Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0002

ELEMENTA MATHESEOS UNIVERSÆ.

TOMVS V.

QUI

COMMENTATIONEM DE PRÆCIPUIS SCRIPTIS MATHEMATICIS

COMMENTATIONEM DE STVDIO MATHEMATICO RECTE INSTITUENDO

ET

INDICES IN TOMOS QUINQUE MATHESEOS UNIVERSÆ CONTINET.

AUTORE

CHRISTIANO L. B. DE WOLFF,

POTENTISSIMI BORVSSORUM REGIS CONSILIARIO INTIMO, FRIDERICIANÆ CANCELLARIO ET SENIORE, JURIS NAT. ET GENT. ATQVE MATHES. PROFESS. ORDIN. PROFESSORE PETROPOLITANO HONOR. ACAD. REG. SCIENT. PARISINÆ, LONDINENSIS AC BORUSSICÆ ET INSTITUTI BONONIENSIS MEMBRO.

EDITIO NOVA AUCTA ET EMENDATA

A

IOANNE PETRO EBERHARDO,

MED. PHILOS. ET MATHES. P. P. O.

CVM PRIVILEGIIS.

HALAE MAGDEBVRGICAE,

PROSTAT IN OFFICINA RENGERIANA.

ANNO MDCCLXIX.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt

urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0005

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0006



PRÆFATIO.

Prodit tandem Tomus quintus novæ editionis Elementorum noſtrorum Matheſeos univerſæ, qui dudum lucem adſpexiſſet, niſi alii labores aliaque impedimenta indeclinabilia moram injeciſſent. Equidem nihil reſtabat quam recenſio Autorum, qui Matheſin vel ſuis inventis, vel ſcriptis illuſtrarunt, quam adjeceramus tam Germanicæ Elementorum Matheſeos quam primæ Latinæ editioni una cum Indice in quatuor Elemento-

rum horum Tomos: ne tamen nimis sterilis judicaretur Tomus quintus, addere lubuit Commentationem de studio mathematico recte instituendo. Primo igitur loco sistitur brevis Commentatio de præcipuis Scriptis mathematicis. Omnia recensere nec potuimus, nec recenseri consultum fuit. Recensuimus ea, quæ ipsimet possidemus, & pauca quædam, quæ aliunde nobis nota sunt. Hanc autorum notitiam abunde sufficere credimus ei, qui vel se totum Matheſi dare, vel ejus aliquam partem sibi quasi propriam reddere decreverit. Et quoniam singulis adhuc annis scripta mathematica prodeunt, unusquisque, cui volupe fuerit, hanc recensionem facile continuabit. Qui vero Matheſi tantummodo operam navare voluerit, ut non modo divinæ hujus scientiæ compos fiat, verum etiam intellectus eum perfectionis gradum conciliet, ut eodem in omni cognitione reliqua rite ac prompte utatur; ei abunde satisfacient sola Elementa nostra, ut nullo alio librorum apparatu indigeat. Quodsi autem quis in aliqua ejus parte ulterius progredi voluerit, ex commentatione nostra facile videbit, quem vel quosnam sibi eligere debeat duces, ut voti sui compos reddatur. Ceterum cum nemo Autorum sibi proposuerit, ut eam omni perspicui-

ſpicuitate explicaret, quam tyro merito deſideraverit, ac demonſtrationes daret conſummatas, quas in Logica appellamus; ſuademus ferio ne quis ad lectionem aliorum Autorum accedat, antequam noſtra ſibi familiaria reddiderit. Verendum enim, ne confundatur, & perplexitate deſertor ſtudii utiliſſimi efficiatur. Si quis ſolius intellectus perficiendi gratia ad Matheſin animum appellit, is vel in Elementis Arithmeticæ, Geometriæ Elementaris & Trigonometriæ plane ſubſiſtere, vel ex ceteris addere poteſt, quæ maxime ſunt ad ipſius palatum, modo ſibi caveat, ne negligat eas diſciplinas, ex quibus demonſtrandi principia petuntur, niſi hæc tanquam certa ſumere voluerit, etſi eorum evidentiam non perceperit. Et quænam hic obſervanda ſint, ex Commentatione de ſtudio mathematico recte inſtituendo haud difficulter addiſcet. Secundo loco hic comparet Commentatio de ſtudio mathematico recte inſtituendo. Non omnes, qui eidem ſeſe dedunt, eodem fine ad ipſum accedunt. Quamobrem noſtrum fuit, non idem ſingulis dare conſilium, ſed potius pro diverſitate finis diverſa. Equidem elementa noſtra eo modo concinnavimus, ut ſingulis ſatis faciant, quocunque tandem animo ad

Matheſin accedant; cum tamen omnibus non conveniant omnia, indicandum omnino erat, quænam omittenda ſint, quænam prætermitti minime debeant, & quomodo in iis percipiendis ſit verſandum, prouti unusquisque hunc vel alium finem ſibi propoſuerit, quamvis iis, qui ſciendi cupidine flagrant & in philoſophia aliisque ſcientiis cum laude verſari voluerint, commendanda ſit lectio integrorum noſtrorum Elementorum. Ea ſane hoc modo conſcripſimus, ut haud multo temporis ſpatio integram Matheſin addiſcere liceat, ac deinde qualibet ejus parte ulterius progredi detur, quantum libuerit. Cognitu nimirum utiliſſima & quæ ad ulteriora viam ſternunt, cum primis principiis ita connexa ſunt, ut ideas maxime adæquatas ex his Elementis haurire & ex aliis operibus petenda cum iisdem connectere liceat: id quod etiam in operibus noſtris philoſophicis eadem methodo conſcriptis intendimus. Neque enim alia datur via, qua ad certam & ſolidam rerum cognitionem perveniatur. Etſi autem Matheſis multas afferat utilitates ad felicitatem generis humani promovendam, ut adeo digna ſit, quæ excolatur; non tamen hinc recte infertur, eam omnibus omnino eſſe addiſcendam, qui ſtudiis literariis

terariis operam navant. Sufficit enim esse aliquos, qui eidem vel uni alterive parti se consecrant, ut humanum genus utilitates istas consequatur. Enim vero quatenus studium mathematicum perficit intellectum, ea eius utilitas est, ut nemo ad scientias alias tractandas admitti debeat nisi in Matheſi versatus. Hæc ipsa utilitas omni ævo agnita, ex quo scientiæ honos fuit. Semper enim unanimi consensu assertum, ac hodienum asseritur, studio Matheseos perfici intellectum. Non tamen defuere, qui utilitatem istam in dubium vocarunt, cum viderent viros in Matheſi præstantes nihil agere, ubi extra eandem demonstrationes dare audent. Immo hinc enata est opinio, quasi solius Matheseos sit ea, quæ affirmantur, vel negantur, demonstrare; in Philosophia vero & facultatibus, quæ vocantur superioribus ad demonstrationes perveniri non posse. Ex hoc labyrintho patet egrediendi via, si paulo intimius inspicias, cur Matheſis acuat intellectum. Memini jam alias plus simplici vice me monuisse, methodo tribuendum esse, ut Matheseos studio perficiatur intellectus. Ut vero methodum distincte cognoscas eamque in potestatem tuam redigas, non quælibet tractatio sufficit, sed legitimo quodam modo tractanda est

Mathe-

Matheſis. Quinam igitur ſit modus, a quo tam præclara utilitas unice ſperanda, in Commentatione noſtra ex inſtituto docemus. Neque enim hactenus ſatis hoc animadverſum ab aliis: unde accidit, ut Mathematici ſummi, qui divinis prorſus inventis ſcientiam nobiliſſimam ditarunt, genuinam demonſtrationis formam non perſpexerint, quemadmodum in ipſa Commentatione clariſſime oſtendi. Quicquid igitur alii ſentiant de Tomo hoc quinto Elementorum Matheſeos, quorum unicuique liberum ſuum relinquimus iudicium, ego hoc nomine eundem maximi facio, quod genuinum facultatum mentis noſtræ uſum hinc addiſcere liceat, quo ad ſolidam rerum cognitionem pervenitur. Non nego eundem uſum regulis comprehendi in Logica, & a nobis in opere præſertim Latino majore, quod de Logica conſcripſimus, demonſtrari. Monui tamen jam alias, ſtudio Matheſeos rite inſtituto eum acquirendum eſſe. Quomodo igitur id ipſum rite inſtituatur, ut in omni cognitionis genere facultatum humanarum rectum facere addiſcas uſum, in Commentatione noſtra tanta perſpicuitate docuimus, ut, quid amplius deſiderari poſſit, non videamus. Quamobrem ſi quis conſilio noſtro uti voluerit, is in ſe ipſo experietur, quod

non

non modo regulas logicas, quas in opere noſtro expoſuimus, nunc penitus intelligat, & nihil in iis ſupersit obſcuri; verum etiam quod iisdem prompte ac ſine ulla aberratione ſatisfacere poſſit, modo attentionem ſuam in ſe deſiderari minime patiatur. Dari aliquam artem inveniendi, quæ hactenus absque regulis exercetur, Mathematici exemplo ſuo abunde confirmant, qui noſtro præſertim ævo novis indies inventis Matheſin augent. Nemo diffitebitur, qui vel ad ea animum advertit, quæ ſpeciminis loco in Arithmetica (*) tradidimus, ab exemplis abſtrahi poſſe regulas. Quoniam igitur ſumma intellectus perfectio eſt eum facere facultatum noſtrarum uſum, qui ad veritatem latentem inveſtigandam requiritur; id quoque egimus in Commentatione noſtra ut oſtenderemus, quomodo verſandum ſit in Matheſi, ut uſum iſtum conſequamur. Hactenus ars inveniendi regulis comprehenſa non eſt, quæ enim ſub hoc titulo proſtant, auguſtum iſtud nomen non merentur. Demus autem mox affore tempus, quo Ars inveniendi omnibus ſuis numeris abſoluta exactisque regulis comprehenſa in publicum proſtet, minime tamen hinc ſequitur, ea, quæ in Com-

 menta-

(*) §. 125.

mentatione noſtra in uſum hujus artis acquirendæ præcipiuntur, nullius fore utilitatis: valent enim de hac arte eadem quo modo de Logica annotavimus. Quid quod etiam conſilium noſtrum de ſtudio Matheſeos in uſum artis inveniendi acquirendæ inſtituendo ei prodeſſe poſſit, qui eam regulis comprehendere voluerit? Ultimo demum loco ſequuntur Indices, de quibus ut multa dicam opus non eſt. Unicum tantummodo moneri conſultum duxi. Initio conſtitueram indices omnes rerum & verborum in Elementis noſtris contentorum in unum compingere. Enimvero cum conſultiſſimum videretur in iis citari paragraphos, literis autem alphabeti ſingulæ partes non commode diſtingui poſſent; potius viſum eſt ſingulos ſingulorum Tomorum Indices ſigillatim conficere. Quoniam enim in ſeparato Tomo leguntur, absque ulla opera, quæ in uno non inveniuntur, in alio quæruntur. Ac ita tandem Elementa noſtra Matheſeos univerſæ ad umbilicum perduximus, nil magis in votis habentes, quam ut iisdem in addiſcenda Matheſi utentes eum conſequantur uſum, quem Commentatio noſtra promittit. Dabam Marburgi Cattorum d. 17. Septembr. A. O. R. 1740.

[MONI-

MONITVM

DE NOVA HAC

TOMI QUINTI ELEMENTORVM MATHESEOS EDITIONE.

Cum recenſio ſcriptorum mathematicorum a Perilluſtri b. m. WOLFFIO, ad annum hujus ſeculi quadrageſimum tantum fuerit perducta; ab hoc vero tempore non pauci publici

juris facti sint libelli, ad universum Matheseos ambitum pertinentes: consultum duximus præcipua ad hanc doctrinam pertinentia scripta, recentioribus temporibus edita, in nova hac editione indicare, & contenta breviter recensere, eodem modo quo id ab ipso WOLFFIO olim factum est. Non exiguus est cognitionis scriptorum mathematicorum usus, & optabile foret, ut divinæ hujus scientiæ historia litteraria, ea ratione concinnaretur, qua Philosophiæ historia a cel. BRUCKERO est conscripta. Qui novam hanc nostram editionem cum antecedenti conferre voluerit, is deprehendet quam insignia accesserint additamenta. Dab. in Reg. Frid. d. 12. Apr. 1769.

I. P. EBERHARD.

DE

DE

PRAECIPVIS SCRIPTIS MATHEMATICIS BREVIS COMMENTATIO.

DE

PRAECIPUIS SCRIPTIS MATHEMATICIS BREVIS COMMENTATIO.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0018

PRAEFATIO.

Non nobis propositum est condere Historiam Matheseos universae, ut ortus ejus pateat atque progressus ad nostra usque tempora. Opus enim hoc arduum est ac difficile, quod infinitam propemodum requirit lectionem & Bibliothecam libris omnibus tam antiquis, quam recentioribus instructissimam. Nostrum jam non est in hunc campum descendere. Quod ordinaria negotia nobis relinquunt otium, in Philosophia reformanda totum consumendum, etiamsi alia non obstarent, de quibus

in præsenti dicere nil attinet. Neque etiam nobis animus est recensendi Autores omnes, qui vel de Matheſi integra, vel de una aut altera ejus parte, vel etiam de particularibus quibusdam argumentis commentati sunt: Sufficit recensuisse scripta præcipua, quorum lectione in studio Matheseos feliciter progredi licet. Etsi enim hodie reperiantur plurimi, qui in historia literaria industriam suam exercent: nullibi tamen magis quam in Mathematicorum scriptis recensendis eandem deficere animadvertes, cum plerumque Mathematum rudes sint, qui ad hoc studiorum genus animum appellunt. Utile tamen est, immo necessarium nosse libros, a quorum lectione recedas doctior, ne in legendis iis, qui ad scopum minime faciunt, tempus fallas & magno conatu parum aut nihil discas. Me igitur non inutilem operam præstitisse confido iis, qui ad Matheſin addiscendam sese convertunt. Patebit hoc ex sequente commentatione de studio mathematico, in qua indicaturus sum, quinam pro diverso discentium scopo legendi sint autores. Ceterum non dubito, hanc recensionem Autorum etiam prodesse posse iis, qui ad Historiam Matheseos condendam sese accingent, observaturi eas leges, quas præscripsimus in opere nostro Logico. Vix tamen eandem ab uno homine expectes. Rationes perspicies ex iis, quæ de Historia scientiarum in Logica tradidimus. Optandum foret, ne pars eruditionis longe utilissima, diutius negligeretur, & bene de humano genere merebitur, qui vel unius Matheseos partis historiam exasciatam dederit, exemplo suo excitaturus alios ad socias operas conferendas.

DE
PRAECIPVIS
SCRIPTIS MATHEMATICIS
BREVIS COMMENTATIO.
CAPVT I.
DE
CVRSIBVS, OPERIBVS ATQVE LEXICIS MATHEMATICIS.

§. 1.

Primus Cursum Mathematicum Latino & Gallico idiomate edidit *Petrus Herigonius* Parisiis 1644. in 8. (10. Alph. 2 plag.). Constat Tomis sex. Primo continentur 1. Elementa *Euclidis* XV, 2. Data *Euclidis*, 3. *Apollonii Pergæi* de determinata sectione Geometria a *Willebrordo Snellio* restituta, 5. ejusdem *Apollonii* inclinationum Geometria a *Marino Ghetaldo* restituta, 6. ejusdem *Apollonii* Tactionum Geometria a *Francisco Vieta* restituta, 7. Doctrina Sectionum angulorum. Tomus secundus complectitur 1. Arithmeticam practicam, & 2. Algebram tum vulgarem, tum speciosam una cum ratione componendi ac demonstrandi per regressum sive repetitionem vestigiorum Analyseos. Tomus tertius exhibet 1. constructionem Canonum sinuum atque Tangentium & Logarithmorum, 2. ipsos hos Canones, 3. Trigonometriam planam, 4. Geometriam practicam, 5. Architecturam militarem, 6. Tractatum de militia Græcorum, Romanorum & hodierna, 7. Mechanicam. Tomus quartus continet 1. doctrinam de sphæra mundi, 2. Geographiam tam veterem, quam novam, 3 Histiodromiam seu Artem navigandi. In Tomo quinto extant, 1. Optica *Euclidis* aucta & novis demonstrationibus illustrata, 2. Catoptrica *Euclidis*, 3. Dioptrica, 4. Perspectiva, 5. *Theodosii* Sphæricorum libri tres, quibus additur quartus de triangulis sphæricis & trigonometria sphærica, 6. Theoricæ planetarum, 7. Gnomonica, 8. Musica *Euclidis*. Denique Tomus sextus supplementis destinatur 1. in Algebram, 2. in Perspectivam, 3. in Theoriam Planetarum:

tarum: quibus additur introductio in Chronologiam. Apparet adeo, præter inventa recentiora, quæ Autor ſuo tempore tradere nondum potuit, deſiderari adhuc 1. theoremata Archimedea, 2. Doctrinam Conicorum, 3. Staticam, 5. Hydraulicam, 6. Architecturam civilem, 7. Pyrotechniam. Quæ vero de ſingulis diſciplinis monenda ſunt, ea inferius ſuo loco annotabimus. Nunc in genere obſervamus, Autorem ubique accurata uti demonſtrandi methodo eaque nova per notas reales & univerſales, ita ut demonſtrationes ipſius ab eo, qui notarum vim animo comprehendit, citra uſum cujuscunque idiomatis intelligi poſſint. Sed cum ſigna ſint Autori peculiaria & diverſa ab iis, quibus hodie in caſibus ſimilibus utimur; nonnihil difficultatis faceſſunt ſub initium lectionis, aliis præſertim ſignis jam adſueto. Ubi tamen ſigna familiaria evaſerint, multum facilitatis habet hæc demonſtrandi methodus: quia integra demonſtratio uno obtutu haud difficulter comprehenditur & una ſingulæ ejus partes diſtincte exhibentur. Cæterum *Herigonius* theoriam magis, quam praxin cordi habet, & ab ejus tempore pleræque diſciplinæ mathematicæ multum mutationis ſubierunt, ad altius faſtigium evectæ, ita ut noſtro ævo non ſatisfaciat iis, qui ad Matheſin univerſam addiſcendam animum appellunt.

§. 2. A. 1662. *Caſparus Schottus*, e Societate Jeſu, Curſum Mathematicum edidit Herbipoli in fol. recuſum Francofurti ad Mœnum An. 1674. et denuo Bambergæ A. 1677. in fol. (7. Alph. 19. plag. una cum 2. Alph. 4 plag. figurarum æri inciſarum). Conſtat opus libris 28. quorum primus iſagogen continet ad Matheſin, in qua problemata facillima Geometriæ practicæ explicantur: ſecundus Arithmeticam, tertius libros VI. priores Elementorum *Euclidis*, quartus & quintus Trigonometriam, ſextus Geometriam practicam ſecundum pantometron *Kircheri*, ſeptimus elementa Aſtronomiæ, octavus theoricas planetarum, nonus problema Aſtronomiæ practicæ, decimus Aſtrologiam judiciariam, undecimus Chronographiam, duodecimus Geographiam, decimus tertius Hydrographiam, decimus quartus Horographiam, decimus quintus Mechanicam, decimus ſextus Staticam, decimus ſeptimus Hydroſtaticam, decimus octavus Hydrotechniam, decimus nonus Opticam, vigeſimus Catoptricam; vigeſimus primus

primus Dioptricam, vigesimus secundus & tertius Architecturam militarem, vigesimus quintus Musicam, vigesimus sextus Algebram, vigesimus septimus Logarithmorum doctrinam, vigesimus octavus Synopsin Matheseos tradit. Desiderantur adeo Pyrotechnia, Architectura civilis & Ars navigandi; pleræque disciplinæ nimis breviter pertractantur nec demonstrativa methodus ubique adhibetur: desunt etiam recentiora inventa, nec sublimiora attingit Autor, ipsius præsertim ævo parum trita. Non ergo satisfacit nostro tempore iis, qui ad solidam Mathematum notitiam adspirant.

§. 3. An. 1681. Londini in 4. idiomate Anglico prodiit *Jonæ Moore* Novum systema Mathematicum (*A new Systeme of the Mathematicks*). Constat Tomis duobus, quorum primo continentur 1. Arithmetica tum decadica, tum decimalis, tum speciosa, 2. sex libri priores Elementorum *Euclidis* una cum undecimo & duodecimo atque Geometria practica, 3. Trigonometria plana & Sphærica, 4. Cosmographia, 5. Ars navigandi, 6. Doctrina sphærica secundum hypothesin terræ motæ: in altero autem extant tabulæ astronomicæ, sinuum versorum & logarithmorum, atque Geographia seu descriptio præcipuarum Regionum. Eorum potissimum conatibus inservit hoc opus, qui Artem navigandi solidioribus fundamentis superstructam addiscere gestiunt. Commendatur quoque doctrina Sphærica talia continens, quæ alibi frustra quæsiveris.

§. 4. *Claudius Franciscus Milliet Dechales*, Camberiensis, e Societate Jesu, A. 1674. edere cœpit Cursum seu Mundum mathematicum tribus Tomis: sed cum novam editionem multo auctiorem meditatus ante diem obiisset, *Amatus Varcinus* ex eadem societate A. 1690. editionem ex MSC. Autoris auctam et emendatam dedit Lugduni Gallorum in fol. (32. Alph.). Editio posthuma in 4. Tomos digesta, quorum primo continentur 1. Tractatus de progressu Matheseos & de illustribus Mathematicis, 2. *Euclidis* Elementa XIV. 3. *Theodosii* Sphærica, 4. Tractatus de sectionibus Conicis, 5. Arithmetica practica, 6. Trigonometria, 7. Algebra, 8. Hypothesium Cartesianarum refutatio: secundo 1. Geometria practica, 2. Mechanica, 3. Statica, 4. Geographia, 5. Tractatus de Magnete, 6. Architectura civilis, 7. Ars tignaria, 8. Tractatus de lapidum

pidum ſectione: tertio 1. Architectura militaris, 2. Hydroſtatica. 3. Tractatus de fontibus & fluviis, 4. Hydraulica, 5. Ars navigandi, 6. Optica, 7. Perſpectiva, 8. Catoptrica, 9. Dioptrica: quarto denique 1. Muſica, 2. Pyrotechnia, 3. Aſtrolabium, 4. Gnomonica, 5. Aſtronomia, 6. Aſtrologia, 7. Tractatus de Meteoris, 8. Calendarium. Autor in Matheſi pura antiqua et vulgaria bene explicat; recentiora vero inventa et ſublimiora non attingit. De diſciplinis ad Matheſin mixtam ſpectantibus dicemus ſuo loco, id unice nunc annotaſſe contenti ſumus, quod ad diſcurſus phyſicos ſæpius digrediatur. In demonſtrando rigori veterum perſpicuitatem jungit. Curſuum Mathematicorum, qui hactenus lucem publicam adſpexerunt, abſolutiſſimus eſt.

§. 5. A. 1690. *Wilhelmus Leyborn*, Anglus, patrio idiomate publicavit Curſum Mathematicum ſub titulo: *Mathematical Sciences in Nine Books*, Londini in fol. (11 Alph. Tab. æn. 43.). Liber primus explicat Arithmeticam, vulgarem pariter ac decimalem cum logarithmica; ſecundus Geometriam elementarem (cui appendicis inſtar ſubjungitur brevis ad Algebram ſpecioſam introductio); tertius doctrinam de primo mobili; quartus Coſmographiam, Geographiam & Chronologicam doctrinam de epochis; quintus Trigonometriam planam & ſphæricam; ſextus uſum inſtrumentorum geometricorum in Geodæſia, planimetria & Architectura tam civili, quam militari; ſeptimus Artem navigandi; octavus Gnomonicam; nonus librum ſecundum Inſtitutionum Aſtronomicarum *Nicolai Mercatoris* de theoria planetarum. Plurimas diſciplinas Mathematicas in hoc curſu deſiderari ſtatim apparebit, ſi quidem eam cum curſu præcedente conferre libuerit.

§. 6. *Abrahamus de Graaf*, Batavus, idiomate patrio Amſtelodami A. 1694. in 4. (1 Alph. 21. plag. Tab. æn. 94.) ſub titulo *de geheele Matheſis of Wiskonſt* publici juris fecit Curſum Mathematicum, in quo reperiuntur 1. tractatus brevis de Proportione, 2. Arithmetica practica, 3. Geometria elementaris, 4. Trigonometria plana et ſphærica, 5. Aſtronomia, 6. Ars agrimenſoria cum ſtereometria doliorum, 7. Ars navigandi, 8. Architectura militaris, 9. Gnomonica, 10. Perſpectiva, 11. Dioptrica cum Catoptrica, 12. Mechanica, 13. Algebra. In pleriſque nimis brevis, Algebra excepta.

§. 7.

§. 7. A. 1697. *Ozanam*, Gallus, vir variis scriptis Mathematicis suo loco commendandis celebris, in publicum emisit Cursum Mathematicum quatuor Tomis comprehensum sub tit. *Cours de Mathematique* Parisiis in 8vo, recusum Amstelodami (quamvis Parisiorum nomen præ se ferat) A. 1699. (4 Alph. 14. plag. Tabb. æn. 155.) Tomus primus complectitur Elementa *Euclidis* sex priora una cum undecimo & duodecimo atque Arithmetica litterali; secundus Trigonometriam planam & Sphæricam cum Tabulis Sinuum, Tangentium atque Logarithmorum; tertius Geometriam practicam; quartus Mechanicam atque Perspectivam; quintus Geographiam & Gnomonicam. Desunt adeo disciplinæ quam plurimæ. Cæterum in demonstrando rigorem veterum pulchre observat Cl. Autor.

§. 8. Jac. *Taylor* in Thesaurario Mathematicæ, quod An. 1707. W. *Alingham* Londini in 8. recudi fecit (1. Alph. 12. plag. Tabb. æn. 18. sermone Anglico sub Titulo *Treasury of the Mathematicks* explicantur præcipua problemata Arithmeticæ, Geometriæ practicæ, Trigonometriæ utriusque, Astronomiæ Sphæricæ, Geographiæ, Navigationis, Geodesiæ, Stereometriæ, Gnomonicæ, Architecturæ militaris & Pyrotechniæ, suppositis terminorum definitionibus & demonstrationibus sepositis. Adduntur Tabulæ Logarithmorum & Tabulæ Sinuum atque Tangentium.

§. 9. Cum sub finem A. 1706. munus docendi publice Matheſin in Academia Halensi in me translatum esset; statim animadverti, me eidem ex voto satisfacere non posse, quamdiu desit liber, multiplici studiosorum ad celeberrimam hanc Musarum sedem undiquaque confluentium scopo conveniens. Prælectiones mathematicæ in Academiis Germaniæ tum instituebantur in Matheſin Compendiariam *Joannis Christophori Sturmii*, Philosophiæ Naturalis & Matheseos in Academia Altorfina Professoris, paucis Tabulis comprehensam. Sed cum in iis nonnisi prima Matheseos rudimenta continerentur, ac inprimis desideraretur methodus, qua intellectus juvenum ad reliqua studia rectius absolvenda formatur; meo, quem in docenda & discenda Matheſi mihi præfixeram, scopo eædem parum conveniebant. Equidem idem A. 1699. duobus Tomis Norimbergæ in 8. ediderat *Matheſin Juvenilem*, quorum prior Arithmeticam practicam, Geometriam practicam cum palmariis Geometriæ

metriæ elementariis theorematis, Trigonometriam planam, Architecturam militarem atque civilem, & Staticam seu Artem mechanicam; posterior Opticam, Catoptricam & Dioptricam, Astronomiam, Chronologiam, & Gnomonicam continet: in ea tamen nonnisi uberiori discursu illustrantur, quæ in Tabulis concisius proponuntur. Utitur Autor methodo erotematica, nec demonstrationibus locum concedit, ut ipse in præfatione moneat, non quærendam in hoc libro esse Matheſin suis numeris absolutam ac demonstrationibus exactissimis ubique firmatam, sed facilem, planam ac demonstrationibus discentium captui accommodatis illustratam verius, quam corroboratam. (Tom. I. 2. Alph. 12. plag. Tabb. æn. 52. Tom. II. 2. Alph. 9. plag. Tabb. æn. 57.).

§. 10. Filius ejus *Leonhardus Christophorus Sturmius*, Francofurti ad Oderam Matheseos Professor, Compendium Matheseos conscripsit in usum Prælectionum suarum idiomate patrio, methodo erotematica ad imitationem Matheseos juvenilis parentis sui, in quinque partes divisam, quarum prima Matheſin universalem, Arithmeticam, Geometriam elementarem, Phoronomiam, Algebram; secunda Arithmeticam practicam, Architecturam militarem & civilem, Pyrotechniam, Mechanicam; tertia Astronomiam, Geographiam & Chronologiam; quarta Gnomonicam, Opticam, Perspectivam & Acusticam; quinta Tabulas quasdam mathematicas continet. Prodiit secunda vice Francofurti ad Oderam 1710. in 8. sub Titulo: **Kurtzer Begriff der gesammten** Matheſis. Autor totum se dederat studio Architecturæ civilis ac militaris & Geometriæ practicæ, ut adeo in theoria elementari cespitet. In ceteris vestigia parentis in Matheſi juvenili legit, quantum ipsi dabatur.

§. 11. Ut igitur ad verum Matheseos studium juventutem academicam manuducerem, Universæ Matheseos Elementa idiomate patrio conscripsi, et quatuor Tomis Halæ 1710. in 8. sub Titulo: **Anfangs-Gründe der Mathematischen Wissenschafften**, evulgavi (5. Alph. 10. plag. Tabb. æn. 111.) Tomus primus continet Commentationem de Methodo mathematica, Arithmeticam, Geometriam, Trigonometriam & Architecturam civilem; secundus Pyrotechniam, Architecturam militarem, Mechanicam, Hydrostaticam, Aërometriam & Hydraulicam; tertius Opticam, Catoptricam, Dioptricam, Perspectivam,

vam, Trigonometriam Sphæricam, Aſtronomiam, Chronologiam, Geographiam & Gnomonicam; quartus denique Algebram communem, Analyſin infiniteſimalem Illuſtris *Leibnitii* & appendicem de præcipuis ſcriptis mathematicis. Theoretica parcius expoſui, ut tempori ac loco ſervirem, quantum ad praxes, quas uberius tradidi, demonſtrandas ſufficere deprehendi, reliquis in parte quarta per Analyſin erutis. Ubivis tamen methodi rationem habui, ut verioris Logicæ praxis animis diſcentium inſinuaretur & ad ſolidam doctrinam capiendam diſcentes apti efficerentur. Non inutilem fuiſſe huncce laborem, tum propria experientia me quotidie adhuc edocet, tum alii publice confeſſi ſunt. Videantur Acta Eruditorum A. 1711. pag. 279. A. 1713. p. 222. 428. & A. 1714. p. 250. Quinta vice recuſa ſunt hæc Elementa An. 1738. in 8. (6. Alph. Tabb. æn. 121.) Prodeunt nunc Amſtelodami in linguam Batavorum translata & Lauſannæ in Latinum verſa eduntur.

§. 12. Quoniam hæc Elementa nonnullis prolixiora videbantur, quam ut tyronibus promiſque proponerentur, & inprimis Algebra in parte quarta prolixius explicata eorum captui non convenire, nec ad omnium palatum eſſe judicaretur; deſiderio aliorum ſatisfacturus eadem in Compendium redegi & A. 1713. Halæ in 8. editi (2. Alph. Tabb. æn. 45.). Continetur in hoc compendio Commentatio de Methodo mathematica, Arithmetica, Geometria, Trigonometria plana, Mechanica, Hydroſtatica, Aërometria, Hydraulica, Optica, Catoptrica, Dioptrica, Perſpectiva, Aſtronomia, Geographia, Chronologia, Pyrotechnia, Architectura militaris & civilis, Algebra ſpecioſa ad exempla arithmetica applicata. Editio ſexta prodiit Halæ A. 1737.

§. 13. Quid me impulerit, ut Elementa Matheſeos Latina a Germanicis diverſa ederem, in præfatione Tomi primi expoſui. An finem mihi propoſitum fuerim conſecutus, aliorum eſto judicium. Editio altera, quæ ab Anno 1730. prodiit & cui nunc Tomo quinto colophonem imponimus, recuſa eſt Genevæ in 4. ab anno 1732. forma majore. Enimvero editionem nitidiſſimam & ab omnibus mendis expurgatam Veronæ parat *Joſephus Severius*, Medicinæ ac Philoſophiæ Doctor, in omni Matheſi ac Philoſophia verſatiſſimus. Ad commodiorem uſum figuræ ipſi textui inſeruntur. Eandem operam iisdem

impendit, quam orbi erudito in recudendis operibus noſtris philoſophicis Latinis abunde comprobavit. Ut Gallorum commodis inſerviat *Joannes Theobaldus Bion*, Elementa hæc noſtra quoad ſubſtantiam in linguam Gallicam transfundit ſatis ingenue ac feliciter, quemadmodum ex ſpeciminibus ad me transmiſſis intellexi.

§. 14. Ab eo tempore, ex quo Elementa Matheſeos tam patrio, quam Latino ſermone conſcripta edidi, plura in Germania paſſim prodiere Compendia Matheſeos, Noſtris ſatis nota & in bibliopoliis noſtris ubivis obvia. Sed de ſingulis dicere nimis foret prolixum & a præſenti inſtituto alienum.

§. 15. *Conradus Daſipodius*, Mathematum Profeſſor Argentoratenſis, Argentorati an. 1573. edidit Dictionarium Mathematicum Græce atque Latine conſcriptum in 8. (plag. 12.) Continentur in eo definitiones ac diviſiones Arithmeticæ, Logiſticæ, Geometriæ, Geodeſiæ, Aſtronomiæ & Harmonicæ. Non ordinem alphabeti ſequitur Autor, ſed diſciplinarum. In iis etiam diſciplinis, quas attingit, opera ejus eſt admodum imperfecta.

§. 16. *Hieronymi Vitalis*, Capuani, Clerici Regularis Theatini, Lexicon Mathematicum, Pariſiis 1668. in 8. prodiit (1. Alph. 18. plag.). In eo tamen nonniſi voces Geometriæ elementaris, Aſtronomiæ & Aſtrologiæ explicantur. Idem A. 1690. Romæ in 4. recuſum & ex omnibus fere diſciplinis Mathematicis inſigniter auctum, multis inutilibus paſſim reſciſſis. (6. Alph. 3. plag.).

§. 17. *Ozanam* ſupra laudatus Lexicon Mathematicum ſecundum ordinem diſciplinarum diſpoſuit, editum Pariſiis An. 1691. in 4. (4. Alph.) Explicat Cl. Autor terminos Arithmeticæ, Algebræ, Geometriæ ſpeculativæ & practicæ, Coſmographiæ, Aſtronomiæ, Navigationis, Geographiæ tum aſtronomicæ, tum naturalis, tum hiſtoricæ, Opticæ, Perſpectivæ, Gnomonicæ, Catoptricæ, Dioptricæ, Artis pictoriæ, Mechanicæ, Staticæ, Hydroſtaticæ, Architecturæ civilis & militaris, atque Muſicæ.

§. 18. *J. Harris* in Lexico Technico magno, cujus Tomus primus Londini 1704. alter ibidem 1710. in fol. prodiit, præter alios terminos Artium & Scientiarum non modo Mathematicos terminos, verum etiam res ipſas explicat. Titulus operis eſt: *An univerſal engliſh Dictionary of Arts and Sciences, explaining*

plaining not only the Terms of Arts, but themselves.

§. 19. *E Chambres* Londini A. 1728. duobus Voluminibus in fol. forma majore edidit Lexicon Universale artium & scientiarum sub Titulo: *Cyclopædia, or an Universal Dictionary of Arts and sciences* ordine alphabetico conscriptum (Alph. 22. plag. 8. Tabb. æn. 28.). In eo etiam explicantur, quæ ad Matheſin spectant, ita ut Lexici Mathematici nomen simul tueatur. Mathematica pleraque ex Elementis hisce nostris petuntur, quæ etiam passim citat.

§. 20. A. 1716. lucem publicam adspexit Lipsiæ in 8. forma majore Lexicon Mathematicum (2 Alph. 5. plag. cum multis figuris textui insertis), quod nonnullorum precibus fatigatus idiomate vernaculo secundum ordinem alphabeticum ita digessi, ut non modo singulos terminos in disciplinis Mathematicis passim obvios explicuerim, verum etiam Autores citaverim, qui vel primi res iisdem notatas invenerunt, vel optima ratione exposuerunt, ac præterea præcipua dogmata recensuerim, singulorumque usum indicaverim, ut scilicet usui sit illis, qui vel historicam Matheseos cognitionem affectant, vel in lectione Autorum ob voces non intellectas hærent, vel denique ducem in cognoscendo aliquo argumento desiderant. In Italicum idioma idem transtulit *Josephus Sererius* supra laudatus (§. 13.).

§. 21. Cum bibliopola novam hujus Lexici editionem dare vellet, a me desideravit, ut idem ad mentem ipsius reformarem aut alteri hunc laborem commiterem, sed paterer, ut nomen meum eidem præfigeretur. Quoniam non possideo calamum venalem, insulso petito deferre nec volui, nec potui. Bibliopola itaque, cum Lexicon istud diu desideraretur, tandem aliud edidit A. 1734. (2 Alph. Tabb. æn. 26.), de quo judicium meum lubens suspendo. Sed quia vulgo pro meo Lexico venditur ac emitur; monendus est Lector, me istud pro meo non agnoscere, nec mea facere, quæ in eodem immutata. Præfationem quoque, quæ eidem præfigitur, diversam esse ab ea, quæ a me profecta fuerat, ipsa collatio utriusque prodit. Ne tamen abusui nominis mei locus daretur; Autor ejus nomen suum præfigere debuisset.

§. 22. In gratiam eorum, qui castra sequuntur, Lexicon militare, pyrotechnicum & navale conscripsit *Joannes Ludolphus* Fäsch, quod

Dresdæ A. 1735. in 8. forma majore (2. Alph. 8. plag. Tabb. æn. 21.) prodiit sub Titulo: Kriegs-*Ingenieur-Artillerie-*und See-*Lexicon*. Explicantur in iis termini, qui in Architectura & re militari, Pyrotechnia & Architectura navali ac navigatione occurrunt, figurisque æri incisis, ubi opus est, illustrantur.

§. 23. *Simon Stevinus* varia opera Mathematica conscripsit, quæ sub titulo: Les Oeuvres Mathematiques de *Simon Stevin* de Bruges Lugduni Batavorum in fol. publicavit A. 1634. *Albertus Girardus* (1. Alph. 19. plag.) Continentur in iisdem 1. Arithmetica tam rationalium, quam irrationalium cum regulis Algebræ; 2. Sex libri *Diophanti Alexandrini*, quorum quatuor priores opera *Stevini*, duo posteriores a *Girardo* traducti, 3. Usurarum computus, Logistica decimalis & incommensurabilium doctrina, ubi simul Elementum *Euclidis* decimum illustratur; 4. Trigonometria plana & sphærica, 5. Geographia, 6. Astronomia, 7. Geometria practica, 8. Statica, 9. Optica, 10. Castrametatio, 11. Ratio muniendi per cataractas, 12. Architectura militaris. Autor & in theoria, & in praxi cum laude versatus.

§. 24. *Christophori Clavii*, Bambergensis, e Societate Jesu, Opera Mathematica in quinque Tomos distributa, & ab Autore ipso correcta plurimisque locis aucta prodiere Moguntiæ An. 1612. in fol. (40. Alph. 9. plag.) Tomus primus complectitur XVI. Elementa *Euclidis* & Libros tres Sphæricorum *Theodosii* cum Commentariis *Clavii* in utrumque Autorem, Sinuum Tangentium & Secantium rationum & Canones; Tractationem triangulorum, tum rectilineorum, tum Sphæricorum: Tomus secundus Geometriam practicam, Arithmeticam & Algebram, una cum refutatione Cyclometriæ *Josephi Scaligeri:* Tomus tertius *Joannis de Sacro Bosco* libellum de Sphæra cum prolixo Commentario *Clavii* in eundem atque libros tres de Astrolabio: Tomus quartus Gnomonicam, Fabricam & usum instrumenti ad horologiorum descriptionem peropportuni; Horologiorum novam descriptionem, Compendium brevissimum describendorum horologiorum horizontalium ac declinantium, cum notis in idem: Tomus denique quintus Romani Calendarii a *Gregorio* XIII. P. M. restituti explicationem, Novi Calendarii Romani Apologiam adversus Michaëlem Mæstlinum & Appendicem ad Novi Calendarii Romani Apologiam, in qua *Josephus Scaliger*, *Georgius*

gius Germanus & *Franciſcus Vieta*, qui Calendarium aliter inſtaurandum eſſe contenderunt, ſeorſim ſinguli confutantur. *Clavius* inſtar veterum, *Euclidis*, *Archimedis* & *Appollonii*, demonſtrator rigidus.

§. 25. *Franciſci Vietæ*, Galli, Opera Mathematica in unum volumen congeſta Lugduni Batavorum in fol. A. 1646. edidit *Franciſcus a Schooten*, Leydenſis, in Academia patria Mathematum Profeſſor (6. Alph.) Continentur in iisdem 1. Iſagoge in Artem analyticam, 2. ad Logiſticen Speciosam Notæ priores, 3. Zeteticorum libri quinque, 4. de æquationum recognitione & emendatione Tractatus duo, 5. de numeroſa poteſtatum ad exegeſin reſolutione, 6. Effectionum Geometricarum Canonica recenſio, 7. Supplementum Geometriæ, 8. Pſeudo-Meſolabum & alia quædam adjuncta capitula, 9. Theoremata ad ſectiones angulares, 10. Reſponſum ad problema, quod omnibus Mathematicis totius orbis conſtruendum propoſuit *Adrianus Romanus*, 11. Apollonius Gallus, 12. Variorum de rebus Mathematicis Reſponſorum Liber VIII. 13. Munimen adverſus nova Cyclometrica, 14. Ratio Calendarii vere Gregorianis, 15. Calendarium Gregorianum perpetuum, 16. Adverſus Chriſtophorum Clavium Expoſtulatio.

§. 26. *Philippi Lansbergii* Opera omnia prodiere, Middelburgi in Selandia A. 1663. in fol. (10. Alph.) Continentur in iisdem 1. Triangulorum Geometriæ libri quatuor, 2. Cyclometriæ novæ libri duo, 3. Uranometriæ libri tres, 4. in quadrantem tum Aſtronomicum, tum Geometricum, nec non in Aſtrolabium Introductio, 5. Horologiographia plana, 6. Commentationes in motum Terræ diurnum & annuum, & in verum adſpectabilis cœli typum, 7. Tabulæ motuum cœleſtium perpetuæ, cum novis motuum cœleſtium Theoricis & Aſtronomicarum Obſervationum theſauro, 8. Chronologiæ Sacræ libri tres, in quibus annorum mundi ſeries ab orbe condito ad everſa per Romanos Hieroſolyma, nova methodo oſtenditur.

§. 27. In Opuſculis Mathematicis *Guilielmi Oughtred*, quondam Collegii Regalis in Cantabrigienſi Academia Socii, Oxonii 1677. in 8. editis, habentur 1. Inſtitutiones Mechanicæ, 2. De variis corporum generibus gravitate & magnitudine comparatis Tractatus ex Marini Ghetaldi Archimede promoto excerptus, 3. Tractatus alius de Avtomatis, 4. quæſtionum *Diophanti Alexandrini*

drini Libri tres, 5. de triangulis planis rectangulis, 6. de divisione superficierum Tractatus, 7. Musicæ Elementa, 8. Architectura militaris, 9. Tractatus de sectionibus angularibus (15. plag.).

§. 28. *Andreæ Tacquet*, Antverpiensis, e Societate Jesu, Opera Mathematica Antverpiæ A. 1669. in fol. publicavit *Simon Laurentius Veteranus* ex Comitibus *Montis Calvi*, e Societate Jesu (9. Alph. 15. plag. Tabb. æn. 88.) Extant in iisdem 1. Astronomiæ libri octo cum Appendice, 2. Geometriæ practicæ libri tres, 3. Opticæ libri tres, 4. Catoptricæ libri tres, 5. Architecturæ militaris liber unus, 6. Cylindricorum & Annularium libri quinque, 7. Dissertatio Physico-Mathematica de Circulorum volutionibus.

§. 29. A. 1692. prodiit Parisiis in 12. Synopsis Tractatuum Mathematicorum, qui necessarii esse possunt Nobilibus terra marive operam militiæ daturis, auctore P. *Hosto*, e Societate Jesu, Mathematum Professore Tulonensi. Titulus operis: *Recueil des Traités de Mathematique, qui peuvent être necessaires à un Gentilhomme, pour servir par mer, ou par terre.* (Plag. 26. Tabb. æn. 67.) Constat hæc synopsis tribus Tomis, quorum primus Elementa *Euclidis*, Arithmeticam & Trigonometriam; secundus Geometriam practicam, Sphæricam, Mechanicam, Artem muniendi & Pyrotechniam; tertius denique Artem navigandi complectitur.

§. 30. A. 1693. munificentia *Ludovici* Magni, Galliarum Regis, Parisiis in fol. reg. lucem adspexerunt Veterum Mathematicorum Opera, Græce & Latine pleraque tum primum edita. (4 Alph. Figg. æn. 174.) Continentur in istorum numero *Athenæus* de machinis; *Apollodori* Poliorcetica; *Philonis* liber quartus de telorum constructione, & quintus de rationibus tolerandæ instituendæque obsidionis; *Biton* de constructione machinarum bellicarum & catapultarum; *Heronis* Belopœeca, spiritalia & Avtomata *Julii Africani* Cesti; Anonymi liber de toleranda obsidione. Adduntur *Bernardini Baldi* scholia in *Heronis* Belopœecam & nonnulla alia.

§. 31. Ex eadem typographia Regia A. 1693. in fol. prodiere Varia Opera Mathematica & Physica, Autoribus Academicis Regiis scientiarum. Titulus operis: *Divers ouvrages de Mathematique & de Physique par Messieurs de l' Academie Royale des sciences.* (Plag. 108.) Reperies in hoc Volumine 1. *Freniclii* Tracta-

Tractatum de Exclusionibus, 2. ejusdem compendium Combinationum, 3. ejusdem Tractatus de quadratis magicis; 4. *Robervallii* observationes super compositionem motuum, quam ad tangentes curvarum ducendas applicat; 5. Delineatio libri Mechanici de motu composito, 6. de recognitione æquationum liber; 7. Tractatus de indivisibilibus; 8. Liber de Trochoide; 9. epistola ad *Mersennum* de *Torricellii* quibusdam propositionibus; 10. *Torricellii* litteræ ad *Robervallium* missæ occasione præcedentis epistolæ; 11. *Robervallii* epistola, qua sua sibi inventa contra *Torricellium* aliosque Italos vindicat; 12. *Hugenii* opusculum de causa gravitatis; 13. Æquilibrii in libra demonstratio; 14. Potentiarum fila funesque trahentium vires; 15. Nova vis movens ope pulveris pyrii & aëris; 16. Constructio ingeniosa loci ad hyperbolam per asymptotos; 17. Regula *Fermatii* de maximis & minimis demonstrata & ad mirabilem brevitatem perducta; 18. Problema Opticum sive 39. Prop. lib. 5. *Alhazeni*, aut 22. lib. 6. *Vitellionis* constructum. 19. *Picardi* praxis magnorum sciatericorum per calculum absolvenda; 20. Schediasma de mensuris; 21. Mensuræ ab originalibus desumptæ; 22. de mensura liquidorum & aridorum; 23. de proportione aquarum effluentium; 24. experimenta circa aquas effluentes, 25. Fragmenta dioptrica de vitrorum potissimum focis determinandis; 26. DN. *Auzout* Tractatus de micrometro; 27. *Mariotti* Regulæ de aquæ jactibus. 28. *Rœmeri* Regulæ de crassitie & viribus tuborum in aquæductibus secundum diversas fontium altitudines diversasque tuborum diametros; 29. ejusdem experimenta circa altitudines & amplitudines projectionis corporum gravium.

§. 32. *Francisci Maurolyci*, Abbatis Messanensis, opuscula Mathematica, Venetiis 1575. in 4. edita (1. Alph. 18½ plag.) complectuntur 1. de sphæra librum unum, in quo termini in hac doctrina obvii explicantur: 2. Computum ecclesiasticum: 3. Tractatum instrumentorum Astronomicorum, nempe de Quadrato Geometrico, Quadrante, Astrolabio, Armillis, Sphæra Solida: 4. De lineis horariis Tractatum Gnomonicum: 5. Propositiones libri decimi tertii Elementorum *Euclidis*: 6. Musicæ traditiones, continentes epitomen Musicæ *Boëtianæ* & paucas de Musica regulas: 7. de lineis horariis libros tres, Gnomonicæ uberiora fundamenta exponentes: 8. Arithmeticorum libros duos.

§. 33. Opuscula Mathematica *Thomæ Cevæ*, e Societate Jesu, Mediolani 1699. in 8. typis descripta (plag. 4.), constant ex nonnullis demonstrationibus de ratione æquilibrii, de sectione Geometrico-harmonica & arithmetica; de sectione anguli rectilinei in quotvis partes tum organice, tum per quasdam lineas curvas, Cycloides scilicet anomalas; de parabola considerandæ instar ellipsis maximæ atque instar hyperbolæ habentis transversam diametrum infinitam; de lineis phantasticis & flexilineis. Adduntur quædam excerpta ex *Vincentii Viviani* Exercitatione mathematica, cui titulus *Formatione di tutti cieli*, & ex idea universali Matheseos Cl. *Ozanami*.

§. 34. *Johannis Wallisii*, SS. Theol. Doct. & Geometriæ Professoris Saviliani in Academia Oxonienſi celeberrimi, Opera Mathematica tribus voluminibus prostant. Volumen primum editum Oxonii A. 1665. in fol. (11. Alph. 17. plag.) continet 1. Orationem inauguralem A. 1649. d. ultimo Octobris habitam, cum publicam Professionem auspicaretur: 2. Matheſin universalem seu Arithmeticum opus integrum, tam philologice, quam mathematice traditum: 3. Tractatum elenchticum adversus Marci Meibomii de Proportionibus Dialogum: 4. Tractatum de Sectionibus Conicis nova methodo expositis: 5. Arithmeticam infinitorum: 6. Tractatus duos de Cycloide & Cissoide ac corporibus inde genitis; & de curvarum tum linearum εὐθυνύσει, tum superficierum πλατυσμῷ: 7. observationem eclipsis solaris A. 1654. d. 2. Aug. Oxonii visæ: 8. Mechanicam, sive de motu Tractatum Geometricum. Volumen secundum, quod ibidem An. 1693. in fol. prodiit (10. Alph. 17. plag.) complectitur 1. Tractatum Historicum & practicum de Algebra, 2. de combinationibus, alternationibus & partibus aliquotis, 3. de Sectionibus angularibus, 4. de angulo contactus & semicirculi, 5. defensionem ejusdem Tractatus, 6. disceptationem Geometricam de postulato quinto & quinta definitione lib. 6. *Euclidis*, 7. Cono-Cuneum, seu Corpus partim Conum, partim Cuneum repræsentans Geometrice consideratum, 8. de gravitate & gravitatione disquisitionem Geometricam, 9. de æstu maris hypothesin novam, 10. Commercium epistolicum de quæstionibus quibusdam Mathematicis, 11. *Joh. Caswelli* Trigonometriam planam & Sphæricam. In tertium denique volumen, quod 1699. in

in fol. lucem adſpexit (14. Alph.), congeſta ſunt 1. *Claudii Ptolomæi*, *Porphyrii* & *Manuelis Briennii* Harmonica; 2. *Archimedis* Arenarius & dimenſio circuli cum *Eutocii* Aſcalonitæ in hanc Commentario; 3. *Ariſtarchi Samii* liber de magnitudinibus & diſtantiis Solis & Lunæ; 4. Fragmentum libri ſecundi Collectionis Mathematicæ *Pappi Alexandrini* deſideratum; 5. Collectio epiſtolarum quarundam *Collinii*, *Leibnitii*, *Newtoni*, *Walliſii*, *Flamſtedii* rem mathematicam ſpectantium; 6. opera quædam miſcellanea, nimirum Tractatus de loquela, Grammatica linguæ Anglicanæ, Inſtitutio Logica ad communes uſus accommodata, Mens ſobria ſerio commendata, in concione latine habita, Epiſtolæ ad Titum expoſitio aliaque nonnulla Theologica, quæ hujus non ſunt loci.

§. 35. *Chriſtianus Hugenius*, Mathematicus ſummus, multa præclara conſcripſit opera, de quibus ſuo loco dicemus. Poſt obitum ejus junctim prodierunt quatuor voluminibus in 4. ſub Titulo Operum variorum, & reliquorum. Opera varia lucem adſpexerunt Lugduni Batavorum A. 1724. duobus voluminibus; reliqua Amſtelodami A. 1728. duobus itidem voluminibus. Volumen primum variorum continet 1. Horologium, 2. Horologium Oſcillatorium, ſive de motu pendulorum ad horologia aptato Demonſtrationes Geometricas, 3. brevem Inſtitutionem de uſu horologiorum ad inveniendas longitudines, 4. de Hugeniana centri oſcillationis determinatione Controverſiam, 5. Machinas quasdam & varia circa Mechanicam. (Alph. 1. plag. 17. Tabb. æn. 33.); ſecundum vero 1. Theoremata de Quadratura Hyperboles, Ellipſis & Circuli ex dato portionum gravitatis centro, quibus ſubjuncta eſt Ἐξέτασις Cyclometriæ Cl. Viri *Gregorii a S. Vincentio* editæ A. 1647. 2. Epiſtolam ad Cl. V. *Franciſcum Xaverium Ainſcom* S. J. qua diluuntur ea, quibus Ἐξέτασις Cyclometriæ *Gregorii a S. Vincentio* impugnata fuit, 3. De Circuli magnitudine Inventa & problematum quorundam illuſtrium conſtructiones, 4. de Circuli & Hyperbolæ Quadratura Controverſiam, 5. Geometrica varia, 6. de Saturni Luna Obſervationem novam, 7. Syſtema Saturnium, 8. *Euſtachii de Divinis Septempedani* brevem annotationem in ſyſtema Saturnium *Chriſtiani Hugenii*, 8. brevem aſſertionem ſyſtematis Saturnii ſui, 9. de Saturni Annulo obſervationes, 10. Coſmotheoron, ſive de Terris

cœleſtibus earumque ornatu conjecturas, 11. Ratiocinia in Ludo aleæ, 12. Novum Cyclum harmonicum, 13. Varia de Optica, 14. Experimenta phyſica (Alph. 2. plag. 14. Tabb. æn. 23.) In Reliquorum volumine primo extant 1. Tractatus de Lumine & Diſſertatio de cauſa gravitatis, 2. Geometrica demonſtratio Theorematum Hugenianorum circa Logiſticam, *Guidonis Grandi*, 3. ejusdem *Grandi* epiſtola Geometrica ad V.C. *Thomam Cevam* e Societate Jeſu (Alph. 1. plag. 18. Tabb. æn. 15.) In altero autem comprehenduntur opera poſthuma, nimirum 1. Dioptrica. 2. Commentarii de poliendis vitris, 3. Diſſertatio de Coronis & Parheliis, 4. Tractatus de motu corporum ex percuſſione, 5. Tractatus de vi centrifuga, 6. Deſcriptio Automati Planetarii. (Alph. 2. plag. 6. Tabb. æn. 43.). De præclaris hiſce operibus ſpecialia monebimus ſuo loco.

§. 36. Inprimis hic commemoranda ſunt Acta Societatum Scientiarum, quæ noſtro ævo ad promovendam Matheſin præſertim atque Phyſicam fuere inſtitutæ. Pertinent huc Acta Philoſophica Societatis Regiæ Anglicanæ, quæ a Secretariis eduntur ſub Titulo: *Philoſophical Transactions Giving ſome account of the præſent undertakings, ſtudies and labours of the ingenious in many conſiderable parts of the World* & quorum usque ad annum 1734. proſtant volumina 38. De his ſingulis dicere ab inſtituto noſtro alienum eſt. Sufficit itaque monuiſſe, quod in iis, contineantur plurima ad matheſin ſpectantia lectu digniſſima iis, quibus curæ cordique eſt Scientiam Mathematicam ultra limites præſentes promovere. Anno 1705. *Johannes Lewthorp* Volumina 21, quæ usque ad Annum 1700. prodierunt, in epitomen redegit & in iis contenta per capita generalia diſpoſuit. Lucem adſpexit hoc opus ſub Titulo: *The Philoſophical Transactions and Collections to the end of the year* 1700. *abridy'd and diſpos'd under general heads* tribus voluminibus Londini in 4. Volumine primo continentur Mathematica ad Geometriam, Arithmeticam, Algebram, Logarithmotechniam, Trigonometriam, Artem libellandi, Opticam, Aſtronomiam, Mechanicam, Acuſticam, Hydroſtaticam, Hydraulicam, Artem navigandi, Architecturam civilem & navalem, Perſpectivam, Sculpturam, Artem pictoriam & Muſicam ſpectantia. Conſtat. Alph. 4. plag. 4. Tabb. æn. 7. Specialius ad ſingulas Matheſeos partes pertinentia recen-

recenſentur in Actis Eruditorum, ſupplementorum Tom. IV. ſect. 7. p. 290. & ſeqq. Epitomen hanc Actorum Philoſophicorum ab A. 1700. usque ad A. 1720. continuavit *Benjaminus Motte* & ab A. 1720. usque ad A. 1732. *Reidius* & *Johannes Gray*. Continuationis primæ Volumen I. quod Londini 1721. in 4. prodiit (Alph. 3. plag. 18. Tabb. æn. 18.) Mathematica, Anatomica, Medica; ſecundæ vero Voluminis I. pars prima, quæ Londini 1733. in 4. lucem adſpexit, (Alph. 2. plag. 7. Tabb. æn. 12.) Mathematica ſola continet. Illa ſpecialius recenſentur in Actis Eruditorum A. 1723. p. 89. & ſeqq. hæc vero in Novis Actis Eruditorum An. 1735. p. 125. Cum lingua Anglica ſit minus trita & libri in Anglia impreſſi in aliis terris difficulter haberi poſſint; optandum foret, ut in Linguam Latinam, aut minimum Gallicam verterentur. Equidem cum prima volumina in linguam Latinam translata ſuperiori ſeculo Lipſiæ ederentur, nullos fere invenerunt emtores, ut verſio continuata non fuerit: non tamen dubitandum eſt, fore ut noſtro ævo, ubi Matheſis & Phyſica plures numerat cultores, majore applauſu excipiantur.

§. 37. Ab anno 1699. quo Academia Regia ſcientiarum Pariſiis florens, inſtaurato ſingulorum annorum Hiſtoriam Gallico idiomate conſcripſit ejusdem Secretarius *Fontenellius*, quibus accedunt Commentarii Mathematici & Phyſici. Titulus cujuslibet Voluminis eſt: *Hiſtoire de l' Academie Royale des ſciences avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique*. Imprimitur Pariſiis in 4. forma majore & recuditur in Batavia charactere minore, ut leviori pretio comparari poſſint hæc opera. In ſingulis voluminibus continentur, quæ ad Phyſicam generalem, ad Anatomiam, Chymiam, Botanicam, Geometriam, Aſtronomiam, Geographiam, Chronologiam & Mechanicam ſpectant, ſiquidem ad ſingulas haſce claſſes referendum ſchediasmata a Membris fuerint exhibita, & ſub finem Hiſtoriæ ſubjiciuntur Elogia Membrorum, quæ iſto anno, cujus hiſtoria exhibetur, diem ſupremum obierunt. Opus præclarum & omnibus Matheſeos ac Phyſicæ cultoribus nunquam ſatis commendandum continuatur in hodiernum usque diem. Prolixum nimis foret de tot voluminibus ſigillatim dicere & in iis contenta recenſere. Adeat Diaria Eruditorum, in quibus eadem recenſentur, qui hoc deſiderat.

Enimvero ne deessent ea, quæ ante instaurationem acta fuere, recentius edere libuit Collectionem Commentariorum Academiæ Regiæ scientiarum ab An. 1666. quo fundata fuit, usque ad An. 1699. eadem forma, qua nunc pro singulis annis Historia cum suis commentariis edi solet, Tomis undecim. Tomo primo continetur Historia a prima origine An. 1666. usque ad An. 1686. secundo Historia ab An. 1686. usque ad A. 1699. tertio Commentarii in usum Historiæ naturalis Animalium autore *Perraltio*; Quarto Dissertatio de principiis mixtorum naturalium *du Clos*, observationes ejusdem de aquis mineralibus plurium Provinciarum Galliæ, Commentarii *Dodarti* in usum Historiæ plantarum, ejusdem descriptiones novarum quarundam plantarum, *de Beze* e S. J. Descriptiones quarundam arborum & plantarum exoticarum; quinto diversa opera *Freniclii de Bessy*, scilicet Methodus inveniendi solutionem problematum per Exclusiones, Compendium Combinationum, Tractatus de Triangulis rectangulis in Numeris, Tractatus de Quadratis magicis, Tabula generalis Quadratorum magicorum & *Blondelli* Resolutio quatuor problematum principum Architecturæ; Sexto diversa opera *Robervallii*, scilicet observationes de compositione motuum, & de modo inveniendi tangentes curvarum. Idea libri Mechanicæ de motibus compositis, Tractatus de recognitione æquationum, de geometrica planarum & cubicarum æquationum resolutione, de Indivisibilibus, de Trachoide ejusque spatio, epistola *Ægidii Personeri* de *Roberval* ad Cl. P. *Mersennum*, epistola *Evangelistæ Torricellii* ad *Robervallium*, & Epistola *Robervallii* ad *Torricellium*; præterea diversa opera *Picardi*, nimirum Praxis horologiorum solarium majorum per calculum, dissertatio de Mensuris, una cum *Auzouti* comparatione mensurarum, de mensura liquidorum & aridorum, Experimenta circa aquas effluentes, fragmenta dioptrica, Tractatus de libellatione, *Rœmeri* de crassitie & viribus tuborum in aquæductibus, secundum diversas fontium altitudines diversasque tuborum diametros & ejusdem Experimenta circa altitudines & amplitudines projectionis corporum gravium, instituta cum argento vivo; septimo Tractatus & observationes astronomicæ atque physicæ factæ in pluribus itineribus a Membris Academiæ & pluribus, quibus commercium literarium cum

Aca-

Academia fuit: octavo diversa opera *Cassini*, scilicet de Origine & progressu Astronomiæ & de ejus usu in Geographia & Navigatione, Elementa Astronomiæ rectificata ex observationibus *Richerii* factis in Insula Cayennæ; Luminis cœlestis, quod in Zodiaco apparet, detectio; Regulæ Astronomiæ Indorum computandi motus Solis & Lunæ, Reflexiones de Chronologia Sinarum, de Insula *Taprobane*, Hypotheses & Tabulæ Satellitum Jovis ex observationibus recentioribus reformatæ; Tabularum Satellitum Jovis usus præcipui; nono diversa opera *de la Hire*, scilicet Tractatus de Mechanica, Tractatus de Epicycloidibus & earum usu in Mechanica, Explicatio præcipuorum effectuum glaciei & frigoris, Dissertatio de differentia sonorum chordæ & Tubæ Marinæ, Tractatus de differentibus accidentibus visus, Tractatus de Praxi Picturæ; decimo commentarii Mathematici & Physici Academiæ scientiarum Annorum 1692. 1693. &c. & Commentarii Mathematici & Physici Membrorum Academiæ scientiarum ex diversis Diariis Eruditorum extracti; Undecimo denique Analysis generalis seu Methodi novæ resolvendi problemata omnis generis & omnis gradus in infinitum, autore *de Lagny*. Volumen septimum in duas partes dividitur, quarum utraque justum volumen constituit & multa continet, quæ figillatim recensere nimis prolixum foret.

§. 38. Anno 1710. Berolini in 4. prodierunt Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarum ex scriptis Societati Regiæ exhibitis edita (Alph. 2. plag. 6. Tabb. æn. 31.) Dividitur in tres partes, quarum prima literaria, secunda physica & medica, tertia Mathematica & Mechanica continet. Tertia mole sua longe superat duas priores. Hæc Miscellanea deinceps continuata fuere ac in posterum continuabuntur. Continuatio prima lucem adspexit Berolini An. 1723. in 4. (Alph. 1. plag. 2. Tabb. æn. 8.), secunda ibidem A. 1727. in 4. (Alph. 1. plag. 21. Tabb. æn. 10.), tertia sub Titulo Tomi quarti ibidem A. 1734. in 4. (Alph. 2. plag. Tabb. æn. 11.).

§. 39. Academia Scientiarum Petropolitana quinque ab An. 1728. usque ad A. 1738. Petropoli edidit Volumina in 4. charta augusta sub Titulo: *Commentarii Academiæ Scientiarum Imperialis Petropolitanæ* pro annis 1726. 1727. 1728. 1729. 1730. & 1731. Sunt vero horum Commentariorum tres classes, nimirum Mathematica, Physica & Histo-

Historica. Quæ in classe mathematica continentur, hujus sunt loci & Matheſin inprimis sublimiorem multum promovent, quemadmodum suo loco clarius ediſſeremus. Cum enim hoc opus continuandum sit in posterum, ut de singulis in classe mathematica cujusvis voluminis contenta sigillatim dicamus præsentis instituti ratio non fert.

§. 40. Denique hic quoque commemorandi sunt *de Bononienſi ſcientiarum & Artium Inſtituto atque Academia Commentarii*, qui Bononiæ A. 1731. in 4. charta itidem augusta lucem publicam adspexerunt (Alph. 3. plag. 13. Tabb. æn. 9.). Præfationis loco præmittitur Historia Bononiensis scientiarum Instituti: in Commentariis vero præter ea, quæ ad Historiam naturæ spectant, atque Chymica, anatomica, medica, physica, continentur etiam mechanica, analytica, geographica, astronomica & meteorologica. Subjunguntur iisdem opuscula varia quorundam Academicorum, inter quæ ad Matheſin spectant *Dominici Guilielmi* epistola hydrostatica, *Euſtachii Manfredii* de meridianæ lineæ, quæ in D. *Petronii* exstat, dimensione & de noviſſimis circa fixarum siderum errores observationibus, *Gabrielis Manfredii* de formulis quibusdam integrandis, *Jacobi Riccati* virium elasticarum leges, *Joannis Rizetti* de corporum colliſionibus & inde orta motuum communicatione, & *Franciſci Mariæ Zanotti* de motu compoſito & de reflexionibus globi in plano rectangulo.

§. 41. Ad præsentem scriptorum classem etiam referimus *Caſparis Schotti*, supra laudati, Organon Mathematicum & Magiam Universalem Naturæ & Artis. Organon Mathematicum editum est Herbipoli A. 1688. in 4. (5. Alph. Fig. æn. 1. Alph. 7. plag.). Ope tabularum quarundam Mathematicarum problemata Arithmetica, Geometrica, Architecturæ militaris, Chronologiæ, Gnomonicæ, Astronomiæ, Astrologiæ judiciariæ, Steganographiæ & Musicæ facilia redduntur tyronibus. Magia in quatuor partes divisa Bambergæ 1677. in 4 lucem adspexit (14. Alph. Tabb. æn. 89.) In Tomo primo continentur Optica, Catoptrica & dioptrica; in secundo Acustica & Musica; in tertio Mechanica, Statica, Hydrostatica, Hydrotechnica, Aërotechnica, nec non Arithmetica, Geometrica: in quarto denique Cryptographica, Pyrotechnica, Magnetica, Sympathica, Medica, divinatoria, Physiognomica & Chiromantica.

§. 42.

§. 42. In eundem censum veniunt *Danielis Schwenteri* Mathematum & Linguarum orientalium in Academia Altorffina Professoris, Deliciæ Physico - Mathematicæ, Norimbergæ 1636. in 4. primum editæ (3. Alph. 4. plag.) & postea a *Philippo Harsdorffero* duobus Tomis auctæ (10. Alph. 8. plag.) Continentur in iisdem ludicra varia, nonnulla etiam utilia, ex Arithmetica, Geometria, Stereometria, Musica, Optica, Catoptrica, Astronomia, Astrologia, Gnomonica & Thaumatopoëtica, Statica, Mechanica, Pyrobolia, Pneumatica, Hydraulica, Arte scriptoria, Architectura & Chymia.

§. 43. Majorem selectum in simili scripto fecit *Ozanam*, quod sub titulo *Recreations de Mathematique & de Physique* Parisiis 1696. in 8. reg. edidit (3. Alph. 7. plag. Tabb. æn. 44.) Recusæ sunt hæ Recreationes multo auctiores quatuor Tomis ibidem A. 1725. in 8. forma majore, (Alph. 5. plag. 6. Tabb. æn. 132.). Tomus primus continet problemata Arithmeticæ, Geometricæ & Opticæ; secundus problemata Gnomonicæ, Cosmographiæ, Mechanicæ; tertius problemata Pyrotechniæ & Physicæ, & Tractatum de Horologiis elementaribus *Dominici Martinelli* ex Italico in Gallicum idioma translatum. In quarto denique Tomo agitur de Phosphoris naturalibus & artificalibus & lampadibus perpetuis, atque præstigiatorum artificia una cum aliis ludicris explicantur.

§. 44. Aliquo modo ad hanc quoque classem scriptorum referri merentur. P. *Horrebowii* Opera Mathematico - Physica Hafn. 1740. 4. In quibus primum locum occupant Elementa Matheseos, in usum Academicum ea de caussa conscripta, quia Rex Daniæ legem tulerat, ut in examinibus academicis, ii potissimum pro laudabilibus haberentur, qui in Mathesi profectus suos demonstrassent. Reliqua pars operum varia continet ad proportionum theoriam & Astronomiam pertinentia. Eodem anno prodierunt Lutetiæ Parisiorum Oeuvres de Mathematique par *Blaise*. in 12. In quibus Elementa continentur Arithmeticæ, Geometriæ & calculi litteralis.

§. 45. In *J. J. Hentschii* Ausführlichen Anweisung zu den Mathematischen Wissenschaften, quæ 1754. 8. (1. Alph. 10. tabb.) Lipsiæ prodiit, non Arithmetica modo sed & Geometria & Architectura civilis perspicue & solide traditur. Non omittendum hic quoque est eximium opus *R. J. Boscowich* quod Romæ 1754. prodiit sub titulo: Elementa univer-

universæ matheseos, partes tres. §. In cujus libri P. I. Arithmetica & Geometria vulgaris. P. II. Algebra finitorum, & P. III. Sectiones conicæ continentur, quarum proprietates non Analytice, sed more antiquorum synthetice tradidit.

§. 46. Qui iam ante plures annos Elementa Arithmetices & Geometriæ ediderat Perill. *J. A. de Segner*, is anno 1756, integrum Cursum matheseos edere incœpit. Prodiit nempe hoc anno Pars I. complectens Elementa Arithmeticæ, Geometriæ & calculi Geometrici. Halæ (plag. 21. Tabb. XI.) in qua omissa practica Geometria, tam planam quam sphæricam Trigonometriam proponit. Tomo secundo Elementa traduntur Analyseos finitorum Tomo tertio & quarto Elementa Analyseos infinitorum, & Tomus tandem V. Calculum integralem complectitur, cujus P. I. superiori anno 1768. prodiit. Insignem quoque laudem meretur cursus matheseos editus ab Illustri Kæstnero vernacula lingua. Prodiit is anno 1758. & sequentibus, quatuor Tomis, cujus T. I. complectitur Arithmeticam, Geometriam, Trigonometriam utramque & Perspectivam. (1. Alph. 4. plag. c. f.) 8. T. II. continet Matheſin applicatam, Staticam nempe Hydrostaticam, aërometriam, Hydraulicam, Astronomiam cum Geographia, Chronologia & Gnomonica, & utramque Architecturam. Tertii Tomi parte prima Analyſis traditur finitorum et parte secunda Analyſis infinitorum, quarti denique tomi pars I. de mechanica agit sublimiore. Quæ omnia solide & breviter proponuntur. Anno 1759. *H. W. Clem* edidit. Erſte Gründe aller Mathematiſchen Wiſſenſchaften. (2. Alph. 4. plag. c. f.) in quo libro non modo Arithmetica cum Geometria & Trigonometria, sed & Matheſis quoque sublimior & tam vulgaris Algebra, quam calculus differentialis & integralis cum Matheſi aplicata traditur.

§. 47. Nec omittendum denique censemus compendium Matheseos puræ cel. *W. J. G. Karſten* quod 1767. Grifiswaldæ prodiit sub titulo: Lehrbegrif der geſammten Mathematik 8. T. I. (1. Alph. 8. plag. 8. tabb.) T. II. (1. Alph. 10. plag. 4. tabb.). In cujus prima parte Arithmetices & Geometriæ ea Elementa traduntur, quæ iis sufficiunt, qui praxin tantum Matheseos discere cupiunt. Secunda vero parte reliqua harum scientiarum fundamenta, quibus carere nequit, qui ad universam Matheſin adspirat, hinc præter partem vulgaris Arithmeticæ & Geometriæ additur calculus litteralis, plana

&

& ſphærica Trigonometria; idem cl. Auctor jam 1760. ediderat Matheſin theoreticam elementarem & ſublimiorem, 8. (2. Alph. 16. plag.) in qua potiſſimum vulgaris Algebra cum calc. differentiali egregie proponitur. Tandem quoque D. *G. Rudolphus* 1757. edidit matheſeos compendium, Arithmeticam cum Geometria & Trigonometria complectens (1. Alph. 17. plag.) 8. Græca quoque lingua 1767. prodierunt Elementa Matheſeos e curſu & Prælectionibus Perill. de Segner deſumta auctore Eugenio Bulgaris Lipſ. 8. maj. (1. Alph. 8. plag. 8. tabb.), quæ in uſum Græcorum conſcripta ſunt.

CAPVT II.

DE

ARITHMETICA.

§. 1.

Arithmetica veterum ab Arithmetica hodierna prorſus erat diverſa. Veteres enim in eadem nonniſi varias numerorum diviſiones conſiderabant. Videre hoc eſt ex duobus Arithmetices libris, quos tertio Urbis conditæ ſeculo conſignavit *Nicomachus*, editis Pariſis 1538. Eum ſequitur preſſo pede ſexto a Chriſto nato ſeculo *Anitius Manlius Severinus Boëthius* in Arithmetica ſua.

§. 2. Compendium Arithmeticæ veterum compoſuit nono poſt Chriſtum natum ſeculo *Pſellus*, *a Guilielmo Xylandro* ex Græco idiomate in Latinum translatum, annotationibus auctum & Baſileæ 1556. in 8. in lucem publicam emiſſum, Recentius ſimile Compendium conſcripſit *Jodocus Willichius*, ſub titulo: *Arithmeticæ libri tres* editum Argentorati 1540. in 8. (plag. 8.) Uſum habet in Idea exemplari definitionum animis tyronum ingeneranda, ut præcepta Logicæ facilius comprehendant & ad diviſionem rerum in ſua genera & ſpecies intimius perſpiciendam: de quo ſuo loco plura.

§. 3. Prolixius hoc Arithmeticæ genus illuſtrarunt duodecimo poſt Chriſtum natum ſeculo, *Jordanus* in duodecim de Arithmetica libris & *Jacobus Faber Stapulenſis* in Commentario in eosdem A. 1480. edito.

§. 4. Arithmeticam theoreticam, quæ numerorum proprietates

expendit, illustravit *Euclides* Elementorum libro VII. VIII. & IX. Sed de his elementis dicemus plura in sequente capite.

§. 5. Exactam theoriam ad demonstrandas operationes communes Arithmeticæ practicæ cum in numeris integris, tum fractis sive vulgaribus, sive sexagenariis dedit *Barlaamus Monachus* in Logistica, quam Latine reddidit & scholiis illustratam Parisiis An. 1600. in 4. edidit *Joannes Chamberus*, Collegii Etonensis apud Anglos socius. (1. Alph. 3. plag.) Sed captum tyronum transcendit, quibus nimia accuratio inutilis, immo ridicula videtur.

§. 6. *Frater Lucas de Burgo S. Sepulchri*, Ordinis Minorum, Sacræ Theologiæ Magister, idiomate Italico An. 1523. edidit opus in fol. (6. Alph. 10. plag.) de Arithmetica & Geometria. Maxima operis pars Arithmeticæ impenditur, & in ea non modo divisiones numerorum ex *Nicomacho* & proprietates ex *Euclide* traduntur; verum etiam Algorithmus cum in integris, tum in fractis, una cum extractionibus radicum, regulis proportionum & progressionum, nec non regula falsi & Algebra explicatur.

§. 7. *Michaël Stifelius*, Pastor Ecclesiæ Holtzdorffianæ, A. 1544. in 4. edidit Arithmeticam integram (1. Alph. 13. plag.), in qua multa tradit de numerorum cum rationalium, tum irrationalium, immo etiam Cossicorum praxi, quæ alibi frustra quæsiveris, sed sine demonstrationibus.

§. 8. Arithmeticæ practicæ opus absolutum anno 1556. dedit *Nicolaus Tartaglia*, Venetus, In duas partes divisum, quarum prima arithmeticam practicam ad usum vitæ humanæ applicatam, altera vero Algebræ fundamenta explicat.

§. 9. *Franciscus Maurolycus* in suis Arithmeticæ libris supra laudatis (§. 32. C. 1.), doctrinam de numeris figuratis promovit & algorithmum cum extractionibus radicum atque aliis Arithmeticæ practicæ regulis rigorose demonstravit: Sed ejus demonstrationes non sunt ad cujusvis captum accommodatæ.

§. 10. *Georgius Henischius* in Arithmetica perfecta & demonstrata (Augustæ Vindelicorum 1609. in 4. 2. Alph. 6. plag.) omnem praxin de numero vulgari, Cossico & astronomico demonstrat, & id singulare habet, quod demonstrationes in syllogismos resolverit.

§. 11. *Andreas Tacquet* in Theoria & praxi Arithmetices sæpius

pius recusa (e. gr. Amstelodami 1704. in 8. plag. 34. Tabb. 8.) elementa *Euclidis* Arithmetica facilius demonstrat & praxes arithmeticas suis quoque demonstrationibus munit. Unde non immerito commendatur hoc opus.

§. 12. Demonstrationes in Arithmetica practica etiam affert *Dechales* (§. 4. c. 1.) Sed negligunt *Clavius*, *Herigonius*, *Vincentius Leotaudus* e Societ. Jesu, qui Institutionum arithmeticarum libros quatuor composuit, *Schottus* & plerique alii (§. 5. & *seqq. cap. cit.*) *Wallisius* calculum litteralem cum numerorum algorithmo conjunxit, & illius ope regulas fractorum, proportionum & extractionum radicum demonstravit: ex quo compendium dedit *Eduardus Wells* sub titulo Elementorum Arithmeticæ, 1698. in 8. tyronibus Calculi utriusque commendandum.

§. 13. In Elementis Arithmeticæ non modo praxin, verum etiam theoriam demonstravi, præsertim theoriam de ratione Quantitatum. Ast in Elementis Germanicis dedi demonstrationes, ad captum tyronum magis compositas. Sunt vero eædem vere analyticæ, ex ipsa notione numeri deductæ: ex qua integram Arithmeticam practicam methodo analytica deduxi, ut ad meditandum formarentur ingenia studio Arithmeticæ.

§. 14. Omittimus Autores alios, qui solam praxin tradiderunt, quamvis ad usum communem commendari mereantur *Gemma Frisius* in Methodo facili Arithmeticæ practicæ (Vitebergæ 1544. in 8. plag. 11.), ex quo me puerum integram arithmeticam practicam, ipsam etiam extractionem radicum proprio Marte didicisse memini, & *Adrianus Metius* in Arithmetica duobus libris comprehensa (Hafniæ 1640. in 4.). Recentius regulam generalem Arithmeticæ resolvendi omnia problemata, quæ ratione nituntur, dedit *K. F. de Rees*, quæ ex idiomate Batavo in Germanicam translata publici juris facta Gœttingæ An. 1739. in 8. (plag. 12.). Usui est illis, qui nulla theoria animum imbutum possident.

§. 15. *Samuel Morlandus* Londini An. 1673. in 12. (plag. $6\frac{1}{2}$) idiomate Anglico emisit descriptionem duorum instrumentorum, quorum ope additio, subtracto & multiplicatio motu quorundam orbium absolvitur. Utrumque An. 1666. *Carolo* II. Regi exhibuit. Sed multo ingeniosiorem machinam Arithmeticam in juventute sua du-

dum invenit illustris *Leibnitius*, de qua in Miscellaneis Berolinensibus pag. 394. nonnulla leguntur. Aliam utut minus perfectam, ingeniosam tamen dedit Cl. *Joannes Polenus* in Miscellaneis Venetiis Anno 1709. in 4. (plag. 8. Tabb. 9.).

§. 16. Logisticam decimalem prolixe ac perspicue peculiari libro exposuit *Johannes Hartmannus Bayerus*, D. Medicinæ, An. 1619. Francof. ad Mœnum vernaculo idiomate in 4. edito (1. Alph. 6. plag.). Arithmeticam Logarithmicam vero optime explicuit in peculiari itidem volumine, de quo inter scripta Trigonometrica plura dicemus, *Briggius*.

§. 17. De Arithmetica autem decimali inprimis commendari meretur libellus, quem sub Titulo: *A new and compleat Treatise of the Doctrine of fractions, vulgar and Decimal* Londini A. 1714. in 8. edidit *Samuel Cunn*, ubi omnia explicantur & exemplis illustrantur, quæ de usu fractionum decimalium tenenda sunt. Non inutilem operam sumeret, qui eundem in linguam Latinam, vel etiam Germanicam transferret. Nos theoriam harum fractionum, quantum ad praxin sufficit, exposuimus & demonstravimus Cap. 9. Elementorum Arithmeticæ. Hodie enim usus earum prorsus egregius est, ubi ex æquationibus algebraicis radices per approximationem eruendæ & series infinitæ ad communem usum aptandæ.

§. 18. Virgulas suas, quibus magnorum numerorum multiplicationem ac divisionem facilitavit, *Joannes Neperus*, Baro *Merchistonius*, *Scotus*, in Rhabdologia (Edinburgi 1617. in 12. plag. 6.) descripsit. *Johannes* vero *Georgius Herwart* ab *Hohenburg*, V. J. Doct. ex Assessore summi tribunalis imperatorii & Cancellario supremo Bavariæ Ducis ejusdem consiliarius intimus, Præses provinciæ Schvabæ & inclytorum utriusque Bavariæ Statuum Cancellarius, Monachii A. 1610. in fol. reg. evulgavit Tabulas Arithmeticas προσθαφαιρέσεως universales, quarum subsidio numerus quilibet ex multiplicatione producendus per solam additionem & quotiens quilibet e divisione eliciendus per solam subtractionem etiam ab eo, qui Arithmetices non admodum sit gnarus, exacte & celeriter invenitur. (11. Alph. 9. plag.) *Neperum* imitatus *Samuel Reyherus*, Mathem. *Prof.* Kilonienſis, Bacillos sexagenales Kilonii 1688. in 4. publicavit, quorum ope Logistica sexagenaria facile exercetur: *de qua egimus c. 10. Arithmeticæ.*

§. 19.

§. 19. *Deidier* publici juris fecit Lut. Parisi. L' Arithmetique des Geometres. 1740. in 4. In quo opere 1. Species sic dictas arithmeticas tam in integris quam fractis numeris proponit, 2. regulam detri & extractiones radicum, 3. calculum litteralem, 4. rationes, proportiones & progressiones, 5. Logisticam decimalem, numeros figuratos & arithmeticam infinitorum facili methodo explicat. Perill. *J. A. Segnerus* anno 1747. edidit vernacula lingua prælectiones in Arithmeticam & Geometriam 4. (4. Alph. 2. plag.) recusæ 1715. Potissimum iis inservire conatus est cel. Auctor qui sponte sua majores in his scientiis acquirere cupiunt profectus. Doctrinam proportionum & potissimum compositarum rationum fusius & perspicue tradit & sphæricam trigonometriam, eodem modo, quo id jam in Elementis Arith. & Geom. a se editis perfecerat, proponit. Eodem anno *Edwardus Hatton* Londini egregium systema Arithmetices edidit sub titulo: an intire System of Arithmetic. 4. In novem partes distributum est opus, in quo præter vulgarem Arithmeticam, decimalem, quoque duodecimalem, sexagesimalem, logarithmicam, linealem, & instrumentalem exponit, addita ab auctore sic dicta Arithmetica politica. Tandem calculus litteralis quoque perspicue traditur.

§. 20. Logarithmorum usum in cambiis editis ea de re tabulis 1747. demonstrare conatus est *Raphaël Levi*, in quibus præcipua practica problemata de usuris & pecunia, quam Agio vulgo dicunt, resoluvntur & ad omnes monetarum in Germania species accommodantur. Ad satis egregia compendia arithmetica referri etiam meretur *D. A. Crusii* Anweisung zur Rechenkunst 3 Tom. 8. In quo non theoria modo, sed & praxis arithmetica solide docetur.

CAPVT III.

DE

GEOMETRIA.

§. 1.

Geometria est vel theoretica, vel practica: theoretica vel elementaris, vel sublimior.

§. 2. Geometriam elementarem conscripsit *Euclides*, cujus Elementa a variis in lucem edita fuere. Textum Græcum cum versione Latina

A. 1703. Oxoniæ in fol. (7. Alph. 17. plag.) sub titulo Ευκλείδε τὰ σωζόμενα, h. e. *Euclidis*, quæ supersunt, omnia, edidit *David Gregorius*, Astronomiæ Professor Savilianus. Anno 1530. in priora sex Elementa Commentarium edidit *Orontius Finæus*, in quo mentem *Euclidis* tantummodo explicat, qualem etiam A. 1557. dedit *Jacobus Peletarius*. In elementa omnia 15. commentati sunt circa idem tempus *Nicolaus Tartaglea*, aliqua etiam de suo addens, & A. 1578. *Franciscus Flussates Candalla*, nobilis Gallus, qui ad elementa decimum sextum, septimum & octavum de solidorum corporum comparatione & inscriptionibus variis adjecit. Elementa *Euclidis* pariter ac *Flussatis* cum commentario prolixo edidit *Clavius*. Sæpius recusa prodiere inter alia Franc. ad Mœn. 1654. in 8. duobus Tomis (Tom. I. 2. Alph. 4. plag. & Tom. II. 1. Alph. 20. plag.) atque etiam inter Opera ejus extant (§. 24. c. 1.) Bene quoque *Euclidem* integrum explicarunt *Dechales* (§. 4. c. 1.), *Herigonius* (§. 1. *cap. cit.*) & inprimis concinna brevitate *Isaacus Barrowius*, Matheseos olim in Academia Cantabrigiensi Professor. Sed quoniam integer *Euclides* tyronibus parum utilis; ideo complures sex tantum priora Elementa ediderunt, & ad summum undecimum & duodecimum adjecerunt. Prolixum nimis foret singulas recensere editiones: sufficit eas nominasse, quæ præ aliis commendari merentur. In hunc ergo censum referimus Elementa *Euclidis* Gallica, quæ *Dechales* sigillatim edidit, & Elementa Geometriæ planæ & solidæ *Andreæ Tacquet*. Præstantissima illorum editio est Parisina An. 1709. in 12. reg. (12. plag. Tabb. æn. 16.); horum vero Cantabrigensis An, 1703. in 8. (plag. 16. Tabb. 7.), quorum illam debemus *Ozanamo*, hanc vero *Guilielmo Whistono*, tunc temporis Mathematum Professori Cantabrigiensi. Continetur autem in Elemento VII. VIII. & IX. theoria numerorum seu Arithmetica elementaris: unde *Andreas Tacquet* tria hæc Elementa Arithmeticæ suæ inseruit (§. 11. c. 2.). Opus hoc illustre inter ea eminet, quæ ex Antiquitate ad nos pervenerunt, ita ut providentiæ divinæ tribuendum sit, quod injuria temporum non interciderit.

§. 3. *Joannes Scheubelius*, in Academia Tubingensi *Euclidis* Professor, existimans præter institutum *Euclidis* in designandis demonstrationum momentis literarum figuras usurpari, atque hac ratione & docentibus laborem ac molestiam augeri,

geri, & discentium intelligentiam impediri, An. 1550. novo consilio elementa sex priora ita demonstravit, ut litteris remotis sua unumquodque propria appellatione designarit. Prodiit opus Basileæ in fol. præmissa brevi Algebræ descriptione. (3. Alph. 5. plag.).

§. 4. Alio consilio An. 1565. *Christianus Herlinus* & *Conradus Dasypodius* demonstrationes *Euclideas* in syllogismos resolverunt: qui labor hunc usum habere potest, ut appareat, quomodo ex plurium Syllogismorum concatenatione tandem demonstratio completa enascatur. Idem opus utrique debetur ex parte. Prodiit Argentinæ An. 1506. in fol. (Alph. 2. plag. 4. cum figuris ligno incisis.). Titulus est: *Analyses Geometricæ sex librorum* Euclidis, *primi & quinti a* Christiano Herlino, *reliquæ una cum Commentariis* & *scholiis perbrevibus in eosdem sex libros Geometricos a* Conrado Dasypodio.

§. 5. Ordo *Euclidis* displicuit *Petro Ramo*, quemadmodum ex iis intelligitur, quæ in Scholis Mathematicis lib. 6. & seqq. contra *Euclidem* passim disputat. Prodiere hæ Scholæ Francofurti ad Mœnum opera *Lazari Schoneri* An. 1599. in 4. (2. Alph. 17. plag.) continentes 1. exhortationem ad artes mathematicas, 2. disputationes de præcipuis quibusdam capitibus Arithmeticæ, & 3. discursus de quindecim libris *Euclidis*. Confer etiam lib. 3. p. 94. & *seqq.* *Ramus* itaque alia Geometriæ elementa conscripsit libris 27. comprehensa secundum ordinem Scholæ, a *Schonero* An. 1599. in 4. Francofurti una cum libris 2. Arithmeticæ edita & *Euclideis* prælata. Titulus libri est: Petri Rami *Arithmeticæ Libri duo*, *Geometriæ septem & viginti*, a Lazaro Schonero *recogniti & aucti* (2. Alph. 9. plag. cum figuris textui insertis.). Arithmetica magis practica, quam theoretica est, etsi theoria de ratione & proportione exemplis illustretur & ad praxin transferatur. Deficiunt tamen demonstrationes accuratæ, quales dedit *Euclides*. Adjecit *Schonerus* de numeris figuratis librum unum & *Rami* Algebræ libros duos a se emendatos, atque de Logistica sexagenaria librum proprium. In Geometria agitur primum de magnitudine in genere, deinde de lineis, postea de superficiebus; tandem de Solidis. Enimvero qui primus Geometriam ad ordinem Scholæ reformare ausus est, statim exemplo suo docuit (quod supra §. 57. *Meth. Math.* annotatum est) accuratam demonstrandi methodum cum ordine Scholæ subsistere non

posse. Etsi enim *Schonerus* testetur, se in docenda Arithmetica & Geometria P. *Rami* per multos annos versatum, & quantum ex iis proficere liceat tyronibus experientia multiplici edoctum fuisse; hoc tamen non obstat, quo minus *Euclidem* ipsum *Ramo* præferamus. Neque enim *Schonerus* methodi ac rigoris in demonstrando; sed tantummodo doctrinæ rationem habet, quam ex *Ramo* facilius hauriri ac memoriæ inprimi posse facile conceditur. Nobis vero jam sermo est de methodo, quæ cum rigore demonstrandi consistit, ut plenaria adsit convictio eaque immota, quocunque tandem acumine demonstrationem perlustres. Hanc desiderari in *Ramo*, nec cum eo ordine, quo doctrinas congessit, consistere posse contendimus.

§. 6. Idem apparet etiam ex cæterorum scriptis, qui post *Ramum* idem consilii ceperunt. Pertinent huc 1. Elementa Geometriæ *Ignatii Gastonis Pardies* e Societate Jesu, quartum Hagæ Comitum An. 1680. in 12. (plag. 8.) recusa & a summe Reverendo Abbate *Schmidio*, Helmstadiensium Theologo celeberrimo, cum adhuc Jenæ Mathesin & Philosophiam profiteretur, ex Gallico sermone in Latinum translata. Extant in Opusculis ejus mathematicis, quæ sub titulo: *Oeuvres de Mathematique* Hagæ Comitum An. 1691. in 12. prodiere, in quibus præter hæc elementa libris 9. comprehensa continetur Discursus de motu locali, Statica & Descriptio duarum machinarum describendis horologiis Solaribus convenientium. 2. Nova Elementa Geometriæ *Arnaldi*, suppresso nomine, Anno 1667. Parisiis primum edita, dein An. 1685. ibidem & An. 1690. Hagæ Comitum in 8. recusa (plag. 21.) idiomate Gallico. 3. Elementa Geometriæ Gallica R. P. *Bernhardi Lamy* An. 1685. Parisiis in 12. primum edita & An. 1710. ibidem multo auctiora recusa, ita ut nunc singulæ *Euclidis* propositiones, exceptis elementis septimo, octavo & nono de numeris agentibus, in iisdem contineantur, una cum introductione ad sectiones Conicas (plag. 21.) 4. Elementa Geometriæ Sereniſſimi Burgundiæ Ducis Gallice conscripta (Trevoltii 1705. in 4. reg. 1. Alph. 7. plag.) concinna brevitate maxime necessaria methodo *Arnaldiana* evolventia. Omittimus alia, quæ minoris sunt momenti & ex hisce compilata.

§. 7. Integrum quoque *Euclidem* alio ordine digessit & novis passim demonstrationibus munivit Cl. *Petrus Polynier*, Medicus Parisiensis, in

in Elementis Geometriæ, quæ una cum Elementis Arithmeticæ ſub titulo: *Elemens des Mathematiques* Pariſiis 1704. in 12. reg. (1. Alph. 4. plag.) edidit. Contra quæ ex *Euclide* cognitu minus neceſſaria ſunt, omiſit, & neceſſaria alio ordine digeſſit, aliterque ſubinde demonſtravit Cl. *Angelus de Marchettis* in Piſana Univerſitate Mathematum Profeſſor in *Euclide*, quem vocat, *Reformato* (Liburni 1709. in 4. 1. Alph. 10 plag.).

§. 8. Præter nos alii etiam Mathematici agnoverant, reformatores Elementorum *Euclidis* non fuiſſe in auſu ſuo ſatis felices; ſed *Euclidis* elementis palmam adhuc merito tribuendam eſſe. Memini hanc fuiſſe *Leibnitio* ſententiam, cum me inviſeret, dum Elementis Geometriæ concinnandis operam darem ipſique referrem, me multiplici modo tentaſſe, ut eo ordine Elementa Geometriæ digererem, quo uſus eſt *Bernhardus Lamy*, ſed nunquam hoc fieri potuiſſe, niſi quædam aſſumerem absque demonſtratione, quæ eſſent demonſtranda, vel in demonſtrando ac definiendo admitterem confuſe tantummodo percepta. In Anglia *Joannes Keil*, ut Matheſeos Studioſos ad Elementa *Euclidis* reduceret, eo fine Oxonii A. 1715. in 8. (Alph. 1. plag. 6. cum figuris textui inſertis), imprimi curavit Elementa ſex priora *Euclidis* una cum decimo & undecimo ex verſione *Frederici Commandini*. In præfatione, quam iisdem præmiſit, graviter invehitur in eos, qui *Euclidem* carpunt, & ab ejus lectione juvenes abducunt. Addidit Elementa Trigonometriæ planæ & Sphæricæ atque Tractatum de natura & Arithmetica Logarithmorum.

§. 9. Præter ordinem, quem *Euclides* in Elementis ſuis tenet, multi ex antiquis pariter ac recentioribus Geometræ, tres ſibi viſi ſunt deprehendiſſe nævos in ejusdem Elementis, quorum primus reſpicit definitionem parallelarum & ſub ea axioma, quod apud *Clavium* eſt decimum tertium libri primi, ſecundus definitionem ſextam libri quinti, quæ eſt æque proportionalium & tertius definitionem quintam libri ſexti de compoſitione rationum. Ab his nævis eum vindicare aggreſſus eſt *Hieronymus Saccherius*, Societatis Jeſu, in Ticinenſi Univerſitate Matheſeos Profeſſor, in Opuſculo, quod ſub titulo: *Euclides ab omni nævo vindicatus* ſive *Conatus Geometricus, quo ſtabiliuntur prima ipſa univerſæ Geometriæ principia*, Mediolani 1733. in 4. (plag. 20. Tabb. æn. 6.).

§. 10. Nos equidem in Elementis hiſce Matheſeos non exhibuimus

Elementa *Euclidis* ipsa; nihil tamen in iis occurrit, quod non reperiatur vel in Arithmetica, vel in Geometria, vel in Algebra, quemadmodum inferius fidem oculatam dabimus. Nihil vero nobis magis curæ cordique fuit, quam ut rigori demonstrandi consuleremus & demonstrationes ita componeremus, ut essent consummatæ eo sensu, quem in Logica Latina (§. 799. 854. 855.) explicamus, ad usum tamen tyronum compositæ. Et plurimorum annorum experientia abunde docuit fructum, quem inde percipere licet.

§. 11. Quæ in *Euclide* de circuli, sphæræ, & cylindri dimensione defuere; ea supplevit *Archimedes* in duobus de sphæra & cylindro libris, & de circuli dimensione libello unico: ex quibus selecta theoremata ad faciliorem tyronum intelligentiam proposuit *Tacquetus* sub finem Geometriæ supra laudatæ (§. 2.). Idem *Archimedes* libros alios de Spiralibus, de Conoidibus & Sphæroidibus & de Quadratura Parabolæ scripsit. Opera ejus una cum Conicis *Apollonii* & Sphæricis *Theodosii* edidit facilioribus cum demonstrationibus *Isaacus Barrowius* Londini 1675. in 4to (Opera *Archimedis* constant 24. plag. Tabb. æn. 13. *Apollonii* 14. plag. Tabb. 12. & *Theodosii* plag. 6. Tabb. 3.). Præter vero Geometrica in operibus *Archimedis* una continentur libri de æquiponderantibus & insidentibus humido: Arenarium tamen ejus omisit *Barrowius*, qui in alia editione una comparet, quæ Panormi A. 1685. in fol. prodiit, & cujus singularia fata in Actis Eruditorum An. 1687. p. 543. & 544. recensentur. Germanicam operum *Archimedis* versionem (libris de insidentibus humido exceptis (dedit *Joh. Christoph. Sturmius* (Norimbergæ 1670. in fol. 6. Alph. 2. plag.)

§. 12. Archimedea promovere studuit *Johannes Keplerus* in Nova Stereometria doliorum vinariorum, inprimis Austriaci (Lincii 1615. in fol. plag. 28.), quæ una continet supplementum ad Archimedem de Stereometria figurarum Conoidibus & Sphæroidibus proxime succedentium. Ex Latino in Germanicum versam eandem anno sequenti edidit, sed passim mutatam, alicubi etiam practicis nonnullis auctam. Ejus exemplo excitatus *Bonaventura Cavalerius*, ordinis S. Hieronymi, olim Mathematum Professor Bononiensis (quemadmodum ipse in præfatione fatetur) adhuc ulterius progressus plurium, quam *Archimedes* & *Keplerus* solidorum per revolutionem sectionum conicarum circa axem aut rectas

rectas alias dedit nova methodo indivisibilium, quam vocat, a *Keplero* part. 1. theor. 2. Stereom. indicata, in *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (Bononiæ 1653. in 4. 3. Alph. 1. plag.). Similiter *Archimedea* illustravit atque promovit *Evangelista Torricellius*, magni Hetruriæ Ducis Mathematicus, in *Operibus Geometricis de Solidis sphæralibus, de motu, de dimensione parabolæ, de solido hyperbolico cum appendicibus, de cycloide & cochlea* (Florentiæ An. 1644. in 4. 2. Alph.).

§. 13. Præter ea, quæ *Archimedes* ad sublimiorem Geometriam spectantia tradidit. Veteres inprimis ad eandem sectionum conicarum doctrinam referebant, de quibus opus absolutum 8. libris comprehensum composuit *Apollonius Pergæus*, quorum quatuor priores sæpius editi. Inter optimas editiones refertur, quam cum Commentariis prolixis An. 1655. in fol. (5. Alph. 19. plag. Tabb. æn. 30.). Antverpiæ in lucem emisit *Claudius Richardus*, e Societate Jesu, quales etiam in *Euclidis* Elementa 15. A. 1645. in fol. dederat integro volumine comprehensos. Quintum, sextum & septimum, qui pro amissis habebantur, ex Arabico MSC. *Abalphati Asphahanensis* opera *Abrahami Ecchellensis Maronitæ*, Linguarum Orientalium Professoris Romani, in vertendis usus Florentiæ 1641. in fol. (4. Alph. 21. plag.), cum libro Assumtorum *Archimedis* in lucem protraxit *Joh. Alphonsus Borellus*, in Academia Pisana Matheseos Professor. Antequam vero iidem prodirent, *Vincentius Viviani*, Magni Hetruriæ Ducis Mathematicus, ex descriptione *Pappi* librum quintum feliciter restituit, & sub titulo Divinationis Geometricæ in quintum Conicorum *Apollonii Pergæi* adhuc desideratum Florentiæ 1659. in lucem emisit; quo successu felici permotus ex intervallo An. 1701. addidit de locis secundam divinationem Geometricam in quinque libros injuria temporum amissos *Aristæi* senioris Geometræ (Florentiæ in fol. 3. Alph. 15. plag.). Scripta *Viviani* usui esse possunt illis, qui methodo demonstrandi veterum in Geometria sublimiori delectantur. Præstantissimam operum Apollonii editionem dedit Celeberrimus *Hallejus* Oxoniæ A. 1710. in fol. (5. Alph. 16. plag.). Accessere eidem *Serenî* libri duo de Sectione Cylindri & Coni, qui primi Græce editi & *Apollonii* liber octavus ab *Hallejo* restitutus.

§. 14. Inter recentiores doctrinam Conicam illustrarunt varii. Com-

mendari meretur opus de Sectionibus Conicis *Claudii Mydorgii* An. 1632. Parisiis in fol. publicatum, in quo & proprietates earundem demonstrantur, & descriptiones variæ docentur. Huic præferendus *Gregorius a S. Vincentio*, e Societate Jesu, qui in Opere Geometrico Quaduraturæ circuli & Sectionum Coni 10. libris comprehenso ad inventa recentiora viam stravit, ita ut *Leibnitius* in Actis Eruditorum An. 1691. p. 438. fateatur, sibi in interiori Geometria hospiti, cum opus hoc *Gregorii* a S. *Vincentio* una cum *Hugenii* libro de Horologio oscillatorio & *Dettonvillæi* (hoc est, *Pascalii*) epistolis legeret, subito affulsisse lucem & sibi & aliis inexpectatam. Prodiit opus insigne Antverpiæ 1647. in fol. (14. Alph.) & præter conica in eodem continentur variæ linearum inter se proportiones, triangulorum novæ proprietates, rectangulorum proportiones, progressionum Geometricarum, etiam in infinitum progredientium, miræ proprietates, multa de circulo alibi minus obvia, doctrina de ductu plani in planum, de proportionalitatibus Geometricis theoria nova, ungularum item, conoidum & sphæroidum doctrina. Absolutum quoque Sectionum conicarum opus debemus industriæ *Philippi de la Hire* (Paris. An. 1685. in fol. 2. Alph. 18. plag.), in quo præter *Apolloniana* plurima alia methodo veterum demonstrantur: ex quo in gratiam tyronum compendium fecit *Jacobus Milnes* impressum Oxonii An. 1702. in 8. (12. plag. & 19. Tabb. Fig.) & recusum emendatius atque auctius ibidem 1712. in 8. (15. plag. Tabb. 19.) sub titulo: *Elementa Sectionum Conicarum nova methodo demonstrata.*

§. 15. Ipse etiam celeberrimus *de la Hire* in eorundem gratiam Elementa Sectionum Conicarum Parisiis A. 1679. in 12. in lucem emisit una cum constructione locorum geometricorum & æquationum, de qua in capite subsequente. Titulus opusculi: *Nouveaux Elemens des sections coniques, les lieux Geometriques, la construction des Equations.* (plag. 21.). Similis iisdem est Tractatus *Ozanami* Gallicus de lineis primi generis, locis geometricis & constructione æquationum (Parisiis 1687. in 4. 1. Alph. 15. plag. Tabb. æn. 35.). Nominandus hic quoque est Tractatus de Sectionibus cylindri & Coni in solido & plano consideratis, cum demonstrationibus simplicibus ac novis, quem sermone Gallico Parisiis An. 1704. in 8. edidit *Poivre* (5. plag. & 8. Tabb. æn.). De aliis Conicorum

nicorum ſcriptoribus dicemus capite ſequente.

§. 16. Commemoranda tamen de iisdem adhuc nonnulla ſunt, quæ hic apprime locum merentur. Nimirum *Guido Grandus*, cum intelligeret, deſiderari libellum Conicorum ad captum tyronum, cujus defectu doctrina Conica in Scholis vulgo negligitur; eundem ſupplevit & methodo veterum conſcripſit libellum mole parvum, ſed rerum ubertate gravem, in quo præcipua de ſectionibus Conicis theoremata demonſtrat. Prodiit Florentiæ An. 1722. in 12. (plag. $6\frac{1}{2}$. Tabb. æn. 7.), ſub titulo: *Compendio delle ſezioni Coniche d' Apollonio.* Quoniam hoc compendium commendari meretur Matheſeos Studioſis, *Chriſtianus Auguſtus Hauſen*, Matheſeos Profeſſor Lipſienſis, verſionem hujus opuſculi Latinam in gratiam auditorum adornaſſe dicitur in Actis Eruditorum ſupplement. Tom. VIII. ſect. X. hinc inde tamen quædam immutaſſe. Equidem *Vincentius Santini*, Florentinus, ſimile Compendium dare conatus eſt Lucæ 1722. in 8. (plag. 6. Fig. 28.) ſub titulo: *Delle ſezzioni Coniche dedotte nuovamente in Piano dal cherchio*, in quo nova ratione ſectiones conicas in plano a circulo deducit; ſed demonſtrationes ejus laborare circulo vitioſo jam annotarunt Collectores Actorum Eruditorum *loc. cit.* p. 432. *Nicolaus de Martino*, Regius Mathematum Profeſſor Neapoli, duobus Tomis Elementa Sectionum conicarum edidit Neapoli A. 1734. in 8. charta auguſta (Tom. I. plag. $21\frac{1}{2}$. Tabb. æn. 8. Tom. II. plag. 22. Tabb. æn. 8.). Conſcripſerat hæc elementa ad uſum *Fauſtinæ Pignatelli*, Principis Culubranenſis & Tolvenſis Ducatus heredis; poſtea in gratiam ſtudioſæ juventutis publici juris fecit. Omiſſis propoſitionum, ſcholiorum & corollariorum titulis, continuo textu ad morem vulgarem extra Matheſin receptum cuncta demonſtrat. Præter Sectionum conicarum proprietates earum uſum in conſtruendis problematis ſolidis docet, præmiſſis iis, quæ cum in genere de conſtructionibus geometricis, tum problematorum planorum ſciri debent.

§. 17. Præter Conica apud veteres in Geometria ſublimiori celebre fuit Problema Deliacum de duplicando cubo, ſeu, quod eodem recidit (§. 626. *Anal. fin.*), de inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas: quem in finem excogitatæ ſunt variæ lineæ curvæ a *Pappo Alexandrino* in collectionibus Mathematicis conſervatæ. Earum duo libri priores hactenus deſideran-

siderantur. Sex posteriores Bononiæ 1660. in fol. editi (Alph. 5. plag. 9. cum figuris textui insertis, continent, inter alia solutiones varias problematis Deliaci, trisectionem anguli, isoperimetrorum doctrinam, sphærica nonnulla & quædam ad Mechanicam spectantia. Varia etiam scripta Geometrarum veterum in præfatione ad librum sextum recenset *Pappus*.

§. 18. Inter præcipua inventa Geometrica superioris seculi refertur methodus centrobaryca *Pauli Guldini*, e Societate Jesu, de qua diximus in Mechanica & Statica (§. 164.). Prodiit ejus liber primus de centro gravitatis una cum Tabulis numerorum quadratorum & cubicorum decies millium, Viennæ Austriæ 1635. in fol. (4. Alph. 21. plag.). Accessere libri secundus, tertius & quartus A. 1640. (4. Alph. 14. plag.). Libro primo adjuncta est dissertatio de motu terræ ex mutatione centri gravitatis ipsius proveniente.

§. 19. Curvarum doctrinam universalius pertractavit & multis novis inventis auxit *Isaacus Barrowius* supra laudatus in egregio opere Lectionum Geometricarum Londini 1674. in 4. (plag. 21. Tabb. 13.). Elementa curvarum in usum tyronum hactenus desiderantur, qualia tamen prostare consultum foret.

§. 20. Alia scripta particularia ad Geometriam theoreticam spectantia nimis longum foret hic recensere. Quædam tamen recensere lubet. Pertinet huc *Christiani Hugenii* liber de circuli magnitudine, Hagæ comitum An. 1644. in 4. (plag. 5. cum figuris textui insertis) & ejusdem Theoremata de Quadratura Hyperboles, Ellipsis & circuli ex dato portionum gravitatis centro Lugduni Batavorum 1651. in 4. (plag. 6½. cum figuris textui insertis.). Uterque Tractatus legitur Operum variorum Tomo secundo (§. 35. c. 1.).

§. 21. Affinia his sunt *Ludolphi a Ceulen*, Hildesheimensis, de Circulo & Adscriptis liber, ex vernacula in Latinam translatus & annotationibus illustratus a *Willebrordo Snellio* (Lugd. Bat. 1619. in 4. plag. 8.) & ejusdem Fundamenta Arithmetica & Geometrica cum eorundem usu in variis problematis Geometricis partim solo linearum ductu, partim per numeros irrationales & tabulas sinuum & Algebram solutis, a *Snellio* itidem Latine versa Lugd. Bat. 1615. in 4. (1. Alph. 16. plag.).

§. 22. *Laurentius Lorenzinius*, Discipulus *Vincentii Viviani*, edidit Florentiæ An. 1721. in 4. (plag. 20. Tabb.

Tabb. æn. 14.) Exercitationem Geometricam, in qua agitur de dimensione omnium conicarum sectionum, curvæ parabolicæ curvæque superficiei Conoidis parabolici. Solvit more veterum per demonstrationes problemata, quæ hodie per Algebram solvi solent. Unde ejus lectio commendanda iis, qui methodum veterum sibi familiarem reddere gestiunt. Cum viginti annos in vinculis duro fato detineretur, ab omni commercio cum hominibus literatis remotus, nullius libri usu concesso, methodum istam excoluit & duodecim libros de sectionibus conicis & cylindricis eorumque solidis conscripsit, ultra *Apollonii & Viviani* inventa progressus. Ex carcere igitur tandem dimissus, ubi cognovisset, quæ nunc agerentur a Geometris, sublimiora quoque meditari cœpit, sed consueta sibi utens methodo. Sex itaque composuit Exercitationes, quarum prima est, quæ hic commemoratur, ceteræ enim, quantum constat, lucem publicam non adspexerunt.

§. 23. *Comes de Pagan*, cujus non minus in Astronomia, quam Architectura militari celebre est nomen, decem edidit libros Theorematum Geometricorum sub titulo: Les dix livres des Theoremes Geometriques du Comte de Pagan, Parisiis 1654. in 8. (1. Alph. 5. plag.), in quibus de lineis 4. proportionalibus, de sectionibus conicis, de theoria planetarum elliptica, de munitionibus regularibus & de navigatione agit. Prostant etiam *Ismaelis Bullialdi* de Lineis spiralibus demonstrationes novæ (Paris. 1657. in 4. plag. 18.) & ejusdem Exercitationes Geometricæ circa demonstrationes per inscriptas & circumscriptas figuras, circa conicarum sectionum quasdam propositiones, & de porismatibus (Paris. 1657. in 4. plag. 6.).

§. 24. *Stephanus de Angelis, Nobilis*, Venetus, Ordinis Jesuitarum S. Hieronymi, methodum *Cavalerii* excoluit, ejus usum insignem demonstraturus, cum non deessent, qui eandem impugnarent & contemnerent. Edidit Venetiis An. 1658. in 4. (Alph. 1. plag. 14. cum figuris textui insertis) Problemata Geometrica Sexaginta circa Conos, sphæras, superficies conicas sphæricasque præcipue versantia, ibidem An. 1656. in 4. Libros quatuor de infinitis parabolis infinitisque solidis ex variis rotationibus ipsarum partiumque earundem genitis, una cum nonnullis ad prædictarum magnitudinum aliarumque centra gravitatis attinentibus (Alph. 2. plag. 7.). Addidit An. 1663. librum quintum (plag. 14.).

Ibidem An. 1659. in 4. in lucem publicam emisit Miscellaneum hyperbolicum & parabolicum, in quo præcipue agitur de centris gravitatis hyperbolæ partium ejusdem atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est. Parabola noviter quadratur dupliciter, ducuntur infinitarum parabolarum tangentes, assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia infinitis parabolis, conoidibus ac semifusis parabolicis, aliaque geometrica nova exponuntur scitu digna (Alph. 1. plag. 11.) A. 1660. ibidem prodiit ejus opusculum Geometricum de infinitorum spiralium spatiorum mensura (plag. 16.) & tandem Anno 1661. publici juris facti Tractatus de infinitarum cochlearum mensuris ac centris gravitatis (plag. 16.), & Tractat. duo de superficie Ungulæ & de Quartis Liliorum parabolicorum & cycloidalium (Alph. 1. plag. 19.). Atque adeo patet, quod suo tempore Geometriam sublimiorem multum promoverit, aliisque viam ad ulteriora monstraverit.

§. 25. *Franciscus a Schooten*, Leydensis, in Academia Lugduno-Batava Matheseos Professor, Exercitationum mathematicarum libros quinque Lugduni Batavorum in 4. An. 1657. (Alph. 3.) edidit, in quibus habentur varia tum ad Geometriam elementarem, tum sublimiorem spectantia una cum tractatu de sectionum conicarum in plano descriptione, qui sigillatim prodiit (Lugd. Batav. 1646. in 4. plag. 17.). Nimirum libro primo continetur propositionum arithmeticarum & geometricarum centuria, secundo constructio problematum simplicium geometricorum, tertio *Apollonii Pergæi* loca plana restituta, quarto organica conicarum sectionum in plano descriptio & quinto sectiones miscellaneæ triginta. Colophonis loco adjicitur *Hugenii* Tractatus de Ratociniis in ludo aleæ, qui inter opera varia Vol. 2. legitur (§. 35. c. 1.).

§. 26. *Jacobi de Billy*, e Societate Jesu, tractatus de proportione harmonica, An. 1658. editus, in quo varia problemata ejus ope solvuntur. *Antonii Laloveræ*, e Societate Jesu, Geometria veterum promota, seu libri septem de Cycloide Tolosæ 1660. prodiere, quibus multa continentur ad Geometriam sublimiorem spectantia. Extat etiam *Ferdinandi Ernesti Comitis ab Herberstein* Diatome Circulorum seu specimen Geometricum, quo Lunularum, Curvilineorum aliorumque spatiorum propositiones demonstrat (Pragæ 1710. in 8. 1. Alph. Tab. 1): *Vincentii*

centii Viviani Exercitatio mathematica de formatione & mensura fornicum (Florentiæ 1692. in 4. plag. 6.) *Joh. Baptistæ Palmæ* in Geometriam Exercitationes (Neapoli 1689. in 4. plag. 16.) 100. propositiones, quæ ad Geometriam elementarem pertinent, continentes.

§. 27. *Angelus de Marchettis*, in Pisana Universitate scientiarum mechanicarum Professor, Pistoriæ An. 1695. in 4. (plag. 14.) sermone patrio edidit Tractatum de natura rationis & proportionis nova, facili & secura methodo explicata. Titulus libelli est: *La Natura della proporzione & della proporzionalita*, In eo aliam viam ingressus est, quam *Euclides*, aliam quoque, quam alii recentiores ab *Euclide* recedentes calcarunt. Cum intellexisset, eundem probari *Stephano de Angelis*, *Dominico Guilielmino*, *Francisco Spoleti*, *collectoribus Actorum Eruditorum* in Actis An. 1696. p. 244. 245. in Latinam linguam ipsum transtulit: Qua data occasione cetera quoque *Euclidis* Elementa tam plana quam solida in breviorem & meliorem formam redigere voluit. Unde enatum est opus Elementorum planorum & solidorum Geometriæ, quod sub titulo: *Euclides Reformatus* prodiit & quod supra laudavimus (§. 7.).

§. 28. Ad libros analyticos veterum, quorum memoriam conservavit *Pappus* in præfatione ad librum septimum Collectionum mathematicarum referendi sunt *Apollonii Pergæi* de sectione rationis libri duo ex arabico latine versi, & de sectione spatii libri duo restituti ab *Edmundo Halley* ac editi Oxonii 1706. in 8. (1. Alph. 3. plag.).

§. 29. Ad Geometriam quoque spectat Sphæricorum doctrina, quæ circulorum in superficie Sphæræ descriptorum & sese mutuo intersecantium proprietates explicat. Eam olim tribus libris comprehendit *Theodosius*, quos Tomo primo Cursus Mathematici exhibet *Dechales*, ut supra monuimus (§. 4.). Eosdem nova methodo illustravit & succincte demonstravit *Isaacus Barrowius* atque Londini 1675. in 4. (plag. 6. Tabb. æn. 3.) edidit, subjunctos operibus *Archimedis* & *Apollonii*. Aliqua hujus doctrinæ etiam attingit *Pappus* libro septimo collectionum mathematicarum, ubi addit, quæ in *Theodosio* desiderantur scitu necessaria.

§. 30. Geometriam practicam omnium absolutissimam, sed sine demonstrationibus dedit *Malletus*, quatuor Tomis idiomate gallico conscriptis comprehensam (Paris. 1702. in 8. reg. Tom. I. plag. 23. Tom. II.

plag. 26. Tom. III. plag. 24. Tom. IV. plag. 18.). In Geodæsia declaratur usus semicirculi, quadrati Geometrici, circini proportionum, Astrolabii, pixidis magneticæ, baculi Jacobi & mensulæ geometricæ. Singula folia Figuris elegantibus, sed ad rem parum facientibus exornantur.

§. 31. Germanico idiomate Geometriam practicam conscripsit *Daniel Schwenterus*, Professor olim Mathematum Altorfinus, cum notis *Johannis Bœckleri*, Norimbergæ 1667. in 4. (4. Alph. 18. plag.) recusam. Praxis in charta cum demonstrationibus docetur: in campo solus baculorum & mensulæ geometricæ usus ostenditur, stereometria desideratur. Unde instar supplementi esse potest. *Johannis Hartmanni Beyeri*, Med. D. Stereometria, quam sub titulo: **Eine neue und schöne Art der vollkommenen Visir-Kunst**, Franc. ad Mœn. 1603. in 4. (1. Alph. 7. plag.) edidit. Autor inprimis Stereometriam doliorum plenius explicat, quam ab aliis factum. Cum tamen doliorum non plenorum stereometriam non attigisset; A. 1619. addidit Conometriam Mauritianam vernaculo itidem sermone conscriptam. (Franc. in 4. plag. 11.), in qua stereometria doliorum tam plenorum, quam non plenorum traditur. Cæterum idem Autor de virgula pithometrica conficienda ibidem 1620. plagulam unam adjecit. 1748. Wismari prodiit B. H. Rœnberg **erfundene leichte und richtige Ausmessung der Väsfer.** 8. 2. plag. Vulgarem is methodum retinet, & dolum uti cylindrum considerat ejusdem cum magnitudine dolii altitudinis & cujus basis est media inter utramque dolii sectionem proportionalis arithmetica. Et hanc dein ad dolia non plena adplicat, ita tamen ut dolii situs semper sit horizontalis.

§. 32. Ante *Schwenterum* in usum agrimensorum *Bernhardus Cantzlerus* edidit tractatum geodæticum sub titulo: **Kurtzer und leichter Bericht vom Feldmessen**, quem *Abdias* Trew Mathes. Prof. Altorfinus multis annotationibus auxit, ita ut sub titulo: *Summa Geometriæ practicæ* An. 1673. Norimbergæ in 8. (plag. 33. Tabb. æn. 55.) edi meruerit.

§. 33. Nomen Autoris commendat scholam agrimensorum, quam *Phil. de la Hire* sub titulo: *l' Ecole des Arpenteurs* Paris. An. 1689 in 8. edidit. Prodiit tertia vice Parisiis Anno 1728. in 12. reg. (plag. 16.). Explicantur in hoc libello operationes arithmeticæ & trigonometricæ cum principiis Geometriæ, quibus agrimensores habent opus.

Deinde

Deinde exponuntur praxes Geodætarum & subjicitur descriptio artis libellandi. Nec minus laudem merentur *Clavii* (§. 24.) *Tacqueti* (§. 28.), *Ozanami* Geometriæ practicæ (§. 7.) hujusque *Methode facile pour arpenter, ou mesurer toutes sortes de superficies & pour toiser exactement la Maconnerie, les vuidanges des Terres & tous les autres corps, dont on peut avoir besoin dans la practique. Prodiit denuo Parisiis* 1725. in 12. reg. (plag. 12.). Explicantur etiam in hoc libello operationes arithmeticæ & trigonometricæ ac principia Geometriæ agrimensoribus scitu necessaria. Eundem cum *Philippo de la Hire* scopum sibi præfixit *Henricus Wilson* in libro Anglico, quem sub Titulo: *surveying improved* Londini 1726. in 8. reg. (Alph. 1. Tabb. æn. 11.) edidit, in suo genere satis consummatum. Solet vulgo institutionibus architecturæ militaris præmitti Geometria practica.

§. 34. *Adrianus Metius* 1725. in 4. edidit Arithmeticæ libros duos & Geometriæ libros sex. Qui multo auctiores 1650. Lugduni Batavorum in 4. recusi (Alph. 3.). Geometria nonnisi practica est, perinde ac Arithmetica, ut adeo hic recenseri mereatur. Tractatur in hisce libris etiam Trigonometria plana, usus circini & regulæ proportionalis, Architectura militaris, problemata astronomica, & sciaterica horologia, ita ut in hoc opere reperias, quæ titulus non promittere videtur, nec in libris, quæ eundem habent, vulgo quæri solent. Nullas tamen addit demonstrationes. Aliter *Joannes* Düser, Tigurinus, in Geometria Theorica & practica patrio idiomate Tigurini 1627. in 4. publicata theoriam cum praxi conjungit, & hanc ex illa deducit. Multa docet, quæ istiusmodi autores non tangunt: de stereometria tamen nihil habet.

§. 35. *A. Scharpe*, Anglus, idiomate patrio edidit Geometriam promotam 1. per tabulam amplam & accuratam segmentorum circulorum, & 2. per Tractatum concisum de Polyedris Londini An. 1718. in 4. (plag. 17. Tabb. æn. 4.). Tractatus primus sine controversia ad Geometriam practicam spectat, cum computandis segmentis circulorum destinetur, qui calculus ad Geometriam practicam pertinet, ac multiplicem in variis problematis huc spectantibus habet usum. Tractatus alter ad stereometriam refertur, cumque Autor in eodem constructionem & dimensionem quinque corporum regularium ac præterea duodecim novorum a Geometris hactenus non expensorum polye-

drorum tradat; hic quoque Tractatus Geometriæ practicæ quædam pars est.

§. 36. *Batty Langley* Londini 1726. in fol. (Alph. 1. plag. 11. Tabb. æn. 40.). Geometriam practicam ad Architecturam civilem, & hortensem, Geodæsiam & Stereometriam applicatam edidit sermone patrio. Titulus libri est: *Practical Geometry applied to the useful Arts of Building, Surveying, Gardening and Mensuration.* Sed hic liber potiore jure inter Architectonicos locum meretur, quam inter eos, qui de Geometria conscripti sunt, quemadmodum suo loco monebimus.

§. 37. Pithometriam promovere aggressus est *Joannes Mathias Hasius*, Mathematum Professor in Academia Wittebergensi, in Pithometriæ Theoria & Praxi nova Wittebergæ 1728. in 4. (Plag. 10. Tabb. æn. 2.): ubi etiam Algebræ in hoc argumento usum declarat.

§. 38. *Erasmus Reinholdus* in Geodæsia sua, quæ sub titulo: Gründlicher Bericht vom Feldmessen, Franc. 1615. in 4. (1. Alph. 17. plag.) recusa, Geometriam quoque subterraneam explicat: de qua opus peculiare conscripsit *Nicolaus* Voigtel, decimarum e Mansfeldensibus metallifodinis Receptor, Islebiæ An. 1688. in fol. (plag. 32. Tabb. 9.) excusum & itidem An. 1713. auctius (2. Alph. 10. plag. Tabb. æn. 10.) recusum, unicum sane in hoc genere, donec An. 1710. *Leonhardus Christophorus Sturmius* Francofurti Anno 1710. in 8. Tractatus quatuor idiomate Germanico ederet, inter quos quartus est Geometriæ subterraneæ Compendium, primus vero de descriptione corporum regularium, secundus de Circino proportionum, tertius de Trigonometria plana (plag. 6. Tabb. æn.), & An. 1727. *Joannes Fridericus Weidlerus*, Professor Mathematum Wittebergensis, Institutiones Geometriæ subterraneæ latinas daret Wittebergæ in 4. (plag. 10. Tabb. 1.).

§. 39. Circinum proportionis a *Justo Byrgio* multo ante inventum descripsit *Levinus Hulsius* Tractatu tertio instrumentorum mechanicorum vernaculo idiomate Francof. ad Mœnum An. 1603. edito (plag. 4.) Postea A. 1607. *Gallilæus*, alienum inventum sibi attribuens, de eodem librum Italicum sub titulo: *Le Operationi del compasso Geometrico & militari* publicavit. Omnium maxime commendari in hoc genere meretur *Nicolai Goldmanni* de circino proportionis Tractatus (Lugd. Batav. 1679. latine & germanice in fol. (1. Alph.

Tabb.

Tabb. 16.) editus, ex quo ſua deſcripſit *Michael Scheffelt* in tractatu germanico Unterricht von dem *Proportional-Circul* Ulmæ 1697. in 4. (plag. 18. Tabb. 12.). Proſtat quoque Tractatus Gallicus Cl. *Ozanami* de uſu circini proportionum (Pariſiis 1688. in 8.). Recentius ejus conſtructionem & uſum in peculiari Tractatu, qui multa ſingularia continet, expoſuit *Samuel Cune*. Eum poſt mortem Autoris *Edmundus Stone* ſub Titulo: *A new Treatiſe of Conſtruction and uſe of the ſector* Londini A. 1729. in 8. (plag. 15. Tabb. æn. 2. & Fig. multis ligno inciſis) publici juris fecit.

§. 40. Ad ſcripta de Geometria practica referendum quoque eſt *Caſparis Schotti* Pantometrum Kircherianum, hoc eſt, inſtrumentum Geometricum novum ab *Athanaſio Kirchero* inventum, decem libris univerſam pæne practicam Geometriam complectentibus explicatum, perſpicuisque demonſtrationibus illuſtratum. Prodiit Herbipoli 1660. in 4. (Alph. 2. plag. 11. Tabb. æn. 32.). Liber primus technicus fabricam inſtrumenti, ſecundus euthymetricus linearum rectarum dimenſiones, tertius enbadometricus dimenſionem ſuperficierum, quartus ſtereometricus dimenſiones ſolidorum, ſextus cœlometricus dimenſiones concavorum, ſeptimus geodæticus diviſiones ſuperficierum, octavus metamorphoticus planorum corporumque transformationem, nonus hydragogicus libellationem aquarum totamque libellationis naturam, decimus tandem varius problematum variorum ſolutionem docet, quæ ope circini proportionum alias ſolvi ſolent.

§. 41. Anno 1740. Abbus *Deidier* edidit la Science des Geometres. 4. Lut. Pariſ. in quo opere Geometriam, Trigonometriam & ſectiones conicas proponit. *G. Grandi* inſtitutiones edidit Geometriæ italico Idiomate. 1741. 8. (12 plag.). In quibus Geometriam Euclideam ad 64. propoſitiones redactam, ſingulari & facili modo ita proponit, ut quoad perſpicuitatem reliquis palmam facile præripiat. In Inſtitutionibus Geometriæ, quas *la Chapelle* 1746. Lut. Pariſ. 2. Voluminibus in 8. edidit, id ſingulare eſt, quod non ſolum ipſis propoſitionibus varias notas criticas addidit, ſed nonnullas quoque certiſſimas veritates Geometricas in dubium vocare auſus ſit, ſed infauſto plerumque conamine.

§. 42. Sublimiorem Geometriam in uſum tyronum egregie propoſuit *G. W. Kraft* editis Inſtitutionibus Geometriæ ſublimioris. Tub. 1753. 8. 2. Tom. In quibus theoriam

riam sectionum conicarum, quadraturam & rectificationem circuli solide exponit.

§. 43. Francofurti prodiit anno 1759. *And. Böhmii* Gründliche Anleitung zur Meskunst auf dem Felde, samt zwei Anhängen vom Wasserwägen und der Markscheidekunst. 4. (1. Alph. 15. plag. 24. tabb.) In quo libello non practica modo Geometria, sed & Geometria subterranea solide traduntur. Ad scriptores quoque Geodæticos pertinet, qui primus nominandus fuisset *J. F. Pentherus* qui in praxi Geometriæ Aug. Vind. 1738. in folio 2. Vol. edita, inprimis usum mensulæ Prætorianæ practicum solide demonstravit.

CAPVT IV.
DE
SCRIPTIS ANALYTICIS.

§. 1.

Scripta veterum analytica recenset *Pappus* in præfatione ad librum septimum collectionis mathematicæ. Sunt nempe Datorum *Euclidis* liber unus (§. 1. c. 1.) *Apollonii* de Sectione Rationis libri duo ab *Hallejo* editi, & de Sectione spatii libri duo ab eodem restituti (§. 28. c. 3.), *Apollonii* de Tactionibus libri duo, de Inclinationibus duo, de locis planis duo, Conicorum octo, *Euclidis* Porismatum tres, & de locis ad superficiem duo, *Aristæi* de locis solidis quinque, *Eratosthenis* de mediis proportionalibus duo: quorum aliqui extant (§. 13. Cap. 3.), aliqui desiderantur, sed a recentioribus Geometris restituti, (§. 1. Cap. 1. & §. 13. Cap. 3.). Sed Analysis veterum ab analysi recentiorum longe fuit diversa.

§. 2. Ad analysin recentiorum potissimum spectat Algebra, de qua olim exempla tredecim libris comprehensa dedit *Diophantus*. Hodie nonnisi 6. prostant, a *Xylandro* latine versi, & An. 1575. in fol. primum editi, postea cum Commentariis *Casparis Bacheti*, An. 1621. recusi. Illustrat autem *Diophantus* artem solvendi problemata arithmetica indeterminata. Gallica eorum versio extat inter Opera *Stevini* (§. 23. c. 1.).

§. 3. Antequam *Diophantus* in publicum prostaret, *Lucas Paciolus* seu (ut vulgo vocatur) *Lucas de Burgo S. Sepulchri* in summa Arithmeticæ & Geometriæ supra laudata (§. 6. cap.

cap. 2.) lib. 8. Algebram explicat, prout eam acceperat ab Arabibus. Nimirum ultra æquationes simplices & quadraticas non progreditur. Nec longius progressi sunt *Christophorus Rudolphus* Jarovienſis Silesius, qui primus de Algebra seu Cossa, prout tunc dicebatur, in lingua germanica scripsit & cujus librum additis regularum demonstrationibus & exemplis pluribus recudi fecit *Michael Stifelius* Regiomonti An. 1553. in 4. (Alph. 5. plag. 11.). Titulus libri: Die Coss Christoffs Rudolffs, mit schönen Exempeln der Coss durch Michael Stifel gebessert und sehr gemehrt, *Stifelius*, qui hoc Magistro profecit, in Arithmetica integra (§. 7. c. 2.), *Henischius* in Arithmetica perfecta (§. 10. cap. cit.) aliique. Non ineleganter *Rudolphus* eumque secutus *Stifelius* æquationes algebraicas ex progressionibus geometricis derivant. Sed *Scipio Ferreus* addidit regulas resolvendi æquationes cubicas, a *Cardano* in Arte Magna, quam vulgo Cossam seu Regulam Algebræ vocant, An. 1545. primum publicatas: Cl. *Ludovicus Ferrariensis* ostendit methodum reducendi æquationes biquadraticas, quam A. 1579. Algebræ suæ inseruit *Raphaël Bombelli*. Ulteriores progressus Algebra stricte sic dicta nondum vidit.

§. 4. Circa annum Christi 1590. *Franciscus Vieta* Gallus arithmeticam litteralem invenit, & ad Algebram applicavit, quam & methodo ingeniosa extrahendi radices ex æquationibus quibuscunque per approximationem locupletavit. (§. 25. cap. 1.). Ejus inventa explicat iisdemque utitur *Guilielmus Oughtred*, Anglus, in Clave Mathematica, An. 1631. primum, sed An. 1693. Oxonii quinta vice edita (plag. 12.). Regulas ad exempla applicat & usum Arithmeticæ litteralis in Geometria elementari ostendit, quem in inveniendis theorematis & resolvendis problematis habet. Extractionem quoque radicum per approximationem ex æquationibus exemplo *Vietæ* docet.

§. 5. *Thomas Harriot*, itidem Anglus, qui Londini An. 1621. obiit, in Artis Analyticæ Praxi ad æquationes algebraicas nova, expedita & generali methodo resolvendas, a *Walthero Warnero* An. 1631. in fol. Londini (2. Alph. 2. plag.) edita Arithmeticam *Vietæam* ad commodiorem formam reduxit, eam nempe, qua nunc utimur, & æquationum indolem ac reductionem plenius explicavit.

§. 6. A. 1637. *Carteſius* Geometriam, quam vocat, idiomate gallico publicavit, quam postea Latine

vertit & prolixis Commentariis auxit *Francif. a Schooten.* Utor ego editione Amstelodamensi An. 1659. in 4. (5. Alph. 8. plag.). Continentur in eadem præter *Cartesii* Geometriam (plag. 12.). *Florimundi de Beaune* Notæ breves & *Franciſci a Schooten* Commentarii in eandem; *Joh. Huddenii* epistola de reductione æquationum, ejusdem epistola de maximis & minimis. *Erasmi Bartholini* Principia Matheseos universalis seu introductio ad Geometriæ methodum *Cartesii; Florimundi de Beaune* tractatus posthumi de natura & constitutione atque de limitibus æquationum; *Joh. de Witt* libri duo de Elementis Curvarum, & *Franc. a Schooten* tractatus de concinnandis demonstrationibus geometricis ex calculo algebraico. *Carteſius* Arithmeticam litteralem & regulas Algebræ descripsit ex *Harrioto*, & quemadmodum *Oughtredus* in Clave, atque *Marinus Ghetaldus* in Libris 5. de Resolutione & Compositione mathematica (Romæ 1630. in fol. 2. Alph. 15. plag.) arithmeticam *Vietæam* ad Geometriam elementarem applicarunt & constructiones æquationum simplicium ac quadraticarum dederunt, ita ipse *Harrioteam* ad Geometriam sublimiorem transferens curvarum naturam per æquationes algebraicas explicare cœpit & constructionem Cubicarum atque biquadraticarum æquationum, immo etiam superiorum, docuit. Opus hoc inprimis utile ad Algebram speciosam addiscendam.

§. 7. *Carteſius* non tyronibus, sed Geometris peritis scripsit, nimis concisa brevitate, ut adeo Commentario maxime opus sit. Quamvis vero de ejus Geometria egregie meritus sit *Franciſcus a Schooten*, quemadmodum ex iis intelligitur, quæ modo diximus (§. 6.), nondum tamen ea dedit, quæ in Commentario consummato quæruntur, sed ipse potius Commentatore haud raro opus habet. Dedit tandem istiusmodi Commentarium, qualis desiderari poterat *Claudius Rabuel*, e Societate Jesu, qui post fata ejus Lugduni Gallorum sub titulo: *Commentaires sur la Geometrie de Mr. Descartes* An. 1730. in 4. reg. prodiit (Alph. 3. plag. 6. Tabb. æn. 23.) Textum *Carteſii*, quem presso pede sequitur, ita explanat, atque ita regulis, exemplis, & problematis illustrat, ut nihil occurrat, quod ex Commentario non plene intelligatur. Commentarius hic in linguam latinam transferri & in nova editione Geometriæ *Carteſii* commentatoribus regulis adjungi mereretur: sit ita quod solus

suffi-

sufficiat menti tanti Geometræ penitus intelligendæ.

§. 8. Regulam *Carteſii* conſtruendi æquationes cubicas & biquadraticas uberius expoſuit *Thomas Baker* in Clave geometrica catholica Londini 1684. in 4. (1. Alph. 10. plag. 10. Tabb. æn.): aſt verum harum Conſtructionum fundamentum, quod a *Menechmo* didicit *Carteſius*, minime aſſecutus. Hoc monſtravit *Renatus Sluſius* Tomo ſecundo Meſolabi An. 1668. in 4. (plag. 24.). Leodii excuſi cum variis Miſcellaneis, in quibus algebra ad quadraturas Curvarum, ad quæſtiones de maximis & minimis, ad methodum inveniendi punctum flexus contrarii, ad methodum centrobarycam *Guldini* &c. applicatur. Carteſiana inventa etiam promoverunt quemadmodum *Sluſius* in Miſcellaneis, *Fermatius* in Operibus mathematicis (Toloſæ 1679. in fol.), *Robervallius* (§. 31. 37. c. 1.), & *Barrowius* (§. 19. cap. 3.).

§. 9. *Johannes Kerſey*, A. 1671. Londini in fol. edidit Elementa Algebræ Idiomate anglico (Alph. 10. plag. 10.). In iis explicatur arithmetica litteralis & æquationum natura, præceptaque exemplis plurimis illuſtrantur: Totus *Diophantus* enucleatur, & reſolutione & compoſitione mathematica ex *Gethaldo* multa exhibentur. Idem fere inſtitutum apud Gallos fuit *Joh. Preſtet*, cujus nova Matheſeos elementa Tomo integro ſecundo auctiora Pariſiis 1694. in 4. (6. Alph. 3. plag.) gallice prodierunt. In iis omnia dogmata arithmetica una cum problematibus *Diophanti* atque *Vietæ* per analyſin recentiorem reſolvuntur.

§. 10. Similiter *Ozanam* in Elementis gallicis Algebræ (Amſtelodami An. 1703. in 8. reg. 1. Alph. 21. plag.) præter calculum litteralem & æquationum doctrinam, artem quoque Diophanteam reſolvendi problemata numerica egregie illuſtrat, in qua inprimis excellit hic Autor. Quanti autem fieri debeat analyſis *Diophantea*, vulgo a *Carteſianis* neglecta, docuit illuſtris *Leibnitius* in Actis Eruditorum A. 1702. p. 219. Etſi autem Algebra *Ozanami* legi mereatur ab iis, qui in Analyſi *Diophantea* ſeſe exercere voluerint; tyronibus tamen Algebræ ejus lectio commendanda non eſt, propterea quod nimis diffuſa regularum explicatione nulla regularum applicatione, ad exempla facta, nimis diu detinet lectorem in parte prima, facitque ſtudii hujus in ipſo limine deſertores, ut taceam ipſum inventorum recentiorum minime gnarum multa brevius tradere potuiſſe, ita ut &

facilius intelligerentur, & sine tædio. Peccat etiam prolixa præceptorum explicatione *Prestetus*: Unde Compendium *ejus* dedit *Bernhardus Lamy*, quod sub titulo: Elemens de Mathematique, *Paris.* A. 1704. in 12. reg. (1. Alph. 7. plag.) auctius recusum tyronibus ob perspicuitatem commendari meretur. Artificia tamen analyseos *Diophanteæ* non attingit.

§. 11. Hi tamen autores applicationem Algebræ ad Geometriam insuper habent: quem defectum supplent *Ozanam* in Tractatu Gallico de locis Geometricis (plag. 8. Tabb. 12.) & altero de constructione æquationum (plag. 12. Tabb. 9.) Tractatui de lineis primi generis (§. 15. cap. 3.) subjuncto; *de la Hire* in gemino Tractatu ejusdem nominis & argumenti (§. *cit.* c. 3.) & inprimis *Guisnée* in Applicatione Algebræ ad Geometriam gallice Parisiis A. 1704. in 4. (1. Alph. 19 plag. Tabb. æn. 6.) edita & ad captum tyronum composita exemplisque selectis instructa, atque Illustris Marchio *de l' Hospital* in egregio Tractatu Analytico de sectionibus Conicis & eorum usu Paris 1707. in 4. reg. (2. Alph. 12½ plag. Tabb. 32. Gall.) Applicatio Algebræ ad Geometriam sublimiorem ex *Hospitaliano* opere omnium optime addiscere licet iis, qui jam in Geometria & Algebra cum fructu versati & acumine pollent. Ceteris magis satisfaciet *Guisnée*, quo lecto faciliores facient in illo progressus.

§. 12. Algebræ quoque præcepta, sed sine exemplis, perspicue explicat *Gerhard Linckhuysen*, in Algebra sermone batavo Harlemi An. 1661. in 4. edita, (plag. 14.) & idem in Fundamento Geometriæ (*Grondt der Meetkonst.*) Harlemi An. 1684. in 4. plag. 12.). Sectionum conicarum palmarias proprietates per analysin eruit; in Geometria vero (Harlemi An. 1663. in 4. plag. 22.) constructiones Geometricas problematum per Algebram solutorum elegantes affert. Singula quoque *Abrahamus de Graaf*, in Algebra sua (§. 7. c. 1.) cum laude exequitur. Unde Dn. de *Tschirnhausen* ad studium Algebræ plurimum commendavit hosce autores. Celeberrimus *Newtonus* in Arithmetica universali, quam *Guil. Whiston* Cantabrigiæ Anno 1707. in 8. (1. Alph.) edidit, exempla habet singularia & regulas varias a se inventas. Recusa sunt hæc elementa Londini An. 1722. in 8. (plag. 22.). In nova editione ordo problematum paulisper immutatus, *Whistoni* præfatio & methodus *Hallejana* extrahendi radices ex æquationibus

per

per approximationem omissæ. Prodiere etiam in Batavia, ut nunc facilius haberi possint. Utilem tyronibus operam sumeret, qui eadem Commentario illustraret. Multa enim occurrunt difficilia, quorum rationes non facile assequi licet etiam exercitatioribus. Desunt etiam constructiones geometricæ problematum, quorum tantummodo dantur solutiones per calculum. Monuit jam *Gravesandius* istiusmodi Commentario esse opus & ejus aliquod specimen de inventione divisorum dedit in Elementis Matheseos universalis Lugduni Batavorum An. 1727. in 8. editis (plag. 16. Tabb. æn. 4.), quæ Algebræ principia continent.

§. 13. *Josephus Raphson* in Analysi æquationum universali, quæ (si titulo credimus) secunda vice Londini An. 1702. in 4. prodiit una cum Conamine metaphysico de Spatio reali seu ente infinito (plag. 20.) extractiones radicum ex æquationibus per approximationem facilitavit: *Rollius* in Tractatu gallico de Algebra (Paris. 1690. in 4. plag. 12.) subsidia non contemnenda ad radicum extractionem suppeditat, sed more suo terminis insvetis utitur, & haud raro nodum in scirpo quærit. Tractatum quoque Gallicum de Algebra conscripsit *de Crouzas*, quem Parisiis Anno 1726. in 8. reg. sub titulo: *Traité de l' Algebre* edidit (1. Alph. 8. plag.). In eo nonnisi Arithmeticam literalem & regulam Algebram propriissime sic dictam explicat, quemadmodum faciunt *Prestetus* & *Ozanamus*, nimium prolixus in vulgaribus, ita ut longo tempore multa patientia addiscenda sint, quorum usum prospicere non licet. Desunt artificia recentiora, quibus calculus præsertim surdorum & extractio radicum mirifice fuit promota. Nec ars exercetur problematis contra illud *Senecæ*: Iter longum per præcepta, breve per exempla.

§. 14. Exemplo *Pascalii* in Triangulo Arithmetico Parisiis An. 1654. Gallice edito, *Hugenii* in Tractatu de Ludo aleæ, qui sub finem Exercitationum Geometricarum *Schootenii* (§. 25.) & Operum variorum Vol. 2. (§. 35.) legitur, aliorumque *Remundus de Monmort* in Tentamine Gallico Analyseos de ludis eventus fortuiti Parisiis An. 1708. in 4. reg. (1. Alph. 14. plag. excuso & ibidem 1714. auctius (2. Alph. 11. plag.) recuso ad Sortem in ludis diversis determinandam analysin applicavit: qui combinationum doctrinam egregie illustrat & insignia artificia analytica edocet. In altera editione leguntur litteræ

Joannis & *Nicolai Bernoulliorum* de hoc argumento ad Autorem datæ. Idem præstitit *Jacobus Bernoulli* in opere posthumo Artis Conjectandi (Basil. 1713. in 4. Alph. 1. plag. 20. Tab. 1.). Accessit huic operi Tractatus de seriebus infinitis, mox commendandus. Inprimis autem hoc in argumento commendari meretur *Abrahami de Moivre* opus pereruditum & multa nova continens, quod sub titulo: *The doctrine of chances, or a Method of calculating probability of Events in play* Londini 17. in 4. reg. (Alph. 1.).

§. 15. *Ægidius Franciscus de Gottignes*, e Societate Jesu, in Logistica universali (Neap. An. 1687. in fol. 5. Alph. 14. plag. Tabb. 5.) principia Algebræ labefactare agressus est; sed nodum in scirpo quærit & per ambages eo tendit, quo recta pertingere datur. Condonandum hoc videbatur ea ætate, qua Algebræ speciosæ infantia erat: sed si nostra reperiantur, qui in dubitationem adducere volunt, quæ dudum stabilita ipsoque diuturno usu probata fuerunt, vix ferendum. Nostrum igitur non esse existimamus de iis scriptis loqui, quæ hic recenseri poterant.

§. 16. *Hugo de Omerique* in Analysi Geometrica (Gadibus An. 1668. in 4.) methodo communi algebraica, quæ per æquationes procedit, aliud substituit per rationes argumentandi genus: quod tamen non adeo late patet, quam illa. Applicat illud ad problemata, per Algebram ab aliis jam soluta & parum difficultatis habentia. Non tamen usu suo caret, cum ad demonstrationes syntheticas manu ducat. Monet *Pemberton* in præfatione ad Conspectum Philosophiæ Newtonianæ, *Newtonum* laudasse in hoc autore, quod Analysin veterum restituere conatus fuerit.

§. 17. Methodum *Cavallerii* ad calculum aptare studuit *Johannes Wallisius* in Arithmetica infinitorum An. 1655. primum edita (§. 34. c. 1.), in qua per summationes serierum infinitarum quadraturas curvarum & cubationes solidorum determinare agressus est. Sed cum inductione uteretur, quæ minus demonstrativa videri poterat. *Ism. Bullialdus* per maximas ambages more veterum Geometrarum hoc arithmeticæ genus demonstravit in Opere novo Arithmeticam infinitorum libris 6. comprehenso. (Paris. An. 1682. in fol. 4. Alph. 16. plag.). Hodie tamen paucis lineis plura præstare licet, quam quæ integro opere *Bullialdi* comprehenduntur.

§. 18. Veram viam ingressus non est *Wallisius*, felicius id præsti-

tit

tit Illustris *Leibnitius* invento calculo differentiali & integrali, quem primum in Actis Eruditorum A. 1684. p. 467. publicavit, cum dudum ante 1677. eundem in litteris cum celeberrimo *Newtono* communicasset, qui in egregias methodos circa idem tempus inciderat: quemadmodum apparet ex litteris *Leibnitii* atque *Newtoni*, quæ leguntur apud *Wallisium* Operum Tomo tertio, fol. 634. 648. Cum enim *Newtonus* in literis d. 24. Octobr. 1676. scriberet: *inversa de Tangentibus problemata sunt in potestate atque illis difficiliora: ad quæ solvenda usus sum duplici methodo, una concinniori, altera generaliori. Utramque visum est in præsentia litteris transpositis consignare*: Saccdioffh &c. Literæ in ordinem suum dispositæ hunc habent sensum: *Una methodus consistit in extractione fluentis quantitatis ex æquatione simul involvente fluxionem ejus: altera tantum in assumtione seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua cetera commode derivari possunt, & in collatione terminorum homologorum æquationis resultantis ad inveniendos terminos assumtæ Seriei*: mox *Leibnitius* ipsum Calculum suum differentialem in literis d. 21. Jun. 1677. apertis verbis perscripsit. Ingenue hoc ipsum fatetur *Newtonus* in prima & secunda editione Principiorum Philosophiæ naturalis Mathematicorum *schol. Lemmat. 2. lib. 2. p. 253. 254.* In ultima vero ingenuam confessionem, quæ viros summos maxime decet, omisit. Ratio patebit inferius. *Leibnitius* calculum suum publici juris fecit in Actis Eruditorum An. 1684. p. 467. & *Newtonus* methodum suam in prima editione Principiorum modo laudatorum, quæ An. 1687. prodiit. Postea *Jacobi* ac inprimis *Joannis Bernoulli* opera calculus *Leibnitii* ad majorem perfectionem perductus.

§. 19. Calculi differentialis leges exposuit & problematibus exquisitis illustravit illustris Marchio *de l' Hospital* Præceptore usus *Joanne Bernoulli* in egregio Opere Gallico Analyseos infinite parvorum (Paris. 1696. in 4. reg. 1. Alph. 2. plag. Tabb. 11.), omnibus Geometriæ sublimioris Studiosis maximopere commendando. Subinde tamen Commentatore opus habet, ut a tyronibus Geometriæ sublimioris intelligatur. Equidem *de Crouzas* Commentarium edidit, qui idiomate gallico Parisiis An. 1721. in 4. (2. Alph. $1\frac{1}{2}$. plag. 4. Tab.); sed plerumque nonnisi calculos, quos Autor contraxit, extendit, in difficilioribus vero lectorem destituit. Unde magis

satis-

satisfaciet *Varignonius* in suis dilucidationibus, quæ sub titulo: *Eclaircissements sur l' Analyse des infiniments petits* post fata ipsius Parisiis A. 1725. in 4. (plag. 16. Tabb. 6.) prodierunt. Opus egregium *Hospitalis* anglice vertit & altera parte de calculo integrali auxit *E. Stone* ac sub titulo: *A Method of fluxions both direct and inverse* Londini 1730. in 8. reg. (1. Alph. 6. plag. Tabb. 15.) edidit.

§. 20. Equidem *Hospitalius* addere constituerat partem alteram de calculo integrali; sed cum *Leibnitius* scientiam infiniti dare sibi proposuisset, a proposito suo destitit. Enimvero præter specimina in Actis Eruditorum An. 1702. & An. 1703. nihil ejus publice comparuit. Interea calculi integralis faciliores regulas dare & exemplis illustrare consultum existimabat *Carré*, cujus scriptum gallicum: *Methode pour la mesure des surfaces, la dimension des solides, leurs centres de pesanteur, de percussion & d' oscillation par l' application du calcul integral* prodiit Paris. An. 1700. in 4. reg. (plag. 15. Tabb. 4.). Sed longius progressus *Gabriel Manfredius* in Opere eximio de constructione æquationum differentialium primi gradus (Bononiæ A. 1707. in 4. 1. Alph. 2. plag. Tabb. 7.) & vir summus *Newtonus* in Tractatu de quadraturis Curvarum, qui Opticæ subjungitur, præclara dedit. Plura quoque in parte altera dedit *Stone* de hoc calculo, quam quæ in Methodo DN. *Carré* leguntur.

§. 21. Postquam *Nicolaus Mercator*, Holsatus, in Logarithmotechnia (Lond. 1668. in 4. cum *Michaelis Angeli Riccii* Exercitatione Geometrica edita) prop. 17. p. 31. seqq. quadraturam hyperbolæ per seriem infinitam dedisset; serierum doctrinam per extractionem radicum insigniter promovit & ad curvarum quadraturas & rectificationes applicavit vir summus *Isaacus Newtonus*: cujus Analysin per quantitatum series, fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii ordinis, varios tractatus analyticos a viro celeberrimo diu ante compositos continentem, Londini 1711. in 4. (plag. 16. Tabb. 2.) edidit *Guil. Jones*. Quemadmodum vero hoc opus ad serierum doctrinam perdiscendam multum commendari meretur; ita recondita de hoc argumento superaddi debent ex celeberrimi *Bernoullii* dissertationibus de seriebus infinitis (§. 14.).

§. 22. Serierum doctrinam ex inventis *Mercatoris*, *Newtoni*, *Leibnitii* atque *Johannis Bernoulli* exhibuit quoque *Georgius Scheynæus* in Methodo Fluxionum inversa (Londini

dini 1703. in 4. reg. plag. 6.). Multo vero ante methodum serierum *Mercatoris* & *Newtoni* multis exemplis illustravit *David Gregorius* in Exercitatione geometrica de dimensione figuram Edinburgi An. 1684. in 4. edita (plag. 7. Tab. 1.). Horum exempla complura computata sunt a patruo ipsius *Jacobo Gregorio*, quemadmodum ipse fatetur p. 2. 3. & 4. De Geometria enim sublimiore optime meritus *Jacobus Gregorius*, quemadmodum ex ejus Libro de vera Circuli & Hyperbolæ Quadratura cum Geometriæ parte universali, quantitatum curvarum transmutationi inserviente colligitur. Prodiit Bataviæ 1668. in 4. Tractatus de Quadratura constat plag. 8. Appendix de Geometriæ parte universali plag. 19. Ceterum hinc perspicere licet, quid ab eo expectandum fuisset, nisi fata propositum ejus intervertissent.

§. 23. *Joan. Craige*, Scotus, 1685. Londini in 4. (plag. 6. Tab. I.) edidit Tractatum de Methodo figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum Quadraturas determinandi & An. 1693. addidit Tractatum de figurarum curvilinearum Quadraturis & Locis Geometricis, Londini in 4. (plag. 11. Tabb. I.) excusum. Utitur equidem calculo differentiali *Leibnitii*, cum in Anglia calculus fluxionum adhuc ignoraretur, nec editis A. 1687. Principiis Philosophiæ naturalis mathematicis *Newtoni* ullus Geometra de eodem cogitaret; per ambages tamen adhuc incedit, quod calculus integralis seu summatorius nondum ipsi esset perspectus. In quadrandis igitur curvis utitur Theorematis *Barrowianis*, quibus opus non habemus, si calculi differentialis vis fuerit perspecta, cujus pars quædam est summatorius seu integralis, qui dicitur. Inde est, quod etiam *Gregorius* alia via incedat, etsi seriebus infinitis utatur. De Locis Geometricis formulas generales tradit *Craigius*. quas *Hospitalius* in opere analytico de sectionibus conicis (§. 10.) uberius explicavit & illustravit, & nos in Elementis Algebræ dilucidatas ad facillimam intelligentiam reduximus, via ad ulteriora planissima strata. Enimvero ubi calculus integralis, quem Angli methodum fluxionum inversam vocant, in Anglia quoque invaluisset; idem *Craigius* Londini An. 1718. in 4. (plag. $12\frac{1}{2}$) Libros duos de Calculo fluentium & totidem de Optica analytica edidit, quorum istis doctrinam de Quadraturis Curvarum promovet.

§. 24. Quæ apud *Hospitalium* in Analysi infinite parvorum, *Carteſium*, ſive *Quadratum*, *Cheynæum*, *Grogorium & Craigium* in Methodo figurarum lineis rectis & curvis comprehenſarum Quadraturas determinandi & in Tractatu de Quadraturis figurarum Curvilinearum occurrunt; ea in unum volumen congeſſit & perſpicue explicavit, varia etiam problemata, quorum ſolutiones in Actis Eruditorum Lipſienſibus extant, inprimis quæ in iisdem *Leibnitius* de motuum cœleſtium cauſis phyſicis dedit, illuſtravit *Carolus Hayes* in opere anglico, quod ſub titulo: *Traitiſe of Fluxions or introduction to mathematical and mechanical Philoſophy* Londini 1704. in fol. (3. Alph. 3. plag.) prodiit.

§. 25. Regulas Algebræ Communis atque Analyſeos *Leibnitianæ*, hoc eſt, calculi differentialis & ſummatorii uno opere complexus eſt *Carolus Reynau*, quod ſub titulo: *Analyſe demonſtrée* Pariſ. 1708. in 4. reg. (Alph. 5. plag. 7. Tabb. æn. 5.): ſed in exemplis parcior videri poterat, quam ut tyronibus inſervire poſſit, provectioribus tamen comendandus. Neque etiam ea præſtitiſſe videtur, quæ titulus promittit, cum eas demonſtrationes in hoc Opere non reperias, quæ forſan in eodem quæſiveris demonſtrationis notionem diſtinctam animo complexus.

§. 26. Calculus fluxionum, qui cum differentiali & ſummatorio idem eſt, in Anglia primum comparuit, cum *Iſaacus Newtonus* Opticam ſuam ederet An. 1704. de qua ſuo loco dicemus. Addidit enim præter Enumerationem Linearum tertii Ordinis ſeu curvarum ſecundi generis Tractatum de Quadratura curvarum, in quo hanc doctrinam plurimum promovit, & calculum hunc explicat eademque utitur. Ex intervallo *Guilielmus Jones* Londini Anno 1711. in 4. plag. 16. Tabb. 2. edidit *Neuwtoni* Analyſin per quantitatum ſeries, fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii ordinis, ex quo apparet, quid *Newtonus* in Geometria ſublimiori per analyſin promota præſtiterit, & quantum ſierierum doctrinam promoverit. Cum vero in tractatu de enumeratione linearum tertii ordinis demonſtrationes deſiderarentur; hunc defectum ſupplevit *Jacobus Stirling* in Illuſtratione Tractatus D. *Newtoni* de Enumeratione linearum tertii Ordinis, quæ Oxoniæ A. 1717. in 8. (plag. 9½.) lucem adſpexit & multa præclara continet.

§. 27. Haud ita pridem, nimirum An. 1736. *Johannes Colſon* Methodum

thodum fluxionum & infinitarum serierum *Newtoni* in sermonem anglicum translatam edidit Londini in 4. sub titulo: *The Method of fluxions and infinite series, With its application to the Geometry of curve-lines.* (Alph. 2.). Tractatus hic idem est, quem publico An. 1728. in præfatione ad Conspectum Philosophiæ *Newtonianæ* promiserat *Pemberton.* Egregio Commentario librum hunc illustravit Editor, qui maximam operis partem complet & multa offert, quæ Analyseos cultores alibi frustra quærunt. Ipse *Newtonus* docet, quomodo æquationes in series infinitas resolvantur, quomodo fluentium fluxiones seu quantitatum variabilium differentialia & ex fluxionibus fluentes seu differentialium summæ inveniantur, & per methodum fluxionum maxima & minima, tangentes, quadraturæ & rectificationes curvarum determinentur. Ubi simul ostenditur, quomodo curvæ quadrabiles detegantur, curvæ cum sectionibus conicis comparabiles investigentur, curvæ rectificabiles inveniantur & quæ sunt alia hujus generis.

§. 28. Anno 1730. *Jacobus Stirling* Londini in 4. charta augusta (Alph. 1. plag. 15.) edidit Methodum differentialem sive Tractatum de Summatione & interpolatione serierum infinitarum. In eo potissimum docet, quibus artificiis assequamur valores illarum curvarum, quæ summari nequeunt, ut habeatur solutio illorum problematum, quæ ex quadraturis pendent. Non modo inventa aliorum exponit, verum etiam propriis hanc doctrinam plurimum promovit, ut adeo opus insigne sublimioris Matheseos studiosis summopere sit commendandum.

§. 29. Commendanda hic quoque sunt *Abrahami de Moivre* Miscellanea analytica de seriebus & Quadraturis, quæ eodem anno Londini in 4. reg. (Alph. 1. plag. 9.) prodiere. Accessere variæ considerationes de Methodis comparationum, combinationum & differentiarum, solutiones difficiliorum aliquot problematum ad sortem spectantium, itemque constructiones faciles orbium Planetarum, una cum determinatione maximarum & minimarum mutationum, quæ in motibus corporum cœlestium occurrunt. Multa in hisce Miscellaneis occurrunt, quibus non modo serierum doctrina, verum etiam mensura sortis & alia ad Matheſin sublimiorem spectantia capita promoventur.

§. 30. Quæ *Newtonus* in Tractatu de Quadraturis curvarum dederat, alia methodo investigare docuit

cuit *Rgerus Cotesius*, Professor Astronomiæ & Experimentalis Philosophiæ apud Cantabrigienses, in Harmonia Mensurarum sive Analysi & Synthesi per rationum & angulorum mensuras promota, quam cum aliis ejusdem opusculis Mathematicis ejus successor *Robertus Schmith* Cantabrigiæ An. 1722. in 4. (plag. 50. Tab. I.) post mortem ejus præmaturam edidit. Potissimum ipsi propositum est dare *Logometriam*, quam vocat, qua scilicet per Logarithmos, sinus atque tangentes investigantur, quæ hactenus ad Quadraturam circuli & hyperbolæ fuerunt reducta, differentialium summatione ad mensuras rationum & angulorum reducta. In operibus Miscellaneis Æstimatio errorum in mixta Mathesi per variationes partium Trianguli plani & sphærici, qualia theoremata dedimus in Trigonometria plana, Tractatus de Methodo differentiali *Newtoniana*, quem multo ante ab eo conscriptum dicit Autor, quam a *Jonesio Newtoni* de eodem argumento Tractatus in Analysis superius commendata (§. 2.) ederetur, Canonotechnia sive constructio Tabularum per differentias & Tractatus de Descensu gravium, de motu pendulorum in Cycloide & de Motu projectorum. Quomodo inventa *Cotesiana* ex *Newtonianis* deducantur, docet Anonymus in Epistola ad Amicum de *Cotesii* inventis Londini eodem adhuc Anno in 4. edita (plag. 13.).

§. 31. *Leibnitius* calculum differentialem & summatorium primum exercuerat in quantitatibus finitis, veluti in summandis potentiis numerorum, & deinde lecto opere *Hugeniano* de horologio oscillatorio & opere Conico *Gregorii a S. Vincentio* ad quantitates infinite parvas applicavit, atque sic via vere analytica in calculum differentialem & summatorium seu integralem incidit, quali hodie in Geometria sublimiori utimur. In Anglia eundem calculum seu methodum fluxionum stylo Anglicano ad quantitates finitas applicavit *Brook Taylor* in Methodo incrementorum directa & inversa, quæ Londini 1715. in 4. (plag. 15½.) prodiit. De obscuritate, qua in scribendo usus Autor, publice conquestus est *Joannes Bernoulli*, ut adeo mirari desinant lectores in sublimioribus nondum satis versati, siquidem hinc inde hæsitent. Continentur tamen in hoc opere lectu digna.

§. 32. Integram Mathesin puram una cum Algebra & calculo differentiali succincte explicavit *Wilhelmus Jones* in Synopsi palmariorum Matheseos, Anglice Anno 1706. Lon-

Londini in 8. (plag. 20.) edita; sed sine interprete a tyronibus vix intelligetur, qui tamen hoc duce commode utuntur in repetendis iis, quæ ex aliis Autoribus didicere. In iis, quæ ad Algebram communem spectant, cum hac Synopsi convenit Tractatus de Algebra itidem Anglice scriptus & Londini 1717. in 8. reg. editus (plag. 15.) a *Ronaynio*: recentior enim analysis in eo desideratur, & methodus Tangentium atque de maximis & minimis per methodum exhaustionum illustratur.

§. 33. Equidem *Bernhardus Nieuwentiit* in Considerationibus circa Analyseos ad quantitates infinite parvas applicatæ principia & calculi differentialis usum in resolvendis problematibus Geometricis (Amstel. 1694. in 8. plag. 3.) & in Considerationibus secundis circa calculi differentialis principia (Amstel. An. 1696. in 8. plag. 3.) contra calculum differentialem nonnulla dubia movit, & hinc in Analysi infinitorum (Amstelod. An. 1695. in 8. plag. 20. Tab. 21.) methodum aliam substituit; sed non modo *Leibnitius* atque *Bernoullius* in Actis Eruditorum A. 1695. p. 310. & seqq. it. p. 369. & seqq. & An. 1697. p. 125. & seqq. verum etiam Cl. *Jacobus Hermannus*, nunc Mathematum Professor Francofurtanus, in Responsione ad illas considerationes secundas Basileæ A. 1700. in 8. (plag. 4.) iisdem abunde satisfecerunt, quamvis memini, quod hic *Leibnitio* non ex asse satisfecerit, quod quantitates infinite parvas tanquam entia realia consideret, cum tamen non sint nisi modus loquendi, qui exhibet stylo *Jungiano* toleranter vera, quemadmodum clarissime docui in Ontologia, in qua realia ab imaginariis ubivis discrevi. Analysi tamen infinitorum *Nieuwentiitiana* in rem suam uti norunt intelligentes. *Bernhardus de Fontenelle*, Academiæ Regiæ scientiarum, quæ Parisiis floret, Secretarius, idiomate patrio An. 1724. Parisiis in 4. reg. (Alph. 3. plag. 3. Tab. I.) edidit Elementa Geometriæ infinitorum (*Elemes de la Geometrie des infinis*), in quo potissimum sibi propositum habet, ut calculos hodie receptos ex ipsa notione infiniti deducat. Considerat vero, quemadmodum omnibus fere Mathematicis solenne est, infinite magnum & infinite parvum Mathematicorum per modum entis realis. Satisfacere intendit theoria sua iis, quibus Analysis infinitorum moderna suspecta videtur, ut adeo hic loci commemorari debuerit hoc opus.

§. 34. In Actis Philosophicis Anglicanis pro mensibus Septembri

& Octobri Anno 1708. editis scripserat *Iohannes Keill*, inventorem Arithmeticæ fluxionum sine omni dubio primum esse *Newtonum*, eandem tamen postea mutatis nomine & notationis modo editam esse a *Leibnitio* in Actis Eruditorum. *Leibnitius*, cui hæc Acta miserat Cl. *Sloane*, tum Societatis Regalis Secretarius, in literis d. 4. Martii An. 1711. datis de injuria sibi illata conquestus desiderabat, ut *Keillius* publice testaretur, non fuisse sibi animum *Leibnitio* imputandi, quasi alienum inventum sibi attribuerit. Enim vero *Keillius* in epistola ad eundem *Sloanium* data, quæ primum scripserat defendit & ostendere conatur, quomodo ex *Nevvtonianis* sua deduxerit. Cum candorem suum jam apertius, quam ante oppugnari existimaret *Leibnitius*, sibique parum convenire arbitraretur, ut provectiori ætate post tot documenta vitæ eum apologia defenderet; in literis ad *Sloanium* d. 29. Decembris An. 1711. datis æquitati Societatis committebat, annon coërcendæ sint vanæ & injustæ vociferationes, quas ipsi *Nevvtono* improbari putabat confisus eundem sententiæ suæ libenter daturum indicia. Jussit Societas monumenta antiquiora consuli & sociis aliquot in mandatis dedit, ut in eam rem inquirerent & quæ in scriptis antiquis invenirent ad eam una cum sententia sua referrent. Hi pronunciarunt, *Nevvtonum* esse primum inventorem, nec *Keillium* inventum eidem vindicantem injuriam feciisse *Leibnitio*. Jussu adeo Societatis Regiæ in lucem editum est Londini 1712. in 4. (plag. 15½.) Commercium epistolicum D. *Johannis Collins* & aliorum de Analysi promota & per Europam inter Mathematicos distributum. Continentur in eo excerpta ex literis, quorum autographa conservat illustris Societas Regalis, una cum epistolis *Nevvtoni* atque *Leibnitii*, quæ jam apud *Wallisium* Tomo tertio Operum leguntur, Tractatus de Analysi per æquationes numero terminorum infinitas a *Joneſio* editus (§. 26.), epistolæ *Leibnitii* ad *Hans Sloane* & *Keillii* responsiones ad easdem, de quibus modo diximus & Relatio ac sententia Commissariorum, quam modo retulimus.

§. 35. *Leibnitius* tunc temporis Viennæ in Austria degebat, nec Commercium epistolicum ibidem videre ipsi contingebat. Cum igitur ex ipso per litteras quærerem, num idem in Actis Eruditorum recenseri & quædam ad ipsum reponi consultum judicaret; consultius ipsi videbatur,

ut

ut charta quadam volante suppresso loci ac Autoris nomine publico significaretur, ipsum esse Viennæ nec Commercium epistolicum vidisse, atque ex litteris *Joannis Bernoulli* excerptum publicaretur, quo rationes continebantur, cur inventum calculi differentialis ipsi dubium reddi minime possit. Inde ansam arripiebat *Keillius* cum in Transactionibus Anglicanis, tum in Diario literario, quod Hagæ Comitum prodibat, paulo durius de *Leibnitio* atque *Bernoullio* scribendi. Quamobrem cum *Leibnitio* limites modestiæ transgredi videretur, a se impetrare non potuit, ut ipse responderet. Scripsit tamen sententiam suam ad amicos, ad quas ejus literas *Newtonus* quoque respondit, tumque apparuit, quæ *a Keillio* dicta fuerant, consentiente & approbante *Newtono* prolata fuisse. Epistolas hasce *Leibnitii* atque *Newtoni* idiomate Anglico cum excerptis nonnullis aliis Historiæ fluxionum suæ latine conscriptæ adjecit *Iosephus Raphson*, in qua originem & progressum hujus methodi brevissimo compendio exhibere intendit. Prodiit Londini 1715. in 4. (plag. 16.). Quid sibi proposuerit Autor, ipse in præfatione monet, scilicet inventiones præcipuas in hoc genere primis suis autoribus speciatim asserere & vindicare, & inprimis D. *Newtono* inventori longe & tempore primo, & præstantia inventionum præcellentissimo, & aditum patefacere tyronibus ad hæcce facilius & explicatius, adeoque ut cuivis introductionis loco ad *Newtoniana*, *Cheynæana* aliorumque inventa & congesta in hoc genere inserviret. Si quis historiam Analyseos infinitesimalis conscribere vellet, ut origo & progressus pateret ac unicuique, quod suum est, tribueretur; illi multo majore studio ac solertia inquirendum esset in ea, quæ a tempore *Cavallerii* usque ad præsens a Geometris fuere edita, & accurate determinandum, quantum unusquisque ex inventis alterius sibi notis vel proficere potuerit, vel actu profecerit: ubi certa a probabilibus exacte distinguenda. Sed alibi in Logica de historia scientiarum & artium mentem nostram aperuimus & uberius explicavimus.

§. 36. Controversia hæc de inventore calculi differentialis postea magna animorum contentione agitata, præsertim inter *Keillium* & *Ioannem Bernoullium*, de qua inprimis legi possunt Acta Eruditorum Lipsiensia. Nostrum jam non est eam definire, cum discussioni hic non sit locus, sine qua definiri nequit,

quit, nec hoc nobis sumimus. Neque opus est ex Actis laudatis huc transcribere, quæ ibidem legi possunt. Nos veneramur merita *Newtoni*, veneramur merita *Leibnitii*, *Bernoullii* aliorumque; æquum existimamus, ut suum cuique tribuatur & gloria, quæ dat vires præclara agendi, excitentur magna ingenia; in aliorum merita extollenda proni sumus: principiis tamen Philosophiæ moralis adversum judicamus de laude altercari, nec ulla nos autoritas movebit, ut altercationibus istiusmodi calculum adjiciamus.

§ 37. Antequam igitur recensioni præsenti Autorum colophonem imponamus, monemus curvarum descriptionem plurimum promovisse *Colinum Mac Laurin*, Matheseos in collegio novo Abredonensi Professorem, & *Guilielmum Braikenridge*, Ecclesiæ Anglicanæ Presbyterum. Edidit ille Londini An. 1720. in 4. (plag. 19. Tabb. 12.). Geometriam organicam, sive Descriptionem Linearum curvarum universalem. Docet in eadem, quomodo lineæ secundi, tertii, quarti tandemque ordinis cujuscunque describantur, & ubi ostendit, quomodo lineæ omnium ordinum altiorum ope linearum ordinis cujuscunque inferioris describantur, simul descriptionem Curvarum organicam *Newtonianam* demonstrat. Plurima hic reperies ad Geometriam sublimiorem spectantia. Alter horum autorum Londini 1733. in 4. in publicam lucem emisit Exercitationem Geometricam de Descriptione Linearum Curvarum (plag. 10.). Tradit primum descriptionem curvarum primi generis, seu linearum secundi ordinis, deinde vero descriptionem Linearum cujuscunque ordinis ope Linearum ordinis inferioris & denique descriptionem sectionum conicarum ope plurium rectarum circa polos moventium. Diversa tamen sunt ejus theoremata ab illis, quæ tradit prior, & plura hisce etiam majora promittit in una aut altera exercitatione post paucos menses edenda: Nobis tamen huc usque præter eam, quam hic commemoramus, nullam videre licuit. Utiles sunt descriptiones curvarum generales ad Theoriam Curvarum condendam, qualem adhuc desiderari supra (§. 19. c. 3.) monuimus. Quid enim tribuendum sit definitionibus geneticis, vel ex Synopsi Geometrica *Honorati Fabry*, e Societate Jesu, intelligitur, quæ Lugduni Gallorum in gratiam tyronum Anno 1669. in 12. edita (Alph. 1. cum figuris multis in folio excusis), & cui accessere

ceſſere tria opuſcula, nimirum de Linea Sinuum & Cycloide, de maximis & minimis centuria & ſynopſis Trigonometriæ planæ. Abſit tamen, ut cum Autoribus Anglis, quorum Tractatus hic commendavimus, æquipares *Bartholomæi Intieri*, Florentini, ad nova arcana Geometrica detegenda aditum, qui Beneventi 1703. in 4. (plag. 13. Tabb. 2.) & *Apollonium* ac *Serenum* Promotum, qui Neapoli 1704. in 4. (plag. 9. Tab. 1.) lucem adſpexit, ubi ſectionum conicarum graduum ſuperiorum geneſin tradit. A tyronibus tamen ea legi non inconſultum eſt, antequam ad ſublimiora Anglorum inventa pedem promoveant.

§. 38. Cæterum multa ad calculum differentialem & integralem ſpectantia peti debent ex Actis Eruditorum, ex Hiſtoria & Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, qui quotannis Pariſiis prodeunt & Amſtelodami recuduntur, ex Transactionibus Anglicanis, & ſeqq. ex Miſcellaneis Berolinenſibus & Commentariis Petropolitanis, de quibus ſingulis ſupra diximus (§. 36. & ſeqq. c. 1.). Inter Algebraiſtas inprimis quoque nominari debebant *Johan. Faulhaberus* ex textore Mathematicus inſignis, cum quo per aliquod tempus egit *Carteſius*, cum Algebræ vacaret, & *Juſtus Byrgius Wilhelmi* Haſſiæ Landgravii Mechanicus, ſed illius ſcripta perpauca, hujus nulla videre hactenus licuit.

§. 39. Coronidis loco adhuc obſervamus, in gratiam tyronum idiomate Anglico Inſtitutiones fluxionum edidiſſe *Humphredum Ditton*, in quibus præcepta calculi explicat & exemplis quibusdam ſelectis illuſtrat, cum iſtiusmodi libellus adhuc deſideraretur. Poſt obitum Autoris novam editionem dedit *Johannes Clarke*, Regi a ſacris ordinariis, quæ ſub titulo: *An Inſtitution of fluxions* Londini An. 1726. in 8. reg. (plag. 16.) prodiit. In eorundem uſum L. *Trevigar* Sectionum conicarum elementa methodo facillima demonſtrata edidit Cantabrigiæ Anno 1731. in 4. reg. (Alph. 1. plag. 1. Tabb. æn. 12.). In compendium miſit Tractatum analyticum de ſectionibus conicis *Hoſpitalii*, in quo methodus genetica cum analytica conjungitur, ut in Geometria & Algebra vel mediocriter verſatus præcipuas ſectionum conicarum proprietates addiſcere poſſit. Addidit nonnulla, quæ in Hoſpitalio deſiderantur, ſed ad Principia Philoſophiæ naturalis mathematica intelligenda requiruntur. In Italia vero *Franciſcus*

ciſcus Xaverius Brunetti, Sacrario Pontificis Maximi *Clementis* XII. Præfectus, ſub titulo: *Dell' Arithmetica commune e ſpecioſa Trattato*, ſeu Tractatus de Arithmetica communi & ſpecioſa, Romæ An. 1731. in 4. (Alph. 1. plag. 11. Tab. 2.). Introductionem edidit ad ſcripta arithmetica & analytica intelligenda, in quo præter Arithmeticam, Algebram quoque & Analyſin infinitesimalem recentiorem perſpicue explicat, ut adeo plura in hoc opere reperiantur, quam titulus promittit.

§. 40. *Caraccioli* edidit 1740. Librum de lineis curvis Piſa. 4. (plag. 14.) c. f. in quo curvas dividit in geometricas & mechanicas & undecim capitibus, de ſectionibus conicis, ciſſoide, conchoide, logarithmica, aliisque curvis egregie exponit. 1741. *Saunderſon* Cantabrigienſis Profeſſor anglica lingua edidit Elementa Algebræ decem libris comprehenſa. 2. Vol. in 4. qui liber non modo propter facilem methodum, qua auctor Algebraicas veritates proponit, ſed ideo quoque memoratu dignus eſt, quia eruditiſſimus auctor, a prima juventutæ uſum oculorum amiſit.

§. 41. The Elements of Algebra in a new and eaſe Method, auctore N. *Hammond* 1742. 8. vulgaria tantum continent problemata Arithmetica & Geometrica, præmiſſa tamen eſt Algebræ hiſtoria. Longe majorem attentionem meretur *Colini Mac. Laurin* tractatus de fluxionibus, anglice 1742. Edinburgi, 4to majori duobus Voluminibus (4. Alph. 4. plag.) editus. In egregio hoc opere theoriam fluxionum more antiquorum Geometrarum demonſtrat, & a putatitiis obſcuritatibus liberat. Primo libro de fluxionibus quantorum geometricorum agit, & hanc theoriam ad varia Mechanica, Aſtronomica, aliaque problemata applicat. Libro vero ſecundo calculum fluxionum proponit.

§. 42. Differentialem & integralem calculum ſingulari libro, cui titulus Memorie Analytiche expoſuit *Dominicus de Corradi.* Modena 1743. 4. (16. pl.) c. f. in quo non nova quidem proponit, ſed faciles tamen formulas exhibet. Facili methodo Algebram propoſuit. *Clairault* Elemens d' Algebre (8. 314. pag.) in quo libro Elementa calculi litteralis & vulgaris Algebræ ita proponuntur ut lectoribus videatur ſe ipſos regulas analyſeos inveniſſe. Potiſſimum in variis problematibus difficultates eadem per vulgarem Arithmeticam reſolvendi, demonſtrat & ad æquationum inventionem manu veluti ducit lectores. Germanica hujus libri verſio

sio *Mylii* prodiit 1753. 8. *L. Eulerus* 1748. Lausannæ edidit introductionem in Analysin infinitorum, in qua præmissis e vulgari Algebra scitu necessariis T. I. Arithmeticam hujus operis partem. T. II. vero partem Geometricam proponit. Quod opus omnibus, qui penitius analysin infinitorum intelligere cupiunt, quam maxime est necessarium. Hujus continuatio prodiit 1755, sub titulo: Institutiones calculi differentialis. 4to maj. Petrop. (4. Alph. 18. plag.) in qua omissa geometrica hujus calculi adplicatione ab aliis jam proposita, totum calculum summa accuratione explicat. *Bougainviller* integralem calculum egregio opere illustravit, quod anno 1755. Lut. Paris. 4. (2. Alph. 1. plag. 2. tabb.) prodiit sub titulo: Traité du Calcul Integral pour servir de suite à l' Analyse des infinimens petit de M. de l' Hôpital. In quo non quidem nova proponit, sed inventa celeberrimorum Mathematicorum in hoc calculi genere, studiose collegit atque digessit.

CAPVT V.

DE

TRIGONOMETRIA.

§. 1.

Trigonometria in gratiam Astronomiæ primum inventa: unde *Ptolomæus* sub initium operis sui Astronomici, tantum hujus doctrinæ exponit, quantum scopo suo sufficere visum est, & recentiores Astronomi passim institutionibus Astronomicis Trigonometriæ præcepta præmiserunt.

§. 2. Magis hanc scientiam excoluit *Iohannes de Regio Monte* in Libris quinque de Triangulis omnimodis An. 1464. conscriptis & Norimbergæ, mortuo Autore, a *Schonero* An. 1533. in fol. (2. Alph. 11. plag.) editis. Idem quoque Canonem Sinuum novum condidit assumto radio pro unitate eoque in fractiones decimales diviso, cum ante idem in 60 scrupula divideretur. Immo ipse primum radium sumebat 60 & nonnisi in fractiones decimales subdividebat: sed cum animadverteret præstare in calculo, si sinus totus sit 1, canonem suum reformavit, aut novum potius condidit. Canon Sinuum ad radium 60000 constructus subjungitur ejusdem Tabulis Directionum Profectionumque, de quibus

bus in Astronomia dicemus. Eum in plerisque sequitur *Clavius* (§. 24. c. 1.).

§. 3. Canonem Sinuum ad radium 1000000000000000 & ad dena quæque scrupula secunda Quadrantis supputavit *Ioachimus Rheticus*, quem mortuo Autore una cum Sinibus primi & postremi gradus ad eundem radium & ad singula secunda scrupula Quadrantis edidit *Bartholomæus Pitiscus* Francof. ad Mœnum 1613. in fol. (3. Alph. 21. plag.), qui adjecit principia Sinuum ad radium 10000000000000000000000 supputata & sinus decimorum, tricesimorum & quinquagesimorum quorumque scrupulorum secundorum per prima & postrema 35 scrupula prima ad radium 1000000000000 0000000000. Hujus Canonis usus inprimis est in corrigendis Tabulis Sinuum atque Tangentium vulgaribus.

§. 4. Multum nimirum Trigonometriæ perficiendæ incubuit *Rheticus*, Mathematum Professor Wittebergensis, sed qui relicta Professione ad *Copernicum* profectus & apud eum egit: quemadmodum ex Opere Palatino de Triangulis apparet, quod ab ipso cœptum consummavit L. *Valentinus Otho*, Principis Palatini Friderici IV. Electoris Mathematicus. Prodiit An. 1616. in fol. (21 Alph. 17. plag.). Continentur in eo 1. *Rhetici* libri tres de fabrica Canonis doctrinæ triangulorum & 2. ejusdem liber quartus de triangulis globi: 3. *Othonis* libri quinque de triangulis globi sine angulo recto: 4. prolixus Canon triangulorum.

§. 5. *Pitiscus* vero & ipse Trigonometriam egregie illustravit editis quinque de eadem libris A. 1599. quorum editio tertia auctior prodiit Francof. A. 1612. in 4. (2. Alph. 15. plag.) Libris istis subjicitur Canon Sinuum, tangentium & secantium una cum libris undecim, in quibus trigonometriæ usus in solutione problematum Geodæticorum, altimetricorum, architectonicorum, geographicorum, gnomonicorum & astronomicorum ostenditur, quæ a nobis suis in locis per eandem soluta.

§. 6. Non minus commendari merentur *Willebrordi Snellii* doctrinæ Triangulorum Canonicæ libri quatuor, quibus Canonis sinuum, tangentium & secantium constructio, triangulorum tam planorum, quam sphæricorum expedita dimensio breviter ac perspicue traditur una cum Canone Secantium. Post mortem Autoris eos edidit *Martinus Hortensius*, Delfensis (Lugd. Bat. 1627. in

in 8. plag. 29. & tractatus problematum geodæticorum & sphæricorum adjecit, quibus utriusque Trigonometriæ usus edocetur.

§. 7. A. 1591. *Philippus Lansbergius* edidit Geometriam Triangulorum, quæ Anno 1663. Middelburgi in Seelandia in fol. (plag. 11.) auctius recusa & primum inter opera ejus locum tenet (§. 26. c. 1.). In eo Trigonometriam tam planam, quam sphæricam & constructionem sinuum atque tangentium perspicue explicat, quemadmodum jam fecerat *Georgius Purbachius*, Præceptor *Regiomontani*, Professor Matheseos in Academia Viennensi, qui in promovendo Matheseos studio plurimum operæ collocavit, & de cujus meritis plura dicemus in Astronomia

§. 8. Insignis ad Trigonometriam accessio facta est, Logarithmis a *Johanne Nepero*, Barone *Merchistonii* Scoto, in eandem introductis. Prodiit mirifici Logarithmorum Canonis descriptio ejusque usus in utraque Trigonometria & omni Logistica Mathematica explicatio Edinburgi 1614. in 4. (plag. 21.) & opera filii parente mortuo recusum est opus auctius A. 1619. Accessere nempe tractatus aliqui de logarithmorum constructione posthumi. In eodem opere continetur regula generalis facilius solvendi triangulorum sphæricorum rectangulorum casus omnes, cui similem nos quoque dedimus in Elementis nostris. Cæterum logarithmi isti ab iis, quibus nunc utimur, sunt diversi: supposuit enim *Neperus* in prima eorundem constructione logarithmum Sinus totius seu radii 0, ut multiplicationem & divisionem in trigonometria plerumque prorsus evitaret, nec additionem vel subtractionem substituere opus haberet.

§. 9. Canonem *Neperi* ad singula minuta prima quadrantis constructum ad dena secunda extendit *Benjamin Ursinus*, Mathematicus Electoralis Brandenburgicus, & cum Canonis tam naturalis, quam artificialis constructionem, tum trigonometriam utramque & quidem sphæricam juxta *Neperum* explicavit in Trigonometria Coloniæ An. 1625. in 4. edita (constat liber 1. Alph. 12. plag. & Canon. 2. Alph. 11. plag.). Multa continet lectu digna, præsertim quoad constructionem Canonis & praxin Trigonometriæ sphæricæ.

§. 10. Postquam *Keplerus* hoc logarithmorum genus a *Justo Byrgio* supra laudato (§. 38. c. 4.) inventum, sed illo reprehendente in Rudolphinis f. 11. in privatos tantum usus reservatum, ad Astronomiam

transtulerat; ipsius gener *Jacobus Bartschius* Canonem *Ursini* reduxit, resectis tribus ultimis cyphris, & particulam antilogarithmorum exactiorum ad singula bina secunda, Tabulamque logarithmorum indicis prostaphæreseos supputavit atque Heptacosiadem *Keplerianam* ad singula scrupula secunda dilatavit. Has tabulas sub soceri *Kepleri* auctoritate Sagani edidit A. 1630. sed ob earum usum in calculo *Rudolphino* insignem sub titulo: *Joh. Kepleri & Jacobi Bartschii Tabulæ Manuales Logarithmicæ* A. 1700. Argentorati in 8. (1. Alph. 17. plag.) recudi fecit *Johann Caspar Eisenschmid.* Med. D.

§. 11. Ex consilio *Neperi* logarithmorum formam immutavit *Henricus Briggius*, Professor Geometriæ Oxonienſis, ita ut logarithmus unitatis fieret 0, quemadmodum nos exposuimus in Elementis Arithmeticæ cap. 8. Construxit Canonem Logarithmorum numerorum vulgarium ab 1. usque ad 20000 & a 90000 usque ad 100000, quem in Arithmetica Logarithmica una cum methodo inveniendi logarithmos & usu eorundem exhibuit A. 1624. in fol. Sed mox Goudæ A. 1628. in fol. (9. Alph. 7. plag.) eandem recudi fecit *Adrianus Vlacq*, Goudanus, qui logarithmos Briggianos 4 numeris minuit, lacunam inter 20000 & 90000 explevit, ut 100 logarithmorum chiliades exhibuerit, Canonem triangulorum seu tabulam sinuum & tangentium artificialium ad radium 10000000000 & ad singula scrupula prima quadrantis adjecit, in descriptione vero *Briggiana* quædam hic illic immutavit, quædam omisit, quædam adjunxit. Idem postea A. 1633. Canonem Sinuum atque Tangentium artificialium extendit ad singula dena secunda & sub Titulo Trigonometriæ artificialis seu Magni Canonis triangulorum Logarithmici, Goudæ in fol. (5. Alph. 3. plag.), adjectis Chiliadibus viginti Logarithmorum pro numeris naturali serie crescentibus *H. Briggii*, edidit.

§. 12. Inchoaverat idem *Briggius* Canonem Sinuum & tangentium artificialem pro gradibus graduumque centesimis, sed morte præpeditus non absolvit. Quæ adeo deficiebant, supplevit *Henricus Gellibrand* & A. 1633. sub nomine *Trigonometriæ Britannicæ* publicavit. Prodiit Goudæ in fol. (3. Alph. 7. plag.).

§. 13. Sub eodem Trigonometriæ Britannicæ nomine, sed Anglico idiomate opus trigonometricum præclarum edidit *Johannes Newton* Londi-

Londini 1658. in fol. (5. Alph. 19. plag.), in quo continentur 1. constructio & usus Canonis Sinuum & tangentium naturalis atque artificialis, 2. solutio triangulorum, tam planorum, quam sphæricorum, 3. chiliades centum logarithmorum pro numeris vulgaribus, 4. Canon logarithmorum pro sinibus & tangentibus ad singulos gradus & partes graduum centesimas, 5. Canon logarithmorum pro sinibus & tangentibus ad tres primos Quadrantis gradus & partes graduum millesimas.

§. 14. Fundamentum Logarithmorum breviter quidem, attamen perspicue exposuit *Stifelius* in Arithmetica integra (§. 7. c. 1.) lib. 3. f. 249. b & seqq. monens posse hic fere novum librum integrum scribi de mirabilibus numerorum, sed oportere, ut se hic subducat & clausis oculis abeat. Utilitatem fractionum decimalium ad exprimendos numeros prope veros, qui in calculo excludant errorem quantumlibet exiguum, adeoque contemnendum, dudum ante monstravit *Regiomontanus*. Hisce igitur luminibus usi sunt *Briggius* atque *Neperus* in Logarithmis computandis. Recentiores vero alias invenere methodos, de quibus in Algebra agitur. Illa tamen, qua usi sunt Canonis conditores, ad captum tyronum composita, adeoque a nobis in Arithmetica retenta. *Will. Gardiner* tabulas Logarithmicas 1742. Londini edidit sub titulo: Tables of Logarithms for the Sines and Tangents to every ten seconds of the quadrant. 4. In quibus non solum logarithmi sinuum & tangentium ad singula decem minuta secunda, sed & ad singula minuta secunda 72 minutorum primorum continentur, & præterea logarithmi numerorum ab unitate ad 102100, & usus Logarithmorum variis exemplis demonstratur.

