49; 9,1; 42,89)) = 0 \quad (4)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,5}) = DOF_{Gesamt}((17,32; 36,63; 13; 39)) = 1 - (1 - DOF_{22}^{Stab,FS}) = \frac{1}{3} \quad (5)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,6}) = DOF_{Gesamt}((27,72; 60,62; 16,9; 25,98)) = 0 \quad (6)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,7}) = DOF_{Gesamt}((32,48; 32,48; 27,29; 50,69)) = 0 \quad (7)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,8}) = DOF_{Gesamt}((34,65; 47,63; 25,99; 38,98)) = 0 \quad (8)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,9}) = DOF_{Gesamt}((45,47; 54,13; 35,09; 42,89)) = 1 - (1 - DOF_{23}^{Stab,FS}) = \frac{2}{3} \quad (9)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,10}) = DOF_{Gesamt}((62,36; 86,6; 42,89; 25,99)) = 0 \quad (10)$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,11}) = DOF_{Gesamt}((83,16; 129,9; 50,69; 0)) = 0 \quad (11)$$

Die Zugehörigkeitsfunktion der hieraus resultierenden unscharfen Outputmenge des unscharfen Flächenmaßes des Profils der faktischen Stabilität  $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{FS}^{Stab}})$  lässt sich ebenso grafisch darstellen (vgl. schraffierte Fläche in Abbildung 46).



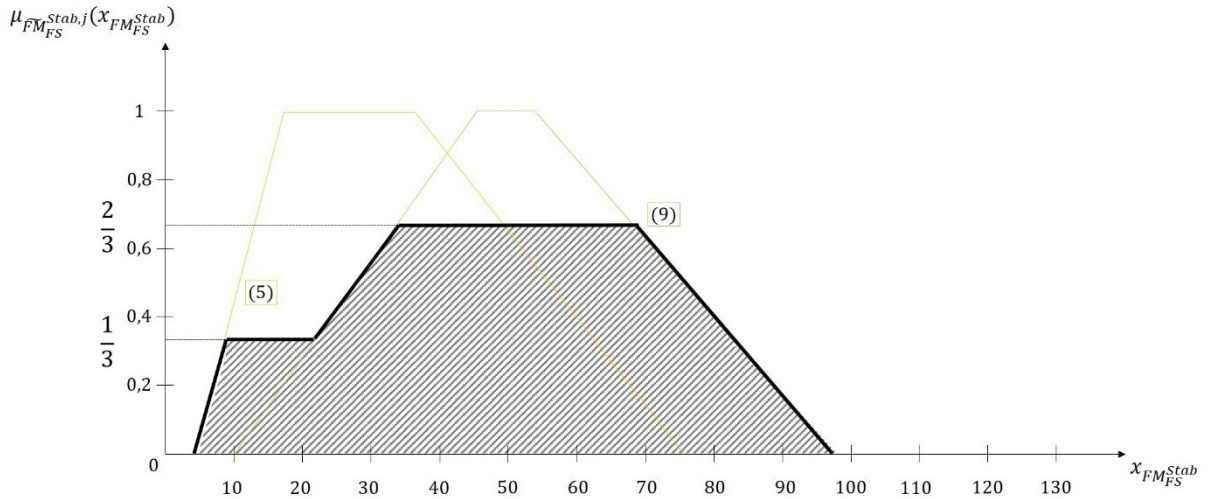


Abbildung 46: Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Outputmenge des Flächenmaßes des Profils der faktischen Stabilität

Hinsichtlich der Humankapitaldeterminante Stabilität wird eine profilspezifische Unterscheidung erwünschter und faktischer Stabilität vorgenommen. Dabei geht es einerseits um eine erwünschte Fluktuationsquote, eine erwünschte Absentismusrate und eine erwünschte Belegschaftszusammensetzung und andererseits um eine faktische Fluktuationsquote, faktische Absentismusrate und eine faktische Belegschaftszusammensetzung. Im vorliegenden Teilkapitel 4.3.4 werden für beide Profile exemplarische Ausprägungen für die Beurteilungskriterien  $k = 1$ ,  $k = 2$  und  $k = 3$  in Ansatz gebracht (vgl. Tabelle 24). In Verbindung mit der im vorangestellten Teilkapitel 4.3.3 präsentierten Tabelle 23 lässt sich ermitteln, welche Regeln aufgrund der verwendeten Ausprägungen der Beurteilungskriterien aktiv sind. Deren profilspezifische Darstellung erfolgt in Tabelle 26 für das Profil der erwünschten Stabilität und in Tabelle 27 für das Profil der faktischen Stabilität. Aus der Durchführung der Max-Min-Inferenz können nun resultierende Zugehörigkeitsfunktionen für die unscharfen Outputmengen in Form der unscharfen Flächenmaße ableiten. Während die resultierende Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{FM_{ES}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{ES}^{Stab}})$  der unscharfen Outputmenge für das Profil der erwünschten Stabilität in Abbildung 45 dargestellt ist, wird die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{FM_{FS}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{FS}^{Stab}})$  der unscharfen Outputmenge für das Profil der faktischen Stabilität in Abbildung 46 präsentiert. Wie bereits erwähnt, ist das Ziel, eine Aussage über die Kompatibilität zwischen Erwünschtem und Faktischem abzuleiten. Die Zugehörigkeitsfunktionen stellen die Basis zur Kompatibilitätsbestimmung dar.

Im Folgenden gilt es nun, beide resultierenden Zugehörigkeitsfunktionen so zu aggregieren, dass sich eine Aussage über die Kompatibilität erwünschter und faktischer Stabilität ableiten lässt. Deshalb ist das folgende Teilkapitel 4.3.5 der Aggregation zweier unscharfer Flächenmaße gewidmet.

#### 4.3.5 Aggregation zweier Flächenmaße

---

Als Ergebnis der im vorangestellten Kapitel dargelegten Vorgehensweise zur Durchführung eines unscharfen Profilvergleichs resultieren zunächst zwei unscharfe Flächenmaße mit den korrespondierenden Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}}^{res, Stab, j} \left( x_{FM_{ES}^{Stab}} \right)$

bzw.  $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}}^{res, Stab, j} \left( x_{FM_{FS}^{Stab}} \right)$ .

Um aus einer unscharfen Outputmenge in Form der unscharfen resultierten Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$  bzw.  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}$  eine scharfe Outputgröße zu erzeugen<sup>589</sup>, ist eine Defuzzifizierung erforderlich, für welche verschiedene Methoden herangezogen werden können.<sup>590</sup>

Defuzzifizierungsmethoden bieten den Vorteil, dass aus einer zuvor unscharfen Outputmenge ein einzelner scharfer Outputwert ermittelt werden kann. Dadurch werden die Informationen, die der unscharfen Outputmenge inhärent sind, auf eine einzelne scharfe Ausprägung verdichtet. Diese Informationsverdichtung kann jedoch gleichzeitig zu einem Informationsverlust führen, wenn nur Teile einer unscharfen Menge, wie bei Anwendung der Maximum-Methoden, Eingang in die Überlegungen findet.<sup>591</sup>

Deshalb werden im Folgenden anstatt defuzzifizierter Ausgabewerte die ermittelten unscharfen Outputwerte beider Profile der Determinante der Stabilität weiterverwendet. Dementsprechend sind die im vorherigen Teilkapitel 4.3.4 ermittelten

<sup>589</sup> Folgende Tabelle stellt die Ergebnisse der Anwendung der First-of-Maxima-, Last-of-Maxima-, Random-Choice-of-Maxima-, Maximum-Mittelwert- sowie der Flächenschwerpunktmethode für die ermittelten unscharfen Outputmengen und den korrespondierenden Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}}^{res}(x_{FM_{ES}}^{Stab})$  und  $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}}^{res}(x_{FM_{FS}}^{Stab})$  dar. Dabei enthält die Tabelle die defuzzifizierten Ausgabewerte (Abszissenkoordinate  $x_{FM_{ES}}^{SP,Stab}$  bzw.  $x_{FM_{FS}}^{SP,Stab}$ ) und die korrespondierenden Zugehörigkeitsgrade (Ordinatenkoordinate  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}}^{Stab}(x_{FM_{ES}}^{SP,Stab})$  bzw.  $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}}^{Stab}(x_{FM_{FS}}^{SP,Stab})$ ) für das Profil der erwünschten Stabilität bzw. der faktischen Stabilität.

	Profil der erwünschten Stabilität		Profil der faktischen Stabilität	
	Abszissen- koordinate $x_{FM_{ES}}^{SP,Stab} =$	Ordinaten- koordinate $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}}^{Stab}(x_{FM_{ES}}^{SP,Stab}) =$	Abszissen- koordinate $x_{FM_{FS}}^{SP,Stab} =$	Ordinaten- koordinate $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}}^{Stab}(x_{FM_{FS}}^{SP,Stab}) =$
First-of-Maxima-Methode	14,43	$\frac{7}{9}$	33,77	$\frac{2}{3}$
Last-of-Maxima-Methode	45,3	$\frac{7}{9}$	68,43	$\frac{2}{3}$
Random-Choice-of-Maxima-Methode	[14,43; 45,3]	$\frac{7}{9}$	[33,77; 68,43]	$\frac{2}{3}$
Maximum-Mittelwert-Methode	29,87	$\frac{7}{9}$	51,1	$\frac{2}{3}$
Flächenschwerpunkt-methode	48,083	0,29	49,51	0,28

Eine Gegenüberstellung der Defuzzifizierungsergebnisse zeigt, dass die defuzzifizierten Werte der faktischen Stabilität hier durchweg über denen der erwünschten Stabilität liegen, obwohl ihre Zugehörigkeitsgrade geringer sind. Die betrachteten Maximum-Methoden erzeugen größere Differenzen, während die Flächenschwerpunktmethode eine geringere Abweichung und zugleich niedrigere Zugehörigkeitswerte ausweist. Dies ist darin begründet, dass mit der Flächenschwerpunktmethode die gesamte Fläche unter der Zugehörigkeitsfunktion berücksichtigt wird. Diese Methode bietet demnach ein differenzierteres Bild auf die geometrische Fläche der Profile.

<sup>590</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.2.2.2.4.

<sup>591</sup> Vgl. Rommelfanger (2010), S. 832.

Gesamterfüllungsgrade der Ausprägungen der Flächenmaße der beiden Profile zu aggregieren.

Es resultieren noch einmal zusammenfassend folgende Ausprägungen für die Erfüllungsgrade der Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}$  und  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$ :

- |  |  |
|--|--|
| (1) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,1}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((0; 5,19; 0; 27,29)) = 0$                    | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,1}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((0; 5,19; 0; 27,29)) = 0$                    |
| (2) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,2}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((0; 10,39; 0; 35,09)) = 0$                   | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,2}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((0; 10,39; 0; 35,09)) = 0$                   |
| (3) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,3}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((0; 19,03; 0; 35,1)) = 0$                    | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,3}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((0; 19,03; 0; 35,1)) = 0$                    |
| (4) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,4}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((10,83; 19,49; 9,1; 42,89)) = 0$             | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,4}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((10,83; 19,49; 9,1; 42,89)) = \frac{1}{3}$   |
| (5) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,5}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((17,32; 36,63; 13; 39)) = \frac{1}{3}$       | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,5}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((17,32; 36,63; 13; 39)) = \frac{7}{9}$       |
| (6) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,6}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((27,72; 60,62; 16,9; 25,98)) = 0$            | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,6}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((27,72; 60,62; 16,9; 25,98)) = \frac{1}{3}$  |
| (7) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,7}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((32,48; 32,48; 27,29; 50,69)) = 0$           | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,7}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((32,48; 32,48; 27,29; 50,69)) = \frac{1}{3}$ |
| (8) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,8}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((34,65; 47,63; 25,99; 38,98)) = 0$           | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,8}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((34,65; 47,63; 25,99; 38,98)) = 0$           |
| (9) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,9}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((45,47; 54,13; 35,09; 42,89)) = \frac{2}{3}$ | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,9}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((45,47; 54,13; 35,09; 42,89)) = \frac{1}{3}$ |
| (10) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,10}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((62,36; 86,6; 42,89; 25,99)) = 0$          | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,10}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((62,36; 86,6; 42,89; 25,99)) = \frac{1}{3}$ |
| (11) $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,11}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((83,16; 129,9; 50,69; 0)) = 0$             | $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,11}) =$<br>$DOF_{Gesamt}((83,16; 129,9; 50,69; 0)) = 0$              |

Unter Rückgriff auf die korrespondierenden Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{ES}^{Stab}})$  und  $\mu_{\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}}^{res}(x_{FM_{FS}^{Stab}})$  in Verbindung mit dem „Abschneiden“ der Zugehörigkeitsfunktionen auf den jeweiligen Niveaus der  $DOF_{Gesamt}$  ergeben sich die Darstellungen der resultierenden Zugehörigkeitsfunktionen (vgl. Abbildung 45 und Abbildung 46 in Teilkapitel 4.3.4). Zur Ableitung einer Aussage hinsichtlich der Kompatibilität werden diese beiden unscharfen Flächenmaße nun aggregiert.

Mit  $v_d(p, p')$  als bereits eingeführtem Symbol für die Vergleichsfunktion zweier Profile  $p$  und  $p'$  einer Humankapitaldeterminante  $d$  wird nun zur Ermittlung einer unscharfen Differenz  $\tilde{v}_d(p, p')$  aus den unscharfen profilspezifischen Flächenmaßen  $\widetilde{FM}_p^d$  und  $\widetilde{FM}_{p'}^d$  folgende Modifikation vorgenommen (4.6a):

$$\tilde{v}_d(p, p') = \widetilde{FM}_p^d - \widetilde{FM}_{p'}^d \quad (4.6a)$$

Für die Humankapitaldeterminante Stabilität und deren Profile der faktischen und erwünschten Stabilität gilt nun (4.6b):

$$\tilde{v}_{Stab}(FS, ES) = \widetilde{FM}_{FS}^{Stab} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab} \quad (4.6b)$$

Aus den oben dargestellten jeweils elf verschiedenen Ausprägungen von  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}$  bzw.  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$  ergibt sich, dass 121 Regeln  $n$  (mit  $n = 1, \dots, 121$ ) möglicher Profilvergleiche zu ziehen sind (vgl. Auszug der Regelbasis in Tabelle 29)<sup>592</sup>. Es gilt (4.6c) zur Bestimmung der verschiedenen Ausprägungen  $\tilde{v}_{Stab}^n(FS, ES)$ :

$$\tilde{v}_{Stab}^n(FS, ES) = \widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j} \quad (4.6c)$$

Lfd. Nr. $n$	$\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j} =$ $(m_1, m_2, \underline{\alpha}, \overline{\alpha})$	$\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j} =$ $(n_1, n_2, \underline{\beta}, \overline{\beta})$	$\tilde{v}_{Stab}^n(FS, ES) =$ $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$
1	(0; 5,19; 0; 27,29)	(0; 5,19; 0; 27,29)	(-5,19; 5,19; 27,29; 27,29)
2	(0; 5,19; 0; 27,29)	(0; 10,39; 0; 35,09)	(-10,39; 5,19; 35,09; 27,29)
⋮	⋮	⋮	⋮
37	(10,83; 19,49; 9,1; 42,89)	(10,83; 19,49; 9,1; 42,89)	(-8,66; 8,66; 51,99; 51,99)
⋮	⋮	⋮	⋮
51	(17,32; 36,63; 13; 39)	(32,48; 32,48; 27,29; 50,69)	(-15,16; 4,15; 63,69; 66,29)
⋮	⋮	⋮	⋮
121	(83,16; 129,9; 50,69; 0)	(83,16; 129,9; 50,69; 0)	(-46,74; 46,74; 50,69; 50,69)

Tabelle 29: Auszug aus der Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgröße der Profile  
faktische und erwünschte Stabilität

Damit erfolgt die Betrachtung von Profilen als geometrische Flächen unter Berücksichtigung von Zugehörigkeitswerten zu mehr als einer linguistischen Ausprägung.

In Abwandlung zur in Teilkapitel 4.3.1 vorgestellten Definition der Bestimmungsgleichung zur Durchführung der Subtraktion unscharfer Mengen, wird nun die *klassische* Berechnungsvorschrift herangezogen. Die Nutzung einer modifizierten Form der Bestimmungsgleichung in Teilkapitel 4.3.1 unterliegt der inhaltlich

<sup>592</sup> Eine vollständige Regelaufstellung befindet sich im Anhang der vorliegenden Arbeit [vgl. Anhang V-I].

begründeten Restriktion, dass nicht sämtliche Kombinationen scharfer Ausprägungen in der unscharfen Differenz zur Bestimmung einer unscharfen Ankathete enthalten sein dürfen. Diese Restriktion entfällt nun und weicht der entgegengesetzten Überlegung, dass sämtliche Kombinationen berücksichtigt werden müssen. Zur Erläuterung wird die in Tabelle 29 dargestellte erste Kombination näher beleuchtet.

Es gelten für die Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,1} = (0; 5,19; 0; 27,29)$  und  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,1} = (0; 5,19; 0; 27,29)$ . Um eine Aussage hinsichtlich des Größenunterschiedes der Flächen vorzunehmen, wird hier die Differenz gebildet. Zur Erläuterung der basalen Überlegung gilt unter Vernachlässigung der Zugehörigkeitsgrade für die (unscharfen) Ausprägungen der Flächenmaße folgende ausgewählt dargestellte Wertetabelle (vgl. Tabelle 30).

$x_{FM_{ES}^{Stab}}$	$x_{FM_{FS}^{Stab}}$	$x_{FM_{ES}^{Stab} - FM_{FS}^{Stab}}$
0	0	0
0	5,19	-5,19
0	27,29	-27,29
0	32,48	-32,48
5,19	0	5,19
27,29	0	27,29
32,48	0	32,48

Tabelle 30: Ausgewählte Wertetabelle zur Erläuterung der Anwendung einer nicht modifizierten Subtraktionsvorschrift

In Tabelle 30 wird in der linken Randspalte eine scharfe Ausprägung der Fläche des Profils der faktischen Stabilität präsentiert. In der mittleren Spalte werden scharfe Ausprägungen der Fläche des Profils der erwünschten Stabilität dargelegt. Die rechte Randspalte gibt das Ergebnis der Differenz der Ausprägungen  $x_{FM_{FS}^{Stab}}$  und  $x_{FM_{ES}^{Stab}}$  wieder. Der Tabellendarstellung folgend, gilt für den Definitionsbereich der Ausprägungen der Differenz der Flächenmaße beider Profile  $x_{FM_{FS}^{Stab} - FM_{ES}^{Stab}} \in [-32,48; 32,48]$ . Dies ist letztendlich das Resultat der Anwendung der *klassischen* Bestimmungsgleichung zur Durchführung von Subtraktionen zweier unscharfer Mengen, deren Darstellung sich in Anhang IV der vorliegenden Arbeit befindet.

Bei Anwendung der genannten Bestimmungsgleichungen gilt dann für Kombination  $n = 1$  in Tabelle 29 (vgl. Abbildung 47):

$$\begin{aligned}\tilde{v}_{Stab}^1(FS, ES) &= \widetilde{FM}_{FS}^{Stab,1} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,1} = (0; 5,19; 0; 27,29) - (0; 5,19; 0; 27,29) = \\ &= (0 - 5,19; 5,19 - 0; 0 + 27,29; 27,29 + 0) = (-5,19; 5,19; 27,29; 27,29)\end{aligned}$$

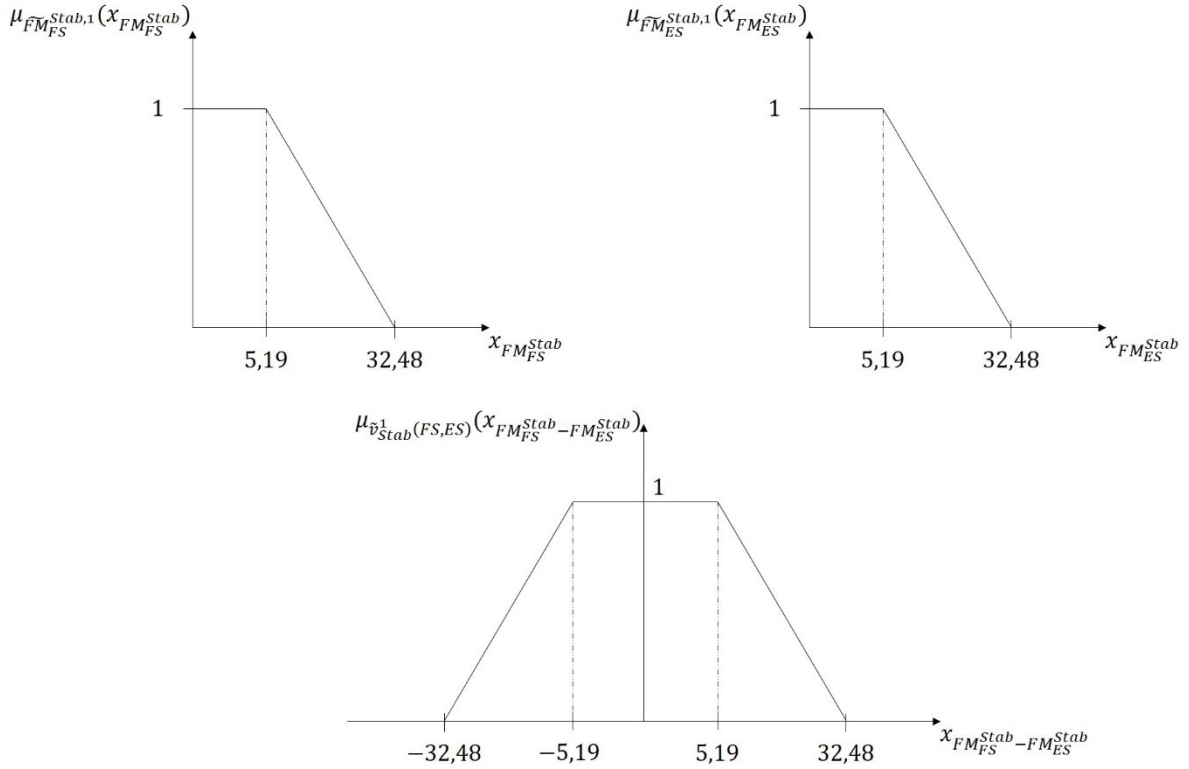


Abbildung 47: Erläuterung zur Anwendung einer nicht modifizierten Bestimmung der Subtraktion

Bei Anwendung der Max-Min-Inferenz<sup>593</sup> gilt nun, dass auf Basis der oben dargestellten Gesamterfüllungsgrade der unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j}$  und  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$  folgende Regeln der insgesamt 121 Kombinationen aktiv und zur Bestimmung der Ausprägung der Profilvergleichsgröße näher zu betrachten sind (vgl. Tabelle 31):

<sup>593</sup> Vgl. hierzu Kapitel 3.2.2.2.3.

Lfd. Nr. $n$	$\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j} = (m_1, m_2, \underline{\alpha}, \overline{\alpha})$	$\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j} = (n_1, n_2, \underline{\beta}, \overline{\beta})$	$\tilde{v}_{Stab}^n(FS, ES) = \widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j}$
48	(17,32; 36,63; 13; 39)	(10,83; 19,49; 9,1; 42,89)	(-2,17; 25,8; 55,89; 48,1)
49	(17,32; 36,63; 13; 39)	(17,32; 36,63; 13; 39)	(-19,31; 19,31; 52; 52)
50	(17,32; 36,63; 13; 39)	(27,72; 60,62; 16,9; 25,98)	(-43,3; 8,91; 38,98; 55,9)
51	(17,32; 36,63; 13; 39)	(32,48; 32,48; 27,29; 50,69)	(-15,16; 4,15; 63,69; 66,29)
53	(17,32; 36,63; 13; 39)	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(-36,81; -8,84; 55,89; 74,09)
54	(17,32; 36,63; 13; 39)	(62,36; 86,6; 42,89; 25,99)	(-69,28; -25,73; 38,99; 81,89)
92	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(10,83; 19,49; 9,1; 42,89)	(25,98; 43,3; 77,98; 51,99)
93	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(17,32; 36,63; 13; 39)	(8,84; 36,81; 74,09; 55,89)
94	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(27,72; 60,62; 16,9; 25,98)	(-15,15; 26,41; 61,07; 59,79)
95	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(32,48; 32,48; 27,29; 50,69)	(12,99; 21,65; 85,78; 70,18)
97	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(-8,66; 8,66; 77,98; 77,98)
98	(45,47; 54,13; 35,09; 42,89)	(62,36; 86,6; 42,89; 25,99)	(-41,13; -8,23; 61,08; 85,78)

Tabelle 31: Aktive Regeln zur Bestimmung der Ausprägung der Profilvergleichsgröße der Determinante Stabilität

Die bereits ermittelten Erfüllungsgrade  $DOF_{Gesamt}$  für die unscharfen Mengen  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,n}$  und  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,n}$  gehen nun als Inputwerte in den dargestellten Regelblock ein und führen zu einem Erfüllungsgrad der unscharfen Vergleichsgröße  $\tilde{v}_{Stab}^n(FS, ES)$ .

Dies führt zu folgenden Erfüllungsgraden  $DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^n(FS, ES))$ :

$$\begin{aligned}
 DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{48}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} & DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{92}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} \\
 DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{49}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} & DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{93}(FS, ES)) &= \frac{2}{3} \\
 DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{50}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} & DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{94}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} \\
 DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{51}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} & DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{95}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} \\
 DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{53}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} & DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{97}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} \\
 DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{54}(FS, ES)) &= \frac{1}{3} & DOF_{Gesamt}(\tilde{v}_{Stab}^{98}(FS, ES)) &= \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Aus Vollständigkeitsgründen folgen auf den nächsten beiden Seiten sowohl eine grafische Darstellung der aktiven Regeln der in Tabelle 29 auszugsweise präsentierten Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgröße als auch die aktiven Ausprägungen mit „abgeschnittenen“ Zugehörigkeitsfunktionen auf Höhe der Gesamterfüllungsgrade der unscharfen Vergleichsgröße (vgl. Abbildung 48 und Abbildung 49).



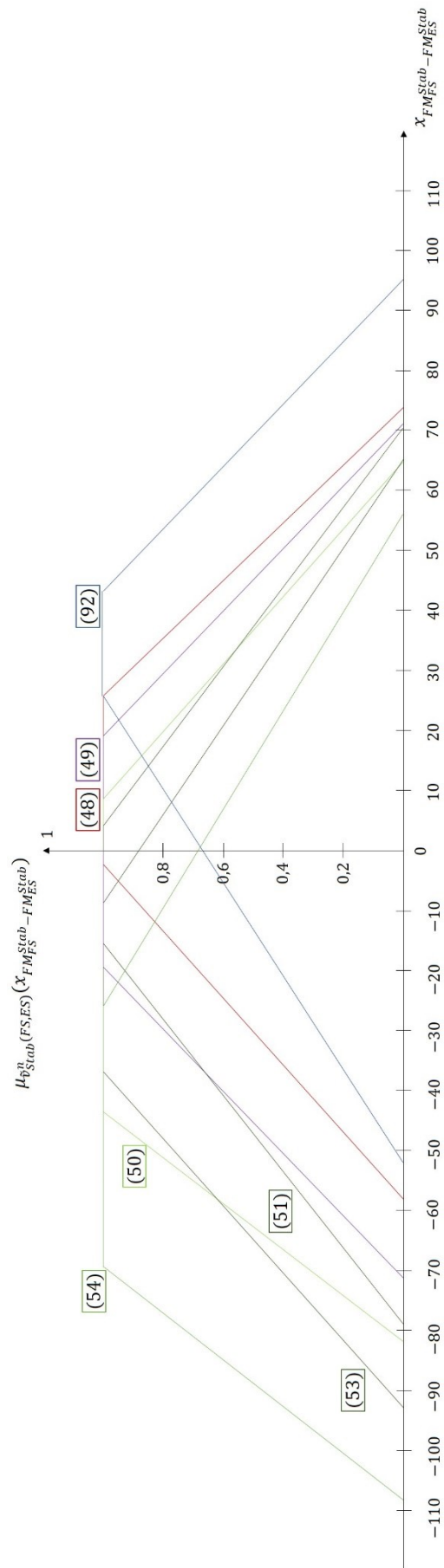


Abbildung 48: Aktive Ausprägungen der unscharfen Profilvergleichsgröße

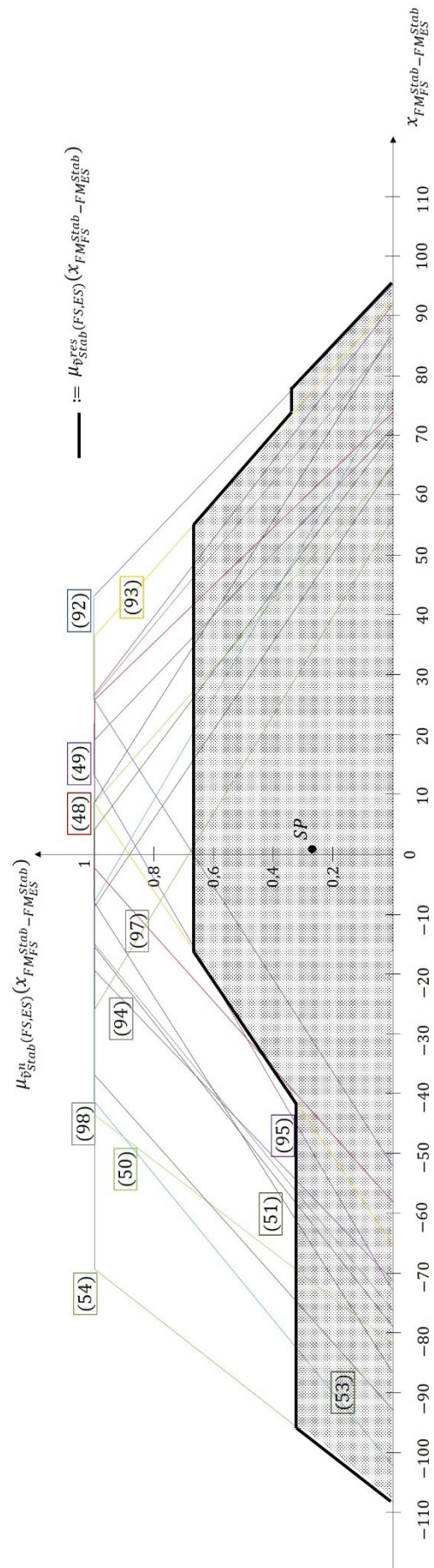


Abbildung 49: Resultierende Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Profilvergleichsgröße

Unter Rückgriff auf die in Kapitel 3.2.2.2.4.3 vorgestellte Flächenschwerpunktmethod  
kann nun der Flächenschwerpunkt der resultierenden unscharfen Vergleichsgröße  
bestimmt werden. Mit der Flächenschwerpunktmethod ergeben sich folgende  
Koordinaten des Flächenschwerpunktes:<sup>594</sup>

$$x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \approx 0,88$$

$$\mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)} \left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \right) \approx 0,27$$

Die Abszissenkoordinate nimmt somit die Ausprägung  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \approx 0,88$  an. Eine  
Ausprägung von  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} = 0$  würde eine vollständige Kongruenz der  
Ausprägungen der Profile der faktischen und erwünschten Stabilität bedeuten. Aus der  
hier ermittelten Ausprägung für  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$  lässt sich zunächst ableiten, dass das  
Profil der faktischen Stabilität gegenüber dem Profil der erwünschten Stabilität einen  
*geringen* Überschuss aufweist. Aufgrund des inversen Einflusses der Ausprägungen der  
Beurteilungskriterien auf die Stabilität bedeutet dies inhaltlich, dass die faktische  
Stabilität flächenmäßig größer ausgeprägt ist, als die erwünschte Stabilität. Dies bedeutet  
wiederum, dass eine größere Instabilität vorliegt als gewünscht. Da im folgenden Kapitel  
die Aggregation der durchzuführenden Profilvergleiche vorgenommen wird, sind  
Überlegungen anzustellen, wie der *geringe* Überschuss des einen Profils gegenüber dem  
anderen Profil zu operationalisieren ist. Aus diesem Grund erscheint es zweckmäßig, die  
maximal mögliche Ausprägung des Flächenschwerpunktes zu bestimmen. Hierfür wird  
noch einmal auf die in Kapitel 4.3.4<sup>595</sup> vorgestellten Inputwerte in dem metrischen  
Intervall [0; 10] für die Kriterienausprägungen der erwünschten und der faktischen  
Stabilität Bezug genommen. Zur Bestimmung der maximal möglichen Ausprägungen für  
die Flächenschwerpunkte werden nun folgende Inputwerte in Ansatz gebracht:

---

<sup>594</sup> Die Berechnungen zur Bestimmung der Flächenschwerpunktkoordinaten befinden sich im Anhang der  
vorliegenden Arbeit [vgl. Anhang VI].

<sup>595</sup> Für die exemplarischen Inputwerte in Kapitel 4.3.4 gelten:

$$\begin{array}{ll} A_{k=1,Stab}^{ES} = 7 & B_{k=1,Stab}^{FS} = 8 \\ A_{k=2,Stab}^{ES} = 6 & B_{k=2,Stab}^{FS} = 5 \\ A_{k=3,Stab}^{ES} = 3 & B_{k=3,Stab}^{FS} = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} A_{k=1,Stab}^{ES} = 0 & B_{k=1,Stab}^{FS} = 10 \\ A_{k=2,Stab}^{ES} = 0 & B_{k=2,Stab}^{FS} = 10 \\ A_{k=3,Stab}^{ES} = 0 & B_{k=3,Stab}^{FS} = 10 \end{array}$$

Aus diesen Inputwerten resultiert, dass lediglich  $n = 111$  aus der vollständigen Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgröße aus faktischer und erwünschter Stabilität aktiviert wird und zur Ermittlung der unscharfen Vergleichsgröße heranzuziehen ist.<sup>596</sup> Damit gelten für  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,111} = (83,16; 129,9; 50,69; 0)$  und für  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,111} = (0; 5,19; 0; 27,29)$  und dementsprechend für  $\widetilde{v}_{Stab}^{111}(FS, ES) = \widetilde{FM}_{FS}^{Stab,111} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,111} = (77,98; 129,9; 77,98; 0)$ . In Analogie hierzu gilt für den gespiegelten Fall mit den exemplarischen Inputwerten  $A_{k=1,Stab}^{ES} = A_{k=2,Stab}^{ES} = A_{k=3,Stab}^{ES} = 10$  und  $B_{k=1,Stab}^{FS} = B_{k=2,Stab}^{FS} = B_{k=3,Stab}^{FS} = 0$  die Aktivierung der Kombination  $n = 11$  und dementsprechend  $\widetilde{v}_{Stab}^{11}(FS, ES) = (-129,9; -77,98; 0; 77,98)$ . Für diese unscharfen Vergleichsgrößen werden nun die Abszissenkoordinaten der Flächenschwerpunkte ermittelt und zur Bestimmung deren maximal möglicher Ausprägungen verwendet (vgl. Abbildung 50).<sup>597</sup> Es lässt sich damit ableiten, dass der scharfe Abszissenwert Ausprägungen  $x_{FM_{FS}^{Stab} - FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \in [-81,66; 81,66]$  annehmen kann.

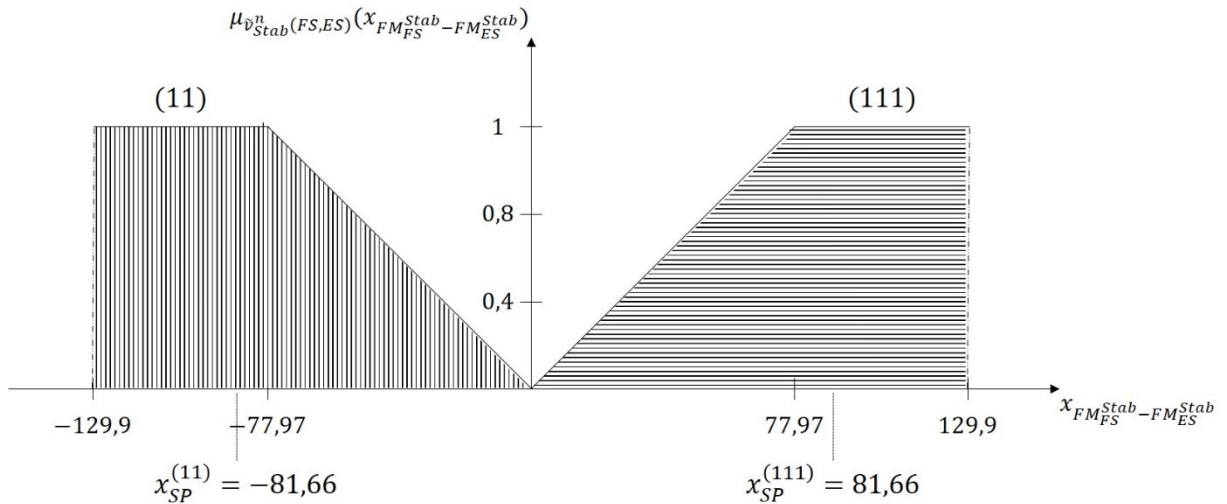


Abbildung 50: Darstellung maximal möglichen Ausprägungen der Flächenschwerpunktkoordinaten

<sup>596</sup> Vgl. Anhang V-I der vorliegenden Arbeit.

<sup>597</sup> Die Ermittlung der Abszissenkoordinate der jeweiligen Flächenschwerpunkte ist dem Anhang der vorliegenden Arbeit zu entnehmen [vgl. Anhang VII-I].

Mit der Kenntnis über die maximal möglichen Ausprägungen des Flächenschwerpunktes können nun die vorangegangenen Überlegungen zur Bestimmung einer Kompatibilitätsausprägung der Leistungsmöglichkeiten und Leistungserfordernisse auf Basis von Profilvergleichen aufgegriffen und zusammengeführt werden. Im folgenden Teil der vorliegenden Arbeit werden deshalb die vorangestellten Ausführungen zur Durchführung der Profilvergleiche verwendet, um deren Aggregation vorzunehmen und daraus Implikationen zur Kompatibilität herauszuarbeiten (Kapitel 4.4).

## 4.4 Aggregation von Profilvergleichen und deren Implikationen

---

### 4.4.1 Vorbemerkungen

---

In Kapitel 4.2 wird dargelegt, dass das betriebliche Humankapital von insgesamt vier Hauptdeterminanten abhängt (Stabilität, Funktionalität, Plastizität, Fungibilität). Diese vier Hauptdeterminanten werden hinsichtlich korrespondierender erwünschter und faktischer Möglichkeiten untersucht. Zu diesem Zweck werden die erwünschte der faktischen Stabilität, die erwünschte der faktischen Funktionalität, die erwünschte der faktischen Plastizität sowie die erwünschte der faktischen Fungibilität gegenübergestellt. Da die Determinantenausprägungen jeweils nicht nur von einer, sondern von mehreren Größen abhängen, benötigt man für diese Gegenüberstellungen Profile. Wir nutzen deswegen die sogenannte Profilvergleichsmethode als zentrales Instrument zur Humankapitalbewertung. Bei vier Hauptdeterminanten sind demnach acht Profile zu formulieren und vier Profilvergleiche durchzuführen. Dadurch kommt man letztlich zu einer Einschätzung der Kompatibilität erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten. Diese ist darüber hinaus hinsichtlich des Nutzens zu beurteilen, um dann den Wert des Humankapitals als utilitäres Äquivalent der Kompatibilität erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten zu bestimmen. Im vorliegenden Teilkapitel zeigen wir zunächst (Kapitel 4.4.2) wie partielle Profilvergleiche zu einer Aussage über die dem Humankapital inhärente Gesamtkompatibilität amalgamiert werden können. Daran anschließend (Kapitel 4.5) erfolgt die Bestimmung eines Humankapitalwertes.

### 4.4.2 Aggregation der Profilvergleichsgrößen

---

#### 4.4.2.1 Vorbemerkungen

---

Die Verdeutlichung der methodischen Vorgehensweise bzgl. eines Profilvergleichs erfolgt in Kapitel 4.3 am Beispiel der Humankapitaldeterminante Stabilität. Diese exemplarische Betrachtung genügt, um den Ablauf des Profilvergleichs nachvollziehbar zu machen, da sich die Vorgehensweise analog auf die anderen Determinanten (Plastizität, Stabilität, Fungibilität) übertragen lässt. Das Ergebnis des Profilvergleichs in Kapitel 4.3 ist der Flächenschwerpunkt  $\chi_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$  der Differenz zweier unscharfer Flächenmaße, die sich aus der Gegenüberstellung faktischer und erwünschter Ausprägungen der Beurteilungskriterien ergibt. Für die übrigen Determinanten hat die Ermittlung der jeweiligen Flächenschwerpunkte in analoger Weise zu erfolgen. Auf Grundlage exemplarischer Inputwerte (vgl. Tabelle 32) für die erwünschten und faktischen Ausprägungen ( $A_{k,d}^p$  und  $B_{k,d}^{p'}$ ) von Beurteilungskriterien für die Fungibilität, Plastizität und Funktionalität können die entsprechenden unscharfen Flächenmaße gebildet und deren Differenz bestimmt werden. Die aus Gründen der Nachvollziehbarkeit darzulegenden detaillierten Berechnungsschritte sowie die resultierenden Flächenschwerpunkte der Determinanten sind dem Anhang der vorliegenden Arbeit zu entnehmen.<sup>598</sup>

---

<sup>598</sup> Die Berechnungen für die jeweiligen Flächenschwerpunkte und die korrespondierenden möglichen Ausprägungen der Flächenschwerpunktintervalle befinden sich im Anhang der vorliegenden Arbeit. Die Flächenschwerpunktermittlung der resultierenden Outputmenge aus der Profilverzahnung erwünschter und faktischer Stabilität befindet sich in Anhang VI. Die Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Funktionalität  $\chi_{FM_{FF}^{Funkt}-FM_{EF}^{Funkt}}^{SP}$ , Fungibilität  $\chi_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}$  und Plastizität  $\chi_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$  sind den Anhängen VIII-I, VIII-II und VIII-III zu entnehmen. Die Bestimmungen der Ausprägungen der möglichen Flächenschwerpunktintervalle der resultierenden Outputmengen aus den Profilverzahnungen erwünschter und faktischer Stabilität sowie erwünschter und faktischer Plastizität werden in Anhang VII-I und aus den Profilverzahnungen erwünschter und faktischer Funktionalität sowie erwünschter und faktischer Fungibilität in Anhang VII-II dargestellt.

Determinante	Erwünschte Ausprägung $A_{k,d}^p$	Faktische Ausprägung $B_{k,d}^{p'}$
Fungibilität	$A_{k=1,Fung}^{EFG} = 7$ $A_{k=2,Fung}^{EFG} = 7$ $A_{k=3,Fung}^{EFG} = 7$ $A_{k=4,Fung}^{EFG} = 7$ $A_{k=5,Fung}^{EFG} = 7$	$B_{k=1,Fung}^{FFG} = 2$ $B_{k=1,Fung}^{FFG} = 2$ $B_{k=1,Fung}^{FFG} = 2$ $B_{k=1,Fung}^{FFG} = 2$ $B_{k=1,Fung}^{FFG} = 2$
Funktionalität	$A_{k=1,Funk}^{EF} = 3$ $A_{k=2,Funk}^{EF} = 9$ $A_{k=3,Funk}^{EF} = 9$ $A_{k=4,Funk}^{EF} = 4$ $A_{k=5,Funk}^{EF} = 6$	$B_{k=1,Funk}^{FF} = 2$ $B_{k=1,Funk}^{FF} = 1$ $B_{k=1,Funk}^{FF} = 8$ $B_{k=1,Funk}^{FF} = 6$ $B_{k=1,Funk}^{FF} = 3$
Plastizität	$A_{k=1,Pl}^{EP} = 5$ $A_{k=2,Pl}^{EP} = 5$ $A_{k=3,Pl}^{EP} = 5$	$B_{k=1,Pl}^{FP} = 2$ $B_{k=1,Pl}^{FP} = 6$ $B_{k=1,Pl}^{FP} = 9$

Tabelle 32: Exemplarische Ausprägungen der Beurteilungskriterien für die Fungibilität, Funktionalität und Plastizität

Für dieses Teilkapitel gelten zudem folgende Symbole:

$\chi_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$	:=	Defuzzifizierter Outputwert des Profilvergleichs aus den Profilen der faktischen und erwünschten Stabilität
$\chi_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}$	:=	Defuzzifizierter Outputwert des Profilvergleichs aus den Profilen der faktischen und erwünschten Fungibilität
$\chi_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}$	:=	Defuzzifizierter Outputwert des Profilvergleichs aus den Profilen der faktischen und erwünschten Funktionalität
$\chi_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$	:=	Defuzzifizierter Outputwert des Profilvergleichs aus den Profilen der faktischen und erwünschten Plastizität

In obigem Beispiel der Stabilitätsbeurteilung gilt für die maximal mögliche Ausprägung des defuzzifizierten Outputwertes  $\chi_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \in [-81,66; 81,66]$ . Durch Anwendung der Flächenschwerpunktmethode wird für die vorgelegten exemplarischen Inputwerte<sup>599</sup> der Abszissenwert  $\chi_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \approx 0,88$  ermittelt. Um der unscharfen Betrachtungsweise weiterhin Rechnung zu tragen, wird dieser Abszissenwert nun in

<sup>599</sup> Vgl. hierzu ausführlich Kapitel 4.3.5.

einem weiteren Regelblock als Inputwert<sup>600</sup> verarbeitet. In Analogie zur präsentierten Vorgehensweise erfolgt dies über die Schritte der Fuzzifizierung, der Durchführung der Fuzzy-Inferenz und der ggf. darauf aufbauenden Defuzzifizierung.

Es gelten folgende zusätzliche Symbole:

$\widetilde{KT}_d^l(p, p')$	$:=$	Unscharfe Kompatibilität der linguistischen Ausprägung $l$ der Humankapitaldeterminante $d$ mit den beiden Profilen $p$ und $p'$
$\widetilde{KT}_{Gesamt}^r$	$:=$	Gesamtkompatibilität einer Regel $r$
$x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP}$	$:=$	Resultierende Ausprägung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes aus der ermittelten Differenz der beiden Flächenmaße $FM_p^d$ und $FM_{p'}^d$ der Profile $p$ und $p'$ der Humankapitaldeterminante $d$
$\mu_{\widetilde{KT}_d^l(p, p')}(x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP})$	$:=$	Zugehörigkeitsgrad des Flächenschwerpunktes $x_{FM_p^d - FM_{p'}^d}^{SP}$ zur linguistischen Ausprägung $l$ der unscharfen Kompatibilität $\widetilde{KT}$ der Determinante $d$ mit den beiden Profilen $p$ und $p'$
$\bar{L}$	$:=$	$\{l\}$ Menge der linguistischen Terme mit $l = \text{geringer Überschuss (gÜ)},$ $\text{mittlerer Überschuss (mÜ)},$ $\text{hoher Überschuss (hÜ)}, \text{geringe Unterdeckung (gU)},$ $\text{mittlere Unterdeckung (mU)}$ $\text{hohe Unterdeckung (hU)},$ $\text{Kongruenz (D)}$

Es sind zunächst vom Regelsystemanwender Zugehörigkeitsfunktionen zur Fuzzifizierung der Outputwerte in Ansatz zu bringen. In obigem Beispiel der Stabilitätsbeurteilung bedeutet dies, dass eine Fuzzifizierung von  $x_{FM_{FS}^{Stab} - FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \approx 0,88$  zu erfolgen hat.

---

<sup>600</sup> Grundsätzlich könnte eine vollständige Regelbasis zur Bestimmung der Kompatibilitätsausprägung die unscharfen Ausprägungen der Profilvergleichsgrößen  $\tilde{v}_d^n(p, p')$  beinhalten. Bei vier Determinanten mit jeweils drei Kriterien und unter Berücksichtigung der in Ansatz gebrachten Zugehörigkeitsfunktionen der vorgestellten linguistischen Terme führt dies jedoch zu  $121^4 = 214.358.881$  zu berücksichtigenden Regeln zur Bestimmung der Kompatibilität. Aus Gründen der Komplexitätsreduktion werden stattdessen die defuzzifizierten Outputwerte an Stelle der unscharfen Profilvergleichsgrößen als Inputs in die Regelbasis überführt.



Für die benötigten Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\widetilde{KT}^{l}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP})$  können bspw. folgende Vorschriften in Ansatz gebracht werden (vgl. Abbildung 51).<sup>601</sup>

$$\mu_{\widetilde{KT}^{gU}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 16,33 \\ 2 - \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } 16,33 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 32,66 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}^{mU}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} -1 + \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } 16,33 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 32,66 \\ 1 & \text{für } 32,66 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 48,99 \\ 4 - \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } 48,99 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 65,32 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}^{hU}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} -3 + \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } 48,99 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 65,32 \\ 1 & \text{für } 65,32 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq 81,66 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}^{gÜ}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} 1 & \text{für } -16,33 \leq x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} < 0 \\ 2 + \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } -32,66 \leq x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} < -16,33 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

<sup>601</sup> Diese Zugehörigkeitsfunktionen ergeben sich aus der Überlegung, dass die minimal mögliche Ausprägung von  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP,min} = -81,66$  und die maximal mögliche Ausprägung von  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP,max} = 81,66$  eine Abszissenlänge von  $|x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP,min} + x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP,max}| = 163,32$  ergeben. Unter Vernachlässigung der Punktausprägung der vollständigen Kongruenz ( $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} = 0$ ) ergeben sich bei sechs linguistischen Ausprägungen ( $l = hU, mU, gU, gÜ, mÜ, hÜ$ ) und einer symmetrischen Anordnung und überlappenden Funktionen insgesamt zehn Intervalle mit einer Abszissenlänge von jeweils 16,33 Einheiten (vgl. Abbildung 51).

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Stab}(FS,ES)}^{m\ddot{U}}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} 4 + \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } -65,32 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq -48,99 \\ 1 & \text{für } -48,99 \leq x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq -32,66 \\ -1 - \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } -32,66 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq -16,33 \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Stab}(FS,ES)}^{h\ddot{U}}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} -3 - \frac{x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}}{16,332} & \text{für } -65,32 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq -48,99 \\ 1 & \text{für } -81,66 < x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \leq -65,32 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Stab}(FS,ES)}^D(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

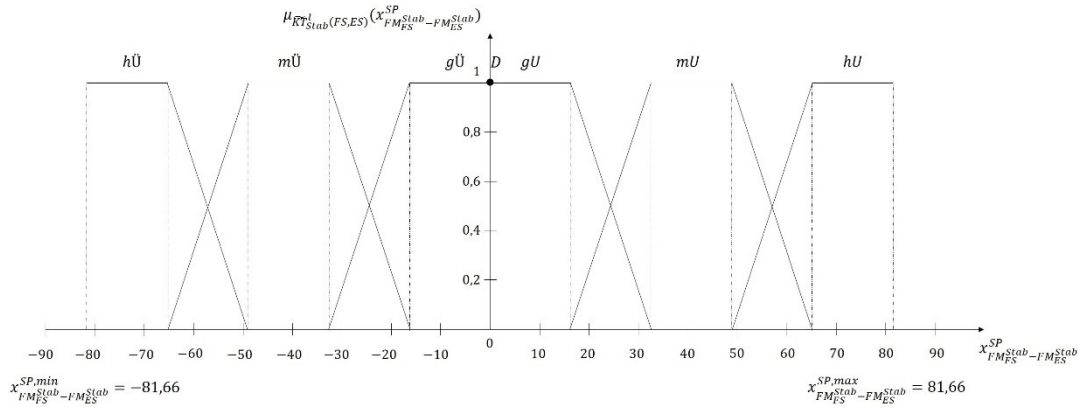


Abbildung 51: Zugehörigkeitsfunktionen zur Bestimmung der linguistischen Ausprägungen des ermittelten Flächenschwerpunktes

Die Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_{\widetilde{KT}_{Fung}(QP,AP)}^{SP}(x_{FM_{QP}^{Fung}-FM_{AP}^{Fung}}^{SP})$ ,

$\mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{SP}(x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP})$ ,  $\mu_{\widetilde{KT}_{Pl}(PlM,PlE)}^{SP}(x_{FM_{PlM}^{Pl}-FM_{PlE}^{Pl}}^{SP})$  sind analog zu

formulieren. Dabei jedoch zu berücksichtigen, dass die Beurteilungskriterien der Determinanten Funktionalität, Fungibilität und Plastizität keinen inversen Einfluss ausüben. Deshalb sind die die Zugehörigkeitsfunktionen entsprechend an der Ordinate zu spiegeln. Dies bedeutet exemplarisch, dass ein hoher Überschuss bei der Stabilität einer hohen Unterdeckung bei den übrigen Determinanten entspricht.

Aus der Konstruktion der Zugehörigkeitsfunktionen geht hervor, dass in Abhängigkeit der Ausprägung von  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$  eine Zuordnung zu *geringem Überschuss, mittlerem Überschuss, hohem Überschuss, geringer Unterdeckung, mittlerer Unterdeckung, hoher*

*Unterdeckung* oder *vollständiger Deckung* erfolgt. Die Ausprägung  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$  ergibt sich aus der Differenz der beiden unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab}$  (faktische Stabilität) und  $\widetilde{FM}_{ES}^{Stab}$  (erwünschte Stabilität). Dabei repräsentiert die erwünschte Stabilität die betrieblichen Vorstellungen und die faktische Stabilität die tatsächlich vorliegende Ausprägung der Stabilität. Übersteigt also die flächenmäßige faktische Stabilität die erwünschte Stabilität ( $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab} > \widetilde{FM}_{ES}^{Stab}$ ), liegt inhaltlich aufgrund des inversen Einflusses der Beurteilungskriterium eine Stabilitätsunterdeckung (in Form einer *geringen*, *mittleren* oder *hohen* Unterdeckung) vor. Falls die faktische Stabilität geringer als die erwünschte Stabilität ausgeprägt ist ( $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab} < \widetilde{FM}_{ES}^{Stab}$ ), liegt ein Stabilitätsüberschuss (in Form eines *geringen*, *mittleren* oder *hohen* Überschusses) vor. Lediglich in den Fällen, in denen eine Kongruenz beider Flächenmaße vorliegt und dementsprechend  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} = 0$  gilt, liegt eine vollständige Deckung beider Profile und damit die *Deckung* der erwünschten und der faktischen Stabilität vor. Aus dem vorliegenden ermittelten Inputwert  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \approx 0,88$  ergibt sich eine Zugehörigkeit des Flächenschwerpunktes zur geringen Unterdeckung mit  $\mu_{\widetilde{K}_{Stab}^{gu}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} = 0,88) = 1$ .

Wenn unterstellt wird, dass den Ausprägungen  $x_{FM_p^d-FM_{p'}^d}^{SP}$  der Differenzen der Flächenmaße der vier Humankapitaldeterminanten  $d$  jeweils sieben linguistische Ausprägungen  $l$  zugewiesen werden, dann ergeben sich  $L^D = 2.401$  WENN-Komponenten zur Bestimmung der Gesamtkompatibilität (vgl. Auszug aus der Auflistung der WENN-Komponenten in Tabelle 33).

Regel $r$	Inputwert der Stabilität $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$	Inputwert der Fungibilität $x_{FM_{QP}^{Fung}-FM_{AP}^{Fung}}^{SP}$	Inputwert der Funktionalität $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}$	Inputwert der Plastizität $x_{FM_{PI}^{Pl}-FM_{PIE}^{Pl}}^{SP}$
1	hohe Unterdeckung	hohe Unterdeckung	hohe Unterdeckung	hohe Unterdeckung
2	hohe Unterdeckung	hohe Unterdeckung	hohe Unterdeckung	mittlere Unterdeckung
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
49	hohe Unterdeckung	hohe Unterdeckung	hoher Überschuss	hoher Überschuss
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
91	hohe Unterdeckung	mittlere Unterdeckung	mittlerer Überschuss	hoher Überschuss
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
385	mittlere Unterdeckung	hohe Unterdeckung	mittlerer Überschuss	hoher Überschuss
386	mittlere Unterdeckung	hohe Unterdeckung	hoher Überschuss	hohe Unterdeckung
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2401	hoher Überschuss	hoher Überschuss	hoher Überschuss	hoher Überschuss

Tabelle 33: Auszug aus der Auflistung der WENN-Komponenten zur Bestimmung der Gesamtkompatibilität<sup>602</sup>

Die Bestimmung der regelspezifischen DANN-Komponenten in Form der unscharfen Gesamtkompatibilität berücksichtigt, dass die vier Humankapitalkriterien (Stabilität, Fungibilität, Funktionalität, Plastizität) nicht isoliert auf die Gesamtkompatibilität wirken, sondern in Beziehungen zueinanderstehen. Damit ist gemeint, dass die Ausprägung einer Determinante die Wirkung einer anderen beeinflussen kann. Dies ist zum Beispiel dann der Fall, wenn eine hohe Kompatibilität der Funktionalitätsprofile eine geringe Kompatibilität der Stabilitätsprofile teilweise kompensiert (substitutional) oder wenn trotz hoher Kompatibilitätsausprägungen einer oder mehrerer Determinanten ein Defizit in der Stabilität die Gesamtbewertung der Kompatibilität begrenzt (limitational). Deshalb werden zunächst (vollständig) substitutionale (Kapitel 4.4.2.2) und anschließend limitationale Beziehungen (Kapitel 4.4.2.3) zwischen den Kriterien und deren Auswirkungen thematisiert.

<sup>602</sup> Auf eine vollständige Auflistung der WENN-Komponenten wird in der vorliegenden Arbeit verzichtet. Die 2401 aufzuführenden Kombinationen ergeben sich wiederum unter der Berücksichtigung kombinatorischer Grundlagen.

#### 4.4.2.2 Aggregation auf Grundlage substitutionaler Kriterienbeziehungen

---

Aus produktionstheoretischer Perspektive wird von substitutionalen<sup>603</sup> Beziehungen zwischen Produktionsfaktoren gesprochen, wenn sich ein bestimmter Output durch verschiedene effiziente Kombinationen von Inputmengen generieren lässt.<sup>604</sup> Bei der Substitutionalität lassen sich die Fälle der peripheren<sup>605</sup> und alternativen Substitution voneinander abgrenzen. Unter peripherer Substitution wird der Austausch oder das Ersetzen von Faktoreinsatzmengen unter der Bedingung, dass stets alle an der Produktion beteiligten Faktoren eine positive ( $> 0$ ) Einsatzmenge aufweisen müssen, verstanden.<sup>606</sup> In Abgrenzung hierzu wird von alternativer Substitution gesprochen, wenn die Faktoreinsatzmengen vollständig gegeneinander ausgetauscht werden können.<sup>607</sup>

In dem hier dargelegten Kontext der Bestimmung der unscharfen Gesamtkompatibilität bedeutet dies, dass vom Anwender des Regelsystems zu entscheiden ist, ob die Ausprägungen der Humankapitaldeterminanten in einem substitutionalen Verhältnis, und falls ja, ob sie in einer (I) alternativen oder in einer (II) peripheren Beziehung zueinanderstehen.

Zu (I): Wird zwischen den Ausprägungen der Determinanten eine alternative Substituierbarkeit unterstellt, geht der Bewerter davon aus, dass zwischen den Determinanten eine kompensatorische Beziehung besteht. Zur näheren Erläuterung werden ausgewählte Regeln unter Berücksichtigung der oben formulierten WENN-Komponenten betrachtet (vgl. Tabelle 33). Es ist zu berücksichtigen, dass die im Folgenden zu präsentierenden Regeln im Ermessen des Bewerteten liegen. Unter Umständen schätzt dieser die nachfolgenden Kompatibilitätsausprägungen anders ein.

---

<sup>603</sup> Substituieren, vom *lat.* substituere (*dt.* an die Stelle (von jmdn., etw.) setzen) abgeleitet, bedeutet etwas durch etwas Anderes ersetzen oder etwas gegen etwas Anderes austauschen [vgl. DWDS (ac), Stichwort: substituieren; DWDS (ad), Stichwort: Substitution]. Der Begriff Substitutionalität bedeutet darauf aufbauend die vollständige oder teilweise Ersetzbarkeit von etwas durch etwas Anderes. Das Suffix -ität stellt hierbei ein „nachgestelltes Wortbildungselement zur Substantivierung von Adjektiven aus dem Lateinischen [dar, *d. Verf.*], das einen Zustand ausdrückt“ [Wiktionary (c), Stichwort: -ität]. Die Endung -al „kennzeichnet in Bildungen mit Substantiven die Zugehörigkeit zu diesen“ [DWDS (ae), Stichwort: -al]. Damit bedeutet dann substitutional die Substitution betreffend und dementsprechend den Austausch oder die Auswechslung von etwas durch etwas Anderes betreffend.

<sup>604</sup> Vgl. Fandel (1994), S. 54.

<sup>605</sup> Während peripher zunächst „an der Peripherie liegend“ bedeutet, wird unter Peripherie dann die „Umfangslinie einer geometrischen Figur, [der, *d. Verf.*] Umkreis, [oder das, *d. Verf.*] Randgebiet“ verstanden [DWDS (af), Stichwort: peripher]. Damit kann periphere Substitution als der Austausch oder das Ersetzen von etwas durch etwas Anderes an den Rändern verstanden werden.

<sup>606</sup> Vgl. Fandel (1994), S. 55.

<sup>607</sup> Vgl. Fandel (1994), S. 55.

Die regelspezifische Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{Gesamt}^{49}$  ergibt sich aus einer bei der Stabilität und der Fungibilität vorliegenden *hohen* Unterdeckung und einem bei der Funktionalität und der Plastizität vorliegenden *hohen* Überschuss. Bei Unterstellung einer alternativen substitutionalen Beziehung zwischen den Determinanten wird angenommen, dass die *hohe* Unterdeckung bei zwei Determinanten durch den *hohen* Überschuss bei den anderen beiden Determinanten kompensiert wird. Dementsprechend kann folgende Regel verbal formuliert werden:

**WENN** die Stabilität und die Fungibilität eine *hohe Unterdeckung* aufweisen **UND** die Funktionalität und die Plastizität einen *hohen Überschuss* aufweisen, **DANN** liegt eine *vollständige Deckung* faktischer und erwünschter Leistungsmöglichkeiten vor.

In einer analogen Betrachtung gilt dies auch für die über Regel 91 ermittelte Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{Gesamt}^{91}$  (vgl. Tabelle 33). Die Ausprägung der WENN-Komponente in dieser Regel sieht vor, dass eine *hohe Unterdeckung* bei der Stabilität, eine *mittlere Unterdeckung* bei der Fungibilität, ein *mittlerer Überschuss* bei der Funktionalität und ein *hoher Überschuss* bei der Plastizität vorliegen. Auch dies führt bei vollständig kompensatorischer Betrachtung zu einer Ausprägung *vollständiger Deckung* faktischer und erwünschter Leistungsmöglichkeiten.

Zur Verdeutlichung werden die Determinanten Stabilität und Fungibilität in Beziehung zueinandergesetzt (vgl. Abbildung 52). Die Determinanten Funktionalität und Plastizität bleiben hierbei unberücksichtigt. Folgende Ausführungen sind auf die Beziehungen dieser beiden Determinanten und auf sämtliche Kombinationen der Determinanten übertragbar. Sowohl Stabilität als auch Fungibilität können aufgrund vorangestellter Ausführungen die Ausprägungen *hohe Unterdeckung*, *mittlere Unterdeckung* sowie *geringe Unterdeckung*, *Deckung* und *geringer Überschuss*, *mittlerer Überschuss* und *hoher Überschuss* annehmen. Hieraus resultieren vier näher zu betrachtende Quadranten mit insgesamt sechs Teilbereichen (*i, ii, iii, iv, v, vi*) in Abbildung 52. Während das Dreieck *ABC* Fälle symbolisiert, die durch einen Möglichkeitsüberschuss gekennzeichnet sind, stellt das Dreieck *ACD* Fälle dar, in denen eine Erfordernisunterdeckung vorliegt. Dies gilt jedoch nur unter der Annahme eines kompensatorischen Zusammenhangs zwischen den Determinanten. Weiterhin stellt die eingezeichnete 45°-Linie die Situationen dar, in denen die Ausprägungen der Stabilität und der Fungibilität eine vollständige Kompensation aufweisen. Das Zentrum, dargestellt durch einen schwarzen Punkt in der Abbildung, stellt die Situation dar, in der die Flächenschwerpunkte der

unscharfen Flächendifferenzen die Ausprägung 0 annehmen. Dementsprechend herrscht vollständige Deckung der determinantenspezifischen Profile. Wenn die Flächen der Profile beider Determinanten identisch sind und dies für beide Determinanten gilt, dann liegt vollständige Kompatibilität vor.

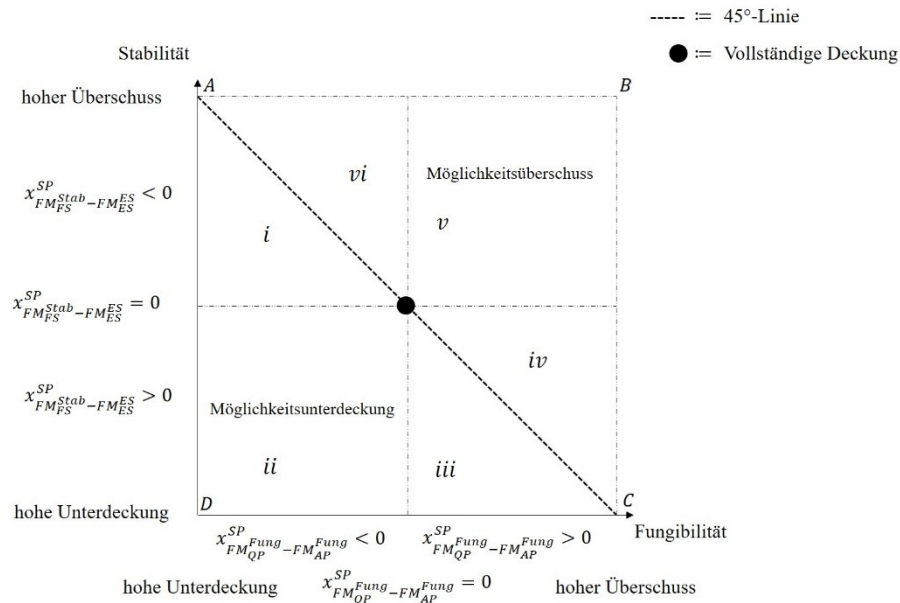


Abbildung 52: Vollständig kompensatorische Beziehungen zwischen zwei Determinanten

In Teilbereich *i* gilt, dass für die Stabilität ein Überschuss und für die Fungibilität eine Unterdeckung vorliegen. Es gilt weiterhin, dass die Kompensation der Fungibilitätsunterdeckung durch den Stabilitätsüberschuss nicht ausreichend ist und es zu einer Erfordernisunterdeckung kommt. In Teilbereich *i* sind Situationen denkbar, in denen eine hohe personelle Stabilität vorliegt, die jedoch nicht durch eine entsprechende fachliche Eignung ergänzt wird. Die Bewertung der Stabilität ergibt sich aus einem Überschuss der faktischen gegenüber der erwünschten Stabilität – etwa im Sinne geringerer Fluktuations- oder Absentismusaussprägungen als erwünscht. Die Fungibilität weist hingegen eine hohe Unterdeckung auf, da das Qualifikationsprofil des Personals möglicherweise deutlich hinter den betrieblichen Anforderungen zurückbleibt. Obwohl ein gewisses Maß an Kompensation durch die hohe Stabilität denkbar ist, reicht dieser Stabilitätsüberschuss im vorliegenden Fall nicht aus, um die Strukturlücke zu schließen. Aus betriebswirtschaftlicher Sicht verbleibt somit eine Möglichkeitstunterdeckung mit entsprechendem Handlungsbedarf, z. B. mit Blick auf die Durchführung von Qualifizierungsmaßnahmen.

