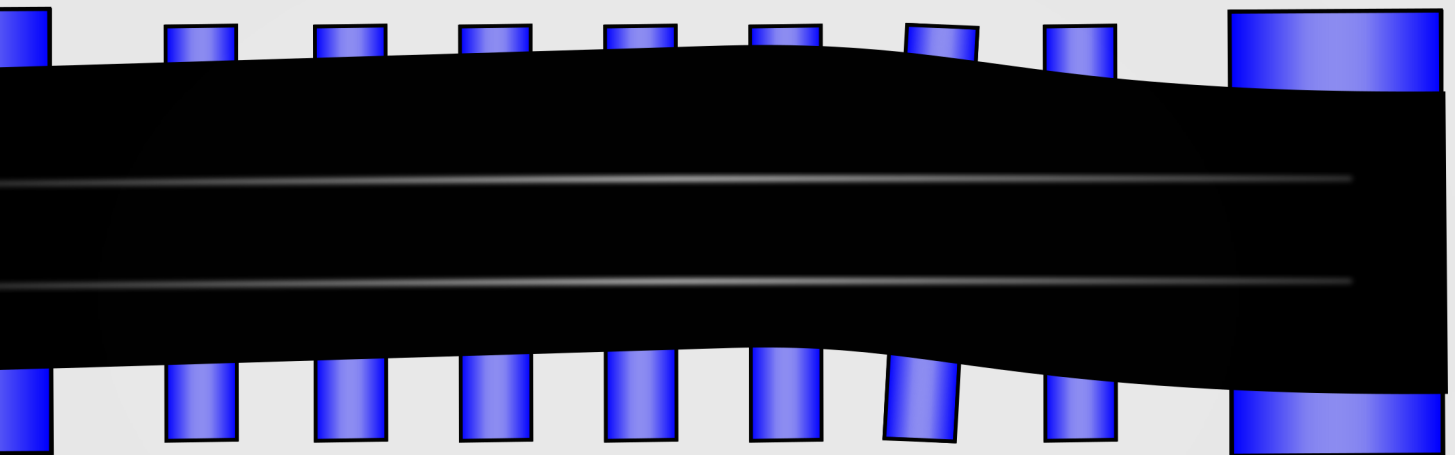


Dissertation

---

# Analyse und Simulation des Gurtschieflaufs an Gurtförderanlagen

---



Hendrik Christian Otto

Dezember 2019

# Analyse und Simulation des Gurtschieflaufs an Gurtförderanlagen

**Dissertation**

ZUR ERLANGUNG DES AKADEMISCHEN GRADES

**Doktoringenieur**

**(Dr.-Ing.)**

von

DIPL.-ING. HENDRIK CHRISTIAN OTTO

geboren am 24. Dezember 1986 in Salzgitter

genehmigt durch die Fakultät für Maschinenbau  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

GUTACHTER:

UNIV. PROF. DR.-ING. ANDRÉ KATTERFELD

UNIV. PROF. DIPL.-ING. DR. TECHN. GEORG KARTNIG

PROF. DR. HAB. INŻ. LECH GŁADYSIEWICZ

PROMOTIONSKOLLOQUIUM AM 09. DEZEMBER 2019



# Danksagung

Mein Dank gilt zunächst meinem Doktorvater Herrn Univ. Prof. Dr.-Ing. André Katterfeld, der meine Arbeit durch seine Unterstützung und die notwendigen finanziellen Mittel ermöglicht hat.

Ich danke ebenso Herrn Univ. Prof. Dipl.-Ing. Dr. techn. Georg Kartnig und Herrn Prof. Dr. hab. Inż. Lech Gładysiewicz, die meine Doktorarbeit als Zweitgutachter bewertet haben.

Außerdem möchte ich mich bei Herrn Rolf Schwandtke (Artur Küpper GmbH & Co. KG) und Frau Susan Küpper (Artur Küpper GmbH & Co. KG), Herrn Dr.-Ing. Andrey Minkin (ContiTech Conveyor Belt Group) und Herrn Dr.-Ing. Stefan Rakitsch (ehm. Bühler GmbH) für die Unterstützung beim Aufbau der Versuchsanlage bedanken.

Ich bedanke mich bei all meinen Kolleginnen und Kollegen für die gute Zusammenarbeit und die schöne Zeit im Team. Besonders hervorheben möchte ich dabei: Frau Lisa Wonner, M.Sc. für die Durchführung von unzähligen Messungen und ihren stets kreativen Einsatz, Herrn Thomas Rössler, M.Sc. für die stets offenen und ehrlichen Worte sowie den notwendigen moralischen Rückhalt und Frau Dipl.-Ing. Dagmar Pfeiffer für die Durchsicht der Arbeit und ihren persönlichen Einsatz.

Mein besonderer Dank gilt neben vielen Freunden meinen Eltern Beate und Herbert Otto, sowie meinen Geschwistern Linda Gereke und Johannes Otto, die mich immer unterstützt haben. Meinem Bruder danke ich auch für die endlosen fachlichen Diskussionen zur FEM.

Besonders hervorheben möchte ich den herausragenden Rückhalt durch meine Verlobte Viviane Koschwitz, die mich immer bedingungslos unterstützt hat und ohne deren steten Beistand diese Arbeit niemals ihre jetzige Form angenommen hätte.

Ich danke euch allen!

Hendrik Otto



# Ehrenerklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit ohne unzulässige Hilfe Dritter und ohne Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Die Hilfe eines kommerziellen Promotionsberaters habe ich nicht in Anspruch genommen. Dritte haben von mir weder unmittelbar noch mittelbar geldwerte Leistungen für Arbeiten erhalten, die im Zusammenhang mit dem Inhalt der vorgelegten Dissertation stehen. Verwendete fremde und eigene Quellen sind als solche kenntlich gemacht.

Ich habe insbesondere nicht wissentlich:

- Ergebnisse erfunden oder widersprüchliche Ergebnisse verschwiegen,
- statistische Verfahren absichtlich missbraucht, um Daten in ungerechtfertigter Weise zu interpretieren,
- fremde Ergebnisse oder Veröffentlichungen plagiiert,
- fremde Forschungsergebnisse verzerrt wiedergegeben.

Mir ist bekannt, dass Verstöße gegen das Urheberrecht Unterlassungs- und Schadensersatzansprüche des Urhebers sowie eine strafrechtliche Ahndung durch die Strafverfolgungsbehörden begründen kann.

Ich erkläre mich damit einverstanden, dass die Dissertation ggf. mit Mitteln der elektronischen Datenverarbeitung auf Plagiate überprüft werden kann.

Die Arbeit wurde bisher weder im Inland noch im Ausland in gleicher oder ähnlicher Form als Dissertation eingereicht und ist als Ganzes auch noch nicht veröffentlicht.

Magdeburg, 2. September 2019

Hendrik Otto



# Kurzfassung

Gurtschieflauf ist eine der häufigsten Ausfallursachen von Gurtförderanlagen und verursacht hohe Kosten für eine große Anzahl von Betreibern von Gurtförderanlagen. Obwohl die Leistungsfähigkeit der Förderanlagen in den letzten 100 Jahren extrem gesteigert wurde, tritt immer noch oft Gurtschieflauf im Betrieb auf. Dies ist hauptsächlich auf ein ungenügendes Verständnis zwischen Ursachen und auftretendem Schieflauf des Fördergurtes zurückzuführen, da in der Praxis immer mehrere Ursachen für Schieflauf gleichzeitig auftreten und es nicht möglich ist, den Einfluss einzelner Ursachen durch deren Beseitigung abzuschätzen, da diese wiederum Auswirkungen auf andere Ursachen haben können.

Zwar wurde im Laufe der Jahre eine Vielzahl von Gegenmaßnahmen entwickelt, die den Gurtauflauf stabilisieren oder den seitlichen Verlauf begrenzen sollen, jedoch ist der Zusammenhang zwischen Gegenmaßnahme und Lenkwirkung weitgehend unbekannt, ebenso wie die optimale Einbauposition oder die benötigte Anzahl an Lenkeinrichtungen.

In dieser Arbeit werden die häufigsten Ursachen für Schieflauf beschrieben und deren Wirkungsweisen analytisch aufgearbeitet. Wenn eine analytische Beschreibung nicht möglich oder zu ungenau ist, werden numerische Methoden eingeführt, die eine Beschreibung ermöglichen. Aus verschiedenen analytischen Modellen zum Kontakt zwischen Gurt und Tragrolle/ Trommel wird ein modulares Finite-Elemente-Berechnungsmodell entwickelt, das sich effizient an jede flache oder gemuldete Förderanlage anpassen lässt. Um dieses Berechnungsmodell zu verifizieren und zu validieren, werden Versuche an einer Versuchsanlage mit einem flachen Gurt und an einer praxisnahen Versuchsanlage mit gemuldeten Gurt durchgeführt. Die Versuche an der gemuldeten Anlage ergeben einen detaillierten Einblick in die Lenkmechanismen von Tragrollen auf den Gurt. Für beide Systeme werden Modellierungsstrategien entwickelt und die Simulationsergebnisse abschließend mit den Messergebnissen verglichen.

Es zeigt sich, dass eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation erreicht werden kann, wenn in der Simulation auch nichtlineare Effekte berücksichtigt werden, die an realen Anlagen auftreten können. Es wird erkennbar, dass die entwickelte Simulationemethode leistungsfähig und flexibel genug ist, um in der Zukunft reale Gurtförderanlagen abbilden und simulieren zu können.