§. 15. An. 1643. Bononiæ in 4. (1. Alph. 1. plag.) *Bonaventuræ Cavallerii* Trigonometria plana & sphærica, linearis & logarithmica, cum canone duplici Trigonometrico & chiliade numerorum absolutorum ab 1. usque ad 10000. eorumque logarithmis ac differentiis, opus Autore suo dignum, prodiit. Eodem usus est *Geminianus Rondelli*, Mathem. Professor Bononiensis, qui An. 1705. Bononiæ in 4. (2. Alph. 12. plag.) Trigonometriam universalem linearem & logarithmicam, Italico idiomate edidit, cum canone sinuum, tangentium & secantium, atque logarithmorum sinuum & tangentium & decem chiliadibus logarithmorum pro numeris vulgaribus.

§. 16.

§. 16. *Sethi Wardi* Idea Trigonometriæ demonſtratæ, quæ cum Prælectione de Cometis & Inquiſitione in *Bullialdi* Aſtronomiæ Philolaicæ fundamentum Oxonii An. 1654. in 4. (plag. 3.) prodiit, eſt admodum conciſa & characteribus expreſſa. Ejusdem vero indolis eſt Trigonometria *Wilhelmi Oughtredi*, quæ cum canone ſinuum, tangentium & ſecantium Londini 1657. in 4. lucem adſpexit (1. Alph. 13. plag.). In eundem quoque cenſum veniunt *Joannis Wilſon* Principia Trigonometriæ ſuccincte demonſtrata, quæ Lugduni Batavorum An. 1718. in 8. (plag. 5. Tab. 2.) prodiere.

§. 17. *Richardus Norwood* in Trigonometria, quæ Anglico ſermone Lond. 1651. in 4. recuſa, (2. Alph. 3. plag.) præter Trigonometriam planam & ſphæricam logarithmorum doctrinam explicat, & omnia trigonometriæ ſphæricæ problemata per duo axiomata fundamentalia *Neperi* ſolvit. Adjiciuntur canones ſinuum & tangentium naturalium atque artificialium cum 10. chiliadibus logarithmorum pro numeris vulgaribus.

§. 18. *Wilhelmus Hawney* A. 1725. Londini in 8. reg. (Alph. 1. plag. 8.) Trigonometriam planam & ſphæricam omnem explicatam dedit & ejus uſum in Navigatione, Aſtronomia, Geographia, Architectura militari, Geodæſia & Euthymetria, atque Gnomonica prolixe commonſtravit in libro ſermone Anglico edito ſub titulo: *The Doctrine of plain and ſpherical Trigonometrie.*

§. 19. Compendium Trigonometriæ planæ & ſphæricæ non contemnendum Leodii 1704. in 8 ($12\frac{1}{2}$. plag.) edidit *Jacobus Gooden*, e Societate Jeſu, in quo regulæ accurate demonſtrantur & exemplis utilibus ex Geodæſia, Aſtronomia & Geographia petitis illuſtrantur. Adjiciuntur palmaria ex *Euclide* theoremata cum Canonibus ſinuum, tangentium & logarithmorum contractis.

§. 20. In curſibus Trigonometriam bene explicant *Dechales* atque *Ozanam* (§. 4. 7. c. 1.). Præterea in multis aliis libris, qui de Aſtronomia & Navigatione conſcripti ſunt, Trigonometria tam plana, quam ſphærica explicatur. Sed de eo dicemus ſuo loco, quando illorum mentionem facturi ſumus.

§. 21. Tabulæ ſinuum & tangentium itemque Logarithmorum ſeparatim editæ commendantur *Ulacci*, quæ Hagæ Comitum An. 1665. prodierunt, & *Ozanami*, quæ juxta eas correctæ. Quid nos in noſtris præſtiterimus, quæ Halæ 1711. (plag.

(plag. 20.) prodierunt, & 1728. recusæ ex præfatione iisdem præfixa intelligi potest.

§. 22. Analysis specioſa Trigonometriæ sphæricæ, primo mobili, Triangulis rectilineis & Progressioni Arithmeticæ & Geometricæ aliisque variis Problematis applicata a R. P. *Jacobo Kresa*, e Societate Jesu, quæ Pragæ prodiit 1720. in 4. (Alph. 2. Tab. 2.), docet usum Algebræ communis, cujus Isagoge libro primo præmittitur, in Trigonometria plana & Sphærica.

CAPVT VI.

DE

STATICA ET MECHANICA.

§. 1.

Theoria Staticæ atque Mechanicæ apud veteres fuit valde imperfecta, nec quicquam ea de re extat, nisi quod *Archimedes* in duobus de æquiponderantibus libris de centro gravitatis figurarum planarum, & de statices palmario fundamento, & *Pappus* lib. 8. Collect. Mathemat. de quinque Potentiis mechanicis vecte, axe in peritrochio, trochlea, cochlea & cuneo demonstrat.

§. 2. Neque ulterius progrediuntur Autores recentiores, qui institutiones Mechanicas ediderunt: immo plerique Archimedea de centro gravitatis, quæ non sunt ad palatum tyronum, nec ad praxin directe tendunt, omittunt. Pertinent huc *Guidi Ubaldi* liber Mechanicorum Pisauri Anno 1577. editus in fol. (2. Alph.) *Simonis Stevini* Statica (§. 23. cap.); *Jac. Rohauld* Tractatus de Mechanica, qui inter posthuma habetur Hagæ 1690. in 12. reg. (1. Alph. 22. pl.) edita & non nullis editionibus Physicæ ejus in Latinum versæ subjungitur; *Ignatii Gastonis Pardies* Statica Gallicæ Hagæ comitum An. 1692. in 12. (10½. plag.) tertia vice recusa & vitiosissime in Latinam linguam translata; *Bernhardi Lamy* Tractatus Gallicus de Mechanica (Parisiis 1687. in 12. plag. 12.), cui accessit plagula una continens Novam methodum demonstrandi præcipua theoremata Elementorum Mechanicorum; *Guil. Oughtred* Institutiones Mechanicæ (§. 27. cap. 1.), *Pauli Casati* Me-

chanicorum libro octo Lugduni Gallorum An. 1684. in 4. (4. Alph. 7. plag.) & *And.* Jungenickels, ex vitriario primum militis gregarii, deinde Suggestuum tormentorum Præfecti Clavis Machinarum, Germanicæ conscripta & Norimbergæ A. 1661. in 4. (2. Alph. 3. plag.) edita. Hos inter *Stevinus* atque *Casatus* multa ad praxin profutura afferunt: *Rohaltius* atque *Lamy* ob perspicuitatem tyronibus commendandi: *Jungenickelius* iis satisfacit, qui in Geometria non multum versati fundamenta mechanica populari modo cognoscere cupiunt.

§. 3. Theoriam potentiarum mechanicarum, quæ dicuntur seu machinarum simplicium nemo prolixius demonstravit, ac singula huc spectantia ulterius exposuit, quam *Tarignonius* in opere posthumo, quod duobus Tomis Parisiis A. 1725. in 4. reg. (Alph. 4. plag. 21. Tabb. 64.) sub titulo: *Nouvelle Mechanique & Statique* prodit, ubi ex motu composito demonstrationes deducit. Ad eorum palatum est, qui theoriis profundis delectantur. Ideam hujus operis jam publicaverat A. 1687. Parisiis in 4. sub titulo: *Projet d' une nouvelle Mechanique*, in quo nonnisi principia continentur peritis valde probata. Adjiciuntur duo Tractatus, quorum primo examinatur Machina ab afflictu liberata, cujus mentionem facit *Perrault* in Commentario ad *Vitruvium*; secundo autem opinio *Borelli* de ponderibus ex chorda suspensis.

§. 4. Ulterius primus omnium progressus *Gallilæus Gallilæi* in discursibus & demonstrationibus Mathematicis circa duas novas scientias, pertinentes ad Mechanicam & motum localem, una cum Dialogis ejus de systemate mundi Lugduni Bat. 1699. in 4. editis. (Dialogi de motu constant 1. Alph. 14. plag.). In iis enim resistentiam solidorum considerare aggressus est, quamvis parum feliciter, usus nimirum principiis parum genuinis; & de motu cum generalia tradidit, tum in specie motum gravium tam libere, quam super plano inclinato descendentium vel ascendentium, atque motum projectorum & pendulorum felicissime evolvit.

§. 5. Inventa *Gallilæi* expolivit discipulus ejus *Evangelista Torricellius* in libris duobus de motu gravium naturaliter descendentium & projectorum, qui inter opera ejus Geometrica habentur (§. 12. cap. 3.), immutavit *Joh. Baptista Balianus* in Tractatu de motu naturali gravium (Genue 1646. in 4.), sed parum feliciter

liciter, & doctrinam de motu pendulorum ulterius promovit *Christianus Hugenius* in insigni Tractatu de Horologio oscillatorio Paris. A. 1673. in fol. (2. Alph.), cujus etiam parte tertia de linearum curvarum evolutione & dimensione Geometria sublimior novis inventis illustratur. Illustris *Leibnitius* de resistentia solidorum certiora dedit in Actis Eruditorum A. 1684. p. 319. & eandem doctrinam celeberrimus *Varignonius* more suo maxime universalem reddidit in Commentariis Academiæ Regiæ scientiarum A. 1702. p. 87.

§. 6. *Joh. Alphonsus Borellus* in Tractatu de vi percussionis regulas motuum explicare aggressus est. Prodiit primum Bononiæ A. 1666. in 4. & cum Tractatu altero de motionibus naturalibus a gravitate pendentibus Lugd. Batav. A. 1686. in 4. (3. Alph. 18. plag. 21. Tabb. æn.). Idem in Opere eximio de motu animalium Lugd. Batav. 1687. in 4. (3. Alph. 18. plag. 18. Tabb. æn.) regulas Staticorum ad motus animalium varios explicandos applicavit.

§. 7. Primi regulas motuum veras dedere eodem tempore *Wallisius*, *Hugenius* & *Christophorus Wren*: ille quidem de Corporibus non elasticis, hi vero de corporibus elasticis. Extant regulæ *Wallisianæ* in Transactionibus Anglicanis n. 43. p. 864. & *Wrennianæ* n. 43. p. 867. & *Hugenianæ* n. 46. pag. 927. Conf. the Philosophical Transactions abrig'd by *Jon. Lowthorp* Vol. I. cap. 5. p. 545. & seqq.

§. 8. *Hugenius* postea Tractatum peculiarem de motu corporum ex percussione conscripsit, qui inter posthuma opera habetur, & in quo inventa sua clarius explicat: *Wallisius* vero absolutissimum de Mechanica seu motu opus perfecit, Oxonii A. 1669. in 4. primum editum, deinde Tomo primo Operum insertum, in quo non solum inventa veterum & *Gallilæana*, *Wrenniana*, *Hugeniana* atque propria ope analyseos plerumque demonstrantur, verum etiam in prolixa de centro gravitatis pertractatione multa ad Geometriam sublimiorem spectantia una evolvuntur. Utitur Arithmetica hinc inde infinitorum, sed ope calculi differentialis ac integralis talia felicius eruuntur.

§. 9. Quoniam opus præclarum captum tyronum transcendit; operæ pretium fecit Cl. *Joh. Keill*, Astronomiæ Professor in Academia Oxonienſi, quod in introductione ad Veram Physicam, quæ An. 1705. Oxonii in 8. reg. (19½. plag.) auctior recusa, palmaria illius de motu

dogmata ad captum tyronum ex elementis demonstraverit, more veterum Geometrarum.

§. 10. Cel. *Philippus de la Hire* in Tractatu de Mechanica (Paris. 1695. in reg. 12. plag. 18.) non modo ea demonstrat, quæ ad praxin mechanicam usui sunt; verum etiam motuum doctrinam attingit. Unde merito in hoc genere commendatur.

§. 11. Prostant etiam alia de motu corporum ex percussione Scripta particularia. Pertinet huc *Mariotti* Tractatus de percussione corporum (*du Choc des corps*,) qui Parisiis 1673. in 12. (plag. 18. Tab. 2.) editus Autore suo dignus; & inter opera ejus legitur, quæ Lugduni Batavorum An. 1717. in 4. (Alph. 4. plag. 2. Tabb. 25.) prodierunt. In eo ex experimentis pendulorum demonstrationes deducit; P. *Dechales* Tractatus Gallicus de motu (Lugd. Gall. 1682. in 8.) & P. *Pardies* discursus de motu locali (Hag. Comit. 1692. in 12. tertia vice Gallice recusus) non magni momenti, nec veritati per omnia consentaneus. Inprimis vero hic nominanda sunt Elementa Gallica Mechanicæ & Physicæ a *Parentio* Paris. 1700. in reg. 12. (plag. 22. Tabb. 12.) edita, quamvis non satis perspicua.

§. 12. *Hugenius* primum considerare cœpit in motu curvilineo, præsertim circulari, vim centrifugam, & de ea aliquot theoremata, sed suppressa demonstratione, Tractatui de Horologio oscillatorio (§. 4.) subjunxit. Conscripsit deinde Tractatum de vi centrifuga, qui inter posthuma comparet, ubi theoremata ista demonstrantur. Sed antequam is in publicum prodiret, Cl. *Keillius* faciles ac elegantes eorundem theorematum demonstrationes dedit sub finem Introductionis ad veram Physicam modo laudatæ (§. 9.). Easdem regulas per calculum differentialem in Commentariis Academiæ Regiæ scientiarum An. 1700. p. 19. eruit *Hospitalius* & nos nostro more in Elementis Mechanicæ demonstravimus.

§. 13. De motu, præsertim curvilineo, inventa prorsus præclara & admiranda dedit Geometra Summus *Isaacus Newtonus* in excellenti Principiorum Mathematicorum Philosophiæ Naturalis Opere (Londini An. 1682. in 4. reg. 2. Alph. 18. plag.), quod hinc inde emendatum & auctum Cantabrigiæ 1713. in 4. reg. (2. Alph. 19. plag.) & mox Amstelodami 1714. eadem forma recusum cum præfatione *Rogeri Cotes*, Astronomiæ & Philosophiæ experimentalis Professoris Plumiani in Academia Canta-

Cantabrigiensi, qui operam dedit, ut opus præstantissimum nitide inprimeretur. Tandem An. 1726. Londini in 4. reg. (Alph. 2. plag. 3.) prodiit editio tertia, aucta & emendata, ceteris omnibus præferenda. Docetur in hoc opere applicatio Geometriæ ad Naturæ explicationem & scientia mechanica mirifice fuit promota.

§. 14. Excitavit illud attentionem Geometrarum primi ordinis, eosque incitavit, ut varia ad majorem universalitatem perducerent & ulterius proveherent: quos inter inprimis nominandus mihi est celeberrimus *Varignonius*, cujus præclara in hoc genere meditata in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum passim leguntur.

§. 15. Cæterum cum ad lectionem operis *Newtoniani* non admittantur, nisi in Theoria mathematica multum diuque versati, cum in ea majorem perspicuitatem desideraverit ipse *Hugenius; Guilielmus Whiston*, Matheseos tum Professor in Academia Cantabrigiensi, in Prælectionibus Physico - Mathematicis Philosophiam Newtoni mathematicam explicatius tradidit & facilius, quamvis subinde laxius demonstravit (Cantabrigiæ An. 1710. in 8. 1. Alph.). Forsan huc etiam tendit liber alius ab *Henrico Ditton* Londini A. 1706. sub titulo: *the general Laws of nature and motion wit their application to Mechanicks, also the doctrine of centripetal forces and velocities of bodies, describing any of the Conick Sections* editus, quem nobis non visum nomen Autoris ex aliis specieminibus nobis noti commendat.

§. 15. Inprimis etiam loco introductionis in opus *Newtonianum* commendanda est explicatio quarundam sectionum ejusdem, quam dedit *Johannes Clarke* & sub tituto: *A Demonstration of some of the principal sections, of Sir Isaac Newtons principles of natural Philosophy, in Wich his peculiar method of treating that useful subjectis explained and applied to some of the chief phænomena of the system of the World* Lond. 1730. in 8. reg. (plag. 22. Tabb. 17.) edidit, & omnium maxime *Domickii* Philosophia mathematica *Newtoniana* illustrata, quam Latino sermone conscriptam Londini An. 1731. in 8. (Alph. 1. plag. 3. Tabb. 16.) publici juris fecit autor. Enimvero cum opus *Newtonianum* merito tantopere celebratum a tyronum non modo, sed etiam provectiorum captu valde removeatur, utilissimam operam sumeret, qui continuo Commentario idem illustraret, qualem in Geome-

triam *Carteſii* edidit *Rabuel* (§. 7. c. 4.). Præſtaret enim, ut principiis Geometriæ, Analyſeos & Mechanicæ inſtructus ſtatim ad lectionem ejus accederet, cum dulcius ex fonte bibantur aquæ, quam demum per ambages non ſine multo temporis diſpendio ad eandem perduceretur, aut prorſus ab eadem avocaretur.

§. 17. Multa egregia de motu & reſiſtentia cum ſolidorum, tum fluidorum a celeberrimis ævi hujus Geometris detecta in Actis Eruditorum & Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, nec non in Transactionibus Anglicanis, paſſim extant: & præclarum de motu ſolidorum & fluidorum opus Geometræ inſignis *Jacobi Hermanni*, Mathematum Profeſſoris primum Patavii, deinde Francofurti ad Oderam, poſthac Petropoli Mathematum, tandem in Academia patria Baſilienſi Philoſophiæ moralis celeberrimi, Amſtel. 1716. in 4. (Alph. 2. plag. 15. Tabb. 12.) ſub *Phoronomiæ* nomine editum plurima inventa nova eaque egregia continet. More veterum doctrinam hanc demonſtrare voluit, quorum tamen methodum non ſatis familiarem expertus, nec intimius perſpectam poſſedit, ut adeo & ſibi, & aliis magis conſuluiſſet, ſiquidem analytica methodo, in qua erat verſatiſſimus, uſus fuiſſet.

§. 18. Ne igitur deſideraretur opus Mechanicæ, in quo Motus ſcientia profundius explicaretur, & lectores ad ſolvenda proprio Marte problemata præpararentur, *Leonhardus Eulerus*, Academiæ Imperialis ſcientiarum, quæ Petropoli floret, Membrum & Matheſeos ſublimioris Profeſſor, Mechanicam ſive Motus ſcientiam analytice expoſitam conſcripſit & duobus Tomis Petropoli in 4. reg. (Tom. I. Alph. 2. plag. 17. Tabb. 14. & Tom. II. Alph. 2. plag. 18. Tabb. 18.) in lucem publicam emiſit, plura ſuo tempore additurus. Reperies in hoc opere multa nova, quæ alibi fruſtra quæſiveris, & ad ejus lectionem cum fructu abſolvendam admittitur, qui in Analyſi finitorum & infinitorum ſatis fuerit exercitatus.

§. 19. Quibus machinarum conſtructio curæ cordique eſt, in eorum gratiam Tractatum de Viribus motricibus (*Traité des Forces mouvantes*) Pariſiis An. 1722. in 8. reg. Alph. 1½. Tabb. 8.) edidit *de Camus*. Explicantur enim principia & ad machinas applicantur, quorum in praxi mechanica cognitio præſupponitur.

§. 20. Machinarum deſcriptiones dederunt *Jacobus de Strada Ferdinandi*,

dinandi, *Maximiliani* & *Rudolphi* II. Imperatorum Antiquarius, A. 1618. a nepote *Octavio de Strada* in publicum emissas, & An. 1629. recusas; *Zeisingius* in Theatro Machinarum Lipsiæ An. 1612. in 4. edito, *Jacobus Besson* in Theatro instrumentorum & machinarum 1582. in lucem emisso in fol. (plag. 32.), cum *Francisci Beroaldi*, Figurarum declaratione demonstrativa & *Jolii Paschalis* additionibus; *Augustinus de Ramellis de Masanzana* in opere, quod ex Gallico in sermonem Germanicum translatum Lipsiæ An. 1620. in fol. (7. Alph. 18. plag.) sub titulo: Schatz-Kammer Mechanischer Künste prodiit, & *Georgius Andreas* Böckler, in Theatro Machinarum novo (Norimb. 1673. in fol. plag. 11. Tabb. æn. 154.).

§. 21. Quoniam descriptiones machinarum, quas Autores isti tradunt, omnes sunt nimis breves, & inprimis dimensionum rationes non exprimunt, ita ut adæquata machinarum idea inde hauriri nequeat; Mechanicus ingeniosus atque industrius *Jacobus Leopoldus* novum promisit Theatrum machinarum & instrumentorum in Actis Eruditorum An. 1712. p. 366. cui ut staret, ipsimet eum hortati sumus. Stetit tandem, quantum per fata licuit, & Lipsiæ An. 1724. in publicam lucem protulit *Theatrum machinarum generale*, Schau-Platz des Grundes mechanischer Wissenschafften in fol. (Alph. 2. plag. 20. Tab. 71.), in quo potentias mechanicas & virium motricium ad machinas applicationem declarat. Eodem adhuc anno comparuerunt *Theatrum machinarum hydrotechnicarum*, Schau-Platz der Wasser-Bau-Kunst, ea tradunt, quæ ad architecturam aquarum faciunt (Alph. 2. plag. 5. Tabb. 51.) & pars prior *Theatri machinarum hydraulicarum* Schau-Platz der Wasser-Künste, in quo repræsentantur machinæ ad aquas elevandas excogitatæ (Alph. 2. Tabb. 52.). Pars posterior subsecuta anno sequente (Alph. 2. plag. 1. Tabb. 54.). Eodem adhuc anno 1725. comparuit *Theatrum Machinarium*, quod vocat Autor, Schau-Platz der Hebezeuge (Alph. 2. Tab. 96.), in quo reperies machinas ponderibus elevandis aptas hisque agnatas, & *Theatrum staticum universale*, Schau-Platz der Wage- und Gewicht-Kunst, (Alph. 2. plag. 11. Tab. 57.), quod exhibet varias librarum & staterarum structuras una cum instrumentis hydrostaticis meteorologicis & ad libellationem necessariis, & quæ ad pondera spectant, explicat. A. 1726.

1726. *Theatrum Pontificiale*, quod vocat autor, Schau-Platz der Brücken und des Brücken-Baues (Alph. 1. plag. 21. Tab. 57.), quæ eam Architecturæ partem illustrat, quæ de pontibus struendis agit. Tandem A. 1727. *Theatrum Arithmetico Geometricum*, Schau-Platz der Rechen- und Meß-Kunst (2. Alph. 8½ plag. Tabb. 43.) successit, in quo instrumenta arithmetica & geometrica describuntur. Nisi mors Autoris finem imposuisset, dare adhuc constituerat Theatra 1. fontium hydraulicorum, 2. molarum, 3. ad mechanicam ignis spectantium, 4. machinarum in metalli fodinis usitarum, 5. machinarum & instrumentorum, quæ in Architectura civili & militari usui sunt, 6. quæ in re Oeconomica & 7. venatoria usum habent, 8. machinarum & instrumentorum aërometricorum, 9. machinarum & instrumentorum opticorum, 10. machinarum & instrumentorum in Gnomonica & arte horologiopæa usitatorum, 11. instrumentorum astronomicorum, 12. acusticorum & musicorum aliorumque agnatorum, 13. anatomicorum & chirurgicorum, & tandem omnium machinarum & instrumentorum apud artifices & opifices obviorum.

§. 22. Dolendum inprimis erat, quod molarum usitatarum genera cum Architecturæ parte, quæ iisdem excitandis destinatur, non describere potuerat Autor. Hunc igitur defectum supplere conatus est *Johannes Matthias Beyer*, qui per modum Tomi noni Theatri machinarum *Leupoldi* Anno 1735. Lipsiæ in fol. (Alph. 1. plag. 14. Tab. 43.) edidit, in quo non modo usitata molarum genera, verum etiam ea, quæ ad extructionem earundem necessaria scitu, describuntur. Accessit Tomus secundus, in quo jura molendinorum operose congeruntur (Alph. 2. plag. 12.) in usum Jurisperitorum.

§. 23. Molas Batavorum peculiari libro exhibuit *Petrus Limpergh* sermone patrio, cujus *Mole-Bæk* Amstelodami A. 1690. in fol. reg. (plag. 2. Tabb. 32.) prodiit. Accuratiores illarum delineationes ac descriptiones dedit *Johannes van Zyl* in Theatro Machinarum universali *of groot algemen Moolen-Bæk*, cujus Tomus I. Amstelodami A. 1734. in fol. reg. prodiit (plag. 6. Tabb. 56.), etenim singulæ partes, qualescunque tandem fuerint, quam accuratissime secundum suas dimensiones repræsentantur, ut integræ structuræ adæquatam ideam inde haurire liceat. Textus in Germanicam linguam trans-

translatus fuit, ut operis hujus etiam in Germania esset usus.

§. 24. Accuratas quarundam machinarum recentius inventarum descriptiones dedit *Perrault* in opusculo Gallico, quod sub titulo: *Recueil de plusieurs Machines de nouvelle invention* Parisiis An. 1700. in 4. (plag. 7. Tabb. 11.) prodiit, & *Hugenius* cum in Tractatu de horologio oscillatorio horologium a se inventum, tum in operibus posthumis automatum suum planetarium accurate describit.

§. 25. In Gallia machinas ab Academia Scientiarum approbatas, a prima fundatione usque ad nostra tempora una cum illarum descriptionibus delineatas consensu Academiæ sub titulo: *Machines & Inventions approuvées par l' Academie Royale des Sciences*, Parisiis sex Tomis publici juris fecit *Gallonus*. An. 1735. in 4. reg. (Alph. 6. plag. 20. Tabb. 422.). Non modo machinæ scenographice repræsentantur, verum etiam ichnographice cum orthographiis & singularum partium delineationibus adjiciuntur, ubi opus fuerit. Descriptiones sunt satis accuratæ, ut nihil in iis desiderari possit. Subinde etiam vires ad agitandam machinam requisitæ ad calculum revocantur, aliaque cognitu necessaria annotantur. Opus hoc Mechanicæ practicæ cultoribus plurimum commendandum.

§. 26. Structuram horologiorum exponit Anglus Anonymus in Tractatu Anglico, qui auctior Londini An. 1700. in 12. reg. sub titulo: *The artificial Clockmaker* ($7\frac{1}{2}$. plag. Tabb. 2.) prodiit & An. 1707. in Germanicum idioma translatus novæ editioni Gnomonicæ *Welperianæ* subjungitur: quod argumentum etiam attingit *Oughtredus* in posthumis pag. 68. & seqq. Idiomate autem Germanico de horologiorum structura commentatus est *Ioannes Georgius Leutmannus*, in mechanicis & praxi optica versatissimus. Prodiit ejus Tractatus sub titulo: Vollständige Nachricht von den Uhren Halæ 1718. in 8. (plag. 9. Tab. 7.). Addidit An. 1722. Continuationem, in qua supplentur, quæ desiderari poterant de horologio examinatorio & repetitorio (plag. 12. Tabb. 22.).

§. 27. Autoribus tamen istis palmam præripit *Dom Jacobus Alexander*, Monachus Benedictinus Congregationis S. Mauri, in Tractatu generali de Horologiis, qui sub titulo: *Traité general des Horloges* Parisiis in 8. maj. 1734. prodiit (Alph. 1. pl. 2. Tabb. 25.), quem ob utilitatem suam me suasore in Germanicam

nicam linguam transtulit *Christianus Philippus Bergerus*, Medicinæ Doctor, & Lemgovii An. 1738. in 8. (Alph. 1. plag. 5. Tabb. 25.) edidit sub titulo: **des P. Dom. Jacob Alexanders ausführliche Abhandlung von den Uhren.** Agit etiam de horologiis solaribus majoribus construendis. Cæterum hoc opus omnibus commendandum, qui horologiorum constructionem accurate cognoscere desiderant. Singularia vero de constructione horologiorum tradit in libro Gallico *Henricus Sully*, qui secunda vice auctior recusus Parisiis An. 1737. in 12. (plag. 20. Tab. 5.) cum multis accessionibus. Maximopere commendandus iis est, qui perfectionem horologiorum curæ cordique habent, atque adeo in Germanicam linguam verti meretur, ut Tractatui *Alexandri* jungi posset. Non omittendus denique est libellus anno 1752. cum præfatione G. E. *Hambergü* editus a J. G. *Hartmanno*, **Unterricht von Verbesserung der Sackuhren**, Jena 8. (9. plag. 1. tab.).

§. 28. Silentio denique hic præterenda non erant *Caspari Schotti*, e Societate Jesu, Technica curiosa, libris 12. comprehensa, quæ Norimbergæ An. 1664. in 4. (Alph. 6. Tabb. 20.) prodiit. Etenim in ea præter varia experimenta aliaque technasmata continentur etiam mechanica, chronometrica & automatica, consequenter plurima ad Mechanicam practicam spectantia. Edidit idem Magiam universalem Naturæ & Artis in tres partes distributam Bambergæ 1677. in 4. (Alph. 14. plag. 2. Tab. 90.): pars enim tertia multa continet, quæ ad Mechanicam & staticam spectant, nimirum quæ sub nominibus Magiæ centrobarycæ, mechanicæ, thaumaturgæ libris tribus prioribus continentur.

§. 29. Idem *Schottus* in Technica curiosa lib. 9. sub titulo mirabilium chronometricorum multa artis horologiopææ utilia tradit, præter alia mechanica. Inprimis etiam de mobili perpetuo varios conatus describit.

§. 30. Anno 1740. Matheseos Professor Pisanus *Guido Grandi* edidit Institutiones mechanices, lingua Italica Florent. 8. (10. plag.), in quibus theoriam motus, centri gravitatis, motus projectorum & resistentiæ solidorum, satis egregie explicantur. Ad præstantiora scripta Mechanica practica machinas concernentia in metallurgicis obvias pertinet egregium opus H. Calvör, quod 1763. Brunswigæ prodiit sub titulo: *Acta historico chronologico mechanica circa metallurgiam in Hercynia superiori* fol. (1. Tom. 50. plag. 20. tabb.

2. Tom.

2. Tom. 2. Alph. 13. plag. 28. tabb.), in quo non modo machinæ in Hercynia superiori revera usitatæ describuntur, sed & eorundem historia & successiva mutatio traditur.

§. 31. Maximopere denique de motus doctrina meritus est *L. Eulerus* edita 1765. Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum. Rostochi 4. (3. Alph. 15. tabb.). In qua motus rigidorum seu perfecte durorum corporum, tam progressivus quam rotatorius solidissime traditur.

CAPVT VII.

DE

HYDROSTATICA AEROMETRIA ET HYDRAVLICA.

§. 1.

Hydrostaticam primus docuit *Archimedes* in libris de insidentibus humido, cujus dogmata ad experimenta applicavit *Marinus Ghetaldus* in Archimede promoto: unde sua excerpsit *Oughtredus* (§. 19. cap. 1.).

§. 2. *Mariottus* in Tractatu Gallico de motu aquarum & aliorum corporum fluidorum, qui primum sub titulo: *Traité du mouvement des eaux & des autres corps fluides* prodiit Parisiis An. 1686. in 12. reg. (plag. $17\frac{1}{2}$.) & in editione Batava operum ipsius legitur, propositionum hydrostaticarum & hydraulicarum magnam partem & rationibus confirmavit, & experimentis comprobavit. Propter insignem utilitatem D. *Joannes Christophorus* Meinig eum in Germanicam linguam transtulit & notis quibusdam illustratum Lipsiæ 1723. in 8. (Alph. 1. plag. $5\frac{1}{2}$.) edidit.

§. 3. Nec contemnenda habet *Robertus Boyle*, cum in Paradoxis Hydrostaticis (Genevæ An. 1680. in 4. plag. 15. Tabb. 3.), tum in Medicina Hydrostatica (Genevæ A. 1693. in 4. plag. $10\frac{1}{2}$.): quod utrumque scriptum in usum præsertim physicum legi meretur, intelligendum etiam ab iis, qui Mathematum sunt imperiti.

§. 4. *Franciscus Tertius de Lanis*, e Societate Jesu, Tomo tertio Magisterii Naturæ & Artis Parmæ An. 1692. in fol. (6. Alph. 14. plag.

Tabb. XIII.) lib. 25. f. 49. & seqq. dogmata hydrostatica uberius exposuit, quam alibi leguntur. Tomo autem primo & inprimis secundo passim Machinas Hydraulicas descripsit: quemadmodum etiam in primo Mechanicam multum illustravit. (Tom. I. Brixiæ An. 1684. in fol. 6. Alph Tab. 24. Tom. II. Brixiæ 1686 6. Alph. 5. plag. Tabb. 20.).

§. 5. *Bernhardus Lamy* parte secunda Mechanicæ (§. 2. cap 6.), quæ inscribitur *Traité de l' equilibre des liqueurs*, propositiones aliquot Hydrostaticæ ac Hydraulicæ fundamentales explicavit: quod etiam fecere *Rohaltius* (§. cit.) & *Wallisius* in Mechanicis (§. 8. c. cit.). Commendanda quoque tyronibus Hydrostatica P. *Dechales*, quæ in Mundo ipsius Mathematico Tom. III. legitur. (§. 4. c. 1.).

§. 6. Sublimiora dedit Geometra summus *Isaacus Newtonus* in Principiis Philosophiæ Naturalis Mathematicis Sect. 5. lib. 2. p. 282. & seqq.

§. 7. De Aërometria scriptum aliud non extat, nisi quod sub titulo: *Elementa Aërometriæ* Lipsiæ Anno 1709. in 12. (16. plag. Tabb. XII.) edidi in usum potissimum tyronum, ut Matheſin ad experimenta applicare discant. Sed ea deinceps hisce Elementis Matheseos universæ inserui. Passim tamen huc spectantia leguntur apud *Guerickium*, Consulem Magdeburgicum, antliæ pneumaticæ inventorem, in Experimentis novis Magdeburgicis de vacuo spatio Amstelodami An. 1672. in fol. (Alph. 2. plag. 20. Tabb. 18.) editis & qui post eum aëris proprietates experimentis comprobarunt.

§. 8. Cæterum hic etiam locum meretur libellus Gallicus, qui sub titulo: *Traitez des Barometres, Thermometres & Hygrometres* prostat & barometrorum, thermometrorum atque hygrometrorum constructionem ac usum edocet (Amstel. 1707. in 12. plag. 7. Tabb. 35.). Inprimis autem hinc inde in Commentariis Academiæ Regiæ scientiarum inseruntur, quibus Aërometria locupletari ac ad majorem perfectionem adduci potest.

§. 9. Ad hydraulicam perficiendam tendit *Johannis Cevæ*, Mediolanensis, Geometria motus (Bononiæ 1692. in 4. plag. 12. Tabb. 9.), in qua de motu tam simplici, quam composito traduntur, quæ ad motum aquarum explicandum utilia sunt.

§. 10. *Joannes Baptista Balianus* lib. 3. 4. & 5. de motu naturali gravium, solidorum & liquidorum (§. 5. cap. 6.) de motu liquidorum. canalium sectionibus & de foraminibus

bus vasis, ad praxin hydraulicæ utilia profert: quorsum etiam spectant Tractatus aliquot *Picardi*, *Rœmeri* & *Mariotti* supra recensiti (§. 31. c. 1.).

§. 11. *Dominicus Guilielmini* in Mensura Aquarum fluentium (Bononiæ An. 1690. & 1691. in 4. plag. 19. Tabb. 8.) theorias hydraulicas sublimiores ad praxin revocare studet. Nemo autem in theoria hydraulica sublimiora dedit quam Geometræ celeberrimi *Newtonus* in Opere modo laudato (§. 6.) lib. 2. sect. 7. p. 318. & seqq. atque *Varignonius* in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum An. 1699. & 1703. Multa nova & egregia de hoc argumento dedit Geometra insignis *Hermannus* in Phoronomia (§. 17. c. 6.).

§. 12. Quemadmodum vero *Eulerus* theoriam mechanicam perficere studuit (§. 18. cap. 6.), in quam strictūras Londini edidit *Robinson Nourse* sub titulo: *Remarks on Mr. Eulers Treatise of motion*, nobis nondum visas; ita *Daniel Bernoulli*, Medicinæ Professor Basilienſis, antea Matheseos sublimioris in Academia scientiarum imperiali Petropolitana, nunc Professor honorarius, similem operam impendit theoriæ hydrostaticæ & hydraulicæ, quam sub titulo: Hydrodynamicæ sive de viribus & motibus fluidorum Commentarii Argentorati An. 1738. in 4. reg. (Alph. 1. plag. 16. Tabb. 12.) publici juris fecit, cum hoc opus jam octo annis ante congessisset, dum Petropoli ageret.

§. 13. Ceterum ad hydraulicam quoque facit *Sexti Julii Frontini* de Aquæ ductibus urbis Romæ Commentarius, quem uberrimis notis explicatum Patavii Anno 1722. in 4. reg. (Alph. 1. plag. 21. Tabb. 15.) in lucem emisit *Joannes Polenus*, Professor Patavinus, cui etiam debentur de Motu aquæ mixto libri duo, quibus multa nova pertinentia ad æstuaria, ad portus atque ad flumina continentur, Patavii A. 1697. in 4. reg. (plag. 18. Tab. 3.) & liber de Castellis, per quæ derivantur fluviorum aquæ, habentibus latera convergentia, qui etiam continet nova experimenta ad aquas fluentes & ad percussionis vires pertinentia & Patavii An. 1738. in 4 (plag. 9. Tab. 1.) prodiit. Idem etiam An. 1723. edidit epistolam ad *Joannem Iacobum Marinonium*, Mathematicum Cæsareum, in qua præter defectum Solis anno isto Patavii observatum, agitur de aliquibus experimentis pertinentibus ad aquas fluentes & cui subjicitur *Ioannis Buteonis* libellus de fluentis aquæ mensura cum annota-

tionibus nonnullis, Patavii in 4. (plag. $3\frac{1}{2}$. Tab. 1.).

§. 14. Neque silentio hic prætereunda sunt *Marini Mersenni* Phænomena Hydraulica pneumatica, quæ inter Cogitata ipsius Physico-mathematica leguntur, in quibus tam naturæ, quam artis effectus admirandi certissimis demonstrationibus explicantur, Parisiis 1654. in 4. (Alph. 8 plag. 19.). In hac nimirum collectione, quæ inter opera mathematica superius commemorari merebatur, reperiuntur 1. Tractatus de mensuris, ponderibus atque nummis tam Hebraicis, quam Græcis & Romanis ad Parisiensia expensis, 2. Tractatus, cui titulus: Hydraulica pneumatica, Arsque navigandi, Harmonia theorica, practica, & Mechanica phænomena, 3. Tractatus mechanicus theoricus & practicus, 4. Balistica & Acontismologia, in qua sagittarum, jaculorum & aliorum missilium jactus & robur arcuum explicantur, 5. Universæ Geometriæ mixtæque Mathematicæ Synopsis & bini refractionum demonstratarum Tractatus 6. *Aristarchi Samii* Tractatus de mundi Systemate & Reflexiones Physico-mathematicæ, quibus varia adjiciuntur ad præcedentia. In Synopsi tantummodo sine demonstratione recensentur Propositiones *Euclidis*, *Petri Rami*, *Archimedis*, *Theodosii*, *Menelai*, *Maurolyci*, *Apollonii*, *Mydorgii*, *geometricæ*; *Pappi*, *Guidonis Utaldi & Stevini mechanicæ*.

§. 15. De motu fluminum scripsit *Dechales* in Tractatu de fontibus naturalibus prop. 39. & seqq. Tomi III. Mundi Mathematici f. 137. & seqq. sed paucis plura & abstrusiora hisce complexus est *Hermannus* in Phoronomia cap. 10. p. 226. & seqq. Ex instituto de hoc argumento scripsit *Dominicus Guilielmini*, cujus della Natura de Fiumi Trattato Fisico-Mathematico prodiit Bononiæ An. 1697. in 4. (Alph. 2. plag. 3. Tabb. 15.). Multa in Italia prodiere scripta Italico sermone, in quibus plura ad hoc argumentum spectantia leguntur, occasione controversiæ de Rheno fluvio in Padum deducendo.

§. 16. Inter veteres machinas hydraulicas descripsit *Heron Alexandrinus* in libro spiritalium a *Commandino* in Latinam linguam translato (Parisiis An. 1583. in 4.). Ex recentioribus similem operam collocarunt *Salomon de Caux*, Architectus militaris Electoris Palatini, in libro Gallico de Machinis, præcipue hydraulicis, qui An. 1615. prodiit: *Casparus Schottus* in Mechanica Hydrau-

draulico-pnevmatica Herbipoli 1657. in 4. (Alph. 2. plag. 22. Tabb. 56.) edita, *Dechales* in Mundo Mathematico Tom. III. (§. 4. c. 1.), *Georgius Andreas* Böckler in Architectura Curiosa Germanica (Norimbergæ An. 1704. in fol. plag. 21. Tabb. 200.) qui ultra 70. fontium salientium & ultra 120. fontium artificialium formas describit; & *Lucas Antonius Portius* in Nonnullis de fontibus naturalibus, quæ nonnullis de motu corporum subjuncta, possibilitatem inprimis quorundam fontium adstruens, qui a *Plinio* commemorantur. (Neapoli A. 1704. in 4. plag. 7. Tabb. 5.).

§. 17. Denique quæ de Hydrostatica & Hydraulica per plurimos libros & volumina dispersa leguntur, qua theoriam & praxin, uno complexus est & sub titulo: An introduction to a general system of Hydrostaticks and Hydraulicks, Londini 1729. in 4. charta aug. (Alph. 2. plag. 16. Tabb. æn. 60.) edidit *Stephanus Swizer*. Extant etiam in hoc libro descriptiones machinarum, quibus aqua elevatur.

§. 18. Inprimis autem iis, qui praxin solidam Hydraulicæ curæ cordique habent, commendari meretur Architectura hydraulica, quam Gallico idiomate conscriptam Parisiis A. 1737. in 4. reg. cum 54. Tabulis æneis splendidissimis edidit *de Belidor*. In hoc opere etiam accurata traditur molarum descriptio & quæ ad molas aqua agitandas requiruntur ibidem explanantur. Opus utilissimum in linguam Germanicam verti mereretur. Factum hoc est anno 1740. & cum Perill. *Wolfii* præfatione, prima pars Norimbergæ prodiit fol. cum figuris nitidissime æri incisis. Editum autem est splendidum hoc opus partitis vicibus, ita ut quæ 1750. lucem vidit duodecima particula primæ partis Belidoriani operis finem contineat. Interrupta deinde est hæc editio per plura annos, ante aliquot tempus dum hæc scribo (1768.) nova prodiit continuatio nondum vero ad finem est perducta.

§. 19. Ad Hydraulicam quidam referunt Libellationem aquarum, de qua uos egimus in Mechanicæ Elementis. Egregium de ea Tractatum conscripsit *Picardus*, quem *Philippus de la Hire*, post mortem ipsius Parisiis An. 1684. in 12. (plag. 15. Tabb. 3.) edidit, unde sua desumsere, qui de hoc argumento apud Nostros scripsere, veluti *Leupoldus* atque *Sturmius*, filius. Inter opera *Mariotti* extat quoque de libellatione Tractatus brevis.

CAPVT

CAPVT VIII.

DE

OPTICA, CATOPTRICA, DIOPTRICA ET PERSPECTIVA.

§. 1.

Opticæ & Catoptricæ elementa olim conscripsit *Euclides*, quæ a *Iohanne Pena*, Mathematico Regio, Latine versa Parisiis A. 1604. prodiere. Extant etiam in Cursu Mathematico *Herigonii* (§. 1. cap. 1.) & in editione *Gregoriana* operum *Euclidis* (§. 2. c. 3.).

§. 2. Circa annum Christi 1100 *Alhazen* Arabs ingens de Optica volumen composuit, quod in libros, capita & propositiones distinxit *Fridericus Risnerus*. Usus est scriptis veterum, præsertim *Ptolomæi* de Optica libris decem, qui hodie desiderantur.

§. 3. Cum demonstrationes *Alhazeni* sint admodum intricatæ ac prolixæ; *Vitellio* Polonus circa A. 1270. aliud de Optica volumen conscripsit in libros 10 digestum. Pleraque ex *Alhazeno* desumsit, sed demonstrationum fundamenta ex *Apollonio*, *Theodosio*, *Menelao*, *Theone*, *Pappo* & *Proclo* petiit. Ad hunc Autorem Paralipomena edidit *Iohannes Keplerus*, quibus Astronomiæ pars optica traditur. (Francofurti 1604. in 4. 2. Alph. 15. plag.). Habentur tamen multa quoque alia in hisce paralipomenis, & inter alia modum visionis primus decente ratione explicat Autor. *Alhazenum* & *Vitellonem* uno volumine edidit *Fridericus Risnerus* Basileæ An. 1572. in fol. (Alph. 7. plag. 18.). Titulus libri est: Opticæ Thesaurus. *Alhazeni* Arabis libri septem nunc primum editi. Ejusdem liber de crepusculis & Nubium ascensionibus. Item *Vitellionis* libri X. Omnes instaurati, figuris illustrati & aucti, adjectis etiam in *Alhazenum* commentariis a *Federico Risnero*.

§. 4. Compendium Opticæ antiquæ circa annum 1279. conscripsit *Iohannes Peccamus*, Archiepiscopus Cantuariensis & Primas Angliæ (Coloniæ Agrippinæ 1627. in 4. plag. 11.), quale etiam recentius dedit *Ambrosius Rhodius*, Professor Mathematum Wittebergensis, cujus Optica Wittebergæ 1611. cum Tractatu de crepusculis in 8. prodiit (1. Alph. 10. plag.). Uberius eandem expo-

exposuit *Risnerus* ante laudatus, cujus Opticæ libri quatuor Cassellis 1606. in 4. prodiere (Alph. 1. plag. 14.).

§. 5. Opticam quoque illustrare aggressus est circa idem tempus *Rogerius Bacon*, Philosophus suo tempore summus, anno 1284. Oxonii mortuus, & ob scientias Mathematicas magiæ accusatus. Ejus Perspectivam in lucem protraxit *Joannes Combachius*, Philos. Professor Marpurgensis, (Francof. 1714. in 4. 1. Alph. 5. plag.): parum tamen Mathematici ea continet, etsi lectu non indigna.

§. 6. Enimvero veteres ea, quæ visionem directam & reflexam concernunt, potissimum explicant: quæ vero ad refractam spectant, nimis imperfecte tradunt. *Johannes Baptista Porta* libris novem de Refractione conscriptis hanc doctrinam melius tradere conatus est (prodiere Neapoli An. 1593. in 4. 1. Alph. 6. plag.); sed parum adhuc profecit. Primus, qui Dioptricam meliori habitu induit & lentium sphæricarum proprietates demonstravit accurate, fuit *Johannes Keplerus*, cujus Dioptrica prodiit Augustæ Vindelicorum 1611. in 4. (plag. 14.) & posthac alibi recusa. Præmittuntur epistolæ *Gallilæi* de iis, quæ post editionem Nuncii siderei ope perspicilli nova & admiranda in cœlo deprehensa sunt, itemque Examen præfationis *Johannis Penæ* in Opticam *Euclidis* de usu Opticæ in Philosophia.

§. 7. *Cartesius* in Dioptrica, quæ principiis Philosophiæ subjungi solet, veram refractionis legem a *Snellio* inventam, sed suppresso inventoris nomine, affert & modum visionis distinctius, quam ab aliis factum fuerat, explicat, lentium ellipticarum & hyperbolicarum proprietates recenset & praxin poliendi vitra ita docet, ut in ea non satis versatum judicent experti.

§. 8. Theoriam Dioptricæ magis excoluit, novis plerumque demonstrationibus inventis, *Wilhelmus Molyneux* in dioptrica Nova Anglice conscripta (Londini A. 1692. in 4. plag. 16. Tabb. 40.), ubi calculo trigonometrico ad eruendas lentium sphæricarum proprietates juxta veram refractionis legem utitur. Omnium maxime eandem hactenus perfecit *Hugenius*, cujus dioptrica maximam posthumorum partem constituit. Eidem & praxis multum debet: de quo tractatus de poliendis vitris testatur, dioptricæ subjunctus. Prodiere primum opera posthuma Lugduni Batav. An. 1703. in 4. (2. Alph. 19. plag. Tabb. 24.), deinde

cum aliis recusa (§. 35. cap. 1.). Opus Hugenianum perfectissimum eorum, quæ in hoc genere prostant: requirit autem lectorem in Geometria probe versatum.

§. 9. Tyronibus adeo commendandum est *Dioptricæ* Tentamen Gallicum *Nicolai Hartsoeker* (Paris. An. 1694. 1. Alph. 10. plag.), ubi multa quoque ad Physicam & praxin spectantia traduntur. Ipse enim in poliendis vitris & opticis technasmatis erat versatissimus.

§. 10. In splendidi Operis dioptrici *Cherubini*, Capucini, Tomo primo, qui sub titulo: *Dioptrique oculaire* Parisiis An. 1671. in fol. (5. Alph. 11. plag.) Tabb. 16. prodiit, multa ad praxin spectantia reperiuntur. In altero Tomo, qui sub titulo: *La vision parfaite* Parisiis 1678. in fol. (3. Alph. 10. plag. Tab. 23. lucem adspexit, argumentum palmarium est tubus binoculus, cujus sub finem tomi primi mentionem injecerat.

§. 11. Opticam sine Catoptrica & Dioptrica tradit *Christophorus Scheinerus*, e Societate Jesu, in Oculo (Oeniponti 1619. in 4. 1. Alph. 10. plag.). Ab iis potissimum legendus, qui rationes phænomenorum visionis directæ cognoscere gestiunt.

§. 12. Vir summus *Newtonus* in egregio Optices opere novas luminis proprietates, ante nondum animadversas, & quarum consideratio (ceu ex *Hugenii* dioptrica appareret) maximi in Dioptrica momenti, per experimenta edocet. Prodiit opus primum Londini An. 1704. in 4. reg. (2. Alph. 5. plag.) sub titulo: *Opticks or a Treatise of the Reflexions, Refractions, Inflexions and colours of Light.* In fine adjiciuntur duo Tractatus Latini, primus scilicet de enumeratione linearum tertii ordinis, alter de Quadratura curvarum. Ipsum in Latinam linguam transtulit *Samuel Clarke* Autore approbante & nonnulla adjiciente (Londini An. 1706. in reg. 4. 2. Alph. 9. plag. Tabb. 19.) An. 1719. ibidem prodiit versionis editio altera in 4. (Alph. 2. plag. 8. Tabb. 12.), ubi quæstiones adjecta augentur, sed Tractatus geometrici omittuntur, quos in Analysi sua ediderat *Jones* (§. 21. cap. 4.). Post mortem *Newtoni* Londini 1729. in 4. (Alph. 1. plag. 14. Tabb. 24.) prodierunt Lectiones ejus opticæ A. 1669. 1670. & 1671. in Scholis publicis habitæ. In his equidem multa continentur, quæ in Optica leguntur, alia tamen prorsus ratione proponuntur. Reperiuntur hic, quæ alibi frustra quæsiveris.

§. 13.

§. 13. Huc etiam referri potest *Mariotti* Tentamen de Coloribus (Paris. An. 1681. in reg. 12. Alph. 1. plag. 9. Tabb. 16.), quod Tentaminum Physicorum Gallice conscriptorum quartum est, & in editione Batava operum ipsius legitur, atque *Hugenii* Tractatus Gallicus de Lumine (Lugd. 1690. in 4. 1. Alph. 2. plag.), qui in Operum reliquorum volumine primo extat. Ejus hypothesi in explicandis phænomenis opticis utitur *Petrus Ango* in Optica Gallica (Paris. An. 1682. in 12.).

§. 14. *Andreas Tacquet* in Optica Perspectivæ fundamenta jecit & in Catoptrica specularum planorum & sphæricorum proprietates bene demonstrat. (§. 28. cap. 1.), sed Dioptricam non attingit. *Isaacus Barrowius* in Lectionibus Opticis, quæ Lectionibus Geometricis præmittuntur (§. 19. cap. 3.), theoriam Catoptricæ & Dioptricæ demonstrat. Nec dubitamus, quin *Jacobus Gregorius* in Optica promota multa præclara dederit, etsi nobis non visa. An. 1663. in 4. lucem adspexit.

§. 15. Utriusque Compendium dedit *David Gregorius* in Elementis Dioptricæ & Catoptricæ sphæricæ (Oxonii 1695. in reg. 8. plag. 7.). Idem in linguam Anglicam vertit *Wilhelmus Browne*; M. D. & prolixum supplementum adjecit atque Introductionem præmisit. Prodiit secunda vice cum appendice J. T. *Desagulieurs*, L. L. D. de telescopio reflectente cum epistolis, quas de eodem *Newtonus* & *Jacobus Gregorius* ad se invicem scripsere, Londini A. 1735. in 8. reg. (plag. 20. Tabb. 4.). Prima telescopii catoptrico-dioptrici idea debetur *Gregorio*, qui eam describit in Optica promota p. 94. Sed eam perfecit *Newtonus* & tandem feliciſſime istiusmodi telescopium construxit *J. Hadley*, atque nunc construuntur ab *Eduardo Scarlet*, Optico Regio, ejusque filio. Descripsimus idem in Elementis Dioptricæ nostris.

§. 16. Opticam, Catoptricam & Dioptricam una exposuit *Zacharias Traberus*, e Societate Jesu, in Nervo Optico (Viennæ A. 1675. in fol. 2. Alph. 16. plag. Tabb. 28.). Multa in praxi jucunda habet, sed theoria exigui momenti. Quoad praxes opticas opus absolutum censeri potest *Johannis Zahn* Oculus artificialis teledioptricus. Editio altera auctior, sed vitiosior prodiit Norimbergæ An. 1702. in fol. (9. Alph. 8. plag.) cum figuris multis cum ligno, tum æri incisis. Huc etiam spectat *Athanasii Kircheri* Ars ma-

gna lucis & umbræ (Romæ 1646. in fol. 10. Alph. 16 plag. Tabb. 34.).

§. 17. *Johannes Christophorus* **Kolhans** in Tractatu Optico (Lipſ. 1663. in 8. 1. Alph. 15. plag.) non contemnenda prorſus dedit excerpta cum ad theoriam, tum ad praxin opticam ſpectantia, retentis ipſorummet Autorum verbis. Omnes tres Opticæ partes diſcurſu vulgari recenſuit in gratiam artificum *Iohannes Michaël Conradi* in Optica Germanica, quam ſub titulo: **der dreyfach geartete Sehe-Strahl** Coburgi A. 1710. in 4. edidit (plag. 17. Tab. 25.).

§. 18. De poliendis vitris Commentarios reliquit *Hugenius*, qui inter poſthuma leguntur (§. 35.). Hac arte excelluit ipſe: primus enim lentes objectivas tanta exactitudine paravit, ut iis pares nullibi reperirentur, quemadmodum in Aſtronomicis docuimus & Dioptricis. In Germania An. 1716. in 8. (plag. 14. Tab. 20.) Halæ prodiit ſub titulo: **Chriſtian Gottlieb Hertels vollſtändige Anweiſung zum Glasſchleiffen, wie auch zu Verfertigung der optiſchen Maſchinen.** Erat Autor Matheſeos Profeſſor in Academia illuſtri Lignicenſi & in arte poliendi vitra plurimum exercitatus. Eandem notis illuſtravit *Ioannes Georgius Leutmannus*, qui & ipſe hanc artem non ſine ſucceſſu excoluerat. Prodierunt Wittebergæ An. 1719. in 8. (plag. 7. Tabb. 21.) ſub titulo: **Neue Anmerckungen vom Glasſchleiffen.**

§. 19. Scriptis opticis accenſeri merentur ea, in quibus micro copicæ obſervationes recenſentur. Pertinent huc 1. *Roberti Hooke* Micrographia Anglice ſcripta (Londini A. 1667. in fol. 3. Alph. 8. plag. Tab. 38.). 2. *Antonii van Leeuwenhoek* ſcripta varia; nempe α) Arcana Naturæ detecta Delphis 1695. iu 4. (Alph. 2. plag. 6. Tabb. 11.) β) Continuatio Arcanorum Naturæ detectorum Ibid. An. 1697. in 4. (Alph. 1. plag. 2. Tab. 7.) γ) Arcana Naturæ ope & beneficio exquiſitiſſimorum microſcopiorum detecta Lugd. Batav. An. 1696. in 4. Alph 3. Tab. 26.) δ) Continuatio epiſtolarum datarum ad longe celeberrimam Regiam Societatem Londinenſem Lugd. Batav. 1696. in 4 (plag. 16½. Tab. 10) ε) Epiſtolæ ad Societatem Regiam Anglicam & alios illuſtres viros, Lugd. Bat. 1719. in 4. (Alph. 2. plag. 11. Tab. 33.). ζ) Epiſtolæ phyſiologicæ ſuper compluribus naturæ arcanis, Delphis 1719. in 4. (Alph. 2. plag. 16. Tabb. 31.). Titulus generalis: *Antonii a Leewenhœk Opera omnia, ſeu Arcana naturæ ope exactiſſimorum microſcopiorum detecta,*

detecta, experimentis variis comprobata, epistolis ad varios illustres viros, ut & ad integram, quæ *Londini floret, sapientem Societatem datis comprehensa* impressis Lugduni Batavorum & scriptis istis diverso tempore nec eadem prorsus forma editis in unum fasciculum collectis præfixus. 3. *Iohannis Francisci* Griendels von Aach Micrographia curiosa Germanica (Norimbergæ 1687. in 4. plag. 9. Tabb. 35.) 4. *Philippi Bonanni* Micrographia curiosa, adjuncta observationibus circa viventia, quæ in rebus non viventibus reperiuntur (Romæ An. 1691. in 4. 2. Alph. 12. plag. Tab. 68.). Huc quoque pertinet Micographia nova a *Benj. Martins* 1743. Londini Anglica lingua edita: In qua duo nova microscopia describuntur, observationes microscopice proponuntur& tandem microscopium solare exhibetur. Longe tamen majorem attentionem meretur opus *Henrici Baker*: The microscope made easy, ante aliquot jam annos editum & recusum Lond. 1743. 8. maj. (22. plag.). In quo opere non modo optimorum microscopiorum ratio & modus agendi, describitur & calculo subjicitur, sed variæ novæ quoque observationes microscopicæ exhibentur,addita descriptione microscopii solaris.

§. 20. Inter scriptores Perspectivæ omnium maxime commendatur *Desargues*, cujus methodum universalem exercendi Perspectivam gallice conscriptam edidit *Abrahamus Bosse*, ex Gallico in Belgicum sermonem transtulit J. *Bara*. Prodiit Amstelodami 1686 in 8. (plag. 12. & figurarum æri incisarum 1. Alph.).

§. 21. Nec parum Perspectivæ studiosum juvant *Andreæ Alberti* Libri duo de Perspectiva, Norimb. An 1670. in fol. plag. 10. Tab. XV.): primis vero tyronum conatibus respondet *Bernhardi Lamy* Perspectiva Gallice conscripta (Parisiis A. 1701. in 8.).

§. 22. Concinnas Praxium Perspectivæ demonstrationes dedit *Joh. Franciscus Niceron* ex Ordine Minimorum, in hac arte excellens, in Thaumaturgo Optico, cujus tantum pars prima Parisiis 1646. in fol. prodiit (2. Alph. 18. plag. Tab. 42.). Post mortem ejus immaturam anno 1652. prodiit Perspectiva curiosa Gallice conscripta in 4. sub ejusdem nomine, in libros quatuor divisa, in qua plura continentur,quam in Thaumaturgo.

§. 23. Ad praxin properantibus & theoriam spinosam aversantibus satisfacit Anonymus Gallus e Societate Jesu in Perspectiva practica Gal-

lice Parisiis 1642. in 4. publicata & a *Johanne Christophoro Remboldo* Germanice versa atque Augustæ Vindelicorum An. 1710. in 4. edita (1. Alph. 8. plag. cum 150. Tabulis æri incisis atque textui insertis). Enimvero A. 1663. prodiit editio altera duabus partibus & auctior, & quoad primam emendatior ac locupletior. (Tom. I. Alph. 2. plag. 10. Tom. II. Alph. 1. plag. 13. Tom. III. Alph. 2. plag. 8.). In parte secunda docetur Perspectiva corporum inclinatorum: in tertia agitur de laquearibus & anamorphosibus opticis, catoptricis & dioptricis.

§. 24. Praxin Perspectivæ multis exemplis illustrat *P. Andreas Puzzo* in Architectura Pictorum & Sculptorum. Tomus prior prodiit Romæ 1693. in fol. posterior ibidem A. 1700. in fol. Uterque totidem continet Tabulas æneas, quot folia, nimirum prior 102; posterior 120. Prior Germanice prodiit Augustæ Vindelicorum An. 1706. in fol. posterior ibidem An. 1709.

§. 25. An. 1711. *G. I. Gravesandius*, Juris Doctor, nunc Mathematum Professor Lugdunensis, Hagæ Comitum idiomate Gallico evulgavit Tentamen de Perspectiva, in 8. (plag. 12. Tab. 32.). Titulus libelli: *Essai de Perspective*, in quo multiplices regulas seu methodos demonstrat.

§. 26. Cæterum scriptoribus Opticis adhuc accensendus est *Honoratus Fabri*, e Societate Jesu, qui in Synopsi Optica (Lugd. An. 1667. in 4. 1. Alph. 8. plag.) illa omnia, quæ ad Opticam, Dioptricam & Catoptricam pertinent, breviter quidem, accurate tamen demonstrat.

§. 27. *B. Martin* publici juris fecit Londini: a new and compendious System of Optiks in three parts. 8. (19. plag.) c. f. In prima parte catoptricam, in secunda dioptricam tradit & in tertia denique machinas exhibet opticas. Cæterum ad mathematicam accurationem in proponendis veritatibus non accedit.

§. 28. Perspectivæ Elementa 1740, vernacula lingua edidit *J. C. Bischof*. Halæ 8. in quibus theoria breviter, praxis uberius explicatur, & novum describitur instrumentum ab auctore inventum.

§. 29. Maxime de opticis Scientiis meritus est Illustr. *Kæstnerus*, editione Smithiani operis vernacula: Vollständiger Lehrbegrif der Optick. Altenburgi 1755. 4. (3. Alph. 22. tabb.) Ediderat nempe 1738. *Smithius* the Compleat System of opticks, hujus libri non tam versionem hic exhibet Kæstnerus, sed potius doctrinas

ctrinas synthetice a Smithio demonstratas, facilius analytice proponit. Libro I. agit de fundamentis Optices generalioribus, Liber II. inscribitur Geometria luminis & tam Dioptricas quam Catoptricas regulas analytice demonstrat. Libro III. agitur de instrumentis opticis, plerisque huc non pertinentibus omissis, quæ Smithius Libro IV. de inventis novis ope telescopiorum enarraverat, fundamenta tandem Perspectivæ addidit.

§. 30. Quæ *de la Caille* ediderat Elementa Optices, ea Viennæ Austriæ vernacula lingua prodiere, 1757. (19. plag. 13. tabb.) 4. Non singulari modo perspicuitate hæ Institutiones se commendant, sed addita quoque est in hac editione Boscowich theoria micrometri objectivi. Perspectivam ejusque potissimum praxin satis egregie demonstrat *J. H. Lambert* libello: Die freie Perspectiv Tigur. 1759. 8. maj. (12. plag. 6. Tab.).

§. 31. Nova incrementa cœpit Dioptrica, recentissimis temporibus, ut telescopia ad summum jam accurationis gradum perduci posse sperandum sit. Cum nempe propter diversam radiorum luminis refrangibilitatem, imago objectorum non accurate satis a lentibus formetur, *Eulerus* primus existimavit hanc aberationem tolli, & coloratos radios in unicum focum accurate redigi posse, adhibito duplici vitro objectivo, & spatio inter utrumque intercedente, aqua repleto. (Memoires de l' Acad. des Sciences de Berlin 1747.). Factum inde est, ut *Joannes Dollondus* in duo vitri genera incideret lumen diverse refringentia, quæ *Crown-Glaß* & *Flint-Glaß* Anglis dicuntur, ex his duo formavit vitra objectiva, unum convexum alterum concavum, radios dispersos in unum focum communem cogentia. Formati inde tubi, non vulgaria modo telescopia, sed ipsa quoque telescopia reflectentia longe virtute superant. Exponuntur hac de re capta experimenta in *Transactionibus Angl.* Vol. 50. Part. 2. Plura de novo hoc invento exponuntur in celeb. *Zeiheri* Dissertatione de vitris vi lumen dispergendi præditis Petropoli 1763. impressa, itemque in *Klingenstierna* Tentamine de definiendis & corrigendis aberrationibus radiorum luminis, & de perficiendo telescopio dioptrico, ab Academia Petropolitana, præmium consecuto. Huc quoque pertinet tractatus *Bougierii* de diversis luminis gradibus dimetiendis, itemque *Boscowich* de lentibus & telescopiis dioptricis. Romæ 1752, & *Scherferi* libellus, qui germanice sub titulo: Von Verbesserung der Fernröhre prodiit Lipsiæ 1764.

CAPVT

CAPVT IX.

DE

ASTRONOMIA.

§. 1.

Scripta aſtronomica ſunt varii generis. Aut enim obſervationes recenſent, aut calculos motuum cœleſtium trigonometricos & geometricos exponunt, aut tabulas Aſtronomicas complectuntur, aut uſum globi cœleſtis, aut denique corporum mundanorum rationem declarant.

§. 2. Veterum obſervationes, quas inter eminent obſervationes *Hipparchi*, conſervavit *Ptolomæus* in Almageſto. A. 882. apud Saracenos obſervationibus operam dedit *Albategnius*. Ab An. 1457. Norimbergæ iisdem incubuit *Johannes Regiomontanus* (vero nomine Müller), cui ſucceſſere diſcipuli *Johan. Wernerus* & *Bernhardus Waltherus*, ab A. 1475. usque ad A. 1504. obſervationes ſuas continuantes. *Regiomontani* atque *Waltheri* obſervationes prodiere Norimbergæ cum quibusdam aliis *Regiomontani* atque *Purbachii* ſcriptis A. 1544. in 4. (pl. 22.). Titulus operis: Scripta *Joh. Regiomontani* de Torqueto, Aſtrolabioarmillari, Regula magna Ptolemaira baculoque Aſtronomico & obſervationibus cometarum; item obſervationes motuum Solis ac ſtellarum tam fixarum, quam erraticarum; item libellus M. *Georgii Purbachii* de Quadrato Geometrico. Ab An. 1509. *Copernicus*, poſt eum *Wilhelmus* Haſſiæ Landgravius cum Mathematico *Chriſtophoro Rothmanno* & Mechanico ſuo *Juſto Byrgio* Caſſellis & *Tycho de Brahe* Uraniburgi obſervarunt. Incepit obſervationes ſuas *Tycho* A. 1582. easque continuavit usque ad A. 1601. majori & meliori inſtrumentorum apparatu, quam ante ipſum fecerat nemo. Omnes obſervationes hactenus recenſitæ continentur in *Hiſtoria cœleſti*, quæ juſſu *Ferdinandi* III. Imperatoris Ratisbonæ 1672. in fol. prodiit (12. Alph. 6. plag. Tab. III.). Deſcribuntur quoque in eadem inſtrumenta *Tychonis*, una exhibentur obſervationes *Mæſtlini*, *Schickhardi* aliorumque. Ipſe alias *Tycho* inſtrumenta ſua deſcripſit A. 1602. in Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanica Norimbergæ An. 1602. in fol. edita (Alph. 1. plag. 11.). *Wilhelmi* vero Haſſiæ Landgravii obſervationes una cum obſervationibus *Regiomonta-*

montani atque *Waltheri* edidit *Willebrordus Snellius* Lugduni Batavorum An. 1618. in 4. (Alph. 1. plag. 13.).

§. 3. Magis sumtuoso instrumentorum apparatu & majori studio, quam *Tycho*, observationibus cœlestibus vacavit *Johannes Hevelius*, Consul Dantiscanus. Instrumentorum apparatum descripsit Tomo primo Machinæ cœlestis (Gedani 1673. in fol. reg. 5. Alph. 4. plag. Tab. 30.): Tomo secundo (Gedani A. 1679. in fol. 14. Alph. 6. plag.) observationes 48. annorum comprehendit. Dolendum vero, quod Tomi præsertim posterioris exemplaria pleraque ferali flamma fuerint absumta. Equidem *Robertus Hooke* in Animadversionibus in Tomum primum Anglico sermone editis Londini 1674. in 4. (plag. 11. Tabb. æn. 3.) instrumenta *Heveliana* reprehendit ceu minus exacta; sed celeberrimus *Hallejus* consensu Societatis Regiæ Britannicæ Dantiscum A. 1679. profectus & instrumentorum, & observandi accurationem approbavit. Observationes, quas in gratiam hospitis instituit, una cum aliis reperiuntur in Anno climacterico s. Rerum Uranicarum observationum quadragesimo nono (Gedani 1685. in fol. 2. Alph. 6. plag. Tab. 8.). Jam ante An. 1661. celeberrimus Galliæ Astronomus *Jsmaël Bollialdus* Dantiscum venit Observatorium *Hevelii* visurus & modum ejus observandi examinaturus. Quid uterque, *Bullialdus* nimirum atque *Hallejus*, de eodem senserint; docent *Excerpta ex literis illustrium & clarissimorum virorum ad* DN. Joh. Hevelium *perscriptis Iudicia de rebus astronomicis ejusdemque scriptis*, quæ Dantiscæ An. 1683. in 4. (Alph. 1. plag. 5.) edidit *Joannes Ericus Olhofius* p. 67. 68. 71. 79. 187.

§. 4. In Anglia seculo superiori observandi studio clarus extitit *Jeremias Horoccius* ab A. 1636. usque ad A. 1640. Ejus observationes ex epistolis ad *Guil. Crabtrium*, suum in studiis astronomicis socium excerptæ leguntur in operibus posthumis (Londini 1673. in 4. 3. Alph. 12. plag. Tab. 2.). Adjiciuntur excerpta ex schediasmatis *Guil. Crabtrii* de observationibus ab ipso institutis A. 1635. 36. 37. & 38.

§. 5. In Italia *Joh. Baptista Ricciolus* superiori seculo observatorem egit, qui præcipuas observationes suas in Astronomia Reformata (Bononiæ 1665. in fol. 6. Alph. 5. plag.) cum selectis veterum & recentiorum observationibus contulit & de Astronomiæ perfectione inde judicium tulit.

§. 6. Selectæ celeberrimi *Cassini* aliorumque observationes extant in præstantissimo opere, cujus titulus: *Recueil d' observations faites en plusieurs voyages par ordre de sa Majesté, pour perfectionner l' Astronomie & la Geographie, avec divers Traitez Astronomiques par Messieurs de l' Academie Royale des Sciences.* (Paris. 1693. in fol. 6. Alph. 12. plag. Tabb. 11.). Vide supra §. 37. c. 1. Ejusdem *Cassini*, aliorumque Astronomorum Regiorum, *Cassini junioris*, *Maraldi* atque *Philippi de la Hire* observationes complures extant in Commentariis Academiæ Regiæ Scientiarum, qui quotannis prodeunt; de quibus supra (§. cit.). Habemus quoque observationes non contemnendas in Transactionibus Anglicanis, Miscellaneis Berolinensibus, Commentariis Petropolitanis, Actis Eruditorum & Diario Trevoltiensi. Vide supra (§. 36. 38. 39.).

§. 7. In Anglia longa annorum serie observationes cœlestes continuavit observator celeberrimus *Joannes Flamstædius*. Quænam in historia ejus cœlesti, ab Astronomis dudum desiderata, essent comparitura, in Miscellaneis Berolinensibus p. 263. & seqq. docetur A. 1712. Historiam cœlestem *Flamstædii* edidit *Hallejus* Londini in fol. reg. (Alph. 6. plag. 8. Tab. 5.). Libris duobus, quorum prior exhibet Catalogum stellarum Fixarum Britannicum novum & locupletissimum una cum earundem Planetarumque omnium observationibus sextante, Micrometro &c. habitis; posterior transitus siderum per planum arcus meridionalis & distantias eorum a vertice complectitur. Nimirum An. 1704. aliquot Societatis Regiæ Sodalibus, *Francisco* nimirum *Robartes*, *Christophoro Wrenno*. *Isaaco Newtono*, *Davidi Gregorio* & *Joanni Arbuthnot* ex chartis *Flamstædii* observationes ejus edendas suis sumtibus commiserat serenissimus Daniæ Princeps *Georgius*, Reginæ *Annæ* conjux: Sed cum moreretur, antequam liber observationum primus absolveretur, tandem Regina, *Flamstædii* oculis in nascentia indies siderum phænomena intentis & in ætate provecta minus acutis, hanc curam demandavit *Edmundo Hallejo*, ut ea, quæ adhuc deerant, perficeret. Enimvero cum editio non prorsus esset ad mentem *Flamstædii*, de nova ipse cogitavit: cui tamen immortuus est An. 1719. die ultima Decembris, cum magna ejus pars typis jam esset descripta, ita ut tandem denuo *Hallejus* editionem hanc novam ad umbilicum perducere teneretur. Prodiere

iere itaque Historiæ cœlestis Britannicæ Volumina tria, Autore *Ioanne Flamstædio*, Astronomo Regio, Londini in fol. maj. A. 1725. (Alph. 13.). Volumen I. continet stellarum fixarum & planetarum omnium observationes, sextante & micrometro peractas, subjunctis locis, quæ ex observationibus deducta sunt. Volumen II. complectitur fixarum stellarum & planetarum omnium transitus, per planum arcus meridionalis & distantias eorum a vertice, nec non Solis, Lunæ & Satellitum Jovis observationes arcu meridionali habitas & loca planetarum inde derivata ab An. 1689. ad An. 1720. Volumen III. comprehendit Historiam Astronomiæ, Catalogos fixarum ante autorum editos una cum *Abrahami Scharpii* Indice fixarum australium in nostro hemisphærio non conspicuarum & Catalogum Britannicum Autoris ad A. C. 1689. cui subjunguntur longitudines & latitudines stellarum fixarum, quæ a Luna tegi possunt, sigillatim & appendicula Tabularum astronomicarum a *Scharpio* constructarum. Optandum quoque foret, ut selectæ observationes Hafnienses *Rœmeri*, Berolinenses *Kirchii* ac viduæ ipsius, Norimbergenses *Eimarti* atque *Wurtzelbaueri* lucem publicam adspicerent.

§. 8. *Francisci Blanchini* observationes astronomicas & geographicas per Italiam passim habitas nuperrime Veronæ in fol. edi curavit *Eustachius Manfredi*, Astronomus Bononiensis.

§. 9. Observationes physicæ, mathematicæ atque botanicæ jussu Regis Christianissimi in America Meridionali & India occidentali ab An. 1701. usque ad annum 1712. a *Ludovico Feuillée*, Minimo, factæ sub titulo: *Iournal des Observations physiques, mathematiques & botaniques* prodiere Parisiis duobus Volum. in 4. reg. 1714. & 1725. (Vol. I. Alph. 4. plag. 6. Tab. æn. 66. Vol. II. Alph. 3. plag. 5. Tab. æn. 57. & A. 1719. *E. Souciet*, e Societate Jesu, idiomate Gallico Paris. in 4. reg. (Alph. 1. plag. 18. Tab. 8.) publicæ luci exposuit observationes mathematicas, astronomicas, geographicas, chronologicas & physicas ex antiquissimis Sinarum libris exceptas & recentius a Patribus Societatis in India & China factas. Addit An. 1732. Tomum secundum, qui continet Historiam Astronomiæ Sinarum a R. P. *Gaubil* e Societate Jesu conscriptam cum dissertationibus (Alph. 2. plag. 5. Tab. 3.). Huc etiam referendæ sunt *Francisci Noel*, Societatis Jesu, Observationes mathematicæ & phy-

ficæ in India & China factæ ab An. 1684. usque ad An. 1708. quæ Pragæ 1710. in 4. plag. 14. Tab. 1.) prodierunt.

§. 10. Astronomiam Geometricam inter veteres justo volumine exposuit *Claudius Ptolemæus* anno Christi 147. mortuus. Opus ejus, quod μεγάλη Σύνταξις inscribitur, A. C. 827. jussu *Maimonis* Regis Saracenorum in Arabicum translatum & A. 1528. ex Arabico in Latinum versum a *Georgio Trapezuntio* & a *Luca Gaurico* Mathematum Professore Neapolitano revisum illoque anno primum editum. An. 1551. idem cum ejusdem *Ptolemæi* scriptis Astrologicis, libris nempe quatuor de judiciis, Centiloquio & significationibus stellarum inerrantium sub titulo: Cl. *Ptolemæi omnia, quæ extant, Opera præter Geographiam*, Basileæ in fol. (6. Alph.) opera *Erasmi Oswaldi* recusum.

§. 11. Cum ipsum Astronomiam integram complectatur, sed ad captum tyronum minime sit accommodatum; *Georgius Purbachius* in commodiorem formam id redigere cœpit. Sed cum vix cœpto labore rebus humanis valedicere cogeretur; *Regiomontanus* discipulus suasu Præceptoris telam pertextam absolvit. Recusi sunt ejus Libri tredecim in *Ptolemæi* magnam compositionem, quam Almagestum vocant, Norimbergæ 1550. in fol. (2. Alph. 11. plag.) & in iis universa doctrina de cœlestibus motibus, magnitudinibus, eclipsibus &c. in epitomen redacta proponitur. Commendantur merito Astronomiæ studiosis, præsertim si qui Astronomiam veterem cognoscere in animum induxerint.

§. 12. Juxta formam *Almagesti* inter Arabes *Albategnius* opus de Scientia stellarum composuit, Norimbergæ 1537. & Bononiæ 1545. in 4. editum, in quo ex propriis observationibus Astronomiam perficere studet.

§. 13. Seculo decimo sexto *Nicolaus Copernicus* in libris 6. Revolutionum cœlestium aliquoties recusis, resuscitato *Philolai* de motu Telluris dogmate, primus ad theoriam cœlo consonam fundamenta posuit. Prostat inter alias editiones Basileensis A. 1566. in fol. (Alph. 4. plag. 14.). *Copernicum* secutus *Philippus Lansbergius* theorias motuum cœlestium faciles dedit (§. 26. cap. 1.).

§. 14. Ex adverso autem *Christianus Severinus Longomontanus* in Astronomia Danica, in qua integram Astronomiam pertractat & regulas exem-

exemplis veris illustrat, theorias intricatiores proposuit, cum motum Telluris annuum circa Solem in Astronomiam cum *Tychone* admittere nollet. (Amstelod. 1640. in fol. 6. Alph.). Etenim extra omnem controversiam positum est, motus Planetarum per hypothesin Terræ motæ non modo facilius, quam in hypothesi Terræ quiescentis explicari posse: verum etiam loca planetarum in ista computata cum cœlo demum consentire. Unde etiam Inquisitores in Italia permittunt, ut eadem utantur Astronomi, etsi eam pro veritate demonstrata venditari non ferant.

§. 15. Omnes omnino Astronomi usque ad *Keplerum* motum planetarum circularem statuerunt, unde theoriæ ipsorum cœlo non satis respondebant. Hanc Astronomiam circularem omnium optime exposuit *Andreas Tacquet* in octo de Astronomia libris (§. 28. cap. 1.). Dolendum vero, quod præcepta nullis exemplis illustraverit, ut magis inservirent studiis tyronum.

§. 16. Enimvero vir acerrimi judicii ingeniique sagaciſſimi *Iohannes Keplerus* observationibus *Tychonis* (quas etiam adhibuerunt *Longomontanus* atque *Lansbergius*) felicissime usus in Commentariis de motibus stellæ Martis seu Astronomia nova αἰτιολογητῷ (A. 1609. in fol. (4. Alph.) theoriam planetarum ellipticam proposuit & in Epitome Astronomiæ Copernicanæ (Franc. 1635, in 8. 2. Alph. 15. plag.) ad omnium planetarum motus supputandos adhibuit ac primus in causas physicas motuum cœlestium inquirere cœpit. Hanc theoriam causis physicis convenientem demonstravit *Newtonus* lib. 3. Princ. Mathem. Philos. Nat. itemque *Leibnitius* in Tentamine de causis motuum cœlestium physicis, quod legitur in Actis Eruditorum A. 1689. p. 82. quod idem suo modo ostendere conatus *Philippus Villemot* in Novo systemate motus Planetarum Lugduni An. 1707. in 12. (plag. 12. Tab. 12.) edito. Phænomenis rectius, quam cæteras hypotheses, satisfacientem deprehenderunt Astronomi.

§. 17. Equidem *Kepleri* inventa sprevit *Lansbergius* suaque iisdem antepositit: sed optime illum contra hujus insultus defendit *Horoccius* in posthumis (§. 4.), qui in extollendis laudibus *Kepleri*, a quo sub initium studii astronomici *Lansbergii* magnificis promissis & nimium acerbis in *Keplerum* stricturis factus fuerat alienior, veluti extra se ipsum rapitur.

§. 18. *Ismaël Bullialdus* in Astronomia Philolaica (Parisiis 1645. in

fol. 7. Alph. 20. plag.) *Kepleri* theoriam emendare conabatur, ut scilicet calculus magis geometricus fieret, cum *Keplerus* regula positionum interdum uti cogatur (§. 691. *Astron.*): ostendit vero *Sethus Wardus*, Astronomiæ in Academia Oxonienſi Professor, in Inquisitione in Astronomiam Philolaicam *Bullialdi*, quæ Tractatui de Cometis subjecta prodiit Oxonii A. 1653. in 4. (plag. 14), errores quosdam ab ipso fuisse commissos: quos agnoscens *Bullialdus* in Fundamentis Astronomiæ Philolaicæ clarius explicatis & assertis adversus *Wardi* impugnationem (Parisiis An. 1657. in 4. plag. 7.) emendavit. Cæterum *Wardus* Ideæ quoque Trigonometriæ demonstratæ, quæ cum prælectione de Cometis Oxonii 1654. in 4. (plag. 3.) prodiit, inquisitionem aliquam in *Bullialdi* Astronomiæ Philolaicæ fundamenta adjecit.

§. 19. *Sethus Wardus* in Astronomia Geometrica (Londini 1656. in 8. reg. $14\frac{1}{2}$. plag.) methodum geometricam propoſuit motus siderum computandi; sed a veris motuum regulis per *Keplerum* stabilitis recedit. Eandem anno sequenti propoſuit *Comes de Pagan* in Theoria Planetarum Parisiis A. 1657. in 4. idiomate patrio edita. Non ignoravit eam *Keplerus*; sed ex Epitome Astronomiæ Copernicanæ haud obscure colligitur, quod ideo rejecerit, quia veris naturæ legibus adversam reperit.

§. 20. *Bullialdi* hypothesin excoluit *Vincentius Wing* in Astronomia Britannica (Londini A. 1669. in fol. 7. Alph. 5. plag.), ubi præcepta singula Astronomiæ practicæ veris exemplis illustrantur ad captum tyronum studii Astronomici. Præmittit Trigonometriam tam planam & sphæricam, in qua exemplis illustrantur problemata, & in sphærica exhibet regulam catholicam *Neperi*.

§. 21. *Wardianam* ad numeros revocavit *Iohannes Newton* in Astronomia Britannica patrio sermone conscripta (Lond. 1657. in 4. 1. Alph. 20. plag.). Eandem excoluit *Thomas Streete* in Astronomia Carolina Londini 1661. in 4. (plag. 29.) primum edita & non sine augmento ibidem 1710. in 4. (2. Alph. plag. 3.) recusa. Id peculiare habet, quod motum Apheliorum & Nodorum sustulerit. Astronomiam hanc Carolinam ex idiomate Anglico in Latinum transtulit Gabriel Doppelmayer & Norimbergæ An. 1705. in 4. (Alph. 1. plag. 13. Tab. 5.) edidit.

§. 22. Omnia Astronomorum tam veterum, quam recentiorum hypo-

hypotheſes atque inventa, quæ tunc temporis proſtabant, in unum volumen congeſſit *Iohannes Baptiſta Ricciolus* e Societate Jeſu in Almageſto Novo (Bon. A. 1651. in fol. $16\frac{1}{2}$. Alph.). Contra *David Gregorius* in Elementis Aſtronomiæ Phyſicæ & Geometricæ (Oxoniæ 1702. in fol. 5. Alph. 12. plag.) recentiorem Aſtronomiam expoſuit, *Copernici*, *Kepleri* atque *Newtoni* inventis ſuperſtructam, quorum ille verum ſyſtema mundi, iſte veras planetarum orbitas ac motuum legns, hic tandem omnium cauſas phyſicas detexit. Multum præſtantiæ operis accederet, ſi numeris ex recentioribus obſervationibus illuſtraretur. In Anglia in linguam Anglicam verſa ſunt hæc Aſtronomiæ elementa: Latina vero recuſa ſunt Genevæ A. 1726. in 4. (Alph. 5. Tab. 46.) cum nonnullis additamentis.

§. 23. Nucleum Aſtronomiæ recentioris exhibuit *Guilielmus Whiſton* in Prælectionibus Aſtronomicis (Cantabrigiæ 1707. in 8. reg. 1. Alph. 6. plag.) ſolam tamen partem theoricam perſtringit. Idem fuit inſtitutum *Ioannis Keill* in Introductione ad veram Aſtronomiam (Oxoniæ 1718. in 8. Alph. 1. plag. $9\frac{1}{2}$. Tabb. 2.), in qua recentiſſima continentur Aſtronomorum inventa. Alias Tyronibus inprimis commendandi ſunt *Nicolai Mercatoris* Inſtitutionum Aſtronomicarum Libri duo (Londini A. 1676. in 8. 1. Alph.), in quo & Sphærica, & theorica juxta hypotheſes tam veteres, quam recentiores breviter explicatur & exemplis illuſtratur, calculus quoque ſtronomicus perſpicue docetur.

§. 24. Quodſi cui volupe fuerit, theoricas veterum animi gratia cognoſcere; ei ſatisfaciet *Purbachius* in Theoricis Planetarum ſæpius editis. Recuſæ ſunt Baſileæ An. 1569. in 8. cum *Regiomontani* diſputationibus contra Cremonenſia in planetarum theoricas deliramenta & *Iohannis Eſſleri* ſpeculo Aſtrologico (plag. 18.). Acceſſere huic editioni *Chriſtiani Wurſtiſii*, Mathematum Profeſſoris Baſileenſis, quæſtiones novæ in illas theoricas (1. Alph. 5. plag.). Explicat autem *Purbachius* in tyronum gratiam ſolas theoricas planetarum, forma calculi geometrici neglecta, quæ ex *Regiomontani* Epitome Almageſti *Ptolemæi* hauriri debet. Haſce Theoricas prolixo ac perſpicuo Commentario illuſtravit *Erasmus Oswaltus Schreckenfuchſius*, qui Baſileæ An. 1556. in fol. (Alph. 5. plag. 5.) prodiit, ita ut Aſtronomiam veterem, qualem tradidit *Ptolemæus*, omnium optime ex hoc opere haurire

rire possint tyrones. Theoricam Astronomiam tantummodo explicavit in gratiam tyronum *Purbachius*, quia isto tempore in Scholis doctrina sphærica tradebatur ex *Ioannis de Sacro Bosco* libello de Sphæra, sæpissime recuso, quem prolixo Commentario illustravit *Clavius* Tomo tertio Operum (§. 24.). *Michaël Mæstlinus*, Matheseos Professor Tubingensis, *Kepleri* Præceptor, in Epitome Astronomiæ (Tubingæ A. 1610. in 8. 1. Alph. 12. plag.) non modo theoricas Planetarum, sed & partem Astronomiæ sphæricam explicat.

§. 25. Tabulæ Astronomicæ antiquissimæ sunt *Ptolemaicæ*, in *Ptolemæi* Almagesto, sed hodie cum cœlo non amplius consentiunt. Eas A. 1252. corrigi curavit *Alphonsus* XI. Rex Castiliæ, usus inprimis opera *Isaaci Hazan* Judæi, impensis 400000. aureorum factis. Hinc enatæ sunt *Tabulæ Alphonsinæ*, quibus ipse Rex præfationem præmisit. Sed mox harum etiam defectum agnoverunt Astronomi periti *Purbachius* & *Regiomontanus*; unde *Regiomontanus* & post ipsum *Walther*us atque *Wernerus* observationibus cœlestibus incubuerunt; non tamen fata permisere, ut iis emendandis unum admoverent. Sane Tabulæ resolutæ, quas dedit *Regiomontanus*, ex Alphonsinis derivatæ. Hasce correctas & locupletatas edidit *Schonerus* An. 1536. Ea reperire licet in Operibus ejus mathematicis, de quibus postea dicemus. Neque ab his abludunt Tabulæ resolutæ de supputandis siderum motibus *Ioannis Virdungi Haffurdii*, quas A. 1542. Norimbergæ edidit *Iacobus Curio*, nunquam antea typis excusas, in 4. (plag. 15.), nisi quod sint breviores.

§. 26. *Nicolaus Copernicus* in libris Revolutionum cœlestium tabulis Alphonsinis alias substituit ex recentioribus & partim propriis observationibus a se supputatas; sed ex Copernici observationibus & theoriis mox *Erasmus Reinholdus* Tabulas Prutenicas procudit, aliquoties recusas. Utor ego editione Tubingensi A. 1571. in 4. 2. Alph. 15. plag.).

§. 27. Tabularum Prutenicarum imperfectionem juvenis agnovit *Tycho de Brahe*: qua agnita permotus, ut tanto cum fervore observationes cœlestes venaretur. Ipse tamen nonnisi Solis ac Lunæ motus inde restituit Progymnasmatum Tomo primo. Sed mox iisdem utebantur *Longomontanus*, qui in Astronomia Danica exemplo *Ptolemæi* & *Copernici* theoricis singulorum Planetarum tabulas motuum subjunxit, *Danicarum* nomine hodienum celebratas,

tas, & *Keplerus*, cujus opera prodiere *Tabulæ Rudolphinæ* (Ulmæ 1627. in fol. 2. Alph. 20. plag.), quæ hodienum magno in pretio habentur, anterioribus omnibus prælatæ. Has in aliam formam transmutavit *Maria Cunitia*, cujus Urania protia sive Tabulæ Astronomicæ mire faciles vim hypothesium physicarum a *Keplero* proditarum complexæ, facillimo calculandi compendio sine ulla Logarithmorum mentione phænomenis satisfacientes, Latine & Germanice Olsnæ in Silesia An. 1650. in fol. (6. Alph. 4. plag.) prodiere, ut scilicet calculus *Rudolphinus* difficilis facilior redderetur. Idem institutum fuit *Mercatoris* in Astronomicis Institutionibus (§. 23.) & *Joh. Baptistæ Morini*, cujus Tabulas *Rudolphinas* in compendium redactas versioni Latinæ Astronomiæ Carolinæ *Streetii* subjunctæ (§. 21.).

§. 27. Equidem *Lansbergius* Tabularum Rudolphinarum fidem subleſtam reddere tentavit, & Tabulas motuum cœleſtium perpetuas, quas vocat, condidit (§. 26. c. 1.) sed non solum *Horoccius* hominis arrogantiam retudit in Astronomia Keplerianâ defensâ, quæ maximam posthumorum partem absolvit (§. 4.); verum etiam reliqui Astronomi parum eidem tribuerunt. Similiter *Rudolphinarum* autoritatem non imminuere *Tabulæ Britannicæ Wingii* (§. 20.), quæ in ipsius Astronomia Britannica leguntur, & *Newtoni*, quas in sua Astronomia Britannica proposuit (§. 21.), nec Gallicæ Comitis *de Pagan* (Paris. 1658. in 4. 1. Alph. 11. plag.). Novalmagestica *Riccioli*, quæ extant in ejusdem Astronomia Reformata (§. 22.). Philolaicæ *Bullialdi*, quæ leguntur in Astronomia Philolaica (§. 18.) & Carolinæ *Streetii* in Astronomia Carolina (§. 21.). Inter meliores tamen censentur Philolaicæ & Carolinæ, ita ut ob benignum *Flamstedii*, optimi hac in re arbitri, judicium Carolinas prælectionibus suis Astronomicis subjunxerit *Whiston* (§. 23.).

§. 28. Novas quoque Tabulas ex datis *Keplerianis* & *Bullialdinis* juxta propriam hypothesin Conoellipticam supputavit *Joh. Jacobus* Zimmermann Ecclesiæ Würtemberga-Bieticanæ Diaconus, in Prodromo Bicipite Cono-ellipticæ & a priori demonstratæ Planetarum Theorices (Stutgardiæ 1679. in 4. plag. 15.); sed nullam hactenus in foro Astronomico autoritatem adeptæ.

§. 29. Tabulæ omnium noviſſimæ sunt Ludovicianæ, quas Astronomus præclarus *Philippus de la Hire* ex solis observationibus, citra

ullius hypotheseos subsidium, deduxit: quod ante inventa micrometra, tubos & horologium oscillatorium impossibile habebatur. Prodiere Parisiis 1702. in 4. (1. Alph. 4. plag. Tab. IV.) cum ante jam 1687. Tabulæ Solares & Lunares sub titulo partis prioris Tabularum Astronomicarum (in 4 plag. 17.) lucem adspexissent. Haberi possunt pro Tabulis Rudolphinis correctis. Dudum etiam in manibus Astronomorum versantur *Joh. Dominici Cassini* Tabulæ astronomicæ & in Anglia novas condidit *Hallejus*.

§. 30. *Johannes Hevelius* in Prodromo Astronomiæ (Gedani 1690. in fol. 4. Alph. 7. plag. Tab. I) cum Catalogo fixarum ex propriis observationibus deducto, Tabulas quoque Solares exhibuit domesticis observationibus superstructas, quæ præstantissimæ habentur. Optandum vero fuisset, ut fata permisissent, quo reliquorum quoque Planetarum Tabulas conderet observationum suarum fructum laturus celeberrimus Autor.

§. 31. Primum fixarum Catalogum confecit ex domesticis observationibus *Hipparchus*, quem ad suum tempus reductum *Ptolemæus* exhibuit in Almagesto lib. 7. Novum dedit *Tycho* Progymnasmatum Tomo primo p. 257. & seqq. quem extendit *Keplerus* in Rudolphinis. Exhibet fixarum Catalogum, sed tantummodo correctum, non vero ex propriis observationibus conditum *Ricciolus* in Astronomia Reformata. Ast Tabula Longitudinis ac Latitudinis stellarum fixarum ex observatione *Ulugh Beighii*, Tamerlani Magni Nepotis, ex MSC. Persicis Latine vertit, Commentariis illustravit & Oxonii A. 1665. in 4. (1. Alph 13. plag.), edidit *Thomas Hyde*. Addit *Muhammedis Tixini* Tabulas declinationum & Ascensionum rectarum. *Hevelius* in Prodromo catalogus fixarum omnes, qui hactenus prostant, una exhibet atque inter se comparat.

§. 32. Enimvero locupletissimus Fixarum omnium, quæ conspici possunt, ex propriis observationibus conditus a *Flamstædio* & sub titulo: Catalogi Fixarum Britannici exhibetur in Astronomi summi Historia cœlesti, de qua abunde diximus superius (§. 7.).

§. 33. Astra describunt & schematismis illustrant *Johannes Bayerus* in Uranometria Ulmæ 1661. quæ prodiit textu in 4. figuris in folio impressis (plag. 13. Tabb. 48.), qua in citandis stellis utuntur Astronomi, & *Johannes Hevelius* in Firmamento Sobie-

Sobieſciano (Gedani A. 1690. in fol. plag. 6. Tabb. æn. 54.). Optandum vero fuiſſet, ut literas, quibus ad indigitandas ſtellas uſus fuit *Bayerus*, etiam *Hevelius* retinuiſſet: id quod fecit *Johannes Flamſtædius* in opere magnifico *Atlantis cœleſtis*, quod Londini 1729. in fol. reg. (plag. 5. Tab. 29.) prodiit. Compendia uſibus tyronum ſervientia ſunt *Ægidii Strauchii* Aſtrognoſia (Wittebergæ An. 1684. in 12. plag. 9. Tabb. 25.) & *Wilhelmi Schickardi* Aſtroſcopium (Lipſiæ An. 1698. in 12. plag. 6. Tabb. 2.).

§. 34. Globi cœleſtis conſtructionem & uſum perſpicue explicavit *Schonerus* in Tractatu, qui inter opera ipſius extat. Recentius præter alios uſum globi cœleſtis docent *Guilielmus Bleau* in Inſtitutione Aſtronomica de uſu globorum (Amſtelodami 1690. in reg. 8. plag. 16.) & *Bion* in libro Gallico ejusdem argumenti, qui ſub titulo *Uſage des Globes celeſtes & terreſtres & des ſpheres* Pariſiis 1699. in 12. reg. (16. plag. Tabb. 26. prodiit, ac nuper auctior recuſus.

§. 35. Librum *Bionis* Germanice vertit & annotationibus nonnullisque additamentis locupletavit D. *Chriſtianus Philippus* Berger. Prodiit Lemgoviæ ſub titulo: des Hrn. Bions Abhandlung von der Welt-Beſchreibung und dem Gebrauch derer Himmels- und Erd-Kugeln auch Sphären An. 1736. in 8. (Alph. 1. plag. 19. Tab. 35.). Explicat hic Autor in altera præſertim editione, quæ ex Aſtronomia & Geographia tanquam cognita ſupponi debent, ſiquidem uſum utriusque Globi, terreſtris ſcilicet ac cœleſtis, intelligere volueris. Adduntur etiam phyſica de Meteoris & alia, quæ ad Calendarii notitiam faciunt.

§. 36. Cum *Lotharius Zumbach de Kœsfeld*, Med. D. poſtea Matheſeos Profeſſor in illuſtri Collegio Carolino, quod Caſſellis erat, novos Globos, cœleſtem juxta Catalogum fixarum *Hevelii* & terreſtrem ex recentiſſimis obſervationibus, *Gerardo Valk* chalcographo conſtruxiſſet, adornationem quoque & diſtributionem ac uſum Globorum deſcripſit. Enimvero quia Globus cœleſtis tantummodo ſatisfacit phænomenis primi mobilis, novum excogitavit inſtrumentum aſtronomicum, quale adhuc deſiderari arbitrabatur, quo loca & motus Planetarum atque ſtellarum fixarum proprii in longitudinem & latitudinem Zodiaci, eclipſes Solis & Lunæ, occultationes ſtellarum aliaque plurima inde derivata absque calculo exacte, facile ac promte

exhibentur. Instrumentum hoc *Planetolabium* appellavit & *Gerardus Valk* dextre idem præparavit. Descriptioni itaque Globorum adjunxit descriptionem Planetolabii sui, explicans omnem ejus rationem & usum. Utraque descriptio sub titulo: Praxis Astronomiæ utriusque, ut & Geographiæ exercita per usum Globi cœlestis & terrestris, tum & Planetolabii, prodiit Amstelodami A. 1700. in 4. Descriptio globorum constat plag. 18. Tab. 4. Planetolabii plag. 9. Tab. 2. Supponit illa ad manus esse Globos, hæc Planetolabium. Equidem *Schonerus* jam invenerat Organum Uranicum, quod vocat, e quo facillime absque scrupulosa supputatione veri mediique planetarum motus reperiuntur, & quod sub finem operum describitur; cum tamen ejus constructio nitatur hypothesibus veterum, *Zumbachii* vero Planetolabium secundum hypothesin recentiorem ellipticam & *Bullialdi* inprimis Astronomiam Philolaicam fuerit constructum, & multo accuratius exhibeat loca planetarum, quin non inutilem operam sumserit *Zumbachius*, dubitandum non est. Ne quid in mechanica Astronomiæ Theoricæ parte desiderari posset, addidit idem *Iovilabium* & *Saturnilabium*, quorum isto loca Satellitum Jovis, hoc autem loca Satellitum Saturni absque calculo ad datum quodcunque tempus determinantur. Descriptio Jovilabii prodiit Amstelodami A. 1716. in 4. (plag. 6. Tab. 1.); Saturnilabii vero ibidem An. 1726. in 4. (plag. 9. Tab. 2.).

§. 37. Construxit *Zumbachius* Planetolabium suum ad imitationem Astrolabii, instrumenti ad explicanda phænomena motus primi dudum adhibiti. Astrolabii constructionem & usum rigidissime demonstravit *Clavius* in Tractatu de Astrolabio, qui in Operibus ejus legitur (§. 24. c. 1.). Etsi autem *Clavius* tantummodo de polari, quod vocatur, egerit; tanta tamen usus prolixitate & schemata construxit tam implexa ac intricata, ut a nullo mortalium totum fuisse perlectum judicet *Tacquetus*. Quamobrem ipse lib. 3. Opticæ, qui de projectione astronomica agit, doctrinam hanc magis perspicue proponit, & non minus æquinoctiale, quam polare explanat. Ceterum quoad doctrinam de projectione sphæræ tam orthographica, quam stereographica commendari meretur Tractatus, quem sub titulo: *A Treatise of the sphere* patrio sermone Londini A. 1714. edidit *Ioannes Witty* (plag. 15. Tab. 10.). Tyronibus autem, qui usum Astrolabii cognoscere

scere studeat, satisfaciet *Bion* in Tractatu, qui Parisiis A. 1702. in 12. reg. (plag. 10½. Tab. 9.) sub titulo: *L' usage des Astrolabes tant universels, que particuliers* lucem adspexit.

§. 38. Ad naturam siderum & rationem universi cognoscendam conducunt præter *Ricciolum* in Almagesto *Christophori Scheineri* Rosa Ursina (Bracciani A. 1626. usque ad A. 1630. in fol. 11. Alph. cum figuris multis textui insertis), opus de maculis solaribus absolutissimum; ejusdem disquisitiones Mathematicæ de controversiis & novitatibus astronomicis (Ingolstadii 1614. in 4. plag. 12.); opusculum de refractionibus cœlestibus (Ingolstadii 1617. in 4.) & ejusdem Sol ellipticus (Augustæ Vindelicorum in 4. plag. 5); *Galilæi* Tractatus de mcaulis solaribus (Romæ 1613.) & Nuncius sidereus aliquoties recusus; ejusdem dialogi de Systemate mundi (Lugd. Bat. An. 1699 in 4. 3. Alph.), opus lectu dignissimum; *Johannis Kepleri* Tractatus Germanicus de Cometa anni 1607 (Halæ 1608. in 4. plag. 5.) & de Cometis libelli tres (Augustæ Vindelicorum 1619. in 4 plag. 20. Tab. 1.): ejusdem Prodromus dissertationum cosmographicarum, continens Mysterium cosmographicum de admirabili proportione orbium cœlestium deque causis cœlorum numeri, magnitudinis motuumque periodicorum genuinis & propriis, demonstratum per quinque regularia corpora Geometrica, cum Narratione *Georgii Joachimi Rhetici* de libris revolutionum *Nicolai Copernici* (Tubingæ 1596. in 4. 1. Alph.): ejusdem Somnium seu opus posthumum de Astronomia lunari (Francof. 1634. in 4. 1. Alph.): ejusdem Harmonica Mundi (Lincii 1619. in fol. 3. Alph. 13. plag.): ejusdem Hyperaspistes *Tychonis* (Franc. 1625. in 4. plag. 28.) adversus *Scipionis Claramontii* Antitychonem, in quo contra *Tychonem Brahe* demonstrare satagit cometas esse sublunares, non cœlestes (Venetiis 1621. in 4. 2. Alph. 2. plag.); *Hevelii* Selenographia (Gedani 1647. in fol. 6. Alph. 10. plag. Tabb. 111.), in quo ejus facies secundum omnes phases accuratissime delineatur: ejusdem Prodomus Cometicus, quo historia Cometæ A. 1664. exorti, cursum faciesque diversas capitis ac caudæ accurate delineatas complectens, nec non dissertatio de Cometarum omnium motu, generatione variisque phænomenis exhibetur (Gedani 1665. in fol. plag. 17. Tab. 3.): ejusdem descriptio Cometæ A. 1664. (Gedani 1666. in fol. 2. Alph. 5. plag. Tab. 7.): ejusdem epistola de

Cometa A. 1672. (Gedani 1672. in fol. 2. plag. Tab. 1.): ejusdem Cometographia (Gedani 1668. in fol. 10. Alph. 19. plag. Tabb. 38.), opus de Cometis absolutissimum: ejusdem dissertatio de nativa Saturni facie (Gedani 1656. fol. 12. plag. Tab. 9.), ubi phases Saturni delineat & ad causas suas revocare studet: ejusdem Mercurius in Sole visus cum *Horoccii* Venere iu Sole visa & Historia stellæ miræ (Gedani 1662. in fol. 2. Alph. 2. plag. 10. Tabb.), *Christiani Hugenii* Systema Saturninum (Hagæ Comitis 1659. in 4. plag. 12.), in quo annulus Saturni describitur & unus ejus satellitum annunciatur, & inprimis ejusdem Cosmotheoros (ibid. 1698. in 4. plag. 18. Tab. 5. it. Leoburgi 1704. in 8. plag. 8. Tab. 5.), in quo natura planetarum ex conjecturis probabilibus eruitur: *Francisci Blanchini* Hesperi & Phosphori Nova phænomena, sive Observationes circa Planetam Veneris (Romæ 1728. in fol. Alph. 1. plag. 2. Tab. 10.), in quo opere maculæ Veneris exactissime delineantur & Veneri eadem opera impenditur, quam in Luna, consumsit *Hevelius* præter alia ad parallaxin Veneris & ejus a Terra distantiam spectantia: De *Maupertuis* Discursus Gallice conscriptus de Figuris differentibus astrorum (Paris. 1732. in 8. plag. 5½.): *Iacobi Bernoulli* Conamen novi systematis Cometarum (Amstelodami An. 1682. in 8. 6½. plag. Tab. 8.): *Ioh. Baptistæ du Hamel* Astronomia Physica (Tom. 1. Operum Philos. Norimb. 1681. in 4.): *Wilhelmi Derham* Theologia Astronomica, quæ sub titulo: *Astro-Theology* Londini An. 1715. in 8. (plag. 20. Tab. 3.) prodiit & Hamburgi ex Anglico sermone in Germanicum translata lucem adspexit.

§. 39. Huc etiam referendi sunt Autores. qui motuum cœlestium causas physicas tradere aggressi sunt *Kepplerus* in Physica cœlesti seu Commentariis de motibus stellæ Martis & in Epitome Astronomiæ Copernicanæ (§. 16.), *Newtonus* in Principiis Philos. Natur. Mathem. cum *Gregorio* in Elementis Astronomiæ (§. cit.) *Villemot* supra laudatus (§. cit.): & Cel. *I. Polenus* in dialogo de Vorticibus cœlestibus (Patavii 1712. in 4. 1. Alph. 6. plag. 7. Tab.).

§. 40. Systema Copernicanum defendunt præter *Gallilæum* ante laudatum in Dialogis de Systemate mundi (§. 39.) peculiaribus scriptis *Petrus Megerlinus*, Professor Mathematum Basileensis in Systemate mundi Copernicano argumentis invictis demonstrato (Amstelodami An. 1682.

1682. in 8. plag. 6. Tab. 3.); *Bullialdus* in Philolao ab inferis resuscitato seu dissertatione de vero systemate (Amstelod. An. 1639. in 4.), *Petrus Horrebovius* Mathematum Professor Hafnienſis, in Copernico triumphante, ſive de parallaxi Orbis annui Tractatu epiſtolari (Hafniæ 1727. in 4. plag. 7. Tab. 1.) & *Joh. Jacobus* Zimmermann in Scriptura Copernizante Germanice ſæpius edita. Utor editione Noribergenſi anni 1709. in 8. (plag. 8.).

§. 41. Aſtronomiam, quam in parte prima ſecundum proprias hypotheſes explicaverat, in ſecunda ad uſum concionatorum transfert *Antonius Maria Schyrlæus de Rheita*, Capucinus, in Oculo *Enochi* atque *Eliæ*, ſeu Radio ſidereo myſtico (Antverpiæ 1665. in fol. 4. Alph. 9. plag.), qui etiam ſub finem partis primæ praxin dioptricæ explicat.

§. 42. Calculum eclipſium peculiaribus ſcriptis in uſum tyronum illuſtrarunt *Elias Molerus* in Opere novo Aſtronomico, in quo doctrina de ſupputandis deliquiis juxta Tabulas Prutendicas explicatur (Lugduni 1687. in 4. 1. Alph. 4. plag.); *Johannes Hanke*, e Societate Jeſu, in Tenebris ſummatim illuſtratis, qui ſecundum Tabulas *Riccioli* computum inſtituit (Moguntiæ 1682. in 4. plag. 15.) & inprimis *Zimmermannus* modo laudatus in ſcripto Germanico, cui titulus: Auf alle und jede *Hypotheſes applicable fundamental*-Aufgaben von den Sonn- und Mond-Finſterniſſen (Hamburgi 1691. in 8. 15½. plag.). Eclipſeos ſolaris calculum quoque bene tradidit & Logarithmos in uſum Logiſticæ ſexagenariæ exhibuit, quales alibi non proſtant. Commemorari hic quoque merentur diſſertationes quædam academicæ. Nimirum calculum eclipſium ſolarium exemplo eclipſeos anni 1715. illuſtravit *Joh. Bernhardus Wideburgius*, nunc Profeſſor Mathematum enenſis (Helmſtadii 1714. in 4. plag. 12. Tab. 4.) & Eclipſeos ſolaris anni 1723. calculum ſecundum methodum *Philippi de la Hire* ex ejusdem Tabulis quoad minutiſſima repræſentat *Georgius Matthias Boſe*, nunc Phyſicæ Profeſſor in Academia Wittebergenſi, in Commentatione in Eclipſin Terræ Anno 1723. d. 13. Maji (Lipſiæ A. 1723. in 4. maj. Alph. 1. Tab. 1.). Huc etiam pertinent Diſſertationes de eclipſi lunari & de eclipſi ſolari *Chriſtophori* Langhanſen, Profeſſoris Mathematum Regiomontani, quarum primam ſub præſidio *Blæſingii*, tum Mathematum Profeſſoris, alteram ipſe Præſes defendit.

§. 43.

§. 43. Equidem Tabularum astronomicarum conditores præcepta quoque calculi iisdem præmittere solent, quod etiam fecit *Philippus de la Hire*: quoniam tamen sæpissime præcepta breviora sunt, quam ut ad omnem calculum astronomicum absolvendum tyronibus præsertim satisfaciant; ideo *Joannes Albertus Klimmius* idiomate Germanico Norimbergæ 1725. in 4. (Alph. 1. plag. 17. Tab. 16.) Tabulas *Philippi de la Hire* cum nova, completa & accurata descriptione omnis calculi astronomici in usum tyronum calculi edidit. Ad eundem finem tendit opus in hoc genere maxime commendandum, Astrosophia numerica, sive astronomica supputandi ratio *Angeli Capelli*, Canonici & Astronomiæ Professoris Parmensis, quæ duabus partibus Venetiis 1733. & 1736. in 4. prodiit (Pars I. plag. 14. Tabb. æn. 8. Pars II. Alph. 1. plag. 16.). Parte priori abunde docentur, quæ ad calculum faciunt; posteriori autem Tabulæ astronomicæ continentur.

§. 44. *Ioannes Leonhardus Rostius* A. 1718. Norimbergæ in 4. (Alph. 3. Tab. 14.), edidit librum astronomicum sub Titulo: Astronomisches Hand-Buch, h. e. Manuale Astronomicum, in quo doctrinam sphæricam exemplis perspicuis illustrat & modum observandi declarat, ipse nimirum in observando versatissimus. Addidit deinde A. 1727. (Norimbergæ in 4. Alph. 2. plag. 5. Tab. 14.) partem alteram sub Titulo: Aufrichtiger Astronomus, h. e. Astronomus ingenuus. In ea plurima tradit, quæ ad doctrinam sphæricam, motus Cometarum & observationes astronomicas spectant. Inprimis autem plurima tradit, quæ ad calculum eclipsium facilitandum conducunt. Ad Astronomiam adeo practicam addiscendam utile opus.

§. 45. Quoniam in anterioribus aliquoties mentionem injecimus Operum Mathematicorum *Ioannis Schoneri*, ut de iis adhuc dicamus res ipsa flagitare videtur. Ea in unum volumen congessit, & correma & locupletata Noribergæ A. 1561. in fol. excudi curavit Autoris filius *Andreas Schonerus* (Alph. 10.). Continentur in hisce 1. Isagoge Astrologiæ judiciariæ, 2. de Judiciis Nativitatum libri tres, 3. Tabulæ resolutæ astronomicæ, 4. de usu globi cœlestis, 5. de compositione globi cœlestis, 6. de usu globi terrestris, 7. de compositione globi terrestris, 8. Libellus de distantiis locorum per numeros & instrumentum investigandis, 9. de constructione Torqueti,

queti, 10. In constructionem atque usum Rectanguli sive radii astronomici Annotationes, 11. In Fabricam & usum magnæ Regulæ *Ptolemæi* Annotationes, 12. Horarii Cylindri Canones, 13. Æquatorium astronomicum, ex quo errantium stellarum motus, luminarium configurationes & defectus colliguntur, oppositis ubique planetarum sphæris & terminorum expositionibus, 14. Planisphærium seu Metheoroscopium, in quo singula, quæ per motum primi mobilis contingunt, inveniuntur, 15. Organum Uranicum, quo facillime absque scrupulosa supputatione veri mediique planetarum motus reperiuntur, 16. Instrumentum impedimentorum Lunæ, per quod dies impediti facillime colliguntur his apprime utile, qui Almanach conscribere gestiunt. Videmus adeo in hisce operibus non contineri alia, nisi quæ ad præsens caput pertinent, quæ siderum nempe scientiam concernunt.

§. 46. Plura nobis recensenda essent scripta astronomica, si omnia promiscue in medium afferre liberet. Sed cum ea, quæ a veteribus & recentioribus usque ad Annum 1660. seculi superioris literis consignata fuere, ex *Riccioli* Almagesto facile suppleri queant, cetera ex Diariis Eruditorum, quæ hodie magno numero eduntur, peti queant; potiora a nobis commemorata esse sufficit. De *Tychonis* tantum Progymnasmatibus Astronomiæ instauratæ, aliquoties laudatis, observamus, quod pars prima equidem inscribatur de nova stella anni 1572. generaliter tamen de restitutione motuum Solis & Lunæ stellarumque inerrantium tractet (Uraniburgi & Pragæ 1610. in 4. 4. Alph. 13. plag.); altera vero de Cometa 1577. agat (Pragæ 1610. in 4. 2. Alph. 13. plag.). Tomo secundo hujus editionis adjiciuntur *Tychonis* de *Brahe* epistolæ Astronomicæ (Uraniburgi 1610. in 4. 1. Alph. 16. plag.). Sola Progymnasmata sub titulo Operum *Tychonis de Brahe* postea Francofurti ad Mœnum in 4. recusa.

§. 47. Dignum quoque est, cujus singularem mentionem injiciamus, Automatum Planetarium *Hugenii*, motus planetarum motu suo accurate indicans, descriptum sub finem posthumorum (§. 35. cap. 1.). Etsi enim ante ipsum istius modi automata construxerint alii, quorum nonnulla recenset *Schottus* in Technica curiosa: eorum tamen usus hodie nullus amplius est, postquam *Hugenianum* ad Astronomiæ recentioris perfectionem compositum.

§. 48. Præterea nobis adhuc commemoranda sunt scripta quædam recentiora, quæ silentio præteriri nefas. Nimirum An. 1697. Norimbergæ in fol. (Alph. 1. plag. 4. Tabb. 4.) *Joh. Philippus a Wurzelbau* edidit Tractatum de situ Geographico secundum latitudinem & longitudinem civitatis Norimbergensis sub titulo: *Uranies Noricæ Basis* in usum observationum suarum, quas ibidem multa solertia & instrumentis exquisitis instituebat. Sed cum in longitudine ac refractionibus aliquid immutandum esse posthac deprehenderet, ejus supplementum A. 1713. in fol. (plag. $5\frac{1}{2}$.) addidit sub titulo: *Stabilimentum Baseos Uranies Noricæ Astronomicæ & Geographicæ pro deducto antehac inclytæ urbis latitudine & corrigendis longitudinum Geographicarum numeris* &c. ubi etiam de obliquitate Eclipticæ & refractione horizontali agit. Tandem A. 1719. accessit opus Motuum solarium, in qua ex solis observationibus in Meridiano Norimbergensi per tria secula habitis iidem definiuntur & eorundem Tabulæ exhibentur, sed intra dimidium seculum variabiles ob eccentritatis, quam statuit, mutabilitatem. Prodiit Norimbergæ An. 1719. in fol. (plag. $22\frac{1}{2}$. Tab. 1.) sub titulo: *Uranies Noricæ Basis astronomica*, sive *Rationes motus annui ex observationibus in Solem hoc nostro & seculo abhinc tertio Norimbergæ sub eodem Meridiano habitis quam plurimis deductæ & ampliter demonstratæ*. Operi huic solari adjicitur tractatus de situ geographico Norimbergæ & ejus supplementum, de quo ante diximus, ut adeo integrum, quale nunc in bibliopoliis prostat, constet (Alph. 2. plag. 9. Tabb. 5.).

§. 49. An. 1735. Hafniæ in 4. reg. (Alph. 1. plag. 7. Tabb. 11.) *Petrus Horrebovius*, Phil. & Med. D. in Universitate Hafnienſi Astronomiæ Professor, edidit Basin Astronomiæ, sive Astronomiæ partem mechanicam, in qua describuntur observatoria atque instrumenta astronomica Rœmeriana Danica, simulque eorundem usus, sive methodi observandi Rœmerianæ in usum publicum & præsertim in gratiam una prodeuntis valde insignis atque usus ampliſſimi, nunquam non posteris memorandi Tridui observationum Tusculanarum Rœmeri ex fundamentis exponuntur. Dolendum vero, quod duo libri, in quo observationes suas descripserat *Rœmerus* ferali isto incendio An. 1726. quod circa finem Octobris totam fere *Hafniam* vastavit, una cum observationibus *Horrebovianis* perierint.

§. 50.

§. 50. Multum desudavit *Rœmerus* in detegenda parallaxi orbis annui, nec sine successu hoc se præstitisse sibi videbatur. Ex ejus adeo observationibus *Horrebovius* eandem demonstrandam sibi sumsit, ediditque ea fini Hafniæ in 4. (plag. 8. Tab. 1.) suis sumtibus Copernicum triumphantem, sive de parallaxi orbis annui Tractatum epistolarem ad sereniſſimum Principem Christianum, Daniæ & Norwegiæ hæredem An. 1727., cujus pleraque exemplaria ferale istud, quod modo commemoravimus, incendium consumsit.

§. 51. Enimvero nondum triumphare Copernicum in Commentariis Bononiensis Scientiarum & Artium Instituti (§. 40. c. 1.) ostendit *Eustachius Manfredi*, cum ex observationibus Rœmerianis, quæ colligitur in fixis quoad declinationem & ascensionem rectam, mutatio parallaxi orbis annui minime consentiat. Nimirum hactenus Astronomi in parallaxin orbis annui inquisituri id tantummodo agebant, ut omni circumspectione dispicerent, num aliqua fixarum a loco fixo aberratio annua deprehendatur, parum solliciti, utrum præcise talis sit, qualem exigit motus annuus Telluris circa Solem, an vero eidem contrarietur. Saluberrimo igitur consilio *Manfredius* Theoriam de annuis inerrantium stellarum aberrationibus, in Astronomia hactenus desideratam condidit eamque publici juris fecit Bononiæ Anno 1729. in 4. (plag. 10. Tabb. 6.), ut juxta eam observationes examinari queant, ne per errorem parallaxis orbis annui inde colligatur, quæ inde colligi nequit.

§. 52. Celebratissimus hodie inter Astronomos est Gnomon Meridianus Bononiensis ad D. Petronii, cui Astronomia multa debet incrementa & cujus historiam dederunt *Joannes Dominicus Cassini* atque *Dominicus Gulielminus*. Hujus instrumenti descriptionem & observationes astronomicas omnes eodem ab ejus constructione usque ad hoc tempus peractas 1736. Bononiæ in 4. reg. (Alph. 2. plag. 2.) edidit idem *Manfredius*. In hoc opere de obliquitatis eclipticæ mutatione & theoria Solis præclara leguntur, & illa inprimis extra omnem controversiæ aleam ponitur.

§. 53. Anno 1725. *Horrebovius* edidit Hafniæ in 4. (plag. 16. Tab. 1.). Clavem Astronomiæ, sive Astronomiæ partem physicam, in qua potissimum in parallaxin Solis inquirit. Pendet autem methodus ab hypothesi quadam physica. Unde

ipsi posthac consultum visum, ut, missis omnibus hypothesibus, elementa Astronomiæ quoad refractiones, obliquitatem eclipticæ polique altitudinem nudis observationibus *Rœmeri* superstrueret. Eo consilio in publicam lucem emisit An. 1732. Hafniæ in 4. (plag. 16. Tab. 1.). Atrium Astronomiæ, sive de inveniendis refractionibus, obliquitate eclipticæ atque elevatione poli Tractatum. Subjunxit schediasma de arte interpolandi, quod jam antea seorsim publicatum ad scripta analytica referendum. Ceterum in Atrio hoc aperiendo amplissimum usum ostendit Tridui illius *Rœmeriani*, quod in Basi Astronomiæ extat (§. 50.), & se in posterum uberiorem adhuc ostensurum pollicetur. Unde non mireris *Rœmerum* morti vicinum ejus editionem una cum descriptione instrumentorum suorum serio commendasse & eo fine ejus exemplar nitide descriptum S. R. Selandiæ Episcopo C. W. *Wormio* tradidisse.

§. 54. Ad scripta Astronomica referendæ etiam sunt Ephemerides, in quibus loca planetarum eorumque adspectus ad singulos anni dies computati una cum Eclipsium descriptionibus exhibentur. Juxta Tabulas Prutenicas Ephemerides ab A. 1577. ad annum 1590. construxerat *Joannes Stadius*. Juxta easdem ab An. 1581. usque ad annum 1620. computatas Venetiis excudi curavit *Joannes Antonius Maginus*, Mathematum Professor Bononiensis, edito opere Primi Mobilis, duodecim libris contenti, in quibus habentur Trigonometria sphæricorum & astronomica, gnomonica, geographicaque problemata, magnus trigonometricus canon emendatus & auctus ac magna primi mobilis Tabula ad decades primorum scrupulorum supputata (Bononiæ 1609. in fol. Alph. 10. plag. 21.), celebris: sed cum eas examinaret *Davides Origanus*, Mathematum Professor Franc. ad Viadrum eas non satis accuratas deprehendit. Quamobrem ipse 1599 Franc. ad Viadrum, in 4. (4. Alph. 12. plag.), novas edidit Ephemerides ab An. 1595. usque ad An. 1630. deinceps continuatas usque ad finem seculi. Præmissa est Introductio seu compendiaria Ephemeridum enarratio, qua non solum, quæ ad motum primi & secundorum mobilium usumque pleniorem Ephemeridum faciunt, sed & plurima alia chronologica & astrologica præcepta ea facilitate explicantur, ut inde quisque calendaria anniversaria & nativitatum texere possit judicia. Hæ ephemerides seculo decimo sexto celebratissimæ

tissimæ fuerunt, iisdemque usi sunt calendariographi. Etsi enim *Keplerus* ab An. 1617. usque ad A. 1636. ex Tabulis suis Rudolphinis supputatas Lincii in 4. (3. Alph. 17. plag.) edidisset, inchoatas Lincii 1616. & absolutas Sagani Silesiæ typis Autoris An. 1630. quibus præmittitur explicatio fundamentorum Ephemeridis & instructio super nova ejus forma; facile tamen apparet, cur usum Ephemeridum *Origani* impedire minime potuerint.

§. 55. Cum *Origani* Ephemerides cum seculo præcedente exspirassent, initio hujus complures de novis computandis consilia agitarunt: quo successu, nostrum jam non est enarrare. Initio hujus seculi Ephemerides dederat *Mezzavaccha*, quibus deficientibus, manum eidem operi admovit Marchio *Antonius Ghislerius*, cujus Ephemerides motuum cœlestium ab A. 1721. ad A. 1740. ex Tabulis *de la Hire*, *Streetii* & *Flamstædii* ad Meridianum Bononiæ supputatæ prodierunt Bononiæ An. 1720. in 4. (Alph 3. plag. $9\frac{1}{2}$.). Anno autem 1725. ibidem lucem adspexere Noviss. Ephemerides motuum cœlestium e Cassinianis Tabulis ad meridianum Bononiæ supputatæ, autoribus *Eustachio Manfredio* Bononiensis Scientiarum Instituti Astronomo & sociis ad usum Instituti. Tomus primus continens Ephemerides ex An. 1726. in A. 1737. constat Alph. 2. plag. 4. Tabb. 8. Tomus II. complectens Ephemerides ex A. 1738. in An. 1750. Alph. 2. plag. 6. Tabb. 7. Id singulare habet *Manfredius*, quod dederit typos eclipsium solarium, quales per totam Telluris faciem, ubi conspicuæ sunt, apparent juxta principia projectionis.

§. 56. Singulis annis Parisiis in usum anni sequentis jussu Academiæ Regiæ scientiarum ad Meridianum Parisiensem editur Ephemeris sub titulo: *Connoissance des Temps pour l' Année* v. gr. 1739. Ephemeridi subjiciuntur Tabulæ quædam astronomicæ cum earundem explicatione & usu, una cum Catalogo singulorum membrorum Academiæ Regiæ scientiarum, qualis est mense Novembri ejus, quo editur, anni. Extant in iisdem eclipses Satellitum Jovis, cum in casum observationum astronomicarum potissimum edantur istæ ephemerides, quæ præterea usum Calendarii præstant.

§. 57. Olim usque ultra dimidium seculi superioris ad Astronomiam quoque relata fuit *Astrologia judiciaria*, ars divinandi ex astris: omnes enim & naturæ, & hominum

actiones horumque fata iisdem subjecerunt veteres. Magnæ ea fuit autoritatis, exculta & defensa a gravibus Autoribus, ita ut ipse *Ptolemæus* de eadem commentatus fuerit eamque Astronomiæ sociam fecerit (§. 10. c. 9.). Nostro autem ævo vanitate ejus agnita indigna censetur, quæ inter scientias mathematicas referatur: quæ etiam ratio est, cur nullum eidem in Elementis nostris Matheseos universæ fecerimus locum. Quodsi tamen cui volupe fuerit, Astrologiæ præcepta cognoscere, ei satisfaciet *Schonerus* in Opusculo astrologico, quod ex diversorum libris summa cura pro studiosorum utilitate collegit & Norimbergæ A. 1539. in 4. (plag. 14.) edidit. Legitur idem in Operibus, in quibus primum tenet locum (§. 46.). In his autem prolixa quoque occurrit tractatio de judiciis nativitatum, ut in hac Astrologiæ parte nihil amplius desiderari possit. Compendiosior est Tractatus astrologicus de genethliacorum thematum judiciis pro singulis nati accidentibus ex vetustis & optimis quibusque auctoribus collectus industria *Henrici Ranzovii*, Producis Cimbrici, qui Francofurti ad Mœnum A. 1633. in 8. (Alph. 1. plag. 2.) prodiit & quo in juventute usus cum artem illam pernoscere gestirem.

§. 58. Superiori adhuc seculo Astrologiæ maxime deditus fuit *Joannes Baptista Morinus*, Medicinæ Doctor, & Parisiis Regius Mathematum Professor, cujus Astrologia Gallica; principiis & rationibus propriis stabilita atque in 26 libros distributa prodiit Hagæ-Comitis 1661. in fol. cum prolixa præfatione apologetica (Alph. 6. plag. 12.), qui vulgo dicitur Astrologiam demonstrasse. Sed quantum distent a veris demonstrationibus ejus probationes, haud difficulter judicabit, qui genuinæ demonstrationis formam animo concepit.

§. 59. *Longius* Londini Astronomiam Anglice edidit duobus Libris & satis egregie hujus scientiæ principia tradidit. *Leonh. Eulerus* 1744. edidit Theoriam motuum planetarum & cometarum, Berol. 4. (1. Alph.), in qua novam & securiorem proponit methodum, e datis tribus cometæ locis ejus orbitam & inclinationem ad eclipticam determinandi.

§. 60. Egregium apparatum Astronomicum descripsit *J. J. Marinoni*, opere Viennæ Austr. 1745. edito sub titulo: Astronomica specula domestica cum organico apparatu, libri duo, fol. (21. plag. c. f.). Lutetiæ Parisiorum anno 1755. prodiere lectio-

lectiones Elementares Astronomiæ *de la Caille*, quarum versio germanica 1757. Viennæ prodiit in 4. (1. Alph. 12. plag. 9. tabb.), in quibus totus recentioris Astronomiæ status cum observationibus cel. Autoris & aliorum recentissimis continentur. Idem N. L. *de la Caille*, An. 1757. edidit Astronomiæ fundamenta novissimis solis & stellarum observationibus stabilita. Lut. Par. 4. (1. Alph. 6. plag.) quæ in V. partes distributa tabulas varias Astronomicas & observationes optimas continent.

§. 61. Reliquis recentioribus palmam fere præripit Astronomia cel. *de la Lande*, quæ Gallice 1764. Lutetiæ Parisiorum prodiit, 4. (1. Alph. 2. plag. 36. tabb.), in qua non solum Historia Astronomiæ traditur, & verum mundi systema solide demonstratur, sed & præstantissima recentioris Astronomiæ inventa explicantur & tabulæ denique Astronomicæ, tabulæ inprimis solares de la Caille & tabulæ lunares Mayerianæ adduntur, & nova quoque Methodus computandi eclipses traditur. Neque contemnendum est Astronomiæ compendium *L. H. Röhlii* Einleitung in die Astronomischen Wissenschaften, cujus Pars I. prodiit Grifiswaldæ 1768. (1. Alph. 5. plag. 10. tabb.) 8.

CAPVT X.

DE SCRIPTIS CHRONOLOGICIS, GEOGRAPHICIS ET GNOMONICIS.

§. 1.

Doctrinam temporum primus in Scientiæ formam redegit *Iosephus Scaliger*, cujus de emendatione temporum libri primum A. 1587 lucem adspexerunt, deinde quindecim annis elapsis, prorsus immutati denuo prodierunt. Multa eruditione conscriptum est hoc opus; sed ad captum Tyronum minime compositum.

§. 2. Præclarum quoque in Chronologia opus est *Dionysii Petavii* doctrina Temporum, Parisiis 1627. in fol. primum edita; sed An. 1703. tribus Tomis in fol. reg. (21. Alph. 7. plag.) Antverpiæ recusa. Accessit editioni novæ integer tomus tertius,

tertius, in quo continentur Uranologium sive systema variorum auctorum, qui de Sphæra ac sideribus eorumque motu Græce commentati sunt, A. 1630. seorsim editum; Libri 8. variarum Dissertationum Chronologiam illustrantium & libri tres epistolarum. Nimirum in Uranologio continentur *Gemini* Elementa Astronomiæ; *Ptolomæi* de Apparentiis inerrantium & significationibus, cui Tractatui subjungitur Calendarium vetus Romanum cum ortu occasuque stellarum ex *Ovidio*, *Columella*, *Plinio*; *Achillis Tatii* Isagoge ad *Arati* Phænomena; Ejusdem fragmenta a *Victorio* edita, quæ cum anterioribus eadem fere continent; *Hipparchi Bithyni* ad *Arati* & *Eudoxi* Phænomena Enarrationum libri tres; *Arati* Genus & Vita; *Theodori Gazæ* liber de mensibus; S. *Maximi* Martyris Computus ecclesiasticus; *Isaaci* Monachi Computus; S. *Andreæ* Hierosolymitani methodus investigandi cycli solaris & lunaris, nec non Paschatis. Ceterum paulo durius tractat *Scaligerum*, cui opus suum opposuit.

§. 3. Dogmata *Scaligeri* ad faciliorem intelligentiam proposuit *Sethus Calvisius*, Cantor Lipsiensis, vir longe ultra sortem sui similium eruditus, cujus Introductio ad Chronologiam sæpius cum in 4. tum in folio recusa.

§. 4. Triumviris istis jungi meretur *Johannes Baptista Ricciolus* in Chronologia Reformata, quæ Bononiæ 1669. in fol. prodiit (Alph. 11. plag. 18.).

§. 5. Tyronibus inserviunt *Dionysii Petavii* Rationarium temporum (Moguntiæ 1646. in 8. 2. Alph. 22. plag.), *Guilielmi Beveregii* Institutiones Chronologicæ, quæ cum Arithmetica Chronologica recusa Londini An. 1705. in 4. (1. Alph 11. plag.) & *Ægidii Strauchii* Breviarium Chronologicum (Wittebergæ A. 1664. in 12. 2. Alph. 10. plag.).

§. 6. Ad Chronologiam Historicam spectat opus *Isaaci Newtoni*, quod Londini 1728. in 4. sub Titulo: *The Chronology of ancient Kingdoms amended* (Alph. 2. plag. 4. Tabb. 111.) prodiit, in quo agitur de Chronologia Græcorum, Ægyptiorum Assyriorum, Babyloniorum & Medorum atque Persarum. Traditur etiam in eodem descriptio templi *Solomonis*. Cum nobis jam sit negotium cum Chronologia mathematica; facile patet, Chronologiam *Newtoni* non esse hujus loci. Ne tamen quis miretur, cur ejus nullam injecerimus mentionem, cum *Newtonus* inter Mathematicos summus

mus emineat; eum silentio præterire noluimus. Singulares vero prorsus sibique proprias de Chronologia antiquorum imperiorum fovet opiniones *Newtonus*, ita ut enormis detur inter ipsum & ceteros Chronologos dissensus. Quamobrem eodem adhuc anno *Arthurus Bedford* idiomate patrio Animadversiones in Chronologiam *Newtoni* edebat Londini in 8. (plag. 15.) Ostendit autem, *Newtonum* e diametro esse adversum scriptoribus sacris: quæ adeo ratio esse videtur, cur ad eum confutandum adeo properaverit.

§. 7. Ad Calendariographiam spectant, quæ Tomo quinto operum *Clavii* habentur (§. 24. c. 1.); *Sethi Calvisii* Elenchus Calendarii Gregoriani (Franc. ad Mœn. 1612. in 4. plag. 27.); *Franciſci Vietæ* Relatio Calendarii vere Gregoriani & Calendarium Gregorianum perpetuum (§. 25. cap. 1.); *Blondelli* Historia Calendarii Romani Gallice conscripta (Paris. 1682. in 4.); *Erhardi Weigelii* bürgerlicher Zeit-Spiegel, seu speculum temporis civile (Ienæ A. 1664. in 4. plag. 15.); *Guilielmi Bonjour* Calendarium Romanum (Romæ An. 1701. in fol. 21. plag.) *Franciſci Blanchini* Solutio Problematis paschalis (Romæ 1703. in 4. plag. 13. Tabb. 5.); *Dominici Quartaironii* Responsiones ad assertiones *Dominici Cassini* pro reformatione Calendarii Gregoriani (Romæ 1703. in 4. plag. 4.); *Eustachii Manfredii* epistola ad *Quartaironium*, qua *Cassini* assertiones 16. vindicantur (Venetiis 1705. in 4. reg. plag. 8.); *Thomæ Pii Maphæi* Opus de Cyclorum Soli-Lunarium inconstantia & emendatione (Venetiis 1706. in 4. $1\frac{1}{2}$. Alph.).

§. 8. Calendarium Iudaicum ex Hebræorum penetraiibus cum versione Latina edidit *Sebastianus Münsterus* Basileæ A. 1527. in 4. (1. Alph. 5. plag.): in quo computus Iudæis usitatus exponitur. *Rabbi Ori* Calendarium Palæstinorum & universorum Iudæorum ex Hebræo sermone in Latinum vertit & Francof. ad Mœnum publicavit *Jacobus Christmannus* in Academia Heidelbergensi Professor A. 1594. in 4. (plag. 20.).

§. 9. Inter veteres Geographos eminet *Ptolemæus*, cujus Geographiæ libri octo, in quibus non modo traduntur ad Geographiam mathematicam spectantia, sed inprimis etiam quæ ad historicam faciunt, Basileæ prodiere plus simplici vice, e. gr. An. 1542. in fol. (Alph. 2. plag. 16. Tab. 48.). Inter compendia vero maxime celebre fuit *Joannis de Sacro Bosco* libellus de sphæra, sæpius re-

cusus: in quem post alios commentatus est *Clavius* (§. 24. cap. 1.).

§. 10. Præstantissimum in hoc scientiarum genere & fere unicum est *Johannis Baptistæ Riccioli* Geographia & Hydrographia Reformata (Venetiis 1662. in fol. 7. Alph. 17 plag.), ex quo *Erhardus Weigelius* scitu præ cæteris necessaria in tyronum gratiam in compendium misit in speculo Terræ, (Erd-Spiegel), quod vocat, patrio idiomate conscripto, (Jenæ An. 1665. in 4. 1. Alph. 3. plag.).

§. 11. Multa habet *Ricciolus*, quæ ad Geographiam proprie non spectant, sed ab eo in eadem pertractantur, ne ea aliunde supponere habeat opus. Unde tyronum conatibus magis respondet Geographia, quæ in cursu Mathematico *Millieti Dechales* extat (§. 4. c. 1.).

§. 12. Cæterum applausum eruditorum dudum quoque meruit *Bernhardi Varenii* Geographia generalis, sæpius recusa. Elegans est editio Cantabrigiensis anni 1672. in 8. (1. Alph. 9. plag. Tabb. 5.), juxta quam recusa est Jenæ 1693. in 8. sed præstantissima omnium prodiit Cantabrigiæ A. 1712. in 8. reg. (1. Alph. 15. plag. 9. Tabb. 9.) cum Appendice *Jacobi Jurin*, id qua nova habentur inventa, post obitum scilicet *Varenii* demum detecta. *Varenio* autem non solum mathematica, verum etiam physica curæ cordique sunt.

§. 13. Laudantur quoque Elementa Geographiæ generalis Cl. *J. G. Liebknecht* Prof. Giess. (Franc. 1712. in 8. 1. Alph. 10. plag. fig. plag. $3\frac{1}{8}$.), *Leonhardus Christophorus Sturmius* vero in Compendio Geographico, quod idiomate vernaculo in gratiam tyronum Francof. An. 1705. in 8. edidit (plag. 10. Tab. 5) praxin inprimis conficiendi mappas Geographicas bene tradit. quamvis demonstrationes omiserit, utpote quæ non sunt ad palatum tyronum.

§. 14. De Hydrographia seu arte navigandi commendatur Tractatus in Cursu Mathematico *Milliesi Dechales* (§. 4. c. 1.) Data opera omnium prolixissime scripsit de eadem *Georgius Fournier* e Societate Iesu in Hydrographia Gallice edita Paris. 1653. in fol. (10. Alph. 10. plag.). Habebatur pro opere præstantissimo in hoc genere: verum postea in Anglia prodiere libri complures de arte navigandi, qui præ illo commendari merentur.

§. 15. *Jacobus Hodgson*, Lector Matheseos in schola mathematica regia orphanotrophii ad S. Salvatorem conscripsit Theoriam navigationis demonstratam, in usum Navigationis

nis docendæ. Eam deinde multo auctiorem sub titulo: *A system of the Mathematicks*, hoc est, systema Matheseos, Londini A. 1723. in 4. duobus Voluminibus (Alph. 7. plag. 19½. Tabb. æn. 14. cum figuris multis ligno incisis & textui insertis) multo auctiorem recudi curavit. In hoc systemate ex Matheſi non traduntur, nisi quæ ad Navigationem rigide demonstrandam faciunt & in ea usum habent. Præmittuntur ex *Euclidis* Elementis sex prioribus, quæ ad hunc scopum conducunt una cum Trigonometria plana ex inventis recentiorum plurimum illustrata. Reperies hic porro Tr igonometriam sphæricam & doctrinam de proje; ctione sphæræ tam orthographica, quam stereographica prolixe explicatam, quarum hæc ad solvenda problemata trigonometrica & astronomica applicatur. Ex Astronomia docentur, quæcunque usui esse possunt in navigatione, veluti modus computandi appulsum Lunæ ad stellas fixas, & harum per illam occultationes, quarum in determinandis longitudinibus locorum usus est. Inseruntur novæ Tabulæ solares, quarum docetur constructio & usus. Adduntur Tabulæ aliæ, quibus opus est in navigatione. Ipsa autem praxis Navigationis omnis perspicue docetur, exemplis illustratur & Theoriæ demonstratæ superstruitur. Id nimirum egit autor, ut ex suo opere Navigationis theoriam & praxin solide addiscere liceat & quæ ex reliqua Matheſi præsupponuntur, aliunde hauriri non demum opus sit.

§. 16. Anno 1715. *Henricus Wilson*, problemata nautica variis modis soluta dedit in Tractatu, quem sub titulo: *Navigation new model'd*, hoc est, Navigatio in novam formam redacta, Londini in 8. maj. (Alph. 1. plag. 12.) publici juris fecit. Docet problemata ista solvere 1. per constructiones geometricas triangulorum, in locum solutionum Trigonometricarum surrogandas, 2. per calculum trigonometricum, & ope peculiarium Tabularum, ut calculo nullo sit opus 3. per calculum, qui canone sinuum, tangentium, secantium & Logarithmorum non habet opus, sed tantummodo paucis quibusdam numeris in Tabulam redactis; 4. ope circini & scalæ geometricæ; tandemque 5. per novam methodum a se inventam, qua problemata Trigonometriæ planæ sine Tabulis ac instrumentis solvuntur. Navigationem primam geometricam, secundam trigonometricam, tertiam arithmeticam, quartam instrumentalem, quintam vero practi-

eam appellat. Nullum adeo dubium est, quin hunc librum multo cum fructu legant, qui artem navigandi addiscere cupiunt, modo ex ceteris partibus Matheseos hausta theoria fuerint instructi, quae hic praesupponitur.

§. 17. Quoniam libri, qui magno numero de navigatione conscripti sunt, vel solam praxin tradunt, vel nimis diffusi sunt, nec levi pretio comparandi; ideo *Archibaldus Patoun* praxin navigationis ex primis principiis demonstratam sub titulo: *A Compleat Treatise of practical navigation demonstreated from its first Principles*, una cum tabulis omnibus necessariis Londini A. 1730 in 8. maj. (Alph 1. plag. 10. Tab, 1.) edidit. Praemittit adeo ea, quae ex Geometria, Trigonometria plana, Geographia, Astronomia & Chronologia perspecta esse debent ei, qui artem navigandi penitus perspicere voluerit.

§. 18. Eodem anno idiomate itidem Anglico Londini 1730. in 8. maj. (Alph. 1. plag. 9.) a *Georgio Gordonio* publicata sunt ex MSC. originali opera posthuma *Johannis Wardi*. In horum parte prima praemissis principiis Geometriae & Trigonometriae planae Navigatio explicatur, ubi nova quaedam methodus simul proponitur ab autore inventa; in parte autem secunda Trigonometria sphaerica traditur, ubi simul sphaerae projectio tam orthographica, quam stereographica explicatur. Ad demonstrationes illius facilius percipiendas schemata ita construxit, ut casus singuli in solido repraesentari possint: quo artificio etiam usus est *Joannes Keill* in Trigonometria, quam *Euclidis* Elementis ex versione *Commandini* a se editis subjunxit.

§. 19. Apud Batavos de arte navigandi Tractatum conscripsit *Willebrordus Snellius*, qui sub titulo: Tiphys Batavus, sive Histiodromice de navium cursibus & re navali, Lugduni Batavorum An. 1724. in 4. (Alph. 1. plag. 7.). De Loxodromia accuratas affert demonstrationes quae hactenus desiderabantur. Theoriam tradit libro primo; praxin secundo.

§. 20. Inter problemata vexata refertur problema de invenienda longitudine maris, quod hactenus multum exercuit ingenia Mathematicorum, irrito successu solutionem ejus aggressorum. Nimis prolixum foret recensere tentamina, quae publice descripta prostant. Non tamen possumus, quin mentionem injiciamus autoris cujusdam personati *Dorothei Alimari*, Mathematici (si credimus)

dimus) Veneti, cujus Methodus longitudinis aut terra, aut mari investigandæ, adjectis demonstrationibus & instrumentorum Iconismis Londini An. 1715. in 8. (plag. 13. Tabb. 4.) prodiit. Etsi enim ea non satisfaciat; continentur tamen in hoc Tractatu, quæ legi merentur.

§. 21. Pars nauticæ difficillima est manuaria nautica, quia recondiam Geometriæ sublimioris notitiam supponit. Agit autem manuaria nautica de dispositione velorum, gubernaculi & navis. Equidem Vir & generis nobilitate, & experientia maritima præstans *Renau* A. 1689. libellum de ea ediderat; sed mox *Hugenius* principium ejus unum, dein ex intervallo celeberrimus *Bernoullius* alterum impugnavit & theoriam aliam substituit in Tentamine novæ theoriæ nauticæ, quæ idiomate Gallico sub titulo: *Essay d' une nouvelle Theorie de la Manoeuvre des Vaisseaux* una cum epistolis nonnullis de eadem materia perscriptis Basileæ An. 1714. in 8. reg. (plag. 15. Tabb. 10.) prodiit. Theoriam hujus artis ad praxin aptare studuit *Pitotus* in libro Gallice conscripto, qui sub titulo: *Theorie de la Manœuvre de Vaisseaux reduite en Pratique* Parisiis in 4.

§. 22. Ad Geographiæ potissimum perfectionem tendunt observationes Mathematicæ & Physicæ in India & China factæ a R. P. *Francisco Noël*, e Societate Jesu, ab An. 1684. usque ad An. 1708. (Pragæ 1710. in 4. plag. 17. Tabb. 2.) & observationes argumenti similis a R. P. *Francisco Feuillée* jussu Regis Christianissimi in regionibus potissimum australibus factæ, de quibus supra (§. 9. c. 9.). Summæ harum observationum leguntur in Actis Eruditorum Lipsiensibus.

§. 23. Commemorandi hic denique sunt Autores, qui in magnitudinem & figuram Telluris inquisiverunt. Laudandus hic nobis *Willebrordus Snellius*, cujus Eratosthenes Batavus de Terræ ambitus vera quantitate Lugduni Batavorum An. 1617. in 4. (Alph. 1. plag. 11½.) prodiit. Sed errores quosdam in metiendis angulis, tum & in calculo admisit, quos ipse agnovit: Unde observationes repetiit & in MSC. correctas reliquit. Emendationes videre licet in Dissertatione de magnitudine Terræ *Petri van Musschenbroek*, Mathematum Professoris in Academia Ultrajectina, quæ legitur in opere dissertationum physicarum experimentalium & geometricarum de magnete, tuborum capillarium vitreorumque speculorum attractione, magnitudine Terræ, cohæren-

tia corporum firmorum Lugduni Batavorum An. 1729. in 4. reg. edito p. 354. & seqq.

§. 24. In Gallia feliciori successu laborem hunc exantlatus est *Picardus*, postea continuatus a *Cassino*. Mensurationem *Picardi* videre licet in Tractatu, quem ex sermone Gallico in Anglicum transtulit *Richardus Waller* & Londini sub titulo: *The Measure of the Earth* 1688. (plag. 6. Tab. 4.), edidit tum in Commentariis Academiæ Regiæ scientiarum Parisinæ ab A. 1666. usque ad A. 1699. Tom. 7. *Cassinianam* vero in Commentariis A. 1618.

§. 25. Quoniam per mensurationes *Cassinianas* alia prodibat figura Telluris, quam per demonstrationes *Newtoni* atque *Hugenii*; ideo jussu Regis Christianissimi *De Maupertuis* cum Sociis summo cum studio & plusquam Herculeo labore gradum Meridiani prope circulum polarem dimensus est aliasque observationes huic instituto inservientes instituit. Legatur Tractatus, quem Parisiis An. 1738. in 8. edidit (plag. 13. Tabb. 10.). Observationibus hisce exactissimis figura Telluris confirmatur *Newtoniana* & *Hugeniana*. Constat jussu Regis Christianissimi eodem fine missos esse Mathematicos in regnum Peruvianum, qui ubi redierint, cum publico dubio procul communicabunt absque mora suas quoque observationes. Factum hoc est tam a *Condaminio* quam *Bouguerio* post reditum ex America, Edidit nempe *Condamine* 1751. Lut. Paris. Mesure des trois premiers degrés du Meridien 4. *Bouguerius* vero jam anno 1749. ibidem ediderat: La Figure de la Terre determinée par les Observations de Mrs. Bouguer & de la Condamine. 4. In quo libro non modo mensurationes factæ recensentur, sed variæ quoque adduntur observationes ad situm regionum, historiam naturalem & meteorologiam spectantes. Quem *G. A. Kraftius* 1738. ediderat libellum, **Einleitung zur Mathematischen und natürlichen Geographie**, eum, Cl. *Aepinus* denuo 1764 Petropoli recudi curavit (1. Alph. 2. plag.) 8. maj. additis necessariis augmentis. Idem quoque liber in Russicam linguam translatus ibidem prodiit.

§. 26. Theoriam atque praxin Gnomonicam more veterum rigidissime, sed adeo intricate demonstravit *Christophorus Clavius* (§. 24. c. 1.), ut vix credibile sit, ullum unquam ejus demonstrationes omnes perlegisse. Faciliores vero exhibent

Decha-

Dechales atque *Ozanam* in curſibus (§. 4. 7. c. 1.).

§. 27. Demonſtrationes quoque affert *Guarinus Guarini* in parte poſteriore Mathematicæ cœleſtis (Mediol. 1683. in fol. 1. Alph. 3. plag.). Pars prior, quæ una cum poſteriore prodiit (7. Alph. 5. plag.) integram Aſtronomiam complectitur.

§. 28. Novam methodum horologia ſolaria magna conficiendi, lineis horariis per calculum determinatis, invenit *Picardus*, quæ in Operibus Mathematicis Academicorum Gallicorum (§. 31. c. 1.) legitur. Et Cel. *Philippus de la Hire* in ſua Gnomonica, quam patrio ſermone Pariſiis 1683. in 12. reg. publici juris fecit, methodum Geometricam expoſuit, ex quibusdam punctis per obſervationem determinatis lineas horarias ducendi.

§. 29. Anno 1625. *Eberhardus Welperus*, Artium Magiſter, Argentorati propriis ſumtibus typis deſcribi curavit ſuum de Gnomonica tractatum vernaculum in 4. (plag. 8.), in quo ex facili fundamento horologia in planis primariis deſcribere docet. Idem fundamentum jam antea perſpicue expoſuit eodemque in deſcribendis horologiis uſus eſt *Sebaſtianus Münſterus* in Rudimentis Mathematicis, quorum liber prior prima elementa Geometriæ, poſterior omnigenum horologiorum genus delineare docet. (Baſileæ An. 1551. in fol. 2. Alph. 20. plag.).

§. 30. *Welperi* Gnomonicam A. 1672. Norimb. in 4. (plag. 21. Fig. plag. 14½.) recudi curavit & integra parte ſecunda de horologiis inclinatis & declinatis ac figuris Zodiacalibus arcubusque diurnis & horis varii generis inſcribendis auxit, notisque partem primam illuſtravit *Joh. Chriſtophorus Sturmius*, Math. Prof. Altorfinus. Addidit. A 1681. (Norimbergæ in 4. plag. 19. Fig. plag. 9.) partem tertiam de horologiis reflexis & portatilibus. Eadem Gnomonica cum inſigni augmento *Sturmiano* denuo recuſa Norimbergæ An. 1708. in fol. (2. Alph. 16. plag. Tab. 35.). Acceſſit vero pars quarta, in qua methodi, *Picardiana & Lahiriana*, magna horologia deſcribendi exponuntur (§. 28.). In hoc adeo opere plura continentur, quam ullibi in unum volumen congeſta reperire licet, ita ut inſtar omnium eſſe poſſit, niſi quis demonſtrationes exaſciatas praxium deſideret, theoriæ magis, quam praxi intentus. Appendicis quoque loco adjicitur Tractatus de horologiis automatis ex Anglico in Germanicum ſermonem translatus, quemadmodum

dum jam supra monuimus (§. 26. c. 6.).

§. 31. Commendandum hic quoque est opus de horologiis majoribus delineandis, methodo universali, quod debetur *J. G. Doppelmayero*, Matheseos Professori Norimbergensi, & sub titulo: Neue und gründliche Anweisung, wie nach einer Universal-Methode grosse Sonnen-Uhren aus einem arithmetischen und geometrischen Fundament zu zeichnen, Norimbergæ An. 1719. in fol. (Alph. 2. plag. 10. Tabb. 20.) prodiit. Quodsi idem cum noviſſima & auctiori Gnomonica *Welperiana* conjungas, vix est ut quicquam in praxi Gnomonica, sive utilitatem, sive curiositatem spectes, amplius desideres. Ceterum *Alexander* in eximio de horologiis Tractatu egregiam quoque tradit methodum horologia majora solaria accurate in quovis pariete delineandi (§. 26. c. 6.).

§. 32. Solas praxes tradunt *Johannes Petersen* Stengel in Gnomonica universali, idiomate vernaculo (Ulmæ A. 1706. in 8. plag. 18. Tabb. 109.) edita, rerum varietate commendanda; *Georgius Michaelis* in Praxi Gnomonica Germanice A. 1701. Jenæ in 8. edita (12. plag. fig. æn. plag. 1½.), qui tamen tantum communiora exponit; *Joh. Ulricus* Müller in Indice horarum infallibili Germanice itidem Ulmæ 1702. in 8. edito (1. Alph. plag. 9. Fig. æn. plag. 9.) & *Henricus Cætsius* in Horologiographia plana (Lugd. Bat. 1689. in 4, plag. 12. Tabb. 20.), qui tamen inscriptiones signorum & arcuum diurnorum negligit, nec ad horologia portatilia descendit.

§. 33. Anno 1711. Augustæ Vindelicorum in 4. (2½. Alph. Tab. æn. 21¼. plag.) prodiit *Johannis Gauppenii* Gnomonica Mechanica universalis, sermone vernaculo in eorum gratiam conscripta, qui in theoria Mathematica parum versati. Inseruit operi suo Tractatum brevem, quem *Henricus Bierum*, Architectus militaris, A. 1676. (plag. 4.) ediderat, & ejus fundamento mechanice describendi horologia utitur. Rerum varietate commendatur iis, qui variis horologiorum solarium generibus conficiendis delectantur.

§. 34. Eodem fundamento nititur *Johannes Jacobus Scheublerus* in libro Germanico, qui sub titulo: Neue und deutliche Anleitung zur practischen Sonnen-Uhr-Kunst, Norimbergæ 1726. in 8. reg. (plag. 14. Tab. 44.) prodiit, & ubi inter alia

alia ornamenta, quibus horologia solaria parietibus inscripta circumscribi possunt, delineat. Alias jam initio seculi præteriti *Casparus* Ittenhöfer, civis Norimbergensis, Pedem Mechanicum invenit, cujus ope horologia solaria mechanice delineari possunt. Descriptionis editio altera auctior prodiit Norimbergæ A. 1620. in 4. (plag. 7.).

§. 35. Horologiorum solarium omnis generis, præsertim portatilium descriptionem etiam tradit *Nicolaus Bion* in opere Gallico de constructione & præcipuis usibus instrumentorum Mathematicorum (Parisiis 1709. in 8. reg 1. Alph. Tabb. 28.), quod unicum fere in hoc genere a J. G. *Doppelmayero* Prof. Math. Norimbergensi ex Gallico in Germanicum sermonem verti meruit (Norimbergæ 1712. in 4. Alph. 2. plag. 5. Tabb. 28.).

§. 36. Commendari quoque merentur Machinæ duæ, quæ pro describendis horologiis solaribus publicavit aliquoties jam citatus *Ignatius Gaston Pardies* (Hagæ Comitum 1691. in 12. 2. plag.). In hac editione tertia subjunguntur Elementis Staticæ.

§. 37. Methodum trigonometricam describendi horologia solaria excoluit *Bernardus Gruber*, S. Ordinis Cistercienſis in Monasterio B. V. *Mariæ* de Alto Vado Professus, in Collegio Archiepiscopali Pragæ A. L. L. & Philosophiæ Professor, in Horographia Trigonometrica, seu Methodo accuratissima arithmetice per sinus & tangentes horologia quævis solaria in plano stabili qualitercunque situato, etiam declinante & simul inclinato, facili negotio describendi, & quædam alia, quæ vialia dicuntur, expositis eorundem fundamentis & rationibus, Vetero-Pragæ A. 1718. in 4. (Alph. 1. plag. 14. Tabb. 11.) edidit. Idem institutum fuit *Benedicti Mariæ Castromii*, Ordinis Prædicatorum ac Panormi Matheseos Professoris, qui Horographiam universalem, seu Sciatericorum omnium planorum, gnomonice nova methodo describendorum, pro quovis horologio sive astronomico, sive Italico, sive Babylonico, sive Judaico doctrinam uniformem atque universalem sola triangulorum analysi breviter expositam cum isagogicis nonnullis Mathematum & triplici Appendice de nautica scientia, de militari Architectura ac de temporum Janua Panormi A. 1728. in fol. (Alph. 4. plag. 10. Tabb. 19.) edidit. Temporum Januam vocat Calendarium quoddam perpetuum, Januæ formam præ se ferens, quod

a se inventum. Tenendum hic est, methodum trigonometricam, quæ & arithmetica dici solet, in Gnomonica præferendam esse geometricæ, cum hæc facilius errori obnoxia fiat, qui per illam evitari potest.

§. 38. Quoniam non cujusvis est per calculum Trigonometricum eruere numeros, quibus in describendis horologiis solaribus opus est; ideo *Joannes Ludovicus Quadri*, Academiæ Instituti scientiarum Bononiensis Adscriptus idiomate Italico Bononiæ 1733. in 4. (Alph. 1. plag. 5. Tabb. 6.) edidit Tabulas Gnomonicas delineationi Horologiorum sciatericorum inserviente, quæ consentiunt cum horologiis Italicis, sonitu campanæ pulsæ horas indicantibus: ut adeo Italorum tantummodo usui destinentur. Dederat jam ante istiusmodi Tabulas in Italia *P. Angelus Maria Colombonus* & apud Nostros *Jo. Gauppius* in Gnomonica mechanica (§. 33.) & *Bernardus Gruber* in Horographia Trigonometrica modo laudata (§. 37.). Edidit quoque Tabulas Gnomonicas, sed pro horarum quovis genere sub titulo Deciliarum mathematicarum sermone patrio una cum brevi descriptione praxeos universæ Geometriæ & Trigonometriæ tam sphæricæ, quam planæ, quæstionibusque & problematibus astronomicis chronologicisque ad Calendarium ecclesiasticum pertinentibus, ope tabularum logarithmicarum facili modo solvendis, Romæ 1730. in 4. reg. (Alph. 4. plag. 2. Tabb. 14.).

§. 39. Hic denique commemorare lubet *Adriani Metii*, M. D. & Matheseos Professoris in Academia Frisiorum, Primum mobile astronomice, sciographice, Geometrice & hydrographice nova methodo explicatum. Prodiit editio nova ab innumeris mendis vendicata & instrumentis mathematicis aucta a *Guilielmo Blaev* Amstelodami An. 1633. in 4. (Tomus I. Alph. 2. Tomus II. Alph. 1. plag. 12. Tom. III. Alph. 1. plag. 10. Tom. IV. plag. 20.). Primo exponitur doctrina sphærica, Gnomonica & Geographia; secundo continetur accurata descriptio Astrolabii utriusque & ejus usus, una cum Trigonometria sphærica; tertio solvuntur problemata primi mobilis per astrolabium, Trigonometriam sphæricam & Tabulas astronomicas; quarto denique problemata primi mobilis geometrice delineantur & arithmetice solvuntur, atque Tabulæ geographicæ & hydrographicæ describuntur & per easdem tumque per Canones ex secantibus conflatos ars navigandi absolvitur.

§. 40.

§. 40. *J. F. Böttcher* edidit Anno 1748. die erleichterte Gnomonica 8. maj. (12. plag.), in qua præ aliis methodum ope trigonometriæ horologia computandi proponit & ea de cauſſa pleraque horologiorum ſolarium genera ab elevatione poli 47^{b} ad 54^{l} 12^{l} computavit, ita ut per totam Germaniam conſtrui facile inde poſſint horologia.

CAPVT XI.

DE

ARCHITECTVRA CIVILI.

§. 1.

Integram Architecturam civilem tradidit *Vitruvius*, qui ſub *Auguſto* floruit, cui decem de Architectura libros dedicavit. Optima editio Latina prodiit Amſtelodami 1649 in fol. (6 Alph.). Acceſſere huic editioni novæ caſtigationes & obſervationes *Guil. Philandri* integræ, *Danielis Barbari & Claudii Salmaſii* excerptæ & paſſim inſertæ. Præmittuntur Elementa Architecturæ *Henrici Wottoni*, Equitis Angli: ſubjiciuntur Lexicon Vitruvianum *Bernhardi Baldi*, ejusdem Scamilli impares Vitruviani, de pictura libri tres *Leonis Baptiſtæ de Albertis*, de ſculptura excerpta ex Dialogo *Pomponii Gaurici* & Commentarius de ſculptura & pictura *Ludovici Demontioſii*.

§. 2. Reprehendunt in egregio alias opere *Vitruviano*, quod nullum ordinem tenuerit; quod obſcure ſcripſerit, nempe judice *Leone Baptiſta de Albertis* (a) Græcis Latine & Latinis Græce; quod denique multa ſuperflua ac aliena immiſcuerit. Hinc *Perrault*, quemadmodum olim ſuaſerat *Philibertus de l' Orme*, regulas Architectonicas Vitruvianas ex opere prolixo excerpſit & in ordinem redactas ſub titulo: *Architecture générale de Vitruve reduite en Abrégé* publici juris fecit. (Amſtelodami A. 1681. in 8. $16\frac{1}{2}$. plag. & fig. æn. plag. $1\frac{1}{2}$.). Textum obſcurum *Vitruvii* in verſione Germanica, & adjecta ſingulis capitibus paraphraſi clariorem reddidit *D. Gualt. H. Rivius*. Recuſa eſt hæc verſio Baſileæ A. 1614. in fol. (7. Alph. 2. plag.).

(a) lib. 6. c. 1. de re ædificatoria p. 80. & ſeqq.

In paraphrasi seu Commentario, si mavis, more *Vitruviano*, multa aliena admiscuit. Magis commendanda est versio Gallica, quam primum A. 1673. typis describi, sed An. 1684. auctiorem & emendatiorem recudi curavit *Perrault* adjectis notis selectis & figuris æri nitidissime incisis (Parisiis in fol. reg. 4. Alph. 5. plag.). Idem *Perrault* opus præclarum de Ordinibus A. 1684. in fol. addidit sub titulo: *Ordonnance des cinq espèces de Colonnes selon la methode des anciens*, in quo præjudicia Architectorum refellit & quod instar supplementi Architecturæ *Vitruvii* haberi potest, qui doctrinam de Ordinibus imperfectam tradidit.

§. 3. Post *Vitruvium* libros decem de re ædificatoria edidit *Leo Baptista de Albertis* aliquoties recusos & ex idiomate Latino in varias Linguas translatos. Prodiit Latine Parisiis An. 1512. in 4. (2. Alph. & Florentiæ A. 1585. Italice lucem adspexit Venetiis A. 1546. in 8. (1. Alph. 9½. plag.); Gallice An. 1553. Multa habet utilia; sed *Vitruvio*, quemadmodum intenderat, palmam præripere non potuit. Doctrinam de Ordinibus non satis perfectam tradidit.

§. 4. Mox secuti sunt *Sebastianus Serlius* & *Andreas Palladius* coëtanei, quorum ille septem, hic quatuor de Architectura libros composuit. Architecturæ *Serlianæ* libri quinque Italice Venetiis An. 1602. in fol. Germanice Basileæ An. 1609. in fol. (4. Alph. 13. plag.) prodiere. Quinque tantum ordines cum variis ædificiorum generibus describit; regulas ex *Vitruvio* supponit, a quibus recedere religioni duxit. Vid. lib. 2. f. 46. edit. Venetæ. Liber sextus de ædificiis privatis in publicum nondum prodiit: Septimum de ædificiis publicis *Jacobus Strada* latine & gallice Francofurti Anno 1575. in fol. imprimi curavit.

§. 5. *Balladius* hanc laudem meruit, quod splendorem ordinibus ac operibus suis conciliaverit. Libro primo regulas fundamentales Architecturæ tradidit: reliquis varia ædificiorum & operum architectonicorum genera delineavit. Commendatur Architecturæ purioris studiosis. Prodiere libri omnes Italice A. 1575. in fol. recusi anno superiore An. 1714. Venetiis in fol. adjecto ipsius de Antiquitatibus Romanis tractatu. Libros duos priores *Georgius Andreas* Böckler, Germanice vertit & multis annotationibus auxit (Norimbergæ 1689. in fol. 1. Alph. 3. plag. Tabb. 88.). Idem *Palladius* scripsit

scripsit de Templis Romanis (A. 1554. in 8).

§. 6. *Philibertus de Lorme*, Caroli IX. Consiliarius, Eleemosinarius & Architectus A. 1567. Parisiis in fol. edidit novem de Architectura libros idiomate vernaculo. Architecturæ peritia adeo celebris erat, ut ad excitanda palatia Principum ex Gallia in exteras regiones evocaretur.

§. 7. *Jacobus Barozzius Vignola* A. 1631. Italice de quinque ordinibus scripsit, cujus liber in varias linguas translatus. Utor ego editione Gallica, quæ sub titulo: *Regles des Cinq ordres d' Architecture d. J. B. de Vignole avec plusieurs augmentations de Michel Ange Buonaroti* cura *Duræi de Champdoré* Lugduni Batavorum A. 1712. in 8. prodiit (plag. $9\frac{1}{2}$.). Eundem prolixis additamentis locupletavit *Daviler* & idiomate Gallico Parisiis in 4. edidit cum Lexico Architectonico. Mox recusum est opus sub titulo: *Cours d' Architecture, qui comprend les Ordres de Vignole avec des Commentaires, les figures & descriptions des plus beaux bâtimens & de ceux de Michel Ange &c.* Amstelodami A. 1694. in 4. (3. Alph. 20. plag. Tabb. 103. magnam partem textui insertæ). *Leonhardus Christophorus Sturmius* Germanice vertit & notis quibusdam auctum, omisso Lexico, Amstelodami 1699. in 4. (2. Alph.) edidit, figuram plagulis $3\frac{1}{2}$. adjectis ultra eas, quæ in editione Gallica habentur. Prodiit nuper nova editio Gallica Parisiis in 4. auctior. Laudatur ob facilitatem & perspicuitatem. Unde omnibus fere sese probavit, qui praxi operam dant.

§. 8. *Vincentius Scamozzi* An. 1615. Venetiis sermone patrio edidit librum primum, secundum, tertium, sextum & septimum. Ideæ Architecturæ universalis in fol. Præstantissima editio est, quæ idiomate Gallico Lugd. Bat. An. 1713. in fol. reg. (3. Alph. 5. plag. Tabb. 105. quorum 84. textui insertæ) sub titulo: *Oeuvres d' Architecture de Vicent Scamozzi* prodiit. Liber sextus & tertius Germanice versus sub titulo: Klärliche Beschreibung der fünf Säulen-Ordnungen und der gantzen Bau-Kunst. Norimbergæ A. 1697. in fol. (2. Alph. 6. plag. Tabb. 85.) lucem adspexit. Laudatur, quod Symmetriam unus omnium optime excoluerit, sed intricate scribit.

§. 9. *Carolus Philippus Dieussart* in Theatro Architecturæ Civilis, quod vernaculo sermone Bambergæ 1697. in fol. reg. (1. Alph. 3. plag. Tabb. 95.) prodiit, non modo regulas Architectonicas explicavit, ve-

rum etiam Ordinis juxta institutum *Palladii*, *Vignolæ*, *Scamozzi*, *Petri Catanei*, *Sebastiani Serlii* & *Brancæ* inter se comparavit: quod idem executus est ante ipsum *Rol. Freard. de Chambray* in Parallelismo Architectonico Gallice Parisiis A. 1650. in fol. publicato. Et postea idem fecit *le Blond* in Libro sub titulo: *Parallele des V. Ordre d' Architecture* Parisiis 1710. in 4. edito. Plurium quoque Architectorum Ordines inter se confert *Johannes Christianus* Seyler, in Parallelismo Architectonico Germanice Lipsiæ in fol. edito.

§. 10. *Franciscus Blondel* in Cursu Architecturæ Gallico (Parisiis A. 1698. in fol. reg. 8. Alph. 14. plag. Tabb. 24. cum figuris plurimis textui insertis) parte prima Ordines *Vitruvii*, *Vignolæ*, *Palladii* & *Scamozzi* explicat; in ceteris quatuor ex omnium Architectorum celebrium scriptis congessit, quicquid circa ordinum usum notatu dignum occurrit. Habentur etiam in eodem alia nonnulla ad Architecturam spectantia, v. gr. de fenestris & scalis. Cursus hujus aliquid jam 1675. prodierat. Ea potissimum explicare intendit, quæ ad ornatum ædificiorum faciunt.

§. 11. *Nicolaus Goldmannus*, Vratislaviensis, in Tractatu de Stylometris (Lugd. Bat. 1661. fol. Lat. & Germ. 9. plag. Tab. 40.) ostendit, quomodo Ordines Architectonici ab ipso ad majorem perfectionis gradum deducti ope peculiarium quorundam instrumentorum facile delineari possint: quorum & constructionem, & usum docet, textui Latino ad latus adjecta versione Germanica. In opere vero Architectonico, quod *Leonhardus Christophorus Sturmius* sub titulo: Vollständige Anweisung zu der Civil-Bau-Kunst (Guelpherbyti 1696. in fol. reg. 2. Alph. 4. plag. Tabb. 74.) publici juris fecit, præter Ordinum doctrinam magna dexteritate tradidit, quicquid in *Vitruvii*, & Architectorum Italorum scriptis atque *Vilalpandi* Commentario in Prophetam Ezechielem, ex quo se plura didicisse ait, quam ex Architectorum ceterorum omnium scriptis, boni continetur: ita ut hoc opus ceteris omnibus præferatur. Cl. Editor A. 1699. Appendicem sub titulo: Ausübung der Civil-Bau-Kunst des Goldmanns, in fol. (1. Alph. 14. plag. Tabb. 19.) adjecit, in quibus ex aliis supplet, quæ in eo scitu necessaria desiderantur. Ordinem quoque sextum, quem Germanicum appellat, proponit; sed hactenus in usum non receptum. Fallitur autem plurimum editor,

editor, dum sibi aliisque persuadere vult, *Goldmannum* regulas Architecturæ demonstrasse & eam in formam scientiæ redegisse. Plura ad operis hujus illustrationem posthac edidit *Sturmius*, qui Architecturæ totus erat deditus. Sed de his dicemus mox apertius.

§. 12. *Dominicus de Rossi* in Studio Architecturæ civilis in ornamentis portarum & fenestrarum, delineatis ex insignioribus Romæ ædificiis A. 1702. seu potius 1712. Romæ in fol. reg. edito figuris æneis 143. celeberrimorum Architectorum monumenta circa ornatum portarum & fenestrarum repræsentat. Augustæ Vindelicorum figuris ad minorem modulum reductis recusum est hoc opus, ut facilius & minori sumtu comparari possit. Plurima tamen habet, quæ imitari non licet, nisi e puritate Architecturæ Græcorum recedere velis.

§. 13. Ad eam perspiciendam inservit opus, quod *Antonius Desgodetz*, qui ædificia antiqua Romæ ex ruderibus nitidissime delineavit, sub titulo: *Edifices antiques de Rome* (Parisiis 1697. in fol. (3. Alph. 17. plag.) edidit.

§. 14. *Johannes Balthasar* Lauterbach in Compendio Architecturæ (Amstelodami A. 1699. in 8. Gall. 2. plag. Tabb. 18.) ordines Architectonicos delineandi methodum facillimam proponit.

§. 15. In Gallia A. 1728. in 4. reg. (Alph. 1. plag. 19½. Tabb. 150.) prodiit opus architectonicum sub titulo: *Architecture moderne, ou l'Art de bien batir pour toutes sortes de Personnes, tant pour les Maisons des particulieres, que pour les Palais.* Explicantur satis perspicue omnia, quæ ad exstructionem ædificiorum omnis generis scitu necessaria, excepta doctrina de Ordinibus, quæ aliunde nota supponitur. Maximam operis partem complent omnis generis ædificiorum delineationes, quibus doctrina de distributione ædificiorum illustratur, vulgo vel neglecta, vel saltem nonnisi levi brachio pertractata. Commendatur etiam Tractatus de Architectura, quem *Muët* in 4. edidit, inventiones quasdam novas continens; sed nobis non visus.

§. 16. Ædificia magnifica curâ *Petri Post*, Architecti insignis, passim per Bataviam exstructa accurate describuntur tum quoad ichnographiam, tum quoad orthographiam cum externam, tum internam in opere splendido, quod sub titulo: *Les Oeuvres d'Architecture de Pierre Post* Lugduni Batavorum An. 1715.

in

in fol. reg. (plag. 22. Tab. 75.) prodiit. Orthographiæ externæ & ichnographiæ ædificiorum, quæ in Batavia extruxit *Philippus Vingboon*, Architectus Amstelodamensis, exhibentur in alio opere, quod sub titulo: *Les nouvelles oeuvres d' Architecture de Philippe Vingboons* Lugduni Batavorum An. 1715. in fol. reg. (plag. 11. Tab. 80.) lucem adspexit.

§. 17. Villas veterum, in quibus describendis admodum parcus est *Vitruvius*, idiomate Anglico plenius descripsit *Robertus Castellus* & sub titulo: *The Villa's of the ancients illustrated* Londini suis sumtibus in fol. (Alph. 1. plag. 12. Tabb. 11.) edidit. De Amphitheatris vero & præcipue Veronensi libros duos idiomate Italico Veronæ 1718. in 12. (plag. 15. Fig. æn. 15.) edidit *Scipio Maffejus*, in quo non minus ea, quæ ad historiam, quam architecturam eorundem pertinent, exponuntur. Formam minorem elegit autor ob commodiorem usum in ruderibus eorundem perlustrandis.

§. 18. Anno 1721. Viennæ Austriæ in fol. reg. (Alph. 1. plag. 21. Tabb. 93.) prodiit opus splendidissimum *Johannis Bernhardi Fischeri ab Erlachen*, S. Cæsareæ Majestatis Architecti primarii, sub titulo: Entwurff einer historischen Architectur, hoc est, speciminis Architecturæ historicæ, sumtibus Autoris, in quo varia exhibentur ædificia, quæ ab antiquis historicis celebrantur, vel hodienum apud exteras gentes conspiciuntur, æri nitidissime insculpta. Textui Germanico adjicitur versio Gallica, ut exterorum quoque usui inserviat.

§. 19. In opere Architectonico *Francisci Borromini*, Patrum Congregationis Oratorii, quod Romæ est, Architecti, describuntur Oratorium ædesque Romanæ P. P. Congregationis Oratorii S. *Philippi Neri*. Prodiit Romæ An. 1725. in fol. (plag. 8. Tabb. 67.).

§. 20. In Schola vero civili Architecturæ, quam *Ferdinandus Ruggieri*, Architectus Italus, idiomate patrio Florentiæ An. 1722. in fol. reg. (Tabb. 80.) edidit, præmissa præfatione & dedicatione cum indice contentorum, exhibentur ornamenta januarum & fenestrarum cum mensuris, ichnographia, orthographia & sectionibus verticalibus e potioribus Florentiæ ædificiis desumta, quæ a celeberrimis Italiæ Architectis extructa esse constat, ita ut nulla per totam Italiam occurrat urbs, quæ ædificiis se magis commendet Florentia.

§. 21.

§. 21. Non exiguus est numerus illorum scriptorum, quæ illustrandæ Architecturæ *Goldmanniæ* causa reliquit *Leonhardus Christophorus Sturmius* & quæ post fata ipsius Augustæ Vindelicorum impensis Chalcographi Augustani *Jeremiæ Wolfii* lucem adspexerunt. Eorum argumentum ex ipso titulo comparet, quos hic ex Germanico in Latinum versos exhibere lubet. Nimirum A. 1718. in fol. (plag. 8. Tabb. 11.) lucem adspexerunt Idea & compendium Architecturæ Civilis, explicationem terminorum technicorum & præcipuarum regularum exhibens; An. 1717. (plag 17. Tab. 17.) officina ornatus architectonici perfecta, in qua ordines architectonici juxta *Goldmannum*, cujus insignia in hoc genere merita, describuntur; An. 1730. (plag. $4\frac{1}{2}$. Tabb. 10.) Regulæ symmetriæ, eæque in Architectura templi Salomonæi conspicuæ & ab eodem mutuo in nostra opera transsumtæ; An. 1718. (plag. $4\frac{1}{2}$. Tabb. 9.) tractatio de arcuationibus architectonicis triumphalibusque arcubus rite designandis; An. 1720. (plag. 3. Tabb. 17.) institutio de interioribus ædificiorum rite ordinandis & disponendis, ubi etiam de aperturis fenestrarum & januarum & de caminis, scalis, cœlis conclavium, aulis subdialibus præcepta reperiuntur. A. eodem (plag. $4\frac{1}{2}$. Tabb. 5.) institutio *Goldmanniana* de ornatu architectonio extraordinario, veluti picturis, quibus ædificia exornantur, statuis & sculpturis, obeliscis, encarpis, cornibus Amaltheæ &c. A. 1715. (plag. 4. Tabb. 15.) institutio de commoda dispositione ædium privatarum & civilium; A. eodem (plag. 5. Tabb. 8.) de suburbanis & nobilium ædibus in agris; A. 1718. (plag. 21. Tabb. 35.) de construendis palatiis Principum ad Architecturæ regulas & genium seculi nostri; A. eodem (plag. 6. Tabb. 13.) de ædificiis ad conventus publicos Provinciæ rectorum, magistratuum, mercatorum &c. instituendos aptis; A. eodem (plag. 8. Tabb. 22.) de templis varii generis bene construendis; A. 1720. (plag. $6\frac{1}{2}$. Tabb. 15.) de ædificiis publicis, quæ curæ orphanorum, liberalibus studiis erudiendorum, ob flagitia castigandorum, senum, ægrotorum, peregrinorum & vinctorum custodiæ destinantur, rite parandis; A. eodem (plag. 2. Tabb. 5.) de monumentis defunctorum, cenotaphiis, castris doloris &c. A. eodem (plag. $4\frac{1}{2}$. Tabb. 10.) de machinis hydraulicis, aquæ ductibus, fontibus & cisternis publicis & tandem A. 1721. (plag. $2\frac{1}{2}$. Tabb. 4.)

de Navium armamentariis & ſtationibus, itemque partibus rite parandis. Ceterum huc etiam pertinet Prodromus Architecturæ Goldmannianæ editioni novæ & auctiori præmiſſus, qui ſub titulo: **Vorbereitung zu einer neuen und vermehrten Edition der vollſtändigen Anweiſung zur Civil-Bau-Kunſt**, Auguſtæ Vindelicorum A. 1714. in fol. reg. (plag. 10. Tabb. 29.) prodiit. In eo de cognitione Architecto neceſſaria agit, conſilium impertitur, quomodo Princeps efficere poſſit, ut omnis materia ſufficienti copia in promtu habeatur, ædificium publicum deſcribit, in quo materiæ cum machinis & inſtrumentis aſſerventur, & denique ſpecimina quædam Architecturæ exhibet, veluti ideam palatii principalis, domus ſuburbanæ Ducis Megapolitani & turris alicujus prægrandis.

§. 22. In Anglia *Guilielmus Halfpenny* Londini A. 1728. in 4. (plag. 3. Tabb. 15.) edidit libellum ſub titulo: Magnum in parvo; ſeu the Marrow of Architecture, hoc eſt, Medulla Architecturæ. In eo ordines architectonicos juxta *Palladium* una cum arcubus delineare docet.

§. 23. Artem tignariam illuſtrant *Dechales* in curſu (§. 4. c. 1.) *Johannes* **Wilhelm** in Architectura civili idiomate Germanico edita Norimbergæ in fol. (5. plag. Tabb. 74.) & *Johannes* **Vogel** in Architectura moderna Germanico itidem idiomate conſcripta (Hamburgi A. 1707. in fol. 3. plag. Tab. 36.). In Anglia *Jacobus Smith* edidit Tractatum de Arte tignaria Londini An. 1733. in 8. maj. (plag. 2. Tabb. 41.) ſub titulo: *The Carpenters Companion*, h. e. Fabrorum lignariorum Comes. Sed non alia habet quam *Wilhelmus*, niſi quod appendicem de ordinibus delineandis adjecerit.

§. 24. Artem ſecandi lapides in uſum architectonicum, quam primus dediſſe creditur *Philibertus de Lorme* in Architectura (§. 6.), docent *Dechales* in curſu (§. 4. c. 1.), qui ſua ex opere, quod *P. Deran* 1643. publicavit, præſtantiſſimum in hoc genere, deſcripſit & *des Argues*, cujus liber ex Gallico in Germanicum verſus ſub titulo: **Kunſtrichtige und probmäßige Zeichnung zum Steinhauen in der Bau-Kunſt**, Norimbergæ A. 1699. in 8. (15. plag. Tabb. 154.) prodiit.

§. 25. Quoniam vero Autores iſti, ſi P. *Dechales* excipias, omiſſis demonſtrationibus, tantummodo praxin inculcant, neque etiam hic perfectam dedit Theoriam; ideo hunc defectum ſupplere conatus eſt

Frezier

Frezier in Theoria & Praxi de Sectione Lapidum, seu Tractatu de Stereotomia, sermone Gallico duobus Tomis Argentorati 1737. & 1738. in 4. maj. edito (Tomus I. Alph. 2. plag. 14. Tabb. 27. Tom. II. Alph. 2. plag. 19½. Tabb. 69.). In usum eorum, qui praxi operam navant, ex Tomo secundo excerpi poterant, quæ huc faciunt, aut opus insigne *P. Deran* in Linguam Germanicam verti mereretur.

§. 26. Ad architecturam aquarum spectant libri Italici sequentes: 1. *Jo. Baptistæ Baratteri* Architectura d' Acque (Piacenza 1656. in fol. 3. Alph 6 plag) 2. *Cornelii Meyeri*, Batavi, L' Arte di restituire a Roma la tralasciata navigatione del suo Tevere (Romæ 1675. in fol. 2. Alph. 3. plag. cum multis figuris textui insertis) & ejusdem Nuovi ritrovamenti (Romæ A. 1689. in fol. plag. 8. & 1696. in fol. plag. 12. cum figuris plurimis) 3. *Dominici Guielmini* della natura de fiumi Trattato (Bononiæ 1697. in 4. 2. Alph. 2. plag. 15. Tabb.). Ex *Meyeri* libro insigni plagio sua omnia descripsit Anonymus Gallus in libello Amstelodami A. 1696. in reg. 8. edito (6. plag. Tab. 12.) sub titulo: Traité des moyens de rendre les Rivieres navigables. Quoniam vero Theoriæ loco est, quod ab Italis præsertim de motu aquarum traditum; ideo non alienum a scopo præsente est injicere mentionem sylloges scriptorum de motu aquarum, quæ sub titulo: *Raccolta d' Autori che trattano del moto dell' Aque* Tomis tribus in 4. maj. Florentiæ 1723. (Alph. 9. plag. 6. Tabb. 44. cum multis figuris textui insertis) prodiit.

§. 27. Ad Architecturam aquarum referri quoque potest Tractatus de pontibus & aggeribus & dissertatio de erismatis, fornicibus pilis & anteridibus pontium *Henrici Gautier*, Architecti & Inspectoris viarum regiarum, pontium & aggerum in Gallia. Prodiit ille sub titulo: *Traité des ponts & chaussées* Parisiis 1716. in 8. (plag. 14. Tabb. 26.); hæc vero sub titulo: *Dissertation sur les Culées voussoirs, piles & poussées des Ponts.* Habemus ab eodem autore Tractatum de viis muniendis sub titulo: *Traité de la Construction des Chemins* Parisiis A. 1716. in 8. (plag. 8. Tabb. 5.) editum.

§. 28. De Architectura navali sermone Anglico commentatus est *Wilhelmus Sutherland*, cujus quinque tentamina huc spectantia sub titulo: *The shipbuilders Assistant, or Some Essays towards compleating the Art of Marine Architecture* Londini

An. 1711. in 4. (Alph. 1. Tabb. 13.) lucem adſpexerunt. Inprimis autem hanc Architecturæ partem tradidit Anonymus in Arte extruendi naves & earum conſtructionem perficiendi, quæ Amſtelodami ſub titulo: *L' Art de batir les vaiſſeaux* in 4. (Alph. 1. plag. 5½. Tabb. 147. quarum 35. textui inſeruntur) edita.

§. 29. Geometriam practicam ad Architecturam civilem applicatam addiſcere licet ex opere Anglico, quod ſub titulo: *Practical Geometry applied to the uſefull Arts of Building, Surveying, Gardenig ad menſuration* Londini 1726. in fol. (Alph. 1. plag. 11. Tabb. 40.) edidit *Batty Langley*. Eodem inſtituto inſervit *Architectura practica*, quam *Bullet*, Architectus Regius, 1691. in 8. maj. (Alph. 4. plag. 4.) Pariſ. publici juris fecit.

§. 30. In Dictionario Architectonico, quod Londini 1734. in 8. reg. (Alph. 2. plag. 18. Tabb. 33.) ſub titulo: *The Builder's Dictionary* prodiit, non modo termini explicantur, verum etiam ex Architectorum celebrium ſcriptis excerpuntur, quæ res ipſas vocabulis denotatas concernunt. Unde non modo uſui eſt Anglis, verum etiam exteris uſui eſſe poteſt. Ceterum nullam hic mentionem facimus ſcientiæ Architectorum militarium de *Belidor*, in qua multa habentur ad Architecturam ſpectantia ſingularia, quæ alibi fruſtra quæſiveris, quia de hoc libro dicemus capite 13.

§. 31. Anno 1744. & 1746. *Pentherus* egregium opus edidit Ausführliche Anleitung zur Bürgerl. Baukunſt, 3. Tom. fol. in cujus primo tomo Lexicon Architectonicum continetur, in ſecundo ædificia absque columnis, in tertio theoria columnarum eorumque Ordines explicantur, & omnia ſplendidis figuris æneis illuſtrantur, & ex monumentis antiquorum demonſtrantur. Additis ſimul practicis exemplis.

§. 32. Hiſtoriam Architecturæ civilis Italice 1747. conſcripſit *G. Foſſati* Architectus Venetus. Venet. 8. c. f. in qua non ſolum vitæ celeberrimorum in hac arte virorum deſcribuntur, ſed & memoratu digniſſima antiquitatis monumenta recenſentur.

CAPVT

CAPVT XII.
DE
PYROTECHNIA.

§. 1.

Inter noſtros, qui pyrotechniæ operam dant, maximi ſiunt *Caſimirus Simienowitz*, Polonus, *Johannes Sigismundus Buchnerus* & *Erneſtus Braunius*. Illius opus a *Thoma Leonhardo* Beeren ex Latino idiomate in Germanicum translatum & a *Daniele* Elrich integra parte ſecunda auctum prodiit Francofurti ad Mœnum An. 1676. in fol. ſub titulo: Vollkommene Büchſen-Meiſterey-Kunſt. Ex eo ſua plerumque deſcripſit *Dechales* in Curſu (§. 4. c. 1.). Iſtius Theoria & praxis Artilleriæ Germanico idiomate Norimbergæ 1685. in fol. (2. Alph. 18. plag. Tab. 53.) hujus denique Noviſſimum Fundamentum & Praxis Artilleriæ eodem ſermone conſcriptum Dantiſci 1687. in fol. (2. Alph. 16. plag. Tabb. 60.) lucem adſpexit. Cæterum Autores iſti non tantum de iis agunt, quæ in bello uſui ſunt, ſed ignium quoque feſtivorum rationem exponunt.

§. 2. *Michaël* Mieth in Artilleriæ recentiori praxi, lingua nobis vernacula conſcripta (Francof. 1684. in fol. 3. Alph. 10. plag. Tabb. 60.) tormentorum & mortariorum deſcriptionem omnium exactiſſimam dedit & ignium nocivorum rationem declaravit, feſtivis omiſſis. Atque hi Autores abunde ſatisfaciunt iis ipſis, qui Pyrotechniæ data opera incumbunt.

§. 3. Inter Gallos eminet *Suriræus de S. Remigio*, cujus Commentarii Pyrotechnici (*Memoires d' Artillerie*) accuratam deſcriptionem continent omnium machinarum & inſtrumentorum bellicorum hodie uſitatorum, una cum rebus aliis eo pertinentibus. Optima editio eſt Pariſienſis A. 1697. in reg. 4. (4. Alph. 17. plag. Tabb. 196.), quæ ceteris quoque longe auctior.

§. 4. Ob peritiam bellicam celeberrimus *Cæhornius* ſermone Batavo de Artilleria libellum brevem, ſed autore ſuo dignum, conſcripſit, qui ſuppreſſo ejus nomine in Germanicum translatus ſub titulo: Der gründliche Unterricht von der Artillerie, Hamburgi 1699. in 8. (10. plag. Tabb. 23.) prodiit.

§. 5. Tyronum usui servit Fabrica *Vulcani*, quam *Eques de S. Juliano* (*Chevalier de Saint Julien*) Hagæ 1706. in reg. 8. (10. plag.) edidit. Titulus libri: *La Forge de Vulcain, ou l' Appareil des Machines de Guerre.*

§. 6. An. 1713. idiomate vernaculo prodiit Compendium pyrotechnicum, Pyrotechniæ studiosis commendandum, sub titulo: **Gründlicher Unterricht von der** *Theoria* **und** *Praxi* **der heutigen Büchsenmeisterey,** Francofurti 1713. in 8. (2. Alph. 4. plag. 29. Tabb.). Si titulo fidem habemus, lingua Gallica ipsum conscripsit *Eques de S. Juliano* modo laudatus, & inde in Germanicam transtulit *Augustinus* **Brand.** Sed diversum non modo est a Fabrica *Vulcani* paulo ante laudata; verum etiam partem primam integram verbotenus ex *Miethii* Artilleria descriptam reperio, quod quomodo in versione libri a Gallo Gallice conscripti accidere potuerit, non satis apparet.

§. 7. Aliud compendium, sed minoris pretii, ante dedit *Georgius Andreas* **Böckler** Tom. III. & IV. Manualis Architecturæ militaris Francof. & Lipsi. An. 1689. in 16. Tom. III. 4. plag. Tabb. XI. & Tom. IV. 10. plag. Tabb. 34.). Cum tamen *Cœhornius*, *Eques de S. Juliano* & *Brandius* tantum tradant, quæ usui bellico inserviunt; *Bœcklerus* quoque de ignibus festivis tractat.