In Teilbereich *vi* liegen zwar ebenso ein Überschuss der Stabilität und eine Unterdeckung der Fungibilität vor, jedoch übersteigt der Überschuss der Stabilität die

Unterdeckung der Fungibilität und es kommt zu einem Kompensationsüberschuss und dementsprechend zu einem Möglichkeitsüberschuss. In dieser Konstellation ist die Abweichung zugunsten der Stabilität jedoch größer als die negative Abweichung bei der Fungibilität. Entsprechend der im Modell unterstellten Kompensationsregel – wonach ein Überschuss in einer Determinante eine Unterdeckung in einer anderen kompensieren kann – ergibt sich in der Gesamtbetrachtung ein Möglichkeitsüberschuss. Die vorhandene personelle Verlässlichkeit ermöglicht es möglicherweise, die fachlichen Defizite betriebswirtschaftlich aufzufangen, etwa durch gezielte Qualifizierungsmaßnahmen im Rahmen einer langfristigen Personalentwicklung. Ähnliche Ausführungen gelten für die Teilbereiche *iii* und *iv*. In den Teilbereichen *iii* und *iv* liegen eine Unterdeckung der Stabilität und ein Überschuss der Fungibilität vor, jedoch kommt es in Teilbereich *iii* aufgrund einer nicht ausreichenden Kompensation zu einer Möglichkeitsunterdeckung und in Teilbereich *iv* zu einem Möglichkeitsüberschuss. Lediglich in dem Teilbereich *ii* bzw. *vi* ist keine Kompensation möglich bzw. notwendig, da für beide Determinanten eine Unterdeckung bzw. ein Überschuss vorliegen. In Teilbereich *ii* sind Situationen vorstellbar, dass sowohl die personelle Stabilität als auch die fachliche Eignung des Personals deutlich hinter den betrieblich angestrebten Zielprofilen zurückbleiben. Die resultierenden Unterdeckungen ergeben sich aus negativen Abweichungen zwischen faktischer und erwünschter Stabilität (z. B. hohe Fluktuation, erhöhter Absentismus) sowie einer unzureichenden Qualifikationspassung im Hinblick auf die geforderten Aufgabenprofile. Eine kompensatorische Wirkung ist in dieser Konstellation nicht gegeben, da in beiden Determinanten eine Unterdeckung vorliegt. Aus betriebswirtschaftlicher Sicht liegt somit eine kritische Situation vor, die durch umfassende Maßnahmen zur Personalbindung und Qualifikationsentwicklung adressiert werden muss.

Zu (II): Bei Vorliegen einer peripher substitutionalen Beziehung zwischen den Humankapitaldeterminanten wird in Abgrenzung zu (I) zwar unterstellt, dass die Determinanten gegenseitig ersetzt werden können, aber keine vollständige Kompensation möglich ist. Bei dieser Betrachtung sind verschiedene denkbare Fälle zu unterscheiden. In einem ersten Fall gelten die kompensatorischen Beziehungen in beide Richtungen. Damit ist gemeint, dass ein hoher Überschuss der einen Determinante bis zu einer gewissen Grenze  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{ES}}^{SP,o} = OG$  bzw.  $x_{FM_{QP}^{Fung}-FM_{AP}^{Fung}}^{SP,o} = OG'$  eine hohe Unterdeckung der anderen Determinante bis zu einer gewissen Grenze



53).  $x_{FM_{QP}^{Fung}-FM_{AP}^{Fung}}^{SP,u} = UG'$  bzw.  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{ES}}^{SP,u} = UG$  kompensieren kann (vgl. Abbildung

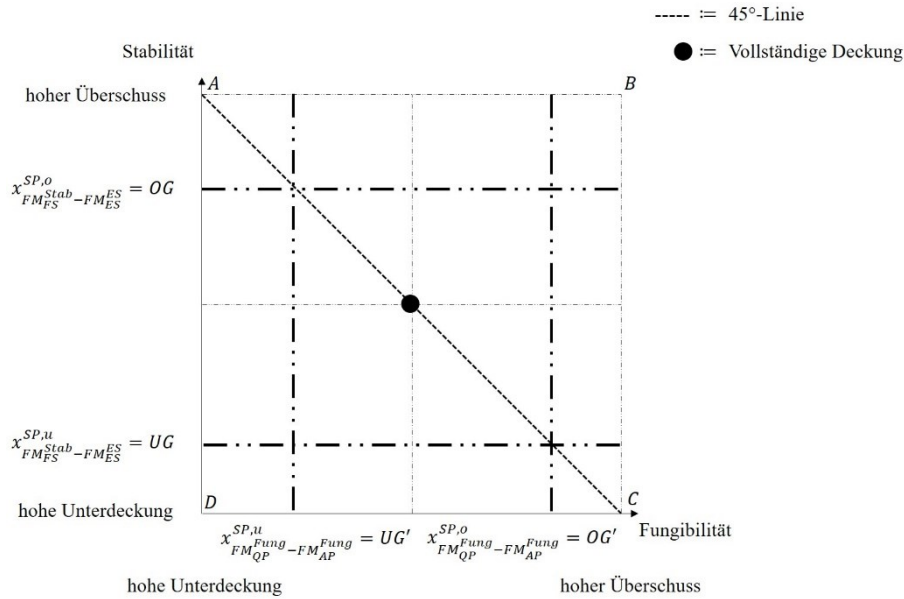


Abbildung 53: Teilweise kompensatorische Beziehungen zwischen zwei Determinanten

Es ist jedoch auch denkbar, dass die Kompensation nur in eine Richtung erfolgen kann. Damit ist gemeint, dass ein hoher Überschuss der einen Determinante  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{ES}}^{SP,o} = OG$  eine hohe Unterdeckung der anderen Determinante  $x_{FM_{QP}^{Fung}-FM_{AP}^{Fung}}^{SP,u} = UG'$  zwar kompensieren kann aber nicht vice versa. Also kann eine hohe Unterdeckung der einen Determinante  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{ES}}^{SP,u} = UG$  nicht durch einen hohen Überschuss der anderen Determinante  $x_{FM_{QP}^{Fung}-FM_{AP}^{Fung}}^{SP,o} = OG'$  kompensiert werden.

#### 4.4.2.3 Aggregation auf Grundlage limitationaler Kriterienbeziehungen

Stehen die Kriterien in einem sog. technisch bindenden Verhältnis zueinander, wird in einem produktionstheoretischen Kontext von einer limitationalen Beziehung zwischen den Produktionsfaktoren gesprochen. Dies bedeutet, dass zur Erreichung einer höheren Outputmenge eine Erhöhung der Faktoreinsatzmengen aller am Produktionsprozess beteiligten Faktoren vorzunehmen ist.<sup>608</sup> In dem Kontext der vorliegenden Arbeit bedeutet dies, dass zur Erreichung einer gewissen Kompatibilität erwünschter und

<sup>608</sup> Vgl. Fandel (1994), S. 53.

faktischer Leistungsmöglichkeiten alle kompatibilitätsbestimmenden Determinanten eine gewisse Ausprägung aufweisen müssen.

Zur Erläuterung wird erneut die Bestimmung der regelspezifischen Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{Gesamt}^{49}$  herangezogen. Im Kontext der vorliegenden Arbeit weisen Stabilität und Fungibilität in der Regel  $r = 49$  eine *hohe Unterdeckung* und Funktionalität und Plastizität einen *hohen Überschuss* auf. Wird unterstellt, dass die minimale Ausprägung der Determinanten die bindende Komponente zur Bestimmung der Ausprägung der Gesamtkompatibilität darstellt, ergibt sich für regelspezifische Gesamtkompatibilität  $\widetilde{KT}_{Gesamt}^{49}$  als Ausprägung *hohe Möglichkeitsunterdeckung*. Diese Vorgehensweise trägt der Überlegung Rechnung, dass die geringste Ausprägung der Determinanten die Ausprägung der Kompatibilität determiniert. Alternativ kann auch eine Vorgehensweise gewählt werden, bei der an Stelle der minimalen Ausprägung die maximale Ausprägung die bindende Komponente darstellt. Dann ergibt sich für  $\widetilde{KT}_{Gesamt}^{49}$  als Ausprägung *hoher Möglichkeitsüberschuss*.

Letztlich liegt es in der Verantwortung des Bewerter, auf Grundlage inhaltlicher Abwägungen zu bestimmen, in welchem Verhältnis die jeweiligen Determinanten zueinanderstehen. Diese Einschätzungen sind anschließend im zu entwickelnden Regelsystem systematisch abzubilden.

#### 4.4.2.4 Bestimmung der Gesamtkompatibilität

---

Unter Berücksichtigung der im vorangestellten Kapitel präsentierten Überlegungen zur Aggregation der Profilvergleiche wird nun auf Basis einer vollständig kompensatorischen Beziehung der Humankapitaldeterminanten die Aggregation der Profilvergleiche zur Bestimmung der Gesamtkompatibilität vorgenommen.

Um eine Gesamtkompatibilität zu ermitteln, werden die Kompatibilitätsbewertungen der einzelnen Profile aggregiert. Die Profilkompatibilität wird dabei über den Flächenschwerpunkt der Differenz unscharfer Flächenmaße zwischen faktischen und erwünschten Ausprägungen operationalisiert. Da die Anzahl der Beurteilungskriterien pro Profil in der vorliegenden Arbeit variiert (z. B. drei Kriterien bei der Stabilität, fünf Kriterien bei der Fungibilität), unterscheiden sich zwangsläufig die maximal möglichen Gesamtflächeninhalte und damit auch die maximalen Differenzflächen. Aus diesem Grund ist es erforderlich, die berechneten Flächenschwerpunkte in Relation zum jeweils bestimmbaren Intervall der möglichen Flächenschwerpunktswerte zu setzen. Erst durch

diese Kontextualisierung lassen sich die Flächenschwerpunkte unterschiedlicher Determinanten vergleichbar machen und sinnvoll zu einer Gesamtkompatibilität zusammenführen. In Kapitel 4.4.2.1 werden exemplarische Zugehörigkeitsfunktionen zur Fuzzifizierung der Flächenschwerpunkte als Inputwerte vorgestellt. Für die Determinanten Fungibilität und Funktionalität resultieren andere Zugehörigkeitsfunktionen als für die Stabilität und die Plastizität. Da die Konstruktion der Zugehörigkeitsfunktionen für die erstgenannten Determinanten analog zu der oben geschilderten Vorgehensweise vorgenommen werden kann, genügt deren Darstellung am Beispiel der Funktionalität. Für die Fungibilität sind die Zugehörigkeitsfunktionen analog zu konstruieren.<sup>609</sup>

$$\begin{aligned} \mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{g\ddot{U}}(x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}) = & \begin{cases} 1 & \text{für } 0 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 29,89 \\ 2 - \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } 29,89 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 59,78 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ \mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{m\ddot{U}}(x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}) = & \begin{cases} -1 + \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } 29,89 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 59,78 \\ 1 & \text{für } 59,78 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 89,67 \\ 4 - \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } 89,67 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 119,56 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ \mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{h\ddot{U}}(x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}) = & \begin{cases} -3 + \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } 89,67 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 119,56 \\ 1 & \text{für } 119,56 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq 149,45 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

<sup>609</sup> Die Zugehörigkeitsfunktionen ergeben sich wiederum aus der Überlegung, dass die minimal mögliche Ausprägung von  $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP,min} = -149,45$  und die maximal mögliche Ausprägung von  $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP,max} = 149,45$  eine Abszissenlänge von  $|x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP,min}| + x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP,max} = 298,9$  ergeben. Unter Vernachlässigung der Punktausprägung der vollständigen Kongruenz ( $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} = 0$ ) ergeben sich bei sechs linguistischen Ausprägungen ( $l = hU, mU, gU, g\ddot{U}, m\ddot{U}, h\ddot{U}$ ) und einer symmetrischen Anordnung und überlappenden Funktionen insgesamt zehn Intervalle mit einer Abszissenlänge von jeweils 29,89 Einheiten (vgl. Kapitel 4.4.2.1).

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{gU} \left( x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \right) = \begin{cases} 1 & \text{für } -29,89 \leq x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} < 0 \\ 2 + \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } -59,78 \leq x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} < -29,89 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{mU} \left( x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \right) = \begin{cases} 4 + \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } -119,56 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq -89,67 \\ 1 & \text{für } -89,67 \leq x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq -59,78 \\ -1 - \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } -59,78 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq -29,89 \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^{hU} \left( x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \right) = \begin{cases} -3 - \frac{x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}}{29,89} & \text{für } -119,56 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq -89,67 \\ 1 & \text{für } -149,95 < x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \leq -119,56 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Funk}(FF,EF)}^D \left( x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \right) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Es werden folgende ermittelte determinantenspezifische Flächenschwerpunkte aus dem jeweils vorliegenden maximal möglichen Intervall der Flächenschwerpunkte in Ansatz gebracht:

Inputwert der Stabilität $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}$	Inputwert der Fungibilität $x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}$	Inputwert der Funktionalität $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}$	Inputwert der Plastizität $x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$
$x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} = 0,88$	$x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP} = -121,5$	$x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} = -23,84$	$x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP} = -0,56$
$x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \in [-81,66; 81,66]$	$x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP} \in [-149,45; 149,45]$	$x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \in [-149,45; 149,45]$	$x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP} \in [-81,66; 81,66]$

Für die Bestimmung der unscharfen Gesamtkompatibilität werden folgende Zugehörigkeitsfunktionen verwendet (vgl. Abbildung 54). Dabei entspricht  $x_K$  einer scharfen Ausprägung der Kompatibilität und  $\mu_{\widetilde{KT}}^l(x_K)$  dem Zugehörigkeitsgrad einer scharfen Ausprägung der Kompatibilität zur unscharfen Kompatibilität. Exemplarisch werden sieben linguistische Terme  $l$  mit

$l := \text{hohe Möglichkeitsunterdeckung (hMU)},$

mittlere Möglichkeitsunterdeckung (mMU),  
 geringe Möglichkeitsunterdeckung (gMU),  
 Deckung erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten (D),  
 geringer Möglichkeitsüberschuss (gMÜ),  
 mittlerer Möglichkeitsüberschuss (mMÜ),  
 hoher Möglichkeitsüberschuss (hMÜ)

zur Beschreibung der Gesamtkompatibilität in Ansatz gebracht.

$$\mu_{KT}^{gMÜ}(x_K) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 < x_K \leq 0,2 \\ 2 - \frac{x_K}{0,2} & \text{für } 0,2 < x_K \leq 0,4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{KT}^{mMÜ}(x_K) = \begin{cases} -1 + \frac{x_K}{0,2} & \text{für } 0,2 < x_K \leq 0,4 \\ 1 & \text{für } 0,4 < x_K \leq 0,6 \\ 4 - \frac{x_K}{0,2} & \text{für } 0,6 < x_K \leq 0,8 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{KT}^{hMÜ}(x_K) = \begin{cases} -3 + \frac{x_K}{0,2} & \text{für } 0,6 < x_K \leq 0,8 \\ 1 & \text{für } 0,8 < x_K \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{KT}^{gMU}(x_K) = \begin{cases} 1 & \text{für } -0,2 \leq x_K < 0 \\ 2 + \frac{x_K}{0,2} & \text{für } -0,4 \leq x_K < -0,2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_{KT}^{mMU}(x_K) = \begin{cases} 4 + \frac{x_K}{0,2} & \text{für } -0,8 < x_K \leq -0,6 \\ 1 & \text{für } -0,6 \leq x_K \leq -0,4 \\ -1 - \frac{x_K}{0,2} & \text{für } -0,4 < x_K \leq -0,2 \end{cases}$$

$$\mu_{KT}^{hMU}(x_K) = \begin{cases} -3 - \frac{x_K}{0,2} & \text{für } -0,8 < x_K \leq -0,6 \\ 1 & \text{für } -1 < x_K \leq -0,8 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\mu_K^D(x_K) = \begin{cases} 1 & \text{für } x_K = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

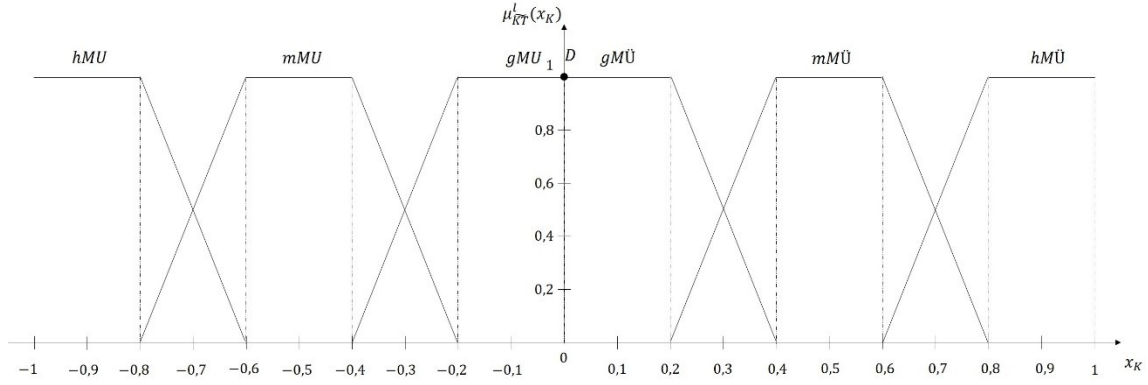


Abbildung 54: Zugehörigkeitsfunktionen der unscharfen Gesamtkompatibilität

Mit den ermittelten Ausprägungen der Flächenschwerpunkte lassen sich folgende positive Zugehörigkeitswerte zur determinantenspezifischen unscharfen Kompatibilität bestimmen:

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Stab}^{gU}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) = 1$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Funk}^{gU}(FF,EF)}(x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}) = 1$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Fun,g}^{hU}(FFG,EFG)}(x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}) = 1$$

$$\mu_{\widetilde{KT}_{Pl}^{gU}(FP,EP)}(x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}) = 1$$

Unter der Berücksichtigung des bereits vorgestellten (Codier-)Verfahrens zur mathematischen Ermittlung der Outputgrößen sowie eines vollständig kompensatorischen Zusammenhangs der Determinanten und unter der Berücksichtigung der resultierenden Zugehörigkeitswerte auf Basis der als Inputs eingehenden Flächenschwerpunktausprägungen ergibt sich, dass lediglich eine Regel des 2401 Regeln umfassenden Regelblocks aktiv ist. Diese Regel folgt hier der verbalen Form:

**WENN** für die Stabilität eine *geringe Unterdeckung* **UND** für die Fungibilität eine *hohe Unterdeckung* **UND** für die Funktionalität eine *geringe Unterdeckung* **UND** für die Plastizität eine *geringe Unterdeckung* vorliegen, **DANN** wird die Gesamtkompatibilität als *mittlere Möglichkeitsunterdeckung* (*gMU*) eingestuft. Da lediglich Regel diese aktiv ist, gilt für den Gesamterfüllungsgrad  $DOF(mMU) = 1$ . Damit ergibt sich folgende Darstellung der unscharfen Gesamtkompatibilität als Outputmenge mit korrespondierender resultierender Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\widetilde{KT}}^{res}(x_K)$  (vgl. Abbildung 55).

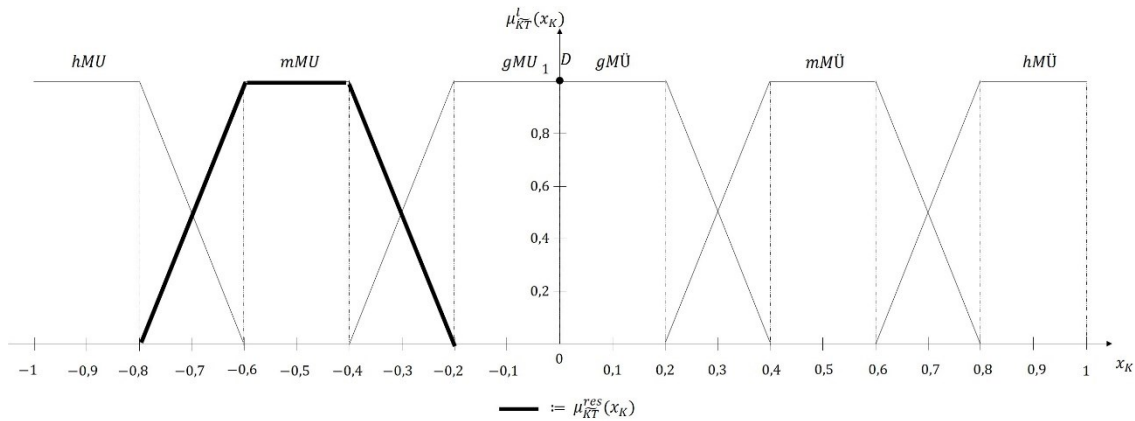


Abbildung 55: Darstellung der resultierenden Outputmenge der unscharfen Gesamtkompatibilität mit korrespondierender Zugehörigkeitsfunktion

Nun obliegt es wiederum dem Bewerter, ob für seine Zwecke die Bestimmung der unscharfen Gesamtkompatibilität ausreicht, oder ob eine Defuzzifizierung zur Ermittlung einer scharfen Outputgröße durchgeführt wird.

## 4.5 Bestimmung des Humankapitalwertes

### 4.5.1 Vorbemerkungen

Bewertungen des betrieblichen Humankapitals basieren in der vorliegenden Arbeit auf Kompatibilitätsüberlegungen. Es geht um die Kompatibilität erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten in Form der Qualifikationen und Leistungsbereitschaften auf einer oberen Aggregationsstufe einerseits und um die Kompatibilität von erwünschter und faktischer Fungibilität, erwünschter und faktischer Funktionalität, erwünschter und faktischer Plastizität sowie erwünschter und faktischer Stabilität auf einer niedrigeren Aggregationsstufe andererseits.

In Kapitel 2 wird erläutert, dass der Wert des Humankapitals dem utilitären Äquivalent der Kompatibilität der durch die Arbeitskräfte bereitgestellten, faktischen und betrieblicherseits erwünschten Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten resultiert. Die in den Kapiteln 3 und 4 bisher präsentierten Ausführungen sind darauf ausgerichtet, auf Grundlage scharfer und unscharfer Profilvergleiche eine Aussage über die Kompatibilität erwünschter und faktischer Determinantenausprägungen abzuleiten. Deshalb gilt es nun, die Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten zu thematisieren und diese in die Humankapitalbewertung zu integrieren. Hierfür werden die in Kapitel 2.2.3.3 präsentierten Ausführungen zur

Conjoint-Analyse herangezogen, um eine Aussage über den Nutzenbeitrag einer Humankapitaldeterminante zum Gesamtnutzen zu treffen (Kapitel 4.5.2).

#### 4.5.2 Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge

---

##### 4.5.2.1 Vorbemerkungen

---

Der Wert des Humankapitals ergibt sich aus den dargestellten Kompatibilitätsüberlegungen unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten. Dabei werden die einzelnen Kompatibilitätsausprägungen nicht notwendig als gleichwertig behandelt, sondern entsprechend ihrer jeweiligen Relevanz für die spezifischen Unternehmensziele gewichtet in die Bewertung einbezogen. Diese Prioritäten spiegeln wider, welche Eigenschaften für das Unternehmen nutzenstiftend sind. Sie werden im Rahmen des hier präsentierten Bewertungsansatzes über die Conjoint-Analyse operationalisiert und dienen dazu, determinantenspezifische Nutzenbeiträge abzubilden.

Demzufolge sind insgesamt vier Regelblöcke zu formulieren, auf deren Basis sich die jeweiligen Nutzenbeiträge ermitteln lassen. Jeder Regelblock ergibt sich dabei aus drei linguistischen Inputvariablen und der Outputvariable in Form der korrespondierenden Nutzenbeiträge.

Die Regelblöcke basieren mit der Kompatibilitätsausprägung der Determinanten (Kapitel 4.5.2.2), den ermittelten Teilnutzenwerten auf Basis der Conjoint-Analyse (Kapitel 4.5.2.3) und der Relevanz einer Determinante wiederum auf Grundlage der Conjoint-Analyse (Kapitel 4.5.2.4) auf insgesamt drei Inputgrößen.

##### 4.5.2.2 Kompatibilitätsausprägungen der Determinanten

---

Die Kompatibilitätsausprägung ergibt sich durch den Vergleich betrieblicherseits erwünschter mit den faktisch vorliegenden Ausprägungen der Beurteilungskriterien in den jeweiligen Profilen. Dementsprechend geben die Kompatibilitätsausprägungen an, inwieweit die Ist-Ausprägungen der Beurteilungskriterien mit den Soll-Ausprägungen übereinstimmen. Im Sinne der bisher getätigten Ausführungen werden die linguistischen Ausprägungen *hohe Möglichkeitsunterdeckung*, *mittlere Möglichkeitsunterdeckung*, *geringe Möglichkeitsunterdeckung*, *Deckung*, *geringer Möglichkeitsüberschuss*, *mittlerer Möglichkeitsüberschuss* und *hoher Möglichkeitsüberschuss* in Ansatz gebracht.



Die resultierende Kompatibilitätsausprägung stellt eine Einschätzung dar, inwiefern das faktisch vorhandene Humankapital im Hinblick auf eine konkrete Determinante dem erwünschten Humankapital entspricht. Auch wenn die Soll-Ausprägungen bereits Zielvorstellungen des Bewerter enthalten, kann alleine auf Basis der Kompatibilitätsausprägungen keine Aussage darüber getroffen werden, inwieweit dadurch der Wert des Humankapitals determiniert wird.

Dementsprechend werden wiederum die Flächenschwerpunkte der unscharfen determinantenspezifischen Kompatibilitäten als Inputgrößen in Ansatz gebracht ( $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}, x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}, x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}, x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$ ). Die Zugehörigkeit eines Flächenschwerpunktes zu einer linguistischen Ausprägung der unscharfen Kompatibilität einer Determinante mit zwei Profilen wird weiterhin mit  $\mu_{\widetilde{KT}_d^l(p,p')}(x_{FM_p^d-FM_{p'}^d}^{SP})$  abgebildet.

#### 4.5.2.3 Teilnutzenwerte

---

In Kapitel 2.2.3.3 wird das Conjoint-Verfahren zur Bestimmung von Teilnutzenwertausprägungen vorgestellt. Dabei wird die Annahme aufgestellt, dass der Betrieb den Gesamtnutzen des Humankapitals auf Grundlage von vier Humankapitaldeterminanten (Fungibilität, Funktionalität, Plastizität, Stabilität) und deren Ausprägungen (*gering, mittel, hoch*) einschätzen kann. Zur Durchführung der Einschätzung sind betrieblicherseits neun verschiedene Ausprägungskombinationen (sog. Stimuli<sup>610</sup>) in eine Rangfolge bzgl. des Gesamtnutzens zu bringen. Aus der Analyse der Reihenfolge lassen sich Teilnutzenwerte ableiten, die Ausdruck dafür sind, wie stark eine Determinantenausprägung zum Gesamtwert des Humankapitals beiträgt. Es geht damit bei den Teilnutzenwerten nicht darum, welchen Beitrag eine Determinante – Fungibilität, Funktionalität, Plastizität, Stabilität –, sondern eine Determinantenausprägung – z. B. geringe Stabilität, mittlere Stabilität oder hohe Stabilität – zum Gesamtwert leistet. Die Teilnutzenwerte stellen damit ein Maß für eine isolierte Nutzenzuschreibung einer Determinantenausprägung dar und zwar unabhängig von deren Kompatibilität zum Soll-Zustand. Mit den Teilnutzenwerten wird also durch die Conjoint-Analyse aufgedeckt, welche Eigenschaftsausprägung im Urteil des Bewerter wie viel zum Humankapitalwert beiträgt. Damit lässt sich die Frage beantworten, wie nützlich der Zustand, der tatsächlich

---

<sup>610</sup> Im Kontext der Conjoint-Analyse werden Kombinationen von Eigenschaftsausprägungen als Stimuli bezeichnet. Vgl. Baier/Brusch (2009), S. 12. i. V. m. Kapitel 2.2.3.3 der vorliegenden Arbeit.

vorliegt, eingeschätzt wird. Es erscheint zweckmäßig, im Bewertungsmodell dann den Teilnutzenwert in Ansatz zu bringen, der der tatsächlich vorliegenden Ausprägung entspricht und damit der determinantenspezifischen Ausprägung der faktischen Leistungsmöglichkeiten. Es gilt also zunächst, den zu verwendenden Teilnutzenwert regelbasiert zu bestimmen. Hierfür erfolgt eine Verknüpfung der faktisch vorliegenden Ausprägungen einer Humankapitaldeterminante mit den Eigenschaftsausprägungen, die in der Conjoint-Analyse berücksichtigt werden. Die Operationalisierung der faktisch vorliegenden Ausprägungen erfolgt auf Basis des Flächenschwerpunktes des unscharfen Flächenmaßes der faktischen Profile. Dies ist darin begründet, dass der Flächenschwerpunkt ein verdichtetes Maß für die strukturelle Stimmigkeit eines Profils darstellt. Es existieren also für die unscharfen, aufgespannten Flächen der faktischen Stabilität, Plastizität, Fungibilität und Funktionalität jeweils ein Flächenschwerpunkt. In der hier vorgestellten Version der Conjoint-Analyse werden die Eigenschaftsausprägungen über die linguistischen Ausprägungen *gering*, *mittel* und *hoch* (z. B. *geringe*, *mittlere* und *hohe* Stabilität) operationalisiert. Die Verknüpfung der Eigenschaftsausprägungen und der Flächenschwerpunkte erfolgt nun in zwei Schritten.

In einem ersten Schritt wird eine Zuordnung vorgenommen, bei der auf Basis des Flächenschwerpunktes entschieden wird, welche Eigenschaftsausprägung (*gering*, *mittel*, *hoch*) ihm am ehesten entspricht. Diese Klassifikation erfolgt über eine Zuweisung des Flächenschwerpunktes zu linguistischen Termen. In einem zweiten Schritt wird dann der zu dieser Kategorie gehörige Teilnutzenwert aus der Conjoint-Analyse übernommen und als Input in die Regelbasis überführt.

Die Kombination der Kompatibilitätsausprägungen und der ermittelten Teilnutzenwerte beruht auf der Annahme, dass eine vorliegende Kompatibilität nicht notwendigerweise zu einem hohen Nutzenbeitrag führt. Der Nutzenbeitrag einer Determinante ist nur dann hoch, wenn auch die vorliegende Ausprägung betriebsseitig als nutzenstiftend eingeschätzt wird. Umgekehrt kann auch bei leichter Inkompatibilität zweier Profile (z. B. mit resultierender geringer Unterdeckung oder mit geringem Überschuss) ein hoher Nutzenbeitrag resultieren, wenn die faktische Ausprägung einen hohen Teilnutzenwert aufweist. Zur Verdeutlichung wird exemplarisch die Determinante Stabilität betrachtet. Es wird die Annahme aufgestellt, dass als Beurteilungskriterium der Stabilität die Betriebszugehörigkeit in Ansatz gebracht wird. Beispielsweise beträgt die durchschnittliche Betriebszugehörigkeit drei Jahre, während betrieblicherseits eine

durchschnittliche Betriebszugehörigkeit von fünf Jahren erwünscht ist. Damit ist die Personalausstattung also stabiler als gewünscht, was zu einem geringen Stabilitätsüberschuss führen kann. Gleichzeitig deckt möglicherweise die Conjoint-Analyse auf, dass hohe Stabilität einen hohen Teilnutzenwert stiftet. Trotz des leichten Stabilitätsüberschusses führt dies zu einem hohen Nutzenbeitrag der Determinante Stabilität, da die faktische Ausprägung der Betriebszugehörigkeit bereits Nutzen stiftet. Die Kombination aus leichter Inkompatibilität erwünschter und faktischer Stabilität führt deshalb trotzdem zu einem hohen Nutzenbeitrag der Determinante zum Wert des Humankapitals.

Damit sind zur Integration der Teilnutzenwerte in die Regelbasis folgende Schritte a) und b) durchzuführen:

Zu a) Aus Verständnisgründen werden die in Kapitel 2.2.3.3 präsentierten Ausführungen zur Bestimmung der Teilnutzenwerte auf Basis der Conjoint-Analyse einmal kurz zusammengefasst. Die aus der Conjoint-Analyse resultierenden Teilnutzenwerte werden aus den vom Bewerter vorgenommenen Rangreihungen der Stimuli abgeleitet. Dabei basiert die Konstruktion der Stimuli auf dem sogenannten Basisplan 2 nach Addelman<sup>611</sup>, welcher es erlaubt, mit neun Kombinationen (Stimuli) vier Eigenschaften (Fungibilität, Plastizität, Stabilität und Funktionalität) mit jeweils drei Ausprägungen (gering, mittel und hoch) abzudecken. Innerhalb dieses Designs tritt jede Ausprägung einer Eigenschaft exakt dreimal auf. Die Teilnutzenwerte  $\beta_{\eta\iota}$  einer Eigenschaft  $\eta$  mit der Ausprägung  $\iota$  werden hier als Abweichung des mittleren Präferenzwertes  $\bar{\phi}_{\eta\iota}$  der Stimuli, in denen die Ausprägung  $\iota$  enthalten ist, vom Gesamtmittelwert aller Stimuli  $\bar{\phi}$  berechnet.<sup>612</sup>

$$\beta_{\eta\iota} = \bar{\phi}_{\eta\iota} - \bar{\phi}$$

Da die neun Stimuli vom Bewerter mit den Rangwerten 1 bis 9 zu belegen sind und jede Ausprägung in genau drei Stimuli vertreten ist, ergeben sich für  $\bar{\phi}_{\eta\iota}$  folgende Extremausprägungen:

$$\text{Minimaler Mittelwert: } \frac{1+2+3}{3} = 2$$

$$\text{Maximaler Mittelwert: } \frac{7+8+9}{3} = 8$$

---

<sup>611</sup> Vgl. Addelman (1962), S. 36 i. V. m. Backhaus (2003), S. 552 i. V. m. Kapitel 2.2.3.3 der vorliegenden Arbeit.

<sup>612</sup> Vgl. Kapitel 2.2.3.3 der vorliegenden Arbeit.

Wiederum gilt, dass die Bildung arithmetischer Durchschnitte nur dann durchgeführt werden darf, wenn die Abstände zwischen den einzelnen Ausprägungen gleich groß sind.<sup>613</sup>

Mit dem bereits ermittelten Gesamtdurchschnitt über alle Stimuli ( $\bar{\phi} = \frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9} = \frac{45}{9} = 5$ ) lässt sich dann das mögliche Wertintervall für die Teilnutzenwerte ermitteln:

$$\min(\beta_{\eta_i}) = 2 - 5 = -3$$

$$\max(\beta_{\eta_i}) = 8 - 5 = +3$$

Das Intervall  $\beta_{\eta_i} \in [-3; +3]$  stellt damit die maximale Spannweite dar, die innerhalb dieses Conjoint-Designs erreicht werden kann. Eine Eigenschaftsausprägung, die ausschließlich in Stimuli mit den niedrigsten Rangwerten vorkommt, erhält den Teilnutzenwert -3 und eine Ausprägung, die ausschließlich in den höchsten Rangwerten vorkommt, erhält den Teilnutzenwert +3.

Obwohl die Teilnutzenwerte in einem symmetrischen Bereich  $[-3; +3]$  vorliegen, erscheint es für die Weiterverarbeitung in Regelbasen zweckmäßig, in Analogie zum bisherigen Vorgehen, den Wertebereich wiederum auf ein positives Intervall  $[0; 10]$  zu transformieren. Der Grund liegt insbesondere in der anschließenden Fuzzifizierung der Inputwerte, da positive Wertebereiche einfacher handhabbar sind. Hier wird vorgeschlagen, erneut eine lineare Transformation vorzunehmen. Die Vorschrift hierfür lautet dann mit  $\beta_{\eta_i}^{norm}$  als normiertem Teilnutzenwert (4.7):

$$\beta_{\eta_i}^{norm} = \left( \frac{\beta_{\eta_i} + 3}{6} \right) \cdot 10 \quad (4.7)$$

Exemplarisch ergeben sich damit folgende normierte Beispielausprägungen  $\beta_{\eta_i}^{norm}$  auf Grundlage nicht normierter Teilnutzenwerte  $\beta_{\eta_i}$ :

$$\beta_{\eta_i} = -3 \quad \beta_{\eta_i}^{norm} = 0$$

$$\beta_{\eta_i} = -1,5 \quad \beta_{\eta_i}^{norm} = 2,5$$

$$\beta_{\eta_i} = 0 \quad \beta_{\eta_i}^{norm} = 5$$

$$\beta_{\eta_i} = +1,5 \quad \beta_{\eta_i}^{norm} = 7,5$$

---

<sup>613</sup> Vgl. Kapitel 2.2.3.3 der vorliegenden Arbeit.

$$\beta_{\eta_i} = +3 \quad \beta_{\eta_i}^{norm} = 10$$

Die so ermittelten normierten Teilnutzenwerte können nun fuzzifiziert werden. Hierfür werden exemplarisch drei linguistische Ausprägungen *gering*, *mittel* und *hoch* in Ansatz gebracht. Die definierten unscharfen Mengen ermöglichen eine überlappende Nutzenzuschreibung und können in der regelbasierten Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge weiterverarbeitet werden.

Um nun symbolische Konsistenz zu gewährleisten, gelten folgende Definitionen:

$x_{TN,d}$  := Normierte Ausprägung eines Teilnutzenwertes der Humankapitaldeterminante  $d$

$\mu_{\tilde{TN},d}^l(x_{TN,d})$  := Zugehörigkeitsgrad einer normierten Ausprägung eines Teilnutzenwertes zum unscharfen Teilnutzenwert  $\tilde{TN}$  mit der linguistischen Ausprägung  $l$  mit  $l = \{gering, mittel, hoch\}$

In Abbildung 56 sind exemplarische Zugehörigkeitsfunktionen der linguistischen Ausprägungen der unscharfen Teilnutzenwerte dargestellt.

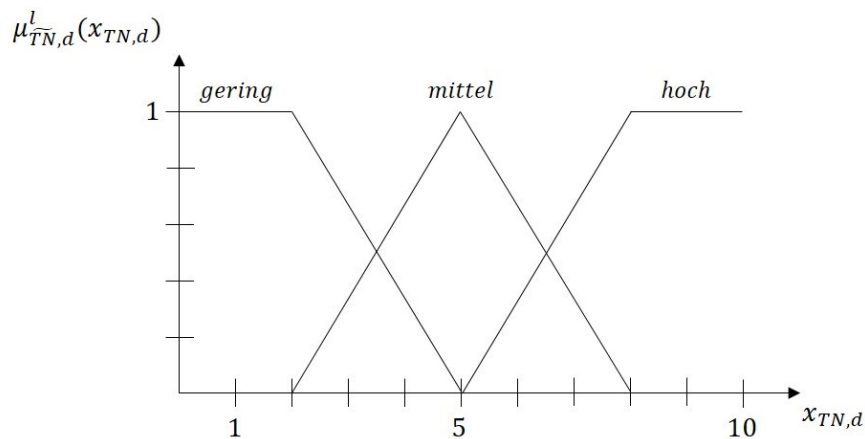


Abbildung 56: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Teilnutzenwerte

Zu b) Damit die im Rahmen der Conjoint-Analyse ermittelten Teilnutzenwerte systematisch auf die faktischen Ausprägungen der Humankapitaldeterminanten angewendet werden können, ist eine regelbasierte Zuordnung erforderlich. Hierzu wird der Flächenschwerpunkt eines faktischen Profils (z. B. faktische Stabilität) in eine linguistische Ausprägung überführt. Wiederum werden die drei linguistischen Terme *gering*, *mittel* und *hoch* in Ansatz gebracht.

Es sind also die Flächenschwerpunkte  $x_{FM_{FS}}^{SP}, x_{FM_{FFG}}^{SP}, x_{FM_{FP}}^{SP}$  sowie  $x_{FM_{FF}}^{SP}$  der resultierenden Zugehörigkeitsfunktionen der unscharfen Flächenoutputs zu bestimmen und in linguistische Ausprägungen zu überführen.

Hierfür wird erneut auf die Überlegung zurückgegriffen, dass die maximal mögliche Flächeninhaltsausprägung eines Profils bekannt ist. Dies bedeutet, dass bei drei in Ansatz gebrachten Beurteilungskriterien auf einer normierten Skala  $[0; 10]$  ein Flächeninhalt  $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab} \in [0; 129,9]$  resultieren kann. Dies ergibt sich wiederum aus der Überlegung, dass mit den Ausprägungen von Beurteilungskriterien eine geometrische Fläche in einem Gitternetz aufgespannt wird. Dabei nimmt der Flächeninhalt den Wert 0 an, wenn alle in Ansatz gebrachten Kriterien die Ausprägung 0 aufweisen und den Wert 129,9 an, wenn alle Kriterien die Ausprägung 10 aufweisen. Weisen alle Kriterien die Ausprägung 0 auf, resultiert ein unscharfes Flächenmaß am Beispiel der Stabilität mit  $\widetilde{FM}_{FS,r=1}^{Stab} = (0; 5,19; 0; 27,3)$ . Dies ist auf den Prozess der Fuzzifizierung zurückzuführen. Werden also für die drei Kriterien der Stabilität die Ausprägungen 0 als Regelinputs im Regelsystem festgelegt, ordnet der Fuzzifizierungsprozess allen Kriterien den linguistischen Term *niedrig* zu. Wenn alle Kriterien *niedrig* ausgeprägt sind, resultiert ein unscharfer Flächeninhalt von  $\widetilde{FM}_{FS,r=1}^{Stab} = (0; 5,19; 0; 27,3)$ . Verbal lässt sich der Flächeninhalt so deuten, dass bei Vorliegen *niedriger* Kriterienausprägungen ein gewisser ungefähre Flächeninhalt resultiert. Dieser ungefähre Flächeninhalt liegt dann vollständig im Intervall  $[0; 5,19]$  und mit linear abnehmender Zugehörigkeit im Intervall  $[5,19; 32,49]$ . Die Flächeninhaltsausprägung 5,19 ergibt sich dann, wenn die drei Stabilitätskriterien die Ausprägung 2 annehmen und ein Flächeninhalt i. H. v. 32,49 ergibt sich dann, wenn die Kriterien die Ausprägungen 5 aufweisen. Das kann so gedeutet werden, dass Kriterienausprägungen im Intervall  $(2; 5)$  nicht mehr vollständig zu dem „niedrigen“ ungefähren Flächeninhalt gehören, sondern nur noch zum Teil. Aufgrund der nicht überschneidungsfreien Konstruktion der Zugehörigkeitsfunktionen, gehören diese Kriterienausprägungen dann auch zu einem gewissen Grad zu einem „höheren“ ungefähren Flächeninhalt.

Weisen alle Kriterien die Ausprägung 10 auf, ergibt sich dahingegen das unscharfe Flächenmaß  $\widetilde{FM}_{FS,r=27}^{Stab} = (83,16; 129,9; 50,685; 0)$  (vgl. hierzu die Ausführungen in Kapitel 4.3.3). Mit Kenntnis dieser beiden unscharfen Flächenmaße können die rechnerisch möglichen Ausprägungen der Flächenschwerpunkte bestimmt werden.

Aufbauend auf diesen Extremausprägungen der Flächenmaße kann wiederum ermittelt werden, dass die Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes von  $\widetilde{FM}_{FS,r=1}^{Stab} = (0; 5,19; 0; 27,3)$  die Ausprägung  $x_{SP} = 11,06$  und des Flächenschwerpunktes von  $\widetilde{FM}_{FS,r=27}^{Stab} = (83,16; 129,9; 50,685; 0)$  die Ausprägung  $x_{SP} = 92,37$  annehmen. Damit gilt also am Beispiel der Stabilität, dass sich der Flächenschwerpunkt der faktischen Stabilität im Intervall  $[11,06; 92,37]$  befindet. Das bedeutet, dass in Abhängigkeit der Ausprägungen der Beurteilungskriterien eines faktischen Profils stets ein Flächenschwerpunkt im genannten Intervall resultiert.

Das Heranziehen des Flächenschwerpunktes als verdichtendes Maße für die ermittelten unscharfen Flächenmaße ist gerechtfertigt, da die Fuzzifizierung der Inputwerte der Beurteilungskriterien eine Vielzahl möglicher Flächeninhalte erzeugt. Die resultierenden unscharfen Flächenmaße variieren in ihrer Form und Ausdehnung, sodass eine direkte Verwendung in den folgenden Regelblöcken nicht praktikabel erscheint. Mit der Bestimmung des Flächenschwerpunktes liegt für jedes unscharfe Flächenmaß eine einzelne Flächeninhaltsausprägung vor. Wird diese Ausprägung wiederum durch geeignete Zugehörigkeitsfunktionen fuzzifiziert (vgl. Abbildung 57), resultiert eine seitens des Bewerter handhabbare Menge linguistisch interpretierbarer Ausprägungen.

Wird nun angenommen, dass dieses Intervall in drei Abschnitte zerlegt wird, um den linguistischen Ausprägungen *gering*, *mittel* und *hoch* zu entsprechen, kann der Flächenschwerpunkt eines faktischen Profils über die in Abbildung 57 dargestellten Zugehörigkeitsfunktionen operationalisiert werden.

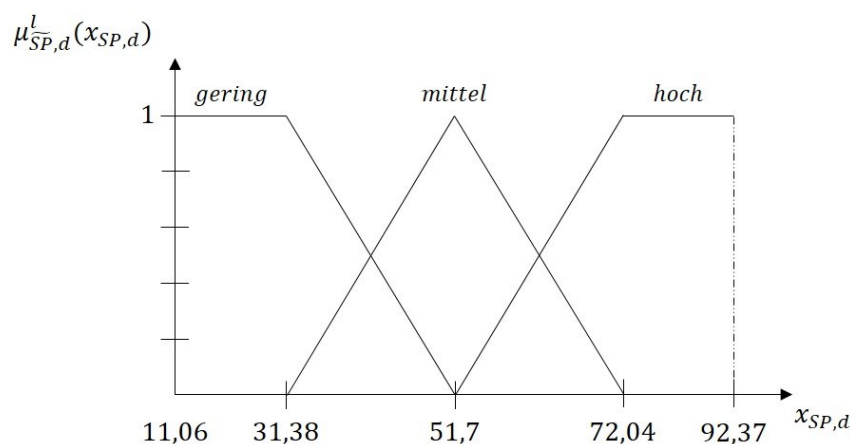


Abbildung 57: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Flächenschwerpunkte

Die Verläufe orientieren sich dabei an der Überlegung dass der Flächenschwerpunkt die Ausprägungen im Intervall  $[11,06; 92,37]$  annehmen kann und dieses Intervall auf vier

äquidistante Abschnitte aufgeteilt wird. Dementsprechend werden bspw. Flächenschwerpunkte mit einer Ausprägung im Intervall  $[11,06; 31,38]$  als vollständig gering, im Intervall  $(31,38; 51,7)$  mit abnehmender Zugehörigkeit als gering und ab 51,7 überhaupt nicht mehr als gering eingeschätzt.

Um den im Regelsystem zur Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge weiter zu verarbeitenden Teilnutzenwert zu bestimmen, erfolgt eine regelbasierte Verknüpfung zwischen der Ausprägung des faktischen Profils und der Teilnutzenstruktur aus der Conjoint-Analyse. Hierzu wird der Flächenschwerpunkt eines faktischen Profils zunächst einer linguistischen Ausprägung (gering, mittel oder hoch) zugeordnet. Anschließend wird derjenige Teilnutzenwert herangezogen, den die Conjoint-Analyse der zugeordneten Ausprägung beimisst. Der daraus resultierende aktive Teilnutzenwert wird in linguistischer Form (gering, mittel oder hoch) als Inputwert in die Regelbasis zur Nutzenbeitragsbewertung einer Determinante übernommen. Die Zuordnungslogik ist in Tabelle 34 als Regelbasis dargestellt.

Regel $r$	Flächenschwerpunkt des faktischen Profils $\widetilde{SP}_d^l$	Teilnutzenwert des faktischen Profils auf Basis der Conjoint- Analyse $\widetilde{TN}_d^l$	Aktiver Teilnutzenwert zur Bestimmung des determinantenspezifischen Nutzenbeitrags $\widetilde{ATN}_d^l$
1	gering	gering	gering
2	gering	mittel	mittel
3	gering	hoch	hoch
4	mittel	gering	gering
5	mittel	mittel	mittel
6	mittel	hoch	hoch
7	hoch	gering	gering
8	hoch	mittel	mittel
9	hoch	hoch	hoch

Tabelle 34: Regelbasis zur Bestimmung eines aktiven Teilnutzenwertes

Zur Verdeutlichung der Vorgehensweise wird folgendes Beispiel herangezogen:

Es wird angenommen, dass im Rahmen der Analyse der Determinante Stabilität für ein unscharfes Flächenmaß ein Flächenschwerpunkt identifiziert wird. Dessen Ausprägung wird auf Grundlage einer Fuzzifizierung zu einem gewissen Grad als *gering* und zu einem gewissen Grad als *mittel* klassifiziert. Das bedeutet, dass das Profil der faktischen Stabilität auf Basis des Flächenschwerpunktes sowohl als *gering* als auch als *mittel* eingestuft wird. Zudem wird angenommen, dass die Conjoint-Analyse aufdeckt, dass die Ausprägung *geringe* Stabilität einen Teilnutzenwert von +3 bzw. die Ausprägung *mittlere*



Stabilität einen Teilnutzenwert von 0 aufweist. Dies bedeutet inhaltlich, dass eine *geringe* Stabilität dem Bewerter im Vergleich zu einer *mittleren* Stabilität einen größeren Nutzen stiftet. Eine solche bewerterseitige Nutzenstruktur kann bspw. dann vorliegen, wenn das entsprechende Unternehmen auf dynamischen Märkten agiert und eine geringe Stabilität Ausdruck für gewollte Umbrüche in der Personalausstattung ist.

Nach der Transformation dieser Werte in das normierte Intervall  $[0; 10]$  ergeben sich die normierten Ausprägungen 10 für eine *geringe* Stabilität bzw. 5 für eine *mittlere* Stabilität. Daraus lässt sich mittels Fuzzifizierung schließen, dass die *geringe* Stabilität einen *hohen* Teilnutzenwert und die *mittlere* Stabilität einen *mittleren* Teilnutzenwert stiftet.

Da die Flächenschwerpunkte Ausdruck einer geringen bzw. mittleren Stabilität sind, erfolgt eine entsprechende regelbasierte Verknüpfung mit den korrespondierenden linguistischen Teilnutzenwerten. Damit wird gewährleistet, dass die mit den Flächenschwerpunkten korrespondierenden Teilnutzenwerte in der nächsten Regelbasis aktiviert werden.

Exemplarisch lassen sich folgende Regeln aus Tabelle 34 verbal formulieren: Für die Regel  $r = 3$  gilt beispielsweise:

**Wenn** der Flächenschwerpunkt des faktischen Profils *gering* ist **und** der Teilnutzenwert des faktischen Profils auf Basis der Conjoint-Analyse *hoch* ist, **dann** verwende einen *hohen* aktiven Teilnutzenwert zur Bestimmung des determinantenspezifischen Nutzenbeitrags.

Für Regel  $r = 5$  gilt:

**Wenn** der Flächenschwerpunkt des faktischen Profils *mittel* ist **und** der Teilnutzenwert des faktischen Profils auf Basis der Conjoint-Analyse *mittel* ist, **dann** verwende einen *mittleren* aktiven Teilnutzenwert zur Bestimmung des determinantenspezifischen Nutzenbeitrags.

Die jeweiligen, hier nicht näher bestimmten, regelspezifischen Erfüllungsgrade sorgen dann dafür, dass die Ausprägungen *hoch* und *mittel* der aktiven Teilnutzenwerte in der noch vorzustellenden Regelbasis aktiviert werden.

#### 4.5.2.4 Relevanz einer Determinante

---

Die Relevanz einer Determinante beschreibt ihre relative Bedeutung für den Gesamtwert des Humankapitals. Sie spiegelt wider, wie stark eine Determinante im Vergleich zu

Im Kontext der in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Humankapitalbewertung werden u. a. die Determinanten Stabilität und Plastizität beleuchtet. Es wird exemplarisch angenommen, dass für beide Determinanten eine hohe Profilkompatibilität vorliegt. Zudem wird angenommen, dass die faktischen Ausprägungen beider Profile einen hohen Teilnutzenwert aufweisen. Der Bewerter schätzt die Relevanzen beider Determinanten aber unterschiedlich ein. Beispielsweise wird die Relevanz der Plastizität als hoch eingestuft und die Relevanz der Stabilität hingegen als gering. Obwohl beide Determinanten ein gleich hohes Maß an Kompatibilität und Teilnutzenwert aufweisen, wird die Relevanz der Plastizität als höher eingeschätzt. Eine derartige Situation kann z. B. dann auftreten, wenn das bewertende Unternehmen in einem schnelllebigen Umfeld agiert, in dem eine anpassungsfähige und -bereite Belegschaft notwendig ist. Für das Unternehmen ist es dann u. U. entscheidend, dass Arbeitskräfte schnell um- und weitergebildet werden können. Die Stabilität des Humankapitals mag in diesem Kontext unabhängig von deren konkreter Ausprägung dann eine untergeordnete Rolle aufweisen.

Es gelten in Abwandlung zu den bereits eingeführten (vgl. Kapitel 2.2.3.3) folgende Symbole:

$$\bar{A}_d := \{a\} \text{ Menge der Ausprägungen einer Humankapitaldeterminante } d \text{ mit } a = \textit{gering, mittel, hoch}$$

$\beta_{da}$  := Teilnutzenwert der Ausprägung  $a$  der Humankapitaldeterminante  $d$

$Rel_d$  := Relevanz der Humankapitaldeterminante  $d$

Die Relevanz  $Rel_d$  einer Humankapitaldeterminante  $d$  wird unter Berücksichtigung der Teilnutzenwerte  $\beta_{da}$  der Ausprägung  $a$  der Humankapitaldeterminante  $d$  mit Bestimmungsgleichung (4.15) ermittelt:<sup>614</sup>

$$Rel_d = \frac{\max_a \{\beta_{da}\} - \min_a \{\beta_{da}\}}{\sum_{a \in \bar{A}_d} (\max_a \{\beta_{da}\} - \min_a \{\beta_{da}\})} \quad (4.15)$$

In Gleichung (4.15) wird die Spannweite in Form der Differenz des höchsten und des niedrigsten Teilnutzenwertes einer Determinante ( $\max_a \{\beta_{da}\} - \min_a \{\beta_{da}\}$ ) ins Verhältnis zur Summe der Spannweiten über alle Determinanten ( $\sum_{a \in \bar{A}_d} (\max_a \{\beta_{da}\} - \min_a \{\beta_{da}\})$ ) gesetzt.<sup>615</sup> Damit wird also die Bedeutung in Form der relativen Wichtigkeit einer einzelnen Determinante für den Humankapitalwert identifiziert.<sup>616</sup>

Um die betriebswirtschaftliche Bedeutung einer Determinante im Rahmen der regelbasierten Nutzenbewertung zweckmäßig abzubilden, wird der Relevanzwert  $Rel_d$  ebenfalls einer Fuzzifizierung unterzogen. Aus Gründen symbolischer Konsistenz gelten dabei folgende Symbole:

$x_{R,d}$  := Ausprägung der Relevanz einer Humankapitaldeterminante  $d$

<sup>614</sup> Vgl. Backhaus et al. (2003), S. 567.

<sup>615</sup> Vgl. Backhaus et al. (2003), S. 567.

<sup>616</sup> In Kapitel 2.2.3.3 wird die Ermittlung von Teilnutzenwerten  $\beta_{\eta_i}$  einer Eigenschaft  $\eta$  mit der Ausprägung  $i$  exemplarisch vorgestellt. In dem Kontext werden in Tabelle 5 exemplarische Teilnutzenwerte für vier Eigenschaften (Fungibilität, Plastizität, Stabilität und Funktionalität) mit jeweils drei Ausprägungen (gering, mittel und hoch) hergeleitet. Auf Grundlage der in Tabelle 5 ermittelten Teilnutzenwerte lassen sich nun Eigenschaftsrelevanzen ableiten. Übertragen auf die in dem vorliegenden Teilkapitel angewendete Symbolik ergeben sich dann bei Verwendung der Teilnutzenwerte  $\beta_{da}$  der Ausprägung  $a$  der Humankapitaldeterminante  $d$  folgende Ausprägungen für die Relevanz der Determinante  $d$  (mit  $d = Stab, Fung, Funk, Pl$ ) für das vorgestellte Beispiel bei Anwendung von Gleichung (4.15):

$$\begin{aligned}
Rel_{Stab} &= \frac{\max_a\{\beta_{Stab,a}\} - \min_a\{\beta_{Stab,a}\}}{\sum_a(\max_a\{\beta_{da}\} - \min_a\{\beta_{da}\})} = \frac{0-0}{(0-0)+(3-(-3))+(1-(-1))+(0-0)} = 0 \\
Rel_{Fung} &= \frac{\max_a\{\beta_{Fung,a}\} - \min_a\{\beta_{Fung,a}\}}{\sum_a(\max_a\{\beta_{da}\} - \min_a\{\beta_{da}\})} = \frac{\beta_{Fung,hoch} - \beta_{Fung,gering}}{(0-0)+(3-(-3))+(1-(-1))+(0-0)} = \frac{3-(-3)}{(0-0)+(3-(-3))+(1-(-1))+(0-0)} = \frac{6}{8} = \\
&0,75 \\
Rel_{Funk} &= \frac{\max_a\{\beta_{Funk,a}\} - \min_a\{\beta_{Funk,a}\}}{\sum_a(\max_a\{\beta_{da}\} - \min_a\{\beta_{da}\})} = \frac{\beta_{Funk,hoch} - \beta_{Funk,gering}}{(0-0)+(3-(-3))+(1-(-1))+(0-0)} = \frac{1-(-1)}{(0-0)+(3-(-3))+(1-(-1))+(0-0)} = \frac{2}{8} = \\
&0,25 \\
Rel_{Pl} &= \frac{\max_a\{\beta_{Pl,a}\} - \min_a\{\beta_{Pl,a}\}}{\sum_a(\max_a\{\beta_{da}\} - \min_a\{\beta_{da}\})} = \frac{0-0}{(0-0)+(3-(-3))+(1-(-1))+(0-0)} = 0
\end{aligned}$$

Es lässt sich somit konstatieren, dass auf Basis der durch den Bewerter gewählten Rangordnung der ihm vorgelegten Stimuli den Determinanten Stabilität und Plastizität keine Relevanz, der Determinante Funktionalität eine geringe Relevanz ( $Rel_{Funkt} = 0,25$ ) und der Determinante Fungibilität eine recht hohe Relevanz ( $Rel_{Fung} = 0,75$ ) zugesprochen wird.

$\mu_{\tilde{R},d}^l(x_{R,d})$  := Zugehörigkeitsgrad der Relevanzausprägung zur unscharfen Relevanz  $\tilde{R}$  einer Determinante  $d$  mit der linguistischen Ausprägung  $l$  mit  $l = \{\text{gering}, \text{mittel}, \text{hoch}\}$

Dabei werden wiederum drei linguistische Ausprägungen (gering, mittel und hoch) in Ansatz gebracht, die ebenfalls mit Zugehörigkeitsfunktionen charakterisiert werden. Durch diese Fuzzifizierung kann die Relevanz einer Determinante mit graduellen Übergängen in das Regelsystem integriert werden. Die Zugehörigkeitsfunktionen linguistischer Ausprägungen der Relevanz folgen dabei z. B. den in Abbildung 58 dargestellten Verläufen.

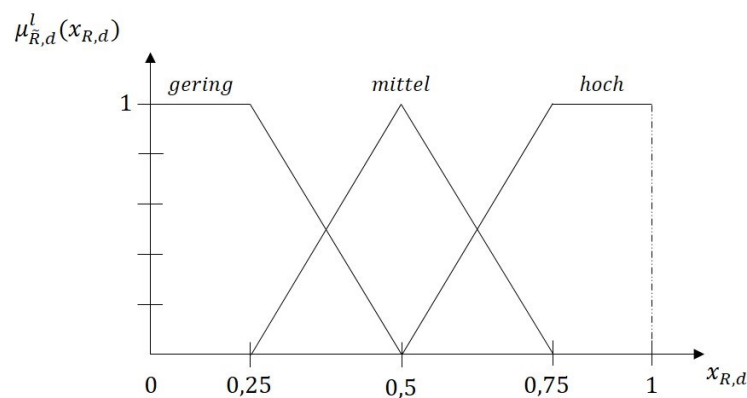


Abbildung 58: Zugehörigkeitsfunktionen unscharfer Relevanzgrade

Aufbauend auf den vorgestellten Eingangsgrößen erfolgt nun deren regelbasierte Verknüpfung zur Bestimmung eines determinantenspezifischen Nutzenbeitrags.

#### 4.5.2.5 Determinantenspezifischer Nutzenbeitrag

---

Die Kompatibilitätsausprägungen der Determinanten, die ermittelten aktiven Teilnutzenwerte auf Basis der Conjoint-Analyse sowie die Relevanz einer Determinante liegen dabei in fuzzifizierter Form vor.

Aus der Kombination der Kompatibilitätsausprägungen, der Teilnutzenwertausprägungen und der Relevanzausprägungen resultieren insgesamt folgende, exemplarische 63 zu formulierende Regeln je Determinante (vgl. Tabelle 35).

Regel	Kompatibilitäts- ausprägung	Aktiver Teilnutzenwert	Relevanz- ausprägung	Determinanten- spezifischer Nutzenbeitrag
1	hohe Möglichkeitenunterdeckung	gering	gering	gering
2	hohe Möglichkeitenunterdeckung	gering	mittel	gering
3	hohe Möglichkeitenunterdeckung	gering	hoch	gering
4	hohe Möglichkeitenunterdeckung	mittel	gering	gering
:	:	:	:	:
6	hohe Möglichkeitenunterdeckung	mittel	hoch	gering
:	:	:	:	:
36	Deckung	hoch	hoch	hoch
37	geringer Möglichkeitenüberschuss	gering	gering	gering
38	geringer Möglichkeitenüberschuss	gering	mittel	gering
:	:			:
63	hoher Möglichkeitenüberschuss	hoch	hoch	mittel

Tabelle 35: Regelbasis zur Bestimmung eines determinantenspezifischen Nutzenbeitrags<sup>617</sup>

Ein hoher determinantenspezifischer Nutzenbeitrag ergibt sich auf Grundlage der in der vorliegenden Arbeit konstruierten Regelbasis ausschließlich dann, wenn eine Deckung oder eine geringfügige Abweichung (geringer Möglichkeitenüberschuss bzw. geringe Möglichkeitenunterdeckung) der erwünschten und faktischen Ausprägungen der Determinante vorliegen, die tatsächlich gerade vorliegende Ausprägung des faktischen Profils der Determinante als besonders nutzenstiftend (hoher aktiver Teilnutzenwert) und die Determinante eine hohe Relevanz aufweist. Das bedeutet, dass die betrieblich erwünschten Leistungsmöglichkeiten im Sinne der Determinante und die faktisch vorliegenden Leistungsmöglichkeiten entweder übereinstimmen oder lediglich leicht voneinander abweichen, die tatsächlich vorliegende Ausprägung der Determinante nutzenstiftend ist und die Determinante als solche überhaupt für den Bewerter relevant ist.

Zur Verdeutlichung lässt sich exemplarisch Regel  $r = 6$  näher anhand der Determinante Plastizität betrachten. Der Bewerter schätzt bspw. grundsätzlich die Relevanz der Plastizität und damit die Formbarkeit des Humankapitals als hoch ein. Es zeigt sich

<sup>617</sup> Die vollständige Regelbasis befindet sich im Anhang der vorliegenden Arbeit [vgl. Anhang IX].

aufgrund der Bestimmung der Profilkompatibilitäten, dass eine hohe Möglichkeitsunterdeckung vorliegt. Dies bedeutet, dass die faktisch vorliegenden Ausprägungen der Beurteilungskriterien (z. B. Beschaffungsmöglichkeiten, Versetzungsmöglichkeiten) deutlich kleiner sind als die betrieblicherseits erwünschten Ausprägungen. Zudem wird angenommen, dass auf Grundlage des Flächenmaßes des Profils der faktischen Plastizität festgestellt wird, dass dessen Ausprägung *mittel* ist. Es wird angenommen, dass die Conjoint-Analyse ergibt, dass eine *mittlere* Plastizitätsausprägung einen *mittleren* Teilnutzenwert stiftet. Obwohl also die Determinante Plastizität für den Bewerter sehr wichtig ist und ein *mittlerer* Nutzen aufgrund der Teilnutzenwerte vorhanden ist, kann aufgrund der großen Inkompatibilität erwünschter und faktischer Plastizität lediglich ein *geringer* Nutzenbeitrag der Plastizität abgeleitet werden.

Regel  $r = 36$  ist dem Optimalfall gewidmet. Dabei liegt zwischen den erwünschten und den faktischen Ausprägungen der Beurteilungskriterien der Determinante eine Deckung vor. Zudem ist der Teilnutzenwert der faktisch vorliegenden Ausprägungen hoch und die Relevanz der Determinante ebenfalls. Damit führen diese Ausprägungen zu einem hohen Nutzenbeitrag der Determinante zum Wert des Humankapitals.

Abschließend sind die determinantenspezifischen Nutzenbeiträge über alle Determinanten hin zur Ausprägung des Humankapitalwertes zu aggregieren (Kapitel 4.5.3).

#### 4.5.3 Humankapitalwertermittlung

---

Zur Aggregation der determinantenspezifischen Nutzenbeiträge ist ein abschließender Regelblock zu konstruieren. In diesen gehen die jeweiligen Nutzenbeiträge als Input-Werte zur Bestimmung der Ausprägung des Humankapitalwertes als Output ein. Dabei werden, entsprechend der präsentierten Vorgehensweise, die Nutzenbeiträge durch die linguistischen Ausprägungen *gering*, *mittel* und *hoch* und das Humankapital ebenfalls durch die linguistischen Ausprägungen *gering*, *mittel* und *hoch* charakterisiert.