# Inhalt

<b>Variablenverzeichnis</b>	<b>XIII</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Technische Vorbetrachtungen . . . . .	1
1.2 Historische Einordnung des Gurtschieflaufs . . . . .	2
1.3 Betriebswirtschaftliche Betrachtung des Schieflaufs . . . . .	3
1.4 Ziele und Aufbau der Arbeit . . . . .	6
<b>2 Stand der Forschung</b>	<b>7</b>
2.1 Praxisorientierte Beschreibung . . . . .	7
2.2 Messungen an gemuldeten Anlagen . . . . .	7
2.3 Abbildung von Flachriemenschieflauf . . . . .	8
2.4 Gurtschieflauf an Stahlbändern . . . . .	9
2.5 Simulationen des Fördergurtes . . . . .	10
<b>3 Ursachen des Gurtschieflaufs</b>	<b>11</b>
3.1 Allgemeiner Wirkmechanismus . . . . .	11
3.2 Ausrichtung der Tragrollen . . . . .	12
3.2.1 Verschiebung in x-Richtung . . . . .	12
3.2.2 Verschiebung in y-Richtung . . . . .	13
3.2.3 Verschiebung in z-Richtung . . . . .	13
3.2.4 Rotation um die x-Achse . . . . .	14
3.2.5 Rotation um die y-Achse . . . . .	14
3.2.6 Rotation um die z-Achse . . . . .	16
3.3 Ausrichtung der Gurttrommeln . . . . .	16
3.4 Unsymmetrische Gutaufgabe . . . . .	17
3.4.1 Modellbildung . . . . .	18
3.4.2 Ergebnisse . . . . .	22
3.5 Seitenwind . . . . .	24
3.5.1 Modellbildung . . . . .	24
3.5.2 Ergebnisse . . . . .	25
3.5.3 Windschutz . . . . .	29

3.6	Tragrollen- und Trommelformen . . . . .	30
3.6.1	Ballige Form . . . . .	30
3.6.2	Kegelform . . . . .	31
3.6.3	Formänderung der Rollen . . . . .	32
3.7	Kollision mit der Gurtkante . . . . .	33
3.8	Kurven . . . . .	34
3.9	Fertigungsbedingte Gurteigenverformung . . . . .	36
3.9.1	Ungleichmäßige Zugträgerspannung . . . . .	36
3.9.2	Fließen der Gurtmatrix während der Vulkanisierung . . . . .	37
3.9.3	Winkelversatz in der Gurtverbindung . . . . .	38
3.10	Gurtentleerung und Bandschleifenwagen . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Modellbildung an Gurtförderanlagen</b>	<b>43</b>
4.1	Computersimulationen von Gurtförderanlagen . . . . .	43
4.2	Modellstruktur . . . . .	44
4.3	FE-Schalenmodell des Fördergurtes . . . . .	45
4.4	Balkenbasiertes Modell . . . . .	46
4.5	Berechnungsdurchführung . . . . .	46
4.6	Visualisierung . . . . .	47
<b>5</b>	<b>FEM - schalenbasiertes Modell</b>	<b>49</b>
5.1	FEM - Gurtsimulation . . . . .	49
5.2	Zusammenfassung des Schalenansatzes . . . . .	50
5.3	Ausblick . . . . .	51
<b>6</b>	<b>FEM - balkenbasiertes Modell</b>	<b>53</b>
6.1	Beschreibung des Schieflaufs von Flachbändern . . . . .	53
6.1.1	Beschreibung des Schieflaufs eines biegeschlaffen Seils . . . . .	53
6.1.2	Beschreibung des Schieflaufs eines biegesteifen Gurtes . . . . .	54
6.1.3	Modellerweiterung . . . . .	56
6.2	Modellbildung am Fördergurt . . . . .	57
6.3	Finite Elemente Modellierung . . . . .	61
6.3.1	Gleichungssystem . . . . .	62
6.3.2	Steifigkeitsmatrix . . . . .	62
6.3.3	Definition der Lagerungen und Transformation des Systems . . . . .	70
6.3.4	Position im globalen Koordinatensystem . . . . .	72
6.4	Modellierung des Schlupfs . . . . .	72
6.4.1	Starrkörperschlupf . . . . .	72
6.4.2	Reibungsbehafteter Kontakt an Gurttrommeln . . . . .	73

6.4.3	Analogie zum Rad-Boden-Kontakt . . . . .	75
6.4.4	Mikroschlupf . . . . .	76
6.5	Spannungsversteifung . . . . .	76
6.5.1	Vorgehen in der Simulation . . . . .	77
6.5.2	Vereinfachtes Modell . . . . .	77
6.5.3	Erweiterte Spannungsversteifungsmatrix . . . . .	79
6.6	Auftretende Kontaktkräfte . . . . .	79
6.7	Selbstzentrierung . . . . .	85
6.7.1	Vereinfachtes Zentriermodell . . . . .	86
6.7.2	Zentrierung durch ballige Rollen . . . . .	87
6.7.3	Zentrierung durch Gurt und Schüttgutmasse . . . . .	89
6.7.4	Selbstzentrierung durch auf Sturz Stellen . . . . .	93
6.7.5	Erhöhte Gurtkantenspannung . . . . .	95
<b>7</b>	<b>Untersuchungen am Flachband</b>	<b>97</b>
7.1	Versuchsaufbau . . . . .	97
7.2	Messmethodik . . . . .	99
7.2.1	Kantendetektion . . . . .	99
7.2.2	Globale Schwellwertverfahren . . . . .	100
7.2.3	Additionsverfahren mit Gradientenkompensation . . . . .	101
7.2.4	Aufbereitung der Signale . . . . .	104
7.3	Ermittlung der Gurteigenverformung . . . . .	104
7.4	Messung kleiner Verstellwinkel . . . . .	105
7.5	Abhängigkeit von der Gurtgeschwindigkeit . . . . .	109
7.6	Abhängigkeit von der Gurtvorspannung . . . . .	110
7.7	Gurtbreite . . . . .	115
7.8	Simulationsmodell zum Flachriemen . . . . .	116
7.9	Vergleich der Messungen mit der Simulation I . . . . .	117
7.10	Modellerweiterung I . . . . .	119
7.11	Seiteneffekte des Beulens . . . . .	122
7.12	Vergleich der Messungen mit der Simulation II . . . . .	122
7.13	Abgeleitetes Vorgehen für die Modellierung . . . . .	125
<b>8</b>	<b>Untersuchungen am gemuldeten Gurtförderer</b>	<b>127</b>
8.1	Messaufbau . . . . .	129
8.2	Messmethodik . . . . .	132
8.3	Versuchsprogramm . . . . .	133
8.4	Messungen an der Versuchsanlage . . . . .	133
8.4.1	Geradeauslauf des Gurtes - Referenzmessung . . . . .	133

8.4.2	Signalaufbereitung . . . . .	136
8.4.3	Verdrehung von Tragrollenstationen . . . . .	138
8.4.4	Verdrehte Tragrollen entlang der Anlage . . . . .	142
8.4.5	Sturzstellen von Tragrollen . . . . .	143
8.4.6	Seitliche Verschiebung von Tragrollenstationen . . . . .	144
8.5	Verifizierung der Messungen . . . . .	145
8.6	Simulationen - Einflussanalysen . . . . .	147
8.6.1	Modellierung der Anlage . . . . .	147
8.6.2	Einfaches Selbstzentrierungsmodell . . . . .	148
8.6.3	Zentrierung durch Eigenmasse . . . . .	149
8.6.4	Selbstzentrierung durch ballige Antriebstrommel . . . . .	149
8.6.5	Einfluss der Reibkraftbegrenzung . . . . .	151
8.6.6	Einfluss des Vernetzungsgitters . . . . .	153
8.7	Kontaktschlupf . . . . .	155
8.8	Bestimmung der Gurtsteifigkeiten . . . . .	157
8.9	Simulation der Versuchsanlage . . . . .	158
8.9.1	Modellvergleich . . . . .	159
8.9.2	Vergleich mit Messwerten . . . . .	161
<b>9</b>	<b>Gurtverdrehung am Schlauchgurtförderer</b>	<b>163</b>
9.1	Analogie des Problems . . . . .	163
9.1.1	Schubmittelpunkt . . . . .	163
9.1.2	Kurven und Steigungen . . . . .	164
9.1.3	Massenzentrierung . . . . .	166
9.2	Simulationsansatz . . . . .	166
9.3	Gegenmaßnahmen . . . . .	167
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>169</b>
10.1	Zusammenfassung . . . . .	169
10.2	Ausblick . . . . .	172

# Variablenverzeichnis

Um die Lesbarkeit der Arbeit zu vereinfachen, wird die folgende Notation festgelegt.

## Notation

- Winkel in griechischen Buchstaben
- Skalare in normaler Schrift
- Vektoren klein und fett
- Matrizen groß und fett
- Vektoren und Matrizen mit Skalaren als Elemente werden in runden Klammern geschrieben
- Vektoren und Matrizen mit Vektoren und Matrizen als Elemente werden in eckigen Klammern geschrieben

## Koordinatensystem

Es wird ausschließlich ein rechtshändiges Koordinatensystem verwendet.  $x$  zeigt dabei in Bewegungsrichtung,  $y$  senkrecht dazu und  $z$  antiparallel zur Erdbeschleunigung.

## Variablen

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$a$		Polynomkonstante
$A$	$m^2$	Elementquerschnittsfläche
$\mathbf{A}$		Gesamtdrehmatrix für Drehungen im Raum
$\mathbf{A}_e^g$		Elementdrehmatrix Elementsystem $\rightarrow$ globales Bezugssystem
$A_G$	$m^2$	Gurtquerschnittsfläche
$A_r$	$m^2$	Fläche für Radius

$A_p$	$m^2$	Projizierte Fläche
$\mathbf{A}_x$		Drehmatrix bei Drehung um die x-Achse
$\mathbf{A}_y$		Drehmatrix bei Drehung um die y-Achse
$\mathbf{A}_z$		Drehmatrix bei Drehung um die z-Achse
<hr/>		
<i>b</i>		
$b$	m	Polynombasis
$b_g$	m	Gurtbreite
$b_j$	m	Gurtbreite der Teilflächen
$b_m$	kg/m	spezifische Gurtmasse
$b_t$	m	Trommelbreite
$b_{tr}$	m	Tragrollenbreite
$\mathbf{b}_{tr}$	m	Vektor der Tragrollenbreite
<hr/>		
<i>c</i>		
$\mathbf{c}$		Koeffizientenvektor
$c_g$	N/mm	Gurtsteifigkeit bezogen auf die Breite
$c_j$		Koeffizienten der Ansatzfunktion
$c_r$	N/m	Rotatorische Steifigkeit
$c_t$	Nm	Translatorische Steifigkeit
$c_{tr}$	Nm	Kombinierte Steifigkeit
$c_S$		Lenkwinkelkorrekturfaktor
$c_w$		Strömungskraftwiderstandsbeiwert
<hr/>		
<i>d</i>		
$d_g$	m	Gurtdicke
$d_x$	m	Knotenabstand
<hr/>		
<i>e</i>		
$E$	Pa	E-Modul
$E_x$	Pa	E-Modul Biegung um x-Achse
$E_y$	Pa	E-Modul Biegung um y-Achse
$E_z$	Pa	E-Modul Biegung um z-Achse
<hr/>		
<i>f</i>		
$f_0$	Hz	Erste Eigenfrequenz
$f$	N	Kraft
$\mathbf{f}$		Kraftvektor