§. 8. Cæterum huc etiam referri debet *Blondelli* Tractatus de bombis jaciendis, qui sub titulo: *L' Art de jetter les Bombes* Parisiis 1683. in 4. prodiit & in Germanicam linguam translatus *Sulzbaci* 1686. in 8. recusus. Scriptum Mathematico dignum. Huic affine est scriptum, quod sub titulo: *Le Bombardier François, de Belidor* Parisiis edidit, Amstelodami recusum 1734. in 4. reg. (Alph. 2. plag 11. Tabb. 8.), in quo simul praxis Pyrotechniæ concinna perspicuitate exponitur. Pertinet huc etiam F. E. Comitis *de Herberstein* Cyclodiatomia, qua pro rei tormentariæ incremento motum ac tempus projectorum mensurat & demonstrat (Pragæ An. 1716. in 8. Alph. 1. Tabb. 20.).

§. 9. Venetiis Anno 1749. prodiit: La pirotechnia osia trattato de' fuochi d' Artificio dá *G. A. Alberti* (plag. 8. 21. tabb.) 4. In cujus libri prima parte, pulveris pyrii præparationem, in secunda vero parte varios modos proponit parandi ignes artificiales. Quas *Robins* Anglice ediderat Institutiones pyrotechniæ, eas 1745. vernacula lingua additis annotatio-

tationibus Berolini imprimi curavit *L. Eulerus*. 8. (2. Alph. 8. tabb.). Divisum est totum opus in duo capita, in primo agitur de vi pulveris pyrii & celeritate globi, in altero de resistentia aëris. Sub his duobus capitibus omnia, quæ de pyrotechnia dici possunt, solide proponuntur & annotationibus celeb. editoris illustrantur, & fusius explicantur, ita ut ad præstantissima hac de re scripta referri mereatur hoc opus. Anno 1760. Institutiones pyrotechniæ edidit cl. *C. A. Struensee* sub titulo: Anfangsgründe der Artillerie Lipf. 8. maj. (1. Alph. 9. pl. 29. tabb.). Præmissa brevi pyrotechniæ historia, primo agit de pulvere pyrio, ubi breviter Eulerianas theorias proponit, deinde tormenta considerat & inprimis nova tormenta Russica *die Einhörner* describit, & cuniculos. Tandem ludicrum pulveris pyrii usum exponit, & festivos ignes fusius explicat. De festivis his ignibus egregius quoque extat libellus *J. D. Blümel* Deutliche und gründliche Anleitung zur Lustfeuerwerkerei Strasb. 1765. (19. plag. 9. tabb.) 4.

CAPVT XIII.

DE

ARCHITECTVRA MILITARI.

§. 1.

Qui de Architectura militari commentati sunt, vel formas muniendi proprias, vel alienas exponunt.

§. 2. Primum forma muniendi Belgica admodum celebris extitit, de qua scripsit *Adamus* Freytag, Polonus, cujus Architectura militaris Germanice prodiit Amstelodami A. 1665. in fol. (2. Alph. 9. plag. Tabb. $1\frac{1}{2}$. Alph.) Eandem in numeris tantum immutavit *Gerhardus* Melder, cujus Praxis fortificatoria Francofurti 1666. in fol. lucem adspexit (plag. 36. Tabb. 8.).

§. 3. Minori autem in pretio statim haberi cœpit, cum An. 1645. Comes *de Pagan* suam muniendi formam publicaret Parisiis in fol. (1. Alph. 6. plag. Tab. II.) sub titulo: *Les Fortifications de Comte de Pagan*, postea in sermonem Germanicum translatam. Cum eo in multis convenit

venit *Henricus Rufius Baro de Rufenſtein*, cujus muniendi forma cum *Melderiana* prodiit (§. 2.).

§. 4. Eidem quoque agnata eſt, magis tamen quam *Rufiana* ab eadem diſſidet, quam *Blondellus* ſub titulo: *Nouvelle maniere de fortifier les places*, Pariſiis 1686. in 12. reg. (5. plag. Tabb. XII.) in lucem emiſit, recuſam Hagæ Comitum (A. 1686. in 8.) bonam quidem, ſed ſumtuoſam nimis.

§. 5. Comes de *Vauban* duas muniendi formas invenit & ſecundum eas celebria munimenta exſtruxit; ſed neutram ipſemet deſcripſit. Priorem optime delineavit Abbas *du Fay*, qui etiam ſub titulo: *La veritable maniere de bien fortifier de M. Vauban* in lucem publicam emiſit. (Amſtelod. An. 1692. in 12. plag. 9.). Poſteriorem primus deſcripſit Autor Anonymus in libro Gallico, cujus titulus: *L' Ingenieur François* (Pariſ. 1691. in 8. reg. 13½. plag. Tab. 33.). Utramque *Sturmius*, aliquoties jam laudatus, in libro Gallico ſub titulo: *Le veritable Vauban* explanavit (Hagæ Comitum 1709. in reg. 8. plag. 14. Tabb. 31.). Recenſet idem regulas Architecturæ militaris fundamentales & principia Arithmeticæ ac Geometriæ practicæ more communi præmittit, ut adeo tyronum inſtituto inſerviat hic liber.

§. 6. *Cæhornius* ſuam muniendi methodum primum ſermone Batavo edidit Leeuwardiæ 1685. in fol. (45. plag. Tab. 14.). Poſtea in ſermonem Gallicum translatus prodiit Hagæ Comitum An. 1706. in reg. 8. (19. plag. Tabb. 14.) ſub titulo: *Nouvelle Fortification tant pour un terrain bas & humide, que ſec & elevé.*

§. 7. Singulares muniendi formas, a reliquis prorſus diſſidentes apud Italos dedere *Alexander de Grotte* & *Donatus Roſetti*. Prior prodiit Italice Venetiis A. 1617. (3. Alph. in fol.) anno ſequente Monachii Germanice recuſa; poſterior itidem Italice Auguſtæ Taurinorum 1678. in fol. (Alph. 2. plag. 5.).

§. 8. Similiter apud noſtros inuſitatam reliquis formam dedit *Bernhardus* Scheiter in libro Germanico, cui titulus: Neu vermehrte und verſtärckte Veſtungs-Bau und Kriegs-Schule (Brunſwigæ 1672. in fol. 11. Alph. 7. plag. Tabb. 24.). Eam cum anno ſequente oppugnaret *Chriſtianus* Neubauer eidemque aliam ſuam opponeret in libro Germanico, cui titulus: Wohlmeinende Gedancken, oder *Diſcours* über ausgegangene *Fortification* des Tit. Hrn. Joh. Bernhard Scheiters (Coloniæ

niæ ad Spream in 8.); *Scheiterus* A. 1677. Argentorati in fol. (1. Alph. 2. plag. Tabb. 8.). Examen fortificatorium in lucem publicam emisit, in quo *Neubauerianam* oppugnat, suam defendit, aliamque novam superaddit. *Neubauerus* autem An. 1679. suam in vera praxi Architecturæ militaris (Stargardiæ An. 1679. in fol. plag. 19. Tabb. 8.) uberius exposuit.

§. 9. *Ernestus Fridericus de Borgsdorf* novas muniendi methodos publicavit cum in Munimento inexpugnabili, cui titulus: Unüberwindliche Festung (Ulmæ 1682. in 8. pl. 7. Tab. 8.) tum in scripto altero, cui titulus: Die befestigte Stütze eines Fürstenthums, oder neu erfundene *Defension* wieder das sonst Welt bezwingende Canoniren, Bombardiren und Miniren. (Norimbergæ 1687. in 8. cum aliquot figuris.).

§. 10. *Georgius Rimplerus* in libello Germanico, cui titulus: Die befestigte Festung (Francofurti 1674. in 12. plag. 16.) hactenus usitatas muniendi formas omnes rejicit, tanquam principiis spuriis nitentes, & axiomata prorsus nova substituit: quibus tamen convenientem muniendi formam ipse non delineat. Nemo autem magis in ea delineanda desudavit, quam Cl. *Sturmius* in libello, cui titulus: Entdeckung der unstreitig allerbesten Manier zu befestigen (Francof. ad Oderam 1704. in 8. plag. 12. Tabb. 9.). Alias quoque eandem operam sumsit *Daniel* Suttinger in scripto Germanico Dresdæ in fol. edito (plag. 14. & $9\frac{1}{2}$. plag. fig.).

§. 11. Scripta *Rimpleri* admodum rara annotationibus & schematismis, quæ desiderabantur, illustrata, additis nonnullis aliis, Dresdæ in 4. A. 1724. (Alph. 3. plag. 9. Tabb. 10.) recudi curavit *Ludovicus Andreas* Herlin, qui *Sturmii* de *Rimpleri* inventis judicium parum probat.

§. 12. *Rimpleri* principia probat J. H. *Landsbergius*, Germanus, Statuum Belgii fœderati Architectus militaris primarius, & iisdem consonam muniendi formam delineat, cum tamen non ex asse ipsi satisfaciat, novam quandam aliam substituit, in libro Gallico, cui titulus: *Nouvelle maniere de fortifier les places* (Hagæ Comitum, An. 1712. in 4. plag. 11. Tabb. 8.).

§. 13. Idem laudatus *Landsbergius* una cum aliis Architectis militaribus peritis valde probat Architecturam militarem, quam *Daniel Speckle*, Architectus Argentoratensis, jam 1589. in fol. (2. Alph. 10. plag. Tabb. 36.) publici juris fecit.

Hinc etiam factum est, ut praclarum in hoc genere opus Dresdæ 1705. in fol. fuerit recusum (2. Alph. 12. plag. Tabb. 24.)

§. 14. Sunt vero adhuc plures inter nostros, qui singulares muniendi formas dedere, attentione Architectorum militarium non indignas. Huc refero *Johannem Franciscum Griendel ab Aach*, qui septem muniendi formis, utut eidem fundamento superstructis, inclaruit (Norimbergæ A. 1683. in fol. plag. 14. Fig. plag 15.), *Christophorum* Heer, qui in Theoria & praxi Artis muniendi (Francof. 1689. in 4. plag. 16. Tabb. 30.) elegantes dedit sibique proprias constructiones; in Speculo vero Artis muniendi (Lipsiæ 1694. in 4. plag. 17. Tabb. 31.) præterea varia munimenta celebria Europæ describit, & *Christophorum* Heidenmann, cujus Architectura militaris una prodiit Monachii An. 1664. in fol. (1. Alph. 22. plag. 27. fig. plag.), & altera ibidem 1673. in fol. (plag. 10. & Fig plag. 14.).

§. 15. Nec forte e re esset *Wilhelmi Dilichii Peribologiam* (Francofurti A. 1640. in fol. 2. Alph. 2. plag. Tabb. 409. seu 9. Alph. 11. plag.) in scenam adducere, quoniam Architecturæ militaris periti multa ad praxin proficua in ea reperient. Immo si verum fateri fas est, in hoc autore occurrunt, quæ dudum posthac in Gallia tanquam nova inventa prodita fuerunt. Unde melius de eo judicium ferendum, quam tulit *Dechales* in Tractatu de illustribus Mathematicis Tomo I. Mundi Mathematici (§. 4. c. 1.). Idem quoque edidit Scholam militarem (Francof. ad Mœn. 1689. in fol. 10. Alph. 13. plag. cum ingenti numero figurarum partim æri, partim ligno incisarum), in qua omnia ad bellum tam veterum, quam nostris moribus necessaria describuntur & illustrantur.

§. 16. In eadem scena mimi vices adimplebit *Wendelinus* Schildknecht, qui muniendi furmam Batavam stylo histrionico describit (Stetini 1652. in fol. plag. 129. & fig. plag. $20\frac{1}{2}$.).

§. 17. Eclecticam quandam muniendi formam ex *Antonii de Ville, Comitum de Pagan & Vauban* methodis deductam proposuit Autor Anonymus in libro, cui titulus: *Nouvelle maniere de fortifier les places, tirée des methodes du chevalier de Ville &c.* (Amstelodami 1689. in reg. 12. plag. 10. Tab. 15.), qui regulas Architecturæ militaris bene explicat, simulque ideam exhibet, quomodo diversorum Architectorum munien-

di

di formas una ad praxin transferre liceat. *Autonii de Ville* Ars muniendi prodiit Amstelodami 1675. recusa juxta editionem Parisinam An. 1672. in 8. (1 Alph. 3. plag. cum figuris multis partim textui inserbis, partim seorsim excusis). Multa hic distincte exponuntur, quæ alibi vel omittuntur, vel strictim proponuntur.

§. 18. *Matthias Dœgen* in Architectura militari moderna, quæ An. 1647. in fol. (Alph. 5. plag. 13. Tabb. 78.), Latina lingua prodiit, formam equidem muniendi Batavam nonnisi describit, quæ illo tempore usitatissima erat; multa tamen lectu digna habet iis præsertim, qui in extructione munimentorum scitu necessaria nosse desiderant. Regulas, quas tradit, exemplis veris celebrium tunc temporis per Europam munimentorum illustrat, calculos, ubi iis opus est, perspicue explicat; de figurarum irregularium fortificatione experientia confirmata tradit, modumque munimenta oppugnandi & defendendi declarat. Singula variis historiis tam veteribus, quam novis confirmat. Partem Architecturæ militaris, quæ de locis muniendis agit, *Hercotectonice*; alteram vero, quæ de munimentis oppugnandis & defendendis tractat, *Areotectonicen* vocat. Et hujus partem oppugnatoriam *Poliorceticen*; repugnatoriam vero *Antipoliorceticen* appellat.

§. 19. *Bonajutus Lorinus*, Nobilis Florentinus, cujus de Architectura militari Libri quinque a *Davide* Wormbser ex Italico in Germanicum versi Francofurti a d Mœnum 1607. in fol. prodierunt, multa habet, quæ etiam in Architectura civili usui sunt, & libro quinto Mechanicam practicam tradit, variaque instrumenta & machinas varias describit.

§. 20. *Donatum Rosetti* singularem quandam muniendi methodum invenisse, quæ a ceteris prorsus dissidet, eandemque sub titulo: *Fortificazione à Rovescio* sermone patrio edidisse, supra jam meminimus (§. 7.). Ejus ideo mentionem injicere lubet, quia peritis viam ad ulteriora sternit. Unde eidem multum tribuit *Alexander Christianus le Maitre* in Troja vetere & nova 1684 in 8. (Alph. 1. plag. 7. Tabb. 14.), ob principia utilia lectu dignissimus.

§. 21. Nec minus singularis ea est, quam pro inexpugnabili venditat *Jacobus de la Vergne*, Architectus militaris Cæsareus primarius, cujus *Nouvelle Fortification imprenable par force d' Armes*, lucem adspexit Viennæ Austriæ A. 1700. in 4. (plag.

17. Tab. 1.). Ostendit idem, quomodo munimenta ordinaria ad novam istam formam reduci queant. Edidit idem ibidem A. 1698. duos Tractatus alios in 4. quorum unus inscribitur. *De l' utilité d' avoir un bon Ingenieur ou Directeur general des Fortifications dans un etat &c.* alter vero: *Nouveau exercice du Gabion & de la Fascine.* Constat ille plag. 11. hic itidem plag. 11. & Tabb. 3. Quemadmodum vero illi jungit Tractatum de officiis Architectorum militarium, qui subsunt Directori generali; ita in altero quoque agit de modo oppugnandi munimenti satis perspicue.

§. 22. Hactenus recensitas muniendi formas omnes, sola Landsbergiana excepta, una cum aliis a nobis brevitatis studio prætermissis atque propriis, breviter describit & ad examen revocat, vir in hoc studiorum genere probe versatus sæpiusque jam nobis laudatus *Sturmius* in Architectura militari hypothetica & eclectica (Norimbergæ 1702. in 8. plag. 10. & fig. plag. 6.), ex quo adeo libro brevi temporis spatio cognoscere licet, quæ alias ex vastis voluminibus cum multo sumtuum & temporis dispendio forent conquirenda. In prima editione desideratur orthographia munimentorum. Hic vero defectus suppletur in altera, quæ multo auctior Norimbergæ 1719. in 4. (Alph. 1. Tabb. 41.) prodiit.

§. 23. Novam quoque muniendi methodum dedit *Rozard*, Architectus militaris Electoris Bavariæ, quam in libro sub titulo: *Nouvelle Fortification Françoise* Norimbergæ in 4. reg. A. 1731. (Alph. 1. Tabb. 42.) edito describit. In parte altera desiderio aliorum satisfacturus adjecit explicationem trium systematum Comitis de *Vauban*, qualem ex ipsis munimentis ab eodem extructis hausit, una cum omni praxi offensiva & defensiva, ubi etiam prœliorum rationem habet addens ubivis observationes, quas experientia domestica suggerebat.

§. 24. Restat, ut de iis Autoribus dicamus, qui in gratiam Architecturæ militaris studiosorum libros ediderunt. Commendandi hic nobis sunt *Don Sebastian Fernandez de Medrano* in Architectura militari, quæ sub titulo: *Ingenieur practique* Bruxellis 1696. in 8. (1 Alph. Tabb. 35.) lucem adspexit; Cl. *Ozanam*, cujus Tractatus de Architectura militari (Traité de Fortification) Parisiis 1694. in 8. reg. (17. plag. Tabb. 44.) prodiit; *Eques de S. Julien* supra laudatus, cujus Architectura milita-

militaris publicata est sermone Gallico, Hagæ Comitum An. 1705. in 8. (plag. 11. Tabb. 25.) In eundem censum venit Anonymi Architectus militaris Gallicus supra laudatus (§. 5.).

§. 25. In vernacula nostra notissimi sunt libri sequentes: 1. *George Conrad Martii* Europäischer *Ingenieur* (Norimbergæ 1696. in 8. 2. Alph. 16. plag. Tabb. 60.), qui præter Architecturam militarem etiam Arithmeticam & Geometriam practicam prolixe tradit: 2. *Joh. Heinrici* Behrs aufs neu verschantzter Turenne oder gründlich alt und neue Kriegs-Bau-Kunst (Francofurti 1690. in 8. 1. Alph. 16. plag. Tabb. 32.): 3. Johann Sebastian Grubers Friedens- und Krieges-Schule (Norimbergæ A. 1697. in 8. 2. Alph 11½. plag.): 4. Ejusdem Examen Fortificatorium (Lipsiæ 1703. in 8. 1. Alph. 22. plag. Tab. 19.): 5. ejusdem neuer und gründlicher Unterricht von der heutigen *Fortification* und *Artillerie* (Norimb. 1700. in 8. 1. Alph. 17. plag. 16. Tabb.) aliique.

§. 26. Anno 1722. Bruxellis prodiere Principia Architecturæ militaris modernæ (*Les Principes de la Fortification moderne.*). Directoris Academiæ militaris cæsareæ, quæ Bruxellis est, *Hartmanni* in 8. reg. (plag. 19. Tabb. 9.). Explicat principia *Comitis de Vauban* & *Cœhornii*, ac multus inprimis est in uberius explicanda munimentorum oppugnatione & defensione, quam ab aliis factum: ut hinc addiscere liceat, quomodo munimentorum forma ad examen revocanda, ubi quidem rectum de iis judicium ferre velis.

§. 27. Inprimis autem commendari meretur Anonymi Institutio Architecturæ militaris, quam sub titulo: *Le parfait Ingenieur François* Amstelodami 1734. in 4. (Alph. 1. plag. 22. Tabb. 42.) edidit. Omnem enim artem muniendi secundum triplicem non modo methodum Comitis *de Vauban*, verum etiam *Errardi*, *Sardii*, *Equitis de Ville*, *Equitis de S. Juliano*, *Maroloisii*, *Bombelli*, *Blondelli*, Comitis *de Pagan*, *Cœhornii*, *Scheiteri*, *Sturmii* aliorumque anonymorum explicat, artem muniendi irregularem reformat, & praxin offensivam ac defensivam consummatam tradit. De *Sturmii* cogitatis parum honorifice sentit, quantuscunque sibi visus fuerit Apollo.

§. 28. Antea celebrabatur liber Gallicus, quem secunda vice multo auctiorem sub titulo: *Les Travaux de Mars ou l' Art de la Guerre*, seu

Artis militaris, Parisiis 1685. in 8. reg. ediderat *Allain Manesson Mallet* tribus tomis. Tomus I. constat Alph. 1. plag. 1. Tabb. 152. Tomus II. plag. 22. Tabb. 111. Tomus III. Alph. 1. plag. 3. Figuræ ipsi textui insertæ sunt & ornatus gratia multa adjiciuntur, quæ ad rem non faciunt, quemadmodum fecit in Geometria practica supra laudata (§. 30. cap. 3.). Etsi autem ab eo tempore Architectura militaris multum subierit mutationis; in primo tamen præsertim ac tertio tomo habentur, quæ non sine fructu leguntur. Editionis primæ versionem Germanicam dedit A. 1672. Amstelodami in 8. reg. excusam sub titulo: *Manesson Mallet* Kriegs-Arbeit, qui puritatem linguæ Germanicæ ridicule affectabat *Philippus a Zesen*, sed ob insuetum dicendi genus nullius momenti.

§. 29. Regulas fundamentales Architecturæ militaris qui cognoscere avent, iis abunde satisfaciet *Joh. Jacobus* Wertmüller in Theatro regularum fundamentalium Architecturæ militaris tam veterum, quam recentiorum, Schauplatz der alten und neuen Fortifications-Maximen (Francof. ad Mœn. 1691. in 8. 1. Alph. 20. plag. Tab. 12.) & in Lapide Lydio Architectorum militarium Probier-Stein der *Ingenieur* 1685. in 8. 16. plag. Tabb. 4.), tum etiam in Apologia fortificatoria, in qua Belgicam muniendi formam defendit, quamvis eam aliqua emendatione indigere fateatur (Francof. 1691. in fol. 1. Alph. 15. plag. & Fig. plag. 16.).

§. 30. Quæ in excitatione munimentorum observari merentur, docent *Johannes* Faulhaber in Schola Architectorum militarium (Norimbergæ 1637. in 4.) & Heer in Praxi Artis muniendi (§. 14.) præter alios, quos antea laudavimus. Inprimis hic commemorari meretur *Lambertus Lambion* in Praxi Architectonica (der Bau-*Practica*) Viennæ 1696. in 8. plag. 16. & Fig. plag. 1½.), ubi multa singularia occurrunt præsertim de cuniculis subterraneis, nisi quod linguæ Germanicæ non satis peritus male scripserit, ut adeo libellus Germanice scriptus in idioma Germanicum verti mereretur.

§. 31. De praxi militari tam offensiva, quam defensiva data opera scripsit *Goulon* in libello Gallico, cui titulus: *Memoires pour l' Attaque & pour la defense d' une Place* (Hagæ Comitum 1706. in 8. plag. 13. Tab. 4.) & qui eodem adhuc anno recusus Weselii in 8. reg. (plag. 5. Tab. 4.), postea in Germanicum idio-

idioma translatus (Norimb. 1709. in 8. plag. $5\frac{1}{2}$. Tab. 4.).

§. 32. Etsi autem multa utilia dederit, quæ domestica experientia ipsum docuit, non tamen dedit, quæ sufficiunt. Anno autem superiori 1737. Hagæ Comitum in 4. reg. (Alph. 1. plag. $5\frac{1}{2}$. Tabb. 33.) prodiit *Comitis de Vauban* de praxi offensiva & defensiva opus posthumum, sub titulo: *De l' attaque & de la defense des places*, quod observationibus ultra dimidium seculum a se continuatis superstruitur. Composuerat idem in usum Ducis Burgundiæ, cui MSC. dederat, non ea intentione, ut publici juris fieret; sed ut arcani instar asservaretur. Neque adeo facile erat MSC. istud describi, propter Tabulas majores, in quibus Schemata nitidissime delineata erant. Cum in eo candide de singulis mentem suam aperuerit; nullum superesse potest dubium, quin insigni cum fructu legatur ab iis, qui castra sequuntur, vel de praxi offensiva & defensiva judicium sibi sumunt.

§. 33. *Johannes Teyler* in Architectura militari (Rot. 1697. in 4. plag. 8. Tab. 41.) ad Architecturam militarem Algebram applicare cœpit, quoad calculum inprimis probabilium, spem feriendi planum sclopeto vel tormento ad mensuram revocaturus. Aliud vero Specimen Algebræ ad Artem Fortificatoriam applicatæ, diversum prorsus a *Teyleriano*, etiam dedit *Joh. Matthias Hasius*, nunc Mathematum Professor Wittebergensis, (Lipsiæ 1707. in 4. plag. $3\frac{1}{2}$. Tab. 1.).

§. 34. Tandem hic commemorandum est opus, quod in usum Architectorum militarium conscripsit *Belidor*, Commissarius ordinarius Artilleriæ, Professor Mathematum Regius in Scholis eidem destinatis, editum Parisiis, mox vero Hagæ Comitum recusum A. 1734. in 4. reg. (Alph. 2. plag. 10. Tabb. maj. 53.) sub titulo: *La science des Ingenieurs dans la Conduite des Travaux; de Fortification & d' Architecture civile.* In eo Autor, qui omni studio id agit, ut ad solidam scientiam Architectos militares perducat, eoque fine in eorum gratiam Cursum mathematicum jam ante edidit, recusum Parisiis An. 1725. in 4. reg cum 24. Tabulis figuras nitidissime æri incisas exhibentibus, in quo ea inprimis docentur, quæ iisdem scitu necessaria sunt ad finem istum consequendum, non modo ea tradit, quæ ex Architectura militari, verum etiam quæ ex civili iisdem perspecta esse

esse debent. Traditur hic theoria multorum, quæ hactenus in utraque Architectura nudæ experientiæ fuere superstructa. Videre hoc est ex libro primo atque secundo, quorum isto quæ ad muros, hoc autem quæ ad fornices pertinent, ex principiis geometricis & mechanicis demonstrat, usus hinc inde demonstrationibus algebraicis. Usui esse potest hoc opus iis, qui ad formam scientiæ vere mathematicæ utramque Architecturam reducere voluerint ea demonstraturi, quæ hactenus experientiæ fide sumuntur nondum satis limata. Opus hoc etiam in censum scriptorum de Architectura civili referendum, inter quæ eminet, quatenus viam ad ulteriora sternit.

§. 35. Non silentio prætereundus est libellus Germanicus, quem *Johannes Christophorus Glaserus* Halæ Saxonum A. 1728. in 4. (Alph. 1. plag. 2. Tabb. 6.) sub titulo: Vernünfftige Gedancken von der Kriegs-Bau-Kunst erste Probe edidit, in quo ostendit in omnibus muniendi formis, quæ hactenus prostant, deficere defensionem fossæ sufficientem, novamque proponit, qua huic defectui succurritur. Addit adhuc aliam per Algebram erutam. Plura dare constituerat specimina Architecturæ militaris perficiendæ: sed nescio qui factum, ut a proposito suo destiterit.

§. 36. Artem militarem universam describit *Georgius Andreas* Böckler in Schola militari moderna: Neu vermehrte Kriegs-Schule, quæ Francofurti ad Mœnum An. 1635. in 8. (Alph 2. plag. 8. cum figuris, multis æri incisis) prodiit. Tradit autor ea omnia, quæ in bello usui esse possunt, ita ut etiam jus militare Cæsareum, Suecicum & Batavum libro suo inseruerit, & sub finem in Appendice varia arcana doceat, quæ militibus scitu necessaria.

§. 37. Huc etiam pertinet *Joannis Friderici a Flemming*, Regis Poloniarum & Electoris Saxoniæ Tribuni militum pedestrium, Miles Germanus perfectus, der vollkommene Deutsche Soldat, qui Lipsiæ 1726. in fol. (Alph. 9. plag. 8. Tabb. 64.) prodiit, in quo autor omnem scientiam militarem, inprimis quæ ad militem pedestrem spectant, dilucide exponit. In eundem quoque censum referri potest liber Gallice conscriptus, quem sub titulo: *Les Fonctions du Capitaine de Cavalerie & les principales de ses Officiers subalternes* multo auctiorem Parisiis

risiis edidit *de Birac*, recusum Hagæ An. 1693. in 8. (Alph. 1. plag. 2. Tabb. 14.). Optandum vero foret, ut quis rei militaris peritus, in Matheſi verſatus & methodi gnarus artem militarem in eam formam redigeret, qua nos Pyrotechniam, Architecturam militarem & civilem repræſentavimus, iis ſimul perluſtratis, quæ Autores modo laudati tradiderunt, & ex Autoribus ſuperioribus aliisque peti poſſunt.

§. 38. *Blondius* edidit Elemens de fortification, 12. in quibus non quidem nova proponit, ſed facili & ad juvenum captum accommodata methodo cognitas veritates explicat. Qui Göttingæ Mathematicas ſcientias docet M. *Jo. Paulus Eberhard*, anno 1757. edidit **Verſuch über die Kriegsbaukunſt** (9. plag. tabb. 8.) e Gallico idiomate libellum. In quo cauſſæ demonſtrantur quare recentiori ævo defenſio non eadem cœperit incrementa quam aggreſſio, ſimulque variæ proponuntur obſervationes practicæ, una cum conſiliis medendi defectibus defenſionis. Novam methodum muniendi, omiſſis ſic dictis baſtionibus, & tota valli forma mutata 1765. propoſuit *Jo. Pet. Eberhard*, edito libello **Vorſchläge zur Verbeſſerung der Kriegsbaukunſt**, 8. Halæ (plag. 5.), in quo melior foſſæ defenſio exhibetur, & defectus in receptis huc usque muniendi formis demonſtrantur. Bene quoque de Architectura militari meritus eſt *d' Azin* opere Gallico, quod 1747. germanice prodiit ſub titulo: **Unterricht Veſtungen vortheilhaft anzulegen.** Halæ 8. (12. plag. 3. tabb.). Itemque *Goulonis* libellus gallicus a C.A. de Coulon germanice verſus: **Bericht von der Belagerung und Vertheidigung einer Feſtung** Lipſ. 1758. 8. (7. plag. 5. tabb.). In quo potiſſimum defenſio urbium ſolide traditur & variis practicis obſervationibus illuſtratur. Anno 1767. *J. D. C. Pirſcher* tractatum edidit: **Kurzer Unterricht von den Anfangsgründen der Kriegsbaukunſt.** Berol. 8. maj. (5. plag. 14 tabb.), in quo urbes muniendi methodus ad modum *Zaderi* & *Fæſchii* potiſſimum explicatur & levioris momenti propugnacula in campo demonſtrantur. Pertinet ad hæc quoque ſcripta *J. R. Fæſch* **Anfangsgründe der Fortification.** fol. maj.

§. 39. Cum plerique, qui Architecturam militarem expoſuerunt, potiſſimum rationes muniendi polygona regularia explicaverint, de irregularibus vero polygonis haud ſufficienter egerint bene utique de re militari meritus eſt *P. F. de Bellersheim*,

heim, edito libro: Nouvelle maniere de fortifier les places irregulieres. Francof. 1767. 4. maj. (1. Alph. 2. plag. 8. tabb.). In cujus parte I. varia nova inventa pro defensione proponit, in altera vero methodum tradit universalem muniendi polygona irregularia.

§. 40. Ad rem militarem generatim spectantia scripta præcipua sunt: *Villeneuve* Cours de la science militaire Hagæ. 1740. *L' Art de la Guerre par le Marechal de Puysegur* Hagæ 1749. qui liber a *Fæschio* germanice editus est. Memoires de Montecuculi, ex Mscto primum Italice 1736. editus liber, dein in Gallicam & Germanicam linguam translatus: Memoires du Marquis *de Feuquieres* Paris 1752. Et qui primus nominandus erat liber vernacula lingua editus sub titulo: Des Königs von Preussen Majestät Unterricht von der Kriegskunst an seine Generals. Francf. & Lipf. 1761. 8. (4. plag. 13. tabb.). Splendidissimum quoque huc pertinet opus *Folardi*, qui Commentarios edidit in Polybium gallice fol. maj. Cujus compendium prodiit: Esprit du Chevalier Folard. Amstel. 1761. in 8. (12. plag. 18. tabb.), itemque scripta magni quondam belli ducis Comitis de Saxe, inprimis vero libellus: Les Reveries du Comte de Saxe, Hagæ 1756.

FINIS

COMMENTATIONIS DE PRAECIPVIS SCRIPTIS MATHEMATICIS.

COMMENTATIO
DE
STVDIO MATHEMATICO
RECTE
INSTITVENDO.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0171

COMMENTATIO
DE
STUDIO MATHEMATICO
RECTE
INSTITUENDO.

PRAEFATIO.

Qui Matheſi addiſcendæ operam navant, non eundem ſibi ſcopum præfigunt. Elementa noſtra Matheſeos univerſæ ita conſcripſimus, ut pro multiplici diſcentium ſcopo ſatisfaciant omnibus. Quoniam vero non omnes eadem induſtria eidem incumbere tenentur, nec omnia addiſcenda omnibus; igitur nobis propoſitum eſt docere, quid unicuique conveniat. Multum omnino intereſt, ut ſtudium Matheſeos rite tractetur, ſiquidem ſine moleſtia ac temporis diſpendio feliciter progredi volueris. Quamobrem noſtrum eſſe duximus, monſtrare viam, qua ſit eundum, ne ad devia declinemus: id quod facillime accidit. Eam igitur, quam in nos ſuſcepimus, de ſtudio mathematico rite inſtituendo tractationem utilitate ſua non deſtitutum iri confidimus. Quamobrem ſuademus, ut omni attentione eandem legat & relegat, qui Matheſeos addiſcendæ animo ad Elementa noſtra legenda accedit. Quodſi quis ſtudioſe obſervet, quæ præcipimus, eum participem futurum fructus, quem eidem pollicemur, nulli dubitamus. Inſignem vero percipiet voluptatem, ubi ſenſerit voto reſpondere eventum: quem ubi prævidet, eo ipſo accendetur ardor majore induſtria Matheſeos ſtudium continuandi, quam qua idem inchoavit. Noſtrum inprimis eſt amplificare Matheſeos ſtudium, nunquam ſatis commendandum, nunquam pro dignitate deprædicandum. Nihil igitur omittendum, quod huc quomodocunque facit. Alienam felicitatem qui noſtram exiſtimamus, id unice intendimus, ut dicamus, ut ſcribamus, quæ proſunt aliis. Quamobrem nec quicquam magis in votis habemus, quam ut omnes, qui ad Matheſin addiſcendam animum appellunt, participes fiant ejus fructus, qui ex ſtudio mathematico percipi poteſt.

COMMENTATIO DE STVDIO MATHESEOS RECTE INSTITVENDO.

CAPVT I. DE DIVERSIS COGNITIONIS GRADIBVS ET QVOMODO IIDEM ACQVIRANTVR.

§. 1.

Tres dantur gradus cognitionis humanæ in omni veritatis genere, quos recto facultatem cognoſcendi uſu acquirere licet. Aut enim in eo acquieſcimus, quod veritatem ab aliis propoſitam intelligamus, aut ulterius progreſſi id agimus, ut ejusdem etiam convincamur, aut denique operam damus, ut ex iis, quæ cognovimus, alia adhuc nobis incognita proprio Marte eruere valeamus.

§. 2. Primus gradus acquiſitu omnium facillimus & a ceteris præſupponitur: neque enim veritatis niſi intellectæ convincitur animus, ſive eum a priori, ſive a poſteriori convincere volueris, multo minus autem ex iis, quæ cognoviſti, alia incognita deducere potueris, niſi ea, quæ cognoviſti, ſatis intellexeris. Gradus ſecundus difficilius comparatur primo, cum multo ampliorem requirat facultatum uſum, nec ad tertium adſpirandum, niſi ubi ad ſecundum aſcenderis. Tertium denique omnium difficillime conſequi licet, cum ampliſſimum omnium exigat facultatum uſum. Qui in Logica & Pſychologia ſatis fuerint verſati veritatem dictorum abunde perſpicient: ceteris ſatisfaciet experientia domeſtica, ubi diverſis hiſce gradibus acquirendis non ſine ſucceſſu operam dederint. Eluceſcet quoque quodammodo veritas ex iis, quæ mox de illis uberius dicentur.

§. 3. Cognitionem gradus primi acquiſiturus, definitiones, theoremata & problematum reſolutiones ſibi perſpecta reddere tenetur, omiſſis demonſtrationibus. Cognitionis ſecundi gradus compos futurus addere debet demonſtrationes. Ad cognitionem tandem tertii gradus perven-

perventurus, in rem præsentem veniat necesse est, & ex iis, quæ ipsi cognita & perspecta sunt, acquisito cum secundo gradu facultatum usu eruere studeat opus est sibi nondum nota: quod quomodo fiat, posthac indigitabimus, quantum præsentis instituti ratio permittit. Neque enim nobis jam propositum est explicare Artem inveniendi, quæ legitimum facultatum usum in eliciendis incognitis ex cognitis distincte docet.

§. 4. Theoremata & problemata eorumque resolutiones non intelliguntur nisi per definitiones terminorum, qui in iisdem occurrunt. Incipiendum igitur est a definitionibus, quæ ideo propositionibus præmittuntur, vel omnes simul, quemadmodum in Arithmetica & Geometria fecimus; vel eo saltem loco, ubi occurrunt propositiones, quæ per eas intelligendæ, quemadmodum in reliquis Matheseos partibus non sine ratione factum esse apparet.

§. 5. Ad definitiones intelligendas afferenda est attentio, sub initium præsertim molesta, adeoque omni modo excitanda & fovenda. Conducit huc, si definitiones exemplis, veluti in Arithmetica numeris illustrentur, & in Geometria ad figuram oculis præsentem applicentur. Ita enim facilius intelliguntur, ut molestia vanescat, quæ attentionis conservandæ difficultatem parit. Ita definitio similitudinis illustratur exemplis duorum horologiorum, & duorum ædificiorum, quæ in scholio definitioni adjecto in medium attulimus (§. 27. *Arith.*). Definitionem partis aliquotæ illustramus exemplo lineæ in quatuor partes æquales divisæ, cum enim pars una quater sumta lineam integram adæquet, erit ea pars aliquota (§. 30. *Arithm.*). Ita in ipsa Arithmetica definitionem numeri quadrati & radicis quadratæ numeris adjectis illustravimus, ut tali exemplo non sit opus. Cum definitiones in Geometria retulerimus ad figuras; me tacente apparet, quomodo ad eas applicari possint, vel uti dicendo in definitione trianguli æquilateri (§. 88. *Geom.*), quod sit AB = BC = CA (*Tab. I. Fig.* 16.), perinde ac si ratiocinio ostendi deberet, figuram, quæ oculis subjicitur, esse triangulum æquicrurum. Sensus nimirum aut imaginatio, quæ sensui antea percepta denuo præsentia sistit, attentionem in objectum trahit, cujus idea exhibet, quæ in definitione continentur; quo ipso & attentio excitatur & conservatur, cumque definitionem a nobis intelligi nobis jam conscii simus, molestia evane-

evanescit, quam termini non satis intellecti primum nobis objiciebat, immo in voluptatem abit, quæ ardorem discendi accendit & inflammat, prout casus tulerit.

§. 6. Definitiones eo ordine collocantur, ut termini in anterioribus jam fuerint definiti, qui datam ingrediuntur. Ex. gr. Commensurabilia definiuntur, quod partem aliquotam communem habeant, vel eorum unum sit pars aliquota alterius (§. 31. *Arithm.*), Pars vero aliquota jam fuit definita (§. 30. *Arith.*), immo pars in genere (§. 9. *Arith.*). Similiter Quadratum definitur per figuram quadrilateram, æquilateram, rectangulam (§. 98. *Geom.*). Sed figura jam ante (§. 34. *Geom.*), figura quadrilatera (§. 97. *Geom.*), figura æquilatera (§. 88. *Geom.*), figura rectangula (§. 97. *Geom.*) fuit definita. Unde consequitur, definitiones legendas esse eo ordine, quo in singulis disciplinis numerantur, & definitiones terminorum esse repetendas, qui datam ingrediuntur. Ita nimirum obtinetur, ut quælibet earum penitus intelligatur, & animo ingenerentur notiones adæquatæ, in quibus nihil latet obscuri, ut intellectus plena luce perfruatur. E. gr. ubi definitionem commensurabilium expendere volueris, illustranda primum est exemplis (§. 5.), utrumque ejus casum repræsentando in numeris atque lineis. Ad exempla tam arithmetica, quam geometrica applicanda est definitio, ita ut primum contentus sis notionibus confusis, quas conspectus numerorum & figurarum suggerit. Deinde applicandæ ad eadem exempla sunt definitiones partis & partis aliquotæ, ita enim futurum, ut definitionem commensurabilium in utroque quantitatum genere penitus intelligas, nec quicquam relinquatur obscuri, ubi eadem industria in definitionibus anterioribus fueris versatus. Sint Ex. gr. duo numeri 3 & 12. Quoniam 3. sive ternarius quater sumtus numerum 12 sive duodenarium adæquat, erit ille hujus pars aliquota (§. 30. *Arithm.*); adeoque numerus unus est pars aliquota alterius. Numeri igitur hi 3 & 12 commensurabiles sunt. Et quoniam 3, 3, 3 & 3 simul conficiunt unum numerum, nempe 12 sive duodenarium, adeoque idem sunt cum duodenario, 12 est totum, 3, 3, 3 & 3 sunt ejus partes, consequenter 3 pars una (§. 9. *Arith.*). Similiter sint duo numeri alii 6 & 8, quorum primus componitur ex 2, 2, & 2, seu binario ter sumto, alter ex 2, 2, 2 & 2 seu binario quater sumto. Habent igitur

igitur partem aliquotam communem 2 (§. 30 *Arithm.*), adeoque commensurabiles sunt. Et quia 2, 2 & 2 simul sumti idem sunt cum 6, & 2, 2, 2 & 2 simul sumti idem cum 8; in genere etiam patet, esse 2 sive binarium partem ipsorum 6 & 8 (§. 9. *Arithm.*), adeoqua communem. Idem etiam in lineis repræsentatur, si linea AB quater transferatur in CD, ita ut sit CE = EF = FD = AB. Erit enim AB pars aliquota ipsius CD (§. 30. *Arithm.*). Unde lineæ AB & CD commensurabiles sunt, & CE = AB intelligitur pars ipsius CD (§. 9. *Arithm.*). Eodem modo patet casus alter, si recta AB concipitur divisa in tres partes æquales, ut sit AC = CD = DB, & EF in quatuor partes æquales EG, GH, HI & IF, ut sit EG = GH = HI = IF ac præterea EG = AC. Erit enim AC pars aliquota communis (§. 30 *Arithm.*), & eadem AC pars utriusque lineæ AB & EF intelligitur, quia AC + CD + DB & recta AB, itemque EG + GH + HI + IF & recta EF sunt una eademque linea (§. 9. *Arithm.*). Unde lineas AB & EF commensurabiles esse liquet.

Tab. I. Fig. 1.

Tab. I. Fig. 2.

§. 7. Ne evidentiæ quid desit, probe observandum est, intellectum lucem fœnerari debere a sensu, quatenus huic obvia sunt, quæ ille concipere debet, ut, dum sensus suo munere fungitur, intellectus suo veluti sponte fungatur itidem suo, atque ad cooperandum leniter trahatur, quatenus fieri nequit, ut operationes intellectus cessent, dum sensus facit, quod suum est, & attentione in hunc conversa illarum ne quidem conscius esse videaris, operationibus intellectus cum sensuum actionibus perceptione confusa in unum confusis. Eo ipso obtinetur, ut ad rectum intellectus seu facultatis cognoscendi superioris usum adducaris, dum sensu tantummodo, concurrentibus ceteris sua veluti sponte facultatibus cognoscendi inferioribus, imaginatione scilicet atque memoria, tibi uti videris: id quod mirifice conducit tyronibus, ut usui intellectus recto absque ulla molestia adsuefiant. Tyrones enim non adsueti sunt nisi sensuum, imaginationis atque memoriæ usui, quatenus is hasce indivulsas comites habet. Eum vero, qui requiritur, intellectus usum hactenus non fecerunt. Quamobrem molestum accidit, si a sensu ad operationes intellectus per saltum adducantur.

§. 8. Quamvis adeo levia ac puerilia videantur, quæ de definitionibus rite expendendis inculcavimus (§. 6), ut eædem penitus intelligantur

tur & notiones adæquatæ ab omni obscuritate liberatæ animo insinuentur; principiorum tamen psychologicorum gnarus, quæ in Psychologia præsertim empirica explicavimus ex indubia experientia derivata, profunditatem in obviis non sine voluptate deprehendet. Et ubi attenta mente perlegerit, quæ de usu facultatum in parte altera Philosophiæ practicæ universalis ad recte vivendum requisito demonstravimus, fructum inde sperandum facile prævidebit: qui quod quantivis pretii sit, in dubium minime revocabit. Qui vero Logicam nostram perlustravit & inprimis sibi cognitum atque perspectum reddidit, quod de praxi ejus docetur; is abunde intelliget, quam necessarius sit hic intellectus usus, de quo in præsenti nobis sermo est. Quodsi ergo in Philosophia veriori hospites contemnant, quæ nos maximi facimus, & ambages inutiles pronuncient, per quas incedere volumus animum ad Mathemata discenda appellentes; ii haud ægre ferant contradictionem, cum nos æquo animo, non indignabundo feramus contemtum.

§. 9. Quamobrem non piget exemplo etiam geometrico docere, quomodo in perpendendis definitionibus sit procedendum. Sumamus v. gr. definitionem rhombi, quem dfinimus (§. 99. *Geom.*), quod sit figura quadrilatera, æquilatera, obliquangula. Ut cum idea rhombi notio distincta animo insinuetur, nec quicquam in ea relinquatur obscuri; oculos convertamus necesse est in figuram LMNO. Numerentur latera LM, MN, NO & LO, quæ numero quatuor deprehenduntur, unde liquet figuram hanc esse quadrilateram (§. 97. *Geom.*). Circino capiatur intervallum LM, idemque successive transferatur ex M in N, ex N in O atque ex O in L. quo ipso patet, latera omnia esse inter se æqualia, atque hinc colligitur, figuram hanc esse æquilateram (§. 88. *Geom.*). Contemplemur jam angulos L, M. N & O, quos obliquos esse patet (§. 66. *Geom.*): unde infertur, figuram eandem esse obliquangulam (97 *Geom.*). Sola attentio ad ea, quæ oculis usurpamus, omnem ex idea rhombi arcet obscuritatem, nec quicquam in notione distincta relinquit obscuri, quo mins penitus intelligatur. Quodsi definitiones anteriores, in quas definitio rhombi resolvitur, rite applices; iis suppositis familiaribus notio evadit adæquata. Tab. I. Fig. 3.

§. 10. Non ignoro in figuris non requiri veritatem, sed sufficere ea sumi,

sumi, quæ per definitionem inesse debent, ut definitio intelligatur. Neque enim demonstrandum esse, quod in nostro exemplo figura LMNO sit rhombus; sed docendum potius, qualis esse debeat, ut rhombus dici possit, ubi non intenditur, nisi ut definitio intelligatur. Ita in casu nostro sufficit dicere, si figura esse debeat rhombus, requiri ut latera LM, MN, NO & LO, quibus terminatur, sint numero quatuor, ut sit LM = MN = NO = LO, seu ut latera hæc singula sint inter se æqualia, ut denique anguli L, M, N & O sint obliqui. Hoc pacto enim constat, quænam figuræ cuidam datæ ineſse debeant, ut rhombi nomen eidem tribui possit: id quod sufficit ad definitionem intelligendam. Et ubi hæc noveris atque memoriæ mandaveris, verendum non est, ne rhombum appelles figuram tibi obviam, quæ hoc nomen non meretur: quo sane fine definitio præmittitur. Immo patet, quænam de rhombo sumenda sint, aut sumere liceat, ubi alia de eodem demonstranda, quando ex definitione rhombi deducere volueris, quæ eidem conveniunt: quem alterum esse definitionum finem, non minus ex Logica, quam Geometrarum & recta methodo philosophantium praxi constat. Ipsa etiam definitionum nominalium natura aliud non requirere videtur, quam ut intelligatur, quænam in ea sumantur de definito, cum nondum quæratur, utrum definitio sit possibilis, nec ne, seu utrum detur istiusmodi ens, cui ea insint, quæ in definitione sumuntur; sed de eo tantum quæstio sit, qualia requiramus, ut insint, siquidem id nominis convenire debeat, seu quidnam hoc nomine insignire velimus. Enimvero cum in Matheſi non proponantur definitiones, nisi quæ veræ sunt; ubi sensuum ope operationes intellectus elicere & eorundem beneficio eidem lucem affundere atque ad rectam definitionum applicationem tyronem manuducere volueris, nil obstat, quo minus tacite supponas, quod deinceps demonstrandum, definitionibus ineſse veritatem, hoc est, dari istiusmodi entia, quibus insunt, quæ in definitione nominali sumuntur. Absit itaque, ut tibi persuadeas, nos eorum, quæ in Logica docemus & in philosophando, non tantummodo in universa Matheſi sancte observamus, oblitos tradere, quæ iisdem contraria sunt. Ecquis vero adeo vesanus erit, qui reprehendat, quod utilitatis insignis gratia absque ullo præjudicio veritatis tacite sumatur, quod verum est,

immo quod ſumi neceſſe eſt, ubi in primo gradu cognitionis humanæ pedem ſiſtere, nec ulterius progredi volueris (§. 1.).

§. 11. Etſi itaque præcepta verioris Logicæ, quæ nos tradidiſſe certi ſumus, inviolabilia exiſtimemus, & methodi adeo ſimus tenaces, ut ab iis recedere nefas reputemus; tanta tamen religio minime obſtat, quo minus in favorem ejus faciamus, quod eidem promovendæ conducit. Quamobrem ut finem tam præclarum ex aſſe conſequamur, quem intendimus (§. 7.) & ſenſus omnes ferant ſuppetias intellectui, quæ ab eodem expectari poſſunt; id adhuc monendum eſſe duximus, in exemplis Arithmeticis non arbitrarium eſſe, quocunque modo numeri ſcribantur, quibus definitionem illuſtrare volueris, ſed eos potius ita ſcribendos eſſe, ut ſenſui ſubjiciantur, quæ intellectus concipere tenetur, ut omnis arceatur obſcuritas & notio evadat tam adæquata, quantum per anteriores definitiones permittitur. Dedimus in ſuperioribus exempla, quibus definitionem commenſurabilium illuſtravimus (§. 6). Duo ſuni commenſurabilium caſus. Aut enim numerus minor eſt pars aliquota majoris, aut uterque numerus partem aliquotam communem habet (§. 31. *Arith.*). Exemplum caſus primi præbent numeri 3 & 12, quorum prior quater ſumtus poſteriori fit æqualis. Repræſentandus igitur eſt ternarius tanquam pars duodenarii definitioni partis convenienter (§. 9. *Arithm.*) & tanquam pars aliquota ejusdem definitioni partis aliquotæ conformiter (§ 30. *Arithm.*). Quamobrem non ſufficit, duodenarium ſive 12 reſolvere in 3, 3, 3, & 3, ſed ipſis etiam oculis quaſi ſpectandum exhiberi debet, quod ternarius ſit pars duodenarii & hic conſideretur tanquam pars aliquota ejusdem, quatenus ea oculis uſurpare licet, quæ definitiones partis atque partis aliquotæ tamquam notas continent. Exhibetur autem 3 tanquam pars ternarii, ſi ſcribatur $3 + 3 + 3 + 3 = 12$: etenim ſignum + oſtendit quatuor iſtos ternarios ſimul ſumtos conſtituere duodenarium, ſeu numerum, qui idem eſt cum duodenario. Unde unus intelligitur pars duodenarii (§. 9. *Arithm.*). Et dum apparet, eundem numerum 3 aliquoties, nimirum quater repetitum, numerum 12 adæquare, illum hujus partem aliquotam eſſe perſpicitur (§. 30. *Arithm.*). Nimirum hoc modo ipſis oculis exhibetur, quod plura, ſcilicet 3, 3, 3 & 3 ſint idem cum uno, ſcilicet 12, & pars una 3 aliquoties,

quoties, ſcilicet hic quater ſumta, adæquet totum, quemadmodum volunt definitiones partis atque totius & partis aliquotæ. Sola igitur hac ſcriptione in conſpectum adducuntur, quæ in oculos per ſe minime incurrunt & definitiones partis atque totius & partis aliquotæ inſtar rei viſibilis exhibentur. Dum vero ternarius ſive 3 etiam ſolitarie ſcribitur, juxta duodenarium in partes ſuas aliquotas reſolutum, quemadmodum hic factum eſſe apparet

3 3+3+3+3=12,

tum ipſis oculis exhibentur 3 & 12 tanquam duo numeri, qui ad ſe invicem referuntur, & primus 3 repræſentatur tanquam pars aliquota alterius 12, ut nihil inſit in definitione commenſurabilium, quoad caſum primum, quod non pateat conſpectui. Immo hac ipſa ſcriptione non minus manifeſtum eſt, quomodo dato quocunque numero prodeat alius ipſi commenſurabilis, nimirum ſi numerus quidam ſemel poſitus, deinceps ponatur aliquoties, quoties nempe viſum fuerit, & iterato poſiti ſumantur ſimul tanquam unum: id quod clarius perſpicitur, ſi duo vel tria exempla ſibi invicem ſubſcribantur, quemadmodum hic factum vides.

3 3+3=6
3 3+3+3=9
3 3+3+3+3=12
&c. &c. in infinitum.

Ad illuſtrandum caſum alterum, qui in definitione commenſurabilium continetur, adduximus exemplum numerorum 6 & 8, qui partem aliquotam communem 2 habent. Quodſi ergo ſingula ut ante repræſentare volueris, numeri ita ſcribendi ſunt.

2+2+2=6 2+2+2+2=8
2+2+2+2+2=10 2+2+2+2+2+2=14
&c. in infinitum &c. in infinitum

Ita nimirum etiam conſpicitur, quomodo numeri commenſurabiles in altero caſu procreentur, nimirum ſi idem quicunque numerus, veluti hic 2, ponitur toties, quoties libuerit, veluti hic ter, quinquies &c. & deinceps adhuc pluries, veluti hic quater, ſepties &c. ac iterato poſiti ſumantur ſimul tanquam unum. Hoc pacto definitio commenſurabilium nominalis reducitur ad geneticam, adeoque realem: id quod multiplicem habet uſum. Quodſi numeris ſubjiciantur lineæ in tot partes æquales diviſæ, quoties idem numerus repetitur ad conſtituendum numerum eundem, in continuo jam

magis claret, quænam sit vis signi +, quo indigitatur plura coalescere in unum, ut unum sit idem cum multis, quemadmodum vult definitio partium atque totius (§. 9. *Arithm.*).

§. 12. Quoniam in definitionibus partis atque totius relativis, quarum una absque altera intelligi nequit, diversa utique sunt pluralitas eorum, quæ ad totum constituendum concurrunt, plurium concretio, qua fit unum, seu totum constituitur, & inde resultans identitas plurium cum uno, adeoque ubi definitionem penitus intelligere volueris, notionem distinctam formaturus opus habes tot idem actibus intellectus, quibus pars & totum concipitur, quot definitioni diversa insunt tanquam totidem notæ. Siquidem sensus suppetias ferre debet intellectui, singulis intellectus operationibus respondere debent singuli actus externi, qui in sensus incurrunt & illas individuas comites habent: id quod in dato casu obtinetur, si numeri, quibus simul sumtis efficitur totum, primum scribantur juxta se invicem absque ullo signo interposito, deinde autem signum + interponatur, tandemque iisdem hoc signo inter se connexis adjiciatur signum æqualitatis = cum nota numerica, qua indigitatur numerus ex iisdem coalescens, veluti in exemplo primo 12, qui ex 3, 3, 3 & 3 in unum coalescentibus resultat. Hac enim successiva scriptione eo, quem diximus, ordine facta actu scriptionis primo determinatur intellectus ad concipiendam pluralitatem ad totum constituendum concurrentium, actu secundo exhibetur concretio in unum, quam cogitare tenemur, & tertio denique repræsentatur plurium cum uno identitas, in quam aciem mentis intendi necesse est. Hoc pacto efficitur, ut nihil sit in intellectu, quod non etiam sit in sensu, & sensus intellectum blande trahit ad cooperandum, dum operationes intellectus per actus in sensum incurrentes determinantur, adeoque cum actibus sensus una ponuntur, modo animo præsens sis attentione allata ad singula, quæ fiunt. Quodsi ergo in illustrandis definitionibus eam, quam monstramus, viam ingredi volueris; sensus suppetias omnes ferent intellectui, quas ab eo expectare licet.

§. 13. Simile quid obtinet in exemplis geometricis, si singulas determinationes, quæ definitionem ingrediuntur, ita scribere volueris, ut ad figuram oculis subjectam referantur signa, quibus repræsentatur. Dedimus in superioribus exemplum rhom-

rhombi, qui per definitionem eſt figura quadrilatera, æquilatera, obliquangula. Quamobrem ſi ſcribas, quemadmodum hic factum eſſe vides,

Tab. I. Fig. 3.

LM + MN + NO + LO = 4
LM = MN = NO = LO

L, M, N, O } angulus obliquus

LMNO rhombus;

pſit ſenſui obvium eſt, quomodo ex determinationibus definitionem ingredientibus, ſeu notis in eadem contentis colligatur, figuram datam eſſe rhombum. Etenim LM + MN + NO + LO = 4 indigitat, figuram datam LMNO quatuor habere latera, adeoque æquilateram eſſe; LM = MN = NO = LO ſignificat; latera omnia eſſe inter ſe æqualia, conſequenter figuram datam LMNO eſſe æquilateram: denique

L, M, N, O } angulus obliquus

indigitat ſingulos figuræ datæ LMNO angulos eſſe obliquos, conſequenter figuram ipſam obliquangulam. Linea his ſubducta ſignum eſt, quo indigitatur, id quod eidem ſubſcribitur, inde inferri, ſeu per ſupra ſcripta determinari, nimirum quod figura oculis ſubjecta LM NO ſit rhombus. Evidens adeo eſt, ad quænam ſucceſſive promovenda ſit attentio, ubi rhombum agnoſcere atque ab aliis figuris diſtinguere volueris. Hoc pacto ſenſus diſtinguit, quæ intellectus diſtinguere tenetur, dum diſtincte rhombum concipit.

§. 14. Repræſentatio definitionum ſymbolica, qua oculis conſpicienda exhibentur, quæ ab intellectu concipiuntur, eo quidem ordine, quo operationes intellectus eliciuntur, convenit regulis artis characteriſticæ, cujus theoria hactenus deſiderata partem quandam artis inveniendi abſolvit, propterea quod in inveniendo uſum multiplicem habet, quemadmodum ſuo tempore oſtendemus, ubi philoſophia ad umbilicum perducta artem inveniendi ad eam formam redigemus, qua Logicam exhibuimus. Major enim eſt artis characteriſticæ uſus, quam vulgo creditur, ut adeo conſultum ſit, quaſi aliud agendo mature eidem aſſuefcere. Non loquimur niſi experta, & quæ ex ipſa animæ humanæ natura a priori demonſtrare valemus,

demon-

etsi a præsenti loco alienum sit ipsas demonstrationes afferri ex principiis nostris psychologicis haud difficulter contexendas, sed arti inveniendi reservandas.

§. 15. Unicum est, quod hic monuisse sufficiat, silentio minime prætereundum, scilicet quod ista definitionum symbolica repræsentatio mirifice conducat ad facilitandam repetitionem, qua eædem memoriæ absque ulla molestia & mora infiguntur & memoria retinentur. Distincte nimirum oculis exhibentur, quæ intellectus distinguere tenetur in definito sibi repræsentando, & eo ordine, quo actus intellectus sese invicem excipere debent. Cognitio non modo symbolica ad intuitivam reducitur, sed ipsa etiam symbolica intuitivæ assimilatur. Nemo autem est, qui nesciat, sensu percepta facilius & tenacius memoria retineri, quam quæ sola vi intellectus concipiuntur. Et convenit omnino omnem facere facultatum usum, qui natura nobis concessus est, ac mature adsuefieri juvat, ut eundem ubivis constanter faciamus. Quamobrem & nos per studium mathematicum plura intendimus, quam ut Mathesis sibi sola discatur, quemadmodum faciunt illi, qui contenti sunt ea, quæ docentur in Mathesi, cognita atque perspecta sibi habere.

§. 16. Erit forsan acutior, qui reprehendet, quod in illustrandis definitionibus in methodi leges injurii simus, quod in illustrandis definitionibus anterioribus præsupponamus, quæ demum per sequentes patent. Objiciet v. gr. nos in symbolica partis aliquotæ repræsentatione, veluti quod $3\ 3+3+3=12$, supponere; quod perspectæ sint notæ numericæ, quod notum sit signum additionis, quod ipsam additionis notionem habeamus, cum tamen definitio partis aliquotæ præcedat (§. 30. *Arithm.*), definitio additionis demum sequatur (§. 61. *Arith*) & notæ numericæ in sequentibus demum (§. 49. *Arithm.*) cum signo additionis (§. 63. *Arith.*) explicentur. Immo forsan arguet ipsam additionem præsupponi, quæ demum docetur multo post (§. 96. *Arith.*). Enimvero quicquid est hujus difficultatis, id protinus omne evanescit, modo attentionem nostram desiderari non patiamur. Etenim nemo ad studium Matheseos, præsertim ad legenda Arithmeticæ nostra Elementa Latina, accedit adeo rudis, ut notæ numericæ nondum ipsi sint perspectæ, & numerare nesciat. Neque lex numerandi & notæ numericæ explicantur eo fine, ut

numera-

numerare discamus & notas numericas cognoscamus; sed ut appareat, cur ea numerandi lex sanciatur & cur notis istis utamur, tum etiam quia hypothesibus istis opus habemus tanquam principiis ad demonstrandum ea, quæ sequuntur. Signum additionis quodnam sit, anticipando doceri potest, ubi ejus usus requiritur. Neque hic opus est, ut notio additionis una explicetur: sufficit enim moneri, hoc signo indigitari, numeros simul sumi debere, ut constituatur per eos unus. Multo minus autem præsupponenda est additio, cum nemo numerandi peritus nesciat, quomodo numeros exiguos sive digitos in unitates, siquidem opus est, resolutos connumerare debeat. Accedit, quod nemo facile ad Matheseos studium, præsertim ad Elementa nostra Latina legenda sese conferat, qui Algorithmum numerorum integrorum, saltem additionem & subtractionem, non didicerit. Abunde igitur patet, non præsupponi quæ nondum cognita sunt, sed ex inferius traditis demum haurienda, in definitionibus illustrandis.

§. 17. Propositiones, sive theoremata fuerint, sive problemata, primum exponuntur, dum in Arithmetica ad numeros, in Geometria ad figuras delineatas applicantur: id quod ἔκθεσιν, sive expositionem appellarunt veteres, quam propositionibus subjecerunt. Sit ex. gr. Theorema 21 Arithmeticæ (§. 181.) exponendum, quod ita sese habet. Si quantitates quascunque per eandem tertiam dividas; quoti sunt inter se ut quantitates, quæ dividuntur. Theorematis hujus expositio hæc est: sint duo numeri 24&12 qui dividuntur per eundem tertium 3; erunt quoti 8 & 4. Dico esse 8 ad 4 ut 24. ad 12. Continet enim 8 bis 4, & 24 itidem bis 12, adeoque numeri proportionales sunt (§. 155. *Arithm.*). Similiter sit pars prima theorematis 37 in Geometria (§. 233.) exponenda, quæ ita se habet: Si duas lineas parallelas secet transversa, erunt anguli alterni æquales. Expositio talis est: sint AB & CD duæ lineæ rectæ, sitque AB parallela ipsi CD; erunt anguli *y* & *u* alterni (§. 68. *Geom.*). Dico angulum *y* esse æqualem angulo *u*. Eodem modo exponuntur problemata. Sit ex. gr. problema 20. Geometriæ (§. 258.), cujus hic est tenor: Per datum punctum parallelam rectæ datæ ducere. Expositio hæc erit: sit data linea recta RS, sitque datum punctum V ubicunque extra eandem lineam. Ducenda est recta quædam alia, quæ transit per punctum V, sitque rectæ alteri RS parallela.

Tab. I. Fig. 4.

Tab. I. Fig. 5.

§. 18. Nos brevitatis gratia in Arithmetica theoremata ita enunciavimus, ut expositionem una contineant, dum quantitates designavimus literis majoribus, tanquam numeros indeterminatos (§. 13. *Arith.*), in quorum locum facile surrogantur numeri determinati notis numericis expressi, quales etiam hinc inde exhibemus ad latus demonstrationis. Ita theorema 21, de quo modo diximus (§. 17.), hoc modo proponitur (§. 181. *Arithm.*). Si quantitates quascunque A & B per eandem tertiam C dividas, quoti F & G sunt inter se ut A & B. Constat ex paragrapho præcedente theorema hoc pure sic enunciari: si duas quantitates quascunque per eandem tertiam dividas, quoti per divisionem prodeuntes erunt inter se, ut quantitates. quæ dividuntur. Atque adeo liquet, literas majores A, B, C, F, G nonnisi expositionis gratia esse adjectas, quæ ita sese habet: Sint duæ quantitates quæcunque A & B, dividatur quantitas A per quantitatem C, & prodeat quotus F. Dividatur etiam quantitas B per eandem quantitatem C, & prodeat quotus G. Dico esse quotum F ad quotum G ut quantitatem A ad quantitatem B. Quodsi jam pro literis substituantur numeri; nimirum 24 pro A, 12 pro B, 3 pro C, 8 pro F & denique 4 pro G; habebis expositionem in numeris, quam ante dedimus (§. 17.).

§. 19. Similiter in Geometria propositiones retulimus ad figuras æri incisas, ut expositionem una contineant. Ita theorematis 37 pars prima, quam exempli loco adduximus (§. 17.), hoc modo proponitur in Geometria (§. 233.). Si duas parallelas AB & CD secet transversa EF in G & H, erunt anguli alterni *y* & *u* æquales. Quodsi literas omittas, habebis theorema pure enunciatum. Ubi vero oculis in figuram iisdem subjectam convertens idem ad eandem applices, adhibitis literis, quibus lineæ & anguli in schemate designantur, quemadmodum paulo ante factum est (§. 17.); habebis expositionem. Similiter problema 20 (§. 258. *Geom.*) ita enunciatur: Per datum punctum V parallelam rectæ RS ducere. Omissis literis V & RS prodit propositio pure enunciata; quæ ad schema applicata, ut ante fecimus (§. 17.), dat expositionem. Tab. I. Fig. I.

§. 20. Veteres Geometræ propositionem ab expositione tanquam duo diversa a se invicem distinxerunt, atque adeo illam pure enunciarunt, hanc eidem subjecerunt. Hunc morem secutus est *Clavius* in Elementis *Euclidis*. Nos expositionem

nem cum propositione conjunximus, non quod in unum confundi velimus, quæ diversa sunt; quam ut brevitatis gratia, quemadmodum jam monuimus (§. 18. 19.), una exhiberemus, quæ a lectore separanda sunt, ne in nimiam molem excresceret opus ac præter necessitatem evaderet sumtuosius.

§. 21. Necesse autem est propositionem pure enunciari, remotis iis, quæ ad expositionem spectant, cum pure enunciata in usum futurum memoriæ sit mandanda, expositio autem adhibenda, ut claritas affundatur notioni complexæ, quæ propositioni respondet, sine qua intelligi nequit, aut saltem non satis intelligitur, quemadmodum nil videmus absque lumine, aut absque lumine sufficiente non satis clare videmus visibile. Non tamen opus est expositionem una memoriæ mandari, cum in applicatione ratiocinando facta ejus nullam habeamus rationem, sed sufficiat propositioni per expositionem satis intellectæ, adhærere per naturam animæ sensum claritatis, quatenus fieri potest, ut expositionem addamus, quando exigitur, vel e re esse videtur, qua actu affunditur claritas, cujus dum nunc obscure percipitur, antea clare perceptæ memoriam habemus.

§. 22. Resolutiones problematum arithmeticæ ad exempla, geometricæ ad figurarum constructiones statim sunt transferendæ. Singula, quæ fieri præcipiuntur, suis numeris distinximus. Numerantur autem eo ordine singula, quo fieri debent. Quamobrem cum quælibet resolutio tot contineat regulas, quot sunt numeri; lecta prima statim faciendum, quod eadem præcipitur, & progressus ordine fieri debet ad sequentes. Ita nimirum absque ullo negotio facies, quod fuerat faciendum, & dum hoc facis regulis affundetur claritas, quæ ad totam resolutionem intelligendam sufficit. Quoniam vero in resolutionibus problematum sequentium præcipiuntur, quæ quomodo fieri debeant, docetur in anterioribus; igitur necesse est, ut eo ordine problematum resolutiones tibi familiares reddas, quo numerantur, ne facturus ea, quæ præcipiuntur, incidas in talia, quæ modo fieri debeant nondum nosti, nec unquam antea feciſti. Non est, quod excipias, citari in resolutionibus ea, quæ ex anterioribus præsupponuntur, veluti in resolutione problematis de linea alteri parallela per datum punctum ducenda prima, quod paulo ante exempli loco adduximus (§. 19.), problema 17 (§.

216. *Geom.*) de linea perpendiculari ex dato puncto in eam demittenda & problema 16 (§. 212. *Geom.*) de linea perpendiculari ex dato in linea data puncto ad eandem erigenda: ita enim labor multiplicatus difficilis redditur & moleſtiam parit, quæ ſublata difficultate prorſus nulla eſt, ubi jam noveris, quomodo ex puncto dato ad lineam datam perpendicularis ſit demittenda & ex puncto in eadem dato perpendicularis excitanda, ac utrumque facere valeas.

§. 23. Quoniam vero non ſufficit problematum reſolutiones intelligere, verum etiam habitus comparandus eſt ea faciendi, quæ fieri debent, habitus autem omnis nonniſi exercitio, adeoque idem iterato agendo comparatur; a problemate uno non progrediendum ad alterum, niſi ubi ea, quæ in reſolutione præcipiuntur, prompte facere potueris. Hoc enim pacto nullam ſenties in difficilioribus difficultatem, nec verendum eſt, ne moleſtia faſtidium creet, nec progreſſus deſtituetur voluptate individua comite, quæ ardorem continuo progrediendi ulterius accendit, alit & auget. Merentur ea, quæ hic dicuntur, attentionem, hoc enim modo acquiruntur ſingulares animi dotes ad præclara nitenti mirifice profuturæ. Sed de his dicemus nonnulla in ſequentibus.

§. 24. Enimvero ſi quis omnem uſum Matheſeos facere velit, quem poteſt, eumque magis præclarum, quam qui in cognitione veritatum mathematicarum conſiſtit, in iis perſiſtere non debet, quæ hactenus docuimus. Superſunt alia adhuc obſervanda, de quibus ut dicamus, inſtituti noſtri ratio poſtulat. Nimirum primum in ſymbolica repræſentatione theorematis, ſicuti in repræſentatione definitionum (§. 11.), non perinde eſt, quocunque modo id fiat, ſed id omnino agendum eſt, ut ſenſui tanquam diverſa exhibeantur, quæ intellectus a ſe invicem diſtinguere tenetur, & ut ſingula ipſa ſcriptione a ſe invicem diſtinguantur, quæ in notione propoſitioni reſpondente diſtinguenda veniunt. Omne theorema in duas reſolvitur partes, hypotheſin atque theſin, quarum iſta exhibentur, quæ de ſubjecto ſumuntur, hac vero exhibetur prædicatum, quod vi illorum, quæ ſumuntur, de eodem enunciandum, ſeu propter ea, quæ ſumuntur, ponendum. In ſymbolica igitur repræſentatione theorematis hypotheſis ſcribenda eſt a ſiniſtra, theſis vero a dextra. Quodſi hypotheſis plura continet, ſingula, quæ ſumuntur,

tur, ſigillatim ſcribi, & eo, quo ſequuntur, ordine ſibi invicem ſubſcribi debent, ita ut ipſa ſcriptione exprimantur eorum ad ſe invicem relationes, quæ ſupponuntur. Et idem obſervandum eſt in theſi, ſiquidem plura continet. Exemplis manifeſtum reddetur, quod obſcurius dictum videri poterat, deficiente idea, a qua claritatem ſuam haurit notio. Sit exempli loco theorema, ad quod ante provocavimus (§. 18.). Si duæ quantitates quæcunque per eandem tertiam dividas; quoti ſunt inter ſe ut quantitates diviſæ. Hypotheſis theorematis eſt, quod duæ dentur quantitates, quod eædem dividantur per eandem tertiam, quo facto prodeunt duo Quoti; theſis vero, quod hi ipſi quoti eam inter ſe habeant rationem, quam habent quantitates diviſæ. Quodſi (quemadmodum ſupra fecimus) quantitates dividendæ exponantur per A & B, dividens per C, quoti vero per F & G, theorema ita repræſentabitur.

Hypotheſis	Theſis
A & B quantitates dividendæ	F: G=A: B.
C dividens communis.	
F & G quoti ex divis. prodeuntes	

Idem obſervandum eſt in numeris, per quos theorema exponitur.

24 & 12 Num. divid.	8: 4=24: 12
3 Diviſor commun.	
8 & 4 Quoti ex div. prodeuntes.	

Immo ſi ab expreſſione generali obſcuritatem arcere volueris, quæ per naturam ſuam eidem inhæret, non tollendam niſi claritate, quam affundunt ſingularia; numeros literis, quibus quantitates, numeri indeterminati (§. 13. *Arithm*), deſignantur, ſubſcribi oportet eo, quo hic factum eſſe vides, modo.

A & B Quant.	F: G=A: B
24 12 divid.	8: 4=24: 12
C Dividens 3 comm.	
F & G Quoti ex 8 4 div. prod.	

Quodſi meris ſignis repræſentatio ſymbolica theorematis conſtari debeat; hoc modo quod intendis aſſequeris.

A (F 24 (8	F: G=A: B
C 3	
B (G 12 (4	8: 4=24: 12
C 3	

Idem fiet hoc modo:

$\frac{A=F}{C}$ $\frac{24=8}{3}$	E: G=A: B
$\frac{B=G}{C}$ $\frac{12=4}{3}$	8: 4=24: 12

§. 25. Demus etiam exemplum unum alterumvé geometricum. Theorema 37 (§. 233. *Geom.*) hoc eſt: Si duas parallelas ſecet transverſa, qui prodeunt 1. anguli alterni æquales ſunt, 2. angulus externus æquatur interno oppoſito, 3. duo interni oppoſiti ſunt æquales duobus rectis. Hypotheſis hæc eſt, quod duæ lineæ ſint parallelæ. & quod eædem ſecentur linea alia transverſa: Theſis autem, quod anguli alterni ſint æquales, quod angulus oppoſitus externus æquetur interno oppoſito, quod denique duo oppoſiti interni ſint æquales duobus rectis. Illa adeo duas habet partes, quæ junctim ſumtæ eandem conſtituunt; hæc autem tria membra, quæ ſingula ex eadem hypotheſi ſequuntur, ita ut propoſitio ſit compoſita ex tribus eandem hypotheſin habentibus, & ad tres haſce categoricas revocetur: 1. Anguli alterni intra lineas parallelas ſunt æquales; 2. Angulus externus ex lineis parallelis per transverſam ſectis ortus æqualis eſt oppoſito interno; 3. Duo anguli intra lineas parallelas transverſa ſectas orti ſunt æquales duobus rectis. Quodſi hoc theorema eo, quem ſupra diximus (§. 19.), modo explices; ſymbolice diſtincte ita repræſentatur:

Hypotheſis	Theſis.	Tab. I. Fig. 4.
AB parall. CD	1. $y=u$	
EF ſec. AB & CD	2. $x=u$	
in G & H	3. $o+u=2R.$	

Theorema 18. (§. 179.) pure ita enunciatur: Si in duobus triangulis fuerit angulus unus unius æqualis angulo uni alterius, & duo latera comprehendentia angulum in uno triangulo fuerint ſigillatim æqualia duobus lateribus comprehendentibus angulum in altero triangulo; erit etiam latus tertium unius æquale lateri tertio alterius, & duo ad idem anguli reliqui in uno erunt ſigillatim æquales duobus ad idem angulis reliquis in altero triangulo, tota triangula æqualia & ſimilia erunt. Hypotheſis hæc eſt, accedente expoſitione, quod in duobus triangulis ACB & *acb* angulus unus unius A ſit æqualis angulo uni alterius *a*, quod duo latera AC & AB comprehendentia angulum A in uno triangulo, ſint ſigillatim æqualia duobus lateribus *ac* & *ab* comprehendentibus angulum *a* in altero triangulo; theſis vero, quod 1 latus tertium BC unius ſit æquale lateri tertio *bc* alterius, 2. quod angulus C in uno ſit æqualis angulo *c* in altero, 3. quod angulus B in uno ſit æqualis angulo *b* in altero, 4. quod triangulum ACB ſit æquale & ſimile triangulo *acb*. Tab. I. Fig. 6. Propoſitio

positio adeo denuo composita est, in qua eidem subjecto sub eadem conditione tribuitur multiplex prædicatum. Quodsi theorema hoc symbolice repræsentare volueris, ita distincte exhibetur scriptum:

Hypothesis	Thesis.
ang. A = a	1. BC = bc
AB = ab	2. ang. C = c
AC = ac	3. B = b
	4 $\triangle ACB \overset{s}{=} \triangle acb$

Hoc nimirum pacto distincte exhibentur singula, quæ in hypothesi sumuntur, ut sensus præsto sit in formanda notione distincta intellectui, quæ eidem respondet, nec minus distincte in sensum incurrunt singula, quæ istis positis una ponuntur: id quod egregium habet usum, sive in primo gradu cognitionis subsistere, sive ad secundum progredi volueris, quemadmodum ex deinceps dicendis plenius constabit. Quodsi ars characteristica foret satis exculta, ab omnibus vocabulis in symbolica repræsentatione theorematum abstinere poteramus. Quoniam tamen signorum numerus multiplicaretur, quorum usus tyronibus molestior; consultius est, ut paucis simus contenti & subinde vocabulis nonnullis abbreviata scriptione locum concedamus.

§. 26. In problematis quædam dantur, quædam fieri vel inveniri jubentur. Ita in problemate 20 (§. 258. *Geom.*), ad quod supra provocavimus (§. 19.), datur recta RS, & punctum extra eam V, jubemur autem per punctum V ducere lineam rectam, quæ sit ipsi RS parallela. Quodsi ergo problema distincte concipere volueris, quæ dantur ab eo, quod quæritur, hoc est, quod vel fieri, vel inveniri jubetur, distinguenda consequenter ubi problema sensui distincte repræsentare volueris, versus siniſtram scribenda sunt data eo modo, quo singulæ determinationes in hypothesi theorematis exprimuntur, versus dextram vero quæsitum, quem admodum hic factum esse apparet: Tab. I. Fig. 5.

Data	*Quæsitum*
Recta AB, punctum V extra eam	Recta transiens per V & paral. ipsi AB.

Ita nimirum non modo quæsitum a datis separatur; verum etiam data singula distincte exhibentur non minus, quam singulæ determinationes quæsiti, consequenter si hæc figuræ subscribantur, idea singula a se invicem separata exhibet, quæ in notione problemati respondente totidem

opera-

operationibus intellectus discernenda sunt, ut notio evadat distincta.

§. 27. Simile quid imitari licet in ipsa resolutione: id quod inprimis usui est, ubi ad gradum secundum cognitionis progredi, nec in primo acquiescere volueris. Exempli loco sit resolutio prima problematis 20. Geometriæ, cum quo nobis jam negotium est (§. 26.). Ea nimirum ita repræsentatur:

VK perpendicularis ad RS.
T punctum pro arbitrio assumtum
TA perpendicularis ad RS.
TA = VK
MN per V & A transiens.

MN parallela RS.

Notandum vero in denominandis rectis præponi literam, quæ designat terminum a quo, unde ducenda est recta, quam ducere jubet resolutio, & singula fieri debere eo ordine, quo sibi invicem subscribuntur. Ita VK indigitat, perpendicularem VK ad RS duci ex puncto V, consequenter ad rectam RS ex puncto V demitti, TA vero indicat, perpendicularem TA ad RS ducendam esse ex puncto T tanquam termino a quo. TA = VK significat; perpendicularem TA æqualem fieri debere antea ductæ VK. Denique MN per VA indicat, rectam MN ducendam esse per puncta V & A, quibus datis determinatur situs rectæ MN per superius in Geometria ostensa. Linea recta separat ea, quæ fieri præcipiuntur, ab iis determinationibus, quas quæsitum habere debet, & quæ infra lineam exhibentur, scilicet quod hic linea NN sit datæ RS parallela. Quod enim transeat per punctum V, per se manifestum est, aut si mavis per ea, quæ vi resolutionis facta sunt, attenta mente considerata. Ubi nimirum ad secundum cognitionis gradum progredi libuerit, ea, quæ ex resolutione problematis per se manifesta sunt quoad quæsitum, probe distinguenda ab iis, quæ esse dicuntur.

§. 28. Non nego, si quis idem facere velit in aliis problematis, quod hic præstitimus in uno eorum eoque haud difficili, ut facilius intelligeretur; eidem plura notanda esse, quam quæ hic docemus: sed instituti nostri ratio non fert, ut simus prolixiores. Sufficit generalem quandam ideam eorum, quæ facienda sunt, insinuasse animo lectoris. Quodsi enim hæc probe perpenderit, quæ hic inculcantur; plura suo Marte assequetur, quæ hinc inde præterea requiruntur. Et si ubi subinde cespitat,

ſpitat, in progreſſu ipſemet errores a ſe admiſſos, & quæ melius fieri poterant, animadvertet. Quamobrem diutius hiſce non immoramur.

§. 29. In reſolutionibus numericis problematum, typus calculi ad figuram relatus exhibendus eſt, qui problema cum reſolutione diſtincte repræſentat & ideam operatricem animo inſinuat, quæ firmior eidem inhæret, quam reſolutio memoriæ mandata, ita ut hæc non tam facile te fallat. Immo ſi hæc eidem nondum fuerit infixa, ubi ad librum recurrendum, quando reſolutione iſta in praxi opus habes, in typum ſolum exempli oculos convertere ſufficit, quod vi ideæ operatricis, quam repræſentat, totam operationem docet ac dirigit. Quoniam in ipſis Elementis noſtris exempla hoc modo exhibuimus, non opus eſt, niſi ut unum lucis affundendæ gratia huc tranſcribamus. Siſtimus adeo illud, quod ad illuſtrandum problema 13 Trigonometriæ planæ (§. 36. *Trigon.*) in medium adduximus. Problema hoc eſt: Datis duobus angulis una cum latere uni eorum oppoſito invenire latus alteri oppoſitum. Typus vero exempli problema cum reſolutione repræſentans talis eſt:

Data	*Quæſitum.*	Tab. I. Fig. 6.
$C = 48^\circ\ 35'$	BC	
$A = 57^\circ\ 28'$		
$AB = 74'$		

calculus.

Log. ſin. C	9.8750142
Log. AB	1.8692317
Log. ſin. A	9.9258681
Log. AB + Log. ſin. A	11.7950998
Log. BC	1.9200856

= Log. AB + Log. ſin. A — Log. ſin C

Quodſi enim oculos in exemplum hoc modo repræſentatum convertas, ſtatim liquet dari duos angulos A & C una cum latere AB uni eorum C oppoſito, & quæri latus BC, quod opponitur alteri A. Typus calculi oſtendit, ex tabulis excerpendos eſſe logarithmos ſinus anguli C, lateris AB & ſinus anguli A. Logarithmos lateris AB & ſinus anguli A addendos & a ſumma ſubtrahendum eſſe logarithmum ſinus anguli C, ut relinquatur logarithmus lateris quæſiti BC in Canone Logarithmorum evolvendus, ut pateat numerus lateri quæſito reſpondens.

§. 30. Abunde hactenus docuimus, quomodo ad gradum primum cognitionis perveniatur, ut nihil ſu-

perſit in notionibus obſcuri, ſed omnia penitus intelligantur. Agedum itaque! progrediamur ad ſecundum, cui acquirendo inſerviunt demonſtrationes. Quoniam ad demonſtrationem accedere non licet, niſi propoſitione rite intellecta, gradus ſecundus primum ſupponit, conſequenter quæ in antecedentibus præcepimus, ea ante fieri debent, quam ad demonſtrationem diſtincte percipiendam animum appellas. Quamobrem qui utrumque gradum una eademque opera acquirere ſtudet, & ea obſervare tenetur, quæ de primo inculcavimus, & facere ea, quæ de ſecundo jam addemus.

§. 31. Demonſtrationes ex ratiociniis contextæ ſunt, eo modo inter ſe concatenatis, quem in Logica (§. 551. & ſeqq.) ſatis perſpicue explicavimus & mox uberius dicenda reddent manifeſtum. Ratiocinatio, tertia mentis ſeu intellectus operatio, involvit duas priores, primam atque ſecundam, notionem ſcilicet atque judicium, una cum uſu facultatum inferiorum, ſenſus ſcilicet, imaginationis atque memoriæ, & iis animæ actibus, per quos fit tranſitus ab uſu facultatum inferiorum ad uſum ſuperiorum, attentione nimirum atque reflexione: quæ denuo parumper attentis ad ſequentia manifeſta evadent, modo facultatum animæ notiones ex Pſychologia habuerint perſpectas. Quodſi ergo a primo cognitionis gradu ad ſecundum per ſaltum aſcendere nolueris; demonſtrationibus ante utendum eſt mechanicis, quam ad eas progrediaris, quæ vi intellectus concipiuntur, ſeu ejus operationibus abſolvuntur.

§. 32. Quid ſit demonſtratio mechanica, in Lexico Mathematico docuimus. Nimirum juxta hypotheſin theorematis conſtruuntur figuræ, quo facto ea una determinantur, quæ in theſi continentur, ſeu vi illorum, quæ in hypotheſi ſumuntur de ſubjecto, eidem attribuuntur. Quamobrem num ea, quæ una determinantur, talia ſint, ope inſtrumentorum examinanda. Sit exempli loco theorema 18. Geometriæ (§. 179. *Geom.*), ad quod ſupra provocavimus (§. 25.), ſcilicet ſi angulus unus trianguli unius ſit æqualis angulo uni trianguli alterius & latera comprehendentia angulum iſtum in uno triangulo, ſint ſigillatim æqualia lateribus comprehendentibus angulum in altero triangulo, quod etiam latus tertium unius trianguli ſit æquale lateri tertio alterius, quod duo anguli reliqui unius ſint ſigillatim æquales duobus angulis alterius, quod tota triangula æqualia & denique ſimilia

Tab. I. Fig. 6. milia sint. Construe triangulum A BC, prout visum fuerit, deinde ducatur recta *ab*, & ex *a* in *b* transferatur intervallum AB, in *a* excitetur angulus ipsi A æqualis, & in crus *ac* transferatur intervallum AC. Quodsi jam puncta *c* & *b* connectantur recta *bc*, prodit triangulum alterum *abc*. Jam ubi circino capis intervallum BC, & circini crus unum colloces in *b*, crus alterum attinget punctum *c*. Vides itaque latus trianguli *abc* tertium *bc* esse æquale lateri tertio BC alterius trianguli ABC. Ex punctis C, B, *c* & *b* arbitraria circini apertura, sed eadem describantur arcus, angulorum istorum mensuræ (§. 57. *Geom.*). Quodsi ope circini examines arcus ex centris C & *c*, itemque ex centris B & *b* descriptos; bini singuli deprehenduntur æquales (§. 289 *Geom.*), atque hinc angulorum C & *c*, itemque B & *b* æqualitas colligitur (§. 141 *Geom.*). Excindantur ex charta, in qua delineata sunt, triangula ACB & *acb*, & triangulum *acb* ponatur super altero ACB, ea quidem lege, ut punctum *a* in A & recta *ab* super AB cadat; videbis triangulum *acb* coincidere cum triangulo ACB, seu illud huic congruere (§. 3. *Geom.*). Atque ex congruentia triangula ACB & *acb* æqualia esse intelliguntur (§. 161 *Geom.*), vi notionis etiam communis: communiter enim ex congruentia æqualitatem æstimant omnes. Immo quia non minus laterum *bc* & BC, itemque angulorum *b* & B, *c* & C congruentia oculis obvia est, vi notionis etiam communis colligitur eorundem æqualitas, nempe quod sit $bc = BC$, $b = B$ & $c = C$, ita ut examinibus anterioribus ope circini factis non sit opus. Denique ubi ad animum revocas, esse $a = A$, $ab = AB$ & $ac = AC$ per hypothesin, ast $b = B$, $c = C$ & $bc = BC$ per examen, quod instituisti, cum præter angulos & latera nihil reperias in triangulis istis, per quæ a se invicem discerni possint, eadem quoque triangula *acb* & ACB similia deprehendis (§. 24. *Arithm.*). Similiter ubi theorema 37 (§. 233. *Geom.*) demonstrare volueris: Si duas parallelas secet transversa, erunt anguli alterni æquales, angulus externus æquatur interno opposito & duo interni oppositi sunt æquales duobus rectis; ducenda est 1. linea CD, deinde 2. altera AB eidem parallela, ad quamcunque distantiam, cum ea non determinetur in hypothesi, & 3. pro arbitrio recta EF, quæ oblique secat parallelam utramque in G & H, 4. Ex puncto intersectionis G ducatum arcus intra crura ipsius anguli *y* & Tab. I. Fig. 6.

eodem radio ex puncto interſectionis altero arcus intra crura anguli *u*, quo facto ut ante ex æqualitate menſurarum colligis æqualitatem angulorum. Quodſi 5. ex centro G eodem radio ducas arcum intra crura anguli *x*, ex æqualitate menſurarum anguli *x* & *u* colligis æqualitatem horum angulorum. Denique 6. duc etiam ex centro G eodem adhuc radio anguli *o* menſuram, videbisque menſuras angulorum *o* & *u*, quarum hæc eadem deprehenditur cum menſura anguli *x*, ſemicirculum complere: unde colligis eos eſſe duobus rectis æquales.

§. 33. Abſit autem, ut tibi perſuadeas, demonſtrationes hasce mechanicas in locum ceterarum ſurrogari poſſe, quas ſcientificas appellare licet in oppoſitione ad mechanicas. Etenim quod per mechanicas patet, nonniſi verum eſſe intelligitur de figura, quam deſcripſiſti & præ manibus habes, adeoque theorematis veritas perſpicitur nonniſi in caſu ſingulari. Enimvero demonſtratio ex hypotheſi theorematis ratiocinando, veritatem theorematis manifeſtat univerſaliter. Demonſtratio tamen mechanica univerſalitatem loquitur, quatenus patet, ea, quæ ex aſſumtis inferuntur in theoremate, per conſtructionem ſemper talia determinari debere. Nolo tamen de his dicere diſertius, propterea quod vix conveniunt illorum captui, quibus demonſtrationes mechanicæ ſatisfaciunt. Conſultum etiam eſt, ut demonſtrationes mechanicæ ad formam ſcientificarum reducantur, quantum datur, ut ad haſce quaſi manuducant. Sed talia relinquenda ſunt circumſpectioni illorum, qui erudiendis aliis præficiuntur. Ceterum exemplum præbet demonſtratio theorematis geometrici mechanica de congruentia triangulorum, quam modo dedimus (§. 31), ubi ex congruentia laterum *bc* & BC, angulorum *b* & B, itemque *c* & C, atque triangulorum *acb* & ACB colligitur eorundem æqualitas, quemadmodum in demonſtratione ſcientifica.

§. 34. Demonſtrationes mechanicæ æquipollent exemplis numericis, quæ veritatem theorematum & problematum in caſu ſingulari perſpiciendam præbent. Atque adeo facile patet, quid fieri debeat, ſi ſimile quid circa theoremata arithmetica tentes. Quod vero etiam hic formæ demonſtrationis ſcientificæ ratio haberi poſſit, manifeſtis ſpeciminibus docuimus in Arithmetica de geneſi numerorum quadratorum (§. 262. *Arithm.*), de geneſi numerorum cubicorum (§. 277. 280. *Arith.*), de

de numeris æqui differentibus (§. 327. 329. *Arithm.*). Quoniam vero hisce speciminibus profundiora insunt, quæ ad tertium cognitionis gradum viam sternunt; de iis plura nobis dicenda sunt in sequentibus. Diximus istiusmodi demonstrationes in Arithmetica oculares, quia oculis conspicienda sistunt, quæ in scientifica intellectus concipere debet. Et loquuntur universalitatem ex eadem ratione, quam modo dedimus de mechanicis theorematum geometricorum demonstrationibus (§. 32.). Vix tamen ratio satis manifesta erit iis, qui in Ontologia nondum versati non capiunt, quomodo positis determinantibus ponatur determinatum. Sane memini, Mathematicos primi ordinis hæsitasse in talibus, quæ principio isti superstruuntur. Nec mirum: ignoratis enim, vel saltem non distincte expensis principiis, a quibus principiata pendent, horum veritas non perspicitur.

§. 35. Exempla, quibus veritas propositionis perspicitur in numeris, qualia sunt, quæ in Arithmetica subinde adduximus, & quibus propositiones illustrari debere supra præcepimus (§. 17.), si coacerventur, pluribus in medium allatis, parere inductionem, quam dicunt Logici (§. 478. *Log.*), nemo est qui nesciat. Quoniam figuræ in charta delineatæ non minus singularia repræsentant, quam notæ numericæ; quilibet concedere tenetur, si demonstratio mechanica in pluribus figuris instituatur, similiter prodire inductionem. In utroque igitur casu certitudo major non est, quam quæ ab inductione expectari potest. Non est quod excipias, hoc pacto etiam in demonstrationibus scientificis, a singulari ad universale argumentari, cum eædem ad figuras in charta delineatas referantur. Etenim quod demonstratur, non de figura in charta delineata demonstratur; sed ex assumtis universaliter ratiocinando colligitur, quod erat demonstrandum: demonstratio autum refertur ad figuram in charta delineatam, ut notionibus affundatur claritas, ne in demonstratione intelligenda hæsitemus. Inde est, quod schematismorum in Geometria non requiratur veritas, quæ in usum demonstrationum delineantur: sufficit enim talia supponi, qualia in hypothesi sumuntur, neque enim ex iis, quæ figuræ delineatæ revera insunt, sed potius ex illis, quæ in hypothesi sumuntur & figuræ inesse supponuntur, procedit ratiocinatio.

§. 36. Demonstrationes istæ mechanicæ satisfaciunt iis, qui in primo

cognitionis gradu acquiescunt. Faciunt enim ad perspiciendam veritatem in singulari. Eo autem contenti sunt, qui ulterius progredi nolunt, utpote nullum habentes sensum ejus convictionis, qui per demonstrationes genuinas, quas scientificas dicere libuit, demum producitur. Non tamen nullius prorsus usus sunt ceteris. Quoniam enim veritatem in singulari perspiciendam præbent, ad nexum prædicati cum subjecto, seu ejus, quod ex assumtis in hypothesi colligendum, cum iisdem pervidendum conducunt, ut clarius intelligatur, quid demonstrari debeat, seu quomodo thesis ab hypothesi pendeat. Immo cum veritas, quam primum perspicitur, delectet; voluptate quadam perfunditur animus tyronis, ubi videt posita hypothesi poni thesin, seu per assumta determinari, quæ de subjecto prædicanda sunt. Hac voluptate non modo tollitur tædium ex prævisa difficultate percipiendæ demonstrationis sive vera, sive imaginaria oriundum; verum etiam ardor accenditur demonstrationis percipiendæ, & ad eam percipiendam animus redditur attentus. Novi equidem exercitationibus molestum accidere, ubi animum ante ad demonstrationem mechanicam advertere jubentur, quam ad scientificam accedant, & hac molestia effici impatientes, quod per inutiles ambages incedere debeant: id quod inprimis accidit iis, qui animum sciendi cupidum possident. Enimvero quæ initio studii mathematici commendantur, ea in progressu prætermittuntur, quando iisdem non amplius opus habemus. A syllabizatione incipimus, quando legere discimus: ab ea abstinemus, quam primum eadem non amplius habemus opus. Ecquis vero damnet syllabizationem, quod exercitatio res eadem in legendo non habent opus? Quamobrem velim ut de iis, quæ hic inculcantur, non feratur judicium, nisi singulis rite expensis. Notandum quoque non omnia ingenia esse velocia; sed dari etiam tarda & tarda effici studii utilissimi desertores, nisi molestiæ, qua deterrentur, tempestive afferatur medela. Sunt vero subinde tarda ingenia optima, quando nimirum naturali quodam veritatis intime perspiciendæ impetu feruntur, ut alia taceamus.

§. 37. Demonstrationes continua ratiocinatione absolvuntur & ex assumtis procedunt. Assumta continentur in hypothesi, quæ singula demonstrationem ingredi debent. Ab his igitur exordiendum, redigendo in propositiones assumta, &

ex

ex anterioribus ſumendo principia, quæ vel in definitionum, vel axiomatum & poſtulatorum, vel propoſitionum jam demonſtratarum numero ſunt terminum communem cum iſtis habentia, qui ipſe principium iſtud veluti ſponte ſua in memoriam revocat, ubi anteriora eidem firmiter infixa tenueris. Quæ prodeunt concluſiones ſumuntur deinceps eodem modo, quo ea, quæ hypotheſis continebat, eodemque modo ratiocinando progrediendum, donec inferantur ea, quæ theſis ſiſtit. Unde facile apparet, apprime opus eſſe, ut concluſiones per ſingula ratiocinia elicitæ probe notentur & ad tollendam omnem moleſtiam oculis ſubjiciantur: id quod ope ſymbolicæ repræſentationis fieri poſſe dudum docuimus non minus in Ratione Prælectionum Sect. 1. c. 2. §. 38. 50, quam in Logica tam minori c. §. quam majori (*not.* §. 551. *& ſeqq.*). Conſultum vero eſt, ut hic exemplo uno alteroque illuſtrentur, quæ modo diximus, cum ampliſſimum habeant uſum deinceps diſertius exponendum. Hic tantum modo obſervamus, quod neglecta hac demonſtrationum reſolutione & ſymbolica earundem repræſentatione ſtudium mathematicum reddatur difficile & plurimis idem deſerendi cauſa detur.

§. 38. Exemplum facillimum præbet theorema ſextum Geometriæ (§. 156. *Geom.*), cujus hic eſt tenor: Si recta quædam ſecet rectam aliam, anguli verticales ad punctum interſectionis æquales ſunt. Theorema hoc ſymbolice ita repræſentatur:

Hypotheſis.	*Theſis.*
CD recta data	$o = x$
AB recta eam ſecans	
E punctum interſectionis, adeoque	
o & x anguli verticales (§. 67. *Geom.*).	

Tab. I. Fig. 9.

Patet itaque æqualitatem angulorum verticalium o & x demonſtrandam eſſe ex eo, quod oriantur interſectione rectarum CD & AB ad punctum interſectionis E. Quodſi ergo omnia minutiſſime perſequi volueris, convenienter definitionibus, quæ in Elementis noſtris præmiſimus, ut in tota demonſtratione nihil admittatur, quod confuſe ſaltem percipitur, ratiocinatio ita inſtituenda. In hypotheſin ad figuram oculis præſentem relatam, qualem exhibet ſymbolica ejus repræſentatio eidem ſubjicienda, non minus oculos conjicens, quam animum advertens vides CD eſſe rectam, quam in E ſecat recta alia AB, adeoque angulos o & y habere crus unum AE commune & crus alterum CE anguli o in directum ſitum eſſe

cruri

cruri alteri ED anguli *y*, adeoque definitio nominalis angulorum deinceps positorum, quam ex reali instar corollarii deduximus (§. 63. *Geom.*), tibi suggerit hoc principium: Anguli, qui crus unum commune habent & quorum duo crura reliqua in directum jacent, sunt anguli deinceps positi. Unde infertur: Angulos *o* & *y* esse deinceps positos. Quodsi primam hanc conclusionem sumas tanquam præmissam syllogismi, & tam subjectum, quam prædicatum perpendis, memoriam subit theorema Geometriæ quintum (§. 147. *Geom.*). Duo anguli deinceps positi sunt æquales duobus rectis, quod præbet majorem novi syllogismi. Ex his præmissis colligis conclusionem: Ergo anguli *o* & *y* sunt æquales duobus rectis, quæ probe notanda in usum sequentem. Quodsi jam porro oculos in hypothesin ad figuram oculis præsentem conjicis & animum ad eandem advertis; denuo vides, AB esse rectam, quæ secat alteram CD, adeoque angulos *y* & *x* habere crus commune ED & crura reliqua AE & EB in directum sita esse, atque hoc formas judicium intuitivum: Anguli *y* & *x* habent crus commune & eorum crura reliqua in directum jacent. Ad hoc si animum attendis, memoria suggerit denuo definitionem nominalem angulorum deinceps positorum, quam corollarii instar ex reali deduximus (§. 63. *Geom.*) & hoc suppeditat principium, quod ad conclusionem modo elicitam tanquam præmissam novi syllogismi assumtum vicem alterius præmissæ tuetur: Anguli, qui crus unum commune habent & quorum crura reliqua in directum jacent, sunt anguli deinceps positi. Ex his igitur præmissis infers conclusionem: Anguli *y* & *x* sunt anguli deinceps positi. Quodsi porro hanc conclusionem sumas præmissam syllogismi novi, animum ad eam advertenti succurrit theorema (§. 147. *Geom.*): Anguli deinceps positi sunt æquales duobus rectis. Ex his itaque præmissis infers conclusionem: Ergo anguli *y* & *x* sunt æquales duobus rectis. Quodsi jam in duas conclusiones, *o* & *y* sunt æquales duobus rectis, *x* & *y* sunt æquales duobus rectis, oculos conjicis & super iisdem reflectis; attendenti manifestum est: angulos *y* & *x* atque angulos *o* & *y* esse duo æqualia eidem tertio, quod hic sunt duo recti. Quamobrem si judicium hoc quasi intuitivum sumas instar præmissæ novi syllogismi; memoria suggerit principium, quod antea didicisti (§. 87. *Arithm.*). Æqualia

eidem

eidem tertio ſunt æqualia inter ſe. Ex his adeo præmiſſis infers: Anguli o & y ſimul ſumti ſunt æquales angulis y & x ſimul ſumtis. Enimvero theſis, ubi in eam oculos conjicis, attendenti loquitur demonſtrandum eſſe, quod angulus o ſit æqualis angulo x. Quamobrem vides angulum y utrinque eſſe auferendum, ut anguli o & x relinquantur: quod dum fieri ſupponitur, patet, quod idem ab æqualibus auferatur. Hoc igitur ſi ſumis, ſuccurrit denuo principium, quod in Arithmetica didiciſti (§. 91. *Arith.*): ſi æqualia ab æqualibus auferas vel idem ab æqualibus, quæ relinquuntur, æqualia ſunt. Unde porro concludis: Anguli o & x, qui hic relinquuntur, æquales ſunt. Atque ſic patet, demonſtratum eſſe, quod demonſtrandum fuiſſe theſis inſinuat.

§. 39. Diſtinctiſſime adeo docuimus, quomodo concipienda ſit demonſtratio, ut omnem conſequatur evidentiam, quam habere poteſt. Quodſi jam eandem ſymbolice repræſentare volueris, ut omnem quoque conſequatur claritatem, quam habere poteſt, omnisque in ea concipienda tollatur difficultas, hoc modo ipſum fieri debet:

I.

AE crus commune ang. o & y.
CE in directum ſitum ipſi ED

o & y anguli deinceps poſiti

1. $o + y = 2$ R.

II.

ED crus commune ang. y & x
AE in directum ſitum ipſi EB

y & x anguli deinceps poſiti

2. $y + x = 2$ R.

III.

$o + y = 2$ R. *vi num.* 1.
$y + x = 2$ R. *vi num.* 2.

$y + o = y + x$

$o = x$ *Q. e. d.*

Notandum hic, lineam a ſe invicem ſeparare, quæ ſumuntur & quod ex iis concluditur. Illa ſupra lineam collocantur, hoc infra eandem conſtituitur. Quod intra duas lineas deprehenditur, duplici modo conſiderari, nimirum 1. tanquam concluſionem, quæ ex aſſumtis colligitur, & 2. tanquam aſſumtum, unde ulterius infertur, quod infra lineam alteram ſcribitur. Vides autem porro, primo loco *num. I.* & *num. II.* aſſumta ex hypotheſi peti, ac inde duplici ratiocinio elici concluſionem *num.* 1. & alteram *num.* 2. Exhauſta ſic hypotheſi *num. III.* ſumuntur con-

cluſiones *num.* 1. & 2. ex hypotheſi elicitæ, ac inde porro duplici ratiocinio tandem elicitur, quod in theſi continetur, eſſe $o = x$, ſeu angulos verticales eſſe æquales. Repræſentatio hæc demonſtrationis ſymbolica tantummodo propoſitionem minorem & concluſionem uniuscujusque ſyllogismi exhibet, qui demonſtrationem ingreditur, adeoque ſyllogismos ad enthymemata reducit, omiſſis principiis, quæ unicuique ſyllogismo majorem præbent, ac facile ſupplentur ex regulis logicis, immo ſuâ veluti ſponte memoriam ſubeunt, ubi ea familiaria experiris, vel per citationem in contextu poſitam reperiri poſſunt, ubi memoriæ nondum fuerint infixa. Atque adeo abunde patet, nihil hic deſiderari, quod ad demonſtrationem diſtincte concipiendam requiritur & non minus ad evidentiam quoad illationem demonſtrationi conciliandam, quam ad claritatem omnem eidem affundendam, ne quicquam obſcuri ſuperſit, ſed ut penitus intelligatur, deſideratur.

§. 40. Demus adhuc exemplum aliud. Sit demonſtrandum theorema 18. Geometriæ, de quo diximus ſuperius (§. 25.). Si duo triangula habuerint angulum unum æqualem & latera eundem comprehendentia ſigillatim æqualia, erit etiam latus tertium unius, æquale lateri tertio alterius, duo anguli reliqui erunt ſigillatim æquales & tota triangula æqualia atque ſimilia. Quoniam ex hypotheſi ratiocinatio nondum procedit, quemadmodum in caſu anteriore (§. 38. 39.); præterea in uſum demonſtrationis quædam adhuc alia ſumuntur, quæ ſumi poſſe patet. Ubi vero hoc fieri ſolet, tum quæ ulterius ſupponuntur, præparationem conſtituere dicuntur. Eſt itaque hoc in caſu, ubi æqualitatem & ſimilitudinem ex principio congruentiæ demonſtraturi ſumus, præparatio hæc (§. 3. *Geom.*). Triangulum unum ponatur ſuper altero, ita ut vertex angulorum æqualium unius ponatur ſuper vertice alterius & crus illius unum cadat ſuper crure uno alterius. Quæ in præparatione ſumuntur, ea tanquam ad hypotheſin ſpectantia conſiderantur, nullo inter hypotheſin & præparationem quoad uſum aſſumtorum in demonſtrando facto diſcrimine. Dico quoad uſum aſſumtorum in demonſtrando: alias enim manifeſtum eſt diſcrimen inter ea, quæ in hypotheſi, & ea, quæ in præparatione ſumuntur. Etenim per ea ſola, quæ in hypotheſi ſumuntur, determinantur ea, quæ ſubjecto tribuenda &

de

de eodem adeo demonstranda veniunt: quæ vero in præparatione sumuntur, non alium habent usum, quam ut ex sumtis in hypothesi procedat ratiocinatio. Nimirum quæ in præparatione sumuntur, per ea, quæ sumuntur, in hypothesi non determinantur, alias enim ratiocinando ex iisdem colligi poterant, nec ulla foret ratio, cur sumerentur. Sumi autem possunt non invito principio contradictionis, quatenus hypothesi non repugnant, sed cum iis, quæ in eadem continentur, una consistunt. Absoluta itaque præparatione demonstratio ordine naturali, qualem requirit usus facultatum animæ, ita procedit.

Tab. I. Fig. 6. §. 41. Vertex anguli *a* cadit in verticem anguli A & crus illius *a b* in crus alterius AB *per præparationem*, estque angulus *a* æqualis ipsi *A per hypothesin*. Hæc ubi perpendis, succurrit *theorema* 12 (§. 166. *Geom.*). Si fuerint duo anguli æquales & vertex unius ponatur super verticem alterius, ac præterea crus unum illius super crure uno hujus, etiam crus alterum illius super crus alterum hujus cadit. Unde infertur: 1. crus *a c* anguli *a* super crure A C anguli A cadit. Jam porro *a* cadit in A & *a b* super AB *per præparationem* & *a b* = AB *hypothesin*. Ad hæc animum advertenti succurrit: Si recta quædam alteri æqualis ita applicetur, ut terminus ejus unus cadat super terminum unum alterius ac ipsa cadat in alteram, etiam alter ejus terminus in terminum alterum alterius cadit (§. 169. *Geom.*). Unde infertur 2. rectæ *a b* punctum *b* cadere in punctum B rectæ alterius AB. Similiter punctum *a* cadit in A *per præparationem* & *a c* super A C per *demonstrata num.* 1. estque *a c* = A C *per hypothesin*. Succurrit igitur denuo principium modo commemoratum, indeque infertur: 3. punctum *c* cadere in C. Atque hæc sunt, quæ ex hypothesi accedente præparatione ratiocinando colliguntur. Enimvero quoniam in hisce conclusionibus nondum continentur, quæ demonstranda loquitur thesis; hæc ex illis continuata ratiocinatione colligenda. Ad conclusiones modo elicitas perspicienti manifestum est, quod punctum *c* in C *per demonstrata num.* 3. & punctum *b* in B *per demonstrata num.* 2. cadere, unde formatur hoc judicium quasi intuitivum: Rectæ *b c* & BC intra eosdem terminos continentur (§. 11. *Geom.*). Vi definitionis congruentiæ (§. 3. *Geom.*), memoria suggerit hoc principium: Quæ intra eosdem terminos continentur, ea sibi mutuo con-

gruunt. Hinc infertur conclusio: Recta *b c* congruit rectæ BC. Hanc conclusionem si sumas instar præmissæ novi syllogismi, memoria suggerit hoc principium (§. 161. *Geom.*): Quæ sibi mutuo congruunt, ea sunt æqualia. Unde infertur: I. recta *b c* æqualis est rectæ BC, quod erat primum, eorum scilicet, quæ vi theseos demonstranda. Porro *b* cadit in B *per demonstrata num.* 2. *b a* in BA, *per præparationem*, & *b c* in BC *per demonstrata num.* 2. & *n.* 3. *atque* §. 170. *Geom.* Habemus adeo duos angulos *b* & B, quorum vertices *b* & B atque crura *b c* & BC, itemque *b a* & BA coincidunt. Enimvero si vertex & crura angulorum duorum coincidunt, anguli æquales sunt (§. 167. *Geom.*). Ergo II. angulus *b* æqualis est ipsi B, quod erat secundum, eorum scilicet, quæ vi theseos demonstranda. Similiter punctum *c* in C cadit *per demonstrata n.* 3. & *c a* in CA *per demonstrata num.* 1. item *c b* in CB *per demonstrata num* 2. & *num.* 3. *atque* §. 170. *Geom.* Habemus igitur denuo duos angulos *c* & C, quorum vertices & crura coincidunt. Denuo ad hoc animum advertenti succurrit principium: si duorum angulorum vertices & crura coincidunt, anguli æquales sunt. Unde infertur conclusio III. anguli *c* & C æquales sunt, quod erat tertium. Denique *a* cadit in A, *per præparationem*, *b* in B *per demonstrata num.* 2. & *c* in C *per demonstrata* num. 3., adeoque patet triangula *a c b* & ACB intra eosdem terminos contineri (§. 11. 170. *Geom.*). Hoc ipsum perpendenti succurrit; quæ intra eosdem terminos continentur, ea sibi mutuo congruunt (§. 3. *Geom.*). Unde colligitur: Triangula *a c b* & ACB sibi mutuo congruunt. Quodsi hanc conclusionem sumas tanquam præmissam novi syllogismi, memoriam subit principium (§. 161. *Geom.*): Quæ sibi mutuo congruunt, ea & æqualia, & similia sunt. Unde infertur IV. triangula *a c b* & ACB æqualia & similia sunt: quod erat quartum. Integram adeo demonstrationem absolvimus, cum vi theseos nihil amplius demonstrandum restet.

§. 42. Quodsi symbolicam demonstrationis hujus repræsentationem desideres, qua singula veluti oculis conspicienda exhibentur; ea ita sese habet:

Hypothesis.	*Thesis.*	Tab.
ang. a = A	I. bc = BC	I.
ab = AB	II. ang. b = B	Fig.
ac = AC	III. c = C	6.
	IV. $\triangle acb = \triangle$ ACB	

Præparatio.

a cadit in A
ab cadit in AB

Demonſtratio.

I.

a cadit in A *per præparat.*
ab cadit in AB *per eandem.*
a = A *per hypoth.*

---

1. *ac* cadit in AC

II.

ab = AB *per hypoth.*
a cadit in A *per præparat.*
ab cadit in AB *per eandem.*

---

2. *b* cadit in B

III.

a cadit in A *per præparat.*
ac cadit in AC *per demonſtr. n.* 1.
ac = AC *per hypoth.*

---

3. *c* cadit in C

IV.

c cadit in C *per demonſtr. n.* 3.
b cadit in B *per demonſtr. n.* 2.
adeoque
bc & BC intra eosdem terminos continentur.

Recta *bc* congruit ipſi BC

I. *bc* = BC

V.

b cadit in B *per demonſtr. n.* 2.
ba cadit in BA *per præparat.*
bc cadit in BC *per demonſtr. n.* 2. *& n.* 3. *&* §. 170. *Geom.*

II. angulus *b* = B

VI.

c cadit in C *per demonſtr. n.* 3.
ca cadit in CA *per demonſtr. n.* 1.
cb cadit in CB *per demonſtr. n.* 2. *& n.* 3. *&* §. 170. *Geom.*

III. angulus *c* = C.

VII.

a cadit in A *per præparat.*
b cadit in B *per demonſtr. n.* 2.
c cadit in C *per demonſtr. n.* 3.
adeoque
△△ *acb* & ACB intra eosdem terminos continentur (§. 11. 170. *Geom.*)

△ *acb* congruit △ ACB

IV. △ *acb* = △ ACB.

§. 43. Atque ita totam demonſtrationem in ſua prima principia reſolvimus, ex quibus facultatum noſtrarum uſu deducitur, non admiſſis notionibus confuſis, quæ obſcuritatem quandam relinquere poterant, & ratiociniis diſtincte atque naturali ordine expreſſis, ac inter ſe concatenatis, ut nihil deſit evidentiæ

tiæ (§. 41.). Singula hæc ipsis oculis spectanda exhibet repræsentatio demonstrationis resolutæ symbolica (§. 42.). Etenim conspicitur, quomodo demonstratio ex hypothesi & præparatione tanquam ex assumtis procedat, quemnam utriusque usum faciamus in demonstrando & cur præparatione opus sit, nec non quomodo sese habeant ea, quæ præparatio superaddit ad ea, quæ in hypothesi continentur. Videmus porro, quomodo omnes determinationes in hypothesi contentæ invehantur in demonstrationem, ut tandem ex omnibus simul sumtis concludatur unumquodque eorum, quod in thesi continetur, tanquam determinatum ex determinantibus. Videmus quoque, quomodo ratiocinia concatenentur, introductis conclusionibus præcedentium in sequentia. Videmus denique, quomodo ratiocinia ultima terminentur in iis, quæ demonstranda loquitur thesis, ut manifestum sit demonstrationem esse absolutam.

§. 44. Habet autem repræsentatio demonstrationis symbolica hunc usum, ut eandem facilitet & omnem difficultatem arceat. Oritur difficultas ex ratiociniorum continuandorum longa serie, & conclusiones, quæ in præcedentibus ratiociniis fuerant elicitæ, memoria retinendæ, ut eas introducere liceat in sequentes per modum præmissarum, ubi non statim, quando illatæ fuerunt, in locum præmissæ assumuntur in syllogismo proxime sequente, quemadmodum in exemplo primo factum esse apparet *num.* I. & II. (§. 39.) & in præsenti *num.* IV. & VII. Enimvero si demonstratio symbolice repræsentetur, gradum sistere licet in singulis, quæ sigillatim expressa exhibentur, & quacunque mora interposita redeunti progredi datur, ac si nulla interposita fuisset. Quantacunque igitur fuerit ratiociniorum eo usque continuandorum series, donec perveniatur ad ea, quæ demonstranda fuerant; non tamen defatigabitur animus ratiocinationi in longa serie continuandæ minus adsuetus. Nec distrahitur animus, quocunque durante illa, quam interponere visum est, mora cogitationes tuas convertas. Non interrumpitur eadem attentio, quæ ad demonstrationem asserenda, ne desit sensus evidentiæ ad convictionem plenariam requisitus. Immo dum omnia, ad quæ animus advertendus, oculis spectanda subjicit, attentionem mirifice juvat, sive ea excitanda, sive conservanda fuerit. Neque defatigatur imaginatio atque memoria, quatenus

nus concluſiones ſyllogismorum anteriorum retinendæ, ut earum prompte meminerimus, dum in ſyllogismos ſequentes introducendæ, cum oculis in ea, quæ diſtincte ſcripta cernuntur, converſis ſua ſeſe ſponte ſiſtant, quam primum earundem meminiſſe debemus. Neque etiam hæſitas in eo, quomodo progrediendum ſit in demonſtratione, donec abſolvatur. Etenim clariſſime vides, primum formari propoſitiones ex iis, quæ in hypotheſi &, ubi ea non ſufficit ſola, in præparatione ſumuntur, ut adſcitis principiis ex anterioribus infsrantur concluſiones, donec hypotheſis & præparatio fuerit exhauſta. In locum hypotheſeos & præparationis deinde ſuccedunt concluſiones hoc pacto elicitæ, & quomodo introducendæ ſint in novos ſyllogismos, tum theſis, quæ demonſtranda oculis objicit, tum memoria principiorum, quæ conſpectus concluſionum & in theſi contentorum offert, oſtendit. Quodſi adeo principia anteriora familiaria experiris, in diſtincte concipienda demonſtratione nihil prorſus difficultatis percipitur. Redduntur autem familiaria, ſi eo, quem præſcripſimus, modo expendantur, & ſymbolicæ repræſentationes, quas explicavimus, aliquoties animo recolantur.

§. 45. Qui principia, quibus opus habet, nondum adeo familiaria experitur, ut ſponte ſua memoriam ſubeant, quoties iisdem opus eſt; ei inſerviunt citationes demonſtrationibus in contextu inſertæ. Hæ enim oſtendunt paragraphum, in quo principium continetur, quod ad propoſitionem vel ex hypotheſi ac præparatione formatam, vel ex concluſionibus jam elicitis aſſumtam aut derivatam applicatum concluſioni eliciendæ inſervit. Patebit hoc demonſtrationis ſymbolicam repræſentationem cum contextu conferenti, ut adeo opus non ſit plura in hanc rem afferri.

§. 46. Notandum nimirum, in contextu demonſtrtaionem conciſius proponi, quantum ſufficit, ut ſingula ſuggerantur, quæ animum ſubire debent, ubi illam diſtincte concipere volueris. Quodſi tamen contextum cum reſolutione, qualem hic præcepimus, & repræſentatione ſymbolica, qualem exhibuimus, conferre volueris; facile obſervabis, demonſtrationem in contextu poſitam eſſe utriusque directorium, ne hæſites in eo, quid fieri debeat. Facile adeo animadvertes, demonſtrationes ita a nobis fuiſſe expreſſas, ut huic inſtituto maxime conveniant.

Diſces

Disces etiam, resolvendo demonstrationes eo, quem præcepimus, modo, & symbolice repræsentando easdem minime effici prolixiores: cum supplendo ea, quæ conspectus schematismi suggerit & quæ citationes insinuant, eodem prorsus ordine prodeant singula ratiocinia, quo eadem posuimus. Immo si sufficiente attentione uti volueris, in te ipso experieris, deesse adhuc aliquid sensui evidentiæ, quamdiu singula ratiocinia non formaveris, præsertim ubi uno vel altero exemplo eundem acquisiveris, ut ne ignores differentiam, quæ inter distinctam & confusam perceptionem intercedit. Absit itaque ut tibi persuadeas, hic a nobis præcipi, quæ a contextu abhorrent, ac per inutiles ambages ad scopum tendi.

§. 47. Enimvero non inconsultum esse videtur, ut exemplum quoque demonstrationis theorematis arithmetici in medium afferamus. Sumamus itaque theorema 21. (§. 181. *Arithm.*), quo superius usi sumus (§. 24) & quod ita habet: Si duas quascunque quantitates per eandem tertiam dividas; quoti sunt inter se ut quantitates divisæ. Theorema hoc symbolice ita repræsentatur:

Hypothesis.	*Thesis.*
A & B quantitates dividendæ	F : G = A : B.
C dividens communis	
F & G quoti ex divis. prodeuntes	

Patet itaque demonstrandum esse, quotos F & G esse quantitatibus A & B proportionales, ex eo, quod prodeant ex divisione quantitatum A & B per eandem tertiam C. Quodsi ergo ex hypothesi sumis: Quotus F prodit ex divisione quantitatis A per quantitatem C; ex anterioribus (§. 174. *Arithm.*) succurrit principium. In divisione unitas est ad divisorem, ut quotus ad dividendum. Unde infertur: 1. sive unitas est ad C ut F ad A. Quodsi porro ex hypothesi sumis: Quotus G prodit ex divisione quantitatis B per quantitatem C; vi ejusdem principii infertur: unitas sive 1 est ad C ut G ad B. Exhausta hypothesi, ut inde nihil amplius concludi possit, ubi conclusiones modo elicitas inter se confers, patebit rationem F ad A & G ad B esse duas rationes eidem tertiæ 1 ad C æquales. Succurrit itaque theorema (§. 167. *Arithm.*): Rationes æquales eidem tertiæ sunt æquales inter se. Atque hinc infertur: Rationes F ad A & G ad B esse æquales, seu esse F : A = G : B.

Enim-

Enimvero theſis oſtendit, quæri quomodo ſeſe habeat A ad B. Huc ſi animum advertas, ſuccurrit theorema 18. (§. 173. *Arithm.*): Quantitates proportionales etiam alternando proportionales ſunt. Atque adeo tandem infertur, eſſe F: G = A: B, quod erat demonſtrandum.

§. 48. Symbolica demonſtrationis hujus repræſentatio hæc eſt:

Hypotheſis. *Theſis.*

A
— = F
C
B
— = G
C

F: G = A: B

Demonſtratio.

I.

A
— = F *per hypotheſin.*
C

1. 1: C = F: A

II.

B
— = G *per hypotheſin.*
C

2. 1: C = G: B

III.

1: C = F: A *per demonſtrata n.* 1
1: C = G: B *per demonſtrata n.* 2

F: A = G: B

F: G = A: B *q. e. d.*

Nulla hic opus eſt præparatione, cum ſola hypotheſis ea contineat, unde vi principiorum anteriorum tandem infertur concluſio, quæ vi theſeos inde elicienda. Quodſi majoris perſpicuitatis gratia in numeris demonſtrationem repræſentare volueris, non alia re opus eſt, quam ut literis ſubſtituantur numeri eo modo, quo hic factum eſſe vides:

Hypotheſis. *Theſis.*

24
— = 8
3
12
— = 4
3

8: 4 = 24: 12

Demonſtratio.

I.

24
— = 8 *per hypotheſin.*
3

1. 1: 3 = 8: 24

II.

$\frac{12}{3} = 4$ *per hypotheſin.*

2. 1 : 3 = 4 : 12

III.

1 : 3 = 8 : 24 *per demonſtrata n.* 1
1 : 3 = 4 : 12 *per demonſtrata n.* 2

8 : 24 = 4 : 12

8 : 4 = 24 : 12 *q. e. d.*

Poſſunt etiam numeri quantitatibus per literas deſignatis ſubſcribi, vel ad latus adjici, prout ſupra factum eſſe apparet (§. 24.), ut claritate ſua diſpellant obſcuritatem, quæ ſignis iſtis univerſalibus adhærere videtur, quamdiu iisdem nondum ſatis fueris adſuetus. Ceterum ſi demonſtrationem in numeris exhibere volueris, eadem demonſtratione ad plura exempla applicata absque ulla moleſtia fit repetitio, quod idem agendo ſemper aliud agere tibi videris, quatenus numerorum diverſitas varietatem quandam inducit.

§. 49. Cum repræſentatio demonſtrationis in numeris non ſit niſi ipſa demonſtratio ſcientifica, ſeu generalis ad exemplum aliquod majoris perſpicuitatis gratia applicata, quemadmodum in Geometria demonſtratio applicatur ad figuram in charta delineatam, quæ ſingulare exemplum præbet; ideo in eadem acquieſcere licet, nec opus eſt, ut iisdem ſigna univerſalia ſubſtituas, modo tibi caveas, ne in ratiocinia tacite invehas determinationes nonnullas, quæ inſunt numeris aſſumtis, non vero hypotheſi. Etenim tum demonſtratio non ſuccedit niſi in eo caſu, ubi iſtæ determinationes adſunt, conſequenter tantummodo caſum quendam particularem attingit, nec univerſaliter demonſtratur, quod erat demonſtrandum. Atque adeo contingere poteſt, ut, dum concluſio in caſu particulari elicita habetur pro univerſali, in errorem incidas. Enimvero error hic præcavetur, modo probe conſideres, num quod aſſumis concluſionis inferendæ gratia, totum in hypotheſi contineatur, aut per præparationem ſuperaccedat, ſi præterea aliud quid ſumitur, nulla habita ratione eorum, quæ numeris qua talibus inſunt. Ita enim certum eſt, in omni exemplo alio ratiocinationem eodem modo procedere, nec argumentationem fieri ab eo, quod huic exemplo ineſt ſingulare, ſed ab eo, quod cum omnibus aliis ſub hypotheſi contentis commune habet. E. gr. in exemplo noſtro (§. 48.), quoti 8 & 4. *num. I. & II.* ſunt numeri integri rationales. Aſt prin-

principium, quo mediante hinc inferimus conclusiones, scilicet quod in omni divisione sit ut unitas ad divisorem, ita quotus ad dividendum, satis ostendit, conclusionem inferri ex eo, quod 8 & 4. sint quoti per divisionem duorum numerorum 24 & 12. per eundem tertium 3 prodeuntes, nec supponi quotum esse numerum integrum rationalem, consequenter nihil hypothesi superaddi, dum demonstratio ad exemplum aliquod singulare applicatur. Ceterum quæ hic dicuntur, probe notanda sunt, cum usum habeant etiam extra Matheſin, atque in partibus Matheseos mixtis & in cognitione Naturæ mathematica, ubi majore circumspectione opus est, quam in Arithmetica, præsertim si theoria accurata nondum prostat, unde haurienda sunt principia demonstrandi, nec distinctis ratiociniis in demonstrando fueris adsuetus, qualia requirit nostra demonstrationum resolutio earundemque symbolica repræsentatio, secundum leges animæ naturali ordine ex hypothesi &, quæ subinde eidem superaccedere debet, præparatione tanquam ex fonte suo profluentia, quemadmodum ex principiis Psychologiæ empiricæ demonstrari potest nullo negotio, modo ea habueris perspecta.

§. 50. Quoniam demonstrationis universalitati nil quicquam decedit, dum ad exemplum aliquod applicatur (§. 49.): ab ejus repræsentatione in numeris facile abstrahitur demonstratio, qualem libro inseri convenit, si quæ assumuntur & conclusiones, quæ hinc inferuntur, verbis enuncientur, & conclusionibus adjiciantur citationes principiorum, quorum vi hæ inferuntur. Ita in casu dato (§. 48.) talis prodit demonstratio: Quoniam quoti ex divisione duarum quantitatum per eandem tertiam resultant *per hypothesin*, quilibet eorum est ad quantitatem divisam ut unitas ad tertiam, quæ utramque dividit (§. 174. *Arithm.*), consequenter quoti ad quantitates divisas eandem habent rationem (§. 167. *Arith.*). Sunt igitur inter se ut quantitates divisæ (§. 173. *Arithm.*). *Q. e. d.*

§. 51. Quodsi problema aliquod demonstrandum est, notandum idem converti in theorema sumta resolutione cum datis tanquam hypothesi & eo, quod fieri debet, tanquam thesi. E. gr. Problema de ducenda linea alteri parallela, per punctum extra ipsam datum, adhibita resolutione prima, quam superius exempli loco produximus (§. 27.), in hoc theorema convertitur: Si ex puncto extra lineam dato demittatur ad

lineam datam perpendicularis & ex puncto alio intra eandem pro arbitrio assumto erigatur perpendicularis altera eidem æqualis, recta per punctum datum & externum perpendicularis alterius transiens est lineæ datæ parallela.

§. 52. Ubi problema in theorema fuerit conversum, resolutio demonstrationis eodem modo absolvitur, quo in demonstrationibus theorematum resolvendis usi sumus (§. 38. 41. & 47.). Sit ex gr. resolvenda demonstratio problematis, quod modo ad theorema revoavimus (§. 51.) demonstratio ita procedit. Recta VK ex puncto V extra lineam RS dato, ducta est ad eandem perpendicularis, recta TA ex puncto T intra rectam RS pro arbitrio assumta est itidem ad eandem perpendicularis alterique perpendiculari VK æqualis, *per constructionem* seu *resolutionem*, adeoque perpendicula inter rectam datam RS & rectam per punctum V & A ductam intercepta VK & TA æqualia sunt. Enimvero si perpendicula inter duas lineas intercepta æqualia sunt, lineæ istæ sunt parallelæ (§. 226. *Geom.*). Linea igitur ducta per punctum datum V & extremum A alterius perpendicularis TA est parallela lineæ datæ RS. *Q. e. d.* Videmus adeo ex iis, quæ constructio, juxta resolutionem problematis facta, suggerit, unico syllogismo inferri, quod demonstrandum erat: quæ ratio est, cur nullam in contextu demonstrationem adjecerimus, sed tantummodo citationem principii, vi cujus ex constructione infertur, quod erat demonstrandum, nempe parallelismus linearum RS & MN.

Tab. I. Fig. 4.

§. 53. Symbolica demonstrationis hujus repræsentatio nihil prorsus difficultatis habet. Etenim non alia re opus est, quam ut repræsentationi symbolicæ resolutionis supra datæ (§. 27.) adscribas data ex repræsentatione problematis symbolica, & ad summum adjicias propositionem ex iisdem formatam, prout hic factum esse vides:

Hypothesis.	*Thesis.*
Recta RS data	MN paral. RS.
punctum V extra eam datum	
VK perpendicularis ad RS	
T punctum pro arbitrio assumtum	
TA = VK	
MN transiens per V & A	
Demonstratio.	
VK & TA perpendicularis inter MN & RS atque VK = TA	
MN paralella ipsi RS *Q. e. d.*	

§. 54.

§. 54. Quoniam demonstratio problematis, quod exempli loco in medium protulimus (§. 51. & seqq.), perbrevis est, utpote quæ nonnisi unico syllogismo constat; non inconsultum videtur addere exemplum adhuc aliud. Sumamus itaque problema 33 Geometriæ de invenienda linea media proportionali inter duas datas. Sunt itaque data rectæ duæ AB & BE, quæsitum est recta BD media proportionalis inter AB & BE. Tab. I. Fig. 10. Resolutio jubet rectas AB & BE jungi in directum, ut prodeat recta AE, super AE describi semicirulcum ADE & ex B erigi perpendicularem BD semicirculo in D occurrentem, quæ esse dicitur media proportionalis inter AB & BE. Quodsi ergo problema demonstrare volueris, resolutione in hypothesin versa & propositione pro thesi sumta; sequens prodit theorema. Si super recta AE describatur semicirculus, & ex puncto quocunque diametri B erigatur perpendicularis BD semicirculo in D occurrens; erit ea inter segmenta diametri AB & BE media proportionalis.

§. 55. Quodsi jam hoc theorema demonstrare volueris, præparatio accedere debet. Ducantur itaque rectæ AD & DE, chordæ arcus semicirculi cognomines subtendentes, ut prodeant triangula ADB, BDE & ADE. Quo facto, demonstratio ita resolvitur. Sumimus ex constructione: Recta BD perpendicularis est ad AE. Hoc ubi perpendis, definitio perpendicularis lineæ suggerit hoc principium (§. 78. *Geom.*): Si linea recta fuerit ad alteram perpendicularis, anguli, quos cum ea efficit, recti sunt & æquales (§. 79. *Geom.*). Unde infertur angulos *m* & *n* esse rectos & æquales. Porro rectæ AD & DE semicirculum subtendunt *vi præparationis* & AE diameter circuli est *per constructionem*. Unde patet, quod ADE sit angulus in semicirculo. Huc si animum advertis succurrit theorema (§. 317. *Geom.*). Angulus in semicirculo rectus est. Unde infertur: angulus ADE seu $o+x$ rectus est. Est vero etiam angulus *m* rectus *per demonstrata*. Quamobrem si angulum *m* ad angulum $o+x$, referas, succurrit principium (§. 145. *Geom.*): omnes anguli recti inter se æquales sunt. Unde infertur: angulus *m* trianguli ADB est æqualis angulo $o+x$ trianguli ADE. Enimvero angulus *y* utrique triangulo ADB & ADE communis est, atque adeo duo in hisce triangulis anguli æquales sunt. Memoria suggerit, siquidem anteriora eidem mandaveris,

quemadmodum fieri debet, adeoque hic ſupponitur: Si duo anguli unius trianguli æquentur duobus alterius, etiam tertius unius æqualis eſt tertio alterius (§. 246. *Geom.*). Hinc itaque colligitur angulum *o* in triangulo ADB eſſe æqualem angulo *z* in triangulo ADE. Quodſi iam angulos in triangulis ADB & DBE inter ſe confers, tum patet duos angulos *m* & *o* trianguli ADB eſſe ſigillatim æquales duobus angulis *n* & *z* alterius trianguli DBE. Succurrit itaque ex anterioribus memoriæ probe infixis principium: ſi duo anguli unius trianguli fuerint ſigillatim æquales duobus angulis alterius, triangula latera æqualibus angulis oppoſita proportionalia habent (§. 267. *Geom.*). Hinc infertur latera AB & BD in triangulo ABD eſſe proportionalia lateribus BD & BE in triangulo DBE, quorum ſcilicet illa opponuntur angulis *o* & *y*, hi vero angulis *z* & *x*, angulo *o* exiſtente æquali angulo *z* & angulo *y* æquali angulo *x* *per demonſtrata*. Habemus adeo AB: BD = BD: BE. *Q. e. d.* Ita demonſtrationem reſolvimus, ut ſingula diſtincte enuncientur, quæ in notionibus continentur, quæ eandem abſolvunt & præſentes animo ejus eſſe debent, qui eadem convincitur.

§. 56. Demonſtratio problematis hujus ſymbolice ita repræſentatur. Tab. I. Fig. 9.

Hypotheſis.	*Theſis.*
AB recta data	BD recta quæſita.
BE recta data	AB: BD = BD: BE
AE diameter ſemicirculi	
ADE ſemicirculus	
AB, BE } Segmenti diametri	

Præparatio.

AD & DE chordæ ſemicirculum ſubtendentes.

Demonſtratio.

I.

BD perpendicularis ad AE *per conſtruct.*

---

1. *m* & *n* anguli recti & $m = n$

II.

AD & DE ſemicirc. ſubtendunt *per præparat.*

AE diameter circuli *per conſtruct.*

adeoque

ADE angulus in ſemicirculo

---

2. angulus $o + x$ rectus.

III.

ang. $o + x$ rectus *per demonſtr. num.* 2.

m rectus *per demonſtr. n.* 1.

---

3. $o + x = m$

IV.

IV.

in △△ ADE & ABD

$o + x = m$ *per demonstr. n.* 3.

$y = y$

---

4. $z = o$.

V.

in △△ ADB & DBE

$m = n$ *per demonstrat. n.* 1.

$o = z$ *per demonstrat. n.* 4.

---

5. $y = x$ &

AB: BD = BD: BE. *Q. e. d.*

§. 57. Atque adeo patet, inter demonstrationem theorematis & problematis nullam intercedere differentiam, modo problema in theorema convertatur, quemadmodum id fieri debere præcepimus (§. 51. 54.). Et hoc pacto docuimus omnia, quæ observanda sunt ei, qui ad secundum cognitionis humanæ gradum adspirat. Unicum adhuc moneri consultum ducimus, scilicet quod ex resolutione demonstrationum pateat, cur propositiones pure enunciare debeamus, quas brevitatis gratia in contextu statim ad figuras retulimus, expositione cum propositione in unum confusa. Etenim ubi distincte ratiocinari volueris, quemadmodum exigit resolutio demonstrationis; necesse est, ut propositiones singulæ pure enuncientur. Quamobrem etiam pure enunciatæ memoriæ mandandæ, cum alias applicatio in casu dato ob literarum figuris adscriptarum diversitatem confundat, ut difficilis ac molesta evadat. In addiscenda igitur Mathesi morem veterum sequi tenemur, ut primum propositionem unamquamque pure enunciemus, ac deinde eandem exponamus, separata expositione a propositione, quando eidem immixta.

§. 58. Quodsi objicias, nos nihil dixisse de corollariis, quorum tamen bene multa in Elementis nostris occurrunt: facilis est responsio. Corollaria enim sunt propositiones, quarum veritas perspicitur per definitionem, vel propositionem, cui subjiciuntur. Quoniam pleraque eorum demonstratione indigent, quam per modum principii ingreditur definitio, vel propositio, cui subjiciuntur; quæ de resolutione & symbolica repræsentatione propositionum diximus, ea quoque de corollariis tenenda. Nimirum propositio pure enuncianda, deinde exponenda, exposita in hypothesin & thesin resolvenda, quarum utraque consueto more symbolice repræsentata. Demonstratio deinde, eodem modo resolvenda, quo eandem in anterioribus resolvimus, eodem etiam modo symbolice repræsentanda, quo eandem in anterio-

terioribus repræsentavimus. Nullis igitur peculiaribus præceptis hic opus.

§. 59. Ne quicquam in dictis superſit obſcuri, exemplum aliquod ſuperaddere lubet. Sumamus itaque corollarium quartum theorematis 34. (§. 228. *Geom.*), quod revera eſt corollarium præcedentis tertii, cum non theorema ipſum, ſed ejus corollarium tertium ingrediatur demonſtrationem tanquam principium. Propoſitio in eodem contenta hæc eſt: Si in triangulo rectangulo cathetus unus ſumatur pro baſi, erit alter altitudo. Hæc propoſitio ita exponitur. Sit MKL triangulum rectangulum, MK & KL catheti ejus. Tab. I. Fig. II. Dico ſi KL ſumatur pro baſi, fore MK altitudinem ejus. Hypotheſis adeo eſt, quod triangulum MKL ſit rectangulum, MK & KL ſint catheti, & KL ſumatur pro baſi; theſis autem, quod cathetus MK ſit altitudo trianguli. Demonſtratio ita reſolvitur, ſi nihil perceptioni confuſæ tribuere, ſed ſingula ad notionem diſtinctam reducere volueris. Figura MKL triangulum rectangulum eſt *per hypotheſin*. Succurrit definitio 52. (§. 91. *Geom.*): In triangulo rectangulo angulus unus rectus eſt. Unde concluditur: In figura MKL angulus unus rectus eſt: Porro latera MK & KL ſunt catheti *per hypotheſin*. Succurrit definitio 57 (§. 96. *Geom.*). Catheti trianguli rectanguli angulum rectum intercipiunt. Unde infertur. Angulus K rectus eſt. Studio utor ſyllogismo cryptico, quem a crypſi facile liberabit in Logica verſatus, tum quia ſyllogismi cryptici frequentiſſime ſua veluti ſponte ſeſe offerunt in demonſtrationibus, manifeſti autem ſtudio quærendi; tum ut crypſeos in ratiocinando idea animo ſeſe inſinuet profutura in Logica, ubi theoria ſyllogismorum crypticorum traditur. Ceterum hanc concluſionem, quam modo intulimus, unica etiam ratiocinatione colligere licet hoc modo: Angulum K in triangulo rectangulo MKL catheti intercipiunt *per hypotheſin*. Angulus in triangulo rectangulo, quem catheti intercipiunt, rectus eſt. Ergo angulus K rectus eſt. Ex eo, quod angulus K rectus ſit, per immediatam conſequentiam infertur: Cathetum MK cum altero KL efficere rectum. Quodſi hanc concluſionem ſumas tanquam præmiſſam novi ſyllogismi, vi definitionis lineæ perpendicularis (§. 78. *Geom.*) ſuccurrit principium: Linea recta cum altera efficiens angulum rectum ad eandem perpendicularis eſt. Unde colligitur: Cathedus MK ad alterum

rum KL perpendicularis est. Quodsi perpendas ex puncto M ad rectam KL ductam esse perpendicularem MK, succurrit vi definitionis 47 (§. 85. *Geom.*) principium: punctum, ex quo perpendicularis ad rectam duci potest, eidem rectæ opponitur, quod scilicet ex definitione, animo obversante per consequentiam immediatam elicitur. Unde infertur: Punctum M cathedo trianguli KL opponitur. Jam rectæ KM & LM in puncto M concurrunt ad formandum angulum KML, ut adeo M sit vertex hujus anguli, quod per definitionem 26 (§. 54. *Geom.*) patet, nec demum per ratiocinia distincta elicere lubet. Hoc ubi perpendis, ac præterea ex hypothesi sumis, quod KL sit basis trianguli, succurrit definitio 74 (§. 114. *Geom.*): Vertex figuræ est vertex anguli basi oppositus. Unde infertur: Punctum M est vertex figuræ seu trianguli MKL. Recordatus quod MK sit ad KL perpendicularis *per demonstrationem*, hoc formas judicium: Cathetus MK est perpendiculum ex vertice trianguli M in basin KL demissum. Quodsi denique huc animum advertis, succurrit principium (§. 227. *Geom.*): Perpendiculum ex vertice figuræ in basin ejus demissum est altitudo figuræ. Atque hinc tandem concludis: Cathetum MK esse altitudinem trianguli rectanguli MKL.

§. 60. Quodsi hanc demonstrationem symbolice repræsentare volueris, hoc modo id fieri debere, ex anterioribus abunde liquet.

Hypothesis.	*Thesis.*
MKL △ rectangulum.	MK altitudo
MK & KL catheti	
KL basis	

Demonstratio.

I.

MKL △ rectangulum *per hypothesin*

1. In △ MKL angulus unus rectus

II.

MK & KL catheti △ rectanguli MKL *per hypoth.*

2. Angulus K rectus.

III.

MK cum KL efficit rectum *per demonstr. n. 2.*

3. MK ad KL perpendicularis.

IV.

MK ad KL perpendicularis *per demonstr. n. 3.*

4. M opponitur ipsi KL.

V.

M vertex anguli KML, *quod patet intuitive.*

5. M vertex △ MKL

VI.

M vertex △ MKL *per demonstr. n.* 5.
MK perpendicularis ad KL *per demonstr. n.* 3.
KL basis *per hypothesin.*
adeoque
MK perpendiculum ex vertice M in basin KL demissum.

MK altitudo △ rectang. MKL.

§. 61. Insunt resolutioni demonstrationis præcedentis, quæ attentionem merentur. Nimirum quando per notiones confusas clara perspicimus, quæ distincte cognoscenda ratiociniis inferenda, saltum in ratiocinando committimus: qui quando admitti possit citra lapsus periculum, ex resolutione confuse perceptorum in ratiocinio patet. Quodsi integram Arithmeticam & Geometriam eo modo pertractare libuerit, quem præscripsimus & exemplis illustravimus, vix quicquam in theoria Logicæ occurret, cui non lux affundatur. Ipsa quoque resolutio demonstrationis corollarii, quam modo in medium attulimus, clarissime docet, cur in definiendo fuerimus prolixiores, quam vulgo fieri solet, & cur multa demonstravimus principia, quorum nullus in Elementis Geometriæ locus esse solet. Etenim omissis istis definitionibus atque principiis in demonstrationibus saltus in demonstrando committuntur, nec distinctam hujus notionem consequi datur, ubi nunquam quæ per notiones confusas clara putantur distinctis ratiociniis inferuntur. Equidem non nego tyronibus initio studii mathematici molestum esse hunc rigorem, immo superfluum videri, propterea quod demonstratione non indigere existimant ea, quæ absque demonstratione vera intelliguntur; non tamen hinc sequitur, rigorem istum sua carere utilitate. Quamvis adeo initio studii mathematici in gratiam tyronum ab eo tantisper sit recedendum, in progressu tamen non negligendus. Ea de causa in Elementis Germanicis multa non definivimus, quæ in Latinis definiuntur; multa sine demonstratione sumimus in illis, quæ in hisce demonstrantur. Nec hoc fecimus sine prægnantibus rationibus, quæ manifestæ evadent per ea, quæ capite sequente dicentur. Non defuere, qui tantum definitionum & principiorum demonstratorum apparatum improbarunt, immo autores nobis fuere, ut in nova editione resecaremus, quæ ipsis superflua videbantur, propterea quod evidentes sint demonstrationes absque illis definitionibus & absque

que principiorum istorum demonstrationibus. Enimvero si nostram demonstrationum resolutionem viderint & ex sequentibus consilium intellexerint, quo id fecimus; non dubitamus fore, ut aliud sit ipsorum judicium.

§. 62. Probe autem notandum est, tum demum demonstrationes esse naturales, seu ordinatas, & completas, adeoque consummatas, quales in Logica requirimus (§. 799. 854. 855. *Log.*), si eo modo resolvantur, quem præscripsimus, ut plenaria oriatur convictio, nec quicquam quoad evidentiam desiderari possit. Et qui in Psychologia empirica satis fuerit versatus, ex principiis ibidem traditis demonstrabit, tum demum facultatum animæ in cognoscendo rectum fieri usum, ubi demonstrationes eo modo expenduntur, quo easdem resolvere docuimus. Nec minus patebit, in demonstrando tum eum fieri facultatum cognoscendi usum, quem in communi cogitationum sese mutuo excipientium serie observamus.

§. 63. Nos in Elementis nostris demonstrationes eo ordine digessimus, ut in ratiocinia ex hypothesi & superaccedente præparatione, si quando opus est, deducta & inter se concatenata facile resolvi possint. Etenim conclusiones eo ordine sese invicem excipiunt, quo in repræsentatione symbolica exhibentur, & iis adjiciuntur citationes, quibus insinuantur principia, quæ in resolutione commemorantur. Sumuntur etiam ex hypothesi & in demonstrationibus problematum ex constructione, unde infertur conclusio, immo etiam ex demonstratis conclusiones, nisi immediate ingrediantur ratiocinium proxime sequens, ut eandem bis poni inconsultum foret. Saltus si quos admittimus, quemadmodum in corollario, quod exempli loco modo adduximus, tales sunt, ut, nisi acutior fueris in demonstrando, eos non animadvertas, quod oculis in schema conversis per se clara videntur, veluti quod M sit vertex trianguli, quod MK & KL intercipiant rectum K. Nullum vero in demonstrationibus nostris deprehendes hiatum, ut omitterentur quædam, quæ ad formanda ratiocinia sunt necessaria, & sine quibus singula, quæ ad demonstrationem requiruntur, formari nequeunt: qui ipse hiatus demonstrationem reddit incompletam (§. 854. *Log.*). Enimvero exactam hanc formam logicam naturæ animæ convenientem, quemadmodum ex Psychologia constat, demonstrationibus vulgo non tribuunt

buunt autores: unde eadem facilitate non resolvuntur in ratiocinia, ex quibus constant, nec symbolice eo modo absque difficultate repræsentantur, quo nos easdem exhibere docuimus. Quamobrem ex nostris quoque Elementis Matheseos minore studio atque minore temporis intervallo addisci potest, quam ex aliorum scriptis, & si qua sphalmata vel typographi incuria, vel festinante scribentis calamo irrepsere, ea attentione adhibita haud difficulter corriguntur.

§. 64. Vulgo demonstrationes non eo modo expenduntur, quo nos eas resolvere docuimus. Immo ipse cum Matheseos addiscendæ operam darem, aliam viam ingressus sum, donec tandem studium philosophicum cum mathematico conjungens & in rationem evidentiæ anxius inquirens in veram inciderem. Nimirum vulgo animum primo convertimus in conclusionem, quam contextus suggerit, & deinde inquiritur in rationem, cur ea tanquam vera sit admittenda, quæ vel ex hypothesi, vel ex definitione aut propositione quadam anteriore petita & cum schemate oculis subjecto collata attento vim consequentiæ confuse percipiendam exhibet nullo ratiocinio distincte formato. Ex. gr. Si quis demonstrationem theorematis 6 (§. 156. *Geom.*) expendere voluerit, is conclusiones $x+y$ & $y+o=180$ confert cum figura, ut intelligat, quid affirmetur. Quærit deinde, cur hæc propositio sit vera & §. 148. qui citatur, evolvens, ubi legit angulos deinceps positos junctim sumtos conficere 180, recurrit ad figuram, ex qua ubi confuse percipit, angulos y & x, itemque o & y esse deinceps positos, duas istas conclusiones admittit tanquam veras. Deinde recordatur, quod demonstrandum sit, angulos o & x esse æquales, hanc conclusionem cum illis confert, oculis in figuram conjectis. Et ubi videt, eos relinqui, si angulus communis y auferatur; theorematis veritatem admittit, cur hoc faciat quæsitus respondens, quia ab æqualibus idem aufertur, seu particulariter, quia angulus communis y aufertur, axioma istud, quod eodem ab æqualibus ablato æqualia relinquantur, nonnisi confuse sibi repræsentans. Unde audias alios respondentes, hoc per se patere. Solenne enim est hominibus, ut per se liquere dicant id, quod per confusas perceptiones verum apparet, cur vero verum sit rationem reddere nequeunt. Admittuntur hinc saltus & hiatus in demonstrando, quæ initio studii mathematici

Tab. I. Fig. 9.

tici subinde haud parum obstant evidentiæ ad plenariam convictionem requisitæ, antequam confusis istis ratiocinationibus adsuescas, ut familiaritas suppleat defectum evidentiæ.

§. 65. Quid interfit discriminis inter nostram demonstrationum resolutionem & communem eas expendendi morem, in seipso experietur, qui initio studii mathematici utramque viam ingreditur. Magis autem idem animadvertet, ubi in philosophia nostra versatus utrumque modum expendendi demonstrationes inter se confert. Quam diversi autem sint fructus, quos hinc percipere datur, ex capite sequente eluceseet. Dicta igitur de secundo cognitionis gradu acquirendo sufficiant.

§. 66. Restat, ut dicamus de tertio cognitionis gradu, quomodo ad eum perveniatur, quantum hic datur. Tertius cognitionis gradus in eo consistit, ut ex iis, quæ cognovimus, alia adhuc nobis incognita proprio Marte eruere valeamus (§. 1.). Si quis demonstrationes nostra methodo resolvit, is modum colligendi ex assumtis quæsitum continuo ratiociniorum nexu inde perspicit (§. 38. 41. 47. 52. 54. 59.). Quodsi ergo habitum resolvendi demonstrationes præscripto modo sibi comparaverit; habitu ratiocinandi pollet, quo in veritatibus sibi adhuc incognitis eruendis opus habet. Quamobrem ista demonstrationum resolutio maximopere quoque commendanda est in usum tertii cognitionis gradus, ita ut ad tertium appropinquemus, dum secundo acquirendo studemus. Et qui ad tertium cognitionis gradum adspirat, is multus esse debet in demonstrationibus resolvendis, cum omnis habitus non modo acquiratur, verum etiam perficiatur, augeatur & conservetur continuo exercitio (§. 430. 431. *Psych. empir.*). Quamobrem cui tertius cognitionis gradus curæ cordique est, is acquiescere non debet in Elementis Arithmeticæ & Geometriæ, sed ad alias quoque Matheseos partes progredi tenetur.

§. 67. Si ex assumtis ratiocinando colligendum est, quod in thesi continetur, ipsa resolutio demonstrationis præscripto modo facta loquitur, non opus esse, ut hoc tanquam cognitum præsupponatur. Quamobrem sub generali tantummodo determinatione supponi potest tanquam quærendum. Unde theoremata convertere licet in problemata, quæ sub data in hypothesi conditione investigari jubent, quod thesis continet. Ita theorema de æqualitate angulorum verticalium (§. 38.) in hoc con-

vertitur problema: Invenire rationem angulorum verticalium ex interſectione duarum linearum rectarum prodeuntium. Similiter theorema de congruentia triangulorum angulum æqualem cruribus æqualibus comprehenſum habentium (§. 40.) in ſequens abit problema: Invenire rationem triangulorum angulum unum æqualem æqualibus cruribus comprehenſum habentium & rationem, quam habent anguli duo reliqui unius ad duos reliquos alterius ſigillatim, nec non latus tertium unius ad latus tertium alterius. Theorema arithmeticum de quotis ex diviſione duarum quantitatum per eandem tertiam reſultantibus quantitatibus diviſis proportionalibus (§. 47.) in hoc problema transmutatur: Invenire rationem quotorum, qui prodeunt, ſi duæ quantitates per eandem tertiam dividuntur. Denique corollarium, quod catheto uno trianguli rectanguli ſumto pro baſi cathetus alter ſit altitudo (§. 59.) ad problema redigitur hoc modo: ſumto catheto uno trianguli rectanguli pro baſi, invenire aut determinare altitudinem ipſius. Diſcere hinc licet, quomodo quod jam inventum eſt, ſpectetur ut adhuc inveniendum, & inſtar problematis proponatur ad exercendam artem inveniendi. Sane omnia theoremata non modo in Arithmetica atque Geometria, verum etiam in omni Matheſi reliqua hoc modo ad problemata rediguntur, quæ tanquam inveniendum proponunt, quod jam cognitum eſt, dum exercitii gratia tanquam adhuc incognitum ſupponitur.

§. 68. Quodſi theoremata ad formam problematum fuerint reducta, quibus aliquid inveniendum proponitur; data a quæſitis ſunt diſtinguenda. Quoniam in hac converſione aut, ſi mavis reductione, quæ in hypotheſi continentur, ſumuntur tanquam data, quod vero in theſi continetur ſub determinatione quadam generali exhibet quæſitum; data & quæſita eodem prorſus modo a ſe invicem diſtinguuntur, quo ſuperius theſin ab hypotheſi ſeparavimus. Ita in exemplo primo angulorum verticalium dari ſupponimus duas lineas ſeſe mutuo interſecantes, ex quarum interſectione neceſſario oriuntur anguli verticales; quæritur autem, quænam ſit horum angulorum ratio ad ſe invicem. In theſi theorematis determinatur ratio, quæ inter eos intercedit, nimirum quod ſit ratio æqualitatis. Aſt hic qualis ea ſit, ignotum ſupponitur & inveſtigari jubetur. In exemplo ſecundo de congruentia triangulorum

datur

datur in duobus triangulis ratio, quam habet angulus unus unius *a* ad unum alterius A, ratio crurum *a b* ad AB & *a c* ad AC, nempe quod ubivis sit ratio æqualitatis, seu *a* = A, *a b* = AB & *a c* =. AC. quæritur autem ratio lateris tertii *a b* ad AB, anguli *b* ad B, anguli *c* ad C & totius trianguli *a c b* ad totum ACB. Immo quæri etiam potest, utrum triangulum *a c b* sit simile, an dissimile triangulo ACB. In thesi theorematis denuo determinatur ratio horum omnium ad se invicem, qualis sit, scilicet quod sit ratio æqualitatis, seu *b c* = BC, *b* = B, *c* = C & △ *a c b* = △ ACB. Hic vero eadem tanquam ignota supponitur & investigari jubetur. In exemplo tertio, quod arithmeticum est, dantur duæ quantitates, datur quantitas tertia, per quam istæ dividendæ, ut duo prodeant quoti; quæritur ratio, quam habent quoti hi ad se invicem. In thesi theorematis eadem determinatur, nimirum quod eadem sit cum ratione quantitatum divisarum; sed hic tanquam ignota supponitur & investigari jubetur. Denique in exemplo quarto datur species trianguli MKL, nimirum quod sit rectangulum, datur etiam basis, scilicet quod ea sit cathetus KL, determinari jubetur altitudo. In theoremate seu corollario, quod in problema conversum fuit, altitudo determinatur, nimirum quod ea sit cathetus alter MK. Hic vero demum quæritur. Videmus adeo, quomodo data a quæsitis distinguantur.

Tab. I. Fig. 6.

§. 69. Enimvero non sine ratione data a quæsitis discernuntur. Cum enim id. quod quæritur, per ea, quæ dantur, determinetur; ex datis ratiocinando colligendum est quæsitum. Facimus hoc, dum demonstrationem nostro more resolvimus, neque enim in omni ratiocinatione supponitur tanquam cognitum, quod inde tandem colligitur, quando ratiocinatio finitur. Quamobrem patet ad inveniendum, quod quæritur, non aliud requiri, quam ut modo præscripto ratiocinemur. Nostræ igitur resolutiones demonstrationum totæ analyticæ sunt, ostendrntes modum, quo ex datis colligitur quæsitum, seu ratiocinando perveniatur ad id, quod investigandum erat. Eædem adeo non minus ad tertium cognitionis gradum ducunt, quam ad secundum: id quod non obtinet, ubi communi more demonstrationes expenduntur (§. 64.). Insigne hic patet discrimen, quod inter nostras demonstrationum resolutiones & communem eas expendendi modum intercedit, tanti æstimandum, quanto

to præstantior est gradus cognitionis tertius, quam secundus. Velim huc animum advertant illi, quibus nostræ demonstrationum resolutiones superfluæ, aut prorsus pueriles videntur. Quodsi exemplum Mathematicorum præclarorum obvertere volueris, qui ad artem eximin inveniendi pervenerunt absque ista demonstrationum resolutione; hoc parum nos movebit. Objectionem enim esse nullam capite sequente ostendemus. Absit itaque ut hoc exemplum ab ista, quam commendavimus, demonstrationum resolutione te deterreri patiaris.

§. 70. Ex iis, quæ diximus & per anteriora satis manifesta sunt, liquet, quantum fallantur, qui sibi aliisque persuadere conantur, quod demonstrationes syntheticæ, quales sunt *Euclidis* atque Geometrarum veterum, non simul sint analyticæ, consequenter veritates eodem modo ab ipsis reperiri non potuerint, quo demonstrantur. Etenim si ex assumtis legitime ratiocineris, quemadmodum fieri debere ex principiis Psychologiæ empiricæ demonstrari potest; eodem prorsus modo colligitur, quod ignotum est, & ad investigandum proponitur, quo, quod jam notum est, demonstratur. Dedimus fidem oculatam, quæ in suspicionem adduci minime potest. Memini me olim, cum in Academia Lipsiensi Matheſin atque philosophiam docerem, antequam ad Professionem Mathematum in Academia Halensi vocarer, artem inveniendi juxta regulas Dn. *de Tschirnhausen* in Medicina mentis explicatam per exempla exerciturus Geometriam elementarem ea methodo pertractasse, ut theoremata ad problemata revocarem, & quomodo ex assumtis in hypothesi tanquam datis eruaturi quod in thesi continetur tanquam quæsitum ostenderem, ipsaque problemata tanquam nondum soluta, sed adhuc solvenda proponerem, idemque imitarer in Arithmetica. Unde contigit in Elementis Germanicis Arithmeticam practicam a me pertractari methodo vere analytica, ut ex unica notione numeri rationalis, qui juxta definitionem *Euclidis*, sistitur tanquam unitatum multitudo, nimirum juxta methodum geneticam tanquam ortus ex continua unitatis additione, integram Arithmeticam practicam deduxerim, tyronum captui accommodato modo: quod tantisper attenti facile animadvertent, iis autem satis superque perspectum est, qui me eandem explicantem audiverunt. Dedimus etiam hinc inde specimina quædum in his ipsis Elementis

tis Latinis, veluti ubi de extractione radicum & numeris æque differentibus agitur.

§. 71. Ex resolutione demonstrationum præscripto modo facta præterea videre est, singula ratiocinia, quibus colligitur, quod demonstrandum erat, aut, ubi theorema in problema mutatur, quod investigandum fuerat, supponere aliquam definitionem vel propositionem jam cognitam, quæ vel ope ejus, quod assumitur seu datur, vel auxilio conclusionum jam elicitarum in memoriam revocatur. Patet etiam ne unicum quidem ratiocinium abesse posse, siquidem ex assumtis inferendum, quod demonstrandum, vel ex datis deducendum, quod investigandum erat. Etsi enim non omnes ratiocinia distincte expendant, in confusis tamen ipsorum notionibus, quæ animo obversantur, actu continentur. Quælibet adeo veritas latens, ubi in apricum producenda, certas veritates cognitas supponit, quarum si vel una ignoratur, ut quæsitam invenias fieri nequit. Quo plures igitur veritates, hoc est, definitiones & propositiones tibi perspectæ fuerint: eo plures quoque invenire poteris, cum abundes principiis, quibus ad ratiocinandum indiges ex datis inventurus quæsitum. Quamobrem dum secundo cognitionis gradui acquirendo studes, ad tertium quoque acquirendum te præparas, immo aptum reddis. Qui inoffenso pede in detegenda veritate latente ex iis, quæ dantur, progredi voluerit, ei principia, quibus ad ratiocinandum opus habet, familiaria esse debent, ut ea veluti sponte sua memoriam subeant, quoties eorum usus requiritur. Definitiones itaque & propositiones, in quarum etiam numerum referuntur resolutiones problematum cum eo, quod fieri jubetur, in theorema conversæ, memoriæ firmiter infigendæ sunt ei, qui ad tertium cognitionis gradum adspirat, ut multus esse debeas in acquirendo gradu primo, antequam ad tertium properes, nisi quod expediat ea, quæ demonstrationum vi tanquam vera assecutus es, tanquam invenienda tibi proponi (§. 67.): ita enim tanto facilius & absque ulla molestia, immo potius cum insigni voluptate, memoriæ mandabis, quæ eidem firmiter inhærere debent, ac una cum gradu secundo tertium acquires.

§. 72. Demonstrationes etiam mechanicæ ad tertium cognitionis gradum ducunt, quatenus tentando manifestant incognitum (§. 32.): quibus cum æquipolleant exempla

in numeris (§. 35.), horum etiam usus est in tertio cognitionis gradu comparando. Quoniam tamen demonstrationes mechanicæ, perinde ac exempla (§. *cit.*), veritatem conspiciendam non præbent nisi in casu singulari, aut ad summum in particulari (§. 33.); in iis non acquiescendum, ne cum periculo errandi a singulari ad universale argumenteris. Quamobrem propositio in casu singulari, vel particulari detecta sumi debet tanquam universalis & in problema convertenda, ac deinde inquirendum, num ex datis legitime ratiocinando universaliter erui possit, quod in casu singulari vel particulari verum cognovisti. Ita constat olim *Pythagoram* animadvertisse, si quadratum numeri 3, quod est 9, addatur quadrato numeri 4, quod est 16, summam 25 exhibere quadratum numeri 5. Quamobrem cum perpenderet, si latus unum trianguli rectanguli fiat trium, alterum vero quatuor partium, hypothenusam esse partium quinque, consequenter quadratum hypothenusæ æquale esse quadratis reliquorum laterum; suspicio ipsi enata est, num hæc sit proprietas trianguli rectanguli, ut quadratum hypothenusæ sit æquale quadratis laterum simul sumtis. Non diffiteor levem admodum hanc esse suspicionem, si secundum regulas probabilitatis æstimetur; sed levis etiam suspicio ad investigandum verum invitat. Quamobrem ubi super trianguli rectanguli lateribus fuere constructa quadrata, superaccedente præparatione ad comparationem quadrati hypothenusæ cum quadratis reliquorum laterum requisita eo modo detegi poterat veritas, quo theorema istud demonstravimus (§. 417. *Geom.*). Dico veritatem theorematis hoc modo detegi potuisse: cum enim constet, ipsum non uno modo demonstrari posse, & demonstrationem unamquamque nostro more resolutam monstrare modum ad veritatem liquidam perveniendi (§. 70.), non una patebat ad eandem via. Demonstrationes itaque mechanicæ, si tanquam artificium heuristicum adhibeantur, haud raro faciunt, ut de problemate quodam cogites, cujus cogitatio alias animum non subiret.

§. 73. Exempla, quæ in superioribus dedimus, dicta confirmant. Ita si ducas lineas AB & CD se mutuo secantes in E, ut prodeant anguli verticales *o* & *x*, ac vi demonstrationis mechanicæ eorum æqualitatem deprehendas (§. 32.), ubi porro sumis æqualitatem angulorum verticalium tanquam universaliter veram & hoc theorema in problema con- Tab. I. Fig. 9.

vertis

vertis (§. 67.), eodem modo eruetur veritas in omni casu, quo theorema hoc demonstrandum esse ostendimus (§. 38. 70.). Similiter si construas triangulum quodcunque ACB, & deinde alterum *acb* ea conditione, ut fiat *ab* = AB, angulus *a* = A & *ac* = AC, atque triangulo *acb* excisо ex charta, in qua delineatum fuerat, ita ponas super altero ACB, ut punctum *a* in A & latus *ab* in AB cadat, atque videas, triangulum *acb* esse alteri ACB æquale, & esse præterea *bc* = BC, *c* = C atque *b* = B; ubi hoc sumis tanquam universaliter verum, & theorema in problema convertis (§. 67.), eodem prorsus modo ratiocinando assequeris, quod quæritur, quo theorema demonstrandum esse supra præcepimus (§. 41. 70.). Me tacente patebit, quomodo eadem valeant de exemplo, quod in numeris exhibet theorema de quotis ex divisione duorum numerorum per eundem tertium resultantibus numeris divisis proportionalibus, ut plura eam in rem dici non sit opus. Obiter observo, demonstrationem mechanicam de congruentia triangulorum, ubi ad notionem congruentiæ animum advertis, simul insinuare principia, quibus opus est ad ratiocinandum sive demonstratione synthetica, sive in investigatione ejus, quod quæritur, ut adeo idea confusa, quæ oculis obversatur, integram demonstrationem contineat ab ea abstrahendam, si ad notionem distinctam revocetur. Immo notionem theoremati respondentem, esse universalem agnoscimus, si in rationem coincidentiæ eorum, quæ in triangulis discernuntur, inquirimus, quatenus patet eandem rationem redire in quolibet casu. Coincidit hic demonstratio mechanica cum exemplis, quibus universaliter repræsentavimus numerorum quadratorum & cubicorum genesin (§. 262. 266. 277. 280. *Arithm.*). Ex. gr. in exemplo numerico 16 quadratum numeri 4, quæ est pars secunda radicis, prodit, quia 4 ducitur in seipsum (§. 246. *Arithm.*). Idem vero cum fiat in quocunque exemplo alio, eadem quoque semper adest ratio, cur quadratum partis secundæ prodire debeat. Similiter in exemplo geometrico punctum *b* cadit in B, quia *a* ponitur super A & *ab* super AB, estque *ab* = AB. Singula vero cum eodem modo sese habeant in exemplo quocunque alio, eadem semper adest ratio, cur punctum *b* in B cadere debeat. Principium nimirum ontologicum est, quod posita ratione sufficiente ponatur etiam id, quod

Tab. I. Fig. 6.

propter eam potius est quam non est (§. 118. *Ontol.*): quod principium in Arte inveniendi multum habet usum.

§. 74. Constat ex superioribus (§. 40.), hypothesin solam non semper sufficere, ut inde colligatur, quod erat demonstrandum, sed præterea accedere debere præparationem, qua superadduntur iis, quæ in hypothesi sumuntur, adhuc alia eadem non invita sumenda, ut ex sumtis colligi possit, quod thesis continet. Quoniam theorematis in problemata conversis, quibus investigandum proponitur, quod thesis insinuat (§. 67.), ratiocinatio ex assumtis tanquam datis eodem modo procedit ad colligendum quæsitum, quo in resolutione demonstrationis præscripto modo facta colligitur quod demonstrandum erat (§. 70.); facile intelligitur, præparatione eadem non minus opus esse in veritate investiganda, quam in jam inventa demonstranda. Quando præparatione opus sit, quivis animadvertit, nimirum, quando animum advertens ad assumta deprehendit, deesse principia, quorum vi ex iis elicitur conclusio una, vel plures eliciuntur, prout casus tulerit. Hic itaque dispiciendum, num præter ea, quæ hypothesis continet tanquam determinantia id, quod thesi continetur, sumi adhuc possint alia istis minime repugnantia, quibus accedentibus hypothesis apta efficitur ad conclusiones vi principiorum anteriorum inde inferendas. In demonstrationibus præparatio ista non demum quærenda, sed Autor, qui theorema demonstrat, eam suppeditat. Ast ubi theorema per modum problematis proponitur, præparatio non tanquam cognita spectari potest, sed adhuc incognita supponitur; non tanquam jam inventa consideranda venit, sed tanquam quærenda spectatur. Ad tertium igitur cognitionis gradum adspirans inquirere tenetur, quomodo præparatio innotescere potuerit. In exemplo de triangulis, angulum æqualem æqualibus cruribus comprehensum habentibus constat, datis cruribus cum angulo intercepto construi posse triangulum, consequenter per crura data & angulum interceptum datum triangulum non minus integrum, quam latus ejus tertium eidemque adjacentes duos angulos reliquos determinari, adeoque in hypothesi nihil eorum deficere, quæ assumenda sunt, ut inde colligi queant, quæ per ea determinantur. Quoniam vero quæritur triangulorum ratio, ratio lateris tertii unius ad tertium alterius, & ratio angulo-

rum

rum ad idem adjacentium in uno ad angulos eidem adjacentes in altero ſigillatim; ratio vero omnis vel æqualitatis vel inæqualitatis eſt (§. 130. *Arithm.*); per modum hypotheſeos tantiſper ſumitur, rationem æqualitatis hic obtineri. Hæc hypotheſis cum examinanda ſit, utrum veritati conſentanea ſit, nec ne, quæritur quomodo æqualitas innoteſcat. Quamobrem cum juxta notionem communem æqualitas æſtimetur ex congruentia, notio congruentiæ inſinuat triangulum unum ſuper altero poni debere. Atque adeo in præparationem incidimus. Vides adeo, quomodo notiones communes inſinuare queant præparationem: id quod tamen non ſemper procedit, cum non omnia ex notionibus communibus immediate deduci poſſint.

§. 75. Quoniam tamen per naturam animæ impoſſibile eſt, ut quicquam nobis in mentem veniat, niſi quatenus antea cognita beneficio eorum, quæ nunc cogitamus, vel in memoriam revocantur, vel ratiocinationem ingrediuntur; quæ ex notionibus communibus immediate deduci nequeunt, ex aliis utique notionibus derivanda. Quamobrem ut hoc appareat, ſumamus exemplum alterum, quo uſi ſumus in ſuperioribus (§. 54.) in demonſtratione problematis de invenienda media proportionali inter duas rectas datas in hoc theorema converſi: Si ex quocunque puncto diametri excitetur perpendicularis peripheriæ circuli occurrens, erit ea inter ſegmenta diametri media proportionalis. Patet hic demonſtrandam eſſe proportionem linearum AB, BD & BE ex eo, quod BD ſit ad AE perpendicularis & ADE ſemicirculus. Quamobrem cum conſtet, triangula ſimilia habere latera æqualibus angulis oppoſita proportionalia, conſequenter linearum proportionem ex triangulorum ſimilitudine colligi poſſe; ideo liquet, diſpiciendum eſſe, annon lineis quibusdam ductis, ut prodeant triangula, obtineri poſſint triangula ſimilia. Ducuntur itaque ſubtenſæ arcuum AD & DE, quia ſic prodeunt triangula ADB, ADE & DBE, quæ per modum hypotheſeos ſumuntur tanquam ſimilia ab eo, qui veritatem demum inveſtigat, & deinde experimur, num eorum ſimilitudo demonſtrari poſſit, conſequenter num hæc bene ſumta fuerit. Quodſi modum, quo in hanc præparationem incidis, diſtincte perpendis, evidens eſt, id quod demonſtrandum eſt ad animum revocare ſimilitudinem triangulorum, cujus notionem antea tibi acquiſiviſti, & ex hypotheſi Tab. I. Fig. 10.

theorematis patet, ductis rectis AD & DE obtineri triangula, quæ utrum similia sint, nec ne, angulos eorum inter se conferenti innotescit, cum ex anterioribus constet, triangulorum similitudinem ab æqualitate angulorum pendere, consequenter per eandem probari. Nimirum in inveniendo conjecturis locus est, ubi ex iis, quæ dantur, vi principiorum tibi perspectorum ratiocinando colligi nequit, quod quæritur, quemadmodum in demonstranda æqualitate angulorum verticalium succedit (§. 38.). Cum vero conjectando nonnisi casu prima statim vice incidamus in veritatem; ideo haud raro variis modis tentanda est præparatio, antequam in eam incidas, quæ recta est: id quod satis experiuntur, qui veritati proprio Marte eruendæ operam navant. Enimvero de iis hic dicere disertius, quæ ad artem inveniendi spectant, nostri non est instituti, ubi tantummodo docemus, quomodo ad præparationem pervenire potuerint, qui bene positam retinuerunt. Bene autem positas esse eas, quæ in demonstrationibus adhibentur, ipse successus in demonstrando probat. Non tamen existimandum est, quasi earundem inventores prima statim vice in eas inciderint, quemadmodum exemplum modo datum insinuare videtur; sed potius tenendum, tentatis haud raro pluribus sine successu eam retentam fuisse, quam successus approbabat. Sed talia suo tempore demonstraturi sumus a priori ex ipsa animæ natura in Arte inveniendi, si quidem Deo visum fuerit corporis animique vires eo usque conservare, donec ad hanc telam pertexendam ordo nos deducet.

§. 76. Hic non aliud agendum est, quam ut ostendamus, quomodo inquiramus in modum, quo ad præparationes in Elementis nostris occurrentem perveniri licuerit, reddendo rationem, cur hoc modo fiat, tum ex conditione propositionis demonstrandæ, tum ex anterioribus, quæ tanquam cognita & nobis familiaria supponuntur. Quodsi ergo ad imitationem eorum, quæ exempli loco in medium attulimus (§. 74. 75.) præparationes omnes in Elementis nostris expendere libuerit, nulli dubitamus lucem affulsuram sufficientem iis, qui ad tertium cognitionis gradum adspirant. Quibus vero in secundo acquiescere visum est, illi hac disquisitione non habent opus, huicque labori supersedere possunt ac debent. Sufficit enim iis præparatione, prouti præscribitur, ad hypothesin accedente, demonstratio-

ſtrationem legitime procedere, qua animus convincitur verum eſſe, quod erat demonſtrandum.

§. 77. Illud adhuc ſupereſt, ut doceamus, quomodo procedendum ſit, ſi reſolutionem problematis ſupponis tanquam incognitam, adeoque eandem conſideras tanquam inveniendam. Ex hac enim hypotheſi perinde ac in theorematis vi anteriorum ratiocinando colligendum, quid fieri debeat, ut facias, quod erat faciendum. Sumamus exempli loco problema de linea recta per datum punctum alteri recta parallela ducenda. Supponamus factum, quod petebatur, nimirum rectam MN, quæ per datum punctum V tranſit, alteri RS, quæ data ſupponitur, eſſe parallelam. Quodſi hoc ſumis, ex anterioribus ſuccurrit: perpendicula inter duas parallelas intercepta æqualia eſſe (§. 226. *Geom.*). Unde infertur: duo quæcunque perpendicula inter rectas MN & RS æqualia ſunt. Porro conſtat, quod V ſit punctum extra lineam RS datum. Huc animum advertenti ſuccurrit (§. 216. *Geom.*), a dato puncto extra lineam datam perpendicularem demitti poſſe. Unde infertur, poſſe quoque ex puncto V ad rectam RS demitti perpendicularem, nempe VK. Succurrit porro, ubi perpendis, duas requiri lineas perpendiculares inter rectas MN & RS, ut per earum æqualitatem pateat parallelismus ipſarum *per demonſtrata*, ex quovis puncto intra rectam datam aſſumto erigi poſſe perpendicularem (§. 212. *Geom.*). Unde denuo infertur, ex puncto quocunque lineæ RS veluti T erigi poſſe perpendicularem TA. Jam quia MN ſupponitur ipſi RS parallela & VK atque TA ſunt perpendicula inter haſce parallelas intercepta, adeoque æqualia *per demonſtrata;* reſolutio, quæ quærebatur, jam patet. Nimirum 1. ex puncto dato V demittenda eſt perpendicularis VK ad rectam RS: 2. ex puncto quolibet T erigenda eſt perpendicularis TA priori æqualis: 3. per duo puncta A & V ducenda eſt recta MN. Hæc ipſa eſt reſolutio, quæ in Elementis noſtris legitur (§. 258. *Geom.*).

Tab. I. Fig. 7.

§. 78. Patet autem, ſi hoc modo in reſolutionem problematis inquiris, hinc ſimul modum problema in theorema converſum demonſtrandi manifeſtum eſſe. In ea enim inveſtiganda uteris principiis, quibus in demonſtrando habes opus: id quod ex collatione eorum, quæ modo dicta ſunt, cum reſolutione demonſtrationis ſuperius facta (§. 52.) patet. Demonſtrationes nimirum

una

una cum resolutione una eademque opera deteguntur, ut adeoque non opus sit, nisi ut, ubi synthetice proponere volueris, quæ inveneris, ea, quæ faciunt ad resolutionem, separes ad ceteris, quæ ad demonstrationem spectant. Subinde tamen etiam in Elementis nostris resolutionem & demonstrationem una exhibuimus, quemadmodum in hoc ipso casu factum, quem exempli loco produximus, & in aliis, ubi prolixior est demonstratio, veluti in problematis de extrahenda radice quadrata & cubica (§. 269. 282. *Arithm.*).

§. 79. Demus adhuc exemplum aliud. Supponatur itaque resolutio problematis 16. (§. 212 *Geom.*) de linea perpendiculari ex dato in recta data puncto excitanda. Data sit recta ML & in eo detur punctum G, ex hoc puncto G ducenda est linea, quæ sit ad rectam ML perpendicularis. Ponatur factum, quod petebatur, nempe ducta perpendicularis GI. Succurrit ex anterioribus: Si linea recta ducenda, duo dari debent puncta, ex quorum uno ad alterum ducitur recta (§. 121. *Geom.*). Unde infertur: Præter punctum G, quod datur, determinandum esse adhuc punctum aliud I, ut recta GI duci possit. Liquet igitur, totum negotium in eo versari, ut punctum I determinetur. Ponamus denuo hoc esse factum. Sumitur itaque: Recta ex puncto I ad punctum G ducta perpendicularis est. Succurrit principium: Si recta quædam fuerit ad alteram perpendicularis, anguli deinceps positi æquales sunt (§. 79 *Geom.*). Unde infertur: Anguli MGI & IGL æquales sunt. Sumatur IG pro crure triangulorum contiguorum communi. Patet triangula ista habere angulum unum æqualem & crus unum ejus esse æquale, nempe idem. Succurrit ex anterioribus principium (§. 179 *Geom.*): Si duo triangula habuerint angulum unum æqualem duobus cruribus figillatim æqualibus comprehensum, etiam latus tertium unius æquale erit lateri tertio alterius. Atque hinc infertur: Si præterea fiat GK = GH, erit etiam KI = HI. Atque adeo liquet, si fiat GK = GH, hoc est, si ex puncto H capiatur utrinque æquale intervallum ex punctis K & H eodem intervallo quocunque alio (cum hic longitudinis GI nulla habenda sit ratio, sed tantummodo situs ad rectam ML) per intersectionem determinari posse punctum I, quod quærebatur, ut recta IG duci possit. Denuo manifestum est, resolutionem problematis analyticam simul continere & ejus demonstrationem.

Tab. I. Fig. 12.

nem. Quodsi unam ab altera separes, utraque prodibit, qualis in elementis nostris extat. Obiter moneo inter principia heuristica in Geometria referendum esse, ut dispiciamus, num triangula congruentia & similia determinari possint, quorum ope procedat ratiocinatio ad investigandum, quod quæritur, vel demonstrandum, quod asseritur, requisita. Quomodo in hoc principium inciderint Geometræ, nostrum jam non est disquirere. Erit alibi de eo dicendi locus.

§. 80. Subinde resolutiones problematum innotescunt sola attentione ad theoremata inventa, ad quas nulla patet via, si hæc tanquam incognita supponuntur. Istiusmodi est problema de invenienda linea media proportionali inter duas datas. Etenim si supponimus lineam BD esse inventam, quæ inter duas datas AB & BE media proportionalis est, succurrit tantummodo vi definitionis (§. 155. *Arithm.*): Si fuerint tres lineæ continue proportionales, erit prima ad secundam, ut secunda ad tertiam. Atque hinc infertur: Recta data AB est ad inveniendam BD ut hæc ipsa BD ad alteram datam BE. Etsi hic ad similitudinem triangulorum tanquam principium heuristicum confugias, & sumas BD esse crus commune duorum triangulorum similium ABD & BDE videasque, si BD fuerit ad AE perpendicularis, angulum x angulo y æqualem construi debere, quod etiam fieri posse constat (§. 208. *Geom.*); quoniam tamen BD determinatæ magnitudinis est, non constat, quantus fieri debeat angulus x, ut recta AD attingat punctum D, quod quæritur, atque ita determinandum, ut crus anguli x secet AE in puncto E. Nihil itaque conficies, nisi supponas theorema tanquam cognitum: Si ex puncto quocunque B diametri AE erigatur perpendicularis peripheriæ in puncto D occurrens; erit ea inter segmenta diametri AB & EB media proportionalis. Ubi vero hoc theorema tanquam notum sumitur, resolutio problematis de invenienda recta inter duas alias datas media proportionali sua quasi sponte sese offert. Etenim non multa attentione opus est, ut animadvertas rectas datus AB & BE in eandem rectam transferri & super eadem semicirculum describi posse infertur vi corollarii theorematis primi (§. 136. *Geom.*). Neque ullum est dubium, quin inventuri resolutionis hujus problematis ante innotuerit theorema istud, quam de resolutione cogitaret. Non est quod excipias, nos theorema

Tab. I. Fig. 10.

istud non præmisisse in Elementis nostris problemati huic. Etenim si ita visum fuisset, præmitti poterat: sed in synthesi non necessarium erat. Dum enim demonstranda est resolutio, problema in istud theorema convertitur, atque demonstratio ejus adjicitur, quemadmodum ex superioribus constat (§. 54. 55.). Non nego fieri quoque potuisse, ut resolutio eadem deduceretur ex aliqua proprietate trianguli rectanguli, scilicet ex hoc theoremate: Si ex angulo recto D trianguli rectanguli ADE demittatur ad hypothenusam AE perpendicularis DB, erit hæc ipsa DB media proportionalis inter hypothenusæ AE segmenta AB & BE. Quodsi enim supponas tanquam notum, quomodo super data hypothenusa construi possit triangulum rectangulum: resolutio problematis nostri non minus in aprico est. Plures haud raro patent viæ ad eandem veritatem, & prouti vel hæc, vel alia principia tanquam cognita suppo nuntur, unus hanc, alius aliam calcat viam. Mihi tamen probabilius est, ex proprietate circuli potius, quam trianguli rectanguli resolutionem, de qua nobis sermo est, fuisse deductam. Enimvero non opus est, ut ea de re contentionis ferram cum aliis reciprocemus. Ubi enim veritates tanquam quærendæ proponuntur, quæ jam inventæ sunt, sufficit ingredi viam, qua recto facultatum cognoscendi usu ad eas pervenire datur.

§. 81. Dantur integræ disciplinæ mathematicæ, quas inter Algebra eminet aut, si mavis, Analysis mathematica, quibus docetur, quomodo veritates mathematicæ sint inveniendæ. Nemo non intelligit, ad tertium gradum cognitionis mathematicæ adspiranti inprimis opus esse, ut in iis addiscendis assiduus sit. Enimvero ea de re nobis demum dicendum erit, ubi ad specialia descendemus. Hic enim nonnisi generalia tradimus, quæ in qualibet Matheseos parte observanda sunt, etsi tantummodo exempla ex Arithmetica & Geometria dederimus.

§. 82. Restat denique ut adhuc dicamus, quomodo definitiones expendere debeat, qui ad tertium cognitionis gradum adspirat. Facile apparet, inquirendum hic quoque esse, quomodo definitiones fuerint detectæ, aut inveniri saltem potuerint. Quamobrem id nobis agendum est, ut ostendamus, quomodo hæc inquisitio sit instituenda. Definitiones esse duplices, nominales & reales, in Commentatione de methodo mathematica monuimus (§. 17. 18.),

17. 18.), ubi etiam docuimus, quomodo tum ad nominales (§. 19. & *seqq.*), tum reales perveniatur (§. 25. & *seqq.*). Juxta regulas igitur ibidem traditas definitiones ad examen revocandæ: quod quomodo fiat, uno alteroque exemplo docendum.

§. 83. *Congruentia* definitur, quod sit coincidentia terminorum, & *congruere* dicuntur, quorum iidem termini esse possunt. Definitio hæc explicat, unde congruentiam agnoscere possis in duabus magnitudinibus veluti in duabus lineis, vel superficiebus. Quamobrem cum definitio nominalis sit, cujus beneficio res agnoscitur & ab aliis distinguitur (§. 17 *Comment. de Meth.*); definitionem hanc nominalem esse hinc colligitur. Primus modus perveniendi ad definitiones nominales consistit in eo, ut ad rem præsentem, quam percipimus, animum attendamus & cum cura distinguamus, quæ distingui possunt, eaque fini singula primum sigillatim consideremus, mox vero eadem inter se conferamus. Quodsi inquiramus, utrum hoc modo definitio congruentiæ inveniri potuerit, nec ne; hoc modo eam detectam esse deprehendes. Sumantur e. gr. duo fila ejusdem longitudinis coëxtensa: dicuntur ea sibi mutuo congruere. Quodsi quæsiveris, cur sibi mutuo congruere dicantur, non aliam reddere potes rationem, quam quod ab eodem termino incipiant, & in eodem desinant, seu quod extrema eorum coincidant, ipsaque etiam coincidant quoad longitudinem. Atque adeo patet ex lege ratiocinandi (§. 349. *Log.*), coincidentiam terminorum hic dici congruentiam. Similiter notio lineæ rectæ abstrahitur a filo extenso, cujus crassities cum diminui posse concipiatur in infinitum, donec tandem evanescat; a notione confusa ejus abstrahitur notio lineæ in genere, quod sit longitudo latitudinis expers: quæ est definitio *lineæ* in genere, quam dedit *Euclides*. Quodsi jam notionem rectæ confusam ad distinctam revocare volueris, distinguenda in ea sunt, quæ distingui possunt, eaque fini singula primum sigillatim considerari & mox inter se conferri debent (§. 19. *Meth.*). Cum in linea non concipiantur nisi puncta, quæ a se invicem distingui possunt, & situs eorundem, quem ad se invicem habent; recta a curva differre nequit nisi situ punctorum, quæ in ea assumuntur. Advertit hoc *Euclides*: unde *Rectam* definit, quod sit linea ex æquo interjacens inter sua extrema. Enimvero cum huic punctorum situi nulla respondeat notio nisi confusa, quam verbis ex æquo

interjacere inter ſua extrema indigitat, eadem nempe cum notione confuſa lineæ rectæ, nihil explicuit, nec definitione ſua uti potuit. Nos igitur aſſumentes partem quamcunque rectæ AC eamque conferentes cum tota AB inquiſivimus, num quid in ſitu punctorum, quæ in parte aſſumuntur, deprehendi poſſit, quod diverſum ſit a ſitu punctorum in tota aſſumtorum. Ubi nullam diverſitatem reperiri poſſe deprehendimus; memoses definitiunis ſimilitudinis (§. 24. *Arith.*), rectam definivimus per lineam, cujus pars quæcunque rectæ ſimilis. Nimirum vi illius definitionis in parte ad totam collata præter magnitudinem nihil obſervare datur, quo ea a tota diſtingui poſſit. Quamobrem cum Linea curva ſit, quæ recta non eſt, eademque ſuppoſita definitione rectæ hoc modo definiri poterat (*not.* §. 85. *Ont.*); nos in definitionem noſtram *Lineæ curvæ* incidimus, quod nimirum ſit linea, cujus partes toti diſſimiles (§. 22. *Geom.*). Ita ſi aſſumas duos peripheriæ arcus quoscunque AC & AB, ducasque chordas cognomines, ſitum puncti C ad A & B ad A diſtinguere licet per diverſam rationem ſubtenſarum ad diametrum, neque enim arcuum ſubtenſæ omnes eandem ad diametrum rationem habent, ut adeo pars arcus ab arcu integro hoc modo diſtingui poſſit. Tacemus modos alios diſtinguendi ſitum punctorum in parte, conſequenter partem ipſam, a tota. Geometriæ ſublimioris gnari non ignorant hoc principio diſtingui curvas a ſe invicem. Sed cum ſeniores Geometræ in recta a curva diſtinguenda hæſitaverint definitiones utriusque daturi; non opus eſt, ut tyrones in modo, quo eædem detectæ fuerunt, inquirendo induſtriam ſuam fatigent. Tum enim idem manifeſtus erit, ubi in Geometria curvarum fuerint verſati.

Tab. I. Fig. 13.

Tab. I. Fig. 14.

§. 84. Similiter videre licet ubivis lineam rectam cum altera in eodem puncto concurrentem diverſimode ad ſe invicem inclinari poſſe. Unde non attenta inclinationis diverſitate enata eſt definitio *anguli* in genere (§. 54. *Geom.*), quod ſcilicet ſit duarum linearum in puncto uno concurrentium mutua inclinatio. Quodſi ergo recordatus a puncto quovis ad punctum quodvis lineam rectam duci poſſe (§. 20 *Geom.*), crura anguli CAB recta CB jungi concipias, reflectendo ſuper iis, quæ in figura, quæ ſic prodit, diſtinguuntur, reperitur (§. 19. *Meth.*); definitio trianguli in genere, rectilinei ſcilicet, quoniam in Geometria elemen-

Tab. I. Fig. 6.

mentari cum aliis nullum nobis est negotium, quod sit figura tribus lineis rectis terminata (§. 87. *Geom.*). Quodsi perpendis in hac definitione non determinatam esse rationem laterum AB, BC & AC & recordaris rationem omnem vel esse æqualitatis, vel inæqualitatis (§. 130. *Arith.*); addendo determinationem rationis laterum ad se invicem, nascuntur triangulorum species (§. 22. *Meth.*). Nimirum si tria latera habeant ad se invicem rationem æqualitatis, seu omnia inter se æqualia sint, definitio præsto est *Trianguli æquilateri* (§. 88. *Geom.*). Si sumis eadem habere ad se invicem rationem inæqualitatis, hoc est, singula inæqualia esse; definitionem habes *Trianguli scaleni* (§. 90. *Geom.*). Denique si sumis latus unum habere ad unum reliquorum rationem æqualitatis, ad alterum vero rationem inæqualitatis, seu duo nonnisi latera æqualia esse, in definitionem *Trianguli æquicruri* incidis.