Bei vier Determinanten mit jeweils drei Ausprägungen resultieren  $3^4 = 81$  zu berücksichtigende Kombinationen der WENN-Komponenten. Hinsichtlich der Aggregation der Ausprägungen der determinantenspezifischen Nutzenbeiträge zum Humankapital sind zu den Kapiteln 4.4.2.2 und 4.4.2.3 analoge Überlegungen hinsichtlich der Beziehungen zwischen den Determinanten zu formulieren.

Im vorliegenden Teilkapitel wird die Annahme aufgestellt, dass die Determinanten in einem peripher substitutionalen Verhältnis zueinanderstehen. Damit ist gemeint, dass sich die Ausprägungen der Nutzenbeiträge in einem gewissen Rahmen gegenseitig kompensieren können. Wenn jedoch der überwiegende Teil der Determinanten lediglich geringe Nutzenbeiträge stiftet, erhält auch Humankapital die Ausprägung gering.

Tabelle 36 stellt den Auszug einer potenziellen Regelbasis zur Bestimmung des Humankapitalwertes dar.

Regel	Nutzenbeitrag der Fungibilität	Nutzenbeitrag der Funktionalität	Nutzenbeitrag der Plastizität	Nutzenbeitrag der Stabilität	Brutto-Wert des Humankapitals
1	gering	gering	gering	gering	gering
2	gering	gering	gering	mittel	gering
3	gering	gering	gering	hoch	gering
4	gering	gering	mittel	gering	gering
:		:	:	:	:
57	hoch	gering	gering	hoch	hoch
58	hoch	gering	mittel	gering	mittel
:		:	:	:	:
81	hoch	hoch	hoch	hoch	hoch

Tabelle 36: Bestimmung der Ausprägung des Humankapitals<sup>618</sup>

Die ermittelte Ausprägung des Humankapitalwertes kann nun im Kontext betriebswirtschaftlicher Entscheidungen in Ansatz gebracht werden, wobei zu entscheiden ist, ob der Humankapitalwert dann in unscharfer Form oder als defuzzifizierte scharfe Outputgröße weiterverwendet wird.

Ökonomen sind dazu angehalten, die Maßnahmen auszuwählen, die bei einer Gegenüberstellung antizipierter Wirkungen mit verfolgten Zielen den höchsten Zielerreichungsgrad aufweisen. Der Humankapitalwert als utilitäres Äquivalent der Kompatibilität aus erwünschten und faktischen Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten kann dabei als Steuerungsgröße in Ansatz gebracht werden.

Aus den bisherigen Ausführungen lässt sich ableiten, dass der Humankapitalwert aus der Aggregation determinantenspezifischer Nutzenbeiträge resultiert. Diese ergeben sich wiederum aus dem Zusammenspiel der Kompatibilitätsausprägungen erwünschter und faktischer Stabilität, Plastizität, Fungibilität und Funktionalität, den Teilnutzenwerten der

<sup>618</sup> Die vollständige Regelbasis befindet sich im Anhang der vorliegenden Arbeit [vgl. Anhang X].

faktischen Stabilität, Plastizität, Fungibilität und Funktionalität sowie der jeweiligen Determinantenrelevanz.

Daraus lassen sich betrieblicherseits verschiedene Handlungsfelder identifizieren, um den Humankapitalwert im Sinne des ökonomischen Prinzips zu maximieren. In einem simplifizierenden Sinne betreffen diese Handlungsfelder die erwünschten Leistungsmöglichkeiten, die faktischen Leistungsmöglichkeiten sowie die betriebsbezogenen Prioritäten auf Basis der Conjoint-Analyse.

Das Handlungsfeld der erwünschten Leistungsmöglichkeiten bezieht sich dabei auf die betrieblichen Soll-Vorgaben hinsichtlich der Stabilität, Plastizität, Fungibilität und Funktionalität des Humankapitals. Die Ausprägungen in Ansatz zu bringender Beurteilungskriterien drücken dabei aus, welche Anforderungen von Unternehmen an die Arbeitskräfte gestellt werden. Betriebliche Handlungen diesbezüglich beziehen sich darauf, diese Soll-Vorgaben zu hinterfragen und ggf. zu justieren. Dies kann sich in einer Reduktion, Stagnation oder Progression der Anforderungen manifestieren.

Beeinflussungen der faktischen Leistungsmöglichkeiten umfassen alle Maßnahmen, die eine Veränderung der tatsächlichen Ausprägungen der Beurteilungskriterien der vier Humankapitaldeterminanten herbeiführen. Die Maßnahmen betreffen damit auf niedrigster Betrachtungsebene die Ausprägungen der Beurteilungskriterien hinsichtlich faktischer Stabilität, Plastizität, Fungibilität und Funktionalität. In Abhängigkeit einer oder mehrerer zu betrachtender Determinanten ergeben sich dabei in Erwägung zu ziehende Maßnahmen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass deren Durchführung dann ggf. die Ausprägungen von Beurteilungskriterien mehrerer Determinanten beeinflusst. Während sich Weiterbildungsmaßnahmen bspw. tendenziell recht stark sowohl auf die Qualifikationen (Fungibilität), die Leistungsbereitschaften (Funktionalität) und die Bindungsbereitschaft (Stabilität) auswirken können, lässt sich annehmen, dass Einführungen betrieblicher Altersvorsorgeprogramme primär auf die Bindungsbereitschaft und damit auf die Beeinflussung der Stabilität abzielen. Betrieblicherseits müssen daher Überlegungen dahingehend getätigt werden, wie schwach bzw. stark Maßnahmen die einzelnen Determinanten beeinflussen.

Der Wert des Humankapitals lässt sich als Steuerungsgröße auffassen, an dem die Realisierung in Erwägung gezogener Maßnahmen zu orientieren ist. Deshalb sollte das Ziel sein, auf der hier vorgestellten Vorgehensweise zur Bestimmung des Humankapitalwertes in weiterführenden Arbeiten aufzubauen und die Integration dessen



Ausprägung in Entscheidungsmodellen in Ansatz zu bringen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass ein Entscheidungsmodell nur dann sinnvoll verwendet werden kann, wenn eine zugrundeliegende Entscheidungsregel berücksichtigt wird. Dabei hat eine Orientierung eines rationalen Entscheidungsträgers am ökonomischen Prinzip zu erfolgen. Mit Blick auf die Ausprägungen von Beurteilungskriterien als Ersatzkriterien auf niedrigster Betrachtungsebene können die Teilprinzipien des ökonomischen Prinzips exemplarisch folgende Ausrichtungen annehmen. Während bei einer Orientierung am Maximalprinzip das Ziel verfolgt wird, mit den zur Verfügung stehenden bzw. gestellten finanziellen Mitteln den Kompatibilitätsbeitrag über alle durchzuführenden Maßnahmen und damit den Humankapitalwert zu maximieren, wird bei einer Orientierung am Minimalprinzip die Minimierung der einzusetzenden finanziellen Mittel zur Erreichung eines vorab festgelegten Kompatibilitätsniveaus und dementsprechend einer Humankapitalwertausprägung angestrebt.

Um letztendlich optimale Maßnahmen auszuwählen, sind neben den Ausprägungsveränderungen des Humankapitalwertes korrespondierende maßnahmenspezifische Kosten in die Überlegungen mit einzubeziehen. Um Maßnahmen auf Grundlage eines Vergleiches zwischen (monetär messbaren) Kosten und Nutzeneffekten auszuwählen, sind die Kosten entweder in Nutzeinheiten oder die Nutzeinheiten in Geldeinheiten zu transformieren.

---

## **5 Zusammenfassung und Ausblick**

---

Um mit aus dem demografischen Wandel und damit korrespondierenden Arbeitskräftemangel resultierenden Herausforderungen betrieblicherseits angemessen umzugehen, bedarf es eines rationalen Umgangs mit Arbeitskräften und deren bereitgestellten Qualifikationen sowie Leistungsbereitschaften in Form der Leistungsmöglichkeiten und damit mit dem betrieblichen Humankapital.

Zur Ermittlung dessen Wertes wird ein geeignetes Verfahren benötigt, welches einen Abgleich betrieblicherseits erwünschter und den von Arbeitskräften faktisch bereitgestellten Leistungsmöglichkeiten vornimmt. Da der Wert des Humankapitals bei näherer Betrachtung von mehreren und zugleich inhaltlich heterogenen Kriterien abhängt, wird in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagen, diesen auf Basis von Regelsystemen zu bestimmen. Deren Eignung zur Lösung von Beurteilungsproblemen ergibt sich nicht zuletzt aus der Möglichkeit der Verarbeitung sprachlicher Ausdrücke. Bewertungen von Sachverhalten können bspw. auf Wenn-Dann-Strukturen basieren (z. B. „Wenn eine Arbeitskraft eine Weiterbildung absolviert hat, dann ist sie qualifizierter“, „Wenn ein Mitarbeiter häufig unpünktlich ist, dann gilt er als unzuverlässig“). Diese Strukturen lassen sich auch im Kontext der Bewertung des betrieblichen Humankapitals wiederfinden (z. B. „Wenn die Qualifikationen eines Mitarbeiters hoch sind und die Anforderungen einer Tätigkeit gering sind, dann gilt ein Mitarbeiter als überqualifiziert“). Deshalb ist die vorliegende Arbeit regelbasierten Kompatibilitätsüberlegungen zur betrieblichen Humankapitalbewertung gewidmet.

Damit eine Humankapitalbewertung sinnvoll vorgenommen werden kann, sind zunächst terminologische und theoretische Grundlagen des betrieblichen Humankapitals darzulegen. Dabei sind sowohl die im volkswirtschaftlichen Kontext anzusiedelnden Ursprünge der Humankapitaltheorie als auch die Verwendung des Terminus Humankapital im betriebswirtschaftlichen Rahmen zu thematisieren um zudem die Wortkomposition Humankapitalwert zu betrachten.

Aufbauend auf ausgewählten, mit variierender Intensität betrachteten Humankapitalbewertungsverfahren wird hergeleitet, dass sich der Humankapitalwert als utilitäres oder monetäres Äquivalent der Kompatibilität erwünschter und faktischer Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten ergibt. Dabei sind in der vorliegenden Arbeit mit der Stabilität, Plastizität, Fungibilität und

Funktionalität vier Determinanten hinsichtlich ihrer erwünschten und faktischen Ausprägungen und deren Kompatibilität zu beurteilen.

Die erwünschten und faktischen Ausprägungen lassen sich aggregiert als Profile charakterisieren, deren Kompatibilität mit der Profilvergleichsmethode zu bestimmen ist. In Abhängigkeit der zu bestimmenden Profilkompatibilitäten können unterschiedliche Maße in Ansatz gebracht und Vorgehensweisen gewählt werden (vgl. Kapitel 1.3). Zur Durchführung eines Profilvergleichs werden ausgewählte Distanz- und Ähnlichkeitsmaße einer kritischen Betrachtung unterzogen. Deren Anwendung mündet in der Möglichkeit, Aussagen über die Niveaueompatibilität zweier Profile abzuleiten. Da aber u. U. nicht nur die Niveaus, sondern auch die Strukturen zweier Profile miteinander zu vergleichen sind, erweisen sich die betrachteten Maße als nicht ausreichend. Zur Bestimmung einer Strukturkompatibilität wird deshalb in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagen, Profile als geometrische Flächen zu interpretieren. Damit gilt es zur Kompatibilitätsbestimmung, die Flächeninhalte zweier Profile miteinander abzugleichen. Damit sich weiterführende Analysen (z. B. Analyse der Profilstruktur auf Basis des Flächenschwerpunktes) vornehmen lassen, sind die in einem Vieleck durch Polygonzüge miteinander verbundenen Ausprägungen von Beurteilungskriterien in zweidimensionale Koordinatensysteme zu überführen.

Ist der Bewerter dazu in der Lage, überschneidungsfreie und scharfe Ausprägungen für Beurteilungskriterien in Ansatz zu bringen, kann er bspw. scharfe Regelsysteme zur Bewertung des Humankapitals verwenden. Basieren die Überlegungen zur Humankapitalbewertung jedoch auf oben exemplarisch formulierten linguistischen und nicht überschneidungsfreien Ausprägungen, sind zu deren mathematisch korrekten Verarbeitung unscharfe Regelsysteme heranzuziehen. Für deren hinreichende Fundierung werden dann die vorab scharf charakterisierten Profilflächen in unscharfe Flächeninhalte überführt. Als Ergebnis des Vergleichs zweier Profile ergeben sich dann keine scharfen, sondern unscharfe Flächeninhalte. Aus deren Vergleich kann wiederum eine Aussage zur Kompatibilität zweier Profile abgeleitet werden.

Aus der Aggregation unscharfer Flächenmaße der determinantenspezifischen Profile in Form erwünschter und faktischer Stabilität, Funktionalität, Plastizität sowie Fungibilität lässt sich eine Gesamtkompatibilität bestimmen.

Ist der Bewerter jedoch daran interessiert, den Humankapitalwert zu bestimmen, sind je Determinante spezifische Nutzenbeiträge zu dessen Ausprägung zu ermitteln. Damit

werden die betriebsbezogenen Prioritäten abgebildet. Es wird zum Ausdruck gebracht, dass hohe Kompatibilitäten nur dann auch einen gewissen Beitrag zum Humankapitalwert leisten, wenn die entsprechenden Kompatibilitäten eine gewisse Relevanz für den Betrieb besitzen. Um diese Prioritäten zu operationalisieren wird die Conjoint-Analyse als eine Möglichkeit vorgeschlagen. Mit deren Anwendung lassen sich einerseits die Nutzenbeiträge in Form von Teilnutzenwerten für die faktisch vorliegende Ausprägung einer Determinante und andererseits die Relevanz einer Determinante ermitteln. Aus dem Zusammenspiel der Kompatibilitätsausprägung, des Teilnutzenwertes und der Relevanz werden die determinantenspezifischen Nutzenbeiträge ermittelt. Deren Aggregation lässt eine Aussage über den Humankapitalwert zu. Auf Basis der präsentierten Vorgehensweise gelangt der Bewerter entweder zu einer linguistischen (hier: gering, mittel, hoch) oder, bei Anwendung eines der hier vorgestellten Defuzzifizierungsverfahren, zu einer in Form eines scharfen Outputwertes vorliegenden Einschätzung hinsichtlich dessen Ausprägung.

Es mag paradox anmuten, dass die Vorgehensweise mit einem erheblichen sowohl konzeptionellem als auch methodischem Aufwand einhergeht, um eine verhältnismäßig einfache Ergebnisformulierung zu generieren. Der Bewerter hat u. a. Beurteilungskriterien für die einzelnen Determinanten zu formulieren, wobei in der vorliegenden Arbeit lediglich einige in Frage kommende thematisiert werden. Zudem sind Zugehörigkeitsfunktionen zu konstruieren, die Kriterienaussprägungen linguistische Ausdrücke zuordnen. Außerdem hat sich der Bewerter mit der Durchführung der Conjoint-Analyse einer weiteren Methode zuzuwenden, um seine Prioritäten in Form einer Nutzenstruktur der Determinanten aufzudecken.

Zur Bestimmung eines komplexen und multikriteriell bedingten Humankapitalwertes können auch augenscheinlich einfachere und weniger komplexe Methoden herangezogen werden (z. B. Saarbrücker-Formel). Letztlich hat der Bewerter zu entscheiden, ob die in der vorliegenden Arbeit präsentierten Vorgehensweisen und die damit einhergehenden Aussagen zum Humankapitalwert den methodischen Aufwand rechtfertigen.

Mit den vier genannten Determinanten wird versucht, einen analytischen Rahmen zu schaffen, mit welchem die vielschichtigen Informationen auf den niedrigeren Aggregationsstufen in Form der Beurteilungskriterien hin zu einer recht einfach anmutenden Aussage über den Humankapitalwert verdichtet werden. Es gilt zudem zu berücksichtigen, dass in der vorliegenden Arbeit grundlegende inhaltliche sowie

methodische Aspekte recht ausführlich dargestellt werden. Die auf dieser Basis in Unternehmen tatsächlich durchzuführende Humankapitalbewertung kann dann aus Komplexitätsgründen computergestützt erfolgen. Mit Computern lässt sich dann eine digitalisierte und automatisierte Durchführung des Bewertungsprozesses realisieren, was zumindest den Grad der Komplexität insofern reduziert, als die regelbasierten Bewertungen, Aggregationen und Flächenschwerpunktberechnungen nicht mehr manuell durchzuführen sind.

Zudem resultiert aus der Vorgehensweise ein fundierter Humankapitalwert, der im unternehmerischen Kontext vielfältig einsetzbar ist. Wie oben bereits kurz dargelegt, können sich in Erwägung zu ziehende Maßnahmen hinsichtlich ihrer Realisierung am Humankapitalwert ausgerichtet werden. Er lässt sich damit als entscheidungsunterstützender Referenzwert auffassen. Zukünftige Arbeiten sollten sich u. a. der Verwendung eines nach vorliegendem Schema ermittelten Humankapitalwertes in Entscheidungsmodellen beschäftigen. Denkbar ist die Verwendung sowohl scharfer als auch unscharfer Ausprägungen des Humankapitalwertes in Modellen der mathematischen Optimierung<sup>619</sup> mit dem Ziel der Humankapitalwertmaximierung unter Berücksichtigung maßnahmen- und arbeitskraftbezogener Nebenbedingungen.

In diesem Kontext ist zu berücksichtigen, dass es sich bei dem beleuchteten Humankapitalwert um einen Brutto-Wert handelt. Der Humankapitalwert wird in der vorliegenden Arbeit als das utilitäre oder monetäre Äquivalent der Kompatibilität aus faktischen und erwünschten Leistungsmöglichkeiten unter Berücksichtigung betriebsbezogener Prioritäten definiert. Zur Bestimmung eines Netto-Humankapitalwertes sind diesem utilitären Äquivalent die aus einer Maßnahme zur Beeinflussung der Kompatibilität resultierenden Nachteile gegenüberzustellen. Diese Nachteile ergeben sich dann bei monetärer Messbarkeit als Kosten oder bei nicht-monetärer Messbarkeit als Disnutzenwert.<sup>620</sup> Aus Vereinfachungsgründen wird auf die Ermittlung maßnahmenspezifischer Humankapitalkosten nicht differenziert eingegangen.

Zudem lassen sich weitere Problembereiche thematisieren, die in der vorliegenden Arbeit aus Gründen der Komplexität nicht betrachtet werden. Die präsentierten Überlegungen zur Anwendung regelbasierter Systeme zur Humankapitalbewertung sind ausschließlich

---

<sup>619</sup> Vgl. allgemein zu Modellen der mathematischen Optimierung z. B. Domschke et al. (2015).

<sup>620</sup> Dieses Vorgehen ähnelt dem Vorgehen in der Organisationstheorie im Rahmen der Delegations- und Informationsbewertung [vgl. Laux (1979)].

statischer Natur. In der Realität unterliegen sowohl die von Arbeitskräften bereitgestellten, als auch die vom Betrieb erwünschten Leistungsmöglichkeiten dynamischen Entwicklungen. Es kann als ausgeschlossen angesehen werden, dass sowohl erstgenannte als auch zweitgenannte keinen Veränderungen im Zeitverlauf unterliegen. Deswegen sollte in zukünftigen Arbeiten die Integration der Zeitperspektive in regelbasierten Systemen vorgenommen werden. Vorstellbar ist hierbei die Implementation temporaler Bedingungen in den Kriterien, z. B. „Wenn die Fluktuationsquote in den letzten drei Jahren konstant niedrig war, dann ist die Stabilität als hoch einzuschätzen“. Damit wird ein recht einfach herzustellender Zeitbezug integriert.<sup>621</sup>

Zudem sollten die Humankapitalwertausprägungen und korrespondierende Veränderungen im Zeitverlauf analysiert werden. Mit einer hinreichenden Anzahl an Beobachtungspunkten können dann bspw. mit Hilfe zeitreihenanalytischer Verfahren<sup>622</sup> Entwicklungstrends identifiziert, zyklische Muster erkannt oder Prognosen über zukünftige Humankapitalwertentwicklungen abgeleitet werden. Auf diese Weise lässt sich der Humankapitalwert dann nicht nur als entscheidungsunterstützender Referenzpunkt, sondern auch als Indikator über die zukünftige Entwicklung des Humankapitals in Ansatz bringen.

Dementsprechend lässt sich die vorliegende Arbeit als Ausgangspunkt für weitere Forschungsarbeiten zur betrieblichen Humankapitalbewertung auffassen.

---

<sup>621</sup> Im Zusammenhang mit zeitbezogenen Betrachtungen lässt sich eine Differenzierung zwischen statischen, dynamischen und kinetischen Modellen vornehmen [vgl. Heinen (1970), S. 156-159]. Statische Modelle sind solche, die auf einperiodigen Betrachtungen basieren. Statische Modelle sind solche, die auf einperiodigen Betrachtungen basieren. Zu statischen Investitionsmodellen zählen z. B. Kostenvergleichs-, Gewinnvergleichs- oder Rentabilitätsvergleichsrechnungen. Genannte Verfahren lassen die Wirkungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallender Zahlungen unberücksichtigt. Dahingegen berücksichtigen dynamische Verfahren, wie z. B. die Kapitalwertmethode, diese Wirkungen [vgl. Colbe/Witte (2018), S. 20-21]. Bei kinetischen Modellen steht die Betrachtung des Zeitablaufs selbst im Mittelpunkt. Diese Modelle stellen die zeitliche Entwicklung einer abhängigen Variable in den Vordergrund [vgl. Heinen (1970), S. 157-159]. In der vorliegenden Arbeit wird die Perspektive statischer Modelle eingenommen, wenn es um die Bestimmung von Profilkompatibilitäten und eines Humankapitalwertes ohne Berücksichtigung zeitlicher Betrachtungen geht. In dynamischen Modellen lassen sich die künftigen Wirkungen einer Maßnahme auf die Kompatibilität auf den Entscheidungszeitpunkt abzinsen. Mit kinetischen Modellen wird dann bspw. die Stabilität des Humankapitals im Zeitverlauf beleuchtet.

<sup>622</sup> Vgl. allgemein zu Verfahren der Zeitreihenanalyse z. B. Metz/Thome (2014).

## Anhang

---

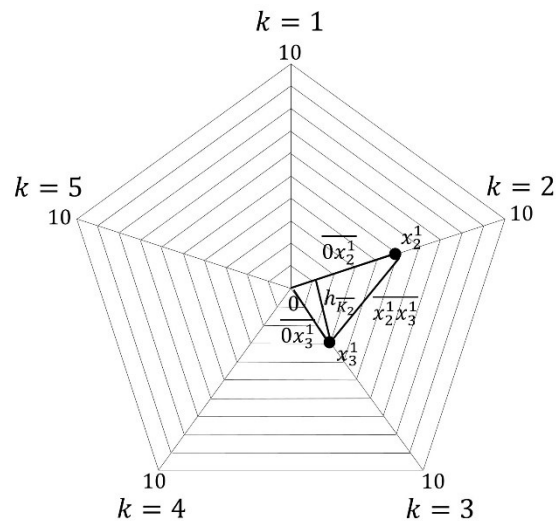
Anhang I:	Bestimmung der Dreiecksflächen .....	317
Anhang II:	Herleitung von (3.19) bzw. (3.20) zur Bestimmung der Abszissen- bzw. Ordinate eines Flächenschwerpunktes .....	319
Anhang III:	Regelblock zur Aggregation von Kriterienausprägungen zu einem Flächeninhaltsintervall .....	327
Anhang IV:	Basisdefinitionen und Operationen unscharfer Mengen .....	351
Anhang V:	Regelbasen zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen .....	357
Anhang V-I:	Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgrößen für die Profile faktischer und erwünschter Stabilität und Plastizität .....	357
Anhang V-II:	Regelbasis zur Bestimmung profilspezifischer Flächenmaße bei Vorliegen von fünf Beurteilungskriterien .....	360
Anhang V-III:	Regelbasis zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen für die Profile faktischer und erwünschter Funktionalität und Fungibilität .....	368
Anhang VI:	Flächenschwerpunktermittlung der resultierenden Outputmenge aus der Profilzusammenführung erwünschter und faktischer Stabilität .....	405
Anhang VII:	Bestimmung mögliche Flächenschwerpunktintervalle .....	410
Anhang VII-I:	Bestimmung mögliches Flächenschwerpunktintervall der resultierenden Outputmenge aus der Profilzusammenführung erwünschter und faktischer Stabilität und Plastizität .....	410
Anhang VII-II:	Bestimmung mögliches Flächenschwerpunktintervall der resultierenden Outputmenge aus der Profilzusammenführung erwünschter und faktischer Funktionalität und Fungibilität .....	411
Anhang VIII:	Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Funktionalität, Fungibilität und Plastizität .....	413

Anhang VIII-I:	Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge der Funktionalität .....	413
Anhang VIII-II:	Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Fungibilität .....	417
Anhang VIII-III:	Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Plastizität .....	422
Anhang IX:	Regeln zur Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge zum Humankapitalwert .....	426
Anhang X:	Regeln zur Bestimmung der Ausprägung des Humankapitalwertes .....	428



Anhang I: Bestimmung der Dreiecksflächen

Flächenbestimmung der Teilfläche  $tf = 2$  mit den Punkten  $(0, x_2^1, x_3^1)$

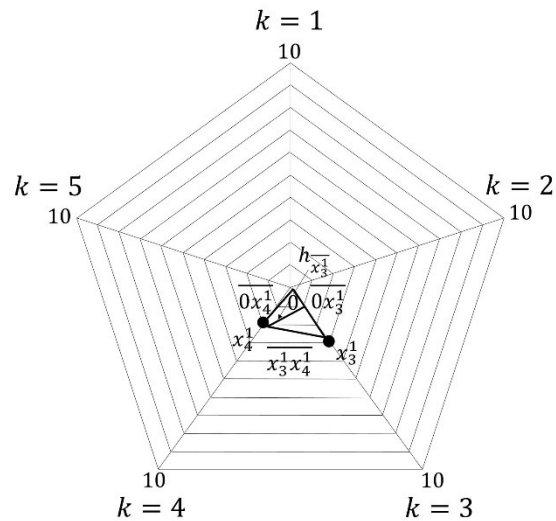


$$h_{x_2^1}^- = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_3^1} = \sin(72^\circ) \cdot 3$$

$$h_{x_2^1}^- \approx 2,85$$

$$Fl_2 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_2^1} \cdot h_{x_2^1}^- \approx 7,13$$

Flächenbestimmung der Teilfläche  $tf = 3$  mit den Punkten  $(0, x_3^1, x_4^1)$

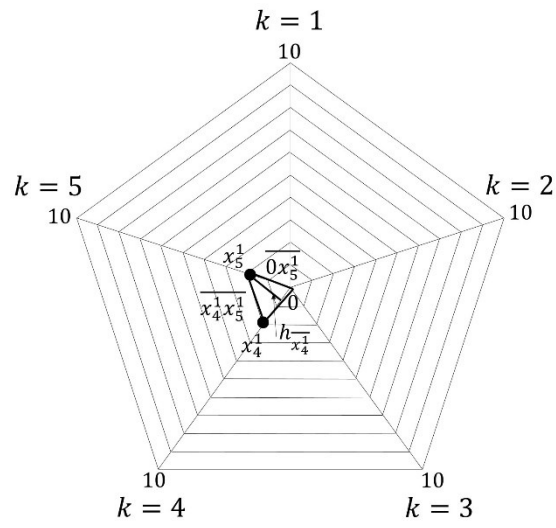


$$h_{x_3^1}^- = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_4^1} = \sin(72^\circ) \cdot 2$$

$$h_{x_3^1}^- \approx 1,9$$

$$Fl_3 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_3^1} \cdot h_{x_3^1}^- \approx 2,85$$

Flächenbestimmung der Teilfläche  $tf = 4$  mit den Punkten  $(0, x_4^1, x_5^1)$



$$h_{x_4^1} = \sin(\alpha) \cdot \overline{0x_5^1} = \sin(72^\circ) \cdot 2$$

$$h_{x_4^1} \approx 1,9$$

$$Fl_4 = \frac{1}{2} \cdot \overline{0x_5^1} \cdot h_{x_4^1} \approx 1,9$$

Anhang II: Herleitung von (3.19) bzw. (3.20) zur Bestimmung der Abszissen- bzw. Ordinatenkoordinate eines Flächenschwerpunktes

Im Folgenden wird aus Vollständigkeitsgründen die Herleitung der Gleichungen zur Bestimmung der Abszissen- (3.19) und Ordinatenkoordinate (3.20) eines Flächenschwerpunktes dargelegt.<sup>623</sup>

Zur Bestimmung der Koordinatenausprägungen des Schwerpunktes ist zunächst die Größe der korrespondierenden Fläche zu bestimmen. Unter Rückgriff auf das Riemannsche Integral<sup>624</sup> lässt sich die Fläche unter einer Funktion durch Summenbildung von Rechtecken approximieren.

Riemanns Notation zunächst folgend, wird das Integral  $\int_a^b f(x) dx$  über eine Summenbildung eingefügt, die die Zerlegung des Intervalls  $[a; b]$  zum Gegenstand hat.

Für beliebige Ausprägungen  $x_n$  gilt:

$$x_0(= a) < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n(= b)$$

Die Abstände zwischen den einzelnen Ausprägungen  $x_k$  (mit  $k = 1, \dots, n$ ) und dementsprechend die Breiten der einzelnen Intervalle bezeichnet Riemann mit  $\delta_k$  (mit  $k = 1, \dots, n$ ), wobei dann gilt:

$$\delta_1 = x_1 - a$$

$$\delta_2 = x_2 - x_1$$

$$\vdots$$

$$\delta_n = b - x_{n-1}$$

Beliebige Punkte innerhalb der Intervalle werden durch die Implementation des echten, positiven Bruches  $\varepsilon_k$  eingeführt. Zur Verdeutlichung wird eine trianguläre Funktion  $f(x)$  betrachtet (vgl. Abbildung 59).

---

<sup>623</sup> Die hierfür zu präsentierenden Ausführungen basieren maßgeblich auf Riemann (1867) sowie Spengler/Herzog (2023).

<sup>624</sup> Riemann führt zur Erläuterung des mathematischen Ausdrucks  $\int_a^b f(x) dx$  aus: „Um dieses festzusetzen, nehmen wir zwischen  $a$  und  $b$  der Größe nach auf einander folgend, eine Reihe von Werthen  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  an und bezeichnen der Kürze wegen  $x_1 - a$  durch  $\delta_1$ ,  $x_2 - x_1$  durch  $\delta_2$ , ...,  $b - x_{n-1}$  durch  $\delta_n$  und durch  $\varepsilon$  einen positiven ächten Bruch. Es wird alsdann der Werth der Summe  $S = \delta_1 f(a + \varepsilon_1 \delta_1) + \delta_2 f(x_1 + \varepsilon_2 \delta_2) + \delta_3 f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3) + \dots + \delta_n f(x_{n-1} + \varepsilon_n \delta_n)$  von der Wahl der Intervalle  $\delta$  und Größen  $\varepsilon$  abhängen. Hat sie nun die Eigenschaft, wie auch  $\delta$  und  $\varepsilon$  gewählt werden mögen, sich einer festen Grenze  $A$  unendlich zu nähern, sobald sämmtliche  $\delta$  unendlich klein werden, so heisst dieser Werth  $\int_a^b f(x) dx$ “ [Riemann (1867), S. 18].

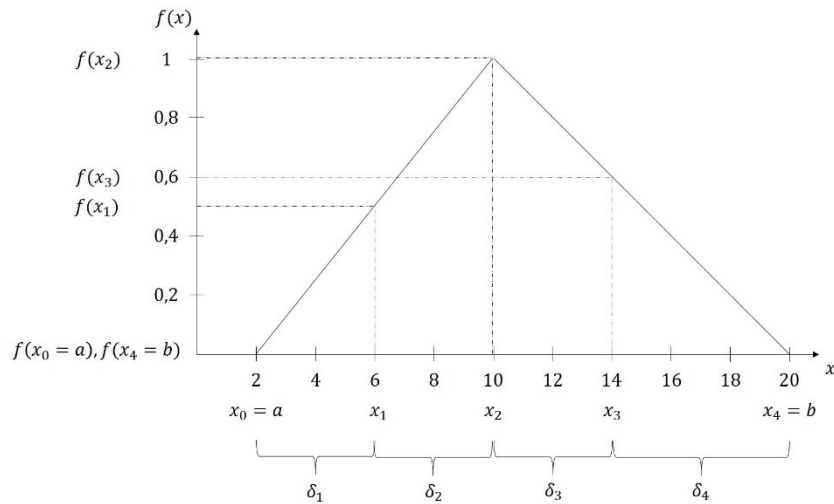


Abbildung 59: Grundlegende Darstellung zur Bildung des Riemannschen Integrals

Durch die Funktion  $f(x)$  wird ein Dreieck mit den Koordinaten  $(x_0 = a | f(x_0 = a))$ ,  $(x_2 | f(x_2))$  und  $(x_4 = b | f(x_4 = b))$  aufgespannt. Es gilt  $x_0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ . Aufgrund der ausgewählten Abszissenausträgungen ergeben sich die Austrägungen  $\delta_1 (= x_1 - x_0)$ ,  $\delta_2 (= x_2 - x_1)$ ,  $\delta_3 (= x_3 - x_2)$  sowie  $\delta_4 (= x_4 - x_3)$ .

Zur Illustration der Wirkungsweise von  $\varepsilon$  werden mit  $\varepsilon = 0$  (vgl. Abbildung 60),  $\varepsilon = 1$  (vgl. Abbildung 61) und  $\varepsilon = \frac{1}{2}$  (vgl. Abbildung 62) drei verschiedene Austrägungen und die korrespondierenden Ergebnisse dargelegt.

Für die allgemeine Riemannsche Summe gilt:<sup>625</sup>

$$S = \delta_1 f(a + \varepsilon_1 \delta_1) + \delta_2 f(x_1 + \varepsilon_2 \delta_2) + \delta_3 f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3) + \cdots + \delta_n f(x_{n-1} + \varepsilon_n \delta_n)$$

Im Fall mit  $\varepsilon = 0$  für alle Intervalle (und dementsprechend  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4 = 0$ ) gilt für die Riemannsche Summe für das vorliegende Beispiel dann:

$$S = \delta_1 \cdot f(a + 0 \cdot \delta_1) + \delta_2 \cdot f(x_1 + 0 \cdot \delta_2) + \delta_3 \cdot f(x_2 + 0 \cdot \delta_3) + \delta_4 \cdot f(x_3 + 0 \cdot \delta_4)$$

Dies führt zu:

$$S = \delta_1 \cdot f(a) + \delta_2 \cdot f(x_1) + \delta_3 \cdot f(x_2) + \delta_4 \cdot f(x_3)$$

Damit resultieren bei Anwendung dieser Vorschrift die in Abbildung 60 dargestellten schraffierten Flächen (II), (III) sowie (IV). Für den ersten Term  $\delta_1 \cdot f(a)$  der Summe ergibt sich eine leere Fläche (I). Es ergibt sich also, dass bei Wahl von  $\varepsilon = 0$  die jeweils linke Abszissenausträgung (und dementsprechend  $x_0, x_1, x_2$  sowie  $x_3$ ) der aufgespannten

<sup>625</sup> Riemann (1867), S. 18.

Intervalle sowie die korrespondierende Ordinatenausprägung (und dementsprechend  $f(x_0), f(x_1), f(x_2)$  sowie  $f(x_3)$ ) zur Bildung der Rechtecke herangezogen werden.

Es gilt damit für die Anwendung der Riemannschen Summe mit Bezug auf die dargestellte Funktion:

$$S = (x_1 - a) \cdot f(a) + (x_2 - x_1) \cdot f(x_1) + (x_3 - x_2) \cdot f(x_2) + (b - x_3) \cdot f(x_3)$$

$$S = (6 - 2) \cdot f(2) + (10 - 6) \cdot f(6) + (14 - 10) \cdot f(10) + (20 - 14) \cdot f(14)$$

Auf dieser Grundlage resultiert für die durch die Funktion aufgespannte dargestellte Fläche ein Flächeninhalt von  $Fl_{\varepsilon=0} = 0 + 2 + 4 + 3,6 = 9,6$ .

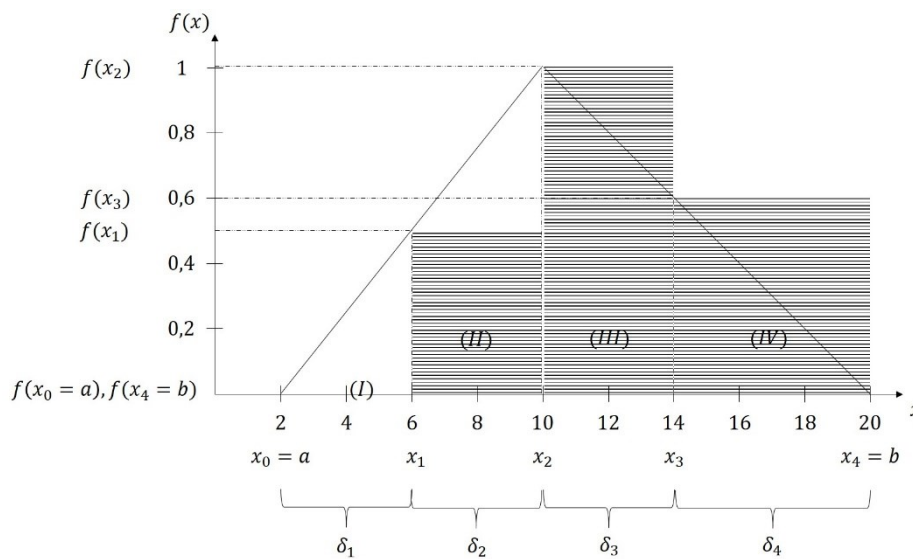


Abbildung 60: Flächenbestimmung durch Rechteckapproximation bei Wahl von  $\varepsilon = 0$

Im Fall mit  $\varepsilon = 1$  ergibt sich für die Riemannsche Summe:

$$S = \delta_1 \cdot f(a + 1 \cdot \delta_1) + \delta_2 \cdot f(x_1 + 1 \cdot \delta_2) + \delta_3 \cdot f(x_2 + 1 \cdot \delta_3) + \delta_4 \cdot f(x_3 + 1 \cdot \delta_4)$$

Dies führt dann zu:

$$S = \delta_1 \cdot f(a + \delta_1) + \delta_2 \cdot f(x_1 + \delta_2) + \delta_3 \cdot f(x_2 + \delta_3) + \delta_4 \cdot f(x_3 + \delta_4)$$

Daraus resultieren die in Abbildung 61 dargestellten schraffierten Flächen  $(I')$ ,  $(II')$  sowie  $(III')$ . Für den letzten Term der Summe  $\delta_4 \cdot f(x_3 + \delta_4)$  ergibt sich  $\delta_4 \cdot f(x_3 + x_4 - x_3)$  und damit  $\delta_4 \cdot f(x_4)$ , was wiederum zu einer leeren Fläche  $(IV')$  führt. Es ist ersichtlich, dass bei Wahl von  $\varepsilon = 1$  die jeweils rechte Abszissenaustrprägung (und dementsprechend  $x_1, x_2, x_3$  sowie  $x_4$ ) der aufgespannten Intervalle sowie die korrespondierende Ordinatenaustrprägung (und dementsprechend  $f(a + \varepsilon_1 \delta_1), f(x_1 +$

$\varepsilon_2 \delta_2$ ),  $f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3)$  sowie  $f(x_3 + \varepsilon_4 \delta_4)$ ) zur Bildung der Rechtecke herangezogen werden.

Es gilt damit für die Anwendung der Riemannschen Summe mit Bezug auf die dargestellte Funktion:

$$S = (x_1 - a) \cdot f(a + \varepsilon_1 \delta_1) + (x_2 - x_1) \cdot f(x_1 + \varepsilon_2 \delta_2) + (x_3 - x_2) \cdot f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3) + (b - x_3) \cdot f(x_3 + \varepsilon_4 \delta_4)$$

$$S = (6 - 2) \cdot f(2 + 1 \cdot (6 - 2)) + (10 - 6) \cdot f(6 + 1 \cdot (10 - 6)) + (14 - 10) \cdot f(10 + 1 \cdot (14 - 10)) + (20 - 14) \cdot f(14 + 1 \cdot (20 - 14))$$

Es resultiert in diesem Fall ein Flächeninhalt  $Fl_{\varepsilon=1} = 2 + 4 + 2,4 + 0 = 8,4$ .

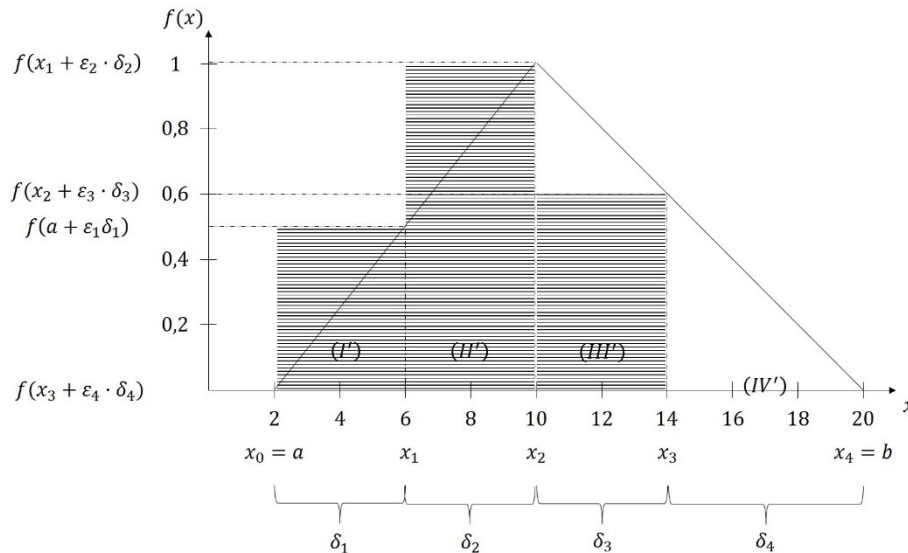


Abbildung 61: Flächenbestimmung durch Rechteckapproximation bei Wahl von  $\varepsilon = 1$

Im Fall mit  $\varepsilon = 0,5$  ergibt sich für die Riemannsche Summe:

$$S = \delta_1 \cdot f\left(a + \frac{1}{2} \cdot \delta_1\right) + \delta_2 \cdot f\left(x_1 + \frac{1}{2} \cdot \delta_2\right) + \delta_3 \cdot f\left(x_2 + \frac{1}{2} \cdot \delta_3\right) + \delta_4 \cdot f\left(x_3 + \frac{1}{2} \cdot \delta_4\right)$$

Damit ergeben sich die in Abbildung 62 dargestellten schraffierten Flächen  $(I'')$ ,  $(II'')$ ,  $(III'')$  sowie  $(IV'')$ . In diesem Fall werden zur Bildung der Rechtecke die jeweiligen mittleren Abszissenansprägungen (und dementsprechend  $\frac{x_1 - x_0}{2}$ ,  $\frac{x_2 - x_1}{2}$ ,  $\frac{x_3 - x_2}{2}$  sowie  $\frac{x_4 - x_3}{2}$ ) der aufgespannten Intervalle und die korrespondierende Ordinatenansprägung (und dementsprechend  $f(a + \varepsilon_1 \delta_1)$ ,  $f(x_1 + \varepsilon_2 \delta_2)$ ,  $f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3)$ ,  $f(x_3 + \varepsilon_4 \delta_4)$ ).

Es gilt damit für die Anwendung der Riemannschen Summe mit Bezug auf die dargestellte Funktion:

$$S = (x_1 - a) \cdot f(a + \varepsilon_1 \delta_1) + (x_2 - x_1) \cdot f(x_1 + \varepsilon_2 \delta_2) + (x_3 - x_2) \cdot f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3) + (b - x_3) \cdot f(x_3 + \varepsilon_4 \delta_4)$$

$$S = (6 - 2) \cdot f\left(2 + \frac{1}{2} \cdot (6 - 2)\right) + (10 - 6) \cdot f\left(6 + \frac{1}{2} \cdot (10 - 6)\right) + (14 - 10) \cdot f\left(10 + \frac{1}{2} \cdot (14 - 10)\right) + (20 - 14) \cdot f\left(14 + \frac{1}{2} \cdot (20 - 14)\right)$$

Es resultiert in diesem Fall ein Flächeninhalt  $Fl_{\varepsilon=0,5} = 1 + 3 + 3,2 + 1,8 = 9$ .

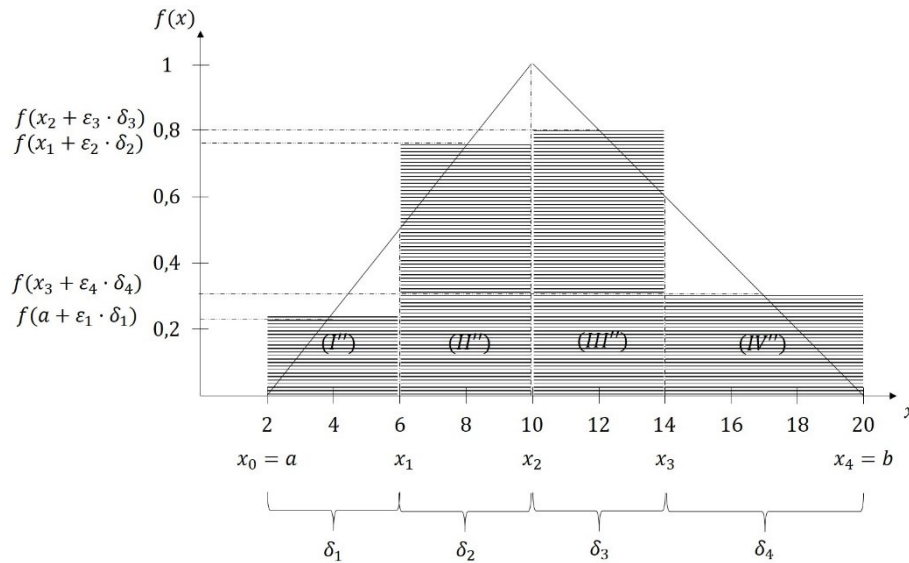


Abbildung 62: Flächenbestimmung durch Rechteckapproximation bei Wahl von  $\varepsilon = 0,5$

Nähert sich diese Summe unabhängig von der Wahl der Anzahl von  $\delta$  und  $\varepsilon$  einer festen Grenze unendlich an, sobald alle  $\delta$  unendlich klein werden ( $\delta_k \rightarrow 0$ ), entspricht der Wert der Summe dem Ausdruck  $\int_a^b f(x) dx$ .<sup>626</sup>

Es ergibt sich in allgemeiner Notation für die Riemannsche Summe (AI.1):

$$S = \sum_{k=1}^n \delta_k \cdot f(x_{k-1} + \varepsilon_k \delta_k) \quad (\text{AI.1})$$

Wird  $\delta_k$  unendlich klein, resultiert (A.2):

$$S = \lim_{\delta_k \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n \delta_k \cdot f(x_{k-1} + \varepsilon_k \delta_k) = \int_a^b f(x) dx \quad (\text{AI.2})$$

Während in der Riemannschen Summe der Ausdruck  $\delta_k$  für endliche Intervallbreiten in Ansatz gebracht wird, ergibt sich im Riemannschen Integral der Ausdruck  $dx$  für

<sup>626</sup> Vgl. Riemann (1867), S. 18.

unendlich kleine Intervalle  $\delta_k$ . Dabei gibt  $dx$  zugleich die Integrationsrichtung bezüglich der Abszisse an. Obwohl verschiedene Ausprägungen  $\varepsilon_k$  zu unterschiedlichen Rechteckapproximationen (vgl. Abbildung 60, Abbildung 61 und Abbildung 62) führen, konvergieren diese im Grenzübergang ( $\delta_k \rightarrow 0$ ) zur gleichen Ausprägung des Integrals. Dementsprechend erfolgt in der Integraldarstellung keine explizite Berücksichtigung des Ausdrucks  $\varepsilon_k$  (vgl. (AI.2)).

Da im Kontext der Anwendung der Flächenschwerpunktmethode sowohl eine Abszissen- als auch eine Ordinatenkoordinate zu bestimmen sind, hat die Integralbestimmung sowohl in Abszissen- als auch in Ordinatenrichtung zu erfolgen. Der Symbolik der vorliegenden Arbeit folgend, wird zur Bestimmung eines Flächeninhalts  $Fl$  die Fläche in infinitesimale Streifen  $dFl$  zerlegt. Zur Illustration wird ein Rechteck mit der Breite  $bro - bru$  und der Höhe  $ho - hu$  betrachtet (vgl. Abbildung 63). Der infinitesimale Flächeninhalt eines vertikalen Streifens (linker Teil von Abbildung 63) ergibt sich aus der Multiplikation der Höhe des Rechtecks  $z$  mit der infinitesimalen Breite  $dx'$  und damit gilt  $dFl = z \cdot dx'$ . In Abgrenzung hierzu ergibt sich der infinitesimale Flächeninhalt eines horizontalen Streifens (rechter Teil von Abbildung 63) aus der Multiplikation der Breite des Rechtecks  $x'$  mit der infinitesimalen Höhe  $dz$  und es gilt  $dFl = x' \cdot dz$ .<sup>627</sup>

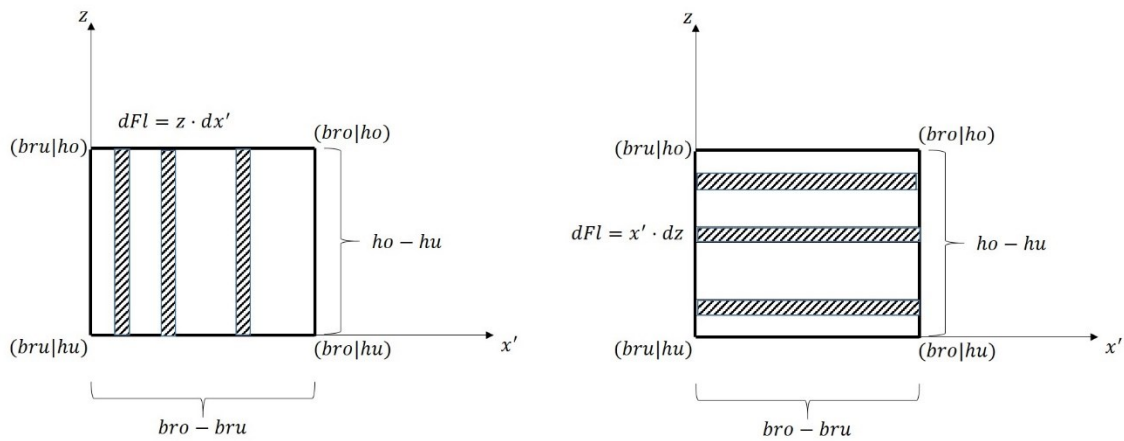


Abbildung 63: Rechteckzerlegung in horizontale und vertikale Streifen<sup>628</sup>

Es gilt dann für die Bestimmung des Flächeninhaltes dargestellter Rechtecke unter Berücksichtigung vertikaler (AI.3a) bzw. horizontaler (AI.3b) Streifen:

$$Fl = \int dFl = \int_{bru}^{bro} z \, dx' \quad (\text{AI.3a})$$

<sup>627</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 15.

<sup>628</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 15.



bzw.

$$Fl = \int dFl = \int_{hu}^{ho} x' dz \quad (\text{AI.3b})$$

Die Flächenschwerpunktkoordinaten ergeben sich dann als Quotient aus der Summe der mit dem Abstand zur jeweiligen Bezugsachse gewichteten Fläche und der Fläche als solche.<sup>629</sup>

Damit gilt für die Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x'_{SP}$  (AI.4a) bzw. der Ordinatenkoordinate (AI.4b) des Flächenschwerpunktes des dargestellten Rechteckes (vgl. Abbildung 63):<sup>630</sup>

$$x'_{SP} = \frac{\int_{bru}^{bro} x' dFl}{\int_{bru}^{bro} dFl} = \frac{\int_{bru}^{bro} x' z dx'}{\int_{bru}^{bro} z dx'} \quad (\text{AI.4a})$$

bzw.

$$z_{SP} = \frac{\int_{hu}^{ho} z dFl}{\int_{hu}^{ho} dFl} = \frac{\int_{hu}^{ho} z x' dz}{\int_{hu}^{ho} x' dz} \quad (\text{AI.4b})$$

Zur Bestimmung der Ordinatenkoordinate  $z_{SP}$  ist zunächst die zur Funktion korrespondierende Inverse zu ermitteln. Zur Verdeutlichung wird wiederum das oben dargestellte Dreieck (vgl. Abbildung 59) herangezogen.

Das Dreieck ergibt sich aufgrund folgender Funktionsvorschrift:

$$z(x') = \begin{cases} -\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cdot x' & \text{für } 2 \leq x \leq 10 \\ 2 - \frac{1}{10} \cdot x' & \text{für } 10 < x \leq 20 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Für das erste bzw. zweite Intervall gilt für die Inverse  $z(x')^{-1}$ :

$$z(x')^{-1} = 8z + 2 \text{ für } 0 \leq z \leq 1$$

bzw.

$$z(x')^{-1} = 20 - 10z \text{ für } 0 \leq z \leq 1$$

Die Verwendung dieser Inversen liefern jedoch keine korrekte Berechnung der gesuchten Ordinatenkoordinate der Flächenschwerpunkte. Wird die erste  $(z(x')^{-1} = 8z + 2)$  bzw.

---

<sup>629</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 16.

<sup>630</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 17.

die zweite Gleichung  $(z(x')^{-1} = 20 - 10z)$  in Ansatz gebracht, resultiert eine Fläche zwischen der Ordinate und genannter Funktion (vgl. Abbildung 64).<sup>631</sup>

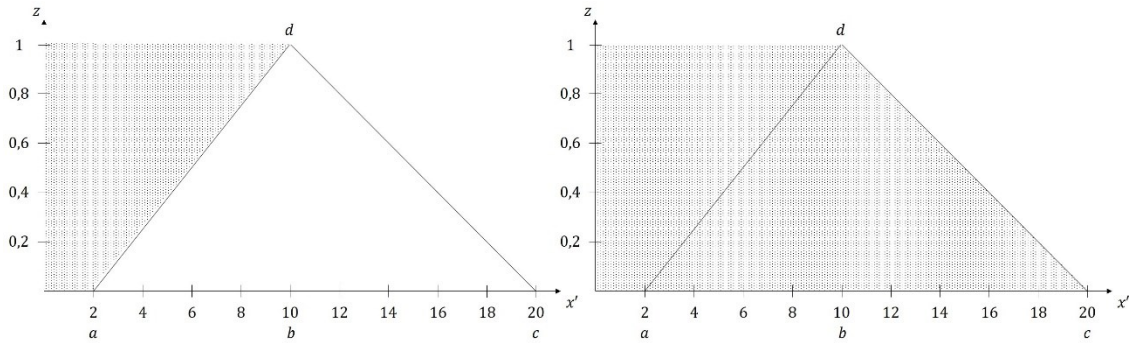


Abbildung 64: Hinweis zur Bestimmung der Ordinatenkoordinate eines Flächenschwerpunktes

Stattdessen ist jedoch nur die Fläche für die Koordinatenbestimmung zu berücksichtigen, die durch die in der Abbildung gekennzeichneten Punkte  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  eingegrenzt wird.

Unter Berücksichtigung der Intervallgrenze bei  $x' = 10$  ergeben sich folgende Modifikationen. Für das erste bzw. zweite Intervall gilt für die Inverse:

$$z(x')^{-1} = 10 - (8z + 2) = 8 - 8z$$

bzw.

$$z(x')^{-1} = 20 - 10z - 10 = 10 - 10z$$

Mit den angepassten Gleichungen gilt dann für die Bestimmung der Ordinatenkoordinate des Flächenschwerpunktes bei Verwendung von (A.4b) für den ersten bzw. zweiten Abschnitt:

$$z_{SP} = \frac{\int_0^1 z (8 - 8z) dz}{\int_0^1 (8 - 8z) dz} = \frac{\int_0^1 (8z - 8z^2) dz}{\int_0^1 (8 - 8z) dz} = \frac{4z^2 - \frac{8}{3}z^3 \Big|_0^1}{8z - 4z^2 \Big|_0^1} = \frac{4}{3}$$

bzw.

$$z_{SP} = \frac{\int_0^1 z (10 - 10z) dz}{\int_0^1 (10 - 10z) dz} = \frac{\int_0^1 (10z - 10z^2) dz}{\int_0^1 (10 - 10z) dz} = \frac{5z^2 - \frac{10}{3}z^3 \Big|_0^1}{10z - 5z^2 \Big|_0^1} = \frac{5}{3}$$

Die Aggregation beider Teilflächenkoordinaten führt dann zur Ordinatenkoordinate des

Flächenschwerpunktes mit  $z_{SP} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{3}}{4 + 5} = \frac{1}{3}$ .

<sup>631</sup> Vgl. Spengler/Herzog (2023), S. 25.