$f_b$	N	Balkenlängskraft
$f_\beta$	N	Übertragbare Rollenkraft
$\mathbf{f}_f$		Kräfte - freie Knoten
$f_{fg}$	N	Kräfte - fest gelagertes Modell
$\mathbf{f}_{fs}$		Kräfte - freie Knoten mit Schlupf
$f_{gg}$	N	Schlupfkraft
$f_{gj}$	N	Gewichtskräfte an den Teilflächen $j$
$f_{gs}$	N	Seitliche Gurtkraft aus Abstreicher auf den Gurt
$f_h$	N	Haftreibungskraft
$\mathbf{f}_l$		Kräfte gelagerte Knoten
$\mathbf{f}_{ls}$		Kräfte gelagerte Knoten mit Schlupf
$f_{ni}$	N	Normale Gurtkraft
$\mathbf{f}_{max}$	N	Maximale Reibkraft an der Tragrolle
$F_T$	lbf	Tangentiale Gurtkraft an der Tragrollenstation nach CEMA
$f_T$	N	Globale tangentielle Gurtkraft
$f_{tj}$	N	Tangentiale Gurtkraft auf die Teilflächen $j$
$\mathbf{f}_{tr}$	N	Reibkraft an der Tragrolle
$\mathbf{f}_{tra}$	N	Aktuelle Reibkraft an der Tragrolle
$F_s$	N	Seitliche Kraft auf Abstreifer
$f_{st}$	N	Strömungskraft
$f_r$	Nm	Moment
$f_v$	N	Vorspannkraft
$f_x$	N	Knotenkraft in x-Richtung
$f_y$	N	Knotenkraft in y-Richtung
<hr/>		
$g$		
$g$	$m/s^2$	Erdbeschleunigung
$G$	Pa	Schubmodul
$\mathbf{G}$		Koeffizientenmatrix
$g_h$		Verteilte Helligkeit
$g_{max}$		Maximaler Helligkeitswert
$g_n$		Normalisierte Helligkeit
$g_{raw}$		Rohbilddaten Helligkeit
$G_{xy}$	Pa	Schubmodul in der x,y Ebene
<hr/>		
$h$		
$h$	m	Muldungshöhe
$\mathbf{h}$	m	Tragrollenvektor in 2D



---

$h_b$	m	Balligkeitsüberhöhung
$h_r$	m	Äußerer Trommelradius
$h_t$	m	Gurtdurchhang
<i>i</i>		
<hr/>		
$i$		Betrachteter Knoten
$I$	$m^4$	Flächenträgheitsmoment
$I_x$	$m^4$	Flächenträgheitsmoment um x
$I_z$	$m^4$	Flächenträgheitsmoment um z
<i>j</i>		
<hr/>		
$j$		Zählvariable
<i>k</i>		
<hr/>		
<b>K</b>		Steifigkeitsmatrix
<b>K<sub>ff</sub></b>		Steifigkeitsmatrix freie Knoten
<b>K<sub>ffs</sub></b>		Steifigkeitsmatrix freie Knoten mit Schlupf
<b>K<sub>fl</sub></b>		Steifigkeitsmatrix Verbindung $f, l$
<b>K<sub>fls</sub></b>		Steifigkeitsmatrix Verbindung $f, l$ mit Schlupf
<b>K<sub>g</sub></b>		Gesamtsteifigkeitsmatrix
<b>K<sub>ll</sub></b>		Steifigkeitsmatrix gelagerte Knoten
<b>K<sub>lls</sub></b>		Steifigkeitsmatrix gelagerte Knoten mit Schlupf
<b>K<sub>lf</sub></b>		Steifigkeitsmatrix Verbindung $l, f$
<b>K<sub>lfs</sub></b>		Steifigkeitsmatrix Verbindung $l, f$ mit Schlupf
<b>K<sub>S</sub></b>		Steifigkeitsmatrix mit Spannungsversteifung
<b>K<sub>vd</sub></b>		Steifigkeitsmatrix mit verändertem Vorzeichen für die Verdrehung
<i>l</i>		
<hr/>		
$l_e$	m	Elementlänge
$l^*$	m	Charakteristische Länge
$l_u$	m	Länge des Untertrums
$L_t$	m	Einmündungslänge
<i>m</i>		
<hr/>		
$m$		Zweiter Knoten eines Elementes
$m_g$	kg	Eigenmasse
$m_s$	kg	Schüttgutmasse

---

<i>n</i>		
$n$		Erster Knoten eines Elementes
$n_s$		Anzahl der Messwerte
$n_q$		Abbruchzahl
<i>p</i>		
$\mathbf{p}$		Polynomvektor
<i>q</i>		
$q$		Zählvariable des Polynomterms
$Q_m$	kg/s	Massenstrom
<i>r</i>		
$\mathbf{r}$	m	Tragrollenvektor
$\tilde{\mathbf{r}}$	m	Tragrollenvektor der auf Sturz gestellten Tragrolle
$\mathbf{r}_1$	m	Tragrollenvektor Anfang Seitentragrolle
$\tilde{\mathbf{r}}_1$	m	Tragrollenvektor auf Sturz - Anfang Seitentragrolle
$\mathbf{r}_2$	m	Tragrollenvektor Ende Seitentragrolle
$\tilde{\mathbf{r}}_2$	m	Tragrollenvektor auf Sturz - Ende Seitentragrolle
$r_3$	m	Kurvenradius
$r_b$	m	Radius der Balligkeit
$Re$		Reynoldszahl
$\mathbf{r}^g$	m	$\mathbf{r}$ im globalen Koordinatensystem
$\mathbf{r}_s$	m	Tragrollenvektor der Seitentragrolle
$\tilde{\mathbf{r}}_s$	m	Tragrollenvektor auf Sturz der Seitentragrolle
$r_t$	m	Radius der Tragrollenstation
$\mathbf{r}_v^g$	m	Verformungsvektor im globalen Koordinatensystem
$r_z$	m	Zentrierungsradius
<i>s</i>		
$\mathbf{S}$		Spannungsversteifungsmatrix
$s$	m	Laufvariable
$s_f$	m	Skalierungsfaktor
$S_i$	m	Tragrollenabstand
$s_{rz}$		Strouhal-Zahl
<i>t</i>		
$\mathbf{T}$		Sortiermatrix

---

---

$\mathbf{T}_f$		Sortiermatrix freie Knoten
$\mathbf{T}_{fs}$		Sortiermatrix freie Knoten mit Schlupf
$\mathbf{T}_l$		Sortiermatrix gelagerte Knoten
$\mathbf{T}_{ls}$		Sortiermatrix gelagerte Knoten mit Schlupf
$T_n$	lbf	Zugkraft im Gurt
$t$	s	Zeit
$t_1$	s	Betrachtungszeitpunkt
$t_r$	m	Tragrollenabstand
$u$		
<hr/>		
$\mathbf{u}$		Verformungsvektor
$\mathbf{u}_1$	m	Translatorischer Verformungsvektor
$\mathbf{u}_f$		Verformung freie Knoten
$\mathbf{u}_{fs}$		Verformung freie Knoten mit Schlupf
$\mathbf{u}_l$		Verformung gelagerte Knoten
$\mathbf{u}^l$		Verformung $\mathbf{u}$ im lokalen Koordinatensystem
$\mathbf{u}_{ls}$		Verformung gelagerte Knoten mit Schlupf
$u_{st}$	m/s	Strömungsgeschwindigkeit
$v$		
<hr/>		
$\mathbf{v}$		Eigenvektor
$\mathbf{v}_3$	m	Verbindungsvektor
$v_g$		Gurtschieflaufverhältnis
$v_R$		Relativer Beladungszustand
$v_s$		Winkelabhängiges Schieflaufverhältnis
$v_{sb}$		Toleranzbereichsgeraden
$v_s^S$		Winkelabhängiges Schieflaufverhältnis der Simulation
$v_s^v$		Verhältnis der Schieflaufverhältnisse
$\mathbf{v}_t$	m	Mittlerer Kontaktpunkt
$w$		
<hr/>		
$w$	m	Elementverformung
$\mathbf{w}$		Elementverformungsvektor
$\hat{w}$	m	Knotenverschiebungsfreiheitsgrad
$\hat{\mathbf{w}}$		Verformungsvektor der Ansatzfunktion
$x$		
<hr/>		
$x$	m	Koordinate

$x_c$	m	Bewegungskordinate des Förderers
$\dot{x}_B$	m/s	Resultierende Geschwindigkeit des Buches
$\dot{x}_P$	m/s	Schubgeschwindigkeit
$\dot{x}_s$	m/s	Seitliche Geschwindigkeit

*y*


---

$y$	m	Koordinate
$y_E$	m	Schieflauf am letzten Knoten
$y_b$	m	Gurtoberflächenkoordinate
$y_g$	m	Schieflauf im globalen System
$y_j$		Gemessener Schieflauf
$y_s$		Normalverteilter Schieflauf
$y_t$	m	Schieflauf im Tragrollensystem

*z*


---

$z$	m	Koordinate
$z_b$	m	Gurtoberflächenkoordinate

*griechisch*


---

$\alpha$		Winkel im Auflaufpunkt
$\alpha_E$		Winkel im Auflaufpunkt am letzten Knoten
$\alpha_s$		Nickwinkel der Tragrollenstation
$\alpha_m$		Freier Muldungswinkel ohne Tragrollenstation
$\alpha_{mtr}$		Muldungswinkel der Tragrollenstation
$\alpha_x$		Verdrehwinkel um die x-Achse
$\alpha_y$		Verdrehwinkel um die y-Achse
$\alpha_z$		Verdrehwinkel um die z-Achse
$\beta$		Rollenanstellwinkel
$\beta'$		Rollenanstellwinkel
$\beta_{eff}$		Effektiver Verdrehwinkel
$\beta_{max}$		Maximal wirksamer Verdrehwinkel
$\beta_s$		Sturzwinkel
$\beta_{smax}$		Maximaler Sturzwinkel
$\beta_v$		Virtueller Zentrierungswinkel
$\gamma$		Schieflaufwinkel bzw. Lenkwinkel
$\gamma_{ef}$		Effektiver Lenkwinkel
$\gamma_{max}$		Maximaler Schieflaufwinkel
$\gamma_{min}$		Minimaler Schieflaufwinkel