§. 85. A definitione trianguli æquilateri, quod tria latera æqualia habet, abstrahitur definitio *Figuræ æquilateræ* in genere, omissa determinatione numeri laterum (20 *Meth.*), quod scilicet sit figura, cujus latera singula inter se æqualia sunt (§. 88. *Geom.*). Atque adeo satis patet, quomodo ope regularum in Commentatione de Methodo mathematica explicatarum detectæ fuerint, aut saltem detegi possint definitiones nominales Geometriæ, immo in qualibet Matheseos parte. Idem enim quoque succedere in definitionibus aliis experietur, qui tentare voluerit.

§. 86. Sufficiant igitur hæc dixisse de definitionibus nominalibus: restat ut nonnulla addamus de realibus. E. gr. lineam quandam rectam LM juxta ductum alterius rectæ LO motu sibi semper parallelo, hoc est, ut in quolibet situ semper parallela sit, deorsum moveri posse constat. Quamobrem si hoc fieri sumis, prodit definitio *parallelogrammi* in genere. Similiter rectam quandam AC circa punctum fixum C in gyrum agi posse, donec redeat ad terminum A, unde digressa fuerat, per se liquet, & per notiones communes confirmatur. Quodsi ergo hoc sumis, prodit definitio circuli realis (§. 25. *Meth.*). Tab. I. Fig. 3. Tab. I. Fig. 15.

§. 87. Eædem definitiones reperiri quoque potuerunt, præsuppositis definitionibus nominalibus. Parallelogrammi definitio nominalis est, quod sit figura quadrilatera, cujus latera opposita sunt parallela (§. 102. *Geom.*). Quodsi concipias rectam LM juxta ductum alterius rectæ

moveri deorsum, patet figuram describi quadrilateram. Quodsi linea ponatur sibi semper manere parallela, liquet latus ON opposito LM esse parallelum, & rectas quascunque parallelas inter latera OL & MN interceptas esse æquales. Enimvero si lineæ parallelæ æquales intra easdem lineas comprehendantur, erunt quoque hæ inter se parallelæ (§. 257. *Geom.*). Unde infertur, Latus quoque MN esse opposito LO parallelum. Evidens adeo est, figuram, quæ describitur motu lineæ rectæ LM juxta ductum alterius rectæ LO sibi semper parallelo, esse quadrilateram & habere latera opposita parallela. Atque sic liquet, figuram hoc modo descriptam esse vi definitionis nominalis parallelogrammum. Nimirum si definitio nominalis parallelogrammi sumitur, parallelogrammum dici nequit nisi figura quæ & quadrilatera est, & latera opposita æqualia habet. Quamobrem ubi definitionem realem hac supposita dare volueris, ita omnino concipienda, ut nominali non repugnet ista genesis, sed ex genesi figuræ potius demonstrari possit, nominalem definitionem eidem convenire. Quodsi excipias, supponi hic, quæ demonstranda ante sunt, quam definitionem realem ex nominali deducere valeas, nimirum quod lineæ parallelæ inter duas lineas interceptæ æquales esse debeant, ut hæ quoque inter se sint parallelæ, objectio nulla est. Ecquis enim dixerit, salva veritate, definitiones reales ex nominalibus deducendas esse nulla theoria præsupposita, quæ demonstranda ante venit. Quin potius ipsum exemplum, quod modo dedimus, contrarium loquitur. Definitiones nominales sumere licet, antequam theoremata demonstrentur. Sumere quoque licet reales, antequam demonstrentur propositiones, modo genesis intelligatur possibilis absque demonstratione, scilicet ut nihil fieri jubeatur, quod absque demonstratione fieri posse non constet. Sed figuram, quæ per genesin prodit, esse eandem, cujus definitio nominalis datur, utique demonstrandum. Quodsi ergo demonstratio supponit principia, quæ absque demonstratione vera esse non perspicitur, illa utique ante demonstranda sunt, quam figuram genitam cum ea, cujus definitio nominalis datur, eandem esse ostendi potest.

§. 88. Facilius ex definitione nominali deregitur realis circuli, non suppositis aliis, quæ de circulo demum demonstranda. Nominalis

circuli

circuli definitio est, quod sit figura plana, linea in se redeunte termina-
Tab. I. Fig. 15. ta, ex cujus singulis punctis ad punctum intermedium C ductæ rectæ sunt inter se æquales. Quodsi sumis, quod in hac definitione continetur, circulum terminari linea curva in se redeunte, atque succurrit vi intentionis inveniendi genesin curvæ, seu detegendi motum, quo describitur, describi lineam, si punctum ab uno termino ad alterum moveatur, (§. 10. *Geom.*); facile animadvertis, lineam, qua terminatur circulus, describi, si punctum describens continuo motu redeat ad terminum A, unde digressum fuerat. Quodsi porro sumis vi definitionis nominalis, rectas ex singulis lineæ istius punctis ad centrum C ductas esse æquales, consequenter punctum describens A esse alterum extremum lineæ rectæ, cujus alterum extremum fixum hæret in centro C; patet, si punctum A a termino suo dimoveri debet, ut tamen alterum rectæ AC extremum in puncto C sit fixum, rectam AC circa punctum fixum C moveri debere. Vides itaque Circulum describi, si recta quædam AC circa punctum fixum C in gyrum agatur: quæ ipsa est circuli definitio realis deducta ex nominali, nulla præsupposita theoria circuli, sed tantummodo assumtis, quæ in definitione nominali continentur.

§. 89. Dn. *de Tschirnhausen* in Medicina mentis definitiones reales mirifice deprædicat, iisque omne tribuit pretium nominalibus nullo relicto. Enimvero quemadmodum vidimus definitiones reales ex nominalibus deduci posse; ita vicissim nominales deducuntur ex realibus: id quod in circulo levi attentione animadvertitur. Exempla alia dedimus in solidis (§. 456. *& seqq. Geom.*). Etsi autem non negemus, ex definitionibus realibus haud raro facilius deduci, quæ ex nominalibus operosius demonstrantur, adeoque ad inveniendum eas esse admodum utiles; nominales tamen realibus præstant in rebus ad sua genera suasque species reducendis: id quod in demonstrationibus & in applicatione theoriæ ad casus obvios maxime usui est. Quamobrem definitiones nominales non sunt contemnendæ, immo certo fine realibus præferendæ, quæ ad res obvias agnoscendas & ab aliis distinguendas non adeo commodæ sunt, quam nominales: id quod ipsa circuli atque parallelogrammi definitione reali docetur.

CAPVT

CAPVT II.

DE

MODO INSTITVENDI STVDIVM MATHESEOS INTELLECTVS PERFICIENDI CAVSA.

§. 90.

Non omnes in addiſcenda Matheſi eundem ſibi ſcopum præfigunt. Poſtquam igitur in genere docuimus, quomodo Matheſis ſit tractanda, ut eam conſequaris cognitionem, quam intendis; nunc porro diſpiciendum eſt, quinam per Matheſeos ſtudium intendi poſſint fines, & quænam obſervanda ſint ei, qui finem intentum conſequi voluerit. Eminet inter hoſce fines perfectio intellectus, quæ conſiſtit in habitu rectum faciendi facultatum cognoſcendi uſum in veritate cognoſcenda. Hunc finem intendere drbent, quotquot ad certam cognitionem in quocunque genere cognoſcibilium adſpirant, ſive philoſophari voluerint, ſive Theologiæ, Jurisprudentiæ ac Medicinæ operam navare decreverint. Ea de cauſa veteres neminem ad philoſophiam addiſcendam admittere voluerunt, niſi Geometriæ peritum, cum olim Geometria ſola accurata methodo traderetur. Optandumque erat, ut idem mos in ſcholas noſtras introduceretur. Rationes perſpicientur ex iis, quæ mox tradituri ſumus, & per transennam proſpiciuntur vi eorum, quæ modo diximus. In veritate enim cognoſcenda rectum facere tenetur facultatum uſum, qui a veritatis tramite deflectere noluerit.

§. 91. Tres ſunt intellectus operationes, notio, judicium atque diſcurſus, ſive ratiocinium, & hiſce ſuppetitas ferunt facultates cognoſcendi inferiores, ſenſus, imaginatio atque memoria, una cum facultatibus intermediis attentione ac reflexione, per quas ab inferioribus ad ſuperiorem fit tranſitus: Quæ omnia ſatis manifeſta ſunt ei, qui Pſychologiam empiricam cognitam atque perſpectam habet. Qui adeo intellectum perficere voluerit, is rectum operationum intellectus uſum facere tenetur, ac in iis eliciendis uti debet facultatibus inferioribus atque intermediis. Quamobrem ſtudio Matheſeos perficitur intellectus, ſi eodem habitus operationibus intel-

lectus

lectus recte utendi, & in iis eliciendis rectum facultatum cognoscendi inferiorum ac intermediarum usum faciendi acquiritur.

§. 92. Non igitur nuda cognitione veritatum mathematicarum perficitur intellectus, sed accuratæ methodo, qua traduntur mathemata, fructus hic debetur. Ejus adeo participes non sunt, qui methodum accuratam insuper habent. Quamobrem cum Mathesis perficiendi intellectus causa potissimum in scholas sit introducenda; parum adolescentibus & juvenibus consulunt, qui ut desidiosis placeant, methodi nullam rationem habent, sibi magis, quam ipsis prospicientes.

§. 93. Qui in primo cognitionis gradu acquiescit non alium finem sibi propositum habet, quam ut veritatem ab aliis propositam intelligat (§. 1.), consequenter non aliud intendit præterquam veritatum mathematicarum nudam cognitionem. Quoniam igitur nuda veritatum mathematicarum cognitione non perficitur intellectus (§. 92.); nec fructus hujus particeps fieri potest, qui primum cognitionis gradum unice curæ cordique habet. Quod si ergo eum praxes quædam mathematicæ non juvant, veluti si agrimensorem aut architectum militarem agere decreverit, vel si principiorum mathematicorum usum non experitur in addiscendis aliis, ex. gr. in percipiendis dogmatis nonnullis physicis; Mathesin plerumque in spem futuræ oblivionis addiscit, ut studii hujus, quod multiplici ratione sese commendat cultoribus suis, nullum prorsus percipiat fructum. Unde facile intelligitur, quinam in addiscenda Mathesi oleum atque operam perdant, ut ab hoc studio potius sint arcendi, quam ad idem invitandi vanis pollicitationibus. Convenit ingenuitati docentis, ne aliquid lucelli facturus juvenes ab addiscendis iis, quæ magis profutura sunt, ad ea avocet, quæ in spem futuræ oblivionis addiscunt.

§. 94. Qui primo cognitionis gradui acquirendo eam operam navat, quam requisivimus; is attentionem ad ea, quæ discit, afferre ac tamdiu conservare adsuescit, donec illa rite intellexerit (§. 5.). Quænam ad hoc requirantur, ut definitiones intelligat (§. 6. & *seqq.*), nec in propositionibus quicquam supersit obscuri (§. 17. & *seqq.*), perspicit. Definitionum accuratarum & in disciplinis rite ordinandarum (§. 6.), ac theorematum (§. 24. 25.) & problematum & resolutionis eorundem (§. 26. & *seqq.*) genuinæ formæ ideam

exemplarem animo concipit. Differentiam inter notiones distinctas & confusas, adæquatas & inadæquatas penitus perspicit (§. 6. 9. & seqq. §. 24. & *seqq.*). Quomodo recto sensuum usu facilitetur operatio intellectus addiscit (§. 7.). Quo pacto repetitio facilior minusque molesta reddatur, qua memoriæ infiguntur firmiter eadem retinenda, cognoscit (§. 15.). Nemo non agnoscit, ad perfectionem intellectus pertinere, ut formet notiones distinctas & adæquatas cognoscibilium, ut judicia formet determinata, ut resolutiones problematum distincte concipiat, ut attentionem, prout usus requisiverit, determinet, ut usum sensuum in operationibus intellectus decernat, ut memoriæ infigendorum eademque retinendorum curam gerat. Quamobrem cum hæc perfectio intellectus acquiratur, si primo cognitionis gradui acquirendo præscripto modo studeamus; quin Matheseos studium, si nostro more tractetur, faciat ad intellectum perficiendum dubitandum non est.

§. 95. Non est quod mireris modum a nobis præscriptum ad primum cognitionis gradum adspirantibus facere ad perficiendum intellectum, cum tamen a methodo, non a dogmatis expectanda sit perfectio intellectus (§. 92.). Etenim cum secundus cognitionis gradus supponat primum, nos in acquirendo cognitionis gradu primo jam ea præcepimus, quæ vi methodi observanda sunt iis, quibus secundus curæ cordique est (§. 30.), cum vulgo methodi nulla habeatur ratio & plerumque nonnisi confusæ notiones memoriæ imprimantur vi imaginationis reproducendæ, quando iisdem opus est. Sane in Geometria lecta vel audita definitione oculos in schema delineatum statim conjicientes ideam definiti memoriæ infigunt, non distincte expensis, quæ in in definitione continentur, eodemque modo idea schematis, quæ theorema & resolutionem problematis exhibet, eidem mandatur, quæ vi imaginationis præsens sistitur, quoties de ea re cogitamus. Parum adeo vel nihil tribuitur intellectui, facultatum vero cognoscendi inferiorum usus prædominatur. Immo ne attentionis quidem is fit usus, quem facultas cognoscendi superior exigit.

§. 96. Qui definitiones, propositiones & resolutiones problematum eo modo exponit, quem nos præscripsimus (§ 9. 17 & *seqq.*), eas ad figuras in charta delineatas & exempla exhibita applicat, qualis applicatio requiritur, dum ratiocinamur.

mur. Ratiocinatio tertia intellectus operatio est, eodemque prorsus modo ratiocinandum, dum propositiones demonstramus, vel a priori ex cognitis alia adhuc nobis incognita colligimus. Quamobrem patet, si in acquirendo cognitionis gradu primo morem nostrum sequaris, hoc ipso perfici debere intellectum. Nulla adeo intellectus operatio est, cui rite eliciendæ non inserviat modus acquirendi primum cognitionis gradum a nobis præscriptus (§. 94. & *præf.*).

§. 97. In primo igitur cognitionis gradu acquirendo omnem illum facis facultatum cognoscendi usum, qui in secundo acquirendo requiritur, immo in tertio familiaris supponitur. Est adeo modus acquirendi cognitionis gradum primum, quem nos præscribimus, præparatio ad secundum: qua facta nihil prorsus difficultatis in secundo percipitur, cum eum usum facultatum jam facere possis, quem is requirit. Me vero tacente liquet, quod, ubi primus cognitionis gradus acquiritur, antequam ad secundum accedas, una in parato habeas principia, quibus in ratiocinando opus est, dum ad secundum animum appellis. Equidem id modus a nobis præscriptus commune habere videtur cum vulgari; non tamen utroque idem prorsus efficitur. Etenim nostro more definitiones ac propositiones pure enunciatæ memoriæ infiguntur, quales adhibendæ sunt in ratiociniis distinctis &, dum præscripto modo expenduntur, simul familiares evadunt, quales esse debent, ut statim memoriam subeant, quando iisdem indigemus. Quodsi vero nostro more non expenduntur, nec eadem facilitate definitiones ac propositiones memoriæ mandantur, sed multa demum repetitione consequimur, quod multo temporis compendio obtineri poterat.

§. 98. Plurimum autem refert, ut definitiones & propositiones antecedentes familiares experiaris, antequam ad sequentes accedas. Etenim definitiones sequentes non intelliguntur nisi per anteriores, ubi eas ingrediuntur termini per anteriores explicati. Quamobrem ubi hasce nondum familiares experiris, sequentes tibi non possunt non videri obscuri, nec fieri potest, ut eas penitus intelligas. Similiter demonstratio non convincit, nisi principia, quæ ex antecedentibus sumuntur sensum evidentiæ secum ferant. Necesse igitur denuo est, ut tibi antecedentes definitiones ac propositiones fuerint familiares, ubi sine hæsitatio-

ne in demonstratione progredi volueris. Quid quod nec propositiones satis intelligantur, quamdiu definitiones, quibus explicantur termini in iisdem occurrentes, non fuerint familiares? Ea de causa observare licet, quod studium mathematicum difficile videatur iis, qui nulla terminorum notitia instructi ad idem accedunt, nec in repetendis iis, quæ explicata fuerunt, seduli ac frequentes sunt, cum in casu oppositio nulla percipiatur difficultas. Danda vero omnino est opera, ut difficultas hæc tollatur, ne studii utilissimi efficiat desertores.

§. 99. Qui Matheſi addiscendæ operam navant, ut intellectum perficiant, iis inprimis convenit, ut in secundo cognitionis gradu acquirendo industriam suam exerceant. Methodo enim debetur hic fructus, non dogmatis, quæ in Matheſi proponuntur. Hujus autem potissima pars sunt demonstrationes, quibus veritatis eorum, quæ docentur, convincitur, ut nihil nobis dubii superſit. Secundo gradui cognitionis acquirendo inserviunt demonstrationes (§. 30.). Quamobrem si studium Matheseos intellectum perficere debet, necesse est, ut in demonstrando sis assiduus.

§. 100. Intelligitur vero hic demonstrationes syntheticæ, quales sunt *Euclidis* & Geometrarum veterum. Neque alia de causa, quam harum demonstrationum gratia, veteres voluerunt, ne ad philosophiam accedat, nisi Geometriæ peritus. Quamvis enim demonstrationes recentiorum analyticæ, quæ calculis algebraicis absolvuntur, suum etiam habere possint usum in intellectu perficiendo; ab iis tamen eundem expectare minime licet, quem spondent syntheticæ: id quod satis manifestum evadet per ea, quæ mox disertius dicentur. Inde nimirum est, ut in Matheſi licet versatissimi & inter summos Mathematicos eminentes, ubi extra Matheſin methodo mathematica uti voluerunt, minime dare potuerint, quæ satisfaciunt. Exemplo nobis est *Carteſius*, vir summus, cujus memoriam egregia in Matheſi inventa posteritati commendabunt, quamdiu scientiæ honos erit. Cum enim *Merſenni* desiderio satisfacturus suum de existentia Dei argumentum ad formam demonstrationis geometricæ reducere vellet, quam parum ipsi leges methodi mathematicæ & genuina demonstrationis forma fuerit perspecta, abunde prodidit in Responsionibus ad objectiones contra Meditationes suas metaphy-

taphysicas. Taceo exempla alia, quæ commemorari poterant & quibus tandem effectum est, ut extra Matheſin nullam dari certam cognitionem acutiores inde colligerent: in qua opinione ipsum scepticismum consistere, nemo est, qui non agnoscat. Quodsi ergo ad certam cognitionem extra Matheſin pervenire volueris, necesse est ut methodi mathematicæ interiorem rationem perspicias, & leges ejus distincte cognoscas: id quod fieri non poterit, nisi demonstrationum syntheticarum resolutione naturæ animæ convenienter facta, quam in superioribus satis declaravimus, ut nihil in ea desiderari possit. Atque ea de causa demonstrationes nostras syntheticas eo ordine digessimus, ut facillime præscripto modo resolvi possint. Nihil enim magis intendimus, quam ut studio mathematico intellectus perficiatur, quo certæ extra Matheſin cognitioni acquirendæ sufficiat.

§. 101. Doluit ideo ipse vir summus, *Isaacus Newtonus*, quod, cum se studio mathematico totum daret, ad *Carteſii* Geometriam aliosque scriptores algebraicos statim progressus fuisset, antequam Elementa *Euclidis* ea attentione expendisset, quam merentur, nec probavit, quod hodie Geometræ methodum synthe-

ticam veterum prorsus negligant, & in solis calculis algebraicis acquiescant, quemadmodum ex ore ipsius hausta refert *Henricus Pemberton* in præfatione ad Conspectum Philosophiæ *Newtoni*, quem patrio sermone edidit. Nullum mihi dubium est, quin, quantum sibi hoc ipso defuerit, abunde expertus fuerit, cum in divino opere Principiorum Philosophiæ naturalis mathematicorum inventa præclara methodo veterum Geometrarum proponere decrevisset. Quodsi enim quis more a nobis præscripto demonstrationes syntheticas resolvere didicerit, & genuinam earum formam animo comprehenderit; is facile animadvertet, quod eam non perviderit *Newtonus*, neque adeo distincte agnoverit, unde pendeat evidentia veritatis extra Matheſin, quemadmodum & *Carteſio* accidisse modo monuimus (§. 100). Idem videre licet in eximio opere Phoronomiæ *Jac. Hermanni*, qui, cum omnem ætatem in calculis algebraicis consumsisset, methodo veterum recentiora in Mechanica & Hydraulica agnatisque disciplinis inventa demonstrare volebat. Quam parum enim sibi & lectoribus suis consulerit, quod methodo, cujus vim ac potestatem minime comprehendebat, ea proponere vo-

luerit, quæ per calculos algebraicos assecutus fuerat, & cum laude ad utilitatem discentium proponere poterat, acutiores vident.

§. 102. Firmum itaque ratumque manet, qui intellectus perficiendi gratia ad Matheſin accedit, ei demonſtrationes *Euclideas* omni cura ac ſollicitudine expendendas eſſe: quæ qualis eſſe debeat, noſtra demonſtrationum analyſis & earundem ſymbolica repræſentatio clariſſime docet (§. 38. & ſeqq.). In his igitur induſtriam ſuam ingeniique vires exerceat, qui extra Matheſin evidentiam in veritatis cognitione conſequi voluerit. Proprio experimento edocti ſumus, non dari aliam ad evidentiam in philoſophia & Facultatibus, quæ dicuntur, ſuperioribus viam: quam ſi calcare nolueris, tanto pronior erit in Scepticismum prolapſus, quanto fueris acutior, & facillimum erit nubem pro Junone amplecti, nec abortus imaginationis a genuinis intellectus fœtibus diſtinguere dabitur. Quodſi præſcripto a nobis more in Matheſi verſari volueris, ceſſabunt querelæ de imbecillitate intellectus humani, quales movit *Huetius*, non profuturæ niſi ut ſternant ad ſcepticismum viam non ſine detrimento religionis tam revelatæ, quam naturalis. Scepticismum hodie ubivis terrarum invaleſcentem everſuri methodo iſta philoſophari cœpimus, qua *Euclides* in ſuis Elementis olim uſus. Cumque in philoſophia notiones confuſæ reſolvendæ ſint in diſtinctas, quas ſine detrimento veritatis fert Matheſis; ipſas etiam demonſtrationes geometricas ad eam formam reduximus, quam extra eandem habere debent, ne quid deſit evidentiæ, ut adeo ſuperflua exiſtimanda non ſint, quæ finis tam præclari gratia fiunt. Nec puerilia cenſenda ſunt, quorum neglectus ſe vindicat in viris ſummis. Abſit itaque ut eorum autoritate ad eundem defendendum abutaris.

§. 103. Modus, quo definitiones ac propoſitiones expendere docuimus omnem facultatum uſum legitimum in veritate cognoſcenda pollicetur ipſo opere conſequendum. Quodſi vero ad repræſentationem ſymbolicam animum advertere & regulas generales inde abſtrahere volueris, verioris Logicæ præcepta conſequeris, quæ in Logica noſtra demonſtravimus. Atque adeo reipſa experieris, Logicam artificialem tum demum eſſe genuinam, ubi praxi veterum Geometrarum, conformis, quemadmodum in Prolegomenis Logicæ oſtendimus (§. 26. *Log.*). Qui ſic præparatus ad Logicæ ſtu-

dium

dium accedit, non modo omnia, quæ hic docemus, penitus intelliget; verum etiam regulas ibidem traditas absque ulla hæsitatione dextre applicabit, ut nec in iis applicandis sibimet ipsi imponat, quemadmodum haud raro contingit, nec de difficultate applicandi queratur. Ubi studium Matheseos præscripto a nobis more instituerit, in studio Logicæ, quod spinosum alias ac tædii plenum videtur, non sine voluptate versabitur, nec Logicam soli scholæ addisci in seipso experietur. Etenim ideas, quæ regulis logicis lucem affundunt, tot exemplis confirmatas recta Mathematum tractatione adeo familiares possidet, ut, quoties iisdem opus est, sua veluti sponte sese sistant animo præsentes, ipsaque mathematum tractatio in continua regularum istarum applicatione cum consistat, quin continuo hoc exercitio eas applicandi habitum sit consecutus, dubitari nequit. Voluptate perfunditur animus, dum veritatis plenarie convincitur. Quamobrem cum veritatis eorum, quæ in Logica docentur, convincatur, qui Matheseos studio nostro more præparatus ad studium Logicæ accedit, quin continua in eodem fruatur voluptate dubitandum non est. Docet Logica usum facultatum cognoscendi in veritate cognoscenda & applicanda. Quoniam itaque usum istum facere potest, qui nostro more in Matheſi fuit versatus, usus autem idem requiritur in singulis omnino actionibus recte determinandis, prouti abunde constabit, si quis attenta mente Tomum posteriorem Philosophiæ practicæ universalis perlustrare voluerit; utilitatem Logicæ per omnem vitam experietur, qui regulas ejus penitus intelligit & dextræ applicare didicit.

§. 104. Quoniam ea demum Logica censetur genuina, quæ praxi veterum Geometrarum conformis (§. 26. *Log.*), utrum vero huic conformis sit, nec ne, dijudicare valet, qui in Matheſi præscripto a nobis modo fuit versatus (§. 103.); nostra Matheseos quoque tractatio hunc pollicetur fructum, ut Logicam genuinam a spuriis discernamus, quales nostra ætate eduntur haud paucæ, & quæ naturali facultatum animæ usui e diametro adversantur, ita ut studium Logicæ non amplius faciat ad dirigendum facultatem cognoscitivam in cognoscenda veritate, sed intellectum potius corrumpat, ut a solida cognitione veritatis proscribaris. Neque verendum est, ne autoritas Mathematici, Logicæ non unius scriptoris, ipsi imponat: satis

tis enim intelligit, vulgari Mathemata discendi more (§. 64.) non patefieri regulas logicas, quas nostra resolutio & analytica expressio in apricum producit. Non igitur sufficit Logicam scribi ab eo, qui Mathematicus audit, vel Geometriæ quædam elementa methodo minus accurata compilavit; sed necesse est, ut, qui Logicam scribit, in expendendis definitionibus ac propositionibus earumque demonstrationibus eum faciat facultatum usum, quem regulæ Logicæ urgent, & ut hasce ipsas regulas praxi huic conformes tradat. Vidimus paulo ante (§ 101.) deficere hic acumen Mathematicorum summorum, ut adeo mirum videri non debeat, si acumen illorum desideretur, qui in illorum numerum referri nequeunt.

§. 105. Quoniam ad studium logicum accedere non debet, nisi qui in studio Matheseos secundum morem nostrum versatus est; ideo in Logica exempla mathematica dedimus, quippe quæ satis cognita atque perspecta supponimus, nisi ubi exempla vulgaria satisfaciunt. Accedit, quod nonnulla in Logica tradantur, quæ aliis, quam mathematicis exemplis, non eadem perspicuitate illustrantur. Bene sibi consulunt, qui saltem Arithmeticæ ac Geometriæ elementa præscripto a nobis modo perlustrant, antequam ad Logicam animum appellunt. Reipsa experientur, quod ex studio logico omnem percepturi sint fructum, qui ab eo sperari potest. Quodsi vero neglecta Matheſi ad Logicam properant, multa in iis non penitus intelligent, etsi omnia rite percepisse videantur, nec absoluto studio logico in potestate sua positum deprehendent, ut regulis Logicæ satisfaciant, hoc est, eum faciant facultatum usum, quam Logica præscribit.

§. 106. Maxima intellectus perfectio est ars inveniendi, qua ex iis, quæ cognovimus, alia nobis incognita ratiocinando colligimus. Qui eo usque in perficiendo intellectu progredi voluerint, illi tenenda sunt, quæ de tertio cognitionis gradu acquirendo inculcavimus (§. 66. *& seqq.*). Quodsi enim vel sola Elementa Arithmeticæ ac Geometriæ eo modo pertractaveris, qui ibidem præscribitur; non modo constabit, quomodo in veritate invenienda sit procedendum, verum etiam habitum quendam tibi comparabis ex cognitis alia incognita colligendi, consequenter aliquid saltem hujus artis acquires. Quemadmodum vero intellectus continuo magis magisque perficitur quoad promptum usum in veri-

veritate cognoscenda, si simili modo philosophiam nostram pertractare volueris, quo in acquirendo gradu secundo cognitionis mathematicæ utendum esse docuimus; ita quoque quoad artem inveniendi eundem ulterius perficies, si in philosophia facias, quæ tertii cognitionis gradus acquirendi gratia fieri debere præcepimus. Quodsi cui hoc nimis molestum videtur; is sciat velim, quæ ardua sunt, ea non facili opera acquiri. Qui vult finem, media velit necesse est, quæ ad eundem ducunt.

§. 107. Satis itaque docuimus, quomodo instituendum sit studium Matheseos, ut intellectus, quantum datur, perficiatur. Unicum adhuc supereſt, de quo nonnulla mihi dicenda sunt, antequam ad alia progrediar. Sunt qui sibi aliisque persuadere conantur, quasi methodus mathematica philosophiæ minus conveniat, multo autem adhuc minus in Theologia, Jurisprudentia & Medicina eidem locus sit. Equidem hoc dubium jam sustulimus in Discursu præliminari, quem Logicæ præmisimus, de Philosophia in genere, ubi (§. 139.) identitatem methodi philosophicæ ac mathematicæ demonstravimus, & in Horis nostris subsecivis ostendimus, quod & quomodo methodus mathematica adhiberi possit in Jurisprudentia & scriptura sacra interpretanda; ex nostra tamen definitionum & demonstrationum propositionum analysi singulari ratione idem elucet. Etenim per hanc manifestum est, omnem methodum mathematicam, qua usus est *Euclides*, huc tandem redire, ut operationum intellectus legitimum faciamus usum in veritate cognoscenda, qui ad evidentiam acquiritur, qua veritas indubitato agnoscitur. Hinc manifestum est, non alias homini esse facultates, quibus in cognoscendis mathematis utitur, quam quibus opus habet ad cognoscendam veritatem quamcunque aliam, nec alium esse facultatum earundem usum in Mathesi addiscenda, vel etiam in veritatibus mathematicis inveniendis, quam qui requiritur ad certam cognitionem veritatis cujuscunque alterius, sive ab aliis inventa fuerit, sive demum nostra opera detegenda. Mathesis adeo exemplis docet, quomodo rectus facultatum cognoscendi usus fieri debeat, si ad liquidam veritatis cognitionem pervenire decreveris: id quod regulis docet Logica, quæ ideo ab exemplis mathematicis abstrahi possunt (§. 103.), ita ut earundem cum praxi Mathematico-

rum conformitas sit lapis Lydius genuinæ Logicæ (§. 26. Log). Quotquot igitur in ea sunt opinione, quasi Matheseos propriam sibi habeat methodum, quæ extra eam nullius sit usus, aut methodi mathematicæ vim ac potestatem, aut genuinum facultatum cognoscendi ad certam veritatis cognitionem consequendam usum, aut utrumque ignorant. Hinc etiam videas, objectionem moveri ab iis, qui vel sunt in omni Mathesi hospites ac peregrini, vel legitimi usus facultatum cognoscendi prorsus ignari.

§. 108. Denique nostra Mathematum tractatio manifesto loquitur, eum, qui in Mathesi addiscenda præscriptum a nobis morem observat, sequi modum cogitandi maxime naturalem. Primus hoc animadverti, cum ad demonstrationum analysin præscripto a nobis modo factam animum attenderem, & publice hoc monui in Lexico mathematico, idemque postea uberius docui in Psychologia. Naturalis cogitandi modus est, qui leges animæ exacte sequitur. Quis igitur adeo vesanus est, ut sibi persuadeat, usum facultatum aliis legibus accommodandum esse in Philosophia, Theologia, Jurisprudentia, Medicina, quam quas fert natura animæ?

§. 109. Etsi autem Matheseos universa faciat ad intellectum perficiendum, si eo, quem præscripsimus, modo tractetur, ut adeo optime sibi consulat, qui Elementa nostra omnia eodem studio perlustrat; quoniam tamen non omnibus tantum suppetit temporis spatium, quantum huic labori sufficit, unusquisque eo usque progredi poterit, quantum conceditur. Arithmeticæ autem & Geometriæ pertractatio prorsus indispensabilis est, quæ ideo præmittenda, antequam ad Logicam animum appellis, & hinc ad reliquam philosophiam te conferas. Immo si cui volupe fuerit integra Matheseos nostræ Elementa perlustrare, ei tamen non suaserim, ut de philosophia omnem cogitationem abjiciat, donec studium Matheseos omne fuerit absolutum; sed potius autor sum, ut Arithmetica & Geometria absoluta statim Logicæ operam suam addicet, & in Mathesi juxta Philosophiam pergat. Ita enim futurum certus sum, ut studium Matheseos ac Philosophiæ sibi mutuo lucem affundant.

§. 110. Supponimus autem Philosophiam eadem methodo esse conscriptam, qua in Elementis Matheseos utimur. Quamobrem cum id

ante

ante nos fecerit nemo, nec alia ipſi ſcripta philoſophica commendare valemus, niſi opera noſtra philoſophica Latino inprimis idiomate conſcripta. Quodſi prolixitatem obtendas, nulla ſane ratio eſt, cur ea te deterreat. Etenim ſi non ante ulterius progredi volueris, quam ſingula rite intellexeris, ac veritatis eorum convictus fueris, multo minore temporis ſpatio ſcripta noſtra utiliter perlegere potueris, quam breve quoddam compendium communi more conſcriptum, modo in pertractanda Arithmetica & Geometria induſtriam tuam deſiderari paſſus non fueris. Immo valde vereor, ne ſi præſcripto a nobis more in Arithmetica & Geometria fueris verſatus, lectio aliorum ſcriptorum philoſophicorum, quam noſtrorum te efficiat ſtudii philoſophici deſertorem, aut in ſcepticismum deducat. Abſit, ut quis exiſtimet hæc arroganter a nobis dicta eſſe, nimia in nos fiducia, in contemtum aliorum! Veritati enim unice litamus, non loquentes niſi experta, quæ ratio defendit. Ab aliorum contemtu procul remoti aliena merita ſuſpicimus & extollimus, neminem in ſcriptis noſtris nominatim perſtringimus, iis etiam parcimus, qui in laceſſenda fama noſtra quidvis ſibi licere arbitrantur, probe memores eam non dependere a laudibus aliorum, ſed a factis propriis, omni animi contentione omnique induſtria ac diligentia in id enitentes, ut calumnias factis contrariis refellamus. Alienum a nobis eſſe exiſtimamus, ut doctrinis, quas profitemur, facta ſint contraria. Nemo igitur nobis vitio vertet, ſi aliorum utilitati velificaturi ea dicimus, quæ veritas imperat, citra injuriam alterius. Minus toleranda potius ambitio eſt, ſi quis non ſine detrimento aliorum veritatem reticeri vult, ut videatur qui non eſt. Ceterum ſi quis conſilio noſtro aurem benignam dare voluerit, re ipſa experietur vera omnino eſſe, quæ dicimus.

CAPVT III.
DE
STVDIO ARITHMETICAE, GEOMETRIAE ET TRIGONOMETRIAE PLANAE IN SPECIE.

§. 111.

Arithmeticæ, Geometriæ & Trigonometriæ planæ noſtra Elementa ita conſcripſimus, ut ſatisfaciant omnibus, quocunque fine ad Arithmeticam & Geometriam addiſcendam appellunt. Ea enim ita digeſſimus, ut nullo negotio prætermittantur, quæ ſalvo fine, quem quis ſibi præfixum habet, ignorare poteſt, & ea iisdem inſeruimus, quæ niſi eo excidere voluerit, ignorare nequit.

§. 112. Qui Arithmeticam addiſcit, vel ſoli praxi ſtudet, theoriam non curat, vel hujus etiam rationem habet. Qui ſoli praxi operam navat, is vel ſolum ejus uſum in vita communi, vel uſum etiam in Geometria practica aliisque Matheſeos mixtæ partibus intendit. Idem præterea vel in nuda praxi acquieſcere vult, vel veritatem quoque praxeos perſpicere avet. Cui theoria curæ cordique eſt, is eandem vel propter uſum in ceteris Matheſeos partibus, vel propter uſum in perficiendo intellectu appetit. Videamus igitur, quomodo Elementa noſtra Arithmeticæ pro multiplici hoc diſcentium ſcopo ſatisfaciant.

§. 113. Qui ſoli praxi operam navant & quidem in uſum vitæ communis; iis ſatisfaciunt problemata de Algorithmo in numeris integris & fractis, quæ capite ſecundo & quarto continentur una cum problemate 33, quod capite ſexto legitur, de numero tertio vel quarto proportionali inveniendo, una cum ſcholiis, in quibus idem problema ad varios caſus in vita communi obvios applicatur. Qui vero uſum etiam in Geometria practica aliisque Matheſeos mixtæ partibus intendunt, illi ſuperaddere debent problemata de extractione quadratæ ac cubicæ radicis, quæ capite quinto leguntur, problemata de logarithmis, fractionibus decimalibus & fractionibus ſexageſimalibus, quæ capite octavo, nono & decimo extant.

tant. Fractiones sexagesimales omittere possunt, qui calculi astronomici nullam habent rationem. Immo eodem carere possunt, qui ultra ea non progrediuntur, quæ in nostris Astronomiæ & Chronologiæ Elementis traduntur.

§. 114. Problemata a definitionibus & theorematis satis aperte distinguuntur, suoque nomine insignita numerantur, ut adeo nullo labore opus sit ad ea evolvenda & agnoscenda. Ut adeo usus quidam hinc eluceſcat, cur in Matheſi veritates ſingulæ ſuis nominibus compellentur ac numerentur, etiamſi in citationibus ad paragraphum provocemus, in quo principium iſtud continetur, quo in demonſtrando utimur.

§. 115. Quoniam in propoſitione itemque in reſolutione occurrere ſolent termini, quibus nondum intellectis nec propoſitio, nec reſolutio intelligi poteſt; igitur neceſſe eſt, ut iſtorum terminorum definitiones ante expendat, quam ad problema accedat, qui praxin in eodem traditam diſcere ſtudet. Ita ex. gr. problema ſecundum (§. 96. *Arith.*) docet numeros quotcunque datos addere. Supponitur adeo definitio additionis, quæ traditur in anterioribus (§. 61. *Arithm.*). Quia vero nec definitiones intelliguntur, niſi intellectis terminis, qui eas ingrediuntur; ſi qui termini per notiones claras, ſed confuſas communes non ſatis perſpicui ſunt, ad definitiones eorum, quas in antecedentibus damus, recurrendum. Ita in definitione additionis mentio fit numerorum homogeneorum. Quinam numeri ſint homogenei, ex communi ſermone notum non eſt. Quamobrem neceſſe eſt, ut ad definitionem numerorum inter ſe homogeneorum recurras, quam in anterioribus exhibemus (§. 35. *Arithm.*). Quomodo autem hæ definitiones ſint expendendæ, patet ex iis, quæ de primo cognitionis gradu acquirendo quoad definitiones præcepimus.

§. 116. Problematum reſolutiones ſtatim applicandæ ſunt ad exempla, quemadmodum in ipſo textu a nobis factum. Nimirum regulæ, quibus præcipiuntur, quæ fieri debent, ſuis numeris diſtinguuntur, ut ſingulis ſtatim ſatisfieri poſſit. Collocantur eo ordine, quo ſingula fieri debent, ut lecta regula una ſtatim fiat, quod eadem præcipitur. Nihil adeo applicatio ad exempla habet difficultatis, ita ut totam Arithmeticam practicam proprio Marte addiſcere poſſis, niſi fueris valde impatiens, aut, ſi duce alterius unam operationem

nem arithmeticam didiciſti, ceteras deinde absque ullo duce tibi familiares reddere queas.

§. 117. Si quis veritatem reſolutionis problematum perſpicere voluerit, neceſſe eſt demonſtrationes addat. Citationes in iisdem adductæ oſtendunt principia, quibus opus habet. Neque opus eſt, ut theoremata, quæ capite primo proponuntur, demonſtret; ſed ſufficit ea ſumi tanquam per notiones communes nota absque demonſtrationibus. Similiter ſufficit, ut ex capite 3 nonniſi definitionem rationis, nominis rationis, rationum identitatis & proportionis in genere, ejusque ſpecierum proportionis continuæ atque diſcretæ (§. 126. 136. 149. 155. 156.) ſibi cognitam ac perſpectam reddat una cum theoremate 20 & 21, quorum demonſtrationes omittere poteſt, in illuſtratione per exempla facta acquieſcens. Problema 36. de modo inveniendi logarithmum prætermittere poteſt, immo totam de Logarithmis doctrinam tamdiu differre, donec abſoluta Geometria ad Trigonometriam accedere voluerit.

§. 118. Quodſi vero theoriam expetit, ſive propter uſum in ceteris Matheſeos partibus, ſive intellectus perficiendi gratia, tota omnino elementa pertractanda ſunt eo modo, quem in capite primo pro acquirendo gradu cognitionis ſecundo præſcripſimus, ut adeo nihil ſuperſit, quod hic veniat addendum.

§. 119. Quamvis oſtenderimus, quid faciendum ſit, ſi quis nudæ praxi operam navat, nulla prorſus habita ratione theoriæ, hujus tamen neglectum nemini ſuademus, quin potius conſultum ducimus, ut Arithmetica etiam practica in uſum vitæ communis non ſine demonſtrationibus addiſcatur. Ut enim alios taceam uſus, non modo tota Arithmetica practica facilius addiſcitur, verum etiam memoriæ multo firmius infigitur non ſine temporis compendio, & ubi quorundam oblitus eſt, absque multa difficultate in memoriam revocantur: id quod inprimis uſui eſt, ubi arithmeticis operationibus non quotidie habueris opus.

§. 120. Ceterum hinc liquet, quod absque ullo negotio ex Elementis noſtris Arithmeticæ exſcribi poſſit Compendium Arithmeticæ practicæ in uſum illorum, qui ſolam Arithmeticam practicam propter uſum in vita communi expetunt levi ſumtu ab iis comparandum, qui eodem opus habent. Quodſi plura deſiderentur exempla, ea cumulare difficile non eſt. Etenim non alia re opus eſt, quam ut in locum numerorum,

rum, quos exemplum sistit, substituantur quicunque alii. Quodsi demonstrationes non negligantur, quemadmodum ne id fiat modo suasimus (§. 119.); paucis exemplis obtinetur, quod non sine multis consequi datur, ubi theoriam omnem abjicere volueris.

§. 121. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, ii memores esse debent ejus, quod in scholio definitionis primæ (§. 2. *Arithm.*) monuimus, scilicet quod ab Arithmetica practica tanquam methodo inveniendi speciali regulæ inveniendi generales abstrahere liceat. Cumque in scholio generali ad Algorithmum numerorum integrorum (§. 125. *Arithm.*) istiusmodi regulas abstraxerimus, ut exemplo quodam præiremus, & in genesi numerorum quadratorum & cubicorum (§. 262. 266. 277. 280. *Arithm.*), nec non in theoria numerorum æquidifferentium (§. 327. 329. *Arithm.*) artificia quædam analytica docuerimus; ad hæc inprimis animum advertere debent, qui non modo in Arithmeticis, artem inveniendi, sed eam etiam generalem curæ cordique habent. Si prolixioribus esse liceret, addi poterant multa specialia, de quibus alibi commodius dicetur, ubi nimirum Artem inveniendi ea methodo tradituri sumus, qua huc usque Logicam & Methaphysicam universam una cum Philosophia practica universali tradidimus. Ita ex. gr. quæ (§. 142. & *seqq. Arithm.*) de generibus & speciebus rationum rationalium docentur, insinuant modum ex dato genere inveniendi genera inferiora eorundemque species: quo etiam Dignitatum Quantitatum divisio facit (§. 252 *Arithm.*). Huc etiam pertinent fictiones, quarum exemplum habemus in fractionibus spuriis (§. 221. 222. *Arithm.*).

§. 122. Qui Geometriæ studio sese dedunt, similiter aut soli praxi student, theoriæ nullam prorsus rationem habentes, veluti agrimensores & architecti militares, aut in praxi nuda acquiescere nolunt, sed ejus demonstrationes expetunt. Qui vero theoriæ addiscendæ sese dedunt, aut usum in ceteris Matheseos partibus intendunt, aut hoc faciunt intellectus perficiendi causa.

§. 123. Quibus in nuda praxi acquiescere visum est, iis satisfaciunt definitiones & problemata, omissis demonstrationibus. Nullum est problema, quod usui esse non possit, adeoque prætermittendum sit: sed definitiones quædam omitti possunt, veluti figuræ in genere, lateris, tangentis, secantis, &c. Sufficit enim

didi-

didiciſſe definitiones angulorum & figurarum, atque lineæ perpendicularis & linearum parallelarum. Ceterorum notiones confuſæ ipſo uſu terminorum in caſu dato inſinuabuntur, quæ praxi ſoli intentis ſatisfaciunt.

§. 124. Quænam obſervanda ſint circa definitiones & problemata eorundemque reſolutiones, ex iis intelliguntur, quæ de acquirendo gradu primo cognitionis in anterioribus præcepimus (§. 5. *& ſeqq.*), niſi quod definitiones ſequentes non opus ſit reſolvi in antecedentes, quia ſufficit eas referri ad ſchemata oculis ſubjecta, cum non requiratur adæquata entium geometricorum notio, ſed vel in confuſa eorundem notione acquieſci poſſit.

§. 125. Praxis duplex eſt: alia, quæ exercetur in charta; alia, quæ in campo. Qui praxi unice ſe dat, eam exercere intendit. Non igitur ſufficit reſolutiones problematum intelligere; verum etiam requiritur, ut facias, quæ fieri jubentur. Ad praxin igitur in charta exercendam ad manus eſſe debet circinus, regula, inſtrumentum transportatorium, norma & parallelismus, una cum triangulo ex ligno ebenino & ſcala modica; ad eandem vero in campo exercendam baculi cum catena vel ſune cannabino in pedes & decempedas illorumque digitos legitime diviſo una cum inſtrumentis ceteris, quorum uſus explicatur.

§. 126. Juxta reſolutionem problematis uniuscujusque inſtituenda eſt operatio, ſive in charta, ſive in campo, ut videas, num ea facere poſſis, quæ jubentur. Quorum vero problematum reſolutiones arithmeticæ ſunt, adeoque calculo abſolvuntur; eæ tentandæ ſunt in exemplis non modo iis, quæ ipſimet in medium attulimus, verum etiam aliis, qualia comminiſci haud difficile, ubi in locum numerorum datorum ſurrogantur, alii pro arbitrio noſtro. Quemadmodum enim conſultum eſt, ut una eademque operatio ſive in charta, ſive in campo aliquoties repetatur, donec exacte facere poſſis, quod jubetur; ita etiam exempla cumulanda. Hoc nimirum non tantummodo facit, ut reſolutionem problematis uniuscujusque rite intelligas, eandemque memoriæ firmius infigas; ſed & ut habitum exacte faciendi, quod faciendum erat, acquiras. Qui enim praxin exercere vult, non modo intelligere debet, quid fieri debeat, ſed &, ut omni exactitudine id facere poſſit, requiritur. Habitus docendo communicari nequit, ſed crebro exercitio, ſeu idem

ſæpius

sæpius faciendo acquiritur. Qui adeo docet, officio suo satisfecit, si ea tradit, quæ, ut recte facias quod faciendum, nosse debes.

§. 127. Quoniam multa dantur problemata geometrica, quorum resolutiones per calculum expediuntur; geometria practica arithmeticam practicam supponit. Illam igitur si addiscere volueris, hanc ante addiscas necesse est.

§. 128. Ex nostris adeo Elementis Geometriæ absque ullo negotio Geometria practica extrahi poterat, ne verbo quidem immutato: cui quod utiliter addatur compendium Arithmeticæ practicæ ex Elementis Arithmeticæ exscribendum (§. 120), nemo est, qui non videt (§. 127.).

§. 129. Enimvero etsi praxis absque theoria commode addisci possit, & Elementa nostra ita conscripta sint, ut brevissima ad eandem via ducant absque ulla theoria; meo tamen, si quid valet, consilio omnes agrimensores & Architecti militares, & si qui alii praxin geometricam exercere voluerint, tantum theoriæ sibi acquirere deberent, quantum ad praxin demonstrandam sufficit. Quemadmodum enim theoria accurata praxin accuratam parit; ita etiam probe intellecta exercitium praxeos reddit exactum. Immo succurrunt subinde in praxi casus nonnulli, in quibus hæret ac facile aberrat, qui theoria instructus non est. Non opus esse videtur, ut hoc multis rationibus adstruatur; qui enim consilio nostro aurem benignam præbere voluerit, veritatem dicti reipsa experietur. Nemo non novit, si plures agrimensores aream ejusdem campi investigent; haud raro magnum esse dissensum in quantitate ejus definienda, certo iudicio, quod non eadem accuratione singuli fuerint usi, etsi omnem diligentiam adhibuisse sibi videantur. Diligentia oculata esse debet, quæ ab accuratione nulla in re deficit. Ut hæc oculata sit, theoriæ debetur.

§. 130. Equidem non diffitemur, theoriam adeo exactam non requiri in iis, qui Geometriam practicam exercent, qualem nos intellectus perficiendi gratia condidimus, unde & in Elementis nostris Germanicis ab ea abstinuimus eandemque in compendium contraximus: quodsi tamen visum fuerit omnem retinere theoriam, quam dedimus, ea multiplici utilitate sese commendabit etiam praxin exercentibus. Per eam enim obtinebis, ut nulla in re patiaris desiderari attentionem tuam & vel in minimis te præbeas circumspectum. Taceo, quod omnibus usui sit, si

facultatum cognoscendi legitimum usum facere queant, & ipsa obligatione naturali nemo negligere teneatur occasionem, qua eundem in potestatem suam redigere valet.

§. 131. Neque est quod excipias agrimensoribus & architectis militaribus aliisque praxin geometricam exercentibus non convenire theoriam, sed eam captum ipsorum transcendere, immo ipsos eandem naturali quadam aversione fastidire: hoc enim quam sit a veritate alienum, & experientia me docuit, & ratio convicit. Si qui theoriam contemnunt, non alia de causa hoc faciunt, quam quod eam non didicerint, nec ignoti ulla sit cupido, & quod eadem in praxi sua carere posse sibi videantur. Aliter vero sentirent, ubi mature theoria eorundem animis instillaretur. Quod vero eam capere nequeant, si rite eandem doceantur, adeo verum non est, ut experimento contrario refellatur. Ne difficultatem præter necessitatem faceſſas, doce ipsos primum praxin solam, sed ea methodo, ut distincte concipiant singula, quæ fieri debent, quemadmodum nos urgemus: ita enim futurum, ut notionibus distinctis adsueti, quid inter has atque confusas intersit facile internoscant. Adde demonstrationes, quas diximus, mechanicas, ut veritatem eorum, quæ docentur, experiantur: quam ubi percepisse sibi videntur, eosdem mone experimenta hæc loqui nonnisi veritatem in casu singulari, nec reiterata eandem prodere in universali. Neque difficile est convincere quemvis a posteriori, quod a particulari ad universale non valeat argumentatio, cum ubivis prostent exempla, quibus idem doceri potest. Cum hoc modo excitaveris cupidinem sciendi, quod scire delectet; commodum jam erit ad theoriam progredi. Et ubi quis in cognitionis gradu primo acquirendo nostro more versatus fuerit, ad secundum consequendum præparatus accedit, in quo si denuo morem a nobis præscriptum sequaris, absque ulla molestia in theoria addiscenda progredi dabitur.

§. 132. Qui theoriæ operam navant, propter usum in disciplinis ceteris mathematicis; illi non modo omnes propositiones sibi familiares reddere, verum etiam habitum demonstrandi comparare tenentur. Quamobrem universa Elementa Geometriæ eo modo pertractare debent, quem acquirendi secundi & tertii cognitionis gradus causa capite primo præscripsimus, & definitiones ac propositiones pure enunciatas

tas memoriæ firmiter infigere tenentur: quo plurimum confert accurata demonstrationum analysis, in quibus definitiones & propositiones pure enunciatæ tanquam principia adhibentur. Hoc enim pacto demonstrationum sequentium evolutio repetitionis vicem sustinet, qua definitiones ac propositiones pure enunciatæ memoriæ mandantur & discenti familiares evadunt, quales supponuntur ad ceteras Matheseos partes absque difficultate pertractandas.

§. 133. Quod problemata attinet, quæ praxin continent, notandum est, praxin in charta exercendam usui esse in ceteris Matheseos partibus; quæ vero exercetur in campo, ea nullum habere in reliquis usum, nisi in Architectura militari & in Astronomia atque Geographia nonnulla ex iis cognita atque perspecta supponi. Praxis accurata in charta magis ornat Mathematicum, quam necessaria est, si in sola theoria acquiescere voluerit. Neque is multo instrumentorum apparatu indiget; sed sufficit regula cum circino & graphio, cujus tamen vicem supplet penna ex corvorum alis evulsa (§. 123 *Geom.*). Problemata, quæ praxin in campo docent, non tamen prorsus negligenda. Eorum enim theoretica cognitio discentem præparat ad ceteras Matheseos partes facilius addiscendas. Necesse igitur est, ut resolutionem distincte concipiat & demonstrationem nostro more resolvat ac analytice exprimat, omni cura ac sollicitudine animi observans, quæ de iis secundi cognitionis gradus acquirendi gratia præcepimus, qui theoreticam Matheseos universæ cognitionem curæ cordique habet.

§. 134. Eadem tenenda sunt, si quis intellectus perficiendi gratia Geometriæ studet, sive tantummodo ad secundum cognitionis gradum, sive simul ad tertium extra Matheſin adspiret. Utilitatem percipiet, qui in Philosophia morali & civili accurata diligentia versari eandemque ad usum vitæ transferre & theoriam physicam ad artes perficiendas applicare voluerit.

§. 135. Qui a Geometria & Trigonometria ad Algebram progredi voluerit, is cognitionis gradum tertium in Matheſi intendit. Quamobrem ea ipsi observanda sunt, quæ de tertio cognitionis gradu acquirendo inculcavimus capite primo. Inprimis autem animum attendere debet ad præparationem, quæ demonstratione præmittitur, cum ea opus quoque habeat in resolutione problematum geometricorum in Algebra & in solutionibus

præsertim algebraicis problematum in ceteris Matheseos partibus.

§. 136. Elementa Arithmeticæ & Geometriæ per Mathesin universam & in omni cognitione mathematica, quam philosophicæ contra distinguimus (§. 14. *Disc. prælim.*), apprime necessaria sunt, ita ut eorum notitia nemo carere possit, qui in ceteris Matheseos partibus ad cognitionis gradum secundum atque tertium adspirat. Quo majore igitur studio ac industria in illis fuerit versatus, eo felicius in reliqua Mathesi progredietur. Id etiam obtinebit, quod hodie in plerisque Mathematicis & in seipso desideravit Vir summus *Newtonus* (§. 101.), ut methodum Geometrarum veterum cum algebraica recentiorum conjungat & utriusque compos reddatur: cujus insignem experietur usum, si ad summa quævis in Mathesi contendat & exemplo *Newtoni* naturam mathematice tractare voluerit, inprimis si quando volupe fuerit mathematicam rerum naturalium cognitionem in systema redigere, quantum fert ætas nostra, præsertim ubi ante officio suo satisfecerint Philosophi.

§. 137. Trigonometria plana non minus, quam Sphærica primum in usum Astronomiæ fuit inventa. Quamobrem indispensabilis usus est in Astronomia, adeoque eam negligere nequit, qui nobilissimæ huic scientiæ operam dare decrevit. Postea quoque ad praxin geometricam in campo fuit applicata, quemadmodum capite ultimo Trigonometriæ planæ ostendimus. Quamobrem eidem quoque studere tenentur, qui praxin geometricam in campo exercere voluerint. Applicata eadem fuit ad varia problemata in Geographia, Hydrographia, Gnomonica, Mechanica, Architectura militari & Opticis disciplinis: ut adeo commendanda veniat ad hasce quoque Matheseos partes animum appellentibus. Multo igitur illustrior est ejus usus, quam qui olim fuerat.

§. 138. Qui in sola praxi acquiescunt, iis satisfaciunt perpauca ista problemata, quæ capite secundo continentur, addituri ea, quæ continentur tertio, ubi Geometriam practicam curæ cordique habent. Hoc unicum notandum est, quod usum Canonis sinuum & tangentium una cum Canone Logarithmorum tam sinuum atque tangentium sibi familiarem reddere teneantur, qui in usum praxeos Trigonometriam planam addiscunt, additis problematis, quibus in Arithmetica usus Logarithmorum docetur (§ 349. *& seqq. Arithm.*)

Arithm.), una cum definitione Logarithmorum & theorematis eorum naturam explicantibus (§. 334. & *seqq. Arithm.*); sed absque demonstratione.

§. 139. Exempla, quibus calculum trigonometricum illustravimus, adeo distincte repræsentavimus, ut ideam exemplarem resolutionis problematum animo insinuent, & resolutionis vicem tueri possint. Quamobrem ii, quos sola praxis juvat, eandem sibi familiarem reddere tenentur: id quod uno alteroque exemplo facile obtinetur. Exempla autem complura facile comminiscitur, qui numeris in exemplo proposito datis substituit pro arbitrio alios. Inprimis etiam suademus omnibus, quotquot praxin geometricam in campo exercere voluerint, ut exempla proprio Marte addant problematis, quæ hunc in usum traduntur capite tertio. Reperiuntur autem ad imitationem eorum, quæ dedimus capite secundo. Nimirum non alia re opus est, quam ut data numeris exprimantur: id quod nihil difficultatis habet, præsertim cum in expendendis problematis data a quæsitis semper veniant distinguenda (§. 26.). Quodsi hoc feceris, calculus erit idem, qui in problematis citatis: quæ etiam ratio est, cur eundem in textu non apposuerimus, ne præter necessitatem essemus prolixiores.

§. 140. Qui praxin oculatam desiderant, vel theoriæ tantummodo rationem habent; illos demonstrationes superaddere & in Trigonometria eodem modo versari debere, quem pro secundo & primo cognitionis gradu acquirendo supra præscripsimus, me vel tacente intelligitur. Nihil adeo præmittere tenentur, quæ in Elementis nostris continentur. Et quamvis Canon sinuum atque tangentium cum naturalis, tum artificialis jam fuerit constructus, ut nullus amplius problematum, quæ in capite primo in hunc finem traduntur, videatur usus; ea tamen negligenda non sunt, ut appareat, quomodo Canones isti construi potuerint & quomodo ex theoria praxis, ad quam tendit, deducatur.

§. 141. Inprimis hoc proderit iis, qui ad cognitionis gradum tertium adspirant. Ex hisce enim perspiciunt, quomodo ex cognitis alia incognita ratiocinando colligantur, & quomodo haud raro praxes prorsus inexpectatæ eædemque longe utilissimæ ex theoriis deriventur, quarum tantam prævidere non licebat utilitatem. Sane non alia de

causa, postquam Canon sinuum & tangentium jam fuit constructus, Mathematici tamen recentiores alios eosdem construendi excogitarunt modos, quam quibus usi sunt illorum conditores. Non alia de causa, postquam docuimus Canonis sinuum atque tangentium constructionem, adjecimus scholion (§. 27. *Trigon.*), in quo monemus, eundem adhuc multis aliis modis construi posse laudavimusque *Ursinum*, qui nonnulla præclara dedit, & in Algebra, ubi de serierum doctrina agitur, ostendimus, quomodo pro sinibus & tangentibus, nec non pro logarithmis reperiantur series infinitæ, ex quibus per approximationem deducuntur numeri, qui satisfaciunt.

§. 142. Trigonometria non modo pars quædam Artis inveniendi specialis est, cujus usus in aliis Matheseos partibus elucet (§. 137.); sed tota etiam ita digesta, ut appareat, quomodo singula fuerint inventa, modo observare volueris, quæ de acquirendo cognitionis gradu tertio præcepimus capite primo. Ab ea igitur regulas generales artis inveniendi non modo abstrahere licet, verum si præscripto a nobis modo, ad quem hic provocamus, pertractetur, ad ipsam quoque artem inveniendi acquirendam aliquid conferet. Quamobrem studium trigonometricum rite instituendum tam iis, qui ad tertium cognitionis gradum in Matheſi adspirant, quam illis, qui artem inveniendi in genere acquirere volunt, commendandum.

CAPVT IV.

DE STVDIO ALGEBRAE, SEV ANALYSEOS MATHEMATICAE IN SPECIE.

§. 143.

Analysis mathematica est ipsa ars inveniendi, qua hodie utuntur Mathematici in veritatibus mathematicis investigandis. Huic adeo operam dare debent, quotquot ad cognitionis gradum tertium in Matheſi adspirant. Etsi enim demon-

monſtrationum more noſtro facta reſolutio etiam analytica ſit, ut eodem modo ex hypotheſi data inveniri poſſit, quo demonſtrandum, quod demonſtratur; non tamen iis detegendis ſufficit, ad quæ Analyſis recentiorum ducit, tota vulgo Algebræ nomine appellari ſolita. Etenim per Algebram paucis cognitis invenire licet, quæ, ſi more veterum detegenda eſſent, longam rerum inventarum ſeriem ſupponerent. Quid quod facili labore eruantur, quæ Herculeo inveſtiganda eſſent. Hæc ſane ratio eſt, cur inventa Mathematicorum recentiorum longiſſimo intervallo poſt ſe relinquant inventa veterum & quod uno ſeculo plura fuerint detecta, quam tot ſeculis inveniri potuerint, quibus Matheſis antea fuit exculta. Sane ſi *Archimedes* & *Apollonius* noſtro ævo reviviſcerent, in ſtuporem raperentur, viſis inventis recentiorum, quæ per Algebram fuerunt in apricum producta: neque enim unquam ſibi perſuaſiſſent, patere ad talia mortalibus aditum.

§. 144. Non tamen omnia per calculos algebraicos erui poſſunt, quæ ad Geometriam ſpectant. Patet id ex ipſa Geometria elementari. Etenim quæ ibidem de lineis perpendicularibus, de parallelismo linearum, de angulis, de congruentia & ſimilitudine triangulorum aliisque nonnullis demonſtrantur, per Algebram inveſtigari nequeunt. Pendent enim hæc a ſitu linearum, quem ad ſe invicem habent. Calculus vero algebraicus eſt calculus magnitudinum, non ſitus. Unde *Leibnitius* in Analyſi recentiori adhuc deſiderari monuit calculum ſitus, a calculo magnitudinum prorſus diverſum, quem tamen nec ipſe dedit, nec dedit adhuc alius, ſed in deſideratis numeramus.

§. 145. Similiter analyſin veterum, qualem loquitur noſtra demonſtrationum analyſis, non eam eſſe, qua Algebra inventa carere poſſimus, haud difficulter oſtenditur. Etenim antequam problemata geometrica, vel alia in Matheſi mixta ad Geometriam puram reducta per Algebram ſolvuntur, reducendæ ſunt ad æquationes. Hæc vero reductio non modo ſupponit præparationem methodo veterum inveniendam, verum etiam ipſamet per eandem methodum eruenda. Accedit ſubinde occurrere problemata etiam in altioribus, quæ methodo veterum multo brevius & elegantius ſolvuntur, quam per calculum algebraicum, qui haud raro admodum perplexus & nimis ongus eſt. Accedit, quod

abs-

absque omni theoria calculo algebraico minime sit locus. Hinc qui problemata physico-mathematica, vel etiam mechanico-physica solvunt, quædam tanquam cognita sumere tenentur. Contingit autem haud raro, ut sumant nondum satis explorata, vel si ea demonstrare voluerint, quæ certa sunt & methodo veterum rigide demonstrari poterant in dubitationem adducant, ut adeo, quæ per calculum ex assumtis eruuntur, vel incertitudini obnoxia fiant, vel suspecta reddantur acutioribus, rigori veterum adsuetis. Immo nullum est dubium, quin plura irrepserint a veritate aliena, ita ut inventa recentiorum Mathematicorum revisione quadam indigerent & haud pauca firmiori fundamento superstrui mererentur. Nec alia ratio est, cur inter recentiores Mathematicos agitentur controversiæ, quales veteribus erant ignotæ. Optime igitur sibi consulunt, qui methodum veterum cum algebraica recentiorum conjungunt. Et merito dolemus cum *Newtono* (§. 101.), quod illa neglecta cito nimis pede ad hanc hodie properent, qui inter Mathematicos eminere volunt.

§. 146. In Analysi nostra primo loco occurrit Arithmetica speciosa, quam etiam literalem appellare solent. Primo loco agitur de signis tam primitivis, quam derivativis. Occurrunt nempe signa quantitatum & operationum arithmeticarum, quas vulgo species Arithmeticæ vocant. Quantitates cum sint numeri indeterminati (§. 13. *Arithm.*), per determinatos explicabiles sunt. Quamobrem suadendum tyronibus, ut literas, quibus indigitantur quantitates, per plures numeros diversos explicent. Quoniam vero eædem quantitates etiam sub se comprehendunt quamlibet magnitudinem, igitur non minus consultum est, ut etiam per magnitudines, veluti per lineas explicentur. Linearum enim & magnitudinum quarumvis determinatarum ratio ad aliam homogeneam, quæ pro unitate sumitur, per numeros determinatos definiri potest, cum numeri revera omnes tam rationales, quam irrationales nonnisi rationem ad unitatem exprimant. Nimirum quod literis generaliter, hoc est, indeterminate designatur, per numeros determinate exprimitur, itidemque per magnitudines determinatas quatenus harum ratio ad aliam homogeneam pro unitate assumtam numeris, sive rationalibus, sive irrationalibus exprimi potest: sit ita, quod hoc variis modis fieri possit pro diversitate ejus,

quæ

quæ pro unitate sumitur, nec semper hoc præstare valeamus. Qui theoriam entis universalis ab ipsa Matheſi abstrahendam perspectam habet, multo intimius quæ dixi perspiciet, quam qui ab omni philosophia prorsus alienum habet animum.

§. 147. Qui artem inveniendi in genere curæ cordique habent, modo universalia a specialibus abstrahere didicerint, multa animadvertent ad characteristicam universalem spectantia, quam esse partem Artis inveniendi ipsa Arithmetica universalis & calculus differentialis docet, suoque ostendemus loco, si quando ad Artem inveniendi explicandam ordo nos deducet. Ipsa autem Ars Characteristica universalis plurimum lucis affundet tum notationi numerorum in Arithmetica, tum signis, quibus utimur in calculo literali sive communi, sive differentiali. Ceterum hic notandum est, signa primitiva, quæ in alia resolubilia non sunt, respondere notionibus confusis; derivativa vero distinctis: quemadmodum suo loco demonstrabimus. Qui enim novit differentiam, quæ inter notiones distinctas & confusas quoad usum earundem intercedit, quantæ sit utilitatis huc adverti animum facile perspiciet.

§. 148. Ipsum Algorithmum in integris satis perspicue explicavimus. Tyrones sibi eundem familiarem reddent, ubi diversis modis exempla literalia explicaverint per numeros determinatos, si ita visum fuerit, etiam per concretos, quemadmodum ostendimus (§. 28. 30. *Analyſ.*). Qui in Arte inveniendi generali proficere volunt, iis consultum est, ut ex ipsis hisce exemplis in numeris concretis datis addiscant, quomodo Algorithmus literalis ex notionibus communibus deducatur, per quas primum inventoribus innotuerunt regulæ, quibus in eodem utimur, quamvis idem, utut non eadem facilitate, jam ex Elementis Arithmeticæ ac Geometriæ addisci poterat. Plurimum enim prodest, ut noris, omnem tandem cognitionem humanam ex notionibus communibus fuisse deductam in quocunque scientiarum genere. Et in Ontologia jam me monuisse memini, *Euclidem* Elementa sua reduxisse ad notiones communes, consequenter per ea omnem Matheſin. Hoc notasse etiam usui erit in Matheſi mixta: demonstrabitur autem in arte inveniendi generali, aliter fieri hoc minime posse.

§. 149. In multiplicatione quoad usum signorum fictiones occurrunt,

veluti si quantitas sive positiva, sive negativa per privativam multiplicanda venit (§. 34. 36. *Arithm.*). Unde liquet usus fictionum ad conservandam notionum universalitatem. Etsi autem regulas in subsidium vocata Geometria demonstravimus, ut ad imaginationem reducantur, quae vi intellectus concipienda; consultum tamen est, ut tyrones exempla statim in numeris addant, in iis regularum veritatem perspecturi, vel ipsas etiam regulas ex iisdem deducturi, quemadmodum in Elementis Germanicis feci. Clarius enim in numeris liquet, cur addendum sit, quod plus fuerat subtractum, vel subtrahendum, quod plus fuerat additum, ubi conceptibus universalibus, utpote nimium abstractis, nondum fueris adsuetus: id quod initio studii algebraici supponi nequit.

§. 150. Algorithmus fractorum literalis cum numeroso idem est, cum quantitates, quae literis designantur, sint numeri indeterminati, regulae autem hujus algorithmi ex notione numeri generali fluant, consequenter ex iis deducantur, quae numeris determinatis & indeterminatis communia sunt. Hinc tyrones sibi consulunt, si literis numeros substituant determinatos, ut clarius appareat, nihil hic occurrere diversitatis. Quae vero problemate 7 & ejus corollariis ac scholiis (§. 45. & *seqq. Analys.*) de seriebus infinitis per divisionem prodeuntibus docentur, initio praetermitti possunt ab iis, quorum attentio facile defatigatur, donec multo inferius in doctrina de seriebus infinitis iisdem habuerint opus, ubi attentio nihil amplius difficultatis facessit, cum multo usu jam major gradus fuerit acquisitus.

§. 151. Multiplicatio & divisio potentiarum & elevatio ad potentiam atque extractio ex radice a Logarithmorum doctrina pendet, quam in Arithmetica tradidimus. Quamobrem nisi hic in tenebris versari volueris, illam ante tibi perspectam reddere debes, quam ad Algorithmum dignitatum accedas. Inprimis autem hic notanda est reductio quantitatum irrationalium ad formam rationalium & unitatis ad x^0 (§. 57. 55. *Analys.*), quoniam haec reductio non modo multiplicem, eundemque prorsus eximium & inexpectatum in altioribus habet usum; verum etiam apertissime loquitur, quantum intersit inter characteres primitivos & derivativos: id quod Arti characteristicae generali, quam partem quandam Artis inveniendi esse supra jam monuimus, notiones foecundas suppeditat.

§. 152.

§. 152. Usus hujus reductionis analyticus in Arithmetica irrationalium conspicitur, praesertim ubi ea, quae nos de eadem tradimus, cum illis conferre velis, quae vulgo in eadem docentur, veluti cum calculo irrationalium in Elementis Algebrae *Ozanami*. Sane tractatio nostra tota vere analytica est, qualem requirit Analysis recentiorum mathematica. Et qui ad cognitionis gradum tertium adspirant, hinc discunt, quemnam facere teneantur characterum derivativorum usum, cumque inferius per Algebram eruamus (§. 146. *Analyf.*), quae hic ex charactere derivativo regulis artis characteristicae generalis convenienter deducuntur; hinc porro discere licet, quomodo ex characteribus derivativis modo magis naturali & ad Analysin veterum propius accedente eruantur, ad quae Algebra via quadam extraordinaria ducit: fit ita quod tyrones, quibus intimius singula perspicere nondum datur, Algebrae magis fidant, quam arti characteristicae, quemadmodum indigitavi in scholio problematis 10 (§. 60. *Analyf.*). Illustratur quoque doctrina fictionum in Arte inveniendi utilium radicibus imaginariis, de quibus in scholio tertio problematis 13 (§. 71. *Analyf.*) diximus. Et perplexa *Euclidis* de irrationalibus doctrina ope hujus characteristicae ab omni perplexitate liberari eidemque plena lux affundi potest, ut non amplius habeant, quod de obscuritate illius conquerantur, qui eandem ex Elementis hodie vulgo eliminare solent.

§. 153. Quibus calculus irrationalium sub initium molestus est, ii eundem praetermittant, & statim ad usum calculi literalis in inveniendis theorematis se transferant, absoluto algorithmo integrorum & fractorum, donec multo usu calculum literalem magis familiarem sibi reddiderint, majusque acumen acquisiverint, ejus applicatione & attentione majori uti didicerint. In ipso autem progressu patebit, quandonam calculo irrationalium habeas opus, ut gradum sistere & ad ea, quae in anterioribus neglecta fuerunt, regredi tenearis.

§. 154. Sola Arithmetica literalis sufficit ad invenienda longe plurima, quae in Elementis *Euclideis* docentur, ita ut, qui eam didicit, absque ullo negotio eadem facilitate theoremata *Euclidea* reperire possit, qua exemplis illustrantur. Ostendimus hoc capite tertio. Neque in problematis resolvendis, quae ibidem proponuntur, alia notanda sunt,

quam ut attendatur, quomodo datorum denominatio fiat, & ut literis designatæ quantitates numeris quoque exprimantur, quo pateat, quid interſit diſcriminis inter exempla univerſalia & ſingularia, & hiſce illis lux quædam affundatur, qua indigent tyrones. Obſervandum tamen, calculum in caſu ſingulari inſtituendum eſſe juxta regulas calculi univerſalis ſeu literalis, ubi iſte pleniori luce fulgere debet. E. gr. in problemate 20 (§. 81. *Analyſ.*) jubemur determinare differentiam quadratorum, quorum radices unitate differunt. Diximus radicem unam n, alteram $n+1$. Dicantur in caſu ſingulari 7 & $7+1=8$. Quodſi quadratum majoris per calculum univerſalem reperias, erit $7.7+2.7+1=64$. Quadratum minus $=7.7$, Differentia $2.7+1=14+1=15$. Ita nimirum conſtabit, calculum univerſalem etiam exerceri poſſe in numeris, & ſic absque calculo literali eadem detegi poſſe, quæ per literalem eruuntur, quemadmodum & in Arithmetica fecimus, ubi v. gr. in geneſin numerorum quadratorum & cubicorum inquiſivimus. Conſultius tamen eſt uti calculo literali, qui hoc commodo gaudet, ut numeri determinati ab indeterminatis ſua ſponte ſeſe diſtinguant: cum ſi notis numericis uti volueris, artificiis demum opus ſit, quibus hoc fiat. Ita in allato exemplo $2.7+1=14+1$, numerus binarius 2 eſt determinatus, idem in omnibus exemplis, ſed 7 eſt indeterminatus, qui in omni exemplo alio alius. Collatio autem calculi literalis cum calculo univerſali in exemplis ſingularibus uſui eſſe poterit ad invenienda artificia, quibus absque ulla confuſione calculus univerſalis in numeris utiliter exercetur. Noſtrum non eſt ea hic docere uberius, quæ Ars inveniendi jure ſuo ſibi vindicat. Etſi autem calculus univerſalis in numeris inſtituendus ſuperfluus videri poterat, literali invento; falluntur tamen, qui ita ſentiunt. Facit enim ad facile demonſtrandum haud pauca in gratiam eorum, qui ad Analyſin animum appellere nolunt, nec difficiles demonſtrationes capiunt, quemadmodum patet per ea, quæ de geneſi numerorum quadratorum & cubicorum in Arithmetica docentur. Neque nullus quoque ejus uſus eſt in Analyſi ſpecioſa, prout ex ſequentibus conſtabit. Taceo alia, quæ in ejus favorem dici poterant.

§. 155. Multa hic facillime absque ullo fere negotio eruimus theoremata, quæ in Elementis *Euclidis* extant eorumque plura erui poterant, niſi

nisi hæc specimina sufficerent. Alia vero investigavimus per Algebram. Enimvero jam supra monuimus (§. 144.), per calculum literalem, qui nonnisi magnitudinum calculus est, non omnia in Geometria demonstrari posse theoremata, sed quædam pendere a situ, ad quæ investiganda & analytice demonstranda peculiaris requiratur calculus situs. Quodsi Analysis situs fuisset reperta, non inconsultum foret integra Elementa *Euclidis* analytice demonstrari, ut inter methodum veterum & Analysin recentiorem clarius pateret differentia. Quodsi quis eam investigare voluerit, is novas condere tenetur definitiones situs notionem involventes, veluti quod *Punctum* sit situs sui unicum, quod *Circulus* sit figura plana, in cujus perimetro singula puncta ad punctum quoddam intra eam dato eundem situm habent, quod *Linea* una sit ad alteram *perpendicularis*, si punctum quodcunque in ea assumtum sit situs sui ad idem punctum alterius unicum. Dicitur autem *situs sui unicum*, quod ad aliam magnitudinem datam seu punctum aliud datum eum habet situm, ut nullum aliud præter ipsum eundem situm habere possit. *Eundem* vero *situm* habent, inter quæ idem extensum, veluti eadem linea, recta poni potest (§. 5. *Geom.*). Præterea opus est novo calculo, calculo nempe situs: quem investigaturus perpendere tenetur, calculum in genere esse inventionem characteris derivativi ex aliis sive primitivis, sive derivativis per continuam æquivalentium substitutionem (§. 298. *Psych. empir.*). Hinc enim conficitur, diversos determinandos esse situs possibiles eorumque excogitandos characteres & ut hos legitime combinare liceat, requiri axiomata quædam generalia aut, si mavis regulas quasdam generales, quibus perficitur combinatio & substitutio. Sed nobis minime vacat, ut in talibus investigandis ingenii nostri vires exerceamus, qui magnum adhuc campum emetiri tenemur, antequam Philosophiam universam ad umbilicum perduxerimus. Sufficit aliis monstrasse viam, qua sit ad metam contendendum. Reddat eandem proprio ingenio & propria industria perviam, qui hanc attingere voluerit.

§. 156. Quanta vero sit vis Artis characteristicæ, non modo ex singulis problematis, sed vigesimo præsertim nono ejusque corollariis (§. 95. *& seqq. Analyf.*) perspicitur, in quo binomium ad dignitatem quamcunque evehere docemur,

quod deinde ad extractiones radicum (§. 98. *Analyſ.*) & ad infinitinominum ad dignitatem datam evehendum transferimus (§. 102. *Analyſ.*). Huc animum advertere debent non modo, qui in Analyſi recentiorum feliciter progredi voluerint; verum etiam qui eidem Artis generalis inveniendi cauſa operam navant.

§. 157. Quoniam vero non uno artificio analytico utimur in problematis iſtis per calculum literalem ſolvendis; ſingulis autem artificiis inſint generales notiones, quæ ad Artem inveniendi generalem ſpectant, eas inde abſtrahere tenentur, qui Artis generalis inveniendi gratia in Analyſi Mathematicorum verſantur: ut vero hoc facere poſſint, acquirere ſibi tenentur acumen pervidendi abſtracta in concretis, quod quomodo comparetur, docebimus in philoſophia morali, ubi praxin virtutum intellectualium, inter quas etiam ſibi acumen iſtud locum vindicat, expoſituri ſumus. Quodſi vero quis in addiſcenda Matheſi eo modo verſatus fuerit, quem capite primo præſcripſimus, & inprimis in repræſentatione definitionum, propoſitionum & demonſtrationum ſymbolica induſtriam ſuam exercuerit, atque inprimis ad animum probe revocaverit, quæ in ſcholio generali ad algorithmum integrorum de abſtrahendis regulis generalibus, juxta quas intellectus in eodem dirigitur, inculcavimus; is ſe hujus acuminis compotem fieri animadvertet: quod quomodo fiat, nunc exponere non lubet, ne extra oleas evagari videamur. Quemadmodum vero Matheſis & Philoſophia mutuas ſibi ſuppetias ferunt, ita quoque ad acumen iſtud ipſo uſu acquirendum haud parum confert Logica, qualem nos tradidimus idiomate Latino. Immo Ontologia etiam & Pſychologia adjumento eſſe poterit. Quamobrem autor fui, ut, abſolutis Arithmeticæ ac Geometriæ elementis, ſtudium Philoſophiæ cum mathematico conjungatur. Et ſi quis in arte inveniendi generali ex ſtudio Matheſeos proficere voluerit, ei ſuademus, ut, poſtquam in Philoſophia fuerit cum laude verſatus, Matheſin univerſam denuo pertractet & huc inprimis animum advertat, quod ad uſum facultatum in veritate cognoſcenda uſui eſſe poteſt. Nullus enim dubito fore, ut perſpicillis philoſophicis uſus plus videat, quam cum iisdem deſtitueretur.

§. 158. Inprimis autem opera danda eſt, ut tempeſtive adſuefiamus formulis algebraicis tum per

nume-

numeros, quam per lineas explicandis. Quamobrem consultum est, ut data exprimantur tum numeris, tum lineis, & tam in formula substituantur pro literis numeri, quam figuræ construantur juxta formulam: id quod cum in præsenti capite facillime succedat, plurimum confert ad formulas per Algebram erutas geometrice præsertim minori molestia construendas. Ex. gr. in problemate 24 (§. 90. *Analyf.*), partes totius sunt Q & q, & prodit aggregatum ex Q^2 & $Q^2 + 2Qq + q^2 = 2Q(Q+q) + q^2$. Quodsi fiat $Q = 4$ & $q = 3$, erit $Q + q = 7$, $Q^2 = 16$, $(Q+q)^2 = 49$, adeoque $Q^2 + (Q+q)^2 = 65$. Sed $2Q = 8$, adeoque $2Q(Q+q) = 56$. Est vero $q^2 = 9$. Quare $2Q(Q+q) + q^2 = 65$. Habes itaque etiam examen, quali inprimis indigent tyrones, ut tanto clarius perspiciant, quod per calculum fuit erutum a veritate non esse alienum. Etsi enim exempla singularia non evincant veritatem in universali, tyronibus tamen magis satisfaciunt, quam si animum ad calculum advertentes nullibi a se aberratum esse observent. Neque destituitur summa probabilitate, si quidem formula analytica cum exemplo in numeris consentit. Quoniam enim numeri nullo consilio eliguntur, sed potius sumuntur, prout eos casus obtulerit; vix credibile est te casu incidere in numeros, qui ex ratione singulari satisfaciunt formulæ, in omni casu minime veræ. In præsenti casu dubium hoc esse nullum, quod quis movere poterat, ostendi nullo negotio poterat, si calculus universali ratione instituatur etiam in numeris. Etenim si $Q = 4$ & $q = 3$, habebis $2.4^2 + 2.4.3 + 3^2 = 2.4(4+3) + 3^2$, h. e. $2.16 + 2.12 + 9 = 8(4+3) + 9$, seu $32 + 24 + 9 = 32 + 24 + 9$. Vides autem pro numeris 4 & 3 substitui posse duos alios quoscunque, ceteris semper eodem modo sese habentibus. Sed nolim tyrones talibus defatigari, nisi tempestive adsuefieri voluerint calculo universali ratione in numeris instituendo: quo in casu consultum foret, ut numeri determinati, in omni casu iidem qualis hic binarius ter occurrit, virgula transversa notentur, nempe ut scribatur $2.4^2 + 2.4.3 + 3^2 = 2.4(4+3) + 3^2$. Quodsi Q & q explices per lineas & construas tam Quadratum ex composita Q + q, quam ex una Q, & deinde rectangulum ex composita Q & q in rectam Q bis sumtam atque quadratum lineæ alterius q. formulam geometrice

trice repræsentabis. Sed utriusque figuræ æqualitatem intuitive non cognoscès, quemadmodum numerorum, qui calculo secundum formulam instituto prodeunt. Hoc tamen non obstante figurarum constructio non omni utilitate caret. Neque enim figuræ eum in finem construuntur, ut examinis vicem subeant; sed ut discamus, quomodo formulæ analyticæ geometrice construantur, & earum sensus per figuras explicetur. Subinde tamen accidit, ut non minus veritatem formulæ intuendam præbeant figuræ, quemadmodum numeri. Taceo quod mechanicæ demonstrationi, de qua supra diximus, hic sit locus, si ad principium congruentiæ confugias & partes a figura una rescissas alteri superimponas, prout ipse usus docuerit. Enimvero quibus talia inutilia videntur, is ea prætermittat. Neque enim omnia conducunt omnibus.

§. 159. Nimirum calculus literalis & ejus applicatio ad solutionem problematum doceri poterat pueros & adolescentes, quorum captui consulitur, si, quæ abstracta sunt, ad sensum & imaginationem reducantur. In omni philosophia utilis est hæc reductio, ut eidem nunquam satis adsuefieri possit, qui in hac inoffenso pede progredi voluerit. Quamobrem qui intellectus perficiendi gratia in Algebra versantur, talia negligere non debent, quæ superflua ac puerilia videntur aliis, qui in nuda veritatum mathematicarum cognitione acquiescunt. Maximæ quoque utilitatis est ad recte philosophandum, si actus imaginationis ab operationibus intellectus discernere valeas, ne abortus imaginationis cum notionibus realibus confundas: quemadmodum accidit summis etiam Mathematicis, qui imaginaria a realibus separare non didicere, neglectis exercitiis, quæ huc facere poterant.

§. 160. Difficilis est tyronibus doctrina de ratione Quantitatum, quam in Arithmetica demonstravimus, præsertim si theoremata non exponantur per numeros & demonstratio ad exempla applicetur. Delectabuntur itaque, quando in problemate 32 (§. 124. *Analyf.*) videbunt, quomodo per calculum literalem absque ullo negotio omnia pateant, ut ad ea capienda sensuum magis usu, quam intellectus operationibus opus sit. Hæc ipsa autem voluptas non modo amorem studii algebraici, sed & alacritatem idem prosequendi instillabit. Consultum vero est, ut literæ non minus

nus per numeros rationales, quam irrationales explicentur: id quod non modo universalitatem theorematum per calculum erutorum confirmabit, verum etiam exercitio calculum irrationalium reddet magis familiarem. Immo ne multitudine theorematum hic coacervatorum obruaris, sed ut singula absque molestia memoriæ infigantur, nisi hoc jam factum fuerit in Arithmetica, hoc ipso obtinebis. Quoniam vero theoremata verbis pure enunciata in usum futurum memoriæ mandanda sunt (§. 21.); non minus consultum est, ut singula verbis enuncies. Hoc modo enunciatorum facilior quoque erit comparatio cum theorematis in Arithmetica propositis, cumque ea tota nitatur distinctis notionibus, faciet idem institutum ad notiones confusas ad distinctas revocandum & animum impatientem reddet ad acquiescendum in confusis, per quas nobis veritatem perspicere videmur: id quod haud parum proderit in philosophia ad præcavendam præcipitantiam, qua in periculum errandi adducimur & in errorem haud raro præcipites damur. Theorema primum, quo investigatur ratio factorum communem efficientem habentium, multiplicatis scilicet duabus, quantitatibus rationem quamcunque inter se habentibus *a* & *ma* per eandem tertiam *c* ita repræsentatur:

$$\begin{array}{c} a : ma \\ c \quad c \\ \hline ac : mac = a : ma \end{array}$$

Per numeros rationales explicabitur hoc modo:

$$\begin{array}{c} 8. \quad 12 \\ 3 \quad 3 \\ \hline 3.8 : 3.12 = 8 : 12 \\ \text{seu } 24 : 36 = 8 : 12 \end{array}$$

Quodsi 24 dividas per 36 & 8 per 12, fractionibus $\frac{24}{36}$ & $\frac{8}{12}$ reductis, prodibit utrobique $\frac{2}{3}$, idem nempe exponens (§. 136. *Arithm.*), quemadmodum requirit proportio (§. 149. 155. *Arithm.*).

Per numeros irrationales explicabitur hoc modo:

$$\begin{array}{c} \sqrt{5} : \sqrt{3} \\ \sqrt{7} : \sqrt{7} \\ \hline \sqrt{5}.\sqrt{7} : \sqrt{3}.\sqrt{7} = \sqrt{5}.\sqrt{3} \\ \text{seu } \sqrt{35} : \sqrt{21} = \sqrt{5} : \sqrt{3} \end{array}$$

Quodsi denuo $\sqrt{35}$ dividas per $\sqrt{21}$ & $\sqrt{5}$ per $\sqrt{3}$, prodibit utrobique exponens idem $\sqrt{1\frac{1}{3}}$.

§. 161. Quodsi existimes, committi hoc pacto circulum vitiosum, cum fractionum reductio ad minores terminos supponat rationum doctrinam & calculus quoque irrationalium eadem nitatur; non unum

est, quod respondeo. Primum constat, calculum fractionum & irrationalium erui posse per Algebram, quemadmodum specimine quodam docuimus (§. 146. *Analyf.*) & quod idem imitari detur in casibus aliis, etiam in Algorithmo fractionum, monuimus (§. 147. *Anal.*). Sane per Algebram reperiri posse reductionem fractionum ad minores terminos, quod dubio careat, exemplo singulari hoc docere lubet. Sit fractio reducenda $\frac{9}{12}$ Fiat

$$\frac{9}{12} = y$$

erit $9 = 12y$ (3)

$$3 = 49$$ (4)

$$\frac{3}{4} = y$$

adeoque $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

Quodsi pro $\frac{9}{12}$ substituas $\frac{a}{ma}$, vel si mavis na: ma; habebis regulam, quae in Arithmetica ad fractiones ad minores terminos reducendos praescribitur. Cumque calculus hic nitatur axiomatis notissimis, intelligi etiam poterit ab iis, qui Algebram nondum didicerunt. Deinde notandum est, nos calculum fractorum & irrationalium jam tradidisse independenter a problemate 32 (§. 124. *Analyf.*), adeoque absque circulo vitioso a nobis illustrationis gratia adhiberi posse, quae aliter jam demonstrata sunt, ut eorum, quae traduntur, appareat consensus. Quam primum vero scrupulus iste te angit, tollitur extemplo eo, quem diximus, modo. Quodsi quis Elementa Arithmeticae & Geometriae methodo analytica recentiorum demonstrare vellet, is calculum literalem cum numeroso in Arithmetica combinare poterat & algorithmum fractorum, nullis suppositis de ratione quantitatum theorematis per Algebram elicere tenetur, antequam per calculum literalem demonstrat theoriam rationum. Ceterum hic notari velim, quam facile committatur circulus vitiosus, qui non advertitur ab iis, qui extra systema propositiones aliquas demonstrare volunt, ut agnoscatur necessitas systematum veri nominis in omni scientiarum genere & ut principia, quibus utimur in demonstrando, desumantur ex systemate, in quo propositiones demonstrandae vel non occurrunt, vel saltem non anteriore loco, quam principia ista, collocantur. Videmus etiam per praecipitantiam judicare eos, qui demonstrationi cuidam circulum vitiosum simpliciter imputant, qui nonnisi in relatione ad certum aliquod systema committitur, ubi nondum demonstraverunt, non

posse

posse condi systema, in quo veritates ita sibi invicem subordinantur, ut demonstrationi isti absque circulo vitioso sit locus. Ad talia omnino animum advertere tenentur, quotquot intellectus perficiendi curam gerunt.

§. 162. Inprimis etiam attentionem meretur problema 29 (§. 95. *Analys.*), quo theorema generale pro binomio ad dignitatem quamcunque evehendo investigatur, ope solius calculi literalis, quatenus scilicet ostendit, quomodo theoremata infinita ad unicum reduci possint, ita ut unum æquipolleat infinitis, ut præjudicium illud evellatur animo, quasi intellectus finitus non sit capax infiniti. Falsum enim esse hinc intelligitur, quod aliis quoque specimínibus comprobabitur in sequentibus, intellectum infinita comprehendere non posse, cum hic formulas numero infinitas sub una quadam contentas exhibeamus. Rationem, cur hoc fieri possit, perspiciet, qui attenta mente perpendere voluerit, quæ hic docentur. Nec minus idem problema singularem attentionem meretur ob artificia singularia, quibus in eodem solvendo utimur, & quorum usus etiam est in aliis, immo quæ artificia heuristica generalia suggerunt extra Matheſin etiam usurpanda.

§. 163. Elementa nimirum Analyseos ita conscripsimus, ut paucas præscripserimus regulas, reliqua vero artificia ipso usu insinuentur: quibus cum utendum sit non modo in eo problemate, ubi primum adhibentur, verum etiam in aliis, ubi adhiberi possunt, si reflectendo super iisdem distincta eorundem notio animo imprimitur, & facilius eadem memoria retinentur, & eorum statim meminimus, quando iisdem denuo opus habemus, nec tentatis demum frustra aliis in ea casu incidimus. Generalia vero Artis inveniendi præcepta ut inde abstrahat, qui artificia, quibus utimur, nondum distincte animo concepit, & in rationes eorum inquisivit, prorsus impossibile est. Quoniam generalia constituuntur similitudine latente in specialibus, ingenii quoque acumen mirifice augetur generalium ista abstractione, quam juvant regulæ de notione generis ex data notione speciei formanda (§. 710. *Log.*) & de notione generum superiorum ex notionibus inferiorum derivanda (§. 711. *Log.*), quemadmodum applicationem extra Matheſin adjuvant regulæ de notionibus specierum ex notione generis (§. 712. *Log.*) &

de notionibus ſpecierum aliarum ex notione ſpeciei unius deducenda (§. 714. *Log.*), quas ſingulas & ipſas a Matheſi abſtrahi poſſe, exempla docent, quibus problemata hæc illuſtravimus in Logica.

§. 164. Nemo a nobis requiſiverit, ut artificia ſpecialia, quibus utimur, ad notiones generales revocemus & alias ſpeciales determinemus, quibus extra Matheſin in aliis veritatibus inveſtigandis opus eſt. Hæ enim pertinent ad Artem inveniendi generalem, quam ſuo loco, ſi Deo viſum fuerit, explicaturi ſumus: ubi in notis adjectis doceri poterit, quomodo ab artificiis analyticis Mathematicorum abſtrahantur, quæ in ea ex notionibus ontologicis & pſychologicis aliisque Philoſophiæ principiis demonſtrantur. Sufficit excitaſſe attentionem illorum, qui ſtudium Philoſophiæ cum mathematico conjungunt, ea methodo philoſophantes, qua nos utimur.

§ 165. Enimvero progrediamur ad Algebram proprie ſic dictam. Algebra primum non erat niſi regula arithmetica, quæ inſtar regulæ trium in eadem docebatur & in numeris tantummodo exercebatur. Arithmetica literali a *Vieta*, Gallo, inventa latior patebat ejus uſus, cum ſub literis non ſolum numeri ſeu quantitates diſcretæ, ſed & magnitudines ſeu quantitates continuæ comprehenderentur. Unde calculum literalem *Vietæ* ad Geometriam elementarem applicabat *Ghetaldus* Italus in libris de Reſolutione & Compoſitione mathematica. Cum *Harriottus*, Anglus, Arithmeticam literalem ope Characteriſticæ magis perfeciſſet, & *Carteſius* genuina characteriſtica potentiarum uſus, quemadmodum jam obiter monuerat *Keplerus* in Harmonica & rationem deſignationis perſpicue multo ante docuerat *Stifelius* in Arithmetica integra, numerorum coſſicorum naturam ex genuinis fundamentis eruens, Algebram quoque ad Geometriam ſuperiorem applicaret; illuſtrior adhuc ejus evaſit uſus. Nos igitur ut in tradenda Algebra gradatim progrederemur, primum eam exercere docuimus in problematis arithmeticis determinatis, deinde etiam indeterminatis, mox in problematis Geometriæ elementaris, tandemque in problematis Geometriæ ſublimioris. Quoniam vero Geometria ſublimior aliud adhuc calculi genus requirit, in quo quantitates ſupponuntur infinite parvæ, methodo a *Keplero* in Stereometria primum quaſi obiter indicata, a *Cavalerio* in Geometria Indiviſibilium magis

magis promota & a *Stephano* præsertim *de Angelis* atque *Gregorio a S. Vincentio* ulterius exculta; hoc quoque calculi genus cum reductione quantitatum ad series infinitas per divisionem *Mercatoris* & extractiones radicum *Newtonianas* combinatum explicavimus, & Algebræ usum adhibito hoc calculo in Geometria sublimiori multo latiorem exposuimus. Ceterum cum in Geometria elementari omiserimus theoremata nonnulla, quæ difficilius demonstrantur, qualia sunt de multisectione anguli seu divisione circuli & arcus in partes quotcunque æquales & de investiganda soliditate corporum regularium, nec non de inscriptione quorundam polygonorum in circulo ab *Euclide* demonstrata, Geometriam vero sublimiorem methodo veterum demonstratam prorsus non attigerimus; quæ hic desiderari poterant, per Algebram investigare docuimus, ut una eademque opera & ars inveniendi exerceretur, & theorematum scitu necessariorum cognitio acquireretur. Quoniam enim non cujusvis est in numeris & lineis atque figuris conseneſcere, & ab omnibus studium Philosophiæ cum mathematico conjungi consultum sit, plerique etiam non alio fine Mathesin puram tractare debent, quam ut in Philosophia aliisque studiorum generibus felicius progrediantur; Elementa Arithmeticæ ac Geometriæ abunde sufficere existimavimus, ut genuinam methodum, sine qua ad solidam rerum cognitionem in quocunque scientiarum genere perveniri minime datur, nobis familiarem reddamus, præsertim si demonstrationes nostro more resolvantur & singula analytice repræsententur, quemadmodum capite primo præcepimus, & ceterarum veritatum mathematicarum facillimo modo acquirendam esse duximus.

§. 166. Studium algebraicum ut facilitaremus, primas tantummodo exposuimus regulas (§. 141. 143. *Analyf.*), easque statim applicavimus ad exempla, problematis eo consilio electis, ut vel artificium aliquod analyticum animo insinuent, vel veritatem quandam cognitu necessariam doceant. Ita problemate statim 38, quod in hoc genere primum est, (§. 144. *Analyf.*) ostendimus, dari proprietates numerorum singulares, quibus ab omnibus aliis distinguuntur, & quæ differentiam eorum numericam constituunt. Hoc ipso illustratur doctrina de differentia numerica individuorum, in Ontologia a nobis tradita, & in Cosmologia ac

Psychologia demonstrata, ex doctrina autem de origine idearum in intellectu divino prorsus a priori deducta ex ipsa natura & attributis Dei, entis omnium primi, multo clarius eluceſcens, ſcholæ autem non ſatis animadverſa, multo minus expenſa. Quoniam vero exemplum nonniſi ſingulare eſt, numeri nempe nonniſi duodenarii, ſequente ſtatim problemate (§. 145. *Analyſ.*) theorema generale eruere docemus, tum ut pluribus exemplis confirmetur idea tam nobilis multique per philoſophiam omnem tam practicam, quam theoreticam uſus, tum ut uberius explicetur artificium problemata particularia, immo ſingularia, ad univerſalitatem revocandi, cujus jam ſpecimina quædam dedimus in anterioribus, veluti cum problema generale de binomino ad dignitatem quamcunque evehendo (§. 95 *Analyſ.*), de radice quacunque inde extrahenda (§. 98. *Analyſ.*) & de infinitinomio ad dignitatem quamcunque evehendo proponeremus (§. 102. *Analyſ.*), & regulas de permutatione quantitatum ſeu variatione ordinis earundem ad univerſalitatem revocaremus. Similiter problemate 40 (§. 146. *Analyſ.*) ſpecimine quodam docui per Algebram inveſtigari poſſe talia, quæ aliis etiam modis erui poſſunt, & in ſcholio (§. 147. *Analyſ.*) monui, idem in aliis quoque eodem modo procedere. Quod vero utilitate ſua non deſtituatur, eandem veritatem pluribus modis diverſis inveſtigari ſupra jam monuimus (§. 161). Illuſtravimus differentiam, quæ intercedit inter ſolutionem problematum in numeris abſtractis & concretis (§. 161 *& ſeqq. Analyſ.*) & artificia reductionis inſinuavimus (§. 163. 183. 184. *Analyſ.*). Cum de proportione harmonica & contra harmonica, nec non de numero pronico & numeris polygonis aliisque figuratis nihil dixerimus in Arithmetica, ne ejus theoriam nimium extenderemus & a ſtudio Geometriæ nimis diu detineremus tyrones, ſtudii mathematici facile effecturi deſertores; defectum iſtum hic ſupplemus, dum theoremata præcipua ad theoriam iſtorum numerorum ſpectantia per Algebram eruere docemus (§. 186. *& ſeqq. ac* §. 206. *& ſeqq. Analyſ.*). Idem a nobis factum eſſe in reliquis capitibus, qui animum huc advertere libuerit, facile deprehendet.

§. 167. Inprimis autem ſingularem attentionem meretur artificium prorſus ſingulare, quo in ſummandis quadratis & cubis, quorum radices in ſerie numerorum naturali

pro-

progrediuntur, utimur (§. 200 *Analyſ.*) & quod mox ad ſummandas potentias quascunque numerorum naturalium transferimus (§. 203. *Analyſ.*), ac deinde ad ſummandos numeros polygonos (§. 212. *Analyſ.*) & ad ſummandos quoque pyramidales adhibemus (§. 216. *Analyſ.*). Quantum enim eodem præſtetur, abunde intelliget, qui, quæ hac methodo eruuntur, conferre voluerit cum Arithmetica infinitorum *Walliſii* & inprimis *Bullialdi*. Facile autem apparet, methodum hanc ad alia problemata arithmetica ſolvenda transferri poſſe, perinde ac calculus ſummatorius in Geometria ampliſſimum habet uſum. Nec puto faciliori modo potentias & numeros figuratos ſummari poſſe. Loquuntur autem hæc ipſa problemata & problema de binomio ad dignitatem infinitam evehendo ac radice quacunque ex eodem extrahenda, ut alia taceamus, quam ardua problemata per calculum literalem & Algebram ſolvi poſſint, etiamſi pauciſſima theoria fueris inſtructus, ut adeo methodi hæ in arte inveniendi præ methodo veterum ſeſe maxime commendent. Per eas enim aditus ad ea patet, quæ a noſtra cognitione intervallo quam longiſſimo adhuc ſunt remota. Clarius idem eluceſcet in ſequentibus. Unde ſi quis in Matheſi inventorem agere voluerit, ei Analyſis Mathematicorum recentiorum nunquam ſatis commendari poteſt.

§. 168. Per univerſam Analyſin in ſolvendis problematis calculum integrum diſtincte exhibuimus, ut quilibet tyro proprio Marte intelligat, quomodo problema fuerit ſolutum, & quomodo ordine in ſolutione ſit progrediendum, quem præſcribunt regulæ generales ab initio expoſitæ. Lineis quoque diſtinximus ea, quæ ex anterioribus concluduntur, ab iis, ex quibus colliguntur per communem algorithmum. Non tamen hoc ipſo ſolutiones reddidimus prolixiores, quin potius in minus easdem ſpatium haud raro coarctavimus. Et qui citra confuſionem, quæ errorem facile parit, absque ulla moleſtia problemata ſolvere voluerit; eo modo calculum inſtituere tenetur, quo eundem in contextu repræſentamus. Quilibet adeo experietur, nullibi ipſi eſſe hærendum, modo attentionem afferre voluerit. Equidem brevitatis gratia nonniſi ſpeciminibus quibusdam oſtendimus, quomodo formulæ algebraicæ verbis explicentur,

tur, ut prodeant regulæ, per quas problema ſolvitur in dato quocunque caſu particulari, nec non quomodo theoremata ex calculo eruantur. Suadendum tamen tyronibus, ut idem faciant in ſingulis problematis. Sentient utilitatem, ubi in hoc labore ſeſe præſtiterint diligentes. Explicavimus formulas per numeros, ut diſcant tyrones, quod eædem inſtar regulæ ſint, quæ per calculum eruuntur univerſalem. Initio tamen utilitate ſua non caret, ſi ſolutionem algebraicam tentent in exemplis ſingularibus, numeris in locum literarum, quibus quantitates datæ deſignantur, ſurrogatis, quemadmodum exemplo aliquo oſtendere lubet. In problemate 41 (§. 148. *Analyſ.*), datur duarum quantitatum ſumma & eorundem factum, quæruntur quantitates ipſæ. Quare ſi ſit ſumma $a = 14$, factum $b = 48$; reſolutio talis erit:

Sit ſumma $= 14$ ſemidiffer. $= x$
factum $= 48$ erit Quant.

maj. $= 7 + x$
min. $= 7 - x$

$- 7x - x^2$
$49 + 7x$

Factum $= 49 - x^2$

Ergo

$49 - x^2 = 48$

$1 - x^2 = 0$

$1 = x^2$

$1 = x.$

Quare $7 + x = 8$ & $7 - x = 6$.

§. 169. Quodſi problemata quoque per Algebram numeroſam ſolvas, non modo hinc eluceſcet diſcrimen inter Algebram numeroſam & ſpecioſam & hujus præ illa præſtantia agnoſcetur, cum per iſtam nonniſi exempla computentur, per hanc vero ſolutiones, adeoque veritates univerſales detegantur; verum etiam calculus algebraicus reddetur familiarior & clarior. Hoc vero ſuademus nonniſi primis tyronibus. Qui enim in calculo jam fuerint verſati, iſtiusmodi exercitiis non amplius habebunt opus. Conſultum vero eſt exemplum calculi numeroſi conferri cum calculo ſpecioſo, tum ut appareat, quantum conveniant, quantum differant, tum ut numeroſus lucem affundat ſpecioſo. Quodſi quis univerſalitatem in calculo numeroſo conſervare velit, haud difficulter idem præſtabitur, quemadmodum exemplum modo allatum & hic alia forma exhibitum docet:

$7^2 -$

$$7^2 - x^2 = 48$$
$$7^2 = 48 + x^2$$
$$7^2 - 48 = x^2$$
$$\sqrt{(7^2 - 48)} = x$$

Vides nimirum in quolibet casu a quadrato semisummæ 7^2 subtrahendum esse factum & ex residuo extrahendam radicem, ut habeas semidifferentiam numerorum quæsitorum. Quodsi veteres hoc animadvertissent, per Algebram numerosam ante inventum calculum literalem non minus veritates universales eruissent, quam nunc per speciosam erui solent. Si enim in calculo numeroso universalitatem conserves, speciosо prorsus æquipollet, quemadmodum collatio utriusque calculi ineunti extemplo prodit. Immo hoc pacto etiam eodem successu per Algebram numerosam solvi poterant problemata geometrica, quemadmodum nunc solvuntur per speciosam. Sed de hoc dicemus suo loco. Ratio in aprico est. Per calculum speciosum obtinentur solutiones universales, quia idem in omni casu particulari, & pro literis, quibus quantitates datæ designantur, numeri quilibet substitui possunt, salvo calculo integro. Idem vero succedere eodem modo in calculo numeroso, qui universalitatem conservat, per se patet. Quoniam signa primitiva, qualia sunt, quibus exprimuntur quantitates datæ, prorsus arbitraria sunt, notis autem numericis significatum universalem imponere licet, universum a singulari, quem habent, veluti ut 14 non significet summam ex duobus numeris determinatis (quas hic esse 8 & 6 solutio prodit), sed summam ex duobus quibuscunque numeris, immo generalius ex duabus quibuscunque quantitatibus compositam, veluti si significet lineam in duas quascunque partes divisam, & similiter 48 non denotet factum ex duobus numeris determinatis iisdem cum anterioribus, quorum summa est 14, sed potius factum ex duobus quibuscunque aliis cum illis tantummodo iisdem, qui summam conficiunt, vel generalius ex duabus quibuscunque quantitatibus cum illis iisdem, ex quibus summa componitur, veluti quando 14. significet lineam in duas quascunque partes divisam, si 48 denotet rectangulum ex parte una in alteram.

§. 170. Non difficile fuisset veteribus hæc animadvertere, si quidem in universalia in iis, quæ cognoscebant, latentia mentis aciem intendere voluissent, & a notatione numerorum notiones Artis characteristicæ univer-

universales abstraxissent: ad quod faciendum non defuit ipsis acumen, sed defecit tantummodo attentio ad ea, quæ pro scopo præsente satis cognita atque perspecta deprehendebant. Discant hinc velim omnes, quibus puerilia, aut saltem superflua videntur, quæ ad tractandam Matheſin præcipimus; quantum non modo sibi, verum etiam scientiæ desint, qui, quæ se satis intelligere arbitrantur, ea nulla amplius attentione dignantur, & vulgarium meditationem ad sublimia nitentibus non convenire arbitrantur. Multo luculentius hæc patebunt, ubi Artem inveniendi explicare licuerit. Nos experti, quantum valeat vulgarium meditatio, nulli dubitamus, quin in Philosophia universa, præsertim in Physica & Philosophia morali, immo ipsa civili, dudum principia certa, per quæ ad remotiora paratur aditus, constituissent Philosophi, siquidem ad notiones communes ex maxime vulgaribus derivandas sufficientem attentionem afferre voluissent. Neque vero existimandum est, convenire hæc iis, quibus ad sublimiora non conceditur aditus. Etenim non leve acumen requiritur, ut notiones communes, quas suppeditant obvia, non modo ad distinctas & determinatas revoces, sed & inde universales abstrahas. Quænam enim, quæso, ratio est, cur notionum communium admodum fertilium, quemadmodum vel *Euclidis* Elementa testantur, immo ipsa quoque Algebra confirmat, non eum hactenus fecerint usum Philosophi, nec etiam in dirigendis actionibus viri prudentes, quem facere poterant, nisi quod negligantur ab iis, qui acumine alios vincunt. Sane cur Mathematici summi, quorum acumen accusari nefas, genuinam demonstrationis formam non apprehenderint, ratio alia non est, quam quod eandem attentione sufficiente dignati minime fuerint, sine qua distinctam ejus notionem consequi minime datur. Constat autem, quantum sibimetipsis defuerint, tum ubi demonstrationes more veterum in ipsa Matheſi dare voluerunt, tum quando extra eandem veritates quasdam demonstrare conati sunt. Quo majore acumine maxime vulgaria perlustrantur, eo profundiora in iis latentia in apricum proferuntur.

§. 171. Postquam usum Algebræ in solvendis problematis Arithmeticis determinatis ostendimus, ad problemata indeterminata progredimur capite secundo. Applicamus in eo Algebram ad problemata pleraque *Diophanti*, a quo horum solutio

lutio *Analyſis Diophantea* appellari ſuevit. Ex quo Algebra ad Geometriam, præſertim ſublimiorem, & inprimis ad problemata phyſico-mechanica applicata fuit, Analyſis Diophantea negligi cœpit, ita ut præter *Ozanamum* in Elementis Algebræ vix quisquam fuerit alius, qui ultra *Diophanteos* limites eandem promovere conatus fuerit. Quam minus recte autem hoc fiat, jam *Leibnitius* monuit, qui ejus præclarum uſum in Analyſi infinitorum obſervavit. Singularibus in iis artificiis haud raro opus eſt, tum ſi denominationem ſpectes, tum ſi reductionem conſideres. Quamobrem ſuadeo, ut, qui horum problematum ſolutionem expendit, in rationem inquirat, cur denominatio hoc modo fuerit facta & reductio hoc modo inſtituatur, ubi aliquid inuſitati occurrit. Ex. gr. in problemate 92 (§. 230. *Analyſ.*), quo ſummam duorum quadratorum in duo alia quadrata dividere jubemur, ubi latus quadrati majoris dicitur a, minoris b; latus quæſiti unius appellatur $a-z$, latus alterius $yz-b$. Ratio denominationis non patet per communes regulas: per eas enim dicendum erat latus unum x, alterum y (§. 141. *Analyſ.*). Enimvero ſi denominatio hoc modo fiat, habebimus $a^2+b^2=x^2+y^2$, conſequenter $x=\sqrt{(a^2+b^2-y^2)}$. Sed hæc ſolutio nulla eſt, cum in Analyſi Diophantea ſolutio quæratur in numeris rationalibus. Quamobrem in ſcholio (§. 231. *Analyſ.*) monuimus, cur ad vitandam irrationalitatem latera quadratorum quæſitorum ſumſerimus $a-z$ & $yz-b$. Enimvero cum idem non fecerimus in ceteris, ſed propriæ diſcentis meditationi reliquerimus; neceſſe eſt, ut ad rationem generalem animum advertens ſpecialem ex conditione calculi eruat.

§. 172. Quoniam in problematis indeterminatis facilius aberratur, ubi ſingularia artificia adhibenda ſunt; tyronibus ſuadendum, ut problemata generaliter ſoluta etiam in numeris aliquoties ſolvant, quo artificia iſta ipſis magis familiaria reddantur. Conſultum etiam eſt, ut, ubi formulas generales per numeros explicaverint, examen addant, quo numeros repertos conditionem in problemate præſcriptam habere innoteſcit. Ex. gr in problemate 87 (§. 225. *Analyſ.*) reperiuntur numeri 11 & 6, quorum partes aliquotæ numeris ſuis additæ efficere debent eandem ſummam. Quoniam 11 eſt numerus primus, quem quippe ſola unitas metitur (§. 75.

Arithm.), præter unitatem partem aliquotam aliam non habet (§. 30. 74. *Arithm.*). Unitas igitur si eidem addatur, summa efficitur 12. Ast senarii partes aliquotæ sunt 1, 2 & 3, quas ubi addas ipsi numero 6; habebis itidem summam 12. Similiter per formulam generalem determinantur duo numeri 104 & 116. Illius partes aliquotæ sunt, 1, 2, 4, 8, 13, 26 & 52: hujus vero 1, 2, 4, 29 & 58. Est vero $1+2+4+8+13+26+52+104=210$, & $1+2+4+29+58+116=210$. Nec inconsultum est, ut etiam in hac Analysi formulæ algebraicæ verbis explicentur, quemadmodum supra præcepimus (§. 168.), si quis præsertim Matheſin non sibi soli discit, sed intellectus potissimum perficiendi gratia eidem incumbit. Etenim non leve exercitio opus est, ut, quicquid animo concipis, verbis distincte enuncies. Nisi vero hac facultate polleas, in studio philosophico & quocunque alio scientiarum genere accurata methodo nunquam uteris. Extra Matheſin non habemus characteres & figuras, quibus imaginatio juvatur & defectus distincte enunciandi, quæ concipiuntur vi intellectus suppletur. Inprimis autem usui est, ut quam maxime abstracta verbis perspicuis accurate enunciare valeas, ubi tibi propositum fuerit ex perceptionibus obviis eruere notiones universales, quæ iisdem insunt & veritatibus in casu particulari agnitis omnem suam tribuere amplitudinem, quam habere possunt: id quod mirifice conducit ad omnem cognitionem promovendam & prudentiam, qua ad recte agendum opus habemus, amplificandam. Immo augebitur eodem medio notiones distinctas formandi facultas, quæ non adeo facile acquiritur, quemadmodum vulgo putatur, præsertim ubi cum abstractis tibi fuerit negotium. Scholastici in distinguendis iis, quæ diversa sunt, satis fuerunt acuti; sed quæ confuse perceperunt distincte concipere & verbis perspicuis accuratæ enunciare non valuerunt. Quamobrem Metaphysicam tenebris involverunt, nec ratiocinando quicquam ex notionibus confusis colligere potuerunt, ut scientia nobilissima in terminologiam versa fuerit ac proinde a nonnullis perperam pro Lexico quodam philosophico habita. *Carteſius* vero, qui notionum distinctarum usum indispensabilem in scientiis perviderat, Ontologiam in eorum numerum retulit, quæ contemni merentur, & in Physicis imaginaria cum realibus confudit, ut ad veritatem liquidam pertin-

pertingere non potuerit, Philosophiam vero practicam, quam excoli maxime interest, prorsus intactam reliquerit, etsi ipsi propositum esset Philosophiam reformare, cujus defectus abunde agnoscebat.

§. 173. Sed dicta sufficiant de applicatione Algebræ ad problemata arithmetica. Progrediamur itaque ad problemata geometrica, quæ capite tertio traduntur. Problemata geometrica duo singularia habent. Etenim plerumque artis est invenire æquationem, nec ea tam obvia est, quemadmodum in problematis arithmeticis puris, ubi scilicet numeri dantur abstracti. Deinde non minoris artis est formularum algebraicarum, per quas determinatur quæsitum, constructio geometrica. Immo subinde difficultate non caret, ut reperias, quid quæri debeat, ut in commodam incidas solutionem. Quamvis vero problemate 110 (§. 250. *Analyf.*) præscribantur regulæ generales de invenienda æquatione, eædem tamen non ita determinatæ sunt, ut in dato quolibet casu statim appareat, quanam earum utendum sit ad æquationem inveniendam, sed haud raro variis id tentandum est modis. Similiter in problemate 111 & 112. (§. 252. 253. *Analyf.*) docuimus, quomodo construantur æquationes simplices & quadraticæ omnes; monuimus tamen in scholio (§. 254. *Analyf.*), quod hoc modo raro incidamus in constructiones concinnas, quales sunt, quæ in Elementis Geometriæ extant, cum tamen concinnæ potissimum desiderentur. Quamobrem modus, quo pervenitur ad æquationem, & quo æquatio ultima, per quam determinatur quæsitum, construitur, majorem attentionem meretur, quam qua in problematis Arithmeticis usi fuimus, ut pateant artificia, quibus utimur, in aliis casibus similibus, quando occurrunt, imitanda. Ut autem constructionem concinnam reperias, primo tentanda est per regulas generales, quæ præscribuntur. Deinde dispiciendum, quomodo omnes linearum determinationes eidem schemati includantur, in quo lineæ singulæ commodum nanciscantur situm, ut prodeat schema, quod visum minime offendit, & in quo citra molestiam lineæ ex loco uno in alterum transportantur. Nulla adhuc datur constructionum elegantium theoria, in qua elegantia, quam ipsi tribuimus, ad notiones distinctas reducitur, quamvis ea non im-

possibilis sit. Pendet ea a principiis generalibus pulchritudinis entis compositi, quam & ipsam nemo hactenus explicavit. Insunt Architecturæ civili notiones quædam generales, quæ huc faciunt; sed nemo hactenus ad eas, quantum publice constat, animum advertit. Quamobrem hactenus in casu omni demonstrari nequit, constructionem, quam dedisti, esse eam, in qua nihil desiderari possit. Et haud raro casui magis, quam arti tribuendum, quod in constructionem incidas, quæ pulchritudine sua sese commendat. Neque vero existimandum est, si vel in nostris Analyseos elementis, vel apud autores alios occurrunt constructiones elegantes; eas ex formula algebraica juxta regulas generales resoluta primo statim conamine deductas fuisse: Quin potius pro certo tenendum, eas haud raro multum negotii feciisse inventoribus, ante quam ad eam formam deducerentur, quam habent. Ceterum ut dicta intelligantur, specialia quædam addenda sunt.

§. 174. In problemate 113. (§. 255. *Analyf.*), quo ex data perimetro & area trianguli rectanguli hypothenusam invenire, ipsumque triangulum construere docemus, non minus æquationis investigatio, quam trianguli constructio singularia quædam habent, quæ attentionem merentur. Quodsi in investiganda æquatione via ordinaria, quam monstrant regulæ generales, incedere voluissemus, hoc modo æquatio inventa fuisset.

$AB + BC + CA = a$ $\quad AC = x$

$\text{Area} = b^2$ $\quad AB = y$

erit

$AB + BC = a - x$

$BC = a - x - y$

Duæ cum inveniendæ sint æquationes, alteram suppeditat theorema Pythagoricum, vi cujus $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (§. 417 *Geom.*), alteram vero area trianguli $= \frac{1}{2}$ AB BC (§. 392 *Geom.*). Habemus itaque

$x^2 = 2y^2 + a^2 - 2ax$ $\quad b^2 = \frac{1}{2}ay - \frac{1}{2}xy - \frac{1}{2}y^2$

$+ x^2 \quad 2ay + 2xy$ $\quad \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}ay \; \frac{1}{2}y^2 - b^2$

$0 = 2y^2 + a^2 - 2ax -$ $\quad xy = ay - y^2 \; 2b^2$

$2ay + 2xy$

$2ax - 2xy = 2y^2 + a^2$ $\quad x = ay \; y^2 - 2b^2$

$-2ay$ $\quad y$

$x = 2y \quad a - 2ay$

$2a - 2y$

Quamob-

Quamobrem

$$\frac{2y^2 + a^2 - 2ay}{2a - 2y} = \frac{ay - y^2 - 2b^2}{y}$$

$$2y^2 + a^2y - 2ay^2 = 2a^2y - 4ay^2 - 4ab^2 + 2y^2 + 4b^2y$$

$$0 = a^2y - 2ay^2 + 4b^2y + 4ab^2$$

$$2ay^2 - 4b^2y - a^2y = -4ab^2$$

$$y^2 - \frac{4b^2 - a^2}{2a}y = -2b^2$$

Fiat $\frac{4b^2 + a^2}{2a} = m$,

erit $y^2 - my = -2b^2$

$\frac{1}{2}m^2 \quad \frac{1}{2}m^2$

$$y^2 - my + \tfrac{1}{4}m^2 = \tfrac{1}{4}m^2 - 2b^2$$

$$y - \tfrac{1}{2}m = \sqrt{(\tfrac{1}{4}m^2 - 2b^2)}$$

$\frac{1}{2}m - y$

$$y = \tfrac{1}{2}m \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4}m^2 - 2b^2)}$$

Vides hic, quam prolixus evadat calculus, si viam ordinariam ingrederis stricte inhærens regulis generalibus. Incidis in æquationem quadraticam affectam, cum in solutione, quam in textu dedimus, æquatio sit simplex, adeoque primi gradus. Quodsi y per constructionem geometricam determinare volueris, primo eruendus est valor ipsius m. Est vero $m = \frac{4b^2 - a^2}{2a} = \frac{2b^2}{a} - a$. Unde patet, te eadem opera, si æquatione in contextu utaris, reperisse hypothenusam, qua hic valorem m reperis, quo in constructione geometrica æquationis ultimæ hic opus habes: ut adeo dubitari non possit, constructionem quoque fore multo prolixiorem, & intricatiorem ea, quam in contextu exhibemus. Abbreviatur calculus & æquatio multo simplicior eruitur, quia problema ad æquationem reducturus uteris theoremate de compositione quadrati, cujus radix binomia (§. 261 *Arithm.*), adeoque plures veritates cognitas supponis, quam si viam ordinariam ingrederis & ad circumstantias particulares animum attendis, quarum viam ordinariam ingressus nullam habes rationem. Nihil itaque hic singulare occurrit, quod non eodem modo locum habeat in aliarum regularum generalium applicatione. Qui ea attentione utitur in addiscenda Matheſi, quam in capite primo inculcavimus; rationem hanc iam didicit in Practica Italica, ubi ob circumstantias singulares ope theorematum, quæ tanquam cognita præsupponuntur, & quorum in regula trium opus non habemus, calculus abbreviatur. Discas hinc velim,

velim, quod, si nostro more in studio Arithmeticæ & Geometriæ versatus acumen quoddam tibi comparaveris, te in studio quoque algebraico fore acutiorem, & dum eidem incumbis, in majore luce versaturum. Acumen vero hoc studio algebraico auctum non uno nomine sese tibi commendabit, ubi ad philosophiam & alia addiscendum progredieris, immo in ipsa praxi vitæ. Enimvero constructio quoque trianguli rectanguli ex perimetro & area datis attentionem meretur. Vulgo triangula rectangula construimus ex datis cruribus, quibus ad angulum rectum junctis determinatur hypothenusa; quæ etiam ratio est, cur problema per regulas generales solventes investigamus cruris y valorem. Construi vero etiam potest triangulum rectangulum data hypothenusa & altitudine: quæ constructio denuo uberiorem theoriam supponit, quam communis, quod facile animadvertes, ubi fundamentum, quo nititur constructio, perpendere volueris. Unde vides, cur inventa hypothenusa etiam quæsiverimus altitudinem. Et quoniam inventa in numerum cognitorum refertur, x non amplius spectatur tanquam magnitudo incognita, sed pro cognita habetur, ut adeo constructionem præter necessitatem efficeres prolixiorem & intricatiorem, si pro x valorem inventum in æquatione $y = b^2 : \frac{1}{2} x$, $= 2b^2 : x$ substituere velles. Immo commodius accidit, si retineas $y = b^2 : \frac{1}{2} x$, quam si reductione modo ordinario facta sumas $y = 2b^2 : x$. In quo denuo latet quoddam artificium, quod in geometricis constructionibus formularum algebraicarum utile est, & quo etiam in sequentibus utimur.

§. 175. Regulas arithmeticas non adscripsimus brevitatis gratia, non modo, quod geometricarum constructionum hic potissimum habetur ratio; verum etiam quod ex anterioribus satis manifestum supponimus, quomodo formulæ algebraicæ arithmetice explicentur, & regulæ arithmeticæ inde deducantur. Non tamen ideo tyrones negligere debent formularum per numeros explicationem & regularum arithmeticarum enunciationem. Etsi vix opus esse videatur, exemplo præsenti rem declarari; ut tamen consulamus minus perspicacibus, id feciisse non nocebit. Æquatio itaque $x = \frac{1}{2} a - 2b^2 : a$ hanc suppeditat solutionem arithmeticam, adhibito artificio, quod sub finem paragraphi præcedentis commendavimus: 1. Quæratur ad perimetrum dimidiam $\frac{1}{2} a$

&

& latus quadrati areæ æqualis b tertia proportionalis, quæ erit $\frac{2b^2}{a}$.

2. Hæc ſubtrahatur a ſemiperipheria $\frac{1}{2}a$, relinquetur hypothenuſa quæſita. Arithmetice explicabis formulam hoc modo. Sit $a = 12$, $b^2 = 6$. Erit $\frac{1}{2}a = 6$, adeoque $x = 6 - \frac{12}{12} = 6 - 1 = 5$.

§. 176. Qui ex ſolutionibus problematum proficere voluerit, quantum datur, is negligere minime debet theoremata, quæ offerunt æquationes. Quamobrem in problemate, quod nunc perluſtramus, docuimus, quomodo theorema ex æquatione ſecunda; ſeu penultima eruatur. Enimvero ipſa etiam æquatio ultima theorema non inelegans ſuppeditat. Cum enim $2b^2 : a$ vel $b^2 : \frac{1}{2}a$ ſit differentia inter ſemiperimetrum trianguli rectanguli $\frac{1}{2}a$ & hypothenuſam x; extemplo patet theorema ſequens: *Differentia inter hypothenuſam & ſemiperimetrum trianguli rectanguli eſt tertia proportionalis ad ſemiperimetrum & latus quadrati areæ trianguli æqualis.* Non video, quid obſtet, quod minus hoc theorema ceteris Geometriæ elementaris adſcribi poſſit, niſi quod uſum, quem habere poſſit, non prævideas: nullum enim eſſe demonſtrare minime vales. Sane ſi hæc ratio ſufficeret ad theoremata ex Matheſi eliminanda, multa ex eadem arcenda & olim fuiſſent, & nunc eſſent, quorum egregius prorſus ſucceſſu temporis comparuit uſus, & in poſterum comparebit. Ecquis prævidere poterat uſum, quem habet comparatio progreſſionum arithmeticarum & geometricarum, cui inventum logarithmorum longe utiliſſimum deberi conſtat, & qua *Stifelius* uſus in algebraicis æquationibus intimius explicandis? Quodſi igitur hanc comparationem tanquam inutilem rejicere voluiſſent Mathematici, locum in Matheſi eidem denegaturi, quod uſum ejus minime prævidérent; logarithmorum doctrina & ardua illa, quæ in Matheſi ſublimiori ab eadem pendent, forſan hodienum non eſſent detecta. Inventores non ſolliciti eſſe debent, num, quod inveſtigandum ſibi ſumunt, utile ſit, ſed num quod inveſtigaverunt, ſit verum. Utilitas enim ſua veluti ſponte ſeſe manifeſtabit, ubi in veritate inveſtiganda progrediuntur, quam prævidere nullo modo poterant. Multum obeſt incremento ſcientiæ, ſi qui eam promovere poſſunt ac volunt, hoc præjudicio tenentur, quod de veritatis inveniendæ utilitate prima moveri

debeat quæstio. Hæc enim cura tangere debet nonnisi eos, qui ab aliis inventa certo fine addiscunt, etsi cautione multa opus sit, ubi utilitatem ex vero æstimare voluerint, ne, quemadmodum plerumque accidit, quæ maxime utilia sunt, præ inutilibus reputentur.

§. 177. Forsan non inconsultum judicaveris, ut constructiones ex calculo erutæ, itemque theoremata hinc derivata etiam more veterum seu synthetice demonstrentur. Non improbo consilium, ubi hoc facile fieri potest, & ea fini problemata quædam per leges rationum reduximus, quemadmodum problema 116 (§. 259. *Analyf.*): ubi ipsa reductio demonstrationem quæsitam continet, modo singulæ analogiæ verbis enuncientur. Enimvero cum per Algebram solvantur problemata, quæ a cognitione nostra adhuc procul sunt remota, defectu principiorum ad ratiocinandum requisitorum, per quæ ratiocinando colligi poterat quæsitum, quemadmodum in Geometria fecimus: multa haud raro theoremata intermedia essent invenienda, antequam demonstratio synthetica dari posset. Unde facile intelliges eam non esse in potestate tua. Sume exempli loco theorema, quod modo (§. 176.) elicimus: In triangulo rectangulo differentia hypothenusæ a semiperimetro est tertia proportionalis ad semiperimetrum & latus quadrati triangulo æqualis. Si demonstrationem syntheticam dare volueris, hæc analogia ex aliis notis colligenda per theoremata de ratione quantitatum. Enimvero in Geometria elementari nihil adhuc demonstratum est de perimetro trianguli rectanguli. Quamobrem alia adhuc invenienda essent theoremata, antequam demonstrationem consummatam dare possis, quales dedimus in Geometria. Nobis jam non vacat eam in rem inquirere, ut exemplo dicta confirmaremus. Nemini igitur suademus, ut tempus in quærendis istiusmodi demonstrationibus fallat, quod longe utilius in exercenda Analysi consumere datur. Quodsi vero obvia fuerit demonstratio, eam addi dissuademus.

§. 178. Si existimaveris demonstrationes syntheticas dari posse, si vestigiis calculi insistens verbis enuncies, quæ per eum patent, & in reddendis rationibus ad leges calculi confugias; totus falleris: neque enim forma demonstrationis mutabitur, si characteribus expressa verbis enuncientur. Abunde hoc videre licet in Phoronomia *Hermanni*, cujus prætensæ demonstrationes syntheticæ

ticæ seu lineares, quas vocat, quantum distent a demonstrationibus *Euclideis* nullo negotio deprehendet, qui cum fuerit in resolvendis demonstrationibus more nostro versatus resolutionem demonstrationum Hermannianarum tentare voluerit. Præstat igitur in analysi acquiescere, quam per eandem reperta minus recte demonstrare. Sane ipse *Newtonus* (quod citra injuriam in maxima Viri summi merita dictum esto,) multa corollariorum instar absque ulla demonstratione subjicit propositionibus, quæ subinde prolixam desiderant demonstrationem, si *Euclideo* more evincenda eorundem veritas, immo corollariorum loco habet, quæ absque ulla demonstratione pateant lectori, quæ posita propositione minime ponuntur. Exempli loco est, quando problema inversum virium centripetarum in sectionibus conicis pro corollario directi habet, cum tamen conversio per se minime pateat, nec quis ferret in Geometria elementari, si ex parallelismo linearum demonstrata angulorum æqualitate per modum corollarii absque demonstratione inferret: Ergo etiam parallelæ sunt lineæ, si anguli alterni fuerint æquales. Non omnes propositiones posse converti, ex doctrina logica de conversione satis manifestum est. Quamobrem ubi conversio per rationes logicas non statim patet, conversa utique demonstranda est. Immo cum ex principiis logicis demonstrandum foret, propositionem converti posse; Geometris veteribus consultius visum ex principiis propriis, aliunde non supponendis demonstrare conversam. Nos vero, qui omnibus justum statuere pretium solemus, demonstrationes logicas in numerum artificiorum heuristicorum referimus, per quas reperire, nonnunquam saltem conjectare licet, propositionem aliquam datam & demonstratam converti posse. Qui intellectus perficiendi gratia Mathesi operam navat, is a rigore demonstrandi ne latum quidem unguem recedere tenetur, ne methodi confusæ notiones & de eadem concepta præjudicia noceant extra Mathesin: quod quam facile fieri possit, jam in superioribus monuimus (§. 100. 101.).

§. 179. Ceterum cum demonstrationibus syntheticis confundendæ non sunt demonstrationes, quibus evincitur constructionem juxta formulam per calculum erutam rite esse factam. In his enim supponimus quæsitum eo modo determinandum esse, quemadmodum exigit formula algebraica. Quoniam nos construc-

ctiones ad formulam retulimus, earundem demonstrationes in ipsa constructionum explicatione jam continentur. Quodsi vero illas verbis enunciare velles, demonstratio ubique adjicienda foret, de qua hic sermo est. Ita in exemplo nostro, ubi triangulum rectangulum construendum ex formulis $x = \frac{1}{2}a - 2b^2 : a$ & $y = b^2 : \frac{1}{2}x$ (§. 255. *Analyf.*); constructio pure enunciabitur hoc modo: 1. Erigatur ad perimetrum BD perpendicularis AB, quæ sit ad latus quadrati areæ trianguli æqualis in ratione dupla, fiatque BG ipsi lateri huic æqualis. 2. Quæratur ad BD, AB & BG quarta proportionalis BH. 3. Fiat BC semiperimetro æqualis & ex C in I transferatur modo inventa BH. 4. Super BI describatur semicirculus & ad BO dimidiam ipsius BI, & BE dimidiam ipsius AB quæratur tertia proportionalis BK. 5. Ducatur denique ex puncto K diametro BI parallela KL. Quodsi 6. punctum L cum extremis diametri B & I rectis BL & LI connectatur, prodibit triangulum rectangulum quæsitum BLI. Hoc modo si enunciaveris constructionem, ut prodeat resolutio problematis, quali forma exhibentur resolutiones in Geometria elementari; demonstratio sequens adjicienda utique est, ut manifestum evadat, suppositis formulis algebraicis tanquam veris, seu, uti loqui amamus, iisdem concessis, constructionem esse veram. Nimirum quoniam BD $= a$, AB $= 2b$, BH $= b$; erit quarta proportionalis BH $= 2b^2 a$. Quare cum sit BC $= \frac{1}{2}a$ & CI $=$ BH, erit BI $= x$, seu hypothenusa trianguli rectanguli construendi per formulam primam. Jam quia porro BO $= \frac{1}{2}x$, BG $=$ BE $= b$, erit BK $= b^2 : \frac{1}{2}x$, adeoque altitudo trianguli rectanguli construendi. Quoniam itaque recta KL est ipsi BI parallela & BLI semicirculus super hypothenusa trianguli descriptus; erit BLI triangulum rectangulum, cujus hypothenusa $\frac{1}{2}a - 2b^2 : a$ & altitudo $= b^2 : \frac{1}{2}x$. Quod erat construendum. Suppono nimirum hic tanquam notum, quomodo triangulum rectangulum datæ altitudinis supra hypothenusa sit construendum. Quodsi enim notum non sit, demonstratio ex principiis Geometriæ elementaris facile contexitur. Etenim angulus BLI cum sit in semicirculo *per constr.* rectus est (§. 317. *Geom.*), adeoque BLI triangulum rectangulum, cujus hypothenusa BI (§. 91. 95. *Geom.*). Linea KL est diametro BI parallela & KB ad BC perpendicularis *per construct.* consequenter

Fig. algeb. Tab. XII. a Fig. 113.

ter perpendicula inter easdem intercepta KB & ex L in BI demissum æqualia sunt (§. 226. *Geom.*). Enimvero KB est altitudini trianguli æqualis *per construct.* & perpendiculum ex L in BI demissum ipsa trianguli BLI altitudo (§. 227. *Geom.*). Patet itaque si supra hypothenusa describatur semicirculus & in ejus altero extremo erigatur perpendicularis altitudini æqualis, per ejus vero summitatem ducatur recta diametro parallela & punctum, in quo hæc secat semicirculum, connectatur cum extremis diametri; triangulum rectangulum datæ altitudinis supra hypothenusa data esse constructum. Problema hoc cum sua demonstratione Elementis Geometriæ inferi poterat, ex cujus quippe principiis eodem prorsus modo demonstratur, quo problemata cetera ibidem demonstrantur.

§. 180. Cum formulæ algebraicæ contineant regulas, per quas ex datis determinatur quæsitum, & per calculum ac demonstrationem æquationis, nisi hæc in conditione seu hypothesi problematis continetur, verum esse constet, quod sic determinetur quæsitum, quemadmodum vult formula; qui constructiones ex formulis erutas pure enunciat & easdem deinde hisce convenienter factas demonstrat, in demonstrando sese non minus exercet, quam si in demonstrationibus Arithmeticæ & Geometriæ elementaris versetur. Quamobrem qui methodum demonstrandi familiarem reddere intendunt, eadem extra Matheſin feliciter usuri; iis omnino suadendum, ut constructiones pure enuncient & ad eam formam redigant, qua resolutiones problematum in Geometria elementari exhibentur, atque deinde demonstrationes, cum quibus jam nobis negotium est, superaddant.

§. 181. Et quoniam problematum simplicium reductio per leges rationum, cujus exempla quædam dedimus (§. 259. 266. 289. *Analyſ.*), & reductio quadratici ordinis ad lineas reciprocas (§. 263. 265. 278. *Analyſ.*) propius accedit ad Analysin veterum & demonstrationes ad formam veterum componendas formaliter continet; eam negligere minime debet, qui methodum veterum cum methodo recentiorum conjungere voluerit. Probe nimirum notandum est, signorum usu non variari ipsam methodum, quæ in modo ratiocinandi consistit, sed tantummodo facilitari & clariorem reddi, quemadmodum demonstrationes veterum eædem manent, si nostro more resolutæ ope artis characteristicæ

symbolice repræsentantur. Sane per hoc, quod in Geometria elementari utamur signis, quorum in Algebra usus est, demonstrationes non fiunt algebraicæ, quemadmodum hebetiores judicant, sed tantummodo brevius & clarius exprimuntur. Vocabula non minus signa sunt, quam signa alia, quæ in locum eorum surrogantur. Quemadmodum itaque eadem manet demonstratio, si vocabula idem significantia sibi mutuo substituis, prouti in versionibus accidere solet, ubi v. gr. Latinis substituis Germanica vel Gallica; ita nec alia evadit, si vocabulis alia signa substituis, quæ cum ipsis idem significant. Ita perinde est, sive dicas, triangulum BDE simile est triangulo BAC, sive scribas, △ BDE ∽ △BAC: etenim si verbis reddere volueris, quæ ita scripsisti, verbis istis eadem efferre teneris, perinde ac dicendum est, das Dreyecke BDE ist dem Dreyecke BAC ähnlich, ubi Germanice reddere volueris, quod Latine dictum fuerat.

§. 182. In problemate 114. (§. 257. *Analyf.*), quo data area trianguli rectanguli, cujus latera sunt in proportione continua, inveniri jubentur latera, & reductio, & constructio singularia habet, quæ attentionem tyronum merentur. In reductione notandus est modus, quo eliminatur quantitas alterutra incognita, utpote a regula generali recedens (§. 141. *Analyf.*). Notanda quoque est applicatio calculi irrationalium, qua formula efficitur simplicior. In constructione autem notatu dignum est artificium, quo numeri irrationales in lineis exhibentur & radices quoque quadrato quadratæ per Geometriam elementarem construuntur. Quæ enim in aliquo problemate singularia occurrunt, ad ea advertendus est animus, cum eidem insinuentur artificia, quibus utendum in casu simili, quoties is occurrit. Et selecta dicuntur problemata, quæ vel in veritatum cognitu necessariarum notitiam nos deducunt, vel artificia suggerunt, quibus ars inveniendi locupletatur, ipso usu rectius discenda, quam per præcepta, cum hæc non satis intelligantur, nisi per exempla. Quamobrem qui in Analysi proficere voluerit, non sine singulari attentione circa singula problemata versari tenetur, ut, si qua nova occurrunt, ea comparatione cum regulis generalibus instituta advertat & memoriæ infigat.

§. 183. Non commemoramus hic alia, quæ in ceteris problematis annotabit attenta mente & solutionem,

nem, & constructionem perlustrans, ne præter necessitatem justo prolixiores videamur. Unum tamen est, quod notasse non piget, scilicet ex problemate 124 (§. 275. *Analys.*) patere, per Algebram subinde prodire formulas, quæ statim dant constructionem, quam veteres suo modo invenerunt. Patet in hoc problemate ratio, quod in æquatione investiganda insistamus iisdem principiis, quibus usi veteres in eruenda constructione. Et quamvis problema sequens (§. 279. *Analys.*) de latere Pentagoni inveniendo contrarium insinuare videatur; videbis tamen, si attentius rem consideres, nos totos in eo esse, ut investigemus relationem lateris Pentagoni ad latus Decagoni & Hexagoni regularis eidem circulo inscriptorum simul, qua nititur constructio veterum. Eam vero non dare regulas reductionis generales; sed utendum hic esse singulari artificio substitutionis, quo neglecto, per æquationem $x^2 = 4b^2 - b^4 : a^2$, vel per $\frac{1}{4}^\circ\, a^2 - a\sqrt{\frac{5}{4}\, a^2}$ longe alia prodiret constructio, quam dedere veteres. Immo nisi relatio lateris Pentagoni ad latus Decagoni & Hexagoni simul ex inventis veterum nobis cognita & perspecta fuisset; non facile adfuisset ratio, cur de ista substitutione cogitassemus. Duo igitur hic probe notari velim, cum in veritate investiganda multum relictum sit tentaminibus, in problematum resolutionibus algebraicis & præsertim in formularum constructionibus operam dandam esse, ut problema & ejus constructio efficiatur dependens a veritatibus aliis jam inventis, quæ dependentia in methodo veterum, qua usi sumus in Geometria elementari, & in demonstrationibus propositionum syntheticis unice attenditur, & ut ea fini tententur substitutiones, quibus locus esse potest. Eluceſcit hinc usus, quo commendatur studium in veritatibus nobis jam notis analytice investigandis, si nempe proponantur tanquam quærendæ. Istiusmodi enim investigationes efficient, ut animum attendas ad artificia, quæ alias eundem non subirent, & quibus posthac felici successu usurus es in investigandis iis, quæ nondum cognita, sed adhuc latent. Neque enim sufficit, artificia quædam esse in potestate nostra, verum etiam requiritur ratio, cur eadem mentem nostram subeant, quando iisdem commode utimur; id quod ex principiis nostris Psychologicis abunde patet. Ratio autem ista non semper a nobis pendet, sed a casu, qui potestati nostræ subducitur. Quodsi vero

vero artificia nobis fuerint familiaria, quoniam iisdem jam ante usi ea attentione conveniente memoriæ infiximus, probe conscii varia esse tentanda, ubi veritas latens eruenda, eadem nobis in memoriam revocamus: id quod denuo per principia nostra psychologica manifestum est, ut nihil affirmetur, quod non ex iisdem demonstrari possit, si demonstratio exigatur, quamvis defectum demonstrationis hic suppleat experientia domestica, si quis dictis fidem habere voluerit.

§. 184. Forsan nec inconsultum erit quædam adhuc moneri circa examen Regulæ Renaldinianæ polygonum regulare quodcunque circulo inscribendi. Constat ex Elementis *Euclidis*, constare modum, quo trigonum, quadratum, pentagonum, octogonum, decagonum, Quindecagonum circulo inscribitur, & idem patet ex anterioribus. Quamobrem totum examen huc redit, ut investigetur valor lateris cujusdam polygoni, aut saltem partis ejusdem per regulas demonstratas, deinde vero idem valor eruatur per regulam *Renaldini*, quæ si vera fuerit, valor per eam inventus erit alteri æqualis. Quodsi ergo hosce duos valores æquales ponas, & exinde eruas contradictionem; hinc patebit, regulam Renaldinianam esse falsam, cum alteram veram esse constet. Nimirum hinc agnoscitur illam contradicere veritati manifestæ, adeoque per principia logica, quibus nititur tota methodus demonstrandi per indirectum, colligitur, eam falsam esse debere. Examen adeo præsens pendet a principio contradictionis & in applicatione methodi demonstrandi per indirectum consistit. Eodem artificio utimur etiam in aliis, veluti si quis dederit Quadraturam circuli, sumta diametro pro unitate, valorem peripheriæ eruimus in fractionibus decimalibus, quia constat numeros *Ludolphi* notissimos cum veritate consentire. Quodsi enim ab his diversi prodeant, prætensam Quadraturam circuli veritati contradicere, adeoque falsam esse colligitur. Novi equidem quod huic examini manus victas dare nolint, qui circuli quadraturam sibi inveniisse videntur: sed hi sunt, qui ignorant, quomodo numeros suos eruerit *Ludolphus* & quales sint methodi recentiorum, quibus investigantur series infinitæ pro circulo, unde iidem numeri deducuntur. Valeat hic pervulgatum istud: Cum ignorante principia non est disputandum.

§. 185. Quantum interfit discriminis inter constructionem elegantem

tem & minus elegantem, clariſſime eluceſcit, ubi utramque conſtructionem trianguli rectanguli ex data area una cum angulo uno obliquo inter ſe conferre volueris. Ipſa vero hæc collatio etiam manifeſtabit rationem, cur conſtructio ſecunda prima ſit elegantior. Conſtructio ſecunda ſimplicitate ſua ſeſe ita commendat, ut in Geometriam referri poſſit. Habet autem hoc ſingulare conſtructio, quod recta ſimul repræſentet ſinum totum & rectam datam, ſicque loco quartæ proportionalis invenienda ſit tertia, ſingulari modo per conſtructionem trianguli rectanguli determinata, qui ab eo longius recedit, quem in Elementis Geometriæ docuimus, etſi hujus quoque fundamentum in illis ipſis contineatur. Quodſi quis conſtructionibus æquationum in Algebra ſedulam operam navaverit; is varias ſolutiones ex Elementis demonſtrandas deteget, quæ in uſum conſtructionum elegantium in Algebra non ſine tyronum commodo poſthac Geometriæ elementari inſerentur, ut hæc ampliorem nanciſcatur uſum & ſtudium conſtruendi formulas algebraicas facilitetur.

§. 186. Problema 152. cum duobus ſequentibus (§. 325. & *ſeqq. Analyſ.*) inter difficilia referri ſolet. Ita autem eadem reſolvimus, ut nec tyronibus quicquam difficultatis faceſſant. Præmittitur in reſolutione primi theorema, quod tanta facilitate ex principiis Geometriæ elementaris demonſtratur, ut ipſum in iisdem Elementis locum mereatur. Hoc ipſo autem exemplo docemur, quod in uſum Analyſeos & Geometriæ ſublimioris ſupplementum quoddam Elementorum Geometriæ conſcribi poſſet, quo ſtudium algebraicum & Matheſeos mixtæ multum facilitaretur. Sane ſi hoc ipſum theorema, quod ad reſolvendum problema præſens primus adhibuit *Newtonus*, ab *Euclide* jam fuiſſet traditum, Mathematici alii non tantopere in reſolvendo hoc problemate deſudaſſent. Confirmat igitur problematis præſentis reſolutio ea, quæ ſuperius (§. 176.) inculcavimus de non contemnendis theorematis, quæ nullum uſum habere videntur, ſeu quorum ſaltem uſum prævidere minime licet. Vi hujus theorematis ſolo calculo literali absque regulis Algebræ ex ſinu & coſinu anguli ſimpli eruuntur ſinus & coſinus dupli, tripli, quadrupli, quintupli, ſextupli, ſeptupli &c. ita ut hoc problema jam ſuperius c. 3. exhibere potuiſſemus, ubi uſus calculi litteralis in inveniendis theorematis explicatur.

catur. Apparent adeo denuo, quam ardua solo calculo literali eruantur, etiamsi Algebra prorsus ignota supponatur. Inprimis vero animum attendi convenit ad artificium, quo ex theorematis particularibus eruitur universale. Consistit hoc in reductione ad theorema generale de binomio ad dignitatem quamcunque evehendo, & reductio ipsa nititur comparatione formularum particularium problematis praesentis cum formulis particularibus problematis superioris. Principium hoc reductionis amplissimum habet usum in omni arte inveniendi, etiam extra Matheſin, quemadmodum jam in Pſychologia me monuisse memini. Inprimis autem reductio problematis unius ad aliud, quod notius & simplicius, in Geometria sublimiori & in calculo integrali usum prorsus eximium habet. Quamobrem consultum est hoc artificium tempestive observari. Tollit reductio haec in casu praesente omnem laborem, eumque valde molestum, quo alias opus foret, si eodem modo legem progressionis in infinitum, quam formulae particulares loquuntur, ex earundem comparatione elicere velles, quemadmodum supra fecimus, cum theorema generale de binomio ad dignitatem quamcunque evehendo investigaremus. Ostendi etiam, quomodo ex formula cosinus multipli expungatur valor sinus simpli per legem substitutionis, ut cosinus multipli determinetur per solum simplum atque sinum totum. Hoc modo eruuntur alia theoremata particularia & universale quoque aliud prodiret, si eadem substitutione valores b^5, b^4, b^6, b^7, &c. eliminare velles. Quem calculi molestia non deterret, is eundem tentare potest, quamvis non opus habeamus hisce theorematis, cum dato sinu facile reperiatur cosinus (§. 16. *Trigonom.*). Ceterum hic quoque elucet, quomodo infinita theoremata comprehendantur uno generali. Sed cum hic nihil occurrat, quod non jam animadversum fuerit in problemate 29. (§. 95. *Analyſ.*); plura ea de re non addimus. Corollarium vero, quod adjicitur, attentionem meretur, ut notes alibi etiam profutura. In eodem scilicet ostendimus, quod idem theorema inserviat determinandis chordis arcuum multiplorum, quo sinus angulorum multiplorum determinantur: immo quod hinc etiam pendeat multiplicatio arcus & consequenter anguli per datum numerum. Notandum igitur hic est, in scientiis problematum quoque aequipollentiam esse perpendendam non modo,

ne

ne entia præter neceſſitatem multiplicentur; verum etiam ut in ſolutione problematis inveſtiganda ſeligamus illud, quod facilius ſolvi poteſt. Sane in noſtro caſu non adeo prona erat ſolutio, ſi loco ſinus anguli multiplici inveſtigandum tibi propoſuiſſes chordam arcus multipli. Neque enim meditatio te duxiſſet ad theorema geometricum, cui debetur ſolutionis problematis præſentis facilitas. Multum in philoſophia uſum habet, ut æquipollentia agnoſcantur. Quamobrem qui intellectus perficiendi gratia Matheſi operam navant, ea probe notare tenentur, ad quæ hic attentionem excitamus.

§. 187. Problema de tangente arcus multipli ex data tangente ſimpli invenienda, quod operoſiſſime ſolvitur ab aliis, hic nullo fere negotio ſolvitur, ſi noſtram ſolutionem cum aliis ſolutionibus compares. Notanda igitur ſunt artificia, quæ facilitatem ſolutionis pariunt. Primum artificium idque palmarium in eo conſiſtit, quod problema hoc conſideretur tanquam dependens ab altero de inveniendo ſinu anguli multipli ex dato ſinu ſimpli. Unde intelligitur, quantæ ſit utilitatis, ut dependentiæ problematum a ſe invicem habeatur ratio. Quoniam vero hoc pacto prodit formula, tangentem anguli multipli ex datis ſinu & coſinu ſimpli, non ex tangente ſimpli determinans, quod quærebatur; ideo per legem ſubſtitutionis valores ſinus & coſinus ſimpli eliminamus, ut eorum loco introducatur tangens anguli ſimpli. Duæ ſunt quantitates exterminandæ, nimirum a & b. Singulari autem ratione hic accidit, ut cum una earundem a eliminetur etiam altera b: quod niſi ſuccederet, ſubſtitutione nihil efficeres, propterea quod valorem ipſius a per tangentem t expreſſum ingreditur ſimul b & viciſſim valorem b per t expreſſum ſimul a. Atque hæc forſan ratio fuit, cur problema noſtrum independenter a problemate ſinus & coſinus anguli multipli inveniendi ſolvendum eſſe viſum fuerit. Unde patet veritatem inveſtigaturum non nimis tribuere debere iis, quæ apparent, nec ubi impoſſibilitas fuerit demonſtrata, non obſtante apparentia tentandum eſſe, quod ſucceſſu cariturum videtur. Tentaminibus enim in veritate inveſtiganda multum eſſe tribuendum nemo diffitebitur, niſi qui eorum uſum nondum fuit expertus. Ceterum hic quoque attentionem meretur artificium, quo utimur in abbreviando calculo eumque a perplexitate tædioſa liberando, dum pro coëfficientibus ſubſtituimus

literas majores, pro quibus deinde calculo absoluto iterum reponuntur earundem valores. Etsi enim eodem artificio jam antea fuerimus usi, veluti in problematis 54 & 81 (§. 165. 213. *Analyf.*); applicatio tamen in casu præsenti non statim cuilibet succurrit, nisi qui in anterioribus ad idem artificium animum attendit & distincta notione comprehensum memoriæ infixit, quemadmodum ex natura animæ vi principiorum nostrorum psychologicorum facile demonstratur. Ea enim dedimus in Psychologia principia, per quæ ratio a priori dari potest in casu dato eorum, quæ in anima contingere observamus. Denique notandum est, quomodo formula pure enuncietur, ut prodeat solutio facillima intellectu, in locum formulæ surroganda. Continet ea legem progressionis in infinitum, qua nituntur formulæ particulares, qualem in anteriori problemate deduximus ex formulis particularibus in usum generalis eruendæ. Ceterum quæ hic annotavimus de problemate tangentis multipli ex tangente simpli arcus inveniendæ, eadem etiam tenenda sunt de problemate secantis anguli multipli ex data secante simpli invenienda (§. 328. *Analyf.*).

§. 188. Quæ hactenus de Algebra tradidimus, non progrediuntur ultra terminos ab Arabibus assignatos, a quibus eandem accepimus, nisi quatenus ope Arithmeticæ literalis, seu calculi universalis, ad quem animum non adverterunt Arabes, multo amplior efficitur illius usus, ut per eam pateat accessus ad ea, quæ inaccessa videbantur. Ante inventam vero Arithmeticam literalem Algebram ulterius provehere studuerunt Itali, nec infelici prorsus successu. Cum enim Arabes in æquationibus quadraticis subsisterent, *Scipio Ferreus* ulterius progressus dedit regulas ex æquationibus cubicis extrahendi radicem, a *Cardano* publici juris factas, *Ludovicus* vero *Ferrariensis* etiam ex æquatione biquadratica radicem extrahere docuit. Neque Algebra in hunc usque diem ulterius promota, ex quo ope calculi literalis & calculi differentialis adeo amplificatus est ejusdem usus, ut nihil videatur a cognitione nostra adeo remotum, quin ad ipsum aperiat aditum. Etsi enim *de Tschirnhausen* invenisse sibi visus est methodum universalem quamcunque æquationem affectam reducendi ad puram, eamque Analysi suæ demonstratæ inferre nullus dubitavit *Carolus Reyneau*, tentanti tamen apparebit, eam non succe-

ſuccedere niſi in æquationibus cubicis, ad quam etiam eandem tantummodo applicavit *de Tſchirnhauſen* & qui eandem approbavit *Reyneau:* eandem enim methodum ad æquationes altioris gradus applicaturus incides in æquationes, quæ ſuperioris gradus ſunt quam reſolvenda; id quod monendum utique fuerat, ne Algebra complementum ſuum videatur nacta, a quo tamen longiſſimo intervallo adhuc diſtat. Non difficile fuerat DN. *de Tſchirnhauſen* hoc obſervare, modo applicationem in ſuperioribus æquationibus tentaſſet, nec nimia forſan in vires ſuas confidentia, quæ ipſum non in unum errorem ſeduxit, difficultates oblatas pro ſuperabilibus reputaſſet, quæ omnino inſuperabiles ſunt, ſaltem hactenus ſuperari minime poſſunt. Quoniam itaque methodus univerſalis extrahendi radicem exactam ex æquatione quacunque data deſiderabatur, nec adeo facile erat eandem reperire; ad extractionem radicis per approximationem confugerunt Analyſæ & methodum ingenioſam jam dedit *Franciſcus Vieta.* Alii alio modo idem tentarunt, quod prolixe recenſeri noſtri jam non eſt inſtituti: neque enim nobis propoſitum eſt hiſtoriam Algebræ ſcribere, ſed ea tantummodo enarrare, quæ ſcitu neceſſaria ſunt lectori Elementorum noſtrorum Analyſeos, ut majore luce fruatur, nec quaſi in tenebris verſetur ignorans, cur ea de extractione radicum ex æquationibus altioribus tradamus, quæ capite quinto continentur. Nos hic retinuimus methodum facillimam, quam Arithmetici Noſtrates (die Rechenmeiſter) in Algebra numeroſa *Coſſicam mechanicam* appellarunt, & quam etiam adhibuit *Newtonus*, & *Raphſon* in peculiari Tractatu multis exemplis illuſtravit, ſed noſtro more captui tyronum magis accommodatam, qua radix æquationis reperitur in fractionibus decimalibus tam exacta, quantum deſideratur. Et quoniam *Hallejus* regulas duas univerſales inveſtigavit, alteram rationalem, alteram irrationalem, quæ merito commendatur; easdem eadem methodo inveſtigare docuimus, qua in exemplis ſingularibus uſi ſumus, & quæ breviori ac trita magis via ad easdem ducit, quam qua *Hallejus* ad easdem pervenit. Methodus hæc in praxi ſatisfacit, nec ea ulteriorem Algebræ perfectionem deſiderat. Neque enim in praxi deſiderantur numeri irrationales, quales prodeunt per inventas generales formulas radicum in æquationibus cubicis (§. 358. *Analyſ.*); ſed

numeri rationales. Quando vero ex irrationali actu extrahenda radix, eam quærimus in fractionibus decimalibus, quales reperimus per methodum, de qua jam nobis sermo est. Applicatio autem formularum irrationalium plerumque plus pareret laboris quam methodus approximandi. Immo si in formula substitutis numeris pro literis extrahenda foret radix altioris gradus, non inutiliter recurreremus ad methodum approximandi, qua statim uti poteramus (§. 365. *Analys.*). Non tamen ideo damnamus, si quis in extrahendis radicibus ex æquationibus superioribus ulterius progrediatur: facit enim ad perfectionem theoriæ seu incrementum scientiæ & ad artem inveniendi locupletandam. Enimvero cum de commoda methodo extrahendi radicem ex æquatione quacunque data sive exacte, sive per approximationem laborarent Mathematici, in naturam æquationum inquisiverunt & quomodo eædem præparentur, sicubi opus est, investigarunt. Unde enata sunt problemata ista, quæ initio hujus capitis explicantur.

§. 189. Problemata ista intellectu facilia sunt ei, qui in anterioribus attentionem suam suumque acumen desiderari minime passus, ut adeo opus non sit quædam de iis moneri. Calculum in singulis adeo perspicue repræsentavimus, ut in eodem versantes levi saltem attentione opus habeat ad problematum solutionem intelligendam. Usus autem eorum, quæ de natura æquationum docentur, elucescit ex problemate 165. (§. 351.) de extrahenda radice rationali, si quam habet æquatio; id quod rarissime accidit. Duplicem proponimus methodum. Altera nititur principio substitutionis; altera vero principio de natura æquationum, quod scilicet æquationes altiores prodeant per multiplicationem simplicium. Atque hæc posterior ingeniosior est priori. Non amplius turbabit tyrones, quod alterum æquationis membrum hic ponatur 0, modo in anterioribus fuerint satis attenti, quoniam per reductionem aliquoties prodit talis æquationum forma. Quando primum tale quid occurrit, attoniti quasi hærent tyrones, quod aliquid nihilo æquale esse debere existiment non advertentes ad diversitatem signorum, ut ipsis succurreret axioma: si æqualia ab æqualibus subtrahuntur, nihil relinquitur. Nimirum hic differentia nulla est: differentia autem nulla per fictionem quandam nihilo æqualis ponitur. Proprie enim loquendo ei,

quod

quod non est, nullum prædicatum positivum competere potest juxta canonem tritissimum scholasticorum: Non entis nulla sunt prædicata. Æqualitas est prædicatum, quod quantitatibus convenit: quod vero nullum est, cum non sit in quantitatum numero, nec æquale dici potest alteri. Fingitur adeo nihil quantitatis esse aliquam quantitatis speciem, ut de eo prædicatum, quod nonnisi quantitatibus convenire potest, enunciari possit fiducia axiomatis, quamlibet quantitatem æqualem esse sibimetipsi. Nugari videretur, qui extra usum in calculo talia proponeret, veluti si demonstrare vellet, nihilum æquale esse nihilo. Hac tamen demonstratione subsistit fictio adeo utilis in calculo algebraico. Simile quid obtinet, si alterum æquationis membrum fuerit quantitas privativa, ubi tyrones perspicaciores ad diversitatem signorum in altero æquationis membro non attenti, vel saltem ignari, quantitates privativas excedere positivas, hærent existimantes aliquid poni minus nihilo, seu quod aliquid est æquale esse debere ei, quod nihilo minus est, cum tamen revera minus nihilo ponatur ei, quod minus nihilo est æquale, quatenus in calculo fingimus quantitatis defectum per eam, quæ deficit, æstimabilem esse veram quantitatem. Fictiones istiusmodi plurimum habent utilitatis in calculo, nec iisdem carere possumus. Nodum in scirpo quærit, qui contra eas difficultates faceſſit. Ad fictiones recurrendum est etiam extra Matheſin, nisi nescire velis, quæ scitu maxime necessaria sunt. Ita in Jure naturali Civitatem fingimus instar personæ liberæ, quæ sui juris est & cui per naturam suam certa competunt jura, immo individuum unum physicum in plura moralia dividimus & individuum morale physico contradistinguimus tanquam personam diversam ab eo, immo unum eundemque hominem distinguimus a se ipso, quasi duæ sint personæ, quarum una alteri obligatur, & uni in alteram competunt certa jura: qua fictione utitur ipse Apostolus, dum hominem novum veteri contradistinguit. Nec ignotæ sunt istiusmodi fictiones in jure Romano. Exemplo sit postliminium, ut taceamus alia, ubi fictiones non adeo manifestæ sunt, alio loco a nobis commemorandæ. Quodsi dicas in explicanda æquationum natura poni $x = -b$, adeoque quantitatem positivam æqualem privativæ: id quod utique contradictorium sit,

cum

cum quantitates privativæ positivis heterogeneæ sint, adeoque ratio æqualitatis, qualem supponit æquatio, inter eas intercedere nequeat (§. 24. *Analyf.*). Enimvero cum in æquationibus compositis radix non minus quantitas negativa, quam positiva esse possit, ea autem designetur litera x, quamdiu valor ejus ignoratur, signum eidem adjiciendum dubium est: in casu autem dubio signo + afficitur: id quod etiam in sequentibus fiet, ubi utile est non attendi signorum diversitatem. Quando itaque in formatione æquationum sumitur $x = -b$, non supponitur, quantitatem positivam privativæ æqualem esse, sed tantummodo sumitur, eadem litera x indigitari posse non minus quantitatem positivam, quam negativam, cum signa primitiva sint prorsus arbitraria, & quantitatem primitivam subinde utiliter considerari instar positivæ, quando fictionem istiusmodi fert natura rei, nec ea in errorem seducit.

§. 190. In resolutione problematis 168 (§. 358. *Analyf.*), quo ex æquatione cubica extrahi jubetur radix, singulare occurrit artificium, quo quantitas incognita x dividitur in duas partes indeterminatas y & z & harum ope æquatio data transmutatur in aliam, quæ duas incognitas indeterminatas continet. Etenim hoc ipso obtinetur, ut lege comparationis terminorum utraque determinetur, & sic inveniatur quæsitum per partes. Nimirum quia y & z indeterminatæ sumuntur, ideo licet ponere $3y^2z + 3z^2y = py + pz$ & $y^3 + z^3 = q$, non alia de causa, quam quia commodum accidit, ut per primam æquationem eruatur valor unius indeterminatæ z, qui in æquatione altera substitutus dat valorem ipsius y atque z determinatum. Æquatio $y^6 - qy^3 = -\frac{1}{27}p^3$ duas habet radices, quarum altera quod sit $= y$, altera vero $= z$, ex eo liquet, quia ex æquatione prima $3yz + 3zy = py + pz$, reperitur $y = p : 3z$ perinde ac $z = p : 3y$ & valor ipsius y in altera $y^3 + z^3 = q$ substitutus dat æquationem $z^6 - qz^3 = -\frac{1}{27}p^3$ eandem cum anteriore. Manifestum enim est æquationem, quæ ducit ad valorem determinatum quantitatis cognitæ, duas habere debere radices, quarum una denotat y, altera vero z, etsi perinde sit quam ipsi y, quam vero ipsi z tribuere velis, cum quantitates y & z pro arbitrio assumantur, ut pro majore & minore habere possis, quam volueris.

volueris. Hoc artificio jam usi sumus in investiganda regula tollendi secundum terminum ex æquatione data (§. 343. *Analyf.*), ut nempe coëfficiens secundi termini propter indeterminatam t poni possit nihilo æqualis. Diversa tamen in præsenti casu ejus applicatio est.

§. 191. Limites æquationum eo modo investigare docuimus (§. 356. *Analyf.*), qui in Commentariis ad Geometriam *Cartesii* proponitur. Habet enim hoc singulare ea methodus, quod Algebram, quæ tota nititur ratione æqualitatis, extendat ad rationem inæqualitatis, ubi inæqualia mediante signo $>$ vel $<$ eodem modo inter se comparantur, quo in Algebra æqualia mediante signo $=$ & reductio per similia axiomata instituitur, quo eadem in Algebra fieri consuevit. Hanc ipsam vero methodum, etsi hactenus attentione sua indignam eam judicaverint Analystæ, etiam alibi usui esse posse, exemplo aliquo facili monstrare lubet. Ponamus quæri, qualis sit ratio, quam habent duæ quantitates inæquales ad eandem tertiam. Resolutio problematis ita sese habet:

sit Major $= x$ Data tertia $= a$

minor $= y$

erit

$$\frac{x > y}{ax > ay}$$

Fiat $x : a = t : v$

erit $x = \frac{at}{v}$

adeoque $\frac{a't}{v} > ay$

$$\frac{\frac{at}{v} > y}{\frac{t}{v} > \frac{y}{a}}$$

Ergo *ob* $\frac{t}{v} = \frac{x}{a}$

$$\frac{x}{a} > \frac{y}{a}$$

hoc est $x : a > y : a$

Habemus adeo theorema: *Majus ad idem majorem rationem habet, quam minus*, istiusmodi analysi investigatum, qua problemata algebraice solvuntur. Non alio fine proponimus hoc problema, quam ut ideam quandam hujus methodi animo tyronum ingereremus. Consultum igitur erat, ut exemplum eligeremus facile & ex anterioribus jam notum. Videbimus deinceps applicatione methodorum, quæ nobis innotescunt,

scunt, ad exempla notissima & maxime vulgaria haud raro detegi maxime ardua: sit ita, quod methodorum inventores, ne ardua nullo fere negotio detexisse videantur, eas applicent ad exempla, quæ sublime quid spirant & intellectu difficilia deprehenduntur.

§. 192. Extractio radicis ex serie infinita (§. 366. *Analyf.*) etiam artificium quoddam singulare habet, quod consistit in diversa applicatione assumtionis quantitatum indeterminatarum lege comparationis determinandarum, quo supra jam usi sumus in tollendo secundo termino ex æquatione data (§. 343. *Analyf.*) & in extrahenda radice ex æquatione cubica (§. 358. *Analyf.*). Series enim assumtitia, qua exprimitur valor ipsius x, qui quæritur, coëfficientes habet indeterminatos, lege comparationis determinandos. Ut vero determinari possint, perinde ac superius lege substitutionis æquatio proposita, cujus coëfficientes determinati sunt, transmutatur in aliam, quam coëfficientes indeterminati cum determinatis simul ingrediuntur, quemadmodum fecimus in extractione radicis ex æquatione cubica (§. 358. *Analyf.*), etsi alio principio hic nitatur coëfficientium indeterminatorum determinatio, cujus ratio ex ipso contextu liquet, & quod affine est ei, quo eodem fine usi sumus in tollendo secundo termino ex æquatione data (§. 343. *Analyf.*), quamvis ob aliam rationem. Patet hinc, quam utile sit, ut artificia analytica, quibus in resolutione problematum utimur, inter se conferantur, quo pateat eorum, quæ eadem sunt, diversa applicatio. Quodsi enim in rationem applicationis inquisiveris, id non modo efficiet, ut eadem in casu eodem recurrente facilius memoriam subeat; verum etiam hoc ipso consequeris, ut eandem, prout casus exigit, ipsemet variare possis. Istiusmodi autem disquisitiones apprime necessariæ sunt ei, qui in arte inveniendi generali proficere vult studio Algebræ & intellectui conciliare gestit eam habitudinem, qua ad artificia heuristica diversimode applicanda opus habet. Problema, de quo jam loquimur, maximæ utilitatis est: continet enim methodum, quæ *Regressus serierum* nomine venit & cujus maxima est utilitas in Geometria sublimiori, quemadmodum suo loco ostendemus. Equidem problema hoc tanta perspicuitate exposuimus, ut tyro in anterioribus cum laude versatus idem absque ulla difficultate intelligat, nisi calculi molestias fugiat; quodsi

quodsi tamen quis ab iisdem abhorreat, idem tamdiu seponat, donec regressu serierum ad solvenda problemata opus habuerimus.

§. 193. Extractiones radicum ex æquationibus, de quibus diximus in capite præsente, usum tantummodo habent in solutionibus problematum arithmeticis. Quamobrem docendum quoque erat, quomodo æquationes altiores geometrice construantur. Per rectas & circulum eædem construi nequeunt: sed confugiendum hic est ad lineas curvas. Quamobrem cum de lineis curvis præter circulum nihil doceatur in Geometria elementari; nostrum erat ante docere, quomodo Algebra ad Geometriam sublimiorem, quæ de curvis agit, applicetur, ut ejus ope curvarum descriptiones & proprietates ac symptomata, hoc est, prædicata absoluta & conditionata inveniantur. Applicationem hanc debemus *Cartesio*, qui eam docuit in Geometria, sed non ad captum tyronum. Facile tamen reperiri poterat, si quis ad vulgaria animum attendere voluisset. Tota enim in hoc consistit, ut curva definiatur per æquationem & ex ea adhibitis artificiis in Algebra usitatis eliciantur curvarum constructiones, proprietates & symptomata. Ecce igitur tibi facillimam ad hanc methodum, quæ inexhaustæ utilitatis est in Geometria sublimiori, viam. Constat ex elementis Geometriæ (§. 327. *Geom.*), semiordinatam PM esse mediam proportionalem, inter abscissam AP & complementum diametri PB, si utamur terminis in doctrina de Curvis receptis & initio capitis sexti explicatis. Quare si sit diameter AB $= a$, abscissa AP $= x$, semiordinata PM $= y$, erit complementum diametri PB $= a - x$, consequenter. Tab. II. Fig. 17.

$$\text{AP} : \text{PM} = \text{PM} : \text{PB}$$
$$x : y = y : a - x$$

adeoque $y^2 = ax - x^2$

Habemus adeo æquationem, quæ circulum definit. Quodsi jam ponamus, nos nescire, qualis sit hæc curva, ea, quæ de eadem nobis innotescere possunt, hoc modo eruimus.

Sit $y = 0$

erit $ax - x^2 = 0$

$$ax = x^2$$
$$a = x$$

Patet itaque 1. curvam secare rectam AB in B,

Sit $x = 0$

erit $y^2 = 0$

$$y = 0$$

Unde liquet 2. curvam secare rectam AB in A.

Sit $x = \frac{1}{2}a$

erit $y^2 = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{4}a^2$
$= \frac{1}{4}a^2$

$y = \frac{1}{2}a$

Videmus itaque, 3. si ex medio rectæ AB erigatur perpendicularis ED, curvam transire per punctum D.

Quoniam eadem curva transit per A & B (*vi num.* 1. & 2.); evidens est, 4. eam concavitatem rectæ AB obvertere. Et quoniam patet, singula sese eodem modo habere debere, si semiordinatæ ex altera parte sumantur; porro liquet, 5. Curvam esse in se redeuntem. Quæratur jam magnitudo rectæ MC ex puncto C in medio rectæ AB assumto ad extremitatem semiordinatæ PM seu punctum in Curva M ductæ.

Sit AC $= \frac{1}{2}a$ MC $= z$
AP $= x$
erit PC $= \frac{1}{2}a - x$
adeoque $PC^2 - \frac{1}{4}a^2 - ax + x^2$
$PM^2 = ax - x^2$
per naturam Curvæ.

Ergo $z^2 = \frac{1}{4}a^2$

$z = \frac{1}{2}a$

6. Recta igitur ex puncto C in quodlibet peripheriæ punctum M ducta æqualis est rectæ AC, seu dimidiæ rectæ AB, consequenter rectæ omnes ex eodem puncto C in peripheriam ductæ æquales sunt (§. 87. *Arithm.*): quæ est proprietas circuli, per quam definiri solet in Geometria elementari.

Hinc vero porro 8. liquet, Curvam hanc describi, si recta CA circa punctum fixum C in gyrum agatur: quæ est definitio circuli realis.

Ponamus $y = \frac{1}{2}a$

erit $\frac{1}{4}a^2 = ax - x^2$

$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 = 0$
$x - \frac{1}{2}a = 0$
$\frac{1}{2}a - x$

$x = \frac{1}{2}a$

Quoniam superius (n. 3.) reperimus $y = \frac{1}{2}a$, si fiat $x = \frac{1}{2}a$; ideo patet, 9. In nullo alio puncto, quam in C semiordinatam rectæ dimidiæ AB æqualem esse posse. Si sit PM $= y$, PC $= v$, CM $= \frac{1}{2}a$ (n. 6.); erit per theorema Pythagoricum:

$\frac{1}{4}a^2 = y^2 + v^2$

adeoque $\frac{1}{4}a^2 > y^2$

$\frac{1}{2}a > y$

$y < \frac{1}{2}a$

Quamobrem 10. ubivis extra centrum semiordinata minor dimidia recta AB, consequenter cum minor sit semiordinata in centro erecta CD (n. 3.),

(n. 3.), ſemiordinatæ autem ſint chordarum dimidiæ; 11. diameter chordarum maxima eſt.

Sit diſtantia ſemiordinatæ a centro $PC = v$, $PM = y$, erit

$\frac{1}{2}a^2 = y^2 + v^2$ (n. 6.).

Et ſi alia $PC = t$, PM alia $= z$,

erit $\frac{1}{4}a = z^2 + t^2$

Quare $z^2 + t^2 = y^2 + v^2$

ſit $t > v$

erit $z^2 < y^2$

$z < y$

12. Semiordinata itaque z tanto minor alia quacunque ſemiordinata y, quanto magis a centro diſtat, conſequenter chordæ tanto minores, quanto a centro remotiores.

Tab. II. Fig. 18. Sit $AB = a$, $AP = x$, erit $PB = a - x$, adeoque

$AP^2 = x^2$

$PM^2 = ax - x^2$ ex natura Curvæ

$AM^2 = ax$

Similiter $PB^2 = a^2 - 2ax + x^2$

$PM^2 = ax - x^2$

$MB^2 = a^2 - ax$

$AM^2 = ax$

$MB^2 + AM^2 = a^2 = AB^2$

Quoniam $AB^2 = AM^2 + PB^2$, triangulum AMB rectangulum eſt, conſequenter 13. angulus AMB in ſemicirculo rectus.

Et quia $AM^2 = ax$, $BM^2 = a^2 - ax$;

erit $a : AM = AM : x$

$a : BM = BM : a - x$

hoc eſt $AB : AM = AM : AP$

$AB : BM = BM : PB$

Eſt igitur 14. Chorda media proportionalis inter diametrum AB & ſegmentum adjacens.

Quodſi quæratur recta TM ex puncto quocunque T intra circulum aſſumto in peripheriam ducta; ducatur per centrum C & punctum T recta AB, quæ erit diameter circuli & ex puncto peripheriæ M demittatur perpendicularis MP, quæ erit ſemiordinata. Sit jam Tab. II. Fig. 19.

$AC = CB = a$ $AP = x$

$BT = b$ erit $PC = a - x$

erit $CT = a - b$ $PT = 2a - b - x$

Porro

$PM^2 = 2ax - x^2$ ex natura circuli

$PT^2 = (2a - b)^2 - 4ax + 2bx + x^2$

$TM^2 = (2a - b)^2 - 2ax + 2bx$

$= (2a - b)^2 - 2(a - b)x$

$= TA^2 - 2CT.AP$

Est adeo 15. Quadratum rectæ TM æquale excessui quadrati rectæ TA supra rectangulum ex duplo distantiæ puncti T a centro C in abscissam AP puncto M respondentem. Hoc theorema in Elementis non extat: ex eo tamen consequuntur, quæ in iis demonstrantur. Nimirum quia 2 CT constans est, decrescente abscissa AP decrescit quoque rectangulum ex AP in 2 CT & cum quadratum rectæ TA non minus constans sit, quo minus fuerit rectangulum ex 2 CT in AP, eo major evadet excessus quadrati rectæ TA supra hoc rectangulum, consequenter eo majus erit quadratum rectæ TM, quippe eidem æquale, adeoque etiam ipsa recta TM. Et quando TM incidit in diametrum, seu punctum M in A, quadratum ipsius TM æquale evadit quadrato ipsius TA, consequenter TA major est qualibet TM, adeoque maxima rectarum, quæ ex puncto T in peripheriam duci possunt. Incidimus adeo 16. in theorema 63 (§. 303. *Geom.*).

Tab. II. Fig. 18. Ante invenimus (n. 14.) $AM^2 = AB.AP$, hoc est, quod quadratum chordæ sit æquale rectangulo ex diametro in abscissam. Quamobrem cum crescente abscissa AP crescat arcus AM, crescat etiam rectangulum ex diametro AB in abscissam AP; ideo patet 17. quadratum chordæ majoris esse majus quadrato chordæ minoris, consequenter chordam majorem subtendere arcum majorem, quam minor, seu chordam arcus majoris majorem esse, chordam minoris minorem.

Alia ex æquatione ad circulum deducuntur in ipsa Analysi præsertim infinitorum, qua in Geometria sublimiori carere minime possumus. Ex hactenus dictis abunde patet, quomodo applicatione Algebræ ad ea, quæ ex *Euclide* notissima sunt, methodus definiendi curvas per æquationes & ex iis deducendi earum geneses ac constructiones, proprietates aliaque symptomata innotescere potuerit. De sectionibus conicis *Appollonius* similiter demonstravit theoremata, quorum ope per æquationes definiuntur, quemadmodum in hoc capite fecimus. Quamobrem apparuit, eandem methodum ad conicas quoque sectiones applicari posse. Atque sic enata est methodus tractandi curvas per æquationes, seu Algebram ad Geometriam sublimiorem applicandi. Hæc non eo fine a nobis adducuntur, ut inventorum laudi detrahamus; sed ut discamus, vulgarium meditationem ducere ad maxime ardua, & ea neglecta inventores sibimet ipsis obesse, si quan-

si quando per ambages quærunt, quæ obvia sunt recta via incedentibus, utque tyrones ideam hujus methodi animo concipiant, quæ in ejus applicatione ad altiora facem præfert. Qui recta via in inveniendo progreditur, ex iis, quæ cognita atque trita sunt; colligit quæ nondum patent, parum sollicitus, quamnam utilitatem sint habitura, quæ detegunturus. Sed de his dicemus, ubi Artem inveniendi ex instituto expositurus sumus.

§. 194. Diximus superius (§. 169.), nondum invento calculo universali Algebram numerosam jam applicari potuisse ad Geometriam, ut per eam detegerentur theoremata & problematum constructiones. Immo ipsa etiam applicatio ad Geometriam sublimiorem fieri poterat non sine successu. Dictis igitur fidem facere nostrum est uno alteroque exemplo. Ponamus ex gr. quæri relationem rectarum AT & TE, ex eodem puncto T extra circulum dato ductarum, quarum altera AT circulum tangit in A, altera TE eundem secat. Tab II. Fig. 20.

Sit diameter BE = 1, TB = x

erit AC = $\frac{1}{2}$ TC = $\frac{1}{2}+x$

sit porro AT = 2 TE = $1+x$

Quoniam AT perpendicularis ad AC (§. 308. *Geom.*), erit

$TC^2 = AC^2 + TA^2$ (§. 417. *Geom.*)

adeoq. $(\frac{1}{2})^2 + z.\frac{1}{2}x + x^2 = (\frac{1}{2})^2 + z^2$

$z.\frac{1}{2}x + x^2 = z^2$

sed $z.\frac{1}{2} = 1$ per cond. probl.

ergo $1x + x^2 = z^2$

hoc est $(1+x)x =$

sive TE. TB $= AT^2$

Quamobrem TE : AT = AT : TB

Habemus itaque duo theoremata: 1. Quadratum tangentis in hypothesi problematis est æquale rectangulo ex secante in ejus portionem extra circulum. 2. In eadem hypothesi tangens est media proportionalis inter secantem & ejus portionem extra circulum.

In Algebra specioſa diametrum appellamus a, tangentem b. Cum hæc signa sint primitiva, perinde est sive diametrum a, sive 1. & num tangentem b, an vero 2 dicas, modo in calculo universalitatem conserves, ut in locum 2 quemcunque numerum alium surrogare possis sive rationalem, sive irrationalem, sive integrum, sive fractum, qui in dato casu exprimit rationem ad diametrum tanquam unitatem.

Ponamus porro problema 13. (§. 255. *Analyſ.*) solvendum esse per Alge- Tab. I. Fig. 3.

Algebram numerosam, sed universaliter, quemadmodum solvitur per speciosam. Solutio hæc erit: Analyf.

sit $AB + BC + CA = 6$ $AC = x$
Area $\triangle = 2^2$ erit $BC + BA = 6 - x$
$AC^2 = x^2$

Cum sit $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (§. 417 *Geom.*) & $AB^2 + BC^2 = (AB + BC)^2 - 2\,AB.\,BC$ (§. 216 *Arithm.*); erit $AC^2 = (AB + BC)^2 - 2\,AB.\,BC$ (§. 91 *Arithm.*). Est vero $(AB^2 + BC)^2 = 6^2 - 2.6x + x^2$ & $AB.\,BC = 4.2^2$ (§. 392 *Geom.*). Quamobrem.

$$x^2 = 6^2 - 2.6x + x^2 - 4.2^2$$
$$0 = 6^2 - 2\,6x - 4.2^2$$
$$2.6x = 6^2 + 4.2^2$$
$$x = \frac{6}{2} - 2.\frac{2^2}{6}$$

Patet itaque hypothenusam trianguli rectanguli x esse æqualem excessui semiperimetri $\frac{6}{2}$ supra tertiam proportionalem ad semiperimetrum $\frac{6}{2}$ & latus quadrati 2 areæ trianguli æqualis. Unde liquet, problema geometrice construi, si ad semiperimetrum & latus quadrati areæ trianguli æqualis quæratur tertia proportionalis & hæc ex semiperimetro auferatur.

Æquatio pro circulo erat $y^2 = ax - x^2$, ubi a diametrum denotat, sive igitur diametrum dicas a, sive 1 aut 2, modo observes ea, quæ ad universalitatem calculi conservandam præcepimus, ex æquatione $y^2 = 1x - x^2$, vel $y^2 = 2x - x^2$ eadem erues, quæ paulo ante ex altera eruimus (§. 194.).

Immo nondum invento calculo litterali poterant quoque quantitates datæ exprimi literis, quibus in Geometria lineas indigitamus, veluti in exemplo primo

Diameter $= BE$ $TB = x$ Tab. II. Fig. 20.
radius $= AC$ $TC = AC + x$
tangens $= AT$ $TE = BE + x$

Unde resultat æquatio

$$AC^2 + 2\,AC.x + x^2 = AC^2 + AT^2$$
$$2\,AC.x + x^2 = AT^2$$
$$(BE + x)\,x = AT^2$$

h. e. $TE.\,TB = AT^2$

vel in problemate altero

Peripheria $\triangle = AB + BC + CA$ Tab. I. Fig. 3.
$AC = x$
Area $\triangle = DE^2$ $BC + BA = AB + BC + CA - x$ Analyf.
$AC^2 = x^2$

Unde

Unde reperitur ut ante æquatio:

$$x^2 = (AB+BC+CA)^2 - 2(AB+BC+CA)x + x^2 - 4DE^2$$

$$0 = (AB+BC+CA)^2 - 2(AB+BC+CA)x - 4DE^2$$

$$2(AB+BC+CA)x = (AB+BC+CA)^2 - 4DE^2$$

$$x = \tfrac{1}{2}(AB+BC+CA) - 2DE^2 : (AB+BC+CA)$$

Tab. II. Fig. 17. Similiter si diameter circuli dicatur AB, semiordinata PM, abscissa AP; æquatio ad circulum est $PM^2 = AB.AP - AP^2$: unde eadem deducuntur, quæ æquatione $y^2 = ax - x^2$ deduximus.

Talia monemus, ut appareat veteribus plura in potestate fuisse, quam existimavere, propterea quod ad studium mathematicum non eam attentionem attulerunt, quam in superioribus commendavimus, ut methodus intimius perspicere ea discernentes, quæ sunt legum methodi, ab iis, quæ characteristicæ tribuenda & ut characteristicæ ubi vis commodum faciamus usum: neque enim iidem characteres æque satisfaciunt in omni casu, sed alii aliis non sine utilitate haud raro substituuntur. Neque vero est, quod excipias, nos in calculo universali numeroso & substitutis linearum appellationibus communibus adhibere artificia ex characteristica, qua in Algebra speciosa utimur, petita, veluti dum potentias linearum designamus per exponentes numeris vel literis majoribus, quibus lineæ denotantur, adscriptis instar apicum. Etenim hanc denotationem jam indicavit *Keplerus* in Harmonica, calculo literali adhuc ignorato, & per ea eadem patere poterat, quæ de natura numerorum cossicorum, quos vocat, tradidit *Stifelius* in Arithmetica integra multo ante, quam *Vieta* de Arithmetica literali cogitaret & *Hariottus* atque *Cartesius* eandem ulterius perficerint. Et quamvis recentior characteristica commodior sit, ipsa tamen methodus per eam non variatur, quæ etiam absque omni characteristica subsistit: sit ita, quod deficiente characteristica commoda subinde tantæ suboriantur molestiæ, quas devorare non est cujusvis, & ea requiratur attentio, ut ab errore immunem te præstes, quem non quivis afferre valet. Hæc ignorare non potest, qui ad characteristicam, qua hodie in Arithmetica utimur, eam attentionem attulerit, quam in superioribus commendavimus, & quæ acumen istud, quo ea, quæ sunt legum methodi, ab iis, quæ

characteristicæ debentur, separantur, confert.

§. 195. Circulus per æquationem algebraicam definiri potest, quia punctorum omnium M ad diametrum AB constans quædam relatio est, quæ exprimitur per relationem semiordinatæ ad abscissam, demittendo scilicet ex puncto quolibet M perpendiculam PM in diametrum AB, ut abscindatur AP. Unde facile intelligitur idem succedere debere in aliis curvis, ubi similis relatio obtinet. Quamobrem cum constet, *Apollonium* de parabola, hyperbola & ellipsi seu sectionibus conicis tale quid demonstrasse, statim prævidere licet, methodum, qua in circulo usi sumus, in iisdem quoque adhiberi posse. Enimvero possunt puncta curvæ referri ad quamcunque aliam rectam positione datam: id quod cum usui sit in sequentibus, exemplo circuli hoc ipsum declarare lubet. Ducatur recta AL, quæ circulum in C tangat, erit ea ad radium GC perpendicularis (§. 308. *Geom.*). Ducatur quoque DA, quæ circulum tangit in D, adeoque ad radium DG perpendicularis (§. *cit.*), cum etiam CG sit perpendicularis ad GD (§. 143. 78. *Geom.*); erit AL diametro DE parallela (§. 258. *Geom.*) & AD ad eandem perpendicularis (§. 230. *Geom.*), adeoque semiordinata (§. 370. *Analyf.*). Ducatur semiordinata alia quæcunque PM continuanda, donec diametro DE in Q occurrat, erit MQ ad DE perpendicularis. Sit AC = DG = a, AP = x; PM = y, erit QM = $a - y$, adeoque per naturam circuli, cum sit

Tab. II. Fig. 18.

Tab. II. Fig. 19.

$$QM^2 = DQ.\ QE$$
$$a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$$

Quæ æquatio circulum definit respectu tangentis AL.

Fiat jam $x = o$, erit

$$a^2 - 2ay + y^2 = o$$
$$a - y = o$$
$$a = y$$

hoc est, in origine abscissæ A semiordinata AD est radio circuli æqualis.

Sit $x = a$, erit

$$a^2 - 2ay + y^2 = 2a^2 - a^2 = a^2$$
$$y^2 - 2ay = o$$
$$y - 2a = o$$
$$y = 2a$$

hoc est, semiordinata CN diametro circuli æqualis, seu perpendicularis CN ad AC curvæ in N occurrit.

Sit

Sit $x = 2a$, erit

$$a^2 - 2ay + y^2 = 4a^2 - 4a^2 = 0$$

$$a - y = 0$$

$$a = y$$

hoc est semiordinata LE radio circuli æqualis.

Quodsi quæratur recta GM, cum sit per theorema Pythagoricum

$$GM^2 = MQ^2 + QG^2$$

erit $GM^2 = 2a^2 - 2ay + y^2 - 2ax + x^2$

est vero ex natura curvæ

$$a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$$

Ergo $GM^2 = a^2$

$$GM = a$$

Quare si ponamus, nos ignorare, ad quam curvam sit æquatio; patet hinc eam esse ad circulum.

Nimirum quando ex æquatione data eruuntur, quæ de curva cognosci possunt, tum semper supponitur, non constare, ad quamnam curvam sit æquatio. Quodsi semicirculus DNE ad rectam AL referretur, semiordinata PO foret y, adeoque $QO = y - a$. Quamobrem cum eadem prodiret, quæ ante æquatio; alterum ejus membrum $a^2 - 2ay + y^2$ duas habet radices $a - y$ & $y - a$: id quod indicio est, semiordinatam recta AC & minorem, & majorem esse posse, consequenter ex ipsa æquatione intelligitur, Curvam a semiordinata secari in duobus punctis. Quoniam itaque in C eandem nonnisi in uno puncto N secat, id indicio est, quod in C eandem tangat. Similiter quia in A & L semiordinata nonnisi unum valorem habet; hinc conficitur, quod semiordinatæ AD & LE curvam similiter tangere debeant. Unde liquet curvam esse in se redeuntem, & ejus puncta referri ad lineam, quæ tota extra curvam cadit, ab ea tamen non distat. Distantia enim a tota curva æstimatur ex perpendiculari minima, quæ hic nulla est.