Anhang III: Regelblock zur Aggregation von Kriterienausprägungen zu einem  
Flächeninhaltsintervall

Regel $r$	Ausprägung $x_1^p$ des Kriteriums 1 in Profil $p$	Ausprägung $x_2^p$ des Kriteriums 2 in Profil $p$	Ausprägung $x_3^p$ des Kriteriums 3 in Profil $p$	Ausprägung $x_4^p$ des Kriteriums 4 in Profil $p$	Ausprägung $x_5^p$ des Kriteriums 5 in Profil $p$	Flächeninhalt $Fl_{ges}^{p,r}$ des Profils $p$ mit $Fl_{ges}^{p,r} \in$ $[Fl_{ges,u}^{p,r}; Fl_{ges,o}^{p,r}]$
1	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;14,86]
2	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;20,80]
3	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;26,75]
4	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;32,69]
5	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;20,80]
6	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[2,97;29,72]
7	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[5,94;38,64]
8	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[8,92;47,55]
9	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;26,75]
10	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[5,94;38,64]
11	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[11,89;50,52]
12	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[17,83;62,41]
13	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;32,69]
14	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
15	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[17,83;62,41]
16	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[26,75;77,27]
17	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;20,80]
18	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;26,75]
19	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;32,69]
20	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;38,64]
21	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[2,97;29,72]
22	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[5,94;38,64]
23	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[8,92;47,55]
24	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[11,89;56,47]
25	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
26	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[11,89;50,52]
27	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[17,83;62,41]
28	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[23,78;74,30]
29	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
30	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[17,83;62,41]
31	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[26,75;77,27]
32	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[35,66;92,13]
33	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;26,75]
34	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;32,69]
35	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;38,64]
36	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;44,58]

37	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
38	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
39	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[11,89;56,47]
40	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[14,86;65,39]
41	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;50,52]
42	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[17,83;62,41]
43	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
44	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[29,72;86,19]
45	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
46	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[26,75;77,27]
47	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[35,66;92,13]
48	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[44,58;106,99]
49	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
50	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;38,64]
51	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;44,58]
52	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;50,52]
53	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
54	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
55	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[14,86;65,39]
56	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[17,83;74,30]
57	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
58	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[23,78;74,30]
59	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
60	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[35,66;98,08]
61	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
62	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[35,66;92,13]
63	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[44,58;106,99]
64	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
65	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;20,80]
66	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;26,75]
67	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;32,69]
68	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;38,64]
69	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;26,75]
70	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[2,97;35,66]
71	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[5,94;44,58]
72	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[8,92;53,50]
73	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
74	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[5,94;44,58]
75	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[11,89;56,47]
76	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[17,83;68,36]
77	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;38,64]
78	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[8,92;53,50]
79	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[17,83;68,36]

80	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[26,75;83,22]
81	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[2,97;29,72]
82	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[2,97;35,66]
83	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[2,97;41,61]
84	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[2,97;47,55]
85	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
86	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
87	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[11,89;56,47]
88	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[14,86;65,39]
89	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
90	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
91	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[20,80;71,33]
92	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[26,75;83,22]
93	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
94	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
95	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
96	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
97	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
98	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;44,58]
99	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[5,94;50,52]
100	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[5,94;56,47]
101	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[11,89;50,52]
102	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
103	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[17,83;68,36]
104	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[20,80;77,27]
105	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
106	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[23,78;74,30]
107	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
108	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[35,66;98,08]
109	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
110	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[32,69;89,16]
111	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[41,61;104,02]
112	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
113	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
114	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;53,50]
115	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[8,92;59,44]
116	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[8,92;65,39]
117	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
118	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
119	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
120	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
121	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
122	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[32,69;89,16]

123	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
124	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[44,58;112,94]
125	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[35,66;92,13]
126	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[44,58;106,99]
127	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[53,50;121,85]
128	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
129	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;26,75]
130	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;32,69]
131	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;38,64]
132	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;44,58]
133	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;32,69]
134	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[2,97;41,61]
135	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[5,94;50,52]
136	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[8,92;59,44]
137	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;38,64]
138	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[5,94;50,52]
139	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[11,89;62,41]
140	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[17,83;74,30]
141	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;44,58]
142	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[8,92;59,44]
143	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[17,83;74,30]
144	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
145	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
146	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;44,58]
147	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[5,94;50,52]
148	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[5,94;56,47]
149	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
150	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
151	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[14,86;65,39]
152	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[17,83;74,30]
153	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
154	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[17,83;68,36]
155	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
156	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[29,72;92,13]
157	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[14,86;65,39]
158	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[23,78;80,25]
159	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[32,69;95,11]
160	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
161	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[11,89;50,52]
162	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
163	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;62,41]
164	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[11,89;68,36]
165	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]

166	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
167	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
168	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
169	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
170	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
171	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
172	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
173	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
174	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
175	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
176	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
177	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
178	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[17,83;68,36]
179	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;74,30]
180	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;80,25]
181	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
182	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
183	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[32,69;95,11]
184	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[35,66;104,02]
185	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[35,66;92,13]
186	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[41,61;104,02]
187	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
188	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[53,50;127,80]
189	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[44,58;106,99]
190	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[53,50;121,85]
191	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[62,41;136,71]
192	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
193	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
194	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;38,64]
195	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;44,58]
196	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;50,52]
197	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;38,64]
198	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[2,97;47,55]
199	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[5,94;56,47]
200	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[8,92;65,39]
201	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;44,58]
202	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[5,94;56,47]
203	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[11,89;68,36]
204	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[17,83;80,25]
205	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;50,52]
206	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[8,92;65,39]
207	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[17,83;80,25]
208	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[26,75;95,11]

209	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
210	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;53,50]
211	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[8,92;59,44]
212	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[8,92;65,39]
213	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
214	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
215	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[17,83;74,30]
216	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[20,80;83,22]
217	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[14,86;65,39]
218	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[20,80;77,27]
219	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[26,75;89,16]
220	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[32,69;101,05]
221	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
222	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[26,75;89,16]
223	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[35,66;104,02]
224	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[44,58;118,88]
225	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
226	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[17,83;68,36]
227	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;74,30]
228	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;80,25]
229	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
230	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
231	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[29,72;92,13]
232	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[32,69;101,05]
233	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
234	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[35,66;98,08]
235	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
236	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[47,55;121,85]
237	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[35,66;98,08]
238	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[44,58;112,94]
239	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[53,50;127,80]
240	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
241	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
242	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
243	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[26,75;89,16]
244	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;95,11]
245	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[35,66;92,13]
246	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
247	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
248	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[44,58;118,88]
249	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[44,58;106,99]
250	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[50,52;118,88]
251	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]



252	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
253	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[53,50;121,85]
254	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[62,41;136,71]
255	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
256	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
257	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;20,80]
258	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[2,97;29,72]
259	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[5,94;38,64]
260	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[8,92;47,55]
261	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;26,75]
262	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[5,94;38,64]
263	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[11,89;50,52]
264	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[17,83;62,41]
265	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
266	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
267	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[17,83;62,41]
268	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[26,75;77,27]
269	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;38,64]
270	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
271	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
272	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[35,66;92,13]
273	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;26,75]
274	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[2,97;35,66]
275	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[5,94;44,58]
276	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[8,92;53,50]
277	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[2,97;35,66]
278	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
279	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[14,86;59,44]
280	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[20,80;71,33]
281	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[5,94;44,58]
282	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
283	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
284	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[32,69;89,16]
285	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[8,92;53,50]
286	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
287	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[32,69;89,16]
288	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[44,58;106,99]
289	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
290	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[2,97;41,61]
291	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[5,94;50,52]
292	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[8,92;59,44]
293	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;44,58]
294	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]

295	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[17,83;68,36]
296	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[23,78;80,25]
297	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
298	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
299	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
300	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
301	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;68,36]
302	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
303	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[41,61;104,02]
304	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
305	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;38,64]
306	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[2,97;47,55]
307	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[5,94;56,47]
308	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[8,92;65,39]
309	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;53,50]
310	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
311	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[20,80;77,27]
312	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
313	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;68,36]
314	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
315	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
316	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[44,58;112,94]
317	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;83,22]
318	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
319	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[50,52;118,88]
320	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
321	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[2,97;29,72]
322	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;38,64]
323	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[8,92;47,55]
324	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[11,89;56,47]
325	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[2,97;35,66]
326	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
327	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[14,86;59,44]
328	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[20,80;71,33]
329	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[2,97;41,61]
330	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
331	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[20,80;71,33]
332	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[29,72;86,19]
333	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[2,97;47,55]
334	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
335	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[26,75;83,22]
336	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
337	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]

338	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
339	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;56,47]
340	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[14,86;65,39]
341	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
342	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
343	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[20,80;71,33]
344	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[26,75;83,22]
345	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
346	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
347	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
348	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
349	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[14,86;65,39]
350	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
351	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
352	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
353	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
354	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
355	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[14,86;65,39]
356	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;74,30]
357	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[14,86;59,44]
358	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
359	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[26,75;83,22]
360	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[32,69;95,11]
361	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[20,80;71,33]
362	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
363	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
364	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[47,55;115,91]
365	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;83,22]
366	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
367	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[50,52;118,88]
368	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
369	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
370	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
371	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;74,30]
372	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[20,80;83,22]
373	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[20,80;71,33]
374	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
375	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[32,69;95,11]
376	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[38,64;106,99]
377	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
378	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
379	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
380	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]

381	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[38,64;101,05]
382	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[50,52;118,88]
383	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[62,41;136,71]
384	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[74,30;154,55]
385	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
386	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
387	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;56,47]
388	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[14,86;65,39]
389	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;44,58]
390	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
391	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[17,83;68,36]
392	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[23,78;80,25]
393	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[5,94;50,52]
394	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
395	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
396	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[32,69;95,11]
397	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[5,94;56,47]
398	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[17,83;74,30]
399	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[29,72;92,13]
400	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
401	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[11,89;50,52]
402	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
403	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;68,36]
404	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[20,80;77,27]
405	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[14,86;59,44]
406	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
407	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[26,75;83,22]
408	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[32,69;95,11]
409	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;68,36]
410	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
411	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
412	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[44,58;112,94]
413	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[20,80;77,27]
414	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
415	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[44,58;112,94]
416	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
417	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
418	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
419	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
420	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
421	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
422	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
423	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]

424	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
425	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
426	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
427	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
428	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
429	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[35,66;98,08]
430	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[47,55;115,91]
431	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
432	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
433	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
434	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
435	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[29,72;92,13]
436	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[32,69;101,05]
437	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[32,69;89,16]
438	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
439	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[44,58;112,94]
440	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[50,52;124,83]
441	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[41,61;104,02]
442	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[50,52;118,88]
443	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
444	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[68,36;148,60]
445	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[50,52;118,88]
446	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[62,41;136,71]
447	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[74,30;154,55]
448	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
449	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
450	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
451	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[14,86;65,39]
452	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;74,30]
453	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;53,50]
454	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
455	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[20,80;77,27]
456	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
457	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[8,92;59,44]
458	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[17,83;74,30]
459	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[26,75;89,16]
460	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[35,66;104,02]
461	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[8,92;65,39]
462	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[20,80;83,22]
463	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[32,69;101,05]
464	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[44,58;118,88]
465	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
466	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]

467	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
468	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
469	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[20,80;71,33]
470	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
471	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[32,69;95,11]
472	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[38,64;106,99]
473	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[23,78;80,25]
474	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
475	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
476	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[50,52;124,83]
477	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;89,16]
478	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[38,64;106,99]
479	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[50,52;124,83]
480	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
481	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
482	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
483	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[32,69;95,11]
484	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[35,66;104,02]
485	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[32,69;89,16]
486	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
487	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[44,58;112,94]
488	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[50,52;124,83]
489	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[38,64;101,05]
490	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[47,55;115,91]
491	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
492	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[65,39;145,63]
493	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[44,58;112,94]
494	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[56,47;130,77]
495	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[68,36;148,60]
496	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
497	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[35,66;92,13]
498	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
499	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
500	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[44,58;118,88]
501	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[44,58;106,99]
502	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[50,52;118,88]
503	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
504	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
505	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[53,50;121,85]
506	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[62,41;136,71]
507	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
508	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
509	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[62,41;136,71]

510	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[74,30;154,55]
511	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[86,19;172,38]
512	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[98,08;190,21]
513	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;26,75]
514	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;38,64]
515	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;50,52]
516	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;62,41]
517	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;32,69]
518	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
519	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[17,83;62,41]
520	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[26,75;77,27]
521	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;38,64]
522	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
523	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
524	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[35,66;92,13]
525	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;44,58]
526	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
527	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
528	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[44,58;106,99]
529	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
530	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;44,58]
531	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;56,47]
532	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;68,36]
533	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[2,97;41,61]
534	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
535	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[20,80;71,33]
536	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[29,72;86,19]
537	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[5,94;50,52]
538	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[17,83;68,36]
539	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
540	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[41,61;104,02]
541	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[8,92;59,44]
542	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[23,78;80,25]
543	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
544	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
545	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;38,64]
546	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;50,52]
547	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;62,41]
548	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;74,30]
549	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;50,52]
550	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
551	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
552	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[32,69;95,11]

553	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;62,41]
554	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[23,78;80,25]
555	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
556	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[47,55;115,91]
557	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
558	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
559	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
560	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
561	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;44,58]
562	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[5,94;56,47]
563	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[11,89;68,36]
564	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[17,83;80,25]
565	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;59,44]
566	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[17,83;74,30]
567	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[26,75;89,16]
568	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[35,66;104,02]
569	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
570	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[29,72;92,13]
571	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
572	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[53,50;127,80]
573	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;89,16]
574	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[41,61;109,97]
575	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
576	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
577	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[5,94;38,64]
578	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[11,89;50,52]
579	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;62,41]
580	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[23,78;74,30]
581	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;44,58]
582	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
583	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
584	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[32,69;89,16]
585	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[5,94;50,52]
586	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[17,83;68,36]
587	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
588	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[41,61;104,02]
589	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[5,94;56,47]
590	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[20,80;77,27]
591	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
592	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
593	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
594	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[14,86;59,44]
595	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[20,80;71,33]



596	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;83,22]
597	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
598	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
599	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
600	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
601	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[14,86;65,39]
602	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
603	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
604	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
605	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
606	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
607	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
608	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
609	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
610	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[17,83;68,36]
611	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[23,78;80,25]
612	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[29,72;92,13]
613	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[17,83;68,36]
614	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
615	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
616	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[44,58;112,94]
617	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[23,78;80,25]
618	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[35,66;98,08]
619	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
620	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[59,44;133,74]
621	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[29,72;92,13]
622	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[44,58;112,94]
623	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
624	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[74,30;154,55]
625	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[14,86;65,39]
626	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[20,80;77,27]
627	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[26,75;89,16]
628	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[32,69;101,05]
629	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[23,78;80,25]
630	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
631	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
632	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[50,52;124,83]
633	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[32,69;95,11]
634	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[44,58;112,94]
635	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
636	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[68,36;148,60]
637	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[41,61;109,97]
638	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[56,47;130,77]

639	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
640	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
641	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[11,89;50,52]
642	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[17,83;62,41]
643	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
644	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[29,72;86,19]
645	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
646	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
647	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
648	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
649	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;62,41]
650	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[23,78;80,25]
651	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
652	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[47,55;115,91]
653	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[11,89;68,36]
654	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[26,75;89,16]
655	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
656	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
657	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
658	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[23,78;74,30]
659	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
660	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[35,66;98,08]
661	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[20,80;71,33]
662	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
663	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
664	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[47,55;115,91]
665	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[23,78;80,25]
666	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[35,66;98,08]
667	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
668	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[59,44;133,74]
669	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;89,16]
670	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[41,61;109,97]
671	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
672	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
673	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
674	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
675	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
676	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
677	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
678	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
679	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
680	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
681	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[35,66;98,08]

682	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[47,55;115,91]
683	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
684	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
685	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[41,61;109,97]
686	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[56,47;130,77]
687	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
688	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
689	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
690	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[35,66;98,08]
691	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
692	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[47,55;121,85]
693	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[38,64;101,05]
694	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[47,55;115,91]
695	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
696	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[65,39;145,63]
697	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[47,55;115,91]
698	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[59,44;133,74]
699	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
700	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[83,22;169,41]
701	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[56,47;130,77]
702	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[71,33;151,57]
703	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[86,19;172,38]
704	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[101,05;193,18]
705	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
706	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[23,78;74,30]
707	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
708	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[35,66;98,08]
709	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[17,83;68,36]
710	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
711	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
712	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[44,58;112,94]
713	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
714	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[29,72;92,13]
715	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
716	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[53,50;127,80]
717	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;80,25]
718	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[32,69;101,05]
719	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[47,55;121,85]
720	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
721	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
722	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[32,69;89,16]
723	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
724	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[44,58;112,94]

725	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
726	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
727	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
728	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
729	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[32,69;95,11]
730	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[44,58;112,94]
731	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
732	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[68,36;148,60]
733	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[35,66;104,02]
734	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[50,52;124,83]
735	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[65,39;145,63]
736	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
737	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[35,66;92,13]
738	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[41,61;104,02]
739	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
740	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[53,50;127,80]
741	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[41,61;104,02]
742	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[50,52;118,88]
743	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
744	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[68,36;148,60]
745	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[47,55;115,91]
746	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[59,44;133,74]
747	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
748	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[83,22;169,41]
749	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[53,50;127,80]
750	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[68,36;148,60]
751	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[83,22;169,41]
752	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[98,08;190,21]
753	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[44,58;106,99]
754	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[50,52;118,88]
755	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
756	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
757	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[53,50;121,85]
758	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[62,41;136,71]
759	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
760	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
761	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[62,41;136,71]
762	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[74,30;154,55]
763	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[86,19;172,38]
764	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[98,08;190,21]
765	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[71,33;151,57]
766	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[86,19;172,38]
767	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[101,05;193,18]

768	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[115,91;213,99]
769	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;32,69]
770	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;47,55]
771	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;62,41]
772	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;77,27]
773	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;38,64]
774	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[11,89;56,47]
775	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[23,78;74,30]
776	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[35,66;92,13]
777	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;44,58]
778	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
779	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
780	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[44,58;106,99]
781	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;50,52]
782	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[17,83;74,30]
783	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
784	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
785	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;38,64]
786	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;53,50]
787	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;68,36]
788	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;83,22]
789	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[2,97;47,55]
790	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[14,86;65,39]
791	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[26,75;83,22]
792	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
793	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[5,94;56,47]
794	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[20,80;77,27]
795	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[35,66;98,08]
796	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
797	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[8,92;65,39]
798	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[26,75;89,16]
799	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[44,58;112,94]
800	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
801	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;44,58]
802	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;59,44]
803	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;74,30]
804	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;89,16]
805	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[5,94;56,47]
806	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[17,83;74,30]
807	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[29,72;92,13]
808	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
809	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[11,89;68,36]
810	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[26,75;89,16]

811	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[41,61;109,97]
812	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
813	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;80,25]
814	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[35,66;104,02]
815	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[53,50;127,80]
816	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
817	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;50,52]
818	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[8,92;65,39]
819	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[17,83;80,25]
820	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[26,75;95,11]
821	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;65,39]
822	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;83,22]
823	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[32,69;101,05]
824	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[44,58;118,88]
825	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;80,25]
826	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[32,69;101,05]
827	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;121,85]
828	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
829	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;95,11]
830	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[44,58;118,88]
831	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[62,41;142,66]
832	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
833	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[8,92;47,55]
834	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[17,83;62,41]
835	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[26,75;77,27]
836	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[35,66;92,13]
837	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[8,92;53,50]
838	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
839	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[32,69;89,16]
840	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[44,58;106,99]
841	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[8,92;59,44]
842	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[23,78;80,25]
843	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
844	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
845	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[8,92;65,39]
846	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[26,75;89,16]
847	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[44,58;112,94]
848	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
849	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[11,89;56,47]
850	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[20,80;71,33]
851	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[29,72;86,19]
852	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[38,64;101,05]
853	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[14,86;65,39]

854	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[26,75;83,22]
855	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[38,64;101,05]
856	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
857	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
858	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
859	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
860	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
861	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[20,80;83,22]
862	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[38,64;106,99]
863	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
864	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[74,30;154,55]
865	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[14,86;65,39]
866	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[23,78;80,25]
867	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[32,69;95,11]
868	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[41,61;109,97]
869	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[20,80;77,27]
870	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
871	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[44,58;112,94]
872	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
873	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[26,75;89,16]
874	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[41,61;109,97]
875	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
876	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
877	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[32,69;101,05]
878	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[50,52;124,83]
879	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[68,36;148,60]
880	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
881	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
882	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[26,75;89,16]
883	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[35,66;104,02]
884	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[44,58;118,88]
885	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[26,75;89,16]
886	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;106,99]
887	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[50,52;124,83]
888	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
889	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[35,66;104,02]
890	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[50,52;124,83]
891	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[65,39;145,63]
892	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
893	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[44,58;118,88]
894	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[62,41;142,66]
895	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[80,25;166,43]
896	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[98,08;190,21]

897	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[17,83;62,41]
898	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[26,75;77,27]
899	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[35,66;92,13]
900	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[44,58;106,99]
901	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[17,83;68,36]
902	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[29,72;86,19]
903	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[41,61;104,02]
904	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
905	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[17,83;74,30]
906	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[32,69;95,11]
907	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
908	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
909	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[17,83;80,25]
910	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[35,66;104,02]
911	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[53,50;127,80]
912	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
913	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[23,78;74,30]
914	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[32,69;89,16]
915	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[41,61;104,02]
916	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[50,52;118,88]
917	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[26,75;83,22]
918	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
919	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[50,52;118,88]
920	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
921	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[29,72;92,13]
922	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[44,58;112,94]
923	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
924	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[74,30;154,55]
925	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[32,69;101,05]
926	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[50,52;124,83]
927	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[68,36;148,60]
928	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
929	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[29,72;86,19]
930	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
931	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[47,55;115,91]
932	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[56,47;130,77]
933	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[35,66;98,08]
934	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[47,55;115,91]
935	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[59,44;133,74]
936	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
937	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[41,61;109,97]
938	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[56,47;130,77]
939	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]



940	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
941	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[47,55;121,85]
942	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[65,39;145,63]
943	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[83,22;169,41]
944	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[101,05;193,18]
945	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[35,66;98,08]
946	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[44,58;112,94]
947	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[53,50;127,80]
948	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[62,41;142,66]
949	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[44,58;112,94]
950	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[56,47;130,77]
951	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[68,36;148,60]
952	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
953	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[53,50;127,80]
954	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[68,36;148,60]
955	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[83,22;169,41]
956	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[98,08;190,21]
957	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[62,41;142,66]
958	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[80,25;166,43]
959	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[98,08;190,21]
960	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[115,91;213,99]
961	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[26,75;77,27]
962	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[35,66;92,13]
963	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[44,58;106,99]
964	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[53,50;121,85]
965	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[26,75;83,22]
966	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[38,64;101,05]
967	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[50,52;118,88]
968	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
969	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[26,75;89,16]
970	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[41,61;109,97]
971	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[56,47;130,77]
972	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
973	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[26,75;95,11]
974	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[44,58;118,88]
975	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[62,41;142,66]
976	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
977	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[35,66;92,13]
978	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[44,58;106,99]
979	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[53,50;121,85]
980	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[62,41;136,71]
981	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[38,64;101,05]
982	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[50,52;118,88]

983	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[62,41;136,71]
984	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[74,30;154,55]
985	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[41,61;109,97]
986	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[56,47;130,77]
987	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
988	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
989	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[44,58;118,88]
990	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[62,41;142,66]
991	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[80,25;166,43]
992	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[98,08;190,21]
993	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[0;2,5]	[44,58;106,99]
994	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]2,5;5]	[53,50;121,85]
995	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]5;7,5]	[62,41;136,71]
996	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	]7,5;10]	[71,33;151,57]
997	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[0;2,5]	[50,52;118,88]
998	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]2,5;5]	[62,41;136,71]
999	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]5;7,5]	[74,30;154,55]
1000	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	]7,5;10]	[86,19;172,38]
1001	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[0;2,5]	[56,47;130,77]
1002	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]2,5;5]	[71,33;151,57]
1003	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]5;7,5]	[86,19;172,38]
1004	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	]7,5;10]	[101,05;193,18]
1005	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[0;2,5]	[62,41;142,66]
1006	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]2,5;5]	[80,25;166,43]
1007	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]5;7,5]	[98,08;190,21]
1008	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	]7,5;10]	[115,91;213,99]
1009	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[0;2,5]	[53,50;121,85]
1010	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]2,5;5]	[62,41;136,71]
1011	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]5;7,5]	[71,33;151,57]
1012	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	]7,5;10]	[80,25;166,43]
1013	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[0;2,5]	[62,41;136,71]
1014	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]2,5;5]	[74,30;154,55]
1015	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]5;7,5]	[86,19;172,38]
1016	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	]7,5;10]	[98,08;190,21]
1017	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[0;2,5]	[71,33;151,57]
1018	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]2,5;5]	[86,19;172,38]
1019	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]5;7,5]	[101,05;193,18]
1020	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	]7,5;10]	[115,91;213,99]
1021	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[0;2,5]	[80,25;166,43]
1022	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]2,5;5]	[98,08;190,21]
1023	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]5;7,5]	[115,91;213,99]
1024	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	]7,5;10]	[133,74;237,76]

Tabelle 37: Regelblock zur Aggregation von Kriterienausprägungen zu einem Flächeninhaltsintervall

## Anhang IV: Basisdefinitionen und Operationen unscharfer Mengen

Die folgenden Definitionen und Operationen unscharfer Mengen beruhen auf den Ausführungen von Dubois/Prade (1978)<sup>632</sup>, Rommelfanger (1994)<sup>633</sup> und Spengler (1993)<sup>634</sup>.

*Konvexe unscharfe Menge*<sup>635</sup>

Wenn für zwei Elemente  $x_1$  und  $x_2$ , korrespondierende Zugehörigkeitsgrade  $\mu_{\tilde{A}}(x_1)$  und  $\mu_{\tilde{A}}(x_2)$  sowie einen Parameter  $\lambda$   $\mu_{\tilde{A}}(\lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2) \geq \min(\mu_{\tilde{A}}(x_1); \mu_{\tilde{A}}(x_2)) \quad \forall x_1, x_2 \in X; \lambda \in [0,1]$  gilt, dann wird eine unscharfe Menge  $\tilde{A}$  auf  $X$  als konvex bezeichnet.

*Fuzzy-Zahl*<sup>636</sup>

Genannte Eigenschaften zusammenführend, wird eine unscharfe, konvexe und normalisierte Menge  $\tilde{Z}$  als Fuzzy-Zahl bezeichnet, wenn  $\exists x_0 \in \mathbb{R}: \mu_{\tilde{Z}}(x_0) = 1$  gilt und  $\mu_{\tilde{Z}}$  (stückweise) stetig ist. Dem folgend wird eine unscharfe, konvexe und normalisierte Menge als Fuzzy-Zahl bezeichnet, wenn es genau ein Element  $x$  gibt, das einen Zugehörigkeitsgrad in Höhe von 1 aufweist.

*Fuzzy-Intervall*<sup>637</sup>

Weiterführend wird eine unscharfe, konvexe und normalisierte Menge  $\tilde{I}$  als Fuzzy-Intervall bezeichnet, wenn es genau zwei reelle Zahlen  $x_1$  und  $x_2$  gibt, für die  $x_1 < x_2$  und  $\mu_{\tilde{I}}(x) = 1 \quad \forall x \in [x_1, x_2]$  gilt und  $\mu_{\tilde{I}}$  (stückweise) stetig ist.

Zur recht einfachen Verknüpfung stetiger, unscharfer Mengen lassen sich die sog. *LR*-Fuzzy-Mengen heranziehen. Dieser spezielle Typ unscharfer Mengen gestattet die Anwendung klassischer arithmetischer Operationen, wie Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, auf unscharfe Mengen.<sup>638</sup> Zur Anwendung dieser Rechenoperationen werden für Fuzzy-Zahlen und -Intervalle zunächst sog. Referenzfunktionen definiert:

---

<sup>632</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 613-622.

<sup>633</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 7-15; S. 40-47.

<sup>634</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 12-28.

<sup>635</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 13; Spengler (1993), S. 13; Zadeh (1965), S. 347.

<sup>636</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 13; Spengler (1993), S. 13.

<sup>637</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 15; Spengler (1993), S. 14.

<sup>638</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 18.

Eine Funktion  $L: [0, +\infty[ \rightarrow [0, 1]$  wird als Referenzfunktion von Fuzzy-Zahlen respektive Fuzzy-Intervallen bezeichnet, wenn für diese Funktion  $L(0) = 1$  gilt und  $L$  nicht steigend im Intervall  $[0, +\infty[$  ist.<sup>639</sup> Referenzfunktionen stellen den Verlauf der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  einer unscharfen Menge  $\tilde{A}$  dar.<sup>640</sup>

Eine Fuzzy-Zahl  $\tilde{Z}$  wird in der vorliegenden Arbeit in Anlehnung an Spengler als  $LR$ -Fuzzy-Zahl bezeichnet, wenn für die Zugehörigkeitsfunktion der unscharfen Menge (AIV.1) gilt:<sup>641</sup>

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} L(u_1) & \text{für } x \leq m, \alpha > 0 \\ R(u_2) & \text{für } x > m, \beta > 0 \end{cases} \quad (\text{AIV.1})$$

Für die Referenzfunktionen  $L(u_1)$  bzw.  $R(u_2)$  gilt unter Berücksichtigung linearer Zusammenhänge (vgl. Abbildung 65):<sup>642</sup>

$$L(u_1) = \max(0; 1 - u_1) \text{ bzw. } R(u_2) = \max(0; 1 - u_2), \text{ wobei } u_1 = \frac{m-x}{\alpha} \text{ und } u_2 = \frac{x-m}{\beta}$$

Also gilt für die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{Z}}(x)$  hierauf aufbauend (AIV.2a):

$$\mu_{\tilde{Z}}(x) = \begin{cases} L(u_1) \\ R(u_2) \end{cases} = \begin{cases} \max(0; 1 - u_1) \\ \max(0; 1 - u_2) \end{cases} = \begin{cases} \max\left(0; 1 - \frac{m-x}{\alpha}\right) & \text{für } x \leq m, \alpha > 0 \\ \max\left(0; 1 - \frac{x-m}{\beta}\right) & \text{für } x > m, \beta > 0 \end{cases} \quad (\text{AIV.2a})$$

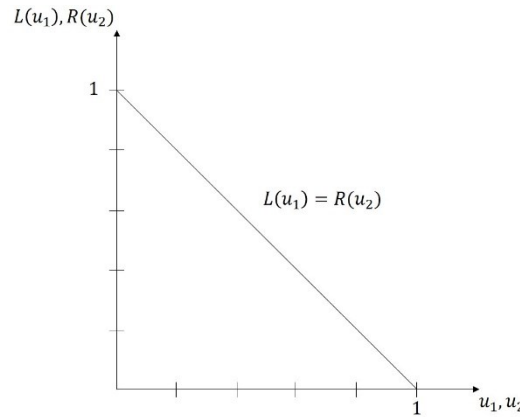


Abbildung 65: Lineare Referenzfunktionen<sup>643</sup>

<sup>639</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 617; Rommelfanger (1994), S. 40; Spengler (1993), S. 18.

<sup>640</sup> In Abhängigkeit des situativen Kontextes der Verwendung unscharfer Mengen können Referenzfunktionen unterschiedliche Verläufe annehmen [vgl. Dubois/Prade (1978), S. 618].

<sup>641</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 40; Spengler (1993), S. 19; Zimmermann (2010), S. 319.

<sup>642</sup> Spengler (1993), S. 19.

<sup>643</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 20; Rommelfanger (1994), S. 40.

Weiterhin wird ein Fuzzy-Intervall  $\tilde{I}$  als *LR-Fuzzy-Intervall* bezeichnet, wenn (AIV.2b) gilt:<sup>644</sup>

$$\mu_{\tilde{I}}(x) = \begin{cases} L\left(\frac{m_1 - x}{\alpha}\right) & \text{für } x \leq m_1, \alpha > 0 \\ 1 & \text{für } m_1 < x \leq m_2 \\ R\left(\frac{x - m_2}{\beta}\right) & \text{für } x > m_2, \beta > 0 \end{cases} \quad (\text{AIV.2b})$$

Wenn nichts Anderes explizit formuliert wird, werden für *LR-Fuzzy-Zahlen* bzw. -Intervalle in der vorliegenden Arbeit folgende Notationsmuster verwendet (vgl. Abbildung 66):<sup>645</sup>

$$\tilde{Z} = (m, \alpha, \beta)_{LR} \text{ bzw. } \tilde{I} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR},$$

mit

$m$  bzw.  $m_1, m_2$  := Gipfelpunkt bzw. -tableau der Zugehörigkeitsfunktion mit

$$\mu_{\tilde{Z}}(m) = 1 \text{ bzw. } \mu_{\tilde{I}}(x) = 1 \quad \forall x \in [m_1, m_2]$$

$\alpha$  bzw.  $\beta$  := Linke bzw. rechte Spreizung der *LR-Fuzzy-Zahl* bzw. des -Intervalls

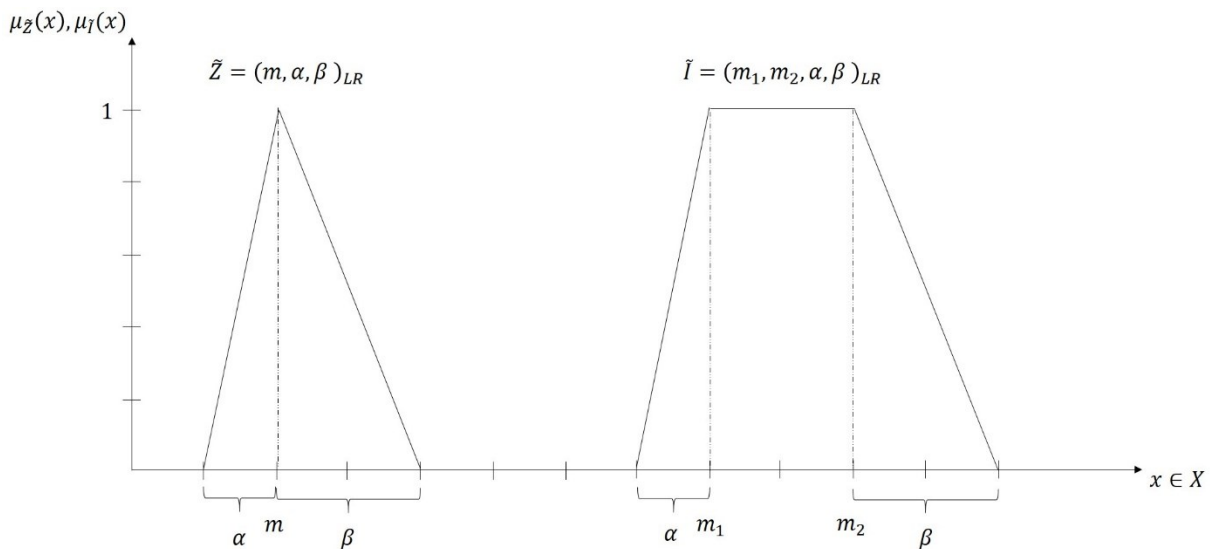


Abbildung 66: Grafische Darstellung einer *LR-Fuzzy-Zahl* und eines -Intervalls<sup>646</sup>

Wenn unscharfe Mengen in Form von *LR-Fuzzy-Zahlen* bzw. -Intervallen vorliegen, können unter Rückgriff auf folgende Definitionen recht einfach arithmetische

<sup>644</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 46; Spengler (1993), S. 20.

<sup>645</sup> In Anlehnung an Spengler (1993), S. 19 und 20.

<sup>646</sup> In Anlehnung an Spengler (1993), S. 19 und 21.

Operationen durchgeführt werden. Diese Definitionen beruhen wiederum auf den Ausführungen von Dubois/Prade (1978), Rommelfanger (1994) und Spengler (1993).<sup>647</sup>

*Erweiterte Addition von LR-Fuzzy-Zahlen und -Intervallen*<sup>648</sup>

Für zwei LR-Fuzzy-Zahlen  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n, \gamma, \delta)_{LR}$  gilt für die erweiterte Addition (AIV.3a):

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (m, \alpha, \beta)_{LR} \oplus (n, \gamma, \delta)_{LR} = (m + n, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR} \quad (\text{AIV.3a})$$

Für zwei LR-Fuzzy-Intervalle  $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n_1, n_2, \gamma, \delta)_{LR}$  gilt für die erweiterte Addition (AIV.3b):

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR} \oplus (n_1, n_2, \gamma, \delta)_{LR} = (m_1 + n_1, m_2 + n_2, \alpha + \gamma, \beta + \delta)_{LR} \quad (\text{AIV.3b})$$

*Erweiterte Subtraktion von Fuzzy-Zahlen und -Intervallen*<sup>649</sup>

Die erweiterte Subtraktion kann nur angewendet werden, sofern die Referenzfunktionen  $L$  und  $R$  vertauscht werden.<sup>650</sup> Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Rechenoperation  $\tilde{A} \ominus \tilde{B}$  der Operation  $\tilde{A} \oplus (-\tilde{B})$  entspricht. Die Negation einer LR-Fuzzy-Zahl respektive eines LR-Fuzzy-Intervalls entspricht der Spiegelung dieser Zahl respektive dieses Intervalls an der Ordinate (vgl. Abbildung 67).<sup>651</sup>

---

<sup>647</sup> Vgl. zur Herleitung der aufgeführten Rechenoperationen Dubois/Prade (1978), S. 615-622; Rommelfanger (1994), S. 40-47; Spengler (1993), S. 12-28.

<sup>648</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 618; Rommelfanger (1994), S. 41; Spengler (1993), S. 21-22.

<sup>649</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 619; Rommelfanger (1994), S. 42; Spengler (1993), S. 22-24.

<sup>650</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 619.

<sup>651</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 42; Spengler (1993), S. 22.

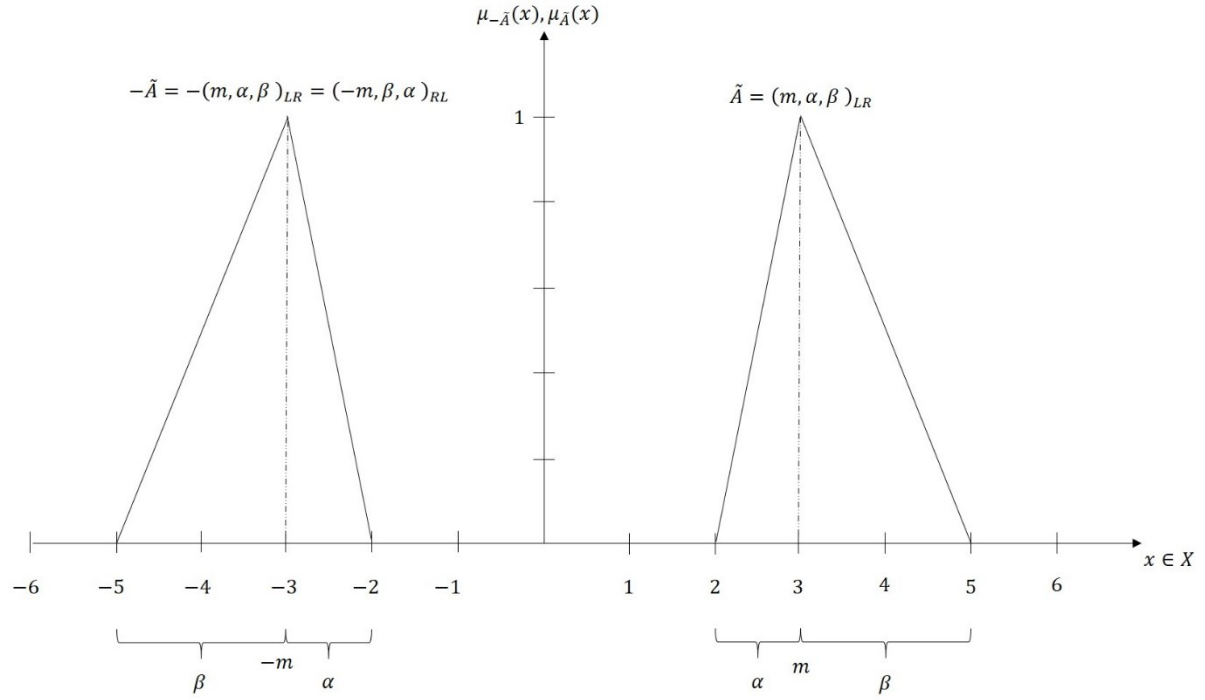


Abbildung 67: Spiegelung einer LR-Fuzzy-Zahl an der Ordinate<sup>652</sup>

Für eine LR-Fuzzy-Zahl  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  gilt bei Spiegelung an der Ordinate somit  $-\tilde{A} = -(m, \alpha, \beta)_{LR} = (-m, \beta, \alpha)_{RL}$ , da der Konvention folgend bei Aufführen der Referenzfunktionen zunächst die linke und dann die rechte Spreizung notiert wird.<sup>653</sup>

Es gilt für die Subtraktion zweier Fuzzy-Zahlen  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n, \gamma, \delta)_{RL}$  (AIV.4a):<sup>654</sup>

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (m, \alpha, \beta)_{LR} \ominus (n, \gamma, \delta)_{RL} = (m - n, \alpha + \delta, \beta + \gamma)_{LR} \quad (\text{AIV.4a})$$

In Analogie hierzu gilt für die Subtraktion zweier LR-Fuzzy-Intervalle  $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n_1, n_2, \gamma, \delta)_{RL}$  (AIV.4b):

$$\tilde{A} \ominus \tilde{B} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR} \ominus (n_1, n_2, \gamma, \delta)_{RL} = (m_1 - n_2, m_2 - n_1, \alpha + \delta, \beta + \gamma)_{LR} \quad (\text{AIV.4b})$$

#### Erweiterte Multiplikation von Fuzzy-Zahlen und -Intervallen<sup>655</sup>

Hinsichtlich der erweiterten Multiplikation zweier LR-Fuzzy-Zahlen bzw. -Intervalle wird eine Unterscheidung vorgenommen, ob relativ kleine oder relativ große Spreizungen

<sup>652</sup> In Anlehnung an Spengler (1993), S. 23.

<sup>653</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 42.

<sup>654</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 619; Nissen (2007), S. 23; Rommelfanger (1994), S. 42.

<sup>655</sup> Vgl. Dubois/Prade (1978), S. 620; Rommelfanger (1994), S. 43; Spengler (1993), S. 24-25. Da in der vorliegenden Arbeit keine Notwendigkeit zur Durchführung der erweiterten Division unscharfer Mengen besteht, wird auf einschlägige Literatur verwiesen. Vgl. zur erweiterten Division z. B. Dubois/Prade (1978), S. 621-622; Rommelfanger (1994), S. 45; Spengler (1993), S. 25.

vorliegen.<sup>656</sup> Bei Verwendung der Operation für relativ geringe Spreizungen kann es in Abhängigkeit der konkreten Funktionsausprägung dazu kommen, dass die resultierende Spreizung dazu führt, dass die Funktion in einen (möglicherweise inhaltlich fehlerhaft) negativen Abszissenbereich verläuft.

Für zwei *LR*-Fuzzy-Zahlen  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n, \gamma, \delta)_{LR}$  gilt bei relativ kleinen Spreizungen für die erweiterte Multiplikation (AIV.5a):<sup>657</sup>

$$\tilde{A} \odot \tilde{B} = (m \cdot n, m \cdot \gamma + n \cdot \alpha, m \cdot \delta + n \cdot \beta)_{LR} \quad (\text{AIV.5a})$$

Für zwei *LR*-Fuzzy-Intervalle  $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n_1, n_2, \gamma, \delta)_{LR}$  gilt bei relativ kleinen Spreizungen für die erweiterte Multiplikation (AIV.6a):<sup>658</sup>

$$\tilde{A} \odot \tilde{B} = (m_1 \cdot n_1, m_2 \cdot n_2, m_1 \cdot \gamma + n_1 \cdot \alpha, m_2 \cdot \delta + n_2 \cdot \beta)_{LR} \quad (\text{AIV.6a})$$

Für zwei *LR*-Fuzzy-Zahlen  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n, \gamma, \delta)_{LR}$  gilt bei relativ großen Spreizungen für die erweiterte Multiplikation (AIV.5b):<sup>659</sup>

$$\tilde{A} \odot \tilde{B} = (m \cdot n, m \cdot \gamma + n \cdot \alpha - \alpha \cdot \gamma, m \cdot \delta + n \cdot \beta + \beta \cdot \delta)_{LR} \quad (\text{AIV.5b})$$

Für zwei *LR*-Fuzzy-Intervalle  $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$  und  $\tilde{B} = (n_1, n_2, \gamma, \delta)_{LR}$  gilt bei relativ großen Spreizungen für die erweiterte Multiplikation (AIV.6b):<sup>660</sup>

$$\tilde{A} \odot \tilde{B} = (m_1 \cdot n_1, m_2 \cdot n_2, m_1 \cdot \gamma + n_1 \cdot \alpha - \gamma \cdot \alpha, m_2 \cdot \delta + n_2 \cdot \beta + \beta \cdot \delta)_{LR} \quad (\text{AIV.6b})$$

### *Quadratwurzel von Fuzzy-Zahlen und -Intervallen*<sup>661</sup>

Für eine *LR*-Fuzzy-Zahl  $\tilde{A} = (m, \alpha, \beta)_{LR}$  gilt für die Bestimmung der Quadratwurzel (AIV.7a):<sup>662</sup>

$$\sqrt{\tilde{A}} = (\sqrt{m}, \sqrt{m} - \sqrt{m - \alpha}, \sqrt{m + \beta} - \sqrt{m})_{LR} \quad (\text{AIV.7a})$$

Für ein *LR*-Fuzzy-Intervall  $\tilde{A} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)_{LR}$  gilt für die Bestimmung der Quadratwurzel (AIV.7b):

$$\sqrt{\tilde{A}} = (\sqrt{m_1}, \sqrt{m_2}, \sqrt{m_1} - \sqrt{m_1 - \alpha}, \sqrt{m_2 + \beta} - \sqrt{m_2})_{LR} \quad (\text{AIV.7b})$$

---

<sup>656</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 24-25.

<sup>657</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 43; Spengler (1993), S. 25.

<sup>658</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 47; Spengler (1993), S. 25.

<sup>659</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 43; Spengler (1993), S. 25.

<sup>660</sup> Vgl. Rommelfanger (1994), S. 47; Spengler (1993), S. 25.

<sup>661</sup> Vgl. zur Herleitung dieser Rechenoperation Spengler (1993), S. 26-28.

<sup>662</sup> Vgl. Spengler (1993), S. 28.



Anhang V: Regelbasen zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen

Anhang V-I: Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgrößen für die  
Profile faktischer und erwünschter Stabilität und Plastizität

Lfd. Nr. $n$	$\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,j} = \widetilde{FM}_{FP}^{Pl,j} =$ $(m_1, m_2, \underline{\alpha}, \overline{\alpha})$	$\widetilde{FM}_{ES}^{Stab,j} = \widetilde{FM}_{EP}^{Pl,j} =$ $(n_1, n_2, \underline{\beta}, \overline{\beta})$	$\widetilde{v}_{Stab}^n(FS, ES)$ $= \widetilde{v}_{Pl}^n(FP, EP) =$ $\widetilde{FM}_{FS}^{Stab,n} - \widetilde{FM}_{ES}^{Stab,n} =$ $\widetilde{FM}_{FP}^{Pl,n} - \widetilde{FM}_{EP}^{Pl,n}$
1	(0;5,19;0;27,29)	(0;5,19;0;27,29)	(-5,19;5,19;27,29;27,29)
2	(0;5,19;0;27,29)	(0;10,39;0;35,09)	(-10,39;5,19;35,09;27,29)
3	(0;5,19;0;27,29)	(0;19,03;0;35,1)	(-19,03;5,19;35,1;27,29)
4	(0;5,19;0;27,29)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(-19,49;-5,64;42,89;36,39)
5	(0;5,19;0;27,29)	(17,32;36,63;13;39)	(-36,63;-12,13;39;40,29)
6	(0;5,19;0;27,29)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-60,62;-22,53;25,98;44,19)
7	(0;5,19;0;27,29)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(-32,48;-27,29;50,69;54,58)
8	(0;5,19;0;27,29)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-47,63;-29,46;38,98;53,28)
9	(0;5,19;0;27,29)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-54,13;-40,28;42,89;62,38)
10	(0;5,19;0;27,29)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-86,6;-57,17;25,99;70,18)
11	(0;5,19;0;27,29)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-129,9;-77,97;0;77,98)
12	(0;10,39;0;35,09)	(0;5,19;0;27,29)	(-5,19;10,39;27,29;35,09)
13	(0;10,39;0;35,09)	(0;10,39;0;35,09)	(-10,39;10,39;35,09;35,09)
14	(0;10,39;0;35,09)	(0;19,03;0;35,1)	(-19,03;10,39;35,1;35,09)
15	(0;10,39;0;35,09)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(-19,49;-0,44;42,89;44,19)
16	(0;10,39;0;35,09)	(17,32;36,63;13;39)	(-36,63;-6,93;39;48,09)
17	(0;10,39;0;35,09)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-60,62;-17,33;25,98;51,99)
18	(0;10,39;0;35,09)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(-32,48;-22,09;50,69;62,38)
19	(0;10,39;0;35,09)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-47,63;-24,26;38,98;61,08)
20	(0;10,39;0;35,09)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-54,13;-35,08;42,89;70,18)
21	(0;10,39;0;35,09)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-86,6;-51,97;25,99;77,98)
22	(0;10,39;0;35,09)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-129,9;-72,77;0;85,78)
23	(0;19,03;0;35,1)	(0;5,19;0;27,29)	(-5,19;19,03;27,29;35,1)
24	(0;19,03;0;35,1)	(0;10,39;0;35,09)	(-10,39;19,03;35,09;35,1)
25	(0;19,03;0;35,1)	(0;19,03;0;35,1)	(-19,03;19,03;35,1;35,1)
26	(0;19,03;0;35,1)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(-19,49;8,2;42,89;44,2)
27	(0;19,03;0;35,1)	(17,32;36,63;13;39)	(-36,63;1,71;39;48,1)
28	(0;19,03;0;35,1)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-60,62;-8,69;25,98;52)
29	(0;19,03;0;35,1)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(-32,48;-13,45;50,69;62,39)
30	(0;19,03;0;35,1)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-47,63;-15,62;38,98;61,09)
31	(0;19,03;0;35,1)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-54,13;-26,44;42,89;70,19)
32	(0;19,03;0;35,1)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-86,6;-43,33;25,99;77,99)
33	(0;19,03;0;35,1)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-129,9;-64,13;0;85,79)
34	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(0;5,19;0;27,29)	(5,64;19,49;36,39;42,89)
35	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(0;10,39;0;35,09)	(0,44;19,49;44,19;42,89)
36	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(0;19,03;0;35,1)	(-8,2;19,49;44,2;42,89)

37	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(-8,66;8,66;51,99;51,99)
38	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(17,32;36,63;13;39)	(-25,8;2,17;48,1;55,89)
39	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-49,79;-8,23;35,08;59,79)
40	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(-21,65;-12,99;59,79;70,18)
41	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-36,8;-15,16;48,08;68,88)
42	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-43,3;-25,98;51,99;77,98)
43	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-75,77;-42,87;35,09;85,78)
44	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-119,07;-63,67;9,1;93,58)
45	(17,32;36,63;13;39)	(0;5,19;0;27,29)	(12,13;36,63;40,29;39)
46	(17,32;36,63;13;39)	(0;10,39;0;35,09)	(6,93;36,63;48,09;39)
47	(17,32;36,63;13;39)	(0;19,03;0;35,1)	(-1,71;36,63;48,1;39)
48	(17,32;36,63;13;39)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(-2,17;25,8;55,89;48,1)
49	(17,32;36,63;13;39)	(17,32;36,63;13;39)	(-19,31;19,31;52;52)
50	(17,32;36,63;13;39)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-43,3;8,91;38,98;55,9)
51	(17,32;36,63;13;39)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(-15,16;4,15;63,69;66,29)
52	(17,32;36,63;13;39)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-30,31;1,98;51,98;64,99)
53	(17,32;36,63;13;39)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-36,81;-8,84;55,89;74,09)
54	(17,32;36,63;13;39)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-69,28;-25,73;38,99;81,89)
55	(17,32;36,63;13;39)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-112,58;-46,53;13;89,69)
56	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(0;5,19;0;27,29)	(22,53;60,62;44,19;25,98)
57	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(0;10,39;0;35,09)	(17,33;60,62;51,99;25,98)
58	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(0;19,03;0;35,1)	(8,69;60,62;52;25,98)
59	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(8,23;49,79;59,79;35,08)
60	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(17,32;36,63;13;39)	(-8,91;43,3;55,9;38,98)
61	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-32,9;32,9;42,88;42,88)
62	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(-4,76;28,14;67,59;53,27)
63	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-19,91;25,97;55,88;51,97)
64	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-26,41;15,15;59,79;61,07)
65	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-58,88;-1,74;42,89;68,87)
66	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-102,18;-22,54;16,9;76,67)
67	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(0;5,19;0;27,29)	(27,29;32,48;54,58;50,69)
68	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(0;10,39;0;35,09)	(22,09;32,48;62,38;50,69)
69	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(0;19,03;0;35,1)	(13,45;32,48;62,39;50,69)
70	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(12,99;21,65;70,18;59,79)
71	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(17,32;36,63;13;39)	(-4,15;15,16;66,29;63,69)
72	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-28,14;4,76;53,27;67,59)
73	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(0;0;77,98;77,98)
74	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-15,15;-2,17;66,27;76,68)
75	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-21,65;-12,99;70,18;85,78)
76	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-54,12;-29,88;53,28;93,58)
77	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-97,42;-50,68;27,29;101,38)
78	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(0;5,19;0;27,29)	(29,46;47,63;53,28;38,98)
79	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(0;10,39;0;35,09)	(24,26;47,63;61,08;38,98)

80	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(0;19,03;0;35,1)	(15,62;47,63;61,09;38,98)
81	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(15,16;36,8;68,88;48,08)
82	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(17,32;36,63;13;39)	(-1,98;30,31;64,99;51,98)
83	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-25,97;19,91;51,97;55,88)
84	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(2,17;15,15;76,68;66,27)
85	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-12,98;12,98;64,97;64,97)
86	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-19,48;2,16;68,88;74,07)
87	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-51,95;-14,73;51,98;81,87)
88	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-95,25;-35,53;25,99;89,67)
89	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(0;5,19;0;27,29)	(40,28;54,13;62,38;42,89)
90	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(0;10,39;0;35,09)	(35,08;54,13;70,18;42,89)
91	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(0;19,03;0;35,1)	(26,44;54,13;70,19;42,89)
92	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(25,98;43,3;77,98;51,99)
93	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(17,32;36,63;13;39)	(8,84;36,81;74,09;55,89)
94	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(-15,15;26,41;61,07;59,79)
95	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(12,99;21,65;85,78;70,18)
96	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(-2,16;19,48;74,07;68,88)
97	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(-8,66;8,66;77,98;77,98)
98	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-41,13;-8,23;61,08;85,78)
99	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-84,43;-29,03;35,09;93,58)
100	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(0;5,19;0;27,29)	(57,17;86,6;70,18;25,99)
101	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(0;10,39;0;35,09)	(51,97;86,6;77,98;25,99)
102	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(0;19,03;0;35,1)	(43,33;86,6;77,99;25,99)
103	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(42,87;75,77;85,78;35,09)
104	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(17,32;36,63;13;39)	(25,73;69,28;81,89;38,99)
105	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(1,74;58,88;68,87;42,89)
106	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(29,88;54,12;93,58;53,28)
107	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(14,73;51,95;81,87;51,98)
108	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(8,23;41,13;85,78;61,08)
109	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-24,24;24,24;68,88;68,88)
110	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-67,54;3,44;42,89;76,68)
111	(83,16;129,9;50,69;0)	(0;5,19;0;27,29)	(77,97;129,9;77,98;0)
112	(83,16;129,9;50,69;0)	(0;10,39;0;35,09)	(72,77;129,9;85,78;0)
113	(83,16;129,9;50,69;0)	(0;19,03;0;35,1)	(64,13;129,9;85,79;0)
114	(83,16;129,9;50,69;0)	(10,83;19,49;9,1;42,89)	(63,67;119,07;93,58;9,1)
115	(83,16;129,9;50,69;0)	(17,32;36,63;13;39)	(46,53;112,58;89,69;13)
116	(83,16;129,9;50,69;0)	(27,72;60,62;16,9;25,98)	(22,54;102,18;76,67;16,9)
117	(83,16;129,9;50,69;0)	(32,48;32,48;27,29;50,69)	(50,68;97,42;101,38;27,29)
118	(83,16;129,9;50,69;0)	(34,65;47,63;25,99;38,98)	(35,53;95,25;89,67;25,99)
119	(83,16;129,9;50,69;0)	(45,47;54,13;35,09;42,89)	(29,03;84,43;93,58;35,09)
120	(83,16;129,9;50,69;0)	(62,36;86,6;42,89;25,99)	(-3,44;67,54;76,68;42,89)
121	(83,16;129,9;50,69;0)	(83,16;129,9;50,69;0)	(-46,74;46,74;50,69;50,69)

Tabelle 38: Regelbasis zur Bestimmung der unscharfen Vergleichsgrößen der Profile faktischer und erwünschter Stabilität und Plastizität

Anhang V-II: Regelbasis zur Bestimmung profilspezifischer Flächenmaße bei  
Vorliegen von fünf Beurteilungskriterien

Bevor eine regelbasierte Bestimmung unscharfer Flächenmaße bei Vorliegen von fünf Beurteilungskriterien vorgenommen werden kann, sind wiederum zunächst die zweidimensionalen unscharfen Koordinatenausprägungen zu ermitteln.

In Analogie zum bisherigen Vorgehen, wird angenommen, dass die normierten Kriterienausprägungen im Intervall  $[0; 10]$  durch die drei linguistischen Terme *gering*, *mittel* und *hoch* charakterisiert werden. Es gelten folgende, am Beispiel der faktischen Funktionalität dargestellten, unscharfe Beurteilungskriterien:

$$\begin{array}{lll} \tilde{B}_{k=1, Funk}^{FF, niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=2, Funk}^{FF, niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=3, Funk}^{FF, niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} \\ \tilde{B}_{k=1, Funk}^{FF, mittel} = (5,5,3,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=2, Funk}^{FF, mittel} = (5,5,3,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=3, Funk}^{FF, mittel} = (5,5,3,3)_{LR} \\ \tilde{B}_{k=1, Funk}^{FF, hoch} = (8,10,3,0)_{LR} & \tilde{B}_{k=2, Funk}^{FF, hoch} = (8,10,3,0)_{LR} & \tilde{B}_{k=3, Funk}^{FF, hoch} = (8,10,3,0)_{LR} \end{array}$$
  
$$\begin{array}{ll} \tilde{B}_{k=4, Funk}^{FF, niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=5, Funk}^{FF, niedrig} = (0,2,0,3)_{LR} \\ \tilde{B}_{k=4, Funk}^{FF, mittel} = (5,5,3,3)_{LR} & \tilde{B}_{k=5, Funk}^{FF, mittel} = (5,5,3,3)_{LR} \\ \tilde{B}_{k=4, Funk}^{FF, hoch} = (8,10,3,0)_{LR} & \tilde{B}_{k=5, Funk}^{FF, hoch} = (8,10,3,0)_{LR} \end{array}$$

Mit der in den Kapiteln 3.1.2.3 und 4.3.1 geschilderten Vorgehensweise lassen sich für diese fünf unscharfen Beurteilungskriterien die korrespondierenden zweidimensionalen, unscharfen Koordinatenausprägungen ermitteln (vgl. Tabelle 39). Dabei enthält die folgende Tabelle die Koordinatenausprägungen der Beurteilungskriterien der faktischen Funktionalität.

Unschärfe Kriteriumsausprägung	Linguistische Ausprägung	Unschärfe zweidimensionale Koordinatenausprägungen	
		Abszisse	Ordinate
$\tilde{B}_{k=1, Funk}^{FF,l}$	$l = \text{niedrig}$	(0,0,0,0)	(0,2,0,3)
	$l = \text{mittel}$	(0,0,0,0)	(5,5,3,3)
	$l = \text{hoch}$	(0,0,0,0)	(8,10,3,0)
$\tilde{B}_{k=2, Funk}^{FF,l}$	$l = \text{niedrig}$	(0; 1,9; 0; 2,94)	(0; 0,62; 0; 0,93)
	$l = \text{mittel}$	(4,76; 4,76; 2,85; 2,85)	(1,55; 1,55; 0,93; 0,93)
	$l = \text{hoch}$	(7,61; 9,51; 2,85; 0)	(2,47; 3,09; 0,93; 0)
$\tilde{B}_{k=3, Funk}^{FF,l}$	$l = \text{niedrig}$	(0; 1,18; 0; 1,76)	–(0; 1,62; 0; 2,43)
	$l = \text{mittel}$	(2,94; 2,94; 1,76; 1,76)	–(4,05; 4,05; 2,43; 2,43)
	$l = \text{hoch}$	(4,71; 5,88; 1,76; 0)	–(6,47; 8,09; 2,43; 0)
$\tilde{B}_{k=4, Funk}^{FF,l}$	$l = \text{niedrig}$	–(0; 1,18; 0; 1,76)	–(0; 1,62; 0; 2,43)
	$l = \text{mittel}$	–(2,94; 2,94; 1,76; 1,76)	–(4,05; 4,05; 2,43; 2,43)
	$l = \text{hoch}$	–(4,71; 5,88; 1,76; 0)	–(6,47; 8,09; 2,43; 0)
$\tilde{B}_{k=5, Funk}^{FF,l}$	$l = \text{niedrig}$	–(0; 1,9; 0; 2,94)	(0; 0,62; 0; 0,93)
	$l = \text{mittel}$	–(4,76; 4,76; 2,85; 2,85)	(1,55; 1,55; 0,93; 0,93)
	$l = \text{hoch}$	–(7,61; 9,51; 2,85; 0)	(2,47; 3,09; 0,93; 0)

Tabelle 39: Unschärfe zweidimensionale Koordinatenausprägungen des Profils der faktischen Funktionalität

Die folgende Regelbasis dient dann zur Bestimmung profilspezifischer Flächenmaße bei Vorliegen von jeweils fünf Beurteilungskriterien mit jeweils drei linguistischen

Ausprägungen. Dabei gilt die Regelbasis in der vorliegenden Arbeit für die Bestimmung des profilspezifischen Flächenmaßes von erwünschter und faktischer Fungibilität sowie faktischer und erwünschter Funktionalität.

Dargestellt wird die Regelbasis in folgender Tabelle für die Bestimmung des Flächenmaßes der faktischen Funktionalität  $\widetilde{FM}_{FF,r}^{Funk}$ .

Regel $r$	WENN	UND	UND	UND	UND	DANN			
	$\widetilde{B}_{k=1, Funk}^{FF,l}$	$\widetilde{B}_{k=2, Funk}^{FF,l}$	$\widetilde{B}_{k=3, Funk}^{FF,l}$	$\widetilde{B}_{k=4, Funk}^{FF,l}$	$\widetilde{B}_{k=5, Funk}^{FF,l}$	$\widetilde{FM}_{FF,r}^{Funk} = (m_1, m_2, \alpha, \beta)$			
	=	=	=	=	=	$m_1$	$m_2$	$\alpha$	$\beta$
1	niedrig	niedrig	niedrig	niedrig	niedrig	0	9,52	0	50,74
2	niedrig	niedrig	niedrig	niedrig	mittel	0	15,25	0	58,92
3	niedrig	niedrig	niedrig	niedrig	hoch	0	24,75	0	58,91
4	niedrig	niedrig	niedrig	mittel	niedrig	0	15,24	0	59,13
5	niedrig	niedrig	niedrig	mittel	mittel	11,92	25,25	10	67,48
6	niedrig	niedrig	niedrig	mittel	hoch	19,04	41,89	14,28	63,19
7	niedrig	niedrig	niedrig	hoch	niedrig	0	24,75	0	59,46
8	niedrig	niedrig	niedrig	hoch	mittel	19,05	41,91	14,28	63,17
9	niedrig	niedrig	niedrig	hoch	hoch	30,44	70,4	18,55	48,9
10	niedrig	niedrig	mittel	niedrig	niedrig	0	15,23	0	59,41
11	niedrig	niedrig	mittel	niedrig	mittel	0	20,95	0	67,59
12	niedrig	niedrig	mittel	niedrig	hoch	0	30,46	0	67,58
13	niedrig	niedrig	mittel	mittel	niedrig	11,91	25,23	10	67,8
14	niedrig	niedrig	mittel	mittel	mittel	23,82	35,24	20	76,15
15	niedrig	niedrig	mittel	mittel	hoch	30,95	51,88	24,27	71,85
16	niedrig	niedrig	mittel	hoch	niedrig	19,05	41,87	14,28	63,86
17	niedrig	niedrig	mittel	hoch	mittel	38,1	59,03	28,55	67,56
18	niedrig	niedrig	mittel	hoch	hoch	49,48	87,52	32,82	53,29
19	niedrig	niedrig	hoch	niedrig	niedrig	0	24,75	0	59,46
20	niedrig	niedrig	hoch	niedrig	mittel	0	30,47	0	67,64
21	niedrig	niedrig	hoch	niedrig	hoch	0	39,98	0	67,63
22	niedrig	niedrig	hoch	mittel	niedrig	19,05	41,87	14,28	63,58
23	niedrig	niedrig	hoch	mittel	mittel	30,97	51,89	24,28	71,92
24	niedrig	niedrig	hoch	mittel	hoch	38,09	68,52	28,55	67,63
25	niedrig	niedrig	hoch	hoch	niedrig	30,47	70,39	18,56	49,65
26	niedrig	niedrig	hoch	hoch	mittel	49,52	87,55	32,83	53,35
27	niedrig	niedrig	hoch	hoch	hoch	60,91	116,04	37,1	39,09
28	niedrig	mittel	niedrig	niedrig	niedrig	0	15,24	0	58,92
29	niedrig	mittel	niedrig	niedrig	mittel	0	20,97	0	67,1
30	niedrig	mittel	niedrig	niedrig	hoch	0	30,47	0	67,09
31	niedrig	mittel	niedrig	mittel	niedrig	0	20,96	0	67,31
32	niedrig	mittel	niedrig	mittel	mittel	11,92	30,98	10	75,65

33	niedrig	mittel	niedrig	mittel	hoch	19,04	47,61	14,28	71,36
34	niedrig	mittel	niedrig	hoch	niedrig	0	30,47	0	67,64
35	niedrig	mittel	niedrig	hoch	mittel	19,05	47,63	14,28	71,34
36	niedrig	mittel	niedrig	hoch	hoch	30,44	76,13	18,55	57,08
37	niedrig	mittel	mittel	niedrig	niedrig	11,92	25,25	10	67,48
38	niedrig	mittel	mittel	niedrig	mittel	11,92	30,97	10	75,65
39	niedrig	mittel	mittel	niedrig	hoch	11,92	40,48	10	75,64
40	niedrig	mittel	mittel	mittel	niedrig	23,82	35,25	20	75,87
41	niedrig	mittel	mittel	mittel	mittel	35,74	45,26	30	84,21
42	niedrig	mittel	mittel	mittel	hoch	42,87	61,89	34,28	79,92
43	niedrig	mittel	mittel	hoch	niedrig	30,97	51,89	24,28	71,92
44	niedrig	mittel	mittel	hoch	mittel	50,02	69,05	38,56	75,62
45	niedrig	mittel	mittel	hoch	hoch	61,4	97,54	42,83	61,36
46	niedrig	mittel	hoch	niedrig	niedrig	19,05	41,91	14,28	63,17
47	niedrig	mittel	hoch	niedrig	mittel	19,05	47,64	14,28	71,34
48	niedrig	mittel	hoch	niedrig	hoch	19,05	57,14	14,28	71,33
49	niedrig	mittel	hoch	mittel	niedrig	38,1	59,04	28,55	67,28
50	niedrig	mittel	hoch	mittel	mittel	50,02	69,05	38,56	75,62
51	niedrig	mittel	hoch	mittel	hoch	57,14	85,68	42,83	71,33
52	niedrig	mittel	hoch	hoch	niedrig	49,52	87,55	32,83	53,35
53	niedrig	mittel	hoch	hoch	mittel	68,57	104,71	47,11	57,05
54	niedrig	mittel	hoch	hoch	hoch	79,96	133,2	51,38	42,79
55	niedrig	hoch	niedrig	niedrig	niedrig	0	24,75	0	58,91
56	niedrig	hoch	niedrig	niedrig	mittel	0	30,48	0	67,09
57	niedrig	hoch	niedrig	niedrig	hoch	0	39,98	0	67,07
58	niedrig	hoch	niedrig	mittel	niedrig	0	30,47	0	67,3
59	niedrig	hoch	niedrig	mittel	mittel	11,92	40,48	10	75,64
60	niedrig	hoch	niedrig	mittel	hoch	19,04	57,12	14,28	71,35
61	niedrig	hoch	niedrig	hoch	niedrig	0	39,98	0	67,63
62	niedrig	hoch	niedrig	hoch	mittel	19,05	57,14	14,28	71,33
63	niedrig	hoch	niedrig	hoch	hoch	30,44	85,63	18,55	57,07
64	niedrig	hoch	mittel	niedrig	niedrig	19,04	41,88	14,28	63,19
65	niedrig	hoch	mittel	niedrig	mittel	19,04	47,6	14,28	71,36
66	niedrig	hoch	mittel	niedrig	hoch	19,04	57,11	14,28	71,35
67	niedrig	hoch	mittel	mittel	niedrig	30,95	51,88	24,27	71,57
68	niedrig	hoch	mittel	mittel	mittel	42,87	61,89	34,28	79,92
69	niedrig	hoch	mittel	mittel	hoch	49,99	78,53	38,55	75,63
70	niedrig	hoch	mittel	hoch	niedrig	38,09	68,52	28,55	67,63
71	niedrig	hoch	mittel	hoch	mittel	57,14	85,68	42,83	71,33
72	niedrig	hoch	mittel	hoch	hoch	68,53	114,17	47,1	57,07
73	niedrig	hoch	hoch	niedrig	niedrig	30,44	70,4	18,55	48,9
74	niedrig	hoch	hoch	niedrig	mittel	30,44	76,13	18,55	57,08
75	niedrig	hoch	hoch	niedrig	hoch	30,44	85,63	18,55	57,07

76	niedrig	hoch	hoch	mittel	niedrig	49,48	87,53	32,82	53,01
77	niedrig	hoch	hoch	mittel	mittel	61,4	97,54	42,83	61,36
78	niedrig	hoch	hoch	mittel	hoch	68,53	114,17	47,1	57,07
79	niedrig	hoch	hoch	hoch	niedrig	60,91	116,04	37,1	39,09
80	niedrig	hoch	hoch	hoch	mittel	79,96	133,2	51,38	42,79
81	niedrig	hoch	hoch	hoch	hoch	91,34	161,69	55,65	28,53
82	mittel	niedrig	niedrig	niedrig	niedrig	0	15,23	0	59,22
83	mittel	niedrig	niedrig	niedrig	mittel	11,9	25,25	9,99	67,26
84	mittel	niedrig	niedrig	niedrig	hoch	19,03	41,88	14,27	62,97
85	mittel	niedrig	niedrig	mittel	niedrig	0	20,95	0	67,61
86	mittel	niedrig	niedrig	mittel	mittel	23,82	35,25	19,99	75,82
87	mittel	niedrig	niedrig	mittel	hoch	38,07	59,01	28,54	67,25
88	mittel	niedrig	niedrig	hoch	niedrig	0	30,46	0	67,94
89	mittel	niedrig	niedrig	hoch	mittel	30,95	51,91	24,27	71,51
90	mittel	niedrig	niedrig	hoch	hoch	49,46	87,53	32,81	52,97
91	mittel	niedrig	mittel	niedrig	niedrig	0	20,94	0	67,89
92	mittel	niedrig	mittel	niedrig	mittel	11,9	30,95	9,99	75,93
93	mittel	niedrig	mittel	niedrig	hoch	19,03	47,58	14,27	71,64
94	mittel	niedrig	mittel	mittel	niedrig	11,91	30,94	10	76,27
95	mittel	niedrig	mittel	mittel	mittel	35,72	45,24	29,99	84,49
96	mittel	niedrig	mittel	mittel	hoch	49,97	69	38,54	75,92
97	mittel	niedrig	mittel	hoch	niedrig	19,05	47,58	14,28	72,33
98	mittel	niedrig	mittel	hoch	mittel	50	69,03	38,54	75,9
99	mittel	niedrig	mittel	hoch	hoch	68,51	104,65	47,09	57,36
100	mittel	niedrig	hoch	niedrig	niedrig	0	30,46	0	67,94
101	mittel	niedrig	hoch	niedrig	mittel	11,9	40,47	9,99	75,98
102	mittel	niedrig	hoch	niedrig	hoch	19,03	57,11	14,27	71,69
103	mittel	niedrig	hoch	mittel	niedrig	19,05	47,58	14,28	72,05
104	mittel	niedrig	hoch	mittel	mittel	42,87	61,89	34,27	80,26
105	mittel	niedrig	hoch	mittel	hoch	57,11	85,64	42,82	71,69
106	mittel	niedrig	hoch	hoch	niedrig	30,47	76,1	18,56	58,13
107	mittel	niedrig	hoch	hoch	mittel	61,42	97,55	42,82	61,69
108	mittel	niedrig	hoch	hoch	hoch	79,93	133,17	51,37	43,16
109	mittel	mittel	niedrig	niedrig	niedrig	11,9	25,23	9,99	67,61
110	mittel	mittel	niedrig	niedrig	mittel	23,8	35,25	19,98	75,65
111	mittel	mittel	niedrig	niedrig	hoch	30,93	51,88	24,26	71,36
112	mittel	mittel	niedrig	mittel	niedrig	11,9	30,95	9,99	75,99
113	mittel	mittel	niedrig	mittel	mittel	35,72	45,26	29,98	84,2
114	mittel	mittel	niedrig	mittel	hoch	49,97	69,01	38,53	75,64
115	mittel	mittel	niedrig	hoch	niedrig	11,9	40,46	9,99	76,33
116	mittel	mittel	niedrig	hoch	mittel	42,85	61,91	34,26	79,89
117	mittel	mittel	niedrig	hoch	hoch	61,36	97,53	42,8	61,35
118	mittel	mittel	mittel	niedrig	niedrig	23,82	35,24	19,99	76,16