---

$\sigma_b$	MPa	Elementspannung
$\lambda$		Eigenwerte
$\rho_f$	kg/m <sup>3</sup>	Fluidichte
$\rho_G$	kg/m <sup>3</sup>	Gurtdichte
$\eta_g$		Gurtdrehwinkel
$\eta_s$		Verhältnis von Gleit- zu Haftreibung
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematische Viskosität
$\nu_{xy}$		Querkontraktionszahl in der x,y Ebene
$\mu_r$		Reibungsbeiwert Tragrolle-Gurt
$\mu_g$		Reibungsbeiwert Schüttgut-Gurt
$\xi$		Laufvariable
$\varphi$		Verdrehung des Elementes
$\hat{\varphi}$		Knotenverdrehungsfreiheitsgrad
$\phi$		Vektor der Ansatzfunktionen
$\omega$	s <sup>-1</sup>	Eigenkreisfrequenz
$\omega_0$	s <sup>-1</sup>	Erste Eigenkreisfrequenz
$\delta W$	J	Innere Arbeit
$\Delta t$	s	Zeitschritt
$\Delta v$	m	Umschlingungsstrecke
$\Delta x_k$	m	Knotenpunktabstand

# 1 Einleitung

Die vorliegende Arbeit soll einen umfassenden Überblick über die Ursachen des Gurtschieflaufs von Fördergurten in Gurtförderanlagen und die Möglichkeiten ihrer Behebung geben. Es werden Modelle vorgestellt, die eine numerische Abbildung der seitlichen Bewegung des Gurtes ermöglichen. Mit diesen Modellen ist in Zukunft eine Simulation einer bestehenden Anlage möglich, um Aussagen über den Einfluss und die erforderlichen Einbauposition von eventuellen Gegenmaßnahmen zu treffen.

Das prinzipielle Problem von Gurtschieflauf besteht seit der Entwicklung von Flachriementrieben und deren Weiterentwicklung zu Fördergurten und existieren bereits viele praxisbezogene Hinweise, um den Gurtschieflauf an einer Anlage beherrschbar zu machen. Da die Verknüpfung von Ursache und Wirkung sehr komplex ist und es sich um ein sehr spezielles Problem in der Fördertechnik handelt, existiert aber nur sehr wenig wissenschaftliche Literatur auf diesem Gebiet.

## 1.1 Technische Vorbetrachtungen

Von PAJER werden Vor- und Nachteile von Gurtförderanlagen dargelegt [97]. Zu den Vorteilen zählen neben der kontinuierlichen Förderung vor allem der geräuscharme und energieeffiziente Materialtransport, wodurch eine Gurtförderanlage in vielen Einsatzgebieten die sinnvollste Transportlösung darstellt. Der Aufbau und der Betrieb eines Gurtförderers sind aber deutlich komplexer als der Transport mit Lastkraftwagen, wodurch in der weltweiten Anwendung kontinuierlichen Förderanlagen nicht immer der Vorzug gegeben wird.

Ein wesentlicher Aspekt hinsichtlich des störungsfreien Betriebs einer Gurtförderanlage liegt in den Laufeigenschaften des Gurtes. Auf den Geradeauslauf haben verschiedene Faktoren, wie Fertigungsgenauigkeiten, Ausrichtung der Gerüstfelder oder die eigentliche Beladung des Gurtes mit dem Gut, Einfluss. Zentrier- und Lenkeinrichtungen verursachen oftmals neue Probleme, sodass es bei komplexen Anlagen normalerweise nicht eine Standardlösung gibt, die sich in jedem Fall anwenden lässt. Eine der oft propagierten Lösungen, das auf Sturz Stellen der Tragrollenstühle, erhöht signifikant Reibungskräfte und Verschleiß, wodurch Vorteile der Gurtförderanlage zum Teil egalisiert werden. Daher ist es wichtig, die Lenkeinrichtungen mit Bedacht und an einer sinnvollen Stelle einzusetzen.

## 1.2 Historische Einordnung des Gurtschieflaufs

Das Problem des Schieflaufs besteht seit der Zeit, in der Flachriemenantriebe zum ersten Mal für die Übertragung von Drehmoment und Leistung eingesetzt wurden. Flachriemengetriebe übertragen reibschlüssig die Bewegung vom Antriebsrad auf ein oder mehrere Abtriebsräder. Da der Verlauf des Riemens (gerade oder gekreuzt) beliebig einstellbar ist, war und ist der Riementrieb ein sehr flexibles Antriebselement. Insbesondere durch seine Fähigkeit, ein Durchrutschen bei Überlast zu tolerieren, und durch die Einfachheit seiner Anwendung stellen Flachriemenantriebe wie in Abbildung 1.1 das Rückgrat der industriellen Revolution in der Antriebstechnik dar [55].



Abb. 1.1: Historische Antriebstechnik in einer Werkstatt in Skansen, Stockholm

Die Riemen wurden zu dieser Zeit hauptsächlich aus Spaltleder hergestellt und mit Riemenklammern verbunden. Da Naturprodukte recht hohen Schwankungen unterliegen und auch die Riemenverbindung eine hohe Toleranz aufwies, hatten alle Flachriemenantriebe das Problem des Schieflaufs. Um eine gute Zentrierung des Riemens auf der Scheibe zu erreichen, wurde immer mindestens eine Riemenscheibe ballig ausgeführt. Schon 1923 wurde mit der DIN 111 [2] als eine der ersten Normen überhaupt der Flachriemenantrieb mit den erforderlichen Balligkeiten der Antriebsscheiben zur Riemenzentrierung genormt. Da die Riementriebe aber auch auf kontinuierlich verstellbaren Kegelscheibengetrieben verwendet wurden, musste ihr seitlicher Lauf auch durch Rollverstellgabeln beeinflusst werden, mit denen der Riemen in der Mitte zwischen den Riemenscheiben geführt wurde [111].

Mit der Weiterentwicklung von Flachriemen zu Fördergurten und der erheblichen Längensteigerung verstärkte sich das Problem des Schieflaufs stetig, da auf längeren Anlagen deutlich mehr Störgrößen den Gurtlauf beeinflussen können. Die Lenkwirkung durch ballige Ausführung der Antriebstrommel war hierbei nicht mehr ausreichend. Die ersten gemuldeten Gurt-

förderer treten ab 1850 auf [1]. HEITMANN-BERNBURG [61] beschreibt 1908 gemuldete Gurtförderanlagen in Abbildung 1.2 mit einem Tragrollenabstand von 1-2 m, bei denen alle 10-15 m Kantenrollen wie in Abbildung 1.3 zur seitlichen Führung vorgesehen werden sollten. Die Gurte in der Anfangszeit bestanden aus Leder oder Baumwolle. Ab 1891 entstanden auch Baumwollgurte mit einer Tragschicht aus Gummi [1].

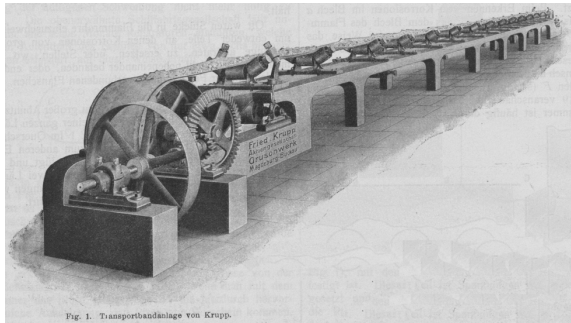


Abb. 1.2: Historische Gurtförderanlage mit Kantenrolle im Obertrum [61]

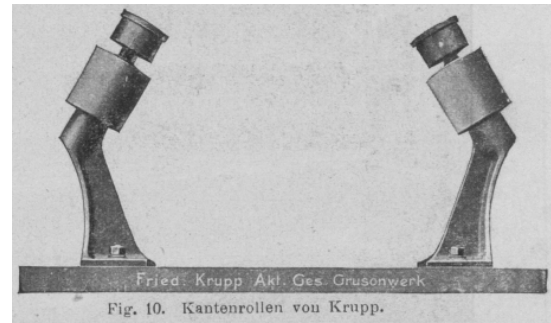


Abb. 1.3: Darstellung einer Kantenrolle der Grusonwerke Magdeburg [61]

Die in Abbildung 1.2 dargestellte Gurtförderanlage wird über einen Flachriemen angetrieben. Die Kantenrollen in Abbildung 1.3 sind auf einem gegossenen Gestell montiert und mit einem Gleitlager gelagert. Beide Abbildungen entstammen dem Angebot der Krupp Aktiengesellschaft aus dem Grusonwerk Magdeburg-Buckau.

### 1.3 Betriebswirtschaftliche Betrachtung des Schieflaufs

Gurtförderer werden in allen Industriezweigen eingesetzt und können aufgrund der sehr variablen Gurtgeschwindigkeiten und Gurtbreiten zum Transport von kleinen bis sehr großen Gutmengen eingesetzt werden. Hauptvorteile der Gurtförderer sind dabei die Realisierung großer Transportlängen und der vergleichsweise geringe Leistungsbedarf. Im Vergleich zum un stetigen Transport via LKW können große Mengen an Energie und  $CO_2$ -Emissionen eingespart werden, wie folgendes Beispiel zeigt: In einem Kohletagebau in China ergab ein neues Fördersystem mit Gurttransport im Vergleich zum herkömmlichen Trucktransport eine Einsparung der  $CO_2$ -Emissionen in Höhe von 30.000 – 45.000 t/a [107]. Die Einsparungen resultieren hauptsächlich daraus, dass ca. 80 % des Leistungsbedarfes einer Gurtförderanlage zum eigentlichen Transport der Ladung eingesetzt wird und nur 20 %, um den Gurt und die Tragrollen zu bewegen. Verglichen mit dem Transport in Lastkraftwagen verändert sich dieses Verhältnis zu 60 % und 40 % [1]. Das bedeutet, 40 % der Energie beim Transport mit Lastkraftwagen wird für die Bewegung der Maschine aufgewendet.