Suadendum omnino est, ut tyrones notent, quomodo curvæ agnoscantur, & a se invicem distinguantur, nimirum relatione punctorum ad rectam quandam positione datam, & circulum referant ad varias rectæ positiones, ut totius methodi vim ac potestatem rectius ac intimius perspiciant. Hoc enim pacto non modo nihil difficultatis habebit, quod in capite præsenti occurrit; verum etiam doctrina de Locis geometricis, quæ omnem rectæ illius positionem possibilem supponit, non perturbabit tyronem. Immo in genere notandum est, si ad maxime obvia & notissima applicen-

tur methodi novae, in quas incidimus; haud raro talia offerri, circa quae haerent etiam exercitatiores, ubi in applicatione methodi ad nondum cognita occurrunt. Exemplum suppeditat aequatio, quam modo dedimus pro circulo $a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$. Etenim si sumis, eam explicare relationem quadrantis DMC ad rectam AC, & ponis AP = AC, seu $x = a$, per ea, quae vidimus in aequatione praecedente (§. 193), prodire debere videtur $y = o$. Unde miraris, ubi prodit $y = 2a$. Verum enimvero ubi consideras, aequationem $a^2 - 2ay + y^2$ habere duas radices, alteram nimirum $a - y$, alteram $y - a$, & priori respondere QM, posteriori autem QO; hinc discis, per aequationem $a^2 - 2ay + y^2 = 2ax - x^2$ tam semicirculi superioris DNE, quam inferioris DCE ad rectam AL relationem exprimi, consequenter in puncto C, ubi valor unus ipsius PM sive $y = o$, etiam prodire debere valorem alterum ipsius $y = 2a$, recta nimirum PO in CN degenerante. Quodsi tale quid occurreret in tractatione aequationis, cui, quaenam curva respondeat, adhuc ignoratur; unde hoc fiat, non adeo facile animadverteres, & multum omnino olei ac operae perderes, antequam ex perturbatione eluctari valeres. Similiter ubi ponis $x = o$ & $x = 2a$, prodit $a^2 - 2ay + y^2 = o$, adeoque $y - a = o$ & $a - y = o$, quae utraque aequatio dat eundem valorem nempe $y = a$. Unde vides in contactu D & E duas radices aequales habere aequationem, quemadmodum deinceps supponitur in methodo tangentium, & sine quo principio *Cartesius* ad methodum suam tangentium non perveniisset. Non addimus plura, cum hactenus dicta abunde sufficiant ad persuadendum utilitatem meditationis eorum, quae nobis notissima sunt, ut eorundem ope detegantur alia, quorum alias cogitatio animum nunquam subiisset.

§. 196. Quodsi hanc methodum, quam adeo foecundam experiris in circulo, etiam ad curvas alias, quas tractarunt veteres, adplicare volueris; non omnes promiscue per aequationes definiri posse animadvertes, ubi eodem modo puncta eorum refers ad rectam quandam positione datam. Non succedet in spiralibus *Archimedis*, nec in Quadratice *Dinostratis*, quemadmodum sub finem capitis videbimus. Quoniam itaque ex iis, quae de circulo diximus, & per sectiones conicas confirmantur, didiceris, quod aequatio curvam definiens supponat constantem relatio-

relationem puncti cujuslibet ad eandem rectam positione datam, hinc utique patet, non dari posse æquationem ad curvam, cujus puncta ad rectam positione datam constantem relationem minime habent. Atque adeo non miraberis, nec hærebit aqua, ubi curva offertur, quæ per istiusmodi æquationem explicari nequit. Et patet ratio, cur *Cartesius* curvas distinxerit in algebraicas & non algebraicas, quarum illas vocat Geometricas, has vero mechanicas, propterea quod existimavit, illas solas in Geometriam recipi posse, has vero ex eadem excludi debere, propterea quod ignoravit æquationes differentiales, de quibus dicemus in Analysi infinitorum, & quarum ope non minus algebraice tractantur curvæ, quæ a *Cartesio* mechanicæ appellantur, quam quas geometricas appellat. Et sic patet ratio divisionis Curvarum in algebraicas & transcendentes, quam tradimus (§. 377. 380. *Analyss.*).

§. 197. Notandum vero est artificium, quo æquatio curvæ particularis reducitur ad generalem, quæ infinitas curvarum species sub se comprehendit: id quod fit exponentium indeterminatorum surrogatione in locum determinatorum, quo artificio jam usi sumus in anteriori-

bus, veluti in theoremate generali de binomio ad dignitatem quamcunque evehendo (§. 95. *Analyss.*). Probe quoque notandum est, quod in istiusmodi æquationibus observanda sit lex homogeneorum, quæ præcipit, ut termini singuli æquationum habeant dimensiones numero æquales, hoc est, ut unus valor prodeat ductis tot rectis in se invicem, quot in se invicem sunt ducendæ, ut prodeat quilibet alter. Etsi enim in Geometria non detur magnitudo, quæ ultra solidum, quod trium dimensionum est, & tribus rectis in se invicem ductis resultat, assurgit; in Algebra tamen fictione non inutili admittuntur hypersolida, quæ ductu quotlibet rectarum in se invicem in infinitum resultant. Nititur hæc fictio principio, quod inter duas lineas infinitæ cadere possint lineæ mediæ continue proportionales, quemadmodum ex genesi potentiarum in infinitum progredientium liquet, veluti si ponas numeros in progressione geometrica 1. 2. 4. 8. 16. 32. &c. in infinitum, hoc est 1. 2^1 2^2. 2^3. 2^4 &c. in infinitum, ubi inter 1 & 2^2 una, inter 1 & 2^3 duæ, inter 1 & 2^4 tres, inter 1 & 2^5 quatuor cadunt numeri medii continue proportionales, & sic porro in infinitum. Etsi enim hic numeri omnes,

quorum ductu in se invicem resultant termini ulteriores, sint inter se æquales; constat tamen, vel ex Geometria elementari, in qua v. gr. rectangulum reducitur ad quadratum eidem æquale, & parallelepipedum ad cubum sibi æqualem, ea, quæ ductu linearum inæqualium in se oriuntur, reduci posse ad talia, quæ oriuntur ductu totidem æqualium in se invicem. Sufficiant hæc in gratiam tyronum dicta, ut ipsis aliqua lux affundatur in considerandis hypersolidis, quæ Algebra admittit. Inprimis autem attentionem meretur æquatio, quæ eminenter continet omnes æquationes ad algebraicas curvas. Etenim in eo latent tria artificia, nimirum 1. quod æquationis alterum membrum sit nihilum, de quo artificio jam supra diximus (§. 189.); 2. quod terminus unus repræsentet in casu particulari plures, ut adeo coëfficientes explicandi sint non uno, sed diversis modis; 3. quod in æquatione nulla habeatur ratio signorum, quæ in particularibus variant æquationibus, sed termini omnes afficiantur signo +, ne opus sit plures formare æquationes generales, ubi omnes particulares sub una comprehendi possunt, quod sane artificium maximi faciendum. Enimvero ut applicatio formulæ generalis manifesta evadat, lubet eam applicare ad circulum. Æquatio generalis est:

$$ay^m + bx^n + cy^r x^s + df = 0$$

Æquatio ad circulum:

$$y^2 + ax - x^2 = 0$$

Vides hic abesse xy, nec ullum adest membrum constans ex mere cognitis, adeoque $cy^r x^s + df = 0$, consequenter formula generalis contracta hæc relinquitur:

$$ay^m + bx^n = 0$$

Est igitur

$$ay^m = y^2$$

adeoque $a = 1$

$m = 2$

Porro

$$bx^n = +ax \qquad bx^n = -x^2$$

adeoque $b = an = 1$ $b = -1$ $n = 2$

Docet adeo hoc ipsum exemplum, quomodo terminus unus in generali comparetur cum pluribus in particulari, ut coëfficientes indeterminati in generali determinentur ex particulari. Patet etiam quomodo signum + in formula generali non obstet, quo minus coëfficiens negativus determinetur ex particulari, dum hic reperitur $b = -1$. Habet nimirum b in casu præsenti valorem duplicem, alterum positivum $+a$, alterum negativum -1.

§. 198.

§. 198. Qui quæ de circulo diximus probe perpendit, ei non hærebit aqua circa ea, quæ de sectionibus conicis aliisque curvis in præsenti capite, & de locis geometricis in sequente demonstrantur. Incepimus a parabola, quæ est sectionum Conicarum simpliciſſima. Æquatio ejus $y^2 = a\,x$. Quodsi fiat.

$$x = 0$$
$$\text{erit } y^2 = 0$$
$$y = 0$$

Atque adeo patet 1. in origine abscissæ A curvam secare rectam datam, ad quam refertur, AX.

Tab. II. Fig. 22. Sit alia abscissa $AP = v$, eidem respondens semiordinata $PM = z$, erit $z^2 = v\,a$.

Ponamus $v > x$

erit $a\,v > a\,x$

adeoque $z^2 > y$

$z > y$

2. Crescentibus adeo abscissis, semiordinatæ quoque crescunt, consequenter curva in infinitum continuari potest, & ab axe A X continuo magis magisque recedit.

Si fiat $x = a$

erit $y^2 = a^2$

$y = a$.

3. Quando igitur abscissa parametro æqualis, etiam semiordinata eidem æqualis est, consequenter si abscissa parametro æqualis, semiordinata & abscissa æquales sunt.

Sit $y = \frac{1}{2}\,a$

erit $a\,x = \frac{1}{4}\,a^2$

$x = \frac{1}{4}\,a$

4. Si ergo semiordinata semiparametro æqualis, quarta diametri parte a vertice A seu origine sua distat.

Quodsi æquationem ad parabolam cum æquatione pro omnibus curvis algebraicis conferre volueris; cum hæc sit:

$$a\,y^m + b\,x^n + c\,y^r\,x^s + d\,f = 0$$

pro parabola vero

$$y^2 - a\,x = 0$$

& in hac deficiat $x\,y$ & terminus constans ex mere cognitis respondens ipsi $d\,f$, æquatio generalis contrahitur in

$$a\,y^m + b\,x^n = 0$$

estque $a\,y^m = y^2$ $b\,x^n = -a\,x$

adeoque $a = 1, m = 2$ $b = -a, n = 1$

Hæc addere libuit, ut appareat, eodem modo tractari posse æquationem ad parabolam, qua tractavimus æquationem ad circulum. Cetera enim patent per resolutionem problematum in hoc capite propositorum.

§. 199.

§. 199. De methodo tangentium, qua utimur problemat. 181. 189. 491 (§. 410. 440. 291 *Anal.*), quædam adhuc annotanda sunt. Tangentes curvarum facillime determinantur per calculum differentialem, quemadmodum in Analysi infinitorum docemus. Quoniam vero sectiones conicas referre minime licet ad diametrum, nisi præsupposita tangente, cui semiordinatæ sunt parallelæ & quæ ex puncto contactus ducitur; ideo necessarium fuit tangentem determinari per Algebram communem. Adhibuimus itaque methodum *Carteſii*, quæ nititur hoc principio, quod in contactu duæ radices evadant æquales: id quod superius in circulo reperimus (§. 195.). Tab. II. Fig. 23. Ponamus enim rectam TR secare curvam in M & N; evidens est, quod, si abscissæ AP & AQ dicatur x eidem respondere duas semiordinatas PM & QN, per y in æquatione explicari potest. Ducatur alia $t r$, quæ eandem curvam secat in punctis m & n: habebimus denuo duas semiordinatas $p m$ & $q n$, per quas explicatur y in æquatione data. Patet autem abscissam unam PM continuo crescere, & alteram QN continuo decrescere, donec punctis M & N in contactu coincidentibus in æquatione data una alteri fiat æqualis. Ad hæc qui animum advertit, nullo negotio deprehendet, quomodo ad methodum istam pervenire licuerit. Patebit autem suo loco, subtangentem per hanc methodum prodire eandem in sectionibus conicis, quæ invenitur per calculum differentialem. Etsi autem hæc methodus videatur universalis, ad tantas tamen in curvis altioribus calculi perplexitates deducit, quæ vix videntur superabiles. Unde in ea perficienda plurimum desudarunt Geometræ, donec tandem ope calculi differentialis obtendum fuerit, quod quærebatur.

§. 200. In Ellipsi $ay^2 = abx - bx^2$ (§. 420. *Analyſ.*). Quodsi hic ponas

$$x = o$$

erit $ay^2 = o$

$$y^2 = o$$

$$y = o$$

Quamobrem patet, 1. in origine abscissarum curvam secare rectam positione datam.

Si fiat $x = a$

erit $ay^2 = a^3 - a^3 = o$

adeoque denuo $y = o$

Unde

Unde liquet, 2. curvam quoque secare rectam, ad quam refertur, si abscissa fit datæ a æqualis, adeoque concavitatem obvertere eidem rectæ: ex quo porro sequitur, cum ex altera parte eodem modo sese habeant, quæ modo reperimus, curvam esse in se redeuntem.

Fiat $b = a$

erit $ay^2 = a^2x - ax^2$

$y^2 = ax - x^2$

3. Æquatio adeo ad ellipsin degenerat in æquationem ad circulum, ut circulus pro specie quadam ellipseos haberi possit, nacturus nomen ellipseos æquilateræ, nisi jam antea nomine circuli insignita fuisset hæc curva.

Quodsi a ponatur infinita, erit in æquatione ad ellipsin

$\frac{bx^2}{a} = 0$

adeoque $y^2 = bx$

Cum adeo æquatio ad ellipsin degeneret in æquationem ad parabolam, ideo liquet 4. In locum ellipseos, cujus axis infinitus est, surrogari posse parabolam eandem cum ellipsi parametrum habentem.

Quodsi quis hæreat in infinitate axis elliptici, & in eo, quod hinc colligatur $\frac{bx^2}{a} = 0$; is evolvat, quæ in Ontologia de infinito mathematico demonstravimus.

§. 201. Eodem modo in hyperbola quoque generalia quædam ex æquatione ejus colliguntur. Æquatio ad hyperbolam est: $ay^2 = abx + bx^2$, seu $y^2 = bx + \frac{bx^2}{a}$.

Sit $x = 0$

erit $y^2 = 0$

$y = 0$

Patet ergo 1. in origine abscissarum curvam secare rectam positione datam, ad quam ea refertur.

Sit $x = a$

erit $y^2 = ab + \frac{a^2b}{a}$

$= a^2 + ab$

$y = \sqrt{(a^2 + ab)}$

Unde liquet. 2. si abscissa fuerit axi transverso æqualis, semiordinatam fore mediam proportionalem inter axem transversum & compositam ex axe transverso & parametro.

Sit $x = b$

erit $y^2 = b^2 + \frac{b^3}{a}$

$y = \sqrt{(b^2 + \frac{b^3}{a})}$

Patet adeo 3. Si abſciſſa fuerit parametro æqualis, ſemiordinatam eſſe mediam proportionalem inter parametrum & tertiam proportionalem ad axem transverſum atque parametrum.

Sit alia abſciſſa v, alia ſemiordinata eidem reſpondens z; erit per naturam curvæ

$$z^2 = bv + \frac{bv^2}{a}$$

Quare ſi $v > x$

erit $bv > bx$

$\frac{bv^2}{a} > \frac{bx^2}{a}$

$bv + \frac{bv^2}{a} > bx + \frac{bx^2}{a}$

$y^2 > z^2$

$y > z$

Patet itaque 4. creſcente abſciſſa creſcere ſemiordinatam, adeoque curvam continuo magis magisque ab axe recedere, conſequenter in infinitum continuari.

Quodſi æquationem pro hyperbola cum generali pro omnibus algebraicis conferre volueris; cum ſit

$ay^n + bx^n + cx^r y + df = 0$

$ay^2 - abx - bx^2 = 0$

erit $cx^r y + df = 0$

$ay^m = ay^2$

$a = am = 2$

$bx^n = -abx \quad bx^n = -bx^2$

$b = -ab\ n = 1 \quad b = -b\ n = 2$

Reliqua in ipſa Analyſi reperiuntur.

§. 202. Enimvero applicemus eandem methodum ad æquationem pro hyperbola intra aſymptotos. Quoniam $xy = ab$,

erit $x = \frac{ab.}{y}$

Fiat. $x = 0$

erit $\frac{ab}{y} = 0$

adeoque $y =$ infinit.

Patet itaque 1. in origine abſciſſarum ſemiordinatam eſſe infinitam.

Similiter cum ſit $y = \frac{ab}{x}$

Si ponamus $x =$ infinit.

erit $\frac{ab}{x} = 0$

adeoque $y = 0$

Unde

Unde liquet 2. rectam, in qua sumuntur abscissæ cum curva non concurrere nisi intervallo infinito, seu ab eadem non distare nisi intervallo infinite parvo, quatenus ab quantitas ordinaria per infinitam divisa dat particulam infinite parvam, quæ respective nihilum est.

Sit jam alia abscissa v, semiordinata alia z; erit per naturam curvæ $z = \frac{ab}{v}$.

Ponamus $v > x$

erit $\frac{ab}{v} < \frac{ab}{x}$

adeoque $z < x$

Videmus ergo 3. crescente abscissa decrescere semiordinatam, consequenter lineam curvam continuo magis magisque ad eam appropinquare rectam, in qua sumuntur semiordinatæ.

Quoniam itaque hæc cum curva non concurrit nisi infinito intervallo, aut potius ab eadem non distat nisi quantitate infinite parva, quando illa in infinitum continuatur (*vi num.* 2.), & in origine abscissarum semiordinata infinita (*vi num.* 1.); curva continetur inter duas rectas, quæ in infinitum excurrunt, & ad quas curva continuo propius propiusque accedit, nunquam tamen easdem secat. Continetur adeo inter asymptotos. Ex hoc exemplo apparet, quomodo ex æquatione colligatur, quod curva, quæ per eam definitur, habeat asymptotos.

§. 203. Sed demus etiam exemplum in curva quadam superioris generis, cujus æquatio perplexa videtur. Sit itaque $x^4 + 2bx^3 + y^2x^2 + b^2x^2 = a^2b^2 + 2a^2bx + a^2x^2$, quam invenimus pro conchoide prima sive superiore (§. 538. *Analyf.*); erit

$$y^2x^2 = a^2b^2 + 2a^2bx + a^2x^2 - x^4 - 2bx^3 - b^2x^2$$

$$y^2 = \frac{a^2b^2}{x^2} + \frac{2a^2b}{x} + a^2 - x^2 - 2bx - b^2$$

Fiat $x = 0$

erit $x^2 - 2bx = 0$

$$\frac{a^2b^2}{x^2} + \frac{2a^2b}{x} = \frac{a^2b^2}{0^2} + \frac{2a^2b}{0} = \text{infin.}$$

adeoque $a^2 - b^2 = 0$, respectu $\frac{a^2b^2}{0^2} + \frac{2a^2b}{0}$

Quare $y^2 = \textit{infin.}$

$y = \textit{infin.}$

Patet itaque 1. in origine abſciſſarum ſemiordinatam eſſe infinitam, conſequenter curvæ atymptotum.

Fiat $x = a$

erit $y^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2} + \frac{2 a^2 b}{a} + a^2 - a^2 + 2ab - b^2$

$= b^2 + 2ab + a^2 - a^2 - 2ab - b^2$

$= o$

$y = o$

Quando igitur 2. abſciſſa fit ipſi a æqualis, ſemiordinata nulla eſt, adeoque curva rectam, in qua ſumuntur abſciſſæ, ſecat.

Quoniam y ex infinita nulla evadit, dum x ex nihilo degenerat in a; neceſſe eſt 3. crescente abſciſſa decreſcere ſemiordinatam.

Quia $y = \frac{a^2 b^2}{x^2} + \frac{2a^2 b}{x} + a^2 - x^2 - 2bx - b^2$

$= (\frac{ab}{x} + a)^2 - (x + b)^2$

$y = \sqrt{(\frac{ab}{x}(+a) - x + b)}$

Eſt igitur y latus trianguli rectanguli, cujus hypothenuſa componitur ex $\frac{ab}{x}$ & a, crus unum vero ex b & x. Unde liquet, 4. Si ſemiordinata infinita dicatur regula, recta b diſtantia poli a regula recta vero a diſtantia verticis a regula, quemadmodum termini in Conchoide recepti ſunt (§. 535. *Anal.*); ſemiordinatam eſſe crus trianguli rectanguli, cuius hypothenuſa componitur ex tertia proportionali ad abſciſſam (ejus origine in regula conſtituta), diſtantiam regulæ a vertice & ejusdem a polo diſtantiam atque diſtantia ejusdem regulæ a vertice, crus vero alterum ex abſciſſa & diſtantia regulæ a polo.

Hinc 5. ex data abſciſſa BP, diſtantia regulæ a polo BC & a vertice BA reperitur ſemiordinata PM, ſi ex P intervallo BA interſecetur regula in O, & recta PO producatur, donec perpendiculari CH in polo erecta in H occurrat; tandemque intervallo CH interſecetur PM ad AB perpendicularis in M. Tab II. Fig. 24.

Quoniam enim PB $= x$, PO $= a$, BC $= b$; erit OH $= \frac{ab}{x}$ conſequenter PH $= \frac{ab}{x} + a$, trianguli rectanguli PCH hypothenuſa. Quamobrem cum porro ſit CP $= b + x$; erit CH $= \sqrt{((\frac{ab}{x} + a)^2 - (b + x)^2)} = y$, conſequenter quia PM $=$ CH;

= CH; erit PM semiordinata quæsita. Quodsi fiat CL = PB & CN = BA, ac LN ad BC perpendicularis; recta CN producta statim resecabit semiordinatam PM.

Manifestum itaque est, quomodo ex æquatione eruatur modus determinandi geometrice punctum curvæ respondens cuilibet abscissæ, quamvis æquatio primo intuitu videatur admodum perplexa. Ceterum in applicatione methodi generalis adhibentur varia artificia, ex anterioribus equidem nota, quæ tamen tyroni non statim succurrunt. Quamobrem hinc elucescit, quod jam sæpe inculcavimus, artem exercendam esse per exempla, non per regulas particulares: etsi particulares annotandæ sint, ubi occurrunt; ut tanto facilius succurrant, quando denuo iisdem opus habemus. Non addimus de conchoide alia, quæ ex ejus æquatione deduci poterant, ne simus justo prolixiores.

§. 204. Etsi ex dictis appareat, ductum curvæ hac methodo facillime indagari posse, ut de reliquis taceamus; non tamen existimandum est, idem in qualibet promiscue curva eadem facilitate succedere. Etenim si in æquationibus altioribus occurrunt termini, quos duæ indeterminatæ ingrediuntur, nec earum separatio in promptu est, quemadmodum vidimus in Conchoide (§. 203); hærebit aqua. Site. gr. $y^3 - axy = x^3$. Quodsi ponamus $x = a$, prodibit $y^3 - a^2y = a^3$, æquatio cubica affecta, ex qua radicis extractio difficilis & cujus constructio geometrica per inferiora demum patet. Similiter, quamvis per calculum algebraicum, quæ quæruntur, haud raro mira facilitate eruantur, quemadmodum supra vidimus in circulo (§. 193.) & plurima capitis præsentis problemata loquuntur, quæ de sectionibus conicis proposuimus; subinde tamen calculus prolixus & intricatus evadit, prouti videre licet in probl. 193. 195. 209. (§. 449-454. 492. *Anal.*).

§. 205. Nos sectiones Conicas consideravimus in plano & æquationes assumsimus, quæ eas definiunt. Hinc vero nondum constat, curvas istas esse sectiones coni, nisi supponas theoriam sectionum Conicarum a veteribus traditam tanquam cognitam. Quamobrem consultum esse duximus analytice demonstrari, sectione prodire has ipsas curvas, quas in plano consideravimus, & quarum descriptiones, proprietates aliaque symptomata ex æquationibus assumtis deduximus (§. 511. & seqq. *Anal.*). Poteramus æquationes, quas

assumsimus, eruere ex proprietatibus, quas ex sectione coni derivavimus: sed cur hoc minime fecerimus, jam monuimus (§. 514. *Analyf.*). Ex. gr. pro Parabola ex sectione coni deduximus

$$y^2 : q^2 = x : z$$

ubi y & q denotant semiordinatas, x & z autem ipsis respondentes abscissas.

Quoniam etiam est

$$y^2 : x = q^2 : z$$

erit $y^2 : ax = q^2 : az$.

Quare si ponamus, constantem a talem assumi, ut sit $y^2 = ax$; evidens est fore etiam $q^2 = az$, atque adeo in omni puncto curvæ esse Quadratum semiordinatæ æquale rectangulo ex abscissa in eandem rectam constantem. Posse autem a talem assumi, ut sit $y^2 = ax$ patet, quia a tertia proportionalis est ad abscissam & semiordinatam. Idem etiam hoc modo patere poterat. Si alternando esse debet $y^2 : x = q^2 : z$ (§. 173. *Arithm.*). cum ratio non sit nisi homogeneorum (§. 126. *Arithm.*), x & z denotare debent rectangula, quorum latus unum unius est x, latus unum alterius z, latus vero alterum unitas seu recta, quæ pro unitate sumitur (§. 375. *Geom.*), utique eadem utrobique (§. 178. *Arithm.*). Quodsi ergo hæc recta efficere debet rectangulum $1x$ æquale quadrato y^2, unitas ista degenerare debet in tertiam proportionalem ad x & y, quam fore eandem cum tertia proportionali ad q & z per modo demonstrata patet. Unde manifestum est, æquationem ad sectionem coni præsentem esse $y^2 = ax$, aut, si $a = 1$, $y^2 = x$. Notandum adeo hic est, si in æquationibus non appareat lex homogeneorum observata, termini pauciorum dimensionum coëfficientem esse unitatem, seu rectam quandam determinatam, quæ pro unitate sumitur. Cum autem quælibet recta pro unitate assumi possit, unitatem esse eandem non sumendum, sed demonstrandum est. Ita sumere licet $y^2 = x$, ubi coëfficiens ipsius x est 1; sumere quoque licet $q^2 = z$, ubi coëfficiens ipsius z est 1. Enimvero non licet sumere coëfficientes ipsarum x & z esse æquales; sed hoc demonstrandum, quemadmodum ex modo dictis claret. Nihil hic supponitur, quod non sit ex notione numeri rationalis integri manifestum, quem in communi Arithmetica practica consideramus, modo ad communia perpendenda omnem attentionem afferamus: qua neglecta haud raro hærent tyrones, ubi sumuntur quæ per ea patent, & ad ardua magis applicantur, nisi fide

Mathe-

Mathematicorum tanquam vera admittere velint, quorum rationem minime capiunt.

§. 206. Id quoque notandum est, in æquationibus, per quas definiuntur curvæ, originem abscissarum non semper assumendam esse in aliquo curvæ puncto, etiam si recta, ad quam curva refertur, eandem secat vel tangit; sed eandem esse posse quodvis punctum aliud in eadem recta assumtum. Ita ex. gr. in circulo, si peripheriæ puncta referuntur ad diametrum AB, origo abscissarum statui potest in centro C, ut sit $PC = x$, $PM = y$ & radius $AC = MC = a$. Quoniam enim $MC^2 = PM^2 + PC^2$ (§ 417. *Geom.*); habebimus $a^2 = y^2 + x^2$, adeoque $y^2 = a^2 - x^2$, quæ æquatio non minus circulum definit, quam altera, quam supra dedimus & unde circuli genesin atque proprietates cum aliis symptomatis deduximus (§. 193.). Atque ex hac æquatione eadem deducere licet, quæ ibidem ex altera deduximus, si tanquam data supponatur, ut adhuc ignoretur, ad quamnam curvam ea sit. Etenim si hic ponas

$$x^2 = 0$$

erit $y^2 = a^2$

$$y = a$$

Unde liquet 1. in origine abscissarum semiordinatam esse constanti a æqualem.

Si vero ponas $x = a$

erit $y^2 = a^2 - a^2$

$$= 0$$

$$y = 0$$

Unde patet 2. si abscissa fiat semiordinatæ, quæ in origine abscissarum est (*vi num.* 1.), æqualis, curvam secare rectam positione datam, ad quam refertur.

Quoniam $a^2 = y^2 + x^2$; ideo liquet, 3. Hypothenusam trianguli rectanguli, cujus crura sunt abscissa & semiordinata, ad quodvis punctum curvæ esse eandem, consequenter cum hæc hypothenusa constanter ex origine abscissarum ducatur, rectas omnes ex origine abscissarum ductas ad curvam esse inter se æquales. Æquatio adeo nos deducit ad genesin circuli non minus, quam ad definitionem ejus nominalem, &, ubi definitio circuli ex elementis nota supponitur, hinc discimus, æquationem esse ad circulum. Immo potest origo abscissarum etiam extra centrum statui, veluti in L, ubi AL constans est, & abscissa LP. Sit enim $AL = b$, $AB = a$, $LP = x$, $PM = y$, erit $AP = b + x$, $PB = a - b - x$, consequenter *ob* Tab. II. Fig. 25.

PM^2

$PM^2 = AP.\ PB$

$y^2 = ab - b^2 + ax - 2bx - x^2$

Quodsi hic ponas

$x = o$

erit $y^2 = ab - b^2$

$y = \sqrt{(ab - b^2)}$

Unde liquet, 1. in origine abscissarum semiordinatam esse mediam proportionalem inter rectam quandam constantem b & differentiam ejus a constante alia a.

Quodsi fiat

$x = a$

erit $y^2 = ab - b^2 + a^2 - 2ab - a^2$
$= -ab - b^2$

Patet itaque 2. abscissam nunquam fieri posse ipsi a æqualem, sed semper eadem minorem esse debere.

Sit $x = a - b$

erit $y^2 = ab - b^2 - 2ab + 2b^2 + a^2 - ab - a^2 + 2ab - b^2$

$y^2 = o$

$y = o$

Patet adeo, 3. si abscissa fiat differentiæ quantitatum constantium æqualis, curvam secare rectam positione datam.

Sit $x = \frac{1}{2}a - b$

erit $y^2 = ab - b^2 - ab + 2b^2 + \frac{1}{2}a^2 - ab - \frac{1}{4}a^2 + ab - b^2$

$y^2 = \frac{1}{4}a^2$

$y = \frac{1}{2}a$

Videmus itaque 4. Si abscissa fiat $\frac{1}{2}a - b$, semiordinatam esse $= \frac{1}{2}a$.

Quodsi ponamus

$b = o$

erit $y^2 = ax - x^2$

Æquatio igitur degenerat in æquationem ordinariam pro circulo (§. 193.).

Licet etiam originem abscissarum statuere extra circulum, veluti in D, ut sit, $DP = x$, adeoque si $DA = b$, $AP = x - b$. Et similiter abscissas computare licet in aliqua a centro C distantia, ut earum origo vel sit inter A & C, vel inter C & B. Hæc si notent tyrones, in doctrina de locis geometricis & constructione æquationum altiorum nihil prorsus sentient difficultatis. Patebit etiam, quomodo ad formulas generales plana sit via. Quæ vero hic annotamus de relatione curvarum ad rectam, quæ curvam in puncto quodam secat, eadem quoque locum habent, ubi eandem referre libuerit ad rectam extra curvam quomodocunque

cunque ſitam. Nec oleum atque operam perdunt tyrones, ſi in omni caſu poſſibili æquationem ad circulum inveſtigent, ut methodum definiendi curvas per æquationem intimius inſpiciant beneficio exempli omnium facillimi & notiſſimi, idem imitaturi in curvis aliis, quod in circulo fecere.

§. 207. Enimvero abunde ea docuimus, quæ in hac methodo lucem accendunt tyronibus, ne in tenebris palpitent ad magis ardua progreſſi, quemadmodum vulgo accidere ſolet. Sed dicenda quoque nonnulla ſunt de lineis non algebraicis, quarum nonnullæ ſub finem capitis definiuntur. Definimus Quadratricem *Dinoſtratis* per $ay = bx$, ubi x denotat arcum AN, a Quadrantem AB, b radium AC & y portionem radii AP, quæ ad radium eandem rationem habet, quam habet arcus AN ad Quadrantem. Quamobrem etſi æquatio alias definiat triangulum rectangulum æquicrurum, conſequenter in ea ſpectetur relatio rectæ, quæ hypothenuſa eſt ad crus unum, in quo ſumuntur abſciſſæ; præſenti tamen in caſu æquatio, quæ eadem videtur, prorſus diverſa eſt. Etenim in caſu priori, quando eſt ad triangulum rectangulum æquicrurum a & x denotant lineas rectas; in poſteriori autem, quando ad Quadratricem eſt, a deſignat quadrantem, x arcum circuli quadrante minorem. Æquatio igitur algebraica non eſt, cum in ea ſingulæ literæ denotent totidem rectas. Hoc tamen non obſtante æquationes iſtiusmodi, quas curvæ lineæ ingrediuntur, tractari poſſunt eodem modo, quo ante tractavimus algebraicas: quod ſuccedere ipſa præſens æquatio docere poteſt. Etenim

Tab II. Fig. 67. algeb.

Si fiat $x = o$

erit $ay = o$

$y = o$

Atque adeo patet, quadrantem concurrere cum radio in origine abſciſſæ.

Si $x = a$

erit $ay = ab$

$y = b$

Unde liquet, quamprimum x fit quadranti æqualis, rectam AP, quæ deſignatur per y, degenerare in radium.

Si $x = \frac{1}{2}a$

$ay = \frac{1}{2}ab$

$y = \frac{1}{2}b$

Evidens igitur eſt, dimidio quadranti reſpondere radium dimidium.

Eadem adeo eliciuntur, quæ per geneſin Quadratricis manifeſta ſunt.

Quod vero etiam alia ignota hinc deduci poſſint, ſuo patebit loco (§. 55. *Anal.*): id quod omnino notandum, ne nullum in uſum æquatio iſta data videatur.

Singulare quid habet æquatio, quod non exprimat relationem ipſius curvæ ad rectam poſitionem datam per ſe, ſed relationem potius curvæ alterius, nimirum Quadrantis circuli, cujus ope determinatur punctum M; quod rectæ AP & arcui AN, hoc eſt duabus indeterminatis y & x reſpondet. Exprimit ſcilicet relationem arcus AN ad rectam AP, qualis eſſe debeat, ut ipſi AP reſpondeat punctum M in Quadratrice. Data enim hac relatione datur etiam punctum M. Quoniam vero $y = \frac{ab}{x}$ adeoque AP quarta proportionalis ad arcum AN, quadrantem AB & radium AC; determinatio puncti M dependet a rectificatione indefinita circuli, conſequenter a circuli Quadratura. Ceterum Quadratrix inſinuat artificium reductionis conſtructionis curvarum ad curvas ſimpliciores, ſuppoſita harum quadratura vel rectificatione: neque enim in omnibus curvis rectificatio pendet a quadratura, prouti in circulo obtinet (*vi theor.* 3. §. 128. *Anal.*), quemadmodum ſuo loco videbimus, ubi de Quadratura & rectificatione curvarum agitur. Artificium hoc maximi momenti eſt in Analyſi infinitorum ad Geometriam ſublimiorem applicata, quemadmodum patet per problemata phyſico mechanica, qualia in Elementis Mechanicæ occurrunt. Quamobrem conſultum eſt, ut tyrones, qui ad tertium cognitionis gradum adſpirant, tempeſtive annotent, quomodo inventa veterum recentioribus Geometris inſinuaverint artificia, aut ſaltem inſinuare potuerint, ſiquidem attentionem ſuam deficere non fuerunt paſſi.

§. 208. Notandum adhuc eſt, poſſe etiam curvas referri ad curvas alias poſitione datas, quemadmodum referuntur ad rectas poſitione datas, ita ut abſciſſæ ſumantur in curva poſitione data, quemadmodum ſumuntur in recta poſitione data: quod ut facilius intelligatur, dabo exemplum. Sit AMO parabola *Appolloniana* ſeu primi generis. Producatur ſemiordinata PM in N, donec recta MN habeat ad arcum parabolicum AM eam relationem, quam habet ſemiordinata PM ad ejus abſciſſam AP; Tab. II. Fig. 22.

evidens

evidens est, si arcus AM $= x$, MN $= y$ & recta quædam constans $= a$, fore $y^2 = ax$. Æquatio hæc ab æquatione ad parabolam in eo differt, quod x denotet arcum parabolicum AM, cum in æquatione ad parabolam denotet rectam AP. Ceterum eadem ex æquatione hac deducuntur, quæ ex æquatione ad parabolam, nisi quod theoremata ingrediatur arcus parabolicus. Nimirum cum sit $y = \sqrt{ax}$; semiordinata MN est media proportionalis inter arcum parabolicum datum HM & rectam quandam datam constantem a, quæ tertia proportionalis est ad quemvis arcum parabolicum & ipsi respondentem semiordinatam. Et quemadmodum in parabola quadrata semiordinatarum habent rationem absciſſarum, ita semiordinatæ curvæ ANR sunt in ratione arcuum parabolicorum ipsis respondentium. Hoc artificio jam usus est *Archimedes* in spiralibus, qui eas retulit ad peripheriam circuli tanquam ad axem. Facile autem apparet, relationem semiordinatæ MN ad arcum AN exprimi posse per æquationem curvæ algebraicæ cujuscunque alterius. Ita si arcus AO $= a$, AM $= x$ & MN $= y^2$ curva AMR definiri potest per æquationem $y^2 = ax - x^2$, quæ est æquatio ad circulum (§. 193.).

Si ponamus $x = a$

$y^2 = a^2 - a^2$

$= 0$

$y = 0$

Unde liquet punctum R cum puncto O coincidere, adeoque curvam A R parabolam AO secare in O.

Si fiat $x = \frac{1}{2} a$

$y^2 = \frac{1}{2} a^2 - \frac{1}{2} a^2$

$= \frac{1}{2} a^2$

$y = \frac{1}{2} a$

Patet itaque, si arcus parabolicus AO bisecetur, fore MN arcui dimidio æqualem.

Ponamus ex adverso $y = \frac{1}{2} a$; erit

$\frac{1}{4} a^2 = ax - x^2$

$x^2 - ax = -\frac{1}{4} a^2$

$x^2 - ax + \frac{1}{4} a^2 = 0$

$x - \frac{1}{2} a = 0$

$x = \frac{1}{2} a$

Unde manifestum est, in nullo alio puncto, quam in medio arcus AO arcum parabolicum AM rectæ MN æqualem esse.

§. 209. Præter sectiones conicas definivimus potissimum eas curvas, quæ a Veteribus fuerunt inventæ, & quas recentiores Geometræ addiderunt, antequam Algebra ad Geometriam sublimiorem applicaretur & doctrina curvarum amplificaretur.

Veteres præter Circulum, parabolam, hyperbolam & ellipſin conſiderarunt Conchoidem, Ciſſoidem, Quadratricem atque ſpirales, & recentiores addiderunt Logarithmicam & Cycloidem, cui deinceps acceſſit Epicyclois. Tenendum nimirum eſt, veteres non animum advertiſſe ad curvas, niſi quatenus problematis geometricis ſolvendis inſerviebant. Duo autem apud ipſos celebrabantur problemata, alterum ſcilicet de inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas rectas datas, alterum de quadratura circuli. In uſum prioris problematis ſolvendi *Nicomedes* invenit Conchoidem, *Diocles* Ciſſoidem: poſterius autem problema per ſpirales ſolvere tentavit *Archimedes*, per Quadratricem *Dinoſtrates*. Recentius Quadratura circuli tentata per cycloidem, ad cujus imitationem, ſi geneſin illius ſpectes, inventa Epicyclois. Cum vero Logarithmi eſſent inventi & tanta utilitate in Matheſin practicam recepti; in uſum Logarithmorum reperta eſt Logarithmica, ad cujus imitationem deinceps excogitata Logiſtica ſpiralis. Noſtrum erat lineas curvas veteribus celebratas non prætermittere ſilentio, qui lectorem noſtrorum Elementorum ad Matheſeos univerſæ cognitionem manuducere intendimus, præſertim cum inventis recentioribus anſam dederint, quæ a veteribus inventa fuerunt, quemadmodum jam hinc inde annotavimus. Logarithmica autem & cyclois uſum præclarum nactæ ſunt in problematis phyſico-mechanicis, prouti ſuo loco in Elementis Mechanicæ oſtendimus. Earundem itaque mentionem injicere debuimus. Habet quoque uſum prorſus eximium Epicyclois in Mechanica practica & aliis inventis recentioribus anſam dedit. Quamobrem nec hancce ſilentio præteriri fas erat. Quadratricem *Tſchirnhauſianam* & Lineam ſinuum, Tangentium atque ſecantium non alio fine adjecimus, quam ut conſtaret, quomodo curvarum geneſes excogitari poſſint: quem in finem etiam adjecimus problemata ultima hujus capitis (§. 579. & ſeqq. *Anal.*). Ex duobus tamen ultimis (§. 581. 583. *Anal.*) ſimul diſcimus, quomodo curvæ ſuperiorum generum deſcribi poſſint ope curvarum generum inferiorum. Ecce igitur tibi rationem, cur haſce potiſſimum curvas in præſente capite conſideraverimus.

§. 210. Poſtquam oſtendimus, quomodo Algebra utamur in eruendis curvarum deſcriptionibus, proprietatibus aliisque ſymptomatis; ad

earum usum in construendis problematis exponendum progredimur. Primum itaque docemus, quomodo problemata indeterminata construantur. Atque eo fine capite sexto agitur de locis geometricis. Doctrinam hanc invenere veteres Geometræ; sed recentiores ad eandem Algebram applicare cœperunt, ubi constabat intersectione duorum locorum construi æquationes altiores. Problemata indeterminata, quemadmodum vidimus superius cap. 2. sect. 2. duas habent quantitates incognitas, quarum una pro arbitrio assumta determinatur altera, quemadmodum vidimus in curvis algebraicis assumta abscissa pro arbitrio determinari semiordinatam: id quod etiam obtinere, si recta quædam positione data referatur ad rectam aliam itidem positione datam ex iis liquet, quæ in Geometria de lineis proportionalibus inveniendis demonstrata sunt. Ita in triangulo rectangulo Tab. II. Fig. 16. ABC habet PM ad AP rationem constantem ipsius BC ad AB, atque adeo sumta AP pro arbitrio, per rectam AC determinatur PM. Dum itaque problema indeterminatum construimus, omnes reperimus rectas possibiles, quæ eandem datam relationem ad se invicem habent. Unde si ad rectam positione datam applicentur parallelæ, & quæritur in recta positione data punctum, quod sit origo unius indeterminatæ, atque linea secans omnes istas parallelas, ut ad ipsas respondentes portiones in linea positione data habeant eandem relationem datam; problemati satisfactum. Hinc vero patet, cur linea ista dicatur Locus, quia nempe continet omnes lineas rectas, quæ in problemate in locum indeterminatarum substitui possunt, seu quia in ea sunt singula puncta, quibus determinantur rectæ una indeterminatarum pro arbitrio assumta determinandæ. Ex. gr. in triangulo rectangulo hypothenusa AC est locus omnium rectarum proportionalium cruribus AB & BC: etenim continuatis rectis AB & AC in infinitum, intra crura hujus anguli continentur omnes istæ proportionales, quarum una sumitur in AB, altera vero determinatur per rectam AC, & in recta AC sunt omnia puncta M, quibus terminantur indeterminatæ ad AB normales, ut fiant assumtis AP in data ratione proportionales. Ratio est relatio simplicissima, quam exhibet recta ad rectam aliam relata. Relationes vero ceteræ constantes repræsentantur per lineas curvas, qualis est in circulo, ut quadratum semiordinatæ sit æquale rectan-

ctangulo ex segmentis diametri. Videmus adeo æquationes, quæ duas involvunt lineas incognitas, geometrice construi posse, quatenus eædem exprimunt relationem constantem, quam habent singula lineæ curvæ puncta ad rectam positione datam, seu quatenus eædem sunt æquationes ad curvam quandam lineam, quam definiunt. Atque ideo æquationes, quas ante diximus æquationes ad curvam, hic vocantur locales.

§. 211. Monuimus in anterioribus, curvam referri posse ad quamlibet rectam positione datam, sive ea curvam secet in vertice, sive in alio quocunque puncto, sive eandem non secet, sed tota extra eam cadat intervallo vel nullo, vel dato ab eadem distans, & sive axi fuerit parallela, sive ad eundem obliqua. Hinc determinantur omnes casus possibiles æquationum localium: quæ quomodo reperiantur, ex iis patet, quæ de circulo paulo ante ostendimus. Cum *Slusius* æquationum localium usum in construendis æquationibus cubicis & biquadraticis docuisset; *Philippus de la Hire* Algebram ad loca geometrica applicavit, & in omni casu æquationes locales ad rectam, circulum & sectiones conicas investigare docuit; quod idem fecit *Ozanamus*. Enimvero cum sic plures prodirent æquationes particulares ad eandem lineam; *Joannes Craigius* æquationes generales investigavit ad sectiones conicas, quæ omnes particulares eminenter continent: cujus exemplum secutus *Hospitalius*. Nobis quoque placuit generalia invenire theoremata construendi omnes æquationes locales ad rectam & sectiones conicas, cum per ea constructiones problematum indeterminatorum via vere analytica erui possint. Rem penitius examinanti constabit, non aliis hic opus esse artificiis, quam quæ paulo ante insinuavimus, cum de æquationibus ad circulum ageremus. Theoremata generalia inveniuntur, si investigentur theoremata in casu maxime composito, in quo linea, ad quam refertur curva, ponitur esse ad axem obliqua & origo abscissarum distare a vertice vel centro curvæ, si quod habet, aliquo intervallo. Etenim si hic quædam lineæ constantes supponantur nullæ, in æquatione termini evanescunt, qui in eas ducuntur, sicque prodit æquatio in casu simpliciori. Hoc fieri debere observavimus superius, cum in circulo origo abscissarum statueretur in L intra verticem A & centrum C. Vidimus enim, si ponatur AL = 0, æ- Tab. II. Fig. 25

quatio-

quationem in eo casu repertam $y^2 = ab - b^2 + ax - 2bx - x^2$ degenerare in æquationem ad circulum $y^2 = ax - x^2$ in casu simplicissimo, quando origo abscissarum est in A. Enimvero non modo æquatio magis composita hoc pacto reducitur ad simpliciorem, verum etiam schema, quod exhibet constructionem illius æquationis, degenerat in schema, quod hujus repræsentat constructionem. Ex. gr. si fuerit LH $= o$, linea DH incidit in DL, adeoque pars schematis, quæ relinquitur, casum istum repræsentat, in quo recta positione data DL, ad quam refertur curva AMB est axi AS parallela. Quodsi porro fiat KD $= o$, relinquitur pars schematis, quæ repræsentat casum, in quo abscissæ computantur in axe ultra verticem continuato KS & origo earum statuitur in aliqua a vertice distantia K. Denique si etiam ponatur AK $= o$, prodit schema casum ordinarium exhibens, in quo abscissæ sumuntur in axe AS & origo abscissarum in vertice. Methodus adeo, qua utimur, non modo æquationes locales omnes ad eandem curvam uni æquationi includit eodem artificio, quo æquationes omnes ad curvas algebraicas ad æquationem unicam generalem reduximus (§. 385. *Analyf.*), sit ita quod ibidem aliud præterea artificium adhibendum erat, quo hic non habemus opus, quia ibidem æquationes omnes una formula comprehendendæ, non erant ejusdem gradus, quemadmodum in præsenti obtinet; sed etiam unico schemate omnium æquationum localium constructiones comprehendit. Quænam hæc sit prærogativa præ methodo communi, qua singuli casus sigillatim expenduntur; facillimo negotio animadvertet, qui, quæ de locis geometricis tradimus, cum iis conferre voluerit, quæ de iisdem docet *de la Hire*, vel *Ozanamus*.

Tab. VII. Fig. 75. Fig. algeb.

§. 212. Unum adhuc supereſt, quod de theorematis hisce generalibus observandum, ne eorum applicatio turbet tyrones. In schemate nostro supponimus, originem abscissarum removeri ultra verticem ita ut abscissa linea quadam data excedat abscissam ordinariam. Enimvero vidimus supra, originem earundem etiam statui posse ex parte altera, veluti in L, ita ut abscissa LP deficiat ab abscissa ordinaria linea quadam data AL. Similiter rectam axi parallelam, vel ad eum obliquam ponimus ultra eundem, ut augeat semiordinatam ordinariam PM recta quadam data, cum tamen etiam hæ lineæ ita duci possint ex parte oppo-

Tab. II. Fig. 25.

sita

sita, ut semiordinata QM vel RM deficiat ab ordinaria PM linea quadam data PQ, vel PR. Æquatio igitur localis generalis non videtur omnes æquationes particulares continere, nec schema illi respondens comprehendere omnia schemata, quæ harum constructionem exhibent. Dubium hoc ut tollatur, nostrum est docere, qua ratione innotuerit, quomodo iidem quoque casus in eo, ad quem computavimus æquationem, contineantur. Supra reperimus æquationem ad circulum, si origo abscissarum fuerit in L, $y^2 = ab - b^2 + ax - 2bx - x^2$. Ponamus jam originem abscissarum esse in N, ut sit NA $= b$, NP $= x$, sitque AB $= a$, PM $= y$; erit AP $= x - b$, PB $= a + b - x$.

Ob $PM^2 =$ AP. PB
prodibit
$$y^2 = ax - x^2 + 2bx - ab - b^2$$

Æquationem hanc a superiori non differre videmus nisi signis & hanc diversitatem hinc oriri observamus, quod ibi abscissa ordinaria AP sit $x - b$, hic vero $b - x$. Quodsi ergo æquationes istæ redigantur ad nihilum, quemadmodum in hac doctrina fieri solet; habebimus in eo casu, ubi abscissarum origo in N,

$$y^2 + x^2 - ax + ab = 0$$
$$- 2bx + b^2$$

in casu autem opposito, ubi origo abscissarum in L,

$$y^2 + x^2 - ax - ab = 0$$
$$+ 2bx + b^2$$

Quare si duas haberes formulas, valor ipsius b in casu particulari dato semper eliceretur positivus, cum in priori coëfficiens negativus comparandus esset cum negativo $- 2b$, in posteriori coëfficiens positivus cum $+ 2b$. Quodsi vero æquationem, quæ cum formula posteriori conferri debebat, cum priori componis, adeoque quantitatem positivam cum negativa, necesse est, ut valor ipsius b prodeat negativus. Si $- b$ substituas in locum $+ b$ in æquatione altera, pro $+ 2bx$ habebis $- 2bx$, pro $- ab$ vero $+ ab$, ducendo scilicet $- a$ in $- b$, at b^2 retinet signum suum, quia $- b$ in $- b$ efficit $+ b^2$. Atque sic æquatio posterior degenerat in priorem, ut adeo prior in utroque casu adhiberi possit, modo notes, quoties in casu particulari lege comparationis valor ipsius b elicitur negativus, toties sumendam esse rectam eidem respondentem ex parte opposita, ut sit AL $= b$. Idem cum eodem modo obtineat quoad distantiam parallelæ axi ab eodem PQ; manifestum est, cur una formula satisfaciat

tisfaciat in casu utroque, modo observetur, quod de valore negativo in æquationis particularis cum generali comparatione prodeunte annotavimus. Idem adhuc clarius patet in parabola. Tab. II. Fig. 22. Etenim si fuerit $NA = b$, $NP = x$, adeoque $AP = x - b$; erit ex natura Parabolæ, si parameter fuerit a,

$$y^2 = ax - ab$$
$$\text{seu } y^2 - ax + ab = 0$$

Quodsi fuerint omnia ut ante, sed $AL = b$, adeoque $AP = b + x$, erit

$$y^2 = ax + ab$$
$$\text{seu } y^2 = -ax - ab = 0$$

Hic denuo patet, æquationem posteriorem non differre a priori, nisi diversitate signorum in iis terminis, quorum coëfficiens est b, in priori enim habemus $+ ab$, in posteriori $- ab$. Quamobrem ubi in applicatione formulæ generalis, quæ ad casum priorem spectat, confers terminum negativum æquationis ad casum posteriorem spectantis cum positivo, qui ex formula casus prioris sumitur; valor utique prodire debet negativus pro AL. Patet etiam hic, si in æquatione posteriori pro $+ b$ substituas $- b$, ducendo $- b$ in $- a$, prodire $+ ab$, adeoque æquationem posteriorem degenerare in priorem, quemadmodum ex adverso prior abit in posteriorem, si in priori substituas $- b$ pro $+ b$. Quodsi enim ducas $+ a$ in $- b$, prodibit $- ab$, quemadmodum habet formula posterior. Videmus adeo, quomodo innotuerit, eandem formulam subire posse vicem duarum, si valoris negativi quantitas sumatur ex parte opposita. Immo videmus, perinde esse, sive in formula generali abscissam & semiordinatam statuas ordinariis AP & PM majorem, sive minorem, ut adeo nulla ratio intrinseca fuerit electionis, sed tantummodo extrinseca: quod ideo monemus, ne quis in Philosophia hinc petat argumentum contra principium rationis sufficientis in electionis casu. Utimur eodem artificio non sine maxima utilitate in Analysi infinitorum seu calculo differentiali & integrali, quemadmodum suo loco videbimus, ubi ex eadem ratione valorem negativum sumimus pro magnitudine ex parte opposita sita. Absit itaque, ut tibi persuadeas, hoc fieri ex natura quantitatum privativarum, & hinc colligas, quantitates privativas esse veras quantitates, seu in numero positivarum, cum satis constet eas non denotare nisi defectum quantitatis veræ seu positivæ per positivam, quæ deficit, æstimabilem, quemadmodum pecunia, quæ debetur, non

est parata pecunia, quam habes, etsi per paratam pecuniam æstimetur, quæ solvenda, ut debitum tollatur. Nullæ revera sunt quantitates negativæ, etsi utiliter in usum calculi universalis fingantur. Cavendum omnino est, ne entia ficta Mathematicorum confundantur cum realibus in detrimentum scientiæ philosophicæ.

§. 213. Hinc simul patet ratio, cur in casu particulari demonstraturi constructionem ex formula generali elicitam, eruendo ex hac æquationem ad construendam propositam, non utamur valoribus negativis, qui per comparationem cum formula generali prodeunt, sed iis substituamus positivos: id quod fieri non licebat, si per naturam quantitatum valor esset negativus. Valor negativus v. gr. rectæ AL nonnisi fictitius est, quatenus æquatio, unde elicitur, repræsentare fingitur casum, quem non repræsentat, cum revera non exhibeat nisi eum, in quo origo abscissarum est in N, propterea quod hac fictione eadem formula sufficere deprehenditur in utroque casu, quam absque ea nonnisi in uno adhibere liceret, nimirum quando origo abscissarum est in N. Extra hanc fictionem utique contradictorium est, quantitatem positivam esse æqualem privativæ, quemadmodum etiam in ipsa Analysi contradictionem inde colligimus atque ex ea porro notioni impossibilis convenienter (§. 97. *Ontol.*) impossibilitatem inferimus. Habemus exemplum in æquatione ad circulum $y^2 + x^2 - ax + 2bx - ab + b^2 = 0$. Quodsi enim ponas

Tab. II. Fig. 25.

$$x = a$$

erit $y^2 + a^2 - a^2 + 2ab - ab + b^2 = 0$

$$y^2 = -ab - b^2$$

$$y = \sqrt{(-ab - b^2)}$$

Ex eo itaque, quod valor ipsius y^2 prodit negativus, qui producit pro y radicem imaginariam, infertur, impossibile esse, ut abscissa fiat diametro æqualis, recte omnino, cum idem per se pateat, ubi supponis notum esse, quod æquatio sit ad circulum & origo abscissarum in L, cum abscissa major esse nequeat recta $LB = a - b$. Nimirum hic colligitur, hypothesin $x = a$ esse absurdam, quia hinc sequitur, quantitatem positivam esse æqualem privativæ aut radici imaginariæ, quod absurdum esse supponitur.

§. 214. Ut usus formularum generalium in construendis æquationibus problematum indeterminatorum clarius eluceseeret, aliquot exemplis

eundem

eundem illustrare lubuit (§. 593. & seqq. *Anal.*). Patet per ea, ob istarum formularum nos via vere analytica deduci ad problematum indeterminatorum constructionem, ac constructiones semper obtineri concinnas, quales in Geometria desiderantur, ut adeo non solius brevitatis gratia easdem prætulerimus methodo communi, qua usi sunt *de la Hire* & *Ozanamus*. Dedimus quoque exempla (§. 597. 600. *Analyf.*), quibus ostenderemus, quomodo ex constructione locorum deriventur æquationes locales, ut appareat ad quamnam curvam sit locus constructus. Quoniam vero id intendimus, ut, dum artificia Analyseos inculcamus, simul doceamus veritates mathematicas cognitu utiles; ideo selegimus constructiones curvarum, quas pro fornicibus commendant Architecti, ut constaret, eas esse ellipses *Apollonianas*. Æquationem primam (§. 597. *Anal.*) $y^2 + \frac{d^2x^2}{a^2} - \frac{d^2x}{a} = 0$ esse ad ellipsin, constare poterat ex collatione cum formula generali pro ellipsi (§. 588. *Analyf.*). Quodsi consueto more hanc æquationem cum formula ista compares, deprehendes a esse axem majorem, d vero minorem ellipseos. Etenim vi formulæ generalis

$$\frac{2r=0}{\frac{q^2}{q=f}} \qquad \frac{t}{2m} = \frac{d^2}{a^2}\,2n=0$$

$$-\frac{2tp}{2m} = -\frac{d^2}{a}\,m^2 = p^2 = \tfrac{1}{4}a^2$$

$$\frac{2d^2p}{a^2} = \frac{d^2}{a} \quad m = \tfrac{1}{2}a$$

$$\frac{2p}{a} = 1$$

$$p = \tfrac{1}{2}a$$

Habemus adeo

$$a^2 : d^2 = a : t$$

$$t = \frac{ad^2}{a^2} = \frac{d^2}{a}$$

Quoniam parameter t est tertia proportionalis ad axem majorem & minorem (§. 423. *Analyf.*); cum a sit axis major, erit d minor & ob $p = \frac{1}{2}a$ abscissæ computantur a vertice.

Similiter æquationem alteram $y^2 + \frac{ddx^2}{a^2} - \frac{2ddx}{a} = 0$ esse ad el-

lipsin, ejus cum formula generali collatio prodit, & illius cum hac comparatione facta patet, quod a sit axis dimidius major, d vero dimidius minor. Etenim vi formulæ generalis.

$$\frac{t}{2m} = \frac{d^2}{a^2} \qquad \frac{2mp}{2m} = \frac{2dd}{a}$$

h. e $\frac{d^2 p}{a^2} = \frac{d^2}{a}$

$p = a$

$m^2 = p^2$
$= a^2$

$m = a$

$a^2 : d^2 = 2a : t$

$t = \frac{2ad^2}{a^2}$
$= \frac{2d^2}{a}$

Quoniam a est dimidius axis major & parameter t tertia proportionalis ad axem majorem & minorem (§. 423. *Analyſ.*), seu quarta ad dimidium axem majorem, minorem dimidium & minorem integram (§. 124. *Analyſ.*); ideo patet, d esse axem minorem dimidium & ob $p = a$ originem abscissarum esse in vertice ellipseos.

§. 215. Utraque æquatio localis, etsi ex diversis constructionibus eruatur, eadem est, nisi quod in posteriori a & d denotent semiaxes, in priori autem integros axes conjugatos. Forsan non inconsultum erit hic docere, quomodo constructio utraque eruatur ex æquatione ordinaria ad ellipsin. Æquatio hæc est $y^2 = bx - \frac{bx^2}{a}$ in qua b parametrum, a vero axem majorem denotat. Quoniam parameter est tertia proportionalis ad axem majorem a & minorem d (§. 423. *Analyſ.*); erit $b = d^2 : a$. Quodsi ergo in æquatione ordinaria hunc valorem in locum ipsius b surroges; habebis

$$y^2 = \frac{d^2 x}{a} = \frac{d^2 x^2}{a^2}$$
$$= \frac{d^2 ax - d^2 x^2}{a^2}$$

Quare

$a^2 : d^2 = ax - x^2 : y^2$
$a : d = \sqrt{(ax - x^2)} : y$

Patet adeo semiordinatam in ellipsi esse quartam proportionalem ad axem majorem, minorem & semiordinatam circuli super axe majore descripti eidem cum semiordinata ellipseos abscissæ respondentem.

Quam-

Quamobrem cum pro a & d sumi
Tab. II. Fig. 26. etiam possit $\frac{1}{2}a$ & $\frac{1}{2}d$ (§. 124. *Analyf.*); igitur patet, si super axe majore describatur semicirculus & in P erigatur perpendicularis PN, ductaque ex centro C radio CN in eum transferatur CR semiaxi minori æqualis, ac tandem ex R demittatur perpendicularis RM; fore punctum M in ellipsi: quæ est ipsa constructio *Serlii* ex æquatione ordinaria elicita. Cum enim sit MR parallela ipsi PC; erit (§. 268. *Geom.*).

$$NC : RC = NP : PM$$
$$\tfrac{1}{2}a : \tfrac{1}{2}d = \sqrt{(ax - x^2)} : y$$

Poteramus itaque constructionem Serlianam ellipseos jam ex æquatione ordinaria elicere in superioribus, cum doctrinam de Ellipsi traderemus. Etsi autem æquatio ex altera constructione elicita eadem sit cum anteriore; ex ea tamen non minus deduci poterat constructio al-
Tab. III. Fig. 27. tera. Etenim si ellipsis ADB, cujus axis major AB, semiaxis minor EF. Describatur radio CD semicirculus EDF & erecta perpendiculari PM ducatur axi AB parallela MN, ex N vero demittatur perpendicularis NQ, quæ erit ipsi PM, æqualis. Si sit $AC = a$, $DC = d$, $AP = x$, erit æquatio ad ellipsin $y^2 = \frac{2add x - d^2 x^2}{a^2}$ adeoque

$$a^2 : 2ax - x^2 = d^2 : y^2$$

Sit jam $EQ = z$, erit $QF = 2d - z$, adeoque $QN^2 = PM^2 = y^2 = 2dz - z^2$. Habemus itaque

$$a^2 : 2ax - x^2 = d^2 : 2dz - z^2$$

adeoque (§. 124. *Analyf.*)

$$a^2 - 2ax + x^2 : a^2 = d^2 - 2dz + z^2 : d^2$$
$$a - x : a = d - z : d$$
$$x : a = z : d$$
$$x : z = a : d$$

hoc est, $AP : EQ = AC : EC$

Quare si ad semiaxem majorem & minorem ellipseos atque abscissam AP pro arbitrio assumtam quæratur quarta proportionalis, erit ea abscissa EQ, cui respondet semiordinata QN in circulo semiordinatæ ellipseos PM æqualis.

Quodsi displicet resolutio per analysin rationum; analogiam, qua nititur constructio per Algebram quoque reperire licet. Etenim

$$\frac{2ad^2x - d^2x^2}{a^2} = 2dz - z^2$$
$$\frac{dx^2 - 2ad^2x}{a^2} = z^2 - 2dz$$
$$\frac{dx^2 - 2axd^2 + a^2d}{a^2} = z^2 - 2dz + d^2$$

$$\frac{\frac{ad-dx}{a} = d-z}{\frac{dx}{a} = z}$$

Habemus itaque, ut ante:

$$a : d = x : z$$

Notanda hic sunt artificia, quibus constructiones æquatione ordinaria eliciuntur. Nimirum in æquatione ordinaria substituimus valorem parametri, quam ex eadem elicuimus, ut eandem ingrediantur nonnisi lineæ in ipsa contentæ. Ita enim prodibat æquatio, cujus in analogiam resolutione constructio prior erat manifesta. Ex eadem æquatione in analogiam resoluta prodit quoque altera, substituendo valorem quadrati semiordinatæ ellipseos ex circulo circa axem minorem descripto. Equidem prævidere non licet, quid per substitutionem sit proditurum; non tamen ideo ea negligenda est. Ubi enim veritatem quærimus, tentanda sunt omnia, donec incidamus in theoremata & constructiones problematum. Principii substitutionis magna vis est in Analysi: efficit enim æquationem dependentem a pluribus veritatibus, ut jam ex ea per reductionem eadem erui possint, quæ ex iisdem more veterum ratiocinando colliguntur.

§. 216. Enimvero ut intelligant tyrones, idem artificium etiam in aliis curvis adhiberi posse, lubet hoc ipsum applicare ad hyperbolam. Pro hyperbola æquatio ordinaria est $y^2 = bx + \frac{bx^2}{a}$. Est etiam hic, si axis conjugatus $= d$, parameter $b = \frac{d^2}{a}$. Quodsi ergo hunc valorem in æquatione ordinaria substituas, habebis Tab. III. Fig. 28.

$$y^2 = \frac{d^2}{a}x + \frac{d^2x^2}{a^2} = \frac{d^2ax + d^2x^2}{a^2}$$

Quare $a^2 : d^2 = ax + x^2 : y^2$

$$a : d = \sqrt{(ax + x^2)} : y$$

$$\tfrac{1}{2}a : \tfrac{1}{2}d = \sqrt{(ax + x^2)} : y$$

Quodsi ergo ex centro hyperbolæ C erigas $CD = \frac{1}{2}d$, & super BP abscissa AP pro lubitu assumta describas semicirculum secantem perpendicularem in A erectam in N, & $PN = \sqrt{(ax + x^2)}$ transferas ex B in L, tandemque in L erigas perpendicularem LI, occurrentem rectæ per B & D ductæ in I; erit LI semiordinata y abscissæ AP respondens.

dens. Quamobrem si fiat recta PM ad BP perpendicularis = LI; erit punctum M in hyperbola. Cum in praxi non opus sit semicirculum describi, sed ex medio B tantummodo intersecanda recta AN in N & intervallum PN ex B in L transferendum; quodvis in hyperbola punctum M hoc modo facillime determinatur, ut constructio pro non in eleganti haberi possit. Notent igitur hic tyrones, quod ad artificia, quibus in solutionibus problematum utuntur autores, animum attendere debeant eadem statim adhibituri ad alia, quantum ipsis datur. Nec inconsultum erit, ut Autores, qui de sectionibus Conicis commentati sunt, evolvant & ubi theoremata & problemata elegantia occurrunt, ea analytice investiganda sibi proponant. Ad hoc studium ut eos incitaremus iisdemque viam, qua eundum, commonstraremus, ea in medium proferre libuit, quae de Ellipsi & Hyperbola dicta sunt. Unicum adhuc addendum. In hyperbola aequilatera $a = d$, adeoque $y = \sqrt{(ax + x^2)}$, consequenter PM = PN. Quamobrem punctum M in eadem nullo fere negotio determinatur, scilicet si ex medio BP intervallo $\frac{1}{2}$BP intersecetur AN in N & intervallo PN intersecetur PM in M, ut adeo non opus sit, nisi in A erigi perpendicularem infinitam.

§. 217. Nos non progredimur ultra loca solida, in quibus acquieverunt veteres: neque enim haec doctrina ultra hosce limites multum promota. *Newtonus* enumeravit lineas tertii ordinis seu curvas secundi generis, quarum aequationes ad tres dimensiones ascendunt. Eam esse completam demonstravit *Stirlingius* simulque ostendit, quomodo aequatione curvae tertii ordinis data inveniatur locus, hoc est, species curvarum dignoscatur, ad quam eadem est. Enimvero haec non sunt ad captum tyronum, in quorum usum conscripsimus Elementa nostra, neque adhuc ea ratione pertractata, ut eadem facilitate intelligantur, qua a nobis proposita capiuntur. Neque etiam opus est, ut hac doctrina sis instructus, ubi ea, quae in sequentibus tradimus, intelligere volueris, immo eadem ignorata non impeditur progressus in Analysi recentiorum, qua Geometria ad naturam applicatur. Hoc non eo fine monemus, ut praeclaris inventis laudem suam detrahamus; sed ne tyrones remorentur progressum ad ulteriora, affectantes scientiam eorum, quorum ignorantia eidem minime obstat. Monitum igitur nostrum exigit

git præsens institutum. Ultra enumerationem linearum tertii ordinis, seu curvarum secundi generis nemo adhuc progressus. Atque adeo doctrina de speciebus curvarum algebraicarum tanto adhuc intervallo distat a perfectione sua, quanto ab eadem distare Algebram monuimus. Abunde tyronibus ad altiora adspirantibus sufficiunt ea, quæ de locis geometricis tradidimus. Et ubi ad artificia, quibus in doctrina hac explananda utimur, animum attulerint attentum, ut eadem animo distincte comprehendant; iisdem plurimum juvabuntur in altioribus, quæ deinceps sequuntur. Hoc auxilio methodus comparationis æquationum particularium, in quibus coëfficientes indeterminatarum sunt determinati, cum assumtitiis, in quibus coëfficientes isti indeterminati sunt, familiaris redditur. Ejus autem in Analysi multus est usus.

§. 218. Doctrinam de locis geometricis non solum proposuimus in usum constructionis problematum indeterminatorum, cujus ideo dedimus aliquot exempla; sed & in usum constructionis æquationum altiorum, præsertim cubicarum & biquadraticarum. Quamobrem capite septimo docemus primum in genere, quomodo æquationes superiores construantur, & mox in specie, quomodo construantur æquationes cubicæ & biquadraticæ. Methodus autem, qua hic utimur, tota huc redit, ut construantur duo loca, quorum intersectione determinatur radix æquationis, seu linea recta, quæ eidem respondet. Invenit eandem *Slusius*. Etsi enim non desint, qui eam jam *Cartesio* perspectam fuisse contendunt; certo tamen, quod affirmant, probare minime possunt, cum alia quoque via in regulam suam incidere potuerit, quam in Geometria pro construendis æquationibus cubicis & biquadraticis per parabolam & circulum præscribit. Quemadmodum vero inventa veterum profuerunt recentioribus ad invenienda sua, quibus ad ulteriora progressuris usui sunt inventa anteriora; ita dubium non est, quin veterum quoque inventa facem protulerint *Slusio* ad methodum suam construendi æquationes cubicas & biquadraticas inveniendam. Etenim cum veteres multum desudarent in duabus lineis mediis continue proportionalibus inter duas datas inveniendis; *Menechmus* via vere analytica pervenit ad solutionem problematis tantopere celebrati ope intersectionis duarum parabolarum. Atque in hac ipsa

ipsa constructione continetur idea ejus methodi, quam *Slusius* primus reperit: id quod ut appareat, analysis *Menechmi* paulo distertius explicanda. Quoniam GH tertia proportionalis ad AB & EF, itidemque CD tertia proportionalis ad EF & GH; habemus Tab. III. Fig. 29.

$$AB : EF = EF : GH \qquad EF : GH = GH : CD$$

$$EF^2 = AB \cdot GH \qquad GH^2 = CD \cdot EF$$

Patet itaque, quadratum primae mediarum continue proportionalium esse aequale rectangulo ex data prima AB in quaesitam alteram, seu mediarum continuae proportionalium secundam; quadratum vero secundae mediarum continue proportionalium esse aequale rectangulo ex datarum altera in primam quaesitarum seu continue proportionalium. Quoniam in parabola quadratum semiordinatae est aequale rectangulo ex parametro in abscissam; igitur patet, si parametro data una AB describatur parabola, secundam quaesitarum GH fore in numero abscissarum, & eidem respondentem semiordinatam fore primam quaesitarum EF: contra si parametro data altera CD describatur parabola, secundam quaesitarum GH fore in numero semiordinatarum ejusdem & eidem respondentem abscissam fore primam quaesitarum. Quamobrem patet eandem rectam esse abscissam in parabola una & semiordinatam in altera, & quae in una semiordinata est, eandem esse abscissam in altera. Obtinet hoc, si duae parabolae AMR & AMO circa axes AD & AE ad angulos rectos junctos describantur, in puncto enim intersectionis semiordinata PM parabolae AMR aequalis est abscissae AQ parabolae alterius AMO & vicissim semiordinata QM parabolae AMO aequalis est abscissae AP Parabolae AMR. Patet itaque, si rectae datae sumantur pro parametris parabolarum AMR & AMO, rectas AP & PM fore duas medias continue proportionales inter duas istas rectas datas. Hic est modus inveniendi duas lineas medias continue proportionales inter duas datas. Quodsi $AB = a$, $CD = b$, $EF = x$. $GH = y$; erit Tab. III. Fig. 30. Tab III. Fig. 29.

$$x^2 = ay \qquad y^2 = bx$$

$$\frac{y^4}{b^2} = ay \qquad \frac{y^2}{b} = x$$

$$y^4 = ab^2 y$$

$$y^3 = ab^2$$

Unde liquet, æquationem cubicam $y^3 - ab^2 = 0$ construi per duo loca $x^2 - ay = 0$ & $y^2 - bx = 0$, quorum intersectione determinatur semiordinata PM, quæ radici æquationis $y^3 - ab^2 = 0$ respondet. Constructio adeo *Menechmi* insinuat ideam methodi *Slusianæ*.

§. 219. Inventum *Menechmi* ansam quoque dare poterat inveniendæ regulæ *Cartesianæ*, qua æquationes cubicæ & biquadraticæ construuntur. Nimirum cum ex illo constet, æquationem cubicam construi per duas parabolas, quarum mutua intersectione determinatur radix, in arte inveniendi autem tentaminibus multa relinquantur, facile animum subit cogitatio tentandi, num circulus quoque per verticem parabolæ ductus in puncto intersectionis extra verticem determinet radicem æquationis cubicæ. Sit itaque centrum circuli per verticem parabolæ A descripti in C, si ex eo in axem parabolæ demittatur perpendicularis CD; evidens est per rectas AD & DC determinari & centrum C, & radium AC. Sit itaque PM $= y$, parameter $= a$, AD $= b$, DC $= c$. Demittatur ex C perpendicularis CR ad semiordinatam PM; erit RM $= y - c$ & ex natura Parabolæ AP $= \frac{y^2}{a}$ (§. 391. *Analyf.*), adeoque DP $=$ CR $= \frac{y^2}{a} - b$. Quoniam $AC^2 = AD^2 + DC^2$ & $CM^2 = CR^2 + RM^2$ (§. 417. *Geom.*); erit $AC^2 = b^2 + c^2$ & $CM^2 = \frac{y^4}{a^4} - \frac{2by^2}{a} + b^2 + y^2 - 2cy + c^2$, consequenter ob $CM^2 - AC^2 = 0$.

Tab. III. Fig. 31.

$$\frac{y^4}{a^2} - \frac{2by^2}{a} - 2cy + y^2 = 0$$

$$y^3 - 2aby - 2a^2c + a^2y = 0$$

Patet itaque intersectione circuli per verticem parabolæ transeuntis & parabolæ construi posse æquationem cubicam, in qua secundus terminus deficit.

Ut jam determinetur valor ipsius b seu rectæ AD & valor ipsius c, seu rectæ DC; fit æquatio alteri æquivalens

$$y^3 - py - q = 0$$

erit $-2ab + a^2 = -p$

$$b - \tfrac{1}{2}a = \frac{p}{2a}$$

$$AD = b = \frac{p}{2a} + \tfrac{1}{2}a$$

Simili-

Similiter $\frac{-2a^2c = -q}{}$

$$DC = c = \frac{q}{2a^2}$$

Quodsi cum *Carteſio* ſumas parametrum pro unitate & fiat in axe AH = ſemiparametro, erit

$$HD = \tfrac{1}{2}p$$
$$DC = \tfrac{1}{2}q$$

hoc eſt, recta HD eſt æqualis coëfficienti dimidio termini tertii & DC coëfficienti dimidio quarti, ſecundo deficiente, quemadmodum habet regula *Carteſii*.

Non aliis hic utimur artificiis, quam quibus uſi ſumus in determinanda tangente ſectionum conicarum juxta methodum *Carteſii* (§. 410.440. 491. *Analyſ.*) *Carteſio* itaque conſtructio *Menechmi*, qua utitur in inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas rectas, anſam dare potuit inveniendi regulam conſtruendi æquationes cubicas, in quibus ſecundus terminus deficit, & artificia ipſi familiaria, quibus hic utitur, animum avertere potuerunt ab idea conſtructionis per combinationem duorum locorum in conſtructione *Menechmi* contenta, ad quam eundem advertit *Sluſius*, ut adeo certo aſſeverari non poſſit, methodum *Sluſianam* cognitam jam fuiſſe *Carteſio*, & eadem hunc perveniſſe ad regulam ſuam. Quicquid ſit, utile tamen eſt tyronibus perpendiſſe, quomodo inventum *Menechmi* analytice expenſum & ideam conſtructionis æquationum ſuperiorum per combinationem duorum locorum, & anſam inveniendi regulam conſtruendi æquationes cubicas, in quibus ſecundus terminus deficit, ad biquadraticarum conſtructionem deinceps extenſam, præbere potuerit, ſiquidem ad tertium cognitionis gradum adſpirant. Quoniam ex qualibet æquatione ſecundus terminus auferri poteſt (§. 343. *Analyſ.*) & hoc pacto æquationes cubicæ omnes reducuntur ad tres caſus (§. 345. *Analyſ.*); regula *Carteſii*, quæ ſecundum terminum deficere ſupponit, omnibus omnino æquationibus cubicis conſtruendis ſufficit, etſi haud difficile ſit eandem quoque extendere ad eas æquationes, quæ ſecundum terminum habent, quemadmodum operoſe oſtendit *Bakerus*, nos brevius docuimus (§. 622. *Analyſ.*). Cur vero methodum *Sluſianam* præferamus regulæ *Carteſianæ* a *Bakero* extenſæ, rationem reddimus in ſcholio probl. 245. (§. 608. *Analyſ.*).

§. 220. Notandum vero eſt, quod conſtructiones æquationum cubicarum & biquadraticarum vere analyticas tradiderimus, ut adeo in

iis induſtriam ſuam utiliter exerceant, qui ad tertium cognitionis gradum adſpirant. Tanta autem perſpicuitate doctrinam hanc expoſuimus, ut, qui in anterioribus induſtriam ſuam deſiderari non fuerunt paſſi, nihil prorſus difficultatis ſentiant. Inprimis autem hinc diſcere licet, quomodo tollatur omnis difficultas, quæ ex nimis longa rerum meditandarum ſerie naſcitur. Quamobrem huc animum advertant, quotquot meditationibus longis adſueſcere voluerint. Quod qui faciunt, hunc utique percipient fructum, ne longitudine meditationum defatigentur. Id tantummodo adhuc monemus tyrones, ut, ubi locus conſtruendus, formula generalis, cum qua particularis data conferenda, ex ſuperioribus exſcribatur & eidem æquatio localis conſtruenda ſubſcribatur, ut termini comparandi ſibi invicem reſpondeant. E. gr. in problemate 245. (§. 607. *Anal.*) locus ad circulum eſt $y^2 + x^2 - cy + bx - ax = o$. Formulæ igitur generali ea ita ſubſcribitur, quemadmodum hic factum eſſe vides:

$$y^2 - \frac{2rxy}{q} + \frac{r^2x^2}{q^2} - 2ny + \frac{2mrx}{q} + n^2 = o$$
$$+ \frac{fx^2}{q^2} - \frac{2pfx}{q} - m^2 + p^2$$

$$y^2 * + x^2 - cy + bx * = o$$
$$-ax$$

Loca vacua replentur ſtellula, ut appareat, quinam termini ſint nihilo æquales in caſu particulari dato. Hoc nimirum pacto ſtatim videmus, quinam coëfficientes ſint invicem comparandi & quinam poni debeant nihilo æquales, ne ex confuſione oriatur error. Quamvis vero prolixitatis evitandæ gratia non omnia combinavimus loca, quorum æquationes ex æquatione cubica vel biquadratica elicuimus; qui tamen ingenium & induſtriam ſuam exercere voluerint, hoc non inutiliter facient. Ubi vero comparatione æquationum particularium cum formula generali facta valores omnes linearum ad conſtructionem loci requiſitarum fuerunt determinati, oculi convertendi ſunt in ſchema formulæ generali reſpondens & delendæ lineæ, quarum valores reperti ſunt nihilo æquales: ita enim relinquitur ſchema æquationi particulari reſpondens. Quamobrem ſi lineis remanentibus adſcribas valores modo repertos; ſtatim videbis, quomodo locus ſit conſtruendus. Et ubi ſchemata duobus locis reſpondentia inter ſe confers, illico patebit, quomodo unum alteri ſit imponendum, ut lineæ, quæ utrobique eædem ſunt, ſibi mutuo congruant

gruant, consequenter quomodo æquatio data sit construenda. Hac via si incedere volueris, non modo aberit molestia, quæ ex nimis diu continuanda meditatione suboritur; verum etiam constructione ad finem perducta voluptate perfundetur animus, quæ studium Matheseos continuo magis magisque tibi commendabit & ardorem in eodem progrediendi accendet. Inprimis etiam sensum evidentiæ acquires, statim posthac animadversurus, ubi distincte perceptis quædam permiscentur, quæ adhuc confuse percipiuntur: id quod inprimis usui est extra Matheſin, ubi confuse perceptorum cum distincte perceptis commixtio magis nocet, quam in Matheſi, præsertim iis in casibus, in quibus intellectus ab imaginatione avocandus totus, ut veritatem liquidam perspicias. Hoc etiam obtinebis, ne nimia festinatione te præcipites, & ut inter multos strepitus attentionem conserves, eamque interrumpere possis, quotiescunque volueris, certo semper tramite progressurus, quando visum fuerit, quemadmodum viator recta via incedens ab eadem minime aberrat, nec iter jam emensum repetere tenetur, ubi gradum sistit, quotiescunque libuerit. Neque verendum est, ut diuturna meditatione defatigetur animus & sanitati corporis insidiæ struantur. Non opus est, ut in hisce asserendis multum studii collocemus, quamvis ad singula demonstranda a priori principia suppeditet Psychologia nostra. Qui enim dictis obediens fuerit, in seipso experietur, veritati consentanea esse, quæ dicimus non loquentes nisi experta.

§. 221. Quoniam idem problema multis modis construi potest, cum v. gr. eidem æquationi cubicæ satisfaciat non modo cujusvis loci solidi cum loco ad circulum, verum etiam cujusvis loci solidi cum quovis loco solido combinatio; quæri omnino poterat, quænam curvæ sint ceteris præferendæ. *Carteſius* æquationes cubicas & biquadraticas non construit nisi per parabolam & circulum, etsi non ignoraverit, easdem quoque construi posse per ceteras sectiones conicas atque circulum. Videtur utique hoc feciſſe, quod æquatio parabolæ & circuli sit simplicior æquationibus ceterarum sectionum conicarum. Cum enim vitium ἀγεωμετρίας ipsi sit, si æquatio construatur per lineas superioris cujusdam generis, quæ construi potest per lineas generis inferioris, veluti si æquatio cubica vel biquadratica construatur per curvas secundi generis,

cum conſtrui poſſint per curvas primi generis; ex ejusdem omnino generis curvis eas præferre debuit, quæ per æquationes ſimpliciores definiuntur. Recte autem monuit *Newtonus* in conſtructione problematum geometricorum non reſpiciendum eſſe ad æquationes curvarum, ſed potius ad earum deſcriptionem, ita ut hæ præferantur aliis, quæ ſunt facilioris deſcriptionis. Unde ad conſtruenda problemata ſolida adhibet Conchoidem, etſi ea ſit tertii generis. Immo non improbat, ſi quis ad datum angulum in data ratione ſecandum utatur cycloide, quæ motu rotæ vel circuli ſuper recta facillime deſcribitur, etſi ea per nullam æquationem algebraicam definiri poſſit. Etſi autem æquationes cubicæ ac biquadraticæ omnes per circulum & parabolam conſtrui poſſint; non tamen ideo conſultum eſt, ut non aliis etiam ſectionibus Conicis in iſtis æquationibus conſtruendis utamur. Etenim ubi problemata algebraice ſolvimus, haud raro incidimus in æquationes locales alterius ſectionis conicæ, quam parabolæ, ut adeo ſua veluti ſponte ſeſe offerat ad conſtructionem, cum parabola demum anxie quærenda eſſet, & per aliam ſectionem conicam, quam parabolam haud raro multo concinnius conſtrui poteſt. Quædam adeo lineæ quibusdam problematis videntur quaſi propriæ, ita ut deſtinentur eorundem conſtructioni, quia pariunt elegantem & ſimpliciorem, ſi linearum rationem habeas, ex quibus datis quæſita determinanda, cum conſtructiones ceteræ evadant intricatiores, & ſchemata pariant confuſa, ſi omnes conſtructione ſubſidiariæ eidem ſimul inferendæ, nec curva ſupponatur tanquam data, nec lineæ ex coëfficientibus terminorum reperiundæ tanquam jam repertæ.

§. 222. Apud veteres celebrabantur problemata de inveniendis lineis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas & de triſectione anguli. Cum enim per Geometriam elementarem facillime inveniatur media proportionalis inter duas datas, & angulus non minus facile biſecetur per ſolas rectas & circulum ſeu per Geometriam elementarem; veteres primum horum problematum ſolutiones interſectione rectarum & circuli quoque tentarunt, ſed fruſtra. Unde ad conſtructiones per alias lineas curvas confugiendum tandem erat. Quamobrem noſtrum quoque erat, ut conſtructiones æquationum cubicarum & biquadraticarum illuſtraturi horum inprimis problematum rationem haberemus.

Diſtinxe-

Distinxerunt vero ideo veteres problemata in plana, solida & linearia. Plana appellarunt, quæ per rectas & circulum construi possunt, quia hæ lineæ supponuntur in plano descriptæ; solida, ad quorum constructiones adhibendæ sunt sectiones conicæ, quæ, cum per coni dati sectionem prodeant, tanquam in solido datæ supponuntur. Cumque præter rectam, circulum & sectiones conicas lineas alias in Geometriam recipere nollent, problemata plana & solida sola geometrica appellarunt, quemadmodum etiam lineas istas solas geometricas dixerunt. Per alias vero lineas construenda problemata mechanica vocarunt, ipsasque, quarum ope construuntur, lineas mechanicas nuncuparunt. Ast *Cartesius* connubium Arithmeticæ cum Geometria introducens, cum videret sectiones conicas per æquationes definiri posse algebraicas, & præter eas dari curvas innumeras alias, quæ per istiusmodi æquationes definiuntur, hasce omnes illis æquiparavit & in Geometriam recipiendas esse intulit, in numerum mechanicarum rejectis, quæ æquationes istiusmodi respuunt. Invento autem calculo differentiali, cum curvæ *Cartesio* mechanicæ dictæ non minus per æquationes differentiales definiantur, quam ceteræ per ordinarias & ad constructiones problematum utilissimorum adhibeantur, quemadmodum in Mechanicis videbimus, his quoque aditus, in Geometriam factus. Unde multo amplior evasit speculationum geometricarum campus, qui a veteribus intra nimis arctos limites coërcebatur. Sane inventa longe præclarissima ex Mathesi exularent, si recentiores Geometræ vestigiis vel veterum, vel *Cartesii* insistere voluissent.

§. 223. Non omnia problemata per rectam & circulum construi posse, inventio duarum linearum mediarum continue proportionalium inter duas datas & trisectio anguli docuit, & ex æquationibus algebraicis, ad quas ducunt solutiones problematum, patet ratio. Quemadmodum enim æquationum quadraticarum constructio pendet ab invenienda una linea media proportionali inter duas alias quomodocunque datas; ita constructio cubicarum supponit duas medias continue proportionales, constructio biquadraticarum tres inveniendas & ita porro. In æquationibus puris hoc ipsum obvium est: in affectis non minus ostendi potest. Sufficiat nobis in gratiam tyronum id ostendisse in æquationibus puris. Æquatio quadratica

dratica pura est $x^2 = ab$. Patet hic esse $a : x = x : b$ adeoque constructurus æquationem invenire debet mediam proportionalem inter a & b.

Æquatio cubica pura est

$$x^3 = a^2 b$$

adeoque $x^4 = a^2 bx$

$$a^2 : x^2 = x^2 : bx$$

sit $bx = y^2$

erit $x : y = y : b$

& $a^2 : x^2 = x^2 : y^2$

$$a : x = x : y = y : b$$

Igitur $a. x. y. b.$ sunt continue proportionales. Æquationem ergo cubicam puram constructurus invenire debet duas medias continue proportionales inter datas a & b, quarum prima x est radix æquationis cubicæ puræ.

Similiter æquatio biquadratica pura est

$$x^4 = a^3 b$$

Quare $a^3 : x^3 = x : b$

$$= x^3 : bx^2$$

sit $bx^2 = y^3$

erit $a^3 : x^3 = x^3 : y^3$

$$a : x = x : y$$

& $x^2 : y^2 = y : b$

$$= y^2 : by$$

sit $by = z^2$

erit $x^2 : y^2 = y^2 : z^2$

$$x : y = y : z$$

& $y : z = z : b$

Habemus adeo

$$a : x = x : y = y : z = z : b$$

consequenter $a. x. y. z. b$ sunt continue proportionales & æquationem biquadraticam puram constructurus invenire debet tres medias continue proportionales inter duas datas a & b, quarum prima x est radix æquationis. Intersectio rectæ & circuli nonnisi unam exhibet lineam mediam continue proportionalem inter duas. Quamobrem si plures inveniendæ supponuntur, sola rectæ ac circuli intersectione obtineri minime possunt. Hinc duarum inventio deduxit *Menechmum* ad intersectionem duarum parabolarum, quemadmodum vidimus supra (§. 218.).

§. 224. Forsan autem non inutile erit, si hic exemplo aliquo ostendamus, quomodo inventio duarum linearum mediarum continue proportionalium ad æquationes cubicas affectas deducat, ne quæ de extremis quomodocunque datis diximus obscura videantur, nec satis a tyronibus intelligantur. Sit igitur problema tale: *Data quatuor quantitatum continue proportionalium prima & differentia quartæ a secunda; invenire singulas.* Resolutio hæc erit

Sit Quant. I. $= a$ Quant. II $= x$

Differ. II. & IV $= b$ III $= y$

erit IV $= x - b$

&

& per conditionem problematis

$a : x = x : y$ $\quad a : x = y : x - b$

$x^2 = ay$ $\quad xy = ax - ab$

$\frac{x^2}{a} = y$ $\quad y = \frac{ax - ab}{x}$

adeoque

$\frac{x^2}{a} = \frac{ax - ab}{x}$

$x^3 = ax^2 - a^2 b$

$x^3 - ax^2 + a^2 b = 0$

Videmus itaque conſtructionem æquationis cubicæ affectæ dependere ab inventione duarum mediarum proportionalium inter duas extremas, quarum prima ſimpliciter datur, altera autem per differentiam a prima mediarum. Ad conſtructionem vero ſeſe offerunt æquatio ad parabolam $x^2 - ay = 0$, & æquatio ad hyperbolam intra aſymptotos $xy - ax + ab = 0$. Cum vero etiam ſit $x : y = y : x - b$ adeoque $y^2 = x^2 - bx$, conſequenter $y^2 - x^2 + bx = 0$; loco hyperbolæ intra aſymptotos offert etiam ſeſe hyperbola æquilatera.

Eodem modo ex ſequente problemate liquet, quomodo inventio unius mediæ proportionalis ducat ad æquationem quadraticam affectam. Scilicet *data quantitatum continue proportionalium prima & differentia tertiæ a ſecunda, inveniendæ ſit ſecunda.* Sit itaque

Quantitas I $= a$ Quant. II $= x$

Differ. II & III $= b$ erit III $= x - b$

adeoque per conditionem problematis

$a : x = x : x - b$

$x^2 = ax - ab$

$x^2 - ax + ab = 0$

Non ſine ratione addimus exemplum æquationis quadraticæ affectæ, propterea quod harum æquationem conſtructionum reduximus ad inventionem linearum reciprocarum (§. 265. *Anal.*), ne exiſtiment tyrones veritati conſentaneum non eſſe, quod eadem pendeat ab inventione mediæ proportionalis inter duas extremas quomodocunque datas. Poterant caſus omnes æquationum cubicarum per inventionem duarum, caſus vero omnes æquationum biquadraticarum per inventionem trium mediarum continue proportionalium illuſtrari, ſiquidem prolixioribus eſſe licuiſſet.

§. 225. Doctrina de numeris irrationalibus illuſtratur problemate 259 (§. 630. *Anal.*), in quo oſtendimus, quomodo numerus irrationalis quicunque per lineam exprimatur, ut intelligatur, cur veteres

quantitates irrationales non in numeris, sed in continuo considerarent, unde oriuntur, adeoque eas ad Geometriam retulerint. Attentionem denique meretur usus constructionis æquationum ad curvas datarum per combinationem locorum, cum hoc pacto ope curvarum inferioris generis construi possint curvæ superioris, quemadmodum ope parabolæ & circuli construximus parabolam cubicam & circulum secundi generis. Etsi enim hæ constructiones sint molestiores, quam ut in usum recipiantur; sufficit tamen quod per easdem in curva, quæ descripta supponitur, quodvis punctum datum ad examen revocari possit, num rite fuerit determinatum, & saltem ex possibilitate constructionis pateat curvæ possibilitas.

§. 226. Satis ostendimus, quomodo in Elementis nostris Analyseos finitorum versari debeat, qui artem hanc intimius perspicere sibique familiarem reddere voluerit, quamvis longe plura annotare poteramus, si singula accuratius perpendenda proponere visum nobis fuisset, nec acquiescere voluissemus in speciminibus, quæ in aliis imitari poterit attentione sufficiente usus. Restat igitur ut doceamus, quomodo in Analysi finitorum sit versandum. Initio tyrones non scrupulosiores esse debent in notione quantitatis infinite parvæ expendenda, modo notent eas non in se esse nihilum, sed tantummodo respectu aliarum pro nihilo haberi: quo facit Scholion def. 2. (§. 5. *Analyf. infin.*). Quodsi enim difficultates quædam supersunt, quæ assensum remorantur; eædem in progressu evanescent: tollentur autem penitus, ubi ea perpenderis, quæ in Methaphysicis de ente infinito Mathematicorum imaginario demonstrantur (§. 796. & seqq. *Ontol.*). Dudum Mathematici ex differentiis quæsivere quadrata & cubos, quemadmodum docuimus in applicatione calculi literalis ad Arithmeticam (§. 81. & seqq. *Analyf.*). Inventum hoc ansam dedit *Leibnitio* investigandi methodum ex differentiis colligendi terminos seriei cujascunque continue crescentis, vel decrescentis, cum ignoraret, id jam in literas fuisse relatum a D. *Monton*, Canonico Lugdunensi, ex observatione *Francisci Regnaldi*, Lugdunensis, quemadmodum constat ex epistola *Leibnitii* ad *Oldenburgium* scripta, quæ legitur in Commercio epistolico D. *Joannis Collins* & aliorum de Analysi promota jussu Societatis Regiæ Britannicæ in lucem edito, p. 32. & sq. Calculum adeo differentialem primum

mum exercuit in numeris, ubi differentiæ ſunt finitæ ſeu aſſignabiles. Cum deinde opus præclarum de Quadratura circuli & ſectionibus Conicis *Gregorii a S. Vincentio* ab *Hugenio* ſibi commendatum legeret, in quo differentiæ magnitudinum infinite parvæ conſiderantur, quarum ſummæ exhibent ipſas magnitudines; hæc obſervans in calculum differentialem incidit, de quo hic nobis ſermo eſt, methodo *Cavaleriana*, qua feliciſſime uſus *Gregorius a S. Vincentio*, ad calculum perducta. In hoc calculo omnia pendent a differentiationi rectanguli *xy*. Quamobrem ad eam omnem attentionem afferre debent tyrones, ne in ceteris ſuperſit ulla difficultas. Etenim ſi ſupponas, quomodo differentiale rectanguli *xy* inveniatur, nullo negotio cetera erues per Algebram communem, quemadmodum oſtendimus tum in ipſo problemate primo n. II. & ſeqq. tum in problemate ſecundo atque tertio. Conſtat lineam generari motu continuo puncti ab uno termino ad alterum, qualis eſt motus liquidifluentis; unde a *Newtono* appellatur *Fluxus*. Conſtat etiam ſuperficies iſtiusmodi motu linearum, ſolida vero modu ſuperficierum gigni. Quodſi ergo ad geneſin magnitudinum animum advertas; per ea, quæ ab *Euclide* & *Archimede* demonſtrata ſunt (§. 5. *Analyſ. infin.*); animadvertes, magnitudines creſcere vel decreſcere per incrementa vel decrementa inaſſignabilia, quæ ipſæ ſunt quantitates infinite parvæ, cum quibus hic nobis negotium eſt, a *Newtono* ad geneſin magnitudinum reſpiciente *Fluxiones* appellatæ, quemadmodum ipſas magnitudines, quæ hoc modo creſcunt vel decreſcunt, *Fluentes* vocat. Unde quantitatem differentiare ſtylo *Newtoniano* eſt invenire fluentis datæ fluxionem. Ut hæc rectius intelligantur, perpendant velim tyrones, ſi recta quædam AB juxta ductum alterius rectæ AC motu ſibi ſemper parallelo atque æquabili moveatur deorſum, dum interea punctum quoddam motu quomodocunque accelerato in ipſa recta AB a termino A verſus alterum B progreditur; punctum deſcribet lineam curvam AM, recta vero ſpatium curvilineum APM. Quodſi ponamus rectam ex P pervenire in *p*, adeoque abſciſſam AP augeri incremento P *p*; evidens eſt eodem, quo hoc accidit, momento ſemiordinatam PM augeri incremento *m* R, arcum AM incremento M*m*, & ſpatium curvilineum APM incremento P*pm*M. Arcus adeo AM differt ab Tab. III. Fig. 32.

arcu A*m* arculo M*m*, ſemiordinata PM a ſemiordinata *pm* particula *m*R, ſpatium curvilineum ſive area APM ab area A *pm* particula P *pm* M dum differentia abſciſſæ AP ab abſciſſa A*p* eſt P*p*. Unde ſtylo *Leibnitiano*, ſi in tempuſculo infinite parvo incrementum P*p* eſt inaſſignabile, hoc ipſum incrementum P*p* dicitur differentiale abſciſſæ A*p*, *m*R differentiale ſemiordinatæ PM & M*m* differentiale arcus AM & tandem P *pm* M differentiale areæ APM: ſtylo autem *Newtoniano* P*p* abſciſſæ, *m*R ſemiordinatæ, M*m* arcus, P*p* M*m* areæ fluxio eſt. Atque adeo patet, cur calculus differentialis ſeu methodus fluxionum in Geometria ſublimiori tantæ ſit utilitatis: id quod ex ejus applicatione clarius eluceſcet. Incrementa abſciſſæ P*p* generantur motu æquabili, adeoque æquali tempore ſive tempuſculo æqualia ſunt: at cum incrementa ſemiordinatæ *m*R eodem tempuſculo generentur motu inæquabili & incrementa lineæ curvæ ſive arcus M*m* atque areæ P*pm*M motu mixto ex æquabili & inæquabili, ſingula inæqualia eſſe debent. Unde liquet in hoc calculo magnitudinis unius incrementum ſumi ut æquale, dum reliqua inæqualia ſunt, quæ ſimul generantur. Non autem neceſſe eſt, ut abſciſſa ponatur creſcere per incrementa æqualia; ſed ſumi etiam poſſunt momentanea incrementa magnitudinis alterius tanquam æqualia, quo caſu abſciſſa creſcit per inæqualia incrementa. Ponamus enim rectam AC æquabiliter moveri motu ſibi ſemper parallelo juxta ductum rectæ AB, dum interea punctum motu continuo accelerato in illa deſcendit: patet incrementa Q*q* ſive R*m* eodem tempuſculo æqualia eſſe debere, dum interea incrementa S*m* ſive P*p* inæqualia gignuntur. Hactenus dicta qui perpendit, is non modo animadvertet calculum differentialem niti methodo genetica & rigorem acquirere ex demonſtratis ab *Euclide* & *Archimede* (§. 5. *Anal. infin.*); verum etiam in applicatione hujus calculi ad Geometriam ſublimiorem nihil deprehendet obſcuritatis. Tab. III. Fig. 33.

§. 227. Ope calculi differentialis tangentes curvarum facillime determinantur hancque methodum non modo ad omnes curvas algebraicas extendi patet ex formula generali, quam dedimus (§. 32. *Anal. infin.*), verum etiam eandem ad alias curvas, quæ mechanicæ non ſunt, applicari poſſe exemplo ſpiralium, cycloidis, Logarithmicæ & Quadratricis *Dinoſtratis* docuimus. Non opus hic eſt perplexis longisque

que calculis, nec methodum hanc irrationales quantitates remorantur, ut adeo nihil in eadem desiderari possit. Tota nititur ratione differentialium semiordinatæ ac abscissæ, quæ sunt inter se in ratione semiordinatæ ad subtangentem, quemadmodum in resolutione probl. 4. (§. 20. *Anal. infin.*) demonstravimus. Quoniam enim quantitatibus proportionalibus infinite parvis substitui possunt aliæ finitæ, valor subtangentis, qua tangens determinatur, ex quantitatibus assignabilibus componitur. Artificio hoc usus est *Barrowius* in sua Tangentium methodo: quod ut appareat, exemplo parabolæ Apollonianæ perfacili docere lubet. Sit QN = y, AQ = x, PT = t. Tab. III. Fig. 34. Sit semiordinata alia PM, & ei respondens abscissa AP, differentia earundem semiordinatarum adeo exigua, quantum desideratur, & differentia abscissarum NR exiguæ parvitatis Sit PQ = MR = e, NR = a; erit PM = $y - a$ AP = $x - e$. Si parameter parabolæ fuerit p; habebimus

$$\begin{array}{l} y^2 - 2ay + a^2 = px - ep \\ \& \quad y^2 = px \\ \hline \text{adeoque} \quad -2ay + a^2 = -ep \\ \hline 2ay = ep, \text{ ob } a^2 = 0. \end{array}$$

Est vero $e : a = t : y$
& $e : a = 2y : p$
adeoque $t : y = 2y : p$
$t = 2y^2 : p$

Nemo non videt, si pro a substituas dy, & pro e ponas dx, prodire $2ydy = pdx$ & $t = \frac{ydy}{dx}$. Unde resultat $t = \frac{2y^2}{p}$: Methodus itaque *Barrowiana* tangentium a præsenti, quam proponimus, non differt, & calculus, quo utitur *Barrowius*, non differt a calculo differentiali nisi characteristica. Hæc sane ratio est, cur *Jacobus Bernoulli* primum existimaret calculum differentialem *Leibnitii* non differre a *Barrowiano* & DN. *de Tschirnhausen* contenderet, calculum differentialem *Barrowiano* ortum suum debere, præsertim cum *Leibnitius*, ubi eundem in Actis Eruditorum primum publicavit, non nisi ad methodum de maximis & minimis, quæ specialis casus est methodi tangentium, applicaret. Enimvero cum usus calculi differentialis in problematis magis arduis solvendis conspiceretur, aliter de eodem sentire cœperunt Geometræ, ipse etiam *Hugenius*, qui sibi persuade-

bat aliis methodis detecta tantummodo aliter exprimi hoc calculo.

§. 228. Methodus *Barrowiana* nititur artificiis *Carteſii* in determinanda tangente curvarum & principiis Geometriæ indiviſibilium *Cavallerii* atque Algebræ ordinariæ. Etenim ſi curva AMNO ſecatur recta TO, erit NR : MR = PM, TP, quemadmodum demonſtravimus in reſolutione probl. 4. (§. 20.). Quamobrem ſi ſit NR = a, MR = e, PM = y, TP = t. erit $a : e = y - ta : t$, & e. gr. *ex natura* parabolæ, cujus parameter p.

Tab. III Fig 25.

$$y^2 = px$$
$$y^2 - 2ay + a^2 = px - ep$$
$$-2ay + a^2 = o - ep$$

Quodſi ſemiordinatæ PM & QN continuo propius ad ſe invicem accedant, ut differentiæ ſemiordinatarum NR & abſciſſarum MR ſive PQ tandem degenerent in partes infinite parvas ſeu momentanea incrementa, recta MN degenerat in arculum cognominem, TN degenerat in tangentem & TP in ſubtangentem. Tum vero ex principiis Geometriæ indiviſibilium $a^2 = o$ reſpectu $2ay$ & ep, & $y - a$ atque y habentur pro æqualibus in contactu. Unde habemus:

$$-2ay = -ep$$
ſeu $$2ay = ep$$
& $$a : e = y : t$$
quemadmodum ante (§. 227.).

Ad methodum *Barrowianam* ſi applicatur vera characteriſtica infinitesimarum ſeu quantitatum infinite parvarum, ſine qua algorithmus infinitesimalis non ſubſiſtit, qui eſt ipſe ſic dictus calculus differentialis, prodit methodus tangentium, quam hic applicamus. Ope autem hujus calculi non modo expedita redditur, verum etiam extenditur, ut ultimum ſuum complementum ab eodem accepiſſe dicenda ſit. Obiter hic annotamus, quando quæſtio eſt de inventore calculi differentialis, id potiſſimum quæri, quinam primus Algorithmum quantitatum infinite parvarum invenerit, & in ſolvendis problematis exercuerit, cum antea adhiberetur calculus literalis communis & vi principiorum Geometriæ indiviſibilium termini quidam expungerentur reſpectu ceterorum evaneſcentes. Similis quodammodo eſt hæc quæſtio alteri communi, qua quæritur, quinam ſit inventor veræ characteriſticæ numerorum & Algorithmi communis, quo hodie utimur in Arithmetica tanta calculi commoditate & amplitudine. Habuere veteres numerorum ſigna, ſed parum apta. Uſi iisdem ſunt in Arithmetica practica. Non tamen ideo dici poteſt,

potest, quod habuerint veram numerorum characteristicam, & Arithmeticam practicam talem, qualem nunc habemus, nec quisquam hodie inventis notis numericis, quorum significatus ex ipsa numerorum natura deductus, aliis quam hisce signis uti vult: quemadmodum nec hodie inventa vera characteristica quantitatum infinite parvarum, qua calculus infinitesimalis in Analysin introductus, ut per modum Algorithmi exerceri possit, quisquam calculum literalem communem adhibere mavult in solvendis problematis, quorum solutio a quantitatibus infinite parvis pendet. Equidem ex ore ipsius DN. *de Tschirnhausen* hausi, quod contenderet, se per Algebram communem eadem praestare posse, quae per calculum differentialem adeo feliciter eruuntur, nec calculum hunc esse veram methodum, sed tantummodo veræ methodi compendium, qualia complura, immo, ut ipse confidenter admodum loquebatur, infinita excogitari possint, hocque sese ostensurum in secunda parte Medicinæ Mentis; nunquam tamen dictis fidem fecit, quin potius morti vicinus Schedas suas MSC. Vulcano tradidit, ne publicum statueret, quo successu in vera, quam pollicebatur, methodo detegenda fuerit versatus & quousque fuerit progressus. Constat autem ex iis, quæ dedit in Actis Eruditorum, quod nimia in se ipsum confidentia de iis, quæ animo versabatur, locutus fuerit, quasi a se jam essent inventa, etsi re penitius examinata impossibilia deprehenderentur. Ostendi in Arithmetica, calculum numerosum ita institui posse, ut conservetur universalitas, quemadmodum in literali, & hoc pacto inveniri per calculum numerosum, quæ per literalem eruuntur. Ostendi superius, quomodo Algebra numerosa ad solvenda problemata geometrice applicari possit, ut prodeant formulæ algebraicæ geometrice construendæ (§. 194). Immo ostendi, quomodo retenta communi linearum designatione regulæ Algebræ ad solutiones problematum geometricorum applicari potuerint (§. *cit.*). Ecquis vero dixerit, si quis hoc feciſſet, ante inventam Arithmeticam literalem, eum jam habuisse Algorithmum universalem & Algebram speciosam? Immo si hanc methodum ad tractandas curvas adhibuisset, ecquis dixerit, eum habuisse methodum *Carteſii* tractandi curvas per æquationes algebraicas? Habuisset similem quandam methodum, sed non eandem, ut adeo in multis paria præstare potuisset, ast non

non eadem facilitate. Ars characteristica differt a methodo & pro illius diversitate hæc prorsus aliam induit formam, ita ut non modo facilius præstentur, quæ fieri debent, verum etiam plura in potestate sint, quam si alia characteristica adhiberetur. Patebunt hæc clarius, ubi Ars inveniendi ad formam artis fuerit redacta, quemadmodum Logica & qui ad diversitatem methodorum, prouti hæ per artem characteristicam modificantur, animum adverterit, prouti in hac commentatione inculcamus, eadem perspiciet. Talia autem observasse non tantum proderit ei, qui artem inveniendi ad formam artis reducere voluerit; sed etiam qui in Matheſi addiscenda ad tertium cognitionis gradum adspirat, ut methodos, quæ ipsi innotuerunt, limare iisdemque omnem suam amplitudinem tribuere possit, quam suscipere valent, ne a casu expectandum sit, quod artis est, usu facultatum huc requisito non occasione sponte oblata, sed ex scientia determinato, nec tentaminibus subjiciatur, quod certa lege regitur. Nihil hic asserimus, quod non obvium sit ei, qui in Matheſi addiscenda præscripto a nobis modo fuerit versatus. Multa hic annotare poteramus, siquidem prolixioribus esse liceret, nec a præsenti instituto digressio longior videretur aliena.

§. 229. Notandum vero est, formulas algebraicas, quæ pro subtangente prodeunt, geometrice esse construendas, siquidem tangentem curvæ actu ducere volueris. Omittimus istas constructiones brevitatis gratia, propterea quod in Analysi finitorum satis perspicue docuimus, quomodo istiusmodi formulæ construantur. Tyronibus tamen, quorum est exercere artem, eædem negligendæ non sunt. E. gr. subtangens ellipsis est $\frac{ax - x^2}{\frac{1}{2}a - x}$ (§. 25. *Analyſ. infin.*). Est itaque

$$\tfrac{1}{2}a - x : a - x = x : PT$$

h. e. PC: PB = AP: PT

Tab. III. Fig. 36.

Quodsi ergo fiat PQ = PC & PR = PB, ductæque rectæ AQ agatur parallela TR; erit

PQ: PR = AP: PT

h. e. PC: PB = AP: PT

adeoque subtangens PT rite determinata, consequenter TM tangens quæsita.

Quoniam subtangens pro omnibus ellipsibus in infinitum $\frac{(m+n)(ax-x^2)}{ma-mx-nx} = \frac{ax-x^2}{ma:(m+n)-x}$ habemus:

$$\frac{ma - x :}{m + n}\ a - x = x : PT$$

Patet

Patet itaque non absimili modo tangentem pro omnibus ellipsibus in infinitum determinari posse. Et quia pro circulo eadem subtangentis formula reperitur, quæ pro ellipsi *Apolloniana*, & pro infinitis circulis eadem formula, quæ pro ellipsibus infinitis, nisi quod isthic $n = 1$; eodem etiam modo tangens omnium circulorum in infinitum determinatur. Immo cum formula subtangentis hyperbolarum a formula subtangentis ellipseos non differat nisi signis, tangens etiam hyperbolarum in infinitum non absimili modo determinatur. Subtangens curvæ, quæ definitur per æquationem $y^3 - x^3 = axy$, est

$$\frac{3y^3 - axy}{3x^2 + ay} = \frac{y^3 - \frac{1}{3}axy}{x^2 + \frac{1}{3}ay}.$$

Habemus itaque

$x^2 + \frac{1}{3}ay : y^2 - \frac{1}{3}ax = y : PT$

$\frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y : \frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x = y : PT$

Tab. III. Fig. 37. Quantitates $\frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y$ & $\frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x$ concinna admodum constructione reperiuntur hunc in modum. Fiat $CA = \frac{1}{3}a$, sitque $AP = x$, $PM = y$. Erigatur in A perpendicularis AN ipsi PM æqualis, seu construatur parallelogrammum rectangulum AP MN. Ducta recta CN erigatur ad eandem perpendicularis NR. Erit $PR = \frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x$. Est enim

$CA : AN = AN : AR$

$\frac{1}{3}a : y = y : \frac{y^2}{\frac{1}{3}a}$

Ergo $PR = AR - AP = \frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x$.

Fiat porro $AO = CA$, ductaque OP erigatur PS ad eandem perpendicularis occurrens ipsi NA ultra rectam CP continuatæ in S. Erit $NS = \frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y$. Est enim

$AO : AP = AP : AS$

$\frac{1}{3}a : x = x : \frac{x^2}{\frac{1}{3}a}$

Ergo $NS = SA + AN = \frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y$.

Quodsi curva supponatur data seu in plano descripta, datis jam NS & PR subtangens nullo negotio determinatur.

§. 230. Quoniam normalis ad tangentem perpendicularis, tangens quoque determinatur per normalem, consequenter etiam per subnormalem, per quam normalis determinatur. Subinde subnormalis per constructionem faciliorem reperitur,

adeoque præstat tangentem determinare per normalem, quam per subtangentem. Exemplum habemus in circulo, ubi radius ad tangentem perpendicularis, quemadmodum per præsentem quoque methodum calculo eruitur (§. 38. *Anal. infin.*), vi cujus subnormalis reperitur distantiæ semiordinatæ a centro æqualis, adeoque datur data absciſſa, cum subtangens eandem requirat constructionem, quam Ellipsis exigit (§. 229.). Enimvero subinde etiam subnormalis postulat constructionem magis compositam quam subtangens; subinde utraque eadem simplicitate gaudet. Illius exemplum præbet ellipsis; hujus vero curva, ad quam est æquatio $y^3 - x^3 = axy$. Etenim in Ellipsi est (§. 40. *Anal. infin.*).

Tab. III. Fig. 38.

$$ax - x^2 : y^2 = \tfrac{1}{2}a - x : \text{PH}$$

$$a - x : \frac{y^2}{x} = \tfrac{1}{2}a - x : \text{PH}$$

Fiat itaque AQ = PM = y, & in Q erigatur perpendicularis QN rectæ per A & M ductæ in N occurrens, erit $QN = \frac{y^2}{x}$. Est enim

$$AP : PM = AQ : QN$$

$$x : y = y : \frac{y^2}{x}$$

Continuetur PM in O, donec PO = QN, & ex centro C ducatur recta RC ipsi OB parallela, erit PR subnormali æqualis. Est enim

$$PB : PO = PC : PR$$

$$a - x : \frac{y^2}{x} = \tfrac{1}{2}a - x : PR$$

Quare si fiat PH = PR, habebis subnormalem, eritque HM normalis quæsita. Hanc constructionem si cum ea conferre volueris, quam pro subtangente dedimus (§. 229.); patebit eam esse magis compositam. Subnormalis curvæ, quæ definitur per æquationem $y^3 - x^3 = axy$ reperitur $= \frac{x^2y + \frac{1}{3}ay^2}{y^2 - \frac{1}{3}ax}$.

Habemus itaque

$$y^2 - \tfrac{1}{3}ax : x^2 + \tfrac{1}{3}ay = y : \text{PH}$$

$$\frac{y^2}{\frac{1}{3}a} - x : \frac{x^2}{\frac{1}{3}a} + y = y : \text{PH}$$

Analogia hæc ab altera, quam pro subtangente elicuimus (§. 229.), non differt, nisi quod termini in ratione priori invertantur, consequenter constructio eadem fere manet, nec simplicior est pro subnormali, quam pro subtangente.

§. 231. Methodus determinandi asymptotos curvarum nititur principio reductionis. Asymptoti enim considerantur instar tangentium

tium in puncto a vertice infinito intervallo distante, ut abscissa eidem respondens sit infinita, consequenter axis a habeat ad eandem rationem inassignabilem, adeoque fiat respective nihilum. Hanc suppositionem a veritate non recedere, tyrones inde intelligunt, quod in hac hypothesi eruantur eædem quantitates linearum, per quas asymptoti determinantur, quas supra in Analysi finitorum aliter demonstravimus. Novarum enim methodorum examina haberi debent, si applicentur ad jam nota. Ceterum attendant tyrones ad differentiam, quæ inter absolute nihilum seu nihilum verum, & inter respective nihilum seu quod respectu quantitatis alterius pro nihilo habetur, intercedit. Etenim si qua quantitas per absolute nihilum, multiplicatur, nihilo æqualis est: sed quæ ducitur in respective nihilum non evadit nihilo æqualis. Hinc (§. 47. *Anal. infin.*) in valore $ax:(a+2x)$, recta a non quidem auget valorem rectæ $2x$, ut adeo sit $a+2x=2x$, attamen non efficit ax nihilo æquale, sed hoc factum spectatur tanquam quantitas a infinities sumta, quia a quantitas finita, x infinita. Idem patet in æquatione $ay^2=bx(a+x)$, quæ, quia a respective nihilum reducitur ad æquationem $ay^2=bx^2$. Unde simul liquet, si sumatur $ay^2=abx+bx^2$, cur infinitum primi gradus abx habeatur pro nihilo respectu infiniti secundi gradus ay^2 & bx^2, quippe quod infinitum primi gradus infinities superat, quemadmodum infinitum primi gradus quantitatem finitam. Non nego, hæc in numerum fictionum referenda esse; sunt tamen toleranter vera, ut cum *Jungio* loquamur, & in calculo quemadmodum fictiones aliæ utiliter adhibentur. Cavendum itaque, ne in præjudicium veritatis talia in Physicam inferantur principia, ex qua imaginaria exulare debent, quippe ubi in veras phænomenorum causas inquirimus.

§. 232. Attentionem quoque peculiarem meretur problema 7. (§. 49. *Anal. infin.*), in quo subtangens & subnormalis in Conchoide determinatur. Curva hæc ex numero algebraicarum est: unde semiordinatæ ejus sumi possunt ad axem AB normales. Habet vero eadem etiam polum C: unde pro semiordinatis quoque haberi possunt rectæ CM ex polo C ad punctum curvæ M ductæ. Quamobrem duplicem explicamus methodum determinandi ejus tangentem & normalem. Prima eadem est, qua utimur in curvis algebraicis

Tab. I. Anal. infin. Fig. 5.

braicis ceteris, nisi quod valor ipsius dx non ex æquatione ad curvam, sed aliis artificiis eruatur, ne formulæ pro subtangente & subnormali prodeant nimis perplexæ, constructionem minus concinnam parientes. Formula autem pro subnormali expeditior est, quam pro subtangente, adeoque in constructione præferenda. Cum enim sit subnormalis $= t + \frac{z^2 - az}{v} = t + \frac{(z-a)z}{v}$; erit

$$v : z = z - a : \frac{z^2 - az}{v}$$

$$PB : MC = QC : \frac{z^2 = az}{v}$$

cui si addatur $PC = t$; prodibit subnormalis. Formula subtangentis $\frac{v(z^2-t^2)}{z^2-az+tv} = \frac{z^2 - t^2}{\frac{z^2 - az}{v} + t}$ resolvitur in hanc analogiam:

$$\frac{z^2 - az}{v} + t : z + t = z - t : PT$$

Atque adeo patet, si formula subtangentis construenda, ante inveniendam esse subnormalem. Data autem subnormali, datur etiam tangens, ut adeo ulteriori constructione non habeamus opus. Altera methodus nititur hypothesi semiordinatarum in puncto quodam concurrentium, quam ideo addere visum est, ut idea ejus animo ingeneretur ad alia profutura.

§. 233. Notanda vero sunt artificia, quibus subtangens determinatur in iis curvis, quarum semiordinatæ in puncto quodam coëunt. Nimirum quia in curvis algebraicis subtangens intercipitur inter tangentem & semiordinatam, in puncto communi concursus excitatur perpendicularis tangentem, cui occurrit, secans, quemadmodum videre est in methodo altera pro conchoide & in methodo pro spiralibus. In Cycloide subtangens determinatur per intersectionem tangentis cycloidis & tangentis circuli genitoris, quia portio illa tangentis intercipitur inter semiordinatam & tangentem cycloidis, etsi ad illam non sit perpendicularis, ut adeo hic a significatu termini tantisper recedatur, quem is in curvis algebraicis habet, quemadmodum etiam non retinetur significatus prorsus idem semiordinatæ, ubi eædem in puncto quodam concurrunt. Nimirum definitiones terminorum inventæ sunt pro curvis algebraicis; deinceps per analogiam quan-

quandam aptantur ad curvas alias termini, ut in iisdem proprias sibi nanciscantur definitiones. Absit itaque, ut tibi persuadeas, ipsos Geometras alere significatum terminorum vagum. Ita *subtangentem cycloidis* definire licet per portionem tangentis circuli in puncto intersectionis circuli & semiordinatae cycloidis inter semiordinatam & tangentem cycloidis interceptam, & cum definitiones nominales sint arbitrariae, utique hoc facere licet. Nec ideo dicere licet, quod vocabulum *Subtangens* varios habeat significatus. *Subtangens* enim *cycloidis* non est subtangens curvarum simpliciter ita dicta. In Quadratrice *Dinostratis* abscissa sumitur in circulo genitore & portio radii quadratricem secantis pro semiordinata. Quoniam hic recta ad semiordinatam perpendicularis cum tangente in puncto contactus concurrit, quae adeo extra ipsum eam non secat, ideo necessarium fuit, ut eo, quem explicavimus (§. 55. *Anal. infin.*) modo determinaretur. Ad hoc animum probe advertere debent tyrones, ne notione subtangentis confundantur, ubi ipsimet tangentes in curvis non algebraicis determinare voluerint.

§. 234. Methodus de maximis & minimis nititur principio reductionis: maximae enim & minimae applicatae reducuntur ad casum tangentium. Et similiter applicatio hujus methodi ad problemata particularia eodem principio nititur, quatenus quantitatum series ad certum quendam terminum continuo crescentium vel decrescentium, deinceps rursus decrescentium vel crescentium exponitur per semiordinatas curvae cujusdam algebraicae, in qua semiordinatae eandem constantem relationem habent ad abscissas, quae convenit quantitatibus crescentibus vel decrescentibus. E. gr. Si linea recta ita secanda, ut rectangulum ex segmentis sit maximum eorum, quae hac ratione construi possunt, constans relatio quantitatis continuo crescentis usque ad terminum maximum exprimitur per factum segmentorum in se invicem. Quamobrem si segmentum minus sumas pro abscissa; problema hoc reducitur ad circulum, in quo maxima semiordinata determinanda.

§. 235. Ut ideam calculi summatorii, qui vulgo integralis dicitur, animo concipiant tyrones, repetendum est ex superioribus, magnitudines crescere per momentanea incrementa. Nimirum si tempusculo quodam abscissa augetur incremento Pp, semiordinatae accedit incrementum mR, arcui incrementum Mm Tab. III. Fig. 32.

& areæ incrementum PpmM. Unde si Abscissa AP $= x$, constare concipitur ex infinitis istiusmodi incrementis successivis, quorum unumquodque indefinite exprimitur per dx, ita ut summa omnium dx sive $\int dx = x$. Similiter semiordinata PM $= y$ constare concipitur ex infinitis istiusmodi incrementis, quorum unumquodque indefinite exprimitur per dy, ita ut summa omnium dy sive $\int dy = y$. Arcus AM $= v$ constare concipitur ex infinitis istiusmodi incrementis, quorum unumquodque dv, ita ut $\int dv = v$ & area APM constare concipitur ex innumeris istiusmodi areolis, quarum unumquodque, quemadmodum ostendimus, exprimitur per ydy, ita ut summa omnium istarum areolarum sive $\int ydy$ sit areæ æqualis. Calculo adeo summatorio quæritur summa omnium incrementorum momentaneorum, ut habeatur magnitudo, cujus incrementum indefinite datur. Quamobrem si valor incrementi exprimatur per relationem, quam habet semiordinata ad abscissam; per summationem reperitur valor semiordinatæ, arcus & areæ curvæ datæ. E. gr. in parabola $dy = \frac{1}{2} a^{1:2} x^{-1:2} dx$. Quare $\int \frac{1}{2} a^{1:2} x^{-1:2} dx = a^{1:2} x^{1:2} = \sqrt{ax}$ est semiordinata parabolæ. Similiter in circulo $dy = \frac{1}{2}(a - 2x)\, dx\, (ax - x^2)^{-1:2}$. Quare $\int \frac{1}{2}(a - 2x)\,(ax - x^2)^{-1:2} dx = (ax - x^2) = {}^{1:2} = \sqrt{(ax - x^2)}$ est semiordinata circuli. Et in hyperbola intra asymptotos $dy = ax^{-2} dx$. Quare $ax^{-1} = \frac{a}{x}$ est semiordinata hyperbolæ intra asymptotos. Patet adeo per calculum summatorium restitui quantitatem variabilem, cujus differentiatione prodiit magnitudinis elementum, seu momentaneum in ejus genesi incrementum. Unde Angli methodum fluxionum inversam vocant, quia ex data fluxione reperitur fluens, quemadmodum per directam ex fluente fluxio. Regressus autem iste non ubivis obvius est. Unde hodienum Mathematicorum ingenia exercet. Constabit autem ex problematis physico — mechanicis, qualia exempli loco in Mechanica dabimus, solutiones problematum sæpe nos deducere ad æquationes differentiales, quarum integratione detegitur natura curvæ, vel ubi hoc fieri nequit, ope æquationum differentialium curvæ construuntur. Ope igitur hujus calculi multa in potestate sunt, ad quæ alias non pateret aditus. Ceterum tyrones ad exemplum trianguli, quod primo loco

(§. 101. *Anal. infin.*) exhibuimus, animum probe attendant, ut non modo idea methodi quadrandi curvas in eodem naſcatur, verum etiam dubium evaneſcat, quaſi ex neglectu trianguli characteriſtici oriri debeat in ſummatione error aſſignabilis: quod ubi fieret, impoſſibile erat, ut prodiret area trianguli tanta, quantam eſſe debere demonſtratur in Elementis Geometriæ. Præſtantia autem hujus calculi inde eluceſcit, quod paucis lineis non modo exhibeatur quadratura parabolæ Apollonianæ, ſed & omnium parabolarum & curvarum ipſis agnatarum in infinitum, cum methodo Archimedea difficillime eruatur tantummodo prior.

§. 236. Cum nobis propoſuerimus exemplis potius docere regulas, quam earum multitudine obruere memoriam tyronum, præceptis omnibus in unum locum congeſtis, antequam ad exempla accedatur; quæ de quantitate in ſummatione adjicienda tenenda ſunt, exemplo quadraturæ ſegmenti parabolici inculcare lubuit (§. 107. *Anal. infin.*): ita enim ratio, cur adjicienda veniat, clarius percipitur, manifeſtior in caſu particulari, quam ſi generalis detur. Ratio nimirum generalis eſt, quod in differentiatione, cum differentiale quantitatum conſtantium ſit $= 0$, quantitates conſtantes in compoſita variabilibus adjectæ evaneſcant, ita ut idem ſit differentiale quantitatum $x + a$ atque x, & quantitatum $x - a$ atque x. Eſt enim & $d(x + a) = dx$, & $d(x - a) = dx$ & differentiale ipſius $x = dx$. Unde in ſummatione ſummæ adjiciendum, quod in differentiatione evanuit. Quomodo vero appareat, utrum aliqua quantitas conſtans ſit adjicienda, nec ne, & num ea, quæ adjicienda venit, ſignum habere debeat poſitivum, an privativum, in exemplo particulari multo clarius elucet, quam ſi idem generaliter doceri deberet. Vidimus in doctrina de locis geometricis, initium abſciſſæ non modo ſtatui poſſe in vertice A, ubi cum abſciſſa evaneſcit etiam ſemiordinata, evaneſcit arcus, evaneſcit ſpatium curvilineum abſciſſa, ſemiordinata & arcu contentum; verum etiam in puncto L infra verticem, vel in puncto N ultra eundem. Per hoc ipſum vero non variatur elementum abſciſſæ Pp, quod in omni caſu idem eſt. Ne igitur in ſummatione obſcurum ſit, quod de quantitate adjicienda hic præcipitur, probe perpendant velim tyrones, quæ in ſcholio (§. 108. *Anal. infin.*) habentur. Inventores talia Tab. II. Fig. 22.

non

non animadverterunt, nisi ubi animum ad solutionem particularium applicarunt, neque enim methodi repertæ sunt, nisi dum solutiones problematum tentatæ ad easdem deduxerunt inventores. Quamobrem qui Analysi tertii cognitionis gradus acquirendi gratia operam navat, eadem via incedere debet, quam calcarunt inventores, utut eviteutur avia, in quæ haud raro inciderunt, cum in terris adhuc incognitis versarentur, antequam in viam regiam pervenirent. Ea quoque de causa non dedimus nisi particularium problematum solutiones, etsi facillimum fuisset generales huc transcribere. Neque enim existimandum est, generales solutiones fuisse particularibus priores, sed illæ potius ex his enatæ sunt. Plerumque majoris artis est solvere problemata in casu particulari, quam universaliter.

§. 237. Quadraturam parabolarum omnium, immo curvarum aliarum eidem agnatarum in infinitum nullo negotio dari per calculum integralem patet (§. 103. 105. *Anal. infin.*). Curvæ autem ceteræ, quas deinceps quadramus, tum etiam segmenta parabolica, quæ quadrantur, reducuntur ad parabolas, sive elementum per se non integrabile juxta canones generales reducatur ad integrabile, terminis finitis aut nonnisi uno constans, sive resolvatur in seriem infinitam, quæ terminos numero infinitos habet. Etenim in casu priore area curvæ reducitur ad areas tot parabolarum, quot sunt termini, in casu posteriori autem ad areas parabolarum infinitarum, quemadmodum in Geometria elementari figurarum rectilinearum & ipsius circuli areæ reducuntur ad areas triangulorum. E. gr. ubi segmentum parabolicum, cujus elementum est $dx\sqrt{(ab+ax)}$ quadrare jubemur, $dx\sqrt{(ab+ax)}$ reducimus ad $2v^2dv=a$. Quodsi dv sumatur pro differentiali abscissæ & v pro abscissa erit $\frac{2v^2}{a}=z$, adeoque $v^2=\frac{1}{2}az$. Unde liquet segmentum parabolicum quadrandum reduci ad parabolam externam, cujus parameter est $\frac{1}{2}a$, seu dimidio parametri parabolæ æqualis, cujus segmentum quadrandum. Similiter patet aream curvæ *Carteſii* (§. 111. *Anal. infin.*) esse differentiam arearum Parabolæ externæ *Apollonianæ*, ad quam $x^2=bz$, & Parabolæ externæ secundi generis, ad quam $x^3=b^2v$. Non absimili modo patet; in elemento hyperbolæ intra asymptotos $dx-xdx+x^2dx-x^3dx+x^4dx$ &c. in termino

no primo semiordinatam esse $= 1$, in secundo $= x$, in tertio si $1 = a$ esse $x^2 = ay$, in quarto $x^3 = a^2y$, in quinto $x^4 = a^3y$ &c. consequenter terminum primum esse elementum parallelogrammi rectanguli, secundum elementum trianguli æquicruri, tertium parabolæ externæ Apollonianæ seu primi generis, quartum elementum parabolæ externæ secundi generis, quintum elementum parabolæ externæ tertii generis & ita porro in infinitum. Quadratura igitur hyperbolæ reducitur ad quadraturam parallelogrammi rectanguli, trianguli æquicruri & infinitarum parabolarum. Inde est quod hyperbola & circuli quadraturam per infinitas parabolas demonstraverit *Guido Grandus*. Equidem data hyperbolæ area intra asymptotos datur etiam area interna inter axem & curvam interjacens; placuit tamen (§. 123. *Anal. infin.*) etiam ostendere, quomodo area interna quadretur. Enimvero patet quadraturam areæ intra asymptotos esse simpliciorem quadratura internæ, in qua $\int ax$ ducenda est in seriem infinitam.

§. 238. Exemplo circuli docuimus (§. 124. *Anal. infin.*) quadraturam non uno modo absolvi posse. Quadravimus enim circulum ex dato sinu verso, ex dato sinu complementi & ex tangente. Notanda hic sunt artificia, quibus progressus terminorum in infinitum redditur conspicuus: id quod inprimis ostendimus in quadratura *Newtoniana*. Artificia etsi eadem sint, quibus jam in Analysi infinitorum usi sumus, scilicet ut in numeris conservetur universalitas calculi & ut terminus sequens efficiatur dependens ab antecedente; applicatio tamen eorundem non statim cuivis succurrit. Unde memini quosdam seriem *Leibnitianam* aut, si mavis, *Gregorianam* pro circulo prætulisse *Newtonianæ*, quæ tamen citius convergit, seu celerius appropinquat, quod illa constantem servet legem, in hac vero termini nulla certa lege progrediantur, etsi *Newtoniana* non modo manifestam legem admittat, qua termini in infinitum progrediuntur, verum etiam hoc habet, ut terminus quilibet sequens ex proxime antecedente inveniri possit. Id potius attentionem tyronum meretur, quod quadratura *Newtoniana* exhibeat quadraturam segmentorum circuli, *Leibnitiana* vero quadraturam sectorum, atque adeo hæc insinuet ideam quadrandi sectores curvarum, quæ centrum habent, animo jam observata *Archimedi*, dum circuli aream ad aream trianguli reduxit, quemadmodum

modum clariſſime docuit *Keplerus* in Stereometria dolii auſtriaci. Notandum porro eſt, quod docuit *Leibnitius* in Actis Eruditorum An. 1682, p. 45. cum termini $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{17}$, &c. itemque termini $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{13}$, $\frac{1}{19}$, &c. progrediantur in progreſſione harmonica; aream circuli eſſe differentiam duarum ſerierum progreſſionis harmonicæ. Præterea ſi binos quosque terminos ad eandem denominationem reducas, quia $\frac{1}{1}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}-\frac{1}{7}=\frac{2}{35}$, $\frac{1}{9}-\frac{1}{11}=\frac{2}{99}$, $\frac{1}{13}-\frac{1}{15}=\frac{2}{195}$, $\frac{1}{17}-\frac{1}{19}=\frac{2}{323}$ &c. area circuli, quadrato diametri exiſtente 1, erit $\frac{2}{3}+\frac{2}{35}+\frac{2}{99}+\frac{2}{195}+\frac{2}{323}$ &c. in infinitum. Jam ſi diameter circuli $=1$, erit ſemidiameter $=\frac{1}{2}$, adeoque quadratum inſcriptum $=\frac{1}{2}$ (§. 21. *Trigon.*). Quoniam itaque quadratum circumſcriptum eſt inſcripti duplum, ſi quadratum inſcriptum fuerit $\frac{1}{4}$, erit circumſcriptum $\frac{1}{2}$, adeoque area circuli $\frac{1}{3}+\frac{1}{35}+\frac{1}{39}+\frac{1}{195}+\frac{1}{323}$ &c. in infinitum (§. 181. *Arithm.*). Statim patet 3, 35, 99 eſſe numeros quadratos unitate multatos, nempe $4-1$, $36-1$, $100-1$, & inter quadratum 4 & 36 interjacere tres numeros quadratos 9, 16, 25, ſimiliterque inter 36 & 100 interjacere tres 49, 64, 81. Quodſi ſeriem pro circulo continues & cum numeris in Tabula quadratorum numerorum compares; videbis eam conſtante hac lege progredi, ut denominator fractionis ſit quartus quisque numerus excerptus ex ſerie numerorum quadratorum unitate mulctatorum numeratore ſemper exiſtente unitate. Quando vero quadratum inſcriptum $\frac{1}{4}$, radius eſt $\sqrt{\frac{1}{8}}$ (§. 21. *Trigon.*), adeoque diameter $=1\sqrt{\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{4}{8}}=\sqrt{\frac{1}{2}}$. Hæc ideo monemus, ut diſcant tyrones dari etiam artificia particularia legem progreſſionis terminorum in infinitum detegendi præter generalia, de quibus diximus ante: quamvis iſtiusmodi quoque artificiis jam uſi fuerimus in inveniendo generali theoremate pro binomio ad dignitatem quamcunque evehendo (§. 95. *Anal. infin.*). Neque enim inutile eſt eadem artificia variis exemplis illuſtrari.

§. 239. Quemadmodum vero quadraturæ curvarum per ſeries infinitas reducuntur ad Quadraturam infinitarum parabolarum; ita quoque curvarum aliarum quadratura ad quadraturam circuli atque hyperbolæ reduci ſolent: id quod non uno modo fieri ſolet. Exemplum habemus in Ellipſi (§. 126. *Anal. infin.*), ubi ratio areæ ellipticæ ad aream circuli ſua veluti ſponte ſeſe offert. Exem-

pla

pla alia præbent Cyclois, Ciſſois, Spiralis *Archimedea*. Non ſine ratione addidimus hanc reductionem, cum eadem utamur in altioribus, prouti ſuo loco conſtabit in Mechanicis, ubi problemata phyſico-mechanica ſolvuntur. Probe autem notandæ ſunt hæ reductiones iis, qui ad tertium cognitionis gradum adſpirant, ut vim principii reductionis per omnem artem inveniendi utiliſſimi rectius percipiant. Ceterum eodem inſtituto (§. 147. *Anal. infin.*) rectificationem parabolæ reducimus ad quadraturam parabolæ: id quod ideo attentionem meretur, ut diſcamus ſubinde ſummationem ejusdem elementi dependere & a quadratura curvæ, & a rectificatione arcus cujusdam. Habet enim hoc uſum non contemnendum in methodo tangentium inverſa, ubi æquationes differentiales conſtruere jubemur ſuppoſita curvæ cujusdam quadratura, vel rectificatione arcus. Exempla occurrunt in Mechanicis, ubi problemata phyſico-mechanica ſolvimus. Quodſi enim tempeſtive animum advertamus ad talia, quæ in progreſſu uſum præclarum habent; quæ alias difficilia videntur, facilia evadunt, nec perturbatur animus, quando applicantur ea, quorum idea nobis jam familiaris evaſit, præſertim cum haud raro inſolita nondumque perſpecta videantur, quæ ex anterioribus nota eſſe poterant, ſi attentione ſufficiente in iisdem uſi fuiſſemus.

§. 240. Rectificatio curvarum, perinde ac inventio ſectorum ellipticorum & hyperbolicorum, interdum requirit calculos admodum prolixos. Ne igitur prolixitate tyrones redderentur perplexi & a ſolutione problematis deterrerentur, calculos integros admodum diſtincte explicatos exhibuimus. Conſulent autem ſibi tyrones, ſi initio generalem quandam ideam ſolutionis animo concipiant, veluti quod in rectificatione arcus elliptici (§. 172. *Anal. infin.*) primum quæratur valor ex æquatione ad curvam, deinde tam ex Numeratore, quam Denominatore in valore iſto emergente extrahatur radix per theorema *Newtonianum* & tandem ſeries pro numeratore emergens dividatur per ſeriem, quæ emergit pro Denominatore. Hoc pacto enim in uſum ſolutionis problematis unum reſolvitur quaſi in plura, quorum unumquodque ſigillatim ſolvi poteſt. Circa diviſionem attentionem meretur artificium, quo calculus a perplexitate liberatur, ut diſtincte ſingula ipſis oculis exhibeantur: quod non modo

facit ad facilius evitandum errorem, qui in calculum perplexum facile irrepit defectu attentionis, verum etiam omnem moleſtiam aufert, qua attentio turbatur. Diſtincta perceptio intellectus eſt: unde qui intellectus perficiendi gratia Matheſi operam navant, non modo noſtro more ſingula diſtincte ſibi repræſentare, verum etiam ad diverſa artificia, quibus eo fine hinc inde utimur, animum ſollicite advertere tenentur. Ceterum ne quis aliorum libros evolvens, in quibus eorundem Problematum ſolutio occurrit, exiſtimet, paucis ibidem explicari, quæ a nobis tanta prolixitate expediuntur; monendum eſſe duco, autores plerosque ſcribere peritis, non tyronibus, quorum utilitati nos velificamur, adeoque multa omittere, quæ a lectore ſupplenda ſunt, ſiquidem veritatem aſſequi voluerit. Unde non modo tyrones, verum etiam haud raro exercitatiores multum temporis fallunt, antequam multo labore ab altero dicta aſſequantur. Nobis vero, qui tempus rerum omnium pretioſiſſimum exiſtimamus, propoſitum eſt, ut ſine omni temporis diſpendio ſciendi cupidos ad ſcientiam perducamus, cumque aliorum felicitati omni modo ſtudere nos jubeat philoſophia noſtra, id quoque agendum eſſe arbitramur, ut in diſcendo omnem a diſcentibus moleſtiam arceamus.

§. 241. Inprimis autem in doctrina de rectificatione curvarum attentionem meretur methodus, qua ex quantitate per ſeriem data invenitur ſeries pro quantitate variabili, ex quibus formantur ſeriei prioris termini, veluti dum ex arcu dato ſinus quæritur. Etenim arcus datur per ſeriem infinitam, cujus termini formantur ex ſinu, & ſinus quæritur in ſerie, cujus termini formantur ex arcu. Nititur ea methodo extrahendi radicem ex ſerie infinita, quam eum in finem explicavimus in Analyſi finitorum. Inventa eſt a *Newtono*, quemadmodum conſtat ex literis ad *Leibnitium* datis, quæ leguntur apud *Walliſium* volumine tertio Operum, diciturque Regreſſus ſerierum. Subinde tamen artis eſt applicare methodum extrahendi radicem ex æquatione infinita in regreſſu ſerierum. Exempli loco eſt problema 56. (§. 163. *Anal. infin.*), quo ex dato arcu invenitur ſinus verſus. Solutio igitur problematis iſtius attentionem meretur, ut artificium, quo hic utimur, in aliis caſibus ſimilibus adhiberi poſſit. Neque enim ſufficit, ut intelligantur, quæ docentur, ſi quis ad tertium cognitio-

gnitionis gradum adspirat; sed artificia quoque analytica addiscenda in usum futurum, cum regulas doceamus per exempla. Ad hactenus dicta qui animum attendit, in ceteris sese satis attentum atque acutum præbebit, ut plura moneri non sit opus. Immo si quis ea attentione in discenda Matheſi uti voluerit, quam tantopere inculcamus, acumen singulare acquiret, quo facile, nullo quasi negotio, discernet artificia in solutionibus problematum adhibita eorundemque a se invicem dependentiam animadvertet: id quod utile erit iis, qui studio Matheseos ac in specie Algebræ in arte inveniendi generali proficere studeni ad recte philosophandum necessaria.

§. 242. Circuli rectificatio etiam deduci potest ex quadratura circuli. Quoniam enim area circuli prodit ducta peripheria in quartam diametri partem (§. 429. *Geom.*), peripheria prodit, si seriem, quæ exprimit aream circuli, dividas per $\frac{1}{4}$. Inde est, quod, si diameter fuerit 1, pro quadrante eadem prodeat series $\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}$ &c. (§. 158. *Anal. infin.*), quam pro circuli area repereramus, quadrato diametri existente 1. Etenim si seriem per $\frac{1}{4}$ dividere volueris, Numeratores terminorum ducendi sunt in 4. (§. 243. *Arithm.*). Notandum adhuc est ex formulis indefinitis erui posse adhuc alias formulas pro circulo integro vel ejus peripheria integra, si valor ipsius x non explicetur per diametrum 1, sed per sinum, sinum versum, cosinum vel tangentem alicujus arcus: quo in casu sæpius prodit series magis convergens, cum priori modo inventa minus convergeret & contra. E. gr. Si tangens fuerit x, pro arcu prodit $x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 - \frac{1}{7}x^7 + \frac{1}{9}x^9 - \frac{1}{11}x^{11}$ &c. Ponamus arcum x esse 30. Si fuerit radius CA = CB = 1, erit sinus BI = $\frac{1}{2}$ (§. 15. *Trigon.*), consequenter ob $IC^2 = BC^2 - BI^2$ (§. 417. *Geom.*) $IC^2 = \frac{3}{4}$. Quamobrem cum sit Tab. III. Fig. 39.

IC : IB = CA : AD (§. 26. *Trigon.*) & $IC^2 : IB^2 = CA^2 : AD^2$ (§. 124. *Anal.*)

erit $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = 1 :$

sive $3 : 1 = 1 :$ (§. *cit.*)

Unde reperitur $AD = \sqrt{!}\frac{1}{3}$.

Quodsi hunc valorem pro x substituas, cum sit

$x^2 = \frac{1}{3}$ $\quad \frac{1}{3}x^2 = \frac{1}{9}$

$x^4 = \frac{1}{9}$ $\quad \frac{1}{5}x^4 = \frac{1}{45}$

$x^6 = \frac{1}{27}$ $\quad \frac{1}{7}x^6 = \frac{1}{189}$

$x^8 = \frac{1}{81}$ $\quad \frac{1}{9}x^8 = \frac{1}{729}$

$x^{10} = \frac{1}{243}$ $\quad \frac{1}{11}x^{10} = \frac{1}{2673}$;

series $x(1-\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{5}x^4-\frac{1}{7}x^6+\frac{1}{9}x^8-\frac{1}{11}x^{10}$ &c.) degenerat in sequentem

$$\sqrt{\tfrac{1}{3}}\left(\tfrac{1}{1}-\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{45}-\tfrac{1}{189}+\tfrac{1}{729}-\tfrac{1}{2673}\text{ &c.}\right)$$

quae exprimit arcum 30 graduum. Si vero diameter fuerit 1, eadem exprimit arcum 60 graduum. Quamobrem si seriem hanc ducas in 6, hoc est, si $\sqrt{\frac{1}{3}}$ multiplices per 6, cum sit $6\sqrt{3}=\sqrt{\frac{36}{3}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$; pro area circuli habebis

$$2\sqrt{3}\left(\tfrac{1}{1}-\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{45}-\tfrac{1}{189}+\tfrac{1}{729}-\tfrac{1}{2673}\text{ &c.}\right)$$

Quodsi porro binos quosque terminos reducere volueris ad eandem denominationem, erit

$$-\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{45}=-\frac{45+9}{405}=-\frac{36}{405}=-\frac{12}{135}$$

$$-\tfrac{1}{189}+\tfrac{1}{729}=-\frac{729+189}{189.729}=-\frac{81+21}{21.729}=-\frac{60}{21.729}=-\frac{20}{7.729}=-\frac{20}{5103}$$

Si adhuc addas terminum seriei sequentem $+\frac{1}{9477}$; eodem modo reperies

$$-\tfrac{1}{2673}+\tfrac{1}{9477}=-\tfrac{28}{104247}.$$

Unde series pro circulo resultat $2\sqrt{3}\left(1-\frac{12}{135}-\frac{20}{5103}-\frac{28}{104247}\text{ &c.}\right)$

Quodsi eandem seriem dividas per 4, & factorem $2\sqrt{3}$ per 4 multiplices; habebis pro circulo

$$8\sqrt{3}\left(\tfrac{1}{4}-\tfrac{3}{135}-\tfrac{5}{5103}-\tfrac{7}{104247}\text{ &c.}\right)$$

seu $\sqrt{192}\left(\frac{1}{4}-\frac{3}{135}-\frac{5}{5103}-\frac{7}{104247}\text{ &c.}\right)$

Est vero

$135 = 15.9$

$5103 = 63.81 = 63.9^2$

$104247 = 143.729 = 143.9^3$

Quamobrem series pro circulo

$$\sqrt{192}\left(\tfrac{1}{4}-\frac{3}{15.9}-\frac{5}{63.9^2}-\frac{7}{143.9^3}\text{ &c.}\right)$$

Unde patet lex progressionis in infinitum. Etenim numeratores progrediuntur secundum Numeros impares, denominatores componuntur ex binis factoribus, quorum unus sumitur ex progressione geometrica, cujus terminus primus 9, & exponens rationis eidem æqualis; alter vero per saltum excerpitur ex serie numerorum quadratorum unitate mulctatorum, quorum radices sunt 4. 8. 12. &c. hoc est, progrediuntur

diuntur in progreſſione arithmetica, cujus terminus primus eſt 4 & differentia terminorum eidem æqualis.

Niſi formulam abbreviare voluiſſemus reductione binorum terminorum diverſis ſignis præditorum ad eandem denominationem; lex progreſſionis in infinitum manifeſtari quoque poterat in formula

$$2\sqrt{3}\left(1-\tfrac{1}{9}+\tfrac{1}{5}-\tfrac{1}{189}+\tfrac{1}{729}-\tfrac{1}{2673}\ \&c.\right)$$

reſolvendo denominatores in ſuos factores. Cum enim ſit

$$45 = 5\cdot 9$$
$$189 = 7\cdot 27$$
$$729 = 9\cdot 81$$
$$2674 = 11\cdot 24$$

erit pro circulo ſeries, ſi diameter $= 1$

$$\sqrt{12}\left(\frac{1}{1\cdot 1}-\frac{1}{3\cdot 3}+\frac{1}{5\cdot 9}-\frac{1}{7\cdot 27}+\frac{1}{9\cdot 81}-\frac{1}{11\cdot 243}\ \&c.\right)$$

Una hic ſeries factorum progreditur ſecundum numeros impares 1. 3. 5. 7. 9. 11. altera vero in progreſſione geometrica, cujus exponens rationis 3, nimirum 1. 3. 9. 27. 81. 143.

§. 243. Patet hinc non temere eſſe judicandum, utrum ſeries aliqua citius appropinquet altera, nec ne, & num conſtante quadam lege progrediatur. Neque enim eadem formula indefinita in omni caſu particulari æque appropinquat, & lex progreſſionis ſæpius latet, atque in caſu particulari non eadem eſt, quæ in univerſali. Liquet etiam ad detegendam legem progreſſionis facere Arithmeticam ſeu numerorum ſcientiam, quæ ſubinde etiam compendia ſummationis quotlibet terminorum ſeriei ſubminiſtrat, ut adeo inutile exiſtimari minime debeat ſtudium, quod in ſpeciebus numerorum certa lege progredientibus & in iis ſummandis collocatur, ſit ita quod hodie Geometria magis excolatur Arithmetica, immo Geometriæ ad Mechanicam applicatæ magis habeatur ratio, quam puræ. Apparet etiam uſui formularum minime obſtare, quod irrationalitati obnoxiæ ſint, & in caſu particulari formulam ab irrationalitate liberam eidem implicari poſſe citra ullum incommodum, immo uſum ejus per hoc fieri poſſe expeditiorem. Hæc probe notanda ſunt, ne judicium de formulis diverſis præcipitemus, quando de unius præ altera prærogativa agitur. Etſi itaque jam in ſuperioribus (§. 238.) de transmutatione ſeriei *Leibnitianæ* ſeu *Gregorianæ*

rianæ pro circulo in alias quædam monuerimus; non tamen piguit plura in eam rem dicere (§. 241.), tum ut intelligatur, ex eadem formula per transmutationem communi Arithmetica nixam varias deduci posse alias, tum ut constet, hoc non inutiliter fieri, ubi eædem ad praxin sunt transferendæ, tum ut excitaremus attentionem eorum & juvaremus eorundem acumen, qui de seriebus infinitis ad usum aptandis forsan commentari decreverint. Neque enim inutilem operam sumeret, si quis hoc argumentum pro dignitate tractaret, ne inanes viderentur speculationes, quæ certum sui pollicentur usum. Nec est quod excipias talia peritis nullum facere negotium. Nam quibus sese commendat usus, ii non semper, immo rarissime adeo periti sunt, ut talia per se assequantur.

§. 244. Ut hæc rectius intelligantur, lubet exemplo quodam docere, quomodo per series infinitas inveniantur approximationes in numeris quantalibet exactitudine, prout plures vel pauciores terminos summare libuerit. Resolvuntur autem termini singuli in fractiones decimales per divisionem, quemadmodum fecimus in extractione radicum ex æquationibus per approximationem (§. 363. *Anal. finit.*). Ne autem in numero cyphrarum quoto præfigendis aberres; tenendum est, tot præfigendas esse cyphras, quot numeratori cyphræ adjiciendæ, ut prima divisio succedat. E. gr. si fractio fuerit $\frac{1}{6}$, divisio non succedit nisi unitati adjecta cyphra. Quoto igitur præfigitur cyphra una, ut constet deficere integra, seu locum integrorum esse vacuum, & fractionem incipere a partibus decimis. Si fractio fuerit $\frac{1}{60}$, divisio inchoari nequit, nisi numeratori 1 adjectis duabus cyphris. Unde liquet quoto præfigendas esse duas cyphras: id quod indicio est, fractionem decimalem incipere a partibus centesimis. Si fractio fuerit $\frac{1}{111}$, divisio non potest inchoari, nisi tribus cyphris numeratori 1 adjectis. Quoto igitur præfiguntur tres cyphræ, & fractio decimalis incipit a millesimis. Similiter si fractio fuerit $\frac{5}{11525}$ quoto denuo adjiciendæ sunt cyphræ tres & fractio incipit itidem a millesimis. In casu tamen particulari dantur compendia singulos terminos per divisionem in fractiones decimales resolvendi, quando scilicet alii ex aliis jam inventis inveniri possunt. Quamobrem sumamus seriem pro circulo

$\sqrt{192}\left(\frac{1}{4} - \frac{3}{15\cdot 9} - \frac{5}{63\cdot 9^2}\right.$
$\left. - \frac{7}{143\cdot 9^3} \text{ &c.}\right)$

quam ex *Leibnitiana* deduximus (§. 242.). Patet ex 192 extrahendam esse radicem in fractionibus decimalibus (§. 274. *Arithm.*), continuata operatione ad tot loca, quot visum fuerit. Quodsi hanc dividas per 4 habebis $\frac{1}{4}\sqrt{192}$, consequenter numerum, a quo summa terminorum signo negativo affectorum subtrahenda venit. Dividatur jam eadem radix per 9, 9^2 sive 81, 9^3 sive 729. &c. ut habeatur $\frac{1}{9}\sqrt{192}$, $\frac{1}{9^2}\sqrt{192}$, $\frac{1}{9^3}\sqrt{192}$, &c. aut, quod perinde est, quotus anterior semper per 9 pro obtinendo proxime sequente. Porro numerus $= \frac{1}{9}\sqrt{192}$ multiplicetur per 3 & factum dividatur per 15, ita prodibit numerus respondens $\frac{3}{15\cdot 9}\sqrt{192}$. Similiter numerus $= \frac{1}{9^2}\sqrt{192}$ multiplicetur per 5 & factum dividatur per 63, ut prodeat numerus $= \frac{5}{63\cdot 9^2}\sqrt{192}$, atque ita porro. Quodsi enim terminos hosce in unam summam collectos subtrahas a numero $= \frac{1}{4}\sqrt{192}$, relinquetur numerus peripheriae circuli respondens, posita diametro 1. Cum sit $\sqrt{192} = 13.\ 856406460551018348219$; erit $\frac{1}{4}\sqrt{192} = 3.\ 46410\ 161513775458705 5$ & porro, $\sqrt{192}$ per R designata & $\frac{1}{9}$R per A, $\frac{1}{9^2}$R per B. $\frac{1}{9^3}$R per C, $\frac{1}{9^4}$R per D & ita porro, sive $\frac{1}{9}R = A$, $\frac{1}{9}A = B$, $\frac{1}{9}B = C$, $\frac{1}{9}C = D$ & ita porro,

| | | |

| | | |

§. 245. Quamvis autem ex allato exemplo abunde perſpiciatur, quomodo ſeriebus infinitis ſit utendum; non inconſultum tamen exiſtimamus alterum adhuc addere exemplum. Si ſinus arcus ſit y, ſinus totus ſeu radius circuli 1; erit arcus $= y + \frac{1.1}{2.3} Ay^2 + \frac{3.3}{4.5} By^2 + \frac{5.5}{6.7} Cy^2 + \frac{7.7}{8.9} Dy^2 + \frac{9.9}{10.11} Ey^2$ &c. in infinitum. Sit y ſinus arcus 30°; erit is $= \frac{1}{2}$; adeoque ſeries degenerat in ſequentem $\frac{1}{2} + \frac{1.1}{2.3.4} \frac{3.3}{4.5.4} B + \frac{5.5}{6.7.4} C + \frac{7.7}{8.9.4} D + \frac{9.9}{10.11.4} E$ &c. in infinitum, conſequenter ſi diameter fuerit 1. eadem ſeries exprimit arcum 60°. Quodſi ergo terminum primum ducas in 6, & qui hinc prodit 3 in $\frac{1.1}{2.3.4}$ coëfficientem ſecundi ut habeas $\frac{1}{8}$, obtinebitur ſeries pro circulo $3 + \frac{1}{8} + \frac{3.3}{4.5.4} B + \frac{5.5}{6.7.4} C + \frac{7.7}{8.9.4} D + \frac{9.9}{10.11.4} E$ &c. Neque enim hic opus eſt, ut termini ſinguli multiplicentur per 6, quia ſequentem ſemper ingreditur proxime præcedens, adeoque primus, qui eſt ſextuplus primi in anteriore ſerie, terminos omnes ſequentes. Non igitur alia re opus eſt, quam ut $\frac{1}{8}$ reſolvas in fractionem decimalem 125000000000000000, ut habeas terminum ſecundum, hunc porro ducas in $\frac{3.3}{4.5.4}$ ſive $\frac{9}{80}$, hoc eſt, multiplices per 9 & dividas per 80, ut obtineas tertium 1406250000000000, tertium vero ducas in $\frac{5.5}{6.7.4}$, ſeu multiplices per 25, & dividas per 168, ut, prodeat quartus 209263392857 1428 & ita porro. Quodſi enim terminos omnes addas, aggregatum erit peripheria circuli cum numeris *Ludolphinis* conſentiens. Sane ſi quatuor ſaltem terminos addis poſita diametro 10000, prout hic factum eſſe vides,

3. 0000 = A
1250 = B
140 = C
20 = D

Summa 3 1410

habe-

habebimus pro peripheria 3141, cum nota ultima non sit accurata. Reperitur adeo ratio diametri ad peripheriam ut 1000 ad 3141 cum *Ludolphinis* numeris consentiens. Nisi adeo fractiones decimales ad multa loca extendere volueris, sed in paucis numeris acquiescas, quemadmodum fecere *Archimedes Ptolomæus*, alii; exiguo tantum calculo opus est. Similiter brevi calculo iidem numeri inveniri poterant ex serie præcedente. Cum enim sit $\frac{1}{4}\sqrt{1192} = 3.46410$ &

$$\begin{aligned} 1.\ 53960 &= \tfrac{1}{9}\,R = A \\ 17106 &= \tfrac{1}{9}\,A = B \\ 1900 &= \tfrac{1}{9}\,B = C \\ 211 &= \tfrac{1}{9}\,C = D \end{aligned}$$

reperietur ut ante (§. 244)

$$\begin{aligned} 30792 &= A.\ a \\ 1357 &= B.\ b \\ 93 &= C.\ c \\ 7 &= D.\ d \\ \hline 32249 &\text{ Summa} \\ 346410 &= \tfrac{1}{4}\sqrt{192} \end{aligned}$$

314161 Peripheria circuli, in qua quatuor numeri 3141 ut ante cum *Ludolphinis* consentiunt.

§. 246. Quod si resolutio serierum infinitarum hic data probe perpendatur, nullus dubito fore, ut in seriebus ad usum aptandis nihil posthac superfit difficultatis. Inprimis autem hinc perspicitur, quantum interfit, ut lex progressionis in infinitum sit manifesta, ne multo labore demum investigandi sint termini, quibus habemus opus, & ut termini sequentes inveniantur ex antecedentibus, sive id fiat per dependentiam eorundem a se invicem in formula generali, quemadmodum in exemplo altero (§. 245), sive id singulari quadam ratione contingat in casu particulari, quemadmodum in exemplo primo (§. 244.). Intelligimus etiam quanta in tractandis altioribus attentione opus sit ad maxime vulgaria, ne ea eidem sese subducant & per ambages incedamus, ubi brevior ducit ad scopum via. E. gr. notissimum est ex communi Algorithmo fractorum, si $\frac{1}{9}$ dividas per 9, quotum esse $\frac{1}{9^2}$; si $\frac{1}{9^2}$ porro dividas per 9, quotum esse $\frac{1}{9^3}$ & sic porro in infinitum. Enimvero si in exemplo primo huc animum minime adverras, & $\sqrt{192}$ sive 13.856406460551018348219 dividere velis per 9, per 9^2 sive

81, per 9^3 sive 279 & ita porro, operoso calculo invenies numeros A, B, C, D &c. qui continua divisione antecedentis per 9 multo facilius eruuntur. Immo si quis una divisione terminum quemcunque resolvere vellet, v. gr. secundum

$$\frac{3}{15.9}\sqrt{192} \text{ sive } \frac{3}{135}\sqrt{192},$$

multiplicando scilicet 13.85640 &c. per 3, & factum dividendo per 135, in ambages multo longiores incideret, adhuc longiores futuras, si terminus quilibet reduceretur ad pure irrationalem & ex eo extraheretur radix, veluti si fieret $\frac{3}{135}\sqrt{192} = \sqrt{\frac{1728}{18225}}$ atque inde extraheretur radix. Non existimandum est, talia inutiliter moneri: nisi enim ad ea animum reflectamus, ubi obvia sunt, attentioni nostræ sese subducent, ubi magis latent. Illustria dare poteramus exempla, nisi nostrum foret ab invidiosis abstinere, quæ nulla necessitas imperat. Ad vitandam itaque ἀβλεψίαν sedato opus est animo, ne appetitus influat in determinationem operationum intellectus, in qua nullæ ipsius sunt partes. Distinctæ notiones nullibi negligendæ sunt, ubi earum participes fieri possumus, præsertim si quis philosophari constituit, & ad vitæ perfectionem tanquam ad scopum tendit. Diximus insuper, quam difficile sit de prærogativa formulæ unius præ altera statuere, nisi utriusque resolutione observatis omnibus, quæ observari possunt, facta. Sane si formula posteriore utaris pro circulo, & terminos resolutos sibi invicem legitime subordines, & idem facias cum priori; videbitur posterior priori longe anteponenda. Enimvero si totam operationem in casu priori conferas cum tota in altero, præsertim ubi divisionem per novenarium transmutes in subtractionem (§. 116. *Arithm.*); longe aliter senties. Nolo addere plura, ne videar in levioribus commendandis nimius, præsertim iis, qui, cum in calculis consenescere decreverint, nec studii Matheseos utilitatem extra Matheſin quærant, illorum fructum prospicere nequeant.

§. 247. In capite de cubatione solidorum & complanatione superficierum tantummodo notandum est, quomodo elementa solidorum & superficierum eorundem inveniantur, & quomodo per calculum summatorium eruta soliditate vel superficie corporis rotundi investigentur per calcu-

calculum literalem theoremata praxi inservientia. Inprimis hic attentionem meretur, quomodo solidum unum transformetur in aliud ipsi æquale. Ea cum facilia sint, pauca tantummodo speciminis loco exhibuimus, cum unusquisque per se plura addere possit.

§. 248. Methodus tangentium inversa maximæ utilitatis est in sublimioribus, atque ideo maximam quoque meretur attentionem. Ejus saltem primas lineas duximus, ut nascatur methodi hujus idea in animis tyronum, ne hæsitent in problematis, quæ in Mechanica traduntur. Duo autem hic præ ceteris notanda sunt, primum quomodo constructio æquationum reducatur ad quadraturam curvarum simpliciorum & earundem rectificationem, ut appareat, quomodo solvantur problemata supposita quadratura curvæ vel rectificatione arcus; deinde quomodo ex æquatione differentiali ad Logarithmicam deducatur modus differentiandi quantitates, quas Logarithmi ingrediuntur (§. 243. *Anal. infin.*). Hujus enim usus insignis est in inveniendis Logarithmis tam numerorum vulgarium, quam sinuum atque tangentium, quemadmodum capite sexto docetur. Eodem quoque artificio nititur calculus exponentialis, quem integra sectione tertia exposuimus, & constructio curvarum exponentialium ope Logarithmicæ atque quantitatum, quas Logarithmi ingrediuntur, cujus exempla dedimus capite altero hujus sectionis. Hinc vero elucet insignis lineæ Logarithmicæ utilitas, quam nemo prævidere poterat, iis probe notanda, qui ad tertium cognitionis gradum adspirant. Rationem jam dedimus in superioribus (§. 176.).

§. 249. Artificia, quibus utimur in investigando modo differentiandi differentialia (§. 297. *Anal. infin.*), eadem sunt, quæ ante adhibuimus ad investigandas regulas differentiandi quantitates finitas, & quæ jam nobis innotuere in calculo literali, ubi algorithmum fractorum ex algorithmo integrorum & algorithmum irrationalium ex algorithmo rationalium deduximus, ut adeo hinc appareat, quomodo quæ vulgaria videntur, haud raro prosint ad altiora, & quam utile sit ad artificia, quibus utimur in facilioribus, animum attendere, ne impervia nobis videantur magis ardua. Cum Methodus determinandi puncta flexus contrarii curvarum non minus utilis sit ad ductum curvarum repræsentandum, quarum præter æquationem nihil novimus, quam methodus

dus de maximis & minimis, & methodus determinandi puncta, in quibus curva rectam positione datam secat, quam in superioribus illustravimus, illa vero a calculo differentio-differentiali pendeat, eandem quoque exemplis nonnullis illustrare lubuit. Etsi enim curva integra nondum construi possit, ope tamen punctorum, quæ per eas methodos determinantur, ductum ejus imaginari licet. Exempla occurrent in Mechanica.

§. 250. In doctrina de evolutione curvarum, quam capite tertio proponimus, notatu maxime dignum est, quod cyclois sua evolutione seipsam describat (§. 350. *Anal. infin.*), cum hoc faciat ad perfectionem motus penduli, quo horologia automata ad maximam perfectionem perducuntur, quemadmodum in Mechanicis demonstratur. Sane ea ipsa permovit *Hugenium*, ut de evolutione curvarum cogitaret, sicuti ex egregio Mathematici summi Tractatu de horologio oscillatorio intelligitur. Notandum præterea, quod inserviat rectificationi curvarum & ipsam curvedinem curvæ discernat, ut arcus circuli osculatoris pro arcu curvæ alterius in praxi substitui possit (§. 331. *Anal. infin.*). Applicatio calculi differentialis in hoc argumento nihil habet, quod non sit ex anterioribus manifestum. Hoc tamen adhuc attentionem meretur, quod determinatio radii osculi seu evolutæ interdum faciat ad theoremata selecta eruenda, quemadmodum exemplo Logarithmicæ docemus (§. 332. *Anal. infin.*).

§. 251. Arithmetica infinitorum, invento calculo differentiali & summatorio, non amplius eum habet usum, quem habere poterat, si is nondum fuisset inventus. Eam tamen prætermittendam esse non duximus, ne quod sit inventum celebre inter recentiores Mathematicos nomen adeptum, quod a nobis non illustretur. Etsi autem pauca tantummodo de ea tradidisse videamur, plura tamen dedimus, quam in prolixo opere *Ismaëlis Bullialdi* continentur. Eam illustrare voluerat *Ioannes Christophorus Sturmius* in Mathesi enucleata; sed cum esset artificiorum recentiorum, ignarus, quod sibi proposuerat non perfecit. Quæ de termino ultimo seriei continuatæ evanescente notanda sunt, satis perspicue exposuimus (§. 345. *Anal. infin.*), ut plura eam in rem annotari minime sit opus. Ratio, cur usum Arithmeticæ infinitorum extendi quasi in infinitum licuerit

ultra

ultra terminos, intra quos a *Bullialdo* coërcetur, in ſummatione potentiarum & numerorum pyramidalium conſiſtit, quam in Analyſi finitorum univerſali quadam ratione abſolvimus (§. 200. & ſeqq. & §. 216.). In Arithmetica enim infinitorum ſemiordinatæ curvarum ſpectantur tanquam in certa numerorum ſerie progredientium, veluti potentiarum dati cujusdam gradus in curvis parabolici generis (§. 349. 350. *Anal. infin.*). Unde analyſi ad analyſin veterum propius accedente quadraturæ curvarum quadrabilium deducuntur in Arithmetica infinitorum. Atque hoc artificium heuriſticum notari meretur.

CAPVT V.

DE

STVDIO MECHANICÆ.

§. 252.

Mechanica a veteribus inventa fuit in uſum machinarum: veteres enim laudabili exemplo in theoria ſemper reſpiciebant ad uſum in praxin, quippe cum in omni theoriæ genere intendenda ſit praxis, quemadmodum in Philoſophia ſedulo inculcamus. Primas ejus lineas duxit *Archimedes* in libris de æquiponderantibus, nec ultra eos terminos progreſſi ſunt Mathematici usque ad *Galilæum*. Quoniam machinæ omnes ex paucis quibusdam machinis ſimplicibus componuntur, quas potentias mechanicas appellare ſolent, nos machinas ſimplices diximus; in Mechanica non conſiderarunt niſi machinas ſimplices, vectem, axem in peritrochio, trochleam, cochleam, planum inclinatum & cuneum, quarum theoriam ampliſſimam, ſed nimis diffuſam dedit *Varignonius* in opere poſthumo. Conſiderarunt autem machinas hasce ſimplices in ſtatu æquilibrii, in quo nonniſi adeſt conatus ad motum, quam vim mortuam vocat *Leibnitius*, propterea quod ſublato æquilibrio, dum potentia motrix augetur, naſcitur motus diverſæ celeritatis pro diverſo illius incremento ſeu exceſſu potentiæ motricis ſupra pondus movendum. Inde eſt quod in agitandis machinis non modo potentiæ motrices conferantur cum

pondere movendo, verum etiam ipsæmet ad pondus ipsis æquale & resistentiæ in motu machinarum superandæ ad pondus æquivalens reducuntur, quatenus potentiæ cuilibet motrici quoad effectum substitui potest aliquod pondus vi gravitatis, qua ad descensum urgetur, in machinam agens seu eandem animans, & resistentiis superandis substituere licet pondus eandem potentiam motricem requirens, si elevari debet. Atque hæc probe notanda sunt tyronibus, ut & mentem veterum plenius assequantur, & in applicatione theoriæ machinarum simplicium ad praxin, hoc est, ad machinas compositas explicandas nihil sentiant difficultatis. Patet hinc, quod *Leibnitius* asseruit, veteres nonnisi vis mortuæ notionem habuisse. *Galilæus* in Dialogis de motu ulterius primum progressus & modum gravium descententium & projectorum explicare cœpit non infeliciter: eum vero in finem præmisit theoriam motus æquabilis. Attingit etiam nonnulla de motu pendulorum, sed quasi obiter. Accuratius vero & data opera in eundem inquisivit *Hugenius* in Tractatu de Horologio oscillatorio, & theoriam inprimis centri oscillationis superaddidit. Occasione motus pendulorum idem incidit in vim centrifugam, quam in circulo ad examen revocavit adjectis in fine Tractatus de horologio oscillatorio theorematis de vi centrifuga, quorum demonstrationes demum publici juris factæ sunt in posthumis. Inde *Newtonus* vires centrales tam centripetas, quam centrifugas considerare cœpit etiam in curvis aliis præsertim centripetis & ad explicandum motum Planetarum theoriam transtulit in Principiis Philosophiæ naturalis mathematicis. *Cartesius* in Principiis philosophiæ leges motus ex percussione explicare aggrediebatur, sed non satis feliciter, cum ad veritatem liquidam pertingere non potuerit. Postea vero *Wallisio*, *Christophoro Wren* & *Hugenio* negotium felicius cessit, quorum ille leges motus corporum non elasticorum, hi vero corporum elasticorum bene explicarunt. Quoniam autem motus corporum diminuuntur propter resistentiam medii, in quo moventur, in eandem quoque inquirere cœpit *Wallisius*, deinde vero hoc argumentum ulterius prosecutus est *Newtonus* in Principiis modo laudatis. Denique cum calculus differentialis esset inventus & a Geometris præclaris, quos inter eminent *Bernoullii* fratres, ad solutionem problematum physico-mechanicorum transferretur;

ferretur; descensus & ascensus corporum in lineis curvis expendi cœpit. Atque sic tandem latissimus evasit Mechanicæ campus, qui arctis nimium limitibus a veteribus includebatur. Nos igitur Elementa Mechanicæ daturi, quæ satisfacerent, non minus inventorum antiquorum, quam recentiorum rationem habuimus. Hæc probe notanda sunt, ut idea quædam Mechanicæ animo concipiatur, definitio rectius intelligatur, nec quisquam miretur, ubi viderit, in Elementis nostris Mechanicæ longe alia pertractari, quam quæ vulgo in libellis hujus nominis reperiuntur.

§. 253. Qui solam praxin mechanicam curæ cordique habent, ii prætermissis ceteris omnibus ad caput decimum quintum statim digrediantur: in eo enim & sequentibus continentur, quæ ad machinarum intellectum faciunt. Quoniam nobis theoriam cum praxi semper conjungere proposuimus, potentiarum quoque motricium ad machinas applicationem & machinarum usitatiorum constructionem explicare voluimus: quæ duo vulgo in libellis mechanicis negliguntur. A potentiarum motricium ad machinas applicatione pendet structura externa machinarum, quæ absque illa intelligi nequit, quemadmodum structura interna non intelligitur absque notitia machinarum simplicium. Libellatio vulgo in Geometria practica docetur: sed cum nos Geometriam practicam a theoretica non separaverimus, libellationis vero indispensabilis usus sit in construendis molendinis, quæ aquarum vi agitantur, eandem quoque hic explicare visum fuit, ubi de applicatione potentiarum ad machinas agitur. Quoniam tamen ad machinas applicantur, quæ de æquilibrio solidorum c. 3, quod de centro gravitatis agit, demonstrantur in prima ejus parte, & quæ c. 4. de quiete & lapsu corporum gravium docentur, expensis definitionibus machinarum simplicium addendæ sunt definitiones ac propositiones horum capitum eo modo, qui ad primum cognitionis gradum acquirendum sufficit. Ubi vero animo satis comprehenderis, quæ ad machinas tam simplices, quam compositas spectant, non inutile fuerit, si ceterorum quoque theorematum notitiam quandam tibi compares ex anterioribus prætermissis tantummodo problematis, quæ analytice solvuntur per calculum, ne ignores principia, quæ in praxi accuratiori usui sunt.

§. 254. Qui praxin mechanicam demonstratam expetit, ad secundum cognitionis gradum adspirans; eum addere debere demonstrationes per se patet. Non tamen ideo necesse est, ut omnis theoriæ campum emetiatur; sed sufficiunt ea, quæ ad intellectum machinarum faciunt. Quænam vero ea sint, facta demonstrationum cap. 15. contentarum analysis eo quidem modo, quam in Logica §. 922. satis distincte explicavimus, & exemplis illustravimus, docet. Quodsi quis praxin ante hauserit, quam ad theoriam accedat, quemadmodum modo (§. 253.) inculcavimus; ei haud difficile fuerit ea, quæ sibi usui sunt, discernere a ceteris, quæ insuper habere potest. Nec nocet, si vel maxime quædam addiscat, quorum in machinis usum nullum perspicit: neque enim solum fieri potest, ut in posterum usus quidam sese offerat, qui prævideri haud quaquam poterat; verum etiam omnis theoriæ tractatio certissimam spondet in firmandis ratiociniis mechanicis utilitatem & menti acumen quoddam conciliat, ut perspicacius videamus aliis in iis, quæ ad machinas spectant. Acumen vero mechanicum & prompta de machinis ratiocinatio non nullius censeri debet momenti.

§. 255. Qui denique ad tertium cognitionis gradum aditum sibi parare gestit, is nihil eorum prætermittere debet, quæ in Elementis nostris Mechanicæ continentur, sed omnia potius accurata industria persequi tenetur, quemadmodum in superioribus in genere præcepimus. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirat, intendit habitum ex iis, quæ cognovit, inveniendi alia sibi adhuc incognita. Opus igitur habet principiis, quibus in ratiocinando utatur; opus habet artificiis heuristicis, quæ data occasione imitetur. Quæ a nobis demonstrantur vel analytice eruuntur, sunt principia, per quæ aditus patet ad ulteriora. Resolutiones analyticæ problematum, quas damus, continent artificia heuristica a lectore attento annotanda vi perspicaciæ, quam inculcavimus, cum de studio Algebræ ageremus. Atque ea ratio est, cur problemata physico-mechanica in casu particulari solverimus, in quo soluta a primis inventoribus, etsi subinde quoque docuerimus, quomodo problemata particularia ad universalitatem reducantur. Plus enim artis plerumque deprehenditur in solutionibus particularibus, quam in universalibus, multoque difficilius fuit primis inventoribus dare solutiones

lutiones particulares, quam deinceps aliis, qui iisdem omnem universalitatem conciliare voluerunt. Quamobrem qui non ad pompam scripsimus, levitate quadam animi in ambitionem adducti, quae cum condonanda sit homini in lineis & calculis aetatem omnem consumenti ob egregia in scientiam merita, in Philosopho tamen ferenda non est, qui non minus appetitum, quam intellectum seu facultatem cognoscitivam perficere tenetur; sed utilitatem discentis unice respicimus, ad quam tanquam ad metam contendimus, eundem quoque a via regia deducere non debuimus, quam calcarunt, qui ad inaccessa aditum pararunt, ut appareat, quomodo quae impervia videntur, humano ingenio pervia reddantur. Id imprimis cognitu utilissimum, si non necessarium dicendum iis, qui artem inveniendi extra Matheſin exercere sibi propositum habent. Postquam enim abunde convicti sumus, quam necessarium sit studio Matheseos etiam sublimioris perficere intellectum, ut extra ejus pomoeria inoffenso pede progrediaris; hanc quoque utilitatem vulgo non satis animadversam, etsi a multis commendatam, in conscribendis Elementis nostris intendimus, operamque dedimus, ne vana spe lactaremus lectoris animum.

§. 256. Enimvero non opus est, ut ad particularia descendamus: neque enim alia re opus est, quam ut ea, quae superius de studio Matheseos in genere & de studio praesertim Algebrae in specie praecepimus, ad lectionem Mechanicae transferantur. Quamvis enim hinc inde nonnulla scitu non inutilia annotari poterant; tantam tamen prolixitatem non fert praesens institutum, & qui per superiora ad ea, quae sunt methodi, sufficientem attentionem cum acumine ubivis afferre didicit, perspicillis propriis usus animadvertet, quae eam subterfugere non debent, nec manuductione alterius indiget, qui firmo pede incedere valet. De duobus tamen artificiis, quibus utimur in Mechanicis, prorsus silere nefas est, propterea quod in Matheſi pura iisdem locus non est, in Philosophia tamen naturali & in ipsa quoque morali maximam id utilitatem habet. Ut facilius intelligantur, quae dicenda sunt; sumamus casum particularem. Gravia moventur in rerum natura per medium resistens, veluti per aërem aut aquam. Enimvero in Mechanicis considera-

mus primo motum gravium in medio non resistente, qualis nempe foret, si nihil adesset, quod motum ejus quomodocunque impediret, seu quatenus a sola gravitate tanquam causa dependet. Ubi enim constat, qualis sit per se, nec difficile est postea quoque definire, quid per resistentiam medii detrahatur, ut intelligatur, qualis sit in medio resistente. Similiter in æquilibrio solidorum pondera primum consideramus tanquam lineis gravitatis expertibus applicata, ut quale in se sit pateat. Deinde vero idem applicamus ad pondera ex gravibus suspensa, veluti longurione aut hasta quadam ferrea. Eodem prorsus modo in Philosophia morali appetitus sensitivus consideratur in se, independenter a rationali, deinde vero etiam quatenus ab eodem dependet & vice versa. Similiter appetitus spectatur ut dependens a solo sensu, deinde vero ut simul dependens ab imaginatione. Qui concursum plurium facultatum ad eandem actionem non distincte expendunt, ut sigillatim inquirant, quid ab unaquaque proficiscatur, nunquam ad veritatem liquidam pertingunt, sed summa imis miscent, aut cœcucientes hæsitant, quid statuere debeant, & veritatem vel nullam agnoscunt, vel eam rationi humanæ imperviam temere pronunciant. Deinde probe quoque notandum venit artificium, quo problemata physico-mechanica reducuntur ad Geometriam puram, ut per eandem solutio in potestatem redigatur: id quod inprimis locum habet in transitu Geometriæ ad Physicam, ut tractare naturam mathematice liceat. Utile est hoc artificium in omni cognitione mathematica, qualis etiam locum habet in Psychologia & in variis Philosophiæ practicæ capitibus, etsi hactenus de ea non cogitarint Mathematici, quippe principiorum philosophicorum ignari, nec Philosophi, qui subtilitates mathematicas a se alienas existimarunt. Erit autem tempus, quo, Philosophia nostro more magis exculta, cognitionem mathematicam ultra eos, intra quos hactenus coarctatur, terminos etiam ad talia provehent, in quibus quod locum habeat, hactenus vix sibi persuadere patiuntur. Quæ hic speciminis loco in medium afferuntur, excitare debent attentionem lectoris ad ea artificia, quibus methodus amplificatur & quæ pauci in Matheſi imitantur in casu simili, extra eandem vero ut adhibeat nemo cogitat.

§. 257.

§. 257. In resolutione problematum Physico-mechanicorum id quoque considerandum est, utrum solvatur in hypothesi naturæ, an vero in aliena. Illud obtinet, si quod sumitur in rerum natura revera ita sese habet; hoc autem, si minus. Exempli loco esto acceleratio gravium. Motum gravium continuo accelerari experientia constat, nec minus liquet, naturæ conveniens esse, ut certa lege acceleretur. Quodsi in solutionibus problematum de motu gravium lex accelerationis sumatur, qualis obtinet in rerum natura; eadem in hypothesi naturæ solvuntur. Si vero alia sumatur, quam quæ in rerum natura obtinet; eadem solvi dicemus in hypothesi aliena. Geometræ perinde est, in quacunque hypothesi problema solvat, modo hypothesis non sit impossibilis, libera nimirum a contradictione. Enimvero in Physica non sunt usui nisi solutiones, quæ hypothesi naturæ nituntur. Hinc qui nonnisi Geometram agit, problema solvit in omni hypothesi possibili, Physico relinquens ut hypothesin naturæ definiat, & ad eandem solutionem generalem applicet, vel ex pluribus particularibus eam seligat, quæ instituto suo convenit. Quodsi dicas, solutiones in hypothesi aliena nullius esse utilitatis; lubens concedo, si non de alia utilitate sermo fuerit, quam quæ in Physica locum habet; nego autem, si de utilitate simpliciter sermo fuerit. Neque enim destituitur suo in Mathesi pura usu, qualis est incrementum artis analyticæ magni omnino faciendum. Non igitur contemnenda sunt magna Geometrarum molimina, quæ per se ad cognitionem naturæ mathematicam nil conferunt. Sufficit enim detegi methodos, per quas ea in potestate nostra constituitur, quam primum hypotheses naturæ innotuerunt. Quid quod solutiones problematum in alienis hypothesibus factæ conducant ad illas investigandas, quatenus ad experimenta ducunt, de quibus alias non cogitare daretur. Quoniam principia Philosophiæ naturalis mathematica cognitioni Naturæ mathematicæ inservire debent; rigorose loquendo talia non sunt, nisi quæ hypothesibus naturæ nituntur. Et si certam desideres cognitionem, hypotheses naturæ evinci debent, ne de earum veritate ullum superstit dubium. Quoniam tamen indirecte ad cognitionem naturæ mathematicam prosunt, quæ ex alienis quoque hypothesibus ducuntur, quemadmodum modo annotavimus, & in Physicam quoque admittuntur hypotheses

ſes philoſophicæ, etſi nondum certæ, probabilitate tamen non deſtitutæ, quatenus ad veritatem liquidam inveniendam viam ſternunt (§. 127. *Diſc. prælim.*), ſi ita, quod non ingredi debeant tanquam principia demonſtrationem propoſitionum, quæ in Phyſicam tanquam dogmata admittuntur (§. 128. *Diſc. prælim.*); imprudens reprehenderit, quod principia Philoſophiæ naturalis mathematica dicantur, quæ ex hypotheſibus alienis & ex aliis, quas Naturæ hypotheſes eſſe nondum certo conſtat, deducuntur. Ecquis propterea invideret titulum Principiorum Philoſophiæ naturalis mathematicorum celebratiſſimo operi viri ſummi *Iſaaci Newtoni*, quo magno ſuo merito tantam nominis celebritatem conſecutus? Cauti tamen ac circumſpecti eſſe debemus, ne quæ ob uſum, quem indirecte habent, principia Philoſophiæ naturalis mathematica tolerando ſenſu dicuntur, pro principiis proprie ac rigoroſe dictis habeantur: hoc enim cederet in detrimentum ſcientiæ philoſophicæ. Nemo igitur Philoſophus probaverit, ſi qui hypotheſes *Newtonianas*, eas præſertim, quibus nonniſi in Matheſi locus conceditur, pro principiis Philoſophiæ naturalis ſumunt & neſcio quam Philoſophiam *Newtonianam* exſculpunt, non modo Phyſicam cum Philoſophia, hoc eſt, cum genere ſpeciem, verum etiam cognitionem mathematicam cum philoſophica confundentes. Etſi in virorum magnorum meritis extollendis liberales ſimus; non tamen eorum laudes in præjudicium veritatis producimus: id quod ne quidem in adulatore ferendum. Valet hic quam maxime tritiſſimum illud: Amicus Socrates, amicus Plato, amicus Ariſtoteles, ſed magis amica veritas. Ceterum notandum eſt, inter hypotheſes alienas & hypotheſes naturæ dari genus quoddam earum intermedium, quæ non invita experientia ob commoditatem praxeos in locum hypotheſium naturæ aſſumi poſſunt, immo debent, ne præter neceſſitatem difficultatibus praxin immergas, quam ſimplicem ac expeditam eſſe oportet, & quas adeo convenienter admodum *Vicarias* dixeris. Exemplum habemus in motu gravium. Cum gravia vi gravitatis ferantur ad centrum terræ, in motu projectorum directiones ſunt convergentes, utpote in centro Terræ concurrentes. Hypotheſis adeo directionum convergentium naturæ hypotheſis eſt. Hoc tamen non obſtante recte cum *Galilæo* in ejus locum ſurrogatur hypotheſis directio-

rectionum parallelarum, propterea quod in iis distantiis, in quibus experimenta sumere licet, lineæ convergentes pro parallelis citra errorem assignabilem in praxi inde metuendum haberi possunt. Referendæ sunt hypotheses istæ vicariæ ad ea, quæ sunt toleranter vera & quorum plurima in Matheſi occurrunt exempla, ex ea in Philosophiam minime inferenda.

§. 258. Quoniam in rerum natura nulla nisi motu contingit mutatio, Mechanica vero motus scientia est, ad quam etiam recte refertur status æquilibrii, quo sublato oritur motus; dubium superesse potest nullum, quod Mechanicæ principia in explicandis naturæ phænomenis usum habeant. Quamobrem qui in usum Physicæ Mechanicam addiscit, definitiones ac theoremata de motu & æquilibrio solidorum cognita atque perspecta sibi reddere debet. Quodsi demonstrationes difficiliores videantur, quam ut eas capere possit, vel si tantum temporis impendere nolit, quantum iis percipiendis sufficit; satis erit, si historicam saltem cognitionem sibi acquisiverit in eo cognitionis gradu acquiescens, quem supra primum diximus. Quando enim principia mechanica in Physica applicantur, non attenta demonstratione sumuntur tanquam vera, adeoque quoad applicationem perinde est, sive demonstrationem animo comprehenderis, sive eam non attigeris. Absit autem, ut quis sibi persuadeat, nos Philosophum a demonstrationibus mathematicis arcere velle, quas non modo necessarias agnoscimus, ne sine convictione tanquam verum sumas, quod ad reddendam rationem phænomenorum naturæ applicas, consequenter ut certa tibi sit rerum naturalium cognitio; verum etiam quia habitus demonstrandi omni modo perficiendus ad recte philosophandum in Physica conducit, immo nec in eadem demonstrationibus geometricis semper supersedere licet, etsi cognitionem mathematicam a philosophica separaveris. Ceterum non inutile est præcipua theoremata mechanica in eorum gratiam, qui demonstrationes capere vel non possunt, vel nolunt, experimentis comprobari, ut veritatem a posteriori agnoscant, quam a priori agnoscere minime valent: id quod in Physica tanto magis satisfacit, quanto plura in eadem assumenda sunt nonnisi experientiæ fide. Prosunt autem experimenta mechanica etiam Mathematicis, ut constet de rationis cum experientia consensu, tantoque magis

exploratum sit, quod ratiocinando veritatem fuerint assecuti. Eadem commendanda sunt iis, qui solam praxin Mechanicæ curant, ne in reddendis rationibus sumere teneantur, sola autoritate aliena confisi, quæ nullo modo vera perspiciunt.

§. 259. Qui ad Matheſin sublimiorem adspirant, iis imprimis commendanda sunt, quæ in capite primo usque ad decimum quartum inclusive leguntur. Etenim iis familiaria esse debent theoremata de motu, quemadmodum theoremata de ratione quantitatum & theoremata Geometriæ elementaris familiaria experiri debet, qui in Matheſi inoffenso pede progredi voluerit. Dedimus præterea problematum physico-mechanicorum solutiones, quæ Analyseos applicationem insinuant, qualis in Matheſi sublimiori requiritur, ut adeo artem doceamus per exempla, quemadmodum in Algebra fecimus. Quemadmodum adeo, cum de studio Algebræ ageremus, docuimus, quomodo enotanda sint artificia in futurum usum, & hinc inde memoriæ infigenda theoremata, quæ analytice eruuntur; ita utrumque etiam quoad problemata in Mechanica soluta notandum. Prolixum nimis foret, si eadem industria, qua in explicando Algebræ studio usi sumus, hic quoque singula perlustrare vellemus. Quamobrem hoc propriæ lectoris ad superiora satis attenti meditationi relinquimus.

§. 260. Denique demonstrationes syntheticas analyticis miscuimus, cum ad utrumque genus præparare voluerimus lectorem nostrum. In demonstrationibus autem syntheticis accuratam servavimus formam, quam vi regularum logicarum habere debent: id quod facile experietur, qui easdem eodem modo resolvere voluerit, quo supra geometricas resolvere docuimus. Proposuimus quoque demonstrationes completas, ne quid divinandum lectori relinquatur, quemadmodum faciunt qui peritis scribunt, ac ideo citamus, quæcunque ex Arithmetica & Geometria elementari sumuntur, ne a studio Mechanicæ arceantur, qui Matheſin puram nondum adeo familiarem experiuntur, ut per se assequantur, quæ ex anterioribus supponuntur. Ac idem observamus in problematum analytica resolutione, ne quid desit, quod ad facilitandum eorum intellectum conducere possit. Neque enim hoc pacto solum consequimur, ut lector nostrorum Elementorum absque multo laboris ac temporis dispendio addiscat, quæ discenda sunt; verum

verum etiam ut meditationibus consummatis adsuescat, quibus in Philosophia & superioribus, quæ dicuntur, Facultatibus opus habet.

CAPVT VI.

DE STVDIO HYDROSTATICAE, AEROMETRIAE ET HYDRAVLICAE.

§. 261.