119	mittel	mittel	mittel	niedrig	mittel	35,72	45,25	29,98	84,2
120	mittel	mittel	mittel	niedrig	hoch	42,84	61,88	34,26	79,92
121	mittel	mittel	mittel	mittel	niedrig	35,72	45,24	29,99	84,55
122	mittel	mittel	mittel	mittel	mittel	59,54	59,54	49,98	92,76
123	mittel	mittel	mittel	mittel	hoch	73,79	83,3	58,53	84,19
124	mittel	mittel	mittel	hoch	niedrig	42,87	61,88	34,27	80,61
125	mittel	mittel	mittel	hoch	mittel	73,82	83,33	58,54	84,17
126	mittel	mittel	mittel	hoch	hoch	92,33	118,94	67,08	65,64
127	mittel	mittel	hoch	niedrig	niedrig	30,95	51,9	24,27	71,85
128	mittel	mittel	hoch	niedrig	mittel	42,85	61,92	34,26	79,89
129	mittel	mittel	hoch	niedrig	hoch	49,97	78,55	38,53	75,6
130	mittel	mittel	hoch	mittel	niedrig	50	69,03	38,54	75,96
131	mittel	mittel	hoch	mittel	mittel	73,82	83,33	58,54	84,17
132	mittel	mittel	hoch	mittel	hoch	88,06	107,09	67,08	75,6
133	mittel	mittel	hoch	hoch	niedrig	61,42	97,54	42,82	62,04
134	mittel	mittel	hoch	hoch	mittel	92,37	118,99	67,09	65,6
135	mittel	mittel	hoch	hoch	hoch	110,88	154,61	75,64	47,07
136	mittel	hoch	niedrig	niedrig	niedrig	19,03	41,87	14,27	63,32
137	mittel	hoch	niedrig	niedrig	mittel	30,93	51,88	24,26	71,36
138	mittel	hoch	niedrig	niedrig	hoch	38,05	68,51	28,53	67,07
139	mittel	hoch	niedrig	mittel	niedrig	19,03	47,59	14,27	71,71
140	mittel	hoch	niedrig	mittel	mittel	42,84	61,89	34,26	79,92
141	mittel	hoch	niedrig	mittel	hoch	57,09	85,65	42,81	71,35
142	mittel	hoch	niedrig	hoch	niedrig	19,03	57,1	14,27	72,04
143	mittel	hoch	niedrig	hoch	mittel	49,97	78,55	38,53	75,6
144	mittel	hoch	niedrig	hoch	hoch	68,49	114,16	47,08	57,07
145	mittel	hoch	mittel	niedrig	niedrig	38,07	58,99	28,54	67,6
146	mittel	hoch	mittel	niedrig	mittel	49,97	69,01	38,53	75,64
147	mittel	hoch	mittel	niedrig	hoch	57,09	85,64	42,81	71,35
148	mittel	hoch	mittel	mittel	niedrig	49,97	69	38,54	75,98
149	mittel	hoch	mittel	mittel	mittel	73,79	83,3	58,53	84,19
150	mittel	hoch	mittel	mittel	hoch	88,04	107,06	67,08	75,63
151	mittel	hoch	mittel	hoch	niedrig	57,11	85,63	42,82	72,04
152	mittel	hoch	mittel	hoch	mittel	88,06	107,09	67,08	75,6
153	mittel	hoch	mittel	hoch	hoch	106,58	142,7	75,63	57,07
154	mittel	hoch	hoch	niedrig	niedrig	49,46	87,52	32,81	53,31
155	mittel	hoch	hoch	niedrig	mittel	61,36	97,53	42,8	61,35
156	mittel	hoch	hoch	niedrig	hoch	68,49	114,16	47,08	57,07
157	mittel	hoch	hoch	mittel	niedrig	68,51	104,64	47,09	57,42
158	mittel	hoch	hoch	mittel	mittel	92,33	118,94	67,08	65,64
159	mittel	hoch	hoch	mittel	hoch	106,58	142,7	75,63	57,07
160	mittel	hoch	hoch	hoch	niedrig	79,93	133,16	51,37	43,5
161	mittel	hoch	hoch	hoch	mittel	110,88	154,61	75,64	47,07

162	mittel	hoch	hoch	hoch	hoch	129,39	190,22	84,18	28,53
163	hoch	niedrig	niedrig	niedrig	niedrig	0	24,72	0	59,74
164	hoch	niedrig	niedrig	niedrig	mittel	19,04	41,89	14,27	63,41
165	hoch	niedrig	niedrig	niedrig	hoch	30,44	70,39	18,54	49,14
166	hoch	niedrig	niedrig	mittel	niedrig	0	30,44	0	68,13
167	hoch	niedrig	niedrig	mittel	mittel	30,96	51,89	24,27	71,96
168	hoch	niedrig	niedrig	mittel	hoch	49,48	87,53	32,82	53,42
169	hoch	niedrig	niedrig	hoch	niedrig	0	39,95	0	68,46
170	hoch	niedrig	niedrig	hoch	mittel	38,09	68,55	28,54	67,65
171	hoch	niedrig	niedrig	hoch	hoch	60,88	116,04	37,09	39,14
172	hoch	niedrig	mittel	niedrig	niedrig	0	30,43	0	68,41
173	hoch	niedrig	mittel	niedrig	mittel	19,04	47,59	14,27	72,07
174	hoch	niedrig	mittel	niedrig	hoch	30,44	76,1	18,54	57,81
175	hoch	niedrig	mittel	mittel	niedrig	11,91	40,43	10	76,8
176	hoch	niedrig	mittel	mittel	mittel	42,86	61,88	34,27	80,63
177	hoch	niedrig	mittel	mittel	hoch	61,39	97,52	42,81	62,09
178	hoch	niedrig	mittel	hoch	niedrig	19,05	57,07	14,28	72,86
179	hoch	niedrig	mittel	hoch	mittel	57,14	85,67	42,82	72,04
180	hoch	niedrig	mittel	hoch	hoch	79,92	133,16	51,36	43,53
181	hoch	niedrig	hoch	niedrig	niedrig	0	39,95	0	68,46
182	hoch	niedrig	hoch	niedrig	mittel	19,04	57,11	14,27	72,13
183	hoch	niedrig	hoch	niedrig	hoch	30,44	85,62	18,54	57,86
184	hoch	niedrig	hoch	mittel	niedrig	19,05	57,07	14,28	72,58
185	hoch	niedrig	hoch	mittel	mittel	50,01	78,53	38,55	76,41
186	hoch	niedrig	hoch	mittel	hoch	68,53	114,16	47,09	57,86
187	hoch	niedrig	hoch	hoch	niedrig	30,47	85,59	18,56	58,65
188	hoch	niedrig	hoch	hoch	mittel	68,56	114,19	47,1	57,84
189	hoch	niedrig	hoch	hoch	hoch	91,35	161,68	55,64	29,33
190	hoch	mittel	niedrig	niedrig	niedrig	19,04	41,88	14,27	63,41
191	hoch	mittel	niedrig	niedrig	mittel	38,08	59,05	28,53	67,07
192	hoch	mittel	niedrig	niedrig	hoch	49,48	87,55	32,81	52,81
193	hoch	mittel	niedrig	mittel	niedrig	19,04	47,6	14,27	71,79
194	hoch	mittel	niedrig	mittel	mittel	50	69,06	38,53	75,62
195	hoch	mittel	niedrig	mittel	hoch	68,52	104,69	47,08	57,08
196	hoch	mittel	niedrig	hoch	niedrig	19,04	57,11	14,27	72,13
197	hoch	mittel	niedrig	hoch	mittel	57,13	85,71	42,81	71,31
198	hoch	mittel	niedrig	hoch	hoch	79,92	133,21	51,35	42,8
199	hoch	mittel	mittel	niedrig	niedrig	30,96	51,89	24,27	71,96
200	hoch	mittel	mittel	niedrig	mittel	50	69,05	38,53	75,62
201	hoch	mittel	mittel	niedrig	hoch	61,4	97,56	42,81	61,36
202	hoch	mittel	mittel	mittel	niedrig	42,86	61,89	34,27	80,35
203	hoch	mittel	mittel	mittel	mittel	73,82	83,34	58,53	84,18
204	hoch	mittel	mittel	mittel	hoch	92,35	118,97	67,08	65,64

205	hoch	mittel	mittel	hoch	niedrig	50,01	78,53	38,55	76,41
206	hoch	mittel	mittel	hoch	mittel	88,1	107,13	67,09	75,59
207	hoch	mittel	mittel	hoch	hoch	110,88	154,62	75,63	47,08
208	hoch	mittel	hoch	niedrig	niedrig	38,09	68,55	28,54	67,65
209	hoch	mittel	hoch	niedrig	mittel	57,13	85,72	42,81	71,31
210	hoch	mittel	hoch	niedrig	hoch	68,53	114,22	47,08	57,05
211	hoch	mittel	hoch	mittel	niedrig	57,14	85,68	42,82	71,76
212	hoch	mittel	hoch	mittel	mittel	88,1	107,13	67,09	75,59
213	hoch	mittel	hoch	mittel	hoch	106,62	142,76	75,63	57,05
214	hoch	mittel	hoch	hoch	niedrig	68,56	114,19	47,1	57,84
215	hoch	mittel	hoch	hoch	mittel	106,65	142,79	75,64	57,02
216	hoch	mittel	hoch	hoch	hoch	129,44	190,28	84,19	28,51
217	hoch	hoch	niedrig	niedrig	niedrig	30,44	70,39	18,54	49,14
218	hoch	hoch	niedrig	niedrig	mittel	49,48	87,56	32,81	52,81
219	hoch	hoch	niedrig	niedrig	hoch	60,88	116,06	37,08	38,54
220	hoch	hoch	niedrig	mittel	niedrig	30,44	76,11	18,54	57,53
221	hoch	hoch	niedrig	mittel	mittel	61,4	97,56	42,81	61,36
222	hoch	hoch	niedrig	mittel	hoch	79,92	133,2	51,36	42,82
223	hoch	hoch	niedrig	hoch	niedrig	30,44	85,62	18,54	57,86
224	hoch	hoch	niedrig	hoch	mittel	68,53	114,22	47,08	57,05
225	hoch	hoch	niedrig	hoch	hoch	91,32	161,71	55,63	28,54
226	hoch	hoch	mittel	niedrig	niedrig	49,48	87,52	32,82	53,42
227	hoch	hoch	mittel	niedrig	mittel	68,52	104,68	47,08	57,08
228	hoch	hoch	mittel	niedrig	hoch	79,92	133,19	51,36	42,82
229	hoch	hoch	mittel	mittel	niedrig	61,39	97,52	42,81	61,81
230	hoch	hoch	mittel	mittel	mittel	92,35	118,97	67,08	65,64
231	hoch	hoch	mittel	mittel	hoch	110,87	154,61	75,63	47,1
232	hoch	hoch	mittel	hoch	niedrig	68,53	114,16	47,09	57,86
233	hoch	hoch	mittel	hoch	mittel	106,62	142,76	75,63	57,05
234	hoch	hoch	mittel	hoch	hoch	129,41	190,25	84,18	28,54
235	hoch	hoch	hoch	niedrig	niedrig	60,88	116,04	37,09	39,14
236	hoch	hoch	hoch	niedrig	mittel	79,92	133,21	51,35	42,8
237	hoch	hoch	hoch	niedrig	hoch	91,32	161,71	55,63	28,54
238	hoch	hoch	hoch	mittel	niedrig	79,92	133,17	51,36	43,25
239	hoch	hoch	hoch	mittel	mittel	110,88	154,62	75,63	47,08
240	hoch	hoch	hoch	mittel	hoch	129,41	190,25	84,18	28,54
241	hoch	hoch	hoch	hoch	niedrig	91,35	161,68	55,64	29,33
242	hoch	hoch	hoch	hoch	mittel	129,44	190,28	84,19	28,51
243	hoch	hoch	hoch	hoch	hoch	152,22	237,77	92,73	0

*Tabelle 40: Regelbasis zur Bestimmung profilspezifischer Flächenmaße bei Vorliegen von fünf Beurteilungskriterien am Beispiel der faktischen Funktionalität*

Aus Tabelle 40 kann abgeleitet werden, dass insgesamt 39 verschiedene Ausprägungen der unscharfen Flächenmaße  $\widetilde{FM}_{FF,r}^{Funk}$  bzw.  $\widetilde{FM}_{EF,r}^{Funk}$  sowie  $\widetilde{FM}_{FFG,r}^{Fung}$  bzw.  $\widetilde{FM}_{EFG,r}^{Fung}$  resultieren. Es gilt wiederum, in Analogie zu den Ausführungen hinsichtlich der erwünschten bzw. faktischen Stabilität (vgl. Kapitel 4.3.4), für die Auflistung der 39 verschiedenen unscharfen Flächenmaße am Beispiel der faktischen Funktionalität:

$$\widetilde{FM}_{FF,r}^{Funk} = \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,j} \text{ mit } j = 1, \dots, 39:$$

$$\begin{aligned} \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,1} &= (0; 15,22; 0; 59,2) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,21} &= (30,94; 51,86; 24,3; 71,64) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,2} &= (0; 20,94; 0; 67,4) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,22} &= (35,7; 45,22; 30; 84,22) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,3} &= (0; 24,7; 0; 59,2) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,23} &= (38,08; 59,02; 28,6; 67,4) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,4} &= (0; 30,42; 0; 67,4) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,24} &= (38,08; 68,5; 28,6; 67,4) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,5} &= (0; 39,9; 0; 67,4) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,25} &= (42,84; 61,86; 34,3; 79,98) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,6} &= (0; 9,5; 0; 51) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,26} &= (49,48; 87,51; 32,84; 53,1) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,7} &= (106,6; 142,75; 75,74; 57,2) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,27} &= (49,98; 69,02; 38,6; 75,74) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,8} &= (11,9; 25,22; 10; 67,54) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,28} &= (49,98; 78,5; 38,6; 75,74) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,9} &= (11,9; 30,94; 10; 75,74) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,29} &= (57,12; 85,66; 42,9; 71,5) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,10} &= (11,9; 40,42; 10; 75,74) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,30} &= (59,5; 59,5; 50; 92,7) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,11} &= (110,86; 154,6; 75,68; 47,14) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,31} &= (60,88; 116; 37,08; 38,8) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,12} &= (129,4; 190,25; 84,22; 28,6) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,32} &= (61,38; 97,51; 42,84; 61,44) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,13} &= (152,2; 237,75; 92,7; 0) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,33} &= (68,52; 104,67; 47,14; 57,2) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,14} &= (19,04; 41,86; 14,3; 63,3) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,34} &= (68,52; 114,15; 47,14; 57,2) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,15} &= (19,04; 47,58; 14,3; 71,5) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,35} &= (73,78; 83,3; 58,6; 84,22) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,16} &= (19,04; 57,06; 14,3; 71,5) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,36} &= (79,92; 133,16; 51,38; 42,9) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,17} &= (23,8; 35,22; 20; 75,88) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,37} &= (88,06; 107,1; 67,2; 75,74) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,18} &= (30,44; 70,35; 18,54; 49) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,38} &= (91,32; 161,65; 55,62; 28,6) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,19} &= (30,44; 76,07; 18,54; 57,2) & \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,39} &= (92,32; 118,95; 67,14; 65,68) \\ \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,20} &= (30,44; 85,55; 18,54; 57,2) & & \end{aligned}$$

Diese 39 profilspezifischen Ausprägungen können dann zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen für die Profile faktischer und erwünschter Funktionalität sowie faktischer und erwünschter Fungibilität in Ansatz gebracht werden, wobei sich bei 39 verschiedenen Ausprägungen dann 1521 Kombinationen ergeben (vgl. Anhang V-III).

Anhang V-III: Regelbasis zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen für die Profile faktischer und erwünschter Funktionalität und Fungibilität

Lfd. Nr. n	$\widetilde{FM}_{FFG}^{Fung,n} = \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,n} = (m_1, m_2, \underline{\alpha}, \overline{\alpha})$	$\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung,n} = \widetilde{FM}_{EF}^{Funk,n} = (n_1, n_2, \underline{\beta}, \overline{\beta})$	$\tilde{v}_{Fung}^n(FFG, EFG) = \tilde{v}_{Funk}^n(FF, EF) = \widetilde{FM}_{FFG}^{Fung,n} - \widetilde{FM}_{EFG}^{Fung,n} = \widetilde{FM}_{FF}^{Funk,n} - \widetilde{FM}_{EF}^{Funk,n}$
1	(0;9,5;0;51)	(0;9,5;0;51)	(-9,5;9,5;51;51)

2	(0;9,5;0;51)	(0;15,22;0;59,2)	(-15,22;9,5;59,2;51)
3	(0;9,5;0;51)	(0;24,7;0;59,2)	(-24,7;9,5;59,2;51)
4	(0;9,5;0;51)	(0;20,94;0;67,4)	(-20,94;9,5;67,4;51)
5	(0;9,5;0;51)	(0;30,42;0;67,4)	(-30,42;9,5;67,4;51)
6	(0;9,5;0;51)	(0;39,9;0;67,4)	(-39,9;9,5;67,4;51)
7	(0;9,5;0;51)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-25,22;-2,4;67,54;61)
8	(0;9,5;0;51)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-30,94;-2,4;75,74;61)
9	(0;9,5;0;51)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-40,42;-2,4;75,74;61)
10	(0;9,5;0;51)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-41,86;-9,54;63,3;65,3)
11	(0;9,5;0;51)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-47,58;-9,54;71,5;65,3)
12	(0;9,5;0;51)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-57,06;-9,54;71,5;65,3)
13	(0;9,5;0;51)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-35,22;-14,3;75,88;71)
14	(0;9,5;0;51)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-70,35;-20,94;49;69,54)
15	(0;9,5;0;51)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-76,07;-20,94;57,2;69,54)
16	(0;9,5;0;51)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-85,55;-20,94;57,2;69,54)
17	(0;9,5;0;51)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-51,86;-21,44;71,64;75,3)
18	(0;9,5;0;51)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-45,22;-26,2;84,22;81)
19	(0;9,5;0;51)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-59,02;-28,58;67,4;79,6)
20	(0;9,5;0;51)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-68,5;-28,58;67,4;79,6)
21	(0;9,5;0;51)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-61,86;-33,34;79,98;85,3)
22	(0;9,5;0;51)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-87,51;-39,98;53,1;83,84)
23	(0;9,5;0;51)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-69,02;-40,47;75,74;89,6)
24	(0;9,5;0;51)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-78,5;-40,48;75,74;89,6)
25	(0;9,5;0;51)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-85,66;-47,62;71,5;93,9)
26	(0;9,5;0;51)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-59,5;-50;92,7;101)
27	(0;9,5;0;51)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-116;-51,38;38,8;88,08)
28	(0;9,5;0;51)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-97,51;-51,88;61,44;93,84)
29	(0;9,5;0;51)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-114,15;-59,02;57,2;98,14)
30	(0;9,5;0;51)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-104,67;-59,02;57,2;98,14)
31	(0;9,5;0;51)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-83,3;-64,28;84,22;109,6)
32	(0;9,5;0;51)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-133,16;-70,42;42,9;102,38)
33	(0;9,5;0;51)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-107,1;-78,56;75,74;118,2)
34	(0;9,5;0;51)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-161,65;-81,82;28,6;106,62)
35	(0;9,5;0;51)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-118,95;-82,82;65,68;118,14)
36	(0;9,5;0;51)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-142,75;-97,1;57,2;126,74)
37	(0;9,5;0;51)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-154,6;-101,36;47,14;126,68)
38	(0;9,5;0;51)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-190,25;-119,9;28,6;135,22)
39	(0;9,5;0;51)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-237,75;-142,7;0;143,7)
40	(0;15,22;0;59)	(0;9,5;0;51)	(-9,5;15,22;51;59,2)
41	(0;15,22;0;59)	(0;15,22;0;59,2)	(-15,22;15,22;59,2;59,2)
42	(0;15,22;0;59)	(0;24,7;0;59,2)	(-24,7;15,22;59,2;59,2)
43	(0;15,22;0;59)	(0;20,94;0;67,4)	(-20,94;15,22;67,4;59,2)
44	(0;15,22;0;59)	(0;30,42;0;67,4)	(-30,42;15,22;67,4;59,2)

45	(0;15,22;0;59)	(0;39,9;0;67,4)	(-39,9;15,22;67,4;59,2)
46	(0;15,22;0;59)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-25,22;3,32;67,54;69,2)
47	(0;15,22;0;59)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-30,94;3,32;75,74;69,2)
48	(0;15,22;0;59)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-40,42;3,32;75,74;69,2)
49	(0;15,22;0;59)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-41,86;-3,82;63,3;73,5)
50	(0;15,22;0;59)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-47,58;-3,82;71,5;73,5)
51	(0;15,22;0;59)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-57,06;-3,82;71,5;73,5)
52	(0;15,22;0;59)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-35,22;-8,58;75,88;79,2)
53	(0;15,22;0;59)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-70,35;-15,22;49;77,74)
54	(0;15,22;0;59)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-76,07;-15,22;57,2;77,74)
55	(0;15,22;0;59)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-85,55;-15,22;57,2;77,74)
56	(0;15,22;0;59)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-51,86;-15,72;71,64;83,5)
57	(0;15,22;0;59)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-45,22;-20,48;84,22;89,2)
58	(0;15,22;0;59)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-59,02;-22,86;67,4;87,8)
59	(0;15,22;0;59)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-68,5;-22,86;67,4;87,8)
60	(0;15,22;0;59)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-61,86;-27,62;79,98;93,5)
61	(0;15,22;0;59)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-87,51;-34,26;53,1;92,04)
62	(0;15,22;0;59)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-69,02;-34,75;75,74;97,8)
63	(0;15,22;0;59)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-78,5;-34,76;75,74;97,8)
64	(0;15,22;0;59)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-85,66;-41,9;71,5;102,1)
65	(0;15,22;0;59)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-59,5;-44,28;92,7;109,2)
66	(0;15,22;0;59)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-116;-45,66;38,8;96,28)
67	(0;15,22;0;59)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-97,51;-46,16;61,44;102,04)
68	(0;15,22;0;59)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-114,15;-53,3;57,2;106,34)
69	(0;15,22;0;59)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-104,67;-53,3;57,2;106,34)
70	(0;15,22;0;59)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-83,3;-58,56;84,22;117,8)
71	(0;15,22;0;59)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-133,16;-64,7;42,9;110,58)
72	(0;15,22;0;59)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-107,1;-72,84;75,74;126,4)
73	(0;15,22;0;59)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-161,65;-76,1;28,6;114,82)
74	(0;15,22;0;59)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-118,95;-77,1;65,68;126,34)
75	(0;15,22;0;59)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-142,75;-91,38;57,2;134,94)
76	(0;15,22;0;59)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-154,6;-95,64;47,14;134,88)
77	(0;15,22;0;59)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-190,25;-114,18;28,6;143,42)
78	(0;15,22;0;59)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-237,75;-136,98;0;151,9)
79	(0;24,7;0;59)	(0;9,5;0;51)	(-9,5;24,7;51;59,2)
80	(0;24,7;0;59)	(0;15,22;0;59,2)	(-15,22;24,7;59,2;59,2)
81	(0;24,7;0;59)	(0;24,7;0;59,2)	(-24,7;24,7;59,2;59,2)
82	(0;24,7;0;59)	(0;20,94;0;67,4)	(-20,94;24,7;67,4;59,2)
83	(0;24,7;0;59)	(0;30,42;0;67,4)	(-30,42;24,7;67,4;59,2)
84	(0;24,7;0;59)	(0;39,9;0;67,4)	(-39,9;24,7;67,4;59,2)
85	(0;24,7;0;59)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-25,22;12,8;67,54;69,2)
86	(0;24,7;0;59)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-30,94;12,8;75,74;69,2)
87	(0;24,7;0;59)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-40,42;12,8;75,74;69,2)

88	(0;24,7;0;59)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-41,86;5,66;63,3;73,5)
89	(0;24,7;0;59)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-47,58;5,66;71,5;73,5)
90	(0;24,7;0;59)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-57,06;5,66;71,5;73,5)
91	(0;24,7;0;59)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-35,22;0,9;75,88;79,2)
92	(0;24,7;0;59)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-70,35;-5,74;49;77,74)
93	(0;24,7;0;59)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-76,07;-5,74;57,2;77,74)
94	(0;24,7;0;59)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-85,55;-5,74;57,2;77,74)
95	(0;24,7;0;59)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-51,86;-6,24;71,64;83,5)
96	(0;24,7;0;59)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-45,22;-11;84,22;89,2)
97	(0;24,7;0;59)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-59,02;-13,38;67,4;87,8)
98	(0;24,7;0;59)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-68,5;-13,38;67,4;87,8)
99	(0;24,7;0;59)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-61,86;-18,14;79,98;93,5)
100	(0;24,7;0;59)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-87,51;-24,78;53,1;92,04)
101	(0;24,7;0;59)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-69,02;-25,27;75,74;97,8)
102	(0;24,7;0;59)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-78,5;-25,28;75,74;97,8)
103	(0;24,7;0;59)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-85,66;-32,42;71,5;102,1)
104	(0;24,7;0;59)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-59,5;-34,8;92,7;109,2)
105	(0;24,7;0;59)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-116;-36,18;38,8;96,28)
106	(0;24,7;0;59)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-97,51;-36,68;61,44;102,04)
107	(0;24,7;0;59)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-114,15;-43,82;57,2;106,34)
108	(0;24,7;0;59)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-104,67;-43,82;57,2;106,34)
109	(0;24,7;0;59)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-83,3;-49,08;84,22;117,8)
110	(0;24,7;0;59)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-133,16;-55,22;42,9;110,58)
111	(0;24,7;0;59)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-107,1;-63,36;75,74;126,4)
112	(0;24,7;0;59)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-161,65;-66,62;28,6;114,82)
113	(0;24,7;0;59)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-118,95;-67,62;65,68;126,34)
114	(0;24,7;0;59)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-142,75;-81,9;57,2;134,94)
115	(0;24,7;0;59)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-154,6;-86,16;47,14;134,88)
116	(0;24,7;0;59)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-190,25;-104,7;28,6;143,42)
117	(0;24,7;0;59)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-237,75;-127,5;0;151,9)
118	(0;20,94;0;67)	(0;9,5;0;51)	(-9,5;20,94;51;67,4)
119	(0;20,94;0;67)	(0;15,22;0;59,2)	(-15,22;20,94;59,2;67,4)
120	(0;20,94;0;67)	(0;24,7;0;59,2)	(-24,7;20,94;59,2;67,4)
121	(0;20,94;0;67)	(0;20,94;0;67,4)	(-20,94;20,94;67,4;67,4)
122	(0;20,94;0;67)	(0;30,42;0;67,4)	(-30,42;20,94;67,4;67,4)
123	(0;20,94;0;67)	(0;39,9;0;67,4)	(-39,9;20,94;67,4;67,4)
124	(0;20,94;0;67)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-25,22;9,04;67,54;77,4)
125	(0;20,94;0;67)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-30,94;9,04;75,74;77,4)
126	(0;20,94;0;67)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-40,42;9,04;75,74;77,4)
127	(0;20,94;0;67)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-41,86;1,9;63,3;81,7)
128	(0;20,94;0;67)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-47,58;1,9;71,5;81,7)
129	(0;20,94;0;67)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-57,06;1,9;71,5;81,7)
130	(0;20,94;0;67)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-35,22;-2,86;75,88;87,4)

131	(0;20,94;0;67)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-70,35;-9,5;49;85,94)
132	(0;20,94;0;67)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-76,07;-9,5;57,2;85,94)
133	(0;20,94;0;67)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-85,55;-9,5;57,2;85,94)
134	(0;20,94;0;67)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-51,86;-10;71,64;91,7)
135	(0;20,94;0;67)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-45,22;-14,76;84,22;97,4)
136	(0;20,94;0;67)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-59,02;-17,14;67,4;96)
137	(0;20,94;0;67)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-68,5;-17,14;67,4;96)
138	(0;20,94;0;67)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-61,86;-21,9;79,98;101,7)
139	(0;20,94;0;67)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-87,51;-28,54;53,1;100,24)
140	(0;20,94;0;67)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-69,02;-29,03;75,74;106)
141	(0;20,94;0;67)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-78,5;-29,04;75,74;106)
142	(0;20,94;0;67)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-85,66;-36,18;71,5;110,3)
143	(0;20,94;0;67)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-59,5;-38,56;92,7;117,4)
144	(0;20,94;0;67)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-116;-39,94;38,8;104,48)
145	(0;20,94;0;67)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-97,51;-40,44;61,44;110,24)
146	(0;20,94;0;67)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-114,15;-47,58;57,2;114,54)
147	(0;20,94;0;67)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-104,67;-47,58;57,2;114,54)
148	(0;20,94;0;67)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-83,3;-52,84;84,22;126)
149	(0;20,94;0;67)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-133,16;-58,98;42,9;118,78)
150	(0;20,94;0;67)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-107,1;-67,12;75,74;134,6)
151	(0;20,94;0;67)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-161,65;-70,38;28,6;123,02)
152	(0;20,94;0;67)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-118,95;-71,38;65,68;134,54)
153	(0;20,94;0;67)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-142,75;-85,66;57,2;143,14)
154	(0;20,94;0;67)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-154,6;-89,92;47,14;143,08)
155	(0;20,94;0;67)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-190,25;-108,46;28,6;151,62)
156	(0;20,94;0;67)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-237,75;-131,26;0;160,1)
157	(0;30,42;0;67)	(0;9,5;0;51)	(-9,5;30,42;51;67,4)
158	(0;30,42;0;67)	(0;15,22;0;59,2)	(-15,22;30,42;59,2;67,4)
159	(0;30,42;0;67)	(0;24,7;0;59,2)	(-24,7;30,42;59,2;67,4)
160	(0;30,42;0;67)	(0;20,94;0;67,4)	(-20,94;30,42;67,4;67,4)
161	(0;30,42;0;67)	(0;30,42;0;67,4)	(-30,42;30,42;67,4;67,4)
162	(0;30,42;0;67)	(0;39,9;0;67,4)	(-39,9;30,42;67,4;67,4)
163	(0;30,42;0;67)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-25,22;18,52;67,54;77,4)
164	(0;30,42;0;67)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-30,94;18,52;75,74;77,4)
165	(0;30,42;0;67)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-40,42;18,52;75,74;77,4)
166	(0;30,42;0;67)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-41,86;11,38;63,3;81,7)
167	(0;30,42;0;67)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-47,58;11,38;71,5;81,7)
168	(0;30,42;0;67)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-57,06;11,38;71,5;81,7)
169	(0;30,42;0;67)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-35,22;6,62;75,88;87,4)
170	(0;30,42;0;67)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-70,35;-0,02;49;85,94)
171	(0;30,42;0;67)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-76,07;-0,02;57,2;85,94)
172	(0;30,42;0;67)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-85,55;-0,02;57,2;85,94)
173	(0;30,42;0;67)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-51,86;-0,52;71,64;91,7)



174	(0;30,42;0;67)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-45,22;-5,28;84,22;97,4)
175	(0;30,42;0;67)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-59,02;-7,66;67,4;96)
176	(0;30,42;0;67)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-68,5;-7,66;67,4;96)
177	(0;30,42;0;67)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-61,86;-12,42;79,98;101,7)
178	(0;30,42;0;67)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-87,51;-19,06;53,1;100,24)
179	(0;30,42;0;67)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-69,02;-19,55;75,74;106)
180	(0;30,42;0;67)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-78,5;-19,56;75,74;106)
181	(0;30,42;0;67)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-85,66;-26,7;71,5;110,3)
182	(0;30,42;0;67)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-59,5;-29,08;92,7;117,4)
183	(0;30,42;0;67)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-116;-30,46;38,8;104,48)
184	(0;30,42;0;67)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-97,51;-30,96;61,44;110,24)
185	(0;30,42;0;67)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-114,15;-38,1;57,2;114,54)
186	(0;30,42;0;67)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-104,67;-38,1;57,2;114,54)
187	(0;30,42;0;67)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-83,3;-43,36;84,22;126)
188	(0;30,42;0;67)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-133,16;-49,5;42,9;118,78)
189	(0;30,42;0;67)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-107,1;-57,64;75,74;134,6)
190	(0;30,42;0;67)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-161,65;-60,9;28,6;123,02)
191	(0;30,42;0;67)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-118,95;-61,9;65,68;134,54)
192	(0;30,42;0;67)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-142,75;-76,18;57,2;143,14)
193	(0;30,42;0;67)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-154,6;-80,44;47,14;143,08)
194	(0;30,42;0;67)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-190,25;-98,98;28,6;151,62)
195	(0;30,42;0;67)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-237,75;-121,78;0;160,1)
196	(0;39,9;0;67)	(0;9,5;0;51)	(-9,5;39,9;51;67,4)
197	(0;39,9;0;67)	(0;15,22;0;59,2)	(-15,22;39,9;59,2;67,4)
198	(0;39,9;0;67)	(0;24,7;0;59,2)	(-24,7;39,9;59,2;67,4)
199	(0;39,9;0;67)	(0;20,94;0;67,4)	(-20,94;39,9;67,4;67,4)
200	(0;39,9;0;67)	(0;30,42;0;67,4)	(-30,42;39,9;67,4;67,4)
201	(0;39,9;0;67)	(0;39,9;0;67,4)	(-39,9;39,9;67,4;67,4)
202	(0;39,9;0;67)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-25,22;28;67,54;77,4)
203	(0;39,9;0;67)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-30,94;28;75,74;77,4)
204	(0;39,9;0;67)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-40,42;28;75,74;77,4)
205	(0;39,9;0;67)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-41,86;20,86;63,3;81,7)
206	(0;39,9;0;67)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-47,58;20,86;71,5;81,7)
207	(0;39,9;0;67)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-57,06;20,86;71,5;81,7)
208	(0;39,9;0;67)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-35,22;16,1;75,88;87,4)
209	(0;39,9;0;67)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-70,35;9,46;49;85,94)
210	(0;39,9;0;67)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-76,07;9,46;57,2;85,94)
211	(0;39,9;0;67)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-85,55;9,46;57,2;85,94)
212	(0;39,9;0;67)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-51,86;8,96;71,64;91,7)
213	(0;39,9;0;67)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-45,22;4,2;84,22;97,4)
214	(0;39,9;0;67)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-59,02;1,82;67,4;96)
215	(0;39,9;0;67)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-68,5;1,82;67,4;96)
216	(0;39,9;0;67)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-61,86;-2,94;79,98;101,7)

217	(0;39,9;0;67)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-87,51;-9,58;53,1;100,24)
218	(0;39,9;0;67)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-69,02;-10,07;75,74;106)
219	(0;39,9;0;67)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-78,5;-10,08;75,74;106)
220	(0;39,9;0;67)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-85,66;-17,22;71,5;110,3)
221	(0;39,9;0;67)	(59,5;59,5;50,92,7)	(-59,5;-19,6;92,7;117,4)
222	(0;39,9;0;67)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-116;-20,98;38,8;104,48)
223	(0;39,9;0;67)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-97,51;-21,48;61,44;110,24)
224	(0;39,9;0;67)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-114,15;-28,62;57,2;114,54)
225	(0;39,9;0;67)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-104,67;-28,62;57,2;114,54)
226	(0;39,9;0;67)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-83,3;-33,88;84,22;126)
227	(0;39,9;0;67)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-133,16;-40,02;42,9;118,78)
228	(0;39,9;0;67)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-107,1;-48,16;75,74;134,6)
229	(0;39,9;0;67)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-161,65;-51,42;28,6;123,02)
230	(0;39,9;0;67)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-118,95;-52,42;65,68;134,54)
231	(0;39,9;0;67)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-142,75;-66,7;57,2;143,14)
232	(0;39,9;0;67)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-154,6;-70,96;47,14;143,08)
233	(0;39,9;0;67)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-190,25;-89,5;28,6;151,62)
234	(0;39,9;0;67)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-237,75;-112,3;0;160,1)
235	(11,9;25,22;10;68)	(0;9,5;0;51)	(2,4;25,22;61;67,54)
236	(11,9;25,22;10;68)	(0;15,22;0;59,2)	(-3,32;25,22;69,2;67,54)
237	(11,9;25,22;10;68)	(0;24,7;0;59,2)	(-12,8;25,22;69,2;67,54)
238	(11,9;25,22;10;68)	(0;20,94;0;67,4)	(-9,04;25,22;77,4;67,54)
239	(11,9;25,22;10;68)	(0;30,42;0;67,4)	(-18,52;25,22;77,4;67,54)
240	(11,9;25,22;10;68)	(0;39,9;0;67,4)	(-28;25,22;77,4;67,54)
241	(11,9;25,22;10;68)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-13,32;13,32;77,54;77,54)
242	(11,9;25,22;10;68)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-19,04;13,32;85,74;77,54)
243	(11,9;25,22;10;68)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-28,52;13,32;85,74;77,54)
244	(11,9;25,22;10;68)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-29,96;6,18;73,3;81,84)
245	(11,9;25,22;10;68)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-35,68;6,18;81,5;81,84)
246	(11,9;25,22;10;68)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-45,16;6,18;81,5;81,84)
247	(11,9;25,22;10;68)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-23,32;1,42;85,88;87,54)
248	(11,9;25,22;10;68)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-58,45;-5,22;59;86,08)
249	(11,9;25,22;10;68)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-64,17;-5,22;67,2;86,08)
250	(11,9;25,22;10;68)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-73,65;-5,22;67,2;86,08)
251	(11,9;25,22;10;68)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-39,96;-5,72;81,64;91,84)
252	(11,9;25,22;10;68)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-33,32;-10,48;94,22;97,54)
253	(11,9;25,22;10;68)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-47,12;-12,86;77,4;96,14)
254	(11,9;25,22;10;68)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-56,6;-12,86;77,4;96,14)
255	(11,9;25,22;10;68)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-49,96;-17,62;89,98;101,84)
256	(11,9;25,22;10;68)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-75,61;-24,26;63,1;100,38)
257	(11,9;25,22;10;68)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-57,12;-24,75;85,74;106,14)
258	(11,9;25,22;10;68)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-66,6;-24,76;85,74;106,14)
259	(11,9;25,22;10;68)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-73,76;-31,9;81,5;110,44)

260	(11,9;25,22;10;68)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-47,6;-34,28;102,7;117,54)
261	(11,9;25,22;10;68)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-104,1;-35,66;48,8;104,62)
262	(11,9;25,22;10;68)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-85,61;-36,16;71,44;110,38)
263	(11,9;25,22;10;68)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-102,25;-43,3;67,2;114,68)
264	(11,9;25,22;10;68)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-92,77;-43,3;67,2;114,68)
265	(11,9;25,22;10;68)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-71,4;-48,56;94,22;126,14)
266	(11,9;25,22;10;68)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-121,26;-54,7;52,9;118,92)
267	(11,9;25,22;10;68)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-95,2;-62,84;85,74;134,74)
268	(11,9;25,22;10;68)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-149,75;-66,1;38,6;123,16)
269	(11,9;25,22;10;68)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-107,05;-67,1;75,68;134,68)
270	(11,9;25,22;10;68)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-130,85;-81,38;67,2;143,28)
271	(11,9;25,22;10;68)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-142,7;-85,64;57,14;143,22)
272	(11,9;25,22;10;68)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-178,35;-104,18;38,6;151,76)
273	(11,9;25,22;10;68)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-225,85;-126,98;10;160,24)
274	(11,9;30,94;10;76)	(0;9,5;0;51)	(2,4;30,94;61;75,74)
275	(11,9;30,94;10;76)	(0;15,22;0;59,2)	(-3,32;30,94;69,2;75,74)
276	(11,9;30,94;10;76)	(0;24,7;0;59,2)	(-12,8;30,94;69,2;75,74)
277	(11,9;30,94;10;76)	(0;20,94;0;67,4)	(-9,04;30,94;77,4;75,74)
278	(11,9;30,94;10;76)	(0;30,42;0;67,4)	(-18,52;30,94;77,4;75,74)
279	(11,9;30,94;10;76)	(0;39,9;0;67,4)	(-28;30,94;77,4;75,74)
280	(11,9;30,94;10;76)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-13,32;19,04;77,54;85,74)
281	(11,9;30,94;10;76)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-19,04;19,04;85,74;85,74)
282	(11,9;30,94;10;76)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-28,52;19,04;85,74;85,74)
283	(11,9;30,94;10;76)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-29,96;11,9;73,3;90,04)
284	(11,9;30,94;10;76)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-35,68;11,9;81,5;90,04)
285	(11,9;30,94;10;76)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-45,16;11,9;81,5;90,04)
286	(11,9;30,94;10;76)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-23,32;7,14;85,88;95,74)
287	(11,9;30,94;10;76)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-58,45;0,5;59;94,28)
288	(11,9;30,94;10;76)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-64,17;0,5;67,2;94,28)
289	(11,9;30,94;10;76)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-73,65;0,5;67,2;94,28)
290	(11,9;30,94;10;76)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-39,96;0;81,64;100,04)
291	(11,9;30,94;10;76)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-33,32;-4,76;94,22;105,74)
292	(11,9;30,94;10;76)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-47,12;-7,14;77,4;104,34)
293	(11,9;30,94;10;76)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-56,6;-7,14;77,4;104,34)
294	(11,9;30,94;10;76)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-49,96;-11,9;89,98;110,04)
295	(11,9;30,94;10;76)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-75,61;-18,54;63,1;108,58)
296	(11,9;30,94;10;76)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-57,12;-19,03;85,74;114,34)
297	(11,9;30,94;10;76)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-66,6;-19,04;85,74;114,34)
298	(11,9;30,94;10;76)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-73,76;-26,18;81,5;118,64)
299	(11,9;30,94;10;76)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-47,6;-28,56;102,7;125,74)
300	(11,9;30,94;10;76)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-104,1;-29,94;48,8;112,82)
301	(11,9;30,94;10;76)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-85,61;-30,44;71,44;118,58)
302	(11,9;30,94;10;76)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-102,25;-37,58;67,2;122,88)

303	(11,9;30,94;10;76)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-92,77;-37,58;67,2;122,88)
304	(11,9;30,94;10;76)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-71,4;-42,84;94,22;134,34)
305	(11,9;30,94;10;76)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-121,26;-48,98;52,9;127,12)
306	(11,9;30,94;10;76)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-95,2;-57,12;85,74;142,94)
307	(11,9;30,94;10;76)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-149,75;-60,38;38,6;131,36)
308	(11,9;30,94;10;76)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-107,05;-61,38;75,68;142,88)
309	(11,9;30,94;10;76)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-130,85;-75,66;67,2;151,48)
310	(11,9;30,94;10;76)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-142,7;-79,92;57,14;151,42)
311	(11,9;30,94;10;76)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-178,35;-98,46;38,6;159,96)
312	(11,9;30,94;10;76)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-225,85;-121,26;10;168,44)
313	(11,9;40,42;10;76)	(0;9,5;0;51)	(2,4;40,42;61;75,74)
314	(11,9;40,42;10;76)	(0;15,22;0;59,2)	(-3,32;40,42;69,2;75,74)
315	(11,9;40,42;10;76)	(0;24,7;0;59,2)	(-12,8;40,42;69,2;75,74)
316	(11,9;40,42;10;76)	(0;20,94;0;67,4)	(-9,04;40,42;77,4;75,74)
317	(11,9;40,42;10;76)	(0;30,42;0;67,4)	(-18,52;40,42;77,4;75,74)
318	(11,9;40,42;10;76)	(0;39,9;0;67,4)	(-28;40,42;77,4;75,74)
319	(11,9;40,42;10;76)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-13,32;28,52;77,54;85,74)
320	(11,9;40,42;10;76)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-19,04;28,52;85,74;85,74)
321	(11,9;40,42;10;76)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-28,52;28,52;85,74;85,74)
322	(11,9;40,42;10;76)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-29,96;21,38;73,3;90,04)
323	(11,9;40,42;10;76)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-35,68;21,38;81,5;90,04)
324	(11,9;40,42;10;76)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-45,16;21,38;81,5;90,04)
325	(11,9;40,42;10;76)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-23,32;16,62;85,88;95,74)
326	(11,9;40,42;10;76)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-58,45;9,98;59,94,28)
327	(11,9;40,42;10;76)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-64,17;9,98;67,2;94,28)
328	(11,9;40,42;10;76)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-73,65;9,98;67,2;94,28)
329	(11,9;40,42;10;76)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-39,96;9,48;81,64;100,04)
330	(11,9;40,42;10;76)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-33,32;4,72;94,22;105,74)
331	(11,9;40,42;10;76)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-47,12;2,34;77,4;104,34)
332	(11,9;40,42;10;76)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-56,6;2,34;77,4;104,34)
333	(11,9;40,42;10;76)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-49,96;-2,42;89,98;110,04)
334	(11,9;40,42;10;76)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-75,61;-9,06;63,1;108,58)
335	(11,9;40,42;10;76)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-57,12;-9,55;85,74;114,34)
336	(11,9;40,42;10;76)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-66,6;-9,56;85,74;114,34)
337	(11,9;40,42;10;76)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-73,76;-16,7;81,5;118,64)
338	(11,9;40,42;10;76)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-47,6;-19,08;102,7;125,74)
339	(11,9;40,42;10;76)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-104,1;-20,46;48,8;112,82)
340	(11,9;40,42;10;76)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-85,61;-20,96;71,44;118,58)
341	(11,9;40,42;10;76)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-102,25;-28,1;67,2;122,88)
342	(11,9;40,42;10;76)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-92,77;-28,1;67,2;122,88)
343	(11,9;40,42;10;76)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-71,4;-33,36;94,22;134,34)
344	(11,9;40,42;10;76)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-121,26;-39,5;52,9;127,12)
345	(11,9;40,42;10;76)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-95,2;-47,64;85,74;142,94)

346	(11,9;40,42;10;76)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-149,75;-50,9;38,6;131,36)
347	(11,9;40,42;10;76)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-107,05;-51,9;75,68;142,88)
348	(11,9;40,42;10;76)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-130,85;-66,18;67,2;151,48)
349	(11,9;40,42;10;76)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-142,7;-70,44;57,14;151,42)
350	(11,9;40,42;10;76)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-178,35;-88,98;38,6;159,96)
351	(11,9;40,42;10;76)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-225,85;-111,78;10;168,44)
352	(19,04;41,86;14,3;63)	(0;9,5;0;51)	(9,54;41,86;65,3;63,3)
353	(19,04;41,86;14,3;63)	(0;15,22;0;59,2)	(3,82;41,86;73,5;63,3)
354	(19,04;41,86;14,3;63)	(0;24,7;0;59,2)	(-5,66;41,86;73,5;63,3)
355	(19,04;41,86;14,3;63)	(0;20,94;0;67,4)	(-1,9;41,86;81,7;63,3)
356	(19,04;41,86;14,3;63)	(0;30,42;0;67,4)	(-11,38;41,86;81,7;63,3)
357	(19,04;41,86;14,3;63)	(0;39,9;0;67,4)	(-20,86;41,86;81,7;63,3)
358	(19,04;41,86;14,3;63)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-6,18;29,96;81,84;73,3)
359	(19,04;41,86;14,3;63)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-11,9;29,96;90,04;73,3)
360	(19,04;41,86;14,3;63)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-21,38;29,96;90,04;73,3)
361	(19,04;41,86;14,3;63)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-22,82;22,82;77,6;77,6)
362	(19,04;41,86;14,3;63)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-28,54;22,82;85,8;77,6)
363	(19,04;41,86;14,3;63)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-38,02;22,82;85,8;77,6)
364	(19,04;41,86;14,3;63)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-16,18;18,06;90,18;83,3)
365	(19,04;41,86;14,3;63)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-51,31;11,42;63,3;81,84)
366	(19,04;41,86;14,3;63)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-57,03;11,42;71,5;81,84)
367	(19,04;41,86;14,3;63)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-66,51;11,42;71,5;81,84)
368	(19,04;41,86;14,3;63)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-32,82;10,92;85,94;87,6)
369	(19,04;41,86;14,3;63)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-26,18;6,16;98,52;93,3)
370	(19,04;41,86;14,3;63)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-39,98;3,78;81,7;91,9)
371	(19,04;41,86;14,3;63)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-49,46;3,78;81,7;91,9)
372	(19,04;41,86;14,3;63)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-42,82;-0,98;94,28;97,6)
373	(19,04;41,86;14,3;63)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-68,47;-7,62;67,4;96,14)
374	(19,04;41,86;14,3;63)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-49,98;-8,11;90,04;101,9)
375	(19,04;41,86;14,3;63)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-59,46;-8,12;90,04;101,9)
376	(19,04;41,86;14,3;63)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-66,62;-15,26;85,8;106,2)
377	(19,04;41,86;14,3;63)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-40,46;-17,64;107;113,3)
378	(19,04;41,86;14,3;63)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-96,96;-19,02;53,1;100,38)
379	(19,04;41,86;14,3;63)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-78,47;-19,52;75,74;106,14)
380	(19,04;41,86;14,3;63)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-95,11;-26,66;71,5;110,44)
381	(19,04;41,86;14,3;63)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-85,63;-26,66;71,5;110,44)
382	(19,04;41,86;14,3;63)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-64,26;-31,92;98,52;121,9)
383	(19,04;41,86;14,3;63)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-114,12;-38,06;57,2;114,68)
384	(19,04;41,86;14,3;63)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-88,06;-46,2;90,04;130,5)
385	(19,04;41,86;14,3;63)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-142,61;-49,46;42,9;118,92)
386	(19,04;41,86;14,3;63)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-99,91;-50,46;79,98;130,44)
387	(19,04;41,86;14,3;63)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-123,71;-64,74;71,5;139,04)
388	(19,04;41,86;14,3;63)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-135,56;-69,61;44;138,98)

389	(19,04;41,86;14,3;63)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-171,21;-87,54;42,9;147,52)
390	(19,04;41,86;14,3;63)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-218,71;-110,34;14,3;156)
391	(19,04;47,58;14,3;72)	(0;9,5;0;51)	(9,54;47,58;65,3;71,5)
392	(19,04;47,58;14,3;72)	(0;15,22;0;59,2)	(3,82;47,58;73,5;71,5)
393	(19,04;47,58;14,3;72)	(0;24,7;0;59,2)	(-5,66;47,58;73,5;71,5)
394	(19,04;47,58;14,3;72)	(0;20,94;0;67,4)	(-1,9;47,58;81,7;71,5)
395	(19,04;47,58;14,3;72)	(0;30,42;0;67,4)	(-11,38;47,58;81,7;71,5)
396	(19,04;47,58;14,3;72)	(0;39,9;0;67,4)	(-20,86;47,58;81,7;71,5)
397	(19,04;47,58;14,3;72)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-6,18;35,68;81,84;81,5)
398	(19,04;47,58;14,3;72)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-11,9;35,68;90,04;81,5)
399	(19,04;47,58;14,3;72)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-21,38;35,68;90,04;81,5)
400	(19,04;47,58;14,3;72)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-22,82;28,54;77,6;85,8)
401	(19,04;47,58;14,3;72)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-28,54;28,54;85,8;85,8)
402	(19,04;47,58;14,3;72)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-38,02;28,54;85,8;85,8)
403	(19,04;47,58;14,3;72)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-16,18;23,78;90,18;91,5)
404	(19,04;47,58;14,3;72)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-51,31;17,14;63,3;90,04)
405	(19,04;47,58;14,3;72)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-57,03;17,14;71,5;90,04)
406	(19,04;47,58;14,3;72)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-66,51;17,14;71,5;90,04)
407	(19,04;47,58;14,3;72)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-32,82;16,64;85,94;95,8)
408	(19,04;47,58;14,3;72)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-26,18;11,88;98,52;101,5)
409	(19,04;47,58;14,3;72)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-39,98;9,5;81,7;100,1)
410	(19,04;47,58;14,3;72)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-49,46;9,5;81,7;100,1)
411	(19,04;47,58;14,3;72)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-42,82;4,74;94,28;105,8)
412	(19,04;47,58;14,3;72)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-68,47;-1,9;67,4;104,34)
413	(19,04;47,58;14,3;72)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-49,98;-2,39;90,04;110,1)
414	(19,04;47,58;14,3;72)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-59,46;-2,4;90,04;110,1)
415	(19,04;47,58;14,3;72)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-66,62;-9,54;85,8;114,4)
416	(19,04;47,58;14,3;72)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-40,46;-11,92;107;121,5)
417	(19,04;47,58;14,3;72)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-96,96;-13,3;53,1;108,58)
418	(19,04;47,58;14,3;72)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-78,47;-13,8;75,74;114,34)
419	(19,04;47,58;14,3;72)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-95,11;-20,94;71,5;118,64)
420	(19,04;47,58;14,3;72)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-85,63;-20,94;71,5;118,64)
421	(19,04;47,58;14,3;72)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-64,26;-26,2;98,52;130,1)
422	(19,04;47,58;14,3;72)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-114,12;-32,34;57,2;122,88)
423	(19,04;47,58;14,3;72)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-88,06;-40,48;90,04;138,7)
424	(19,04;47,58;14,3;72)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-142,61;-43,74;42,9;127,12)
425	(19,04;47,58;14,3;72)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-99,91;-44,74;79,98;138,64)
426	(19,04;47,58;14,3;72)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-123,71;-59,02;71,5;147,24)
427	(19,04;47,58;14,3;72)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-135,56;-63,28;61,44;147,18)
428	(19,04;47,58;14,3;72)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-171,21;-81,82;42,9;155,72)
429	(19,04;47,58;14,3;72)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-218,71;-104,62;14,3;164,2)
430	(19,04;57,06;14,3;72)	(0;9,5;0;51)	(9,54;57,06;65,3;71,5)
431	(19,04;57,06;14,3;72)	(0;15,22;0;59,2)	(3,82;57,06;73,5;71,5)

432	(19,04;57,06;14,3;72)	(0;24,7;0;59,2)	(-5,66;57,06;73,5;71,5)
433	(19,04;57,06;14,3;72)	(0;20,94;0;67,4)	(-1,9;57,06;81,7;71,5)
434	(19,04;57,06;14,3;72)	(0;30,42;0;67,4)	(-11,38;57,06;81,7;71,5)
435	(19,04;57,06;14,3;72)	(0;39,9;0;67,4)	(-20,86;57,06;81,7;71,5)
436	(19,04;57,06;14,3;72)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-6,18;45,16;81,84;81,5)
437	(19,04;57,06;14,3;72)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-11,9;45,16;90,04;81,5)
438	(19,04;57,06;14,3;72)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-21,38;45,16;90,04;81,5)
439	(19,04;57,06;14,3;72)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-22,82;38,02;77,6;85,8)
440	(19,04;57,06;14,3;72)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-28,54;38,02;85,8;85,8)
441	(19,04;57,06;14,3;72)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-38,02;38,02;85,8;85,8)
442	(19,04;57,06;14,3;72)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-16,18;33,26;90,18;91,5)
443	(19,04;57,06;14,3;72)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-51,31;26,62;63,3;90,04)
444	(19,04;57,06;14,3;72)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-57,03;26,62;71,5;90,04)
445	(19,04;57,06;14,3;72)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-66,51;26,62;71,5;90,04)
446	(19,04;57,06;14,3;72)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-32,82;26,12;85,94;95,8)
447	(19,04;57,06;14,3;72)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-26,18;21,36;98,52;101,5)
448	(19,04;57,06;14,3;72)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-39,98;18,98;81,7;100,1)
449	(19,04;57,06;14,3;72)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-49,46;18,98;81,7;100,1)
450	(19,04;57,06;14,3;72)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-42,82;14,22;94,28;105,8)
451	(19,04;57,06;14,3;72)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-68,47;7,58;67,4;104,34)
452	(19,04;57,06;14,3;72)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-49,98;7,09;90,04;110,1)
453	(19,04;57,06;14,3;72)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-59,46;7,08;90,04;110,1)
454	(19,04;57,06;14,3;72)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-66,62;-0,06;85,8;114,4)
455	(19,04;57,06;14,3;72)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-40,46;-2,44;107;121,5)
456	(19,04;57,06;14,3;72)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-96,96;-3,82;53,1;108,58)
457	(19,04;57,06;14,3;72)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-78,47;-4,32;75,74;114,34)
458	(19,04;57,06;14,3;72)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-95,11;-11,46;71,5;118,64)
459	(19,04;57,06;14,3;72)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-85,63;-11,46;71,5;118,64)
460	(19,04;57,06;14,3;72)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-64,26;-16,72;98,52;130,1)
461	(19,04;57,06;14,3;72)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-114,12;-22,86;57,2;122,88)
462	(19,04;57,06;14,3;72)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-88,06;-31,90,04;138,7)
463	(19,04;57,06;14,3;72)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-142,61;-34,26;42,9;127,12)
464	(19,04;57,06;14,3;72)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-99,91;-35,26;79,98;138,64)
465	(19,04;57,06;14,3;72)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-123,71;-49,54;71,5;147,24)
466	(19,04;57,06;14,3;72)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-135,56;-53,8;61,44;147,18)
467	(19,04;57,06;14,3;72)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-171,21;-72,34;42,9;155,72)
468	(19,04;57,06;14,3;72)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-218,71;-95,14;14,3;164,2)
469	(23,8;35,22;20;76)	(0;9,5;0;51)	(14,3;35,22;71,75;88)
470	(23,8;35,22;20;76)	(0;15,22;0;59,2)	(8,58;35,22;79,2;75,88)
471	(23,8;35,22;20;76)	(0;24,7;0;59,2)	(-0,9;35,22;79,2;75,88)
472	(23,8;35,22;20;76)	(0;20,94;0;67,4)	(2,86;35,22;87,4;75,88)
473	(23,8;35,22;20;76)	(0;30,42;0;67,4)	(-6,62;35,22;87,4;75,88)
474	(23,8;35,22;20;76)	(0;39,9;0;67,4)	(-16,1;35,22;87,4;75,88)

475	(23,8;35,22;20;76)	(11,9;25,22;10;67,54)	(-1,42;23,32;87,54;85,88)
476	(23,8;35,22;20;76)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-7,14;23,32;95,74;85,88)
477	(23,8;35,22;20;76)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-16,62;23,32;95,74;85,88)
478	(23,8;35,22;20;76)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-18,06;16,18;83,3;90,18)
479	(23,8;35,22;20;76)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-23,78;16,18;91,5;90,18)
480	(23,8;35,22;20;76)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-33,26;16,18;91,5;90,18)
481	(23,8;35,22;20;76)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-11,42;11,42;95,88;95,88)
482	(23,8;35,22;20;76)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-46,55;4,78;69;94,42)
483	(23,8;35,22;20;76)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-52,27;4,78;77,2;94,42)
484	(23,8;35,22;20;76)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-61,75;4,78;77,2;94,42)
485	(23,8;35,22;20;76)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-28,06;4,28;91,64;100,18)
486	(23,8;35,22;20;76)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-21,42;-0,48;104,22;105,88)
487	(23,8;35,22;20;76)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-35,22;-2,86;87,4;104,48)
488	(23,8;35,22;20;76)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-44,7;-2,86;87,4;104,48)
489	(23,8;35,22;20;76)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-38,06;-7,62;99,98;110,18)
490	(23,8;35,22;20;76)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-63,71;-14,26;73,1;108,72)
491	(23,8;35,22;20;76)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-45,22;-14,75;95,74;114,48)
492	(23,8;35,22;20;76)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-54,7;-14,76;95,74;114,48)
493	(23,8;35,22;20;76)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-61,86;-21,9;91,5;118,78)
494	(23,8;35,22;20;76)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-35,7;-24,28;112,7;125,88)
495	(23,8;35,22;20;76)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-92,2;-25,66;58,8;112,96)
496	(23,8;35,22;20;76)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-73,71;-26,16;81,44;118,72)
497	(23,8;35,22;20;76)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-90,35;-33,3;77,2;123,02)
498	(23,8;35,22;20;76)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-80,87;-33,3;77,2;123,02)
499	(23,8;35,22;20;76)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-59,5;-38,56;104,22;134,48)
500	(23,8;35,22;20;76)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-109,36;-44,7;62,9;127,26)
501	(23,8;35,22;20;76)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-83,3;-52,84;95,74;143,08)
502	(23,8;35,22;20;76)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-137,85;-56,1;48,6;131,5)
503	(23,8;35,22;20;76)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-95,15;-57,1;85,68;143,02)
504	(23,8;35,22;20;76)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-118,95;-71,38;77,2;151,62)
505	(23,8;35,22;20;76)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-130,8;-75,64;67,14;151,56)
506	(23,8;35,22;20;76)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-166,45;-94,18;48,6;160,1)
507	(23,8;35,22;20;76)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-213,95;-116,98;20;168,58)
508	(30,44;70,35;18,54;49)	(0;9,5;0;51)	(20,94;70,35;69,54;49)
509	(30,44;70,35;18,54;49)	(0;15,22;0;59,2)	(15,22;70,35;77,74;49)
510	(30,44;70,35;18,54;49)	(0;24,7;0;59,2)	(5,74;70,35;77,74;49)
511	(30,44;70,35;18,54;49)	(0;20,94;0;67,4)	(9,5;70,35;85,94;49)
512	(30,44;70,35;18,54;49)	(0;30,42;0;67,4)	(0,02;70,35;85,94;49)
513	(30,44;70,35;18,54;49)	(0;39,9;0;67,4)	(-9,46;70,35;85,94;49)
514	(30,44;70,35;18,54;49)	(11,9;25,22;10;67,54)	(5,22;58,45;86,08;59)
515	(30,44;70,35;18,54;49)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-0,5;58,45;94,28;59)
516	(30,44;70,35;18,54;49)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-9,98;58,45;94,28;59)
517	(30,44;70,35;18,54;49)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-11,42;51,31;81,84;63,3)



518	(30,44;70,35;18,54;49)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-17,14;51,31;90,04;63,3)
519	(30,44;70,35;18,54;49)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-26,62;51,31;90,04;63,3)
520	(30,44;70,35;18,54;49)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-4,78;46,55;94,42;69)
521	(30,44;70,35;18,54;49)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-39,91;39,91;67,54;67,54)
522	(30,44;70,35;18,54;49)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-45,63;39,91;75,74;67,54)
523	(30,44;70,35;18,54;49)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-55,11;39,91;75,74;67,54)
524	(30,44;70,35;18,54;49)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-21,42;39,41;90,18;73,3)
525	(30,44;70,35;18,54;49)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-14,78;34,65;102,76;79)
526	(30,44;70,35;18,54;49)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-28,58;32,27;85,94;77,6)
527	(30,44;70,35;18,54;49)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-38,06;32,27;85,94;77,6)
528	(30,44;70,35;18,54;49)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-31,42;27,51;98,52;83,3)
529	(30,44;70,35;18,54;49)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-57,07;20,87;71,64;81,84)
530	(30,44;70,35;18,54;49)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-38,58;20,38;94,28;87,6)
531	(30,44;70,35;18,54;49)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-48,06;20,37;94,28;87,6)
532	(30,44;70,35;18,54;49)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-55,22;13,23;90,04;91,9)
533	(30,44;70,35;18,54;49)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-29,06;10,85;111,24;99)
534	(30,44;70,35;18,54;49)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-85,56;9,47;57,34;86,08)
535	(30,44;70,35;18,54;49)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-67,07;8,97;79,98;91,84)
536	(30,44;70,35;18,54;49)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-83,71;1,83;75,74;96,14)
537	(30,44;70,35;18,54;49)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-74,23;1,83;75,74;96,14)
538	(30,44;70,35;18,54;49)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-52,86;-3,43;102,76;107,6)
539	(30,44;70,35;18,54;49)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-102,72;-9,57;61,44;100,38)
540	(30,44;70,35;18,54;49)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-76,66;-17,71;94,28;116,2)
541	(30,44;70,35;18,54;49)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-131,21;-20,97;47,14;104,62)
542	(30,44;70,35;18,54;49)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-88,51;-21,97;84,22;116,14)
543	(30,44;70,35;18,54;49)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-112,31;-36,25;75,74;124,74)
544	(30,44;70,35;18,54;49)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-124,16;-40,51;65,68;124,68)
545	(30,44;70,35;18,54;49)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-159,81;-59,05;47,14;133,22)
546	(30,44;70,35;18,54;49)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-207,31;-81,85;18,54;141,7)
547	(30,44;76,07;18,54;57)	(0;9,5;0;51)	(20,94;76,07;69,54;57,2)
548	(30,44;76,07;18,54;57)	(0;15,22;0;59,2)	(15,22;76,07;77,74;57,2)
549	(30,44;76,07;18,54;57)	(0;24,7;0;59,2)	(5,74;76,07;77,74;57,2)
550	(30,44;76,07;18,54;57)	(0;20,94;0;67,4)	(9,5;76,07;85,94;57,2)
551	(30,44;76,07;18,54;57)	(0;30,42;0;67,4)	(0,02;76,07;85,94;57,2)
552	(30,44;76,07;18,54;57)	(0;39,9;0;67,4)	(-9,46;76,07;85,94;57,2)
553	(30,44;76,07;18,54;57)	(11,9;25,22;10;67,54)	(5,22;64,17;86,08;67,2)
554	(30,44;76,07;18,54;57)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-0,5;64,17;94,28;67,2)
555	(30,44;76,07;18,54;57)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-9,98;64,17;94,28;67,2)
556	(30,44;76,07;18,54;57)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-11,42;57,03;81,84;71,5)
557	(30,44;76,07;18,54;57)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-17,14;57,03;90,04;71,5)
558	(30,44;76,07;18,54;57)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-26,62;57,03;90,04;71,5)
559	(30,44;76,07;18,54;57)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-4,78;52,27;94,42;77,2)
560	(30,44;76,07;18,54;57)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-39,91;45,63;67,54;75,74)

561	(30,44;76,07;18,54;57)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-45,63;45,63;75,74;75,74)
562	(30,44;76,07;18,54;57)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-55,11;45,63;75,74;75,74)
563	(30,44;76,07;18,54;57)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-21,42;45,13;90,18;81,5)
564	(30,44;76,07;18,54;57)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-14,78;40,37;102,76;87,2)
565	(30,44;76,07;18,54;57)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-28,58;37,99;85,94;85,8)
566	(30,44;76,07;18,54;57)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-38,06;37,99;85,94;85,8)
567	(30,44;76,07;18,54;57)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-31,42;33,23;98,52;91,5)
568	(30,44;76,07;18,54;57)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-57,07;26,59;71,64;90,04)
569	(30,44;76,07;18,54;57)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-38,58;26,1;94,28;95,8)
570	(30,44;76,07;18,54;57)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-48,06;26,09;94,28;95,8)
571	(30,44;76,07;18,54;57)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-55,22;18,95;90,04;100,1)
572	(30,44;76,07;18,54;57)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-29,06;16,57;111,24;107,2)
573	(30,44;76,07;18,54;57)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-85,56;15,19;57,34;94,28)
574	(30,44;76,07;18,54;57)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-67,07;14,69;79,98;100,04)
575	(30,44;76,07;18,54;57)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-83,71;7,55;75,74;104,34)
576	(30,44;76,07;18,54;57)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-74,23;7,55;75,74;104,34)
577	(30,44;76,07;18,54;57)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-52,86;2,29;102,76;115,8)
578	(30,44;76,07;18,54;57)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-102,72;-3,85;61,44;108,58)
579	(30,44;76,07;18,54;57)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-76,66;-11,99;94,28;124,4)
580	(30,44;76,07;18,54;57)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-131,21;-15,25;47,14;112,82)
581	(30,44;76,07;18,54;57)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-88,51;-16,25;84,22;124,34)
582	(30,44;76,07;18,54;57)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-112,31;-30,53;75,74;132,94)
583	(30,44;76,07;18,54;57)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-124,16;-34,79;65,68;132,88)
584	(30,44;76,07;18,54;57)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-159,81;-53,33;47,14;141,42)
585	(30,44;76,07;18,54;57)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-207,31;-76,13;18,54;149,9)
586	(30,44;85,55;18,54;57)	(0;9,5;0;51)	(20,94;85,55;69,54;57,2)
587	(30,44;85,55;18,54;57)	(0;15,22;0;59,2)	(15,22;85,55;77,74;57,2)
588	(30,44;85,55;18,54;57)	(0;24,7;0;59,2)	(5,74;85,55;77,74;57,2)
589	(30,44;85,55;18,54;57)	(0;20,94;0;67,4)	(9,5;85,55;85,94;57,2)
590	(30,44;85,55;18,54;57)	(0;30,42;0;67,4)	(0,02;85,55;85,94;57,2)
591	(30,44;85,55;18,54;57)	(0;39,9;0;67,4)	(-9,46;85,55;85,94;57,2)
592	(30,44;85,55;18,54;57)	(11,9;25,22;10;67,54)	(5,22;73,65;86,08;67,2)
593	(30,44;85,55;18,54;57)	(11,9;30,94;10;75,74)	(-0,5;73,65;94,28;67,2)
594	(30,44;85,55;18,54;57)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-9,98;73,65;94,28;67,2)
595	(30,44;85,55;18,54;57)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-11,42;66,51;81,84;71,5)
596	(30,44;85,55;18,54;57)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-17,14;66,51;90,04;71,5)
597	(30,44;85,55;18,54;57)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-26,62;66,51;90,04;71,5)
598	(30,44;85,55;18,54;57)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-4,78;61,75;94,42;77,2)
599	(30,44;85,55;18,54;57)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-39,91;55,11;67,54;75,74)
600	(30,44;85,55;18,54;57)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-45,63;55,11;75,74;75,74)
601	(30,44;85,55;18,54;57)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-55,11;55,11;75,74;75,74)
602	(30,44;85,55;18,54;57)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-21,42;54,61;90,18;81,5)
603	(30,44;85,55;18,54;57)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-14,78;49,85;102,76;87,2)