Diese Zahlen gelten in gleicher Weise für die Rohstoffförderung in anderen Bereichen. Hierbei sind besonders der Kupfertagebau in Südamerika, die Förderung von Seltenen Erden in Asien oder die Goldgewinnung in Südafrika zu nennen. Auch die Zement verarbeitende Industrie in



Deutschland setzt Gurtförderer in großem Maße für die Herstellung von Baumaterialien für den europäischen Markt ein.

Der weltweite Bedarf an Gurtfördertechnik wird in den nächsten Jahren weiter steigen, zum einen durch den weiterführenden Abbau der Lagerstätten, wobei der Erzgehalt im zu fördernden Schüttgut sinkt, zum anderen durch den steigenden weltweiten Bedarf an Rohstoffen. Die stark wachsende Elektro- und Unterhaltungsindustrie verlangt immer größere Mengen Seltenen Erden z. B. zur Herstellung von Halbleitern und Hochleistungsmagneten. Die Seltenen Erden haben nur einen sehr geringen Anteil im abzubauenen Gestein. Dadurch steigt der Transportaufwand, der bisher oft mit LKW-Transport realisiert wird, immer weiter. Durch steigende Umweltverantwortung der Betreiber und erhöhte Treibstoffkosten der LKWs ist ein Transport des abgebauten Materials mit Gurtförderanlagen wirtschaftlicher und wesentlich umweltschonender als jede andere Form des Transportes. Zum Vergleich kann der spezifische Energiebedarf, der notwendig ist, um 1000 kg Schüttgut einen Kilometer zu transportieren, aus Tabelle 1.1 entnommen werden.

Tab. 1.1: Spezifischer und relativer Energiebedarf bei Transport von Schüttgütern [1]

Transportmittel	spezifischer Energiebedarf	relativ
LKW	0,2174 kWh/t km	100,00 %
Eisenbahn	0,0565 kWh/t km	25,99 %
Gurtförderer	0,0437 kWh/t km	20,10 %

Der Energiebedarf ist jedoch stark abhängig von der Streckenlänge, auf der gefördert werden soll. Als Faustformel kann gelten, dass es ab einer Förderstrecke von 1 km kosteneffizienter ist, eine Gurtförderanlage einzusetzen als den un stetigen Transport mit LKWs zu wählen [1]. Der Betrieb einer Gurtförderanlage stellt aber wesentlich größere Anforderungen hinsichtlich der Betriebssicherheit und der Instandhaltung an den Anlagenhersteller. Da große Gurtförderanlagen nicht redundant aufgebaut sind, wird beim Ausfall einer Förderanlage oft der Betrieb der gesamten Gewinnungsstrecke außer Kraft gesetzt. Die Ausfallzeiten und Instandsetzungszeiten müssen daher möglichst gering gehalten werden, da sie sehr große Kosten verursachen. Eine der häufigsten Ausfallursachen für Gurtförderanlagen ist Gurtschieflauf.

**Fallstudie zur Abschätzung des wirtschaftlichen Schadens:** Um die entstehenden Kosten abzuschätzen, müssen Anzahl der Anlagen mit Schieflauf, Dauer der Schieflaufbehebung und Ausfallkosten pro Stunde ermittelt werden. Von JURDZIAK ET. AL. [68] wird festgestellt, dass 12,5 % aller Bandanlagen in Polen in der Braunkohleindustrie eingesetzt werden. Bei ca. 500 km Bandanlagen (RWE ca. 225 km [89]) in den deutschen Braunkohleunternehmen kann unter Annahme des gleichen Verhältnisses die Gesamtlänge aller deutschen Bandanlagen auf 4.000 km beziffert werden. Es wird geschätzt, dass davon ca. 1.000 km auf die Förderung von mineralischen Gütern entfallen. Daraus ergibt sich bei einer anteilige auf die weltweite Produktion eine relative Bergwerksproduktion in Deutschland von 0,5–1 % [30] eine weltweite

Gurtförderstrecke von 100.000 km bis 200.000 km für die Förderung von mineralischen Gütern in Bergwerken. Es handelt sich dabei jedoch nur um eine theoretisch erreichbare Länge, da in Europa sehr viele der möglichen Transportwege bereits mit Gurtförderern ausgestattet sind. Die Gesamtlänge wird daher um 25 % auf 75.000 km bis 150.000 km reduziert.

Es wird geschätzt, dass 80 % der Förderstrecke auf Anlagen zwischen 100 m und 1.000 m Länge entfallen. Anlagen unter 100 m Förderstrecke werden als nicht relevant betrachtet, da sie sich verhältnismäßig gut überwachen und einrichten lassen. Wenn Anlagen über 1 km Länge eher die Ausnahme sind, dann ergibt sich mit einer mittleren Förderstrecke von 400 m eine Gesamtzahl der Gurtförderanlagen von 150.000 bis zu 300.000.

Unter der sehr konservativen Annahme, Schieflauf würde nur bei 10 % aller Gurtförderanlagen Probleme im Betriebsverhalten verursachen, ergeben sich 15.000 bis 30.000 aktive Bandanlagen mit Schieflaufproblematik allein für die Förderung in mineralischen Bergwerken. Gurtförderanlagen werden aber auch in der Kohleförderung, in der Hafen- und Umschlagtechnik sowie in der verarbeitenden Industrie eingesetzt, sodass sich die Zahl noch einmal erhöht.

Es wird angenommen, dass durch das Auslösen einer automatischen Abschaltvorrichtung durch Schieflaufwächter eine Gurtförderanlage mindestens eine Stunde ausfällt. Das Einrichten des Gurtes benötigt bei ca. zehn Verstellungen von Tragrollen jeweils drei Umläufe des Gurtes, um die Veränderung beurteilen zu können [115]. Bei der mittleren Gurtförderlänge von 400 m und einer durchschnittlichen Fördergeschwindigkeit von 3 m/s ergibt sich eine Einrichtungszeit von 2 h 13 min. Ein Ausfall einer Gurtförderanlage beträgt damit ca. 3 h 13 min.

Nach Chebat [16] betragen die stündlichen Kosten eines Ausfalls einer Gurtförderanlage zwischen 20.500 €/h und 32.000 €/h für die Förderung von Kupfererz in Chile bzw. in Schweden. Für die Förderung von Kohle in Kanada werden an einer Anlage Ausfallkosten von ca. 22.400 €/h angegeben. Der Stillstand des Transports in einem Hafen in den Niederlanden verursacht hingegen nur 2.500 €/h. Offensichtlich unterscheiden sich die Kosten dabei sehr stark, je nachdem, um welchen Teil der Gewinnungs- bzw. Transportkette es sich handelt. Das Be- und Entladen von Schüttgut ist hier als unkritisch zu bewerten, da durch Stillstand der Gurtförderanlage nur geringe Stillstands- und Verzögerungszeiten entstehen, wenn das Schüttgut auf Halden zwischengelagert werden kann und die Förderanlagen nicht im 24 h-Betrieb laufen. Ausgenommen hiervon sind wiederum Anlagen zur Schiffsbe- und -entladung, die beim Eintreffen des Schiffes ununterbrochen laufen müssen. Sonst entstehen sehr hohe Kosten durch Verspätung des Schiffes und hohe Liegekosten im Hafen.

Je nach Anwendung kann davon ausgegangen werden, dass beim Ausfall einer Anlage durch Gurtschieflauf in einem Betrieb Kosten zwischen 66.000 € und 103.000 € entstehen. Darin sind keine Kosten durch beschädigte Anlagenkomponenten enthalten. Der Beseitigung des Gurtschieflaufs sollte daher größte Aufmerksamkeit in der Anlagenwartung gewidmet werden, sodass Gurtförderanlagen möglichst nicht aufgrund von Gurtschieflauf ausfallen.

## 1.4 Ziele und Aufbau der Arbeit

Es lässt sich feststellen, dass der Gurtschieflauf ein immenses Problem darstellt. Seit weit über 100 Jahren bestehen Probleme mit Gurtschieflauf, für die zwar kontinuierlich Mittel gefunden wurden, um die Folgen zu vermindern, während das Problem aufgrund der Komplexität aber nie gelöst werden konnte. Die Ziele der Arbeit sind daher eine umfassende Beschreibung des Gurtschieflaufs, der auftretenden Wirkmechanismen, der wesentlichen Ursachen und deren mathematische Abbildung. Es wird eine Berechnungsmethode entwickelt, die den Schieflauf an einer realen Gurtbandförderanlage abbilden kann.

Dabei werden die folgenden Ziele erreicht, die in den angegebenen Kapiteln bearbeitet werden:

1. Analyse der gängigen Ursachen von Gurtschieflauf (Kapitel 3)
2. Modellentwicklung und mathematische Beschreibung des seitlichen Laufverhaltens von Gurten (Kapitel 6)
3. Validierung des Modellansatzes mit einem Minimalmodell (Kapitel 7)
4. Experimentelle Untersuchung der Wirkung von ausgewählten Störgrößen auf den Gurtauflauf eines gemuldeten, unbeladenen Fördergurtes (Kapitel 8, Abschnitt 8.4)
5. Simulation eines gemuldeten, unbeladenen Fördergurtes (Kapitel 8, Abschnitt 8.6 bis 8.8)
6. Vergleich der Ergebnisse aus Messung und Simulation (Kapitel 8, Abschnitt 8.9)

Die wesentlichen Ursachen, die zum Gurtschieflauf führen, sollen analytisch untersucht, beschrieben und dabei so aufbereitet werden, dass sie, soweit möglich, mathematisch abbildbar gemacht werden, um sie später in einem Berechnungsmodell der Gesamtanlage als Eingangsdaten benutzen zu können.

## 2 Stand der Forschung

Es existiert bisher keine wissenschaftliche Arbeit, die das Laufverhalten eines gemuldeten Fördergurtes mathematisch beschreibt, der schlupfbehaftet über Tragrollen läuft und durch externe Lasten wie Schüttgut oder Seitenwind zum Schieflaufen gebracht wird. In verschiedenen Arbeiten werden Teilaspekte betrachtet, die das Problem aber nicht in Gänze lösen.