Hydrostatica tota cognitu utilis iis, qui praxi Mechanicæ studeant. Sufficit autem iisdem primus cognitionis gradus. Enimvero ne sensus theorematum videatur obscurus, singula exemplis numericis illustranda. E. gr. Theorema 14. §. 55. hujus tenoris est: *Corpus specifice gravius in fluido leviori eam ponderis sui partem amittit, quantum est pondus fluidi sub eodem volumine.* Ponatur itaque corpus specifice gravius, quod aquæ immergitur, esse cubum, cujus latus unius pedis. Cum juxta *Morlandum* (§. 65.) pes cubicus aquæ sit 70 librarum cum 2 unciis; quodlibet corpus aqua specifice gravius amittit pondus 70 librarum & 2 unciarum. Quodsi ergo totum pondus fuerit 100 librarum; intra aquam suspensum non erit nisi 29 librarum 14 unciarum. Siquidem veritatem principiorum hydrostaticorum a posteriori cognoscere volueris; facillime singula experimentis comprobari possunt, qualia descripsi Tomo primo Experimentorum idiomate patrio evulgatorum. Theoremata, quæ capite primo de corporum gravitate & levitate specifica leguntur, solis exemplis numericis illustrari sufficit. E. gr. Theorema 1. §. 17. tale est: *si duo corpora eandem densitatem habuerint, massæ sunt ut volumina.* Sumamus adeo duos dari globos plumbeos, quorum unus 5, alter 9 librarum. Quoniam massæ seu quantitates materiæ æstimantur pondere, quemadmodum in vulgus notum est; erunt etiam volumina seu magnitudines horum globorum ut 5 ad 9, nempe si magnitudo minoris divisa concipiatur in partes quinque æquales, istiusmodi partium 9 erit magnitudo majoris. Quodsi ergo magnitudo unius constiterit

ſtiterit in menſura abſoluta, veluti ſi detur in digitis cubicis Rhenanis, per regulam trium invenietur in eadem menſura alteræ. Iſtiusmodi exempla ſimul oſtendunt theorematum uſum, quem facere poſſunt, qui praxi operam dant. Erunt autem tanto utiliora & tanto certiorem ſpondent uſum in praxi, ſi fuerint vera, numeris per experimenta definitis.

§. 262. Multum quoque uſum habet Hydroſtatica in Philoſophia naturali, cum multorum phænomenorum inde reddatur ratio. Quamobrem ſi quis Mathematum imperitus ad Phyſicam accedit, principiorum tamen hydroſtaticorum ignarus eſſe non debet. Conſultum igitur eſt, ut primum ſaltem cognitionis gradum acquirat eadem obſervans, quæ modo præcepimus (§. 258.). Inprimis autem qui Phyſicæ operam navare decrevit, principia hydroſtatica experimentorum fide tanquam vera amplecti ſibique familiaria reddere debet. Experimenta huc facientia dabimus ſuo loco, quando ordo in Philoſophia nos ad experimenta phyſica deſcribenda & principia, quæ in ſcientia naturali uſui ſunt, inde ſtabilienda deducet. Quinam vero ſit horum principiorum in Philoſophia naturali uſus, ſuo patebit loco, ubi eandem eadem methodo trademus, qua hactenus in Metaphyſica uſi ſumus, & nunc in Philoſophia practica utimur. Quodſi quis in omni Matheſi fuerit prorſus peregrinus ac hoſpes, hiſtoricam tamen propoſitionum hydroſtaticarum cognitionem acquirere valet obſervans ea, quæ de primo cognitionis gradu ſupra capite, docuimus, & breviter præcedente paragrapho annotavimus, modo ſibi terminos quosdam perſpectos reddat: id quod facile fieri poterit, ſi indicis auxilio evolvat definitiones, quibus explicantur, veluti quid ſibi velit ratio compoſita, quid directa, quid reciproca, qui termini in Arithmetica explicantur. Sane etiam Mathematum imperitus terminis tamen mathematicis uti debet, quoties aliis verbis mentem ſuam commode exprimere non licet, ſeu quoties loquendum de iis, quæ ad objectum Mathematicorum ſpectant, quemadmodum Phyſicus terminis Medicorum utitur, ſi de rebus ad Medicinam pertinentibus ipſi dicendum. Qui enim de re quadam loqui vult, noſſe quoque debet nomen ejus

§. 263. Equidem demonſtrationes hydroſtaticæ nihil prorſus habent difficultatis, præſertim ſi quis in anterioribus, multo difficilioribus, jam

fuerit

fuerit versatus; negandum tamen non est, quod, cum subsidio figurarum destituamur, quae imaginationem juvant, termini generales, quibus hic utimur, eas reddant captu difficiliores, quemadmodum ipsas propositiones intellectu. Consultum igitur est, ut demonstratio applicetur ad casum particularem, quemadmodum fecimus in theoremate 14. §. 55, ubi pro corpore specifice graviori sumsimus cubum pollicarem plumbeum, pro fluido leviori aquam, adeoque pro volumine cubum pollicarum seu digitum cubicum. Hoc pacto enim idea imaginationi suggeritur, qualem in Geometria sistit figura. Immo si ita visum fuerit, schema quoque delineari potest, quod cubum intra aquam in vase vitreo suspensum repraesentat. Neque vero verendum est, demonstrationibus hoc pacto detrahi suam universalitatem & probato casu particulari argumentando a particulari ad universale colligi veritatem theorematis universaliter enunciati. Etsi enim idea, ad quam dirigitur demonstratio, repraesentet casum maxime particularem; cum tamen in demonstrando non sumamus nisi universalia, quae insunt, ut eodem successu particulare quodcunque aliud in illius locum surrogari possit, quod ex universalibus concluditur utique universale est. Sane in Geometria quoque figura; ad quam refertur demonstratio, singulare quid est, cujus idea particulare refert, v. gr. triangulum, cujus anguli sunt datae magnitudinis & latera in data quadam ratione. Enimvero cum non ex particulari, sed universali, quod ideae ineft, procedat demonstratio; universalitati non officit, quod, dum intellectus concipit universale, in imaginatione haeret idea quaedam singularis, quae casum quendam particularem repraesentat quoad ea, quae ipsius vi facile distinguuntur, nudo reflexionis actu accedente. Quamdiu in ratiocinando nonnisi vocabulis utimur, universalia ab imaginibus separare non licet, quippe quae non intelliguntur, nisi quatenus universalia in singularibus seu imaginibus intuemur. Haec satis aperta sunt iis, qui in Psychologia nostra fuerunt versati. Ceterum eodem artificio utendum est in Physica, siquidem demonstrationes facilitare volueris, quales hactenus dare neglexerunt Physici. Etsi enim hoc intenderit *Honoratus Fabry*, qui in praefatione methodum sibi optime perspectam, immo tritam affirmat; si tamen in iis, quae mathematica non sunt, praetensas

demonstrationes examines, quantum dissideant a genuina earum forma, superiorum gnarus facile deprehendet. Eidem quoque artificio locus est in ipsa philosophia practica, si casum theorematis vel problematis exemplo quodam sive vero, sive ficto explices, quod imaginem quandam imaginationi præsentem sistit, & ad idem demonstrationem referas, quemadmodum in Geometria ad figuras, quatenus nempe in imagine, quæ exemplum repræsentat, attentionem non dirigis nisi ad universalia, quæ hypothesis theorematis vel resolutio problematis continet. Immo in ipsis Methaphysicis idem imitari licet, quidni debemus? quamdiu desideratur Characteristica generalis, vi cujus notiones abstractæ qualitatum ab imaginibus separantur, & calculus qualitatum a calculo magnitudinum utique diversus, quem literalem vulgo vocamus, ut characterum combinationes in locum ratiociniorum succedant. In hisce enim continetur Algebra philosophica, cujus aliam prorsus ideam sibi finxit *Robertus Hooke* in Posthumis, & quam speciosam generalem appellavit *Leibnitius*. Sed de hac dixi, quæ sufficiunt, ut intelligantur termini, in Psychologia empirica.

§. 264. Elementa Aërometriæ eo fine conscripsimus, ut specimine quodam non admodum difficili doceremus, quomodo Matheseos ad experimenta applicetur, & ideam quandam cognitionis mathematicæ in scientia naturali animo legentium insinuaremus, simulque usum Algebræ in Physica exemplis non nimis difficilibus demonstraremus. Cum postea Elementa Matheseos universæ ederemus, Aërometriam in numerum disciplinarum mathematicarum referre nulli dubitavimus, præsertim quia principiis ejus opus habemus in Hydraulica, quæ dudum inter disciplinas mathematicas locum obtinuit. Eodem nimirum jure, quo Hydrostatica & Mechanica, immo etiam Optica pro partibus Matheseos habentur, Aërometriæ quoque pars ejusdem habetur. Quamobrem facile patet, hanc Matheseos partem inprimis commendandam esse iis, qui scientiæ naturali operam navare decreverunt, maxime ubi in cognitione philosophica subsistere non voluerint, sed ad mathematicam ascendendi animum habuerint. Supponit autem Hydrostaticam; cujus principia ad aërem tanquam fluidum grave applicantur. Quamobrem illi studere ante debes, quam ad Aërometriam accedas.

Suppo-

Supponuntur etiam pauca ex Mechanica, quemadmodum ex citationibus videre est. Etsi autem Aërometria potissimum ad cognitionem Naturæ mathematicam manuducit tyrones; in genere tamen docet, quomodo Physica methodo demonstrativa tractari debeat, quatenus in ea etiam continentur, quæ absque principiis mathematicis demonstrantur. Discimus præterea ex ea, quamvis in reliqua Philosophia cognitio philosophica a mathematica separari possit; in Physica tamen, nisi certitudini deesse velis, fieri non posse, quin subinde nonnulla ex principiis mathematicis demonstrentur.

§. 265. Quibus sola praxis satisfacit, illis inservient problemata de antliæ pneumaticæ, barometrorum, thermometrorum & hygroscopiorum constructionibus, una cum scholiis, quibus horum instrumentorum usus dilucidatur. Non tamen negligenda sunt theoremata & corollaria, quibus tum fabrica, tum usus istorum instrumentorum perfectius intelligitur. Definitiones quoque expendendas esse per se patet. Cum in Elementis Matheseos Germanicis ea potissimum tradiderimus, quæ ad praxin faciunt, etsi oculatam, non omissis scilicet demonstrationibus; ex Aërometriæ quoque Elementis ea excerpsimus, quæ praxin propius respiciunt, & ad theoriam uberiorem præparant lectorem ex Latinis deinceps hauriendam.

§. 266. Inprimis autem Aërometria inservire potest illis, qui ad tertium cognitionis gradum contendunt. Si enim animum ad ea attendunt, quæ sunt methodi, ideam quandam exemplarem applicationis Matheseos puræ, Algebræ præsertim ad experimenta & observationes inde haurient, ut in cognitione rerum naturalium certo tramite progrediantur. Multo enim clarius etiam tyrones hinc perspiciunt utilitatem cognitionis mathematicæ tum ad certitudinem in scientia naturali consequendam, tum ad praxin accuratissime exercendam, quam ex sublimibus istis problematis Physico-mechanicis, qualia in Mechanica complura explicavimus. Quamobrem cum pauca sint, quæ ex Mechanicis in Hydrostatica & Aërometria sumuntur, demonstrandi principia; non inconsultum erit, si, qui ex Mechanica tantummodo principium de æquilibrio solidorum perspexerunt, sepositis ceteris ad Hydrostaticam & Aërometriam statim se conferant. Quodsi enim in hisce disciplinis intellectu non adeo difficilibus

cilibus applicationem Matheseos puræ & Algebræ inprimis ad Naturæ cognitionem didicerint; minus difficultatis experientur in sublimioribus, quæ in Mechanica traduntur. Non est quod objicias, Elementa Matheseos cum sint in tyronum gratiam conscripta, ut scientiam inde hauriant, in iis quoque faciliora difficilioribus fuisse præmittenda, adeoque Elementa Hydrostaticæ & Aërometriæ Elementis Mechanicæ fuisse anteponenda. Etenim methodus studendi non per omnia consentit cum methodo tradendi disciplinas & eas sibi mutuo subordinandi atque in singulis veritati unicuique locum suum assignandi. Nimirum qui scientiis operam navat a facilioribus incipit, & inde continuo ad difficiliora progreditur, quam legem præscribit methodus studendi. Ast disciplinæ integræ & in iis veritates singulæ eo ordine collocandæ, ut sequentia ex antecedentibus intelligi & demonstrari possint. Non autem semper contingit ut disciplina, quæ continet intellectu faciliora, non dependeat ab alia, in qua occurrunt multo difficiliora. Unde methodo studendi convenit, ut difficilia initio seponantur & ad faciliora properetur. Immo hac de causa in gratiam primorum tyronum conscribuntur compendia, in quibus nonnisi facillima & scitu maxime necessaria continentur, ut animum imbuant principiis & ad profundiora haurienda præparent. Memini me olim cum disciplinis operam navarem, iis quæ captu difficilia videbantur non immoratum fuisse, sed ad sequentia progressum, si vel maxime eorum veritas ab istis penderet: quando enim postea sequentibus intellectis ea denuo expendebam, si ne ulla mora obvium erat, quod antea impervium videbatur. Nec ignoro rationes, cur hoc contigerit, quippe quas Phylologia suppeditat, quas tamen hic commemorari parum refert. Absit itaque, ut, ubi quædam a te percipi non posse tibi videtur, de viribus tuis desperans efficiaris studii desertor. Nocet non minus desperatio, quam nimia de viribus suis confidentia, nec ardor sciendi, qui accendere debet cupiditatem discendi, producendus in nocumentum.

§. 267. Hydraulica olim machinarum hydraulicarum & fontium salientium constructione tota absolvebatur, atque adeo non erat nisi pars Matheseos practicæ. Enimvero postquam theoria Mechanicæ ad omnem motum solidorum fuit extensa; in Hydraulica quoque in motum fluido-

solidorum fuit extensa; in Hydraulica quoque in motum fluidorum inquirere cœperunt Geometræ. Unde hæc Matheseos pars longe aliam induit formam, qua etiam sese commendat Theoristis, quibus nauseam movet praxis, ne quid commune habere videantur cum hominibus, quibus natura manus loco ingenii dedisse censetur. Nos & theoriam, & praxin æstimamus, quamvis non eodem, sed suo unamquamque pretio, ut utrique suus habeatur honor. Quamobrem in Hydraulica quoque praxin cum theoria copulavimus, nec hanc illa dehonestari opinamur. Etsi enim Mathematicus, Geometra præsertim profundus, qui arduis meditationibus sufficit, longo intervallo post se relinquat machinarum fabrum, & hic perperam pro Mathematico habeatur; non tamen ideo praxis contemnenda, quin potius Geometra profundis suis meditationibus hunc fructum deberi agnoscere debet, ut illa perficiatur. Ex Hydraulica facillime perspicere licet, quod auxilio Geometrarum indigeant, qui praxi operam navant. Exempli loco esto determinatio situs alarum molendini vi venti agitandi. (§. 316 & *seqq. Hydraul.*). Quodsi non deessent, qui inventa Geometrarum profunda ad praxin communem aptarent, illud adhuc magis pateret. Dolendum vero, quod nemo ea de re cogitare velit.

§. 268. Qui soli praxi operam navant, iis sufficit, ut distincta notione constructionem machinarum hydraulicarum & fontium salientium animo concipiant. Non tamen inconsultum est, ut theoremata quoque sive synthetice demonstrata, sive analytice investigata percurrant, visuri num in iis quid contineatur, quod praxin juvet. Idem quoque facere tenentur, ubi praxin desiderant oculatam, hoc est, rationem quandam eorum perspicere volunt, quæ faciunt, ne subinde cœcutientes in praxi aberrent. Exemplum illustre habemus in siphonibus, quos aquis per montium vertices in oppositam planitiem deducendis sufficere existimarunt, qui causam ascensus in crure breviori ignorarunt (§. 68. *Hydraul.*). Istiusmodi exemplis convincendi sunt, qui theoriam omnem contemnunt, quantum sibi noceant, si ne historicam quidem ejus notitiam sibi comparare velint. Quamobrem in genere suademus, ne illi, quos praxis juvat, theoriam Matheseos prorsus negligant, sed primum cognitionis gradum suum esse credant. Ipso nimirum usu experientur, quænam hinc utilitas in eos sit redundatura.

§. 269. Theoria non modo Hydraulicæ, verum etiam praxis multa continet, quæ usui esse possunt in Physica. Quamobrem si quis vel maxime se minus aptum sentiat ad demonstrationes & resolutiones analyticas capiendas, qui scientiæ naturali incumbere decrevit; ei tamen maxime commendanda est historica saltem Hydraulicæ cognitio. Enimvero quia in scientia quoque naturali methodo demonstrativa utendum, si certitudinis metam attingere velis, quantum datur; consultius omnino est, ut demonstrationes quoque expendat. Et qui Matheſin ad Physicam applicare voluerit; ei huic instituto non minus inservire poterit Hydraulica, quam Aërometria, ut, quæ paulo ante de hac dicta sunt, ad hanc quoque applicanda veniant.

§. 270. Hydraulica autem, sive theoriam, sive praxin spectes, attentionem eorum meretur, qui ad tertium cognitionis gradum adspirant. Ubivis enim annotare licet artificia heuristica, quibus felicissime usi sunt, aut uti saltem potuerunt inventores veritatum tam theoreticarum, quam practicarum. Cum de Algebræ studio ageremus, ad nauseam forsan inculcavimus, qua attentione artificia ista sint detegenda, ut in casu simili posthac iisdem utaris. Quamobrem nolumus hic ad particularia descendere; sed nobis sufficit monito generali excitasse attentionem, quam afferre debent, qui artem inveniendi curæ cordique habent. Ne tamen quis existimet, laudari artificia, quæ in Hydraulica non reperiuntur, singularia; exempli loco ad unum provocare licet, nimirum quo ad mensuram reducuntur, quæ mensuram respuere videntur. Obtinet hoc in doctrina de cursu fluminum, ubi, cum aqua omnis per totam sectionem non eadem celeritate fluit, aquæ per eandem fluenti tribuitur celeritas quædam media, qua si per totam sectionem flueret, eodem tempore tantundem per eam effunderetur, quantum celeritate inæquali per eandem fertur, & quomodo media ista celeritas inveniri possit docetur. Ceterum ex superioribus abunde constat, nos ubique in studio Matheseos urgere distinctam eorum cognitionem, quæ actu reflexo intellectus detegenda præcipimus, cum id maxime conducat ad recte philosophandum: quem finem intendimus, dum in studio Matheseos intellectus perficiendi causa versamur.

CAPVT

CAPVT VII.
DE
STVDIO OPTICAE, PERSPECTIVAE, CATOPTRICAE ET DIOPTRICAE.

§. 271.

In Optica strictori sensu sumta pauca occurrunt, quæ ad praxin faciunt. Præter ea enim, quæ de camera obscura (§. 79. *Opt.*) & de quadrato geometrico ejusque usu (§. 172. *& seqq. Opt.*) & tesselatis imaginibus construendis (§ 312. *Opt.*) docentur, nonnisi problemata nonnulla de magnitudine visa *cap.* 5. & theoremata nonnulla de lumine solis per foramen angustum radiante *cap.* 6. praxin directe respiciunt. Palmaria praxis Opticæ directæ in Perspectiva continetur. Quoniam tamen indirecte omnia, quæ de visu demonstrantur, usui esse possunt, qui praxi catoptrica & dioptrica delectantur, & quos exercitia Perspectivæ juvant; non male sibi consulunt, qui, si non omnium, præcipuorum tamen theorematum opticorum cognitionem historicam acquirere studeant.

§. 272. Qui ad Physicam animum appellunt, iis studium Opticæ maximopere commendandum. Non tamen sufficit nuda ejus cognitio historica, quam iis commendavimus, qui praxi student (§. 271.); sed requiritur scientifica, quæ non sine accurata demonstrationum evolutione acquiritur. Visus phænomenon naturæ est, ad objectum adeo Physicæ, rerum naturalium scientiam, referendum. Nec minus lumen, umbra & colores ad idem spectant, quæ hic tanquam visibilia considerantur. Etsi enim in Matheſi potissimum ratio habeatur cognitionis mathematicæ, ut tamen hæc in potestate sit, multa declarantur, quæ explicare Physici est, quemadmodum & modum visionis Physicus explicare debet. Quodsi ergo in Optica ea animi attentione utaris, quam hactenus in ceteris disciplinis mathematicis commendavimus; ex hac Matheseos parte discere licebit, quomodo res naturales sint explicandæ, ut certam earum cognitionem acquiras. Dum vero Geometria elementaris applicatur ad phænomena visus accurate determinanda; Optica prima & facillima cognitionis mathematicæ rerum naturalium exempla exhibet.

hibet. Quamobrem si quis nullam adhuc hujus cognitionis habeat ideam, is omnium facillime ex Optica eandem hauriet. Unde suademus, ut, quamprimum principiis Arithmeticæ, Geometriæ elementaris ac Trigonometriæ planæ imbutum habet animum, ad lectionem Opticæ accedat, intellectu multo faciliorem, quam Mechanica, Hydrostatica, Aërometria & Hydraulica, ac præterea jucunditate sua animum lectoris in se trahentem. Accedit quod ex Optica etiam innotescant fallaciæ visus, a quibus sibi cavere debet Naturæ scrutator ab observationibus inquisitionem omnem exordiens.

§. 273. Cum Perspectiva sit praxis Opticæ directæ, qua docetur delineatio objecti cujuslibet in tabula, quale ad datam distantiam & in data altitudine oculo super tabula transparente inter ipsum & objectum ad horizontem perpendiculariter erecta apparet (§. 1. *Perspect.*); qui solam praxin curant schemata juxta ea, quæ in singulis problematis præcipiuntur, delineare & deinceps in aliis figuris delineandis imitari debent. Quodsi quis in Architectura fuerit versatis, exempla quoque inde petere potest ac debet. Exercitia hæc facilitabis, si Anonymi Galli Perspectivam practicam, cujus supra in recensione Autorum c. 8. §. 23. mentionem injecimus, in subsidium adhibeas & deinde exempla ex *Andreæ Putei* Architectura Pictorum & Sculptorum (§. 24. *cap. cit.*) petas. Satisfacient ubivis regulæ, quas dedimus. Hic labor continuandus, donec habitum consequaris. Nemo autem non videt, artem pictoriam cum praxi Perspectivæ esse conjungendam. Hæc enim ad illam perficiendam unice tendit. Qui vero nonnisi scientiam expetunt, iis sufficit demonstrationes praxium percepisse, quas in usum potissimum Philosophorum addidimus, quorum cum sit rationem reddere eorum, quæ sunt atque fiunt, rationem quoque perspicere debent delineationum objecti cujuscunque juxta regulas Perspectivæ factarum. Qui tertium cognitionis gradum intendunt, iis notandum est artificium, quo tota Perspectiva in potestatem Geometræ redacta (§. 2. *Perspect.*) & praxin mechanicam eodem fundamento nixam, quam problemate primo exposuimus, conferant cum regulis geometricis, quæ in sequentibus problematis exponuntur, ut applicatione Geometriæ praxis perficiatur & certa scientia eorum acquiratur, quæ nonnisi confuse percipiuntur. Eodem

dem fine conducunt, quæ de anamorphosibus capite ultimo proponuntur.

§. 274. Catoptrica phænomena visionis reflexæ demonstrat, quæ fit ope speculorum. Specula communissima sunt plana, quorum ideo usus ceteris præfertur, quia objectum ea forma & magnitudine spectandum exhibent, quale & quantum est, ut adeo teipsum videre ac contemplari possis. Visio reflexa variat pro diversitate superficiei reflectentis: unde alia sunt specula planorum, alia concavorum, alia convexorum, alia ex hisce compositorum phænomena. Cumque figuræ concavæ ac convexæ in infinitum varient, phænomena quoque in infinitum variare debent. Artifices hactenus parare nequeunt nisi specula plana, convexa sphærica, cylindrica & conica, concava sphærica & cylindrica, prismatica enim & pyramidalia ex planis componuntur. Quamobrem contenti sumus horum speculorum phænomena demonstrasse, quæ ante experientia innotuisse, quam via demonstrationis in eadem inquisiverint Mathematici, facile largior. Fuere tamen artifices, qui specula parabolica conficere conati sunt. Unde horum quoque mentionem quandam injicere voluimus. Etsi autem specula plana sint quotidiani usus, ex eorum tamen combinatione pro diverso ad se invicem situ inexpectata prorsus prodeunt phænomena, quæ non modo delectant, sed ignaros quoque in admirationem rapiunt, non sine delectationis incremento. Inserviunt etiam variis technasmatis specula cetera, quæ etsi ad delectandum fuerint excogitata seriis tamen inserviunt meditationibus Philosophi, quippe naturam imitantis, quæ serio agere solet, etiam dum pueri ludunt. Quamobrem nec piguit technasmata ista variis speciminibus illustrare. Et quoniam in omni Mathesi praxin cum theoria conjunximus, idem quoque fecimus in Catoptrica. Qua de causa non modo explicavimus technasmata, quæ ex theoria catoptricæ demonstrantur & adeo a priori deducuntur; verum etiam modum specula conficiendi: neque enim solum dedecet Mathematicum ignorare, qua arte prodeant specula, quorum phænomena demonstrat, etsi in demonstrationibus sumere possit ac debeat speculorum figuram; verum etiam hoc nosse utile est; ubi theoremata a se demonstrata per experientiam ad examen revocare voluerit. Quoniam nimirum in demonstrationibus suis

ſupponit in rigore geometrico figuras ſpeculorum, ſi de conſenſu demonſtrationum & experimentorum judicium exactum ferre voluerit, noſſe utique debet, ad quam perfectionem ars perducta fuerit, & num ea perfectionem ulteriorem recipere queat. In Matheſi mixta plurimum tribuimus connubio experientiæ ac rationis, quo conſenſus experimentorum & demonſtrationum innoteſcit & quod tantopere commendamus per univerſam ſcientiam naturalem. Nihil adeo prætermittendum erat, quod eo ducere poterat.

§. 275. Qui adeo ſolam praxin amant, illis ſatisfacient problemata, prætermiſſis demonſtrationibus. Non tamen prætermittere debent theoremata. cum hiſtorica eorundem cognitio æquipolleat recenſioni phænomenorum: ſi quæ enim ſunt, quæ nonniſi in uſum demonſtrandorum aliorum afferuntur, ea facile a ceteris diſtinguent. Nimirum conſultum eſt, ut theoremata experimentis ſubjiciant, ne omni prorſus certitudine deſtituatur cognitio, tumque patebit, quænam ſint ea, quorum cognitio ſcitu neceſſaria ac utilis etiam iis, quos ſola praxis juvat. Quid quod in numero quoque theorematum ſint haud pauca, quibus in praxi locus eſt, aut quæ ad praxes transferri poſſunt. Exempli loco eſſe poteſt theorema 11. §. 71, vi cujus §. 73. exhibetur globus deſcendens in plano inclinato tanquam aſcendens in verticali. Catoptrica praxi abundat, atque hoc nomine ſeſe commendat omnibus, quotquot eandem amant, iis præſertim qui quærunt, quod delectat.

§. 276. Inter ſpecula inprimis ſeſe commendant ſphærica concava, non ſolum propter phænomenorum prorſus ſingularium raritatem, verum etiam quod ſint cauſtica ſeu uſtoria & lumini intendendo inſerviant. Specula cauſtica præſertim majora uſum habent in experimentis phyſicis, qualia deſcribuntur in ſchol. 4. problem. 22. §. 221. immo phænomena omnia viſionis reflexæ argumentum phyſicum ſunt, quorum adeo rationes Phyſicus reddere tenetur, etiamſi geometricas inſuper habeat demonſtrationes. Phyſicus phænomena ſumit tanquam a poſteriori cognita, & eorum rationem reddit. Mathematicus illa demonſtrat ex ſuppoſita ſpeculi figura vi legis reflexionis ea deducens a priori tanquam incognita ex cognitis. Atque adeo diverſo prorſus modo ſuo funguntur munere: quod dum uterque facit, manifeſta eſt differentia, quæ inter cognitionem philoſophi-

cam

cam & mathematicam hac in parte intercedit. Ut autem certius constet Physico, quid sumere liceat, theoremata & technasmata catoptrica eum docent. Quemadmodum autem Optica patefacit fallacias visus circa visionem directam, quas utiliter cognoscit Physicus, immo Philosophus in aliis quoque Philosophiæ partibus; ita Catoptrica revelat fallacias visus circa visionem reflexam non minore utilitate agnoscendas. Atque adeo patet, quomodo in studio Catoptricæ versari debeat Philosophus, qui ab omni cognitione mathematica alienum habet animum: quem etsi non probemus, tolerandum tamen censemus pro diversitate ingenii humani, quantum absque detrimento scientiæ fieri potest. Ceterum quæ de cognitione mathematica quoad visionem directam modo annotavimus (§. 272.); ea etiam de eadem quoad reflexam notanda veniunt.

§. 277. E re esse videtur, ut præjudicio occurramus, quo nonnulli sibi mirifice placent & cui alii applaudunt, quasi singulare quoddam acumen proderet. Diximus paulo ante (§. 274.), nos facile largiri, quod phænomena speculorum innotuerint a posteriori, antequam de iis a priori demonstrandis cogitarent Mathematici. Non adeo dubito fore haud paucos, qui contendent demonstrationes mathematicas superfluas esse, immo qui hinc inferent, inventa, quæ in Mathesi mixta celebrantur, debere artificibus, a quibus postquam inventa fuerant, ea demum demonstrare conati sunt Mathematici inventionis tamen gloria inter alios eruditos eminere gestientes. Memini hoc argumento arrogantiam Mathematicorum redarguere voluisse *Clericum*, cum *Hermanni* Phoronomiam recenseret. Qua de causa desiderabat, ut Geometra præclarus significaret, quantum scientia naturalis & ars facta sit locupletior, postquam abstrusas istas theorias orbi literato in opere suo propinasset. Artifices enim pro inventoribus habebat, Mathematicos vero demonstratores pronunciabat, qui nonnisi in artificium inventis ingenii sui vires excerceant. Non unum est, quod hic repono. Phænomena, ipsi etiam vulgo cognita, sumit Physicus & eorum rationem reddit: non tamen ideo inanis censetur ejus opera, propterea quod illa ante innotuerint quam de rationibus eorundem reddendis cogitavit Physicus. Eccur ergo inanem operam sumere aut nihil præclari facere dicendus est Mathematicus

cus, qui longe ulterius progressus, phænomena non sumit, sed ex iis quæ sumi debent, via demonstrationis a priori deducit, ut certa sit etiam ejus cognitio, qui existentiam phænomeni nondum supponit? Notandum præterea est, phænomena haud raro a posteriori non satis determinate cognosci, quæ tamen accuratissime determinantur a Mathematico in suis theorematis. Accedit porro, quod Mathematicus non omnia phænomena jam ante norit, quam ea demonstrat; sed multa potius adhuc ignorata in apricum producat. Denique inventa, quæ haud raro casui debentur, imperfectiora ad majorem perfectionem perducit; aut, siquidem ulteriorem perfectionem non admittunt, ut idem certo constet demonstrat. Quid quod hinc inde a priori quo que deducat technasmata, quæ tentando nondum fuerunt detecta, aut prorsus non potuissent detegi? Absit autem ut tibi persuadeas ea, quæ casu plerumque aut tentando reperta fuerunt, perficere minoris esse, quam illa reperire. Non semper valet illud pervulgatum: Inventis facile est addere. Inventa nondum æstimare didicit, qui ea aliunde quam ex usu facultatum, cui debentur, æstimat. *Hugenius*, qui horologia singulari pendulorum applicatione perfecit, longo intervallo post se relinquit primum eorundem inventorem, & demonstrationes, quas de tubo optico dedit in Dioptrica, multo majorem laudem pariunt, quam fortuita imperfecti inventio. Ut inventa, quæ casui accepta referenda sunt vel tentaminibus laboriosis, perficiantur, inventis haud raro opus est non sine summo acumine & maxima ingenii vi eruendis. Plurimum adeo falluntur, inventionis gloriam non deberi nisi iis, qui primi in quidpiam inciderunt. Sed hæc evidentiora erunt, ubi ars inveniendi eodem habitu fuerit investita, quo Logicam indutam dudum in scenam produximus, ut ex arte æstimare detur artificem, non vero, quemadmodum nunc plerumque fieri solet, ex eo, quod inventum ejus sit utile, vel quod sit inexpectatum, vel quod aliis fuerit inaccessum, vel quod in admirationem rapiat ignaros & ita porro.

§. 278. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, reperient in Catoptrica, sive theoriam spectes, sive praxin, quæ artem inveniendi illustrant & amplificant, ubi in artificia inquirere voluerint, quibus aditus paratus ad ea, quæ inaccessa videbantur. Neque eum, qui in Physica feliciter progredi voluerit, ubi non

non minus applicatione Matheſeos puræ ad phænomena naturæ, quam connubio experientiæ ac rationis opus eſt, pigebit eo modo perluſtraſſe Catoptricam, quem ad tertium cognitionis gradum acquirendum ſupra præſcripſimus & cum de ſtudio Algebræ ageremus exemplis illuſtravimus. Quoniam vero nobis quoque propoſitum eſt uſum Algebræ in Matheſi mixta oſtendere, placuit ſub finem adjicere Catoptricam analyticam, ſeu modum inveſtigandi theoremata Catoptrica per Analyſin. Subſtitimus autem in iis ſpeculis, quorum antea phænomena demonſtravimus more veterum, tum ne tyrones univerſalitate ipſis inutili perplexi reddantur, tum quia ſolutiones particulares occaſionem dedere univerſalibus in omni curvarum genere. Diſcentium enim, quibus ſcribimus, ratio habenda fuit.

§. 279. Erunt forſan, qui, cum viderint, Algebræ beneficio nullo fere negotio patere; quæ more veterum non ſine multo apparatu demonſtrantur, demonſtrationes ſyntheticas inutiles exiſtimabunt, immo prorſus damnabunt. Recolenda animo hic ſunt, quæ ſupra (§. 100. & *ſeqq.*), monuimus cum de ſtudio Matheſeos intellectus perficiendi cauſa ageremus, quem inter uſus præcipuos referimus ſtudio mathematico tribuendos & qui multo latius patet quam uſus reliquus omnis. Quamobrem qui hac intentione ad ſtudium Matheſeos animum appellunt, iis omnino maximopere commendandum, ne demonſtrationes ſyntheticas negligant etiam in Catoptrica & demonſtrationes catoptricas eadem induſtria reſolvant, ut pateat earum forma in Logica præſcripta, qua demonſtrationes Geometriæ elementaris reſolvi præcepimus, ut non modo idea exemplaris demonſtrationis conſummatæ, quam in Logica vocamus, reddatur illuſtrior, magisque indies confirmetur, verum etiam ut habitus juxta eam operandi in omni ſcientiarum genere perficiatur. Pudeat enim Philoſophos ſeculo tam illuſtri, quo ſcientiæ mathematicæ ad tantum faſtigium evectæ, diutius in ancipiti hærere, &, dum Mathematici plena luce fruuntur, in tenebris palpitare.

§. 280. Dioptrica praxi multa abundat. Agit enim de viſione refracta, cujus multus uſus eſt in ſpectandis objectis remotis & vicinis exiguæ molis, quorum illa ob diſtantiam, hæc vero ob parvitatem oculis ſeſe ſubducunt. Hinc in hac parte Matheſeos mixtæ præcipue agitur de tubo optico & microſcopio.

Tubi non minus optici, quam microscopia componuntur ex vitris lenticularibus arte parandis. Atque adeo ad praxin dioptricam spectat quoque ars poliendi vitra, quam adeo integro capite accuratissime explicavimus. Quoniam tubus opticus maximam utilitatem affert in observationibus astronomicis, ita ut sine ejus auxilio Astronomia nondum ad eum perfectionis gradum fuisset perducta, ad quem eam hodie evectam cernimus; accurata lentium fabrica ipsis quoque Mathematicis curæ cordique esse debuit. Quamobrem non mirandum, Mathematicos etiam summos, veluti *Hugenium*, vitris poliendis operam dedisse, nec eos piguisse praxin manuariam exercere, etsi in theoria augenda & amplificanda inter paucos eminerent. Ad praxin dioptricam spectant quoque perspicilla, quæ quomodo Myopes & Presbytas juvent in videndis iis, ad quæ oculorum acies non pertingit, in vulgus notum est. Dantur denique alia technasmata dioptrica & catoptrico-dioptrica, qualia nonnulla descripsimus & plura apud alios, veluti *Traberum* & *Zahnium*, describuntur: quæ etsi nonnullis magis ludicra, quam utilia videantur, & ad delectandum magis, quam ad augendam scientiam composita, minime tamen contemnenda sunt. Usum enim præbent in experimentando haud raro prorsus insignem. Exempli loco provocare licet ad prisma trigonum, quod quantum adjumenti attulerit ad naturam luminis & colorum indagandam, ex præclaro opere viri summi *Isaaci Newtoni* clarissime conspicitur. Inprimis etiam attentionem merentur, quæ (§. 476. 477. *Dioptr.*) de laterna magica in microscopium convertenda & ad foramen cameræ obscuræ lumine solari directo illustratum applicanda annotavi, in Experimentis autem idiomate patrio descriptis fusius exposui. Novi enim virum quendam illustrem istiusmodi microscopium paravisse & insignes prorsus ejus effectus, quos ego prædixeram, observavisse. Qui adeo praxi operam navant, non modo ea, quæ de poliendis vitris, de construendis telescopiis, microscopiis aliisque technasmatis larga manu traduntur, probe perpendere tenetur; sed ut oculata sit praxis, theoremata quoque de refractione luminis in lentibus opticis, præsertim de focis earundem, sibi familiaria reddere debent, etsi demonstrationes insuper habeant. Clarissime omnium ex Dioptrica perspicitur, quam necessaria sit theoria ad praxin, nisi hæc multa imperfectione laborare debeat,

beat, nec in eadem committendi errores, qui evitari poterant. Huc igitur velim animum advertant, qui theoriam contemnere solent. Velim etiam ut ad hæc animum attendant, quorum est theoriam ad praxin aptare, ut ad historicam ejus cognitionem pateat aditus artis cultoribus ad praxin eandem applicaturis. Optandum enim foret, ut quis omnes theorias quantumvis profundas perlustraret & quæ in arte usui esse possunt excerpta sine demonstratione in usum artis cultorum exponeret, experimentis confirmanda, ubi id absque multo apparatu ac sumtu facile fieri potest. Quoniam tamen Geometræ in solvendis problematis physico mathematicis quædam sumunt, quæ quod non invita natura sumantur non demonstrant, atque adeo idem ipsis subinde accidit quod *Galilæo* circa resistentiam solidorum, ut ex assumtis recte quidem colligant, quæ inde sequuntur, hæc tamen ab experimento dissentiant, quod illa naturæ rerum minime conveniant; ideo consultum foret, ut in Physica veriori satis versatus in hypotheses Geometrarum accurate inquireret, ea, quæ certa sunt, ab incertis aut prorsus falsis separaturus, ne, dum praxin theoria perficiendi animus est, ea inculcentur, quæ eidem magis obsunt, quam prosunt, & artificum perspicaciorum judicio, cum theoriam fallere videant, hæc tandem magis in contemtum adducatur, quam ut eidem aliquod pretium statuatur. Etsi enim a particulari ad universale non valeat argumentatio, & præcipitantiæ in judicando tribuendum sit, si quis ea utatur; hæc ipsa tamen præcipitantia tanto excusatior est in artifice, qui quoad theoriam aliorum dictis habere debet fidem, consequenter judicium suum determinare nequit nisi per notiones communes probabilitatis extrinsecæ.

§. 281. In Dioptrica explicatur visio refracta, ac inprimis ostenditur, quomodo refractio fiat in vitris politis. Quamobrem primo omnium loco inquirendum est in legem refractionis: quæ quomodo per experimenta eruatur, primo loco docendum duximus. Equidem hodie, postquam usus telescopiorum & microscopiorum invaluit, potissimum ratio habetur refractionis in vitro factæ; addidimus tamen etiam, quomodo sese habeat in aqua & aëre, propterea quod in Physica major est utilitas legis refractionis in aqua & aëre, quam in vitro factæ. Quamvis vero etiam ostenderimus, quomodo lex refractionis in genere per calculum analyticum eruatur; experimentis tamen supersedere minime

possumus, cum ratio sinus anguli inclinationis ad sinum anguli refracti, quæ per calculum constans eruitur, non eadem deprehendatur in omni diaphano. Qui ergo ad secundum gradum cognitionis adspirant, ea, quæ de refractione in genere capite primo docentur, probe expendere debent, quoniam hinc pendet certitudo ceterorum omnium, quæ in Dioptrica demonstrantur. Quod ad demonstrationes dioptricas attinet, non uno modo easdem contexere licet. Etenim suppositā lege refractionis per calculum trigonometricum erui potest, quomodo fiat refractio in vitro cujuslibet figuræ, veluti in vitris utrinque planis, plano convexis, plano concavis, utrinque convexis, utrinque concavis & concavo-convexis sive menisci. Idem reperiri potest per calculum algebraicum. Potest denique etiam geometrice demonstrari, quod tanquam jam inventum supponitur, per legem refractionis vi principiorum geometricorum, more veterum. Ut igitur diversos hosce demonstrandi modos lectorem nostrum doceremus, nunc ad calculum trigonometricum, nunc ad algebraicum, nunc vero ad demonstrationes geometricas veteribus usitatas recurrimus. In vitris politis, ex quibus tubi & microscopia componuntur, & quæ ad alia technasmata adhibentur, duplex occurrit refractio, altera, quæ fit ingressu luminis ex aëre in vitrum; altera vero, quæ contingit in egressu ejusdem ex vitro in aërem, atque adeo refractio luminis in vitris politis composita est. Ut tamen ea facilius intelligatur, primo loco docemus, quomodo refractio simplex fiat in superficiebus tam planis, quam sphæricis cum cavis, tum convexis. Quodsi enim hæc principia fuerint cognita atque perspecta; haud difficile est per ea demonstrare refractionem duplicem, qualis in vitris politis occurrit. Enimvero quoniam nos principia dioptrica etiam usui esse volumus in explicandis aliis Naturæ phænomenis, theoremata generaliter demonstramus, ut ad quodlibet diaphanum applicari possint, modo ratio sinus anguli incidentiæ ad sinum refracti in eodem diaphano per experientiam fuerit definita. Quia tamen in Dioptrica potissimum usui est refractio in vitro facta, & in Physica frequentiora sunt phænomena refractionis in aqua factæ; in corollariis theoremata de refractione in vitro & aqua facta exhibemus. Non diffiteor, theoriam dioptricam esse satis diffusam, si respicias usum, quem habent vitra polita in tubis opticis atque microscopiis

ſcopiis, & aliis nonnullis technaſmatis; ſed quibus ſcientia, quæ ſola certitudinem parit, curæ cordique eſt, illis non videretur nimis ampla, etiamſi praxis inde pendens multis adhuc arctioribus limitibus conſtringeretur. Quod vero ſubinde calculo algebraico uſi fuerimus in demonſtrandis theorematis dioptricis, non alio fine factum eſt, quam ut demonſtrationes redderemus faciliores & theoriam contraheremus. Neque vero opus eſt ad demonſtrationes algebraicas intelligendas, ut quis in ſtudio Algebræ multum diuque fuerit verſatus. Sufficit, ſi prima ſaltem rudimenta non ignoraverit, ut adeo nemo jure conqueri poſſit, quaſi hoc nomine Dioptrica multis facta ſit inacceſſa. Vix enim hodie ferendum eſt, ut, qui Matheſin addiſcere voluerit, Algebram prorſus intactam relinquat: quæ potius commendanda venit iis, qui theoriæ non multum temporis impendere poſſunt, eam tamen ignorare nolunt. Non exigua voluptate animum ſciendi cupidum demulcent demonſtrationes dioptricæ, ut adeo theoria nemini videri poſſit moleſta niſi ab omni ſciendi cupidine prorſus immuni. Notandum vero in Dioptrica non modo quæri, quomodo lumen refringatur in tranſitu per diaphana diverſæ denſitatis; verum etiam quomodo beneficio radii ſic refracti videatur viſibile: quod poſterius inprimis noſſe debemus, ubi phænomena tubi optici ac microſcopiorum aliaque viſionis refractæ demonſtrare voluerimus. Quamobrem in theoria quoque demonſtratur, quomodo appareat viſibile per radios refractos viſum. Unde lentium dioptricarum duplex eſt uſus, alter, dum lumine per ea transmiſſo utimur, alter vero, dum per eas viſibilia reſpicimus. Qui adeo utrumque uſum certo cognoſcere ſtudet, is etiam omnem theoriam cognitam atque perſpectam habere debet: neque enim theoriam dioptricam extendimus ultra uſum, quem in praxi habet.

§. 282. Refractio luminis & viſio refracta phænomena naturalia ſunt, quorum adeo rationes reddere tenetur Phyſicus. Ex Dioptrica phænomena particularia multo accuratius addiſci poſſunt, quam per obſervationes absque theoriæ Dioptricæ ſubſidio innoteſcunt. Et ſi experimenta capere volueris ad phænomena utraque venanda; theoria Dioptricæ eadem dirigit, ut accurate cognoſcantur. Quoniam in Phyſica phænomenorum rationes proximas ex aliis phænomenis reddimus; eo nomine Dioptrica ad ſcientiam natura-

turalem plurimum affert adjumenti. Multa dantur naturæ phænomena, quæ a refractione luminis pendent. Eminent inter ea Meteora, quæ dicuntur, emphatica, quæ absque principiis Dioptricæ explicari nequeunt. Atque ea ratio est, cur subinde Mathematici de Meteoris emphaticis, veluti de Iride, halonibus, parheliis & paraselenis, in Dioptrica agant. Immo Dioptricæ theoria, si a telescopiis & aliis technasmatibus dioptricis recesseris, ad cognitionem naturæ mathematicam spectat. Quamobrem quæ paulo ante de eadem quoad Opticam (§. 272.) & Catoptricam (§. 276.) monuimus; eadem quoque de Dioptrica tenenda sunt. Quamobrem qui ad Naturæ cognitionem mathematicam adspirant, iis quoque commendamus, ut omnem Dioptricæ theoriam attenta mente perlustrent. Quodsi enim in Optica, Catoptrica & Dioptrica didicerint, quomodo Geometria & Algebra ad Naturæ phænomena sint applicanda & quomodo cognitio mathematica differat a philosophica, quidque ad perfectionem philosophicæ conferat mathematica; ad altiora progredientes tanto minus difficultatis experientur. Extra omnem controversiam est, prima cognitionis mathematicæ in Philosophia naturali specimina fuisse Optica, nisi forsan Astronomiam ipsis priorem agnoscere volueris, quamvis nostris demum temporibus, præsertim quod Dioptricam attinet, disciplinæ opticæ magis fuerint excultæ, cum jam sublimiora cognitionis naturæ mathematicæ exempla prostarent. Quodsi ergo a disciplinis opticis exordiaris, ubi cognitionis hujus ideam animo complecti volueris, deinceps magis amplificandam per ea, quæ in disciplinis Mechanicis Tomo secundo Elementorum occurrunt; naturalem omnino dicendus es sequi ordinem, quem tenuerunt primi inventores. Neque adeo dubitandum est, quod hoc pacto a facilioribus ad difficiliora continuo progressus multo intimius hanc cognitionis humanæ gradum inspicias, quam si inverso ordine, insuper habitis primis inventis, statim ad sublimiora te conferas, ad quæ non patuit aditus nisi per faciliora inventoribus.

§. 283. Atque hoc ordine si progrediaris, haud parum quoque lucis affunditur ad tertium cognitionis gradum adspiranti. Cum enim ad artem inveniendi exercendam certa quoque requiratur mentis habitudo, ea omnino omnium commodissime acquiritur eo modo, quo successive in diversis licet subjectis increcre-

crementa sua cœpit. Sed de hoc ipso plura mox nobis dicenda erunt, ubi de studio Astronomiæ in usum tertii gradus cognitionis agendum erit. Ceterum qui Dioptricam ea lege perlustrare voluerit, quam pro acquirendo tertio cognitionis gradu præscripsimus; is non inanem operam a se sumi ipso facto deprehendet. Probe notandum est artificium, quo lex refractionis analytice investigatur (§. 36. *Diopt.*), tum quod in argumento physico adhibeatur principium a causa finali desumtum, nimirum quod natura agat via brevissima, tum quod methodus de maximis & minimis ad problema physicum applicetur. Præterea considerandum, quod Matheseos requirat experimenta, si per ejus demonstrationes aliquid in Physica accurate determinandum. Etenim per analysin mathematicam ratio sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti indeterminata prodit, quæ per experimenta deinde in quolibet diaphano determinanda. Etsi autem *Keplerus* veram refractionis legem non fuerit assecutus, cum rationem constantem quæsiverit in angulis, non in eorum sinibus; non tamen propterea attentione indignum est principium *Keplerianum*, cum inde pateat, quomodo hypotheses vicarias in locum verarum Naturæ subinde surrogare liceat in cognitione mathematica, sive veras detegere non detur, sive eædem disquisitiones reddant molestiores, tum etiam quod inventum *Kepleri* ad veram legem refractionis inveniendam manuducere potuit *Snellium*, quatenus constans quædam ratio inter angulum incidentiæ & angulum refractionis observatur, quamdiu anguli sinibus physice propemodum proportionales sunt: id quod tanto facilius succedere potuit, quia in ipsa Trigonometria in simili casu angulorum ratio substituitur rationi sinuum (§. 23. *Trigon.*). Et non minus demonstrationes, quam analysis dioptrica loquuntur, ubi Geometria ad Physicam applicatur, non semper observandum esse rigorem Geometricum, ita ut lineæ v. gr. convergentes haberi possint pro parallelis & anguli quantitate parva differentes pro æqualibus; id quod convenit approximationibus in Matheseos pura & eandem cum hisce habet rationem. Quodsi singula eodem modo perlustrare velimus, quo in studio Algebræ explicando a nobis factum; multa artificia annotare licebit, quæ ad tertium cognitionis gradum faciunt. Sed nostrum jam non est in tantas ambages descendere, qui tantummodo

modo monstramus viam, qua sit eundum. Non tamen nobis temperare possumus, quin unicum adhuc commemoremus. Nemo est qui nesciat, primam telescopii inventionem casui deberi; ejus autem perfectionem maxima ingenii vi & acumine summo a Mathematicis primi ordinis fuisse promotam. Fortuita telescopii inventio attento insinuat modum, quo in inveniendo casui obviam ire licet. Ac evidentissime hinc perspicitur, quod ea, in quæ casu incidimus, manum emendatricem & auxiliatricem expectent a scientia & arte inveniendi. Amplissimus sese hic aperit dicendi campus; sed eum ingredi prohibet instituti præsentis ratio. Quamvis autem in ipsis demonstrationibus dioptricis passim adhibuerimus calculum algebraicum distantiam foci a lente determinaturi; id ipsum tamen non obstitit, quo minus doceremus, quomodo eadem analytice investigetur, non modo ut usus Algebræ in Matheſi mixta doceatur, verum etiam ut præstantia ejus appareat, cum theoremata in anterioribus operose demonstrata, quamvis ope calculi analytici fuerint contractæ demonstrationes, mira facilitate ex formula generali eliciantur: id quod extra Matheſin usui esse potest in speciebus ex dato genere determinandis. Cur vero solutionem dederimus particularem, quæ Dioptricæ sufficit, non vero universalem, sive figuram medii refringentis, sive ejus densitatem spectes, quod tanto facilius fieri poterat, cum dudum prostent solutiones generales, nec eædem supponant, nisi quæ in Analysi a nobis fuerunt tradita; ex iis liquet, quæ in superioribus jam annotavimus, cur solutiones particulares universalibus prætulerimus in ipsa etiam Algebra, vel subinde universales nonnisi præmissis solutionibus in casu particulari subjunxerimus, ut adeo opus non sit hic repetere, quæ in anterioribus jam inculcata fuerunt. Ceterum hic quoque annotari poterat, quod, cum Dioptrica multis experimentis ansam præbeat, ars quoque experimentandi lucem quandam hinc expectare possit. Enimvero cum suo tempore, quando nos ordo deducet ad experimentalem Philosophiam tradendam, ea de re ex instituto sit agendum; eidem in præsenti immorari non debemus.

§. 284. Antequam vero hinc discedamus, non inconsultum ducimus unum adhuc moneri Dioptricæ lectorem ad tertium cognitionis gradum adspirantem. Trigonometriam planam

planam pro parte Artis inveniendi venditare ſolemus, aut, ſi mavis, pro methodo particulari inveſtigandi veritatem latentem (§. 142.). Unde ſtudium trigonometricum commendamus iis, qui artem inveniendi in genere acquirere volunt, non modo illis, qui ad tertium cognitionis gradum, in Matheſi adſpirant (§. *cit.*). Non deſunt, qui ſibi perſuadent, Trigonometriam ad artem inveniendi parum conferre, propterea quod per eam tantummodo computentur exempla, non vero veritates univerſales eruantur. Hi facillime confutantur per problemata in Dioptrica trigonometrice ſoluta: apparet enim per Trigonometriam eadem inveniri, quæ per Algebram eruuntur. Quamvis vero opinio iſta ſatis refelli poterat per hoc, quod ipſæ ſolutiones trigonometricæ problematum ſint veritates generales, quæ per applicationem Trigonometriæ inveniuntur, & harum demum applicatione computari exempla; multo tamen clarius idem patet in Dioptrica, ubi etiam per computum trigonometricum eruuntur theoremata univerſalia Dioptricæ. Accedit, quod uſus quoque Trigonometriæ in Philoſophia naturali per Dioptricam eluceſcat. Ita ex ejus applicatione ad experimenta innoteſcit, quomodo lex refractionis e. gr. in vitro detegatur, ut alia taceam.

CAPVT VIII.

DE

STVDIO SPHAERICORVM ET TRIGONOMETRIAE SPHAERICAE.

§. 285.

Trigonometria ſphærica demonſtrari nequit, niſi præmittantur principia ſphæricorum, quæ etiam ante applicanda ſunt ad Aſtronomiam ſphæricam, quam calculo trigonometrico in eadem uti datur. Atque ea ratio eſt, cur Elementa ſphæricorum cum Trigonometria ſphærica conjunxerimus. Quamobrem qui cognitionis gradum ſecundum intendit, elementa quoque ſphæricorum attenta mente perluſtrare tenetur, antequam ad problemata Trigonometriæ ſphæricæ accedat. Quoniam demonſtrationes ſyntheticæ ſunt, quales in Geometria elementari occurrunt; eodem quoque modo

expendendæ, quo demonstrationes Geometriæ elementaris resolvere docuimus. Quamobrem iis, qui methodum demonstrandi veterum sibi familiarem reddere volunt, & demonstrationis legitimæ ideam exemplarem, quam imitentur extra Matheſin, majore luce perfundere gestiunt, lectionem quoque Elementorum sphæricorum commendamus, si vel maxime Trigonometriam sphæricam attingere noluerint. Sunt dubio procul Sphæricorum elementa pars Geometriæ, si non elementaris, certe sublimioris, quæ de lineis curvis agit, quarum etiam in numero sunt circuli in superficie sphæræ descripti Mallem tamen eadem referre ad Geometriam elementarem, quia in hac non minus locum habet circulus, quam sphæra. Sed ea de re cum nemine ferram contentionis reciprocabimus: sufficit demonstrationes non esse difficiliores de monstrationibus Geometriæ elementaris, ex cujus etiam principiis contexuntur, nisi forsan imaginatio hinc inde minus exercitatis negotium aliquod faceſſat, quod tamen evanescit, ubi figuris in plano delineatis substituas globum, in cujus superficie circuli debito modo sunt descripti. Et ut hoc faciant tyrones, omnino suaserim, præsertim illi, quibus molestum accidit horum Elementorum studium, ne ejus fiant desertores. Philosophis vero hinc discere licet, quænam differentia intercedat, si imaginatio juvet, non turbet operationes intellectus.

§. 286. Quodsi igitur quis nonnisi calculum trigonometricum sibi familiarem reddere voluerit; is ex problemate primo §. 114. regulam catholicam de triangulis rectangulis probe perpendat, utque eandem intelligat, definitiones 9, 10 & 11 cum suis corollariis expendat & quomodo ad omnes casus applicetur ex §. 116. *& seqq.* addiscat. Si numeri tantummodo varientur, exempla plura comminisci licet. Hæc calculi exercitia continuanda sunt, donec regulam catholicam in dato quocunque casu dextre applicare possit. Qui experiri voluerit, quantum Trigonometria sphærica per regulam catholicam facilitetur; eadem problemata more communi resolvat, quemadmodum in libellis aliis Trigonometriæ sphæricæ aut in Introductione ad Tabulas sinuum atque Tangentium docetur. Ubi solutio Triangulorum rectangulorum nihil amplius difficultatis faceſſit; addenda sunt problemata 20. *& seqq.* §. 158. *& seqq.* circa quæ eadem observanda, quæ de resolutione triangulorum rectangulorum

gulorum monuimus. Nullus dubito fore, ut calculus trigonometricus absque ullo tædio addiscatur, nec majorem in eo difficultatem sentias, quam in Trigonometria plana. Quoniam multos a studio Astronomiæ practicæ abhorrere expertus sum; quod tædia calculi Trigonometriæ sphæricæ devorare cogerentur: omnem quoque operam navavi, ut Trigonometriam sphæricam redderem facilem quoad praxin, etsi theoria sit multo profundior, quam Trigonometriæ planæ.

§. 287. Trigonometriæ sphæricæ demonstrationes non modo supponunt theoremata sphærica seu sphæricorum theoriam; sed propriam quoque theoriam habet, qua nituntur resolutiones problematum. Nimirum quemadmodum Trigonometria plana nititur theoria triangulorum planorum seu rectilineorum in plano descriptorum, quæ traditur in Geometria elementari; ita quoque Trigonometria sphærica pendet a theoria triangulorum sphæricorum seu eorum, quorum latera sunt arcus circulorum maximorum in superficie sphæræ descriptorum. Eam cum alibi supponere non potuerimus, in ipsa Trigonometria sphærica tradere debuimus, quemadmodum theoria triangulorum planorum in Trigonometria plana explicanda esset, nisi jam in Geometria elementari exposita fuisset. Quodsi dicas, theoriam triangulorum sphæricorum esse partem Elementorum Sphæricorum, quemadmodum theoria planorum est pars Geometriæ planæ; mihi perinde erit, sive eam a Trigonometria sphærica separes eandemque tibi familiarem reddas, antequam ad hanc accedis, sive ipsam demum cum problematis, quorum solutiones inde pendent, addiscas, quamvis hoc posterius mihi videatur commodius minusque molestum, cum sic theoriæ statim pateat usus, nec difficilis præmittenda sit praxi faciliori. Theoriam autem Sphæricorum & Trigonometriæ sphæricæ plurimum commendamus iis, qui in Astronomia non modo ad secundum cognitionis gradum, verum etiam ad ipsum tertium adspirant, consequenter omnibus, qui intellectus perficiendi gratia ad Matheſin addiscendam accedunt. Cum demonstrationes singulas eadem forma exhibuerimus, qua conspiciuntur in Geometria elementari, nisi quod nonnullæ in theoria Trigonometriæ sint prolixæ; si nostro more resolvantur, nihil difficultatis facessent, ut eadem deterreatur, qui a Geometria elementari

ad sphæricam Trigonometriam statim accedit. Quodsi enim cuidam visum fuerit, neglecta Algebra & ceteris Matheseos mixtæ partibus, pergere in demonstrationibus Matheseos puræ methodo veterum conditis, ut hanc magis subjiciat potestati suæ, nec ante ad analyticam recentiorum accedat, quam ubi synthetica veterum fuerit satis compos; is a Geometria Elementari & Trigonometria plana statim pedem promovere potest ad Elementa Sphæricorum & Trigonometriam sphæricam, cum nec hic supponantur principia, nisi quæ ex Trigonometria plana & Geometria elementari hausisti, nec alia demonstrandi methodus, quam qua ibidem usi sumus, ita ut subjunctis Geometriæ elementari Sphæricorum elementis Trigonometriam Sphæricam cum plana conjungere licuisset, quemadmodum vulgo a Trigonometriæ Scriptoribus fieri solet.

§. 288. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, iis studium Elementorum sphæricorum & Trigonometriæ Sphæricæ commendandum. Etenim sine principiis Sphæricis & Trigonometria sphærica nihil reperire licuit in Astronomia sphærica, multa etiam in Geographia ab hisce principiis pendent. Ipsemet expertus fui, cum studium Astronomiæ mihi videretur perplexum, ac tædiosum esset resolutiones problematum primi mobilis ex Autoribus petere, principiis sphæricis perspectis nullo negotio per me ipsum eas fuisse consecutum, & beneficio illorum principiorum eas extemplo reperire potuisse, quando de iisdem cogitandum erat, etsi eas memoria non comprehendissem. Quamobrem si in Astronomia & Geographia perspicere volueris, quomodo resolutiones problematum fuerint detectæ; principia Sphærica probe perspecta esse debent. Vi Trigonometriæ autem sphæricæ patet illatio, qua opus est, ut in casu particulari dato computatio legitime fiat, ope principiorum sphæricorum triangulis & in iisdem datis detectis. Circuli, qui concipiuntur terminati in superficie sphæræ, oriuntur ex sectionibus sphæræ, quas omnes esse circulos theoremate 1. §. 13. demonstratur. Differt adeo Sphærica a Geometria plana, in qua circuli se mutuo secantes in eodem sunt plano, cum hic in diversis sint planis, omnes tamen terminentur in eadem superficie sphæræ. Unde facile patet, alium hic requiri usum facultatum cognoscendi, quam in Geometria plana. Qui vero tertium cognitionis

nis

nis gradum acquirere ſtudet, is utique diſtincte cognoſcere tenetur uſum facultatum cognoſcendi in veritate inveſtiganda requiſitum, conſequenter ubi novus quidam uſus emergit, ad eundem animum attendere debet, ne attentioni ſuæ ſeſe ſubducat. Talia autem inprimis ſcrutari debet, qui artem inveniendi diſtincte cognoſcere avet, & Matheſi quoque in uſum Philoſophiæ operam navat, ejusque ſtudio intellectum perficere ſtudet, conſequenter promptum facultatum cognoſcendi uſum conſequi conatur, quem habere poſſunt. Etſi autem intra cancellos, quos præfixit præſentis inſtituti ratio, nos continentes ad particularia non deſcendamus; non poſſumus tamen non excitare attentionem lectoris ſciendi cupidi ad artificium, quo regula catholica Trigonometriæ ſphæricæ fuit eruta, præſertim cum ſingula huc ſpectantia ſatis diſtincte explicaverimus & demonſtrata dederimus. Elucet enim ex eo uſus prorſus ſingularis fictionum ad formandos conceptus univerſales, ſub quibus comprehenduntur, quæ propter intrinſecam diverſitatem ad commune quoddam genus ſeu univerſalem quandam notionem reduci minime poſſe videbantur. Etſi enim hujus artificii jam mentionem quandam injecerimus in Analyſi; ſingularis tamen prorſus hic occurrit applicatio, ut aliam prorſus formam induat. Regulam catholicam non alio fine inveſtigavimus, quam ut memoriæ ſuccurreretur, regularum multitudine non obruendæ, & ut omnis applicatio Trigonometriæ ſecum ferat ſenſum certitudinis manifeſtiorem. Habemus igitur hic, quod imitemur in aliis diſciplinis practicis, ad praxin omnem facilitandam. Quamvis enim dentur artificia adhuc alia, quibus idem præſtari poteſt, nec ſemper recurrendum ſit ad fictiones; ſufficit tamen hoc exemplo nos moneri, cogitandum quoque eſſe in Diſciplinis practicis de praxi per regulas catholicas facilitanda, immo & de theoria multiplici ad notiones univerſales reducenda, ut facilior evadat ejus ad humana negotia applicatio. Maximæ hoc ipſum utilitatis eſt, cum non omnium ſit theoriam, quæ multitudine regularum abundat, ita memoriæ infigere, ut ſingulæ veluti ſua ſponte præſentes ſiſtantur intellectui, quoties uſus eas requirit cum tamen ad recte agendum illis carere nequeamus. Mirabuntur forſan nonnulli, qui, cum Matheſin ſibi ſoli diſcant, ad alia, quæ extra eam ſunt, animum non divertunt, nos ſtudium Mathe-

seos explicaturos talia proferre, quæ cum eo nihil commune habere videntur. Enimvero qui animo recoluerit, quæ supra de studio Matheseos intellectus perficiendi gratia instituendo in medium attulimus & cum eodem studium Philosophiæ verioris, quam in operibus nostris tradimus, conjunxerit, non habebit amplius quod miretur, utilitatem eorum, quæ hinc inde commendantur, reipsa experturus.

§. 289. Trigonometriam sphæricam non explicamus nisi in usum Astronomiæ & Geographiæ. Quamobrem non plura tradimus, quam quæ huic fini satisfaciunt. Et quoniam Trigonemetria sphærica demonstrari nequit, nisi suppositis principiis sphæricis, nec applicari in Astronomia & Geographia nisi mediantibus his ipsis principiis; nec ex hisce addidimus, nisi quæ huic scopo sufficiunt. Etsi itaque Algebra ad doctrinam quoque sphæricorum & Trigonometriam sphæricam applicari possit; usum tamen Algebræ in hac Matheseos parte prætermisimus, cum unice propositum nobis fuerit praxin Trigonometriæ sphæricæ reddere faciliorem. Ne tamen quis existimet, eum vel esse nullum, vel adeo difficilem, ut hactenus detegi non potuerit; provoco ad exempla, quæ dedit *Jacobus Kresa* e Societate Jesu in Analysi specioſa Trigonometriæ sphæricæ, primo mobili &c. applicata, & ad hisce illustriora, quæ extant in Commentariis Academiæ Imperialis Petropolitanæ. Problemata primi mobilis per Algebram soluta si ad Geometrirm puram reducuntur non sunt nisi problemata sphærica. Geometræ sane de Sphærica nunquam cogitassent, nisi problemata primi mobilis in Astronomia de ea cogitandi ansam dedissent. Neque dubium est, initio hanc Geometriæ partem ab Astronomia sphærica non fuisse separatam, quemadmodum & ipsa Trigonometria non tradebatur nisi in Astronomia.

CAPVT IX.

DE STVDIO ASTRONOMIAE.

§. 290.

Studium Astronomiæ multis sese nominibus commendat omnibus, qui ad solidam rerum cognitionem adspirant, sive secundum cognitionis gradum, sive tertium intendant,

tendant, & inprimis si quis intellectus perficiendi gratia Matheſi operam navet ac ad ſcientiam naturalem excolendam animum appellere velit, immo ſi ſtudio Medico ſeſe mancipandi animum habuerit. Diverſi admodum ſunt fines, cur quis ad ſtudium Aſtronomiæ accedit. Quare nec omnibus eodem modo in eodem verſandum, cum diverſos fines non eodem modo conſequi detur. Noſtrum igitur eſt docere, quid unicuique faciendum, ut finem a ſe intentum conſequatur.

§. 291. Sunt qui curioſitatis tantummodo gratia Aſtronomiam addiſcendam eſſe ſibi perſuadent, cui tanto magis ſatisfaciendum exiſtimant, ne ignorent ea, quæ in Calendariis extant, non decere virum eruditum arbitrati, ut Calendarium quotidie in manu habeat, non tamen intelligat, quæ in eodem traduntur. Sunt alii, qui iſtis oculatiores longius proſpiciunt, & adoleſcentibus ob curioſitatem commendant ſtudium aſtronomicum, ut eadem excitetur ſciendi cupiditas & magis magisque inflammetur. Sane non alio fine in Scholis introductus eſt *Joannis de Sacro Buſco* libellus de ſphæra, cui deinceps alii ſubſtituere alios libellos uſum Globorum & computum eccleſiaſticum exponentes. Etſi enim ea fini etiam Theoricas Planetarum conſignaverit *Purbachius*; cum tamen Theorica magis conducere viſa iis, qui ex inſtituto Aſtronomiæ operam navaturi ſunt, quam promiſcue omnibus, & ipſe *Purbachius* potiſſimum intenderit, ut ad ſtudium aſtronomicum fere neglectum ac deſertum aditum aperiret & animos juvenum ad idem perſequendum accenderet; Theorica ex ſcholis proſcripta in Academias relegata, ubi præter Profeſſorem Mathematum inferiorum, qui Matheſin puram cum Geometria practica & Staticæ elementis interpretari debebat, etiam conſtitutus Profeſſor Mathematum Superiorum, qui Aſtronomiam cum Geographia, Chronologia, Gnomonica & Aſtrologia doceret. Unde hodienum in Academia Wittebergenſi & Hafnienſi duo ſunt Mathematum Profeſſores, alter Mathematum inferiorum, alter ſuperiorum. In Scholis itaque inferioribus, in quibus adoleſcentes ad lectiones academicas præparandi, ſufficere viſum, ſi Aſtronomiæ ſphæricæ & computi eccleſiaſtici præguſtum quendam haberent, & figuras geometricas conſtruere addiſcerent. Unde memini in Gymnaſiis quoque patriis, Vratislavienſibus ſcilicet, cum ego adoleſcens Magdalenæum frequentarem,

Pro-

Professorem Matheseos nonnisi constructiones figurarum cum definitionibus Geometriæ elementaris, usum Globorum & computum ecclesiasticum docuisse. Et quamvis insigni cupiditate methodum mathematicam cognoscendi jam tum flagrarem, nec minor esset Algebræ addiscendæ ardor, quod illa certam acquiri posse cognitionem, cui contradicere nemo ausit, hac vero proprio Marte veritates incognitas investigari audivissem; nemo tamen erat, qui sitim meam restinguere valeret, immo non deerant, qui studium Matheseos dissuaderent, aut saltem affirmarent, me ejus auxilio non consecuturum, quod sperabam. Ego vero nunquam ab ea opinione me dimoveri passus sum, cujus quidem rationes hic exponi nil attinet.

§. 292. Qui adeo solius curiositatis gratia Astronomiam addiscere volunt, iis sufficit historica veritatum præcipuarum cognitio. Nimirum primo ipsis legenda sunt, quæ capite primo Astronomiæ sphæricæ quoad observationes communes & principia inde stabilita traduntur. Neque enim integro hoc capite continetur quidpiam, quod captum Mathematum imperiti excedat, & quocunque quis animo ad Astronomiam accedat, ea ignorare non debet, quæ in eodem continentur. Deinde ex secundo capite, quod de circulis sphæræ mundanæ agit, definitiones circulorum & aliorum nonnullorum ad eos spectantium sibi familiares reddat, omissis ceteris omnibus: In capite vero quarto legat scholia probl. 16. §. 244. & *seqq.* quæ de catalogo fixarum & asterismis ac magnitudine apparente illarum loquuntur. Addi possunt hinc inde scholia quædam alia, quæ utrum contineant, nec ne, quod videatur notatu dignum, quilibet facile per seipsum judicabit. Hinc statim accedat ad caput sextum, in quo constructio & usus Globi cælestis in ipsius potissimum usum docetur. Neque male sibi consulet, si in capite septimo perlegat de refractione & parallaxi, quæ in definitionibus & scholiis habentur & sub rubrica observationum reperiuntur: id quod etiam intelligendum de crepusculis, quibus destinatur caput 8. seu ultimum Astronomiæ sphæricæ. Et hæc satisfaciunt etiam adolescentibus ad studium Astronomiæ præparandis quoad partem sphæricam. In parte Theorica iis, qui solius curiositatis gratia Astronomiam addiscunt, commendanda sunt capita tria priora de natura Solis ac Lunæ ceterorumque Planetarum & mundi systemate,

si

si pauca quædam problemata excipias, quæ prætermitti possunt. Poterunt etiam prætermitti theoremata, quæ in usum systematis mundani evincendi proponuntur §. 571. & seqq. Sufficit enim ut saltem theorema 27. §. 612. & theorema 28. §. 630. cum subjectis scholiis legat, demonstratione prioris insuper habita. De Theoria Planetarum, quæ capite quarto traditur, non plura cognoscere tenetur quam hypothesin: non tamen prorsus inconsultum est, ut addat definitiones, quarum in Theorica usus, propterea quod hi termini in Calendariis quoque occurrunt, quæ intelligere vult curiositatis gratia Astronomiæ operam aliquam impendens. Quod ad Lunam attinet, præter definitiones & observationes a §. 816. usque 822 non est, quod curiosus tantummodo lector attingere teneatur. Et ex capite sexto tantummodo distantias planetarum a Terra ex §. 906. earumque magnitudines ex §. 922. haurire debet. De adspectibus capite septimo sufficiunt eidem definitiones §. 926 — 935 cum definitionibus eclipsium §. 937. & §. 982. Denique ex capite ultimo de stellis fixis & novis atque Cometis sufficiunt theoremata absque demonstrationibus & observationes, omissis vero problematis. Ea abunde satisfaciunt, ut de rebus astronomicis verba facere possit, quando occasio tulerit in sermone communi, & intelligere, quæ in Calendariis de iisdem habentur.

§. 293. Quodsi quis cognitionem historicam Astronomiæ accuratiorem desiderat, is omnia, omissis demonstrationibus, ea industria perlegere debet, quam pro primo cognitionis gradu præscripsimus. Quodsi tamen praxin non curat, nec opus esse videtur, ut singula problemata perlustret. Abunde sufficit, si theoriam planetarum primariorum perspectam habeat & calculi eclipsium ideam aliquam animo concipiat. Permittendum adeo est unicuique, quo usque ipsum trahat sua voluptas. Vix enim alius finis intendi potest, quam ut notitia rerum astronomicarum animum delectet. Quoniam itaque sola voluptas mensura est eorum, quæ addiscenda sunt, uniuscujusque omnino relinquendum est judicio, quantum eidem satisfaciat. Quemadmodum illam suo quisque modulo metiri debet, nec ex se judicare licet alios; ita quoque determinari nequit, quænam unicuique conducant.

§. 294. Cognitio Aſtronomiæ hiſtorica quod partem ſphæricam facilitatur continuo uſu Globi cœleſtis, qui ſemper ad manus eſſe debet. Etenim definitiones multo facilius intelliguntur, ſi ea, quæ declarant, in ſuperficie Globi repræſententur, cum imaginatio nihil amplius faceſſat negotii ob conſenſum ejus cum ſenſu ſeu viſu. Si ſchemata in plano delineantur, quemadmodum fieri ſolet & a nobis quoque factum eſt; ſenſus non revera exhibet, quod repræſentare debebat, ſed ſaltem dirigit imaginationem, ut vi vocabulorum, quæ in definitione continentur, ſibi formet ideam ejus; quod cognoſci debet. Sumamus exemplum facile, ut quæ dicuntur recte intelligantur. Declinationem ſtellæ definimus per diſtantiam ejus ab æquatore. Cumque diſtantiam a circulo maximo eſſe oſtenderimus arcum circuli maximi inter duo puncta in ſuperficie ſphæræ intercepti & ad circulum maximum perpendicularem (§. 76. *Sphæric.*); ideam declinationis formaturi imaginari debemus circulum maximum in ſuperficie ſphæræ, qui per centrum ſtellæ ſeu punctum in ſphæræ ſuperficie datum & per æquatorem tranſit, & hunc ad angulos rectos ſecat. Quamobrem cum porro conſtet (§. 28. *Sphær.*), hunc circulum tranſire debere per polos æquatoris, quos eosdem eſſe cum polis mundi conſtat (§. 48. *Aſtron.*); nobis imaginari debemus ſphæram cavam, in cujus centro oculus collocatus, & in eadem duos polos, circa quos vertitur, una cum æquatore intervallo quadrantis in ſuperficie ſphæræ deſcripto & circulo tranſeunte per polos & ſtellam, ſeu punctum in ſuperficie datum tranſeunte, qui ſecat æquatorem. Ita enim demum idea repræſentabit declinationem. In plano *Tab. I. Fig. 3.* circulus NAZQ repræſentat ſphæram mundanam, puncta P & K polos mundi diametraliter oppoſitos, AQ æquatorem ex altera hemiſphærii parte, in qua ſumitur ſtella S ſive punctum quodcunque datum. PSK repræſentat circulum, qui per polos mundi P & K atque punctum datum S tranſit in eadem hemiſphærii parte & æquatorem in G ſecat. Unde arcus circuli maximi GS repræſentat Declinationem ſtellæ ſeu puncti S. Hinc liquet, quomodo definitiones primum explicandæ ſint per figuras in plano delineatas. Enimvero cum idea hujus ſchematis non ſit ea, quæ rem ipſam, prouti concipitur, repræſentat, ſed vicariam ſaltem operam præſtet; imaginationis eſt eam transformare

formare in ideam veram. Loco igitur circuli APQNA nobis imaginamur sphæram cavam, in cujus centro oculus constitutus, in ejus superficie imaginamur porro duos polos P & K sibi diametraliter oppositos & æquatorem ab utroque polo undiquaque eodem intervallo distantem, tandemque circulum alium per stellam in eadem superficie sumtam & duos polos transeuntem, qui necessario æquatorem secat. Atque ita demum imaginatio veluti visui percipiendam exhibet declinationem SG. Nemo non videt non sine exercitio vim istam acquiri, quæ imaginationi ad istam transformationem idearum sufficit, immo ipsam imaginationis vim jam extendendam esse, ut satis clare repræsentet quod percipiendum. Enimvero si globus fuerit ad manus, cum in ejus superficie designati sint poli & æquator descriptus ac præterea Meridianus circulus per polos mundi transiens, sub quo ob ejus volubilitatem circa polos & situm Meridiani fixum quodvis superficiei punctum pro arbitrio constitui potest; non alia re opus est, quam ut stella constituatur sub Meridiano, ita enim ejus arcus inter eandem & æquatorem interceptus repræsentat declinationem, qualem imaginatio percipiendam exhibere debet. Atque ita sensus cum eadem consentit. Non est quod excipias, Globum exhibere in superficie convexa, quod imaginatio transferre debet in concavam, consequenter nec hic sensum cum imaginatione consentire. Etenim quis non videt, cum non necessarium sit ut oculus collocetur in centro sphæræ, fingi posse quod is extra sphæram collocetur? quod ubi imaginamur, imaginatio a sensu non dissentit. Quodsi vero imaginationis vi ipsam sphæram mundanam repræsentare velis, qualis nobis apparet, dum noctu cœlum stellis superbiens contuemur; multo jam facilius accidit ea, quæ oculo extra sphæram mundanam per fictionem constituto apparent, eidem in centrum sphæræ retracto tanquam in concava percipienda exhibere.

§. 295. Non dubito fore haud paucos, qui nodum in scirpo quæri existimaturi sunt, & sine istiusmodi scrupulositate Astronomiæ cognitionem historicam acquiri posse tanto confidentius sibi aliisque persuadere conabuntur, quod experientia testetur ex schematismis in plano delineatis satis intelligi absque ulla opera, quæ per definitiones explicantur & in resolutionibus problematum præcipiuntur. Enimvero quis vitio ver-

tet Philosopho, quod distincte explicet usum facultatum, quem alii de eodem parum cogitantes faciunt, præsertim eo fine, ut simul ostendat, quomodo usum istum facilitare liceat? Homines & animalia moventur absque cognitione regularum Staticæ, nec norunt, quem faciant eorundem usum, dum easdem inviolabiliter observant. Ecquis vero reprehendit *Borellum*, quod in egregio opere de motu animalium ex regulis Staticæ eundem demonstrandum sibi sumserit? Si quis fuerit Astronomus, qui in Psychologia simul versatus, ut acumine suo discernere possit, quæ modificationibus animæ insunt; is utique agnoscet vera esse, quæ de idea vi imaginationis formanda ad clara percipienda, quæ in Astronomia sphærica docentur, in medium attulimus (§. 294.).

§. 296. Quemadmodum vero illam idearum transformationem juvat præter Globum cœlestem sphæra etiam armillaris; ita non inutile foret, si ad similem usum in parte Astronomiæ sphærica obtinendum adhiberentur Instrumenta levi sumta parabilia, quibus phænomena motus secundi apte repræsentarentur, non quidem ea accuratione, ut calculi vicem subire possent, sed quantum sufficit, ut motus secundus seu proprius distincta notione comprehendatur. Intendebat hoc *Purbachius* cum suis Theoricis Planetarum: sed cum Astronomiæ parte theorica per *Copernicum* inprimis ac *Keplerum* reformata nullus amplius illarum sit usus, alia prorsus forma fieri hodie deberent instrumenta ad motus secundi phænomena eodem modo repræsentanda, quo ope Globi artificialis repræsentantur phænomena motus primi. Equidem non ignoro, non defuisse aliquos, qui de motu secundo Planetarum organice repræsentando cogitarunt; sed desunt instrumenta, quæ ad communem discentium usum adhiberi possent. Neque vero negandum est in Theoricis defectum istiusmodi instrumentorum esse tolerabiliorem quam in sphæricis, quia per schemata in plano descripta non adeo confunditur imaginatio, quam in sphærica, & quod ad Theoricam demum accedas sphærica absoluta, consequenter ubi notionibus astronomicis jam adsuetus animus.

§. 297. Qui propter praxin Astronomiæ operam navant, cum ea varia sit, nec omnes eodem modo in ea versari debent. Constat ad praxin Astronomiæ facilitandam conditas esse Tabulas tam primi mobilis, quam motus Planetarum. Illarum

usus

usus est in parte sphærica; harum vero in Theorica. Quibus adeo calculus astronomicus curæ cordique est, illi usum Tabularum multiplici computatione sibi familiarem reddere tenentur. Præfiguntur Tabulis præcepta calculi, quæ non in omnibus sunt prorsus eadem. Quamobrem ut ea intelligantur, cognitio saltem historica ex Elementis Astronomiæ præmittenda. Quo accuratior hæc fuerit, eo melior. Equidem fieri potest, ut calculum astronomicum juxta Tabulas absolvat, qui terminos tantummodo cognitos atque perspectos habet; sed in tenebris quasi versatur, qui nihil prorsus rationis regularum perspicit. Suadendum igitur est, ut theoriæ tam sphæricæ, quam theoricæ cognitione historica animum imbuas, antequam ad calculum accedas. Dedimus ipsimet præcepta calculi astronomici, eademque exemplis illustravimus. Quamobrem qui ad hanc praxin adspirat, ad ea animum advertere tenetur. Exemplorum typum ita repræsentavimus, ut ideam exemplarem calculi animo ingenerare possit, quæ regularum vicem tueri potest, ubi plura exempla computaveris & eadem forma calculum descripseris. Antequam autem satis exercitatus fueris, ut tibi fidere possis, quod nulla ex parte aberraveris; exempla computanda sunt, quæ in Ephemeridibus habentur, ut cum iis conferre queas, quæ calculus tuus prodit.

§. 198. Tabulæ astronomicæ non alio fine conduntur, quam ut calculus reddatur facilior & brevior. Computantur autem ex observationibus calculo geometrico, aut, si mavis trigonometrico. Quamobrem Tabularum conditoribus calculus geometricus perspectus esse debet. Formam quoque hujus calculi cognoscere tenetur, quicunque solidam Astronomiæ scientiam acquirere debet. Nos in Elementis nostris hunc calculum non modo regulis perspicue ac distincte propositis comprehendimus; verum etiam exemplis illustravimus & typum calculi ita exhibuimus, ut in praxi commode regularum vice fungatur, ipseque calculus prolixus ab omni perplexitate & molestia liberetur. Usi nimirum hic sumus eodem artificio, quo calculum algebraicum facilitare studuimus. Quamobrem si quis præcepta calculi cum typo conferat; non habebit, quod conqueratur de obscuritate, sed plena luce fruetur in iis intelligendis, modo in Trigonometria fuerit versatus, cujus problemata familiaria supponuntur, nec ignoret terminos, quos ex definitionibus perspectos

ſpectos habere debet. Neque enim accedendum eſt ad calculum geometricum, niſi intellectis terminis aſtronomicis & Trigonometriæ tam ſphæricæ, quam planæ praxi in poteſtatem ſuam redacta. Si quis numeros datos variaverit, in aliis exemplis calculi typum imitaturus; is non modo habitum computandi ſibi comparabit, verum etiam ideam calculi exemplarem memoriæ infiget, ope ſchematis delineati in memoriam facile revocandam, quoties calculo iſto utendum eſt. Atque hoc ipſo obtinetur, ut non modo moleſtia omnis a calculo aſtronomico arceatur, ſed etiam ut animo placido, nec perturbato ſanguinis circulo calculos continues per tantum temporis ſpatium, quantum libuerit, modo tibi non moleſtum accidat tempus calculis fallere, quod ſcientiæ amplificandæ impendere malles. Neque enim tædia ex diverſo fonte propullulantia pro diverſitate inclinationum naturalium, quibus natura homines a ſe invicem differre voluit, in unum confundenda errore manifeſto iis, qui in Pſychologia cum laude ſunt verſati. Quodſi vero præcepta calculi, quæ numeris ſuis diſtincta ſigillatim exhibuimus, tranquillo animo lente feſtinans perpendas; formæ calculi notionem diſtinctam conſequeris uſus regulis, quas in Logica pro acquirenda notione diſtincta præſcripſimus, etiamſi illas nunquam didiceris, nec, dum juxta eas determinas facultatum cognoſcendi uſum, earum tibi conſcius fueris. Quantum hoc conducat ad perficiendum intellectum, ut etiam extra Matheſin diſtincte concipere adſueſcas, quæ meditaris, & ordine in meditando cogitationes tuas promoveas; nunc demonſtrare nolo, etſi demonſtratio ex Pſychologiæ ac Logicæ principiis dari poterat, utpote aſſenſum non niſi eorum extorſura, qui Metaphyſicæ, prouti a nobis tradita, jam operam debitam navarunt. Sufficit monuiſſe, quod credendum ſit experto, & oculata futura ſit fides ſingulis, quotquot conſilio noſtro aurem benignam præbere non dedignati fuerint. Qui Aſtronomiam non ſibi diſcunt, ſed intellectus perficiendi gratia eidem incumbunt, id quod faciendum plurimis, cum paucis admodum Aſtronomis opus habeat genus humanum; illis formam calculi animo concepiſſe ſufficit, nec opus eſt, ut in eodem ſint exercitati. Quatenus tamen exempla lucem affundunt præceptis, non inconſultum eſt, ut unicum ſaltem, quod exhibuimus, exemplum computent, ſingulis præceptis ad idem applicatis, præſertim

cum

cum etiam extra Matheſin, in Philoſophia præſertim practica, magna ſit exemplorum vis, quem admodum in parte altera Philoſophiæ practicæ univerſalis demonſtravimus, atque adeo utile ſit ad Philoſophiam animum appellenti præcepta ad exempla dextre ac expedite applicare. Ecce igitur tibi uſum univerſalem eumque maximi faciendum, ob quem hæc pars ſtudii aſtronomici promiſcue commendari meretur omnibus, quos ſolida rerum cognitio juvat, etſi ætatem omnem in calculis aſtronomicis conſumere nolint, immo etſi futurum vitæ genus minime ferat, ut notitiam multo labore acquiſitam conſervent. Quoniam enim ea conſervari hoc non obſtante poteſt intellectus habitudo, quam hoc ſtudio acquiſiviſti; non eſt quod conqueraris, te in ſpem futuræ oblivionis diſcendo ea, quæ tibi nulli uſui ſunt, tempus inutiliter conſumſiſſe.

§. 299. Peculiaris quoque praxis aſtronomica eſt phænomena ſiderum obſervandi, omnis praxeos reliquæ baſis. Ex obſervationibus enim calculo geometrico eruuntur, quæ in Aſtronomia ſcire intendimus, nec absque iis calculi hujus beneficio conduntur Tabulæ, quarum in praxi tam commodus eſt uſus. Immo absque obſervationibus non licet perficere Tabulas, ut major ſit earum cum cœlo conſenſus. Ne igitur hac in parte quoque deeſſemus, modum quoque obſervandi expoſuimus, ut aliquam ejus ideam animo concipere detur. Nemo autem a nobis requiſiverit, ut omnia minutiſſime perſequamur, quæ ad dexteritatem in obſervando faciunt. Quodſi enim quis obſervatorem agere voluerit, is non modo intellectis iis, quæ a nobis traduntur, legat Autores ſupra commemoratos, cum ſcripta Aſtronomorum recenſeremus; verum etiam in obſervatorio aliquo celebri, quale eſt Pariſinum in Gallia & Grenovicenſe in Anglia, per aliquod tempus commoretur, ut, quæ ad obſervandi dexteritatem faciunt, ab Obſervatoribus exercitatis addiſcat. Quamvis enim impoſſibile non ſit, ut eandem multo exercitio per ſe aſſequatur, ſi in obſervando ſedulus ac continuus ſit; facilius tamen longe accidit, ubi alios præeuntes imitamur, quam ſi demum multa circumſpectione ipſimet detegere ea debeamus, quæ ad obſervationem accuratam conducunt. Quodſi quis inſtrumenta modumque obſervandi veterum cum recentioribus & recentiſſimis conferre voluerit; is animadvertet cum theoria Aſtronomiæ creviſſe quoque obſervationum perfectionem

ctionem. Unde conficitur, eum, qui obſervationibus aſtronomicis vacare voluerit, theoriam quoque Aſtronomiæ ſibi perſpectam reddere debere. Immo ex iis, quæ in noſtris Elementis demonſtrantur, jam patebit, obſervatorem in calculo quoque aſtronomico, ipſo etiam geometrico verſatum eſſe debere. Sane qui obſervatorem agere voluerit, Aſtronomiam omnem tam theoreticam, quam practicam intime perſpectam habere debet. Ad obſervandum requiruntur inſtrumenta &, ſi obſervationes accuratæ eſſe debent, accuratis quoque opus eſt inſtrumentis. Quamobrem qui obſervationibus aſtronomicis ſeſe dare voluerit, inſtrumentorum quoque fabricam, uſum & examen intime perſpicere debet. Notio inſtrumenti adæquata eſſe debet, qualis ſufficit ei, qui artificem ejus fabricam docere vellet, aut, ſi arte polleret, ipſemet idem conſtrueret. Rationes ſingulorum in fabrica obſervandorum ex theoria Aſtronomiæ reddendæ, ut ſcientifica ſit inſtrumenti cognitio. Uſum accuratum determinat Aſtronomiæ theoria ad conſtructionem inſtrumenti applicata. Conſtruitur enim inſtrumentum in certum finem veluti magnus Gnomon ad obſervandas altitudines ſolis meridianas per ſingulos anni dies, ex theoria autem Aſtronomiæ conſtat, quanta exactitudine finem intentum conſequi debeamus. Inſtrumenti igitur is fieri debet uſus, quem finis conſequendus exigit. Examina non modo pro diverſitate inſtrumentorum, verum etiam pro uno eodemque inſtrumento varia eſſe poſſunt. Eo autem tendunt omnia, ut inde conſtet, inſtrumenta eſſe accurate facta, atque adeo iis in obſervando fidendum eſſe, ſi quidem certus ſis te debitam in obſervando diligentiam adhibuiſſe. Ad hæc examina referendum, ſi quis inſtrumentum ſuo eadem ἀκριβείᾳ phænomenon obſervat, qua ab aliis celebribus Obſervatoribus alias fuit obſervatum, veluti ſi quis per teleſcopium ſuum Saturni easdem phaſes videt, quales primus exquiſitiſſimis teleſcopiis obſervavit *Hugenius*. De Examinibus iſtis ſpecialia in medium afferre non licet. Supponunt enim accuratam Inſtrumentorum deſcriptionem, qualem hic dare non licet. Sufficit adeo monuiſſe, quod iſtiusmodi examinibus opus ſit, ne magno conatu ac maxima diligentia nihil agas. Obſervationes aſtronomicæ ſunt pauciſſimorum, propterea quod non cuilibet, qui Aſtronomiæ ſtudio delectatur, gaudet ſupellectili ad obſervandum neceſſario fruiturque

que otio ac commoditate obſervandi. Quamobrem in noſtris Elementis nonniſi ea tradidimus, quæ ſufficiunt, ut intelligatur, qualibus obſervationibus opus habeat Aſtronomus.

§. 300. Qui ſecundum cognitionis gradum intendunt, elementa Aſtronomiæ integra eodem modo perluſtrare tenentur, quem ſupra pro cognitionis gradu ſecundo acquirendo præſcripſimus. Eum enim in finem elementa Aſtronomiæ eadem methodo conſcripſimus, qua elementa Geometriæ condidimus, etſi communiter Aſtronomi continuo diſcurſu, quemadmodum vulgo faciunt Autores, ſua proponant, ſit ita quod demonſtrationes eidem interſerant: quem morem etiam hodie Geometræ ſequuntur in ſchediasmatis præſertim, quibus inventa ſua orbi literato communicant in Diariis Eruditorum & Commentariis Societatum Regiarum. Conſtat ipſum *Ptolomæum* eundem morem tenuiſſe in Almageſto ſuo. Negari tamen non poteſt, quod methodus *Euclidea*, quam nos adhibuimus, multo ſit clarior, præſertim ſi omnia rigide demonſtranda, nec ſumenda, quorum demonſtratio lectoris induſtriæ relinquitur, neque etiam immiſcenda, quæ prorſus non demonſtrantur. In parte etiam ſphærica & principiis ſphæricis rigide demonſtravimus, quæ vulgo ab Aſtronomis fiducia illorum principiorum ſumuntur, ne evidentiam deſiderent tyrones, inprimis ubi elementa Geometriæ tam ſcrupuloſa induſtria pertractarunt, quam ſupra præſcripſimus, & qua omnino opus eſt, ſiquidem ideam methodi demonſtrativæ exemplarem in uſum philoſophiæ ex Matheſi haurire volueris. Neque porro negari poteſt, ſtudium Aſtronomiæ hoc pacto facilitari. Sane non alia de cauſa *Purbachius* ſtudium Aſtronomiæ amplificaturus & ad captum tyronum accommodaturus Almageſtum *Ptolomæi*, idem methodo *Euclidea* digerere cœpit, telam vix cœptam poſt obitum ejus jure legati pertexente *Regiomontano*. Non igitur fecimus, niſi quod judicio *Regiomontani*, Aſtronomi ſummi, probetur. *Regiomontanus* nullis problemata illuſtravit exemplis: id quod tamen apprime neceſſarium eſſe ex iis, quæ modo in antecedentibus inculcavimus, abunde elucet. Præterea ipſa res loquitur, quod, cum is nonniſi Almageſtum *Ptolomæi* in formam Elementorum *Euclidis* redigere voluerit, idem non tradat niſi Aſtronomiam antiquam, a qua recentior plurimum differt præſertim in Theorica, ut adeo dici ne-

queat nos actum egisse. Quemadmodum vero Elementa Geometriae *Euclidea* multo clariora & evidentiora reddidimus, tum quod demonstrationes fecerimus completas & ordinatas, quales esse debent, si quis methodum demonstrativam in usum philosophandi addiscere voluerit, tum quod resolutiones problematum magis distincte exhibuerimus; ita idem observavimus ut in ceteris Matheseos partibus, sic etiam in Elementis Astronomiae. Observationes praeterea, quales in Mathesi pura nullae occurrunt, sigillatim quoque ita recensuimus, ut praeter facta non contineant; ea vero, quae inde concluduntur, per modum corollariorum deduximus, quemadmodum vult Logica verior & fieri debere in Logica nostra evicimus: id quod etiam in disciplinis Opticis jam fecimus. Sicuti enim methodus demonstrativa in iis, quae operationibus intellectus perficiuntur, ad amussim observat regulas in Logica praescriptas; ita etiam in iis, quae sensuum usu sub directione intellectus innotescunt, ejusdem regulas sequi debet. Nihil adeo a nobis praetermissum existimamus, quod methodus accurata exigere poterat. Cum in Theoricis nonnulla dentur, quae rigide demonstrata esse dici nondum potest, etsi rationi & experientiae admodum consentanea videantur & quae in usum Astronomiae practicae sumenda esse unanimiter hodie consentiunt Astronomi, veluti quod Terra moveatur motu vertiginis & motu translationis circa solem (§. 622.), & descriptio systematis mundi (§. 630.); demonstrationis quoque titulum omisimus, ne contra regulas Logicae de demonstratione pro tali venditemus, quae non est, ut ab incautis vulgo pro tali habeatur. Nulli igitur dubitamus fore, ut certam nobilissimae scientiae cognitionem ex Elementis nostris hauriat, qui non perfunctoria opera in iisdem versari voluerit. In Theoricis secuti sumus hypothesin *Kepleri*, quam cum coelo magis consentire ceteris hypothesibus commentitiis omnibus in confesso hodie est apud Astronomos omnes fiducia observationum, quibus in Astronomia omnia dirimenda. Quamobrem quoque placuit calculum geometricum explicare, qualem dedit *Keplerus* in Commentariis de stella Martis & in Epitome Astronomiae Copernicanae, ut & constructio Tabularum Rudolphinarum, & calculus Rudolphinus intelligatur. Quoniam tamen hodie majore fruimur luce in Geometria, quam *Kepleri* aevo; ea quoque addidimus, quae lubens ipse in theoriam

suam

suam recepisset, siquidem ipsi ea videre licuisset.

§. 301. Neminem vero, qui Dioptricam ante didicit, quam ad Astronomiam accederet, quemadmodum omnino fieri debet ob eximium telescopiorum in omni Astronomia usum, offendet, ubi observaverit in Theorica quædam sumi, quæ in rigore geometrico vera non sunt, ad veritatem tamen propius accedunt. Etenim in cognitione Naturæ mathematica, ad quam etiam Astronomia referenda, præsertim si more *Keplerian*o tractetur, non attendendus est rigor geometricus, modo constet quæ eodem invito sumuntur ad veritatem prope accedere, præsertim ubi theoria quæritur propter praxin, ubi approximationes æquipollent veritati. Vidimus quoque in Mechanica istiusmodi hypotheses in locum hypothesium naturæ utiliter substitui, immo si praxin unice respicias, substituendas esse. Quoniam tamen ad Astronomiam accedere licet, Mechanica sepositа, statim a Geometria elementari & Trigonometria utraque; non inconsultum duximus denuo inculcare, quod attento lectori ex anterioribus jam patere poterat. Neque hoc abhorret a more priscorum Astronomorum, cum tamen antiquissimis temporibus rigor demonstrandi maxime se probaret Geometris. Etenim in computo eclipsium pro arcubus circulorum sumserunt, quemadmodum adhuc fieri solet, lineas rectas pro arcubus circulorum & triangula sphærica in plana converterunt ad facilitandum calculum, propterea quod non committitur error sensibilis sed qui observabili minor: error autem observabili minor in Astronomia practica habetur pro nullo. Huc etiam referri debet, quod in doctrina primi mobilis semidiameter Telluris habeatur pro puncto respectu distantiæ fixarum. Quando vero dicimus, in demonstrationibus astronomicis non semper observari rigorem demonstrandi; id non intelligendum de forma, sed de materia demonstrationis. Constat nimirum ex Logica, formam probationis semper eandem esse debere, nec ab ea unquam recedendum, si methodus accurata esse debet: id quod etiam usui est in rigore demonstrandi agnoscendo, ne quis sibi persuadeat supponi, quæ vera sunt, sibi autem in memoriam venire nequeunt. Nullo igitur modo probamus, si rigor demonstrandi quoad formam negligatur, quicquid etiam videatur aliis. Notandum vero & hoc est, in Astronomia a rigore demonstrandi quoad

materiam recedi absque ullo scientiæ detrimento, quemadmodum etiam in Dioptrica contingit. Quod enim sumitur contra veritatem, eadem tamen non invita sumitur, quia quod sumitur quoad praxin in locum veri surrogare licet, nec sine utilitate. Alia vero longe ratio est, si dubium sumitur tanquam verum non sine formidine oppositi. Hoc enim in casu subeundum est periculum errandi, quale non metuendum in præsenti casu. Sunt equidem etiam in Astronomia, quæ dubia sunt, & ad certitudinem hactenus deduci minime potuerunt: sed ea a ceteris satis aperte distinguimus, ne cum certis confundantur. De hisce plura mox monebimus in sequentibus. Non vero vitio vertitur Astronomo, si in dubiis acquiescit, ubi certitudo haberi nequit: illud demum vitio vertendum fuerat, si dubia pro certis venditaret. A priori nullum damnum metuendum scientiæ; a posteriori autem detrimentum patitur scientia. Ingenue confitentur Astronomi, se a certitudine adhuc abesse, ubi eam nondum consecuti; minime autem certa & explorata videri volunt, quæ non sunt. Immo si contingat a vero aberratum esse, observationibus contrarium ejus, quod statutum fuerat, loquentibus, dissensum ab observationibus minime dissimulant, multo minus erroribus incrustandis ac pertinaciter defendendis operam impendunt, prouti eruditis ceteris solenne. Veritatem nimirum quærunt, quam ubi nondum invenerunt, eandem inveniisse videri nolunt, ne sibi non minus quam aliis ad eam inveniendam viam præcludant. In iis quoque, quæ dubia sunt, unus non ægre fert dissensum alterius, quantuscunque fuerit, nec propter dissensum unus alterius laudi detrahit, multo minus eundem insectatur, quemadmodum denuo ab aliis eruditis fieri assolet. Quamobrem & nos in dubiis adversas sententias recensuimus citra injuriam in ullum dissentientium, & unicuique liberum reliquimus, cuinam illarum accedere velit, aut num inter extremas mediam amplecti malit.

§. 302. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant, sive in Mathesi acquiescere, sive intellectum in usum philosophandi perficere velint, iis multa suppeditabit Astronomia. Etenim a parvis initiis continuo crevit, & per multiplices ambages ad ea tandem accessit, quæ a cogitatione humana maxime remota videbantur. Ad progressum adeo Astronomiæ animum maxime attendere debet, qui artificia cognoscere

studet,

ſtudet, quibus abdita naturæ rimari datur. Pars ejus ſphærica multo facilior theorica. Quamobrem de illa nobis primum ſigillatim dicendum. Capite primo recenſuimus obſervationes communes ac inde prima Aſtronomiæ ſphæricæ principia ſtabilivimus. Obſervationes communes ſua ſeſe ſponte offerunt cœlum contuentibus, nec vulgi captum tranſcendunt. Atque adeo liquet prima principia eſſe Aſtronomo cum vulgo communia. Neque etiam aliter fieri potuit, quam ut, qui primus de Aſtronomia cogitavit, aliunde notiones aliquas diſtinctas acquireret ad ulteriora profuturas, quam reflectendo ſuper iis, quæ nemo ignorat niſi rationis uſu omni deſtitutus. Per haſce communes obſervationes cœlum percipitur inſtar ſphæræ cavæ, in cujus centro Terra eſt, cui inſiſtimus, & cujus ſuperficiei affixæ ſunt ſtellæ, quæ autem circa Terram continuo revolvitur. Vulgo hæc notio confuſa eſt; ſed Aſtronomus, qui notionem ſphæræ diſtinctam ex Geometria hauſit, eam applicans ad ea, quæ percipit, diſtinctam conſequitur notionem. Atque ita Aſtronomiæ ſtudioſus, immo primus ejus inventor ultra vulgus ſapere cœpit, dum notione communi ad diſtinctam revocata aditum ſibi ad ulteriora pandit, cum vulgus in confuſa acquieſcens ulterius progredi nequeat, ſed in iis, quæ percipit, ſubſiſtere teneatur. Quæritur vero jam, an quod apparet revera quoque ita ſe habeat, nimirum an cælum ſit ſphæra cava, an Terra ſit in centro ejus ibidemque quieſcat, an cœlum circa eandem continuo rotetur, an ſtellæ omnes ſuperficiei ejus ſint affixæ? Hoc pacto liquet, quomodo ſtatim inventori plura invenienda ſeſe offerant. Quodſi ponas eum eſſe circumſpectum, ne per præcipitantiam ſtatuat; ad quæſtiones haſce animum advertens, eas omnes hinc pendere animadvertit, num ſemper quod apparet ita quoque revera ſeſe habeat. Ponamus Opticam nondum eſſe inventam, quemadmodum probabile eſt Aſtronomiæ eandem ortum ſuum debere: nemo non videt recurrendum fuiſſe ad obſervationes communes de iis, quæ nobis apparent. Videtur nobis cœlum ſphæra cava, in cujus centro ſumus, quod ſtellæ omnes eandem diſtantiam a Terra habere videntur, nullumque corpus aliud inter oculum & ſtellas interpoſitum apparet. Quodſi ergo experientiam communem conſulimus, objecta remota, etſi aliquo intervallo a ſe invicem diſtent, eodem tamen a nobis abeſſe videntur, ubi inter ea

nullum aliud corpus interpositum conspicimus, veluti dum arborem in agro a sylva procul adhuc remotam huic conterminam videmus e longinquo. Incertum adeo esse cognoscimus, num cœlum sit sphæra cava, num superficiei ejus affixæ sint stellæ, num denique Terra sit in centro. Cumque ex observationibus communibus hæc decidere non detur; quid statuendum sit, dubitandum, neque hactenus apparet, quomodo a dubitatione liberari queamus. Immo ex progressu patebit, non adeo facile fuisse, ut ab eadem liberaremur. Non plura secula, sed integri millenarii elapsi sunt, antequam aliqua saltem probabilitatis specie statui potuerit, quid veritati consentaneum videatur. Liquet adeo, a præcipitantia non abesse, qui scepticismum amplectuntur, quamprimum animadvertunt se a dubitatione liberari non posse, adeoque veritatem frustra quæri sibi aliisque persuadent. Quodsi jam porro dispiciant, num quod quiescere videtur, revera quiescat, & quod moveri videtur, revera moveatur; observationes denuo communes loquuntur, quiescentibus in re celerrime mota, quæ quiescunt in partem contrariam ferri videri, veluti dum curru celerrime vecto per sylvam arbores nobis in eodem sedentibus in plagam contrariam currere videntur, vel dum littora moveri in partem contrariam in navi celerrime mota sedentibus apparet. Quamobrem denuo in dubitationem adducimur, utrum Terra quiescat & cœlum circa eandem rotetur, an vero stellæ quiescant & terra motu vertiginis in plagam contrariam convertatur. Liquet autem ut ante ex observationibus communibus decidi minime posse, a qua parte stet veritas. Quodsi ergo qui primi ad Astronomiam animum appulerunt, scepticismo locum dare voluissent; omni adhuc Astronomia careremus. Enimvero quid faciendum erat in hisce angustiis constitutis? Ea tanquam dubia erant notanda, & observationes communes ulterius expendendæ, num forsan per eas major lux sit affulsura, & an nos deducant ad alia intellectui magis obvia. Quodsi hoc facias, in notionem ortus & occasus incidis, quemadmodum capite primo ostendimus, quos ubi invicem confers notionem habes moræ supra horizontem. Secundam porro observationem expendens, continuam stellarum situs respectu verticis tui variationem deprehendis, distantia a vertice a primo ejus ortu continuo decrescente, donec ad minimam pervene-

venerit, & deinde rursus crescente, donec ad maximam regressa in parte cœli opposita occidit. Præterea hinc discimus, continuo alias stellas oriri, eas autem, quæ per aliquod tempus conspicuæ fuerant, denuo occidere. Hæc ubi distincte considerantur, quærendorum sese offert numerus, nimirum quando stella aliqua oriatur, quando occidat, quanto temporis intervallo in parte cœli nobis conspicua commoretur, seu quodnam tempus inter ortum atque occasum intercedat, quænam sit minima ejus a vertice distantia, quandonam ad eandem perveniat, quo tempore singulas intermedias in utraque cœli visibilis parte acquirat. Nemo non videt, phænomena, quæ quærenda animo insinuant, pendere ab eo quod cœlum, cujus superficiei stellæ affixæ sunt, videatur circa Terram quiescentem, in qua fixum tuemur locum, moveri, atque ex hoc assumto rationem eorundem reddi posse Unde manifestum est, in gratiam horum phænomenorum, ubi quæstiones, ad quas nos ea deducunt, resolvendæ, instar hypotheseos sumi posse, quod cœlum sit sphæra cava, in cujus superficie hæreant stellæ eidem affixæ, & quæ circa Tellurem in centro ejus quiescentem continuo gyratur. Quoniam ex anterioribus constat, phænomena eadem proditura, si Terra in plagam contrariam circa axem suum convertatur, cœlo cum stellis quiescente; æquipollentia utriusque hypotheseos probe perpendenda: ita enim constabit, ubi non quæritur nisi quæstionum illarum, quas commemoravimus, solutio, salva veritate sumi posse utramvis, consequenter te in Astronomiæ parte prima, quæ de motu communi agit, nos feliciter progredi posse, etiamsi ignoretur, quænam harum hypothesium sit vera. Enimvero utraque hypothesis non eadem facilitate sese commendat dictas quæstiones resoluturis. In inveniendo itaque & demonstrando præferenda ea, quæ faciliorem operam parit. Ac ea de causa in parte sphærica Astronomiæ sumitur motus cœli & quies Telluris, ac bona methodus jubet sumi, etiamsi contrarium verum esse invictis argumentis demonstrari posset. Etenim in inveniendo & demonstrando, præsertim ubi praxin intendimus, hypothesis vicaria in locum hypotheseos naturæ seu veritatis surrogatur, quemadmodum jam vidimus in aliis quoque disciplinis mathematicis fieri. Hinc itaque elucescit, progressui Astronomiæ sphæricæ non obesse ignorantiam veritatis,

sed

sed eadem in dubio relicta non minus praxi satisfieri & in ea ad liquidam veritatem pertingi posse, ac si a primis dubitationibus prorsus essemus liberati. Neque dicendus es a vero aberrare ac erroribus locum dare, modo caveas, ne per præcipitantiam quoad ea erres, quæ sumis. Etsi enim in præsenti negotio error non noceat, nocere tamen potest in aliis, iis scilicet quæ ab eo pendent quod est, non vero ab eo, quod apparet.

§. 303. Probe ea, quæ modo dixi, perpendant velim, qui ad Philosophiam animum appellunt, etsi Mathematicis, qui antecessorum suorum inventa addiscendo sibi habitum quendam inveniendi compararunt, talia puerilia videantur & contemnantur, qui tamen contemtui dant pœnas, quoties de rebus philosophicis judicium sibi sumunt, aut superbo supercilio Philosophiam contemnunt omnem, propterea quod quæ in ea vulgo docentur a certitudine, qualis in Matheſi datur, immenso intervallo distant. Quodsi vero acumine, quo pollent, usi ad animum revocarent ea, quæ modo dixi; haud difficulter animadverterent, Philosophiam hactenus in infantia fuisse, infantiam vero ejus prorsus convenire cum infantia Astronomiæ, quæ si ob eundem statum negligenda, non educanda fuisset, nunquam ad virilem ætatem adoleviſſet. Sane non rectius videre licet, quomodo scientiæ philosophicæ, quæ ex communi vulgi notitia tanquam ex semine nascuntur, in primo ortu esse debeant, quam si ad ortum Astronomiæ animum attendant. Quodsi porro eandem attentionem ad progressum ipsius afferant; quid fieri debeat, ut Philosophia quoque humano generi adeo utilis adolescat haud difficulter perspicient Astronomos imitaturi, quantum fert differentia, quæ inter cognitionem philosophicam & mathematicam intercedit. Demus exemplum. Communi experientia constat, animam in perceptionibus suis dependere a corpore, & viciſſim corpus quoad motus organorum externorum & sui totius ab anima. Hæc dependentia phænomenon est, quale est figura sphærica mundi, cujus superficiei stellæ affixæ & quæ circa Tellurem in centro ejus quiescentem continuo gyratur. Philosophus perinde ac Astronomus notionem confusam revocat ad distinctam animamque a corpore dependere agnoscit quoad specificationem perceptionum & continuitatem temporis, quo cum mutationibus in organis sensoriis contingunt, & corporis ab anima

quoad

quoad ſpecificationem motuum voluntariorum & continuitatem temporis, quo cum volitionibus animæ contingunt (§. 962. *Pſych. empir.*), notionibus adjutus ontologicis quemadmodum Aſtronomus geometricis. Atque hoc pacto primo paſſu diſcedit a cognitione vulgi, ſibi aditum paraturus ad ulteriora. Quoniam vero novit, notionibus confuſis non eſſe fidendum, cum per eas appareant haud raro, quæ non ſunt; ad haſce quæſtiones delabitur, utrum illa dependentia ſit realis, an vero ſaltem appareat, ſeu num anima & corpus revera in ſe invicem agant & a ſe invicem patiantur, an vero tantummodo in ſe agere, & a ſe invicem pati videantur, quemadmodum Aſtronomus quærit, num cœlum cum ſtellis fixis circa Tellurem in centro ejus collocatam revera moveatur, an ſaltem moveri circa eandem videatur & utrum Telluris ſitus revera talis ſit, qualis apparet, nec ne. Experientia communi quæſtiones ſuas dirimi non poſſe, perinde ac Aſtronomus agnoſcit. Quemadmodum enim hic motum cœli circa Tellurem non obſervat, neque etiam ſitum ejus in centro ſphæræ mundanæ; ita ſimiliter Philoſophus nullam obſervat actionem corporis in animam, nec animæ in corpus (§. 949. 955. *Pſych. empir.*). Quodſi dicas, *Newtonum*, virum perſpicaciſſimum, affirmare, actionem illam mutuam animæ ac corporis in ſe invicem ſingulis momentis nos experiri; facilis eſt reſponſio. Acumine ſummo polluit in Geometricis, non vero in Metaphyſicis: acumen autem Geometræ, quod ab imaginatione pendet, non eſt idem cum metaphyſico, quod imaginationi prorſus ſubducitur. Quemadmodum itaque per præcipitantiam judicarunt Aſtronomi, ſi qui experiri ſeſe ſibi viſi fuerint figuram mundi ſphæricam, ſitum Telluris in centro ejusdem & motum continuum circa Tellurem in centro quieſcentem; ita quoque per præcipitantiam judicavit *Newtonus*, quando ſibi viſus fuit experiri actionem mutuam corporis ac animæ in ſe invicem, qua una ſubſtantia in modificationibus ſuis efficiatur dependens ab altera. Ab hac præcipitantia ſibi utique caviſſet, ſiquidem ortum Aſtronomiæ diſtincte expendere voluiſſet Aſtronomiam non ſibi ſoli addiſcens, ſed in uſum quoque philoſophandi. Quod hoc facere debuerit, minime contendimus nullius jus violaturi, quod Natura unicuique conceſſit, utpote qui ab omni injuria procul remotum habemus animum, multo minus

minus ejus laudi detrahere cupimus, quam ſummam ipſi merito ſuo magno deferimus, ne quicquam contra humanitatis officia, ad quæ aliis prompte præſtanda obligamur, admittamus. Veritati non minus debetur honos ſuus, quam hominibus præclare de eadem detegenda & ejus theſauris amplificandis promeritis. Neque præſumendum eſt, viros magnos velle, ut, dum laudamus, adulemur, cum adulatio potius anſam det laudibus promeritis detrahendi, quam eas amplificandi, nec ipſi appetere cenſendi ſint niſi veritati conſentaneas. Certum adeo manet, philoſophum circumſpectum, non minus ac Aſtronomum (§. 302.), in dubitationem adduci, quid de dependentia animæ ac corporis a ſe invicem in modificationibus ſuis ſtatuendum ſit, ubi ejus ratio ex eſſentia & natura utriusque corporis reddenda, quemadmodum eam non aliunde reddendam eſſe per prima philoſophiæ principia edoctus eſt. Quemadmodum vero Aſtronomus in limine Aſtronomiæ adhuc conſtitutus non videt, quomodo a dubitatione liberari poſſit; ita ſimiliter nec Philoſophus in limine Philoſophiæ adhuc conſtitutus reperit, quomodo ex dubitatione eluctari queat. Quid igitur faciendum? Num animus omnis prorſus abjiciendus & in ſcepticiſmum eundum? Abſit ut hoc faciat, qui philoſophari decrevit! Imitari convenit Aſtronomum. Inquirendum itaque, num obſerventur alia, quæ ab iſta mutua modificationum animæ ac corporis dependentia a ſe invicem porro dependent. Videmus a ſenſatione pendere alios actus facultatis cognoſcitivæ & ab his actus facultatis appetitivæ & averſativæ: videmus etiam actuum non minus internorum animæ, quam motuum organorum corporis ſeu actionum externarum determinationem pendere a nutu animæ, conſequenter eidem competere directionem actionum externarum & internarum quandam. Horum rationem reddi poſſe apparet ex mutua illa dependentia. In hæc igitur omnia inquirere & praxes hinc a priori deducere licet, nondum licet cognita ratione mutuæ illius dependentiæ modificationum animæ ac corporis a ſe invicem. Quamobrem ſicuti in Aſtronomia ſumimus motum communem tanquam phænomenon, & inde deducimus alia, quæ ab eodem pendent, parum ſolliciti, num revera detur, an ſaltem appareat; ita quoque in Philoſophia mutua animæ ac corporis quoad modificationes a ſe invicem dependentia

tia sumenda tanquam phænomenon, ac inde deducenda sunt alia, quæ hinc porro pendent, nec ea Philosophum tangere debet cura, num illa dependentia realis sit, an tantummodo apparens, & quænam sit ejus causa. Immo cum constet, quæcunque tandem causa sit illius dependentiæ, semper tamen supponendum esse animam & corpus ita agere, ac si in se invicem influerent, quemadmodum in Psychologia rationali evicimus; si vel maxime falsum esset, animam & corpus in se invicem influere, veritate tamen illæsa sumi potest tanquam hypothesis naturæ vicaria quoad regimen corporis, quod animæ tribuitur, immo quoad regimen sui ipsius, quatenus a corpore pendere videtur, animam & corpus in se mutuo influere, quemadmodum in Astronomia quoad motum communem sumimus, cœlum esse sphæram cavam, cujus superficiei affixæ sunt stellæ, & quæ circa Tellurem in centro ejus collocatam ab oriente in occidentem convertitur, etiamsi persuasi simus, hæc a veritate abhorrere ob rationem paulo ante (§. 302.) dictam. Memini cum systema harmoniæ præstabilitæ maxima animorum acerbitate impugnaretur, quasi per ipsum omnis moralitas, omne regimen politicum, immo omnis religio funditus evertatur, cumque ad avertendum tantum ab eo periculum ista monerem; Theologo cuidam celebri hoc paradoxum, immo absonum visum fuisse. Sed hoc ipsi condonandum erat, tanquam methodi demonstrativæ ac artis analyticæ prorsus ignaro, cujus nec notionem ullam, nec exemplum habebat. Ecquis enim est qui nesciat, & vel in sola Mathesi attentionem suam desiderari minime passus fuerit, sine methodi demonstrativæ notitia nemini esse posse ideam dependentiæ veritatum a se invicem, nec sine artis analyticæ cognitione constare posse, quænam, etsi nondum definita, sumi queant illæsa veritate ad alia investiganda, quæ usum in praxi habent? Enimvero si qua sunt, quæ a causa illius mutuæ ac corporis dependentiæ a se invicem dependent, tum ea non amplius sumitur tanquam vera, nisi demonstratum fuerit, utrum ea realis sit, an tantummodo apparens, quemadmodum in parte Theorica Astronomi non amplius sumunt Telluris quietem & motum communem, sed potius motum vertiginis Telluris cœlique ac stellarum quietem. Poteramus alia addere exempla ex Physica generali pariter ac speciali, nisi unicum sufficeret, ut intelliga-

tur, quomodo in re præsenti Astronomum imitari debeat Philosophus.

§. 304. Postquam in Astronomia parte sphærica Astronomi sumserunt, cœlum esse sphæram cavam, cujus superficiei stellæ omnes sunt affixæ, & quæ circa Tellurem in centro ejus quiescentem ab oriente in occidentem continuo circumvolvitur; ad hoc phænomenon Geometriam applicarunt, ut alia hinc pendentia determinarent, cum phænomenorum motus primi sive communis cognitionem mathematicam quærent. Quamobrem qui tertium cognitionis gradum intendit, in capite secundo, quod de circulis sphæræ mundanæ agit, inquirendum est, quem in finem circulos istos in ejus superficie descriptos imaginentur. Ipsa natura quasi circulum describsit, qui visum oculi undiquaque terminat & sphæram mundanam in duo hemisphæria dividit, Horizon ideo dictus. Circulus hic immotus est, dum sphæra mundana continuo volvitur, adeoque ultra sphæram mundanam imaginari tenemur aliam immobilem, in cujus superficie peripheria hujus circuli descripta. Ipsa adeo natura Astronomos deduxit ad distinguendos circulos mobiles ab immotis, antequam perpenderent, quales circuli superficiei sphæræ mundanæ sint inscribendi. Videmus hinc cognitionem Naturæ mathematicam imaginaria admittere tanquam principia, ex quibus deducitur, & fictionibus locum dare: id quod præpostere imitari minime debet Philosophus, etsi in nonnullis utiliter imitetur, quemadmodum modo vidimus (§. 303.). Hinc vero accidit, quod Mathematici ad res philosophicas celeri nimis gradu properantes imaginaria a realibus non distinguant, & notiones in Mathesi toleranter veras tamquam reales importuno ausu in Philosophiam inferant, quemadmodum nec alia fuit ratio, quod olim Physici mundum ex sphæris crystallinis cavis compositum finxerint, donec tandem hypothesis insulsa a *Tychone de Brahe* explosa nullam amplius hodie inveniat fidem. Utinam huc animum serio adverterent, qui ex Principiis Philosophiæ naturalis mathematicis & Optica Mathematici summi *Isaaci Newtoni* nescio quam Philosophiam *Newtonianam* exsculpere volunt, quasi notiones imaginariæ, quæ ad cognitionem Naturæ mathematicam sufficiunt, & in ea fœcundæ deprehenduntur, in Philosophiam primam & naturalem utiliter inveherentur, immo quasi ex istis notionibus imaginariis inferri possent, quæ ad Theologiam naturalem

turalem

ralem & Cosmologiam generalem ſpectant. Idem enim revera agunt, quod fecere antiqui, qui notionem imaginariam mundi, quæ Aſtronomo in explicando motu communi adeo proficua fuit, tanquam realem in Phyſicam inferre auſi ſunt. In uſum cognitionis mathematicæ multa fingere licet; ſed fictiones iſtæ mathematicæ non ſunt veræ cauſæ, quibus effectus Naturæ intelligibili modo explicantur. Abſit autem, ut quis hinc inferat, quaſi laudibus Mathematicorum detrahere & ſupra Mathematicos Philoſophos extollere velimus! Neque enim nobis jam propoſitum eſt Philoſophos cum Mathematicis committere, nec de Jure Præcedentiæ controverſiam movere. Diverſitatem ſaltem notionum imaginariarum & realium inculcamus, ne in detrimentum ſcientiæ confundantur, quæ diverſa ſunt, ſed legitimus utrarumque conſervetur uſus. Nihil decedit laudi Mathematici, etſi non habeatur Philoſophus; quemadmodum nec Philoſophos laude ſua, quam meretur, fruſtratur quod non ſimul habeatur Mathematicus. Mathematici & Philoſophi in numerum eorum entium referendi, quorum non eſt ad ſe invicem ratio, utut maxime conſultum ſit Philoſophum ſimul eſſe Mathematicum, præſertim ubi in Philoſophia ad tertium cognitionis gradum adſpirat, cum Mathematicus in arte ſua ſummus eſſe poſſit, utut nullam inter Philoſophos laudem mereatur.

§. 305. De ſphæricorum theoria non ante cogitarunt Geometræ, quam cum Aſtronomia ad eandem eos invitaret. Qui ergo ad tertium cognitionis gradum adſpirat, ei ſuademus, ut primo in uſum ſecundi totum caput ſecundum perluſtret, & quomodo principia illius theoriæ ad ſphæram mundanam applicentur expendat, donec ſingula, quæ hic explicantur & demonſtrantur, habuerit perſpecta, parum ſollicitus, quomodo primi inventores in ea incidere potuerint. Enimvero ubi ſingula ipſi probe cognita atque perſpecta fuerint, jam ſecundis curis idem caput perluſtret atque jam ſupponat, quaſi nulla adhuc proſtaret ſphæricorum theoria, & inquirat, quomodo ſuppoſito phænomeno, quod veluti baſis eſt totius Aſtronomiæ ſphæricæ, tanquam fonte rationum de ceteris, quæ quæruntur, reddendarum, dum in phænomenorum motus communis rationes inquirimus, in circulos, quæ in ſphæræ ſuperficie concipi debent, aut ſi mavis tanquam ſphæram ſecantia plana conſiderantur, incidamus. Immo non in-

consultum erit, si ante quinque priora capita in usum secundi gradus cognitionis pertractet, quam quæ in usum tertii perpendenda sunt, exquirat, quoniam hoc pacto evidentius ipsi constabit, quænam sint phænomena motus communis in hac Astronomiæ parte determinanda, sicque facilius apparebit, quonam circulorum apparatu ea fini sit opus. Dum vero curis secundis caput secundum percurrit, attentione inprimis opus est, ut observetur, quomodo theoria imperfecta nos deducat ad observationes, quibus perficiatur, simulque ad observationes, quibus ad praxin aptatur. E. gr. Vi phænomeni fundamentalis sphæra mundana circa Tellurem continuo circumvolvitur. Enimvero quæritur an puncta illa fixa, circa quæ rotatur & qui poli dicuntur, semper sint iidem, an vero mutentur. Quid sumi debeat, per observationes definiendum. Similiter cum motus vel æquabilis, vel inæquabilis, esse possit, & celeritas in diversis revolutionibus vel eadem, vel diversa; denuo quid sumendum sit per observationes definiendum. Equidem per modum hypotheseos sumi potest, polos semper manere eosdem, motum non modo esse æquabilem, sed eandem quoque esse in qualibet rotatione celeritatem. Enimvero ubi examinanda hypothesis, ad observationes tandem confugiendum. Atque adeo videmus, quomodo theoria imperfecta beneficio observationum reddatur perfectior. Similiter ubi per theoriàm agnoscis Meridianum secare hæmisphærium in duas partes æquales & in eodem altitudines stellarum esse maximas seu distantias a vertice minimas, quas habere possunt; in usum praxis situs Meridiani determinandus esse respectu tui loci. Nec absimili modo patet situm quoque poli respectu loci tui determinandum esse. Deducit adeo nos theoria ad observationes, quibus eadem ad praxin aptatur. Unde liquet, quomodo ea, quæ per meditationes deteguntur, ulterius quærenda insinuent, de quibus ante cogitare non poteras. Probe autem notandum est, quomodo observationes sine circulo vitioso, quem Logici vocant, instituantur, quando utraque alteram supponere videtur, quales subinde in Astronomia occurrunt. Habemus exemplum, in invenienda linea meridiana ad determinandum planum meridiani in dato loco §. 120. Etenim ea supponit stellæ declinationem vel etiam solis intra tempus observationis non mutari. Supponit observatio immutabilitatis declinationis immutabilitatem poli,

quæ

quæ ex immutabilitate altitudinis maximæ adeoque in plano meridiani, demonstratur §. 114. Quod si tamen perpendas, quæ §. 110. & sq. docentur; videbis, quomodo absque periculo circuli vitiosi committendi hæc dirimantur. Equidem non negaverim, initio Astronomos plurima sumsisse per modum hypotheseos, quemadmodum idem quoque haud raro fieri debuisse ex Theoricis constabit, & cum ex istis hypothesibus deducta cum cœlo deinceps per alias observationes consentire deprehenderent, assumtis demum plenum assensum præbuisse: hoc tamen minime obstat, quo minus Astronomiam methodo synthetica traditurі ostendamus, quomodo scrupulosiores in infantia statim Astronomiæ certitudini prospicere potuerint, cum nobis propositum sit eam ita tradere, ut methodum imitari liceat non modo in Philosophia naturali, verum etiam in aliis ejus partibus, ubi a posteriori quædam stabilienda, ut alia inde deduci queant.

§. 305. Qui tertium cognitionis gradum intendit, problemata per Trigonometriam sphæricam soluta analytico more expendere debet. Artificium heuristicum, quo hic utendum, in eo consistit, ut intersectione circulorum sphæram secantium detegatur triangulum, cujus id, quod quæritur, pars aliqua est, sive latus, sive angulus; ac præterea attendatur, num per observationem, principia sphærica aut calculos præcedentes dentur tres ejusdem trianguli partes aliæ. Constat enim ex tribus datis per Trigonometriam sphæricam semper inveniri posse quartum, quod quæritur. Facillimum exemplum præbet problema quartum §. 198. quo inveniri jubetur puncti cujuscunque dati Ecliptica declinatio. Quoniam declinationem metitur arcus circuli maximi inter æquatorem & punctum datum interceptus atque ad æquatorem perpendicularis (§. 76. *Astron.*); qui circulis declinationis dicitur (§. 78. *Astron.*), hinc colligitur, animum advertendum esse ad æquatorem, eclipticam & circulum declinationis. Quamobrem in charta describitur circulus, qui sphæram mundanam repræsentare fingitur, cumque situs æquatoris dependeat a polis mundi (§. 48. *Astron.*); in eo sumitur pro arbitrio punctum P, quod polum repræsentet. Jam Æquator sphæram mundanam in duo hemisphæria dividit (§. 50. *Astron.*) & singula ejus puncta a polo mundi quadrantis intervallo distant (§. 49. *Astron.*). Ex polo igitur P intervallo quadrantis Tab. IV. Fig. 40.

tis AP describitur circino arcus AO, qui Æquatorem repræsentat. Cum polus Eclipticæ certo intervallo a polo mundi P distet (§. 179. *Astron.*) & illa æquatorem secet (§. 172. *Astron.*); pro arbitrio sumitur punctum M tanquam polus Eclipticæ & ex eo quadrantis intervallo ME describitur arcus EL, qui Eclipticam repræsentat & æquatorem AQ in G secat. Cum circulus declinationis transeat per polos mundi P & p (§. 78. *Astron.*) & ex principiis sphæricis pateat, quod poli ejus sint in Æquatore, punctum vero S in Ecliptica pro lubitu sumi possit; describatur denique arcus PSD, qui quadrantem circuli declinationis repræsentat (§. 79. *Astron.*). Patet hoc modo intersectione æquatoris, eclipticæ & circuli declinationis obtineri triangulum DGS in superficie sphæræ mundanæ, cujus crus DS repræsentat declinationem puncti Ecliptícæ S, quæ quæritur. Inquirendum igitur porro est, num in eodem triangulo tria tanquam aliunde cognita deprehendantur. Quoniam itaque punctum Eclipticæ S, cujus declinatio quæritur, pro lubitu sumitur a Tabularum conditore, aut in alio casu datur; in priori casu punctum G, in quo Ecliptica æquatorem secat, sumi potest vel pro principio arietis, vel pro principio Libræ (§. 158. 160. *Astron.*), in posteriori ex dato puncto Eclipticæ patet, num punctum G repræsentet principium Arietis, an vero principium Libræ. Ponamus in præsenti punctum G esse principium arietis. Quia punctum Eclipticæ S datur, ejus distantia a principio Arietis seu arcus Eclipticæ SG datur. Datur præterea angulus obliquitatis eclipticæ per observationem (§. 163. 178. *Astron.*). Et ex sphæricis constat angulum ad D esse rectum (§. 76. *Astron.*). Habemus itaque in triangulo DGS tria data, nimirum angulum rectum D in intersectione æquatoris AQ & circuli declinationis PD, angulum obliquitatis Eclipticæ G, distantiam SG puncti Eclipticæ S a puncto æquinoctiali G. Inveniri autem debet latus DS angulo obliquo G oppositum: id quod fieri posse, per Trigonometriam sphæricam patet. Videmus adeo, qua analysi resolutio problematis de invenienda declinatione puncti cujuscunque Eclipticæ fuerit investigata, & ex hac analysi facile condi poterat demonstratio problematis ad morem veterum Geometrarum, siquidem tanto rigore demonstrandi foret opus. Nimirum qui ad Astronomiam accedit, cum in Elementis Arithmeticæ, Geometriæ,

metriæ, Trigonometriæ utriusque & sphæricorum, Opticæ item, Catoptricæ atque Dioptricæ jam ita versatus supponatur, ut, quæ in istis Matheseos partibus traduntur, familiaria experiatur, in Methodo demonstrandi jam satis exercitatus est, ut non minutissima quæque ipsi enucleari sit opus. Non tamen inconsultum est, ut, qui intellectus perficiendi gratia Matheſi operam navat eodem rite extra eandem usurus analysi, quam hic commendamus, sedulo incumbat ac syntheticas demonstrationes hinc eruat.

§. 306. Qui in seipsis experiuntur, se absque ista analysi, quam hic urgemus, sine mora schemata delineare & triangulorum resolutiones invenire posse, ac absque demonstratione hinc derivata veritatem solutionis problematum propositæ perspicere, tantum apparatum condemnabunt ac tempus inanibus speculationibus falli existimabunt, quod longe utilius in aliis addiscendis collocari queat. Immo non deerunt, qui, cum inter Astronomos merito suo emineant, analysin istam ac derivatas inde syntheticas demonstrationes inter superflua referent, forsan tanquam puerilia prorsus ridebunt, Quamobrem apprime necessarium videtur, ut quædam ad avertendum præjudicium philosophaturo admodum nocuum annotemus. Nemo in dubium vocare potest, omnibus istis notionibus, quæ analysin nostram ingrediuntur, animum ejus imbutum esse debere, qui proprio Marte solutionem problematis de investiganda declinatione singulorum graduum aut puncti cujuslibet ecliptice invenire aut veritatis ejusdem, ubi ab alio inventa supponitur, plene convinci debet. Pone enim quamcunque illarum esse tibi incognitam, extemplo constabit, tibi de veritate solutionis dubium aliquod adhuc supereſſe, consequenter abesse convictionem, quæ omnem dubitationem excludit. Notiones igitur istæ omnes influunt in determinationem assensus, quem præbes solutioni tanquam veræ Quamobrem si distincte exponendum, quomodo generetur assensus, & qui fieri potuerit, ut a priori in solutionem problematis inciderit primus inventor; nulla illarum notionum prætermittenda, sit ita quod inventor vel qui solutionem jam inventam addiscit, in confusis notionibus acquiescat, nec quæ ideæ, a qua pendet convictio, insunt, singula a se invicem actu mentis discernat. Sane cum Philosophi sit rationem reddere istius assensus ac modi, quo

ad ſolutionem problematis inventor pervenire potuerit; nemo niſi cognitionis philoſophicæ contemtor reprehendet, quod quæ actibus animæ inſunt diſtincte explicet, utut utilitatem non pervideat. Hanc vero eſſe maximam, ſi quis animum ad philoſophandum appellit, haud difficulter oſtenditur. In Aſtronomia ſchemata notiones, quas antea tibi comparaviſti, imaginationi præſentes ſiſtunt, ut confuſa quædam idea animum attendenti ſufficiat ad veritatem protinus perſpiciendam. Enimvero in Philoſophia, præſertim in Metaphyſicis ac Moralibus, iſtiusmodi ſubſidio deſtituimur, quo imaginatio apta efficitur ad vicarias intellectus operas præſtandas, nec confuſis ejus ideis tuto fidere licet, ſiquidem errandi periculum ſubire nolueris. Ipſe igitur intellectus agere debet, quod ſuum eſt, adeoque non admittendæ ſunt niſi notiones diſtinctæ, nec in exacta earundem evolutione unquam nimii ſumus, ſiquidem eam deſideraverimus evidentiam, quæ in Matheſi datur. Quamobrem ut evolutioni huic adſueſcamus, conſultum omnino eſt analyſin problematum primi mobilis inſtituere, quemadmodum præcepimus: id quod in Aſtronomia multo facilius ſuccedit, quam in Philoſophia, quia intellectus dirigitur ab ipſa imaginatione, modo ad imaginem, quæ ob oculos verſatur, animum attendas, cum in Philoſophia imaginatio ac ſenſus ſuppetias ferre nequeant, ſed intellectui magis obſtaculo ſint, ne ſuo munere dextre fungatur. Non ſuadeo niſi experta & quorum veritatem in ſe ipſo experiri poterit, qui voluerit. Quicquid igitur videatur aliis, qui Aſtronomiæ totos ſeſe dederunt, nec Philoſophiæ excolendæ operam impendendi otio fruuntur, ego iſtam Analyſin admodum proficuam judico omnibus, quotquot ad hanc excolendam animum appellere decreverunt. Neque enim exiſtimandum eſt levi opera conſequi te poſſe, ut methodo demonſtrativa in philoſophando rite utaris. Plurima enim ſunt, ad quæ per exempla felicius, quam per præcepta patet aditus, exempla vero tutiſſima offert Matheſis, ſi accurata demonſtrationum analyſis curæ cordique fuerit. Nos, quibus methodi intimius cognoſcendæ cupido ſtudium Matheſeos commendavit a prima ætate, Matheſin quoque hoc nomine maximi facimus. Non jam commemorare lubet, quod diſtincta uſus facultatum animæ explicatio augeat ſcientiam philoſophicam & quod eum cognoſcere teneatur philoſophus, ſi in Philo-

Philosophia morali tradere velit, quæ satisfaciunt; hic enim, ubi intellectus perficiendi nonnisi ratio habetur, ad methodum tantummodo digitum intendimus.

§. 307. Non lubet ad particularia descendere, quæ utiliter moneri poterant: neque enim consultum est, ut prima statim vice minutissime persequatur singula, qui intellectus perficiendi gratia ad studium astronomicum accedit. Quodsi enim hisce tantummodo observatis, quæ docuimus, ad studium psychologicum & ontologicum accesserit; in Ontologia & Psychologia probe versatus proprio, quod acquisivit, acumine deteget, quæ adhuc annotari poterant. Merentur autem attentionem, quæ de refractione, parallaxi & crepusculis dicuntur eo etiam fine, ut intelligatur, quam necessarium sit experientiæ & rationis connubium, ne per theoriam fieri posse videantur, quæ tamen in praxi minime succedunt. Nimirum qui experientiam negligit, subinde fieri posse sumit, quæ ob circumstantias a priori non definienda haud quaquam fieri possunt. Unde contingit nos incidere in resolutiones problematum, quibus satisfieri nequit. Observanda hæc sunt Philosopho non minus in Philosophia morali, quam civili, ne sibi jam consecutus videatur, quæ adhuc in quærendorum numero sunt, & a veritate inquirenda desistat, quam detegere in potestate ipsius erat modo præjudicio isto non habuisset mentem præpeditam.

§. 308. Pars theorica Astronomiæ ad perficiendum intellectum, ut eodem extra Mathesin utaris, plurimum confert, modo omnem afferas attentionem ad methodum tantopere a nobis commendatam & tam sollicite inculcatam. Capite primo & secundo, in quibus de natura solis ac lunæ, ceterorumque planetarum tam superiorum, quam inferiorum eorumque satellitum agitur, docentur, quæ ad Physicam magis, quam Astronomiam spectant, etsi Astronomus jure suo sibi ea arroget, quæ observationibus suis debentur. Quamobrem hinc discere licet, quomodo utiliter in Philosophia naturali seu Physica sit versandum, nimirum quomodo quærendæ sint observationes communes, quæ sua veluti sponte sese offerunt, quam studio quæsitæ, ac inde a posteriori colligantur propositiones, quas a priori detegere non dabatur principiis ad ratiocinandum necessariis deficientibus. Nos in Physica dogmatica, quam idiomate patrio evulgavimus, eandem viam ingressi sumus. Etsi autem facilis videa-

tur hæc methodus, non tamen adeo facilem deprehendet, quantum putat, qui eadem rite uti voluerit. Nimirum acumine nonnisi multa exercitatione acquisito opus est, ne observationibus inserantur, nisi quæ sensui patent, ut eædem ab omni prorsus vitio subreptionis, quod in Logica vocamus, sint liberæ: qua in re multum peccatur a Medicis, utut virorum experientissimorum titulum quasi sibi proprium dudum consecutis. Neque facilius est facta, quæ observantur, notione distincta comprehendere & verbis aptis singula in eadem contenta enunciare, ut certi quid inde concludi possit. Artis præterea est nec plus, nec minus inde colligere, quam certo ratiocinio inferri potest. Qui his accurate satisfacere voluerit, etsi in demonstrando nihil difficultatis deprehendat, nondum tamen ex voto omnia sibi succedere experietur. Quamobrem ad observationes, quas commemoramus, animum probe attendat, ut idea exemplaris eas rite describendi animo insinuetur; nec minorem attentionem afferat ad corollaria, in quibus propositiones ex iisdem eliciuntur, ut modum stabiliendi per observationes principia, seu ex iis eruendi propositiones comprehendat. Utilitatem non modo in Physica, verum etiam in ipsa Philosophia morali & civili experietur. Inprimis etiam eandem animadvertet, qui Medicinam ad majorem certitudinem perducere voluerit. Sed memini me de hisce jam plura dixisse in Horis subsecivis, cum de Medico Astronomum imitante verba facerem. Non inanem operam sumet, qui ea, quæ in Logica de experientia præcipiuntur, cum observationibus ac inde deductis propositionibus confert: ita enim facilius intelliget regulas methodi, quas proprio Marte abstrahere non poterat. Immo praxin Logicæ quoad hanc partem hoc pacto sibi comparabit. Qui novit, quantam utilitatem nobis afferat cognitio a posteriori acquisita; eum nunquam pœnitebit studii, quod in methodo hac intimius perspicienda collocaverit.

§. 309. Theoricam tradidimus juxta hypothesin *Copernici* atque *Kepleri*, nimirum supposito Terræ motu & orbitis planetarum ellipticis, in quibus Planetæ ea lege incedunt, quemadmodum sagacitate sua primus detexit *Keplerus*, propterea quod sic prodit theoria cum cœlo omnium maxime consentiens. Etsi autem methodum *Keplerianam* exposuerimus computandi loca planetarum, non tamen negleximus, quæ recentiorum indu-

industria, postquam Geometria & Astronomia magis exculta fuit, ad ejus perfectionem ulteriorem accesserunt. Quodsi tamen quis tertium cognitionis gradum intendit, ei suademus, ut, probe intellectis iis, quæ de motu planetarum elliptico traduntur, Astronomiam quoque veterem perlustret, qualem tradidit *Ptolomæus*, juxta Epitomen a *Regiomontano* factam, & in subsidium vocato *Riccioli* Almagesto, in quo exponuntur, quæ ad eam magis excolendam post eum accesserunt. Hinc enim omnium optime addiscet, quomodo Philosophia naturalis per hypotheses sit excolenda, ubi ad veritatem liquidam pertingere non licet, & eundem morem imitabitur in Medicina ad certitudinem successive evehendam, immo in reliqua etiam Philosophia, præsertim practica, ac ipsa praxi vitæ humanæ. Equidem non ignoro esse hodie nonnullos, qui omnem hypothesium usum in Philosophia naturali & Medicina damnant; sed hi propter abusum ipsum etiam usum rejiciunt: id quod sine scientiæ incremento haud quaquam facere licet. Diximus nonnulla huc spectantia in Discursu præliminari de Philosophia, quem Logicæ præmisimus, methodum philosophicam explicantes. Laudant quidam *Newtonum*, quod ex Philosophia natura eliminaverit hypotheses, qui tamen hypothesibus indulget in iis ipsis, in quibus eum ab iisdem abstinuisse existimant. Quid enim attractio seu gravitas universalis, quæ per modum attractionis repræsentatur, aliud est, quam hypothesis, quæ in gratiam quorundam phænomenorum sumitur, & ad omnem deinde materiam extenditur? Immo nonne explicatio systematis mundani, quæ præcipua pars est Principiorum Philosophiæ naturalis mathematicorum, per modum projectionis & gravitationem in solem aut centrum Planetæ primarii hypothesis philosophica est, quam *Hevelius* in Cometographia ad imitationem motus projectorum a *Galilæo* detecti imaginatus est & quæ in Mathesi utiliter surrogatur in locum hypotheseos naturæ, phænomenorum autem causas physicas non attingit, quas scrutari debet Physicus? Facile quidem largior hoc non videre eum, qui soli Mathesi assiduam operam navavit ac ideo notionibus imaginariis animum imbutum possidet: extemplo tamen vider, qui cum Matheseos studio Philosophiæ, præsertim Metaphysicæ, studium conjunxit. Sed mittamus hæc & per nos suo quisque abundet sensu. Videamus potius, quomodo in cognoscenda-

methodo per hypotheſes cognitionem humanam promovendi ſit progrediendum. Quemadmodum in anterioribus obſervavimus, omnem cognitionem humanam initium capere ab obſervationibus communibus; ita ſimiliter de parte Aſtronomiæ theorica idem dicendum. Ex obſervationibus communibus innotuit motus proprius ſolis (§. 27. *Aſtron.*), quo ſcilicet indies ab occaſu verſus ortum certo intervallo promovetur (§. 30. *Aſtron.*), non tamen tanquam verus, cum applicata Matheſi ad obſervationem conſtet (§. 571. *Aſtron.*), motum ſolis eodem modo e Tellure ſpectari, ſive ipſe circa terram intra orbitam quieſcentem revera moveatur, ſive Terra circa ſolem quieſcentem feratur. Quando itaque Aſtronomus ſumebat, Terram quieſcere & Solem motu annuo circa eandem ab occaſu in ortum moveri; quod ſumebat, hypotheſis erat, quæ admiſſo motu vertiginis Telluris hypotheſi naturæ æquipollet, ſi quod ſumitur a veritate alienum, admiſſo autem motu communi tanquam vero hypotheſis nonniſi imaginaria eſt, cui adeo in Matheſi quidem locus conceditur, minime autem in Phyſica. Finge jam Aſtronomum noluiſſe uti hypotheſi: nemo Aſtronomiæ gnarus diffitebitur, eum ſtatim in limine nobiliſſimam hanc ſcientiam deſerere debuiſſe, nulla ſpe ad veritatem liquidam perveniendi relicta absque conjecturis hypotheſi innixis. Immo ſi quis, poſito motu communi tanquam vero, hypotheſin imaginariam de motu ſolis communi in Philoſophiam naturalem tanquam veritatem inferre voluiſſet, ecquis ſanus Philoſophus hoc approbare potuiſſet, propterea quod ea ſatisfacit Aſtronomo ad cognitionem mathematicam motus proprii ſolis acquirendam? Ex obſervationibus itidem communibus, ſed majore atttentione factis, conſtabat, ſolem ab eodem puncto digreſſum ad idem redire. Hinc pronum erat inferre, quod ſol motu proprio feratur per lineam in ſe redeuntem, intra cujus ambitum collocata Terra. Enimvero cum infinitæ ſint lineæ in ſe redeuntes, quemadmodum ex Geometria conſtat; quæſtio incidebat, quænam linearum in ſe redeuntium ſit orbita ſolis. Ex Geometria elementari notum erat, in harum numero eſſe circulum, cujus proprietates & ſymptomata ſunt magis obvia quam ceterarum. Sumebant igitur Aſtronomi per modum hypotheſeos, orbitam ſolis eſſe circularem. Quodſi hypotheſi uti noluiſſent, non ſumendum eſſe contendentes niſi quod ſit demonſtratum;

impos-

impossibile fuisset, ut theoriam motus solis cœlo consentientem detegerent, & Astronomia adhuc deserta & inculta jaceret. Enimvero quemadmodum in veritate investiganda accidit, ut, si uni quæstioui satisfacias, quantum datur, nimirum vel veritatem detegendo, vel conjecturæ locum faciendo, enascantur aliæ; ita etiam in casu præsenti jam quærebatur, in quonam puncto intra ambitum circuli sito posita sit Terra. Ex Geometria elementari tyronibus notum est, circulum AHPI habere centrum C, a quo singula puncta peripheriæ AHPI æqualiter distant. Quæstio igitur huc redibat, num Terra sit in centro orbitæ C, an vero extra centrum veluti in T. Eam dirimere non licebat, nisi denuo interea alterutro assumto tanquam vero, consequenter confugiendo ad hypothesin. Nullum adeo est dubium, quin primus inventor sumserit veritatis investigandæ gratia, Terram esse in centro C. Inquirendum ergo erat, quomodo loca solis definiantur ad datum tempus in hac hypothesi, ut locus solis computatus cum eo, qui per observationem eruitur (§. 203. *Astron.*), conferri sicque hypothesis ad examen referri posset. Hoc ubi investigare volebat Astronomus, cum per principia Geometriæ elementaris ipsi perspectum esset, si arcus AD & DE sint æquales, angulos ACD & DCE esse æquales (§. 141. *Geom.*), nova incidebat quæstio, utrum soli motu æquabili incedat in orbita sua, ut arcus AD & DE æquali tempore percurantur, an vero inæquabili, ut iisdem arcus absolvantur tempore inæquali. Nemo non videt, hic denuo confugiendum fuisse ad hypothesin, alterutrum horum assumendo tanquam verum, donec examen hypotheseos per observationes decretorias proderet quod certum est. Cum motus æquabilis sit uniformis & intellectu facilior inæquabili; legibus artis conjectandi, quibus in assumendis hypothesibus locus est, conveniens erat supponere, quod sit æquabilis. Unde enascebatur hypothesis solis concentrica, qua sol supponitur motu æquabili incedere in orbita sua secundum signorum successionem, Terra in centro ejus collocata. Atque hoc pacto hypothesis sufficienter determinata erat ad calculum geometricum instituendum, ut adeo non alia re opus esset, quam ratiocinando hinc colligere, quæ ad eum spectant. Si sol motu æquabili percurrit orbitam, arcus, quos percurrit AF & FG, consequenter etiam anguli ACF & FCG, sunt

Tab. IV. Fig. 41.

Tab. IV. Fig. 42.

Tab. IV. Fig. 43.

sunt tempori proportionales. Quamobrem ut dato tempori respondens angulus ACF seu arcus AF computari possit, notum esse debet, quo tempore sol integram orbitam percurrat: quod cum sit facti, aliter innotescere non poterat nisi per observationem. Observari nimirum debebat tempore quodam locus solis in dato aliquo puncto A, ac porro observandum, quo tempore ad idem redeat punctum. Etsi autem initio indifferens videretur, quodcunque punctum eligatur; ubi tamen ad observationem accedebat Astronomus, non commode observari posse tempus advertit, quo sol ad idem punctum promiscue assumtum redit. Quoniam itaque planum æquatoris determinari potest independenter a theoria solis (§. 149. *Astron.*); commodissima videbatur huic instituto observatio appulsus solis ad æquatorem, modo constaret, æquatorem constanter secare orbitam solis in eodem puncto, seu astronomice loquendo puncta æquinoctialia esse fixa. Sumebatur hoc primum denuo per modum hypotheseos & inquirebatur in modum observandi tempus, quo centrum solis ad æquatorem appellit. Et sic incidebatur in armillas æquatoreales, quibus veteres observasse æquinoctia novimus. Quoniam sic, etsi adhuc ruditer constare poterat, quantitas anni solaris, si momentum æquinoctii vernalis sumebatur pro epocha, per regulam trium computari poterat locus solis ad datum quemvis diem in hypothesi concentrica, quemadmodum docuimus (§. 672. 673. *Astron.*). Quodsi jam loca computata conferebantur cum observatis (§. 203. *Astron.*); illa cum his minime consentire deprehendebantur, adeoque hypothesin concentricam a veritate alienam esse palam erat. Quoniam igitur Terra intra ambitum orbitæ solis constituitur, centrum illius extra centrum hujus situm esse debet in hypothesi circulari. Atque adeo in locum concentrici circuli sumebatur per modum hypotheseos circulus eccentricus, retento motu æquabili. Ponamus jam in C esse centrum orbitæ, in T centrum Telluris, in H punctum æquinoctiale unum, in I alterum. Repræsentabit schema hypothesin solis circularem eccentricam. Inquirendum adeo erat, quænam ex ea consequantur, nt denuo quæ inde colliguntur cum observationibus, quibus inde deducta occasionem præbent conferri possint. Quia nos solem ex puncto T intuemur, statim apparebat, distantiam ejus continuo variari, Tab. V. Fig. 44.

variari, cum TS sit major ipsa TL, eamque in A esse maximam, in P minimam (§. 303. *Geom.*). Atque sic nascebatur notio Apogæi A (§. 636. *Astron.*) & Perigæi P (§. 635. *Astron.*), atque eccentricitatis solis TC (§. 639. *Astron.*). Enimvero jam incidebat quæstio, utrum æquinoctium vernale seu principium arietis supponendum sit in H, an vero in I, item in quo orbitæ solaris puncto, si ad eclipticam referatur, hæreat Apogæum A, quonam Perigæum P, & quanta sit eccentricitas TC. Nemo non videt confugiendum hic esse ad observationes, quales autem eædem esse debeant, ut sint decisivæ, ex hypothesi deducendum. Quodsi sol sit in S; patet distantiam ab Apogæo in centro orbitæ C videri sub angulo ACS; ex Tellure autem in T sub angulo ATS: quod cum ita sese habeat per integrum semicirculum HAI, distantia solis ab Apogæo semper minor videtur, quam revera est in eo semicirculo, in quo hæret Apogæum solis A. Ex adverso si sol sit in L, ex centro orbitæ distantia a perigæo PL videtur sub angulo PCL, ex Tellure in T autem sub angulo PTL, adeoque in semicirculo IPH continuo apparet major, quam revera est, (§. 239. *Geom.* & §. 209. *Optic.*). Considemus porro solem in punctis æquinoctionalibus H & I. Quodsi spectetur ex centro orbitæ C, distantiæ ab Apogæo A nempe AI & AH videntur sub angulis rectis ACI & ACH, ut adeo sol videatur absolvisse semicirculum ab uno æquinoctio usque ad alterum, dum revera semicirculum HAI percurrrit, in quo Apogæum A hæret: enimvero ex Terra spectantur distantiæ AI & AH ab Apogæo A sub angulis ATI & ATH, qui sunt rectis minores (§. 239. *Geom.*), consequenter HAI minor semicirculo apparet (§. 209. *Optic.*), adeoque sol minus temporis spatium consumere videtur in semicirculo HAI, in quo est Apogæum A, quam in altero IPH, in quo hæret Perigæum P. Jam cum porro in semicirculo HAI distantiæ solis a centro Terræ T sint majores distantiis a centro orbitæ, veluti TS major CS, & in Apogæo A distantia TA sit maxima (§. 303. *Geom.*), in semicirculo autem IPH distantiæ solis a Terra sint minores distantiis a centro orbitæ, veluti TL minor CL, & in Perigæo P distantia TP sit omnium minima (§. §. *cit. Geom.*); sol ipse major videri debet in semicirculo IPH, in quo est Perigæum, quam in semicirculo HAI, in quo est Apogæum A. Quodsi jam me-

Tab. IV. Fig. 44.

Tab. IV. Fig. 44.

ditationem cæptam eodem, quo hactenus, modo continuare velimus, obſervationes determinare licebit, quales eſſe debeant, quæ deſiderantur. Sed ne juſto prolixiores ſimus, filum abrumpendum eſt, contentis monſtraſſe viam, qua ſit eundum, quantum ad præſens inſtitutum ſufficit. Annotabimus potius alia nonnulla, quæ uſui eſſe poſſunt illis, qui Matheſeos ſtudio intellectum perficere geſtiunt, ut eodem rite extra eandem utantur.

§. 310. Ex iis, quæ diximus, clariſſime perſpicitur, quomodo in inveſtigandis veritatibus a poſteriori ſit procedendum & quam indiſpenſabilis uſus ſit hypotheſium, ut, ſi iisdem uti nolueris, nulla ſuperſit ſpes veritatis unquam detegendæ. Non eſt quod excipias hypotheſibus equidem locum eſſe concedendum in inveniendo, ab iis tamen eſſe abſtinendum in libris, qui publici juris fiunt. Etenim ubi veritates ab iis, quæ nobis perſpecta ſunt, principiis procul remotæ ſunt, ut a priori denegetur ad eas acceſſus; non ſemper unius hominis eſt ea abſolvere, quæ a poſteriori acceſſibilem faciunt; quin potius haud raro ſociæ requiruntur operæ, cum hic valeat illud pervulgatum, oculos plures plus videre quam oculum unum, & ſubinde qui acceſſum parare ſtudet, laborem cæptum aliis continuandum relinquere tenetur. Qui animum ad ea attendit, quæ de theoria Solis inveſtigata modo annotavimus, dictis facilem præbebit aurem, etſi rationes non perſpiciat, quas dare poteramus, ſi prolixioribus eſſe liceret. Quamvis igitur examine inſtituto hypotheſes deprehendantur a veritate alienæ, non tamen ideo cenſendæ ſunt inutiles, propterea quod aberrando a veritate deducimur ad veritatem, ubi methodo conjecturali opus eſt. Unde memini me ſæpius auditoribus meis inculcaſſe, deberi etiam a veritate aberrantibus ſuas laudas, ubi nobis errandum fuiſſet, niſi ipſi priores erraſſent. In aliorum enim meritis cenſendis æqui eſſe debemus, ne quid admittamus, quod contra officium boni viri eſt. Nemo Aſtronomus vitio vertet ei, qui primus de theoria Solis cogitavit, ſi hypotheſin motus æquabilis in orbita concentrica excoluerit, utut ſucceſſores eam a veritate alienam examine per obſervationes inſtituto deprehenderint. Videt enim eum feciſſe, quod initio faciendum erat, & aliis perficiendum reliquiſſe, quod ipſi perficere vel non licebat, vel quod perficere nolebat. Quodſi Phyſici Aſtronomos

nomos imitati fuissent, ex observationibus communibus eliciendo hypotheses & has per observationes studio quæsitas & experimenta examinatas corrigendo ac perficiendo; nullus profecto dubito, quin Philosophia naturalis dudum magis promota fuisset. Idem dicendum de Medicina, de qua jam disertius dixi in Horis subsecivis, cum Medicum Astronomos imitantem in scenam producerem.

§. 311. Discimus etiam, quales esse debeant hypotheses, quibus in Philosophia concedendus est locus, nimirum quas methodus conjecturalis suggerit, qua in veritate investiganda utendum. Sumitur nimirum in gratiam nonnullorum phænomenorum, unde ratio eorum reddi potest, ac deinde inquiritur, num ceterorum quoque per id, quod sumitur, ratio reddi possit, quatenus ea, quæ ex hypothesi a priori colliguntur, conferuntur cum iis, quæ observantur. Perinde enim est, sive antea observaris phænomena & postea demum inquiras, num eadem a priori ex hypothesi deducantur, sive primum a priori deducas ex hypothesi, quæ inde necessario consequuntur, & postea demum observes, num eadem quoque rerum natura ita sese habeant. Patet autem certum esse debere, quod id, quod sumitur, in se spectatum possibile sit. Ita sumebatur in Astronomia, orbitam Solis esse circulum. Certum nimirum erat, eam esse lineam in se redeuntem. Quamobrem cum circulus sit linea in se rediens, in se spectatum non impossibile est, ut orbita solis sit circulus. Non igitur probamus commentitias hypotheses, quas hodie bene multi in Philosophiam naturalem invehunt, quidvis pro lubitu fingentes, utut demonstrare minime possint talia, quæ sibi imaginantur, in rerum natura existere posse. Immo facile largimur, istiusmodi commenta non esse qualitatibus occultis scholasticorum meliora. Quamobrem in Physica, quam patrio sermone edidimus, maluimus phænomena ex phænomenis explicare, nec in hypothesibus admittere nisi quæ ex observationibus colliguntur, ne incerta cum certis confundantur & in inventorum numerum referantur, quæ sunt in quæstionum numero. Omnium minime autem probamus, si ex commentitiis hypothesibus rationes reddantur in Medicina, quippe quæ non modo usum nullum in praxi habent, verum etiam nocent, si in praxi earum rationem habere volueris. Et huc dubio procul animum adverterunt, qui Philosophiam naturalem

& Medicinam ab hypotheſibus liberam eſſe voluerunt, atque inter theoriam phyſicam & medicam in arte ſalutari diſtinxerunt. Propter abuſum tamen hypotheſium non tollendus erat uſus; ſed hypotheſes ad inveniendam veritatem aptæ diſcernendæ a figmentis, quæ in eorum locum ſurrogantur.

§. 312. Liquet porro ex iis, quæ de theoria Solis analytice perveſtiganda diximus, in veritate a poſteriori, inveſtiganda, perpetuum eſſe debere experientiæ ac rationis connubium. Neque enim ex obſervationibus communibus, quæ primo loco aſſumuntur, quicquam concluditur niſi in ſubſidium vocatis principiis geometricis. Immo ipſæ hypotheſes inde non derivantur ratiocinando niſi vi illorum principiorum. Et ubi ex hypotheſi a priori deducenda, quæ ex ea neceſſario conſequuntur, & ſine quibus eædem examini ſubjici nequeunt, principiis mathematicis denuo opus habemns. neque absque horum ope obſervationes in hunc uſum capiendæ determinari poſſunt. Quamobrem ſi Aſtronomos in Philoſophia naturali & eidem agnata Medicina imitari velimus; cogitandum erat de theoria demonſtrativa. Ontologia, qualem dedimus, ſuppeditat notiones directrices, de quibus plura diximus in Horis ſubſecivis. Et hiſce inprimis locus eſt, ubi analyticam viam ingreſſuri colligere debemus, quid ſit faciendum, quamvis etiam principia ontologica conducant ad concluſiones ex obſervationibus & experimentis eliciendas. Subinde etiam uſui ſunt principia mathematica, de quorum ad experimentis eliciendas. Subinde etiam uſui ſunt principia mathematica, de quorum ad experimenta applicatione nonnulla diximus in ſuperioribus capitibus quinto, ſexto & ſeptimo, cum de ſtudio Mechanicæ, Hydroſtaticæ, Aërometriæ, Hydraulicæ & Opticæ ageremus. Ex obſervationibus quoque atque experimentis eliciendæ ſunt propoſitiones determinatæ eo modo, quem in Logica capite 2. ſect. 2. part. 2. expoſuimus, cum methodum formandi judicia intuitiva & notiones a poſteriori traderemus, atque ex hiſce principiis demonſtranda ſunt alia, quæ a priori inde deducuntur. Hoc enim pacto condenda forent elementa Philoſophiæ naturalis, eundem uſum promittentia, quem habent elementa *Euclidis* in Matheſi. Quamdiu enim deſiderantur principia certa, quibus in ratiocinando utaris, luxurianti imaginationi omnia tribuuntur atque adeo non mirum,

mirum, si abortus imaginationis pro veritate in Philosophia & theoria Medica obtruduntur. Neque mirum videri debet, quod de eodem subjecto meditati incidant in cogitationes toto cœlo diversas, ita ut unus per principia chymica explicare velit, quod alter explicat per mechanica; alius per figmenta ad imitatioуem causarum sibi notarum, quæ effectum ei similem producunt, cujus causa vel ratio quæritur. Abstinemus ab exemplis, ne sint odiosa. Censere alios videri nolumus, dum docere nobis propositum est. Quodsi Deus nobis vitam animi ac corporis vires conservaverit, ut ad Physicam, Philosophia practica absoluta, progredi licuerit; operam dabimus, ut istiusmodi principia stabiliamus, ne facultatibus inferioribus tribuatur, quod ab intellectu expectandum. Eorum autem necessitatem in dubium revocare nequit, qui facultates cognoscendi earumque usum perspexit. Immo si distinctam ratiocinii notionem ex Logica hausit, eam agnoscere tenetur. Observatio enim & experimentum non snppeditat nisi propositionem unam, quæ in syllogismo minoris vicem tuetur. Quodsi ergo hinc inferenda conclusio, principio opus est, quod majoris locum occupat. Cumque non semper unico syllogismo inferatur conclusio, pluribus quoque principiis opus. Quæ enim ratio est, cur multi multa cumulaverint experimenta, multas collegerint observationes rariores, nihil tamen inde intulerint, quod ad alia ratiocinando detegenda prodesset, ut phænomena nondum observata prævidere ac prædicere liceret? Sane non alia, quam quod deficiant principia, quorum ad experimenta & observationes applicatione inferantur conclusiones. Observationes communes, quæ basis sunt omnis cognitionis astronomicæ, in vulgus notæ. Cur vero Astronomus hinc colligat, quæ alii inde colligere nequeunt, non alia ratio est, quam quod ille principia Geometriæ, quæ ipsi perspecta sunt, ad illas applicet, his vero nulla sint principia, quæ ad easdem applicare possint. *Robertus Boyle* multa dedit de qualitatibus sensibilibus experimenta: quid vero hinc colligit? Nil nisi generalem hanc propositionem, quæ in Cosmologia ex principiis metaphysicis demonstratur, omnia in natura fieri mechanice. Provocare poteram ad Chymiam, cujus theoria fœcunda ad inveniendum apta adhuc desideratur, & usus in scientia naturali prædicatur, sed non ostenditur: sed in

re per anteriora satis manifesta prolixiores esse nolumus.

§. 313. Astronomia quoque nos docet, conjunctis viribus scientiam esse excolendam & inventa antecessorum esse emendanda, perficienda, confirmanda, prout occasio tulerit, consequenter quæ ab aliis tradita sunt ante addiscenda, quam ad scientiam amplificandam animum appellas. Quantum hic peccetur ab aliis, qui Astronomorum non sequuntur morem, in vulgus proh dolor! notum est. In inventorum numero esse volunt, qui discentium subsellia occupare debebant. Quæ ab aliis tradita sunt contemnunt, antequam ea didicerunt. Sibi soli sapere videntur, qui ex aliena doctrina sapere debebant. Sibi soli sufficere videntur, qui alieno auxilio maxime indigent. Quo quis indoctior, eo in censendis aliis audacior. Vana virium fiducia summa audent, quæ nullo negotio a se confici posse putant, cum vulgaribus capiendis eædem vix ac ne vix quidem sufficiant. Non amore veritatis ducuntur, sed vanæ ambitioni litantes vulgo imperito ut placeant unice student. Argumentis extrinsecis pugnant, qui tartiones intrinsecas ut perspicerent, operam dare debebant. Quodsi Astronomi iisdem moribus fuissent prædiri, nihil adhuc præclari de motu siderum sciretnr, nec phænomena cœlestia tanta certitudine prædicere daretur, quemadmodum hodie ab Astronomis fieri solet. Quantum, quæso, promota fuit scientia astronomica altercationibus istis de motu Telluris? Quantum vero incrementi debet hypothesi terræ motæ legitime excultæ? Utinam igitur omnes Astronomiæ operam navarent eamque analytice expenderent, quemadmodum paulo ante inculcavimus, quotquot ad scientias excolendas animum appellere decreverunt. Ego hunc fructum longe maximum judico, qui ex studio astronomico sperari potest, nec me pœniteret temporis quod in eo consumsi, etiamsi alium nullum inde reportassem. Discant hinc, quantum sibi desint, qui studium Astronomiæ negligunt hac sola de causa, quod nullam ejus utilitatem esse sibi persuadeant in eo vitæ genere, quod olim sequi statuerunt. Quasi vero ea mentis metamorphosis, quæ a studio astronomico expectanda, nullius momenti sit in quolibet vitæ genere, quod eruditi sequi tenentur. Vulgo quidem ingeminatur:

Didicisse fideliter artes
Emollit mores, nec sinit esse feros:

quod

quod etsi multo laxiore sensu verum sit, quam vulgo accipitur, in praxi tamen parum attenditur. Nemo enim quærit, quantum studium aliquod faciat ad mores emolliendos, aut, ut clarius dicam, ad omnem facultatum nostrarum promptum & genuinum usum.

§. 314. Occurrendum vero est objectioni, quam forsan nonnulli movere poterant Astronomiæ non modo periti, verum etiam in eadem perficienda utiliter versati. Existimabunt enim, eo quem diximus (§. 309.), modo veritatem astronomicam non fuisse detectam. Incessisse inventores per multas ambages, antequam ad viam, qua sit eundum, ipsis pervenire datum fuerit, ac multis frustra tentatis tantem reperisse, quod ad progressum ulteriorem faceret. Immo plures in deviis substitisse, antequam uni licuerit esse adeo felici, ut in viam rectam incideret. Multum haud raro temporis præterlapsum fuisse, antequam surgeret Astronomus, qui quid daret, cui in Analysi nostra locus esse poterat. Non igitur tam ardua, qualia sunt Astronomorum inventa, tanta facilitate inveniri potuisse, quantam præ se fert analysis nostra. Ubi veritates detectæ sint, earum investigationem videri obviam, quæ prorsus inaccessæ videntur, ubi adhuc ignorantur. Non nego, si facta sola respicias, vera omnino esse, quæ dicuntur: neque enim nobis difficile foret exemplis ea confirmare. Verum enimvero nobis non jam quæstio est de eo, quod factum est; sed de methodo, qua veritas latens tandem in apricum producta. Quodsi regulæ methodi, quibus legitimus facultatum nostrarum usus præcipitur, primis inventoribus distincte fuissent perspectæ, nec defecisset theoria principia ad ratiocinandum necessaria suppeditans aut hæc satis familiaria illis fuissent, in ambages inutiles non incidissent, sed rectam, qua eundem est, viam statim animadvertissent, nec in devia delapsi fuissent, multo minus in iisdem diu substitissent. Breviori adeo tempore ea dedissent, quæ in Analysi nostra locum merentur, nisi quantum observandi opportunitas morum injecisset. Quando in apricum productum, quod quærebatur, quonam usu facultatum nostrarum id fuerit factum, reperire licet ac tanto quidem evidentius id patet, si quis in principiis Psychologicis fuerit versatus. Non igitur inutile, immo potius necessarium est, nisi incrementum artis inveniendi negligere voluerimus, ut in eundem omni

animi

animi contentione inquiramus, atque eum ad distinctas notiones revocemus, ut constet, quomodo certa methodo reperiri potuisset ab uno, quod nonnisi post multa tentamina, in quibus casui multum tribuitur, detectum. Qui ea perpendit, quæ de Logica artificiali in Prolegomenis Logicæ inculcavimus, dictis facile assentietur. Homines multi considerantur instar unius, in quo nonnisi locum habet rectus facultatum, quem fecerunt, usus rejectis aberrationibus, quæ vel usus hujus defectui, vel abusui tribuendæ. Quodsi enim extitisset homo, qui rectum facultatum suarum usum absque ulla aberratione facere potuisset, is nonnisi ea fecisset, quæ ad detegendam veritatem latentem spectassent. Quemadmodum in moralibus observandum illud *Catonis*, ut ex alieno casu discas, quæ vites, & nonnisi ea imiteris; quæ ad rectum facultatum usum faciunt; ita similiter hoc tenendum in Arte inveniendi & omni veritatis cognitione. Fictio illa, quæ hic admittitur, nihil absurdi habet, atque longe utilissima est. Meretur itaque attentionem quoad omnia, quæ a facultatum humanarum usu proficisci possunt. Qui studio Matheseos intellectum perficere vult, non aliud intendit, quam ut rectum consequatur facultatum usum, aberrationes omnes, quantum datur, posthac evitaturus. Animum igitur attendere debet ad ea, quæ usum istum loquuntur, parum sollicitus, utrum in eodem, an in diversis subjectis ea sint observanda, modo constet, nonnisi his factis ad scopum contendisse inventores, cetera vero ipsis nihil profuisse, sed inutiles tantummodo moras peperisse ab illis minime intentas, sed molestе latas. Nisi hoc observaveris, aliorum exempla & casus tibi parum proderunt ad perfectionem propriam promovendam, quam tamen metam esse in Philosophia practica universali demonstravimus, ad quam continuo contendere tenemur, nisi obligationi nostræ naturali deesse ac felicitati propriæ obicem ponere velimus.

§. 315. Nemo non videt amplissimum hic esse dicendorum campum, siquidem omnia, quæ ad præsentem scopum spectant, minutissime persequi velimus: sed tantæ prolixitati sese immergere non patitur præsens institutum. Neque etiam diffitemur, quod, si quis ulterius progredi voluerit, ei alios quoque autores consulendos esse tum veteres, quorum placita collegit *Riccio-lus* in Almagesto, tum recentiores, quos superius laudavimus, cum scriptores

ptores rerum aſtronomicarum recenſeremus. Quodſi enim ante ſibi cognita atque perſpecta reddiderit, quæ nos noſtro more explicavimus, ut ſine hæſitatione in legendis aliorum ſcriptis progredi poſſit, quam ad hæc legenda accedat, & ordinem temporis obſervet, quo prodita fuerunt, ut pateat, quodnam cogitata anteriora adjumentum attulerint ad poſteriora; quæ exempli loco modo in medium protulimus haud difficulter imitabitur, præſertim ſi in diſciplinis anterioribus more noſtro fuerit verſatus, nec ullibi ſuam paſſus deſiderari operam. Hoc conſilium qui ſequi voluerit ſua ſponte animadvertet, quomodo cum Geometria creverit quoque Aſtronomia. Sane quæ *Keplerus* dare non poterat utut ſagaciſſimi ingenii vir, non invita Minerva tentarunt alii, poſtquam noſtro ævo Geometria magis exculta & ad multo majus faſtigium evecta, quam *Kepleri* tempore attigerat. Eſt etiam Algebræ ſuus uſus in parte Aſtronomiæ theorica, cujus latiſſimus uſus per univerſam Matheſin. *Kepleri* ævo adeo ignorabatur, ita ut ne ſomniando quidem eum prævidere daretur, nec mirari debeamus, quod abjecta ſubinde vir ſummus de Algebra ſenſerit. Ingratiam igitur eorum, qui Algebræ ſtudio delectantur, unum alterumque ſpecimen dedimus, quo præclarum ejus in Aſtronomia uſum inſinuaremus. Plura ſuppeditabit *Gregorius* in Elementis Aſtronomiæ, & illuſtria admodum exempla petere licet ex Commentariis Petropolitanis.

§. 316. Erunt forſitan nonnulli, qui ſibi perſuadebunt, inanem operam ſumi in tractatione analytica ſtudii aſtronomici, propterea quod absque ea Aſtronomi ſua invenerunt ac hodienum inventa anteceſſorum perficiant novisque acceſſionibus nobiliſſimam ſcientiam locupletent. Enimvero facilis eſt reſponſio. Qui quæ ab aliis inventa ſunt attenta mente conſiderant, eorum animis idea quædam exemplaris uſus facultatum ſeſe inſinuat ad particulare hoc objectum reſtricta, quam etſi confuſam imitantur quoad idem objectum neſcii omnino, quemnam facultatum uſum faciant, quemadmodum accidit iis, qui in tractandis negotiis imitantur alios in caſu ſimili theoria omni deſtituti. Neque diffitendum hac imitatione niti omnem praxin artis inveniendi in Aſtronomia, quidni etiam in Matheſi reliqua, ſi a regulis Algebræ ſeu Analyſeos

lyseos Mathematicæ receſſeris, quamvis etiam in Algebræ praxi huic imitationi multus ſit locus. Quam multum vero in hac imitatione tribuatur caſui, & quam multis ideo tentaminibus locus ſit, meum non eſt in præſenti exponere. Enimvero tota noſtra tractatio analytica non alio tendit, quam ut idea iſta confuſa revocetur ad diſtinctam, quo facto imitatio, quæ fuerat empirica, rationalis evadit, & multo latius extenditur, immo etiam caſui ſubducitur. Nos jam potiſſimum intendimus, ut Philoſophus imitetur Aſtronomum in qualibet Philoſophiæ parte, immo eruditus quicunque in ſuo ſcibili, cum de intellectu ſtudio Matheſeos perficiendo agamus, ut eodem extra Matheſin rite utamur. Hæc vero imitatio expectari nequit ab idea confuſa, quæ Aſtronomo prodeſt in Aſtronomia excolenda. Immo ſi qui eam audent, quam ſint infelices ſatis patet. Non deeſſent exempla illuſtria, quibus hoc doceri poterat, niſi conſultius exiſtimaremus ab iis producendis abſtinere.

CAPVT X.

DE STVDIO GEOGRAPHIAE, GNOMONICAE ET CHRONOLOGIAE.

§. 317.

Geographia mathematica, cum qua hic nobis negotium eſt, multum affinitatis habet cum Aſtronomia, præſertim ſphærica, a cujus principiis tota pendet. Unde etiam veteres eandem ab Aſtronomia non ſeparārunt, ſed quæ in eadem traduntur, ad Aſtronomiam retulerunt. Quamobrem quæ de ſtudio Aſtronomiæ ſphæricæ dicta ſunt, de Geographiæ quoque ſtudio tenenda ſunt. Et quoniam Geographia, quemadmodum modo diximus, principiis Aſtronomiæ ſphæricæ præſertim nititur; ad eam accedere minime debet niſi eorundem gnarus. Quemadmodum itaque in Elementis noſtris Aſtronomiam Geographiæ præmiſimus, ita etiam in Aſtronomia ante verſari debet, quam ad Geographiam pedem promoveat, qui inoffenſo pede in hac progredi voluerit. Quodſi quis extra ſyſtema

ma Geographiam mathematicam tradere voluerit, ei multa explicanda sunt, quæ in Astronomia docentur, quemadmodum etiam a nonnullis factum vidimus.

§. 318. Qui nonnisi historicam Geographiæ cognitionem sibi acquirere studeant, iis sufficiunt, quæ ad Globum terrestrem atque mappas geographicas & tam illius, quam harum usum cognoscendum faciunt. Ex capite itaque primo ea addiscere tenentur, quæ de figura Telluris & circulis in ejus superficie concipiendis habentur, prætermissis problematis ad investigandam semidiametrum Telluris spectantibus. Sufficit iisdem notasse, quæ de quantitate semidiametri Telluris & unius milliaris Germanici in pedibus Parisinis leguntur (§. 43. *Geogr.*). Curiosior si quis fuerit, addere potest magnitudinem superficiei ac soliditatis Terræ (§. 44. *Geogr.*). Nec usu caret, si Tabulam, quæ in scholio problematis 7 (§. 46. *Geogr.*) exhibetur, de convertendis gradibus singulorum parallelorum in milliaria Germanica inspiciat. Ex capite secundo definitiones distantiæ locorum, longitudinis item ac latitudinis sibi perspectas reddere tenentur & quod latitudo loci æqualis sit elevationi poli norent, ut intelligant, quid sibi velit Tabula Latitudinis & Longitudinis locorum (§. 60. *Geogr.*), prætermissis problematis de distantia locorum per Trigonometriam sphæricam solvendis. In capite tertio ultra definitiones zonorum & tempestatum statarum non progrediendum, additis theorematis 8 & sequentibus, sed absque demonstrationibus. Eadem fere tenenda sunt in perlustrando capite quarto, nimirum ut præter definitiones nonnisi theoremata pleraque absque demonstratione notentur & usus Tabulæ climatum (§. 138. *Geogr.*) inspiciatur. Nisi quis curiosior fuerit, caput quintum sicco pede transire potest, ex sexto autem sufficient definitiones. Ex septimo divisionem plagarum ad dignoscendos ventos cognosci perutile est, una cum theorematis de ventorum proprietatibus, quorum usus est in dijudicandis tempestatibus vagis. Inprimis autem horum studio inservit caput 8 de Globi terrestris constructione & usu. Immo suademus ut Globus semper ad manus sit in prima statim tractatione Geographiæ, quo facilius intelligantur, quæ in anterioribus docentur. Tandem ex capite nono, quod de mappis Geographicis agit, nonnisi ea hauriendа sunt, quæ rudem quandam earundem ideam animo ingenerant &

usum ipsarum explicat. Nimirum ad manus esse debent mappæ tum universales, tum particulares, & addiscendum, quid denotent lineæ in iisdem descriptæ, quidque indigitent numeri in margine adscripti. Ita enim constructio intelligitur, quantum sufficit ad earum usum: neque eo fine requiritur, ut quis modum construendi mappas geographicas capiat. Paucis adeo horis studium Geographiæ absolvere potest, qui in historica ejus cognitione acquiescit, ultra quam nemini progrediendum, qui aliud non intendit, quam ut mapparum geographicarum ideam quandam distinctam animo concipiat, quarum hodie promiscuus omnium usus est,

§. 319. Qui ad secundum cognitionis gradum adspirant, elementa Geographiæ integra eo, quo a nobis conscripta sunt, ordine perlustrare debent, observatis iis, quæ ad nauseam usque inculcavimus, cum de studio Astronomiæ sphæricæ ageremus: neque enim inter theoremata ac problemata Astronomiæ sphæricæ ulla differentia est, cum utrobique ad primum mobile referantur, seu a motu communi solis & stellarum pendeant, ut adeo etiam olim præsertim problemata geographica ad problemata primi mobilis fuerint relata. Loquuntur demonstrationes, principia ubivis peti ex Astronomia. Unde me tacente intelligitur, scientificam Geographiæ mathematicæ cognitionem acquiri minime posse nisi ab eo, qui in Astronomia fuerit versatus. Equidem non desunt, qui, quæ de asciis, amphiscii, heteroscii & periscii, nec non de antœcis, periœcis & antipodibus docentur, pro futilibus habent, quæ utiliter ignorentur; judicium tamen præcipitant, vel terminorum insuetorum sono delusi, vel ex eorum definitionibus non prospicientes doctrinæ usum. Quibus terminorum insuetorum sonus imponit, illi cum Scholasticorum terminis metaphysicis nondum intellectos comparant & quod de his inculcari audiverunt judicium, ad hos applicant cœca imitatione iis solenni, qui de rerum valore ex ipsarum notionibus per se statuere nesciunt. Oppido autem falluntur: termini enim geographici accuratis definitionibus explicantur, quæ optime intelliguntur, modo terminos eas ingredientes ex anterioribus habueris perspectos, non vero definitionibus magis obscurantur, quemadmodum a scholasticis fieri

suevit.

ſuevit. Præterea ex his ipſis definitionibus demonſtrantur accurata methodo, quemadmodum in ceteris Matheſeos partibus, quæ ad cognitionem Telluris mathematicam ſpectant, adeoque in Geographia prætermittenda non ſunt (§. 1. *Geogr.*). Non minor eſt præcipitantia eorum, qui negant, quæ proſpicere nequeunt. In Geographia mathematica doceri debet omnis differentia phænomenorum, quæ per univerſam Terræ ſuperficiem a primo mobili pendent. Inter hæc vero etiam ſunt umbrarum differentiæ, quæ corpora a ſole illuminata projiciunt, & differentiæ longitudinum dierum atque noctium atque tempeſtatum ſtatarum, nec non ortus & occaſus ſtellarum. Has itaque cognoſcere tenetur, qui omnem in diverſis Telluris locis differentiam perſpicere voluerit, etiamſi locum, quo ipſe commoratur, nunquam fuerit egreſſus. Quæ ad umbras ſpectant, in doctrina de aſciis, amphiſciis, heteroſciis & periſciis explicantur; quæ vero ad dierum & tempeſtatum ſtatarum aliorumque phænomenorum agnatorum differentias pertinent, doctrina de antoecis, periœcis & antipodibus continet. Non igitur nugæ inanes ſunt, quæ hic demonſtrantur, ſed veritates neceſſariæ, non modo animum ſciendi cupidum oblectantes, verum etiam aliis in poſterum inveniendis inſervientes. Non jam inquirimus in caſus, quibus intereſt cognoſci ſtatum Telluris in dato loco quoad hæc phænomena. Qui enim nulla ſciendi cupiditate flagrat, eum quoque parum movebit utilitas, quam nondum exiſtimat ſuam, ſed alienam judicat. Unicum moneri conſultum duco de conſtructione mapparum geographicarum præſertim univerſalium. Mappæ univerſales non ſunt niſi projectiones ſphæræ in plano: unde ſub hoc etiam nomine earum conſtructionem docuimus (§. 272. *& ſeqq. Geogr.*). Non igitur diffitemur, ſi doctrinam de projectione ſphæræ præmittere libuiſſet, quemadmodum ſphæricorum elementa præmiſimus Aſtronomiæ, multo concinnius conſtructionem iſtam demonſtrari potuiſſe. Quoniam tamen brevitati conſulere decrevimus, quæ de projectione ſphæræ præſupponi debebant, ipſis demonſtrationibus geographicis inſeruimus. Non tamen ideo Elementa projectionis ſphæræ tanquam inutilia rejicimus: probe enim novimus, quantus eorum ſit uſus tum in conſtructione Aſtrolabiorum demonſtranda, tum etiam in projiciendis eclipſibus ſolaribus, quas projectio-

nes hodie non inutiliter adhibent Aſtronomi. Quoniam vero nos ea non attingimus, in quibus potiſſimum uſus illorum ſeſe exerit; nec præter neceſſitatem theoriam noſtrorum Elementorum multiplicare voluimus, abunde perſuaſi, quod noſtrorum gnarus absque ulla difficultate ea aliunde haurire poſſit, ſiquidem iisdem habuerit opus.

§. 320. Abunde conſtat ex antecedentibus, qui ad tertium cognitionis gradum adſpirant, eos via analytica progredi debere, ut inquirant in artificia, quibus veritas, quæ demonſtratur, in apricum fuit perducta. Utimur in eruendis plerisque, quæ traduntur, Trigonometria, tam plana, quam potiſſimum ſphærica. Quamobrem quæ in Aſtronomia eo fine dicta ſunt, hic repetenda veniunt. Cetera ex principiis aſtronomicis, & geometricis, pauca quædam de umbris ex Opticis, communi methodo Logica deducuntur, adeoque patent per ea, quæ de uſu Logicæ in veritate a priori inveſtiganda docuimus in opere logico, & uberius explicata fuerunt in ſuperioribus, cum de ſtudio Arithmeticæ & Geometriæ elementaris ageremus. Non itaque opus eſt, ut diutius hiſce immoremur, cum ad Geographiam accedere minime debeat, niſi Arithmeticæ, Geometriæ & Aſtronomiæ, immo etiam Opticæ gnarus. Equidem dubitandum non eſt, eſſe etiam Algebræ in ſolvendis problematis geographicis uſum, etſi hactenus ad Geographiam parum applicata fuerit. Neque etiam dubitamus fore ut, quemadmodum Algebra applicari cœpit ad partem Aſtronomiæ ſphæricam ſeu problemata primi mobilis in poſterum non defuturi ſint, qui ſolutiones problematum in Geographia adhuc deſideratorum dabunt. Sed cum ea, quæ noſtro ſcopo ſufficere viſa ſunt, absque Algebræ auxilio tradi poſſint; hac vice conſultius viſum fuit a calculis algebraicis abſtinere. Neque enim Elementis Matheſeos omnia inſerenda ſunt, quæ hactenus fuerunt detecta; aut per ea ulterius detegi poterant, ne ſtudium Matheſeos per ſe ſatis amplum reddatur nimis diffuſum & ejus faciamus deſertores, quos ad idem allicere & ad ulteriora præparare intendimus. Quid quod nec nobis conveniat tempus in Matheſi conſumere, quod Philoſophiæ reformandæ impendere debemus, cum hodie non deſint multi, qui Matheſi excolendæ utilem operam navant, nemo autem propemodum ſit, qui ſimilem Philoſophiæ præſtare velit. Unum tamen adhuc reſtat, quod ſilentio præter.

prætereundum non est. Constat hodie figuram Telluris non esse sphæricam, quemadmodum credidere veteres, sed potius sphæroidicam, prouti annotavimus (§. 4. *Geogr.*). Neque ignotum est, ope Algebræ in figuram Telluris inquisivisse non infelici successu Geometras perclaros. Problema adeo tam illustre non videbatur omittendum, quod præsertim præstantiam Analyseos recentioris tam aperte loquitur. Enimvero monuimus jam loco citato, sub judice adhuc esse litem de vera Telluris figura. Quamobrem cum controversia ratiociniis solis definiri minime possit, & figura sphærica satisfaciat in Geographia, qualem tradere debuimus; a figura vero ejusdem determinanda abstinendum erat; præsertim quod ea, quæ a nobis tradita sunt de Analysi moderna & ejus ad problemata physico-mechanica applicatione in Mechanica, abunde sufficiant ad intelligendas analyticas solutiones problematis de figura Telluris, quas dederunt Geometræ recentiores. Elementa nostra Matheseos non eo fine conscripsimus, ut Matheseos cultores a lectione aliorum librorum avocemus, sed ut eos ad eandem præparemus & aptos efficiamus non sine multo temporis ac laboris compendio & ut iis pervia sit Mathesis, qui intellectus perficiendi gratia in eadem versari debent, quo eodem felicius extra eandem utantur: id quod ex tota hac tractatione de studio Matheseos recte instituendo abunde eluceſcit.

§. 321. In gratiam eorum, qui intellectus perficiendi gratia in Geographia versantur, ut eodem prompte extra eandem utantur, non est quod addam. Geometriam omnem methodo synthetica concinnavimus, qua usi sumus in Geometria elementari & aliis Matheseos partibus, inprimis etiam in parte Astronomiæ sphærica, ad quam proxime accedit. Quamobrem quæ eo fine ibidem inculcavimus, ea hic quoque observanda sunt. Neque vero existimandum est, propterea studium geographicum tuto negligi posse, cum ab eo sperandum non sit, quod non jam dederint disciplinæ aliæ, quibus ante operam navare tenemur, quam ad Geographiam pedem promoveamus. Etenim cum habitus omnis crebro exercitio acquiratur & continuo exercitio conservetur ac perficiatur; non superflua videri debet opera, quæ Geographiæ analytice expendendæ impenditur. Neque est quod dicas, idem obtineri posse sola repetitione disciplinarum ceterarum. Præstat enim varietate obtinere, quod

quod eorundem repetitio promittere videbatur. Quemadmodum nimirum varietas delectat, eorundem vero repetitio molesta accidit; ita quoque illa attentionem apprime hic necessariam excitat & conservat, quam hæc labefactat, ut difficilius conservetur. Exercitia itaque ad eundem habitum tendentia, quæ quoad hunc scopum eadem sunt, diversa tamen apparere debent, ita ut quasi continuo aliud agendo in eundem scopum collinees & per diversa media finem tibi consequi videaris. Neque hoc singulare quidpiam ac insolitum existimandum. Sane in ipsa Arithmetica practica varietate exemplorum consequi studemus, quod repetitione ejusdem exempli obtineri poterat, si habitum acquirendum in se spectes.

§. 322. Hydrographia, quæ de navigatione per mare agit, apud nos nonnisi curiositatis gratia addiscitur. Quamobrem qui eam negligere voluerit, per nos negligat. Mathematicum tamen decet, ne eandem ignoret. Quodsi vero eandem perlustrare volueris, eodem prorsus modo in eo versaberis, quemadmodum in Geographia. Eadem enim methodo conscripta est, qua Geographiam tradidimus, & perinde ac hæc principiis astronomicis tota nititur, ut adeo hæc Matheseos pars longe utilissima fructus Astronomiæ sit &, si Astronomia non alium usum haberet, propter hunc solum summo cum studio excoli mereretur. Qui animum sciendi cupidum possident, eos studium Hydrographiæ mirifice delectat, quatenus vident, quomodo ex principiis mathematicis, præsertim Astronomicis deducta fuerint, quæ intellectui humano prorsus inaccessa videri poterant, & fœcunditatem principiorum mathematicorum, quæ in se sterilia apparebant, ipso facto experiuntur. Plura non addimus: quæ enim dici poterant, ex anterioribus abunde intelliguntur.