604	(30,44;85,55;18,54;57)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-28,58;47,47;85,94;85,8)
605	(30,44;85,55;18,54;57)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-38,06;47,47;85,94;85,8)
606	(30,44;85,55;18,54;57)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-31,42;42,71;98,52;91,5)
607	(30,44;85,55;18,54;57)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-57,07;36,07;71,64;90,04)
608	(30,44;85,55;18,54;57)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-38,58;35,58;94,28;95,8)
609	(30,44;85,55;18,54;57)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-48,06;35,57;94,28;95,8)
610	(30,44;85,55;18,54;57)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-55,22;28,43;90,04;100,1)
611	(30,44;85,55;18,54;57)	(59,5;59,5;50,92,7)	(-29,06;26,05;111,24;107,2)
612	(30,44;85,55;18,54;57)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-85,56;24,67;57,34;94,28)
613	(30,44;85,55;18,54;57)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-67,07;24,17;79,98;100,04)
614	(30,44;85,55;18,54;57)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-83,71;17,03;75,74;104,34)
615	(30,44;85,55;18,54;57)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-74,23;17,03;75,74;104,34)
616	(30,44;85,55;18,54;57)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-52,86;11,77;102,76;115,8)
617	(30,44;85,55;18,54;57)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-102,72;5,63;61,44;108,58)
618	(30,44;85,55;18,54;57)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-76,66;-2,51;94,28;124,4)
619	(30,44;85,55;18,54;57)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-131,21;-5,77;47,14;112,82)
620	(30,44;85,55;18,54;57)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-88,51;-6,77;84,22;124,34)
621	(30,44;85,55;18,54;57)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-112,31;-21,05;75,74;132,94)
622	(30,44;85,55;18,54;57)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-124,16;-25,31;65,68;132,88)
623	(30,44;85,55;18,54;57)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-159,81;-43,85;47,14;141,42)
624	(30,44;85,55;18,54;57)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-207,31;-66,65;18,54;149,9)
625	(30,94;51,86;24,3;72)	(0;9,5;0;51)	(21,44;51,86;75,3;71,64)
626	(30,94;51,86;24,3;72)	(0;15,22;0;59,2)	(15,72;51,86;83,5;71,64)
627	(30,94;51,86;24,3;72)	(0;24,7;0;59,2)	(6,24;51,86;83,5;71,64)
628	(30,94;51,86;24,3;72)	(0;20,94;0;67,4)	(10;51,86;91,7;71,64)
629	(30,94;51,86;24,3;72)	(0;30,42;0;67,4)	(0,52;51,86;91,7;71,64)
630	(30,94;51,86;24,3;72)	(0;39,9;0;67,4)	(-8,96;51,86;91,7;71,64)
631	(30,94;51,86;24,3;72)	(11,9;25,22;10;67,54)	(5,72;39,96;91,84;81,64)
632	(30,94;51,86;24,3;72)	(11,9;30,94;10;75,74)	(0;39,96;100,04;81,64)
633	(30,94;51,86;24,3;72)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-9,48;39,96;100,04;81,64)
634	(30,94;51,86;24,3;72)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-10,92;32,82;87,6;85,94)
635	(30,94;51,86;24,3;72)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-16,64;32,82;95,8;85,94)
636	(30,94;51,86;24,3;72)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-26,12;32,82;95,8;85,94)
637	(30,94;51,86;24,3;72)	(23,8;35,22;20;75,88)	(-4,28;28,06;100,18;91,64)
638	(30,94;51,86;24,3;72)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-39,41;21,42;73,3;90,18)
639	(30,94;51,86;24,3;72)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-45,13;21,42;81,5;90,18)
640	(30,94;51,86;24,3;72)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-54,61;21,42;81,5;90,18)
641	(30,94;51,86;24,3;72)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-20,92;20,92;95,94;95,94)
642	(30,94;51,86;24,3;72)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-14,28;16,16;108,52;101,64)
643	(30,94;51,86;24,3;72)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-28,08;13,78;91,7;100,24)
644	(30,94;51,86;24,3;72)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-37,56;13,78;91,7;100,24)
645	(30,94;51,86;24,3;72)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-30,92;9,02;104,28;105,94)
646	(30,94;51,86;24,3;72)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-56,57;2,38;77,4;104,48)

647	(30,94;51,86;24,3;72)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-38,08;1,89;100,04;110,24)
648	(30,94;51,86;24,3;72)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-47,56;1,88;100,04;110,24)
649	(30,94;51,86;24,3;72)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-54,72;-5,26;95,8;114,54)
650	(30,94;51,86;24,3;72)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-28,56;-7,64;117;121,64)
651	(30,94;51,86;24,3;72)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-85,06;-9,02;63,1;108,72)
652	(30,94;51,86;24,3;72)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-66,57;-9,52;85,74;114,48)
653	(30,94;51,86;24,3;72)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-83,21;-16,66;81,5;118,78)
654	(30,94;51,86;24,3;72)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-73,73;-16,66;81,5;118,78)
655	(30,94;51,86;24,3;72)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-52,36;-21,92;108,52;130,24)
656	(30,94;51,86;24,3;72)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-102,22;-28,06;67,2;123,02)
657	(30,94;51,86;24,3;72)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-76,16;-36,2;100,04;138,84)
658	(30,94;51,86;24,3;72)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-130,71;-39,46;52,9;127,26)
659	(30,94;51,86;24,3;72)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-88,01;-40,46;89,98;138,78)
660	(30,94;51,86;24,3;72)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-111,81;-54,74;81,5;147,38)
661	(30,94;51,86;24,3;72)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-123,66;-59;71,44;147,32)
662	(30,94;51,86;24,3;72)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-159,31;-77,54;52,9;155,86)
663	(30,94;51,86;24,3;72)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-206,81;-100,34;24,3;164,34)
664	(35,7;45,22;30;84)	(0;9,5;0;51)	(26,2;45,22;81;84,22)
665	(35,7;45,22;30;84)	(0;15,22;0;59,2)	(20,48;45,22;89,2;84,22)
666	(35,7;45,22;30;84)	(0;24,7;0;59,2)	(11;45,22;89,2;84,22)
667	(35,7;45,22;30;84)	(0;20,94;0;67,4)	(14,76;45,22;97,4;84,22)
668	(35,7;45,22;30;84)	(0;30,42;0;67,4)	(5,28;45,22;97,4;84,22)
669	(35,7;45,22;30;84)	(0;39,9;0;67,4)	(-4,2;45,22;97,4;84,22)
670	(35,7;45,22;30;84)	(11,9;25,22;10;67,54)	(10,48;33,32;97,54;94,22)
671	(35,7;45,22;30;84)	(11,9;30,94;10;75,74)	(4,76;33,32;105,74;94,22)
672	(35,7;45,22;30;84)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-4,72;33,32;105,74;94,22)
673	(35,7;45,22;30;84)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-6,16;26,18;93,3;98,52)
674	(35,7;45,22;30;84)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-11,88;26,18;101,5;98,52)
675	(35,7;45,22;30;84)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-21,36;26,18;101,5;98,52)
676	(35,7;45,22;30;84)	(23,8;35,22;20;75,88)	(0,48;21,42;105,88;104,22)
677	(35,7;45,22;30;84)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-34,65;14,78;79;102,76)
678	(35,7;45,22;30;84)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-40,37;14,78;87,2;102,76)
679	(35,7;45,22;30;84)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-49,85;14,78;87,2;102,76)
680	(35,7;45,22;30;84)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-16,16;14,28;101,64;108,52)
681	(35,7;45,22;30;84)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-9,52;9,52;114,22;114,22)
682	(35,7;45,22;30;84)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-23,32;7,14;97,4;112,82)
683	(35,7;45,22;30;84)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-32,8;7,14;97,4;112,82)
684	(35,7;45,22;30;84)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-26,16;2,38;109,98;118,52)
685	(35,7;45,22;30;84)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-51,81;-4,26;83,1;117,06)
686	(35,7;45,22;30;84)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-33,32;-4,75;105,74;122,82)
687	(35,7;45,22;30;84)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-42,8;-4,76;105,74;122,82)
688	(35,7;45,22;30;84)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-49,96;-11,9;101,5;127,12)
689	(35,7;45,22;30;84)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-23,8;-14,28;122,7;134,22)

690	(35,7;45,22;30;84)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-80,3;-15,66;68,8;121,3)
691	(35,7;45,22;30;84)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-61,81;-16,16;91,44;127,06)
692	(35,7;45,22;30;84)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-78,45;-23,3;87,2;131,36)
693	(35,7;45,22;30;84)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-68,97;-23,3;87,2;131,36)
694	(35,7;45,22;30;84)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-47,6;-28,56;114,22;142,82)
695	(35,7;45,22;30;84)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-97,46;-34,7;72,9;135,6)
696	(35,7;45,22;30;84)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-71,4;-42,84;105,74;151,42)
697	(35,7;45,22;30;84)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-125,95;-46,1;58,6;139,84)
698	(35,7;45,22;30;84)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-83,25;-47,1;95,68;151,36)
699	(35,7;45,22;30;84)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-107,05;-61,38;87,2;159,96)
700	(35,7;45,22;30;84)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-118,9;-65,64;77,14;159,9)
701	(35,7;45,22;30;84)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-154,55;-84,18;58,6;168,44)
702	(35,7;45,22;30;84)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-202,05;-106,98;30;176,92)
703	(38,08;59,02;28,6;67)	(0;9,5;0;51)	(28,58;59,02;79,6;67,4)
704	(38,08;59,02;28,6;67)	(0;15,22;0;59,2)	(22,86;59,02;87,8;67,4)
705	(38,08;59,02;28,6;67)	(0;24,7;0;59,2)	(13,38;59,02;87,8;67,4)
706	(38,08;59,02;28,6;67)	(0;20,94;0;67,4)	(17,14;59,02;96,6;67,4)
707	(38,08;59,02;28,6;67)	(0;30,42;0;67,4)	(7,66;59,02;96,6;67,4)
708	(38,08;59,02;28,6;67)	(0;39,9;0;67,4)	(-1,82;59,02;96,6;67,4)
709	(38,08;59,02;28,6;67)	(11,9;25,22;10;67,54)	(12,86;47,12;96,14;77,4)
710	(38,08;59,02;28,6;67)	(11,9;30,94;10;75,74)	(7,14;47,12;104,34;77,4)
711	(38,08;59,02;28,6;67)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-2,34;47,12;104,34;77,4)
712	(38,08;59,02;28,6;67)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-3,78;39,98;91,9;81,7)
713	(38,08;59,02;28,6;67)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-9,5;39,98;100,1;81,7)
714	(38,08;59,02;28,6;67)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-18,98;39,98;100,1;81,7)
715	(38,08;59,02;28,6;67)	(23,8;35,22;20;75,88)	(2,86;35,22;104,48;87,4)
716	(38,08;59,02;28,6;67)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-32,27;28,58;77,6;85,94)
717	(38,08;59,02;28,6;67)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-37,99;28,58;85,8;85,94)
718	(38,08;59,02;28,6;67)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-47,47;28,58;85,8;85,94)
719	(38,08;59,02;28,6;67)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-13,78;28,08;100,24;91,7)
720	(38,08;59,02;28,6;67)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-7,14;23,32;112,82;97,4)
721	(38,08;59,02;28,6;67)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-20,94;20,94;96,96)
722	(38,08;59,02;28,6;67)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-30,42;20,94;96,96)
723	(38,08;59,02;28,6;67)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-23,78;16,18;108,58;101,7)
724	(38,08;59,02;28,6;67)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-49,43;9,54;81,7;100,24)
725	(38,08;59,02;28,6;67)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-30,94;9,05;104,34;106)
726	(38,08;59,02;28,6;67)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-40,42;9,04;104,34;106)
727	(38,08;59,02;28,6;67)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-47,58;1,9;100,1;110,3)
728	(38,08;59,02;28,6;67)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-21,42;-0,48;121,3;117,4)
729	(38,08;59,02;28,6;67)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-77,92;-1,86;67,4;104,48)
730	(38,08;59,02;28,6;67)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-59,43;-2,36;90,04;110,24)
731	(38,08;59,02;28,6;67)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-76,07;-9,5;85,8;114,54)
732	(38,08;59,02;28,6;67)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-66,59;-9,5;85,8;114,54)

733	(38,08;59,02;28,6;67)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-45,22;-14,76;112,82;126)
734	(38,08;59,02;28,6;67)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-95,08;-20,9;71,5;118,78)
735	(38,08;59,02;28,6;67)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-69,02;-29,04;104,34;134,6)
736	(38,08;59,02;28,6;67)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-123,57;-32,3;57,2;123,02)
737	(38,08;59,02;28,6;67)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-80,87;-33,3;94,28;134,54)
738	(38,08;59,02;28,6;67)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-104,67;-47,58;85,8;143,14)
739	(38,08;59,02;28,6;67)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-116,52;-51,84;75,74;143,08)
740	(38,08;59,02;28,6;67)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-152,17;-70,38;57,2;151,62)
741	(38,08;59,02;28,6;67)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-199,67;-93,18;28,6;160,1)
742	(38,08;68,5;28,6;67)	(0;9,5;0;51)	(28,58;68,5;79,6;67,4)
743	(38,08;68,5;28,6;67)	(0;15,22;0;59,2)	(22,86;68,5;87,8;67,4)
744	(38,08;68,5;28,6;67)	(0;24,7;0;59,2)	(13,38;68,5;87,8;67,4)
745	(38,08;68,5;28,6;67)	(0;20,94;0;67,4)	(17,14;68,5;96;67,4)
746	(38,08;68,5;28,6;67)	(0;30,42;0;67,4)	(7,66;68,5;96;67,4)
747	(38,08;68,5;28,6;67)	(0;39,9;0;67,4)	(-1,82;68,5;96;67,4)
748	(38,08;68,5;28,6;67)	(11,9;25,22;10;67,54)	(12,86;56,6;96,14;77,4)
749	(38,08;68,5;28,6;67)	(11,9;30,94;10;75,74)	(7,14;56,6;104,34;77,4)
750	(38,08;68,5;28,6;67)	(11,9;40,42;10;75,74)	(-2,34;56,6;104,34;77,4)
751	(38,08;68,5;28,6;67)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(-3,78;49,46;91,9;81,7)
752	(38,08;68,5;28,6;67)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-9,5;49,46;100,1;81,7)
753	(38,08;68,5;28,6;67)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-18,98;49,46;100,1;81,7)
754	(38,08;68,5;28,6;67)	(23,8;35,22;20;75,88)	(2,86;44,7;104,48;87,4)
755	(38,08;68,5;28,6;67)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-32,27;38,06;77,6;85,94)
756	(38,08;68,5;28,6;67)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-37,99;38,06;85,8;85,94)
757	(38,08;68,5;28,6;67)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-47,47;38,06;85,8;85,94)
758	(38,08;68,5;28,6;67)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-13,78;37,56;100,24;91,7)
759	(38,08;68,5;28,6;67)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-7,14;32,8;112,82;97,4)
760	(38,08;68,5;28,6;67)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-20,94;30,42;96;96)
761	(38,08;68,5;28,6;67)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-30,42;30,42;96;96)
762	(38,08;68,5;28,6;67)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-23,78;25,66;108,58;101,7)
763	(38,08;68,5;28,6;67)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-49,43;19,02;81,7;100,24)
764	(38,08;68,5;28,6;67)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-30,94;18,53;104,34;106)
765	(38,08;68,5;28,6;67)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-40,42;18,52;104,34;106)
766	(38,08;68,5;28,6;67)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-47,58;11,38;100,1;110,3)
767	(38,08;68,5;28,6;67)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-21,42;9;121,3;117,4)
768	(38,08;68,5;28,6;67)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-77,92;7,62;67,4;104,48)
769	(38,08;68,5;28,6;67)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-59,43;7,12;90,04;110,24)
770	(38,08;68,5;28,6;67)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-76,07;-0,02;85,8;114,54)
771	(38,08;68,5;28,6;67)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-66,59;-0,02;85,8;114,54)
772	(38,08;68,5;28,6;67)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-45,22;-5,28;112,82;126)
773	(38,08;68,5;28,6;67)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-95,08;-11,42;71,5;118,78)
774	(38,08;68,5;28,6;67)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-69,02;-19,56;104,34;134,6)
775	(38,08;68,5;28,6;67)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-123,57;-22,82;57,2;123,02)

776	(38,08;68,5;28,6;67)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-80,87;-23,82;94,28;134,54)
777	(38,08;68,5;28,6;67)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-104,67;-38,1;85,8;143,14)
778	(38,08;68,5;28,6;67)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-116,52;-42,36;75,74;143,08)
779	(38,08;68,5;28,6;67)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-152,17;-60,9;57,2;151,62)
780	(38,08;68,5;28,6;67)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-199,67;-83,7;28,6;160,1)
781	(42,84;61,86;34,3;80)	(0;9,5;0;51)	(33,34;61,86;85,3;79,98)
782	(42,84;61,86;34,3;80)	(0;15,22;0;59,2)	(27,62;61,86;93,5;79,98)
783	(42,84;61,86;34,3;80)	(0;24,7;0;59,2)	(18,14;61,86;93,5;79,98)
784	(42,84;61,86;34,3;80)	(0;20,94;0;67,4)	(21,9;61,86;101,7;79,98)
785	(42,84;61,86;34,3;80)	(0;30,42;0;67,4)	(12,42;61,86;101,7;79,98)
786	(42,84;61,86;34,3;80)	(0;39,9;0;67,4)	(2,94;61,86;101,7;79,98)
787	(42,84;61,86;34,3;80)	(11,9;25,22;10;67,54)	(17,62;49,96;101,84;89,98)
788	(42,84;61,86;34,3;80)	(11,9;30,94;10;75,74)	(11,9;49,96;110,04;89,98)
789	(42,84;61,86;34,3;80)	(11,9;40,42;10;75,74)	(2,42;49,96;110,04;89,98)
790	(42,84;61,86;34,3;80)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(0,98;42,82;97,6;94,28)
791	(42,84;61,86;34,3;80)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(-4,74;42,82;105,8;94,28)
792	(42,84;61,86;34,3;80)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-14,22;42,82;105,8;94,28)
793	(42,84;61,86;34,3;80)	(23,8;35,22;20;75,88)	(7,62;38,06;110,18;99,98)
794	(42,84;61,86;34,3;80)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-27,51;31,42;83,3;98,52)
795	(42,84;61,86;34,3;80)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-33,23;31,42;91,5;98,52)
796	(42,84;61,86;34,3;80)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-42,71;31,42;91,5;98,52)
797	(42,84;61,86;34,3;80)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-9,02;30,92;105,94;104,28)
798	(42,84;61,86;34,3;80)	(35,7;45,22;30;84,22)	(-2,38;26,16;118,52;109,98)
799	(42,84;61,86;34,3;80)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-16,18;23,78;101,7;108,58)
800	(42,84;61,86;34,3;80)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-25,66;23,78;101,7;108,58)
801	(42,84;61,86;34,3;80)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-19,02;19,02;114,28;114,28)
802	(42,84;61,86;34,3;80)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-44,67;12,38;87,4;112,82)
803	(42,84;61,86;34,3;80)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-26,18;11,89;110,04;118,58)
804	(42,84;61,86;34,3;80)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-35,66;11,88;110,04;118,58)
805	(42,84;61,86;34,3;80)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-42,82;4,74;105,8;122,88)
806	(42,84;61,86;34,3;80)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-16,66;2,36;127;129,98)
807	(42,84;61,86;34,3;80)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-73,16;0,98;73,1;117,06)
808	(42,84;61,86;34,3;80)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-54,67;0,48;95,74;122,82)
809	(42,84;61,86;34,3;80)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-71,31;-6,66;91,5;127,12)
810	(42,84;61,86;34,3;80)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-61,83;-6,66;91,5;127,12)
811	(42,84;61,86;34,3;80)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-40,46;-11,92;118,52;138,58)
812	(42,84;61,86;34,3;80)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-90,32;-18,06;77,2;131,36)
813	(42,84;61,86;34,3;80)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-64,26;-26,2;110,04;147,18)
814	(42,84;61,86;34,3;80)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-118,81;-29,46;62,9;135,6)
815	(42,84;61,86;34,3;80)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-76,11;-30,46;99,98;147,12)
816	(42,84;61,86;34,3;80)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-99,91;-44,74;91,5;155,72)
817	(42,84;61,86;34,3;80)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-111,76;-49,81;44;155,66)
818	(42,84;61,86;34,3;80)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-147,41;-67,54;62,9;164,2)

819	(42,84;61,86;34,3;80)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-194,91;-90,34;34,3;172,68)
820	(49,48;87,51;32,84;53)	(0;9,5;0;51)	(39,98;87,51;83,84;53,1)
821	(49,48;87,51;32,84;53)	(0;15,22;0;59,2)	(34,26;87,51;92,04;53,1)
822	(49,48;87,51;32,84;53)	(0;24,7;0;59,2)	(24,78;87,51;92,04;53,1)
823	(49,48;87,51;32,84;53)	(0;20,94;0;67,4)	(28,54;87,51;100,24;53,1)
824	(49,48;87,51;32,84;53)	(0;30,42;0;67,4)	(19,06;87,51;100,24;53,1)
825	(49,48;87,51;32,84;53)	(0;39,9;0;67,4)	(9,58;87,51;100,24;53,1)
826	(49,48;87,51;32,84;53)	(11,9;25,22;10;67,54)	(24,26;75,61;100,38;63,1)
827	(49,48;87,51;32,84;53)	(11,9;30,94;10;75,74)	(18,54;75,61;108,58;63,1)
828	(49,48;87,51;32,84;53)	(11,9;40,42;10;75,74)	(9,06;75,61;108,58;63,1)
829	(49,48;87,51;32,84;53)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(7,62;68,47;96,14;67,4)
830	(49,48;87,51;32,84;53)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(1,9;68,47;104,34;67,4)
831	(49,48;87,51;32,84;53)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-7,58;68,47;104,34;67,4)
832	(49,48;87,51;32,84;53)	(23,8;35,22;20;75,88)	(14,26;63,71;108,72;73,1)
833	(49,48;87,51;32,84;53)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-20,87;57,07;81,84;71,64)
834	(49,48;87,51;32,84;53)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-26,59;57,07;90,04;71,64)
835	(49,48;87,51;32,84;53)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-36,07;57,07;90,04;71,64)
836	(49,48;87,51;32,84;53)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-2,38;56,57;104,48;77,4)
837	(49,48;87,51;32,84;53)	(35,7;45,22;30;84,22)	(4,26;51,81;117,06;83,1)
838	(49,48;87,51;32,84;53)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-9,54;49,43;100,24;81,7)
839	(49,48;87,51;32,84;53)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-19,02;49,43;100,24;81,7)
840	(49,48;87,51;32,84;53)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-12,38;44,67;112,82;87,4)
841	(49,48;87,51;32,84;53)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-38,03;38,03;85,94;85,94)
842	(49,48;87,51;32,84;53)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-19,54;37,54;108,58;91,7)
843	(49,48;87,51;32,84;53)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-29,02;37,53;108,58;91,7)
844	(49,48;87,51;32,84;53)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-36,18;30,39;104,34;96)
845	(49,48;87,51;32,84;53)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-10,02;28,01;125,54;103,1)
846	(49,48;87,51;32,84;53)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-66,52;26,63;71,64;90,18)
847	(49,48;87,51;32,84;53)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-48,03;26,13;94,28;95,94)
848	(49,48;87,51;32,84;53)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-64,67;18,99;90,04;100,24)
849	(49,48;87,51;32,84;53)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-55,19;18,99;90,04;100,24)
850	(49,48;87,51;32,84;53)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-33,82;13,73;117,06;111,7)
851	(49,48;87,51;32,84;53)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-83,68;7,59;75,74;104,48)
852	(49,48;87,51;32,84;53)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-57,62;-0,55;108,58;120,3)
853	(49,48;87,51;32,84;53)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-112,17;-3,81;61,44;108,72)
854	(49,48;87,51;32,84;53)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-69,47;-4,81;98,52;120,24)
855	(49,48;87,51;32,84;53)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-93,27;-19,09;90,04;128,84)
856	(49,48;87,51;32,84;53)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-105,12;-23,35;79,98;128,78)
857	(49,48;87,51;32,84;53)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-140,77;-41,89;61,44;137,32)
858	(49,48;87,51;32,84;53)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-188,27;-64,69;32,84;145,8)
859	(49,97;69,02;38,6;76)	(0;9,5;0;51)	(40,47;69,02;89,6;75,74)
860	(49,97;69,02;38,6;76)	(0;15,22;0;59,2)	(34,75;69,02;97,8;75,74)
861	(49,97;69,02;38,6;76)	(0;24,7;0;59,2)	(25,27;69,02;97,8;75,74)



862	(49,97;69,02;38,6;76)	(0;20,94;0;67,4)	(29,03;69,02;106;75,74)
863	(49,97;69,02;38,6;76)	(0;30,42;0;67,4)	(19,55;69,02;106;75,74)
864	(49,97;69,02;38,6;76)	(0;39,9;0;67,4)	(10,07;69,02;106;75,74)
865	(49,97;69,02;38,6;76)	(11,9;25,22;10;67,54)	(24,75;57,12;106,14;85,74)
866	(49,97;69,02;38,6;76)	(11,9;30,94;10;75,74)	(19,03;57,12;114,34;85,74)
867	(49,97;69,02;38,6;76)	(11,9;40,42;10;75,74)	(9,55;57,12;114,34;85,74)
868	(49,97;69,02;38,6;76)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(8,11;49,98;101,9;90,04)
869	(49,97;69,02;38,6;76)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(2,39;49,98;110,1;90,04)
870	(49,97;69,02;38,6;76)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-7,09;49,98;110,1;90,04)
871	(49,97;69,02;38,6;76)	(23,8;35,22;20;75,88)	(14,75;45,22;114,48;95,74)
872	(49,97;69,02;38,6;76)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-20,38;38,58;87,6;94,28)
873	(49,97;69,02;38,6;76)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-26,1;38,58;95,8;94,28)
874	(49,97;69,02;38,6;76)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-35,58;38,58;95,8;94,28)
875	(49,97;69,02;38,6;76)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-1,89;38,08;110,24;100,04)
876	(49,97;69,02;38,6;76)	(35,7;45,22;30;84,22)	(4,75;33,32;122,82;105,74)
877	(49,97;69,02;38,6;76)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-9,05;30,94;106;104,34)
878	(49,97;69,02;38,6;76)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-18,53;30,94;106;104,34)
879	(49,97;69,02;38,6;76)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-11,89;26,18;118,58;110,04)
880	(49,97;69,02;38,6;76)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-37,54;19,54;91,7;108,58)
881	(49,97;69,02;38,6;76)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-19,05;19,05;114,34;114,34)
882	(49,97;69,02;38,6;76)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-28,53;19,04;114,34;114,34)
883	(49,97;69,02;38,6;76)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-35,69;11,9;110,1;118,64)
884	(49,97;69,02;38,6;76)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-9,53;9,52;131,3;125,74)
885	(49,97;69,02;38,6;76)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-66,03;8,14;77,4;112,82)
886	(49,97;69,02;38,6;76)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-47,54;7,64;100,04;118,58)
887	(49,97;69,02;38,6;76)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-64,18;0,5;95,8;122,88)
888	(49,97;69,02;38,6;76)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-54,7;0,5;95,8;122,88)
889	(49,97;69,02;38,6;76)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-33,33;-4,76;122,82;134,34)
890	(49,97;69,02;38,6;76)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-83,19;-10,9;81,5;127,12)
891	(49,97;69,02;38,6;76)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-57,13;-19,04;114,34;142,94)
892	(49,97;69,02;38,6;76)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-111,68;-22,3;67,2;131,36)
893	(49,97;69,02;38,6;76)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-68,98;-23,3;104,28;142,88)
894	(49,97;69,02;38,6;76)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-92,78;-37,58;95,8;151,48)
895	(49,97;69,02;38,6;76)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-104,63;-41,84;85,74;151,42)
896	(49,97;69,02;38,6;76)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-140,28;-60,38;67,2;159,96)
897	(49,97;69,02;38,6;76)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-187,78;-83,18;38,6;168,44)
898	(49,98;78,5;38,6;76)	(0;9,5;0;51)	(40,48;78,5;89,6;75,74)
899	(49,98;78,5;38,6;76)	(0;15,22;0;59,2)	(34,76;78,5;97,8;75,74)
900	(49,98;78,5;38,6;76)	(0;24,7;0;59,2)	(25,28;78,5;97,8;75,74)
901	(49,98;78,5;38,6;76)	(0;20,94;0;67,4)	(29,04;78,5;106;75,74)
902	(49,98;78,5;38,6;76)	(0;30,42;0;67,4)	(19,56;78,5;106;75,74)
903	(49,98;78,5;38,6;76)	(0;39,9;0;67,4)	(10,08;78,5;106;75,74)
904	(49,98;78,5;38,6;76)	(11,9;25,22;10;67,54)	(24,76;66,6;106,14;85,74)

905	(49,98;78,5;38,6;76)	(11,9;30,94;10;75,74)	(19,04;66,6;114,34;85,74)
906	(49,98;78,5;38,6;76)	(11,9;40,42;10;75,74)	(9,56;66,6;114,34;85,74)
907	(49,98;78,5;38,6;76)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(8,12;59,46;101,9;90,04)
908	(49,98;78,5;38,6;76)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(2,4;59,46;110,1;90,04)
909	(49,98;78,5;38,6;76)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(-7,08;59,46;110,1;90,04)
910	(49,98;78,5;38,6;76)	(23,8;35,22;20;75,88)	(14,76;54,7;114,48;95,74)
911	(49,98;78,5;38,6;76)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-20,37;48,06;87,6;94,28)
912	(49,98;78,5;38,6;76)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-26,09;48,06;95,8;94,28)
913	(49,98;78,5;38,6;76)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-35,57;48,06;95,8;94,28)
914	(49,98;78,5;38,6;76)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(-1,88;47,56;110,24;100,04)
915	(49,98;78,5;38,6;76)	(35,7;45,22;30;84,22)	(4,76;42,8;122,82;105,74)
916	(49,98;78,5;38,6;76)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-9,04;40,42;106;104,34)
917	(49,98;78,5;38,6;76)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-18,52;40,42;106;104,34)
918	(49,98;78,5;38,6;76)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-11,88;35,66;118,58;110,04)
919	(49,98;78,5;38,6;76)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-37,53;29,02;91,7;108,58)
920	(49,98;78,5;38,6;76)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-19,04;28,53;114,34;114,34)
921	(49,98;78,5;38,6;76)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-28,52;28,52;114,34;114,34)
922	(49,98;78,5;38,6;76)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-35,68;21,38;110,1;118,64)
923	(49,98;78,5;38,6;76)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-9,52;19;131,3;125,74)
924	(49,98;78,5;38,6;76)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-66,02;17,62;77,4;112,82)
925	(49,98;78,5;38,6;76)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-47,53;17,12;100,04;118,58)
926	(49,98;78,5;38,6;76)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-64,17;9,98;95,8;122,88)
927	(49,98;78,5;38,6;76)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-54,69;9,98;95,8;122,88)
928	(49,98;78,5;38,6;76)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-33,32;4,72;122,82;134,34)
929	(49,98;78,5;38,6;76)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-83,18;-1,42;81,5;127,12)
930	(49,98;78,5;38,6;76)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-57,12;-9,56;114,34;142,94)
931	(49,98;78,5;38,6;76)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-111,67;-12,82;67,2;131,36)
932	(49,98;78,5;38,6;76)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-68,97;-13,82;104,28;142,88)
933	(49,98;78,5;38,6;76)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-92,77;-28,1;95,8;151,48)
934	(49,98;78,5;38,6;76)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-104,62;-32,36;85,74;151,42)
935	(49,98;78,5;38,6;76)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-140,27;-50,9;67,2;159,96)
936	(49,98;78,5;38,6;76)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-187,77;-73,7;38,6;168,44)
937	(57,12;85,66;42,9;72)	(0;9,5;0;51)	(47,62;85,66;93,9;71,5)
938	(57,12;85,66;42,9;72)	(0;15,22;0;59,2)	(41,9;85,66;102,1;71,5)
939	(57,12;85,66;42,9;72)	(0;24,7;0;59,2)	(32,42;85,66;102,1;71,5)
940	(57,12;85,66;42,9;72)	(0;20,94;0;67,4)	(36,18;85,66;110,3;71,5)
941	(57,12;85,66;42,9;72)	(0;30,42;0;67,4)	(26,7;85,66;110,3;71,5)
942	(57,12;85,66;42,9;72)	(0;39,9;0;67,4)	(17,22;85,66;110,3;71,5)
943	(57,12;85,66;42,9;72)	(11,9;25,22;10;67,54)	(31,9;73,76;110,44;81,5)
944	(57,12;85,66;42,9;72)	(11,9;30,94;10;75,74)	(26,18;73,76;118,64;81,5)
945	(57,12;85,66;42,9;72)	(11,9;40,42;10;75,74)	(16,7;73,76;118,64;81,5)
946	(57,12;85,66;42,9;72)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(15,26;66,62;106,2;85,8)
947	(57,12;85,66;42,9;72)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(9,54;66,62;114,4;85,8)

948	(57,12;85,66;42,9;72)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(0,06;66,62;114,4;85,8)
949	(57,12;85,66;42,9;72)	(23,8;35,22;20;75,88)	(21,9;61,86;118,78;91,5)
950	(57,12;85,66;42,9;72)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-13,23;55,22;91,9;90,04)
951	(57,12;85,66;42,9;72)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-18,95;55,22;100,1;90,04)
952	(57,12;85,66;42,9;72)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-28,43;55,22;100,1;90,04)
953	(57,12;85,66;42,9;72)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(5,26;54,72;114,54;95,8)
954	(57,12;85,66;42,9;72)	(35,7;45,22;30;84,22)	(11,9;49,96;127,12;101,5)
955	(57,12;85,66;42,9;72)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(-1,9;47,58;110,3;100,1)
956	(57,12;85,66;42,9;72)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-11,38;47,58;110,3;100,1)
957	(57,12;85,66;42,9;72)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-4,74;42,82;122,88;105,8)
958	(57,12;85,66;42,9;72)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-30,39;36,18;96;104,34)
959	(57,12;85,66;42,9;72)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-11,9;35,69;118,64;110,1)
960	(57,12;85,66;42,9;72)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-21,38;35,68;118,64;110,1)
961	(57,12;85,66;42,9;72)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-28,54;28,54;114,4;114,4)
962	(57,12;85,66;42,9;72)	(59,5;59,5;50;92,7)	(-2,38;26,16;135,6;121,5)
963	(57,12;85,66;42,9;72)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-58,88;24,78;81,7;108,58)
964	(57,12;85,66;42,9;72)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-40,39;24,28;104,34;114,34)
965	(57,12;85,66;42,9;72)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-57,03;17,14;100,1;118,64)
966	(57,12;85,66;42,9;72)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-47,55;17,14;100,1;118,64)
967	(57,12;85,66;42,9;72)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-26,18;11,88;127,12;130,1)
968	(57,12;85,66;42,9;72)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-76,04;5,74;85,8;122,88)
969	(57,12;85,66;42,9;72)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-49,98;-2,4;118,64;138,7)
970	(57,12;85,66;42,9;72)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-104,53;-5,66;71,5;127,12)
971	(57,12;85,66;42,9;72)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-61,83;-6,66;108,58;138,64)
972	(57,12;85,66;42,9;72)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-85,63;-20,94;100,1;147,24)
973	(57,12;85,66;42,9;72)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-97,48;-25,2;90,04;147,18)
974	(57,12;85,66;42,9;72)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-133,13;-43,74;71,5;155,72)
975	(57,12;85,66;42,9;72)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-180,63;-66,54;42,9;164,2)
976	(59,5;59,5;50;93)	(0;9,5;0;51)	(50;59,5;101;92,7)
977	(59,5;59,5;50;93)	(0;15,22;0;59,2)	(44,28;59,5;109,2;92,7)
978	(59,5;59,5;50;93)	(0;24,7;0;59,2)	(34,8;59,5;109,2;92,7)
979	(59,5;59,5;50;93)	(0;20,94;0;67,4)	(38,56;59,5;117,4;92,7)
980	(59,5;59,5;50;93)	(0;30,42;0;67,4)	(29,08;59,5;117,4;92,7)
981	(59,5;59,5;50;93)	(0;39,9;0;67,4)	(19,6;59,5;117,4;92,7)
982	(59,5;59,5;50;93)	(11,9;25,22;10;67,54)	(34,28;47,6;117,54;102,7)
983	(59,5;59,5;50;93)	(11,9;30,94;10;75,74)	(28,56;47,6;125,74;102,7)
984	(59,5;59,5;50;93)	(11,9;40,42;10;75,74)	(19,08;47,6;125,74;102,7)
985	(59,5;59,5;50;93)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(17,64;40,46;113,3;107)
986	(59,5;59,5;50;93)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(11,92;40,46;121,5;107)
987	(59,5;59,5;50;93)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(2,44;40,46;121,5;107)
988	(59,5;59,5;50;93)	(23,8;35,22;20;75,88)	(24,28;35,7;125,88;112,7)
989	(59,5;59,5;50;93)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-10,85;29,06;99;111,24)
990	(59,5;59,5;50;93)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-16,57;29,06;107,2;111,24)

991	(59,5;59,5;50;93)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-26,05;29,06;107,2;111,24)
992	(59,5;59,5;50;93)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(7,64;28,56;121,64;117)
993	(59,5;59,5;50;93)	(35,7;45,22;30;84,22)	(14,28;23,8;134,22;122,7)
994	(59,5;59,5;50;93)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(0,48;21,42;117,4;121,3)
995	(59,5;59,5;50;93)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-9;21,42;117,4;121,3)
996	(59,5;59,5;50;93)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-2,36;16,66;129,98;127)
997	(59,5;59,5;50;93)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-28,01;10,02;103,1;125,54)
998	(59,5;59,5;50;93)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-9,52;9,53;125,74;131,3)
999	(59,5;59,5;50;93)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-19;9,52;125,74;131,3)
1000	(59,5;59,5;50;93)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-26,16;2,38;121,5;135,6)
1001	(59,5;59,5;50;93)	(59,5;59,5;50;92,7)	(0;0;142,7;142,7)
1002	(59,5;59,5;50;93)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-56,5;-1,38;88,8;129,78)
1003	(59,5;59,5;50;93)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-38,01;-1,88;111,44;135,54)
1004	(59,5;59,5;50;93)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-54,65;-9,02;107,2;139,84)
1005	(59,5;59,5;50;93)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-45,17;-9,02;107,2;139,84)
1006	(59,5;59,5;50;93)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-23,8;-14,28;134,22;151,3)
1007	(59,5;59,5;50;93)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-73,66;-20,42;92,9;144,08)
1008	(59,5;59,5;50;93)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-47,6;-28,56;125,74;159,9)
1009	(59,5;59,5;50;93)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-102,15;-31,82;78,6;148,32)
1010	(59,5;59,5;50;93)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-59,45;-32,82;115,68;159,84)
1011	(59,5;59,5;50;93)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-83,25;-47,1;107,2;168,44)
1012	(59,5;59,5;50;93)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-95,1;-51,36;97,14;168,38)
1013	(59,5;59,5;50;93)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-130,75;-69,9;78,6;176,92)
1014	(59,5;59,5;50;93)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-178,25;-92,7;50;185,4)
1015	(60,88;116;37,08;39)	(0;9,5;0;51)	(51,38;116;88,08;38,8)
1016	(60,88;116;37,08;39)	(0;15,22;0;59,2)	(45,66;116;96,28;38,8)
1017	(60,88;116;37,08;39)	(0;24,7;0;59,2)	(36,18;116;96,28;38,8)
1018	(60,88;116;37,08;39)	(0;20,94;0;67,4)	(39,94;116;104,48;38,8)
1019	(60,88;116;37,08;39)	(0;30,42;0;67,4)	(30,46;116;104,48;38,8)
1020	(60,88;116;37,08;39)	(0;39,9;0;67,4)	(20,98;116;104,48;38,8)
1021	(60,88;116;37,08;39)	(11,9;25,22;10;67,54)	(35,66;104,1;104,62;48,8)
1022	(60,88;116;37,08;39)	(11,9;30,94;10;75,74)	(29,94;104,1;112,82;48,8)
1023	(60,88;116;37,08;39)	(11,9;40,42;10;75,74)	(20,46;104,1;112,82;48,8)
1024	(60,88;116;37,08;39)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(19,02;96,96;100,38;53,1)
1025	(60,88;116;37,08;39)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(13,3;96,96;108,58;53,1)
1026	(60,88;116;37,08;39)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(3,82;96,96;108,58;53,1)
1027	(60,88;116;37,08;39)	(23,8;35,22;20;75,88)	(25,66;92,2;112,96;58,8)
1028	(60,88;116;37,08;39)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-9,47;85,56;86,08;57,34)
1029	(60,88;116;37,08;39)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-15,19;85,56;94,28;57,34)
1030	(60,88;116;37,08;39)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-24,67;85,56;94,28;57,34)
1031	(60,88;116;37,08;39)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(9,02;85,06;108,72;63,1)
1032	(60,88;116;37,08;39)	(35,7;45,22;30;84,22)	(15,66;80,3;121,3;68,8)
1033	(60,88;116;37,08;39)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(1,86;77,92;104,48;67,4)

1034	(60,88;116;37,08;39)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-7,62;77,92;104,48;67,4)
1035	(60,88;116;37,08;39)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-0,98;73,16;117,06;73,1)
1036	(60,88;116;37,08;39)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-26,63;66,52;90,18;71,64)
1037	(60,88;116;37,08;39)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-8,14;66,03;112,82;77,4)
1038	(60,88;116;37,08;39)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-17,62;66,02;112,82;77,4)
1039	(60,88;116;37,08;39)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-24,78;58,88;108,58;81,7)
1040	(60,88;116;37,08;39)	(59,5;59,5;50;92,7)	(1,38;56,5;129,78;88,8)
1041	(60,88;116;37,08;39)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-55,12;55,12;75,88;75,88)
1042	(60,88;116;37,08;39)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-36,63;54,62;98,52;81,64)
1043	(60,88;116;37,08;39)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-53,27;47,48;94,28;85,94)
1044	(60,88;116;37,08;39)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-43,79;47,48;94,28;85,94)
1045	(60,88;116;37,08;39)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-22,42;42,22;121,3;97,4)
1046	(60,88;116;37,08;39)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-72,28;36,08;79,98;90,18)
1047	(60,88;116;37,08;39)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-46,22;27,94;112,82;106)
1048	(60,88;116;37,08;39)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-100,77;24,68;65,68;94,42)
1049	(60,88;116;37,08;39)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-58,07;23,68;102,76;105,94)
1050	(60,88;116;37,08;39)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-81,87;9,4;94,28;114,54)
1051	(60,88;116;37,08;39)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-93,72;5,14;84,22;114,48)
1052	(60,88;116;37,08;39)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-129,37;-13,4;65,68;123,02)
1053	(60,88;116;37,08;39)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-176,87;-36,2;37,08;131,5)
1054	(61,38;97,51;42,84;61)	(0;9,5;0;51)	(51,88;97,51;93,84;61,44)
1055	(61,38;97,51;42,84;61)	(0;15,22;0;59,2)	(46,16;97,51;102,04;61,44)
1056	(61,38;97,51;42,84;61)	(0;24,7;0;59,2)	(36,68;97,51;102,04;61,44)
1057	(61,38;97,51;42,84;61)	(0;20,94;0;67,4)	(40,44;97,51;110,24;61,44)
1058	(61,38;97,51;42,84;61)	(0;30,42;0;67,4)	(30,96;97,51;110,24;61,44)
1059	(61,38;97,51;42,84;61)	(0;39,9;0;67,4)	(21,48;97,51;110,24;61,44)
1060	(61,38;97,51;42,84;61)	(11,9;25,22;10;67,54)	(36,16;85,61;110,38;71,44)
1061	(61,38;97,51;42,84;61)	(11,9;30,94;10;75,74)	(30,44;85,61;118,58;71,44)
1062	(61,38;97,51;42,84;61)	(11,9;40,42;10;75,74)	(20,96;85,61;118,58;71,44)
1063	(61,38;97,51;42,84;61)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(19,52;78,47;106,14;75,74)
1064	(61,38;97,51;42,84;61)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(13,8;78,47;114,34;75,74)
1065	(61,38;97,51;42,84;61)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(4,32;78,47;114,34;75,74)
1066	(61,38;97,51;42,84;61)	(23,8;35,22;20;75,88)	(26,16;73,71;118,72;81,44)
1067	(61,38;97,51;42,84;61)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-8,97;67,07;91,84;79,98)
1068	(61,38;97,51;42,84;61)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-14,69;67,07;100,04;79,98)
1069	(61,38;97,51;42,84;61)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-24,17;67,07;100,04;79,98)
1070	(61,38;97,51;42,84;61)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(9,52;66,57;114,48;85,74)
1071	(61,38;97,51;42,84;61)	(35,7;45,22;30;84,22)	(16,16;61,81;127,06;91,44)
1072	(61,38;97,51;42,84;61)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(2,36;59,43;110,24;90,04)
1073	(61,38;97,51;42,84;61)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(-7,12;59,43;110,24;90,04)
1074	(61,38;97,51;42,84;61)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(-0,48;54,67;122,82;95,74)
1075	(61,38;97,51;42,84;61)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-26,13;48,03;95,94;94,28)
1076	(61,38;97,51;42,84;61)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-7,64;47,54;118,58;100,04)

1077	(61,38;97,51;42,84;61)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-17,12;47,53;118,58;100,04)
1078	(61,38;97,51;42,84;61)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-24,28;40,39;114,34;104,34)
1079	(61,38;97,51;42,84;61)	(59,5;59,5;50;92,7)	(1,88;38,01;135,54;111,44)
1080	(61,38;97,51;42,84;61)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-54,62;36,63;81,64;98,52)
1081	(61,38;97,51;42,84;61)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-36,13;36,13;104,28;104,28)
1082	(61,38;97,51;42,84;61)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-52,77;28,99;100,04;108,58)
1083	(61,38;97,51;42,84;61)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-43,29;28,99;100,04;108,58)
1084	(61,38;97,51;42,84;61)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-21,92;23,73;127,06;120,04)
1085	(61,38;97,51;42,84;61)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-71,78;17,59;85,74;112,82)
1086	(61,38;97,51;42,84;61)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-45,72;9,45;118,58;128,64)
1087	(61,38;97,51;42,84;61)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-100,27;6,19;71,44;117,06)
1088	(61,38;97,51;42,84;61)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-57,57;5,19;108,52;128,58)
1089	(61,38;97,51;42,84;61)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-81,37;-9,09;100,04;137,18)
1090	(61,38;97,51;42,84;61)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-93,22;-13,35;89,98;137,12)
1091	(61,38;97,51;42,84;61)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-128,87;-31,89;71,44;145,66)
1092	(61,38;97,51;42,84;61)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-176,37;-54,69;42,84;154,14)
1093	(68,52;114,15;47,14;57)	(0;9,5;0;51)	(59,02;114,15;98,14;57,2)
1094	(68,52;114,15;47,14;57)	(0;15,22;0;59,2)	(53,3;114,15;106,34;57,2)
1095	(68,52;114,15;47,14;57)	(0;24,7;0;59,2)	(43,82;114,15;106,34;57,2)
1096	(68,52;114,15;47,14;57)	(0;20,94;0;67,4)	(47,58;114,15;114,54;57,2)
1097	(68,52;114,15;47,14;57)	(0;30,42;0;67,4)	(38,1;114,15;114,54;57,2)
1098	(68,52;114,15;47,14;57)	(0;39,9;0;67,4)	(28,62;114,15;114,54;57,2)
1099	(68,52;114,15;47,14;57)	(11,9;25,22;10;67,54)	(43,3;102,25;114,68;67,2)
1100	(68,52;114,15;47,14;57)	(11,9;30,94;10;75,74)	(37,58;102,25;122,88;67,2)
1101	(68,52;114,15;47,14;57)	(11,9;40,42;10;75,74)	(28,1;102,25;122,88;67,2)
1102	(68,52;114,15;47,14;57)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(26,66;95,11;110,44;71,5)
1103	(68,52;114,15;47,14;57)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(20,94;95,11;118,64;71,5)
1104	(68,52;114,15;47,14;57)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(11,46;95,11;118,64;71,5)
1105	(68,52;114,15;47,14;57)	(23,8;35,22;20;75,88)	(33,3;90,35;123,02;77,2)
1106	(68,52;114,15;47,14;57)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-1,83;83,71;96,14;75,74)
1107	(68,52;114,15;47,14;57)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-7,55;83,71;104,34;75,74)
1108	(68,52;114,15;47,14;57)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-17,03;83,71;104,34;75,74)
1109	(68,52;114,15;47,14;57)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(16,66;83,21;118,78;81,5)
1110	(68,52;114,15;47,14;57)	(35,7;45,22;30;84,22)	(23,3;78,45;131,36;87,2)
1111	(68,52;114,15;47,14;57)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(9,5;76,07;114,54;85,8)
1112	(68,52;114,15;47,14;57)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(0,02;76,07;114,54;85,8)
1113	(68,52;114,15;47,14;57)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(6,66;71,31;127,12;91,5)
1114	(68,52;114,15;47,14;57)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-18,99;64,67;100,24;90,04)
1115	(68,52;114,15;47,14;57)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-0,5;64,18;122,88;95,8)
1116	(68,52;114,15;47,14;57)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-9,98;64,17;122,88;95,8)
1117	(68,52;114,15;47,14;57)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-17,14;57,03;118,64;100,1)
1118	(68,52;114,15;47,14;57)	(59,5;59,5;50;92,7)	(9,02;54,65;139,84;107,2)
1119	(68,52;114,15;47,14;57)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-47,48;53,27;85,94;94,28)

1120	(68,52;114,15;47,14;57)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-28,99;52,77;108,58;100,04)
1121	(68,52;114,15;47,14;57)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-45,63;45,63;104,34;104,34)
1122	(68,52;114,15;47,14;57)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-36,15;45,63;104,34;104,34)
1123	(68,52;114,15;47,14;57)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-14,78;40,37;131,36;115,8)
1124	(68,52;114,15;47,14;57)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-64,64;34,23;90,04;108,58)
1125	(68,52;114,15;47,14;57)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-38,58;26,09;122,88;124,4)
1126	(68,52;114,15;47,14;57)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-93,13;22,83;75,74;112,82)
1127	(68,52;114,15;47,14;57)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-50,43;21,83;112,82;124,34)
1128	(68,52;114,15;47,14;57)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-74,23;7,55;104,34;132,94)
1129	(68,52;114,15;47,14;57)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-86,08;3,29;94,28;132,88)
1130	(68,52;114,15;47,14;57)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-121,73;-15,25;75,74;141,42)
1131	(68,52;114,15;47,14;57)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-169,23;-38,05;47,14;149,9)
1132	(68,52;104,67;47,14;57)	(0;9,5;0;51)	(59,02;104,67;98,14;57,2)
1133	(68,52;104,67;47,14;57)	(0;15,22;0;59,2)	(53,3;104,67;106,34;57,2)
1134	(68,52;104,67;47,14;57)	(0;24,7;0;59,2)	(43,82;104,67;106,34;57,2)
1135	(68,52;104,67;47,14;57)	(0;20,94;0;67,4)	(47,58;104,67;114,54;57,2)
1136	(68,52;104,67;47,14;57)	(0;30,42;0;67,4)	(38,1;104,67;114,54;57,2)
1137	(68,52;104,67;47,14;57)	(0;39,9;0;67,4)	(28,62;104,67;114,54;57,2)
1138	(68,52;104,67;47,14;57)	(11,9;25,22;10;67,54)	(43,3;92,77;114,68;67,2)
1139	(68,52;104,67;47,14;57)	(11,9;30,94;10;75,74)	(37,58;92,77;122,88;67,2)
1140	(68,52;104,67;47,14;57)	(11,9;40,42;10;75,74)	(28,1;92,77;122,88;67,2)
1141	(68,52;104,67;47,14;57)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(26,66;85,63;110,44;71,5)
1142	(68,52;104,67;47,14;57)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(20,94;85,63;118,64;71,5)
1143	(68,52;104,67;47,14;57)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(11,46;85,63;118,64;71,5)
1144	(68,52;104,67;47,14;57)	(23,8;35,22;20;75,88)	(33,3;80,87;123,02;77,2)
1145	(68,52;104,67;47,14;57)	(30,44;70,35;18,54;49)	(-1,83;74,23;96,14;75,74)
1146	(68,52;104,67;47,14;57)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-7,55;74,23;104,34;75,74)
1147	(68,52;104,67;47,14;57)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-17,03;74,23;104,34;75,74)
1148	(68,52;104,67;47,14;57)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(16,66;73,73;118,78;81,5)
1149	(68,52;104,67;47,14;57)	(35,7;45,22;30;84,22)	(23,3;68,97;131,36;87,2)
1150	(68,52;104,67;47,14;57)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(9,5;66,59;114,54;85,8)
1151	(68,52;104,67;47,14;57)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(0,02;66,59;114,54;85,8)
1152	(68,52;104,67;47,14;57)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(6,66;61,83;127,12;91,5)
1153	(68,52;104,67;47,14;57)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-18,99;55,19;100,24;90,04)
1154	(68,52;104,67;47,14;57)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(-0,5;54,7;122,88;95,8)
1155	(68,52;104,67;47,14;57)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-9,98;54,69;122,88;95,8)
1156	(68,52;104,67;47,14;57)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-17,14;47,55;118,64;100,1)
1157	(68,52;104,67;47,14;57)	(59,5;59,5;50;92,7)	(9,02;45,17;139,84;107,2)
1158	(68,52;104,67;47,14;57)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-47,48;43,79;85,94;94,28)
1159	(68,52;104,67;47,14;57)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-28,99;43,29;108,58;100,04)
1160	(68,52;104,67;47,14;57)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-45,63;36,15;104,34;104,34)
1161	(68,52;104,67;47,14;57)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-36,15;36,15;104,34;104,34)
1162	(68,52;104,67;47,14;57)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-14,78;30,89;131,36;115,8)

1163	(68,52;104,67;47,14;57)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-64,64;24,75;90,04;108,58)
1164	(68,52;104,67;47,14;57)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-38,58;16,61;122,88;124,4)
1165	(68,52;104,67;47,14;57)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-93,13;13,35;75,74;112,82)
1166	(68,52;104,67;47,14;57)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-50,43;12,35;112,82;124,34)
1167	(68,52;104,67;47,14;57)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-74,23;-1,93;104,34;132,94)
1168	(68,52;104,67;47,14;57)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-86,08;-6,19;94,28;132,88)
1169	(68,52;104,67;47,14;57)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-121,73;-24,73;75,74;141,42)
1170	(68,52;104,67;47,14;57)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-169,23;-47,53;47,14;149,9)
1171	(73,78;83,3;58,6;84)	(0;9,5;0;51)	(64,28;83,3;109,6;84,22)
1172	(73,78;83,3;58,6;84)	(0;15,22;0;59,2)	(58,56;83,3;117,8;84,22)
1173	(73,78;83,3;58,6;84)	(0;24,7;0;59,2)	(49,08;83,3;117,8;84,22)
1174	(73,78;83,3;58,6;84)	(0;20,94;0;67,4)	(52,84;83,3;126;84,22)
1175	(73,78;83,3;58,6;84)	(0;30,42;0;67,4)	(43,36;83,3;126;84,22)
1176	(73,78;83,3;58,6;84)	(0;39,9;0;67,4)	(33,88;83,3;126;84,22)
1177	(73,78;83,3;58,6;84)	(11,9;25,22;10;67,54)	(48,56;71,4;126,14;94,22)
1178	(73,78;83,3;58,6;84)	(11,9;30,94;10;75,74)	(42,84;71,4;134,34;94,22)
1179	(73,78;83,3;58,6;84)	(11,9;40,42;10;75,74)	(33,36;71,4;134,34;94,22)
1180	(73,78;83,3;58,6;84)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(31,92;64,26;121,9;98,52)
1181	(73,78;83,3;58,6;84)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(26,2;64,26;130,1;98,52)
1182	(73,78;83,3;58,6;84)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(16,72;64,26;130,1;98,52)
1183	(73,78;83,3;58,6;84)	(23,8;35,22;20;75,88)	(38,56;59,5;134,48;104,22)
1184	(73,78;83,3;58,6;84)	(30,44;70,35;18,54;49)	(3,43;52,86;107,6;102,76)
1185	(73,78;83,3;58,6;84)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(-2,29;52,86;115,8;102,76)
1186	(73,78;83,3;58,6;84)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-11,77;52,86;115,8;102,76)
1187	(73,78;83,3;58,6;84)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(21,92;52,36;130,24;108,52)
1188	(73,78;83,3;58,6;84)	(35,7;45,22;30;84,22)	(28,56;47,6;142,82;114,22)
1189	(73,78;83,3;58,6;84)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(14,76;45,22;126;112,82)
1190	(73,78;83,3;58,6;84)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(5,28;45,22;126;112,82)
1191	(73,78;83,3;58,6;84)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(11,92;40,46;138,58;118,52)
1192	(73,78;83,3;58,6;84)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-13,73;33,82;111,7;117,06)
1193	(73,78;83,3;58,6;84)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(4,76;33,33;134,34;122,82)
1194	(73,78;83,3;58,6;84)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(-4,72;33,32;134,34;122,82)
1195	(73,78;83,3;58,6;84)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-11,88;26,18;130,1;127,12)
1196	(73,78;83,3;58,6;84)	(59,5;59,5;50;92,7)	(14,28;23,8;151,3;134,22)
1197	(73,78;83,3;58,6;84)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-42,22;22,42;97,4;121,3)
1198	(73,78;83,3;58,6;84)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-23,73;21,92;120,04;127,06)
1199	(73,78;83,3;58,6;84)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-40,37;14,78;115,8;131,36)
1200	(73,78;83,3;58,6;84)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-30,89;14,78;115,8;131,36)
1201	(73,78;83,3;58,6;84)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-9,52;9,52;142,82;142,82)
1202	(73,78;83,3;58,6;84)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-59,38;3,38;101,5;135,6)
1203	(73,78;83,3;58,6;84)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-33,32;-4,76;134,34;151,42)
1204	(73,78;83,3;58,6;84)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-87,87;-8,02;87,2;139,84)
1205	(73,78;83,3;58,6;84)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-45,17;-9,02;124,28;151,36)



1206	(73,78;83,3;58,6;84)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-68,97;-23,3;115,8;159,96)
1207	(73,78;83,3;58,6;84)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-80,82;-27,56;105,74;159,9)
1208	(73,78;83,3;58,6;84)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-116,47;-46,1;87,2;168,44)
1209	(73,78;83,3;58,6;84)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-163,97;-68,9;58,6;176,92)
1210	(79,92;133,16;51,38;43)	(0;9,5;0;51)	(70,42;133,16;102,38;42,9)
1211	(79,92;133,16;51,38;43)	(0;15,22;0;59,2)	(64,7;133,16;110,58;42,9)
1212	(79,92;133,16;51,38;43)	(0;24,7;0;59,2)	(55,22;133,16;110,58;42,9)
1213	(79,92;133,16;51,38;43)	(0;20,94;0;67,4)	(58,98;133,16;118,78;42,9)
1214	(79,92;133,16;51,38;43)	(0;30,42;0;67,4)	(49,5;133,16;118,78;42,9)
1215	(79,92;133,16;51,38;43)	(0;39,9;0;67,4)	(40,02;133,16;118,78;42,9)
1216	(79,92;133,16;51,38;43)	(11,9;25,22;10;67,54)	(54,7;121,26;118,92;52,9)
1217	(79,92;133,16;51,38;43)	(11,9;30,94;10;75,74)	(48,98;121,26;127,12;52,9)
1218	(79,92;133,16;51,38;43)	(11,9;40,42;10;75,74)	(39,5;121,26;127,12;52,9)
1219	(79,92;133,16;51,38;43)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(38,06;114,12;114,68;57,2)
1220	(79,92;133,16;51,38;43)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(32,34;114,12;122,88;57,2)
1221	(79,92;133,16;51,38;43)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(22,86;114,12;122,88;57,2)
1222	(79,92;133,16;51,38;43)	(23,8;35,22;20;75,88)	(44,7;109,36;127,26;62,9)
1223	(79,92;133,16;51,38;43)	(30,44;70,35;18,54;49)	(9,57;102,72;100,38;61,44)
1224	(79,92;133,16;51,38;43)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(3,85;102,72;108,58;61,44)
1225	(79,92;133,16;51,38;43)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(-5,63;102,72;108,58;61,44)
1226	(79,92;133,16;51,38;43)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(28,06;102,22;123,02;67,2)
1227	(79,92;133,16;51,38;43)	(35,7;45,22;30;84,22)	(34,7;97,46;135,6;72,9)
1228	(79,92;133,16;51,38;43)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(20,9;95,08;118,78;71,5)
1229	(79,92;133,16;51,38;43)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(11,42;95,08;118,78;71,5)
1230	(79,92;133,16;51,38;43)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(18,06;90,32;131,36;77,2)
1231	(79,92;133,16;51,38;43)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(-7,59;83,68;104,48;75,74)
1232	(79,92;133,16;51,38;43)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(10,9;83,19;127,12;81,5)
1233	(79,92;133,16;51,38;43)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(1,42;83,18;127,12;81,5)
1234	(79,92;133,16;51,38;43)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(-5,74;76,04;122,88;85,8)
1235	(79,92;133,16;51,38;43)	(59,5;59,5;50;92,7)	(20,42;73,66;144,08;92,9)
1236	(79,92;133,16;51,38;43)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-36,08;72,28;90,18;79,98)
1237	(79,92;133,16;51,38;43)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-17,59;71,78;112,82;85,74)
1238	(79,92;133,16;51,38;43)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-34,23;64,64;108,58;90,04)
1239	(79,92;133,16;51,38;43)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-24,75;64,64;108,58;90,04)
1240	(79,92;133,16;51,38;43)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(-3,38;59,38;135,6;101,5)
1241	(79,92;133,16;51,38;43)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-53,24;53,24;94,28;94,28)
1242	(79,92;133,16;51,38;43)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-27,18;45,1;127,12;110,1)
1243	(79,92;133,16;51,38;43)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-81,73;41,84;79,98;98,52)
1244	(79,92;133,16;51,38;43)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-39,03;40,84;117,06;110,04)
1245	(79,92;133,16;51,38;43)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-62,83;26,56;108,58;118,64)
1246	(79,92;133,16;51,38;43)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-74,68;22,3;98,52;118,58)
1247	(79,92;133,16;51,38;43)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-110,33;3,76;79,98;127,12)
1248	(79,92;133,16;51,38;43)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-157,83;-19,04;51,38;135,6)

1249	(88,06;107,1;67,2;76)	(0;9,5;0;51)	(78,56;107,1;118,2;75,74)
1250	(88,06;107,1;67,2;76)	(0;15,22;0;59,2)	(72,84;107,1;126,4;75,74)
1251	(88,06;107,1;67,2;76)	(0;24,7;0;59,2)	(63,36;107,1;126,4;75,74)
1252	(88,06;107,1;67,2;76)	(0;20,94;0;67,4)	(67,12;107,1;134,6;75,74)
1253	(88,06;107,1;67,2;76)	(0;30,42;0;67,4)	(57,64;107,1;134,6;75,74)
1254	(88,06;107,1;67,2;76)	(0;39,9;0;67,4)	(48,16;107,1;134,6;75,74)
1255	(88,06;107,1;67,2;76)	(11,9;25,22;10;67,54)	(62,84;95,2;134,74;85,74)
1256	(88,06;107,1;67,2;76)	(11,9;30,94;10;75,74)	(57,12;95,2;142,94;85,74)
1257	(88,06;107,1;67,2;76)	(11,9;40,42;10;75,74)	(47,64;95,2;142,94;85,74)
1258	(88,06;107,1;67,2;76)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(46,2;88,06;130,5;90,04)
1259	(88,06;107,1;67,2;76)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(40,48;88,06;138,7;90,04)
1260	(88,06;107,1;67,2;76)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(31;88,06;138,7;90,04)
1261	(88,06;107,1;67,2;76)	(23,8;35,22;20;75,88)	(52,84;83,3;143,08;95,74)
1262	(88,06;107,1;67,2;76)	(30,44;70,35;18,54;49)	(17,71;76,66;116,2;94,28)
1263	(88,06;107,1;67,2;76)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(11,99;76,66;124,4;94,28)
1264	(88,06;107,1;67,2;76)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(2,51;76,66;124,4;94,28)
1265	(88,06;107,1;67,2;76)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(36,2;76,16;138,84;100,04)
1266	(88,06;107,1;67,2;76)	(35,7;45,22;30;84,22)	(42,84;71,4;151,42;105,74)
1267	(88,06;107,1;67,2;76)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(29,04;69,02;134,6;104,34)
1268	(88,06;107,1;67,2;76)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(19,56;69,02;134,6;104,34)
1269	(88,06;107,1;67,2;76)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(26,2;64,26;147,18;110,04)
1270	(88,06;107,1;67,2;76)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(0,55;57,62;120,3;108,58)
1271	(88,06;107,1;67,2;76)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(19,04;57,13;142,94;114,34)
1272	(88,06;107,1;67,2;76)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(9,56;57,12;142,94;114,34)
1273	(88,06;107,1;67,2;76)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(2,4;49,98;138,7;118,64)
1274	(88,06;107,1;67,2;76)	(59,5;59,5;50;92,7)	(28,56;47,6;159,9;125,74)
1275	(88,06;107,1;67,2;76)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-27,94;46,22;106;112,82)
1276	(88,06;107,1;67,2;76)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-9,45;45,72;128,64;118,58)
1277	(88,06;107,1;67,2;76)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-26,09;38,58;124,4;122,88)
1278	(88,06;107,1;67,2;76)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-16,61;38,58;124,4;122,88)
1279	(88,06;107,1;67,2;76)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(4,76;33,32;151,42;134,34)
1280	(88,06;107,1;67,2;76)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-45,1;27,18;110,1;127,12)
1281	(88,06;107,1;67,2;76)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-19,04;19,04;142,94;142,94)
1282	(88,06;107,1;67,2;76)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-73,59;15,78;95,8;131,36)
1283	(88,06;107,1;67,2;76)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-30,89;14,78;132,88;142,88)
1284	(88,06;107,1;67,2;76)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-54,69;0,5;124,4;151,48)
1285	(88,06;107,1;67,2;76)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-66,54;-3,76;114,34;151,42)
1286	(88,06;107,1;67,2;76)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-102,19;-22,3;95,8;159,96)
1287	(88,06;107,1;67,2;76)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-149,69;-45,1;67,2;168,44)
1288	(91,32;161,65;55,62;29)	(0;9,5;0;51)	(81,82;161,65;106,62;28,6)
1289	(91,32;161,65;55,62;29)	(0;15,22;0;59,2)	(76,1;161,65;114,82;28,6)
1290	(91,32;161,65;55,62;29)	(0;24,7;0;59,2)	(66,62;161,65;114,82;28,6)
1291	(91,32;161,65;55,62;29)	(0;20,94;0;67,4)	(70,38;161,65;123,02;28,6)