### 2.1 Praxisorientierte Beschreibung

Da Gurtschieflauf insbesondere für Betreiber von Anlagen ein teilweise großes und wiederkehrendes Problem darstellt, existiert praxisbezogene Literatur, in der auf das Problem eingegangen und Lösungen vorgeschlagen werden. Hersteller von Lenkeinrichtungen und Gurten geben oft allgemeingültige Anweisungen zum Lauf des Gurtes, ohne auf die mathematische Verknüpfung von Ursachen und Wirkung einzugehen [41], [20]. CONTITECH [6] stellt eine App für den Anwender bereit, um direkt an der Anlage die Ursachen mit dem auftretenden Schieflauf vergleichen zu können. CLERX [19] stellt verschiedene Gurtführungssysteme gegenüber. Dabei werden insbesondere Spursysteme für Flachgurte betrachtet. In FOUNDATIONS [115] werden sehr praxisorientierte Hinweise zur Einrichtung eines Gurtfördersystems gegeben. Die Beschreibungen sind sehr detailliert und beinhalten quantifizierte Vorschläge und Hinweise. ZIEGLER [130] beschreibt den Gurtschieflauf, gibt ähnlich detaillierte Vorschläge und versucht, diese wissenschaftlich zu belegen.

### 2.2 Messungen an gemuldeten Anlagen

Um verlässliche Aussagen zum Schieflauf und zu auftretenden Kräften treffen zu können, fehlen aber oft experimentelle Untersuchungen an Gurtförderanlagen. GLADYSIEWICZ ET. AL. [47] haben ein universelles Messsystem entwickelt, das benutzt werden kann, um Kräfte an Tragrollengirlanden zu messen. Von BARFOOD [8] wurden 1995 Untersuchungen an der Universität von Newcastle (Australien) durchgeführt mit dem Ziel, den Lenkeinfluss einer um die vertikale Achse verdrehten Tragrolle zu ermitteln. Daraus wurde ein Lenkwirkungsgesetz abgeleitet, das den Schieflauf als degressive Funktion des Verdrehwinkels darstellt, die sich asymptotisch dem maximalen Schieflauf annähert. Das Messsystem wird nicht näher beschrieben, sodass davon auszugehen ist, dass die seitliche Position des Gurtes manuell relativ zu

den Tragrollenstationen aufgenommen wurde. Eventuelle Verschiebungen der Stationen werden nicht erfasst. Eine vergleichbare Arbeit wurde von SCHULZ [110] und FRACKOWIAK [44] in Bochum durchgeführt. Hierbei war das Ziel, Parameter abzuleiten, mit denen aktive elektrische Lenkeinrichtungen geregelt werden können. Untersuchungen zum Lenkeffekt und zur Gurtverformung lassen sich nur indirekt ableiten.

## 2.3 Abbildung von Flachriemenschieflauf

Der Schieflauf von Fördergurten kann als allgemeines Problem auf das Laufverhalten von Flachriementrieben abstrahiert werden. Historisch übertrugen Lederriemen die mechanische Leistung von einer zentralen Antriebswelle, die teilweise durch die ganze Fabrikhalle verlief, auf unterschiedliche Abnehmer. SCHWAMB beschreibt 1921 in seinem Werk „Elements of Mechanism“ [111] solche Zugmittelgetriebe sehr detailliert. Er geht auch auf den Schieflauf der Antriebsriemen und auf Maßnahmen zur Vermeidung des Schieflaufs ein [111]. Da zu dieser Zeit die Elektrifizierung nicht besonders fortgeschritten war, mussten die Riementriebe oft relativ komplex ausgeführt werden, wenn nicht sichergestellt werden konnte, dass die Achsen von An- und Abtriebsrädern parallel lagen, woraus sich Probleme mit schieflaufenden Riemen ergeben konnten. Auch die Verwendung von kegeligen An- und Abtriebsrädern zur stufenlosen Übersetzungsveränderung setzt eine Lenkeinrichtung des Gurtes voraus. Die ballige Ausführung von Umlenkrollen zur Schieflaufvermeidung ist ebenfalls seit mehr als 100 Jahren Stand der Technik [111].

Zum lateralen Laufverhalten von Flachriemen existieren verschiedene Arbeiten. KHAN [72] hat das Laufverhalten von Flachbändern an einem Minimalmodell experimentell untersucht. Der Achsabstand von nur wenigen Zentimetern ist jedoch als nachteilig zu betrachten, da Industrieanwendungen ein größeres Verhältnis von Länge zu Breite aufweisen. Außerdem wurden die Untersuchungen mit einem isotropen Gurt durchgeführt. KOBAYASHI ET. AL. [74] untersucht ebenfalls den Schieflauf von Flachriemen experimentell. Dabei wird der Schieflauf an balligen Trommeln und der Schieflauf für unterschiedliche Transportgeschwindigkeiten analysiert. Er leitete ab, dass unterschiedliche Geschwindigkeiten keinen Einfluss auf die entstehende Lenkwirkung haben, so lange die Zentripetalkräfte zu vernachlässigen sind. Von SPAANS ET. AL. [114] wird ein Berechnungsansatz vorgestellt, der die Bandbewegung für konisch zylindrische Trommeln abbildet. Dabei wird ein analytischer Ansatz gewählt, bei dem aus einer angenommenen seitlichen Krümmung der Trommeloberfläche aufgrund des Übergangs von zylindrisch auf konisch eine seitliche Biegeverformung des Bandes entsteht. Diese Verformung wird als Biegedifferentialgleichung aufgelöst.

Von HAN ET. AL. [59] wird ein ähnlicher Ansatz verwendet, um die seitliche Bewegung des Gurtes abzubilden, wenn Trommeln im Winkel verdreht werden. Die gleiche Methode wird von ihm außerdem in [58] vorgestellt, indem der Gurtlauf in einem Zweirollensystem untersucht

wird.

CHENG ET. AL. [18] verwendet zur Simulation ein komplexes FEM-Modell des Gurtes unter Berücksichtigung von Kontakten zwischen den Elementen der Trommeln und des Gurtes. Hier wird als starker Unterschied ein Dreirollensystem betrachtet. Cheng führt außerdem Schlupf im Kontakt ein. Da ein hartes Umschalten der übertragbaren Kraft zwischen Haftreibung und Gleitreibung numerisch nicht sinnvoll ist, wird ein Übergangsgesetz mit einem Tangensansatz als stetigen Übergang eingeführt. Der Übergangskoeffizient zur Bestimmung der Steigung am Nullpunkt der Geschwindigkeit wird mit Messdaten kalibriert. Dieser Ansatz ermöglicht jedoch kein Haften im Kontaktpunkt und verursacht immer seitliche Kriechbewegungen.

## 2.4 Gurtschieflauf an Stahlbändern

Stahlprozessbänder können als Flachriemen betrachtet werden, bei denen der Gurt sehr steif und isotrop ausgeführt wird. An der TU Wien wurden dazu für Stahlbänder experimentelle und theoretische Arbeiten von WIMMER [128], DIETL [24], RITZINGER [101], EGGER [32], ISAC [67], PIRKO [99], KOLLER [75], SCHULMEISTER [109] und GABMAYER [45] durchgeführt. Ihre Arbeiten bauen stark aufeinander auf und behandeln die seitliche Verlaufsbeugung von Stahlprozessbändern. Die Bewegung wird dabei über hochkomplexe Differentialgleichungssysteme beschrieben, die eine praxisnahe und schnell adaptierbare Anwendung unmöglich machen.

Die Arbeiten von EGGER [31] [32] [35] [37] [36] [33] [34] (*Auswahl*) sind dabei besonders hervorzuheben, da über einen vergleichsweise langen Zeitraum (1996 - 2014) fortführend weiter veröffentlicht wurde. EGGER stellt in [33] ein analytisches Berechnungsmodell umfassend vor, das die seitliche Bewegung an Flachriemen abbilden kann. Diese Modelle basieren auch auf dem Ansatz eines Biegebalkens und seiner stetigen Verformung zwischen den Rollen des Bandes. Dabei wird eine analytische Gleichung erstellt, die die Verformung des Balkens mit den Einspannpunkten an den Rollen abbildet. Die resultierende Differentialgleichung wird analytisch gelöst.

Der von EGGER und HOFFMANN in [35] vorgestellte Vergleich der Verformung über der Gurtlänge mit Messdaten zeigt eine sehr gute Übereinstimmung der Simulation bei Vergleich mit Messungen. Der in [36] vorgestellte Vergleich der Schieflaufgeschwindigkeit bei Verdrehung einer Umlenkrolle zeigt jedoch Abweichungen in der stationären Endgeschwindigkeit. Instationäre, zeitlich veränderliche sowie zufällige Größen lassen sich mit diesem Modell nicht abbilden.

Neueste Ansätze von PAULSCHIN [98] versuchen die umständliche und in der Praxis nicht praktikable Lösung der Differentialgleichungen zu umgehen, indem ein Diskrete Elemente Ansatz gewählt wird, um die stetigen Verformungen zu beschreiben.

## 2.5 Simulationen des Fördergurtes

Forschungsarbeiten zur simulativen Abbildung von Fördergurten, die das Lauf- und Verformungsverhalten von Gurten beschreiben, gibt es nur wenige. Von FIMBINGER [43], [42] wird ein mit PAULISCHIN [98] vergleichbarer Ansatz benutzt, um die Gurtverformung für Sandwich- und Schlauchgurtförderer abzubilden. FIMBINGER benutzt die Diskrete Elemente Methode, um die Gurtoberfläche in der Simulation abzubilden. Dafür wird die Oberfläche des Gurtes aus DEM Primärpartikeln zu einer Art Teppich abgebildet. Im einfachsten Fall werden hierfür kugelförmige Partikel verwendet, die jedoch den Nachteil haben, eine Oberflächenrauheit des abzubildenden Gurtes zu erzeugen, da die Oberfläche der Partikel immer gewölbt ist. FIMBINGER stellt zur Verbesserung der Oberflächenabbildung auch die Möglichkeit vor, ellipsoide oder würfelförmige Primärpartikel in der Simulation zu benutzen. Die von ihm vorgestellten Surface- und Shell-Elemente stellen eine Alternative zu Würfelpartikeln dar. Zwar lässt sich durch plane Primärflächen eine Rauheit für einen geraden Gurt erreichen, bei Biegungen tritt aber ein Polygoneffekt des sich bewegenden Gurtes auf [42].