§. 323. Quod studium Chronologiæ attinet, de eo non multa nobis dicenda sunt. Pleraque enim, quæ in Chronologia traduntur, non majorem requirunt attentionem, quam quæ acquirendæ cognitioni historicæ sufficit. Qui nonnisi vulgarem Chronologiæ notitiam sibi comparare student, iis satisfaciunt definitiones diei & noctis, epochæ diei civilis, horæ, horæ astronomicæ, Europææ & Judaicæ, minuti primi denique atque secundi ex capite primo. Ex secundo perspectas sibi reddere debent definitiones omnes una cum quantitate mensis lunaris communis & embolimæi, seu

corol-

corollario primo definitionis 28. Ex capite tertio sufficit annotasse, quæ de anno Juliano & Gregoriano dicuntur. Si paulo curiosior fuerit, addet ea, quæ dicuntur de recente Judæorum & Turcarum anno. Ex capite quarto ad intelligendum calendarium addiscant, quid sit cyclus Solis, cyclus Lunæ & Cyclus indictionum atque periodus Juliana & ex capite quinto petant, quid sit Epocha Russorum, epocha mundi conditi Judaica & Epocha Muhamedica, qui vero in legendis Autoribus classicis versatur, addat definitiones epochæ olympiadum & epochæ urbis conditæ. Denique ad vulgarem Chronologiæ notitiam sufficit aliqua Calendarii Juliani & Gregoriani cognitio ex capite sexto haurienda &, ubi quis curiosior fuerit similem Calendarii Judaici & Muhamedani ex definitionibus potissimum capitis ultimi sibi comparet. Calculos enim, qui in problematis docentur, una cum corollariis, quibus eorum rationes continentur, tuto negligere poterit. Brevi adeo labore totum studium chronologicum absolvi poterit, in quo memoriæ omnes fere sunt partes. Me autem tacente patet, terminos nonnullos ex Astronomia perspectos esse debere, ut definitiones chronologicæ intelligantur.

§. 324. Qui accuratiorem Chronologiæ cognitionem appetunt, eam totam perlustrare tenentur: id quod nullo fere negotio fiet, ubi in Astronomia fuerint versati, cum eorum, quæ in Chronologia intricata sunt & hoc studium perplexum atque molestum reddunt, nonnisi cognitionem historicam suggeramus, Hisce principiis imbutus & in Astronomia cum laude versatus adeat Autores, quos supra suo loco commendavimus, ubi spinosis difficultatibus sese immergere voluerit, ut judicium ferre queat, quid veri subsit iis, quæ aliorum fide assumuntur. Neque enim existimandum est, singula, quæ dicuntur ad chronologiam historicam spectantia, ex monumentis Veterum, quæ nobis supersunt, esse adeo aperta & explorata, ut de eorum veritate ambigi minime possit. Hoc omnino monendum esse duximus, ne, qui elementa nostra Chronologiæ perlegit, miretur, cur vulgo conqueratur studium Chronologiæ esse abstrusum, perplexum atque difficile, cum tamen nullum videatur, quod in eo collocandum, si comparetur cum eo, quod in tractandis ceteris Matheseos partibus hactenus præcepimus.

§. 325. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant in Chrono-

logia quædam invenient, quæ ad ipsorum sunt palatum. Juvabit perpendere, quomodo mensuræ temporis ex motu siderum fuerint deductæ & ad usum civilem aptatæ, ut tempus civile cum astronomico in concordiam reducatur: quod posterius cum non uno modo factum sit, quatenus arbitrium humanum in determinationem influit, observare hic licet, quæ in veritatibus necessariis locum minime habent. Singularem quoque hic attentionem merentur, quæ de characteribus temporis præsertim artificialibus & variis cyclis, atque periodo Juliana docentur. Denique probe perpendenda sunt, quæ de Calendario Christiano & Judaico traduntur. Etsi enim calendarium Judaicum principiis nonnullis nitatur superstitiosis, calculus tamen, quo in computatione utendum, admodum ingeniosus est, ut ab artis inveniendi cupido probe perpendi mereatur. Præbet Chronologia exemplum, quomodo veritates, quas cognovimus, ad usum vitæ civilis aptentur, ubi summus rigor attendi nequit, id tamen agendum, ne ab eo longius recedas in præjudicium finis intenti. Simile quid occurrit, ubi Jus naturæ ad definienda negotia humana tam privata, quam publica adhibetur, cujus rigor summus observari nequit, ut adeo ex eodem condendum sit jus civile ac jus gentium arbitrarium, quod ab eo quam minimum recedat & quo cavetur, ne fine civitatum particularium & civitatis maximæ, quam Gentes constituunt, excidamus. Suppeditat itaque Chronologia, modo in abstrahendo satis fueris acutus, nec destituaris illo acumine, quo abstracta in concretis pervidemus, principia generalia, quæ notionum directricium loco esse possunt in istiusmodi casibus. Qui in Philosophia nostra fuerint versati, iis satis clara & perspicua erunt, quæ dicuntur. Nimis autem prolixi esse deberemus, si uberius explicanda essent, ne ceteris quoque obscura viderentur. Videmus adeo (id quod etiam haud pauca ante dicta ulterius confirmant), quam utile sit studium Philosophiæ verioris, qualem nos profitemur, cum studio mathematico conjungi, siquidem usus omnis, quem hoc præstat, in intellectu perficiendo, compos fieri volueris. Ita demum obtinebitur, ut Mathesis prosit ad recte philosophandum: id quod sola applicatione ad cognitionem Naturæ mathematicam promovendam obtineri nequit, ut ea præ-

clara

clara sit & maxime commendandum ingeniis excelsis, ut hoc cognitionis genus excolatur.

§. 326. Gnomonica disciplina tota practica est, in qua sola praxis intenditur. Quamobrem a perplexis quoque demonstrationibus abstinuimus, quas legere nolunt, qui intelligere poterant, ceteri autem non capiunt. Quodsi quis theoriam omnem adspernatur, nec nisi constructionem horologiorum solarium curæ cordique habet, ei satisfacient definitiones & problematum resolutiones. Si quæ problemata ipsi magis curiosa, quam utilia videntur; suo stabit judicio in omittendis iis, quorum notitia se carere posse existimat. Descriptionem horologiorum solarium adeo perspicue exposuimus, ut eadem facilitate absolvi possit, qua figuræ in Geometria elementari delineantur & alia ejus problemata construuntur. Ne tamen hæreat circa terminos, nec satis intelligat quid fieri debeat; omnino consultum est, ut levem quandam Astronomiæ sphæricæ, Geographiæ & Chronologiæ notitiam sibi comparet, qualem commendavimus iis, qui nonnisi historicam cognitionem sibi comparare student. Inprimis autem hic usui est, si ideas, quæ lumen praxi Gnomonicæ affundere debent, ne in ea prorsus cœcutias, imaginationi insinuari cures. Exempli loco esse potest, si ipsam descriptionem horologiorum solarium applicatione actuali horologii æquinoctialis ad planum, in quo describendum, ostendas. Usum hic habent machinæ gnomonicæ, quas in usum descriptionis horologiorum solarium commendat & brevi quodam Tractatu descripsit *Pardies*, quamvis instituto præsenti sufficiat horologium æquinoctionale simplici tantummodo modo descriptum, quemadmodum ex problemate quarto (§. 36. *Gnom.*) facile intelligitur.

§. 327. Etsi autem a perplexis & intricatis demonstrationibus, quales dedit *Clavius* & quas parum amant studio Gnomonico sese mancipantes, consulto abstinuerimus, ne nobis scriberemus, dum alios erudire volumus; id tamen egimus, ut, quanta fieri potuit, brevitate ac facilitate satisfaceremus iis, qui scientificam horologiorum solarium cognitionem appetunt, ne ignorent genuinas constructionum rationes. Ad hanc igitur qui adspirant, eo modo in Gnomica versentur, quo in Geometria elementari versandum esse docuimus, ubi secundus cognitionis gradus intenditur. Haurit Gnomonica principia sua ex Arithmetica, Geome-

tria elementari, Trigonometria utraque, Aſtronomia ſphærica præſertim parte, Geographia & Chronologia. Antequam igitur ad illam tractandam accedat, ſcientificæ cognitionis cupidus, harum tractationem præmittere debet. Hoc pacto in omni Gnomonica nihil deprehendet, quod non ſatis intelligat & de cujus veritate dubium quoddam ſuperſit. Quoniam vero, quemadmodum modo diximus (§. 326.), Gnomonica tota practica eſt; qui eidem operam navat, ſingula quoque horologia in charta delineare tenetur. Quodſi dicas, tibi nunquam propoſitum eſſe, ut aliquando horologium quoddam ſolare actu conſtruas; ſed ſufficere, ut intelligas, quomodo conſtruantur, & cur hoc pacto conſtrui poſſint, conſequenter te ſcopo tuo potiri poſſe, ſi tantummodo reſolutiones problematum cum ſchemate conferas; me per omnia conſentientem minime habes. Etenim ſi horologia in charta ipſemet delinees, non modo facilius & clarius eorum conſtructionem intelligis, verum etiam ipſorum ideam memoriæ firmius imprimis. Quotiescunque veritates practicas cognoſcere ſtudemus, ſuadendum omnino eſt, ut eas in nobismetipſis experiamur. Hinc etiam non diſſentiente *Confucio*, ſummo Sinarum Philoſopho, in Moralibus inculcare ſoleo, ut eorum, quæ docentur, veritatem in nobismetipſis experiri ſtudeamus: quod quantam afferat utilitatem, in parte altera Philoſophiæ practicæ univerſalis a priori abunde demonſtravimus. Qui adeo cognitioni ſcientificæ operam navat, in omni Matheſi ſolutiones problematum ipſemet tentare tenetur, ſive conſtructiones geometricas, ſive calculos arithmeticos præcipiant.

§. 328. Qui ad tertium cognitionis gradum adſpirant, reſolutionem problematis tanquam incognitam ſupponere debent & vi definitionis horologii, quod deſcribi jubetur, inquirendum, quomodo deſcribi debeat. Etenim ex datis ratiocinando colligendum, quod quæritur. Non datur niſi definitio horologii deſcribendi, quippe quæ ex anterioribus tanquam data ſupponi poteſt ac debet, quæritur motus idem deſcribendi, quem reſolutio explicat. Modus adeo deſcribendi horologium ratiocinando eruendus ex eius definitione. Definitio horologii ſpecialis ſupponit definitionem horologii ſolaris generalem. Quamobrem facile patet, eam quoque tanquam datam ſupponi debere, niſi eam inter principia referre velis, quæ vi eorum, quæ definitioni ſpeciali inſunt, in memoriam

riam revocantur. Ex definitione adeo petendæ sunt primæ propositiones, quarum ope in memoriam revocantur principia ex Astronomia vel aliunde cognita, ut ex illa ratiocinando colligi queat conclusio. Satis hæc intelliguntur ex superioribus, quæ de tertio cognitionis gradu acquirendo inculcavimus (§. 66. *& seqq.*). Non diffiteor, faciliorem fore operam, si demonstrationes problematum eo ordine concinnatæ essent, qui in methodo analytica observandus, non sumendo resolutionem tanquam hypothesin theorematis, quemadmodum in demonstrationibus syntheticis fieri solet (§. 51. *& seqq*). Enimvero si quis in Geometria elementari problemata analytice tractaverit & methodum, qua ibidem usus, in aliis imitatus fuerit; ejus vires nec superabit analytica problematum gnomonicorum tractatio. Et quamvis tyronibus hoc difficile videatur, non tamen difficile erit eorum magistris, nisi quis intempestive docentium numero sese ingerat, qui discentium subsellia potiore jure occupare debebat. Elementa Arithmeticæ Germanica methodo analytica conscripsimus eandemque in iis explicandis magis adhuc illustramus. Quodsi ergo quis ideam quandam exemplarem inde hauserit; ea ipsi facem præferet non modo in Gnomonica, sed & in aliis Matheseos partibus, immo extra eandem in disciplinis aliis. Et si quis elementa ista vel non legit, vel legere nequit linguæ Germanicæ ignarus, aut etiam Batavæ, in quam conversa sunt; ideam tamen quandam animo concipiet vi analyseos demonstrationum, quam supra (§. 38. *& seqq.*) amplissime exposuimus. Non igitur opus esse judicamus, ut ad particularia descendamus.

§. 329. Ceterum Gnomonica in numero artium est, quemadmodum Mechanica practica, quæ machinarum compositarum structuram explicat. Quoniam in Gnomonica constructiones horologiorum solarium demonstrantur; ex ea discimus quomodo artes scientifica methodo tractandæ sint. Deducitur ea prorsus a priori, atque adeo methodi artes scientifice tractandi ideam omnium optime exhibet. Artes ceteræ si non omnes, saltem plurimæ, inventæ sunt a posteriori, etsi subinde in nonnullis a priori perfectæ. Ars poliendi vitra omnino a posteriori detecta, perinde ac constructio telescopii, etsi hæc deinde a priori per principia dioptrica magis fuerit perfecta. Phænomena telescopiorum dudum ante a posteriori innotuerunt, quam earum accuratas & rigorosas demon-

ſtrationes dederint Mathematici. Idem dicendum eſt de ſpeculis, quorum phænomena in Catoptrica demonſtrantur. Ad Gnomonicam tamen quam proxime accedit ars navigandi & conſtruendi globos artificiales atque mappas geographicas & hydrographicas. Quibus adeo animus fuerit ſcientiam artium excolendi, illi hanc differentiam probe perpendere debent. Ex Gnomonica inprimis videre licet progreſſum artis a priori continuandum, quomodo ſcilicet inventa anteriora non modo anſam ſuppeditent de aliis cogitandi, quorum cogitatio alias animum minime ſubiiſſet, verum etiam ad ulteriora invenienda adjumento ſint, ut adeo idem ſit in arte, qui in ſcientia progreſſus, cum utrobique eædem deprehendantur rationes. Huc inprimis animum advertere debent, qui artem inveniendi ad formam artis reducere geſtiunt, quemadmodum Logicam ad eandem redactam videmus. Nos, qui nullum Matheſeos uſum aſpernamur, ad ea quoque animum advertimus, quæ vulgo non attenduntur, & uſum, quem Matheſis habere poteſt in excolendo intellectu, ut eodem in omni ſcientiarum genere, in quavis arte & in ipſis negotiis tam privatis, quam publicis prompte ac rite utamur, majoris facimus, quam quem per ſe habere poteſt, ut ut ſingula æquo pretio æſtimantes nec meritam detrahamus iis laudem, qui in aliqua Matheſeos parte excolenda omnem ætatem conſumunt. Neque enim ea eſt hominis ætas, immo nec eæ ſunt ejus vires, ut unus omnia poſſit, & niſi eſſent, qui particulari ſtudio ſcientiam egregie promoverent, nec is a Matheſi expectari poterat fructus in omni ſua extenſione, quem tantopere commendamus & cui tantum ſtatuimus pretium. Quamvis adeo in Gnomonica multa occurrunt, quæ magis curioſa, quam utilia videntur iis, qui utilitatem ex neceſſitate ad vitam commode degendam metiuntur, immo quæ a ſeveris inventorum cenſoribus ad luſus Mathematicorum referuntur, ipſis ſubinde Geometris excelſi ingenii profundique acuminis non diſſentientibus, propterea quod unusquisque ſuam amat & laudat Minervam; nobis tamen ea non contemnenda, ſed magni facienda videntur, quatenus analytica eorundem conſideratio prodeſt ad augendam artem inveniendi, immo etiam ſola eorundem ſcientifica cognitio intellectum perficit, etiamſi de eo perficiendo non cogites.

CAPVT

CAPVT XI.
DE
STVDIO PYROTECHNIAE, ARCHITECTVRAE MILITARIS ET ARCHITECTVRAE CIVILIS.

§. 330.

Pyrotechnia paucas continet demonstrationes, quæ ex Geometria elementari principia sua mutuantur: quas negligere facile potest, qui soli praxi studet. Ceterum quæ ad praxin faciunt, non modo perspicue, sed & distincte proposuimus, ut ideam distinctam eorum, quæ fieri debent, animo nullo negotio concipere detur. Nulli adeo dubitamus, quin studium pyrotechnicum perfacile reddiderimus. Si quis praxi operam dare voluerit, is omnino ipso opere exequi tenetur, quæ præscribuntur: quo facto ipsemet in se experietur, resolutiones problematum eodem modo esse datas, quo resolutiones Geometriæ practicæ, veluti triangulorum constructionem, linearum perpendicularium descriptionem, in Geometria elementari exhibuimus. Quodsi quis ante singulorum, quæ fieri jubentur, ideam distinctam sibi comparavit, quam ad ea facienda se conferat; is non solum ad id, quod faciendum, majorem attentionem conferet, sed & majore cum voluptate artem manuariam addiscet. Qui in nuda cognitione historica acquiescere volunt, iis quidem sufficere possunt, quæ tradimus; ubi tamen occasio offertur ipsis oculis usurpandi singula, quomodo parentur, eam negligere minime debent, cum hoc pacto ideæ efficiantur clariores, quatenus distincte explicatis insunt confuse percipienda.

§. 331. Quibus secundus cognitionis gradus curæ cordique est, non modo addere debent perpaucas demonstrationes, quæ hinc inde adjiciuntur; verum etiam eorum, quæ ex principiis geometricis demonstrari nequeunt, rationes passim indicatas perpendere tenentur, & ad ea appicare studeant, quæ sine illarum allegatione proponuntur. Dantur equidem nonnulla in Pyrotechnia, quæ Geometriæ sublimioris & analyseos recentioris gnarus legibus mathematicis adstringere poterat, cum nunc solo arbitrio regantur; sed nobis

bis minime vacat in talia inquirere. Hanc igitur telam aliis pertexendam lubentissime relinquimus, nobisque sufficit ea tradidisse, quae ante perspecta habere debent, quam ingenii sui vires periclitentur.

§. 332. Pleraque, quae in Pyrotechnia traduntur, sunt inventa, quae artificum tentaminibus debentur, ubi casus multas sibi partes vindicat. Qui ad tertium cognitionis gradum adspirant & intellectum praesertim perficere intendunt, ut eodem extra Matheſin prompte ac rite utantur, hoc etiam inventorum genus probe expendere tenentur: neque enim rerum ceterarum, quemadmodum mathematicarum, tam exasciata prostat theoria, ut suppetant principia, quorum vi a priori detegere licet omnia, quae quaeruntur. Empirica inveniendi methodus, qua utuntur artifices experientiae, qua pollent, omnem facientes usum, qui a notionibus confusis expectari potest, in rebus utilissimis detegendis omne fert punctum, modo eadem rite uti noris: id quod tibi promittere poteris, si eundo per exempla, qualia suppeditat Pyrotechnia, eam revoces ad notiones distinctas. Qui vel ea legit, quae in Prolegomenis de differentia Logicae naturalis & artificialis docuimus, non modo dicta plene intelliget, verum etiam iisdem facilem habebit fidem. Quodsi attentius resolutiones problematum pyrotechnicorum expendas, easque tanquam inveniendas tibi proponas; methodo empiricae inveniendi misceri rationalem, aut saltem misceri posse deprehendes, quemadmodum nemo hominum in actionibus suis totus empiricus est, ut non etiam rationi aliquae deferantur partes. Et si forsan fuerit quispiam, te in modum inquirentem, quo eaedem fuerint repertae, haud raro, immo plerumque incidere in alium ab eo, quo usi sunt inventores, prorsus diversum; non tamen inde conficitur, te nihil agere: sufficit enim si ostendere possis quod eo, quem concipis, modo reperiri potuerit quod quaerebatur. Cum enim non alio fine in modum inveniendi inquiras, quam ut eundem in casu simili imiteris; eundem ex asse consecutus, si vel maxime de eo non cogitavit, qui quid invenit: id quod de omni analysi notandum, quam quasi divinando eruere studemus. Ceterum si quae compositiones occurrunt, quarum nullam reddidimus rationem; in eam eo modo inquirendum, quo rationem compositiouis pulveris pyrii casu detectae eruimus (§. 17. *& seqq. Pyrotechn.*).

§. 333.

§. 333. Qui Architecturæ militaris nonnisi cognitionem historicam desiderant, ex definitionibus terminos sibi perspectos reddere tenentur, nec inconsultum est, si ad manus fuerit idea quædam materialis munimenti sive ex ligno, sive ex charta, sive etiam ex argilla parata. Cum enim terminos non alio fine addiscant, quam ut munimenta videntes singula suis nominibus indicare valeant, & ut nominibus auditis respondentes iisdem ideæ imaginationi præsentes sistantur; ideæ hæ facilius memoriæ imprimuntur per conspectum ideæ materialis, quam notionibus distinctis, quibus definitiones constant. Quodsi tamen hæ accedant, imprimentur tanto firmius & jucundius, ut facilius eadem retineantur, nec sine voluptate labore hoc defungaris. Deinde sufficit munimenti unius vel alterius Protographiam saltem conficere, quæ nonnisi ambitum totius munimenti & operum externorum exhibet, ut hoc pacto idea munimenti integri acquiratur, nec ejus deinde conspectus adspicientem confundat. Idem tenendum est de operibus hostium campestribus, quorum in praxi offensiva & defensiva opus est. Neque inconsultum est, ut, terminis intellectis, ichnographias munimentorum ad manus sumat, & per eos easdem explicare discat. Rudis hæc Architecturæ militaris notitia usui est iter facientibus & loca munita invisentibus, tum etiam prodest ad intelligendas novellas publicas, quando de obsidionibus urbium munitarum loquuntur.

§. 334. Qui cognitionem Architecturæ militaris scientificam sibi acquirere studeant, elementa integra eo, quo conscripta sunt, ordine perlustrare debent. Ex capite igitur primo principia sibi perspecta reddere tenentur, ex quibus omne de diversis muniendi formis judicium pendet. Secundum hæc principia examinare debent diversas muniendi formas, quæ in capite secundo proponuntur. Neque parum sibi consulet, ubi deinceps ex *Sturmii* Architectura militari hypothetica simili examini alias adhuc muniendi formas subjiciat, vel ex aliis libris, quos de Architectura militari recensuimus, alias petat. Ita nimirum non modo principia ipsa sibi reddet multo clariora eaque magis familiaria; verum etiam eorundem applicationem in suam magis rediget potestatem. Neque etiam contemnendus est calculus

trigonometricus: quod qui faciunt, ejus utilitatem minime prospiciunt. Nemo non novit in qualibet muniendi forma non omnia sumi posse principiis in capite primo expositis convenienter; sed per quædam assumta determinari cetera. Horum adeo quantitas ex iis, quæ sumuntur, per calculum geometricum eruenda, siquidem accurate de eadem constare debet. Nullum equidem dubium est, ex iisdem constructione geometrica easdem lineas eosdemque angulos determinari & illarum magnitudinem ope scalæ geometricæ, horum vero quantitatem ope instrumenti transportatorii investigari posse; nemo tamen est qui nesciat, methodum hanc non modo supponere constructionem accuratissimam, verum etiam ne hac quidem suppositа adeo accurate investigantur, quemadmodum per calculum geometricum eruuntur, quantitates linearum & angulorum. Quodsi excipias, in praxi acribiam trigonometricam observandam non esse, immo nec semper observari posse, si vel maxime velis; utrumque largior: non tamen hinc recte infertur, quod inutile sit nosse angulorum ac linearum magnitudinem quam accuratissime. Etenim hinc non modo certus es, te in ea definienda nullum admisisse errorem, qui facile irrepere poterat eam mechanice investigando; sed & hinc attentior efficitur animus, ne in praxi a rigore magis recedas, quam par erat. Taceo, quod ad scientificam Architecturæ militaris cognitionem etiam requiratur, ut constet quomodo ex iis, quæ principiis in parte prima expositis convenienter sumuntur, investigentur cetera, quæ per ea determinantur. Ut vero tanto minus in dubium vocari possit utilitas calculi trigonometrici in Architectura militari; hoc unum adhuc probe perpendi velim. Subinde per ea, quæ in methodo muniendi sumuntur vi principiorum generalium, molesta est constructio geometrica, si quidem accurata desideretur. Quodsi vero lineæ aliæ supputentur, ex iis tanquam cognitis jam multo simplicior evadit & accuratior. Exemplum habemus in methodo muniendi *Blondelliana* (§. 151. *Arch. mil.*), cujus constructio per calculum trigonometricum ad *Paganianam* revocatur. Immo ope hujus calculi constructio ex latere interno assumto potest revocari ad alteram, quæ ex externo procedit & contra: id quod subinde usui esse potest, præsertim in munitionibus irregularibus.

Muni-

Munimenta irregularia expendimus capite tertio, & quænam hic sint observanda, exponimus. Enimvero in methodo muniendi irregulari inprimis opus est, ut principia generalia constanter ob oculos versentur, ne quid contra ea admittatur: id quod facile accidit, nisi per ea examinentur, quæ in delineandis munimentis irregularibus facis. Hic sane haud raro ccecutiunt, qui ea non satis perspecta habent, vel in eorum applicatione hæsitant. Unde apparet, quam necessaria sit scientifica Architecturæ militaris cognitio, cum irregularia munimenta sint frequentiora regularibus, ut adeo is demum artis muniendi peritus sit dicendus, qui in delineandis munimentis irregularibus non hæret, nec cespitat. Denique qui rationes quoque operum campestrium, quæ capite ultimo describimus, perspicere voluerit, is duo scholia, quæ in fine adjicimus, attente perlegat, ut processus obsidionis ideam animo concipiat & quænam obsessi defensionis gratia faciunt, intelligat. Hinc enim multo clarius intelliguntur, quæ de illis præcipiuntur.

§. 335. Quodsi quis praxi Architecturæ militaris operam dare decreverit, ei scientificam ejus cognitionem quam maxime commendamus, experientia domestica deinde magis illustrandam ac confirmandam. Ab eo autem cum expectetur, ut accuratas & nitidas munimentorum delineationes dare possit; in iis quoque delineandis multum operæ consumere tenetur, donec tandem multiplici exercitio eum consequatur habitum, quo se commendare possit. Vulgo peritiam Architecturæ militaris ex munimentorum delineationibus æstimare solent, fallaci admodum judicio. Etsi autem in arte muniendi excellere possit, qui in iis delineandis parum excellet; cum tamen qui eidem totum sese dat nec ea negligere debeat, quæ artem ornant, nitidas quoque delineationes ab eo jure exigimus, tanto quidem magis, quo certius est, haud raro, immo plerumque contemni artem ornatu isto destitutam. Qui vero praxi operam dare ipsamque artem exercere non decrevit, etsi castra sequatur; ei vix suademus, ut in habitu isto comparando tempus fallat, quod longe utilius in aliis addiscendis consumere poterit.

§. 336. Quibus tertius cognitionis gradus curæ cordique est; in

Architectura quoque reperient militari, quæ attentionem ipsius merentur, sive in sola Matheſi versari voluerint, sive intellectum perficere studuerint, ut eodem prompte ac rite etiam extra eandem utantur. Cum Architectura militaris in numero disciplinarum practicarum sit, ratio ultima eorum, quæ in eadem traduntur, finis est, qui per eam intenditur. Quamobrem hic probe perpendendum venit, quomodo ex fine, qui in definitione indicatur, deducantur principia, quæ in capite primo proposuimus, applicata vero deinde ad eadem Geometria cetera hinc deriventur, sine quibus forma muniendi concipi nequit, multo minus munimenta actu excitare licet. Hinc enim non solum addiscere datur, quæ ad cognitionem artis mathematicam venandam usui sunt; verum etiam quomodo in disciplinis practicis versandum, ut satis adæquatas nanciscaris ideas, quæ praxi sufficiunt. Satis autem adæquata est, si in ea singula, quæ fieri debent, determinentur, quemadmodum ex tractatione Architecturæ militaris abunde eluceſcit, modo attentionem tuam in ea desiderari minime patiaris. Diversæ dantur muniendi formæ; sed, ubi eas juxta principia in capite primo proposita examines, non omnes cum iis æque consentiunt. Unde aliæ aliis tanquam meliores præferuntur. Docet autem progressus Architecturæ militaris, quod primo inventæ muniendi formæ defectibus fuerint obnoxiæ, quos experientia detexit, primum ab inventoribus non animadversas, iis autem mederi studuerint, qui recentiores excogitarunt. Etsi in usum artis inveniendi non inutile foret, eo fine expendere omnes muniendi formas, quæ hactenus publici juris factæ, & quidem eo ordine, quo luci publicæ expositæ fuerunt; nostri tamen instituti ratio minime ferebat, ut in tantas ambages descenderemus. Ne tamen hac in re prorsus deesſemus lectori ad tertium cognitionis gradum adspiranti, ea tradidimus, quæ ad ideam quandam hujus facti animo concipiendam sufficiunt, profuturam iis, qui in aliis disciplinis practicis Architectos militares non infeliciter imitari voluerint. Non alia sane de causa exposuimus methodum muniendi Belgicam, utut propter defectus, quibus laborat, hodie antiquatam, ut nullius usus esse videatur, nisi quatenus adhuc extent munimenta bene multa hac methodo constructa, & iisdem subjunximus methodos

dos muniendi Gallorum. Constat enim formam muniendi Belgicam tanquam omnium optimam celebratam fuisse, ejus autem nævis animadversis, Gallos primum publicasse formas alias, quibus hisce mederi tentarunt. Ceterum applicatio Trigonometriæ ad Architecturam militarem in usum tertii cognitionis gradus etiam aliquam attentionem meretur, non modo quod hoc ipso confirmetur, quod in arte inveniendi locum mereatur; verum etiam ut ejus amplissimus usus in majore luce constituatur.

§. 337. Architecturæ civilis cognitionem historicam acquisiturus legat definitiones & problemata, exceptis iis, quæ ad delineationes Ordinum architectonicorum & eorum usum in ornandis januis atque fenestris spectant, & quæ de ichnographia & orthographia ædium agunt. Quodsi desit occasio ædificia juxta regulas architectonicas constructa contemplandi; ichnographias & orthographias externas ædificiorum æri incisas perlustret, ut ideam ædificii integri juxta regulas architectonicas constructi animo imprimat. Inprimis autem terminos & constructionem Ordinum architectonicorum sibi familiares reddat, ne in ornatu, qui inde petitur, cœcutiat. Hoc pacto obtinebit, ut non solum libros de Architectura civili conscriptos sine hæsitatione legere, sed quæ usui suo esse possunt, etiam addiscere ac data occasione ad eundem transferre queat. Historica igitur cognitio non ob solam curiositatem, sed & ob utilitatem, quam unicuique præstat, acquiritur. Sane qui peregrinantur, quemadmodum Germani facere solent, studiis academicis absolutis, cognitione ista animum imbutum habere debent, ne in ædificiis aliisque operibus architectonicis spectandis ignorent, quid videant, laudaturi aliis, quod cur laudent, nullam afferre valent rationem. Male adeo sibi consulunt, qui studium architectonicum, quod ea fini intra paucas hebdomades absolvi poterat, in Academiis prorsus negligunt non alia de causa, quam quod architecti fieri nolint. Perfacile autem hoc studium est, præsertim si ultra cognitionem historicam progredi nolueris. Quodsi otium suppetat, ruditer saltem delineare ordinem aliquem architectonicum, veluti Toscanum, qui delineatu omnium facillimus, juvat; non modo ut idea Ordinis, sed etiam membrorum

memoriæ firmius infigatur: id quod tanto magis ſuadendum, cum norim plerosque fieri deſertores ſtudii architectonici, quod tædioſum videatur terminorum notitiam ſibi comparare.

§. 338. Scientificam Architecturæ cognitionem deſiderans elementa integra eo, quo conſcripta ſunt, ordine perlegat & eam attentionem afferat, quæ ad ſingula rite percipienda ſufficit. Qui vel in Elementis Geometriæ verſatus fuerit, ei attentio huc afferenda nulla fere videbitur: Mathematum vero prorſus ignarus non majorum hic requiri experietur, quam qua in legendo libro alio quocunque utendum; immo minorem, cum omnia diſtincte explicentur, quod vulgo fieri non ſolet, nec occurrant verba, quorum dubius eſt ſenſus, præter doctrinam vero de Ordinibus architectonicis nihil occurrat, cujus non habeat lector ideam vulgari experientia acquiſitam. Nemo autem hic expectet demonſtrationes, quales in Geometria dedimus: ſufficit enim addiſci eorum, quæ præcipiuntur, rationes, ut intelligatur, cur hoc potius modo fieri debeant, quam aliter. Inprimis etiam probe perpendat in Ordinibus architectonicis multa eſſe arbitraria, quorum etſi dentur atque a nobis datæ ſint rationes, abſit tamen, ut quis rationes iſtiusmodi deſideret, quales ſunt ceterorum, quæ neceſſarias habent. Sane in Arithmetica, quæ rigidas demonſtrationes admittit cum veritates numerorum non minus neceſſariæ ſint, quam linearum & figurarum in Geometria, eorum, quæ arbitraria ſunt, veluti legis numerandi & notarum numericarum, non dari poſſunt rationes, quæ veritatibus neceſſariis conveniunt. Qui praxi architectonicæ ſeſe dedunt, iis inprimis opus eſt ſcientifica Architecturæ cognitione: architectus enim in promptu habere debet rationes, quas reddat quærentibus, cur hoc vel illud ita fecerit (§. 3. *Arch. civ.*). Obtinebit præterea; ne cœca ſit aliorum imitatio, quam haud raro eſſe fallacem, ne opus probetur intelligentium judicio, experientia loquitur. Non deſunt exempla, quibus quod dictum eſt, confirmari poterat; ſed noſtrum jam non eſt perſtringere ea, quæ ab aliis minus recte facta ſunt, cum jam docere id unice intendamus, quomodo tractandum ſit ſtudium architectonicum, ut recte fiant omnia. Induſtriam præterea ſuam exercere

debent

debent in delineationibus architectonicis, quicunque artem exercere decreverunt, & quæ paulo ante de delineationibus munimentorum annotavimus (§. 335.), ea quoque hic notanda veniunt. Ex elegantia delineationum vulgo judicium fertur de peritia Architecti, etsi male ac subinde non sine damno fundatoris. Quamobrem cum dandum non modo sit aliquid opinioni, sed & qui in arte quadam excellit, ea negligere non debeat, quæ ad ornatum faciunt; nemo erit, qui ab Architecto elegantiam in delineandis ædificiis aliisque operibus architectonicis jure non desideret, quamvis non probemus contemni propterea artem in eo, qui eadem excellit, quia elegantiam in delineando non possidet. Qui enim hoc faciunt, suo & aliorum, quibus a consilio esse debebant, hoc faciunt damno. Immo si quis desideret delineationes elegantes, aliorum opera eædem perfici poterunt, modo, qui in arte excellit, ea suppeditet, quæ ad eas perficiendas necessaria sunt.

§. 339. Qui denique ad tertium cognitionis gradum adspirant, eos quoque juvabit Architectura civilis. In Architectura civili, regulæ omnes deducuntur ex fine, quem loquitur definitio ejusdem. Finis hic in eo consistit, quod ideam ædificii animo concipere & juxta eam ipsum exstruere debeamus, ita ut scopo fundatoris ex asse satisfaciat. Quamobrem huc potissimum animum advertere tenetur, qui tertium cognitionis gradum intendit, quomodo ex hoc fine deriventur regulæ omnes, ita ut rationes earundem tandem in hanc rationem ultimam resolvantur. Monuit jam *Vitruvius* & nos in Elementis nostris a priori ex ipso fine Architecturæ ostendimus, regulas Architecturæ omnes redire ad firmitatem, utilitatem seu commoditatem & venustatem atque ornatum ædificii, vel alterius operis architectonici cujuscunque. Quamobrem regulæ omnes rationem sufficientem vel in firmitate, vel in utilitate, vel in venustate atque ornatu, vel hisce binis, aut omnibus simul sumtis agnoscunt. Sufficit itaque inquirere, quomodo ex hisce fontibus vel immediate vel mediate fuerint deductæ. Cum pauciſſimæ sint, quæ Geometriæ auxilium postulant; hæc disquisitio plurimum proderit ei, qui disciplinas practicas a Matheſi sejunctas accurata methodo pertractare voluerit. Notandum præterea, si

quis

quis ideam ædificii animo concipit, dato fundatoris scopo, eum inventorem agere ac regulis Architecturæ civilis uti tanquam principiis in ratiocinando. Quamobrem qui ad modum, quo hoc facit, animum attendit; is hinc addiscere valet, quomodo theoriæ ad tractanda negotia, quæ levi brachio tractari minime possunt, dextre ac rite applicentur. Suademus ergo ut ædificiorum supposita fundatoris scopo inveniatur constructio etiam ab iis, qui artem exercere non intendunt: quod ut facilius succedat, ante in examinandis ædificiis juxta regulas architectonicas non inutiliter versabitur, quam ad telam istam pertexendam se accingit. Non adeo levem, nec contemnendæ utilitatis deprehendet demonstrationem, qui ædificium dato fundatoris scopo construendum sibi tanquam problema proponit, veluti *construere in data area datoque loco ædificium, quod huic fundatoris scopo ex asse satisfacit*, deinde quomodo exstruendum sit eodem modo exponat, quo resolutiones problematum per universam Matheſin exhibuimus, & tandem demonstret pro datis circumstantiis scopo fundatoris ex asse satisfieri, siquidem hoc modo exstruatur. Etenim qui in expediendis negotiis tam privatis, quam publicis eam certitudinem consequi voluerit, quam consequi datur, plurimum hinc lucis fœnerabitur, quam aliunde vix ac ne vix quidem adeo commode expectet. Non igitur erubescimus studium Architecturæ civilis hoc modo instituendum commendare iis, qui ad negotia publica gerenda sese præparant, ut eorum rite tractandorum ideam quandam exemplarem animo insinuent. Plura addere possem, quomodo prudentia Architecti prodesse possit in gerendis negotiis, nisi principiis, quæ in Philosophia practica tradimus, imbutus per se hoc videre possit, ubi ea, quæ hic commendamus, exercitia non neglexerit.

§. 340. Atque ita tandem nos satis docuisse confidimus, quomodo studium mathematicum tractandum sit, ut omnem consequamur usum, qui ab eo expectari potest. Non loquor nisi experta ac ingenue profiteor, me nunquam ea, quæ hactenus in Philosophia conscripsi & in posterum, si Deo ita visum fuerit, additurus sum, daturum fuisse, nisi adminiculis istis adjutus fuissem.

Eadem

Eadem experientia fretus docere quoque poteram, quomodo Matheſi uti poſſimus ad diſtinctas & fœcundas in Philoſophia prima notiones venandas & quomodo ſtudio mathematico perfici poſſit etiam appetitus; ſed cum hoc a præſenti inſtituto alienum ſit, quæ hic dici poterunt, alii occaſioni reſervamus. Ne tamen dixiſſe videamur, quæ abſona ſunt, unum ſaltem alterumque exemplum in medium afferre lubet. Poteramus hic tantummodo provocare ad ea, quæ alibi jam tradidimus, veluti quod notio generum, & ſpecierum (*not.* §. 72. 73. *Log.*) atque individui ex formulis algebraicis derivari poſſit (*not.* §. 74. *Log.*), & ipſe modus, quo Deus univerſalia eorundemque nexum in ſingularibus intuetur, ex iisdem formulis eliciatur (*not.* §. 275. *part.* 1. *Theol. nat.*); ſed ne lectorem ablegemus ad alibi quærenda, nec hic repetamus alibi dicta, conſultius viſum fuit exempli loco alia quædam proferre. Inter notiones difficiles referri ſolet notio determinati & indeterminati. Enimvero nos eandem derivavimus ex exemplis mathematicis: qua etiam de cauſa ſingula, quæ in Ontologia de determinato & indeterminato docuimus, exemplis mathematicis illuſtramus. Neque enim dantur alia hiſce clariora & notionem in Philoſophia longe utiliſſimam felicius illuſtrantia. In formula algebraica quacunque veluti ſi $\frac{a+b}{2}$ dicatur numerus major, ſumma exiſtente a & differentia b, numeri a & b dicuntur indeterminati, quia tam a, quam b explicari poteſt per numeros infinitos, conſequenter de a affirmari poteſt, tum quod ſit 6, tum quod ſit 12, tum quod ſit 19 & ita porro in infinitum, & de b affirmari poteſt, tum quod ſit 2, tum quod ſit 4, tum quod ſit 5 & ita porro in infinitum. Indeterminata igitur dicitur ſumma, quatenus conſideratur ut id, de quo affirmari poteſt numerus 6, 12, 19 &c. nullus tamen adhuc de eadem affirmatur: quæ eſt ipſa notio indeterminati (§. 105. *Ontol.*). Aſt ſi ſumma dicatur 6, determinata dicitur, quia jam conſtat, quinam numerus de ea ſit affirmandus: quæ eſt ipſa notio determinati (§. 112. *Ontol.*). Idem patet de differentia b. Ordinis quoque notio diſtincta inter eas refertur, quæ difficiles ſunt: ſed ex ſeriebus infinitis, quarum termini

ordine dicuntur progredi, haud difficulter eruitur. E. gr. in serie $\frac{1}{1.2} v^2 - \frac{1}{3.4} Av^2 + \frac{1}{5.6} Bv^2 - \frac{1}{7.8} Cv^2$ &c. in infinitum, ubi *A* terminum primum, *B* secundum, *C* tertium denotat; terminus sequens determinatur ex praecedente eodem modo, ac ideo ordo in progressu terminorum adesse dicitur. Ex identitate determinationis nascitur similitudo (§. 217. *Ontol.*). Ordo igitur hic est similitudo obvia in modo, quo termini se invicem consequuntur, quemadmodum vult definitio nostra ordinis (§. 472. *Ontol.*). Sed pauca haec sufficiant.

FINIS COMMENTATIONIS DE STVDIO MATHESEOS RECTE INSTITVENDO.

INDICES
IN
TOMOS QVINQVE
ELEMENTORVM
MATHESEOS VNIVERSAE.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0491

INDICES

IN

TUAS COMMENTATIONES

TOMOS QUINQUE

ELEMENTORUM

MATHESEOS UNIVERSAE.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0492

I.

CONSPECTVS ELEMENTORVM MATHESEOS VNIVERSAE.

TOMVS I.

1. De Methodo mathematica brevis commentatio, 1.
2. Elementa Arithmeticæ, 18.
3. Geometriæ, 117.
4. Trigonometriæ planæ, 262.
5. Analyseos finitorum, 297.
6. infinitorum, 543.

TOMVS II.

7. Elementa Mechanicæ & Staticæ, 1.
8. Hydrostaticæ, 316.
9. Aërometriæ, 353.
10. Hydraulicæ, 421.

TOMVS III.

11. Elementa Opticæ, 1.
12. Perspectivæ, 101.
13. Catoptricæ, 135.
14. Dioptricæ, 223.
15. Sphæricorum & Trigonometriæ Sphæricæ, 381.
16. Astronomiæ, 446.

TOMVS IV.

17. Elementa Geographiæ & Hydrographiæ, 1.
18. Chronologiæ, 111.
19. Gnomonicæ, 199.
20. Pyrotechniæ, 261.
21. Architecturæ militaris, 317.
22. Architecturæ civilis, 383.

TOMVS V.

23. De præcipuis ſcriptis mathematicis brevis Commentatio, 1.
CAPVT I. De curſibus, Operibus atque Lexicis mathematicis, 5.
CAPVT II. De Arithmetica, 27
CAPVT III. De Geometria, 31.
CAPVT IV. De Scriptis analyticis, 48.
CAPVT V. De Trigonometria, 67.
CAPVT VI. De Statica & Mechanica 73.
CAPVT VII. De Hydroſtatica, Aërometria & Hydraulica, 83.
CAPVT VIII. De Optica, Catoptrica, Dioptrica & Perſpectiva, 88.
CAPVT IX. De Aſtronomia, 96.
CAPVT X. De Chronologia, Geographia & Gnomonica, 119.
CAPVT XI. De Architectura civili, 131.
CAPVT XII. De Pyrotechnia, 141.
CAPVT XIII. De Architectura militari, 143.
24. Commentatio de ſtudio mathematico recte inſtituendo, 155.
CAPVT I. De diverſis cognitionis gradibus & quomodo iidem acquirantur, 158.
CAPVT II. De modo inſtituendi ſtudium Matheſeos intellectus perficiendi cauſa, 224.
CAPVT III. De ſtudio Arithmeticæ, Geometriæ & Trigonometriæ planæ in ſpecie, 236.
CAPVT IV. De ſtudio Algebræ ſeu Analyſeos mathematicæ in ſpecie, 246.
CAPVT V. De ſtudio Mechanicæ, 369.
CAPVT VI. De ſtudio Hydroſtaticæ, Aërometriæ & Hydraulicæ, 379.
CAP. VII. De ſtudio Opticæ, Perſpectivæ, Catoptricæ & Dioptricæ, 387.
CAP. VIII. De ſtudio Sphæricorum & Trigonometriæ ſphæricæ, 401.
CAP. IX. De ſtudio Aſtronomiæ, 406.
CAP. X. De ſtudio Geographiæ, Chronologiæ & Gnomonicæ, 450.
CAP. XI. De ſtudio Pyrotechniæ, Architecturæ Militaris & Architecturæ civilis, 463.

FINIS TOTIVS CONSPECTVS.

II.

INDEX

OSTENDENS PARAGRAPHOS, IN QVIBVS DEFINITIONES ET PROPOSITIONES ELEMENTORVM EVCLIDIS CONTINENTVR.

Notes velim, Ar. designare Arithmeticam, G. Geometriam, An. Analysin finitorum.

Elementi I.

Def. 1. G. §. 6. 8. 9.
2. 10. 12.
3. 11.
4. 17.
5. 28.
6. 29.
7. 36.
8. 54.
9. 54.
10. 65. 78.
11. 66.
12. 66.
14. 32.
15. 37.
16. 37.
17. 39.
18. 135.
19. 34.
Def. 20. G. §. 87.
21. 97.
22. 104.
23. 88.
24. 89.
25. 90.
26. 91.
27. 92.
28. 93.
29. 98.
30. 100.
31. 99.
32. 101.
33. 103.
34. 81.
35. 102.
36. 111.
Post. 1. 20.
Post. 2. G. §. 21.
3. 131.
Ax. 1. Ar. §. 87. 89
2. 88.
3. 91.
4. 90.
5. 91. 92
6. 93.
7. 94.
8. G. §. 161.
9. Ar. §. 84.
10. G. §. 250.
11. 50.
12. 145.
13. 262.
14. 170.
Prop. 1. 198.
4. 179.

Prop. 5.

INDEX.

Pr. 5. G. §. 184.
6. 253.
7. 202.
8. 204.
9. 209.
10. 210.
11. 212.
12. 216.
13. 147.
14. 147.
15. 156.
16. 188.
17. 247.
18. 189.
19. 189.
20. 190.
21. 300.
22. 205.
23. 208.
26. 251.
27. 255.
28. 255.
29. 233.
30. 232.
31. 258.
32. 239.240
33. 257.
34. 335.337
35. 383.
36. 383.
37. 385.
38. 385.
41. 386.
44. 391.
Pr. 45. G. §. 391.
46. 338.
47. 417.
48. 417.

Elem. II.

Pr. 1. An. 91.
2. 93.
3. 86.
4. Ar. 261.
An. 95.
5. 88.
6. 94.
7. 90.
8. 90.
9. 89.
11. 258.

Elem. III.

Def. 1. G. 171.
2. 47.
3. 47.
4. 225.
5. 225.
6. 45.
7. 77.
8. 70.
9. 56.
10. 46.
Pr. 1. 295.
3. 291.
4. 332.
5. 288.
6. 287.
7. 303.
8. 302.
Pr. 9. G. §. 173.
10. 203.
14. 298.
15. 299.301
16. 304.305
17. An. 291.
18. G. 308.
19. 309.
20. 313.
21. 315.
22. 350.
25. 295.
26. 315.
27. 315.
28. 289.
29. 289.
30. 293.
31. 317.
318.
319.
32. 323.
35. 381.
36. 379.
37. 380.

Elem. IV.

Def. 3. G. §. 116.
6. 117.
Pr. 5. 294.
297.
6. 353.
7. 351.
11. An. 279.
12. G. 355.
15. 357.

Elem.

INDEX.

Elem. V.

Def. 1. Ar. 30.
2. 142.
3. 126.
4. 131.
5. 219.
6. 155.
7. 158.
8. 155.
9. 156.
10. 159.216
11. 159.216
13. 173.
14. 169.
15. 190.
16. 193.
17. 193.
18. 194.195
19. 194.
20. 195.
Pr. 4. 185.
5. 188.
6. 188.
7. 168.
8. 203.205
9. 177.
10. 204.206
11. 167.
12. 155.
15. 178.
16. 173.
17. 193.
18. 190.
19. 188.
Pr. 22. G. §. 194.
23. 198.

Elem. VI.

Def. 1. G. 175.
2. An. 261.
3. 258.
4. G. 227.
5. Ar. 159.
Pr. 1. G. 389.
2. 268.
3. 269.
4. 267.
5. 207.
6. 183.
8. 329.
9. 274.
10. 257.
12. 271.
13. 327.
16. 378.
17. 377.
18. 360.
19. 398.
20. 403.
23. 376.388
30. An. 258.
33. G. 314.

Elem. VII.

Def. 1. Ar. §. 3. 4.
2. 10.
3. 30.
4. 30.
5. 142.
6. 72.
Def. 7. Ar. §. 73.
11. 75.
12. 79.
13. 76.
14. 80.
15. 66. 69
18. 246.
19. 248.
20. 155.
22. An. 248.
23. Ar. 74.
24. 126.
26. 159.
27. 217.
Ax. 7. 210.
9. 212.
Pr. 1. Ar. §. 230.
2. 228.
11. 188.
12. 187.
13. 173.
14. 194.
16. 207.
17. 178.
18. 178.
19. 297.299
20. 298.
22. 198.

Elem. VIII.

Pr. 11. Ar. §. 259.
12. 259.
13. 260.

Elem. IX.

Pr. 21. An. §. 72.

Pr. 22. An. §. 75.
23. 75.
24. 72.
25. 73.
26. 74.
27. 73.
28. 72.
29. 74.
30. 79.
35. 119.
36. 248.

Elem. X.

Def. 1. Ar. §. 31.
2. 31.
6. 39.
7. 43.
Pr. 3. 230.
5. 163.
6. 160.
7. 163.
8. 164.
117. G. 421.

Elem. XI.

Def. 1. G. §. 444.
3. 486.
4. 494.
6. 476.
8. 498.
9. 564.
11. 445.
12. 472.
13. 456.
14. 470.
Def. 15. G. §. 470.
16. 470.
17. 470.
18. 467.
19. 467.
20. 468.
27. 475.
28. 475.
29. 475.
30. 462.
Pr. 1. 478.
2. 480.481
3. 482.
4. 484.
5. 491.
6. 492.
7. 483.
8. 492.
9. 495.
10. 496.
11. 505.
12. 502.
13. 488.
14. 497.
15. 500.
16. 499.
17. 501.
18. 506.
19. 508.
21. 452.
28. 537.
29. 535.
30. 535.
Pr. 31. G. §. 535.
32. 573.
33. 578.
34. 580.

Elem. XII.

Pr. 1. G. 408.
2. 408.
5. 573.
6. 573.
7. 543.
8. 578.
9. 580.
10. 547.
11. 573.
12. 578.
14. 573.
15. 580.
18. 579.

Elem. XIII.

Pr. 8. An. 294.
9. 275.
10. 279.
12. 268.
13. 299.
14. 305.
15. 302.
16. 311. & seqq.
17. 308. & seqq.
18. 301.304 307.310 311.

FINIS INDICIS SECVNDI.

III. IN-

III.

INDEX AVTORVM,

QVI IN

COMMENTATIONE DE PRAECIPVIS SCRIPTIS MATHEMATICIS RECENSENTVR.

Notes velim Numerum Romanum Caput, ceteros vero §. §. ejusdem designare.

A.

Abalphatus Asphahamensis, III. 13
Aepinus, X, 25
Alberti, Andreas, VIII. 21
Alberti, G. A, XII. 9
de *Alberiis*, Leo Baptista, XI. 1. 2. 3
Alexander, Dominicus Jacobus, VI. 27. 31
Alhazen, VIII. 2. 3. 31
Alimarus, Dorotheus, X. 20
Alingham, Wilhelmus, I. 8
Alphonsus IX. 25
S. Andreas, Hierosolymitanus, X. 2
Anonymi, VI. 26. VII. 8. IX. 2. 57 XI. 15. 26. 30. XIII. 17. 27
Apollonius, Pergæus, I. 1. 24. III. 11. 13. 25. 28. 29. IV. 1. VII. 14
Aratus, X. 2
Archimedes, I. 24. 34. III. 11. 12. 13. 29. VI. 1. VII. 1. 14
Ardüser, Joannes, III. 34
des *Argues*, XI 24
Aristæus, III. 13. IV. 1.
Aristarchus Samius, I. 34. VII. 14
Athenæus, I. 30
Auzout, I. 31. 37
d' *Azin*, XIII. 38

B.

Bachetus, Casparus, IV. 2
Bacon, Rogerius, VIII. 5
Baker, Henricus, VIII 19
Baker, Thomas, IV. 8
Baldus, Bernhardinus, I. 30. XI. 1
Balianus, Johannes Baptista, VI. 5. VII. 10
Bara, J. VIII. 20
Baratteri, Johannes Baptista, XI. 26
Barlaamus, Monachus, II. 5
Barrowius, Isaacus, III. 2. 11. 19. 29. IV. 8. 23. VIII. 14
Bartholinus, Erasmus, IV. 6
Bartschius, Jacobus, V. 10
Bayerus, Johannes, IX. 35
— — Johannes Hartmannus, II. 16
— — Johannes Matthias, VI 22
de *Beaune*, Florimundus, IV. 6
Bedford, Arturus, X. 6
Beeren, Thomas Leonhardus, XII. 1
Behr, Johannes Henricus, XIII. 25
de *Belidor*, VII. 18. XII. 8. XIII. 34
de *Bellersheim*, P. F. XIII 39
Berger, Christianus Philippus, VI. 27. IX. 36
Bernoulli, Daniel, VII. 12

Bernoulli, Jacobus, IV 18 21. IX. 39
- - Johannes, IV. 14. 18. 19. 31. 33. 35. 36. X. 21
- - Nicolaus, IV. 14. X. 21
Beroaldus, Franciſcus, VI. 20
Beſſon, Jacobus, VI. 20
Beveregius, Guilielmus X. 5
Beyerus, Johannes Hartmannus, III. 31
de *Beze*, I. 37
Bierum, Henricus, X 33
de *Billy*, Jacobus III. 26
Bion, Joannes Theobaldus, I. 13
- - Nicolaus, IX. 35. X. 35. 38
de *Birac*, XIII. 37
Biſchof, J. C. VIII. 28
Biton, I. 30
Blaiſe, I. 44
Blanchini, Franciſcus, IX. 8. 39. X. 7
Bleau, Guilielmus, IX. 35. X. 39
le *Blond*, XI. 9
Blondel, Franciſcus, I 37. X. 7. XI. 10 XII. 8. XIII. 427
Blündel, J. D. XII. 9
Boëthius, Anitius Manlius Severinus, II. 1
Böckler, Georgius Andreas, VII. 16 XI. 5. XII. 7. XIII. 36
Bœcklerus, Joannes, III. 31
Bœhmius, And. III. 43
Bötticher, J. F. X. 40
Bombelle, XIII. 27
Bombelli, Raphaël, IV. 3
Bonannus, Philippus, VIII. 19
Bone, Edmundus, III. 39
Bonjour, Guilielmus, X. 7
Borellus, Joannes Alphonſus, III. 13 VI. 3
de *Borgsdorf*, Erneſtus Fridericus, XIII. 9
Borromini, Franciſcus XI. 19
Boſcowich, R. J. I. 45. VIII. 31
Boſe, Georgius Matthias, IX. 43
Boſſe, Abrahamus, VIII. 20
Bougainviller, IV. 42
Bougierius, VIII. 31
Bouguerius, X. 25
Boyle, Robertus VII. 3
Braikenridge, Guilielmus IV. 37
Branca, XI. 9
Brand, Auguſtinus, XII. 6. 7
Braunius, Erneſtus, XII. 1
Briennius, Manuel, I. 34
Briggius, Henricus, V. 11
Brook Taylor, IV. 31
Browne, Wilhelmus, VIII. 15
Brunetti, Franciſcus Xaverius, IV. 39
Buchnerus, Joannes Sigismundus, XII. 1.
Bullet, XI. 29
Bullialdus, Iſmaël, III. 23. IV. 17 V. 16. IX. 3. 18. 20. 28. 41
Buonarotti, Michaël Angelus, XI. 7
Byrgius, Juſtus, III. 39. IV. 38. V. 10. 14. IX. 2

C.

de la *Caille*, VIII. 30. IX. 60
de *Camus*, VI. 19
Calviſius, Sethus, X. 3. 7
Calvör, H. VI. 30
Cantzlerus, Bernhardus, III. 32
Capellus, Angelus, IX. 44
Caraccioli, IV. 40
Carré, IV. 20
Carteſius, Renatus IV. 6. 20. VIII. 7
Caſatus, Paulus, VI. 2
Caſſini, Joannes Dominicus. I. 37. IX. 6. 30. 53. X. 7. 24

Cassini, Filius, IX. 6
Castellus, Robertus, XI. 17
Castronius, Benedictus Maria, X. 37
Caswellus, Joannes, I. 34
Cataneo, Petrus, XI. 9
Cavalerius, Bonaventura, III. 12. 24. IV. 17. V. 15
Ceva, Joannes. VII. 9
- - Thomas, I. 35
Chamberus, Joannes, II. 5
de *Chambray*, Roland Freard, XI. 9
Chambres, E. I. 19
Chamberus, Joannes, II. 5
de *Champdoré*, Curæus, XI. 7
la *Chapelle*, III. 41
Cherubim, VIII. 10
Cheynæus, Georgius, IV. 22
Christmannus, Jacobus, X. 8
Clairault, IV. 42
Claramontius, Scipio, IX. 39
Clarke, Joannes, IV. 39. VI. 16
- - Samuel, VIII. 12
Clavius, Christophorus, I. 24. II. 12. III. 33. IX. 24. 38. X. 7. 9. 26
Clem, H. W. I. 46
du *Clos*, I. 37
Cæhorn, XI. 4. 7. 27. XIII. 6. 26. 27
Cœtsius, Henricus, X. 32
Collins, Joannes, I. 34. IV. 34
Colombonus, Angelus Maria, X. 38
Colson, Joannes IV. 27
Combachius, Johannes, VIII. 5
Commandinus, Fridericus, III. 8. VII. 16
Commentarii Academiæ Scientiarum imperialis Petropolitanæ, I. 39
Commentarii de Bononiensi Scientiarum & artium Instituto atque Academia, I. 40
Condamine, X. 25
Conradi, Johannes Michaël, VIII. 17
Copernicus, Nicolaus, IX. 2. 13. 26. 39
de *Corradi*, Dominicus, IV. 42
Cotes, Rogerus, IV. 30. VI. 13
Crabtrius, Guilielmus IX. 4
Craige, Johannes, IV. 23
de *Crouzas*, IV. 13. 19
Crusius, D. A. II. 20
Cunitia, Maria, IX. 27
Cunn, Samuel, II. 17
Cune, Samuel, III. 39
Curio, Jacobus, IX. 25

D.

Dasypodius, Conradus, I. 15. III. 4
Dechales, Claudius Franciscus Milliet, I. 4. II. 12. III. 2. 29. V. 20. VI. 11. VII. 5. 15. X. 11. 14. XI. 23. XII. 1. XIII. 15.
Deidier, Abbas, II. 19. III. 41
Demontiosius, Ludovicus, XI. 1
Deran, Philippus, XI. 24
Derham, Wilhelmus, IX. 39
Desaguliers, J. T. VIII. 15
Desargues, VIII. 20
Desgodetz, Antonius, XI. 13
Detonvillæus, III. 14
Dieussart, Carolus Philippus, XI. 9
Dilichius, Wilhelmus, XIII. 15
Diophantus, Alexandrinus, I. 23. 27. IV. 2. 9
Ditton, Henricus, VI. 15
- - Humphredus, IV. 39
Dodartus, I. 37
Doegen, Matthias, XIII. 18
Dollondus, Ioannes, VIII. 31
Domicke,

Domicke, VI. 16
Doppelmeyer, J. Gabriel, IX. 20. X. 31. 35

E.

Eberhard, Io Paulus, XIII. 38
- - Io. Petr. IX. 59. XII. 9. XIII. 38
Ecchellensis Maronita, Abrahamus, III. 13
Eisenschmid, Joannes Casparus, V. 10
Elrich, Daniel, XII. 1
Eratosthenes, IV. 1
Errardus, XIII. 27
Eslerus, Joannes, IX. 24
Euclides, I. 1. 2. 4. 7. 23. 24. 29. 32. 34. II. 6. 4. III. 2. 3. 4. 5. 7. 8. 9. 10. IV. 1. VII. 14. VIII. 1. X. 15
Eulerus, Leonhardus, IV. 42. VI. 18. 31. VIII. 31. VII. 12
Eustachius de Divinis, I. 35
Eutocius, I. 34

F.

Faber Stapulensis, Jacobus, II. 3
Fabry, Honoratus, IV. 37. VIII. 26
Fæsch, Joannes Ludolphus, I. 22. XIII. 38
Faulhaber, Joannes, IV. 38. XIII. 30
du *Fay*, Abbas, XIII. 5.
Fermatius, I. 31. IV. 8.
Feuillée, Franciscus, X. 22
- - Ludovicus, IX. 9
de *Feuquieres*, XIII. 40
Finæus, Orontius, III. 2
Fischer ab *Erlachen*, Iohannes Bernhardus, XI. 18.
Flamstædius, Joannes, I. 34. IX. 7. 28. 33. 34
von Flemming, Johannes Fridericus, XIII. 37
Flussates Candalla, Franciscus, III. 2
Folardus, XIII. 40
de *Fontenelle*, Bernhardus, I. 37. IV. 33
Fossati, G. XI. 32.
Fournier, Georgius, X. 14
Frenicle de Bessy, I. 31. 37.
Freytag, Adamus, XIII. 1
Frezier, XI. 25.
Frisius, Gemma, II. 14.
Frontinus, *Sextus Julius*, VII. 13

G.

Galilæus Galilæi, III. 39. VI. 4. VIII. 6. IX. 39. 41
Gallonus, IV. 25
Gardiner, Will. V. 14
Gaubil, IX. 9.
Gauppe, Johannes, X. 33
Gauricus, Lucas, IX. 10. XI. 1
Gautier, Henricus, XI. 27
Gaza, Theodorus, X. 2
Gellibrand, Henricus, V. 12
Gemma, Frisius, II. 14
Germanus, Georgius, I. 24
Ghetaldus, Marinus, I. 1. IV. 6. 9. VII. 1.
Ghislerius, Antonius, IX. 56
Girardus, Albertus, I. 23
Glaser, Johannes Christophorus, XIII. 35
Goldmann, Nicolaus, III. 39. XI. 11
Gooden, Jacobus, V. 19
Gordonius, Georgius, X. 18
de *Gottignes*, Ægidius Franciscus, IV. 15
Goulon, XIII. 31. 38
de *Graaf*, Abrahamus, I. 6. IV. 12.
Grandus, Guido, I. 35. III. 16. 41. VI. 30.
s' Gravesand, G. J. IV. 12. VIII. 25
Gray, Joannes, I. 36
Gregorius, à S. Vincentio, I. 35. III. 14.

Gregorius, Jacobus, IV. 22. VIII. 14. 15
- - David, III. 2. IV. 22. VIII. 15. IX. 22. 40
Griendel von Aach, Johannes Franciscus, VIII. 19. XIII. 14. 21
de *Grotte*, Alexander, XIII. 7
Gruber, Bernhardus, X. 37. 38
- - Sebastianus. XIII. 25
Guarinus, X. 27
Guisnée, IV. 11
Guldinus, Paulus, III. 18. IV. 8
Gulielminus, Dominicus, I. 40. VII. 11. 15. XI. 26

H.

Hadley, J. VIII. 15
Halfpenny, Guilielmus, XI. 22
Halley, Edmundus, III. 13. 28. IV. 12. IX. 3. 7
du *Hamel*, Johannes Baptista, IX. 39
Hammond, N. IV. 41
Hanke, Johannes, IX. 43
Hartmannus, XIII. 26
- - - J. G. VI. 27
Harriot, Thomas, IV. 5
Harris, J. I. 18. IV. 6
Harsdörffer, Philippus, I 42
Hartsœker, Nicolaus, VIII. 9
Hasius, Johannes Matthias. III 37. XIII. 33
Hatton, Edwardus, II. 19
Hausen, Christianus Augustus, III. 16
Hawney, Wilhelmus, V. 18
Hayes, Carolus, IV. 24
Hazan, Isaacus, IX. 25
Heer, Christophorus, XIII. 14. 30
Heidenmann, Christophorus, XIII. 14
Henischius, Georgius, II. 10. IV. 3.
Hentschius, J. J. I. 45
ab *Herberstein*, Ferdinandus Ernestus Comes, III. 26
Herigonius, Petrus, I. 1. II. 12. III. 2 VIII. 1
Herlinus, Christianus, III. 4
- - Ludovicus Andreas, XIII. 11
Hermannus, Jacobus, IV. 33. VI. 17. VII. 11. 15
Heron, Alexandrinus, I. 30. VII. 16
Hertel, Christianus Gottlieb, VIII. 18
Herward ab Hohenburg, Johannes Georgius, II. 18
Hevelius, Johannes, IX. 3. 31. 35. 39
Hipparchus, IX. 2. 32. X. 2
de la *Hire*, Philippus, III. 14. 15. 33. IV. 11. VI. 10. VII. 19. IX. 6. 30. 43. 44. X 28
Histoire, de l' Academie Royale des Sciences, I. 37
Hodgson, Jacobus, X. 15
Hooke, Robertus, VIII. 19. IX. 3
Horoccius, Jeremias, IX. 4. 17. 39
Horrebowius, Petrus, I. 44. IX. 41. 50. 51. 54
de l' *Hospital*, Marchio, IV. 11. 19. 20. 23. 39. 42. VI. 12
Hortensius, Martinus, V. 6
Hostus, I. 29
Hugenius, Christianus, I. 31. 35. III. 14. 20. 25. IV. 6. 14. VI. 5. 7. 8. 12. 24. VIII. 8. 13. 18. IX. 39. 48. X. 21
Hulsius, Levinus, III. 39
Hyde, Thomas, IX, 32

I.

Intieri, Bartholomæus, IV. 37
Joannes de Sacro Bosco, I. 24. IX. 24. X. 9

Joan-

Joannes Peëcamus, VIII. 4
Jones, Wilhelmus, IV. 21. 30. 32. 34.
Jordanus, II. 3
Jsaacus Monachus. X. 2
Julius Africanus, I. 30
Jungenickel, Andreas, VI. 2
Jurin, Jacobus, X. 12

K.

Kæstnerus, I. 46. VIII. 29
Karsten, W. J. G. I. 47
Keill, Joannes, III. 8. IV. 34. 35. 36. VI. 9. 12 23. X. 18.
Keplerus, Joannes, III 12. V. 10, VII. 3. VIII. 6. IX. 16. 18. 17. 27. 32. 39 40. 55
Kersey, Joannes, IV. 9
Kinckhuysen, Gerhardus, IV. 12
Kircherus, Athanasius, I. 2 III. 40. VIII. 16
Klimmius, Johannes Albertus, IX. 44
Klingenstierna, VIII. 31
Kolhans, Johannes Christophorus, VIII. 17
Kraft, G. W. III. 42
- - G. A. X 25
Kresa, Jacobus, V. 22

L.

de *Lagny*, I. 37
Lalovera, Antonius, III. 26
Lambert, J. H. VIII. 30
Lambion, Lambertus. XIII. 30
Lamy, Bernhardus, III. 6 IV. 10. VI. 2. VII. 5. VIII. 21
de la *Lande*, IX. 61
Landsbergius, J. H. XIII. 12
Langhansen, Christophorus, IX. 43
Langley, Batty, III. 36. XI. 29
de *Lanis* Franciscus Tertius, VIII. 4
Landsbergius, Philippus, I. 26. V. 7. IX. 13. 16. 17. 28
Laurin, Colinus Mac, IV. 41
Lauterbach, Joannes Balthasar, XI. 14
van Leeuwenhak, Antonius, VIII. 19
Leibnitius, Godofredus Guilielmus, I. 11. 12. 21. 34. II. 15. IV. 10. 20. 22. 23. 31. 33. 34. 35. IX. 16
Leotaudus, Vincentius, II. 12
Levi, Raphaël, II. 20
Leopoldus, Jacobus, VI. 20. VIII 19
Leutmannus, Joannes Georgius, IV. 62. VIII, 18
Leyborn, Wilhelmus, I 5
Liebknecht, J. G. X. 13
Limpergh, Petrus, VI. 23
Longius, IX. 59
Longomontanus, Christianus Severinus, IX. 14. 16. 27
Lorenzini, Laurentius, III. 22
Lorinus, Bonajutus, XIII. 19
de *Lorme*, Philibertus, XI. 24
Lowthorp, Joannes, - I. 36
Lucas Paciolus de Burgo S. Sepulchri II. 6. IV. 3
Ludovicus, Ferrariensis, IV. 3
Ludolphus à Ceulen, III. 21

M.

Mac Laurin, Colinus, IV. 37
Maffejus, Scipio, XI. 17
Maginus, Joannes Antonius, IX. 55
le *Maitre*, Alexander Christianus, XIII. 20
Mallet, Allain Manesson, III. 30 XIII. 28
Manfredi, Eustachius, I. 40. IX. 52 53. 56. X. 7
- - Gabriel, I. 40. IV. 20

Ma-

Maphæus, Thomas Pius, X. 7
Maraldus, IX. 6
de *Marchettis*, Angelus, III. 7. 27
Marinonius, Joannes Jacobus, VIII. 13. IX. 60
de *Martino*, Nicolaus, III. 16
Martius, Georgius Conradus, XIII. 25
Mariottus, I. 31. VI. 11. VII. 2. 10. 19. VIII. 13.
Marolois, XIII. 27
Martin, Benj. VIII. 19. 27
Maurolycus, Franciſcus, I. 32. II. 9 VII. 14
de *Maupertuis*, IX. 25. 39
S. *Maximus*, Martyr, X. 2
de *Medrano*, Don Sebaſtian Fernandez, XIII. 24
Megerlinus, Petrus, IX. 41
Melder, Gerhardus, XIII. 1
Menechmus, IV. 8
Menelaus, VII. 14
Mercator, Nicolaus, I. 5. IV. 21 IX. 23. 27
Merſennus, Marinus, I. 31. 37. VII. 14
Metius, Adrianus, II. 14. III. 34. X 39
Meyer, Cornelius, XI. 26
Mezzavacca, IX. 56
Michaëlis, Georgius, X. 32
Mieth, Michaël, XII. 2
Milnes, Jacobus, III. 14
Miſcellanea Berolinenſia, I. 38
de *Moivre*, Abrahamus, IV, 14. 29
Mæſtlinus, Michaël, IX. 2. 24
Molerus, Elias, IX. 43
Molyneux, Wilhelmus, VIII. 8
de *Monmort*, Remundus, IV. 14
Moore, Jonas, I. 3
Morinus, Johannes Baptiſta, IX. 27. 58
Morlandus, Samuel, II. 15
Motte, Benjaminus, I. 36
Muet, XI. 15
Müller, Johannes Ulricus, X. 32
Münſterus, Sebaſtianus, X. 8. 29
Muhammedes, Tixinus, IX. 32
van *Muſſchenbræk*, Petrus, X. 23
Mydorgius, Claudius, III. 14. VII. 14

N.

Neperus, Joannes, II. 18. V. 8. 14
Neubauer, Chriſtianus, XIII. 8
Newton, Joannes, V. 13. IX. 20. 28
Newton, Iſaacus, I. 34. IV. 12. 16. 18. 20. 21. 22. 23. 26 27. 30. 35. VI. 13. VII. 6. 11. VIII. 12. 15. IX. 16. 40. X. 6
Niceron, Joannes Franciſcus, VIII. 22
Nicomachus, II. 1. 6
Nieuwentiit, Bernhardus, IV. 33
Noël, Franciſcus, IX. 9. 22
Nourſe, Robinſon, VII. 11
Norwood, Richardus, V. 17

O.

de *Omerique*, Hugo, IV. 16
Ori, Rabbi, X. 8
Origanus, David, IX. 55
de l' *Orme*, Philibertus, XI. 2. 6
Oswaldus, Eraſmus, IX. 10
Otho, L. Valentinus, V. 4
Oughtredus, Guilielmus, I. 27. IV. 4. V. 16. VI. 2. 26. VII 1.
Ozanam, I. 7. 17. 33. 43. III. 15. 39. 33. IV. 10. 11. V. 20. 21. XIII. 24

P.

de *Pagan*, Comes, III. 23. IX. 19. 28. XIII. 2. 17. 27
Palladius, Andreas, XI. 4. 5. 9. 10
Palma, Johannes Baptista, III. 26
Pappus, Alexandrinus, I. 34 III. 13. 17. 28. 29. IV. 1. VI. 1. VII. 14
Pardies, Ignatius Gaston. III. 6. VI. 2. 11. X. 36
Parent, VI. 11
Pascal, III. 14. IV. 14
Paschalius, Julius, VI. 20
Patoun, Archibaldus, X. 17
Peletarius, Jacobus, III. 2
Pemberton, IV. 16. 27
Pena, Joannes, VIII. 1. 6
Pentherus, J. F. III. 43. XI. 31
Perrault, I. 37. VI. 3. 6. 24. XI. 2
Petavius, Dionysius, X. 2. 5
Philander, Guilielmus, XI. 1
Philo, I. 30
Philosophical Transactions, I. 36
Picardus, I. 31. VII. 10. 19. X. 24. 28
Pirscher, J. D. C. XIII. 38
Pitiscus Bartholomæus, V. 3. 5
Pitot, X. 21
Polenus, Joannes, II. 15. VII. 13. IX. 40
Polynier, Petrus, III. 7
Porphyrius, I. 34
Porta, Joannes Baptista, VIII. 6
Portius, Lucas Antonius, VII. 16
Post, Petrus, XI. 16
Prestet, Joannes, IV. 9. 10
Psellus, II. 2
Ptolomæus, Claudius, I. 34. V. 1. IX. 2. 10. 11. 32. 58. X. 9
Purbachius, Georgius, V. 7. IX. 2. 11. 24. 25
de *Puysegur*, XIII. 40
Puzzo, Andreas, VIII. 24

Q.

Quadrus, Joannes Ludovicus, X. 38
Quartaironius, Dominicus, X. 7

R.

Rabuel, Claudius IV. 7
de *Ramellis*, Augustinus, VI. 2
Ramus, Petrus, III. 5. VII. 14
Ranzovius, Henricus, IX. 58
Raphson, Josephus, IV. 12. 35
de *Rees*, K. F. II. 14
Regiomontanus, Joannes, V. 2. 14. IX. 2. 11. 24. 25
Reidius, I. 36
Reinholdus, Erasmus, III. 38. IX. 26
Rembold, Johannes Christophorus, VIII. 23
Renau, X. 21
Reyherus, Samuel, II. 18
Reyneau, Carolus, IV. 25
Rheticus, Georgius Joachimus, V. 3. IX. 39
Rhodius, Ambrosius, VIII. 4
Riccatus, Jacobus, I. 40
Ricciolus, Joannes Baptista, IX. 5. 22. 28. 32. 39 X. 4. 10. 11
Riccius, Michaël Angelus, IV. 21
Richardus, Claudius, III. 13
Richerus, I. 37
Rimpler, Georgius, XIII. 10. & sqq.
Risnerus, Fridericus, VIII. 2. 3
Rivius, Gualterus H. XI. 2
Rizettus, Joannes, I. 40

Rober-

Robervallius, Ægidius Perſonerus, I. 31. 37. IV. 8
Röhlius, L. H. IX. 61
Rœmerus, Olaus, I. 37. VII 10. IX. 50. 51. 54
Rœnberg, B. H. III. 31
Rohault, Jacobus. VI. 2
Rolle, IV. 13
Romanus, Adrianus, I. 25
Ronayne, IV. 32
Rondelli, Geminianus, V. 15
Roſetti, Donatus, XIII. 7. 20
de *Roſſi*, Dominicus, XI. 12
Roſtius, Joannes Ludovicus, IX. 45
Rothmannus, Chriſtophorus, IX. 2
Rozard, XIII. 23
Rudolphus, D. G. I. 47
Rudolphus, Chriſtophorus, IV. 3
Ruggieri, Ferdinandus, XI. 20
de *Ruſenſtein*, Henricus Ruſius Baro, XIII. 3

S.

Saccherius, Hieronymus, III. 9
Scaliger, Joſephus, I. 24
de *Saint Julien*, Chevalier, XII. 5. 7. XIII. 24. 27
Salmaſius, Claudius, XI. 1
Santini, Vincentius, III. 16
Sardius, XIII. 27
Saunderſon, IV. 40
Scaliger, Joſephus, X. 1
Scamozzi, Vincentius, XI. 8 9
Scarlet, Eduardus, VIII. 15
Scharpius, Abrahamus, III. 35. IX. 7
Scheffelt, Michaël, III. 39
Scheinerus, Chriſtophorus, VIII. 11. IX. 39
Scheiter, Joannes Bernhardus, XIII. 8. 27.
Scherferus, VIII 31
Scheubelius, Joannes, III. 3
Scheubler, Joannes Jacobus, X. 34
Schickardus, Wilhelmus, IX. 2. 35
Schildknecht, Wendelinus, XIII. 16
Schmidius, Joannes Andreas, III. 6
Schonerus, Joannes, III. 5. V. 2. IX. 25. 35. 37. 46 58
- - Andreas, IX. 46
à *Schooten*, Franciſcus, III. 25. IV. 14 6. 7
Schottus, Caſparus, I. 2. 41. II. 12. III. 40. VI. 28. 29. VII. 16. IX. 48
Schreckenfuchſius, Eraſmus Oſwaldus, IX. 24
Schwenterus, Daniel, I. 42. III. 31
Schyrlæus de Rheita, Antonius Maria, IX. 42
Scipio Ferreus, IV. 3
de *Segner*, J. A. I. 46. II. 19
Serenus, III 13
Sererius, Joſephus, I. 13. 20
Serlius, Sebaſtianus, XI. 4
Seyler, Joannes Chriſtianus, XI. 9
Simienowitz, Caſimirus, XII. 1
Sluſius, Renatus, IV. 8
Smith, Jacobus, VIII. 29. XI. 2. 3
- - Lobertus, IV. 30
Snellius, Willebrordus, I. 1. III. 21. V. 6. VIII. 7. IX. 2. 19. 23
Speckle, Daniel, XIII. 13
Stadius, Joannes, IX. 55
Stengel, Johannes Peterſon, X. 32
Stephanus de Angelis, III. 24
Stevinus, Simon, I. 23. VI. 2. 3. VII. 14

Stifelius, Michaël, II. 7. IV. 3. V. 14
Stirling, Jacobus, IV. 26. 28
Stone, E. IV. 19
Strada, Jacobus, VI. 20. XI. 4
Strauchius, Ægidius, IX. 35. X. 5
Streete, Carolus, IX. 28
- - Thomas, IX. 20
Struenſee, C A. XII. 9
Sturmius, Joannes Chriſtophorus, I. 9. III. 11. X 30. XIII. 22
Sturmius, Leonhardus Chriſtophorus. I. 10. III. 38. VII. 19. X. 13. XI. 7. 11. 21. XIII. 5. 10. 27
Sully, Henricus, VI. 27
Surirey de St. Remy, XII. 3
Sutherland, Wilhelmus, XI. 28
Süttinger, Daniel, XIII. 10
Swizer, Stephanus, VII. 16

T.

Tacquet, Andreas, I. 28. II. 11. III. 2. 11. 33. VIII 14. IX. 15. 38
Tartaglia, Nicolaus, II. 8. III 2
Tatius, Achilles, X. 2
Taylor, Jacobns, I. 8
- - Brook, IV. 31
Teyler, Joannes, XIII. 33
Theodoſius, I. 1. 4. 24. III 11. 29 VII. 14
Torricellius, Evangeliſta, I. 31. 37. III. 12. VI. 5
Traberus, Zacharias, VIII. 16
Trapezuntius, Georgius, IX. 10
Trevigar, L. IV. 39
Trew, Abdias, III. 32
de *Tſchirnhauſen*, Ehrenfried Walther-rus, IV. 12
Tycho de Brahe, IX. 2. 27. 32. 47

U.

Valk, Gerardus, IX. 37
Varenius, Bernhardus, X. 12
Varcinus, Amatus, I. 4
Varignonius, IV. 19. VI. 3. 4. 14. VII. 11
de *Vauban*, Comes, XIII. 5. 17. 23. 26. 27. 31
Ubaldus, Guidus, VI 2. VII. 14
de la Vergne, Jacobus, XIII. 21
Veteranus, Simon Laurentius, I. 28
Victoria, X. 2
Vieta, Franciſcus, I. 1. 24. 25. IV. 4. 9. X. 7
Vignola, Jacobus Barozzius, XI. 7. 9 10
de *Ville*, Antonius, XIII. 17. 27
Villemot, Philippus, IX. 16
Villeneuve, XIII. 40
Vingboon, Philippus, XI. 16
Virdungus, Joannes, IX. 25
Vitalis, Hieronymus, I. 16
Vitellio, I. 31. VIII. 3
Vitruvius, XI. 1. 10
Viviani, Vincentius, I. 33. III. 13. 22. 26.
Vlacq, Adrianus, V. 11. 21.
Ulugh Beigh, IX. 32
Vogel, Johannes, XI. 23
Voigtel, Nicolaus, III. 38
Urſinus, Benjamin, V. 9
Uttenhœffer, Caſparus, X. 34

W.

Waller, Richardus, X. 24.
Walliſius, Joannes, I. 34. II. 12. IV. 17. 18. VI. 7. 8. VII. 5

Walthe-

Waltherus, Bernhardus. IX. 2. 25
Wardus, Joannes, X. 18.
- - Serhus, V. 16. IX. 18. 19. 20
Warnerus, Waltherus, IV. 5
Weidlerus, Joannes Fridericus, III. 38
Weigelius, Erhardus, X. 7. 10
Weinig, Joannes Christophorus, VII. 2
Wells, Eduardus, II. 12
Welperus, Eberhardus, X. 29. 30
Wernerus, Joannes, IX. 2. 25
Wertmüller, Johannes Jacobus, XIII. 29
Whiston, Guilielmus, III. 2. IV. 12. IX. 23. 28
Wideburgius, Joannes Bernhardus, IX. 43
Wilhelm, Joannes, XI. 23
Wilhelmus, Landgravius Hassiæ, IX. 2
Willichius, Jodocus, II. 2
Wilson, Henricus, III. 33. V. 16. X. 16
Wing, Vincentius, IX. 2. 20
de *Witt*, Joannes, IV. 6. IX. 38
Wolfius, Christianus, I. 11. II. 13. III. 10. VII. 7
- - Jeremias, XI. 21
Wormbser, David, XIII. 19
Wotton, Henricus, XI. 1
Wren, Christophorus, VI. 7
Wurstisius, Christianus, IX. 24
a *Wurtzelbauer*, Joannes Philippus, IX. 49

X.

Xylander, Guilielmus, II. 2. IV. 2. 3

Z.

Zahn, Joannes, VIII. 16
Zanottus, Franciscus Maria, I. 40
Zeiherus, VIII. 31
a *Zesen*, Philippus, XIII. 28
Zimmermann, Joannes Jacobus, IX. 28. 41. 43
Zumbach de Kœsfeld, Lotharius, IX. 36
van Zyl, Joannes. IV. 23

FINIS
INDICIS TERTII.

IV.

INDEX RERVM ET VERBORVM TOMO I. CONTENTORVM.

Notes velim, literam *c.* Commentationem de Methodo mathematica, *a.* Arithmeticam, *g.* Geometriam, *t.* Trigonometriam planam *f.* Analyſin finitorum, *i.* Analyſin infinitorum & numeros §. §. deſignare: ubi vero nulla numeris adſcribitur litera, eos referri ad proxime præcedentem.

A.

Abaci Pythagorici conſtructio, *a.* 109. neceſſitas 110

Abſciſſa, *f.* 371

Additio, Definitio, *a* 61. quomodo abſolvatur, 96 98. in numeris concretis, 99 examen, 101. 107. hujus fundamentum, 103. ſignum, 63. quomodo addiſcatur, 97

Additio iterata ejusdem numeri quid ſit, *a.* 62

Æqualitas, Definitio, *a.* 15. ſignum, 18. 19. unde colligatur, 87. 88. 91. 93. 94. 175, 176. 177

Æqualitas angulorum unde colligatur, *g.* 167

Æquatio. Definitio, *f.* 133. natura explicata, 329. reductio per analogias, 259. 266. 268. 289. transformatio in aliam, 354. in locales reſolutio, 620

Æquatio algebraica quænam dicatur, *f.* 378

Æquatio biquadratica quomodo conſtruatur, 616. & ſeqq 622. quomodo reſolvatur, 362. quomodo ad cubicam reducatur, 361

Æquatio Circulorum ſuperiorum generalis, 517

Æquatio Ciſſoidis, 548

- - *Conchoidis*, 538

Æquatio cubica. Definitio, 139 quomodo reſolvatur, 358. quomodo conſtruatur, 607. *& ſeqq.* 622

Æquatio ellipſis, 420 431. 432. 454

- - *evolutæ* quomodo inveniatur, 321

- - *exponentialis.* Definitio, 270

Æquatio hyperbolæ reſpectu axis, 459. *& ſeqq.* 534. intra aſymptotos, 488. 490. reſpectu diametri, 500. 502

Æquatio hyperbolarum infinitarum, f. 425

Æquatio parabolæ externæ, 419 internæ reſpectu axis, 388. reſpectu diametri, 416

Æqua-

Æquatio parabolarum infinitarum, 519
Æquatio simplex. Definitio, 138. constructio geometrica, 252
Æquatio quadratica. Definitio, 139. constructio geometrica, 253. reductio ad inventionem linearum reciprocarum, 263. 265
Æquationum superiorum constructio geometrica, 605. & seqq.
Æquemultiplicium proportio, *a*. 219
ex Æquo proportionalia, 194. 198
Aggregatum. Definitio, 61
Algebra. Definitio, *f*. 132. applicatio ad problemata arithmetica determinata, 144 & seqq. indeterminata, 223 & seqq. ad Geometriam elementarem, 250. & seqq. sublimiorem, 367. & seqq. Trigonometriam planam, 316
Alternatio rationum, *a*. 173
Altitudo figuræ. Definitio, *g*. 115. qualis linea sit, 227
Altitudo oblongi, 229. quadrati, 229
Altitudo trianguli quomodo inveniatur, 394. quomodo ex lateribus computetur, 287
Altitudo trianguli rectanguli, 228
Altitudines, quomodo metiamur, *g*. 284. & seqq. *t*. 75. 83
Anagrammata omnia possibilia detegendi modus, *f*. 131
Analysis mathematica. Definitio, *f*. 1
Analyseos perfectæ exemplum, *a* 84. 85
Angulus. Definitio, *g* 54 quomodo denominetur, 55. describatur, 155. alteri æqualis construatur. 208 metiendi modus, 152. bisectio 209. 269. 270. trisectio, *f*. 629. quantitas a cruribus independens, *g* 140. quomodo hæc æstimetur, 58. 59
Anguli quomodo distinguantur, *g*. 58. quomodo in figura rectilinea per calculum eruantur, *t* 54
Angulorum æqualitas unde colligatur, *g*. 141. 142
Angulorum æqualium quales sint mensuræ, *ibid.*
Angulorum circa idem punctum constitutorum ratio ad rectum. 159. 160
Angulorum Congruentia, 166. similium ratio, 174
Angulus acutus. Definitio, *g*. 66. relatio ad rectum, 146
Anguli alterni Definitio, *g*. 68. ratio intra parallelas, 233
Anguli contigui Definitio, *g*. 60
Angulus contactus. Definitio, 76. qualis sit, 305. 306
Angulus deinceps positus. Definitio, 62. qualis sit, 63. 64. quando in campo eum metiri teneamur, 150. 151
Angulorum deinceps positorum ratio ad rectum, 147. quot iidem sint graduum, 148
Angulus ad centrum. Definitio, *g*. 72. qualis sit, 73. ratio ad angulum ad peripheriam, 313
Angulus extra centrum. Definitio, 74. 75. mensura, 315
Anguli homologi. Definitio, *g*. 110
Angulus obliquus. Definitio, 66
Angulus obtusus. Definitio, 66. relatio ad rectum, 146
Angulorum obtusorum sinus, *t*. 6
Anguli oppositi. Definitio, *g*. 69. *oppositus externus*, ibid. *internus*, ibid.

Angulus

Angulus ad peripheriam. Definitio *g.* 70. Menſura 314
Anguli ad peripheriam quando æquales, 315
Angulorum in polygono ſumma quomodo inveniatur, 343
Angulorum in polygono regulari quantitates, 345. quomodo inveniantur, 344. 349
Angulus ſegmenti. Definitio, *g.* 77
Anguli majoris ſegmenti menſura, 323
Anguli minoris ſegmenti menſura, 322
Angulus in ſegmento. Definitio, *g.* 70
Angulus in majore ſegmento qualis, 318. ratio ad angulum minoris ſegmenti, 323
Angulus in minore ſegmento qualis, 319. ratio ad angulum majoris ſegmenti, 323
Angulus in ſemicirculo qualis, 317
Angulus rectus. Definitio, *g* 65. menſura qualis, 143 144
Anguli recti quando æquales, 145
Angulus ſolidus. Definitio, 445 448. proprietates, 446 & ſeqq. æqualitas, 449 ſimilitudo, 451. magnitudo, 452
Anguli verticales Definitio, *g* 67. ratio ad ſe invicem, 156
Annuli area quomodo inveniatur, 433
Antecedens rationis, *a.* 126
Antilogarithmus, *t.* 31
Arcus, Definitio, *g* 41. quomodo biſecetur, 293, perficiatur, 295. triſecetur, *f.* 629 per datum numerum multiplicetur, 326 in communi menſura per calculum inveniatur, *t.* 49
Arearum ichnographiæ quomodo perficiendæ, *g.* 363. & ſeqq.
Areæ curvæ elementum, *i.* 99
Arithmetica. Definitio, *a.* 1
Arithmetica practica. Definitio, *a.* 1 an ſit methodus inveniendi, 2
Arithmetica infinitorum Definitio, *i.* 333. uſus in Geometria, 348 & ſq.
Arithmetica irrationalium, *f.* 59 & ſq.
Arithmetica ſpecioſa. Definitio, *f.* 2
Arithmeticæ proportionalia. Definitio. *a* 323. proprietates, 324. & ſeqq.
Artis characteriſticæ præſtantia, *a* 52
Artis inveniendi regulæ ab Algorithmo abſtractæ, *a* 125
Aſymptotus Ciſſoidis, *f.* 549. Conchoidis, 537
Aſymptoti hyperbolæ. Definitio, 474
Aſymptoti curvarum algebraicarum quomodo determinentur, *t.* 46
Atramentum in Geometria practica quale commendandum, *g.* 124
Axioma Definitio, *c.* 30. quænam propoſitiones in hunc numerum referantur, 31. abuſus circa ea vitandus, 32. quando numerus minuatur, 33 quænam cum axiomatis confundantur, 34
Axiomata mathematica, *a* 81
Axis conjugatus. Definitio, *f.* 461
Axis ſphæræ, *g.* 470
Axis tranſverſus. Definitio, *f.* 459

B.

Baculi quomodo in linea recta terræ infigantur, *g.* 125
Baſis figuræ. Definitio, 112. 113

Bino-

Binomium quomodo ad dignitatem quamcunque evehendum, *f.* 95 & seqq.
Biquadratum. Definitio, *a.* 252

C.

Calculus differentialis. Definitio, *i.* 1. regulæ, 10. & seqq, usus in determinandis tangentibus, 20 & sqq. in determinandis maximis & minimis, 61. & seqq.
Calculus differentio-differentialis. Definitio, *i.* 293. usus in determinandis evolutis curvarum & radio osculi, 313 & seqq. item puncto flexus contrarii, 301. & seqq.
Calculus exponentialis Definitio, *i.* 263. regulæ, 266. 267. usus, 271. & seqq.
Calculus integralis Definitio, *i* 91. usus in quadrandis curvis, 97. & sqq. in rectificatione curvarum, 143. & seqq. in cubandis solidis, 196. & seqq. in doctrina Logarithmorum, 255. in methodo tangentium inversa, 72 & seqq.
Calculus literalis in integris, *f.* 27. & sq. in fractis. 41. & seqq. pro potentiis, 54 & seqq. usus in inveniendis theorematis, 72. & seqq.
Calculus potentiarum, *f.* 54 & sqq.
Calculus summatorius. Definitio, *i* 91
Calculi universalis idea, *a.* 95
Cathetus. Definitio, *g.* 96
Centrum. Definitio, *g.* 37
Centrum hyperbolæ. Definitio, *f* 461
Centrum sphæræ, *g.* 470
Chordæ. Definitio, *g.* 38. quænam maxima, 299. quomodo ex arcu inveniatur, 171. quomodo ex alia Chorda data, *i.* 184
Chordarum proprietates, *f.* 320. & seqq. relatio ad se invicem, *g.* 301. in circulo ductarum proprietates & symptomata, 289. 290. 291. 292. 298. 312. se mutuo secantium proprietates, 334. 381
Chorda arcus dimidii quomodo inveniatur, *g.* 423
Chordæ arcuum multiplorum quomodo inveniantur, *f.* 326
Citationum usus in demonstrando, *c* 44.
Circinus qualis esse debeat, *g.* 133
Circulus. Definitio, *g.* 37. descriptio, 131. 132. 294. per quæ determinetur, 294 quando alterum secet, 197
Circuli ad triangulum sibi æquale reductio, *g.* 410. subtangens, *i.* 23. subnormalis quomodo determinetur, 38. rectificatio, 153. 157. 158. quadratura, 124. area quomodo inveniatur, *g.* 429. & sq.
Circulo quomodo quadratum circumscribatur, *g.* 351. quomodo polygonum regulare, 335
Circuli concentrici. Definitio, *g.* 44. symptomata, 137
Circuli eccentrici. Definitio, ibidem quinam sint, 49. 287. 288
Circuli se extus tangentes quales sint, *g.* 49
Circuli se intus tangentes quales sint, 287
Circuli se mutuo secantes quales sint, 288
Circuli superiorum generum. Definitio, *f.* 516. æquatio, 517
Circulorum æqualitas unde colligatur, *g.* 171

Circulorum congruentia unde colligatur, *g.* 164. 296
Circulorum ratio ad se invicem, 409. 412
Circulorum sectio, 203. symptomata, 287. & seqq.
Circulorum infinitorum maxima applicata, *i.* 65. subtangens, 24. subnormalis, 39
Cissois Dioclis. Definitio, *f.* 544. æquatio, 548. genus, 530. proprietates, 545. & seqq. subtangens, *i.* 31. subnormalis, 43. quadratura, 133
Combinationes omnes possibiles quomodo inveniantur, *f.* 220
Combinationum numerus quomodo inveniatur, 219
Commensurabilia. Definitio, *a.* 31. quænam sint, 160. ratio ad se invicem, 163. 164. rationis exponens, 166
Communicantia irrationalia, *f.* 63
Complementum ad totum, quid dicatur, *a.* 9
Compositio rationum, 190
Compræsentia quid significet, 27
Congruentia. Definitio, *g.* 3. quid sit, 161
Congruentia angulorum, 166. linearum, 163. magnitudinum, 162
Conchilis, *f.* 535
Conchois Nicomedis *prima & secunda.* Definitio, *f.* 535. æquatio, 538. proprietates, 536. 537. punctum flexus contrarii, *i.* 310. quadratura, 138. subtangens, 49. subnormalis, 49
Conchoidum species, *f.* 540. 543
Conchoides infinitæ, 541
Conoides parabolicum quomodo cubetur, i. 202. 214. 352. quomodo superficies ejus complanetur. 223
Conoidis hyperbolici cubatio, *i.* 208. 209
Conus. Definitio, *g.* 467. proprietas, 468. constructio, 523. ad prisma reductio, 547. quomodo soliditas inveniatur & superficies, *g.* 548. *i.* 199. 220. 351. quomodo superficies ad triangulum, *g.* 519. ad sectorem reducatur, 520
Conus rectus. Definitio, *g.* 467. *scalenus.* Definitio, *g.* ibid.
Coni truncati constructio, 524. soliditas & superficies computanda, 549
Coni superiorum generum Definitio, *f.* 527
Conorum æqualitas unde colligatur, *g.* 542. ratio ad se invicem, 572 & sq.
Conorum æqualium proprietas, 580. quinam maximam superficiem habeat, *i.* 87
Conorum similium ratio, 570. 578
Consequens rationis terminus, *a.* 126
Contraharmonice proportionalium inventio, *f.* 194. 195
Convergentia linearum. Definitio, *g.* 83. proprietas, 262
Conversio rationum, *a.* 193
Corollarium. Definitio, *c.* 49. quando demonstratione indigeat, 50
Corpora Platonica, *g.* 454
Corpus Definitio, *g.* 444 quomodo construatur, 529. quomodo soliditas inveniatur, 559
Corporis cavi soliditas quomodo inveniatur, *g.* 563

Corpus irregulare Definitio, 453. quomodo ſoliditas inveniatur, 559. 561
Corpus regulare. Definitio, 453. proprietas, 455. quomodo ſoliditas ac ſuperficies inveniatur, 558. & ſeqq. quomodo hæc corpora conſtruantur, 525. & ſeqq quot eorum ſint, 530
Corporum ſimilium proprietates, *g.* 565. & ſeqq. ratio inter ſe, 578. *f.* 128
Coſecans. Definitio, *t.* 11
Coſinus. Definitio, *t.* 11. quomodo inveniatur, 16 angulorum multiplorum quomodo inveniatur, *f.* 325
Cotangens. Definitio, *t.* 11
Crus anguli. Definitio, *g.* 54
Cubatio ſolidorum ratione genitorum, *i.* 197
Cubus, cubicus numerus. Definitio, *a* 248. logarithmus qualis, 393. quomodo in progreſſionem arithmeticam reſolvatur, *f.* 3
Cubicorum numerorum in ſerie naturali progredientium differentiæ, *f.* 84. ſummatio, 200
Cubocubus, *a.* 252
Cubus cubi, ibid.
Cubocubocubus, ibid.
Cubus, ſolidum Definitio, *g.* 459. proprietates, 460. 461. quale corpus, 530 conſtructio, 513. quomodo ſuperficies & ſoliditas inveniatur, 531. 532. quomodo dato corpori æqualis inveniatur, 576. parallelepipedo æqualis conſtruatur, *f.* 628
Cubi duplicatio, *f.* 625
Cuborum ratio inter ſe qualis, *g.* 534
Cubi diametri ad ſphæram ratio, 552
Curva. Definitio, *g.* 22. quadratura, *i.* 100. & ſeqq.
Curva algebraica. Definitio, *f.* 377. diviſio, 381. 382. quomodo natura inveſtigetur, 579. & ſeqq. puncta quotcunque inveniantur, 631
Curvarum algebraicarum æquatio generalis, *f.* 385. ſubtangens, *i.* 32
Curva primi, ſecundi, tertii &c. *generis.* Definitio, *f.* 381
Curva ex evolutione deſcripta, *i.* 313
Curva exponentialis. Definitio, *i.* 269. conſtructio, 268. quadratura, 285. ſubtangeus, 271. & ſeqq. ſubnormalis quomodo inveniatur, 283
Curva mechanica. Definitio, *f.* 381
Curva normalis conſtantis, *i.* 235. ſubnormalis conſtantis, 227. ſubtangentis conſtantis, 242. tangentis conſtantis, 250
Curva tranſcendens. Definitio, *f.* 380
Cyclois. Definitio, *f.* 573. proprietates, *f.* 574. & ſeqq. quadratura, *i.* 131. 132. 182. rectificatio, 168. ſubtangens, 52. circulus eam oſculans, 328. ſui evolutione ſe ipſam deſcribit, 330
Cyclois punctum flexus contrarii habens, 304
Cylindrus. Definitio, *g* 465. conſtructio, 518. quomodo ſuperficies & ſoliditas inveniatur, 541. ſuperficiei ad parallelogrammum reductio, 516
Cylindrorum æqualitas unde colligatur, 535. ratio inter ſe, 572. & ſeqq.

Cylindrorum æqualium proprietas, 580. *similium* ratio, 570. 578
Cylindrus rectus, *g.* 465. *scalenus*, 465

D.

Decagoni regularis circulo inscribendi latus quomodo inveniatur, *f.* 275
Definitio quid sit, *c.* 13. quomodo dividatur, 16. quotuplici modo consideretur, 30
Definitiones superfluæ num dentur in Matheſi, 56
Definitio nominalis quænam sit, *c.* 17. quomodo ad eam perveniatur, 19. & seqq. quomodo realitas demonstretur, 23. 24
Definitio realis quænam sit, 18. quomodo inveniatur, 25. & seqq. quomodo possibilitas demonstretur, 29
Demonstratio quam habere debeat formam, *c.* 46. 47. quænam circa eam observanda, 39. & seqq.
Demonstrationes quomodo tyronibus facilitentur, *g.* 157. num superfluæ dentur in Matheſi, *c.* 56
Denominator rationis. Definitio, *a.* 36. *f.* 113. num, 117. & quando cum exponente idem, 115
Determinari eodem modo quænam dicantur, *g.* 119
Diagonalis. Definitio, *g*, 111. in quadrato quomodo se habeat ad latus, 421. in polygono quocunque quomodo omnis inveniatur per calculum, *t.* 51. 53
Diameter circuli. Definitio, *g.* 39. quomodo circulum dividat, 135. quomodo inveniatur, 328. 434. quam rationem ad peripheriam habeat, 413. 414. quomodo inveniatur, 425. quanta sit, 426. 427
Diameter curvæ. Definitio, *f.* 368. quomodo in parabola, 414. 415. in ellipsi, 449. 450 452. in hyperbola determinetur, 492. 493
Diameter conjugata. Definitio, *f.* 374. *transversa.* Definitio, *f.* 373
Differentia. Definitio, *a.* 64
Differentiales, *t.* 31
Differentiale. Definitio, *i.* 6. signum, 8. gradus, 296. quomodo integretur, 95. quomodo denuo differentietur, 267. & seqq.
Differentiale areæ. Definitio, *i.* 97. arcus, 144
Differentiale exponentiale quomodo integretur, *i.* 267
Digitus. Definitio, *g.* 25. *cubicus.* Definitio, *g.* 477. *quadratus.* Definitio, *g.* 118
Dignitas. Definitio, *a.* 250. gradus, 252. signa, 254
Dissimilitudo. Definitio, *a.* 24
Distantia. Definitio, *g.* 15. exemplum, 16. puncti a linea & plano, 225. puncti a puncto in plano 192. punctorum peripheriæ a centro circuli, 193
Distantiæ locorum quomodo inveniantur, *g.* 194. 195. 228. & seqq. *t.* 56. 65. 74
Divergentia linearum. Definitio, *g.* 83. proprietas, 261
Dividendus. Definitio, *a.* 69
Divisio. Definitio, *a.* 69. signum, 71. examen, 124. regulæ, 117. 119. 120

Divisio

Divisio ejusdem per majus & minus, 202. majoris & minoris per idem, 182
Divisio rationum, 193
Divisor. Definitio, 69
Dodecaëdrum. Definitio, *g*. 475. constructio, 528. quale corpus, 530. quomodo sphæræ inscribatur, *f*. 310. quomodo latus sphæræ inscribendi inveniatur, 308. hujus ratio ad radium, 314
Dolii soliditatem in mensura fluidorum reperire, *g*. 588. & seqq.
Dureri curva fornicum qualis sit, *f*. 601

E.

Efficientes. Definitio, *a*. 66
Elementum areæ, *i*. 98. lineæ curvæ, 144. solidi rotatione geniti, 197. superficiei ejusdem, 219
Ellipsis. Definitio, *f*. 420. descriptio, 426. 435. 436. 515. 594. 598. 600. proprietates, 421. & seqq. quod sit sectio conica, 512. maxima applicata, *i*. 66. osculator circulus, 325. quadratura, 126. & seqq. rectificatio, 172. subtangens 25
Ellipsis Apolloniana, *f*. 522
Ellipses infinitæ. Definitio, *f*. 522. maxima applicata, *i*. 66. subnormalis, 40. subtangens, 26
Eliptoides. Definitio, *f*. 522. *cubicales*, ibid. *biquadraticæ*, ibid.
Epicyclois. Definitio, *f*. 576. *superior*, ibid. *inferior*, ibid.
Error in metiendis altitudinibus admissus quomodo æstimetur, *t*. 76. & seqq. in metiendis distantiis admissus quomodo æstimandus, 58. & seqq. 66. & seqq.
Evoluta, *i*. 313
Examen quomodo differat a demonstratione, *a*. 102
Examen additionis, *a*. 101. & seqq. subtractionis, 106. 107. multiplicationis, 122. divisionis, 124. extractionis radicum, 289. angulorum rite dimensorum, *g*. 151
Experientia quid sit, *c*. 34. ejus objectum, 35. quomodo Mathematici circa eam versentur, 36. 37
Exponens dignitatis. Definitio, *a*. 251
Exponens rationis. Definitio, *a* 136. quando sit terminus primus, 138. quomodo se habeat ad unitatem, 140. quomodo exprimatur, 141
Exponens rationis potentiarum qualis sit, 290
Extensionis notio, *g*. 2
Extractio radicis quadratæ, *a*. 269. & seqq.
Extractio radicis cubicæ, *a*. 282. & seqq.
Extractio radicis ex dignitate. Definitio, 256
Extractio radicis ex linea recta, *g*. 331
Extractio radicis ex æquatione quadratica, *f*. 143. cubica, 358. biquadratica, 362. quacunque per approximationem, 363. & seqq. ex serie infinita, 366
Extractio radicis indeterminatæ, 98. & seqq.

F.

Factum. Definitio, *a*. 66. ex quoto in divisorem, 212

Facta quales numeri, 211. æqualium factorum, 201. 208
Facti Logarithmus, 337
Factores. Definitio, 66
Factorum & efficientium quando eadem ratio, 178
Familia curvarum. Definitio, *f.* 383
Figura. Definitio, *g.* 32. 33. in campo designatio, 369
Figura æquiangula, 105. *æquilatera*, 88. *circulo inscripta*, 116. *circulo circumscripta*, 117. *curvilinea*, 37
Figura irregularis. Definitio, 106. constructio, 359. 360. 361
Figura mixtilinea, 34. *multilatera*, 104. *obliquangula*, 97. *plana*, 36
Figura polygona, 104. *quadrilatera*, 97
Figura rectilinea. Definitio, 34. divisio in partes æquales 441
Figura regularis. Definitio, 106. proprietates, 348. 401. quomodo circulo inscribatur, 342
Figura rectangula, 97
Figuræ congruentes quales sint, 177
Figuræ inter se æquiangulæ, 109 *æquilateræ*, 108
Figuræ similes quales sint, 175. 176. earum ratio, 406. circulo inscriptarum & circumscriptarum ratio, 408
Fluidi quantitatem in dolio non pleno determinare, 600
Fluxio. Definitio, *i.* 6. signum, 9
Focus. Definitio, *f.* 395
Focus parabolæ, quomodo inveniatur, 396. & seqq. proprietates, 418
Focus ellipsis quomodo inveniatur, 463. proprietates, 434. 457. 458.
Focus hyperbolæ quomodo inveniatur, 463. proprietates, 464. 465. 470. 503. 504
Fractio. Definitio, *a.* 38. scriptio 59. 60. quando integro major, minor, eidem æqualis, 221. quænam major, minor altera, 225. quomodo ad minores terminos reducatur, 231. & seqq. quomodo ad eandem denominationem, 235. quomodo in aliam datæ denominationis convertatur, 303
Fractionis Logarithmus quomodo inveniatur, 351. & seqq. quomodo valor ad communem mensuram reducatur, 304
Fractiones quænam æquales, *a.* 225. quod sint rationes, 129
Fractionum algorithmus, 236. 237. 239. & seqq. 243. identitas unde colligatur, 226. reductio ad alias æquales, 227. in infinitum certa lege decrescentium summa quomodo inveniatur, *i.* 334.
Fractio decimalis. Definitio, *a.* 361. scriptio, 306. 364. 365. logarithmus quomodo inveniatur, 366. 368. quomodo alia ad eum reducatur, 305
Fractio decimalis exacta. Definitio, 370
Fractio decimalis approximans. Definitio, 370
Fractionum decimalium algorithmus, 373. & seqq.
Fractiones sexagesimales. Definitio, 385. algorithmus, 391. & seqq. quomodo scribantur, 387
Fractio spuria quænam dicatur, 222. quomodo ad integra reducatur, 223

G

Geometria. Definitio, *g.* 1

Geometria ſublimior. Definitio, *f.* 367
Geometrice proportionalia quænam dicantur, *a.* 323
Gradus. Definitio, *g.* 41. inæqualitas in circulis inæqualibus, 42

H.

Harmonica proportio. Definitio, *f.* 186
Harmonice proportionalium inventio, 187. & ſeqq.
Helix, *f.* 569
Heptagonum. Definitio, *g.* 104
Heterogenea quænam ſint, *a.* 32
Hexaëdrum. Definitio, *g.* 475. quomodo ſphæræ inſcribatur, *f.* 304. ſphæræ inſcribendi latus quomodo inveniatur, 302 hujus ad ſphæræ ſemidiametrum ratio, 314
Hexagonum. Definitio, *g.* 104
Hexagonum regulare quomodo conſtruatur, 385. quomodo circulo inſcribatur, 357
Homogenea quænam ſint, *a.* 32
Hyperbola. Definitio, *f.* 459. deſcriptio, 471. 472. quod ſit ſectio conica, 513. quadratura, *i.* 120. 123. rectificatio, 175. 179. ſubtangens, 27. circulus eam oſculans, 327. recta ad eam perpendicularis, 74. 75
Hyperbolæ intra aſymptotos conſtructio, *f.* 489. proprietates, 475. & ſeqq. ſubtangens, *i.* 29. ſubnormalis, 42. quadratura, 123
Hyperbola æquilatera. Definitio, *f.* 505. proprietates, 506. & ſeqq. deſcriptio, 531. 532
Hyperbola Apolloniana quænam dicatur, 425
Hyperboloides. Definitio, 425
Hyperbolæ infinitæ. Definitio, *f.* 425. ſubtangens, *i.* 28. qnadratura, 118
Hypothenuſa. Definitio, *g.* 95

I.

Ichnographia arearum quomodo perficienda, *g* 363. & ſeqq.
Icoſaëdrum Definitio, *g.* 475. conſtructio, 527. quale corpus, 530. quomodo ſphæræ inſcribatur, *f.* 311. ſphæræ inſcribendi latus quomodo inveniatur, 311. hujus ad ſemidiametrum ſphæræ ratio, 314
Inæqualia. Definitio, *a.* 15. eorum ad ſe invicem relatio, 16. 17. 21
Inclinatio plani ad planum Definitio *g.* 476,
Incommenſurabilia. Definitio, *a.* 31. ratio ad ſe invicem, 163. 164. quod dentur, *g.* 422
In directum ſitum quid ſignificet, *g.* 61
Infiniteſima. Definitio, *i.* 2
Infinitinomium quomodo ad dignitatem quamcunque elevetur, *f.* 102. 103. 104
Inſiſtere quando angulus dicatur, *g.* 56
Inſtrumentum tranſportatorium quodnam & quale ſit, *g.* 153. 154
Inſtrumenti tranſportatorii rectilinei conſtructio, *t.* 42. uſus, 43. 44
Integrorum per fractiones diviſio *a.* 245. ad fractiones reductio, 224
Inverſio rationum, 169
Irrationalium ad eandem denominationem, *f.* 59. 146. ad ſimpliciorem expreſſionem reductio, 61. algorithmus, 67. 68. ratio rationalis quomodo inveniatur, 64
Judicium quando & quomodo acuatur ſtudio Matheſeos, *c.* 53. 54

L. *Lamel-*

L.

Lamellarum Nepperianarum constructio, *a.* 113. usus, 115
Latus coni. Definitio, *g.* 467
Latus educere ex dignitate quid significet, *a.* 256
Latus figuræ. Definitio, *g.* 35. quomodo quodlibet in figura rectilinea per calculum eruatur, *t.* 52
Latus hexagoni regularis quomodo se habeat ad radium circuli circumscripti, *g.* 356
Latus numeri polygoni. Definitio, *f.* 208. quomodo inveniatur, 213
Latus pentagoni regularis quomodo ex data diagonali inveniatur, *f* 294
Latus polygoni regularis circumscripti quomodo ex latere inscripti inveniatur, *g.* 424.
Latus potentiæ. Definitio, *a.* 252
Latus quadrati parallelogammo vel triangulo æqualis quomodo inveniatur, *g.* 395
Latus rectum. Definitio, *f.* 388. *transversum.* Definitio, 459
Latera homologa quænam dicantur, *g.* 110
Latera polygonorum regularium in fractionibus decimalibus radii, *g.* 47
Limites æquationis, quomodo inveniantur, *f.* 356
Linea Definitio, *g* 10. termini, 11. proprietas, 12 13. usus, 14. quænam brevissima inter duo puncta, 191
Linea, pars digiti, 25
Linea curva. Definitio, *g.* 22
Linearum congruentia, 163
Lineæ convergentes. Definitio, 83. unde convergentia colligatur, 262. 263
Lineæ divergentes. Definitio, 84. unde divergentia colligatur, 261
Linea normalis, 78. *obliqua*, 80
Linea parallela Definitio, *g.* 81. quomodo alteri ducatur, 258
Linearum parallelarum symptomata, 230. & seqq. 238 & seqq. 260
Linea perpendicularis. Definitio, 78. quando sit, 79. quomodo ducatur,
Linearum proportionalium inventio, *g.* 271. & seqq. 327. 338. duarum mediarum in continua proportione inventio, *f.* 624. proprietates, *g.* 377. 378
Lineæ reciprocæ. Definitio, *f.* 261. quomodo inveniantur, 262. & seqq.
Lineæ recta. Definitio, *g.* 17. differentia ab alia, 18, quomodo signatur, 19 ducatur, 121. bisecetur, 210. in partes æquales, 274. proportionales dividatur, 275. quomodo media & extrema ratione secetur, *f.* 258 quomodo eam metiamur, *g.* 126. & seqq quando centro applicata in peripheria terminetur, 173
Linearum rectarum sectio qualis sit, *g.* 250. congruentia, 168. & seqq.
Linea recta ad planum perpendicularis. Definitio, 486
Linea secantium. Definitio, *f.* 562. proprietates, 563
Linea sinuum. Definitio, 560. proprietates, 561
Linea tangentium. Definitio, 562. proprietates, 563

Locus

Locus geometricus. Definitio, *f.* 584. *planus*, 585. *ſolidus*, 585. *primi, ſecundi, tertii &c. ordinis*, 585
Locus ad circulum. Definitio, 584. conſtructio, 589
Locus ad rectam. Definitio, 584. conſtructio, 586
Locus ad ellipſin quomodo conſtruatur, 588
Locus ad hyperbolam quomodo conſtruatur, 590. 591
Locus ad parabolam quomodo conſtruatur, 587
Logarithmica. Definitio, *f.* 552. proprietates, 554. & ſeqq. circulus oſculator, *i.* 332. quadratura, 134. & ſeqq. 274. & ſeqq. rectificatio, 177. ſubnormalis, 280. ſubtangens, 54. 243
Logarithmi. Definitio, *a.* 334. proprietates, 337. & ſeqq. quomodo fuerint computati, 346. quomodo in Logarithmica, *f.* 555. in Hyperbola, *i.* 256. per arcus tractoriæ repræſententur, 253. quomodo inveniantur, 255. quomodo eidem reſpondens numerus inveniatur, 260. differentiale quomodo integretur, 266
Logarithmorum Canonis conſtructio, *a.* 346.
Logarithmus hyperbolicus binarii, *i.* 257
Logarithmus ſecantis quomodo inveniatur, *t.* 30
Logarithmus ſinus quomodo inveniatur, *i.* 261. *t.* 28
Logarithmus tangentis quomodo inveniatur, *t.* 29. *i.* 262
Logiſtica ſpecioſa. Definitio, *f.* 2
Logiſtica linea vide Logarithmica
Logiſtici ſolidi cubatio, *i.* 277 & ſeqq.
Logiſtica ſpiralis. Definitio: *f.* 557
Logiſticæ ſpirales infinitæ, 559

M.

Magnitudo ſcalaris. Definitio, *a.* 250
Majus. Definitio, *a.* 20.
Majoritas unde colligatur, 89. 90. ejus ſignum, 22. 23. 204
Matheſis quomodo & quando judicium acuat, *c.* 53. 54
Maxima chorda in circulo, *i.* 64. *g.* 299
Maxima vel minima applicata in curvis algebraicis quomodo determinetur, *i.* 63
Medii arithmetici inventio, *a.* 330
Medius proportionalis numerus quinam dicatur, 156. quomodo inveniatur, 301
Media proportionalis linea quomodo inveniatur, *g.* 327. quomodo inveniantur duæ in proportione continua, *f.* 624
Menſura. Definitio, *g.* 23 24.
Menſura anguli. Definitio, 57. quo radio deſcribatur, 139
Menſura anguli ad peripheriam, 314
- - - *extra centrum*, 316
- - *figuræ.* Definitio, 118
Menſura linearum. Definitio, 25. diviſio, 26. diverſitas in diverſis locis, 26. unius ad aliam reductio, 130. ex qua materia fieri debeat, 127. & ſeqq.
Menſura numeri, communis, maxima, communis maxima. Definitio, *a.* 77. 78. communis maxima quomodo inveniatur, 228. 230

Menſura ſolidi. Definitio, *g.* 477
Meſologarithmus, *t.* 31
Methodus mathematica. Definitio, *c.* 1. cur ita dicatur, 52. forma, 2. 13. 14. 15. ab objectionibus vindicata, 55. & ſeqq.
Methodi tangentium inverſæ exempla, 286. & ſeqq.
Methodus de maximis & minimis. Definitio, *i.* 61
Metiri quid ſignificet in Geometria, *g.* 23. quid in Arithmetica, *a.* 74
Minuendus numerus quinam dicatur, *a.* 64
Minus. Definitio, *a.* 20. unde colligatur, 89 90. 206. ſignum, 22. 23
Minutiæ phyſicales, *a.* 385
Minutum primum, *ſecundum* &c. Definitio, *a.* 388
Minutum primum, *ſecundum* &c. *gradus*, *g.* 41. qualis ſit fractio, 43
Miraculoſa in definitionibus geometricis admittenda, *g.* 469
Multa. Definitio, *a.* 7
Multiplicatio. Definitio, *a.* 66. quid ſit, 67. ſignum, 68. regulæ, 111. 112. 115. 116. examen, 122
Multiplicandus. Definitio, 66
Multiplicator, 66
Multitudo. Definitio, 8

N.

Nomen rationis, *a.* 136
Normalis linea. Definitio, *g.* 78
Normæ conſtructio & uſus, 212. 216. examen 321
Notæ numericæ, *a.* 49. 51
Notæ fractionum decimalium. Definitio, 372
Notio. Definitio, *c.* 4. differentia, 5. & ſeqq. qualis in definitionibus mathematicis admittatur, 13. & ſeqq.
Notio adæquata. Definitio, *c.* 10. gradus, 11
Notio clara. Definitio, 6. diviſio, 8. 9
- - *confuſa*, 9. *diſtincta.* Definitio, 8. diviſio, 10. 12
- - *inadæquata*, 12. *obſcura*, 7
Numerare quid in Arithmetica ſignificet, *a.* 74
Numerandi lex, 44. 46
Numerus. Definitio, 10. & ſeqq. quomodo ſcriptus enuncietur, 55. quomodo occulte ſcribatur, 53. 54
Numeri compoſiti inter ſe. Definitio, *a.* 80
Numeri dati cur in diviſione & multiplicatione non debeant eſſe homogenei, 70
Numeri heterogenei inter ſe, 35. 36
- - *homogenei*, 36
Numeri primi inter ſe, *a.* 39
Numerorum nomina, 45. 47. 48. notæ, 49. 51. progreſſio, 50
Numerus abſtractus quinam, *a.* 34
- - *angulorum.* Definitio, *f.* 208. 209
- - *compoſitus*, *a.* 76. *concretus*, 34
Numerus cubicus. Definitio, *a.* 248. geneſis, 276 & ſeqq. tabulæ horum numerorum quomodo conſtruantur, *f.* 85
Numerus determinatus, *a.* 13
- - *effabilis*, 39. *fractus*, 38.
Numerus heptagonus. Definitio, *f.* 206. quomodo inveniatur, 211. ſummatio, 212
Numerus hexagonus. Definitio, 206. quomodo inveniatur, 211. ſummatio, 212

Nume-

Numerus indeterminatus, *a.* 13
- - *ineffabilis*, 43
Numerus integer. Definitio, 37. quid exprimat, 139. quando radicem perfectam non habeat, 293. 294
Numerus irrationalis. Definitio, *a.* 43. per lineas expressio, *g.* 420. *f.* 630
Numerus impar. Definitio, *a.* 72. proprietates & symptomata, *f.* 72. & seqq.
Numerus numerans, *a.* 33. 34
- - *numeratus*, 33
Numerus octogonus. Definitio, *f.* 206. quomodo inveniatur, 211. summatio 212
Numerus par. Definitio, *a.* 72. proprietates & symptomata, *f.* 77. & seqq.
Numerus pentagonus. Definitio, *f.* 206. quomodo inveniatur, 211. summatio, 212
Numerus perfectus quinam sit & quomodo inveniatur, *f.* 248
Numerus polygonus. Definitio, 206. quomodo inveniatur, 210. summetur, 212
Numerus primus in se, 475
Numerus pronicus. Definitio, *f.* 196. quomodo inveniatur, 198
Numerus pyramidalis primus, secundus &c. triangularis, pentagonalis &c. Definitio, *f.* 214. summatio, 216. 217
Numerus surdus, *a.* 43.
Numerus triangularis. Definitio, *f.* 206. quomodo inveniatur, 211. summetur, 212
Numerorum proportionalium symptomata analytice investigata, *f.* 173. & seqq.

O.

Obliqua linea. Definitio, *g.* 80
Oblongum. Definitio, 100. constructio, 339
Octaëdrum. Definitio, *g.* 475. constructio, 526. quale corpus, 530. quomodo sphæræ inscribatur, *f.* 307. latus sphæræ inscribendi quomodo inveniatur, 305. hujus ad radium ratio, 314
Octogonum. Definitio, *g.* 104
Octogoni regularis latus quomodo inveniatur, *f.* 272
Opponi quænam dicantur, *g.* 85. 86
Ordinata ratio, *a.* 194
Ordinatim applicatæ. Definitio, *f.* 370
Ordo Mathematicorum an jure taxetur, *c.* 57
Ordo naturæ quinam, 57
- - *scholæ* quinam, 57
Osculatio curvarum, *i.* 314

P.

Parabola. Definitio, *f.* 388. constructio, 393. 400. 401. proprietates respectu axis, 390. & seqq. respectu diametri, 416. 417. quod sit sectio conica, 511. circulus osculator, *i* 323. ad eam perpendicularis, 72. 78. quadratura, 103. 104. 107. 349. 350. rectificatio, 146. hujus dependentia a quadratura hyperbolæ, 147. subnormalis, 36. subtangens, 21
Parabolæ externæ proprietates, *f.* 419
- - *secundi generis* rectificatio, *i.* 150
Parabola Apolloniana quænam dicatur, *f.* 519.
Parabolæ infinitæ seu *superiorum generum*. Definitio, *f.* 519. constructio, 581. 583. circuli osculatores, *i.* 323. quadratura, 105. 106. rectificatio, 152.

subnormalis, 37. subtangens, 12. quod sint sectiones conorum superiorum, f. 528
Paroboloides cubicales, biquadraticales, surdesolidales &c. Definitio, f. 519
Parallela linea. Definitio, g. 81. quomodo ducatur, 258. symptomata, 255. & seqq. 260
Parallelismi constructio & usus, 258. 259
Parallelogrammum. Definitio, g. 102. bisectio, 429. in partes æquales divisio, 440. proprietates, 335. 337
Parallelogramma quotnam sint, 336
Parallelogrammorum ratio, 388. proprietas, 388. æqualitas unde colligatur, 383. 384. 389. similium proprietates, 396. & seqq.
Parallelepipedum. Definitio, g. 462. proprietates, 463. 464. descriptio in plano, 510. constructio, 514. bisectio, 537. 111. superficies & soliditas quomodo inveniatur, 536
Parallelepipedorum æqualitas unde colligatur 535. ratio, 572. & seqq. æqualium proprietas 580. similium ratio, 578
Parameter. Definitio, f. 388
Pars aliquanta. Definitio, a. 30
Pars aliquota. Definitio, a. 30
Partes. Definitio, a. 9. quando similes 170
Partium similium ratio ad totum, 170. inter se, 171
Pennæ optimæ quænam sint, g. 123
Pentagonum. Definitio, 104
Pentagoni regularis latus circulo inscribendi quomodo inveniatur. f. 279
Perimeter, g. 31
Peripheria circuli, 37. 41
Permutatio rationum, a. 173
Perpendicularis linea. Definitio, g. 78. quomodo dicatur, 210. 212. 216. symptomata & proprietates, 213. & seqq. 217. 224.
Perpendicularis ad curvam quanta sit, i. 76. 85
Perpendicularis ad parabolam, 72. 78
Perpendicularis ad hyperbolam æquilateram, 74
Perpendicularis ad hyperbolam scalenam, 75
Pertica cubica, g. 477. *quadrata*, 118
Perturbata ratio, a. 198
Pes, g. 25. *cubicus*, 477. *quadratus*, 118
Planum, g. 36
Planum plano parallelum, 498
- - *ad planum perpendiculare*, 494
Plura. Definitio, a. 7
Polus conchoidis, f. 535
Polygonum. Definitio, g. 104
Polygonum regulare quomodo construatur, g. 352. t. 48. quomodo circulo inscribatur & circumscribatur, g. 353. 355. t. 46. quomodo circulus eidem circumscribatur, g. 347. ejus ad circulum inscriptum & circumscriptum relatio, 416. proprietas, 407. area quomodo inveniatur, 402. 416.
Polygonorum similium proprietas, g. 403. 406
Polymonium quomodo ad dignitatem quamcunque evehatur, f. 101
Postulatum. Definitio, c. 30. quænam propositiones huc referantur, 31
Potestas. Definitio, a. 250. signa, 254

Potentia.

Potentia. Definitio, *a.* 250. signa, 254. logarithmus, 339. quomodo prodeat, 341. quomodo ex additione numerorum imparium procreetur, *f.* 170. 171.
Potentiarum proportio, 259. 260.
Potentiæ numerorum naturalium quæcunque quomodo summentur, *f.* 203. 205.
Potentia hyperbolæ. Definitio, *f.* 477. quomodo determinetur, 478. & sqq.
Practica Italica, *a.* 316. & seqq.
Prisma, rectum, obliquum, triangulare, quadrangulare &c. Definitio, *g.* 456. proprietates, 457. 458. in plano descriptio 510. constructio, 515. superficies & soliditas quomodo inveniatur, 539.
Prismatum ratio, 572. & seqq. æqualitas unde colligatur, 535.
Prismatum æqualium proprietas. 580.
similium ratio, 578.
Prismatis triangularis ad pyramidem reductio, 543. 545. ad parallelepipedum ratio, 538.
Problema quale sit & quibus constet partibus, *c.* 48. quomodo algebraice solvatur, *f.* 141.
Problema Deliacum, *f.* 626.
Problemata arithmetica, *f.* 144. & seqq. arithmetica indeterminata, 223. & seqq. geometrica, 252. & seqq. geometrica indeterminata per Algebram soluta, 255. & seqq.
Problematis Keplériani solutio, *i.* 193.
Productum quid dicatur, *a.* 66.
Progressio arithmetica. Definitio, *a.* 333. proprietates, *f.* 106. summa quomodo inveniatur, 107. 108.
Progressionis arithmeticæ problemata per Algebram soluta *f.* 164. & seqq.
Progressio geometrica. Definitio, *a.* 322. proprietates, *f.* 118. & seqq. summa quomodo inveniatur, 120.
Progressionis geometricæ problemata per Algebram soluta, *f.* 182. & sq.
Progressionum geometricarum ab unitate incipientium proprietates, *f.* 126.
Proportio Definitio, *a.* 155.
Proportio æquemultiplicium, 219.
Proportionum regulæ, 301. & seqq.
Proportio continua. Definitio, *i.* 156. *contraharmonica*, *f.* 193. *discreta*, *a.* 156.
Proportionalitas quid sit, *a.* 157.
Proportionales quantitates quænam dicantur, 155.
Propositionis partes, *c.* 39. 40.
Propositiones Elementi II. Euclidis analyticæ demonstratæ, *f.* 86. & sq.
Punctum. Definitio, *g.* 6. theoria, 7. 8. 9.
Punctum flexus contrarii. Definitio, *i.* 301. quomodo determinetur, 302. 309.
Punctum regressus, 301.
Pyramis. Definitio, *g.* 472. proprietates, 473. 474. in plano descriptio, 512. constructio, 515. 521. ad prisma triangulare reductio, 543. 545. 546. superficies ac soliditas quomodo inveniatur, 548. *i.* 351.
Pyramidum æqualitas unde colligatur, *g.* 542. ratio, 572. & sq.
Pyramidum æqualium proprietas, 580.
similium ratio, 578.

Q.

Quadratrix curvæ, *i.* 234
Quadratrix Dinoſtratis. Definitio, *f.* 564. ſubtangens, *i.* 55
Quadratrix Tſchirnhuſiana, *f.* 566. 568
Quadratorum numerorum in ſerie naturali differentiæ, *f.* 81 83. quomodo ſummentur, 200. quomodo duorum ſumma in duo alia quadrata dividatur, 230. logarithmus, *a.* 338. vide numerus quadratus.
Quadratum. Definitio, *g.* 98. conſtructio, 338. area quomodo inveniatur, 370 & ſeqq.
Quadratorum ratio ad ſe invicem, 374. additio, 419
Quadratiquadratum, *a.* 252
Quadrato-cubus. ibid.
Quadratocubocubus, ibid.
Quadratoquadratum, ibid.
Quadratoquadratocubus, ibid.
Quadratum Cubi, ibid.
Quadratum ſurdeſolidi, ibid.
Quadrata reciproca quomodo conſtruantur, *f.* 285. 286
Quadrilateri circulo inſcripti proprietas, *g.* 350. *f.* 324
Quadrilaterorum ſimilium proprietas, *g.* 350
Quantitas quid ſit, *a.* 13. 14. quomodo ad dignitatem evehatur, 255. *f* 95. quomodo differentietur, *i.* 12. & ſeqq.
Quantitatum ſigna, *a.* 57. 58
Quantitatum permutatio quomodo inveniatur, *f.* 129
Quantitas affirmativa, *f.* 16
Quantitas conſtans. Definitio, *f.* 375. ſignum, 376
Quantitas exponentialis. Definitio, *i.* 264. ſignum, 265. conſtructio, 268
Quantitas infinite parva. Definitio, 2. quando habeatur pro nulla, 3
Quantitas nihilo major, *f.* 16. minor, 16
Quantitas poſitiva. Definitio, *f.* 17. quomodo prodeat, 17
Quantitas privativa. Definitio, 16. quomodo prodeat, 17.
Quantitas variabilis. Definitio, 375. ſignum, 376
Quantitates continue æquidifferentes. Definitio, *a.* 322. proprietates 324 & ſeqq.
Quantitates diſcretim æquidifferentes. Definitio, *a.* 322. proprietates, 324. & ſeqq.
Quantitates harmonice proportionales. Definitio, *f.* 186. quomodo inveniantur, 187. & ſeqq.
Quantitates incommenſurabiles num dentur, *a.* 165
Quantitates poſitivæ & privativæ quando ſe mutuo deſtruant, *f.* 21. num rationem ad ſe invicem habeant, 24
Quantitates privativæ quid ſint, 19. 20. num inter ſe homogeneæ, 23. quod poſitivis heterogeneæ, 23
Quartus æquidifferens numerus quomodo inveniatur, *a.* 331
Quartus proportionalis numerus quomodo inveniatur, 302
Quotus. Definitio, *a.* 69. logarithmus, 343. ad dividendum ratio, 174. ex diviſione facti per factorem unum

unum prodiens, 210. quando numerus rationalis, 161. quando irrationalis, 162. ex divisione radicis per radicem quando numerus integer, 291
Quoti quando numeris divisis proportionales, *a.* 181

R.

Radius circuli. Definitio, *g.* 39. eorum æqualitas, 40
Radius circuli octogono regulari circumscribendi quomodo inveniatur, 274
Radius circuli decagono regulari circumscribendi quomodo inveniatur, *f.* 278
Radius circuli parabolam osculantis quomodo inveniatur, *i.* 322
Radius curvedinis. Definitio, *i.* 314. quomodo determinetur, 320
Radius evolutæ. Definitio, *i.* 314
Radius osculi. Definitio, *i.* 314. quomodo determinetur, 320
Radix binomia. Definitio, *a.* 258
Radix cubica. Definitio, *a.* 248. ratio ad cubum, 249. quomodo extrahatur, 282. & seqq.
Radix multinomia, 258. *polynomia*, ibid. *trinomia*, ibid.
Radix quadrata. Definitio, *a.* 246. relatio ad quadratum, 247. quomodo extrahatur, 269. & seqq.
Radix æquationis. Definitio, *f.* 134. quomodo transmutetur, 333. & seqq. quomodo in falsam mutetur, 332
Radix æquationis vera, 135. *falsa*, 136. *imaginaria*, 137
Radix pronica quomodo extrahatur, 199
Radix ex æquatione biquadratica quomodo extrahatur, *f.* 362
Radix ex cubica quomodo extrahatur, 355
Radix ex quacunque per approximationem quomodo extrahatur, 363. & seqq.
Radix ex quadratica quomodo extrahatur, 143
Radix ex dignitate quomodo extrahatur, *a.* 256
Radix ex serie infinita quomodo extrahatur, *f.* 366
Radix ex quantitate irrationali composita quomodo extrahatur, 360
Radices imaginariæ quænam dicantur, 71
Radices rationales ex æquatione quomodo extrahantur, *f.* 351. & seqq.
Radices universales quænam dicantur, 70
Radicum extrahendarum theorema generale, *f.* 98. & seqq.
Radicum signum, *a.* 295.
Radicum imaginariarum algorithmus, *f.* 71
Radicum quadratarum surdorum ratio, *g.* 420
Radicum universalium algorithmus, *f.* 70
Ratio. Definitio, *a.* 126. termini, 126. 127. genera, 130. usus, 132
Rationum symptomata demonstrata, *a.* 169 & seqq. analytice investigata *f.* 124
Rationum identitas. Definitio, *a.* 149. 150. natura, 151. designatio, 152. 153. unde colligatur, 168. 177
Rationem similitudo in quo consistat, 154. unde colligatur, 167

Ratio

Ratio æqualitatis. Definitio, 130
Ratio compoſita. Definitio, *a.* 159. exponens, 214. quando una alteri æqualis, 218
Ratio dupla, 142
- - *duplicata*, 159. 216
- - *inæqualitatis*, 131
- - *inæqualitatis majoris*, 132
- - *inæqualitatis mineris.* Definitio, 132. nomina quomodo inveniantur, 147. memoriæ facile mandentur, 148
Ratio irrationalis, 134. 135
Ratio major, 158
- - *minor*, ibid.
- - *multiplex*, 142
- - *multiplex ſuperparticularis*, 145
- - *multiplex ſuperpartiens*, 146
- - *multiplicata*, 159
- - *quadruplicata*, 159
- - *rationalis*, 134. 135
- - *ſesquialtera*, 143
- - *ſesquitertia*, ibid.
- - *ſubdupla*, 142
- - *ſubduplicata*, 159
- - *ſubmultiplex*, 142
- - *ſubmultiplex ſubſuperparticularis*, 145
- - *ſubmultiplex ſubſuperpartiens*, 146
- - *ſubmultiplicata*, 159
- - *ſubquadruplicata*, 159
- - *ſubſesquitertia*, 143
- - *ſubſesquialtera*, ibid.
- - *ſubſuperparticularis*, ibid.
- - *ſubſuperpartiens*, 144
- - *ſuperparticularis*, 143
- - *ſubtripla*, 142
- - *ſubtriplicata*, 159
- - *triplicata*, 159. 216
Ratio ſummæ numerorum in infinitum certa lege decreſcentium ad totidem terminos maximo æquales, *i.* 341. & ſeqq.
Recta. Vide linea recta.
Rectæ in tres partes continue proportionales diviſio, *f.* 603
Rectangulum. Definitio, *g.* 100. area quomodo inveniatur. 375
Rectangulorum ratio, 376
Rectificatio curvæ. Definitio, *i.* 143. methodus, 144
Regula quale inſtrumentum, *g.* 121. ex qua materia parari debeat, 122
Regula aurea quænam dicatur, *a* 307
Regula centralis Bakeri, *f.* 623
Regula Conchoidis, 535
Regula de quinque, *a.* 312
Regula Renaldiniana polygonum regulare circulo inſcribendi confutata, *f* 292
Regula Societatis, *a.* 314
Regula trium ſive *detri* quænam ſit, 307. ubinam locum habeat, 307. uſus in vita communi explicatus, 308. & ſeqq.
Regula trium compoſita, 312. 313
- - - *directa*, 311
- - - *inverſa*, ibid.
Reſiduum. Definitio, *a.* 64
Rhombus. Definitio, *g.* 99. conſtructio, 340. area quomodo inveniatur, 387
Rhomboides. Definitio, 101. conſtructio. 341. area quomodo inveniatur, 387

S.

Scalæ geometricæ conſtructio, *g.* 277. uſus, 278

Scholion

Scholion in Matheſi quid ſit. *c.* 51
Scrupulum primum, ſecundum &c. *g.* 388
Secans. Definitio, 7. quomodo inveniatur, 26. *i* 166. arcus multiplex quomodo inveniatur, *f.* 328
Secantium proprietates, *g.* 302. 303. ex eodem puncto ductarum relatio, 380
Secans complementi Definitio, *t.* 11
Sectio circuli per rectam qualis, *g.* 52. per circulum qualis, 53
Sectiones conicæ. Definitio, *f.* 386. quænam ſint, 387. & ſeqq.
Sectiones conicæ ſuperiorum generum, 528. & ſeqq.
Sectio linearum. Definitio, *g.* 50
Sectio media & extrema ratione facta, f. 258
Sectionis planorum theoria, *g.* 478 & ſeqq.
Sectio rectarum mutua, 51
Sector circuli. Definitio, *g.* 46. ad triangulum reductio, 415. area quomodo inveniatur, 435. *i.* 154 & ſq.
Sectoris elliptici quadratura, *i.* 186. 192
- - *hyperbolici* quadratura, 189. 194
Segmentum circuli, majus, minus. Definitio, *g.* 44. area quomodo inveniatur, 436. & ſeqq. *i.* 170
Segmenti ſphærici ſoliditas quomodo inveniatur, *i.* 199
Segmentum ſuperficiei ſphæricæ quomodo inveniatur, *i.* 122
Semicirculorum ſectio, *g.* 202
Semidiameter. Definitio, 39
Semiordinata. Definitio, *f.* 370
Series convergentes. Definitio, *f.* 52
Series divergentes, ibid.
Serliana curva formicum qualis ſit linea, *f* 598
Signa exponentium indeterminatorum tam rationum, quam dignitatum, *f.* 13. 14. operationum arithmeticarum, 8. & ſeqq.
Signa quantitatum, f. 3. & ſeqq.
Signa rationum univerſalia, 114
Similia. Definitio, *a.* 24. qualia ſint, 25. differentia interna, 26. quomodo a *Leibnitio* definita, 27
Similitudo. Definitio, *a.* 24. ſignum, 28. 29. principium, *g.* 120
Similitudo corporum, 564. & ſeqq. polygonorum regularium ejusdem ordinis, 404. 405
Sinus ſive ſinus rectus. Definitio, *t.* 2. proprietas 3. menſura, 13. ex dato arcu quomodo inveniatur, *i.* 160. graduum, 18. *f.* 277. *gr.* 22. min. 30, *f.* 237. *gr.* 30, *t.* 15, *gr.* 36, *f.* 281. *gr.* 45. *f.* 270. arcus dimidii, *t.* 17. dupli, *t.* 18. arcus differentiæ, *t.* 20. angulorum multiplorum, *f.* 325. arcuum exiguæ differentiæ quomodo inveniatur, *t.* 19. & ſeqq.
Sinus artificialis, t. 31
Sinuum canon quomodo conſtruatur, *t.* 15. & ſeqq.
Sinus complementi. Vide Coſinus.
Sinus totus. Definitio, *t.* 2. proprietas, 4
Sinus verſus. Definitio, *t.* 2. proprietas, 4. quomodo ex arcu inveniatur, 163
Situm eundem quænam habeant, *g.* 5

Situs planorum theoria, 478. & seqq.
Solidum. Definitio, *g.* 444. quomodo dato æquale inveniatur, 577
Solidi cissoidalis cubatio, *i.* 210
- - *hyperbolici*, 216. 217
- - *logistici*, 211. 212
Sphæra. Definitio, *g.* 470. proprietas, 471. ad pyramidem reductio, 550. *i.* 200. ad cylindrum circumscriptum ratio, *g.* 551. *i.* 201. soliditas quomodo inveniatur, *g.* 556. *i.* 199. superficies quomodo inveniatur, *g.* 556. *i.* 221
Sphærorum similitudo, *g.* 571. ratio, 579
Sphæroidis elliptici soliditas quomodo inveniatur, *i.* 230. & seqq.
Spiralis Archimedis. Definitio, *f.* 569. proprietas, 570. subtangens, *i.* 50
Spiralium quadratura, *i.* 137
Spirales infinitæ. Definitio, *f.* 572. subtangens, *i.* 50. 51
Spiralis parabolicæ punctum flexus contrarii quomodo determinetur, *i.* 312
Stereometria doliorum, *g.* 582. & seqq.
Strues lignorum quomodo metiamur, 382
Subnormalis. Definitio, *f.* 408. quomodo inveniatur, *i.* 35
Subnormalis curvæ exponentialis quomodo inveniatur, *i.* 382
Subnormalis ellipseos quomodo determinetur, *f.* 440. *i.* 37
Subnormalis hyperbolæ quomodo determinetur, *f.* 491
Subnormalis parabolæ quomodo determinetur, *f.* 440. *i.* 36
Subtangens. Definitio, *f.* 408
Subtangens curvæ algebraicæ quomodo inveniatur, *i.* 20. & seqq.
Subtangens curvæ exponentialis quomodo inveniatur, *i* 271. & seqq.
Subtangens ellipseos quomodo determinetur, *f.* 440. 448. *i.* 25
Subtangens hyperbolæ quomodo determinetur, *f.* 491. *i.* 27
Subtangens parabolæ quomodo determinetur, *f.* 410. *i.* 21
Subtractio. Definitio, *a.* 64. signum, 65. regulæ, 103. in numeris concretis, 104. examen, 106
Subtrahendus, 64
Summa. Definitio, *a.* 61
Summandi numeri, ibid.
Superficies. Definitio, *g.* 28. termini, 29. 30
Superficies corporis rotatione geniti quomodo inveniatur, *f.* 2. 9
Superficiei sphæræ ad circulum maximum ratio, *g* 554
Superficierum corporum ratio analytice investigata, *f.* 128
Surdesolidum, *a.* 252
- - - - *secundum*, ibid.
- - - - *tertium*, ibid.
Syllogismorum forma an in demonstrando attendenda, *c.* 47

T.

Tangere quid significet in Geometria, *g.* 47
Tangere circulum intus, ibid.
- - - - *extus*, ibid.
Tangens circulum quomodo ducatur, *g.* 311. *f.* 291. ejus ad secantem ex eodem puncto ductam relatio, *g.* 379

Tangens

Tangens in Trigonometria. Definitio, *t.* 7. proprietates, 8. & seqq. quomodo inveniatur, 26. *i.* 161. arcus multipli quomodo inveniatur, *f.* 327
Tangentis 45° magnitudo, *t.* 32
Tangentium circulum proprietates, *g.* 304. 307. & seqq. 325. 326
Tangentium & secantium ex eodem puncto ductarum relatio, *g.* 334
Tangens artificialis, *t.* 31
- - *complementi*, 11
Tangentium methodus inversa. Definitio, *i* 224. in quo consistat, 225. exempla, 226. & seqq.
Termini rationis, *a.* 126
Terminorum usus in rebus distincte concipiendis, *a.* 56
Tetraëdrum. Definitio, *g.* 475. constructio, 525 quale sit corpus, 530. quomodo sphæræ inscribatur, *f.* 301. latus sphæræ inscribendi quomodo inveniatur, 299. hujus ad radium ratio, 314
Theorema. Definitio, *c.* 38. quænam in eo consideranda, 39. & seqq.
Theorema Newtonianum evehendi binomium ad dignitatem quamcunque, *f.* 95. & seqq.
Totum. Definitio, *a.* 9. relatio ad partem, 84. 86
Tractoria, *i* 250. & seqq.
Trapezoides. Definitio, *g.* 103
Trapezium, ibid.
Triangulum. Definitio, *g.* 87. per quæ determinetur 182. 206. 265. 266. constructio, 180. 205. 234. 264. area quomodo inveniatur, 392. *i.* 107. divisio in partes æquales, *g.* 440. ratio ad parallelogrammum, *g.* 386. 391. *i.* 348
Triangulorum æqualitas unde colligatur, *g.* 179. 204
Triangulorum æqualium proprietas, 393
Triangulorum congruentia, 179. 204. 251
Triangulorum proprietates, 188. & seqq. 239. 240. 244. 246. 247. 268. 297. 300. *t.* 33. 36. resolutio trigonometrica, *t.* 36. & seqq. similitudo, *g.* 183. 207. 235. 237. 252. 267
Triangulorum similium proprietates, 396. & seqq.
Triangulum acutangulum. Definitio, *g.* 93
Triangulum æquilaterum. Definitio, *g.* 88. constructio, 198. proprietates & symptomata, 185. 186. 187. 241. 254
Triangulum æquicrurum. Definitio, *g.* 89. constructio, 199. per quæ determinetur, 200. proprietates & symptomata, 184. 248. 253. similitudo, 201
Triangulum æquilaterum. Definitio, *g.* 88. constructio, 198. proprietates & symptomata, 185. 186. 187. 241. 254
Triangulorum obliquangulum. Definitio, *g.* 94
Triangulum obtusangulum. Definitio, 92. proprietates, 221. & seqq. 241
Triangulum rectangulum. Definitio, 91. proprietates, 218. & seqq. 241. 244. 329. 417

Trianguli regularis circulo inscribendi latus quomodo inveniatur, *f.* 268
Trigonometria canonica a Tabularum necessitate liberata, *t.* 167.
Trigonometria plana. Definitio, *t.* 1
Trochois. Definitio, *f.* 573. proprietates, 574 & seqq.

U.

Variationes omnes quantitatum combinatarum & permutatarum quomodo inveniantur. *f.* 222.
Vertex anguli, *g.* 54
Vertex curvæ, *f.* 369. *figuræ*, *g.* 114
Unciæ potentiarum quinam numeri dicantur, *f.* 95. quales sint numeri, 218
Unitas. Definitio, *a.* 4
Unitates eædem quænam sint, *a.* 5. 6
- - *diversæ* quænam sint, ibid.
Unum. Definitio, *a.* 3
Virgulæ pithometricæ constructio, *g.* 582. & seqq. 595. 598

Z.

Zensus, *a.* 253
Zensicubus, ibid.
Zensizenzensus, ibid.
Zensizensus, ibid.
Zensurdesolidus, ibid.

FINIS INDICIS QVARTI.

V.

INDEX
RERVM ET VERBORVM
TOMO II.
CONTENTORVM.

Notes velim, literam *m.* Mechanicam, *f.* Hydrostaticam, *a.* Aërometriam, *b.* Hydraulicam & numeros §. §. designare: ubi vero nulla numeris adscribitur litera, eos referri ad proxime antecedentem.

A.

Acceleratio motus gravium qua lege fiat, *m.* 85. & seqq.
Acceleratio motus aquæ quomodo fiat, *b* 249. & seqq.
Actionis & reactionis æqualitas & contrarietas, *m.* 528. 529
Æquilibrium in aëre æquiponderantium quomodo tollatur, *a.* 158
Æquilibrium fluidorum diversæ gravitatis specificæ, *f* 36. homogenorum, 34
Æquiponderantia in aëre quando non æquiponderent in aliis fluidis, *f.* 58
Æquiponderatio. Definitio, *m.* 122. theoria, 144. & seqq.
Aër. Definitio nominalis, *a.* 3. existentia, 13. 14. quod telluri circumfundatur, 44. quod comprimi possit, 15. 17.

15. 17. quomodo intra vas comprimatur, 65. quomodo ope antliæ in data ratione dilatetur, 52. num comprimatur in ratione ponderum, 72. & seqq. quod sit elasticus, 18. quod gravis, 21 quod rarefiat, 23. quod condensetur, 24

Aër inferior quod superiore densior, *a.* 154. specifice gravior, 155

Aëris compressi in vase ope antliæ ratio ad primitivum, *a.* 66. & seqq. compressi in vase in aqua submerso elater quantus sit, 108. compressi vi elastica quomodo aqua moveatur, *h* 87. 89. & seqq.

Aëris densitas ubi eadem, *a.* 46. 47.

Aëris ex vase educti per antliam quantitas quomodo inveniatur, 103

Aëris pes cubicus quantum ponderet, 56. 57

Aëris rarefactione quomodo aqua expellatur, *h* 91

Aëris residui in vase ope antliæ evacuato ratio ad primitivum, *a.* 50. 51

Aërometria. Definitio, 1. quænam in ea tradenda, 2

Alarum molendini situs optimus quomodo determinetur, *h.* 316

Altitudines jactuum sub diversis angulis quomodo sint inter se, *m.* 504. 505

Altitudo ascensus ponderis super plano inclinato quomodo se habeat, 269. 270

Altitudo jactus quomodo se habeat ad parametrum, 503

Altitudo maxima, ad quam grave oblique projectum ascendit, 499. 501 502

Altitudo viva fluminis, *h.* 228

Alveus fluminis. Definitio, *h.* 185

Alveus artificialis, 186. *naturalis* ibid.

Amplitudo semitæ projectilis. Definitio, *m.* 489. quomodo sit ad semitam, 491. & seqq. quando semiparametro æqualis, 495. quando maxima, 494. quomodo maxima inveniatur, 497. quomodo ceteræ ex ea eruantur, 496

Anemometrum. Definitio, *a.* 181. constructio, 182

Angulus directionis. Definitio, *m.* 240

Angulus elevationis in motu projectorum. Definitio, *m.* 478 quomodo determinetur, ut projectile feriat locum datum, 506

Angulus incidentiæ. Definitio, 550

Angulus reflexionis. Definitio, 551

Antliæ attractivæ constructio, *h.* 110

Antliæ cteficianæ constructio, 113 & seqq.

Antliæ pneumaticæ. Definitio, *a.* 38. inventor, 39. constructio, 40. usus, 41. & seqq. capacitas quomodo determinanda, 54. 55

Antliæ pneumaticæ quomodo inter se comparandæ, 53

Aqua quomodo vires ad agitandas machinas concipiat, *m.* 900. per exiguum orificium in vas immittatur, *a.* 149. per sectionem canalis horizontalis fluat, *h.* 235 & seqq. quo derivari possit, 9. quomodo ex loco uno in alterum derivetur, 13 & seqq. in locum excelsiorem deducatur, 126. 127. per siphonem ascendat, 66. ope catenarum situlis instructarum elevetur, 116

Aqua prosiliens quantum ascendat, *h* 49. & seqq. 56. 57

Aquæ gravitas specifica, *s* 77

Aquæ libere fluentis in alveo qua de causa acceleretur, *h.* 200. quantum acceleretur, 201. & seqq.
Aquæ quantitas in vas inversum ascendens, dum eidem immergitur, quomodo determinetur, *a.* 109. & seqq.
Aquæ saltus per lumen horizontale, *h.* 58. & seqq. per verticale, 49. & seqq.
Aquarum quantitates per tubos effluentes, *h.* 20. & seqq.
Arcus circuli centrum gravitatis, *m.* 165
Ars libellandi. Definitio, 904. regulæ, 911
Ascensus aquæ prosilientis, *h.* 49. & seqq. 56. 57
Ascensus celeritate per descensum acquisita factus quomodo se habeat, *m.* 339
Ascensus in lineis curvis demonstratus, *m.* 334. & seqq.
Assarium. Definitio, *h.* 104. constructio, 106
Axis quid significet in Mechanica *m.* 756. 757
Axis in peritrochio. Definitio, 756. theoria & praxis, 792. & seqq.
Axis oscillationis. Definitio, 379

B.

Barometrum. Definitio, *a.* 89. theoria, 124. & seqq. constructio, 131
Baroscopium. Definitio, 89. sensibilioris constructio, 136. & seqq.
Baroscopii compositi constructio, 134
- - *inclinati* theoria, 141. & seqq.
Basis corporis gravis quid sit, *m.* 221.

C.

Calcando quomodo machina moveatur, *m.* 886. 888
Calcatio quid sit, 874
Canalis quid dicatur, *h.* 3
Cavitas corporis specifice gravioris quanta esse debeat, ne fluido leviori supernatet, *s.* 111
Celeritas. Definitio, *m.* 13. quod tempori proportionalis, 14. 15. quid proprie sit, 16. quomodo à Mathematicis consideretur, 114. quando eadem ex ictu corporum resultet, 534. quando in conflictu non mutetur, 590. quando mutetur, 560. 562. 576. quanta aquæ per foramen vasis erumpentis, *h.* 48
Celeritas absoluta. Definitio, *h.* 305
Celeritas acquisita per descensum perpendicularem, *m.* 92. in plano inclinato, 29. 192. 303. & seqq. in curva, 308
Celeritas aquæ in alveo an major in fundo, quam superficie, *h.* 206. per canalem declivem fluentis num augeatur ob pressionem a superiori, 243. & seqq.
Celeritas corporum elasticorum in concursu quomodo determinetur, *m.* 571
Celeritas fluidi per siphonem effluentis, *h.* 81. & seqq. vi aëris compressi ejecti, 92 & seqq.
Celeritas in motu composito quomodo inveniatur, *m.* 252
Celeritas media in fluminibus quomodo inveniatur, *h.* 238. & seqq. aquæ per canalem horizontalem fluentis, 263. & seqq.
Celeritas penduli in puncto infimo qualis sit, *m* 401
Celeritas projectilis quomodo inveniatur, 514

Celeritas respectiva. Definitio, *h.* 305
Celeritates quando in conflictu corporum permutentur, *m.* 563. 565.
Celeritates acquisitæ in conflictu corporum elasticorum quomodo se habeant, *m.* 603. & seqq. in diversis planis inclinatis eodem tempore quomodo se habeant, 301. 302
Celeritates amissæ in conflictu corporum elasticorum quomodo se habeant *m.* 603
Celeritates aquarum per tubos effluentium, *h.* 36. & seqq
Celeritas terminalis in motu corporum quænam dicatur, *m.* 727. quomodo determinetur, 728 & seqq.
Celeritates terminales in fluminibus. Definitio, *h.* 237. quomodo inveniantur, 239
Celeritatum locus in motu gravium quænam sit curva, *m.* 99
Celeritatum quadratorum summa in conflictu corporum elasticorum quod conservetur, 593
Centrum gravitatis. Definitio, *m* 122. cur pro gravi corpore sumi possit, 125. quando idem cum centro magnitudinis, 141. quomodo determinetur, 157. quomodo mechanice determinetur, 186. quomodo se habeat ante & post conflictum, 598. 560
Centrum gravitatis arcus circuli, *m.* 165. coni, 174 coni truncati, 184. conoidis hyperbolici, 179. parabolici, 175. 176. truncati, 185. corporis humani, 187. cylindri, 143. lineæ rectæ, 142 Lunulæ *Hippocratis*, 169. parabolæ 159. 162. parabolæ truncatæ, 170 parabolarum infinitarum, 160. 161. 163. parabolici mixtilinei spatii, 189. parallelepipedi, 172. parallelogrammi, 172. perimetri trianguli, 190. perimetri figuræ irregularis cujuscunque, 191. pyramidis truncatæ, 184. pyramidis, 174. sectoris circuli, 166. segmenti circuli, 168. segmenti sphæræ, 177. segmenti sphæroidis elliptici, 180. semicirculi, 167. sphæræ, 178 sphæroidis truncati, 185. sphæroidis elliptici, 181. dimidii, 182 trianguli, 158
Centri gravitatis status num mutetur ab actione corporum in se invicem, *m.* 602
Centrum gravitatis commune duorum corporum seu ponderum quomodo determinetur, 144 149. quomodo plurium, 151. 192. ponderum æqualium, 145
Centrum magnitudinis. Definitio, *m.* 132
Centrum motus. Definitio, *m.* 228
Centrum oscillationis. Definitio, *m.* 423. quomodo determinetur, 426. 429. 432. quomodo in figuris in latus agitatis, 445. & seqq.
Centrum oscillationis coni, *m.* 459. 466. conoidis parabolici, 462. hyperbolici, 464, infinitorum parabolicorum, 463. cylindri, 457. hemisphærii, 461. 467. lineæ rectæ, 433. parabolæ, 440. 441. 451. 453. parabolarum infinitarum & curvarum agnatarum, 441. 442. 452.. rectanguli 435. 448 solidorum rotatione genitorum, 454. sphæræ, 460. sphæroidis elliptici, 465. trianguli æquicruri, 436. 437. 438. 449. 450

Centrum

Centrum percussionis. Definitio, *m.* 527. quando cum centro oscillationis idem, 547. quando idem cum centro gravitatis, 549
Centrum velocitatis, *h.* 268
- - *virium.* Definitio, *m.* 654
Ceræ gravitas specifica, *f.* 77
Circuli area quomodo inveniatur, *m* 198
Clavicula. Definitio, *h.* 5. constructio, 7. 8
Clepsydræ divisio, 45 & seqq.
Cochlea. Definitio, *m.* 760. theoria, 847. & seqq. praxis, 852 & seqq.
Cochlea mas, *m.* 760. fœmina, ibid.
Cochleæ Archimedis quomodo construatur, *h.* 122. & seqq.
Cochlea infinita seu *perpetua.* Definitio, *m.* 855. theoria, 856. 858. & seqq. praxis, 862. & seqq.
Conatus. Definitio, *m.* 18
Compressio. Definitio, *a.* 5
Compressio aëris in vase sub aqua detento, *a.* 106
Condensatio. Definitio, 6
Condensatio aëris quomodo æstimanda, 114 & seqq.
Coni centrum gravitatis, *m.* 184. centrum oscillationis, 459. 566. soliditas quomodo inveniatur, 202. 204. 205. quomodo superficies, 202. 203
Conoidis hyperbolici centrum gravitatis, *m.* 179. centrum oscillationis, *m.* 464
Conoidis parabolici centrum gravitatis, 175. 176. centrum oscillationis, 462
Conoidis truncati centrum gravitatis, 185
Conoidum parabolicorum infinitorum centrum oscillationis, *m.* 463
Corpora æqualium basium quantum ab aëre premantur, *a.* 45
Corpora gravia num eadem celeritate descendant, *m.* 133. 134
Corporis humani centrum gravitatis, 157
Corporis pars immergenda in fluido quando inveniatur, *f.* 105
Corporis specifice grauioris gravitatio in fluido specifice leviori, *f.* 55. & seqq.
Corporum in aëre æquilibratorum æquilibrium quando tollatur, *a.* 158
Corpus motu reflexo qua via ab uno termino ad alterum accedat, *m* 518
Corpus asperum. Definitio, *m.* 935
Corpus durum, 520
- - *elasticum*, 522
- - *fluidum*, *f.* 3
- - *molle*, *m.* 521
- - *solidum*, *f.* 4
Cunei theoria. *m.* 865
Currus onustus cur difficilius trahatur super plano inclinato, quam horizontali, 277
Curva, in qua grave descendens eam constanter ei ponderi absoluto æquali premit, 672
Curva, in qua grave descendens eam constanter eadem vi, sed non ponderi absoluto æquali premit, 673. quæ a pondere descendente premitur in ratione dignitatum altitudinum, 675
Curva accessus & recessus æquabilis. Definitio, 347. quomodo inveniatur, 349
Curva æquilibrationis. Definitio, 369. quomodo inveniatur, 371. quomodo describatur, 373

Curva brachyſtochrona Definitio, 355. quomodo inveniatur, 357
Curva celerrimi deſcenſus. Definitio, 355. quænam ſit, 357
Curva elaſtica Bernoulli, 675
Curva iſochrona. Definitio, 331. quomodo inveniatur in hypotheſi Galilæana, 334 in hypotheſi directionum convergentium, 336. hujus rectificatio, 338. quadratura, 339. quomodo inveniatur in quacunque accelerationis hypotheſi, 343
Curva iſochrona paracentrica. Definitio, *m.* 347 quomodo inveniatur, 349
Curva oligochrona. Definitio, 355. quomodo inveniatur, 357
Curva reſiſtentiæ in motu gravium, 708
- - *inſtantaneæ*, 682
- - *totalis*, ibid.
Curva ſynchrona. Definitio, 366. quomodo conſtruatur, 368
Curva tautochrona. Definitio, 351. quænam ſit, 352
Cycloidis proprietates mechanicæ, *m* 352. 357. 675. proprietates ſingulares, 311. 388. quomodo per data tria puncta deſcribatur, 361
Cyclois externa circularium ſegmentorum repræſentatrix, 358
Cylindri centrum gravitatis, 143. oſcillationis, 457 ſoliditas, 197. 200. 201. ſuperficies quomodo inveniatur, 200

D.

Denſitates quando ſunt ut maſſæ, *ſ.* 14. quando ut gravitates, 16. quando reciproce ut volumina, 23
Denſitatum ratio, 24 25.
Denſitates fluidorum quomodo ſe habeant, *ſ.* 39 quomodo inveniantur, 67. reſpectivæ quando determinentur, 40
Denſitas aëris ubi eadem, *a* 46. 47. quomodo creſcat, 153. num inferioris ponderi atmoſphærico proportionalis, 156
Denſius. Definitio, 8
Deprimendo movere quid ſit, *m* 871
Deſcenſus gravium intra minutum ſecundum quomodo determinetur, 472. quantus ſit, 473
Deſcenſus gravium in cycloide quomodo ſe habeat, *m.* 311. in lineis curvis demonſtratus, 334 & ſeqq. in plano inclinato cum deſcenſu per verticale collatus, 393. & ſeqq cum deſcenſu perpendiculari iisdem legibus adſtrictus, 289
Deſcenſus ſpecifice gravioris in fluido leviori, *ſ.* 88 & ſeqq.
Diabetis conſtructio, 72. phænomena, 73. & ſeqq.
Diagonalis parallelogrammi quando motu compoſito deſcribatur, *m.* 241. quo tempore deſcribatur, 244
Diameter gravitatis. Definitio, *m.* 126
Dilatatio. Definitio, *a.* 7
Diſtantiæ ponderum a centro gravitatis communi quomodo ſe habeant, 144
Diſtantia a centro gravitatis & centro motus qualis ſit linea, 229
Directiones quomodo opponantur, 21

E.

Effectus aëris compreſſi quomodo computentur, *a.* 83. & ſeqq.

Effectus pleni quomodo se habeant, *m.* 530
Elateris æstimatio, *m.* 553
Elateris vi quomodo machina moveatur, 897
Elater aëris. Definitio, *a.* 9 quando non mutetur, 12. quando crescat & decrescat, 12. existentia, 18. mensura, 30. & seqq. quod calore intendatur, 146. frigore minuatur, 147
Elateris aëris directio, 25. 26. mensura ejus, quo rarefiens expanditur, 148
Elater aëris compressi quomodo se habeat ad elaterem dilatati, 78. quando fortior, 79. quomodo determinetur, 81. magis compressi ad elaterem minus compressi quomodo se habeat, 80.
Elevatio quid sit, *m.* 873
Ellipseos æquatio abscissis a foco computatis, *m.* 667
Epistomium. Definitio, *h.* 5. constructio, 7. 8
Ergata qualis machina, *m.* 877

F.

Figuræ superficialis & solidæ magnitudo ex centro gravitatis determinata, *m.* 192
Figurarum per planum deorsum latum descriptarum soliditas quomodo inveniatur, 196
Fluida homogenea quando in æquilibrio, *s.* 34. quodnam præponderet, 35
Fluida heterogenea quando in æquilibrio, 36
Fluidi ex vase inverso exigui orificii effluentis quantitas quomodo determinetur, *a.* 100. & seqq.
Fluidi gravioris in specifice leviori ponderatio, *s.* 87. & seqq.
Fluidi pondus quomodo inveniatur, 62. 63
Fluidi partes inferiores num comprimantur a superioribus, 71. 72
Fluidi per siphonem effluentis acceleratio, *h.* 81. & seqq.
Fluidorum diversæ gravitatis specificæ æquilibrium, 36
Fluidorum densitates quomodo inveniantur, 67
Fluidorum diversæ gravitates specificæ quomodo inveniantur, 66. 7[illegible]. quomodo se habeant, 95
Fluidorum indirecte ac directe impingentium juxta lineas parallelas theoria, *h.* 367. & seqq.
Fluidorum variorum gravitas in pollice cubico Parisino, *s.* 69
Flumen detumescere quando dicatur, *h.* 199
Flumen intumescere quando dicatur, ibid.
Fluminum cursus theoria, *h.* 185. & sq.
Fons naturalis quomodo arte constructur, *h.* 18
Fontis intermittentis constructio, *h.* 143. 152
Fontium salientium constructio, 128. & seqq. 152. & seqq.
Frictio. Definitio, *m.* 933. quomodo æstimanda, 940. & seqq. quomodo minuatur, 943. & seqq. 956. & sq.
Fulcra quomodo corpori supponenda, ut in data ratione prementur, *m* 234
Funis canabini contractio ob humiditatem aëris, *a.* 215. 216

G.

Grave quando quieſcat, *m.* 123. 124. 222. quando firmiter inſiſtat, 223. quando cadat, 222. num ſit a lapſu immune quomodo inveniatur, 224. quo motu deſcendat, 79. 85. & ſq. quomodo in plano inclinato deſcendat, 261. & ſeqq.
Gravium linea directionis, 212. & ſqq.
Gravia heterogenea. Definitio, *m.* 131
Gravia homogenea, 130
Gravitas. Definitio, *m.* 4. quomodo ſpectetur a Mathematicis in motu gravium, 114. num in omni diſtantia eadem, 78. quod a polis verſus æquatorem continuo decreſcat, 390
Gravitates quando ſunt ut volumina, *ſ.* 18
Gravitatis actio diverſa quomodo ex motu pendulorum colligatur, *m.* 389
Gravitatis planum. Definitio, 128
Gravitas abſoluta. Definitio, *m.* 259. ad reſpectivam ponderis ſuper plano inclinato quomodo ſeſe habeat, 261. 263
Gravitates abſolutæ quomodo ſe habeant, *ſ* 31
Gravitas aëris evicta, *a.* 20. quod ſit variabilis, 121. & ſeqq.
Gravitas ſpecifica determinata, 27. & ſeqq.
Gravitas reſpectiva. Definitio, *m.* 260. quando in abſolutum degeneret, 266. quando nulla, ibid. ſuper plano inclinato quomodo creſcat & decreſcat, 265
Gravitates reſpectivæ ponderum ſuper diverſis planis inclinatis quomodo ſint ad ſe invicem, 264
Gravitas ſolidi quomodo inveniatur, *ſ.* 78 79
Gravitas ſpecifica corporum quando eadem, 19. 30. quando diverſa, 20
Gravitates ſpecificæ quomodo ſe habeant, 32. 33 65. quando ſint ut volumina reciprocæ, 29. quando ut maſſæ, 28. quando ut abſolutæ, 26
Gravitas ſpecifica fluidorum quomodo inveniatur, *ſ.* 37. 66. 70. quod æſtate ac hieme non eadem, 69
Gravitates ſpecificæ fluidorum quomodo ſe habeant, 95
Gravitatis ſpecificæ fluidi ad gravitatem ſpecificam ſolidi gravioris ratio quomodo determinetur, 73
Gravitas ſpecifica ſolidi quomodo determinetur, *ſ.* 75. 76. quomodo ſe habeat ad gravitatem fluidi, 101
Gravitates ſpecificæ ſolidorum æqualium quomodo ſe habeant, 103
Gravitatio. Definitio, *m.* 5. in fulcra, a quibus ſuſtentatur, 231. ſuper plano inclinato qualis ſit, 261
Gravitatio corporum ſpecifice leviorum in fluido graviori, *ſ.* 94. & ſeqq.
Gravitatio ſpecifice graviorum in fluido leviori, 34

H.

Hemiſphæria evacuata quanta vi comprimantur, *a.* 59. & ſeqq.
Hemiſphærii centrum oſcillationis, *m.* 461. 467
Horologii oſcillatorii conſtructio, *m.* 994

Hydracontisterii constructio, *h.* 168
Hydraulica. Definitio, 1
Hydrostatica. Definitio, *f.* 1
Hygrometrum. Definitio, *a.* 197
Hygroscopium. Definitio, 197. constructio, 220
Hyperbolæ æquatio abscissis a foco computatis, *m.* 663
Hypomochlium. Definitio, *m.* 753
Hypothesis Galilæana de motu gravium, *m.* 89. & seqq.
Hypothesis Baliani de motu gravium, 102. ejus impossibilitas demonstrata, 115

I.

Ictus quomodo se habeant in conflictu corporum, *m* 567
Ictus perpendicularis ad obliquum ratio, 552
Ignis vi quomodo machinæ agitentur, 931
Impactus directus corporis unius in alterum. Definitio, 523
Impactus indirectus sive obliquus. Definitio, 526
Impetus. Definitio, 543
Incessus hominum quomodo fiat, 226
Incursus fluidorum eodem modo fieri quando dicatur, *h.* 276
Instrumenta quænam ad vectem revocabilia, *m.* 750
Instrumenti constructio, quo quantitas salis in aqua salsa exploratur, *f.* 108. & seqq.

L.

Lampadis constructio, quæ eandem quantitatem olei ellychnio affundit, *h.* 155
Lapidis gravitas specifica, *f.* 77
Lapsus. Definitio, *m.* 211
Lapsus gravium unde pendeat, 222
Lex motus, 71
Libella, Definitio, *m.* 906. constructio, 907. & seqq. rectificatio, 910
Libellatio aquarum quomodo instituenda, 911
Libræ theoria, 779. & seqq. constructio, 782. & seqq. examen, 787. usus, 788. & seqq.
Linea directionis. Definitio, *m.* 17
Linea directionis gravium, 212. & seqq.
Linea horizontalis vera. Definitio, 207. qualis sit, 208
Linea horizontalis apparens. Definitio, *m.* 209 qualis sit, 210 quando pro vera assumi possit, 218. quomodo ad veram reducatur, 216
Lineæ rectæ centrum gravitatis, 142. centrum oscillationis, 433
Logarithmicæ proprietas, 682
Lumen tubi quid sit, *h.* 4
Lunulæ Hippocratis centrum gravitatis, *m.* 169

M.

Machina. Definitio, *m.* 745
Machina ingenti ponderi elevando apta, *m.* 969. ad conterendam materiam pulveris pyrii serviens, 989. & seqq. qua aqua insigni cum impetu elevatur, *h.* 166
Machinæ, quibus aqua elevatur, *h* 107. & seqq.
Machinæ compositæ. Definitio, *m.* 966. earum numerus, 967. quomodo inveniantur, 968
Machinamenta hydraulica, *h.* 161. & sq.

Magne

Magnetis gravitas ſpecifica, *ſ.* 77
Malluvii cum fonticulo ſaliente conſtructio, *h.* 145
Manometri theoria, *a* 151
Manoſcopium. Definitio, *a.* 160. conſtructio, 161. & ſeqq.
Marmoris gravitas ſpecifica, *ſ.* 77
Maſſa. Definitio, *m.* 6. quomodo æſtimanda, 138. quorumnam corporum æqualis, *ſ.* 2
Maſſæ corporum quomodo ſe habeant, *ſ.* 21. 22. quando ſint ut volumina, 17
Maſſæ bonæ ab adulteratis quomodo diſtinguantur, 83. & ſeqq.
Materia quænam cum corpore gravitet, *m.* 136
Mechanica. Definitio, 1
Mechanice philoſophari quid ſignificet, *m.* 746
Metallorum gravitates ſpecificæ, *ſ.* 77
Methodus centrobaryca Guldini, *m.* 206
Miſcibilium quantitas in mixto quomodo inveniatur, *ſ.* 81
Mobile quando in curva ea lege incedat, ut radius vector verrat areas temporis proportionales, *m.* 652
Molæ alatæ, *m.* 982. frumentariæ, 975. & ſeqq. jumentariæ, 981. manuariæ, 979. oleariæ, 983. & ſeqq. ſerrariæ conſtructio, 922
Moles. Definitio, 7. quomodo inveniatur, 8
Momentum gravium quid dicatur, *m.* 147
Momenta corporum extra centrum gravitatis ſuſpenſorum, 153
Momenta ponderum ſuper plano inclinato ſpectatorum, 271
Motus. Definitio, *m.* 2. quando acceleretur, 76. quando in medio reſiſtente nunquam extinguatur, 690. retardetur; 77. quando nullus ſequatur, 75. cur naturalis rectilineus, 73. ſuper plano inclinato deſcendens qualis ſit, 284. & ſeqq. quando per reflexionem non mutetur, 555
Motus æquabilis. Definitio, *m.* 24. theoria, 27. & ſeqq. 31
Motus acceleratus. Definitio, 67. theoria, 101. & ſeqq.
Motus animalium explicandi principium, 226
Motus compoſitus. Definitio, 238. theoria, 241. & ſeqq.
Motus corporis impingentis quando ceſſet, 544
Motus in conflictu amiſſus quomodo determinetur, 541
Motus ex percuſſione demonſtratus, 530. & ſeqq.
Motus perfecte durorum, 532. & ſeqq.
Motus elaſticorum, 560. & ſeqq.
Motus oblique impingentium quomodo determinetur, 616
Motus curvilineus qualis, *m.* 239. quænam ejus cauſa, 74
Motus fluminum theoria, *h.* 210 & ſq.
Motus gravis aſcendentis qualis ſit, *m.* 317. quibus legibus adſtringatur, 318. & ſeqq.
Motus gravium, qua lege acceleretur, 86. 87. in medio reſiſtente, 708. & ſeqq.
Motus pendulorum demonſtratus, 380. & ſeqq.

Motus projectorum demonstratus, 479. & seqq.
Motus rectilinei in compositum resolutio, 245. 246
Motus retardatus. Definitio, *m.* 70
Motus simplex. Definitio, 237
Motus uniformiter acceleratus. Definitio, 67. ratio, 80. & seqq.
Motus uniformiter retardati ratio, 97. & seqq.
Moveri quando dicatur corpus, 3

N.

Nervi fidium mutatio quoad longitudinem ob humiditatem aëris, *a.* 218

O.

Oscillatio. Definitio, *m.* 376
Oscillatio pendudi in cycloide quomodo determinetur, 387. quomodo efficiantur isochronæ, 382. & seqq.
Oscillationes pendulorum inter se comparatæ, 392. & seqq.
Onus ferendum quomodo in data ratione distribuatur, 235

P.

Parabola curva temporis in motu gravium, *m.* 100. locus celeritatum in motu gravium, 99. via corporis projecti, 480. 482. quomodo describatur, 486
Parabolæ æquatio abscissis a foco computatis, *m.* 666. centrum gravitatis, 159. 162. centrum oscillationis, 451. 453. usus in motu fluminum explicando, *h.* 229 & seqq.
Parabolæ truncatæ centrum gravitatis, *m.* 170
Parabolarum infinitarum centrum gravitatis, 160. 161. 163. centrum oscillationis, 440. 442. 452
Parallelogrammi centrum gravitatis, 172. area quomodo inveniatur, 194
Parallelepipedi centrum gravitatis, 172
Pes horarius. Definitio, *m.* 425 quantitas, 470. quomodo determinetur, 469. num sit mensura universalis, 471
Pendulum. Definitio, *m.* 376. cur oscilletur, 380
Penduli agitatio in latus, 444
- - - - *in planum*, ibid.
Pendulorum intra cycloides suspensorum longitudines quomodo se habeant, 396. & seqq.
Pendulum simplex. Definitio, 377
- - *Compositum*, 378
Percussio fluidi. Definitio, *h.* 269. qualis sit, 270. 271. quænam in ea æstimanda respicienda, 272. 273. 274. theoria, 280. & seqq.
Perimetri figuræ irregularis cujuscunque centrum gravitatis, *m.* 191
Perimetri trianguli centrum gravitatis, 191
Peritrochium quid dicatur, 756
Plana diversa quomodo ab aëre premantur, *a.* 61
Plana similiter inclinata quænam sint, *m.* 312
Plani horizontalis determinatio, 219
Plani inclinati longitudinis ad altitudinem ratio quomodo in praxi facile determinetur, *m.* 277. theoria & praxis, 261. & seqq.

Planum

Planum inclinatum. Definitio, 258. quomodo determinetur, super quo datum pondus data vi sustentetur, 268
Poculi constructio, quo bibenti illuditur, *h.* 74
Polyspasti theoria & praxis, *m.* 833. & seqq.
Pondus. Definitio, *m.* 748. quomodo hydrostatice inveniatur, *f* 104. quando in aëre minuatur, & augeatur, *a* 157. ejus vi quomodo machina moveatur, *m.* 890. & seqq. potentia adjuvetur, 896
Pondus columnæ atmosphæricæ quomodo inveniatur, *a.* 59
Pondus corporis in vacuo quomodo inveniatur, *a.* 58
Pondus appensum quando corpus in plano horizontali positum e situ horizontali dimovere nequeat, *m.* 233
Pondera super curvis æquiponderantia, *m.* 374
Ponderum super planis inclinatis æquiponderantium ratio ad se invicem, 281. 283
Ponderis aëris incrementum ob variatum pondus atmosphæricum quomodo determinetur, *a.* 159
Potentia. Definitio, 747. cuinam sit æqualis, 763
Potentia animata, 869
- - *inanimata*, 869
- - *movens*, 747
- - *resistens*, ibid.
Præponderatio corporum duorum extra centrum gravitatis commune suspensorum quomodo determinetur, *m.* 152. quomodo plurium, 155
Præponderatio fluidi homogenei, *f.* 35
Pressio fundi vasorum a fluidis, *f.* 41. & seqq. quando eadem, 42. 43. 47. 200. quomodo decrescat, 44. 45. si bases vasis fuerint inæquales, 48
Pressiones fundi vasorum a fluidis quam habeant rationem, 46
Principium rationis sufficientis, *m.* 25. 26
Prismatis soliditas quomodo inveniatur, 197
Problema Archimedeum de corona ex auro & argento mixta quomodo solvatur, *f.* 82
Problema de curva isochrona ad omnem universalitatem revocatum, *m.* 345
Projectilis motus per spatia horizontalia qualis, 490
Projectum horizontaliter vel oblique qualem lineam describat, 480. 482
Projectio horizontalis. Definitio, *m.* 476. qualis hinc oriatur motus, 480
Projectio obliqua. Definitio, 477. qualis hinc oriatur motus, 488
Projectio perpendicularis. Definitio, 475. quinam hinc oriatur, 479
Projectionis curva quomodo inveniatur directionibus gravium suppositis parallelis, 516 iisdem suppositis convergentibus in centro Telluris, 518
Pyramidis truncatæ centrum gravitatis, 184

Q.

Quantitas materiæ in diversis corporibus quomodo per pendula definiatur, *m.* 406. & seqq. quod ponderi proportionalis, 412

Quanti-

Quantitas motionis. Definitio, 22. 23
Quantitas motus. Definitio, *m.* 22. 23. quando ante & post conflictum eadem, 581. 585. quando non, 582. & seqq. quando augeatur, 588. quando minuatur, 589. in corporibus homogeneis quomodo se habeat, 139
Quies. Definitio, *m.* 2
Quies ex ictu corporum resultans, 533. 538. gravium unde pendeat, 222

R.

Radius vector. Definitio, *m.* 655
Rarefactio. Definitio, *a.* 8
Rarefactio aëris evicta, *a.* 23. quomodo eadem aqua expellatur, *h* 91
Rarius. Definitio, *f.* 10. quod specifice levius densiori, 11.
Rectanguli centrum oscillationis, *m.* 435. 448
Reflexio corporis oblique impingentis qualis sit, *m.* 556
Reflexionis lex analytice investigata, 557
Resistentia, quam patiuntur corpora per fluida mota, *h.* 301. & seqq.
Resistentia medii Definitio, *m.* 677. quomodo determinetur, 679. & seqq.
Rosarii constructio, *h.* 118. 119
Rota directa. Definitio, *m.* 899. constructio, 923. quomodo vi aquæ agitetur 920
Rota retrograda. Definitio, 899. quomodo vi aquæ agitetur, 924. & seqq.
Rota situlis instructa quomodo construatur, *h.* 120
Rotarum dentatarum & radiatarum lignearum constructio, *m.* 997

S.

Salis quantitas in aqua falsa quomodo determinetur, *f.* 108 & seqq.
Saltus aquæ per lumen horizontale, 58. & seqq. per verticale, 49 & sqq. vi aëris compressi factus quantus sit, 96. & seqq. 101. vi rarefacti factus quantus, 102
Scytalæ quænam vocentur, *m.* 757
Sectio alvei. Definitio, *h.* 188
Sectio alvei naturalis, 190. qualis figura, 192
Sectio alvei artificialis, 190. qualis figura, 192
Sectio alvei tardior, 196 *velocior*, ibid.
Sectiones æquiveloces. Definitio, *h* 195. 209
Sectio fluminis. Definitio, *m.* 39. quomodo inveniatur, 914. 915
Sectiones diversæ fluminis quam habeant rationem, 916
Sectoris circuli centrum gravitatis, 166
Segmenti circuli centrum gravitatis, *m.* 168
Segmenti sphæræ centrum gravitatis, 177
Segmentorum circuli ratio, 364
Segmentorum curvarum similium ratio, 364
Semicirculi centrum gravitatis, 167
Semita projectilis. Definitio, *m.* 488. quomodo describatur, 510, parameter quomodo inveniatur, 491
Similitudinis principiorum in Geometria fœcunditas, 365
Sipho anatomicus, *f.* 52. usus, ibid.
Siphonis interrupti constructio & usus, *h.* 77. & seqq.
Siphonum constructio, 64. 66

Situla

Situla baculo supra mensam posito appensa quando non decidat, *m.* 233
Solidum quanta sui parte mergatur, *f* 94. quando profundius mergatur, 96. 97. quando datum intra fluidum locum servet, 98
Solidum minimæ resistentiæ quomodo inveniatur, *h.* 319
Solidorum æquiponderantium partes in fluido submersæ quando æquales, *f* 102
Sollicitatio ad motum. Definitio, *m* 110. quomodo determinetur ex lege accelerationis, 112 in motu composito quomodo se habeat, 253
Spatium motus. Definitio, *m.* 12
Spatii parabolici mixtilinei centrum gravitatis, *m* 189
Specifice gravius. Definitio, *f.* 6. quod sit densius, 9
Specifice levius. Definitio, 5. quod rarius 11. quando fundo vasis incumbens a fluido non attollatur, 100. quando specifice graviori connexum in fluido non ascendat, 118. 122. & seqq. 127
Sphæræ centrum gravitatis, *m.* 178. centrum oscillationis, 460
Sphæroidis elliptici centrum gravitatis, 181. 182. centrum oscillationis, 465
Sphæroidis elliptici segmenti centrum gravitatis, 180
Sphæroidis truncati centrum gravitatis, 185
Spiritus vini quantum rarefiat, *a.* 152
Statica. Definitio, *m.* 1
Stateræ constructio, 774 & seqq.
Superincessus radens, *m.* 936
Superincessus volvens, 937. *mixtus*, 938
Sulphuris gravitas specifica, *f.* 77
Symmetriæ corporis humani ratio, 227
Syrinx quomodo construatur, *h.* 107. quo impetu aqua expellatur, 108. 109

T.

Tempus motus. Definitio, *m.* 11
Tempus descensus per planum inclinatum, 309. & seqq. per curvam quomodo determinetur, 353. quomodo per convexitatem curvæ, 354
Tempora descensus per plana similiter inclinata, 314 & seqq. per curvas similes & similiter positas, 316
Tempora, quibus vasa deplentur, *h.* 41. & seqq.
Temporis curva in motu gravium, *m.* 100
Tendentia. Definitio, 255
Tendentia media. Definitio, 255. quomodo inveniatur, 256
Thermometrum. Definitio, *a.* 196
Thermoscopium. Definitio, 196. constructio, 198. 202. & seqq. in usu notanda, 214
Tractio. Definitio, *m* 872
Trahendo quomodo machina moveatur, 878. 879. 887
Trahendo & deprimendo simul quomodo machina moveatur, 882
Trahendo & protrudendo simul quomodo machina moveatur, 884
Trajectoria quænam linea dicatur, *m.* 519. quomodo inveniatur ex lege virium centripetarum, 664
Trajectoria quomodo inveniatur si vis centripeta fuerit reciproce in ratione duplicata radii vectoris, 669. quomodo hujus æquatio inveniatur, 670

Trianguli centrum gravitatis, 158
Trianguli æquicruri centrum oscillationis, 436. & seqq. 449. 450
Trochlea. Definitio, *m.* 759. theoria & praxis, 826 & seqq.
Trudendo movere quid sit, 870
Trudendo quomodo machina moveatur, 870.
Tubus in Hydraulica quid dicatur, *h.* 3
Tubus Torricellianus. Definitio, *a.* 87. symptomata, 91. & seqq. 120. & sqq.
Turres Bononienses & Pisana inclinatæ cur a lapsu immunes, *m.* 225
Tympani constructio, quo aqua elevatur, *h.* 120

U.

Valvula. Definitio, *h.* 104. constructio, 106
Vas ad hortos irrigandos aptum quomodo construatur, 163
Vasa concordiæ quomodo construantur, 180
Vectis. Definitio, *m.* 749. usus in explicandis instrumentis & motibus animalium, 751. theoria in hypothesi directionum perpendicularium, 765. in hypothesi obliquarum, 272. & sqq. praxis, 768
Vectis heterodromus. Definitio, 755
- - *homodromus*, 754
Velocitas. Definitio, *m.* 13. quid proprie sit, 16. qua diagonalis in motu composito describitur, quanta sit, 247. 248
Velocitatis in motu composito quantitas ab angulo directionis dependens, 251
Velocitates aquarum per tubos fluentium quomodo sint inter se, *h.* 11
Velocitas media aquæ in fluminibus, 208
Ventus. Definitio, *a.* 166. celeritas quomodo determinetur, 167. & seqq. quomodo oriatur, 185. & seqq. ex baroscopio prædicatur, 188. 189
Venti vi quomodo machina agitetur, *m.* 929
Venti artificialis excitatio, *a* 194. 195. ad flammam conservandam, *h.* 176. & seqq.
Versando movere quid sit, *m.* 875.
Versando quomodo machina agitetur, 880
Vis requisita ad corpus in situ horizontali sustentandum *m* 320. ad grave super plano inclinato retinendum, 262. ad motum gravis impediendum, 26-. ad solidum submersum attollendum, *f.* 92. ad specifice levius a fluido graviori ad ascensum urgendum, 99. ad solidum in fluido specifice leviori sustentandum, 126. ad vas vacuum in aquam immergendum, 113. ad specifice levius sub fluido graviori detinendum, 114. 120. 121 ad solidum in fluido demergendum, 106. qua solidum in fluido ascendit. 107
Vis ulla num perdatur, 116
Vires æquales quænam sint, *m.* 275
Vires æquiponderantium quomodo æstimandæ, 146. 273. 274
Vis centralis in omni curva quomodo se habeat, *m.* 657. in circulo, 658. & seqq. sectione conica quavis, 660. curva qualibet quomodo inveniatur, 662
Vires centrales in circulo quomodo sese habeant, 623. & seqq.

Vis

Vis centrifuga. Definitio, *m.* 617
Vis centripeta. Definitio, 619. quando urgeat corpus in linea curva motum versus aliquod punctum, 65
Vires conspirantes quænam sint, *m* 238
Vires fluidi in percussione quomodo sese habeant, 280 & seqq.
Vis mortua. Definitio, 910. quomodo æstimanda, 278
Vires mortuæ quando sint ut velocitates, 280
Vis motrix. Definitio, 9
Vires percutientes aquarum rotas molares agitantium quomodo ad mensuram revocentur, *h.* 286. & seqq.
Vis resistendi. Definitio, *m.* 20
Vis venti, qua alas molendini convertit, *h.* 315
Vis viva. Definitio, *m.* 9. 10
Vires vivæ corporum quomodo æstimandæ, 325. & seqq.
Volumen. Definitio, *m.* 7
Volumen solidi pondere alteri æqualis quomodo inveniatur, *s.* 80

FINIS INDICIS QVINTI.

VI.

INDEX
RERVM ET VERBORVM
TOMO III.
CONTENTORVM.

Notes velim, literam *o.* Opticam, *c.* Catoptricam, *d.* Dioptricam, *p.* Perspectivam, *s.* Sphærica & Trigonometricam sphæricam, *a.* Astronomiam, numeros vero §. §. designare: ubi autem nulli numeri adscribuntur, eosdem referri ad literam præcedentem.

A.