1292	(91,32;161,65;55,62;29)	(0;30,42;0;67,4)	(60,9;161,65;123,02;28,6)
1293	(91,32;161,65;55,62;29)	(0;39,9;0;67,4)	(51,42;161,65;123,02;28,6)
1294	(91,32;161,65;55,62;29)	(11,9;25,22;10;67,54)	(66,1;149,75;123,16;38,6)
1295	(91,32;161,65;55,62;29)	(11,9;30,94;10;75,74)	(60,38;149,75;131,36;38,6)
1296	(91,32;161,65;55,62;29)	(11,9;40,42;10;75,74)	(50,9;149,75;131,36;38,6)
1297	(91,32;161,65;55,62;29)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(49,46;142,61;118,92;42,9)
1298	(91,32;161,65;55,62;29)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(43,74;142,61;127,12;42,9)
1299	(91,32;161,65;55,62;29)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(34,26;142,61;127,12;42,9)
1300	(91,32;161,65;55,62;29)	(23,8;35,22;20;75,88)	(56,1;137,85;131,5;48,6)
1301	(91,32;161,65;55,62;29)	(30,44;70,35;18,54;49)	(20,97;131,21;104,62;47,14)
1302	(91,32;161,65;55,62;29)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(15,25;131,21;112,82;47,14)
1303	(91,32;161,65;55,62;29)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(5,77;131,21;112,82;47,14)
1304	(91,32;161,65;55,62;29)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(39,46;130,71;127,26;52,9)
1305	(91,32;161,65;55,62;29)	(35,7;45,22;30;84,22)	(46,1;125,95;139,84;58,6)
1306	(91,32;161,65;55,62;29)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(32,3;123,57;123,02;57,2)
1307	(91,32;161,65;55,62;29)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(22,82;123,57;123,02;57,2)
1308	(91,32;161,65;55,62;29)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(29,46;118,81;135,6;62,9)
1309	(91,32;161,65;55,62;29)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(3,81;112,17;108,72;61,44)
1310	(91,32;161,65;55,62;29)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(22,3;111,68;131,36;67,2)
1311	(91,32;161,65;55,62;29)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(12,82;111,67;131,36;67,2)
1312	(91,32;161,65;55,62;29)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(5,66;104,53;127,12;71,5)
1313	(91,32;161,65;55,62;29)	(59,5;59,5;50;92,7)	(31,82;102,15;148,32;78,6)
1314	(91,32;161,65;55,62;29)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-24,68;100,77;94,42;65,68)
1315	(91,32;161,65;55,62;29)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-6,19;100,27;117,06;71,44)
1316	(91,32;161,65;55,62;29)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-22,83;93,13;112,82;75,74)
1317	(91,32;161,65;55,62;29)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-13,35;93,13;112,82;75,74)
1318	(91,32;161,65;55,62;29)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(8,02;87,87;139,84;87,2)
1319	(91,32;161,65;55,62;29)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-41,84;81,73;98,52;79,98)
1320	(91,32;161,65;55,62;29)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-15,78;73,59;131,36;95,8)
1321	(91,32;161,65;55,62;29)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-70,33;70,33;84,22;84,22)
1322	(91,32;161,65;55,62;29)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-27,63;69,33;121,3;95,74)
1323	(91,32;161,65;55,62;29)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-51,43;55,05;112,82;104,34)
1324	(91,32;161,65;55,62;29)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-63,28;50,79;102,76;104,28)
1325	(91,32;161,65;55,62;29)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-98,93;32,25;84,22;112,82)
1326	(91,32;161,65;55,62;29)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-146,43;9,45;55,62;121,3)
1327	(92,32;118,95;67,14;66)	(0;9,5;0;51)	(82,82;118,95;118,14;65,68)
1328	(92,32;118,95;67,14;66)	(0;15,22;0;59,2)	(77,1;118,95;126,34;65,68)
1329	(92,32;118,95;67,14;66)	(0;24,7;0;59,2)	(67,62;118,95;126,34;65,68)
1330	(92,32;118,95;67,14;66)	(0;20,94;0;67,4)	(71,38;118,95;134,54;65,68)
1331	(92,32;118,95;67,14;66)	(0;30,42;0;67,4)	(61,9;118,95;134,54;65,68)
1332	(92,32;118,95;67,14;66)	(0;39,9;0;67,4)	(52,42;118,95;134,54;65,68)
1333	(92,32;118,95;67,14;66)	(11,9;25,22;10;67,54)	(67,1;107,05;134,68;75,68)
1334	(92,32;118,95;67,14;66)	(11,9;30,94;10;75,74)	(61,38;107,05;142,88;75,68)

1335	(92,32;118,95;67,14;66)	(11,9;40,42;10;75,74)	(51,9;107,05;142,88;75,68)
1336	(92,32;118,95;67,14;66)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(50,46;99,91;130,44;79,98)
1337	(92,32;118,95;67,14;66)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(44,74;99,91;138,64;79,98)
1338	(92,32;118,95;67,14;66)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(35,26;99,91;138,64;79,98)
1339	(92,32;118,95;67,14;66)	(23,8;35,22;20;75,88)	(57,1;95,15;143,02;85,68)
1340	(92,32;118,95;67,14;66)	(30,44;70,35;18,54;49)	(21,97;88,51;116,14;84,22)
1341	(92,32;118,95;67,14;66)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(16,25;88,51;124,34;84,22)
1342	(92,32;118,95;67,14;66)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(6,77;88,51;124,34;84,22)
1343	(92,32;118,95;67,14;66)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(40,46;88,01;138,78;89,98)
1344	(92,32;118,95;67,14;66)	(35,7;45,22;30;84,22)	(47,1;83,25;151,36;95,68)
1345	(92,32;118,95;67,14;66)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(33,3;80,87;134,54;94,28)
1346	(92,32;118,95;67,14;66)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(23,82;80,87;134,54;94,28)
1347	(92,32;118,95;67,14;66)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(30,46;76,11;147,12;99,98)
1348	(92,32;118,95;67,14;66)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(4,81;69,47;120,24;98,52)
1349	(92,32;118,95;67,14;66)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(23,3;68,98;142,88;104,28)
1350	(92,32;118,95;67,14;66)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(13,82;68,97;142,88;104,28)
1351	(92,32;118,95;67,14;66)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(6,66;61,83;138,64;108,58)
1352	(92,32;118,95;67,14;66)	(59,5;59,5;50;92,7)	(32,82;59,45;159,84;115,68)
1353	(92,32;118,95;67,14;66)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-23,68;58,07;105,94;102,76)
1354	(92,32;118,95;67,14;66)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(-5,19;57,57;128,58;108,52)
1355	(92,32;118,95;67,14;66)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-21,83;50,43;124,34;112,82)
1356	(92,32;118,95;67,14;66)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(-12,35;50,43;124,34;112,82)
1357	(92,32;118,95;67,14;66)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(9,02;45,17;151,36;124,28)
1358	(92,32;118,95;67,14;66)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-40,84;39,03;110,04;117,06)
1359	(92,32;118,95;67,14;66)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-14,78;30,89;142,88;132,88)
1360	(92,32;118,95;67,14;66)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-69,33;27,63;95,74;121,3)
1361	(92,32;118,95;67,14;66)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-26,63;26,63;132,82;132,82)
1362	(92,32;118,95;67,14;66)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-50,43;12,35;124,34;141,42)
1363	(92,32;118,95;67,14;66)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-62,28;8,09;114,28;141,36)
1364	(92,32;118,95;67,14;66)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-97,93;-10,45;95,74;149,9)
1365	(92,32;118,95;67,14;66)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-145,43;-33,25;67,14;158,38)
1366	(106,6;142,75;75,74;57)	(0;9,5;0;51)	(97,1;142,75;126,74;57,2)
1367	(106,6;142,75;75,74;57)	(0;15,22;0;59,2)	(91,38;142,75;134,94;57,2)
1368	(106,6;142,75;75,74;57)	(0;24,7;0;59,2)	(81,9;142,75;134,94;57,2)
1369	(106,6;142,75;75,74;57)	(0;20,94;0;67,4)	(85,66;142,75;143,14;57,2)
1370	(106,6;142,75;75,74;57)	(0;30,42;0;67,4)	(76,18;142,75;143,14;57,2)
1371	(106,6;142,75;75,74;57)	(0;39,9;0;67,4)	(66,7;142,75;143,14;57,2)
1372	(106,6;142,75;75,74;57)	(11,9;25,22;10;67,54)	(81,38;130,85;143,28;67,2)
1373	(106,6;142,75;75,74;57)	(11,9;30,94;10;75,74)	(75,66;130,85;151,48;67,2)
1374	(106,6;142,75;75,74;57)	(11,9;40,42;10;75,74)	(66,18;130,85;151,48;67,2)
1375	(106,6;142,75;75,74;57)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(64,74;123,71;139,04;71,5)
1376	(106,6;142,75;75,74;57)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(59,02;123,71;147,24;71,5)
1377	(106,6;142,75;75,74;57)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(49,54;123,71;147,24;71,5)

1378	(106,6;142,75;75,74;57)	(23,8;35,22;20;75,88)	(71,38;118,95;151,62;77,2)
1379	(106,6;142,75;75,74;57)	(30,44;70,35;18,54;49)	(36,25;112,31;124,74;75,74)
1380	(106,6;142,75;75,74;57)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(30,53;112,31;132,94;75,74)
1381	(106,6;142,75;75,74;57)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(21,05;112,31;132,94;75,74)
1382	(106,6;142,75;75,74;57)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(54,74;111,81;147,38;81,5)
1383	(106,6;142,75;75,74;57)	(35,7;45,22;30;84,22)	(61,38;107,05;159,96;87,2)
1384	(106,6;142,75;75,74;57)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(47,58;104,67;143,14;85,8)
1385	(106,6;142,75;75,74;57)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(38,1;104,67;143,14;85,8)
1386	(106,6;142,75;75,74;57)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(44,74;99,91;155,72;91,5)
1387	(106,6;142,75;75,74;57)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(19,09;93,27;128,84;90,04)
1388	(106,6;142,75;75,74;57)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(37,58;92,78;151,48;95,8)
1389	(106,6;142,75;75,74;57)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(28,1;92,77;151,48;95,8)
1390	(106,6;142,75;75,74;57)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(20,94;85,63;147,24;100,1)
1391	(106,6;142,75;75,74;57)	(59,5;59,5;50;92,7)	(47,1;83,25;168,44;107,2)
1392	(106,6;142,75;75,74;57)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-9,4;81,87;114,54;94,28)
1393	(106,6;142,75;75,74;57)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(9,09;81,37;137,18;100,04)
1394	(106,6;142,75;75,74;57)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-7,55;74,23;132,94;104,34)
1395	(106,6;142,75;75,74;57)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(1,93;74,23;132,94;104,34)
1396	(106,6;142,75;75,74;57)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(23,3;68,97;159,96;115,8)
1397	(106,6;142,75;75,74;57)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-26,56;62,83;118,64;108,58)
1398	(106,6;142,75;75,74;57)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(-0,5;54,69;151,48;124,4)
1399	(106,6;142,75;75,74;57)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-55,05;51,43;104,34;112,82)
1400	(106,6;142,75;75,74;57)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-12,35;50,43;141,42;124,34)
1401	(106,6;142,75;75,74;57)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-36,15;36,15;132,94;132,94)
1402	(106,6;142,75;75,74;57)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-48;31,89;122,88;132,88)
1403	(106,6;142,75;75,74;57)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-83,65;13,35;104,34;141,42)
1404	(106,6;142,75;75,74;57)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-131,15;-9,45;75,74;149,9)
1405	(110,86;154,6;75,68;47)	(0;9,5;0;51)	(101,36;154,6;126,68;47,14)
1406	(110,86;154,6;75,68;47)	(0;15,22;0;59,2)	(95,64;154,6;134,88;47,14)
1407	(110,86;154,6;75,68;47)	(0;24,7;0;59,2)	(86,16;154,6;134,88;47,14)
1408	(110,86;154,6;75,68;47)	(0;20,94;0;67,4)	(89,92;154,6;143,08;47,14)
1409	(110,86;154,6;75,68;47)	(0;30,42;0;67,4)	(80,44;154,6;143,08;47,14)
1410	(110,86;154,6;75,68;47)	(0;39,9;0;67,4)	(70,96;154,6;143,08;47,14)
1411	(110,86;154,6;75,68;47)	(11,9;25,22;10;67,54)	(85,64;142,7;143,22;57,14)
1412	(110,86;154,6;75,68;47)	(11,9;30,94;10;75,74)	(79,92;142,7;151,42;57,14)
1413	(110,86;154,6;75,68;47)	(11,9;40,42;10;75,74)	(70,44;142,7;151,42;57,14)
1414	(110,86;154,6;75,68;47)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(69;135,56;138,98;61,44)
1415	(110,86;154,6;75,68;47)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(63,28;135,56;147,18;61,44)
1416	(110,86;154,6;75,68;47)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(53,8;135,56;147,18;61,44)
1417	(110,86;154,6;75,68;47)	(23,8;35,22;20;75,88)	(75,64;130,8;151,56;67,14)
1418	(110,86;154,6;75,68;47)	(30,44;70,35;18,54;49)	(40,51;124,16;124,68;65,68)
1419	(110,86;154,6;75,68;47)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(34,79;124,16;132,88;65,68)
1420	(110,86;154,6;75,68;47)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(25,31;124,16;132,88;65,68)

1421	(110,86;154,6;75,68;47)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(59;123,66;147,32;71,44)
1422	(110,86;154,6;75,68;47)	(35,7;45,22;30;84,22)	(65,64;118,9;159,9;77,14)
1423	(110,86;154,6;75,68;47)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(51,84;116,52;143,08;75,74)
1424	(110,86;154,6;75,68;47)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(42,36;116,52;143,08;75,74)
1425	(110,86;154,6;75,68;47)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(49;111,76;155,66;81,44)
1426	(110,86;154,6;75,68;47)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(23,35;105,12;128,78;79,98)
1427	(110,86;154,6;75,68;47)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(41,84;104,63;151,42;85,74)
1428	(110,86;154,6;75,68;47)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(32,36;104,62;151,42;85,74)
1429	(110,86;154,6;75,68;47)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(25,2;97,48;147,18;90,04)
1430	(110,86;154,6;75,68;47)	(59,5;59,5;50;92,7)	(51,36;95,1;168,38;97,14)
1431	(110,86;154,6;75,68;47)	(60,88;116;37,08;38,8)	(-5,14;93,72;114,48;84,22)
1432	(110,86;154,6;75,68;47)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(13,35;93,22;137,12;89,98)
1433	(110,86;154,6;75,68;47)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(-3,29;86,08;132,88;94,28)
1434	(110,86;154,6;75,68;47)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(6,19;86,08;132,88;94,28)
1435	(110,86;154,6;75,68;47)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(27,56;80,82;159,9;105,74)
1436	(110,86;154,6;75,68;47)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-22,3;74,68;118,58;98,52)
1437	(110,86;154,6;75,68;47)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(3,76;66,54;151,42;114,34)
1438	(110,86;154,6;75,68;47)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-50,79;63,28;104,28;102,76)
1439	(110,86;154,6;75,68;47)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(-8,09;62,28;141,36;114,28)
1440	(110,86;154,6;75,68;47)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-31,89;48;132,88;122,88)
1441	(110,86;154,6;75,68;47)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-43,74;43,74;122,82;122,82)
1442	(110,86;154,6;75,68;47)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-79,39;25,2;104,28;131,36)
1443	(110,86;154,6;75,68;47)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-126,89;2,4;75,68;139,84)
1444	(129,4;190,25;84,22;29)	(0;9,5;0;51)	(119,9;190,25;135,22;28,6)
1445	(129,4;190,25;84,22;29)	(0;15,22;0;59,2)	(114,18;190,25;143,42;28,6)
1446	(129,4;190,25;84,22;29)	(0;24,7;0;59,2)	(104,7;190,25;143,42;28,6)
1447	(129,4;190,25;84,22;29)	(0;20,94;0;67,4)	(108,46;190,25;151,62;28,6)
1448	(129,4;190,25;84,22;29)	(0;30,42;0;67,4)	(98,98;190,25;151,62;28,6)
1449	(129,4;190,25;84,22;29)	(0;39,9;0;67,4)	(89,5;190,25;151,62;28,6)
1450	(129,4;190,25;84,22;29)	(11,9;25,22;10;67,54)	(104,18;178,35;151,76;38,6)
1451	(129,4;190,25;84,22;29)	(11,9;30,94;10;75,74)	(98,46;178,35;159,96;38,6)
1452	(129,4;190,25;84,22;29)	(11,9;40,42;10;75,74)	(88,98;178,35;159,96;38,6)
1453	(129,4;190,25;84,22;29)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(87,54;171,21;147,52;42,9)
1454	(129,4;190,25;84,22;29)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(81,82;171,21;155,72;42,9)
1455	(129,4;190,25;84,22;29)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(72,34;171,21;155,72;42,9)
1456	(129,4;190,25;84,22;29)	(23,8;35,22;20;75,88)	(94,18;166,45;160,1;48,6)
1457	(129,4;190,25;84,22;29)	(30,44;70,35;18,54;49)	(59,05;159,81;133,22;47,14)
1458	(129,4;190,25;84,22;29)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(53,33;159,81;141,42;47,14)
1459	(129,4;190,25;84,22;29)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(43,85;159,81;141,42;47,14)
1460	(129,4;190,25;84,22;29)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(77,54;159,31;155,86;52,9)
1461	(129,4;190,25;84,22;29)	(35,7;45,22;30;84,22)	(84,18;154,55;168,44;58,6)
1462	(129,4;190,25;84,22;29)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(70,38;152,17;151,62;57,2)
1463	(129,4;190,25;84,22;29)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(60,9;152,17;151,62;57,2)

1464	(129,4;190,25;84,22;29)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(67,54;147,41;164,2;62,9)
1465	(129,4;190,25;84,22;29)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(41,89;140,77;137,32;61,44)
1466	(129,4;190,25;84,22;29)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(60,38;140,28;159,96;67,2)
1467	(129,4;190,25;84,22;29)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(50,9;140,27;159,96;67,2)
1468	(129,4;190,25;84,22;29)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(43,74;133,13;155,72;71,5)
1469	(129,4;190,25;84,22;29)	(59,5;59,5;50;92,7)	(69,9;130,75;176,92;78,6)
1470	(129,4;190,25;84,22;29)	(60,88;116;37,08;38,8)	(13,4;129,37;123,02;65,68)
1471	(129,4;190,25;84,22;29)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(31,89;128,87;145,66;71,44)
1472	(129,4;190,25;84,22;29)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(15,25;121,73;141,42;75,74)
1473	(129,4;190,25;84,22;29)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(24,73;121,73;141,42;75,74)
1474	(129,4;190,25;84,22;29)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(46,1;116,47;168,44;87,2)
1475	(129,4;190,25;84,22;29)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(-3,76;110,33;127,12;79,98)
1476	(129,4;190,25;84,22;29)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(22,3;102,19;159,96;95,8)
1477	(129,4;190,25;84,22;29)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-32,25;98,93;112,82;84,22)
1478	(129,4;190,25;84,22;29)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(10,45;97,93;149,9;95,74)
1479	(129,4;190,25;84,22;29)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(-13,35;83,65;141,42;104,34)
1480	(129,4;190,25;84,22;29)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-25,2;79,39;131,36;104,28)
1481	(129,4;190,25;84,22;29)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-60,85;60,85;112,82;112,82)
1482	(129,4;190,25;84,22;29)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-108,35;38,05;84,22;121,3)
1483	(152,2;237,75;92,7;0)	(0;9,5;0;51)	(142,7;237,75;143,7;0)
1484	(152,2;237,75;92,7;0)	(0;15,22;0;59,2)	(136,98;237,75;151,9;0)
1485	(152,2;237,75;92,7;0)	(0;24,7;0;59,2)	(127,5;237,75;151,9;0)
1486	(152,2;237,75;92,7;0)	(0;20,94;0;67,4)	(131,26;237,75;160,1;0)
1487	(152,2;237,75;92,7;0)	(0;30,42;0;67,4)	(121,78;237,75;160,1;0)
1488	(152,2;237,75;92,7;0)	(0;39,9;0;67,4)	(112,3;237,75;160,1;0)
1489	(152,2;237,75;92,7;0)	(11,9;25,22;10;67,54)	(126,98;225,85;160,24;10)
1490	(152,2;237,75;92,7;0)	(11,9;30,94;10;75,74)	(121,26;225,85;168,44;10)
1491	(152,2;237,75;92,7;0)	(11,9;40,42;10;75,74)	(111,78;225,85;168,44;10)
1492	(152,2;237,75;92,7;0)	(19,04;41,86;14,3;63,3)	(110,34;218,71;156;14,3)
1493	(152,2;237,75;92,7;0)	(19,04;47,58;14,3;71,5)	(104,62;218,71;164,2;14,3)
1494	(152,2;237,75;92,7;0)	(19,04;57,06;14,3;71,5)	(95,14;218,71;164,2;14,3)
1495	(152,2;237,75;92,7;0)	(23,8;35,22;20;75,88)	(116,98;213,95;168,58;20)
1496	(152,2;237,75;92,7;0)	(30,44;70,35;18,54;49)	(81,85;207,31;141,7;18,54)
1497	(152,2;237,75;92,7;0)	(30,44;76,07;18,54;57,2)	(76,13;207,31;149,9;18,54)
1498	(152,2;237,75;92,7;0)	(30,44;85,55;18,54;57,2)	(66,65;207,31;149,9;18,54)
1499	(152,2;237,75;92,7;0)	(30,94;51,86;24,3;71,64)	(100,34;206,81;164,34;24,3)
1500	(152,2;237,75;92,7;0)	(35,7;45,22;30;84,22)	(106,98;202,05;176,92;30)
1501	(152,2;237,75;92,7;0)	(38,08;59,02;28,6;67,4)	(93,18;199,67;160,1;28,6)
1502	(152,2;237,75;92,7;0)	(38,08;68,5;28,6;67,4)	(83,7;199,67;160,1;28,6)
1503	(152,2;237,75;92,7;0)	(42,84;61,86;34,3;79,98)	(90,34;194,91;172,68;34,3)
1504	(152,2;237,75;92,7;0)	(49,48;87,51;32,84;53,1)	(64,69;188,27;145,8;32,84)
1505	(152,2;237,75;92,7;0)	(49,97;69,02;38,6;75,74)	(83,18;187,78;168,44;38,6)
1506	(152,2;237,75;92,7;0)	(49,98;78,5;38,6;75,74)	(73,7;187,77;168,44;38,6)

1507	(152,2;237,75;92,7;0)	(57,12;85,66;42,9;71,5)	(66,54;180,63;164,2;42,9)
1508	(152,2;237,75;92,7;0)	(59,5;59,5;50;92,7)	(92,7;178,25;185,4;50)
1509	(152,2;237,75;92,7;0)	(60,88;116;37,08;38,8)	(36,2;176,87;131,5;37,08)
1510	(152,2;237,75;92,7;0)	(61,38;97,51;42,84;61,44)	(54,69;176,37;154,14;42,84)
1511	(152,2;237,75;92,7;0)	(68,52;114,15;47,14;57,2)	(38,05;169,23;149,9;47,14)
1512	(152,2;237,75;92,7;0)	(68,52;104,67;47,14;57,2)	(47,53;169,23;149,9;47,14)
1513	(152,2;237,75;92,7;0)	(73,78;83,3;58,6;84,22)	(68,9;163,97;176,92;58,6)
1514	(152,2;237,75;92,7;0)	(79,92;133,16;51,38;42,9)	(19,04;157,83;135,6;51,38)
1515	(152,2;237,75;92,7;0)	(88,06;107,1;67,2;75,74)	(45,1;149,69;168,44;67,2)
1516	(152,2;237,75;92,7;0)	(91,32;161,65;55,62;28,6)	(-9,45;146,43;121,3;55,62)
1517	(152,2;237,75;92,7;0)	(92,32;118,95;67,14;65,68)	(33,25;145,43;158,38;67,14)
1518	(152,2;237,75;92,7;0)	(106,6;142,75;75,74;57,2)	(9,45;131,15;149,9;75,74)
1519	(152,2;237,75;92,7;0)	(110,86;154,6;75,68;47,14)	(-2,4;126,89;139,84;75,68)
1520	(152,2;237,75;92,7;0)	(129,4;190,25;84,22;28,6)	(-38,05;108,35;121,3;84,22)
1521	(152,2;237,75;92,7;0)	(152,2;237,75;92,7;0)	(-85,55;85,55;92,7;92,7)

*Tabelle 41: Regelbasis zur Bestimmung unscharfer Vergleichsgrößen für die Profile faktischer und erwünschter Funktionalität und Fungibilität*



Anhang VI: Flächenschwerpunktermittlung der resultierenden Outputmenge aus der Profilzusammenführung erwünschter und faktischer Stabilität

Ermittlung der Flächenschwerpunktkoordinaten  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \approx 0,88$  und

$$\mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) \approx 0,27$$

Zur Bestimmung der Flächenschwerpunktkoordinaten unter Rückgriff auf die Flächenschwerpunktmethod ist eine Zerlegung der resultierenden Outputmenge in sieben Abschnitte  $\omega$  mit  $\omega = 1, \dots, 7$  vorzunehmen (vgl. Abbildung 68).

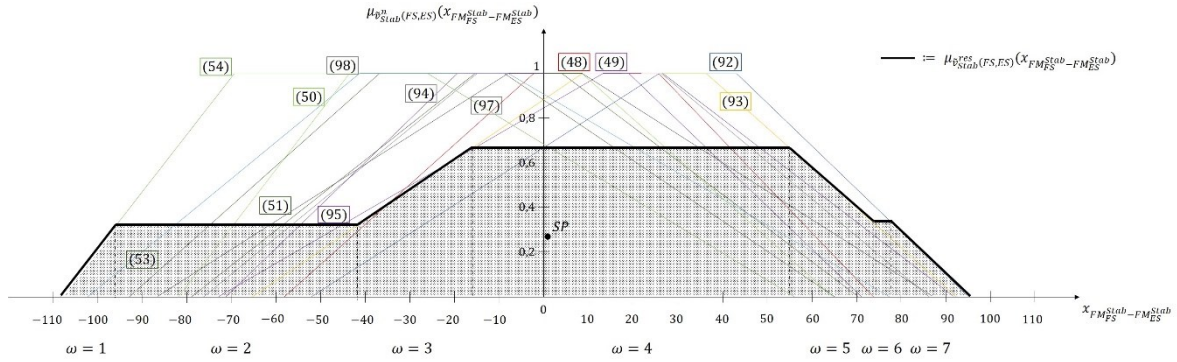


Abbildung 68: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge der Profilzusammenführung der erwünschten und der faktischen Stabilität

Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}$  des Flächenschwerpunktes

$$\left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \left| \mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)}(x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP}) \right. \right)$$

Aus Gründen der Lesbarkeit wird zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega = 1, \dots, 7$  folgende Symbolik verwendet:

$$x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP,\omega} = x^\omega$$

Es ergeben sich für die sieben zu betrachtenden Abschnitte  $\omega$  folgende separat voneinander zu ermittelnde Abszissenprägungen  $x^\omega$ :

**Abschnitt  $\omega = 1$**

$$x^1 = \frac{\int_{-108,27}^{-95,4} x \cdot \left( 2,78 + \frac{100}{3899} \cdot x \right) dx}{\int_{-108,27}^{-95,4} \left( 2,78 + \frac{100}{3899} \cdot x \right) dx} = \frac{-215,86}{2,16}$$

**Abschnitt  $\omega = 2$** 

$$x^2 = \frac{\int_{-95,4}^{-40,55} x \cdot \frac{1}{3} dx}{\int_{-95,4}^{-40,55} \frac{1}{3} dx} = \frac{-1242,81}{18,28}$$

**Abschnitt  $\omega = 3$** 

$$x^3 = \frac{\int_{-40,55}^{-15,86} x \cdot \left( \frac{100}{7409} \cdot x + \frac{6525}{7409} \right) dx}{\int_{-40,55}^{-15,86} \left( \frac{100}{7409} \cdot x + \frac{6525}{7409} \right) dx} = \frac{-330,78}{12,35}$$

**Abschnitt  $\omega = 4$** 

$$x^4 = \frac{\int_{-15,86}^{55,52} x \cdot \frac{2}{3} dx}{\int_{-15,86}^{55,52} \frac{2}{3} dx} = \frac{943,64}{47,58}$$

**Abschnitt  $\omega = 5$** 

$$x^5 = \frac{\int_{55,52}^{74,15} x \cdot \left( 1,66 - \frac{100}{5589} \cdot x \right) dx}{\int_{55,52}^{74,15} \left( 1,66 - \frac{100}{5589} \cdot x \right) dx} = \frac{594,24}{9,31}$$

**Abschnitt  $\omega = 6$** 

$$x^6 = \frac{\int_{74,15}^{77,81} x \cdot \frac{1}{3} dx}{\int_{74,15}^{77,81} \frac{1}{3} dx} = \frac{92,7}{1,22}$$

**Abschnitt  $\omega = 7$** 

$$x^7 = \frac{\int_{77,81}^{95,29} x \cdot \left( 1,83 - \frac{100}{5199} \cdot x \right) dx}{\int_{77,81}^{95,29} \left( 1,83 - \frac{100}{5199} \cdot x \right) dx} = \frac{241,46}{2,88}$$

Die Aggregation der Abszissenprägungen  $x^\omega$  führt zu:

$$\begin{aligned} x_{SP} &= \frac{\sum_{\omega=1}^7 [\int x \cdot \mu(x) dx]_\omega}{\sum_{\omega=1}^7 [\int \mu(x) dx]_\omega} = \\ &= \frac{-215,86 - 1242,81 - 330,78 + 943,64 + 594,24 + 92,7 + 241,46}{2,16 + 18,28 + 12,35 + 47,58 + 9,31 + 1,22 + 2,88} = \\ &= \frac{82,59}{93,78} \approx 0,88 = x_{FM_{FS}^{Stab} - FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \end{aligned}$$

Bestimmung der Ordinatenkoordinate  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}$  des Flächenschwerpunktes

$$\left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \left| \mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)} \left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \right) \right. \right)$$

Aus Gründen der Lesbarkeit wird zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega = 1, \dots, 7$  folgende Symbolik verwendet:

$$\mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)}^{\omega} \left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \right) = \mu^{\omega}(x)$$

Weiterhin wird aus Gründen der Lesbarkeit für die Darstellung einer inversen Funktion folgende Symbolik verwendet:

$$\mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)}^{\omega}{}^{-1} \left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \right) = (\mu^{\omega})^{-1}(x) = \mu'^{\omega}(x)$$

Es ergeben sich für die sieben zu betrachtenden Abschnitte  $\omega$  folgende separat voneinander zu ermittelnde Ordinatenausprägungen  $\mu^{\omega}(x)$ :

### Abschnitt $\omega = 1$

Ausgangsfunktion

Inverse Funktion

$$\mu^1(x) = \frac{100}{3899} \cdot x + 2,78$$

$$\mu'^1(x) = 38,99 \cdot \mu(x) - 108,39$$

Begrenzung bei  $x = -95,4$  führt zu:

$$\mu'^1(x) = -95,4 - (38,99 \cdot \mu(x) - 108,39)$$

$$\mu'^1(x) = 12,99 - 38,99 \cdot \mu(x)$$

$$\begin{aligned} \mu^1(x) &= \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot \mu'^1(x) d\mu(x)}{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu'^1(x) d\mu(x)} = \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot (12,99 - 38,99 \cdot \mu(x)) d\mu}{\int_0^{\frac{1}{3}} (12,99 - 38,99 \cdot \mu(x)) d\mu} = \\ &= \frac{6,495 \cdot (\mu(x))^2 - 13 \cdot (\mu(x))^3 \Big|_0^{\frac{1}{3}}}{12,99 \cdot \mu(x) - 19,5 \cdot (\mu(x))^2 \Big|_0^{\frac{1}{3}}} = \frac{0,24}{2,16} \end{aligned}$$

### Abschnitt $\omega = 2$

$$\mu^2(x) = \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot 54,85 d\mu}{\int_0^{\frac{1}{3}} 54,85 d\mu} = \frac{3,05}{18,28}$$

**Abschnitt  $\omega = 3$  mit den Teilabschnitten  $\omega = 3|1$  und  $\omega = 3|2$** **Abschnitt  $\omega = 3|1$** 

Ausgangsfunktion

$$\mu^{3|1}(x) = \frac{100}{7409} \cdot x + \frac{6525}{7409}$$

Inverse Funktion

$$\mu'^{3|1}(x) = 74,09 \cdot \mu(x) - 65,25$$

Begrenzung bei  $x = -15,86$  führt zu:

$$\mu'^{3|1}(x) = -15,86 - (74,09 \cdot \mu(x) - 65,25)$$

$$\mu'^{3|1}(x) = 49,39 - 74,09 \cdot \mu(x)$$

$$\begin{aligned} \mu^{3|1}(x) &= \frac{\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \mu(x) \cdot \mu'^{3|1}(x) d\mu(x)}{\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \mu'^{3|1}(x) d\mu(x)} = \frac{\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \mu(x) \cdot (49,39 - 74,09 \cdot \mu(x)) d\mu}{\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} (49,39 - 74,09 \cdot \mu(x)) d\mu} = \\ &= \frac{24,695 \cdot (\mu(x))^2 - 24,7 \cdot (\mu(x))^3 \Big|_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}}}{49,39 \cdot \mu(x) - 37,05 \cdot (\mu(x))^2 \Big|_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}}} = \frac{1,828}{4,11} \end{aligned}$$

**Abschnitt  $\omega = 3|2$** 

$$\mu^{3|2}(x) = \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot 24,69 d\mu}{\int_0^{\frac{1}{3}} 24,69 d\mu} = \frac{1,372}{8,23}$$

**Abschnitt  $\omega = 4$** 

$$\mu^4(x) = \frac{\int_0^{\frac{2}{3}} \mu(x) \cdot 71,38 d\mu}{\int_0^{\frac{2}{3}} 71,38 d\mu} = \frac{15,862}{47,59}$$

**Abschnitt  $\omega = 5$  mit den Teilabschnitten  $\omega = 5|1$  und  $\omega = 5|2$** **Abschnitt  $\omega = 5|1$** 

Ausgangsfunktion

$$\mu^{5|1}(x) = -\frac{100}{5589} \cdot x + 1,66$$

Inverse Funktion

$$\mu'^{5|1}(x) = -55,89 \cdot \mu(x) + 92,78$$

Begrenzung bei  $x = 55,52$  führt zu:

$$\mu'^{5|1}(x) = (-55,89 \cdot \mu(x) + 92,78) - 55,52$$

$$\mu'^{5|1}(x) = -55,89 \cdot \mu(x) + 37,26$$

$$\mu^{5|1}(x) = \frac{\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \mu(x) \cdot (-55,89 \cdot \mu(x) + 37,26) d\mu}{\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} (-55,89 \cdot \mu(x) + 37,26) d\mu} = \frac{1,38}{3,11}$$

**Abschnitt  $\omega = 5|2$**

$$\mu^{5|2}(x) = \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot 18,63 d\mu}{\int_0^{\frac{1}{3}} 18,63 d\mu} = \frac{1,035}{6,21}$$

**Abschnitt  $\omega = 6$**

$$\mu^6(x) = \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot 3,66 d\mu}{\int_0^{\frac{1}{3}} 3,66 d\mu} = \frac{0,2033}{1,22}$$

**Abschnitt  $\omega = 7$**

Ausgangsfunktion

Inverse Funktion

$$\mu^7(x) = 1,83 - \frac{100}{5199} \cdot x$$

$$\mu'^7(x) = -51,99 \cdot \mu(x) + 95,14$$

Begrenzung bei  $x = 77,81$  führt zu:

$$\mu'^7(x) = (-51,99 \cdot \mu(x) + 95,14) - 77,81$$

$$\mu'^7(x) = -51,99 \cdot \mu(x) + 17,33$$

$$\mu^7(x) = \frac{\int_0^{\frac{1}{3}} \mu(x) \cdot (-51,99 \cdot \mu(x) + 17,33) d\mu}{\int_0^{\frac{1}{3}} (-51,99 \cdot \mu(x) + 17,33) d\mu} = \frac{0,32}{2,89}$$

Die Aggregation der Ordinatenausprägungen  $\mu^\omega(x)$  führt zu:

$$\begin{aligned} \mu(x_{SP}) &= \frac{\sum_{\omega=1}^7 [\int \mu(x) \cdot \mu'^{\omega}(x) d\mu(x)]_{\omega}}{\sum_{\omega=1}^7 [\int \mu'^{\omega}(x) d\mu(x)]_{\omega}} = \\ &= \frac{0,24 + 3,05 + 1,828 + 1,372 + 15,862 + 1,38 + 1,035 + 0,2033 + 0,32}{2,16 + 18,28 + 4,11 + 8,23 + 47,59 + 3,11 + 6,21 + 1,22 + 2,89} = \\ &= \frac{25,2903}{93,8} \approx 0,27 = \mu_{\tilde{v}_{Stab}(FS,ES)} \left( x_{FM_{FS}^{SP} - FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \right) \end{aligned}$$

Anhang VII: Bestimmung mögliche Flächenschwerpunktintervalle

Anhang VII-I: Bestimmung mögliches Flächenschwerpunktintervall der resultierenden Outputmenge aus der Profilzusammenführung erwünschter und faktischer Stabilität und Plastizität

Die Bestimmung des für die Plastizität äquivalenten Intervalls erfolgt am Beispiel der Stabilität. Zur Bestimmung des maximal möglichen Intervalls der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes ist eine Zerlegung der resultierenden Outputmenge (11) bzw. (111) in zwei Abschnitte  $\omega = 1$  und  $\omega = 2$  bzw.  $\omega' = 1$  und  $\omega' = 2$  vorzunehmen (vgl. Abbildung 69).

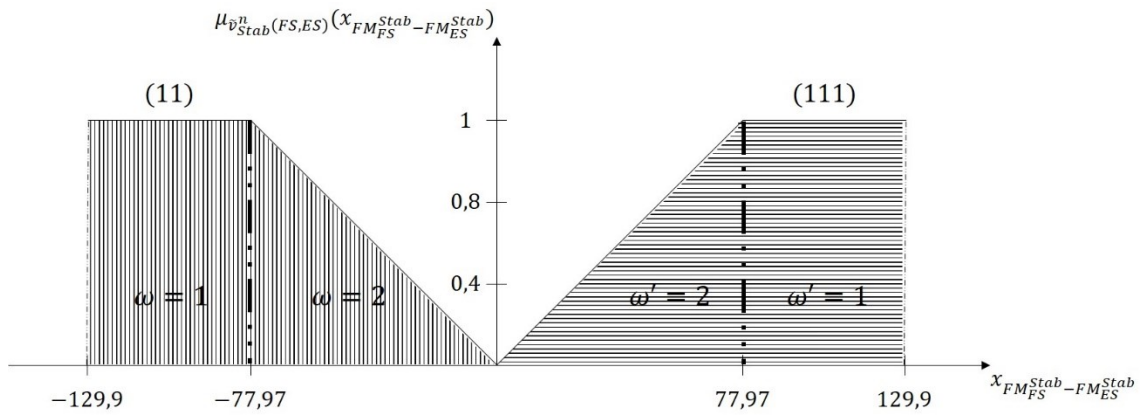


Abbildung 69: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge (11) bzw. (111) zur Bestimmung maximaler Flächenschwerpunktausprägungen

Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}$  des Flächenschwerpunktes

$$\left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \left| \mu_{v_{Stab}(FS,ES)} \left( x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \right) \right. \right) \text{ für (11) bzw. (111)}$$

Aus Gründen der Lesbarkeit wird wiederum zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega$  bzw.  $\omega'$  folgende Symbolik verwendet:

$$x_{FM_{FS}^{Stab}-FM_{ES}^{Stab}}^{SP,\omega} = x^{\omega}(\omega')$$

Betrachtung von (11) bzw. (111) führt zu:

<p>(11)</p> <p><b>Abschnitt <math>\omega = 1</math></b></p> $x^1 = \frac{\int_{-129,9}^{-77,98} x \cdot dx}{\int_{-129,9}^{-77,98} 1 dx} = \frac{-5397,34}{51,93}$	<p>(111)</p> <p><b>Abschnitt <math>\omega' = 1</math></b></p> $x^1 = \frac{\int_{77,98}^{129,9} x \cdot dx}{\int_{77,98}^{129,9} 1 dx} = \frac{5397,34}{51,93}$
--	---

**Abschnitt  $\omega = 2$** 

$$x^2 = \frac{\int_{-77,98}^0 x \cdot \left(-\frac{x}{77,98}\right) \cdot dx}{\int_{-77,98}^0 -\frac{x}{77,98} dx} =$$

$$= \frac{-2026,44}{38,99}$$

Aggregation führt zu:

$$x_{SP} = \frac{-5397,34 - 2026,44}{51,93 + 38,99} = -81,66$$

**Abschnitt  $\omega' = 2$** 

$$x^2 = \frac{\int_0^{77,98} x \cdot \left(\frac{x}{77,98}\right) \cdot dx}{\int_0^{77,98} \frac{x}{77,98} dx} =$$

$$= \frac{2026,44}{38,99}$$

Aggregation führt zu:

$$x_{SP} = \frac{5397,34 + 2026,44}{51,93 + 38,99} = 81,66$$

Damit gilt für die Abszissenansprug des Flächenschwerpunktes  $x_{FM_{FS}^{Stab} - FM_{ES}^{Stab}}^{SP} \in [-81,66; 81,66]$ .

Anhang VII-II: Bestimmung mögliches Flächenschwerpunktintervall der resultierenden Outputmenge aus der Profilzusammenführung erwünschter und faktischer Funktionalität und Fungibilität

Die Bestimmung des für die Fungibilität äquivalenten Intervalls erfolgt am Beispiel der Funktionalität. Zur Bestimmung des maximal möglichen Intervalls der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes ist eine Zerlegung der resultierenden Outputmenge (39) bzw. (1483) in zwei Abschnitte  $\omega = 1$  und  $\omega = 2$  bzw.  $\omega' = 1$  und  $\omega' = 2$  vorzunehmen (vgl. Abbildung 70).

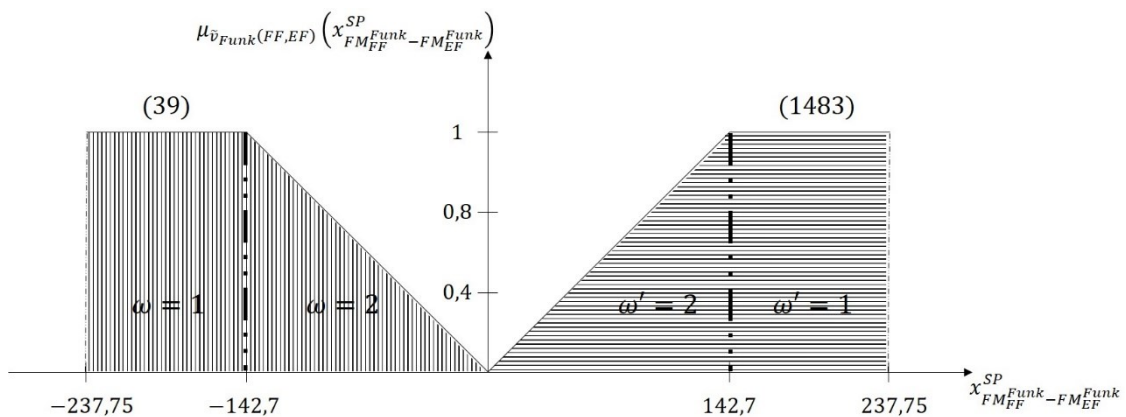


Abbildung 70: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge (39) bzw. (1483) zur Bestimmung maximaler Flachenschwerpunktausprugungen

Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}$  des Flächenschwerpunktes

$$\left( x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \left| \mu_{\tilde{v}_{Funk}(FF,EF)} \left( x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \right) \right. \right) \text{ für (39) bzw. (1483)}$$

Aus Gründen der Lesbarkeit wird wiederum zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega$  bzw.  $\omega'$  folgende Symbolik verwendet:

$$x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP,\omega} = x^{\omega}(\omega')$$

Betrachtung von (39) bzw. (1483) führt zu:

<b>(39)</b>	<b>(1483)</b>
<b>Abschnitt <math>\omega = 1</math></b>	<b>Abschnitt <math>\omega' = 1</math></b>
$x^1 = \frac{\int_{-237,75}^{-142,7} x \cdot dx}{\int_{-129,9}^{-77,98} 1 dx} = \frac{-18080,89}{95,05}$	$x^1 = \frac{\int_{142,7}^{237,75} x \cdot dx}{\int_{142,7}^{237,75} 1 dx} = \frac{18080,89}{95,05}$
<b>Abschnitt <math>\omega = 2</math></b>	<b>Abschnitt <math>\omega' = 2</math></b>
$x^2 = \frac{\int_{-142,7}^0 x \cdot \left( -\frac{x}{142,7} \right) \cdot dx}{\int_{-142,7}^0 -\frac{x}{142,7} dx} =$ $= \frac{-6787,76}{71,35}$	$x^2 = \frac{\int_0^{142,7} x \cdot \left( \frac{x}{142,7} \right) \cdot dx}{\int_0^{142,7} \frac{x}{142,7} dx} =$ $= \frac{6787,76}{71,35}$
Aggregation führt zu:	Aggregation führt zu:
$x_{SP} = \frac{-18080,89 - 6787,76}{95,05 + 71,35} =$ $= -149,45$	$x_{SP} = \frac{18080,89 + 6787,76}{95,05 + 71,35} =$ $= 149,45$

Damit gilt für die Abszissenangabe des Flächenschwerpunktes  $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \in [-149,45; 149,45]$ .



Anhang VIII: Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Funktionalität, Fungibilität und Plastizität

Anhang VIII-I: Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge der Funktionalität

Zur Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge der Funktionalität sind zunächst auf Grundlage der profilspezifischen Inputwerte die profilspezifischen, aktiven Regeln zu bestimmen, um daraufhin die resultierende Outputmenge der unscharfen Vergleichsgröße zu ermitteln.

#### *Erwünschte Funktionalität*

Im vorliegenden Fall ergeben sich unter Rückgriff auf den dargelegten Regelblock (vgl. Tabelle 40, Anhang V-II) sowie den Minimumoperator folgende regelspezifische Erfüllungsgrade  $DOF_r^{Funk,EF}$  mit den korrespondierenden unscharfen Flächenmaßen  $\widetilde{FM}_{EF,r}^{Funk}$  des Profils der *erwünschten Funktionalität*:

$$DOF_{74}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,74}^{Funk} = (30,44; 76,07; 18,54; 57,2)$$

$$DOF_{75}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,75}^{Funk} = (30,44; 85,55; 18,54; 57,2)$$

$$DOF_{77}^{Funk,EF} = \frac{2}{3} \widetilde{FM}_{EF,77}^{Funk} = (61,38; 97,51; 42,84; 61,44)$$

$$DOF_{78}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,78}^{Funk} = (68,52; 114,15; 47,14; 57,2)$$

$$DOF_{155}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,155}^{Funk} = (61,38; 97,51; 42,84; 61,44)$$

$$DOF_{156}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,156}^{Funk} = (68,52; 114,15; 47,14; 57,2)$$

$$DOF_{158}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,158}^{Funk} = (92,32; 118,95; 67,14; 65,68)$$

$$DOF_{159}^{Funk,EF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{EF,159}^{Funk} = (106,6; 142,75; 75,74; 57,2)$$

Unter Berücksichtigung der 39 verschiedenen Ausprägungen für das unscharfe Flächenmaß, ergeben sich folgende positive Gesamterfüllungsgrade

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,j}):$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,19}) = DOF_{Gesamt}((30,44; 76,07; 18,54; 57,2)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,20}) = DOF_{Gesamt}((30,44; 85,55; 18,54; 57,2)) = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,32}) &= DOF_{Gesamt}((61,38; 97,51; 42,84; 61,44)) = \\ &= \max(DOF_{77}^{Funk,EF}; DOF_{155}^{Funk,EF}) = \max\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,34}) &= DOF_{Gesamt}((68,52; 114,15; 47,14; 57,2)) = \\ &= \max(DOF_{78}^{Funk,EF}; DOF_{156}^{Funk,EF}) = \max\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,39}) = DOF_{Gesamt}((92,32; 118,95; 67,14; 65,68)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EF}^{Funk,7}) = DOF_{Gesamt}((106,6; 142,75; 75,74; 57,2)) = \frac{1}{3}$$

### *Faktische Funktionalität*

Im vorliegenden Fall ergeben sich unter Rückgriff auf den dargelegten Regelblock (vgl. Tabelle 40, Anhang V-II) sowie den Minimumoperator folgende regelspezifische Erfüllungsgrade  $DOF_r^{Funk,FF}$  mit den korrespondierenden unscharfen Flächenmaßen  $\widetilde{FM}_{FF,r}^{Funk}$  Profils der *faktischen Funktionalität*:

$$DOF_{22}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,22}^{Funk} = (19,04; 41,86; 14,3; 63,3)$$

$$DOF_{23}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,23}^{Funk} = (30,94; 51,86; 24,3; 71,64)$$

$$DOF_{25}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,25}^{Funk} = (30,44; 70,35; 18,54; 49)$$

$$DOF_{26}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,26}^{Funk} = (49,48; 87,51; 32,84; 53,1)$$

$$DOF_{49}^{Funk,FF} = \frac{2}{3} \widetilde{FM}_{FF,49}^{Funk} = (38,08; 59,02; 28,6; 67,4)$$

$$DOF_{50}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,50}^{Funk} = (49,98; 69,02; 38,6; 75,74)$$

$$DOF_{52}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,52}^{Funk} = (49,48; 87,51; 32,84; 53,1)$$

$$DOF_{53}^{Funk,FF} = \frac{1}{3} \widetilde{FM}_{FF,53}^{Funk} = (68,52; 104,67; 47,14; 57,2)$$

Unter Berücksichtigung der 39 verschiedenen Ausprägungen für das unscharfe Flächenmaß, ergeben sich folgende positive Gesamterfüllungsgrade

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,j}):$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,14}) = DOF_{Gesamt}((19,04; 41,86; 14,3; 63,3)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,21}) = DOF_{Gesamt}((30,94; 51,86; 24,3; 71,64)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,18}) = DOF_{Gesamt}((30,44; 70,35; 18,54; 49)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,26}) = DOF_{Gesamt}((49,48; 87,51; 32,84; 53,1)) = \\ = \max(DOF_{26}^{Funk,FF}; DOF_{52}^{Funk,FF}) = \max\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,23}) = DOF_{Gesamt}((38,08; 59,02; 28,6; 67,4)) = \frac{2}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,27}) = DOF_{Gesamt}((49,98; 69,02; 38,6; 75,74)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FF}^{Funk,33}) = DOF_{Gesamt}((68,52; 104,67; 47,14; 57,2)) = \frac{1}{3}$$

Auf Grundlage der profilspezifischen Gesamterfüllungsgrade der einzelnen Flächenmaßausprägungen kann nun die unscharfe Vergleichsgröße und daraufhin die Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes bestimmt werden.

*Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}$  des Flächenschwerpunktes*

Von den in Tabelle 41 (vgl. Anhang V-III) dargestellten 1521 Regeln erweisen sich aufgrund der gegebenen Inputwerte insgesamt 42 Regeln als aktiv.<sup>663</sup> Es ergibt sich damit – wenngleich die Aussagekraft aufgrund der Anzahl darzustellender Outputmengen beschränkt ist – die lediglich aus Vollständigkeitsgründen darzustellende Abbildung 71 der Zugehörigkeitsfunktion der resultierenden Outputmenge.<sup>664</sup>

---

<sup>663</sup> Für die aktiven Regeln  $r = 366, 367, 379, 380, 386, 387, 522, 523, 535, 536, 542, 543, 639, 640, 652, 653, 659, 660, 717, 718, 731, 737, 738, 834, 835, 847, 848, 854, 855, 873, 874, 886, 887, 893, 894, 1146, 1147, 1159, 1160, 1166$  und  $1167$  ergibt sich jeweils ein regelspezifischer Erfüllungsgrad  $DOF_r = \frac{1}{3}$  und für die aktive Regel  $r = 730$  der Erfüllungsgrad  $DOF_{730} = \frac{2}{3}$ .

<sup>664</sup> Auf eine vollständige Beschriftung der resultierenden aktivierten Outputmengen in der korrespondierenden Abbildung wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

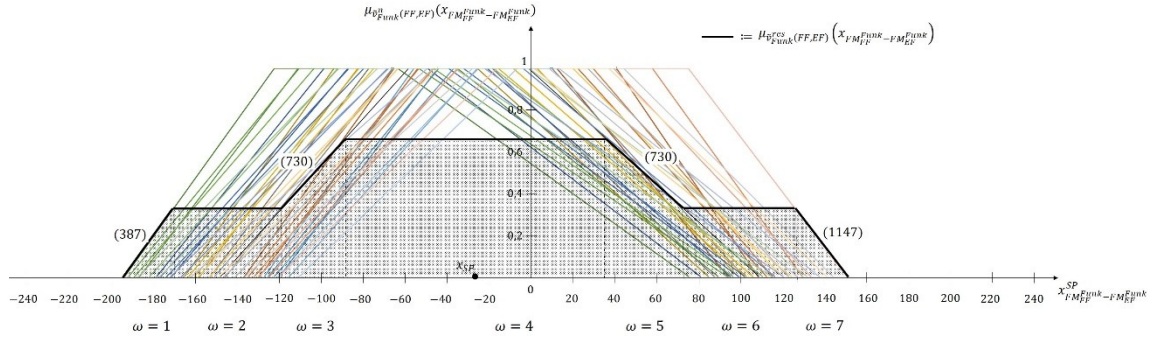


Abbildung 71: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge der Profilzusammenführung der erwünschten und faktischen Funktionalität

Zur Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP}$  unter Rückgriff auf die Flächenschwerpunktmethod ist eine Zerlegung dieser Outputmenge in sieben Abschnitte  $\omega$  mit  $\omega = 1, \dots, 7$  vorzunehmen (vgl. Abbildung 71/Abbildung 68).

Aus Gründen der Lesbarkeit wird zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega = 1, \dots, 7$  folgende Symbolik verwendet:

$$x_{FM_{FF}^{Funk}-FM_{EF}^{Funk}}^{SP} = x^{\omega}$$

Es ergeben sich für die sieben zu betrachtenden Abschnitte  $\omega$  folgende separat voneinander zu ermittelnde Abszissenprägungen  $x^{\omega}$ :

#### Abschnitt $\omega = 1$

$$x^1 = \frac{\int_{-195,21}^{-171,38} x \cdot \left(2,73 + \frac{1}{71,5} \cdot x\right) dx}{\int_{-195,21}^{-171,38} \left(2,73 + \frac{1}{71,5} \cdot x\right) dx} = \frac{-711,2}{3,97}$$

#### Abschnitt $\omega = 2$

$$x^2 = \frac{\int_{-171,38}^{-119,46} x \cdot \frac{1}{3} dx}{\int_{-171,38}^{-119,46} \frac{1}{3} dx} = \frac{-2516,73}{17,31}$$

#### Abschnitt $\omega = 3$

$$x^3 = \frac{\int_{-119,46}^{-89,44} x \cdot \left(1,66 + \frac{1}{90,04} \cdot x\right) dx}{\int_{-119,46}^{-89,44} \left(1,66 + \frac{1}{90,04} \cdot x\right) dx} = \frac{-1542,43}{15,01}$$

**Abschnitt  $\omega = 4$** 

$$x^4 = \frac{\int_{-89,44}^{34,39} x \cdot \frac{2}{3} dx}{\int_{-89,44}^{34,39} \frac{2}{3} dx} = \frac{-2272,28}{82,56}$$

**Abschnitt  $\omega = 5$** 

$$x^5 = \frac{\int_{34,39}^{71,17} x \cdot (0,98 - \frac{1}{110,24} \cdot x) dx}{\int_{34,39}^{71,17} (0,98 - \frac{1}{110,24} \cdot x) dx} = \frac{935,46}{18,44}$$

**Abschnitt  $\omega = 6$** 

$$x^6 = \frac{\int_{71,17}^{124,72} x \cdot \frac{1}{3} dx}{\int_{74,15}^{77,81} \frac{1}{3} dx} = \frac{1748,38}{17,85}$$

**Abschnitt  $\omega = 7$** 

$$x^7 = \frac{\int_{124,72}^{149,97} x \cdot (1,98 - \frac{1}{75,74} \cdot x) dx}{\int_{124,72}^{149,97} (1,98 - \frac{1}{75,74} \cdot x) dx} = \frac{560,02}{4,21}$$

Die Aggregation der Abszissenprägungen  $x^\omega$  führt zu:

$$\begin{aligned} x_{SP} &= \frac{-711,2 - 2516,73 - 1542,43 - 2272,28 + 935,46 + 1748,38 + 560,02}{3,97 + 17,31 + 15,01 + 82,56 + 18,44 + 17,85 + 4,21} = \\ &= \frac{-3798,79}{159,33} \approx -23,84 = x_{FM_{FF}^{Funk} - FM_{EF}^{Funk}}^{SP} \end{aligned}$$

Anhang VIII-II: Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Fungibilität

Zur Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge der Fungibilität sind zunächst auf Grundlage der profilspezifischen Inputwerte die profilspezifischen, aktiven Regeln zu bestimmen, um daraufhin die resultierende Outputmenge der unscharfen Vergleichsgröße zu ermitteln.

*Erwünschte Fungibilität*

Im vorliegenden Fall ergeben sich unter Rückgriff auf den dargelegten Regelblock (vgl. Tabelle 40, Anhang V-II) sowie den Minimumoperator folgende regelspezifische Erfüllungsgrade  $DOF_r^{Fung,EFG}$  mit den korrespondierenden unscharfen Flächenmaßen  $\widetilde{FM}_{EFG,r}^{Fung}$  der erwünschten Fungibilität:

$DOF_{122}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,122}^{Fung} = (59,5; 59,5; 50; 92,7)$
$DOF_{123}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,123}^{Fung} = (73,78; 83,3; 58,6; 84,22)$
$DOF_{125}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,125}^{Fung} = (73,78; 83,3; 58,6; 84,22)$
$DOF_{126}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,126}^{Fung} = (92,32; 118,95; 67,14; 65,68)$
$DOF_{131}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,131}^{Fung} = (73,78; 83,3; 58,6; 84,22)$
$DOF_{132}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,132}^{Fung} = (88,06; 107,1; 67,2; 75,74)$
$DOF_{134}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,134}^{Fung} = (92,32; 118,95; 67,14; 65,68)$
$DOF_{135}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,135}^{Fung} = (110,86; 154,6; 75,68; 47,14)$
$DOF_{149}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,149}^{Fung} = (73,78; 83,3; 58,6; 84,22)$
$DOF_{150}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,150}^{Fung} = (88,06; 107,1; 67,2; 75,74)$
$DOF_{152}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,152}^{Fung} = (88,06; 107,1; 67,2; 75,74)$
$DOF_{153}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,153}^{Fung} = (106,6; 142,75; 75,74; 57,2)$
$DOF_{158}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,158}^{Fung} = (92,32; 118,95; 67,14; 65,68)$
$DOF_{159}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,159}^{Fung} = (106,6; 142,75; 75,74; 57,2)$
$DOF_{161}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,161}^{Fung} = (110,86; 154,6; 75,68; 47,14)$
$DOF_{162}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,162}^{Fung} = (129,4; 190,25; 84,22; 28,6)$
$DOF_{203}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3}$	$\widetilde{FM}_{EFG,203}^{Fung} = (73,78; 83,3; 58,6; 84,22)$

$$DOF_{204}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,204}^{Fung} = (92,32; 118,95; 67,14; 65,68)$$

$$DOF_{206}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,206}^{Fung} = (88,06; 107,1; 67,2; 75,74)$$

$$DOF_{207}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,207}^{Fung} = (110,86; 154,6; 75,68; 47,14)$$

$$DOF_{212}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,212}^{Fung} = (88,06; 107,1; 67,2; 75,74)$$

$$DOF_{213}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,213}^{Fung} = (106,6; 142,75; 75,74; 57,2)$$

$$DOF_{215}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,215}^{Fung} = (106,6; 142,75; 75,74; 57,2)$$

$$DOF_{216}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,216}^{Fung} = (129,4; 190,25; 84,22; 28,6)$$

$$DOF_{230}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,230}^{Fung} = (92,32; 118,95; 67,14; 65,68)$$

$$DOF_{231}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,231}^{Fung} = (110,86; 154,6; 75,68; 47,14)$$

$$DOF_{233}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,233}^{Fung} = (106,6; 142,75; 75,74; 57,2)$$

$$DOF_{234}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,234}^{Fung} = (129,4; 190,25; 84,22; 28,6)$$

$$DOF_{239}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,239}^{Fung} = (110,86; 154,6; 75,68; 47,14)$$

$$DOF_{240}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,240}^{Fung} = (129,4; 190,25; 84,22; 28,6)$$

$$DOF_{242}^{Fung,EFG} = \frac{1}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,242}^{Fung} = (129,4; 190,25; 84,22; 28,6)$$

$$DOF_{243}^{Fung,EFG} = \frac{2}{3} \quad \widetilde{FM}_{EFG,243}^{Fung} = (152,2; 237,75; 92,7; 0)$$

Unter Berücksichtigung der 39 verschiedenen Ausprägungen für das unscharfe Flächenmaß, ergeben sich folgende positive Gesamterfüllungsgrade

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung,j}):$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung,30}) = DOF_{Gesamt}((59,5; 59,5; 50; 92,7)) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung,35}) = DOF_{Gesamt}((73,78; 83,3; 58,6; 84,22)) =$$

$$= \max(DOF_{123}^{Fung,EFG}; DOF_{125}^{Fung,EFG}; DOF_{131}^{Fung,EFG}; DOF_{149}^{Fung,EFG}; DOF_{203}^{Fung,EFG}) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung,39}) = DOF_{Gesamt}((92,32; 118,95; 67,14; 65,68)) =$$

$$= \max(DOF_{126}^{Fung, EFG}; DOF_{134}^{Fung, EFG}; DOF_{158}^{Fung, EFG}; DOF_{204}^{Fung, EFG}; DOF_{230}^{Fung, EFG}) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung, 37}) = DOF_{Gesamt}((88,06; 107,1; 67,2; 75,74)) =$$

$$= \max(DOF_{132}^{Fung, EFG}; DOF_{150}^{Fung, EFG}; DOF_{152}^{Fung, EFG}; DOF_{206}^{Fung, EFG}; DOF_{212}^{Fung, EFG}) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung, 11}) = DOF_{Gesamt}((110,86; 154,6; 75,68; 47,14)) =$$

$$= \max(DOF_{135}^{Fung, EFG}; DOF_{161}^{Fung, EFG}; DOF_{207}^{Fung, EFG}; DOF_{231}^{Fung, EFG}; DOF_{239}^{Fung, EFG}) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung, 7}) = DOF_{Gesamt}((106,6; 142,75; 75,74; 57,2)) =$$

$$= \max(DOF_{153}^{Fung, EFG}; DOF_{159}^{Fung, EFG}; DOF_{213}^{Fung, EFG}; DOF_{215}^{Fung, EFG}; DOF_{233}^{Fung, EFG}) = \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung, 12}) = DOF_{Gesamt}((129,4; 190,25; 84,22; 28,6)) =$$

$$= \max(DOF_{162}^{Fung, EFG}; DOF_{153}^{Fung, EFG}; DOF_{216}^{Fung, EFG}; DOF_{234}^{Fung, EFG}; DOF_{240}^{Fung, EFG}; DOF_{242}^{Fung, EFG})$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EFG}^{Fung, 13}) = DOF_{Gesamt}((152,2; 237,75; 92,7; 0)) = \frac{2}{3}$$

### Faktische Fungibilität

Im vorliegenden Fall ergibt sich unter Rückgriff auf den dargelegten Regelblock (vgl. Tabelle 40, Anhang V-II) sowie den Minimumoperator folgender regelspezifischer Erfüllungsgrad  $DOF_r^{Fung, FFG}$  mit dem korrespondierenden unscharfen Flächenmaß  $\widetilde{FM}_{FFG, r}^{Fung}$  der *faktischen Fungibilität*:

$$DOF_1^{Fung, FFG} = 1 \quad \widetilde{FM}_{FFG, 1}^{Fung} = (0; 9,5; 0; 51)$$

Unter Berücksichtigung der 39 verschiedenen Ausprägungen für das unscharfe Flächenmaß, ergibt sich folgender positiver Gesamterfüllungsgrad  $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FFG}^{Fung, j})$ :

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FFG}^{Fung, 6}) = DOF_{Gesamt}((0; 9,5; 0; 51)) = 1$$

Auf Grundlage der profilspezifischen Gesamterfüllungsgrade der einzelnen Flächenmaßausprägungen kann nun die unscharfe Vergleichsgröße und daraufhin die Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes bestimmt werden.



Von den in Tabelle 41 (vgl. Anhang V-III) dargestellten 1521 Regeln erweisen sich aufgrund der gegebenen Inputwerte insgesamt 8 Regeln als aktiv.<sup>665</sup> Es ergibt sich damit die skizzenhaft dargestellte Abbildung 72 der Zugehörigkeitsfunktion der resultierenden Outputmenge.

*Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}$  des Flächenschwerpunktes*

Zur Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP}$  unter Rückgriff auf die Flächenschwerpunktmethod ist eine Zerlegung der resultierenden Outputmenge in vier Abschnitte  $\omega$  mit  $\omega = 1, \dots, 4$  vorzunehmen (vgl. Abbildung 72).

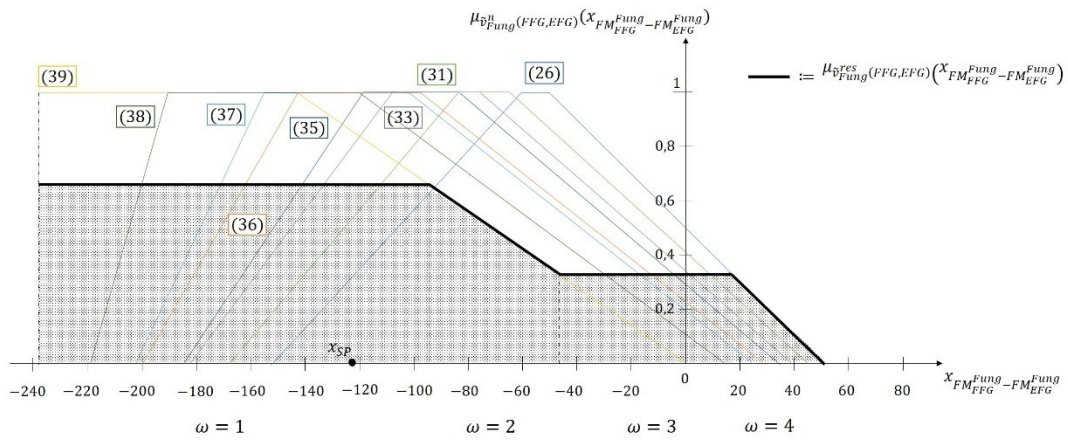


Abbildung 72: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge erwünschter und faktischer Fungibilität

Aus Gründen der Lesbarkeit wird zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega = 1, \dots, 4$  folgende Symbolik verwendet:

$$x_{FM_{FFG}^{Fung}-FM_{EFG}^{Fung}}^{SP} = x^\omega$$

Es ergeben sich für die vier zu betrachtenden Abschnitte  $\omega$  folgende separat voneinander zu ermittelnde Abszissenansprägungen  $x^\omega$ :

#### Abschnitt $\omega = 1$

$$x^1 = \frac{\int_{-237,75}^{-95,13} x \cdot \frac{2}{3} dx}{\int_{-237,75}^{-95,13} \frac{2}{3} dx} = \frac{-15825,12}{95,08}$$

<sup>665</sup> Für die aktiven Regeln  $r = 26, 31, 33, 35, 36, 37$  und  $38$  ergibt sich jeweils ein regelspezifischer Erfüllungsgrad  $DOF_r = \frac{1}{3}$  und für die aktive Regel  $r = 39$  der Erfüllungsgrad  $DOF_{39} = \frac{2}{3}$ .

**Abschnitt  $\omega = 2$** 

$$x^2 = \frac{\int_{-95,13}^{-47,57} x \cdot -\frac{1}{142,7} \cdot x \, dx}{\int_{-95,13}^{-47,57} -\frac{1}{142,7} \cdot x \, dx} = \frac{-1759,53}{23,77}$$

**Abschnitt  $\omega = 3$** 

$$x^3 = \frac{\int_{-47,57}^{17,33} x \cdot \frac{1}{3} \, dx}{\int_{-47,57}^{17,33} \frac{1}{3} \, dx} = \frac{-327,1}{21,64}$$

**Abschnitt  $\omega = 4$** 

$$x^4 = \frac{\int_{17,33}^{51} x \cdot (0,505 - \frac{1}{101} \cdot x) \, dx}{\int_{17,33}^{51} (0,505 - \frac{1}{101} \cdot x) \, dx} = \frac{160,3}{5,62}$$

Die Aggregation der Abszissenprägungen  $x^\omega$  führt zu:

$$\begin{aligned} x_{SP} &= \frac{-15825,12 - 1759,53 - 327,1 + 160,3}{95,08 + 23,77 + 21,64 + 5,62} = \\ &= \frac{-17751,45}{146,11} \approx -121,49 = x_{FM_{FFG}^{Fung} - FM_{EFG}^{Fung}}^{SP} \end{aligned}$$

Anhang VIII-III: Berechnungen für die Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge von Plastizität

Zur Bestimmung der Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes für die resultierende Outputmenge der Plastizität sind zunächst auf Grundlage der profilspezifischen Inputwerte die profilspezifischen, aktiven Regeln zu bestimmen, um daraufhin die resultierende Outputmenge der unscharfen Vergleichsgröße zu ermitteln.

*Erwünschte Plastizität*

Im vorliegenden Fall ergibt sich unter Rückgriff auf den dargelegten Regelblock (vgl. Tabelle 23, Kapitel 4.3.3) sowie den Minimumoperator folgender regelspezifischer Erfüllungsgrad  $DOF_r^{PlE,AP}$  mit dem korrespondierenden unscharfen Flächenmaß  $\widetilde{FM}_{PlE,r}^{Pl}$  der *erwünschten Plastizität*:

$$DOF_{14}^{Pl,EP} = 1 \quad \widetilde{FM}_{EP,14}^{Pl} = (32,48; 32,48; 27,29; 50,69)$$

Unter Berücksichtigung der 11 verschiedenen Ausprägungen für das unscharfe Flächenmaß, ergibt sich folgender positiver Gesamterfüllungsgrad  $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EP}^{Pl,j})$ :

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{EP}^{Pl,14}) = DOF_{Gesamt}((32,48; 32,48; 27,29; 50,69)) = 1$$

#### *Faktische Plastizität*

Im vorliegenden Fall ergeben sich unter Rückgriff auf den dargelegten Regelblock (vgl. Tabelle 23, Kapitel 4.3.3) sowie den Minimumoperator folgende regelspezifische Erfüllungsgrade  $DOF_r^{Pl,FP}$  mit den korrespondierenden unscharfen Flächenmaßen  $\widetilde{FM}_{FP,r}^{Pl}$  des Profils der *Plastizitätsmöglichkeiten*:

$$DOF_6^{Pl,FP} = 1 \quad \widetilde{FM}_{FP,6}^{Pl} = (17,32; 34,64; 13; 38,98)$$

$$DOF_9^{Pl,FP} = 1 \quad \widetilde{FM}_{FP,9}^{Pl} = (27,72; 60,62; 16,9; 25,98)$$

Unter Berücksichtigung der 11 verschiedenen Ausprägungen für das unscharfe Flächenmaß, ergeben sich folgende positive Gesamterfüllungsgrade  $DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FP}^{Pl,j})$ :

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FP}^{Pl,5}) = DOF_{Gesamt}((17,32; 34,64; 13; 38,98)) = \frac{2}{3}$$

$$DOF_{Gesamt}(\widetilde{FM}_{FP}^{Pl,6}) = DOF_{Gesamt}((27,72; 60,62; 16,9; 25,98)) = \frac{1}{3}$$

Auf Grundlage der profilspezifischen Gesamterfüllungsgrade der einzelnen Flächenmaßausprägungen kann nun die unscharfe Vergleichsgröße und daraufhin die Abszissenkoordinate des Flächenschwerpunktes bestimmt werden.

Von den in Tabelle 38 (vgl. Anhang V-I) dargestellten 121 Regeln erweisen sich aufgrund der gegebenen Inputwerte insgesamt 2 Regeln als aktiv.<sup>666</sup> Es ergibt sich damit die skizzenhaft dargestellte Abbildung 73 der Zugehörigkeitsfunktion der resultierenden Outputmenge.

---

<sup>666</sup> Für die aktive Regel  $r = 51$  ergibt sich ein regelspezifischer Erfüllungsgrad  $DOF_{51} = \frac{2}{3}$  und für die aktive Regel  $r = 62$  der Erfüllungsgrad  $DOF_{62} = \frac{1}{3}$ .

Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$  des Flächenschwerpunktes

Zur Bestimmung der Abszissenkoordinate  $x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$  unter Rückgriff auf die Flächenschwerpunktmethod ist eine Zerlegung der resultierenden Outputmenge in fünf Abschnitte  $\omega$  mit  $\omega = 1, \dots, 5$  vorzunehmen (vgl. Abbildung 73).

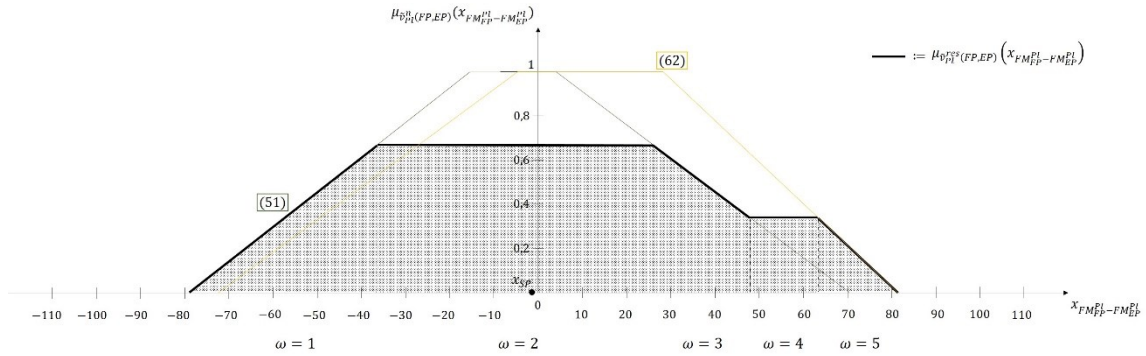


Abbildung 73: Abschnittszerlegung der resultierenden Outputmenge der Profilzusammenführung faktischer und erwünschter Plastizität

Aus Gründen der Lesbarkeit wird zur Darlegung der Bestimmung der einzelnen Koordinaten für die Abschnitte  $\omega = 1, \dots, 5$  folgende Symbolik verwendet:

$$x_{FM_{FP}^{Pl}-FM_{EP}^{Pl}}^{SP} = x^{\omega}$$

Es ergeben sich für die fünf zu betrachtenden Abschnitte  $\omega$  folgende separat voneinander zu ermittelnde Abszissenprägungen  $x^{\omega}$ :

**Abschnitt  $\omega = 1$**

$$x^1 = \frac{\int_{-78,85}^{-36,52} x \cdot \left(1,24 + \frac{1}{63,69} \cdot x\right) dx}{\int_{-78,85}^{-36,52} \left(1,24 + \frac{1}{63,69} \cdot x\right) dx} = \frac{-717,02}{14,15}$$

**Abschnitt  $\omega = 2$**

$$x^2 = \frac{\int_{-36,52}^{26,07} x \cdot \frac{2}{3} dx}{\int_{-36,52}^{26,07} \frac{2}{3} dx} = \frac{-218,02}{41,73}$$

**Abschnitt  $\omega = 3$**

$$x^3 = \frac{\int_{26,07}^{48,17} x \cdot \left(1,06 \cdot x - \frac{1}{66,29}\right) dx}{\int_{26,07}^{48,17} \left(1,06 \cdot x - \frac{1}{66,29}\right) dx} = \frac{396,63}{11,05}$$

**Abschnitt  $\omega = 4$** 

$$x^4 = \frac{\int_{48,17}^{63,75} x \cdot \frac{1}{3} dx}{\int_{48,17}^{63,75} \frac{1}{3} dx} = \frac{290,62}{5,19}$$

**Abschnitt  $\omega = 5$** 

$$x^5 = \frac{\int_{63,75}^{81,41} x \cdot (1,53 - \frac{1}{53,27} \cdot x) dx}{\int_{63,75}^{81,41} (1,53 - \frac{1}{53,27} \cdot x) dx} = \frac{206,09}{2,96}$$

Die Aggregation der Abszissenansprungen  $x^\omega$  führt zu:

$$x_{SP} = \frac{-717,02 - 218,02 + 396,63 + 290,62 + 206,09}{14,15 + 41,73 + 11,05 + 5,19 + 2,96} =$$

$$\frac{-41,702}{75,08} \approx -0,56 = x_{FM_{FP}^{Pl} - FM_{EP}^{Pl}}^{SP}$$

Anhang IX: Regeln zur Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge  
zum Humankapitalwert

Lfd. Nr.	Kompatibilitätsausprägung	Aktiver Teilnutzenwert	Relevanzausprägung	Nutzenbeitrag
1	hohe Möglichkeitsunterdeckung	gering	gering	gering
2	hohe Möglichkeitsunterdeckung	gering	mittel	gering
3	hohe Möglichkeitsunterdeckung	gering	hoch	gering
4	hohe Möglichkeitsunterdeckung	mittel	gering	gering
5	hohe Möglichkeitsunterdeckung	mittel	mittel	gering
6	hohe Möglichkeitsunterdeckung	mittel	hoch	gering
7	hohe Möglichkeitsunterdeckung	hoch	gering	gering
8	hohe Möglichkeitsunterdeckung	hoch	mittel	gering
9	hohe Möglichkeitsunterdeckung	hoch	hoch	mittel
10	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	gering	gering	gering
11	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	gering	mittel	gering
12	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	gering	hoch	gering
13	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	mittel	gering	gering
14	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	mittel	mittel	gering
15	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	mittel	hoch	mittel
16	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	hoch	gering	gering
17	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	hoch	mittel	mittel
18	mittlere Möglichkeitsunterdeckung	hoch	hoch	mittel
19	geringe Möglichkeitsunterdeckung	gering	gering	gering
20	geringe Möglichkeitsunterdeckung	gering	mittel	gering
21	geringe Möglichkeitsunterdeckung	gering	hoch	gering
22	geringe Möglichkeitsunterdeckung	mittel	gering	gering
23	geringe Möglichkeitsunterdeckung	mittel	mittel	gering
24	geringe Möglichkeitsunterdeckung	mittel	hoch	mittel
25	geringe Möglichkeitsunterdeckung	hoch	gering	gering
26	geringe Möglichkeitsunterdeckung	hoch	mittel	mittel
27	geringe Möglichkeitsunterdeckung	hoch	hoch	mittel
28	Deckung	gering	gering	mittel
29	Deckung	gering	mittel	mittel
30	Deckung	gering	hoch	hoch
31	Deckung	mittel	gering	mittel
32	Deckung	mittel	mittel	mittel
33	Deckung	mittel	hoch	hoch
34	Deckung	hoch	gering	hoch
35	Deckung	hoch	mittel	hoch
36	Deckung	hoch	hoch	hoch
37	geringer Möglichkeitsüberschuss	gering	gering	gering
38	geringer Möglichkeitsüberschuss	gering	mittel	gering
39	geringer Möglichkeitsüberschuss	gering	hoch	gering
40	geringer Möglichkeitsüberschuss	mittel	gering	gering
41	geringer Möglichkeitsüberschuss	mittel	mittel	gering

42	geringer Möglichkeitsüberschuss	mittel	hoch	mittel
43	geringer Möglichkeitsüberschuss	hoch	gering	gering
44	geringer Möglichkeitsüberschuss	hoch	mittel	mittel
45	geringer Möglichkeitsüberschuss	hoch	hoch	mittel
46	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	gering	gering	gering
47	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	gering	mittel	gering
48	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	gering	hoch	gering
49	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	mittel	gering	gering
50	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	mittel	mittel	gering
51	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	mittel	hoch	mittel
52	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	hoch	gering	gering
53	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	hoch	mittel	mittel
54	mittlerer Möglichkeitsüberschuss	hoch	hoch	mittel
55	hoher Möglichkeitsüberschuss	gering	gering	gering
56	hoher Möglichkeitsüberschuss	gering	mittel	gering
57	hoher Möglichkeitsüberschuss	gering	hoch	gering
58	hoher Möglichkeitsüberschuss	mittel	gering	gering
59	hoher Möglichkeitsüberschuss	mittel	mittel	gering
60	hoher Möglichkeitsüberschuss	mittel	hoch	gering
61	hoher Möglichkeitsüberschuss	hoch	gering	gering
62	hoher Möglichkeitsüberschuss	hoch	mittel	gering
63	hoher Möglichkeitsüberschuss	hoch	hoch	mittel

Tabelle 42: Regeln zur Bestimmung determinantenspezifischer Nutzenbeiträge zum Humankapitalwert

## Anhang X: Regeln zur Bestimmung der Ausprägung des Humankapitalwertes

Lfd. Nr.	Nutzenbeitrag Fungibilität	Nutzenbeitrag Funktionalität	Nutzenbeitrag Plastizität	Nutzenbeitrag Stabilität	Ausprägung des Brutto- Humankapital- wertes
1	gering	gering	gering	gering	gering
2	gering	gering	gering	mittel	gering
3	gering	gering	gering	hoch	gering
4	gering	gering	mittel	gering	gering
5	gering	gering	mittel	mittel	gering
6	gering	gering	mittel	hoch	mittel
7	gering	gering	hoch	gering	gering
8	gering	gering	hoch	mittel	mittel
9	gering	gering	hoch	hoch	hoch
10	gering	mittel	gering	gering	gering
11	gering	mittel	gering	mittel	gering
12	gering	mittel	gering	hoch	mittel
13	gering	mittel	mittel	gering	gering
14	gering	mittel	mittel	mittel	mittel
15	gering	mittel	mittel	hoch	mittel
16	gering	mittel	hoch	gering	mittel
17	gering	mittel	hoch	mittel	mittel
18	gering	mittel	hoch	hoch	hoch
19	gering	hoch	gering	gering	gering
20	gering	hoch	gering	mittel	mittel
21	gering	hoch	gering	hoch	hoch
22	gering	hoch	mittel	gering	mittel
23	gering	hoch	mittel	mittel	mittel
24	gering	hoch	mittel	hoch	hoch
25	gering	hoch	hoch	gering	hoch
26	gering	hoch	hoch	mittel	hoch
27	gering	hoch	hoch	hoch	hoch
28	mittel	gering	gering	gering	gering
29	mittel	gering	gering	mittel	gering
30	mittel	gering	gering	hoch	mittel
31	mittel	gering	mittel	gering	gering
32	mittel	gering	mittel	mittel	mittel
33	mittel	gering	mittel	hoch	mittel
34	mittel	gering	hoch	gering	mittel
35	mittel	gering	hoch	mittel	mittel
36	mittel	gering	hoch	hoch	hoch
37	mittel	mittel	gering	gering	gering
38	mittel	mittel	gering	mittel	mittel
39	mittel	mittel	gering	hoch	mittel



40	mittel	mittel	mittel	gering	mittel
41	mittel	mittel	mittel	mittel	mittel
42	mittel	mittel	mittel	hoch	mittel
43	mittel	mittel	hoch	gering	mittel
44	mittel	mittel	hoch	mittel	mittel
45	mittel	mittel	hoch	hoch	hoch
46	mittel	hoch	gering	gering	mittel
47	mittel	hoch	gering	mittel	mittel
48	mittel	hoch	gering	hoch	hoch
49	mittel	hoch	mittel	gering	mittel
50	mittel	hoch	mittel	mittel	mittel
51	mittel	hoch	mittel	hoch	hoch
52	mittel	hoch	hoch	gering	hoch
53	mittel	hoch	hoch	mittel	hoch
54	mittel	hoch	hoch	hoch	hoch
55	hoch	gering	gering	gering	gering
56	hoch	gering	gering	mittel	mittel
57	hoch	gering	gering	hoch	hoch
58	hoch	gering	mittel	gering	mittel
59	hoch	gering	mittel	mittel	mittel
60	hoch	gering	mittel	hoch	hoch
61	hoch	gering	hoch	gering	hoch
62	hoch	gering	hoch	mittel	hoch
63	hoch	gering	hoch	hoch	hoch
64	hoch	mittel	gering	gering	mittel
65	hoch	mittel	gering	mittel	mittel
66	hoch	mittel	gering	hoch	hoch
67	hoch	mittel	mittel	gering	mittel
68	hoch	mittel	mittel	mittel	mittel
69	hoch	mittel	mittel	hoch	hoch
70	hoch	mittel	hoch	gering	hoch
71	hoch	mittel	hoch	mittel	hoch
72	hoch	mittel	hoch	hoch	hoch
73	hoch	hoch	gering	gering	hoch
74	hoch	hoch	gering	mittel	hoch
75	hoch	hoch	gering	hoch	hoch
76	hoch	hoch	mittel	gering	hoch
77	hoch	hoch	mittel	mittel	hoch
78	hoch	hoch	mittel	hoch	hoch
79	hoch	hoch	hoch	gering	hoch
80	hoch	hoch	hoch	mittel	hoch
81	hoch	hoch	hoch	hoch	hoch

Tabelle 43: Regeln zur Bestimmung der Ausprägung des Humankapitalwertes

---

## Literaturverzeichnis

---

### A

---

**Addelman, S. (1962):** Orthogonal Main-Effect Plans for Asymmetrical Factorial Experiments, in: Technometrics, Jg. 4, Nr. 1, S. 21-46.

**Alewell, D. (1993):** Interne Arbeitsmärkte, Steuer- und Wirtschaftsverlag: Hamburg.

**Alewell, D. (1997):** Die Finanzierung betrieblicher Weiterbildungsinvestitionen, Gabler: Wiesbaden.

**Aschoff, C. (1978):** Betriebliches Humanvermögen – Grundlagen einer Humanvermögensrechnung, Gabler: Wiesbaden.

### B

---

**Backhaus, K./Erichson, B./Plinke, W./Weiber, R. (2003):** Multivariate Analysemethoden – Eine anwendungsorientierte Einführung, 10. Auflage, Springer: Berlin [u. a.].

**Bäcker, G./Naeyele, G./Bispinck, R. (2020):** Sozialpolitik und soziale Lage in Deutschland, 6. Auflage, Springer: Wiesbaden.

**Baier, D./Brusch, M. (2009):** Erfassung von Kundenpräferenzen für Produkte und Dienstleistungen, in: Baier, D./Brusch, M. (Hrsg.): Conjointanalyse, S. 3-17, Springer: Berlin/Heidelberg.

**Becker, F.G. (2003):** Grundlagen betrieblicher Leistungsbeurteilungen – Leistungsverständnis und -prinzip, Beurteilungsproblematik und Verfahrensprobleme, 4. Auflage, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Becker, G.S. (1975):** Human Capital – A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education, 2. Auflage, The University of Chicago: Chicago.

**Becker, G.S. (2005):** Human Capital – A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education, 3. Auflage, The University of Chicago: Chicago.

**Beer, S. (1962):** Kybernetik und Management, dt. Übersetzung von Cybernetics and Management, S. Fischer: Hamburg.

- Beierle, C./Kern-Isberner, G. (2008):** Methoden wissensbasierter Systeme – Grundlagen, Algorithmen, Anwendungen, 4. Auflage, Vieweg+Teubner: Wiesbaden.
- Berning, W. (2021):** Führungskompetenz und Motivation – Führungserfolg steuern und bewerten, Springer Gabler: Wiesbaden.
- Bichler, A./Trommsdorff, V. (2009):** Präferenzmodelle bei der Conjointanalyse, in: Baier, D./Brusch, M. (Hrsg.): Conjointanalyse, S. 59-71, Springer: Berlin/Heidelberg.
- Bourdieu, P. (1983):** Ökonomisches Kapital, kulturelles Kapital, soziales Kapital, dt. Übersetzung von Kreckel, R. in: Kreckel, R. (Hrsg.): Soziale Ungleichheiten, S. 183-198, Otto Schwarz & Co.: Göttingen.
- Böhm-Bawerk, E.v. (1912):** Kapital und Kapitalzins, II. Abt., Wagner'sche Verlagsanstalt: Innsbruck.
- Böhm-Bawerk, E.v. (1921):** Kapital und Kapitalzins, I. Abt., 4. Auflage, Gustav Fischer: Jena.
- Brandes, H. (1980):** Flexibilität und Qualifikation, Steinkopff: Darmstadt.
- Bronstein, I.N./Semendjajew, K.A./Musiol, G./Mühlig, H. (2001):** Taschenbuch der Mathematik, 5. Auflage, Harri Deutsch: Thun/Frankfurt am Main.
- Brummet, R.L. (1982):** Die Erfassung des Humankapitals in Unternehmen, in: Schmidt, H. (Hrsg.): Humanvermögensrechnung – Instrumentarium zur Ergänzung der unternehmerischen Rechnungslegung, S. 61-72, Walter de Gruyter: Berlin/New York.
- Bucharin, N. (1972):** Das Elend der subjektiven Wertlehre, 2. Auflage, Neue Kritik: Frankfurt.
- Bundesministerium für Wirtschaft und Technologie (2013):** Wissensbilanz – Made in Germany – Leitfaden 2.0 zur Erstellung einer Wissensbilanz, Broschüren für Öffentlichkeitsarbeit.
- Bungartz, H.-J./Zimmer, S./Buchholz, M./Pflüger, D. (2013):** Modellbildung und Simulation – Eine anwendungsorientierte Einführung, 2. Auflage, Springer: Berlin/Heidelberg.
- Burstedde, A. (2023):** Die IW-Arbeitsmarktfortschreibung, IW-Report 8/2023, Institut der deutschen Wirtschaft: Köln.

**Bürkle, T. (1999):** Qualitätsunsicherheit am Arbeitsmarkt – Die Etablierung separierender Gleichgewichte in Modellen der simultanen Personal- und Organisationsplanung zur Überwindung der Qualitätsunsicherheit, Rainer Hampp: München/Mering.

## C

---

**Cantor, G. (1895):** Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre, Mathematische Annalen, Jg. 46, Nr. 4, S. 481-512.

**Coenenberg, A.G./Haller, A./Schultze, W. (2018):** Jahresabschluss und Jahresabschlussanalyse, 25. Auflage, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Colbe, W.B.v./Witte, F. (2018):** Investitionstheorie und Investitionsrechnung, 5. Auflage, Springer Gabler: Berlin.

**Coleman, J.S. (1979):** Macht und Gesellschaftsstruktur, übersetzt und mit einem Nachwort von Viktor Vanberg, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck): Tübingen.

## D

---

**Deschermeier, P./Seipelt, B./Voigtländer, M. (2014):** Ein hedonischer Mietpreisindex für Gewerbeimmobilien, IW-Trends – Vierteljahresschrift zur empirischen Wirtschaftsforschung, Jg. 41, Nr. 2, S. 59-73.

**Diebolt, C./Hippe, R./Jaoul-Grammare, M. (2017):** Bildungsökonomie – Eine Einführung aus historischer Perspektive, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Domschke, W./Drexl, A./Klein, R./Scholl, A. (2015):** Einführung in Operations Research, 9. Auflage, Springer Gabler: Berlin/Heidelberg.

**Drukarczyk, J./Schüler, A. (2016):** Unternehmensbewertung, 7. Auflage, Franz Vahlen: München.

**Drumm, H.J. (1984):** Ein Akzeptanztheorem zum Einsatz formaler Methoden in der Personalplanung, in: Steckhan, H./Bühler, W./Jäger, K.E./Schneeweiß, C./Schwarze, J. (Hrsg.): Operations Research Proceedings, Vorträge der 12. Jahrestagung 1983, S. 673-681, Springer: Berlin/Heidelberg.

**Drumm, H.J. (2005):** Personalwirtschaft, 5. Auflage, Springer: Berlin [u. a.].

**Drumm, H.J./Scholz, C. (1988):** Personalplanung – Planungsmethoden und Methodenakzeptanz, 2. Auflage, Haupt: Berlin/Stuttgart.

**Dubois, D./Prade, H. (1978):** Operations on fuzzy numbers, International Journal of Systems Science, Jg. 9, Nr. 6, S. 613-626.

## E

---

**Edvinsson, L./Brünig, G. (2000):** Aktivposten Wissenskapital, Gabler: Wiesbaden.

**Engels, W. (1962):** Betriebswirtschaftliche Bewertungslehre im Licht der Entscheidungstheorie, Verlag für Sozialwissenschaften: Wiesbaden.

**Erpenbeck, J./Grote, S./Sauter, W. (2017):** Einführung, in: Erpenbeck, J./Rosenstiel, L.v./Grote, S. (Hrsg.): Handbuch Kompetenzmessung, 3. Auflage, S. IX-XXXVIII, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Euclides (1995):** Die Elemente: Bücher I-XIII, in: Thaer, C./Trageser, W. (Hrsg.): Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften 235, Nachdruck, 2. Auflage, Originalarbeit ca. 300 v. Chr., Harri Deutsch: Frankfurt am Main.

## F

---

**Fandel, G. (1994):** Produktion I – Produktions- und Kostentheorie, 4. Auflage, Springer: Berlin [u. a.].

**Farmer, R.N./Richman, B.M. (1964):** A Model for Research in Comparative Management, California management review, Jg. 7, Nr. 2, S. 55-68.

**Fisher, I. (1927):** The Nature of Capital and Income, Macmillan: New York [u. a.].

**Fitz-enz, J. (2000):** The ROI of Human Capital – Measuring the Economic Value of Employee Performance, 2. Auflage, Amacom: New York [u. a.].

**Flamholtz, E. (1974):** Human Resource Accounting: A Review of Theory and Research, Journal of Management Studies, Jg. 11, Nr. 1, S. 44-61.

**Flamholtz, E. (1982):** Rechnungslegung über Kosten und Wert des Humankapitals, in: Schmidt, H. (Hrsg.): Humanvermögensrechnung – Instrumentarium zur Ergänzung der unternehmerischen Rechnungslegung, S. 73-98, Walter de Gruyter: Berlin/New York.

**Flohr, B. (1984):** Fungibilität und Elastizität von Personal, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen.

## G

---

**Gebauer, M. (2005):** Unternehmensbewertung auf der Basis von Humankapital, Josef Eul: Lohmar/Köln.

**Gebauer, M./Wall, F. (2002):** Human Resource Accounting zur Unterstützung der Unternehmensrechnung, Controlling, Jg. 14, Nr. 12, S. 685-690.

**Geldermann, J./Lerche, N. (2014):** Leitfaden zur Anwendung von Methoden der multikriteriellen Entscheidungsunterstützung, Professur für Produktion und Logistik, Wirtschaftswissenschaftliche Fakultät, Georg-August-Universität Göttingen.

**Gericke, K./Eisenbart, B. (2022):** Funktionalität, in: Vajna, S. (Hrsg.): Integrated Design Engineering, 2. Auflage, S. 293-305, Springer Vieweg: Berlin.

**Gierlinger, P./Hochstrasser, A./Hönninger, S./Vorhauer, C. (2003):** Human Capital, in: Böhnisch, W./Weissengruber, P./Stummer, H. (Hrsg.): Human Capital und Wissen, S. 31-88, Rudolf Trauner: Linz.

**Gischer, H./Spengler, T. (2008):** Personalplanung bei demographischem Wandel: Einzel- und gesamtwirtschaftliche Aspekte, in: Gischer, H./Reichling, P./Spengler, T./Wenig, A. (Hrsg.): Transformation in der Ökonomie, S. 67-89, Gabler: Wiesbaden.

**Gross, D./Hauger, W./Wriggers, P. (2011):** Technische Mechanik 4 – Hydromechanik, Elemente der Höheren Mechanik, Numerische Methoden, 8. Auflage, Springer: Berlin/Heidelberg.

**Gutenberg, E. (1990):** Einführung in die Betriebswirtschaftslehre, 1. Auflage, unveränderter Nachdruck, Gabler: Wiesbaden.

## H

---

**Hackstein, R./Zülch, G. (1980):** Untersuchung ausgewählter Eignungsmaße, Zeitschrift für Arbeitswissenschaft, Jg. 34, Nr. 3, S. 149-157.

**Hall, A.D./Fagen, R.E. (1956):** Definition of System, General Systems, Jg. 1, S. 18-28.

**Han, J./Kamber, M./Pei, J. (2012):** Data Mining Concepts and Techniques, 3. Auflage, Elsevier: Waltham [MA, USA].

**Hartmann, P. (2015):** Mathematik für Informatiker, 6. Auflage, Springer Vieweg: Wiesbaden.

**Heesen, B. (2017):** Basiswissen Bilanzanalyse, 2. Auflage, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Heesen, B./Heesen, M. (2021):** Basiswissen Unternehmensbewertung – Schneller Einstieg in die Wertermittlung, 3. Auflage, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Heider, F. (1958):** The Psychology of Interpersonal Relations, John Wiley & Sons: New York [u. a.].

**Heinen, E. (1970):** Betriebswirtschaftliche Kostenlehre – Kostentheorie und Kostenentscheidungen, 3. Auflage, Gabler: Wiesbaden.

**Hermanson, R.H. (1964):** Accounting for Human Assets, Bureau of Business and Economic Research, Graduate School of Business Administration, Michigan State University.

**Herzberg, F. (1968):** One more time: How do you motivate employees?, Harvard Business Review, Jg. 46, Nr. 1, S. 53-62.

**Hoefer, G. (2013):** Höhere Mathematik kompakt, Springer: Berlin/Heidelberg.

**Hommel, M./Braun, I. (2005):** Unternehmensbewertung case by case, Recht und Wirtschaft: Frankfurt am Main.

**Hölscher, R./Helms, N. (2018):** Investition und Finanzierung, 2. Auflage, Walter de Gruyter: Berlin/Boston.

## I

---

**Institut der Wirtschaftsprüfer in Deutschland e. V. (2017):** IDW Standard: Grundsätze zur Durchführung von Unternehmensbewertungen (IDW S1 i.d.F. 2008), IDW: Düsseldorf.

**Ivancevic, T./Jovanovic, B./Markovic, S. (2010):** Fuzzy Control Strategies in Human Operator and Sport Modeling, Fuzzy Information and Engineering, Jg. 2, S. 157-186.

## J

---

**Jaanineh, G./Maijohann, M. (1996):** Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control, Vogel: Würzburg.

**Jarr, K. (1978):** Stochastische Personalplanungen – Ansätze zur Planung des betrieblichen Reservepersonals, Gabler: Wiesbaden.

**Joll, C./McKenna, C./McNabb, R./Shorey, J. (1983):** Developments in Labour Market Analysis, George Allen & Unwin: London.

**Jung, M. (2024):** Ebene Trigonometrie & Analytische Geometrie – Grundlagen und Anwendungen für Geodäsie, Kartographie und verwandte Disziplinen, Springer: Wiesbaden.

## K

---

**Kabus, K. (2009):** Mechanik und Festigkeitslehre, 6. Auflage, Carl Hanser: München.

**Kahlert, J./Frank, H. (1994):** Fuzzy-Logik und Fuzzy-Control, 2. Auflage, Vieweg: Wiesbaden.

**Kofler, E./Menges, G. (1976):** Entscheidungen bei unvollständiger Information, Springer: Berlin [u. a.].

**Kossakowski, A. (1981):** Disposition, in: Clauß, G./Kulka, H./Lompscher, J./Rösler, H.-D./Timpe, K.-P./Vorweg, G. (Hrsg.): Wörterbuch der Psychologie, 3. Auflage, S. 126, VEB Bibliographisches Institut: Leipzig.

**Kossbiel, H. (1987):** Betriebliche Weiterbildung und ihre Wirkungen auf Personalstruktur und Personalflexibilität, in: Gaugler, E. (Hrsg.): Betriebliche Weiterbildung als Führungsaufgabe, S. 85-118, Gabler: Wiesbaden.

**Kossbiel, H. (1988):** Personalbereitstellung und Personalführung, in: Jacob, H. (Hrsg.): Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 5. Auflage, S. 1045-1253, Gabler: Wiesbaden.

**Kossbiel, H. (1992):** Personaleinsatz und Personaleinsatzplanung, in: Gaugler, E./Weber, W. (Hrsg.): Handwörterbuch des Personalwesens, 2. Auflage, Sp. 1654-1666, Poeschel: Stuttgart.

**Kossbiel, H. (1994):** Überlegungen zur Effizienz betrieblicher Anreizsysteme, Die Betriebswirtschaft, Jg. 54, Nr. 1, S. 75.-93.

**Kossbiel, H. (1997):** Überlegungen zur ökonomischen Legitimierbarkeit betrieblicher Personalausstattungen, Arbeitspapier, Goethe-Universität: Frankfurt am Main.

**Kossbiel, H. (2004):** Personalstruktur, in: Gaugler, E./Oechsler, W.A./Weber, W. (Hrsg.): Handwörterbuch des Personalwesens, 3. Auflage, Sp. 1640-1652, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Kossbiel, H. (2006):** Personalwirtschaft, in: Bea, F.X./Friedl, B./Schweitzer, M. (Hrsg.): Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Band 3: Leistungsprozess, 9. Auflage, Lucius & Lucius: Stuttgart.



**Kossbiel, H. (2007):** Anmerkungen zur Logik, Mystik und Heroik in der so genannten Saarbrücker Formel für die Bewertung des Humankapitals, Zeitschrift für Management, Jg. 2, Nr. 3, S. 336-348.

**Kossbiel, H./Spengler, T. (1992):** Personalwirtschaft und Organisation, in: Frese, E. (Hrsg.): Handwörterbuch der Organisation, 3. Auflage, Sp. 1949-1962, Poeschel: Stuttgart.

**Kossbiel, H./Spengler, T. (1997):** Ökonomisch legitimierbare Personalentscheidungen als Gegenstand personalwirtschaftlicher Hochschulausbildung, in: Laske, S./Auer, M. (Hrsg.): Personalwirtschaftliche Ausbildung an Hochschulen, Sonderband der Zeitschrift für Personalforschung, S. 48-73, Rainer Hampp: München/Mering.

**Kossbiel, H./Spengler, T. (1998):** Legitimationsgrundlagen betrieblicher Personalentscheidungen, in: Berthel, J. (Hrsg.): Unternehmen im Wandel: Konsequenzen für und Unterstützung durch die Personalwirtschaft, S. 13-44, Rainer Hampp: München/Mering.

**Kossbiel, H./Spengler, T. (2015):** Grundlagen der Personalplanung und Personalführung, in: Schweitzer, M./Baumeister, A. (Hrsg.): Allgemeine Betriebswirtschaftslehre – Theorie und Politik des Wirtschaftens in Unternehmen, 11. Auflage, Erich Schmidt: Berlin.

**König, P.D. (2020):** Clusteranalysen, in: Wagemann, C./Goerres, A./Siewert, M.B. (Hrsg.): Handbuch Methoden der Politikwissenschaft, S. 781-816, Springer Fachmedien: Wiesbaden.

**Kratzberg, F.C.F. (2009):** Fuzzy-Szenario-Management – Verarbeitung von Unbestimmtheit im strategischen Management, Sierke: Göttingen.

**Krogh, G.v./Grand, S. (2004):** Wissensmanagement, in: Schreyögg, G./Werder, A.v. (Hrsg.): Handwörterbuch Unternehmensführung und Organisation, Sp. 1647-1656, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Krugman, P. / Wells, R. (2017):** Volkswirtschaftslehre, 2. Auflage, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

## **L**

---

**Lancaster, K. J. (1966):** A New Approach to Consumer Theory, Journal of Political Economy, Jg. 74, Nr. 2, S. 132-157.

**Laux, H./Gillenkirch, R.M./Schenk-Mathes, H.Y. (2014):** Entscheidungstheorie, 9. Auflage, Springer Gabler: Berlin/Heidelberg.

**Lewin, K. (2012):** Feldtheorie in den Sozialwissenschaften – Ausgewählte theoretische Schriften, Übersetzung aus dem Amerikanischen von A. Lang und W. Lohr, Hans Huber: Bern.

**Linz, S./Eckert, G. (2002):** Zur Einführung hedonischer Methoden in die Preisstatistik, in: Statistisches Bundesamt (Hrsg.): Wirtschaft und Statistik 10/2002, S. 857-863.

## **M**

---

**Mamdani, E.H./Assilian, S. (1975):** An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller, International Journal of Man-Machine Studies, Jg. 7, Nr. 1, S. 1-13.

**March, J.G./Simon, H.A. (1993):** Organizations, 2. Auflage, Blackwell: Massachusetts.

**Marquès, E. (1982):** Europäische Erfahrungen bei der Einführung der Humanvermögensrechnung, in: Schmidt, H. (Hrsg.): Humanvermögensrechnung – Instrumentarium zur Ergänzung der unternehmerischen Rechnungslegung, S. 227-239, Walter de Gruyter: Berlin/New York.

**Marr, R. (1982):** Humanvermögensrechnung – Entwicklung von Konzepten für eine erweiterte Rechenschaftslegung der Unternehmen, in: Schmidt, H. (Hrsg.): Humanvermögensrechnung – Instrumentarium zur Ergänzung der unternehmerischen Rechnungslegung, S. 45-55, Walter de Gruyter: Berlin/New York.

**Maslow, A.H. (1943):** A Theory of Human Motivation, Psychological Review, Jg. 50, Nr. 4, S. 370-396.

**Mayer, A./Mechler, B./Schlindwein, A./Wolke, R. (1993):** Fuzzy Logic – Einführung und Leitfaden zur praktischen Anwendung mit Fuzzy-Shell in C++, Addison-Wesley: Bonn.

**Meiritz, W. (1984):** Eignungsorientierte Personaleinsatzplanung – Ein Lösungsvorschlag auf der Basis der Theorie Unscharfer Mengen und der Profilvergleichsmethode, Peter Lang: Frankfurt am Main.

**Mensch, G. (1968):** Instrumente der kurzfristigen Personalplanung, Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Jg. 38, Nr. 7, S. 469-494.

**Metz, R./Thome, H. (2014):** Zeitreihenanalyse, in: Baur, N./Blasius, J. (Hrsg.): Handbuch Methoden der empirischen Sozialforschung, S. 1063-1076, Springer: Wiesbaden.

**Metzger, O. (2020):** Personalführung und Organisation in vagen Kontexten, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Mirow, H.M. (1969):** Kybernetik – Grundlage einer allgemeinen Theorie der Organisation, Gabler: Wiesbaden.

**Mohokum, M./Ellegast, R. (2021):** Ergonomie am Büroarbeitsplatz, in: Tiemann, M./Mohokum, M. (Hrsg.): Prävention und Gesundheitsförderung, S. 683-699, Springer: Berlin/Heidelberg.

**Momsen, B./Schroll, A. (2004):** Verarbeitung von Merkmalen unterschiedlicher Skalenniveaus in Entscheidungsmodellen, in: Kossbiel, H./Spengler, T. (Hrsg.): Modellgestützte Personalentscheidungen 8, S. 109-126, Rainer Hampp: München/Mering.

**Moxter, A. (1983):** Grundsätze ordnungsmäßiger Unternehmensbewertung, 2. Auflage, Gabler: Wiesbaden.

**Muhs, K. (1963):** Kurzgefaßte Geschichte der Volkswirtschaftslehre – Hauptströmungen der Nationalökonomie, Gabler: Wiesbaden.

**Müller-Merbach, H. (1989):** Technik und Wirtschaft – Der Generalist als Manager der technischen Entwicklung – Plädoyer für eine interdisziplinäre Ausbildung, in: Kirsch, W./Picot, A. (Hrsg.): Die Betriebswirtschaftslehre im Spannungsfeld zwischen Generalisierung und Spezialisierung, S. 25-40, Springer: Wiesbaden.

## N

---

**Nerdinger, F.W. (2004):** Motivation, in: Schreyögg, G./Werder, A.v. (Hrsg.): Handwörterbuch Unternehmensführung und Organisation, Sp. 905-914, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Neuer, M.J. (2024):** Maschinelles Lernen für die Ingenieurwissenschaften, Springer: Berlin.

**Nissen, V. (2007):** Ausgewählte Grundlagen der Fuzzy Set Theorie, in: Bankhofer, U./Nissen, V./Stelzer, D./Straßburger, S. (Hrsg.): Ilmenauer Beiträge zur Wirtschaftsinformatik, Arbeitsbericht Nr. 2007-03.

## O

---

**Oetzel, S./Luppold, A. (2023):** 33 Phänomene der Kaufentscheidung, Springer: Wiesbaden.

**Ohse, D. (1998):** Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler I – Analysis, 4. Auflage, Franz Vahlen: München.

**Ohse, D. (2000):** Mathematik für Wirtschaftswissenschaftler II – Lineare Wirtschaftsalgebra, 4. Auflage, Franz Vahlen: München.

**Ontañón, S. (2020):** An overview of distance and similarity functions for structured data, Artificial Intelligence Review, Jg. 53, S. 5309-5351.

## P

---

**Papula, L. (2014):** Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftlicher Band 1, 14. Auflage, Springer Vieweg: Wiesbaden.

**Piegat, A. (2001):** Fuzzy Modeling and Control, Springer: Berlin/Heidelberg.

**Pietsch, G. (2008):** Humankapitalbewertung und opportunistische Interpretationsstrategien, Controlling, Jg. 20, Nr. 3, S. 131-137.

**Pindyck, R.S./Rubinfeld, D.L. (2015):** Mikroökonomie, 8. Auflage, Pearson: Hallbergmoos.

**Porten, D. (2008):** Fertigkeiten, in: Erlhoff, M./Marshall, T. (Hrsg.): Board of International Research in Design, S. 137, Birkhäuser: Basel.

**Prakash, H./Kanaujia, K./Juneja, S. (2023):** Using Machine Learning to Predict Housing Prices, International Conference on Artificial Intelligence and Smart Communication.

**Preisendörfer, P. (2008):** Organisationssoziologie, 2. Auflage, Verlag für Sozialwissenschaften: Wiesbaden.

**PricewaterhouseCoopers (2007):** Unternehmensstudie: Bewertung von Humankapital, München.

## R

---

**Ragapriya, N./Kumar, T.A./Parthiban, R./Divya, P./Jayalakshmi, S./Raman, D.R. (2023):** Machine Learning Based House Price Prediction Using Modified Extreme Boosting, Asian Journal of Applied Science and Technology, Jg. 7, Nr. 1, S. 41-54.

**Rehbein, B./Saalmann, G. (2014):** Kapital, in: Fröhlich, G./Rehbein, B. (Hrsg.): Bourdieu Handbuch – Leben-Werk-Wirkung, S. 134-140, J.B. Metzler: Stuttgart/Weimar.

**Riemann, B. (1867):** Ueber die Darstellbarkeit einer Function durch eine trigonometrische Reihe, Dieterich: Göttingen.

**Rogall, H. (2006):** Volkswirtschaftslehre für Sozialwissenschaftler, Verlag für Sozialwissenschaften: Wiesbaden.

**Rommelfanger, H.J. (1986):** Rangordnungsverfahren für unscharfe Mengen – Ein kritischer Vergleich mit empirisch ermittelten Präferenzaussagen, OR Spektrum, Jg. 8, S. 219-228.

**Rommelfanger, H.J. (1993):** Fuzzy-Logik basierte Verarbeitung von Expertenregeln, OR Spektrum, Jg. 15, S. 31-42.

**Rommelfanger, H.J. (1994):** Fuzzy Decision Support-Systeme, 2. Auflage, Springer: Berlin [u. a.].

**Rommelfanger, H.J. (2010):** Fuzzy-Logik basierte Expertensysteme, Das Wirtschaftsstudium, Jg. 39, Nr. 6, S. 826-832.

**Rommelfanger, H.J./Eickemeier, S.H. (2002):** Entscheidungstheorie – Klassische Konzepte und Fuzzy-Erweiterungen, Springer: Berlin [u. a.].

**Rosen, S. (1974):** Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition, Journal of Political Economy, Jg. 82, Nr. 1, S. 34-55.

**Rosenstiel, L.v. (1987):** Führung bei Leistungszurückhaltung, in: Kieser, A./Reber, G./Wunderer, R. (Hrsg.): Handwörterbuch der Führung, Sp. 1319-1329, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

## S

---

**Schanz, G. (2000):** Personalwirtschaftslehre – Lebendige Arbeit in verhaltenswissenschaftlicher Perspektive, 3. Auflage, Franz Vahlen: München.

- Schmalenbach, E. (1925):** Grundlagen dynamischer Bilanzlehre, 3. Auflage, G.A. Gloeckner: Leipzig.
- Schmeisser, W./Becker, M./Clausen, L./Seifert, A./Stülpner, K. (2011):** Modelle zur Humankapitalbewertung, 2. Auflage, Rainer Hampp: München/Mering.
- Schmeisser, W./Clausen, L. (2009):** Controlling und Berliner Balanced Scorecard Ansatz, Oldenbourg: München.
- Schmidt, H. (1982):** Humanvermögensrechnung der Unternehmen, in: Schmidt, H. (Hrsg.): Humanvermögensrechnung – Instrumentarium zur Ergänzung der unternehmerischen Rechnungslegung, S. 3-44, Walter de Gruyter: Berlin/New York.
- Scholz, C./Stein, V. (2006):** Humankapital messen, PERSONAL, Jg. 58, Nr. 1, S. 8-11.
- Scholz, C./Stein, V./Bechtel, R. (2004):** Human Capital Management – Wege aus der Unverbindlichkeit, Luchterhand: Köln.
- Scholz, C./Stein, V./Bechtel, R. (2011):** Human Capital Management – Raus aus der Unverbindlichkeit!, 3. Auflage, Luchterhand: Köln.
- Schöne, C./Tandler, S. (2020):** Kausalattribution, in: Wirtz, M.A. (Hrsg.): Dorsch-Lexikon der Psychologie, S. 914, 19. Auflage, Hogrefe: Bern.
- Schroll, A. (2007):** Bedarfs- und mitarbeitergerechte Dienstplanung mit Fuzzy-Control, Sierke: Göttingen.
- Schultz, T.W. (1961):** Investment in Human Capital, The American Economic Review, Jg. 51, Nr. 1, S. 1-17.
- Schwarz, D. (2010):** Strategische Personalplanung und Humankapitalbewertung – Simulationen anhand der Cottbuser Formel, Gabler: Wiesbaden.
- Sesselmeier, W./Blauermel, G. (1998):** Arbeitsmarkttheorien – Ein Überblick, 2. Auflage, Physica: Heidelberg.
- Siegling, K.M./Spengler, T./Herzog, S. (2023a):** Personnel Planning and Leadership as Central Personnel Economics Instruments, FEMM: Faculty of Economics and Management Magdeburg, working paper series, Nr. 9.
- Siegling, K.M./Spengler, T./Herzog, S. (2023b):** Rule-based systems for leadership style selection, FEMM: Faculty of Economics and Management Magdeburg; working paper series, Nr. 7.

**Siegling, K.M./Spengler, T./Herzog, S. (2024):** Einführung der Viertagewoche – personalstrategische Überlegungen, PERSONALquarterly, Jg. 76, Nr. 3, S. 22-29.

**Sigmund, R. (2000):** Attributionstheorie, in: Stumm, G./Pritz, A. (Hrsg.): Wörterbuch der Psychotherapie, S. 49, Springer: Wien/New York.

**Smith, A. (1836):** An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations, T. Nelson/P. Brown: Edinburgh.

**Smith, A. (1974):** Der Wohlstand der Nationen – Eine Untersuchung seiner Natur und seiner Ursachen, aus dem Engl. übertragen und mit einer Würdigung von Horst Claus Recktenwald, übertragen nach der 5. Auflage An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations, C.H. Beck: München.

**Spengler, T. (1993):** Lineare Entscheidungsmodelle zur Organisations- und Personalplanung, Physica: Heidelberg.

**Spengler, T. (1999):** Grundlagen und Ansätze der strategischen Personalplanung mit vagen Informationen, Rainer Hampp: München/Mering.

**Spengler, T. (2005):** Stimmige Entscheidungen bei ungenauen Wahrscheinlichkeiten, in: Spengler, T./Lindstädt, H. (Hrsg.): Strukturelle Stimmigkeit in der Betriebswirtschaftslehre, S. 259-285, Rainer Hampp: München/Mering.

**Spengler, T./Herzog, S. (2023):** Defuzzification in Scenario Management – A theoretical and practical Guide, FEMM: Faculty of Economics and Management Magdeburg, working paper series, Nr. 5.

**Spengler, T./Herzog, S./Siegling, K.M. (2024):** Unscharfe Regelsysteme im Strategischen Management, FEMM: Faculty of Economics and Management, working paper series, Nr. 2.

**Spengler, T./Metzger, O./Volkmer, T. (2019):** Moderne Personalplanung, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Spengler, T./Metzger-Volkmer, O./Volkmer, T./Herzog, S./Siegling, K.M. (2025):** Moderne Personalplanung, 2. Auflage, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Spengler, T./Volkmer, T./Herzog, S. (2020):** Dienstleistungsprogramme in Zeiten der Digitalisierung, in: Roth, S./Horbel, C./Popp, B. (Hrsg.): Perspektiven des Dienstleistungsmanagements, S. 277-300, Springer Fachmedien: Wiesbaden.

**Springer (2013):** Kompakt-Lexikon HR, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Staeble, W.H. (1999):** Management: eine verhaltenswissenschaftliche Perspektive, 8. Auflage, Franz Vahlen: München.

**Sterzel, J. (2011):** Bewertungs- und Entscheidungsrelevanz der Humankapitalberichterstattung, Springer: Wiesbaden.

**Streim, H. (1993):** Humanvermögensrechnung, in: Wittmann, W./Kern, W./Köhler, R./Küpper, H.-U./Wysocki, K.v. (Hrsg.): Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5. Auflage, Sp. 1681-1694, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

## **T**

---

**Takagi, T./Sugeno, M. (1985):** Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Jg. 15, Nr. 1, S. 116-132.

**Talaulicar, T. (2004):** Wissen, in: Schreyögg, G./Werder, A.v. (Hrsg.): Handwörterbuch Unternehmensführung und Organisation, Sp. 1640-1646, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Terano, T./Asai, K./Sugeno, M. (1987):** Fuzzy Systems Theory and Its Applications, Academic Press: Boston [u. a.].

**Terregrossa, S.J./Ibadi, M.H. (2021):** Combining Housing Price Forecasts Generated Separately by Hedonic and Artificial Neural Network Models, Asian Journal of Economics, Business and Accounting, Jg. 21, Nr. 1, S. 130-148.

**Toulmin, S.E. (1950):** An Examination of the Place of Reason in Ethics, Cambridge University Press: Cambridge.

**Treibel, A. (2004):** Einführung in die soziologischen Theorien der Gegenwart, 6. Auflage, Springer: Wiesbaden.

## **V**

---

**Van Dongen, P. (2021):** Klassische Mechanik – Von der Newton'schen Mechanik zur Relativitätstheorie in drei Postulaten, Springer: Berlin.

**Varian, H.R. (2016):** Grundzüge der Mikroökonomik, 9. Auflage, Walter de Gruyter: Berlin/Boston.

**Volkmer, T. (2023):** Produktionsprogrammatische und produktionsprozedurale Überlegungen zur Digitalisierung, Springer Gabler: Wiesbaden.



**Volkmer, T./Metzger, O./Spengler, T./Vogt, B. (2019):** An Extended Fuzzy Approach to Multicriteria Modelling of Bilateral Bargaining, in: Küfer, K.-H./Ruzika, S./Halffmann, P. (Hrsg.): Multikriterielle Optimierung und Entscheidungsunterstützung – Tagungsband GOR Entscheidungstheorie und -praxis, S. 89-105, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Von Auer, L. (2005):** Hedonische Preismessung bei Laserdruckern, in: Statistisches Bundesamt (Hrsg.): Wirtschaft und Statistik 6/2005, S. 639-645.

**Von Mises, L. (1980):** Nationalökonomie – Theorie des Handelns und Wirtschaftens, Unveränderter Nachdruck der 1. Auflage 1940, Philosophia: München.

**Von Wahl, S. (1966):** Die Bewertung von Bergwerks-Unternehmungen auf der Grundlage der Investitionsrechnung, Westdeutscher Verlag: Köln/Opladen.

**Vroom, V.H. (1964):** Work and Motivation, Jon Wiley & Sons: New York [u. a.].

## **W**

---

**Wagenhofer, A./Ewert, R./Schneider, G. (2023):** Externe Unternehmensrechnung, 4. Auflage, Springer Gabler: Berlin.

**Walz, G. (2020):** Mathematik für Hochschule und duales Studium, 3. Auflage, Springer Spektrum: Berlin.

**Weber, M. (1972):** Wirtschaft und Gesellschaft – Grundriss der Verstehenden Soziologie, 5. Auflage, J.C.B. Mohr (Paul Siebeck): Tübingen.

**Weber, W. (1960):** Klassische Nationalökonomie gestern und heute, Zeitschrift für Nationalökonomie 19, S. 476-484.

**Weber, W. (2004):** Managementkompetenzen und Qualifikation, in: Schreyögg, G./Werder, A.v. (Hrsg.): Handwörterbuch Unternehmensführung und Organisation, Sp. 791-797, Schäffer-Poeschel: Stuttgart.

**Weiner, B. (1976):** Theorien der Motivation, Ernst Klett: Stuttgart.

**Weiss, M./Sterzel, J. (2007):** Humankapital bewerten, PERSONAL, Jg. 59, Heft 6, S. 24-28.

**Wilke, C.B. (2020):** Demografischer Wandel in Deutschland – Hintergründe, Zukunftsszenarien und Arbeitsmarktpotenziale, in: Rebggiani, L./Wilke,

C.B./Wohlmann, M. (Hrsg.): Megatrends aus Sicht der Volkswirtschaftslehre, S. 3-24, Springer Gabler: Wiesbaden.

**Wittmann, W. (1956):** Der Wertbegriff in der Betriebswirtschaftslehre, in: Gutenberg, E./Hasenack, W./Hax, K./Schäfer, E. (Hrsg.): Beiträge zur betriebswirtschaftlichen Forschung, Band 2, Westdeutscher Verlag: Köln/Opladen.

**Wollnik, M. (1978):** Systemtheoretische Ansätze, in: Kieser, A./Kubicek, H.: Organisationstheorien II – Kritische Analysen neuerer sozialwissenschaftlicher Ansätze mit einem Beitrag von Michael Wollnik, W. Kohlhammer: Stuttgart [u. a.].

**Wolter, F./Schiener, J. (2009):** Einkommenseffekte beruflicher Weiterbildung – Empirische Analysen auf Basis des Mikrozensus-Panels, Kölner Zeitschrift für Soziologie und Sozialpsychologie 61, S. 90-117.

## Y

**Yağdi, Ş. (2019):** Bildungsaufstieg mit Migrationshintergrund – Ressourcen und Strategien der türkischstämmigen zweiten Generation, Springer: Wiesbaden.

## Z

**Zadeh, L.A. (1965):** Fuzzy Sets, Information and Control, Jg. 8, Nr. 3, S. 338-353.

**Zadeh, L.A. (1975):** The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning – I, Information Sciences, Jg. 8, Nr. 3, S. 199-249.

**Zaki, J./Nayyar, A./Dalal, S./Ali, Z.H. (2022):** House price prediction using hedonic pricing model and machine learning techniques, Concurrency and Computation – Practice and Experience, Jg. 34, Nr. 27, S. 1-15.

**Zika, G./Kalinowski, M./Krinitz, J./Maier, T./Mönnig, A./Schneemann, C./Schur, A./Wolter, M.I./Zenk, J. (2024):** Fachkräftemonitoring für das BMAS – Mittelfristprognose bis 2028, Forschungsbericht 647, Bundesministerium für Arbeit und Soziales.

**Zimbardo, P.G./Gerrig, R.J. (2004):** Psychologie, 16. Auflage, Pearson: München [u. a.].

**Zimmermann, H.-J. (1975):** Optimale Entscheidungen bei unscharfen Problembeschreibungen, Zeitschrift für betriebswirtschaftliche Forschung, Jg. 27, Nr. 12, S. 785-796.

**Zimmermann, H.-J. (1996):** Fuzzy Set Theory – and its Applications, 3. Auflage, Springer Science+Business Media: New York.

**Zimmermann, H.-J. (2001):** Fuzzy Set Theory – and its Applications, 4. Auflage, Springer Science+Business Media: New York.

**Zimmermann, H.-J. (2010):** Fuzzy set theory, WIREs Computational Statistics, Jg. 2, Heft 3, S. 317-332.

**Zoglauer, T. (2008):** Einführung in die formale Logik für Philosophen, 4. Auflage, Vandenhoeck & Ruprecht: Göttingen.

**Zülch, G. (1976):** Anwendung der Profilmethode bei der qualitativen Personaleinsatzplanung, Zeitschrift für Arbeitswissenschaft, S. 226-233.

## **Literaturverzeichnis - Internetquellen**

---

DWDS (a), Stichwort: Demografie,

<https://www.dwds.de/wb/Demografie>, Zugriff 04/2025.

DWDS (b), Stichwort: -graphie,

<https://www.dwds.de/wb/-graphie>, Zugriff 04/2025.

DWDS (c); Stichwort: human,

abrufbar unter: <https://www.dwds.de/wb/human>, Zugriff 06/2024.

DWDS (d), Stichwort: Kapital,

abrufbar unter: <https://www.dwds.de/wb/Kapital>, Zugriff 03/2021.

DWDS (e), Stichwort: produktiv

abrufbar unter: <https://www.dwds.de/wb/produktiv>, Zugriff 05/2024.

DWDS (f), Stichwort: Gerundivum,

<https://www.dwds.de/wb/Gerundivum?o=Gerundivudm>, Zugriff 07/2024.

DWDS (g), Stichwort: bewerten,

<https://www.dwds.de/wb/bewerten>, Zugriff 07/2024.

DWDS (h), Stichwort: Relation,

<https://www.dwds.de/wb/Relation>, Zugriff 04/2025.

DWDS (i), Stichwort: Relevanz,

<https://www.dwds.de/wb/Relevanz>, Zugriff 12/2024.

DWDS (j), Stichwort: Disposition,

<https://www.dwds.de/wb/Disposition>, Zugriff 07/2024.

DWDS (k), Stichwort: Motivation,

<https://www.dwds.de/wb/Motivation>, Zugriff 07/2024.

DWDS (l), Stichwort: Ergonomie,

<https://www.dwds.de/wb/Ergonomie>, Zugriff 07/2024.

DWDS (m), Stichwort: Profil,

<https://www.dwds.de/wb/Profilhttps://www.dwds.de/wb/%C3%BCberregional>,  
Zugriff 07/2023.

DWDS (n), Stichwort: fungibel,

<https://www.dwds.de/wb/fungibel>, Zugriff 11/2023.

DWDS (o), Stichwort: Fungibilität,

<https://www.dwds.de/wb/Fungibilit%C3%A4t>, Zugriff 11/2023.

DWDS (p), Stichwort: funktional,

<https://www.dwds.de/wb/funktional>, Zugriff 11/2023.

DWDS (q), Stichwort: Funktion,

<https://www.dwds.de/wb/Funktion>, Zugriff 11/2023.

DWDS (r), Stichwort: attribuieren,

<https://www.dwds.de/wb/attribuieren>, Zugriff 04/2025.

DWDS (s), Stichwort: Attribution,

<https://www.dwds.de/wb/Attribution>, Zugriff 04/2025.

DWDS (t), Stichwort: Plastizität,

<https://www.dwds.de/wb/Plastizit%C3%A4t>, Zugriff 11/2023.

DWDS (u), Stichwort: Stabilität,

<https://www.dwds.de/wb/Stabilit%C3%A4t>, Zugriff 11/2023.

DWDS (v), Stichwort: Hedonismus,

<https://www.dwds.de/wb/Hedonismus>, Zugriff 05/2023.

DWDS (w), Stichwort: kompositionell,

<https://www.dwds.de/wb/kompositionell>, Zugriff 01/2024.

DWDS (x), Stichwort: Komposition,

<https://www.dwds.de/wb/Komposition>, Zugriff 01/2024.

DWDS (y), Stichwort: Kompatibilität,

<https://www.dwds.de/wb/Kompatibilit%C3%A4t>, Zugriff 12/2024.

DWDS (z), Stichwort: Regel,

<https://www.dwds.de/wb/Regel>, Zugriff 07/2024.

DWDS (aa), Stichwort: Logik,

<https://www.dwds.de/wb/Logik>, Zugriff 07/2024.

DWDS (ab), Stichwort: Modus,

<https://www.dwds.de/wb/Modus>, Zugriff 12/2024.

DWDS (ac), Stichwort: substituieren,

<https://www.dwds.de/wb/substituieren>, Zugriff 05/2024.

DWDS (ad), Stichwort: Substitution,

<https://www.dwds.de/wb/Substitution>, Zugriff 05/2024.

DWDS (ae), Stichwort: -al,

<https://www.dwds.de/wb/-al>, Zugriff 05/2024.

DWDS (af), Stichwort: peripher,

<https://www.dwds.de/wb/peripher>, Zugriff 05/2024.

Krönitz (a), Stichwort: Capital,

<http://www.krönitz1.uni-trier.de/>, Zugriff 03/2021.

Krönitz (b), Stichwort: Vermögen,

<http://www.krönitz1.uni-trier.de/>, Zugriff 07/2024.

Langenscheidt, Stichwort: humanus,

<https://de.langenscheidt.com/latein-deutsch/humanus>, Zugriff 06/2024.

Operone (a), Stichwort: ἀρχαῖον,

<https://operone.de/altspr/wad037/>, Zugriff 07/2024.

Operone (b), Stichwort: τόκος,

<https://operone.de/altspr/wad105/>, Zugriff 07/2024.

Pons (a), Stichwort: expenditures,

<https://de.pons.com/%C3%BCbersetzung/englisch-deutsch/expenditures>,  
Zugriff 05/2024.

Pons (b), Stichwort: migratio,

<https://de.pons.com/%C3%BCbersetzung/latein-deutsch/migratio>, Zugriff 05/2024.

PONS (c), Stichwort: absentia,

<https://de.pons.com/%C3%BCbersetzung/latein-deutsch/absentia>, Zugriff 11/2023.

Statistisches Bundesamt, 15. Koordinierte Bevölkerungsvorausberechnung, Entwicklung der Bevölkerungszahl, <https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Bevoelkerung/Bevoelkerungsvorausberechnung/begleitheft.html>, Zugriff 04/2025.

o. V. (2025): „Polarkoordinaten“. In: Wikipedia – Die freie Enzyklopädie. Bearbeitungsstand: 21. April 2025, 07:49 UTC. URL: <https://de.wikipedia.org/w/index.php?title=Polarkoordinaten&oldid=255336910> (Abgerufen: 4. Juni 2025, 14:19 UTC)

Wiktionary (a), Stichwort: Migration,

<https://de.wiktionary.org/wiki/Migration>, Zugriff 12/2024.

Wiktionary (b), Stichwort: hedonisch,

<https://de.wiktionary.org/wiki/hedonisch>, Zugriff: 05/2023.

Wiktionary (c), Stichwort: -ität,

<https://de.wiktionary.org/wiki/-it%C3%A4t>, Zugriff 05/2024.

Wiktionary (d), Stichwort: Antezedenz,

<https://de.wiktionary.org/wiki/Antezedenz>, Zugriff 12/2024.

Wiktionary (e), Stichwort: Inferenz,

<https://de.wiktionary.org/wiki/Inferenz>, Zugriff 10/2023.