Um die Partikel miteinander zu einem flexiblen Objekt aufzubauen, werden sie untereinander verknüpft. Es entsteht so ein Netz aus Balken mit Kontaktelementen (Primärpartikeln) an den Netzknoten. Die Verknüpfungen können durch verschiedene Elemente erreicht werden. Im einfachsten Fall sind lineare Federelemente denkbar, die zu einem biegeschlaffen Objekt führen. Um Biegesteifigkeiten zu erreichen, werden Biegebalken mit Einspannungen an den Primärpartikeln in der Simulation benutzt. Hierfür lassen sich alle Balkenmodelle benutzen. Prinzipiell ist es auch möglich, Volumen- oder Schalenmodelle zwischen den Partikeln zu verwenden. FIMBINGER spricht von „[...] ähnlichen Modellen, wie jene für Stab-Modelle in FEM-Anwendungen.“ [42, S. 30]. Welche Modelle verwendet werden, wird nicht erwähnt. Um das orthotrope Materialverhalten abzubilden, werden Reduktionsfaktoren von FIMBINGER verwendet. Wie die Werte ermittelt werden, wird nicht klar. Spannungsversteifungen des Balkenelementes durch Vorspannung des Gurtes werden nicht thematisiert.

Im Gegensatz zu PAULISCHIN geht FIMBINGER in keinsten Weise auf die ungenügende Abbildung der Schubfestigkeit des Gurtes ein, wenn dieser nur aus netzförmig angeordneten Biegebalken aufgebaut wird [98]. Gerade im Bereich großer Spannungsunterschiede wird ein solches Modell keine zufriedenstellenden und vertrauenswürdigen Ergebnisse liefern können. Des Weiteren ist der Aufbau als sich bewegender Partikelteppich vergleichsweise rechenintensiv. Eine Simulation einer langen Förderanlage wird mit dem aktuellen Stand der verfügbaren Rechentechnik nicht möglich sein.

Unter der Annahme der Verwendung von Schalen- oder Volumenelementen zwischen den Partikeln könnte eine FEM-DEM Simulation entwickelt werden, die eine sehr große Effizienz in der Kontakterkennung der einzelnen Elemente aufweist. Diese Simulation wäre zwar noch aufwendiger, könnte aber in Zukunft, nach Steigerung der Rechnerleistung, zu Modellen führen, die die Gurtverformungen auch an komplizierten Stellen wie Gurtwenden beschreiben können.

## 3 Ursachen des Gurtschieflaufs

Gurtschieflauf hat oft eine Reihe von verketteten Ursachen, insbesondere wenn er nicht durch einfache Maßnahmen zu kontrollieren ist. Meist treten verschiedene Ursachen zusammen auf, die sich zum Teil auch gegenseitig beeinflussen können. Im Folgenden sollen die Einzelursachen und ihre Wirkung auf den Gurt näher betrachtet werden. Zusätzlich werden Ansätze aufgezeigt, mit denen auftretende Störungen simulativ abgebildet werden können.

### 3.1 Allgemeiner Wirkmechanismus

Die primäre Ursache für Schieflauf an Gurtförderanlagen ist das Auflaufen des Fördergurt unter einem Winkel auf eine Tragrolle. Aus diesem Winkel und der Gurtgeschwindigkeit entsteht eine seitliche Geschwindigkeit. Der Gurt bewegt sich dabei nicht relativ zur Rolle, wie man annehmen könnte, sondern der Kontaktpunkt verschiebt sich seitlich, da immer ein neuer Punkt des Gurtes in Eingriff kommt. Dadurch kann der Gurt trotz Haftbedingung auf der Rolle eine Seitwärtsbewegung vollziehen. Der Ansatz der Haftreibung bleibt für das folgende Modell bestehen. In der praxisbezogenen Literatur wird als Analogie oft ein Buch wie in Abbildung 3.1 benutzt, das rollend auf einem Stift über den Tisch bewegt wird [41] [112].

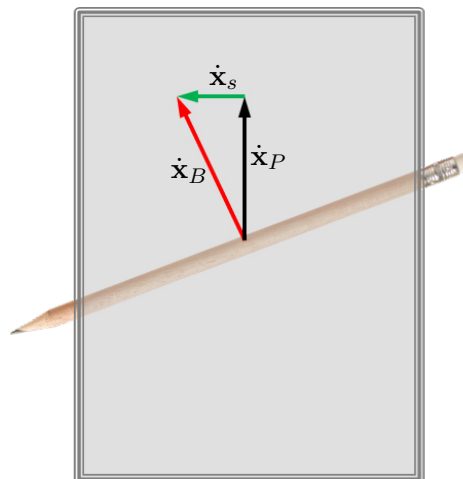


Abb. 3.1: Schieflaufmodell aus einem Buch und einem Stift

Der Stift steht dabei nicht exakt senkrecht zum Buchrücken. Durch Vorschub des Buches mit der Geschwindigkeit  $\dot{x}_p$  parallel zum Rücken bekommt es eine seitliche Geschwindigkeitskom-



ponente  $\dot{\mathbf{x}}_s$  durch den nicht exakt ausgerichteten Stift. Das Buch bewegt sich also senkrecht zum Stift mit  $\dot{\mathbf{x}}_B$ , ohne Schlupf zwischen Stift und Buch. Dabei symbolisiert das Buch den Fördergurt und der Stift eine verdrehte Tragrolle.

Dieses Modell verdeutlicht auf einfache Art den Mechanismus des Gurtschieflaufs. Da sich der Gurt beim Schieflauf verformt, ändert sich fortlaufend der Auflaufwinkel, wodurch die hier gezeigte Schieflaufgeschwindigkeit eine Funktion des Ortes bzw. der Zeit ist. Damit ist klar, dass es sich um eine Differentialgleichung mindestens erster Ordnung handeln muss.

Der Ansatz der Haftreibung kann nur aufrecht erhalten werden, wenn der Gurt nicht von einer Kraft, die die Haftreibungskraft übersteigt, seitlich von den Tragrollen gedrückt wird. Auch kann durch eine zu große Seitenkraft des Gurtes die Reibkraft überschritten werden und so Schlupf auftreten.

An einer realen Anlage kann somit weder grundsätzlich von Haftreibung zwischen Tragrolle und Gurt ausgegangen werden, noch ist der Auflaufwinkel eine statische Größe.

## 3.2 Ausrichtung der Tragrollen

Viele Gurtförderanlagen werden nicht mit der erforderlichen Sorgfalt aufgestellt oder im Betrieb verschoben. Beim Bandrücken werden Gerüstfelder seitlich z. B. von einem Absetzer mit Bandschleifenwagen verschoben. Dabei kann es zu Fehlausrichtungen der Tragrollen in mehreren Raumrichtungen kommen, da die Anlage nicht auf einem Fundament steht.

### 3.2.1 Verschiebung in x-Richtung

Eine Verschiebung in x-Richtung, wie in Abbildung 3.2 gezeigt wird, hat keine unmittelbaren Auswirkungen auf den seitlichen Bandlauf.

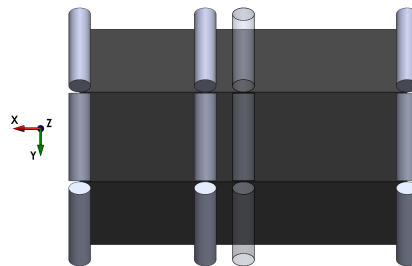


Abb. 3.2: Verschiebung in x-Richtung

Da sich durch die Verschiebung der relative Tragrollenabstand ändert, verändert sich auch der Durchhang des Gurtes. Jedoch wird angenommen, dass die Änderung in x-Richtung verhältnismäßig so klein ist, dass der Durchhang nur in geringem Maße geändert wird. Eine signifikante Veränderung des Durchhanges würde den Umschlingungswinkel vergrößern. Außerdem führt die Verschiebung zu veränderten vertikalen Lasten der Tragrollen. Beides beeinflusst die

übertragbaren seitlichen Kräfte im Kontakt zwischen Tragrolle und Gurt. Bei kleinen Verschiebungen in x-Richtung, wie sie durch Ausrichtungsfehler entstehen können, sind solche Änderungen jedoch nicht zu erwarten. Eine Verschiebung einer Tragrollenstation in Förderrichtung wird somit keinen nennenswerten Einfluss auf das Laufverhalten des Fördergurtes haben.

### 3.2.2 Verschiebung in y-Richtung

Durch eine Verschiebung einer Tragrollenstation in y-Richtung wirken seitliche Kräfte auf den Gurt. Die in Abbildung 3.3 dargestellte Verschiebung ergibt sich jedoch nicht aus einer Zwangslage des Gurtes.

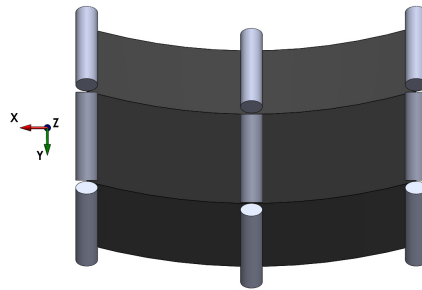


Abb. 3.3: Verschiebung in y-Richtung

Die Verformung resultiert hier aus den Selbstzentrierungseffekten des Gurtes. Wenn der Gurt an der verschobenen Tragrolle im Koordinatensystem der Tragrolle betrachtet wird, liegt er exzentrisch auf. Die Selbstzentrierungseffekte wirken dieser Verschiebung entgegen, wodurch sich ein Schieflauf des Gurtes bei Betrachtung im globalen Koordinatensystem ergibt.

Zusätzlich zur Selbstzentrierung können Lenkeffekte aufgrund erhöhter Vertikallasten an der Tragrollenstation entstehen. Wenn eine Tragrollenstation in y-Richtung verschoben wird, liegt der Gurt stärker auf einer Seitentragrolle auf. Ist die Tragrolle zusätzlich z. B. verdreht, entsteht durch die seitliche Verschiebung eine erhöhte Lenkwirkung dieser sekundären Fehlausrichtung. Die Lenkwirkung übersteigt dann oft die der Selbstzentrierung.