Adnata quid sit, *o.* 23. ejus usus, 23
Adspectus. Definitio, *a.* 926. signa, 929. momentum, quo celebratur, quomodo inveniatur, 936
Æquatrio centri. Definitio, *a.* 652. quomodo inveniatur, 687
Æquationis pars physica, *a.* 688
- - - - *optica,* ibid.
Æquationum Tabulæ quomodo constructuantur, *a.* 688
Æquatio luminis quid dicatur in theoria Lunæ, *a.* 857
Æquatio menstrua lunæ. Definitio, *a.* 844. quomodo inveniatur, 851
Æquatio temporis. Definitio, *a.* 714. quomodo inveniatur, 715
Æquationum temporis Tabulæ quomodo constructuantur, *a.* 726

Æquator. Definitio, *a.* 48. proprietates, 49 50. quomodo ab horizonte dividatur, 83. quomodo a Meridiano, 84
Æquatoris & horizontis interſectio qualis ſit, 88
Æquatoris arcus inter horizontem & meridianum interceptus quantus ſit, *a.* 89
Æquinoctium. Definitio, *a.* 158. quomodo obſervetur, 653
Aër num intenſitatem luminis minuat, *o.* 90. 92
Aëris altitudo quomodo inveniatur, *a.* 405
Algebræ uſus in Catoptrica, *c.* 312. & ſeqq. in Dioptrica, *d.* 487. & ſeqq.
Altitudo apparens ſideris. Definitio, *a.* 73. quomodo obſervetur, 109
Altitudo luminoſi. Definitio, *o.* 145
Altitudo meridiana quomodo obſervetur, *a.* 129. 137. 142. ſolis quomodo computetur, 202
Altitudinis meridianæ menſura, 95
Altitudo minor quantum officiat viſioni remotioris, *o.* 255. & ſeqq.
Altitudo nonageſimi. Definitio, *a.* 220. cuinam æqualis, 221. quomodo inveniatur, 222
Altitudinis nonageſimi Tabulæ quomodo computentur, *a.* 223
Altitudo objectiva quomodo ſe habeat ad perſpectivam, *p.* 54. quomodo exhibeatur, 55
Altitudo oculi. Definitio, *p.* 21
Altitudo poli quomodo inveniatur, *a.* 147. 154. ejus menſura, 96
Altitudo puncti apparentis in tabula quomodo ſe habeat ad altitudinem oculi, *p.* 32
Altitudo ſolis quomodo ex umbra corporis inveniatur, *o.* 147. quomodo computetur, 215
Altitudo ſtellæ. Definitio, *a.* 73. menſura, 94. quomodo ad datum tempus inveniatur, 300
Altitudo vera. Definitio, *a.* 73
Altitudines quomodo ex umbra reperiantur, *o.* 153. & ſeqq. quomodo ope quadrati geometrici inveſtigentur, 174. & ſeqq. quomodo mediante ſpeculo, *c.* 64. quando appareant inclinatæ, *o.* 326. 327. quando erectæ, 328
Altitudines apparentes quando æquales, *a.* 104
Altitudines meridianæ quomodo obſerventur, *a.* 129 137. 142
Altitudinum differentiæ quænam viſu non dignoſcantur, *o.* 250
Altitudinum meridianarum obſervatarum utilitas in Aſtronomia, *a.* 130
Amphibleſtroides. Definitio, *o.* 30
Amphora ſive *Aquarius*, *a.* 160
Amplitudo occidua. Definitio, *a.* 195. menſura, 196. quomodo ope globi inveniatur, 320. 322
Amplitudo ortiva. Definitio, *a.* 195. menſura, 196 fixæ quomodo computetur, 265. quomodo ope globi inveniatur, 322. ſolis quomodo computetur, 206. quomodo ope globi inveniatur, 318
Amplitudinum ortivarum Tabulæ quomodo condantur, 207

Ana-

Anaclastica. Definitio, *d.* 1
Anamorphosis. Definitio, *p.* 105. quomodo fiat, 106. & seqq. in superficie coni convexa, 111. in concava 113. in pyramide multilatera, 112. pro polyedro, *d.* 277
Anamorphosis mechanica, *p.* 109. 115
Anamorphoses quomodo adspiciendæ, 114
Anamorphoses quomodo fiant pro speculo cylindrico, *c.* 290. pro conico, 301. pro pyramidali, 304
Anamorphosium pro speculo cylindrico perficiendarum theoria, 254. & seqq.
Angulosa quando appareant rotunda, *o.* 280. 281
Anguli species in Triangulo rectangulo sphærico quomodo determinetur, *f.* 133
Angulus ad nodum orbitæ Cometæ quomodo inveniatur, *a.* 138
Angulus ad Solem. Definitio, *a.* 650
- - *ad Terram*, 762
Angulus circuli latitudinis cum via penumbræ quomodo invenïatur, *a.* 1067
Angulus commutationis. Definitio, *a.* 760. quomodo inveniatur, 761
Angulus ecliptiæ cum Meridiano quomodo in dato puncto computetur, 204
Anguli ecliptiæ cum Meridiano Tabulæ quomodo condantur, 205
Angulus elongationis. Definitio, *a.* 762. quomodo supputetur, 792
Angulus incidentiæ. Definitio, *c.* 19. *d.* 11
Angulus inclinationis. Definitio, *d* 12
Angulus opticus, seu *visorius.* Definitio, *o.* 207
Angulus orientis quomodo computetur, *a.* 218
Angulus parallacticus. Definitio, *a.* 370. mensura, 371
Angulus reflexionis. Definitio, *c.* 21
- - *refractionis.* Definitio, *d.* 13
Angulus refractus. Definitio, *d.* 14. quomodo computetur, 30
Angulorum refractorum & refractionis Tabulæ, *d.* 32
Angulus sphæricus. Definitio, *f.* 5. mensura, 31
Angulorum sphæricorum ratio, 43
Animalia num dentur in Luna, *a.* 488. num in planetis, 526
Anni solaris magnitudo quomodo inveniatur, 669. quanta sit, 671
Annulus circa Lunam in eclipsi solis totali apparens, *a.* 454
Annulus saturni, *a.* 516. 517
Anomalia. Definitio, *a.* 646
Anomaliæ motus annuus quomodo inveniatur, 706
Anomalia coæquata. Definitio, *a.* 650 quid sit, 651. quomodo inveniatur, 686. 690. 697
Anomalia eccentri. Definitio, *a.* 649. quomodo inveniatur, 690
Anomalia media s. *simplex.* Definitio, *a.* 647. mensura, 648. quomodo inveniatur, 684
Anomalia media secundo coæquatæ respondens pro luna quomodo inveniatur, 852
Anomaliarum Solis Tabulæ quomodo construantur, 707
Anomalia secundo æquata pro luna quomodo inveniatur, *a.* 854

Anomalia vera. Definitio, *a.* 650
Aphelium. Definitio, 636
Aphelii locus quomodo inveniatur pro planetis ſuperioribus, 734. pro inferioribus, 743. pro Tellure, 674. 810. ubinam ſit ad A. 1700. in planetis ſuperioribus, 739. in inferioribus, 745
Aphelii motus annuus quomodo inveniatur in planetis ſuperioribus, 737. in inferioribus, 746. quantus ſit in ſuperioribus, 739. in inferioribus, 747
Apparentia Definitio, *p.* 22
Apparentia lineæ, ibid.
- - - *plani*, ibid. *ſolidi*, ibid.
Apogæum. Definitio, *a* 636
Apogæi ſolaris motus anuus quomodo inveniatur, 702
Apogæi ſolaris motuum Tabulæ quomodo conſtruantur, *a.* 703
Apogæi Lunæ locus ad A. 1700. 835
Arachnoides, *o.* 34
Aranea, 34
Arcitenens, *a.* 160
Arcus quando inſtar rectæ appareat, *o.* 257 276
Arcus æquatoris datus quo tempore per Meridianum tranſeat quomodo computetur, *a.* 211
Arcus inter centra. Definitio, *a.* 945. quomodo inveniatur, 946. & ſeqq.
Arcus latitudinarius in eclipſi terreſtri. Definitio, 1069. 1070. quomodo inveniatur, 1083
Arcus viſionis. Definitio, *a.* 281. quomodo determinetur, 286. quantus ſit, 288
Argumentum latitudinis. Definitio, *a.* 769
Argumentum latitudinis menſtruæ. Definitio, 843. quomodo inveniatur, 846
Argumentum menſtruum latitudinis. Definitio, 870
Aries, 160
Aſcenſio obliqua. Definitio, *a.* 191
Aſcenſio obliqua ſolis quomodo inveniatur, 266. 267. quomodo ope globi reriatur, 318
Aſcenſio obliqua ſtellæ fixæ quomodo inveniatur, 266. 267. quomodo ope globi inveniatur, 322
Aſcenſionum obliquarum Tabulæ quomodo condantur, 210
Aſcenſio recta. Definitio, 190
Aſcenſio rectæ fixæ quomodo obſervetur, 228. quomodo computetur, 260. 261. 264. quod ſit mutabilis, 235
Aſcenſio recta puncti dati Eclipticæ quomodo computetur, *a.* 204
Aſcenſio recta ſolis quomodo inveniatur ope globi, 313
Aſcenſionum rectarum ſingulorum graduum eclipticæ Tabulæ quomodo condantur, 205
Aſcenſionum rectarum duarum fixarum differentia quomodo inveniatur, 226. 227
Aſteriſmi quid ſint, 245. eorum nomina, ibid.
Aſtrognoſia quibus adminiculis juvetur, 248
Aſtronomia Definitio, 1
Aſtronomia ſphærica. Definitio, 2
- - - *theorica.* Definitio, 3
Atmoſphæra ſolis ſtabilita, 419. 444. 446. figura ejus, 447
Atmoſphæra lunaris ſtabilita, 486

Aurora.

Aurora. Definitio, *d.* 393
Axis incidentiæ Definitio, *d* 9
- - *lentis.* Definitio, 21
- - *mundi.* Definitio, 44
- - *opticus.* Definitio, *o* 340
- - *partis coni umbrosi* quomodo reperiatur, *a.* 1049
Axis refractionis. Definitio, *d.* 10
- - *sphæræ.* Definitio, *s.* 9
Azimuthum. Definitio, *a.* 194. ejus mensura, 197
Azimuthum solis quomodo inveniatur, 206. quomodo ope globi, 318
Azimuthum stellæ quomodo inveniatur, 302. quomodo ope globi, 320. 322

B.

Basis Tabulæ quid in Perspectiva dicatur, *p.* 12
Biceps quando quis appareat in speculo plano, *c.* 113
Biquintilis quinam adspectus sit, *a.* 931

C.

Calor quomodo ope specularum concavorum intendatur, *c.* 226. 227
Camera obscura quid sit, *o.* 79. 80. effectus ejus demonstratus, 119 & seqq. quomodo accuratior construatur, *d.* 236.
Cancer quid significet in Astronomia, *a.* 160
Caper sive *Capricornus* quid significet in Astronomia, 160
Capite ad pedes alterius jacentem quando quis se videat in speculo plano, *c.* 115
Capite truncatum quando quis se videat in speculo plano, *c.* 113
Caput Draconis, *a.* 819
Cardines mundi. Definitio, *a* 80
Cardo meridii. Definitio, ibid.
Cardo occidentis. Definitio, 80. quomodo inveniatur, 126
Cardo orientis. Definitio, 80. quomodo inveniatur, 126
Cardo orientis & occidentis quomodo sibi invicem opponantur, 102
Cardo septentrionalis. Definitio, 130
Catalogus fixarum quomodo construatur, 244. a quibusnam constructus, ibid.
Cathetus incidentiæ. Definitio, *c.* 16. in quonam sit plano, 39
Cathetus obliquationis. Definitio, *c.* 18
Cathetus reflexionis. Definitio, 17. in quonam sit plano, 39
Catini ad polienda vitra commodi quomodo parentur, *d.* 527. & seqq.
Catoptrica. Definitio, *c.* 1. principia, 24. & seqq.
Catoptrica analytica, 312. & seqq.
Cauda Draconis, *a.* 819
Celeritatum apparentium ratio, *o.* 359. & seqq.
Centrum mediorum motuum ubinam sit, *a.* 680.
Centrum penumbræ ubi sit, *a.* 1050
Choroides, *o.* 27
Ciliare ligamentum, 29
Ciliares processus, 29
Circulorum maximorum sphæræ proprietates *s.* 15. & seqq. 25. & seqq.
Circulorum minorum sphæræ proprietates, 36. & seqq.
Circulorum sphæræ in planum projectio quando recta, quando circulus, 152
Circuli excursuum. Definitio, *a.* 187

Circuli

Circuli polares. Definitio, 184. quales sint circuli, 185
Circuli sphæræ mundanæ sive cœlestis. Definitio, 41. quomodo optime dignoscantur, 189
Circulus quomodo projiciatur, *p.* 47
Circulus æquinoctialis. Definitio, *a.* 53. quod vulgo cum æquatore confundatur, 55
Circulus declinationis. Definitio, 78. proprietas, 79
Circulus diurnus. Definitio, *a.* 56
- - *eccentricus.* Definitio, 641. 642
- - *latitudinis.* Definitio, *a.* 239
- - *immotus.* Definitio, 43
- - *mobilis.* Definitio, 42
- - *polaris antarcticus,* 184
Circulus polaris arcticus, ibid.
Circulus verticalis. Definitio, 93. quomodo horizontem sensibilem intersecet, 93
Cistula catoptrica, in qua objecta alia videntur, si per aliud foramen inspexeris, *c.* 119. in qua objecta videntur cistula majora, 259
Cœli figura apparens, *a.* 10. motus apparens, 11. & seqq.
Colorum theoria optica, *o.* 183. & seqq.
Columnarum scenographia, *p.* 71
Coluri. Definitio, *a.* 186
Colurus æquinoctiorum, ibid.
- - *solstitiorum,* ibid.
Cometæ. Definitio, *a.* 1131. qualia sint corpora, 1168. num mundo coæva corpora, 1158. an sint supra Solem, 1171. an supra Lunam, 1151. & seqq. num habeant parallaxin sensibilem, 1148
Cometarum phænomena, 1167. motus qualis appareat, 1161. caudæ quid sint, 1173. longitudo & latitudo quomodo inveniatur, 1132. ascensio recta & declinatio quomodo inveniatur, 1134 quomodo distantia a Sole, 1135. motus proprius, 1136. distantia a Terra quænam requiratur, ut datum tempus super horizonte consumant, 1150.
Cognitio rerum naturalium quotuplex, *a.* 6. 7
Conclave speculare quomodo construatur, *c.* 138. 139
Coni scenographia, *p.* 64.
Conjunctio planetarum. Definitio, *a.* 535. 928. signum, 929
Conjunctio corporalis, 935
- - *centralis,* 935. *magna,* 933
- - *maxima,* 933. *platica,* 935
Conjunctionis Lunæ cum Sole visæ momentum quomodo inveniatur, 999
Conjunctiones planetarum inferiorum cum sole quomodo observentur, 728
Conspicilla. Definitio, *d.* 478
Contigua & continua quando videantur visibilia, *o.* 69
Conus penumbrosus. Definitio, *a.* 1040. quid proprie sit 1044. quousque exporrigatur, 1042
Coni penumbrosi angulus quantus sit, 1045. 1048. similitudo cum cono umbroso, 1047
Conus umbrosus quem situm habeat respectu penumbrosi, 1043
Coni umbrosi Lunæ axis quomodo inveniatur, 1025

Coni

Coni umbrosi Terræ longitudo quomodo inveniatur, 939
Coni umbrosi Terræ & Lunæ quales sint eodem tempore, 1024
Cornea tunica. Definitio, *o.* 18. proprietas, 19. cur sit tenax, 22
Corpus quando instar superficiei appareat, 274
Corpus diaphanum, Definitio, 11
- - *illuminatum*, 10
- - *lucidum*, 9
- - *luminosum*, ibid.
Corpus opacum. Definitio, *o.* 12. quando tegat oculo visibilia, 411. & seqq.
Corpus pellucidum. Definitio, 11
- - *perspicuum*, ibid.
Cosecantes quando ad cotangentes prope accedant, *d.* 51. quando sint ut cotangentes quam proxime, 52
Craticula ectypi in anamorphosibus, *p.* 106 *c.* 292
Craticula prototypi in anamorphosibus, *p* 106. *c* 292
Crepusculum. Definitio, *a.* 393. causa, 395. quando per integram noctem duret, 400. quo tempore hoc fiat quomodo inveniatur, 401
Crepusculum matutinum. Definitio, *a.* 393. quando incipiat, 394. initium quomodo inveniatur calculo, 402. quomodo ope globi, 404
Crepuscum solis secundum quomodo observatum, *a.* 440. undenam sit, 443. 444
Cubi ex angulo visi scenographia, *p.* 58
Culminare quando stella dicatur, *a.* 133
Culminatio stellæ Definitio, 133. quomodo observetur, 134. quomodo computetur, 269
Curtatio. Definitio, 772
Curtationum Tabulæ quomodo construantur, 790
Curvarum versus eandem partem cavarum quænam maxima, *f.* 48
Curvilineæ figuræ projectio, *p.* 48
Cylindri scenographia, 60

D.

Decilis, *a.* 931
Declinatio. Definitio, 75. qualis sit, 76. 77
Declinatio ecliptica quomodo observetur, *a.* 183 quomodo computetur, 198
Declinatio maxima ecliptica quomodo observetur, 163. 168. quanta observata fuerit, 165. an sit mutabilis, 166. 167.
Declinatio Solis quando sensibiliter non mutetur, 117. 118. quomodo ope globi inveniatur, 313
Declinationum Solis circa Solstitium differentiæ quomodo ope gnomonis præalti determinentur, 664
Declinationum Solis a maxima paulo ante & post solstitium differentiæ quomodo se habeant, 661. & seqq.
Diclinatio stellæ fixæ quomodo computetur, *a.* 260. 263. quomodo ope globi inveniatur, 311. an sit mutabilis, 233. 234. num in eadem rotatione mutetur, 115
Delineatio accurata objecti cujuscunque quomodo fieri possit, *p.* 3
Descensio obliqua. Definitio, *a.* 192. quomodo computetur, 207. quomodo inveniatur ope globi, 320. 322

Diameter apparens Lunæ quomodo mutetur, 555. in sole insensibilis, 1019
Diameter apparens Planetarum quomodo observetur, *a.* 548. quantæ singulorum observatæ fuerint, 557
Diameter apparens Solis quomodo observetur, 547. 548. quanta observata, 553
Diametri apparentis Solis, Lunæ & planetarum magnitudo variabilis, 549
Diameter penumbræ. Definitio, *a.* 1050
Diameter sphæræ Definitio, *s.* 9
Diameter vera sideris quomodo inveniatur, *a* 912. ejus ratio ad diametrum Solis quomodo inveniatur, 909. quanta sit, 911
Diameter vera planetarum in semidiametris Terræ quomodo inveniatur, 919. quanta sit uniuscujusque, 920. & sq.
Diameter umbræ Lunæ, 1029
Diei longitudo quomodo computetur, *a.* 213. quomodo ope globi inveniatur, 321
Dies solares quod sint inæquales, 709
Dierum solarium æquatio quomodo inveniatur, 715. æqualium & inæqualium differentia, 711
Differentia ascensionalis. Definitio, *a.* 193. quomodo computetur, 206 265
Differentiarum ascensionalium Tabulæ quomodo condantur, 207
Differentia descensionalis. Definitio, 193
Differentiarum horariarum Meridianorum Tabulæ quomodo construantur, 980
Digiti ecliptici. Definitio, 950. quomodo inveniantur in Lunæ eclipsi, 951
Digiti ecliptici solis quomodo inveniantur, *a.* 1001. quomodo in eclipsi terrestri inveniantur, 1097
Dioptra objectiva, *a.* 106
- - *ocularis*, 106
Dioptræ telescopiæ cur adhibeantur, 108
Dioptrarum telescopiarum positio quomodo examinetur, 131
Dioptrica. Definitio, *d.* 1
Dioptrica analytica, 487. & seqq.
Directio planetæ. Definitio, *a.* 531
Discus Terræ. Definitio, 1013
Disjuncta quando contigua videantur. *o* 308. quando continua, 309. 310
Distantia duorum punctorum in superficie sphæræ, *s.* 54
Distantiarum differentiæ quænam visu non dignoscantur, *o.* 250
Distantia Cometæ a Terra quomodo inveniatur, *a.* 1147
Distantia curtata. Definitio, 771. quomodo inveniatur, 789
Distantia Lunæ a Terra quomodo variet, 556
Distantia planetæ a Sole quomodo inveniatur, 812
Distantia planetæ a Terra quomodo supputetur, 792
Distantia Solis vera a Terra quomodo inveniatur, 894. & seqq.
Distantia Solis maxima & minima a Terra ubinam sit, 554
Distantia Solis a Nodo & Apogæo lunari. Definitio, 841
Distantia stellarum quomodo observetur, 225
Dodecatemorion. Definitio, 188

E.

Eccentricitas. Definitio, *a.* 638. 639
Eccentricitas in Ellipſi, 679
Eccentricitas Lunæ conſtans, 835
Eccentricitas Lunæ menſtrua quomodo inveniatur, 847
Eccentricitas orbitæ ellipticæ Telluris quomodo inveniatur, 810
Eccentricitas planetarum quanta, 750
Eccentricitas planetarum ſuperiorum quomodo inveniatur in orbita circulari, 734. quomodo in elliptica, 813
Eccentricitas planetarum inferiorum quomodo inveniatur, 749
Eccentricitas Solis quomodo inveniatur, 675. 678. quanta ſit, 682
Eclipſis Lunæ. Definitio, *a.* 937. quomodo appareat, 459. quænam ejus cauſa, 459. quid ſit, 461. cur ubivis ejusdem magnitudinis, 462 ejus magnitudo, 951. initium medium, finis & duratio quomodo inveniatur, 971. typus quomodo deſcribatur, 976. quomodo ſupputetur, 974. obſervetur, 977. 978
Eclipſis Lunæ partialis. Definitio, 937. quando ſit, 948
Eclipſis Lunæ totalis. Definitio, 937. phænomena, 463
Eclipſis Lunæ totalis cum mora. Definitio, 937. quando ſit, 948
Eclipſis Lunæ totalis ſine mora. Definitio, 237. quando ſit, 948
Eclipſium lunarium termini neceſſarii. Definitio, 943. quomodo reperiantur, 944
Eclipſium lunarium termini poſſibiles. Definitio, *a.* 943. quomodo reperiantur, 944
Eclipſis ſatellitum Jovis, *a.* 502. 505. 510
Eclipſis Solis. Definitio, 982. quando accidat, 984. 985. quomodo appareat, 448. quænam ejus cauſa, 449. & ſeqq. cur non in omnibus locis eodem momento accidat, 1081. quomodo ſupputetur, 1008. obſervetur, 1010, *o.* 303. initium & finis, *a.* 1004. 1101. duratio quomodo inveniatur, 1005. termini quomodo determinentur, 995. 996. typus quomodo deſcribatur, 1007. ubi totalis videatur, 1075. 1079. ubi partialis, 1078. 1080. ubi nulla, 1077
Eclipſis ſolaris totalis phænomena, 454
Eclipſis ſolis Chriſto patiente num fuerit præternaturalis, 986
Eclipſis Terræ. Definitio, *a.* 1011. quando detur, 1072. 1073. 1074 quomodo appareat ſelenitis, 1037 termini quomodo reperiantur, 1082. initium & finis quomodo inveniatur, 1085
Ecliptica. Definitio, 157. diviſio, 160 qualis ſphæræ circulus, 171. ejus ſitus, 172. & ſeqq.
Eclipticæ declinatio maxima quomodo obſervetur, 163. quanta obſervata fuerit, 165
Ecliptica in diſco Terræ. Definitio, *a.* 1059. ſitus in eodem, 1060
Elevatio poli. Definitio, 99. quomodo inveniatur, 200. quomodo obſervetur, 154. ſuper diſco Terræ cuinam æqualis, 1086
Elevatio æquatoris. Definitio, *a.* 99. menſura 100. quomodo obſervetur, 154 quomodo inveniatur, 200

Ellipſis quando inſtar circuli appareat, *o.* 282. quando in parabolam degeneret, *a.* 1163
Ellipſeos deſcriptio per data tria puncta, 809. proprietates quædam, 803. & ſeqq.
Engyſcopium. Definitio, *d* 402
Epactæ. Definitio, *a.* 963. quomodo inveniantur, 965
Epocharum Tabulæ quomodo conſtruantur, 719. 754
Epochæ motus medii & Apogæi Solis quomodo conſtituantur, 718

F.

Faciem & tergum quomodo ſimul ſpectemus in ſpeculo plano, *c.* 109. 128. 129
Faculæ ſolares num dentur, *a.* 428
Faſciæ in Jove obſervatæ, 499
- - *in Saturno* obſervatæ, ibid.
Feneſtrarum ſcenographia, *p* 75
Feneſtrarum apertarum ſcenographia, 79
Flamma e longinquo viſa cur major appareat, quam in vicinia, *o* 265. 266
Flamma candelæ quando appareat rotunda, *o.* 307
Figuræ apparentia per quænam detur, *p.* 31.
Figuræ viſio, *o.* 272. & ſeqq.
Figuræ curvilineæ projectio quomodo fiat, *p.* 35.
Figuræ mixtilineæ projectio, 36
- - *rectilineæ* projectio, 34
Figura rotunda oblonga ſeu ovalis quando inſtar circuli appareat, *o.* 282
Figura vera polygoni regularis & circuli quando videatur, *o.* 286. quando non, 287
Focus. Definitio, *d.* 22. quomodo determinetur in lentibus convexis, 186. 217. 221. quomodo in meniſcis, 298. quomodo in ſuperficie ſphærica convexa, 89. 90
Focus virtualis Definitio, 23. quomodo determinetur in lente concava, 282. 290. quomodo in meniſcis, 312
Fixæ (ſtellæ) quomodo in aſterismos diſtinguantur, *a.* 246. quænam ſemper appareant, quæ ſemper lateant, quomodo inveniantur, 277. quo lumine fulgeant, 1119. quid ſint, 1120. quantæ ſint, 1121. an habeant planetas circa ſe, 1122. 1123. num habeant parallaxin ſenſibilem, 384. num ſint terra majores, 1109. num ultra Saturnum a Tellure diſtent, 1110. num inæqualiter a Terra diſtent, 1114. cur aliæ aliis minores appareant, 1115. num mutentur, 1129
Fixæ in plures diviſæ quænam ſubinde obſerventur, 543
Fixæ per vices apparentes ac diſparentes, 1124. & ſeqq.
Fixæ primæ magnitudinis quantæ per teleſcopium appareant, 1111
Fixæ temporariæ, 1127
Fixarum aberrationes annuæ, 605 num parallaxis earum annua recte inde colligatur, 606. quanta hæc eſſe debeat, 607
Fixarum diſtantia a terra quomodo inveniatur, 1116. quantæ æſtimetur, 1117
Fixarum mora ſupra horizontem quomodo inveniatur, *a.* 268

Fixa-

Fixarum magnitudines apparentes, 249
Fixarum multitudo evicta, 1113
Fixarum occultationes a planetis factæ, 542
Fixarum a Luna occultandarum figura ovalis observata, 475. causa quænam sit, 476
Fulcrum telescopii longioris quomodo construatur, *d.* 382
Fulguratio in medio disci Lunæ eclipsi solis totali observata, 454

G.

Gemini, *a.* 160
Globus cœlestis. Definitio, *a.* 303. constructio, 305. 309. usus, 311. & seqq. quomodo ad cœli situm componatur, 316
Globus descendens quomodo repræsentari possit tanquam ascendens, *c.* 73
Gnomonis astronomici constructio & usus, *a* 137. & seqq.
Gravitas corporis num in omnibus Terræ locis eadem, 569. 570

H.

Helioscopium. Definitio, *d.* 465. constructio, 467
Hemisphærium quomodo totum ab oculo conspici possit, *o.* 427
Hemisphærium australe, sive *meridionale* mundi, *a.* 52
Hemisphærium boreale sive *septentrionale* mundi, 51
Hemisphærium inferius cœli, 65
- - - *superius* cœli, 64
Homines num dentur in Luna, 488. num in planetis ceteris, 526
Hora diei quomodo ex solis altitudine eruatur, *a.* 216
Horizon. Definitio, 61. quomodo a Meridiano secetur, 84. quomodo a circulo verticali, 85
Horizon apparens, sive *sensibilis*. Definitio, 66. proprietas, 67. poli ejus ubinam sint, 90
Horizon occiduus. Definitio, 69
- - *ortivus*. Definitio, 68
Horizon rationalis, sive *verus*. Definitio, 61. proprietates, 62. 63. situs, 86. poli ubinam sint, 60
Horologii motus quomodo rectificetur, vel probetur, 297
Horopter. Definitio, *o.* 341
Humor aqueus. Definitio, 33
Humor chrystallinus. Definitio, 34. figura, 35. 36. usus, 61. & seqq. effectus, 75
Humor vitreus. Definitio, 37
Hypothesis Latitudinis Lunæ, *a.* 873
Hypothesis Lunæ, 839. 84

I.

Januarum in pariete scenographia, *p.* 73
Januarum apertarum scenographia, 77
Ichnographia geometrica. Definitio, *p.* 23
Ichnographia perspectiva, sive *projecta*. Definitio, *p.* 25. quomodo fiat, 33. & seqq.
Imago visibilis qualis in oculo delineetur, *o* 62. & seqq. quando clarior, 77 qualis sit in presbytæ oculo, 383. qualis in oculo myopis, 386
Imaginis locus in speculo concavo, *c.* 232. & seqq. 253 & seqq. in speculo convexo, 166. 167. 168. in planis, 51. & seqq.
Imago qualis sit in speculo concavo, 252. & seqq. in convexo, 183. in cylindri-

lindrico, 280. & seqq. in cylindricis cavis, 298. & seqq. cur videatur in libero aëre, 300. in speculis planis, 60. quanta sit in speculo concavo, 240. & seqq. in convexo, 155. 175. 178. 179. 180. qualis appareat per vitrum planum, *d.* 83. qualis post lentem convexam, *o*, 387. & seqq. *d.* 224. & seqq.

Imago inversa post lentem convexam quomodo sistatur erecta, *c.* 231. 233. 334

Imago lucidi cur multiplex videatur in speculo plano, *c.* 88

Imago objecti quomodo multiplicetur in speculis planis, *c.* 93. 100. 104 106. 110. 122. 126. 127. quando verticalis appareat horizontalis & contra, 70. 71. quando infra horizontem situ inverso appareat, 57. 58 quando post speculum longius distare videtur, quam ante ipsum abest, 134. & seqq.

Imago prototypo simili quomodo mechanice delineetur, *p.* 110

Imago deformis quomodo formosa restituatur per speculum cylindricum, *c.* 290. conicum, 301. pyramidale, 304

Imagines monstrosæ quomodo in speculis planis exhibeantur, 112. 113. 114. 116

Inæqualia quando appareant æqualia, *o.* 252. & seqq.

Inæqualitas prima. Definitio, 773

Inæqualitas secunda, sc. motus planetarum, 775

Inæqualitas Lunæ prima seu *soluta*, 823

Inæqualitas Lunæ altera seu *menstrua*, 824. phænomena, 838

Inæqualitatis tertiæ in motu Lunæ phænomena, 855

Inclinatio. Definitio, *a.* 767. maxima quomodo observetur, 783. quanta sit in singulis planetis, 784

Inclinationum Tabulæ quomodo construantur, 785

Inclinatio incidentis radii. Definitio, *c.* 22

Inclinatio limitis menstrui. Definitio, *a.* 872. quomodo inveniatur, 876

Inclinatio planorum qualis, *f.* 97

Inclinatio radii reflexi. Definitio, *c.* 23

Inclinatio viæ penumbræ. Definitio, *a.* 1065. quomodo inveniatur, 1066

Incolæ planetarum num dentur, 527

Insulæ in Luna, 480

Intensitas luminis. Definitio, *o.* 81. quando non mutetur, 86. quomodo se habeat, 85

Intervallum planetæ. Definitio, *a.* 640. quomodo inveniatur, 685

Jovicolæ quantæ magnitudinis, 527

Iris oculi, *o.* 25

Jupiter. Definitio, 3. quale sit corpus, 505. 524. similitudo cum Tellure, 525. motus vertiginis, 496. figura ovalis in occultatione per lunam facta, 475. 476

Jupiter Jovialis, 501

L.

Lateris species in triangulo rectangulo sphærico quomodo determinetur, *f.* 133

Laterna

Laterna magica. Definitio, *d.* 464, constructio, 470. quomodo in microscopium convertatur, 476. 477
Latitudo. Definitio, *a.* 768
Latitudo Lunæ simplex. Definitio, *a.* 865
Latitudo Lunæ veræ. Definitio, *o.* 867. quomodo inveniatur, 880
Latitudo Lunæ visa. Definitio, 987. quomodo inveniatur, 988. quomodo computetur in momento synodi visæ, 1000. quomodo inveniatur initio & fine eclipsis solis, 1006
Latitudo menstrua. Definitio, 869. quomodo inveniatur, 878
Latitudo planetæ quomodo observetur, 559. quomodo inveniatur, 795. quomodo supputetur, 814
Latitudo stellæ. Definitio, 236. mensura, 237. 238. quomodo inveniatur, 243. 261. quomodo inveniatur ope globi, 312. an sit mutabilis, 251
Latitudo umbræ. Definitio, 1053
Latitudo umbræ apparens. Definitio, 1055. quomodo inveniatur, 1056
Leo, 160
Lens. Definitio, *d.* 15
Lentes causticæ. Vide vitra caustica.
Lentes causticæ ex glacie confectæ, 201
Lentes convexæ quomodo refringant lumen, 266. & seqq.
Lentes hyperbolicæ num sphæricis præstent, *d.* 325
Lentis convexæ effectus, *o.* 73. 75
Lentis objectivæ apertura in telescopio quomodo determinetur, *d.* 394. ejus necessitas, 395. 398
Lentium plano-convexarum theoria, 166. & seqq.
Lentium utrinque convexarum theoria, 184. & seqq.
Lentium concavarum theoria, 279. & seqq.
Libra, *a.* 160
Limites in orbita Lunæ, 872
Lineæ apparentia per quænam detur, *p.* 31
Linea absidum. Definitio, *a.* 636
Lineæ absidum positio quomodo determinetur, 674. 754. 743. quomodo in orbita elliptica planetarum superiorum inveniatur, 813
Linea brevissima quænam sit in superficie sphæræ, *s.* 53
Linea distantiæ. Definitio, *p.* 15. quænam sit, 16
Linea fiduciæ quænam dicatur, *a.* 107
Linea fundamentalis. Definitio, *p.* 11
Linea horizontalis in Perspectiva. Definitio, 17. qualis sit, 18
Linea incidens. Definitio, *c.* 14
Linea incidentia. Definitio, *d.* 4
Linea meridiana. Definitio, *a.* 81. situs, 82. quomodo inveniatur, 120. usus, 125. 128
Linea objectiva. Definitio, *p.* 27
Lineæ parallelæ quando convergentes appareant, *o.* 227. & seqq.
Linea recta quando instar puncti appareat, *o.* 722
Lineæ rectæ apparentia qualis, *p.* 28
Linea reflexionis. Definitio, *c.* 15
Linea refractionis. Definitio, *d.* 5
Linea terræ. Definitio, *p.* 11

Locæ

Loca optica. Definitio, *o.* 334. theoria, 335. & seqq.
Loci visio, 308 & seqq.
Loci dati distantia a centro penumbræ quomodo inveniatur, *a.* 1099
Locus ad eclipticam reductus. Definitio, 757. quomodo inveniatur,
Locus centricus planetæ, 755
Locus eccentricus in ecliptica. Definitio, 757
Locus eccentricus in orbita. Definitio, 755. quomodo supputetur, 756
Locus geocentricus. Definitio, 758
Locus heliocentricus. Definitio, 757. quomodo ex geocentrico inveniatur, 812
Locus imaginis in speculo ubinam sit, *c.* 41
Locus imaginis in speculo concavo, convexo, 151. 152. 154. & seqq. plano,
Locus Lunæ fictus. Definitio, *a.* 862
- - *prope verus*, ibid.
Locus verus, ibid. quomodo supputetur, 863
Locus medius solis quomodo inveniatur, 704
Locus opticus. Definitio, 364
Locus opticus apparens. Definitio, 365
Locus opticus verus. Definitio, ibid.
Locus physicus sideris. Definitio, *a.* 363
Locus Solis in ecliptica quomodo observetur, 203
Locus Solis verus quomodo supputetur, 720 & seqq.
Locus Terræ, ubi sol totus eclipsatus oritur vel occidit, quomodo determinetur, 1093
Locus Terræ, ad quem pervenit centrum penumbræ quomodo determinetur, 1094
Loca Terræ, quibus sol oritur & occidit, in principio ac fine eclipsis terrestris quomodo determinetur, 1092
Longitudines quænam visus comprehendere possit, *o.* 248. & sqq.
Longitudo Lunæ visa. Definitio, *a.* 989. quomodo inveniatur, 990. 997
Longitudo planetæ quomodo observetur, 559
Longitudo planetæ vera quomodo supputetur, 814
Longitudo stellæ. Definitio, *a.* 241. quomodo inveniatur 243. 263. quomodo inveniatur ope globi, 312. quomodo ad datum annum computetur, 259
Longitudo stellarum fixarum quomodo mutetur, 251. quando uno gradu augeatur, 258
Lucerna lumen valde intensum projiciens quomodo constituatur, *d.* 208
Lumen. Definitio, *o.* 4. 5. quomodo propagetur, 45. 46. num unum officiat propagationi alterius, 99 & seqq. quomodo intendatur per lentes convexas, *d.* 203. & seqq. quomodo per specula concava, *c.* 224. & seqq. quomodo debilitetur per specula convexa, 191. & seqq. 195. per concava, 228. 229. quomodo in colores mutetur, *o.* 183. & seqq. quomodo reflectatur a speculis planis, 55. convexis, 144. & seqq. concavis, 208. & seqq. cylindricis, 277. 278. cylindricis concavis, 294. & seqq. ellipticis, 310. 311. quomodo refringatur in superficiebus planis, *d.* 49. & seqq. in lentibus convexis, 166.

166. & seqq. utrinque convexis, 184. & seqq concavis, 279. & sqq. sphæris pellucidis, 178. & seqq. lentibus plano-convexis, 166. & seqq. superficiebus sphæricis, 87. & seqq.
Luminis a duobus luminosis propagati ratio, *o.* 104. & seqq.
Lumen propagatum per radios convergentes quomodo crescat, 89
Lumen propagatum per radios divergentes quomodo decrescat, 87 88
Lumen album quod sit mixtum, *o.* 186
Lumen coloratum solare immutabile, 201. & seqq.
Lumen diurnum unde, *a.* 407. 408
Lumen Lunæ undenam sit, 462
Lumen Solis quomodo reflectatur a speculis parabolicis, *c.* 306 & seqq. cur non intendatur per reflexionem a speculis planis, 66. quomodo refringatur in lentibus plano-convexis & convexo-convexis, *d.* 197. quomodo in colores mutetur, 271. 272. quomodo per lentem concavam debilitetur. 228
Lumen solis per foramen angulosum transiens quando figuram circuli assumat, 296. & seqq.
Luminis solaris per foramen radiantis figura qualis sit, *o* 290. & seqq.
Luminis solaris radii heterogenei quomodo a se invicem separentur, 200
Lumen zodiacale a quibusnam observatum, *a.* 436. 440. quid sit, 437. & seqq. 441. & seqq.
Luna quale sit corpus, *a.* 453. 469. 479. unde lumen habeat, 460. cur sit luminare magnum, 457. ex qua materia constet, 484. an semper æque distincte videatur, 473. an terræ semper eandem faciem obvertat, 1103. quod Telluri propior quam sol, 452. quando in umbram terræ incidat, 940
Lunæ ætas media quomodo inveniatur, 959. 966
Lunæ diameter apparens quomodo observetur, 548. quanta sit, 549
Lunæ distantia a terra quomodo inveniatur, 888. 889. quanta sit, 893
Lunæ eclipsatæ colores, 463. eorum causa, 464. causa diversitatis, 465. 466
Lunæ illuminatio quomodo fiat, 455. 456. ejus causa, 460. a Terra facta, 914
Lunæ magnitudo, 915
Lunæ montes, valles & maria, 479
Lunæ motus proprius quomodo innotuerit, 23. 24
Lunæ orientis & occidentis figura ovalis seu elliptica, 475. ejus causa, 476
Lunæ similitudo cum Tellure, 487
Lunatio. Definitio, *a.* 817
Lunæ Joviales, 501
Lumula. Definitio, *d.* 20
Lux. Definitio, *o.* 4. 5
Lux clarior quibusnam conducat ad videndum, 396
Lux debilior quibusnam conducat ad videndum, 395
Lux nimia quod visui officiat, 390

M.

Machina anamorphotica cylindrica, *c.* 293. conica, 302

Machina catoptrica, in qua objecti imago multiplicatur, 137. in qua una multiplicatur & deformatur, 118
Machina catoptrico-dioptrica. Definitio, *d.* 458
Machina hydromantica in qua imago spectatori pro arbitrio oculis subduci & adduci potest, *d.* 86
Machina politoria quomodo construatur, *c.* 48. *d.* 539
Maculæ lunæ quales observentur, *a.* 468
Maculæ lunæ novæ, 468. quales sint, 472
Macularum solis phænomena, 411. theoria, 412. & seqq. motus, 422. undenam prodeant, 416. quid sint, 417. quomodo observentur, 427
Maculæ veneris, 494
Magis myops quinam dicatur, *d.* 480. qualia ei conveniant perspicilla, 482
Magis presbyta quinam dicatur, 520. qualia ei conveniant perspicilla, 522. quomodo determinentur, 523
Magnitudo quando in vicinia minor appareat, quam in distantia remotiori, *o.* 254
Magnitudinis visio, 209. & seqq.
Magnitudo apparens. Definitio, 208
Magnitudinum apparentium theoria, 212 & seqq.
Manus sine corpore quando appareant in speculo plano, *c.* 113
Maria in Luna num dentur, *a.* 479
Mars. Definitio, 34. quale corpus, 524. similitudo cum Tellure, 525. phases, 491. motus vertiginis, 496. distantia a Terra, 899
Mediatio cœli. Definitio, *a.* 272. quomodo inveniatur, 273. quomodo ope globi inveniatur, 315
Medius motus solis quomodo inveniatur, 672
Mediorum motuum solis Tabulæ quomodo construantur, 673
Mediorum motuum planetarum superiorum Tabulæ quomodo construantur, 733
Mediorum motuum planetarum inferiorum Tabulæ quomodo construantur, 753
Mediorum motuum Lunæ Tabulæ quomodo construantur, 827
Meniscus. Definitio, *d.* 20. theoria, 295. & seqq quando æquipolleat lenti utrinque æqualiter convexæ, 301. 302. quando plano-convexæ, 304. 305. quando sphæræ, 306. 307. quando utrinque concavæ, 315. 316. quando plano concavæ, 317. 318. quænam sit lens caustica, 324
Menisci ellipticæ & hyperbolicæ num præstent sphæricis, 325
Menisci impropria quænam dicantur, 322
Menisci propriæ quænam dicantur, 322
Mensis anomalisticus. Definitio, *a.* 818. quantitas quomodo inveniatur, 832
Mensis draconticus. Definitio, 817. quantitas quomodo inveniatur, 831
Mensis periodicus. Definitio, 816. quantitas, 835. quomodo ea inveniatur, 825
Mensis synodicus. Definitio, 819. quantitas, 835. quomodo ea inveniatur, 825
Mercurius. Definitio, 36. phases, 491. 538. in sole observatus, 492. num circa axem gyretur, 498
Mercurii digressiones maximæ a sole quomodo observentur, *a.* 740.

Mercurius Jovialis, 507
Meridianus. Definitio, 72
Meridianorum differentia horaria quomodo inveniatur, 979
Meridianus universalis. Definitio, 1087. positio super disco Terræ quomodo inveniatur, 1089
Meridiei momentum quomodo observetur, 124
Micrometri constructio & usus, 544. & seqq.
Microscopium. Definitio, *d.* 402. quomodo optima parentur. 456
Microscopii aquei constructio, 436
Microscopium compositum. Definitio, 405. constructio, 439
Microscopii reflectentis constructio, 452. inventor, 453
Microscopium simplex. Definitio, 404. theoria, 407. & seqq. constructio, 421
Microscopia simplicia ex sphærulis constantia quomodo fiant, 431. theoria, 423. & seqq constructio, 434
Minus presbyta quinam dicatur, 520. qualia ei conveniant perspicilla, 522. quomodo determinentur, 523
Mobile quando quiescere videatur, *o.* 261. & seqq. 374. quando retrogradi, 368
Modulus pro speculis sphæricis concavis fundendis quomodo paretur, *c.* 199
Monoculus quando quis appareat in speculo plano, *c.* 113
Montes in Luna num dentur, *a.* 479
Montium lunarium altitudo quomodo inveniatur, 917. nomina, 918. umbræ, 483
Montes in Venere observati, 493
Motus visio, *o.* 354. & seqq.
Motus anomaliæ quid sit, *a.* 820
Motus Aphelii Tabulæ pro planetis superioribus quomodo construantur, 737. quomodo pro inferioribus, 746
Motus Apogæi lunaris diurnus, 835
Motus communis sive *diurnus*, 21
Motus horarius Lunæ & Solis verus quomodo inveniatur, 968
Motuum horariorum Lunæ & Solis verorum Tabulæ quomodo construantur, 969
Motus horarius in eclipsi terrestri. Definitio, 1068
Motus horarius Lunæ a Sole visus. Definitio, 994
Motus imaginis in speculo plano, *c.* 95. & seqq.
Motus latitudinis Lunæ diurnus, *a.* 836
Motuum latitudinis Tabulæ pro Luna quomodo construantur, 832
Motus Librationis. Definitio, 1104. causa, 1106
Motus Lunæ ab Apogæo diurnus, 836
Motus Lunæ a Sole quid sit, 820. quomodo inveniatur, 828
Motus Lunæ a Sole visus quomodo inveniatur, 998
Motus Lunæ in latitudinem quid sit, 820
Motus lunaris phænomena, 821. 822
Motus medius. Definitio, *a.* 643. quidnam ad eum determinandum requiratur, 644
Motuum mediorum Tabulæ quomodo construantur, 673. 827
Motus medius Lunæ diurnus, *a.* 835

Motuum Nodorum Tabulæ quomodo conſtruantur, 779
Motus Nodi Lunæ diurnus, 835
Motus periodicus in longitudinem quid ſit, *a.* 820
Motus planetarum phænomena obſervata, 562. & ſeqq. demonſtrata, 571. & ſeqq.
Motus primus. Definitio, *a.* 21
- - *primi mobilis*, 21
Motus proprius, ſive *ſecundus.* Definitio, 30
Motus proprius fixarum qualis ſit, 252. quantitas annua quomodo inveniatur, 255
Motus vertiginis Lunæ, 1107. Solis, 422. 423. planetarum, 496 & ſq.
Motus verus. Definitio, 645
Mundus num in Aſtronomia pro ſphæra cava haberi poſſit, cujus ſuperficiei ſtellæ affixæ, 18
Myops. Definitio, *o.* 384. quinam ſit, 401. 402. cur in luce minore legere poſſit quam presbyta, 408. cur legat ſcripturam minutam, 426. cur remota in ſpeculo convexo diſtinctius videat, quam directe, *c.* 193. qualia perſpicilla ei conveniant, *d.* 479. quomodo hæc determinentur, 483. 485. quomodo ſeligantur, 525

N.

Noctis longitudo quomodo inveniatur, *a.* 213. quomodo ope globi inveniatur, 321
Nodus. Definitio, 765
Nodus auſtralis, 765
- - *aſcendens*, ibid.
- - *borealis*, ibid.
Nodus deſcendens, ibid.
Nodi planetæ quomodo obſerventur, *a.* 777
Nodorum planetarum locus ad A. 1700. *a.* 780. motus quomodo inveniatur, 778
Nodus orbitæ Cometæ quomodo inveniatur, 1138
Nodi Lunæ quomodo moveantur, 830. eorum locus quomodo inveniatur, 829
Nonageſimus. Definitio, 210
Novilunium medium quomodo ſupputetur, 959. 967. ejus epocha quomodo inveniatur, 960
Novilunium verum quomodo ſupputetur, 970

O.

Objectum quodnam videatur, *o.* 47. ubi videatur, 58
Objectum oculo tectum quando videatur in ſpeculo plano, *c.* 132
ad *Objectum procul remotum* quando nunquam perveniatur, *o.* 370
Objectum totum quando viſu comprehendatur, 237. quando non, 238
Objectum valde minutum quando diſtinctius videatur, 425
Objectum verum per polyedrum viſum quomodo diſcernatur ab apparentibus, *d.* 274
Obliquitas eclipticæ quid & quanta ſit, *a.* 178
Obſervationes aſtronomicæ. Definitio, 5
- - - *communes*, 4
Occaſus ſiderum. Definitio, 19
Occaſus acronychus. Definitio, 279. quomodo inveniatur, 285

Occa-

Occasus cosmicus. Definitio, 278. quomodo inveniatur, 285. quomodo ope globi inveniatur, 319
Occasus heliacus. Definitio, *a.* 280. quomodo inveniatur, 293. quomodo ope globi inveniatur, 331.
Occasus solis quomodo computetur, 214 quomodo ope globi inveniatur, 320
Occasus stellæ fixæ quomodo inveniatur, 270. quomodo ope globi inveniatur, 322
Octilis, 931
Oculus. Definitio, *o* 16. 17. structura explicata, 78. quantum uno obtutu capiat spatium, 235. 236. quando ad objectum accedens & ab eodem recedens objectum idem semper videat sub eadem magnitudine, 232. 233
Oculi artificialis constructio, 79
Oculus valens quinam dicatur, 379. quinam sit, 404. 405. 406
Oppositio planetarum. Definitio, *a.* 536. 928. signum, 929
Oppositio planetarum superiorum & solis quomodo observetur, 727
Oppositio visibilis directa. Definitio, *o.* 267
- - - - *obliqua*, ibid.
Optica. Definitio, *o.* 1. significatus latior, 2
Orbita Cometarum qualis sint, *a.* 1164. 1165. 1166
Orbitæ planetarum ellipticæ quomodo primum detectæ, 681. earum axis minor quomodo inveniatur, 696. & seqq.
Orbita solis a circulari parum differt, 676
Orbitarum dimensiones in semidiametris terrestribus quomodo inveniantur, 907. quantæ sint, 908
Ortus siderum. Definitio, *a* 19
Ortus acronychus. Definitio, 279. quomodo inveniatur, 284
Ortus cosmicus. Definitio, 278. quomodo inveniatur, 283. quomodo ope globi inveniatur, 319
Ortus heliacus. Definitio, *a.* 280. quomodo inveniatur, 293. quomodo ope globi reperiatur, 331
Ortus solis quomodo computetur, 214. quomodo ope globi reperiatur, 318
Ortus stellæ fixæ quomodo inveniatur, 271. quomodo ope globi inveniatur, 322

P.

Parallaxis. Definitio, *a.* 367. theoria, 379. & seqq. quomodo altitudinem immutet, 368. quid proprie sit, 369. ubi nulla, 328. quomodo ascensionem & descensionem rectam & obliquam, declinationem, latitudinem & longitudinem mutet, 372
Parallaxis altitudinis quomodo inveniatur, 388. quomodo Cometæ, 1145. quomodo Lunæ, 887
Parallaxis ascensionis. Definitio, 375. quomodo inveniatur, 390
Parallaxis ascensionis rectæ fixarum. Definitio, 596. qualis sit, 598. 599
Parallaxis declinationis. Definitio, 374. quomodo inveniatur, 390
Parallaxis declinationis fixarum. Definitio, 596. qualis sit, 598. 599

Parallaxis descensionis. Definitio, 375. quomodo inveniatur, 390
Parallaxis latitudinis. Definitio, 377. quomodo inveniatur, 390. 391
Parallaxis latitudinis fixarum. Definitio, 596. qualis sit, 598. 599
Parallaxis longitudinis. Definitio, 376. quomodo inveniatur, 390. 391
Parallaxis longitudinis fixarum. Definitio, 596. qualis inveniatur, 598. 599
Parallaxis fixarum annua Definitio, *a.* 596. quinam eam observare tentaverint, 600. & seqq. quanta sit, 608
Parallaxis fixarum absoluta. Definitio, *a.* 596. an semper eadem, 597
Parallaxis horizontalis quomodo inveniatur, 387
Parallaxis horizontalis Lunæ quanta sit, 892
Parallaxium horizontalium Lunæ Tabulæ quomodo construantur, 891
Parallaxis horizontalis Solis quomodo inveniatur, 895
Parallaxis Lunæ a Sole. Definitio, 99. quanta sit, 992
Parallaxis Martis diurna quomodo observetur, 897 & seqq.
Parallaxis Orbis. Definitio, 763. 776. mensura, 764. quomodo supputetur, 792
Parallaxis Veneris diurna quomodo observetur, 897. & seqq.
Parietum scenographia, *p.* 71
Pars media quænam dicatur in Trigonometria sphærica, *s.* 92
Partes conjunctæ triangulorum sphæricorum quænam dicantur, 93
Partes laterales quænam dicantur in circulo sphærico, *s.* 135
Partes sejunctæ trianguli sphæricæ quænam dicantur, 95
Particula exsors. Definitio, *a.* 844. quomodo inveniatur, 850
Pavimentum lapidibus stratum quomodo projiciatur, *p.* 46
Penduli ad singula minuta secunda oscillantis longitudo quomodo in diversis Telluris locis se habeat, *a.* 567
Peninsulæ in Luna, 480
Pentagoni regularis projectio, *p.* 49
Penumbra. Definitio, *a.* 1039. quantum spatium in Terra occupet quomodo determinetur, 1058 via ejus quomodo in globo terrestri vel mappa geographia delineetur, 1095
Perigæum. Definitio, 635
Perihelium. Definitio, 635. quomodo locus ejus observetur, 674
Perihelii Telluris locus quomodo inveniatur, 810
Periodi planetarum circa solem quantæ in singulis, 732. 752. 8[illegible]0
Perpendicularia quando in speculo convexo videantur eversa, *c.* 182
Perspectiva Definitio, *p.* 1
Perspicilla. Definitio, *d.* 478. qualia myopibus conveniant, 479. 482. qualia presbytis, 519. quomodo seligantur, 525
Phases Lunæ quomodo se habeant, *a.* 455
Pilarum scenographia, *p.* 71
Pisces, *a.* 160

Planetæ

Planetæ. Definitio, 31. quomodo dignoſcantur, 37. ſigna, 38. quomodo moveantur circa ſolem, 633. 634. quomodo ſecunda inæqualitate exuantur, 812. quomodo locus eorum in globo dato tempore exhibeatur, 314. quinam ſoli opponantur, 537
Planetarum diſtantiæ a Sole quomodo reperiantur, 796. quantæ ſint, 797. 904
Planetarum diſtantiæ a Terra quomodo inveniantur, *a.* 903. quantæ ſint, 904. & ſeqq. num varient, 550. & ſeqq.
Planetarum motus proprius quomodo innotuerit, 28. 29
Planetarum occultationes, 541
Planetarum orbitæ quomodo ſe habeant reſpectu Terræ, 590
Planetarum ratio ad Terram quoad ſuperficiem & ſoliditatem, 921. 922
Planetarum ſemidiametri veræ quomodo inveniantur, 919 quantæ ſint, 920
Planeta directus quando dicatur, 534.
- - *retrogradus*, 534
- - *ſtationarius*, 534
Planetæ inferiores quinam dicantur, 489. eorum revolutio circa ſolem quomodo inveniatur, 731
Planetæ primarii. Definitio, 529. quinam ſint, 631
Planetæ ſecundarii. Definitio, 529. quinam ſint, 631
Planetæ ſuperiores. Definitio, 489. revolutio circa ſolem quomodo inveniatur, 729
Plantæ num dentur in Luna, 488
Planum quomodo refringat lumen, *d.* 49. & ſeqq.
Planum geometricum. Definitio, *p.* 8
- - *horizontale*, 9
- - *horopteris*, 343
- - *objectivum*, 27
- - *perſpectivum*, 7
- - *refractionis*, *d.* 8
- - *verticale*, *p.* 10
Plenilunium medium quomodo ſupputetur, *a.* 959. 967
Pleniluniorum mediorum epocha quomodo inveniatur, 961
Plenilunium verum quomodo ſupputetur, 970
Pelemoſcopium. Definitio, *d.* 460. conſtructio, 468
Poli circuli in ſphæra. Definitio, *ſ.* 12
Poli eclipticæ diſtantia a polo mundi, *a.* 178
Poli Meridiani ubinam ſint, 87. qualia ſint puncta, 88
Poli Mundi. Definitio, 46. num ſint mutabiles 132. num in eadem revolutione mutentur, 114
Poli ſphæræ. Definitio, *ſ.* 11
Polyedrum quidnam dicatur in Dioptrica, *d.* 262. ejus theoria, 263. & ſeqq. uſus in camera obſcura, 276
Polyoptrum. Definitio, 466. conſtructio, 470
Presbyta. Definitio, *o.* 381. quinam ſit, 398. 399
Prismatis ſcenographia, *p.* 56
- - ſcenographice delineati umbra, 85
Priſmatis cavi ſcenographia, 70
Priſmatis in aëre penduli umbra, 92

Priſma-

Prismatis quinquangularis cavi geographia, 59
Profunditas. Definitio, *a.* 74. mensura, 94
Profunditas apparens, 73
- - - *vera*, 73
Profunditatis poli mensura, 96
Profunditas solis quomodo observetur, 287. quomodo sub finem crepusculi vespertini & initium matutini inveniatur, 397
Proportionalium quantitatum symptoma quoddam, *f.* 145
Projectio. Definitio, *p.* 22
Projectio lineæ, plani, solidi, ibid.
Projectio monstrosa. Vide Anamorphosis.
Promontoria Lunæ, *a.* 481
Prosthaphæresis. Definitio, 652
Puncta accidentalia quænam in Perspectiva dicantur, *p.* 80
Puncta æquinoctialia. Definitio, *a.* 158. ubinam sint, 177
Puncta solstitialia. Definitio, 159. ubinam sint, 177. quomodo sibi invicem opponantur, 169 170 quanto intervallo distent ab æquatore, 176
Punctum æstivum. Definitio, 159
- - *autumnale*, 158
- - *brumale*, sive *hibernum*, 159
Punctum concursus. Definitio, *d.* 22. in superficiebus planis, 73. & seqq. quomodo in his determinetur, 76. in superficie cava, 112 & seqq. quomodo in hac determinetur, 113. quomodo in superficie sphærica cava, 145. quomodo in convexa, 122. 155
Punctum dispersus. Definitio, 23. in superficiebus planis, 56. & seqq. in vitris planis, 57. & seqq. in superficie concava, 104. & seqq. in superficie sphærica concava, 139. in superficie sphærica convexa, 96. & sq. 121. 128. 133
Punctum distantiæ. Definitio, *p.* 19
Punctum eclipticæ, cum quo stella culminat, quomodo determinetur, *a* 232. quomodo inveniatur, cum quo oritur, 282
Punctum incidentiæ. Definitio, *c.* 13. *d.* 7
Punctum objectivum. Definitio, *p.* 27. apparentia quomodo exhibeatur, 33
Punctum oculi, sive *visus.* Definitio, 13. ubinam sit. 14
Punctum oriens eclipticæ quomodo computetur, *a.* 218
Punctum principale, *p* 13
- - *radians.* Definitio, *o.* 8
- - *reflexionis*, *c.* 13
- - *refractionis*, *d.* 7
- - *suboculare*, *c.* 283
- - *verticale.* *a.* 58. 59. 60
- - *vernale*, 158
Pupilla. Definitio, *o.* 26. magnitudo variabilis, 55. & seqq. qualis in oculo valente, 394
Pyramis optica. Definitio, *p.* 4
Pyramidis basi insistentis scenographia, 62
Pyramidis scenographice delineatæ umbræ, 88. 90
Pyramidis truncatæ scenographia, 65. 67

Q.

Quadrantis astronomici constructio, *a.* 106

Quadra-

Quadrati apparentiæ quomodo inveniatur, *p* 40 42. 44
Quadratum quando inſtar trapezii appareat, *o.* 283
Quadratum geometricum quale ſit inſtrumentum & quomodo conſtruatur, 172. uſus, 174. & ſeqq.
Quadratus quinam adſpectus dicatur, 928. ejus ſignum, 929
Quies mobilis apparens, 361. & ſq. 374
Quieſcens quando moveri videatur, 366. 374. quando in plagam contrariam moveri videatur, 369. 376. & ſeqq.
Quincunx quinam adſpectus dicatur *a.* 931

R.

Radices motus Solis medii & Apogæi quomodo conſtituantur, *a.* 718
Radicum mediorum motuum & Aphelii pro planetis ſuperioribus Tabulæ quomodo conſtruantur, 736
Radicum nodorum Tabulæ quomodo conſtruantur, 779
Radiare quando viſibile dicatur, *o.* 13. quænam corpora radient, 14. quomodo radient, 59. 60
Radiaturæ locus. Definitio, 15
Radii colorati, rubeus, flavus &c Definitio, 177. num mutentur per reflexionem, 187
Radii divergentes quando haberi poſſint pro parallelis, 93. 94 quando in pupillam fere paralleli incidant, 95
Radii obliqui in ſuperficie cava, *d.* 139. & ſq. in convexa refractio, 121. & ſq.
Radii optici. Definitio, *p.* 5
Radii paralleli quomodo in plana ſuperficiei refringantur, *d.* 49. quomodo in cava, 104. quomodo in convexa, 87. & ſeqq.
Radiorum divergentia, *o.* 49
Radius luminis. Definitio, *o.* 6
Radius directus, 7
- - *incidens*, *c.* 14 *d.* 4
Radius obliquus quomodo refringatur, *d.* 56. & ſeqq.
Radius perpendicularis cur intenſior obliquo, *o.* 84
Radius reflexus. Definitio, *c.* 15
- - *refractus*, *d.* 5
Rectangulum quando inſtar trapezii appareat, *o.* 283
Reductio ad eclipticam. Definitio, *a.* 770. quomodo inveniatur, 786
Reductionum Tabulæ quomodo conſtruantur, 787
Reflexibilitas radiorum. Definitio, *o.* 181
- - - *major*, 182
- - - *minor*, ibid.
Reflexibilitas radiorum diverſa evicta, 195. & ſeqq.
Reflexionis lex, *c.* 24. & ſeqq.
Reflexio luminis. Definitio, 38. evicta, 50. 53. 54. quid dicatur in theoria Lunæ, *a.* 857
Refrangibilitas radiorum. Definitio, *o.* 179 *major*, 180. *minor*, ibid.
Refrangibilitas radiorum diverſa evicta, 190. & ſeqq.
Refractio Definitio, *o.* 39. evicta, 54. in vitro qua a lege fiat, *d.* 25. 26. in aqua, 28 in ſpiritu vini & aëre, ibid.
Refractionis lex prope vera, *d.* 33. 34. 39. vera, 25. & ſeqq. 42

Refractionis lex quomodo per experimenta detegatur, 24. quomodo a priori analytice, 36
Refractionum tabula, *a.* 349
Refractio luminis in atmosphæra, *a.* 334. quod augeat altitudinem Solis & stellarum, 335. quomodo mutet ascensionem rectam, obliquam, declinationem, 352. longitudinem item & latitudinem, 353. num sit in dato loco constans, 341. ubi maxima, 344. quomodo decrescat versus zenith, 344. an eadem in sole & stellis, 345. quomodo observetur, 347
Refractio altitudinis. Definitio, 355
Refractio ascensionis & descensionis. Definitio, *a.* 356. quomodo inveniatur, 360
Refractio declinationis. Definitio, 356. quomodo inveniatur, 360
Refractio latitudinis. Definitio, 359. quomodo inveniatur, 361
Refractio longitudinis. Definitio, 358. quomodo inveniatur, 361
Regula catholica Trigonometriæ sphæricæ, *f.* 112
Regula sinuum catholica in Trigonometria, 101. 102
Regula tangentium catholica in Trigonometria, 109. 110
Remotiora quando appareant sublimiora, *o.* 318. 319. 323. quando depressiora, 321. 322. 325. quomodo appareant ad dextram vel sinistram sita, 330. 331
Remotius quando tardius moveri videatur, 354. quando eadem celeritate, 355
Remotorum visio qualis sit, 314
Repræsentatio. Definitio. *p.* 22
Rerum super pavimento elevatarum scenographia, 76
Retina, *o.* 30
Retrogradatio mobilis apparens, *o.* 368
Retrogradatio planetæ. Definitio, *a.* 533. explicata, 587. 588. 591. 592
Revelatio planetarum circa solem quomodo determinetur, 729. 751. 782

S.

Satellites planetæ. Definitio, *a.* 489. distantiæ veræ a suis primariis quomodo inveniantur, 923
Satellites Jovis a quonam fuerint detecti, 500. qualia sint corpora, 504. quales sint planetæ, 530
Satellitum Jovis figura, 509. maculæ, 510. atmosphæra alterabilis, 511. tempora periodica quomodo inveniantur, 882. eclipses, 502. 505. distantiæ a jove, 924
Satellites Jovis spurii, *a.* 519. qualia sint corpora, 522
Satellites Saturni, 519. quomodo observati, ibid. quales sint planetæ, 530
Satellitum Saturni distantiæ a Saturno, 884. 925. eclipsis, 520. 521. tempora periodica quomodo inveniantur, 882
Saturnus. Definitio, 32. quale corpus 423. 524. num circa axem gyretur, 498
Saturni facies qualis observetur, 513. 514. similitudo cum Tellure, 525. a Luna occultandi figura ovalis, 475. hujus causa, 476
Saturnus Jovialis, 501

Scena-

Scenographia. Definitio, *p.* 26. quomodo fiat, 55. & seqq.
Scenographia mechanica, 87
Sclerotica tunica. Definitio, *o.* 21. cur sit tenax, 22
Scorpius, *a.* 160
Scrupula defectus. Definitio, 949. quomodo inveniantur pro Luna, 951. quomodo pro Sole, 1001
Scrupula dimidiæ duraticnis. Definitio, 952. quomodo inveniantur in eclipsi lunari, 956. quomodo in solari, 1003
Scrupula dimidiæ moræ. Definitio, 953. quomodo inveniantur, 957
Scrupula emersionis Definitio, 955. quomodo inveniantur, 958
Scrupula incidentiæ, sive *casus.* Definitio, 954. quomodo inveniantur, 958
Scrupula menstrua longitudinis. Definitio, 842. quomodo inveniantur, 848
Scrupula latitudinis. Definitio, *a.* 871
Sectio quid dicatur in Perspectiva, *p.* 6
Sectio obliqua coni scaleni quando circulus, *s.* 151
Sectio obliqua cylindri qualis sit, *e.* 276
Sectoris circuli ad aream circuli ratio, *a* 683
Semidiametri apparentes Lunæ & Solis quomodo ad datum tempus inveniantur, 972
Semidiametrorum apparentium Lunæ & Solis Tabulæ quomodo construantur, 973
Semidiameter apparens penumbræ. Definitio, 1055. quomodo inveniatur, 1056
Semidiameter apparens Terræ in Luna vel planeta quanta sit, 1015. quod in sole insensibilis, 1118
Semidiameter penumbræ. Definitio, 1050
Semidiameter solis quomodo in camera obscura inveniatur, *o* 306
Semidiameter umbræ lunaris apparens, *a.* 1029. quomodo inveniatur, 1030
Semisextus quinam adspectus dicatur, 931
Sesquadrus quinam sit adspectus, 931
Sextilis. Definitio, 928. signum, 929
Sidera Medicæa, 501
Sidera Urbanoctaviana, 519
Signum cœleste. Definitio, 160
Signorum cœlestium nomina, ibid.
Signa æstiva quænam sint, 161
- - *australia*, sive *meridionalia*, 162
- - *autumnalia*, 161
- - *borealia*, seu *septentrionalia*, 162
- - *brumalia*, 161
- - *vernalia*, ibid.
Sinus & arcus differentia quomodo inveniatur, *a.* 695
Sinus summæ duorum arcuum quadrante minorum ratio ad sinum differentiæ eorundem, *s.* 143
Sinus totius ratio ad tangentem & cotangentem, 104
Sinuum versorum ratio, *a* 659. 660
Sinus num in speculo convexo sub aquis videatur in diebus canicularibus, *c.* 177
Situs visibilis quando erectus, *o.* 346. quando inversus, 347
Solidi cujuscunque scenographia, *p.* 56

Soliditatum Planetarum ratio ad soliditatem solis quomodo inveniatur, *a.* 910. qualis sit, 911
Sol qualis sit substantia, 431. num ignis purus, 434. an mutationibus obnoxius, 421. cur sit luminare magnum, 409. quomodo in verticali primario observetur, 127. in quonam semicirculo ecliptica diutius commoretur, 655. 656
Sol quid dicatur in oculo *o* 25
Solis in quatuor ecliptica quadrantibus mora, *a.* 668. ad terram ratio quoad soliditatem & superficiem, 916
Solis diameter apparens quomodo observetur, 547. 548. qualis observetur, 549
Solis distantia a Terra quomodo inveniatur, 894. quanta sit, 896
Solis figura qualis sit, 425. 435
Solis locus in ecliptica quomodo observetur, 203
Solis motus proprius quomodo innotuerit, 26. 27 quomodo observetur, 155 156
Solis orientis & occidentis figura ovalis seu *elliptica*, 475. ejus causa, 476
Solstitium. Definitio, *a.* 159. quomodo observetur, 657. 666
Solstitium æstivum, 159
- - *brumale*, ibid.
Spatia amplitudinem visus in diversis distantiis definientia quomodo se habeant, *o.* 243. 244
Specillum. Definitio, *d.* 15
Specularia. Definitio, *c.* 1
Speculum. Definitio, 3. theoria analytice investigata, 312. & seqq.
Speculum planum. Definitio, 5. phænomena, 51. & seqq. cur lumen Solis non intendat, 66. quantum esse debeat, ut te integrum in eo contueari, 77. 80. item objectum quodcunque aliud, 78. 84. quomodo poliatur, 43. & seqq. quomodo conficiatur, 49
Speculum cavum. Definitio, 7. proprietates & symptomata, 208. & seqq. quomodo ex metallo paretur, 201. & seqq. quomodo vitreum terminetur, 207
Speculum chalybeum quodnam dicatur, 205
Speculum conicum. Definitio, 10. quomodo fiat, 142. 262. usus in anamorphosibus, 301
Speculum convexum. Definitio, 6. phænomena, 144. & seqq. usus in arte pictoria, 176. quomodo fiat, 140
Speculum cylindricum. Definitio, *c.* 9.
Speculum cylindricum convexum. Definitio, 9. theoria, 266. & seqq. 277. 278. quomodo fiat, 262
Speculum cylindricum concavum. Definitio, 9 theoria, 294. & seqq.
Speculum ellipticum. Definitio, 12. cur difficillime paretur, 263. quomodo lumen in foco uno positum reflectat, 310. 311
Speculum hyperbolicum. Definitio, *c.* 11 cur difficillime paretur, 142
Speculum metallicum quomodo fiat, 201 quomodo poliatur, 204
Speculum parabolicum. Definitio, 11. quomodo lumen Solis reflectat, 306. cur sit ustoriorum præstantissimum, 307. cur difficillime paretur, 263
Specula prismatica vitrea quomodo fiant, 142

Specula pyramidalia quomodo fiant, 142. 262. usus in anamorphosibus, 304. & seqq.
Speculum sphæricum. Definitio, 8
Speculæ ustoria quænam sint, 214. theoria, 209. & seqq. 215, & seqq. phænomena, 221. inter alia celebria, 220. 221. Tschirnhusiana, 221. quomodo ex ligno, gypso, charta, stramine & auro strepero parentur, 219
Sphæra. Definitio, *s.* 6. proprietates & symptomata, 13. & seqq. quando instar circuli appareat, *o.* 277
Sphæræ illuminatio quomodo se habeat, *o.* 111. & seqq pars illuminata quomodo inveniatur, 115. & seqq.
Sphæræ pars quanta videatur, 246. 247
Sphæræ pars hemisphærio major quando ab oculo videri possit, 428. quando minor, 429
Sphærarum theoria refractionis, *d.* 178. & seqq
Sphæra activitatis luminis quomodo augeatur, *o.* 108. 109.
Sphæra armillaris, *a.* 189
Sphæra mundana num motu æquabili moveatur, 135. 136
Sphærica Definitio, *s.* 1
Statio planetæ. Definitio, *a* 532. explicata, 587. 588
Stellæ erraticæ. Definitio, 31
Stellæ fixæ. Definitio, 25. quomodo interdiu observentur, 230. beneficio globi cognoscantur, 317
Stellarum distantiæ quomodo observentur, 225. distantia a Terra æqualis quod appareat, 8 distantia a vertice num ob mutuum annuum Telluris mutetur, 594. num hæc variatio cum parallaxi annua conveniat, 600. revolutio diurna num constantis magnitudinis, 110, mora supra & infra horizontem quomodo computetur, 268. quomodo ope globi inveniatur, 322
Stellæ novæ quænam sint, 1127. 1128
Subocularis quænam linea dicatur, *c.* 283
Superficies quando instar lineæ appareat, *o.* 273
Superficies Lunæ quomodo se habeat ad superficiem Terræ, *a.* 913
Superficies Planetæ quomodo se habeat ad superficiem solis, 911. quomodo ratio hæc inveniatur, 910
Superficies refringens. Definitio, *d.* 6
Synodus. Definitio, *a.* 535
Systema Copernicanum quodnam dicatur, 632
Systema planetarium. Definitio, 528. explicatum, 630
Systema terræ motæ an scripturæ adversum, 626. 627
Systema terræ quiescentis num in Astronomia & Physica usui sit, 621
Systema Tychonicum quodnam dicatur, 632

T.

Tabula quid dicatur in perspectiva, *p.* 6
Tabularum Astronomicarum nova forma, *a.* 723
Tabulæ latitudinariæ quænam dicantur, 791
Tangentium ratio, 794
Taurus, 160
Telescopium. Definitio, *d.* 326. inventor, 327. quomodo in microscopium convertatur, *d.* 454. 455. quomodo longius

longius a tubi molimine liberetur, 383. quantum augeat objecta, quomodo obſervetur, 399
Teleſcopium aſtronomicum vide tubus aſtronomicus.
Teleſcopium terreſtre vide tubus terreſtris.
Teleſcopium catadioptricum in uſum obſervationum cœleſtium quomodo conſtruatur, *d.* 385
Tempus, quo arcus æquatoris per Meridianum tranſit, quomodo computetur, *a.* 211. quo ſtella culminat, quomodo inveniatur, 294. nocturnum quomodo obſervetur, 295. 296. quomodo computetur, 299. 298
Tempus æquale quam habeat menſuram, 710
Tempus apparens, ſive *verum*. Definitio, 713. quomodo in medium convertatur, 715
Tempus incidentiæ & repletionis in Eclipſi Solis quomodo determinetur, 1004
Tempus medium. Definitio, 712. quomodo in apparens convertatur, 715
Tempus obſcurationis maximæ in eclipſi terreſtri quomodo inveniatur, 1084
Temporum periodicorum Planetarum circa ſolem ratio, *a.* 779. Satellitum Jovis & ſaturni circa ſuum primarium, 885
Tenebræ. Definitio, *o.* 122
Terra num moveatur motu vertiginis & motu annuo circa Solem, *a.* 622. quando in umbram Lunæ incurrere nequeat, 1026. quando incurrat, 1027
Terræ hemiſphærium quomodo in Luna appareat, 1014
Terræ motæ ſyſtema qualia admittat phænomena, 585. & ſeqq.
Terræ motus a quibusnam fuerit defenſus, 625. num S. S. adverſus, 626. num a membro Eccleſiæ Romanæ ſalva conſcientia admitti poſſit, 628
Terræ obſcuratio quando maxima, 1071
Terræ quieſcentis ſyſtema qualia admittat phænomena, 611. & ſeqq.
Teſſelatæ imagines quomodo conſtruantur, quæ in partes diſſectæ oculo integræ appareant, *o.* 312
Tetraëdri ſuper angulo ſolido conſtituti ſcenographia, *p.* 68. ſcenographice delineati umbra, 89
Tetragonus qualis ſit adſpectus, *a.* 928. ſignum, 929
Theatrorum figura optima, *o.* 230. 231
Theoria planetarum, *a.* 633. & ſeqq.
Tranſitus Cometæ per eclipticam quomodo inveniatur, 1140. item per æquatorem, 1141
Tremor circa limbum Lunæ in eclipſi ſolis totali obſervatus, *a.* 454
Trianguli apparentia quomodo inveniatur, *p.* 38
Triangulum æquatorium quodnam a *Keplero* in theoria Planetarum ecliptica dicatur, *a.* 688
Triangulum opticum. Definitio, *p.* 4
Triangulum ſphæricum. Definitio, *ſ.* 3. proprietates, 55 & ſeqq.
Triangulorum rectangulorum proprietates, *ſ.* 49

Triangulum ſphæricum. Definitio, 3. proprietates 136. & ſeqq. 144. 146. 148. & ſeqq. 354. & ſeqq.
Trianguli ſphærici æquicruri proprietas, 147
Triangulorum ſphæricorum obliquangulorum proprietates, 154. & ſeqq. reſolutio, 158. & ſeqq.
Triangulorum ſphæricorum rectangulorum proprietates. 98. & ſeqq. 165. & ſeqq. reſolutio, 114 & ſqq. 134
Tridecilis quinam ſit adſpectus, *a.* 931
Trigonometria catholica, *ſ.* 103. 111
Trigonometria ſphærica. Definitio, 2
Trigonus, ſive *Trinus.* Definitio, 928. ſignum, 929
Trioctilis, quinam adſpectus dicatur, 931
Tritura vitrorum quomodo fiat, *d.* 533. 535
Tropici. Definitio, *a.* 181. diſtantia quanta, 182
Tropicus cancri. Definitio, 181
- - *capricorni*, 181
Tubus. Definitio, *d.* 326
Tubus aſtronomicus. Definitio, 333. conſtructio, 358. proprietates, 359. & ſeqq. quomodo conſtruatur, 376. quomodo in terreſtrem convertatur, 388
Tubus ductitius in uſum teleſcopii quomodo conſtruatur, *d.* 337
Tubus Galilæanus. Definitio, 331. conſtructio, 340. proprietates, 341. & ſq.
Tubus Hollandicus vide Galilæanus.
Tubi Newtoniani conſtructio, 376
Tubus terreſtris. Definitio, 334. conſtructio, 387
Tunica Ruyſchiana num in oculo detur, *o.* 32

V.

Valles in Luna num dentur, *a.* 479
Variatio in motu Lunæ quid dicatur, 857. quomodo inveniatur, 860
Variatio maxima quanta ſit, 859. quomodo inveniatur, 858
Vas hydromanticum. Definitio, *d.* 462. conſtructio, 470
Venus. Definitio. *a.* 35. quale corpus 524. num terræ ſimilis, 525
Veneris digreſſiones maximæ a ſole quomodo obſerventur, *a.* 740
Veneris diſtantia a Terra, 901
- - *maculæ*, 494
- - *motus vertiginis*, 496. 497
Veneris phaſes, quomodo appareant, 491. 538. quales ſint in conjunctione, 491
Venus Jovialis, 501
Vertex coni umbroſi, 1041
Verticalis primarius. Definitio, 72
Via Cometæ quomodo in globo deſignetur, 1142
Via Lunæ a Sole, 1062
Via penumbræ. Definitio, 1061. qualis ſit, 1064
Via umbræ quænam ſit, 1062
Vicina cur diſtinctius videantur remotis, *o.* 72. cur majora appareant remotioribus, 211
Vicinius quando celerius moveri videatur, 358. quomodo ad alia remotiora relatum appareat, 333
Virgo, *a.* 160
Viſibile quomodo in oculo delineetur, *o.* 76. quando non videatur, 71. quando

quando clarius, 390. cur non prorsus distinctæ, 72. quando moveri, 68. augeri, 371. minui 372, propius accessisse videatur, 373. quando majus, quando minus appareat, 66. quomodo per lentem convexam, *d.* 248. 252. & seqq. quotuplex videatur per polyhedrum, 266. 268. quomodo radiet, *o.* 59. 60. cur duobus oculis unicum videatur, 345. quando geminatum, 350. & seqq. quomodo appareat per lentem concavam, *d.* 193. oblique oppositum quantum appareat *o.* 268. & seqq.
Visibilia quando æqualia appareant, *o.* 67
Visibilis locus ubinam sit, 344. & seqq.
Visibilium in camera obscura repræsentatio, *o.* 110. & seqq. *d.* 236. & seqq. per lentes convexas visorum theoria, 239 & seqb.
Visio quando eadem *o.* 43 44
Visionis principium, 70
Visio magnitudinis quo fundamento nitatur, 66 67
Visionis motus principium, 68
Visio confusa. Definitio, *o* 41
- - *distincta*, 40. *directa*, 3.
- - *reflexa*, *c.* 2. *refracta*, *d.* 3
Vitra caustica quænam sint, *d.* 198. & seqq. phænomena, 199
Vitra quomodo ad poliendum apta seligantur, 532. ad trituram aptentur, 533. poliantur, 527. & seqq
Vitrum quid dicatur in Perspectiva, *p.* 7
Vitrum concavum quomodo poliatur, *d.* 540
Vitrum utrinque concavum seu *concavo concavum.* Definitio, 19
Vitrum utrinque æqualiter concavum. ibid.
- - - *inæqualiter concavum.* ibid.
Vitrum convexum quomodo atteratur & ad poliendum disponatur, 535. poliatur, 539
Vitrum convexo-convexum, sive *utrinque convexum.* Definitio, 17
Vitrum utrinque æqualiter convexum, ibid.
- - - *inæqualiter convexum*, ibid.
Vitrum objectivum. Definitio, *d.* 328.
- - *oculare*, 329
Vitra plana quomodo poliantur, 541
Vitrum plano-concavum. Definitio, 18
- - *plano-convexum*, 16
Vitrum polyhedrum quomodo poliatur, 543
Umbra. Definitio, *o.* 122. theoria, 123. & seqq. quomodo multiplicetur, 130. quando crescat & decrescat, 157
Umbræ apparentia, sive projectio, *p.* 83. & seqq 94. & seqq.
Umbræ a sphæra projectæ longitudo, quomodo inveniatur, *o.* 143
Umbræ intensitas, 131. & seqq. figura, 134 & seqq.
Umbræ longitudo quomodo in plano horizontali inveniatur, 146. quando altitudini corporis æqualis, 148
Umbræ lumini per fenestram projecto convenientis projectio, *p.* 102
Umbra mera quid dicatur, *o* 122
Umbræ montium lunarium, *a.* 483
Umbrarum perpendicularium opacarum longitudines quam habeant proportionem, *o.* 156
Umbra recta. Definitio, 159. theoria, 163. & seqq. adversam ratio, 165. 170. usus, 171

Umbra

Umbra satellitum Jovis observata, *a.* 506. 507. figura ejus, 508
Umbra versa. Definitio, 161. theoria, 166. & seqq. usus, 171
Umbra Lunæ. Definitio, *a.* 1029 quo dirigatur, 485. num terram totam tegere possit, 1035. quantam terræ partem tegat quomodo inveniatur, 1036
Umbræ lunaris diameter vera quomodo inveniatur, 1034. via in globo terrestri, vel mappa geographica quomodo delineetur, 1095
Umbræ terrestris semidiameter apparens in loco transitus Lunæ quomodo inveniatur, 941
Volantem quando nos conspiciamus in speculo plano, 74
Uvea tunica. Definitio, *o.* 24

Z.

Zenith. Definitio, *a.* 58
Zodiacus. Definitio, 188
Zodiacus Cometarum, 1157

FINIS INDICIS SEXTI.

VII.

INDEX RERVM ET VERBORVM TOMO IV.

CONTENTORVM.

Notes velim, literam *g.* Geographiam & Hydrographiam, *c.* Chronologiam, *f.* Gnomonicam, sive Sciatericam, *p.* Pyrotechniam, *m.* Architecturam militarem. *a.* Architecturam civilem & numeros §. §. designare, ubi vero nulla numeris adscribitur litera, eos referri ad proxime antecedentem.

A.

Ab, *c.* 112. 121. 123
Abacus, *a.* 104
Abend, *g.* 215
Aben meh, *c.* 113
Abib, 121
Accessus. Definitio, *m.* 239. quomodo paretur, 244
Acroteria, Definitio, 275. situs, 276. dimensiones, 277. & seqq. quomodo construenda, 282. & seqq.
Acus magnetica. Definitio, *g.* 291. quomodo paretur, 297
Adar, *c.* 112. 121. 123
Adar meh, *c.* 113
Adar prior. 121

Adar posterior, 121
Ædes in antis. Definitio, *a.* 236. quales sint, 239
Ædificia quomodo extruenda, *a.* 4
Ædificii area quam habere debeat figuram, *a.* 421. & seqq.
Ædificii dimensiones quomodo reperiantur, 428. & seqq.
Ædificii firmitas. Definitio, *a.* 6
Ædificium quale esse debeat, 18. & seqq.
Æquator. Definitio, *g.* 13. proprietates, 14
Æra. Definitio, *c.* 81
Æra Actiaca. 268
- - *Hegira*, 227
- - *Hispanica*, 265
- - *Judaica*, 212
- - *Martyrum*, 225
- - *Persica*, 225
- - *Yezdegerdica*, 255
Æstas. Definitio, *g.* 76. ubinam bis sit 200. quando sub æquatore, 101. quando in zona temperata & frigida, 112. cur in zona torrida non ubivis eodem tempore, 105
Æstatis initium & finis. Definitio, 76. in zona torrida quomodo inveniatur, 106
Die äussere Böschung, *m.* 52
Die äussere Polygon, *m.* 52
Affirer meh, *c.* 113
Africus quinam dicatur ventus, *g.* 215. 216
Aiyar, *c.* 112
Ala. Definitio, *m.* 32. num concava fieri debeat, 74. quænam melior, 68. & seqq.
Alarum multiplicatio, 75
Alarum retractio, 69. & seqq.
Ala secundaria. Definitio, 43
Alsanus quinam ventus, *g.* 215. 216
Altitudo objecti ad distantiam datam conspiciendi quomodo inveniatur, 50
Altitudo Solis quomodo ope globi inveniatur, 235
Ambitus Telluris quomodo inveniatur, *g.* 35. 40. quantus sit, 42
Ambulacrum valli. Definitio, *m.* 25. latitudo, 26
Amphiprostylos. Definitio, *a.* 236. qualis sit ædes. 241
Amphiscii. Definitio, *g.* 152. ubinam dentur, 153
Amplitudo occidua Solis quomodo ope globi inveniatur, 235
Amplitudo ortiva Solis quomodo ope globi inveniatur, 235
Analemma. Definitio, *f.* 132
Analemma signiferum. Definitio, 132 constructio, 133
Angulus centri. Definitio, *m.* 51
Angulus defendens exterior, 50
interior, 49
Anguli horarii, quomodo inveniantur, in horologio horizontali, *f.* 50. in meridionali, 58
Angulus humeri Definitio, *m.* 46
- - *imminutus*, 47
Angulus loxodromiæ, loxodromicus. Definitio, *g.* 318. quomodo inveniatur, 322
Angulus polygoni. Definitio, *m.* 44
Angulus propugnaculi. Definitio, 30. 45. magnitudo, 79
Annuli solaris universalis constructio, *f.* 165

Annuli

Annuli solaris particularis constructio, 167
Annus. Definitio, *c.* 66
Anni epochæ unius quomodo reducantur ad annos epochæ alterius, 84
Antœci quales habeant vicissitudines tempestatum, *g.* 186. temporis, 177. 192
Annus abundans. Definitio, *c.* 333. ejus character, 334
Annus Ægyptiacus. Definitio, 106. quale ejus principium, 107
Annus æræ Actiacæ quomodo reducatur ad annum Christi, 271.
Annus æræ Hispanicæ quomodo reducatur ad annum Christi, 267
Annus Æthiopicus. Definitio, 111
- - *Arabum*, 125. *Atticus*, 117
Annus Christi quomodo reducatur ad annum Gratiæ, 226. ad Judaicum, 216. ad annum Olympiadum, 238. ad annum Græcorum & Russorum 198. ad annum mundi, 209. ad annum periodi Julianæ, 185. ad annum urbis conditæ, 246
Annus ante Christum quomodo reducatur ad annum periodi Julianæ, *c.* 187
Annus deficiens. Definitio, 331. character, 332
Annus Eusebianus quomodo reducatur ad annum periodi Julianæ, 220. ad annum Christi, 222
Annus fixus. Definitio, 66
Annus Galaleus. Definitio, 113. ejus præstantia, 115
Annus Græcorum. Definitio, 117
Annus Græcorum recentiorum quomodo reducatur ad annos Christi, 197. ad annos periodi Julianæ, 194
Annus Gratiæ. Definitio, 225. quomodo reducatur ad annum Christi, 226
Annus Gregorianus. Definitio, 101. differentia ab astronomico, 102. a Juliano, 103. num sit bissextilis quomodo inveniatur, 105
Annus Hebræorum antiquus, 121
Annus Julianæ Epochæ quomodo reducatur ad annum Christi, 263
Annus Julianus. Definitio, 97. quantum deficiat ab astronomico 98. num sit bissextilis quomodo inveniatur, 105
Anni Juliani dies quomodo reducatur ad diem Judaici, 346
Annus Judæorum recens, sive *Judaicus*. Definitio, 123. quomodo reducatur ad annum Christi, 217. ejus species, 331. 333. quomodo species inveniatur, 345
Anni Judaici dies quomodo reducatur ad diem Juliani, 345
Annus lunaris cœlestis. Definitio, *c.* 72, quantitas, 73
Annus lunaris civilis communis. Definitio, 74. quantitas, 75
Annus lunaris civilis embolimæus. Definitio, 74. quantitas, 75. 76
Annus Macedonicus. Definitio, 119
Anni mundi conditi epochæ Alexandrinæ quomodo reducantur ad annos Christi, 210
Anni mundi conditi Græcorum historicorum quomodo reducantur ad annos Christi, 206. quomodo ad annos periodi Julianæ, 204
Annus Nabonassareus quomodo reducatur ad annum Christi, 254. quomodo ad annum periodi Julianæ, 251

Annus nativitatis Christi num sit certus, 190
Annus Numæus. Definitio, 91. quantitas, ibid.
Annus Olympiadum quomodo reducatur ad annos Christi, 238
Annus ordinarius. Definitio, 329. character, 330
Annus periodi Julianæ quomodo ex datis cyclis Solis, Lunæ & Indictionum inveniatur, 181. quomodo reducatur ad annum ante Christum, 188. ad annum Christi, 186. Judaicum, 213. Eusebianum, 220. annum urbis conditæ, 242. annum Russorum & Græcorum, 194
Annus Persicus. Definitio, 113. quomodo reducatur ad annum Christi, 259. quomodo initium in anno Juliano inveniatur, 260
Annus Romanorum veterum. Definitio, *c.* 88. quantitas, 89
Annus Russorum quomodo reducatur ad annum Christi, 197. quomodo ad annum periodi Julianæ, 194
Annus secularis ad quodnam seculum referatur, 87
Annus solaris. Definitio, 67
Anni solaris civilis quantitas, 68
Annus solaris bissextilis, 71
- - - *communis,* 69. 70
Annus Syriacus, 112
Annus Turcarum. Definitio, 125. quomodo reducatur ad annum Christi, 352. initium ejus quomodo computetur, 353. 355
Annus vagus. Definitio, 66
Annus urbis conditæ quomodo reducatur ad annum Christi, 245. quomodo ad annum periodi Julianæ, 241
Annus Yezdegerdicus. Definitio, 113. cum quo conveniat, 114
Antepagmenta, a. 133
Antipodes. Definitio, *g.* 180. quod dentur, 181. quinam sint, 182. 183. quomodo ope globi inveniantur, 237 quales habeant vicissitudines diei ac noctis, 185. tempestatum, 186
Antœci. Definitio, 176. quinam sint, 177. quibus nulli sint, 195. quomodo ope globi inveniantur, 237. cum antipodibus comparati, 186. & seqq. 206
Apeliotes quinam sit ventus, *g.* 215
Apophygis. Definitio, *a.* 111. delineatio, 117
Aprilis, c. 97
Aquilo quinam ventus, *g.* 215. 216
Architecti officium, *a.* 2. 3
Architectura civilis. Definitio, 1. regulæ ejus quomodo inveniatur, 5
Architectura militaris. Definitio, *m.* 1. ejus prima principia, 2. & seqq.
Arctapeliotes qualis ventus, *g.* 215
Arcus. Definitio, *a.* 253. delineatio, 257. partes & membra, 258. 259
Arcuum. Dispositio, 274
Arcus æquatoris inter Loxodromiæ initium in æquatore & Meridianum datum interceptus quomodo inveniatur, *g.* 336
Arœostylon, a. 225
Ardhascht meh, c. 113

Area

Areæ subdialis necessitas, *a.* 442. 443. 444
Arenæ qualitates, 59. examen, 60
Argestes qualis ventus, *g.* 215. 216
Artilleria, *p.* 2
Arx. Definitio, *m.* 201
Ascensio obliqua Solis quomodo ope globi inveniatur, *g.* 235
Ascensio recta Solis quomodo ope globi inveniatur, ibid.
Ascii. Definitio, *g.* 149. quinam sint, 150. ubinam non dentur, 151. quinam sint dato die, quomodo inveniatur, 168
Asrudia meh, *c.* 113
Astragalus. Definitio, *a.* 105. delineatio, 113
Athyr, *c.* 106
Atlantes. Definitio, *a.* 81
Augustus, *c.* 97
Auricula. Definitio, *m.* 72
Aussenwercke, 109
Auster, *g.* 211. 215
Austro-Africus qualis ventus, 215
Autumni initium & finis. Definitio, 79
Autumnus quando sub æquatore, 103. ubi in zona torrida, 109
Axis Telluris. Definitio, 12

B.

Das Bänklein, *m.* 52
Bas columnæ, *a.* 96. & seqq.
Basi columnæ & stylobatæ quænam membra conveniant, 122
Basi columnæ & capituli Tuscani & Dorici, 198
Basis stylobatæ, 95
Basis & Coronidis stylobatæ ichnographia quomodo delineetur, 193
Batterie, *m.* 297
Der bedeckte Weg, 52
Behen meh, *c.* 113
Berme, *m.* 109
Bestrichener Winckel, 52
Bogenstellungen, *a.* 253
Bollwerck, *m.* 52
Bollwercks-Winckel, 52
Bomba. Definitio, *p.* 31. quomodo paretur, 42. & seqq.
Boreas, *g.* 215
Borapeliotes, 215. 216
Borolybicus, 215
Brille, *m.* 109
Brustwehre, ibid.

C.

Cæcias, quinam ventus; *g.* 215. 216
Cæmentorum virtutes quomodo explorentur, *a.* 48
Calendæ quid sint, *c.* 95
Calendarium quomodo conscribatur, 316
Calendarium correctum. Definitio, 314
Calendarium Gregorianum. Definitio, *c.* 291
Calendarium Gregorianum perpetuum, 392
Calendarium Julianum. Definitio, 272
Calendarium Julianum perpetuum, 282
Calibra. Definitio, *p.* 101
Calx quomodo coquenda, *a.* 65. & sq. quomodo examinetur, 71. conservetur, 72
Camera. Definitio, 468. constructio, 471
Camini constructio, 482
Canun prior, *c.* 112
- - *posterior*, ibid.

Capital-Linie, *m.* 52
Capitulum columnæ. Definitio, *a.* 96. quænam ei conveniant membra, 171
Capituli Corinthii ichnographia, 207.
- - *Ionici* ichnographia, 202
- - *Romani* ichnographia, 205
Carbas quinam ventus dicatur, *g.* 215. 216
Carbones ad pulverem pyrium conficiendum idonei quomodo parentur, *p.* 13. & seqq.
Carbonum qualitates, 19. 20. 21
Cardi meh, *c.* 113
Carthaune, *p.* 100
Caryatides. Definitio, *a.* 82
Casleu, *s.* 121. 123
Castellum. Definitio, *m* 201. delineatio, 207. quomodo condi debeat, 202. & seqq.
Caurus quinam ventus, *g.* 215. 216
Der *Centri*-Winckel, *m.* 52
Character anni, mensis, enneadecaëteridos. Definitio. *c.* 324. mensis quinam, 325. anni quinam, 326. enneadecaëteridos quinam, 327
Characteres artificiales chronologici sive *instituti.* Definitio, 130
Characteres Astronomici chronologici sive *naturales.* Definitio, 128. quales sint, 129
Characteres chronologici. Definitio, 127
Characteres historici chronologici. Definitio, 132
Charta quomodo super tabula expandenda, *a.* 174
Chartæ reductionis in hydrographia, Definitio, *g.* 363
Chojac, *c.* 106
Chorda. Definitio, *m.* 31
Chronologia. Definitio, *c.* 1
Circius qualis sit ventus, *g.* 215. 216
Circuli horarii sive *horarum.* Definitio, *s.* 28
Circulus æquinoctialis. Definitio, *g.* 13
- - *polaris antarcticus*, 19
- - *polaris arcticus*, *ibid.*
Circumvallatio exterior. Definitio, *m.* 235. *interior*, 236
Clima. Definitio, *g.* 114
Climatis initium, 115. medium, 117. finis, 116
Climatum Tabulæ quomodo construantur, 138. exhibentur, ibid.
Cochlidium. Definitio, *a.* 515. nævi, 516. delineatio, 517
Colli dimidium Definitio, *m.* 37
Columellæ. Definitio, *a.* 80.
Columna. Definitio, 75. quomodo super alia columna erigatur, 289. & seqq.
Columnæ conjugatæ. Definitio, *a* 216. quomodo conjugatio fieri debeat, 217. & seqq.
Columna parietina. Definitio, 75
Commoditas ædificii. Definitio, *a.* 7
Compassus nauticus. Definitio, *g.* 296
Computi vulgaris Autor, *c.* 189
Conclavium altitudo, *a.* 435. & seqq. communicatio, 440. figura, 440. locus, 441
Corona, *a.* 104
Coronis stylobatæ, 95. quænam membra ei conveniant, 131
Coronix, 100. qualis esse debeat, 102. quænam membra ei conveniant, 131
Die *Cortine*, *m.* 52

Contre-

Contre-Mine, 109
Contregarde, ibid.
Corus, *g.* 215. 216
Craticula ad firmitatem fundamenti quomodo paranda, *a* 328
Crepuſculi matutini initium quomodo ope globi inveniatur. *g.* 235
Crepuſculi veſpertini finis quomodo ope globi inveniatur, 235
Creutz-Gewölbe, *a.* 469
Crucis gnomonicæ conſtructio, *ſ.* 163
Cuniculi ſubterranei. Definitio, *m.* 154. quid de iis obſervatum, 155. & ſqq. quomodo parentur, 160. 163
Cyclus Indictionum. Definitio, *c.* 151. quomodo inveniatur, 153
Cyclus Lunæ. Definitio, 147. quantus ſit & quamdiu valeat, 148
Cyclus Solis. Definitio, *c.* 140. quomodo inveniatur, 143
Cycli Solis pro annis Gregorianis quomodo condantur, 145
Cycli Solis, Lunæ & Indictionum anni dati periodi Julianæ quomodo inveniantur, 180
Cylindrus pyrotechnicus. Definitio, *p* 35
Cylindricum horologium, *ſ.* 152. & ſqq.
Cymatium Doricum. Definitio, *a.* 107. delineatio, 115

D.

December, *c.* 97
Defenſionis quantitas quomodo menſuretur, *m.* 58. & ſeqq.
Delineatio arcus magneticæ. Definitio, *g.* 293. quomodo obſervetur, 302
Declinatio plani quomodo inveniatur, *ſ.* 90. 101
Denticuli quid ſint, *a.* 133. quomodo delineetur, 180
Diameter Columnæ quomodo inveniatur, *a.* 155. 156
Diameter globi unius libræ quomodo inveniatur, *p.* 110
Diameter globorum pro ſingulis ſemunciis libræ quomodo inveniatur, *p.* 109
Diaſtylon opus, *a*, 225
Dies. Definitio, *g.* 118. ubinam unicus, 128. ubi perpetuo nocti æqualis, 126. quandonam ubivis terrarum nocti æqualis, 132
Dies iidem ubinam æquales, 135
Diei longitudo quomodo variet pro locorum latitudine, *g.* 134
Diei breviſſimi & longiſſimi longitudo quomodo inveniatur, 136. 142
Dies biſſextilis ſeu *intercalaris.* Definitio, *c.* 71
Dies civilis. Definitio, 3
Dies naturalis. Definitio, 5. quantitas quomodo inveniatur, 6
Dies rejiculæ. Definitio, 336
Dies menſis anni Nabonaſſarei quomodo reducatur ad diem anni Juliani, 202
Dierum hebdomadis nomina, 45
Di meh, 113
Dipteros, *a.* 236. quale ſit opus, 244
Diſtantia locorum quomodo ope globi inveniatur, *g* 264
Diſtantia locorum magno intervallo diſſitorum quomodo inveniatur, 29
Diſtantia locorum geographica. Definitio, 51. quomodo inveniatur, 63. & ſeqq.

Diſtan-

Distantiæ Solis a vertice mensura, 264
Dulheggia, *c.* 125
Dulkaadah, ibid.

E.

Echinus. Definitio, *a.* 106. delineatio, 114
Ecliptica. Definitio, *g.* 15. situs 16
Eclipticæ declinatio maxima quomodo inveniatur, 140
Ecphora Definitio, *a.* 150
Einbohrende Defens-Linie *m.* 52
Einfallendes Licht, *a.* 392. 391
Elul, *c.* 111. 121. 123
Enneadecaëteris Judaica. Definitio, *c.* 322. *quot sit dierum*, 323
Epacta annuæ. Definitio, 296. quantæ sint, 297. & seqq.
Epactæ menstruæ. Definitio, 294
Epactæ quomodo per Calendarium disponendæ, 302
Epactarum officium, 300
Epactarum cyclus quando exspiret, 299. cur non omni ævo satisfaciet, 301. 303
Epactarum expansa Tabula quomodo construatur, 306
Epacta Juliana & Gregoriana anni dati quomodo inveniatur, 310
Epiphi, 106
Epistylium quid sit, *a.* 100. quale esse debeat, 101
Epocha. Definitio, *c.* 81. quod sit arbitraria, 82
Epocha Constantinopolitana, 171
- - *Diocletiana*, 225
- - *Juliana*, 261
- - *Muhamedica*, 227
- - *Mundi conditi Judæorum*, 212
- - *Mundi Alexandrina*, 207
Epocha Mundi Eusebiana, 219
- - *Mundi recentiorum Græcorum & Russorum*, 192
- - *Mundi Græcorum Historicorum*, 201. 202
- - *Nabonassarea*, 247
- - *Olympiadica*, 232
- - *Urbis conditæ*, 239
Epocha vulgaris Christi nati quomodo reducatur ad annum periodi Julianæ, 183
Epocha diei civilis. Definitio, 10. quomodo constituatur, 11. & seqq.
Eteſiæ, *g.* 216
Ethanim, *c.* 121
Euroauster quinam ventus, *g.* 215
Euronotus quinam ventus, 216
Europææ horæ quomodo in Babylonicas convertantur, *c.* 34
Eurus quinam ventus, *g.* 215. 216
Eurythmia. Definitio, *a.* 31. & seqq.
Eustylon opus, 225

F.

Facies. Definitio, *m.* 30
Facierum magnitudo, 63
Falckonet, *p.* 100
Famulus pyrotechnicus. Definitio, 37 quomodo fiat, 63
Fascia, *a.* 104
Fastigium. Definitio, 262
Favonius quinam ventus, *g.* 215. 216
Februarius, *c.* 97
Festa immobilia. Definitio, 274. quænam sint, 275
Festa Judaica quænam sint, 549
Festa mobilia. Definitio, *c.* 276. quænam sint, 277

Fenestra. Definitio, *a.* 381. quomodo construenda, 382. & seqq. 389. 390. dimensiones, 387. 388. 395. situs, 490. & seqq. figura, 393. ornatus, 402. 404. quot fenestræ conclavi unicuique conveniant, 425
Fenestra podio septa. Definitio, *a.* 414. quomodo construenda, 415 & seqq.
Figura irregularis quomodo ad regularitatem reducatur, *m.* 185. quomodo muniatur, 186. 188. & seqq.
Finitor. Definitio, *g.* 28
Flores capitulorum quomodo delineentur, *a.* 210
Focus quomodo exstruatur, *a.* 495. 496. & seqq.
Folia acanthina cum cauliculis, 133
Forcipula composita. Definitio, *m.* 105. an utilis, 106. quomodo delineetur, 138. 179
Forcipula simplex. Definitio, 103. an utilis, 104. quomodo delineetur, 137. 179
Fornaces quomodo construendæ, *a.* 486. & seqq.
Fornices. Definitio, *a.* 468. quomodo construantur, 471
Fossæ necessitas, m. 15. latitudo, 16. latitudo quænam melior, 86. quales terminos habere debeat, 87
Fossæ operum externorum magnitudo, 122
Frons primaria ædium quam plagam respicere debeat, *a.* 445. & seqq.
Frontispicium. Definitio, 262 figura, 264, 266. locus, 265. nævi, 267. 268. quomodo delineetur, 272
Fulcrum. Definitio, 74, quodnam perfectius, 84. quale esse debeat, 85. & seqq.
Fumarii exstructio, 499. & seqq.
Fundamentum ædificii. Definitio, *a.* 311. necessitas, 313. quale esse debeat, 314. & seqq. dimensiones, 332. 333. quomodo ponatur, 332. & seqq 334. quomodo in loco aquoso ponatur, 339

G.

Gallicus, quinam ventus, *g.* 215. 216
Gangeticus quinam ventus, 215
Geographia. Definitio, 1
Gesichts-Linie, *m.* 52
Gewölbe, *a.* 469
Ginbat, *c.* 111
Glacis, *m.* 52
Globus æreus. Definitio, *p.* 71. quomodo componatur, 92
Globus aquaticus. Definitio, 72. quomodo componatur, 96
Globus fœtens. Definitio, 41. quomodo componatur, 68
Globus fumans. Definitio, 40
Globi incendiarii. Definitio, 38. qua materia repleantur, 52. quomodo repleti ligentur, 54. baptizentur, 55. granatis manuariis impleantur, 57
Globus lucens. Definitio, 39. 74. quomodo componatur 66. 96
Globus obscurans quomodo componatur, 67
Globus terrestris. Definitio, 73. quomodo componatur 97.
Globus terrestris in Geographia. Definitio, *g.* 231. constructio, 233. 234. usus, 235. & seqq. quomodo ita constituatur, ut Sol omnes regiones illu-

illuminet, quæ in ipsa Tellure illuminantur, 261
Gnomonica. Definitio, *f.* 1
Gradus Meridiani terrestris quomodo mensurentur, *g.* 40
Gradus paralleli quantitas quomodo inveniatur, 45. 46
Græcus quinam ventus dicatur 28
Granata. Definitio, *p.* 31
Granata manualis, ibid.
Grando pyrotechnica. Definitia, *p.* 32. quomodo paretur, 48

H.

Habase, *c.* 111
Halber Mond, *m.* 109
Hamle, *c.* 111
Hangender Mörser, *p.* 142
Haupt-Linie, 52
Haziram, *c.* 112
Hebdomas. Definitio, 43
Helakim, 46
Hellespontius qualis ventus *g.* 215
Hemisphæria Definitio, *a* 468
Heteroscii. Definitio. *g.* 155. ubinam dentur, 156
Hexastylon quale sit opus, *a.* 214
Hiemis initium & finis. Definitio. *g.* 77
Hiems ubinam unica, 17. quando sub æquatore, 102
Hora. Definitio, *c.* 17
Hora composita. Definitio, 17. *simplex*, ibid.
Horæ antiquæ, *c.* 24
Horæ astronomicæ. Definitio, *c.* 21. quomodo in Babylonicas convertantur, 31
Horæ Babylonicæ. Definitio, 19. quomodo in astronomicas convertantur, 31. quomodo in Europæas, 34. quomodo horologio inscribantur, *f* 149
Horæ Europææ. Definitio, 22. quomodo cenvertantur in astronomicas, 35. Judaicas, 37
Horæ Italicæ. Definitio, 20. quomodo convertantur in Europæas, 35. quomodo horologio inscribantur, *f* 149
Horæ Judaicæ. Definitio, 24. quales sint, 25. & seqq. quomodo in Europæas convertantur, 37
Horæ Norimbergenses. Definitio, 28
Horæ planetariæ, 24
Horizon Definitio, *g.* 28
Horizon physicus, 28
- - *sensibilis*, ibid.
Hornwerk, *m.* 109
Horologiagraphia, *f* 2
Horologii descriptio generalis 36. in baculo, 160
Horologium æquinoctiale. Definitio, 5. quomodo eidem signorum paralleli inscribantur, 140
Horologium æquinoctiale inferius. Definitio, 5. descriptio, 33. quot horas indicet, 7
Horologium æquinoctiale superius Definitio, 5. quot horas indicet, quomodo describatur 30
Horologium æquinoctiale universale quomodo construatur, 34
Horologium astrale. Definitio, 176. constructio, 184
Horologii cylindrici descriptio, 152 & seqq. 161
Horologia declinantia. Definitio, 76. descriptio, 94. 96. 102. 104

Horologia deinclinata. Definitio, 82. descriptio, 109
Horologium horizontale. Definitio, 10. quo tempore ejus usus, 11. ejus perfectio, 12, quomodo describatur, 38. & seqq. quomodo sub sphæra parallela, 29. quomodo sub recta, 124. & seqq. quomodo paralleli signorum eidem inscribantur, 135
Horologii horizontalis sine centro descriptio, 119. & seqq.
Horologii horizontalis universalis descriptio, 170
Horologia inclinata. Definitio, 78. descriptio, 106
Horologium lunare. Definitio, 75. descriptio, 180. 182
Horologium meridionale. Definitio, 14. quasnam horas indicet, 15. quomodo describatur, 54 & seqq.
Horologium nocturnale. Definitio, 177
Horologium occidentale. Definitio, 22. quas horas indicet, 23. quomodo describatur, 68
Horologium orientale. Definitio, *f.* 20. quas horas indicet, 21. quomodo delineetur, 66
Horologium polare. Definitio, 25
Horologium polare inferius. Definitio, 35. quas horas indicet, 27. quomodo describatur, 72. & seqq.
Horologium polare superius. Definitio, 25. quas horas indicet, 27. quomodo describatur, 69. & seqq.
Horologia reclinata. Definitio, 80. descriptio, 108
Horologium septentrionale. Definitio, 16. quasnam horas indicet, 17. quo tempore nullus ejus usus, 18. quomodo describatur, 63. 64
Horologium solare. Definitio, 3. diversitas unde, 4. quomodo vicem lunaris sustineat, 178. quomodo in superficie globi describatur, 150
Horologia solaria primaria quomodo eidem trunco inscribantur, 74
Horologia sine centro. Definitio, 115. ubi construenda, 116. & seqq.
Horologium verticale. Definitio, 13. quomodo sub sphæra recta describatur, 127. quomodo sub parallela, 130. quomodo sine centro, 122. & seqq.
Horologii universalis in Tabula quadam portatili descriptio, 172
Hydar, *c.* 111
Hydrographia. Definitio, *g.* 2
Hypafricus qualis sit ventus, 215
Hypaquilo qualis sit ventus, 215
Hypargestes, qualis sit ventus, 215
Hypæthros. Definitio, *a.* 236. quale sit opus, 247
Hyperboreas qualis sit ventus, *g.* 215
Hypereurus qualis ventus, ibid.
Hypeurus, 215
Hypocæcias qualis sit ventus, 215
Hypocircius qualis ventus, ibid.
Hypocorus, ibidem.
Hypolibs, ibidem.
Hypophœnix, ibidem.
Hypothrascias Scirem, 215

I.

Jacatit, *c.* 111
Janua. Definitio, *a.* 372. dimensiones, 373. & seqq. figura, 378. locus, 410. 411. ornatus, 402. 404

Januarius, *c.* 97
Japyx, 215
Ichnographia ædificii. Definitio, *a.* 524. quomodo fiat, 528
Ichnographia munimenti. Definitio, *m.* 131
Ichnographia partis alicujus columnæ. Definitio, *a.* 188
Idus quid sint, *c.* 95. quot in quolibet mense, ibid.
Jiar, 121. 123
Imbrices, *a.* 522
Inclinatio acus magneticæ. Definitio, *g.* 294. quomodo observentur, 307
Inclinatio plani quomodo inveniatur, *f.* 88. 89
Incolæ ejusdem paralleli quomodo inter se comparentur, *g.* 196. & seqq. 202
Incumba. Definitio, *a.* 255. membra, 256
Initium diei civilis. Definitio, *c.* 10. quomodo constituatur, 11. & seqq.
Die innere Böschung, *m* 52
= = = Droßirung, ibid.
= = = Polygon, ibid.
Instrumentum, quo pulvis pyrius in tormentum immittitur, *p.* 127. in arctum spatium redigitur, 128. tormenta repurgantur, 129
Instrumentum declinatorium. Definitio, *f.* 85. constructio, 86. usus, 88
Intercolumnium. Definitio, *a.* 223. prope januas & portas quantum esse debeat, 232
Jomada prior, *c.* 125
- - *posterior*, ibidem.
Itineris quantitas quomodo in mari æstimetur, *g.* 351
Iter confectum in mari quomodo inveniatur, 386. 389
Iter conficiendum in mari quomodo inveniatur, 384
Junius, *c.* 97

K.

Eine Katze, *m.* 109
Kartetsche, *p.* 32
Kebiæ quid sint, *c.* 376
Die Kehle, *m.* 52
Der kleine Winckel, ibid.
Ein Kron-Werck, 109

L.

Lacunar quomodo construendum, *a.* 466.
Lagenæ pyrotechnicæ. Definitio, *p.* 34
Laquear gypseum quomodo perficiatur, *a.* 467
Lateres quomodo ducantur, 51. & sq. examinentur, 58
Latitudo loci. Definitio, *g.* 54. quomodo inveniatur, 55. 137. 143. quomodo ope globi inveniatur, 237. quomodo observetur, 344. & seqq.
Latitudinum locorum Tabulæ, 60
Latitudinis mutatio in navigatione quomodo inveniatur, 321. quomodo se habeat ad latus mecodynamicum, 327
Latus exterius. Definitio, *m.* 35
- - *interius*, 36
Latus mecodynamicum. Definitio, *g.* 317. quale sit, 329. quomodo inveniatur, 325. 328. 330. 383
Lauffgraben, *m.* 240
Leuco-notus qualis ventus, *g.* 215
Libonotus qualis ventus, 215. 216
Libs qualis ventus, 215

Ligna

Ligna qualia esse debeant, *a.* 43. quomodo cædenda, 46. exiccanda, 47
Ligni parsimoniæ principia, 474. & sqq.
Limen quantum esse debeat, 380
Linea quid dicatur in Architectura militari, *m.* 233. quid in Geographia, *g.* 13
Linea capitalis. Definitio, *m.* 40
Linea communicationis. Definitio, 241
Linea defensionis major. Definitio, *m.* 41. magnitudo, 55. 56
Linea defensionis minor, sive *stringens.* Definitio, 42
Linea semicolli quænam melior, 77
Linea substylaris. Definitio, *s.* 91. quænam sit, 92. 93
Literæ ardentes quomodo efformentur, *p.* 98
Litera dominicalis. Definitio, *c.* 133. quomodo variet, 136. & seqq. quando ordo restituatur, 139. quomodo inveniatur, 143
Loca quænam in zona torrida sita *g.* 69. quænam in temperata, 72 quænam in frigida, 75
Loca secreta ne fœtore sint molesta quomodo impediatur, *a.* 448 & seqq.
Loca Terræ, ubi simul meridies, *g.* 23
Loca Terræ quomodo ope globi inveniantur, in quibus dies est datarum horarum, 251. 252. quibus Sol oritur, vel occidit, quæ meridiem, quæ mediam noctem, quæ diem, quæ noctem habent, 255. quæ vident eclipseos medium, 256. quibus planeta, 257. stella vel aliud phœnomenon fit verticale, 258. 259. quibus hoc oriatur, vel occidat, 260. quibus Sol, 261. vel Luna lucet, 262. quibus Sol & Luna oriuntur, vel occidunt, 263
Loca zonæ torridæ quomodo inveniantur, ope globi, in quibus dierum dato numero Sol non occidit, 254
Locus ad fluctum situs quomodo muniatur, *m.* 208
Longitudo diei quomodo ope globi inveniatur, *g.* 235. quomodo in horologiis solaribus indicetur, *s* 142
Longitudo jactus tormentorum quanta sit, *p.* 137
Longitudo loci. Definitio, *g.* 52. quomodo inveniatur, 56. & seqq. quomodo ope globi inveniatur, 237
Longitudinum locorum differentia quomodo inveniatur, 58. 59
Longitudinum locorum Tabulæ, 60
Longitudo maris quomodo inveniatur, 335. 354. 385.
Longitudinum in mari differentia quomodo inveniatur, 386
Longitudinis mutatio quomodo inveniatur, *g.* 337. 338. 387
Longitudo noctis quomodo ope globi inveniatur, 235
Lorica. Definitio, *m.* 21. crassities, 22. altitudo, 23. 24
Lorica fenestrarum. Definitio, *a.* 431. dimensiones, 402. & seqq.
Loricæ transversæ utilitas, *m.* 124
Loxodromia. Definitio, *g.* 309. proprietates, 310. 311. 313. & seqq. quomodo inveniatur, 320
Loxodromiæ longitudo quomodo se habeat ad latus mecodynamicum, 324.

quomodo ad mutationem latitudinis, 319. 323
Lunula. Definitio, *m.* 99. delineatio, 136

M.

Magabit, *c.* 111
Majus, 97
Mappæ compositæ per rhombos & distantias. Definitio, *g.* 367
Mappa Geographica. Definitio, 266
Mappæ hydrographicæ. Definitio, 356
Mappæ planæ. Definitio, 358. quales sint, 359. & seqq. quomodo construantur, 368
Mappa particularis. Definitio, 268. quomodo construatur, 278
Mappæ reductæ. Definitio, 363. quales sint, 364. 365. quomodo construantur, 375
Mappæ universales. Definitio, 267
Marchesuam, *c.* 121. 123
Margo fossæ. Definitio, *m.* 27
Mare circumfluit terram, *g.* 7. latitudo in mari quomodo observetur, 340. inveniatur, 342
Martius, *c.* 97
Mascaran, 111
Materia ædificiorum. Definitio, *a.* 34. qualis sit seligenda, 35. & seqq.
Materia liquefacta quid dicatur, *p.* 61
Meha meh, *c.* 113
Mecheir, 106
Membra ordinum architectonicorum. Definitio, *a.* 103. divisio, 103. altitudines eorum quomodo determinentur, 151
Membra essentialia. Definitio, 125. quænam sint, 126. & seqq.
Mensis astronomicus. Definitio, *c.* 58
Mensis civilis. Definitio, 60
Mensis illuminationis. Definitio, *c.* 55. quantus, 56
Mensis lunaris periodicus. Definitio, 51. quantus sit, 52
Mensis lunaris synodicus. Definitio, 53. *quantitas*, 54
Mensis lunaris astronomicus. Definitio, 58
Mensis lunaris civilis. Definitio, 60. quantus sit, 61. & seqq.
Menses Numæi quales fuerint, 93
Mensis solaris Definitio, 48. quod omnes non sint æquales, 50. quantus statuatur, 50
Mensis solaris civilis. Definitio, 60. quantitas, 64. 65
Menses Romulæi quales fuerint, 93
Mensium Turcicorum initium in anno Juliano quomodo reperiatur, 356
Merded meh, *c.* 113
Meridianus. Definitio, *g.* 20. situs, 21. officium, 23. numerus Meridianorum, 24
Meridiani diversorum locorum quomodo eidem horologio inscribantur, *f.* 144
Meridianus primus. Definitio, *g.* 26. quinam sit, 27. 61
Meridies quænam plaga dicatur, *g.* 215
Meridies cur citius in locis orientalioribus, quam occidentalioribus, 25. ubinam sit dato momento quomodo ope globi inveniatur, 174
Mesaquilo quinam ventus, *g.* 215
Mesargestes, ibid.
Meseurus, ibid.
Mesoboreas, ibid.

Mesoca-

Mesocæcias, ibid.
Mesocircius, ibid.
Mesocorus, ibid.
Mesolibonotus, ibid.
Mesolibs, ibid.
Mesori, *c.* 106
Mesophœnix quinam ventus, *g* 215
Mesozephyrus, ibid.
Mijazia, *c.* 111
Milliaria longitudinis. Definitio, *g.* 317. quomodo inveniantur, 383
Minutum primum. Definitio, *c.* 39
- - *secundum*, ibid.
Mittag, *g.* 215
Mitternacht, ibid.
Modulus. Definitio, *a.* 148
Modulus ornatus januarum & feneſtrarum, 403
Molad Tohu. Definitio, *c.* 320 character, 328
Monopteros ædes rotunda, *a.* 251
Mörſer, *p.* 142
Mortarii præparatio, *a.* 361
Mortarium in Artilleria. Definitio, *p.* 140. quomodo delineetur, 143. & ſeqq. oneretur, 148. dirigatur, 150
Muharram, *c* 125
Muniendi forma Belgica. Definitio, *m* 126. calculus geometricus, 128. 129. delineatio ichnographica, 133. 141. orthographica, 42
Muniendi forma Blondelliana. Definitio, 151. calculus geometricus 152. delineatio, 153
Muniendi forma Paganiana. Definito, 145. calculus geometricus, 146. delineatio, 148
Muniendi forma Scheiteriana. Definitio, 170. calculus geometricus, 170. calculus geometricus, 171. delineatio, 173
Muniendi forma Vaubaniana. Definitio, 157. calculus geometricus, 159. delineatio, 161
Muniendi forma Vaubaniana recentior. Definitio, 166. delineatio, 168
Munimenti forma qualis eſſe debeat, 61. & ſeqq.
Munimenta campeſtria. Definitio, 217. orthographia, 219. delineatio, 220. & ſeqq.
Munimentum irregulare Definitio, 180. undenam tale ſit, 183. 184
Munimentum regulare. Definitio, 125
Munimentum ſtellatum quomodo delineatur, *m.* 223
Muri quomodo conſtruendi, *a* 341. & ſeqq quomodo anchoris firmentur, 370. quomodo tectorio veſtiantur, 363
Murus ante feneſtrum qualis eſſe debeat, 413
Mutuli compoſiti. Definitio, 133. delineatio, 182
Mutuli ſimplices. Definitio, 133. delineatio, 181

N.

Navigatio circularis. Definitio, *g.* 381. theoria, 391. & ſeqq.
Navigatio Mercatoris. Definitio, 380
Navigatio plana. Definitio, 379
Neben-Streiche, *m* 52
Neomeniæ omnium menſium quomodo inveniantur, *c.* 344

Neomenia Tsri quomodo inveniatur, 339. & seqq.
Der niedrige Wall, *m.* 52
Nisan, *c.* 112. 121. 123
Nitri qualitates, *p.* 17. 20. 22. defæcatio & pulverisatio, 5 & seqq.
Nonæ quid sint, *c.* 95. quot sint in quolibet mense, ibid.
Nord, *g.* 211
Nord gen Osten, 215
Nord gen Westen, ibid.
Nord-Nord-Ost, ibid.
Nord-Nord-West, ibid.
Nord-Ost, ibid.
Nord-Ost gen Osten, ibid.
Nord-Ost gen Norden, ibid
Nord-Ost gen Westen, ibid.
Nord-West, ibid.
Nord-West gen Norden, ibid.
Nord-West gen Westen, ibid.
Notapeliotes, ibid.
Notolybicus, ibid.
Notozephyrus, ibid.
Notus, ibid.
November, *c.* 97
Nox. Definitio, *g.* 118 *c.* 8. quomodo quantitas inveniatur, 9. ubinam unica, *g.* 128
Numerus aureus. Definitio, *c.* 149. quomodo inveniatur 150

O.

Obsidionis processus, *m.* 249. defensio contra eandem, 250
Occidens. Definitio, *g.* 211. 215
Occasus Solis quomodo ope globi inveniatur, 235. quomodo in horologio indicetur, *f.* 142
Octastylon, *a.* 214
October, *c.* 97
Olympias, *g.* 215
Opera campestria. Definitio, *m.* 216
Opus coronatum. Definitio, 108. quomodo delineetur, 140. 178
Opus cornutum. Definitio, 107. quomodo delineetur, 131. 176
Opera externa. Definitio, 94. utilitas, 95. qualia esse debeant, 96
Opus rusticum. Definitio, *a.* 366. quibus ædificiis conveniat, 367 & seqq.
Ordo architectonicus. Definitio, *a.* 90. divisio, 153. quomodo componantur, 160. & seqq. 137. quomodo delineentur, 176. 178
Ordo Corinthius, 145. quod sit ornatissimus, 146
Ordo Doricus, 140
- - *Ionicus*, 141
- - *Romanus*, sive *compositus*, 143
- - *Tuscanus*, 139
Oriens. Definitio, *g.* 211
Ornatus ædificii. Definitio, *a.* 15
Ornithias qualis ventus, *g.* 216
Orthographia externa ædificii. Definitio, *a.* 525. quomodo fiat, 529
Orthographia interna ædificii. Definitio, *a.* 256. quomodo fiat, 530
Orthographia munimenti. Definitio, *m.* 132
Orthographia partis alicujus columnæ. Definitio *a.* 188
Ortus Solis quomodo ope globi inveniatur, *g.* 235. quomodo in horologiis solaribus indicetur, *f.* 142
Ost, *g.* 211. 215
Ost gen Norden, 215
Ost gen Süden, ibid.

Ost-Nord-Ost, ibid.
Ost-Süd-Ost, ibid.

P.

Pachon, *c.* 106
Pagomen, 111
Paophi, 106
Paralleli locorum quomodo horologio solari inscribantur, *f.* 146
Parastata. Definitio, *a.* 78
Parmula. Definitio, *m.* 98. usus, 110 qualis esse debeat, 111. & seqq. quomodo delineetur, 135
Partes ordinum quomodo componantur 137
Pascha quomodo celebrandum, *c.* 279
Pascha Gregorianum quomodo computetur, 312
Pascha Judaicum quomodo computetur, 347
Pascha Julianum quomodo computetur, 288
Pavimenta qualia esse debeant, 457
Pauni, 106
Perfectio ædificii Definitio, *a.* 8
Periodus Calippica. Definitio, *c.* 154 quanta sit, 156. quot lunationum, 157. quamdiu valeat, 158
Periodus Hipparchi. Definitio, *c.* 161. quanta sit, 164. quot lunationum, 165. quamdiu valeat, 166
Periodus Juliana. Definitio, 175. quanta sit, 176. ejus usus, 178 inventor, 179
Periodus Victoriana. Definitio, 167. quot sit lunationum, 173. quantum valeat, 171. quamdiu valeat, 174
Periœci. Definitio, *g.* 178. quinam sint, 179. quibus nulli sint, 195. 205. quomodo numerent horas, 204. quomodo ope globi inveniantur, 237
Peripteros. Definitio, *a.* 236. quale sit opus, 242
Peripteros ædes rotunda, 251
Periscii. Definitio, *g.* 157. ubinam dentur, 158. quinam sint dato loco, quomodo inveniantur, 169. 170
Perystilium. Definitio, *a.* 212. genera apud veteres, 236
Petarde, *p.* 151
Phamenot, *c.* 106
Phœnicias qualis ventus, *g.* 215
Phœnix, ibidem
Photosciaterica, *f.* 2
Pila. Definitio, *a.* 77
Pila parietina, ibidem
Plagæ. Definitio, *g.* 207. quot sint, 208. quomodo indicentur, 210. quomodo determinentur, 217
Plagæ cardinales. Definitio, 211
Plagæ collaterales, vel *intermediæ*. Definitio, 211. species, ibid.
Plagæ collaterales primariæ, ibid.
- - - *secundariæ*, ibid.
- - - *secundariæ primi ordinis*, ibid.
- - - *secundariæ secundi ordinis*, ibid.
Plinthus, *a.* 104
Pluvia ignea quomodo efficiatur, *p.* 61
Pluvia pyrotechnica. Definitio, 33
Podium Definitio, *a* 414
Poli Telluris. Definitio, *g.* 12
Polus Terræ antarcticus, sive *australis*, ibid.

Polus Terræ arcticus, sive *borealis*, ibid.
Poli elevatio ubi nulla, 125. quomodo inveniatur, 143
Polygonorum distantia in methodo muniendi recentiore quomodo inveniatur, *m.* 209
Polygon-Winckel, 52
Postes. Definitio, *a.* 79
Posticum, 236
Principium anni. Definitio, *c* 78. ubi statuendum, 79. 80
Profunditas Solis quomodo ope globi inveniatur, *g.* 235
Projectio sphæræ. Definitio, *g.* 269. quomodo fiat, 272. 275
Projectio orthographica, 270
- - *stereographica*, ibid.
Projectura, sive *Projectio.* Definitio, *a.* 94
Pronaus qualis ædes, 236
Prostylus. Definitio, 236. quale sit opus, 240
Propugnaculum. Definitio, *m.* 29. forma, — 62
Propugnaculi exterius vallum. Definitio, 101. usus, 116. 117
Pseudodipteros. Definitio, *a.* 236. quale sit opus, 243 244
Pseudodipteros ædes. Definitio, 249. qualis sit, 250
Pulchritudo. Definitio, *a.* 10. principia, 11. & seqq.
Pulvis pyrius. Definitio, *p.* 4. compositio, 24. & seqq. examen, 29. 30
Pycnostylon opus, *a.* 225
Pyrobologia, *p.* 2
Pyrobolus. Definitio, 69. quomodo conficiatur, 77. qua materia impleatur, 78. quomodo terebretur, 79
Pyroboli forma quomodo paretur, 75. 76
Pyrobolus aquaticus quomodo componatur, 94
Pyrotechnia. Definitio, *p.* 1
Pyxis nautica, seu *magnetica.* Definitio, 296. quomodo construatur, 297

Q.

Quadra, *a.* 104
Quadrantis horodictici constructio, *f.* 157
Quintilis, *c.* 88

R.

Rabia prior, *c.* 125
- - *posterior*, ibid.
Rajab, ibid.
Radius major. Definitio, *m.* 39
- - *minor*, 38
Rationum symptomata, *g.* 84
Ravelin, *m.* 109
Reductus quomodo delineetur, 224. & seqq.
Refractio horizontalis Solis quomodo inveniatur, *g.* 144
Regula quale membrum in Ordinibus, *a.* 104
Regula ad delineandum Ordines atque ædificium utilis quomodo construatur, 175
Regula Calibræ. Definitio, *p.* 102. quomodo paretur, 103. usus, 105. & seqq. examen, 111
Rhombus. Definitio, *g.* 286. quomodo inveniatur, 387. 388. quomodo inveniatur, in quo navigandum, 384. juxta quem facta navigatio, 322. 326
Rosa nautica. Definitio, 289
Rosa pyrotechnica quomodo fiat, *p.* 82. 83
Ruderatio quomodo fiat, *a.* 461. & seqq.

S.

Sábat, sive *Shebat*, c 121. 123
Saccus globi incendiarii quomodo delineetur, *p.* 49 51
Saccus pyrotechnicus. Definitio, 36
Samadan, *c.* 125
Saphar, ibid.
Sappa, sive *suffosio.* Definitio, *m.* 142. quomodo paretur, 246
Säulenstellungen, *a.* 213
Saxa quomodo cædenda, 49
Saxorum virtutes quomodo cognoscantur, 48
Scala. Definitio, *a.* 502. quomodo construenda, 503 & seqq. delineanda, 514
Scalæ constructio ad delineandos Ordines necessaria, *a* 172, quæ errores distantiarum in mappis planis corrigat, *g.* 372
Scapus columnæ, *a.* 96. quomodo contrahatur, 183
Scenographia ædium. Definitio, *a.* 527
Scharis meh, *c.* 113
Scheere, sive Scheer-Werck, *m.* 109
Schieß-Scharten, 109
Schlangen, *p.* 100
Schulter-Winckel, *m.* 92
Sciaterica, *f.* 2
Sciatericum. Definitio, 3
Scintyllæ pyrotechnicæ quomodo conficiantur, *p.* 87
Scrupulum Chaldaicum Definitio, *c.* 40. quomodo in horaria convertatur, 42
Seculum. Definitio, *c.* 86
Semidiameter Terræ quantus sit, *g.* 41. & seqq. quomodo inveniatur, 30. 32. & seqq 38
September, *c.* 97
Septentrio. Definitio, *g.* 211
Sextimana. Definitio, *c.* 43
Serpentinel, *p.* 100
Sextilis, *c.* 88
Schaaban, 125
Shabat, ibid.
Shawal, ibid.
Signorum paralleli quomodo horologiis solaribus inscribantur, *f.* 135. & seqq.
Sima. Definitio, *a.* 110. delineatio, 119
Sivan, *c.* 123
Sol ubinam fiat verticalis, ubinam non, *g.* 93. quando hoc fiat, 94. ubinam dato momento verticalis, quomodo inveniatur, 173. quando in zona torrida loco alicui fiat verticalis quomodo ope globi inveniatur, 242. & seqq. quando mediam distantiam a vertice in zona torrida habeat, quomodo inveniatur, 95. & seqq ubinam ter per annum mediam distantiam a vertice habeat, 98. ubinam bis, 99 quo momento planum declinans illustrare incipiat, quomodo determinetur, *f.* 110. & seqq quando in zona torrida appareat retrogradus, *g* 171. ubinam dato momento oriatur & occidat, quomodo inveniatur, 175. quando in zona torrida non occidat, quomodo ope globi inveniatur, 248. item quando non amplius oriatur 249. Solis non occiden-

cidentis mora supra horizontem quomodo inveniatur, 146
Solis meridiani a vertice distantia quanta sit, *g.* 159
Solanus quinam ventus, 215 216
Soli conditio quomodo exploranda, *a.* 320
Soliditas Terræ quanta sit, *g.* 44
Sphæra obliqua. Definitio, 121. ubinam sit, 124
Sphæra parallela. Definitio, 120. ubinam sit, 123. phænomena ejus, 125. 128. & seqq.
Sphæra recta. Definitio, 119 phænomena, 125. & seqq. ubinam sit, 122
Spreng-Kugel, *p.* 58
Statio vallaris. Definitio, *m.* 25
Stehender Mörser, *p.* 142
Stellulæ pyrotechnicæ quomodo conficiantur, 84
Die Streiche, *m* 52
Die streichende Defens-Linie, ibid.
Der Streich-Winckel, ibid.
Structura Græca, *a.* 354
- - *incerta*, 352
- - *Isodoma*, 356
- - *pseudisodoma*, 357
- - *revincta*, 359
- - *reticulata*, 349
Stupæ pyrotechnicæ præparatio, *p.* 59
Stylobata. Definitio, *a.* 95
Subsolanus qualis ventus, *g.* 215
Substructio, *a.* 311
Subvesperus qualis ventus, *g.* 215. 216
Süd, *c.* 211
Süd gen Osten, *g.* 215
Süd gen Westen, ibid.
Süd-Ost, ibid.
Süd-Ost gen Osten, ibid.
Süd-Ost gen Norden, ibid.
Süd-Süd-Ost, ibid.
Süd-Süd-West, ibid.
Süd-West, ibid.
Süd-West gen Süden, ibid.
Süd-West gen Westen, ibid.
Suggestus mortariorum. Definitio, *m.* 228
Suggestus tormentorum. Definitio, 227. delineatio, 229
Sulphuris depuratio, *p.* 10. qualitates 18 21. 22
Supercilia, *a.* 104
Supernas quinam ventus, *g.* 215. 216
Superficies Terræ quanta sit, 44 quomodo se habeat ad zonam frigidam, 88. & seqq quomodo ad temperatam, 85. torridam, 80. 81
Symmetria quid sit & in quo consistat, *a.* 24 & seqq.
Syne, *e.* 111
Systylon opus, *a.* 225

T.

Tabulæ loxodromicæ. Definitio, *g.* 331. quomodo construantur, 333
Tænia, *a.* 104
Tamuz, *c.* 112
Tebetb, 123
Tecta, quomodo construenda, *a.* 519. & seqq. 523
Tagulæ hamotæ, 522
- - *imbricatæ*, ibid.
Tekuphæ quid sint, *c.* 337. quomodo inveniantur, 348

Tempestates annuæ quomodo se habeant sub æquatore, *g.* 100. & seqq. quomodo in zona torrida extra æquatorem, 104. & seqq.
Tempestates vagæ. Definitio, *g.* 227. causæ, 229
Templi Cella sive *Corpus*, *a.* 236
Temporis momentum quomodo ex altitudine Solis ope globi inveniatur, *g.* 236
Termini paschales. Definitio, *c.* 284
Terminorum paschalium Tabula Gregoriana quomodo construatur, 309
Terra cum circumnavigari potuerit, *g.* 5
Terræ figura qualis sit, 3. 4
Terræ figura sphærica num in Tellure citra errorem sensibilem assumi possit. 10
Testudines. Definitio, *a.* 468
Tetrastylon, 214
Thamuz, *c.* 121. 123
Thir meh, 113
Thisri, 121. 123
Thot, 106
Thrascias qualis ventus, *g.* 215 216
Tishrin prior, *c.* 112
- - *posterior*, ibid.
Tonnen-Gewölbe, *a.* 469
Tormentum. Definitio, *p.* 99. species, 100. delineatio, 115. & seqq.
Tormentum quomodo oneretur, *p.* 130. dirigatur, 133. 134. cur explosum retrocedat, 138
Tormentum insititium. Definitio, 151. quomodo paretur & oneretur, 152
Torus, *a.* 105. quomodo delineetur, 113
Trabeatio. Definitio, *a.* 100. quænam cuilibet intercolumnio conveniat quomodo inveniatur, 227. & seqq.
Traversen, *m.* 109
Trenchéen-Kugel, *p.* 58
Triacontaëteris Muhammedana. Definitio, *c.* 350
Triglyphi cum guttis quid sint, *a.* 133. quomodo delineentur, 179
Trochilus, *a.* 108. quomodo delineetur, 116
Tropicus cancri. Definitio, *g.* 17. situs, 18
Tropicus Capricorni. Definitio, 17. situs, 18
Truncus stylobatæ, *a.* 95
Tybi, *c.* 106
Tykymt, 111
Tympani altitudo, *a.* 270. 271
Tyr, *c.* 111
Tyshas, ibid.

V.

Vallum. Definitio, *m.* 13. cur munimentis conveniat, 14. altitudo, 18. 82 declivitas, 19. defensio qualis esse debeat, 53
Valli operum externorum dimensiones, 120
Veadar, *c.* 123
Ventus. Definitio, *g.* 215. divisio, 215 qualis sit, qui per terram continentem spirat, 222. 225. qualis, qui per maria spirat, 220
Ventus cardinalis, 215
- - *collateralis*, ibid.
- - *collateralis primarius*, ibid.

Ventus collateralis secundarius primi vel *secundi ordinis*, ibid.
Venustas. Definitio, *a.* 10
Veris initium & finis. Definitio, *g.* 78
Ver quando sub æquatore, 103. ubinam bis, 109
Versorium. Definitio, 296
Versuræ compositæ quomodo delineandæ, *a.* 408
Versuræ simplices quomodo delineandæ, 407
Vertex objectorum cur iter facientibus prius videatur quam radix & contra, *g.* 8. 9
Via navis. qualis sit, 339
Vinea. Definitio, *m.* 243. quomodo paretur, 248
Visus distantia; quam in superficie maris vel planitie terræ attingit, quomodo inveniatur, *g.* 47
Umbra meridiana quo die altitudini corporis æqualis, *g.* 166. quando quolibet die, 167. quomodo variet in diversis locis, 164
Umbræ solstitiales quomodo se habeant in diversis locis, 164
Umbræ rectæ ratio ad altitudinem opaci, 160
Umbræ versæ ratio ad altitudinem opaci, 161
Voluta. Definitio, *a.* 133. quomodo delineetur, 135
Urnæ pyrotechnicæ. Definitio, *p.* 34
Utilitas ædificii. Definitio, *a.* 7
Vulturnus quinam ventus, *g.* 15. 16

W.

Waffen-Plätze, *m.* 109
Der Wall, *m.* 52
Der Wallgang, ibid.
Der West, *g.* 212
Der West gen Norden, 215
Der West gen Süden, ibid.
Der West-Nord-West, ibid.
Der West-Süd-West, ibid.
Der Winckel der Flanck und Cortine, *m.* 52

Z.

Zephyroboreas qualis ventus, *g.* 215
Zephyrus, ibid.
Zius, *c.* 121
Zonæ inter se collatæ quoad magnitudinem, *g.* 91. 92
Zona frigida australis. Definitio, 73 latitudo, 74
Zona frigida borealis. Definitio, 73. latitudo, 74
Zonæ temperatæ ratio ad superficiem Terræ, 85. 86. magnitudo, 87
Zona temperata australis. Definitio, *g.* 70. latitudo, 72
Zona temperata borealis. Definitio, 70. latitudo, 72
Zona torrida. Definitio, 66. latitudo, 68 magnitudo, 82. ratio ad superficiem Terræ, 80, 81. quomodo ab æquatore dividatur, 68
Zophorus. Definitio, *a.* 100. qualis esse debeat, 101
Der Zwischen-Wall, *m.* 52

FINIS INDICIS TOMI QVARTI.

VIII. IN-

VIII.

INDEX
RERVM IN COMMENTATIONE
DE
STVDIO MATHEMATICO RECTE INSTITVENDO
CONTENTARVM,
QVAE LEGITVR
TOMO V. ELEMENTORVM MATHESEOS.

A.

Aërometriæ ſtudium quomodo inſtituendum, 264. & ſequentibus.

Æquatio ad parabolam quomodo deducatur ex ſectione coni, 205

Æquatio curvæ particularis quomodo reducatur ad generalem, 197

Æquationes ad curvam, in qua origo abſciſſarum non eſt in aliquo puncto curvæ, quomodo tractentur, 206

Æquationis cubicæ & biquadraticæ conſtructio quod ſupponat inventionem duarum mediarum proportionalium inter duas datas, 223

Æquationum inventio cur ſubinde non uno modo tentanda, 174

Æquationum uſus in curvis mechanicis oſtenditur, 207

Agrimenſores an theoriam geometriæ recte negligant, 129 & ſeqq.

Algebra quomodo tractanda, 143 & ſqq. quomodo ad Geometriam applicanda, 173. & ſeqq. qualis primum fuerit & quomodo deinceps ulterius perfecta, 165. quousque perfecta, 188. cur ad tertium cognitionis gradum adſpiranti cognitu neceſſaria, 681. quod ſubinde ſuppeditet absque ulla ambage conſtructiones problematum veterum, 183

Algebraicum ſtudium quomodo facilitetur, 166

Analyſis mathematica quomodo exercenda, 143. & ſeqq. cur ad tertium cognitionis gradum adſpiranti cognitu neceſſaria, 81

Analyſis Diophantea quomodo tractanda, 171. 172

Analyſis infinitorum quomodo tractanda, 226. & ſeqq.

Analyſis veterum qualis fuerit, 145

Approximationes quomodo per ſeries infinitas inveniantur, 214. & ſeqq.

Architecti militares an theoriam Geometriæ tuto negligant, 129. & ſeqq.

Architecturæ civilis ſtudium, 337 & ſqq.

Architecturæ militaris ſtudium, 333. & ſeqq. ſcientifica cognitio num proſit Architecto militari, 335

Arithmetica quomodo in uſum artis inveniendi tractanda, 121

Arithme-

Arithmetica infinitorum in infinitum extensa, 251
Ærithmeticæ literalis quomodo tractanda, 146. & seqq.
Arithmetica literalis usus in inveniendo, 154
Arithmetica practica quomodo tractanda, 113 & seqq.
Arithmeticæ practicæ compendium quomodo ex Elementis Autoris exscribendum, 110
Arithmetica theoretica quomodo tractanda, 118
Ars inveniendi quomodo ope architecturæ civilis exerceatur, 339
Artificia analytica cur probe notanda, 166. 167. 192. inter se conferenda, 192
Artis characteristicæ notio quomodo acquiratur, 147. usus in inveniendo, 156
Artis inveniendi regulæ abstrahendæ ab Arithmetica communi, 122. a literali, 157. 163. 164.
Artis inveniendi causa quomodo Mathesis tractanda, 106
Artium scientiam excolenti quid notasse prosit, 329
Astronomiæ studium, 290 & seqq. cognitio historica quomodo acquirenda, 293. & seqq.
Astronomia quid conferat ad artem inveniendi, 302. & seqq.
Astronomia practica quomodo addiscatur, 297. & seqq.
Asymptotos determinandi methodus quo principio nitatur, 231

C.

Calculus algebraicus a perplexitate liberatus, 187. num theoriam supponat in solvendis problematis, 145
de calculi differentialis inventore controversia quomodo intelligenda, 228
Calculi integralis notio explicata, 215
Calculus literalis in Algebra quomodo per numeros explicetur servata universalitate, 168
Calculus numerosus quomodo ad formam universalis reducatur, 154. quomodo in locum literalis surrogari possit, 169
Calculus situs quid sit, 144. quales supponat in Geometria definitiones, 155
Catoptricæ studium, 274 & seqq
Chronologiæ studium, 223. & seqq.
Circulus cur per æquationem algebraicam definiri possit, 195
Circuli proprietates algebraice eruræ, 193. & seqq. 206
Circuli quadratura per series infinitas explicata, 238
Citationes in demonstrationibus quem habeant usum, 45
Cognitionis humanæ gradus quot dentur, 1. quod non eadem facilitate acquirantur, 2 quomodo acquirantur, 3
Cogitandi modus naturalis quomodo servetur in studio mathematico, 108
Conchoidis proprietates quomodo ex æquatione ad eandem deducantur, 203. constructio facillima inde deducta, ibid. tangens quomodo ducenda, 232
Constructio æquationum quomodo ad Analysin veterum propius adducatur, 181

Constru-

Conſtructiones æquationum ſuperiorum quomodo inventæ, 218. 219. cur analyticas dederit Autor, 220
Conſtructiones geometricæ formularum algebraicarum num pure enunciandæ, 180. an ſemper ſynthetice demonſtrandæ, 177. quodnam inter elegantes & inelegantes intercedat diſcrimen, 185
Corollaria quid ſibi velint, 58. quomodo expendendæ, 59. quomodo expendenda, 59. quomodo ſymbolice repræſentanda eorum demonſtratio, 60
Curioſitatis gratia quomodo Aſtronomia tractanda, 292
Curvæ quænam per æquationes algebraicas definiri nequeant, 196. quænam ab Autore conſiderentur in Elementis ſuis, 209. quomodo ad curvas alias referantur, 208. quænam in conſtructione problematis alteri præferenda 221
Curvarum doctrina quantum adhuc diſtet a perfectione ſua, 217
Curvarum proprietates quomodo per æquationes eruantur, 193
Curvarum quadraturæ a quadratura parabolæ pendentes, 237. quod reducantur ad quadraturam circuli & hyperbolæ, 239
Cycloidis proprietas ſingularis, 250

D.

Definitiones quomodo expendendæ 5. quomodo expendendæ in uſum artis inveniendi, 82. & ſeqq. cur ab iis incipiendum, 4. cur exemplis & quomodo illuſtrandæ, 5. quo ordine collocandæ & legendæ, 6
Definitiones arithmeticæ quomodo exemplis illuſtrentur, 11. 12. objectio quædam removetur, 16
Definitiones geometricæ quomodo ad evidentiam ſenſus reducendæ, 13
Definitiones nominales quales eſſe debeant, 10
Definitiones reales quomodo inveniantur præſuppoſitis nominalibus, 87. 88. num nominalibus præferendæ, 89
Definitionum repræſentatio ſymbolica, 11. & ſeqq.
Demonſtrandi principia qualia ſupponantur, 71
Demonſtrationes quando ſint naturales, 62. quales ab Autore exhibeantur, 53. quales vulgo, 64 quomodo reſolvendæ, 31. 38. 40. & ſeqq. 47. quomodo faciant ad perficiendum intellectum, 99. & ſeqq. 102. & ſeqq. quomodo libris inſerantur, 46. quomodo in Hydroſtatica facilitandæ, 263
Demonſtrationes arithmeticæ cur ſervent univerſalitatem ad exempla applicatæ, 50
Demonſtrationes aſtronomicæ quatenus recedant a rigore, 301
Demonſtrationes catoptricæ num ſint ſuperfluæ, 277
Demonſtrationes dioptricæ quod pluribus modis fieri poſſint, 281
Demonſtrationes mechanicæ quales ſint, 32. cur in locum cæterarum non ſurrogandæ, 33. quod æquipolleant exemplis numericis, 34. quibusnam ſatisfaciant, 36. quomodo ad tertium cognitionis gradum conducant, 72. 73

Demonſtrationes problematum quomodo reſolvendæ, 52. quomodo ſymbolice repræſententur, 53. 55
Demonſtrationes ſyntheticæ num recte negligantur, 101. num ex calculo algebraico erui poſſint, 178. quænam cum iis non confundendæ, 179. cur analyticis miſceantur ab autore, 260
Demonſtrationum forma, 31. 37. ſymbolica repræſentatio, 39. 42. quem habeat uſum, 44. 48. 49.
Dioptricæ ſtudium, 280. & ſeqq.

E.

Ellipſeos conſtructio ex æquatione elicita, 215. proprietates quomodo ex æquatione ad eandem deducantur, 200
Experientiæ ac rationis connubium cur perpetuum eſſe debeat, 312

F.

Fictionum in calculo algebraico uſus, 189
Figuræ in Matheſi quales requirantur, 10
Formulæ algebraicæ quomodo applicandæ, 158. & ſeqq.

G.

Geographiæ ſtudium, 317. & ſeqq.
Gpographiæ hiſtoricæ cognitio quomodo acquiratur, 318
Geometria quomodo in uſum Matheſeos reliquæ tractanda, 132. uſus in reliqua Matheſi ſtabilitus, 133. 136. quomodo intellectus perficiendi gratia tractanda, 134
Geometriæ elementaris ſupplementum in uſum Algebræ conſcribendum, 186
Geometria practica quomodo tractanda, 122. & ſeqq. quomodo ex Elementis Autoris extrahenda, 128
Gnomonicæ ſtudium, 326. & ſeqq.

H.

Hydraulicæ ſtudium quomodo inſtituendum, 267 & ſeqq.
Hydrographiæ ſtudium, 322
Hydroſtaticæ ſtudium, 261. & ſeqq. uſus in Philoſophia naturali, 262
Hyperbolæ conſtructio ex æquatione elicita, 216. proprietates quomodo ex æquatione ab eandem deducantur, 201. 202.
Hypotheſes quomodo excolendæ, 309. 310. qualibus in Philoſophia locus, 311

I

Inductio quomodo pariatur, 35
Integratio differentialium cur ſubinde requirat quantitatem adjiciendam, 223
Intellectus cur & quomodo ſtudio Matheſeos perficiatur, 92. & ſeqq. quomodo perficiatur, ſi ad primum tantummodo cognitionis gradum adſpires, 94. & ſeqq.
Intellectus perfectio quænam maxima, 106
Intellectus perficiendi gratia quomodo in Geographia verſandum, 321
Intellectui quæ patent quomodo ad evidentiam ſenſus reducantur, 11. & ſeqq.
Irrationalium exiſtentia, 225. ad formam rationalium reductio quem habeat uſum, 152

L.

de Locis geometricis notanda, 210. & ſeqq.
Logica genuina unde agnoſcatur, 104
Logicæ ſtudio quodnam præmittendum, 105

M. *Ma-*

M.

Matheſis an in uſum artis inveniendi tractari poſſit, 314. & ſeqq. quomodo in hunc uſum tractetur, 106

Matheſeos ſtudium quomodo intellectus perficiendi cauſa tractandum, 90

Matheſeos ſublimioris ſtudioſi quænam ex Mechanicis addiſcere debeant, 259

Mechanica quantum a veteribus promota, 252. quantum a recentioribus, ibid. quomodo tractanda in uſum tertii gradus cognitionis, 255. 256

Mechanicæ praxis quomodo addiſcenda, 253. 254

Mechanicæ principia ad phænomena naturæ explicanda, utilia, 258

Mechanicæ ſtudium quomodo tractandum, 252

Methodus Mathematica num Theologiæ, Jurisprudentiæ ac Medicinæ conveniat, 107

Methodus de maximis & minimis quo nitatur principio, 234

Methodus tangentium inverſa quomodo expendenda, 248

N.

Notiones ontologicæ quomodo ex Matheſi derivandæ, 340

O.

Opticæ ſtudium quomodo inſtituendum, 271. & ſeqq. quod ad Phyſicam conducat, 272

P.

Parabolæ proprietates quomodo ex æquatione ad eandem deducantur, 198

Perſpectiva quomodo tractanda, 273

Philoſophiæ naturalis principia mathematica quænam proprie dicantur, 257

Philoſophus quomodo verſari debeat in Catoptrica, 276. quomodo in Dioptrica, 282

Præparatio ad demonſtrationem cur neceſſaria, 74. 75. quomodo ad eam perveniatur, 76

Præparatio ad tertium gradum cognitionis per ſecundum, 71

Praxis quomodo reddatur oculata, 140

Problemata quomodo in theoremata convertantur, 51. 54. quomodo tractanda, ac ſi reſolutio invenienda eſſet, 77. & ſeqq.

Problematum ſymbolica repræſentatio, 26. 27

de *Problematis phyſico mechanicis* notanda, 257

Propoſitiones quomodo rite exponendæ, 17. quomodo a nobis enunciatæ, 18. 19. quomodo a veteribus & Clavio, 20. cur pure enunciandæ, 21. 57

Pyrotechniæ ſtudium, 330. quid conferat ad artem inveniendi, 332

Q.

Quadraturæ per ſeries infinitas pendent a quadratura infinitarum parabolarum, 239

R.

Radices duæ in contactu æquales, 199

Rationum doctrina quomodo facilitetur, 160. 161

Rationum inæqualitatis tractatio ad modum æquationum, 191

Regreſſus ſerierum explicatur, 241

Regulæ arithmeticæ cur formulis algebraicis ab Autore non fuerint adscriptæ, 175
Resolutiones problematum quomodo illustrandæ, 22. quomodo in potestatem redigendæ, 23. quomodo sola attentione ad theoremata innotescant, 80
Resolutiones problematum numericæ quomodo exemplis illustrandæ, 29
Resolutionum spuriarum examina quomodo subinde instituantur, 180

S.

Saltus in ratiocinando expenditur, 61
Scientiæ conjunctis viribus excolendæ, 313
Sensus quid adjumenti afferant intellectui in veritate intelligenda, 7. 8. 9
Series magis convergentes pro circulo quomodo deducantur ex minus divergentibus, 242. 243
Sphæricorum studium, 285. & seqq.
Studium mathematicum quibusnam difficile videatur, 98
Subnormalium formulæ algebraicæ quomodo geometricæ construantur, 230
Subtangentis notio explicata, 233
Subtangentiæ formulæ algebraicæ quomodo geometrice construantur, 229

T.

Tabulæ astronomicæ expenduntur, 298
Tangentium methodus Barrowiana, 227. 228. quomodo inde prodeat differentialis, 228
Theoremata quomodo in usum artis inveniendi expendenda, 68. quod eo modo inveniri potuerint, quo demonstrantur, 70. quomodo in problemata resolvenda convertantur, 67
Theorematum symbolica repræsentatio, 24. 25
Theorica Planetarum quomodo ab autore tradita, 309
Trigonometria in quem usum primum inventa, 137. quomodo in usum praxeos tractanda, 138. & seqq.
Trigonometriæ sphæricæ studium, 286. & seqq.

V.

Veritas invenienda quod alias cognitas supponat, 71
Veritatis inveniendæ utilitas cur non attendenda, 176
Vulgarium meditatio quem habeat usum, 170

FINIS

TOMI QVINTI ELEMENTORVM MATHESEOS.

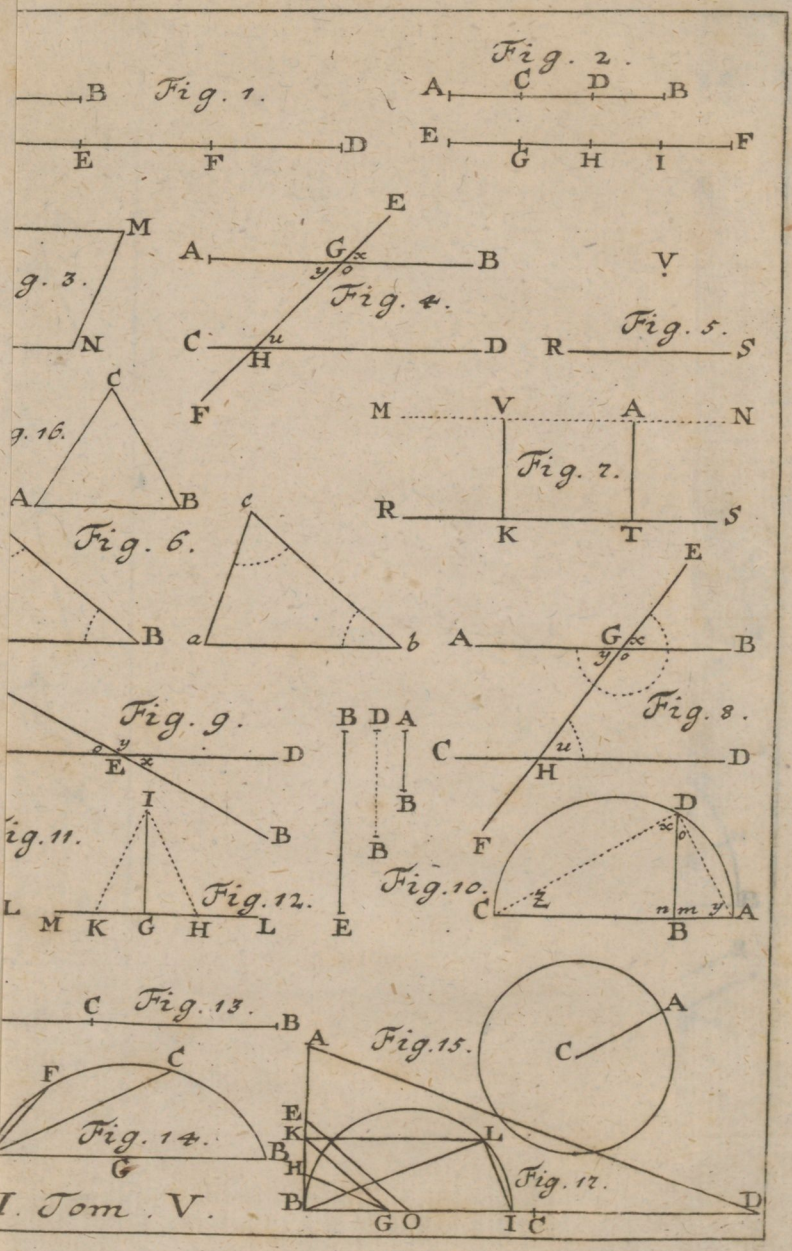


Fig. 1.
B
E
F
D
Fig. 2.
A
C
D
B
E
G
H
I
F
M
N
g. 3.
E
A
G
B
Fig. 4.
C
H
D
F
V
Fig. 5.
R
S
g. 16.
C
A
B
Fig. 6.
c
a
b
M
V
A
N
Fig. 7.
R
K
T
S
E
A
G
B
Fig. 8.
C
H
D
F
Fig. 9.
E
D
B
ig. 11.
I
L
M
K
G
H
L
Fig. 12.
B
D
A
B
B
E
Fig. 10.
D
C
n
m
A
B
Fig. 13.
C
B
F
C
Fig. 14.
G
A
Fig. 15.
C
A
E
K
L
B
H
B
G
O
I
C
D
Fig. 17.

I. Tom. V.

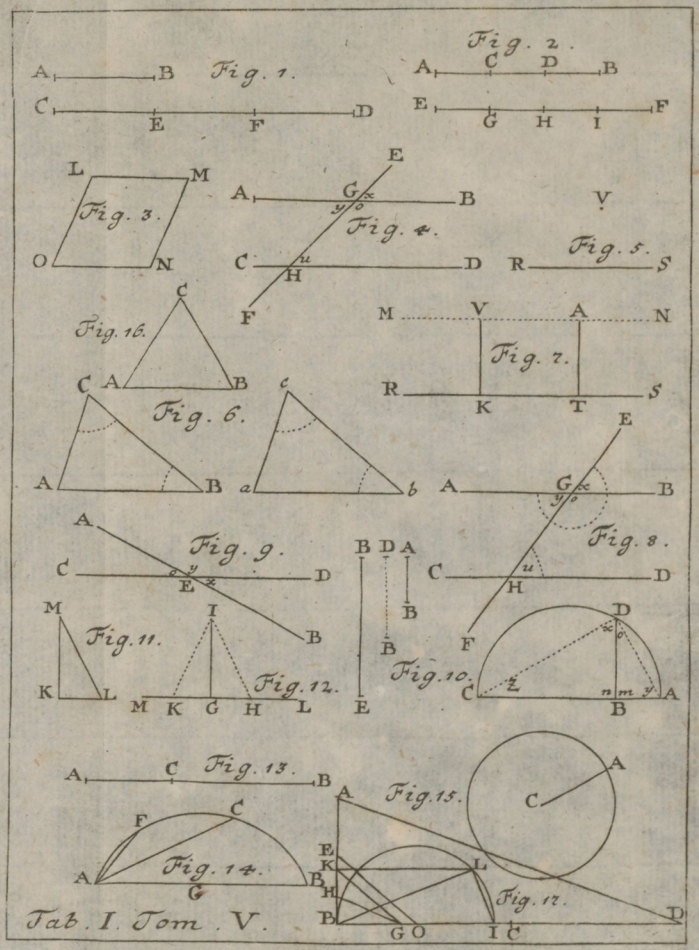
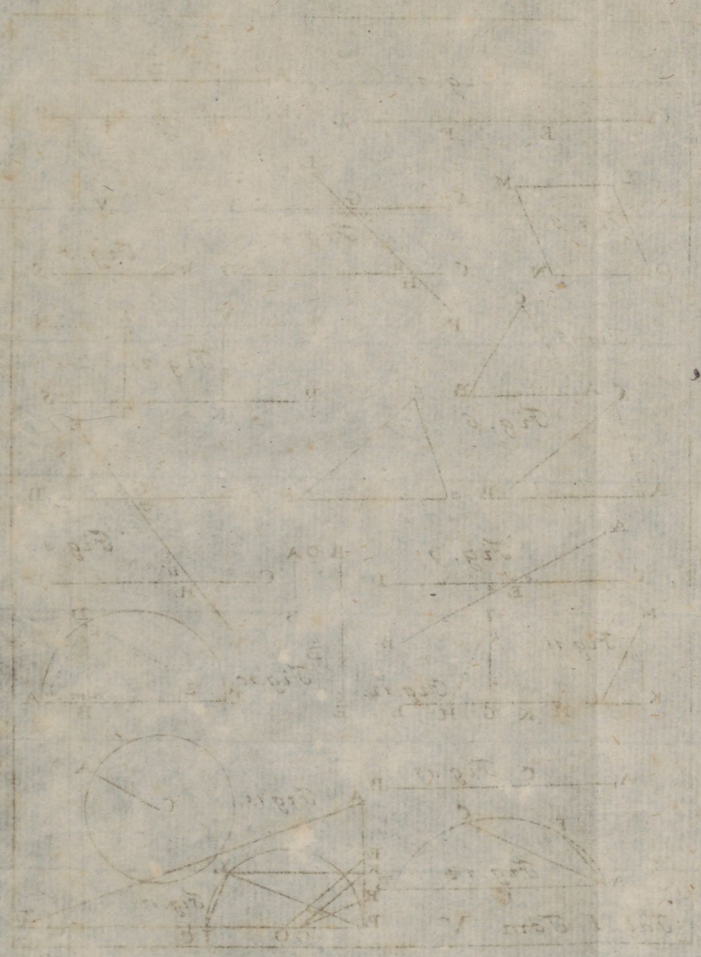
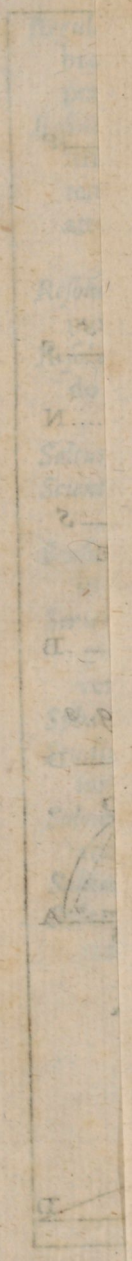


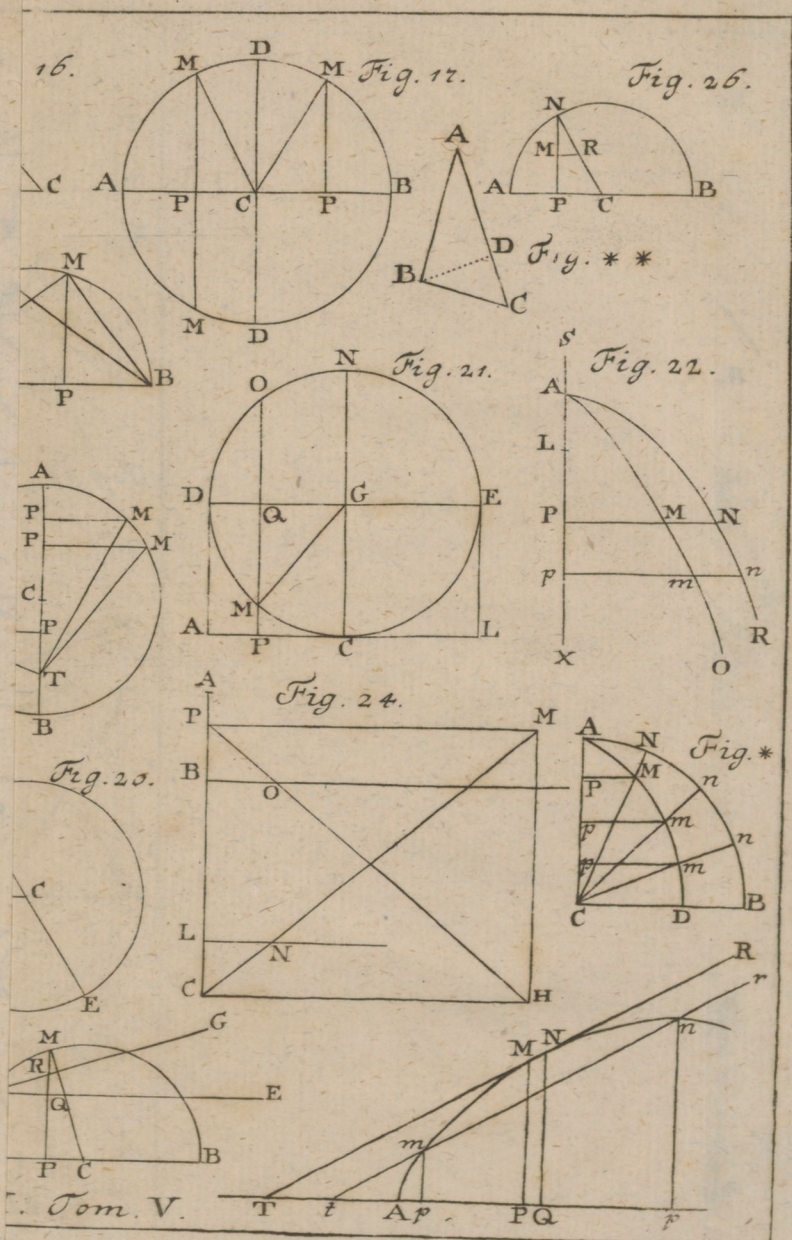
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 16.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 17.
Tab. I. Tom. V.



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0607






16.
Fig. 17.
Fig. 26.
Fig. **
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 24.
Fig. 20.
Fig. *
Tom. V.

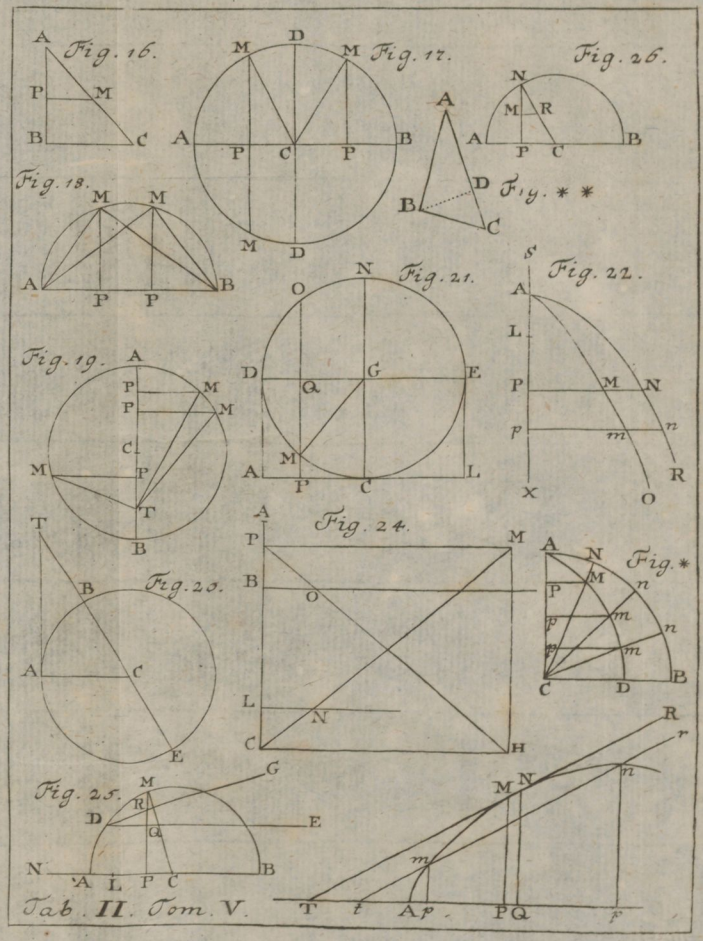
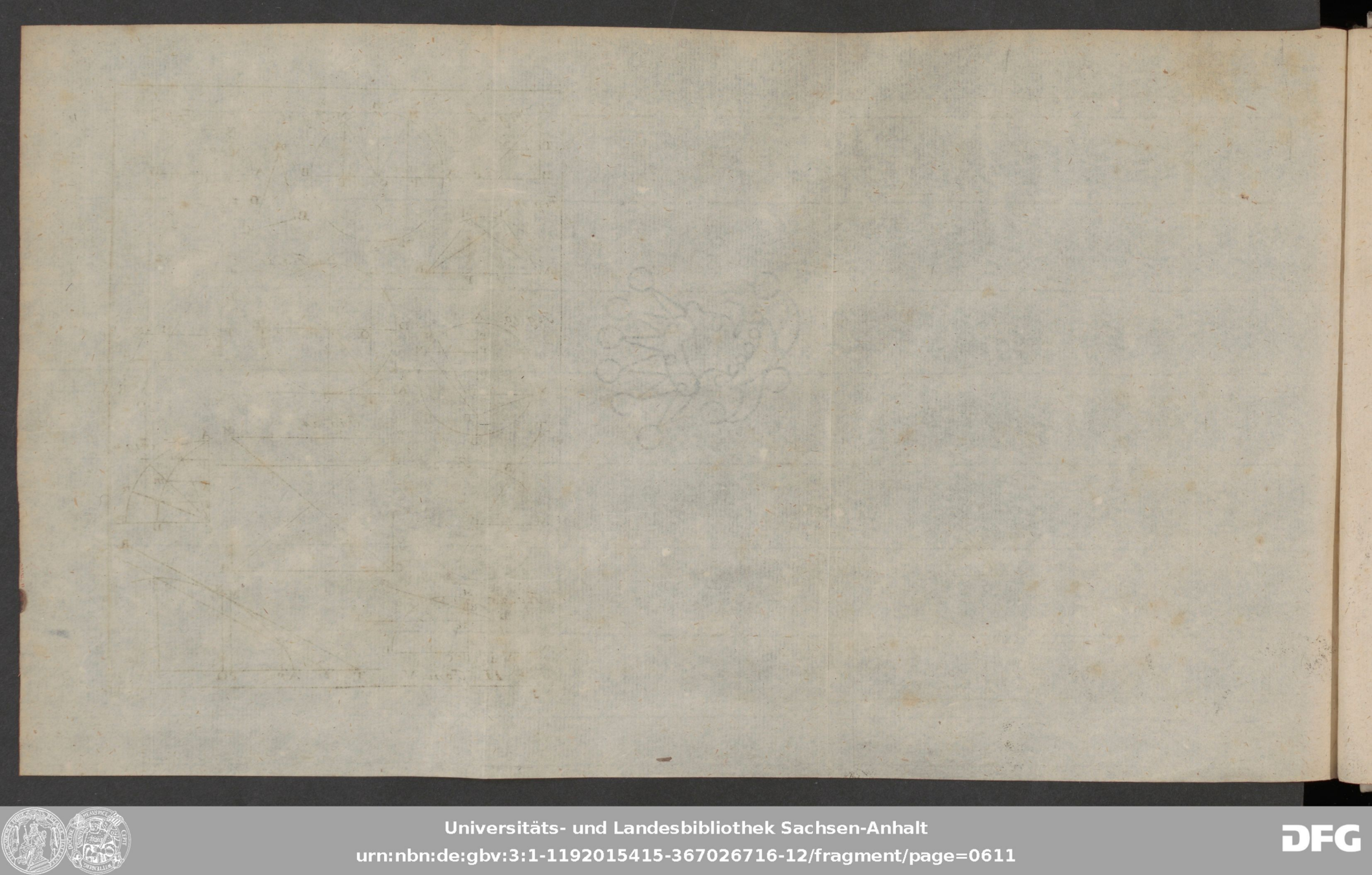


Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 26.
Fig. 18.
Fig. * *
Fig. 19.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. *
Fig. 25.
Tab. II. Tom. V.



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0611





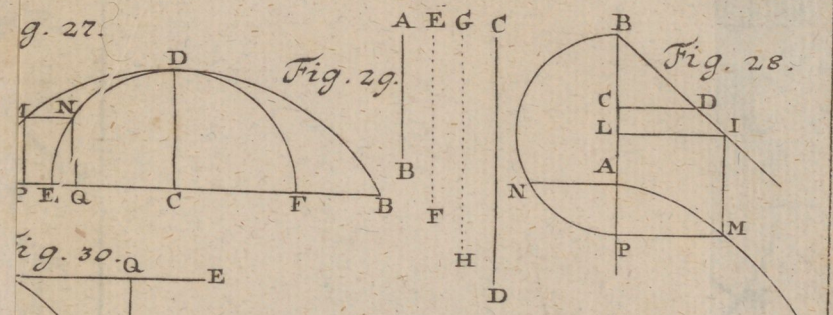


Fig. 29.



Fig. 28.

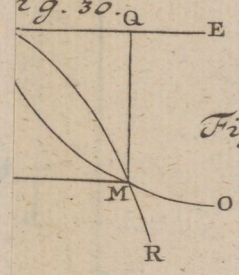


Fig. 30.

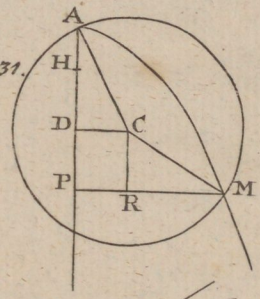


Fig. 31.

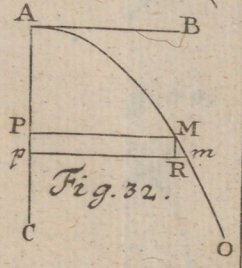


Fig. 32.

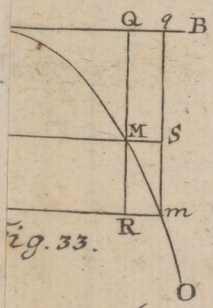


Fig. 33.

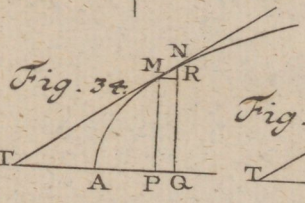


Fig. 34.

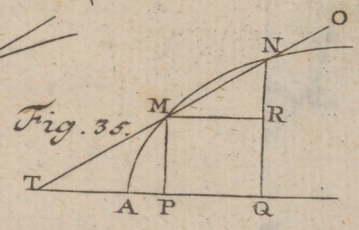
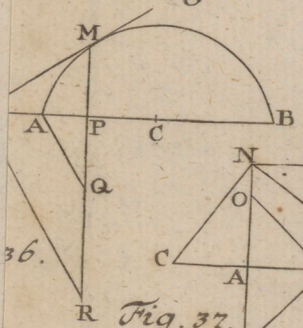


Fig. 35.



36.

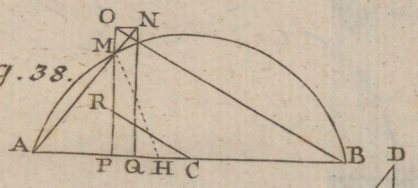


Fig. 38.

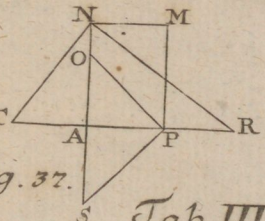


Fig. 37.

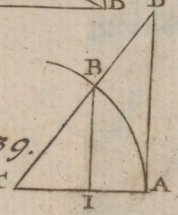


Fig. 39.

Tab. III. Tom. V.

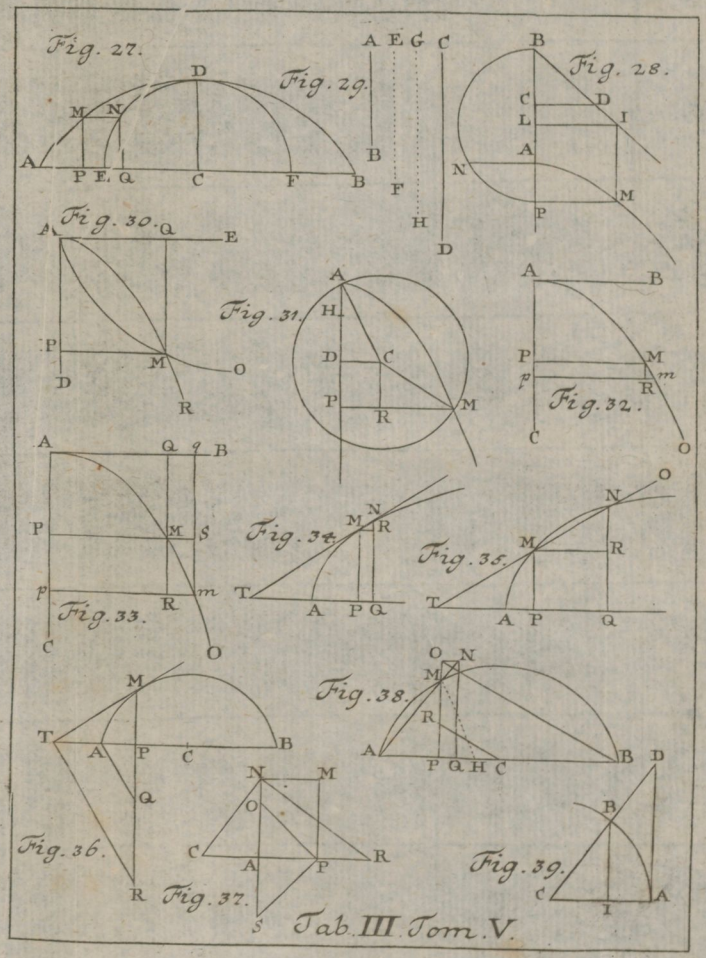
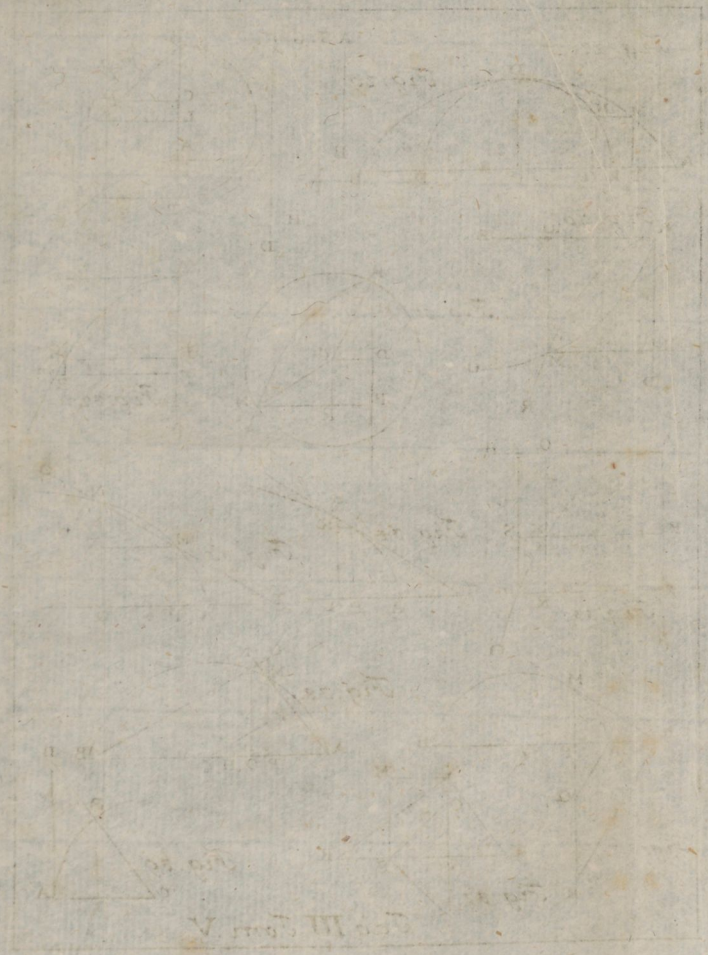


Fig. 27.
Fig. 29.
Fig. 28.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.
Tab. III. Tom. V.



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0615



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0616

Fig. 40.

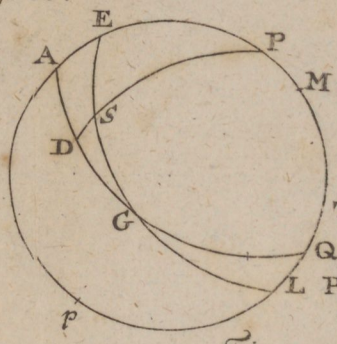
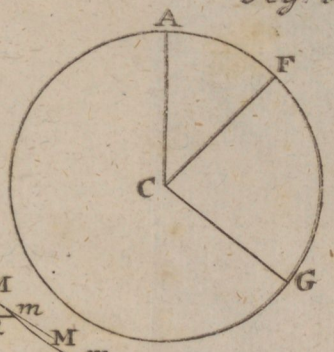


Fig. 43.



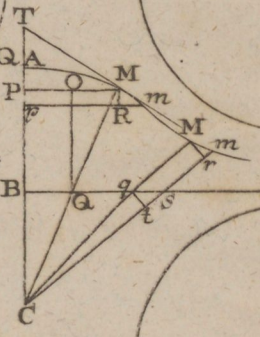


Fig. **

Fig. 41.

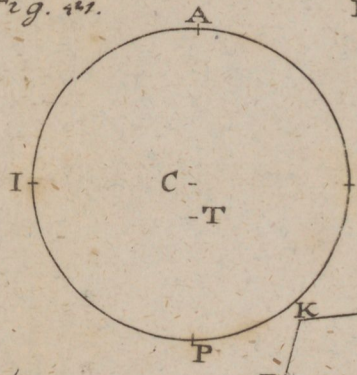
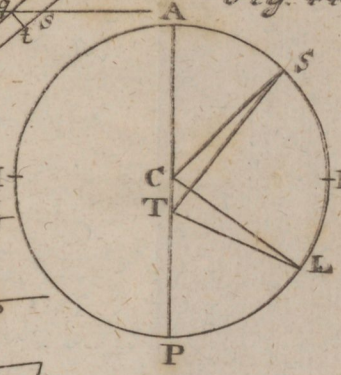


Fig. 44.



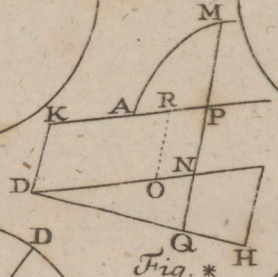


Fig. *

Fig. 42.

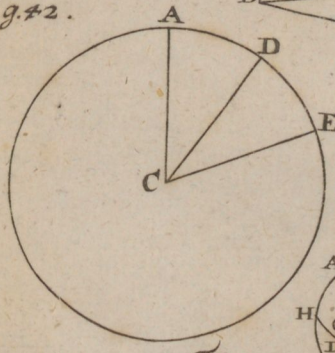


Fig. 45.

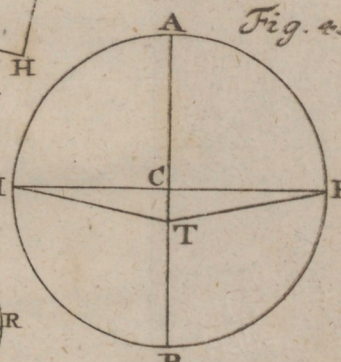




Fig. ***.

Tab. IV. Tom. V.

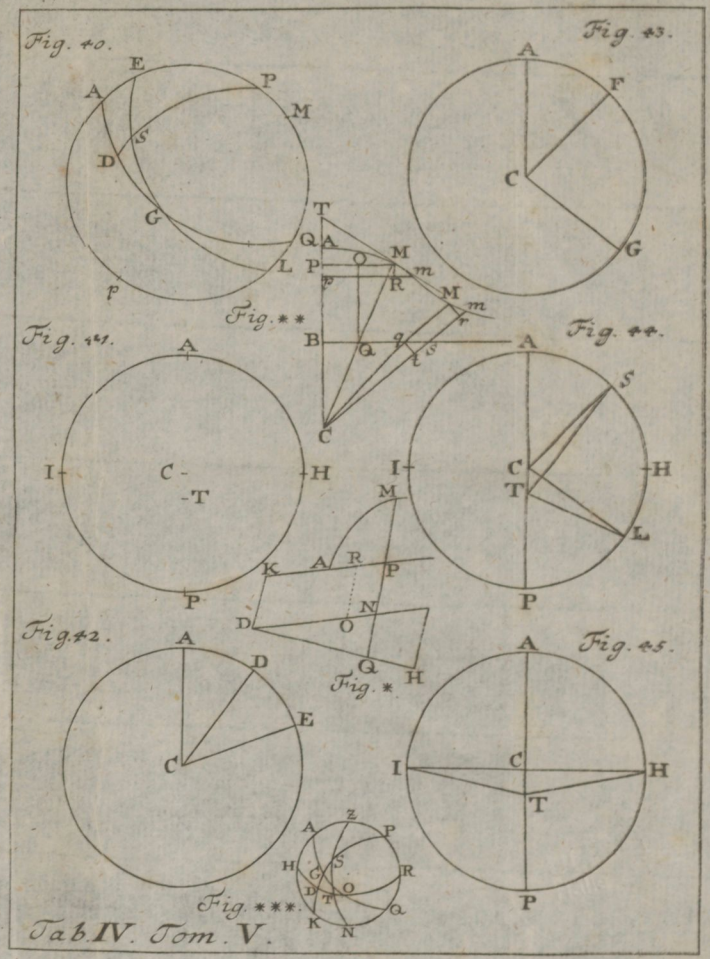
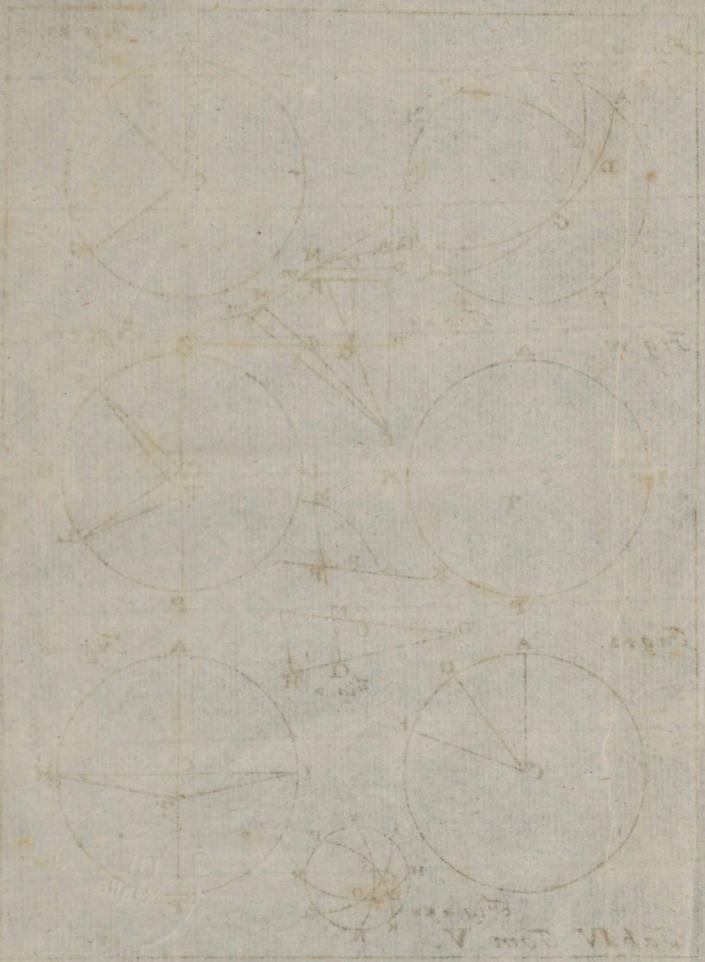
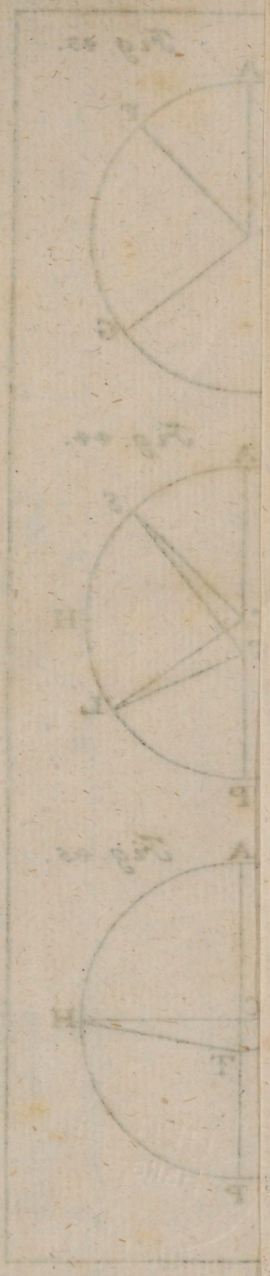


Fig. 40.
Fig. 43.
Fig. 41.
Fig. 44.
Fig. 42.
Fig. 45.
Fig. **
Fig. *
Fig. ***
Tab. IV. Tom. V.



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0619



Pb 1120
S



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0623

ELEMENTA MATHESEOS UNIVERSÆ.

TOMVS V.

QUI

COMMENTATIONEM

DE PRÆCIPUIS

SCRIPTIS MATHEMATICIS

COMMENTATIONEM

DE

STVDIO MATHEMATICO

RECTE INSTITUENDO

ET

INDICES IN TOMOS QUINQUE MATHES

CH

POTENTI

FRIDERIC

MATHES.

REG

IO

PRO



Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-1192015415-367026716-12/fragment/page=0625