Eine Verschiebung in y-Richtung verursacht daher eine große Lenkwirkung, die in ihrer Richtung nicht zweifelsfrei im Vorhinein zu bestimmen ist.

### 3.2.3 Verschiebung in z-Richtung

Die Verschiebung einer Tragrollenstation in z-Richtung in Abbildung 3.4 führt zu erhöhten Bewegungswiderständen des Gurtförderers und damit zu erhöhter Leistungsaufnahme. Dies ist mit der potentiellen Lageänderung zu erklären. Die aufgewendete Energie, die nötig ist, um den relativen Unterschied zu überwinden, kann nicht komplett bei der Talfahrt zurückgewonnen werden.

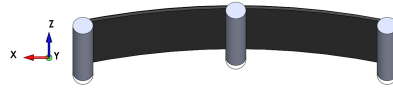


Abb. 3.4: Verschiebung in z-Richtung

Die Verschiebung in z-Richtung hat keinen Einfluss auf das Laufverhalten. Durch die Erhöhung der vertikalen Lasten dieser Tragrollenstation mit gleichzeitiger Entlastung der umliegenden Tragrollen steigt der potentielle Lenkeffekt der Station an. Bei Fehlausrichtungen in anderen Raumrichtungen erhöht sich deren Lenkwirkung. Das Einrichten des Gurtes wird so deutlich erschwert. Daher ist eine gleichmäßige Ausrichtung der Tragrollen in z-Richtung sicherzustellen.

### 3.2.4 Rotation um die x-Achse

Eine rotatorische Verschiebung der betrachteten Tragrollenstation führt nicht unmittelbar zu Schieflauf. Wie jedoch in Abbildung 3.5 zu erkennen ist, neigt sich der Gurt zur Seite, wodurch er seitlich durch die Gewichtskraft verformt wird. Diese Verformung führt zum Gurtschieflauf.

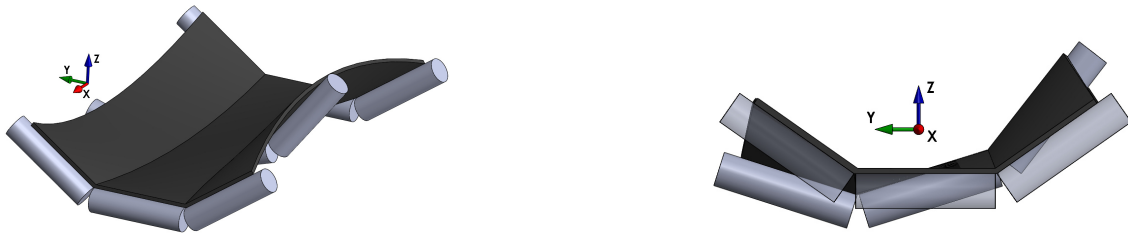


Abb. 3.5: Rotation um die x-Achse

Die Resultierende der Gewichtskraft zeigt bei einer Drehung um die x-Achse nicht mehr normal auf die Tragrollenstation. Durch die seitliche Komponente wird der Gurt in y-Richtung verformt, wodurch der Schieflauf entsteht. Zusätzlich werden hier die äußeren Tragrollen abgesenkt bzw. angehoben, wodurch sich die Lenkwirkung der betreffenden Rolle sowie der umliegenden Tragrollen ändert.

### 3.2.5 Rotation um die y-Achse

Die Rotation um die y-Achse in Abbildung 3.6 wird auch als auf Sturz Stellen der Tragrollenstation bezeichnet. Je nach Bandlaufrichtung kann das auf Sturz Stellen einer Tragrollenstation das Laufverhalten positiv beeinflussen. Wenn die Tragrollenstation in Laufrichtung nach vorn geneigt wird, zentriert sich der Gurt selbst. Da jede Tragrolle den Gurt senkrecht zu ihrer Drehachse bewegen will, wirken Verformungskräfte in Richtung Gurtmitte, die sich bei mittiger Lage des Gurtes aufheben.

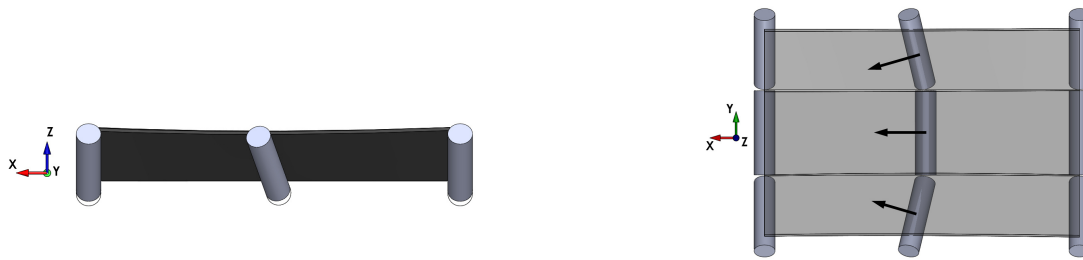


Abb. 3.6: Rotation um die y-Achse

Für reversierende Antriebe ist dieses Prinzip nicht anwendbar, da bei Laufrichtungsumkehr die Führungskraft von der Gurtmitte weg nach außen zeigt. Der Gurtlauf wird dadurch destabilisiert.

Da das auf Sturz Stellen von Tragrollen ein gängiges Mittel zur Zentrierung des Gurtes ist, werden Tragrollenstationen teilweise, wie in Abbildung 3.7 gezeigt, mit mehreren Aufnahmen ausgerüstet, sodass durch Umhängen der Tragrollen ein auf Sturz Stellen erreicht werden kann. Dabei wird die Zentrierwirkung nicht erreicht, indem die gesamte Tragrollenstation um die Querachse verdreht wird, sondern nur durch eine Schrägstellung der äußeren Rollen.

In Abbildung 3.8 wird eine Girlandentragrollenstation gezeigt.



Abb. 3.7: Mögliche Schrägstellung der äußeren Rollen und Sturz Stellen

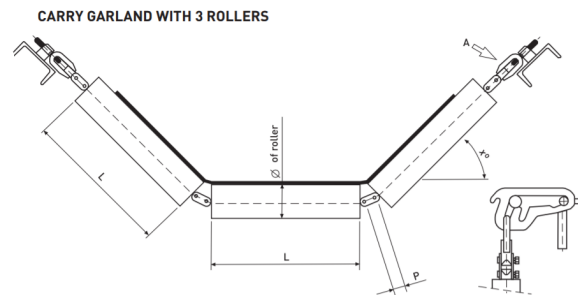


Abb. 3.8: Möglichkeit zum Umhängen von Girlanden [117]

Girlanden stellen einen Sonderfall dar, da sich durch die freischwingende Aufhängung und Rollwiderstände ein negativer Sturzwinkel einstellt. Durch verschiedene Aufhängungsmöglichkeiten kann dem aber entgegengewirkt werden. An steigenden oder abfallenden Gurtförderanlagen kann es auch zum Sturz Stellen von Girlanden kommen, wenn diese einfach in die Gerüstfelder eingehängt werden. Durch die Gewichtskraft hängen die Girlanden so in einem Sturzwinkel zu den Gerüstfeldern. Bei Bergabförderung entsteht so ein negativer Sturzwinkel, der zu einer Destabilisierung des Gurtlaufs führen kann.

### 3.2.6 Rotation um die z-Achse

Die Verdrehung einer Tragrolle hat einen sehr hohen Lenkeinfluss auf den Gurtlauf. Wenn, wie in Abbildung 3.9 gezeigt, eine Tragrolle um die z-Achse verdreht wird, wird der Gurt immer in Richtung der Rollennormalen gefördert. Dadurch ist der seitliche Verlauf direkt proportional zum eingestellten Winkel. Dies gilt jedoch nur so lange, wie die Rückstellkraft durch die Gurtsteifigkeit nicht größer ist als die maximal mögliche Haftreibungskraft. Andernfalls kommt es zum Durchrutschen des Gurtes.

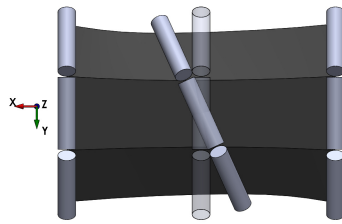


Abb. 3.9: Rotation um die z-Achse

Der so entstehende Lenkeffekt kann in speziellen Lenkeinrichtungen als Steuergröße für den Gurtlauf verwendet werden [38], [48].

## 3.3 Ausrichtung der Gurttrommeln

An Trommeln mit hohem Umschlingungswinkel wie Spanntrommel, Einschnürrollen oder Antriebstrommel können Ausrichtungsfehler ebenso zu Gurtschieflauf führen. Bei diesen Trommeln kommt es beim Schieflauf aufgrund des großen Umschlingungswinkels nie zu lateralem Schlupf. Daher ist die Lenkwirkung hier deutlich größer als an einer Tragrollenstation, an der der Gurt ab einem Überschreiten der maximal übertragbaren Kraft durchrutscht. In Abbildung 3.10 und Abbildung 3.11 sind zwei mögliche Verdrehungen dargestellt.

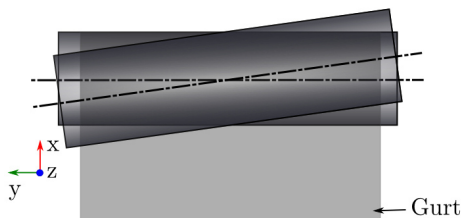


Abb. 3.10: »in plane« Verdrehung mit hoher Lenkwirkung

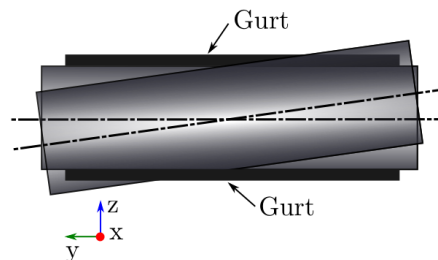


Abb. 3.11: »out of plane« Verdrehung mit geringerer Lenkwirkung

Prinzipiell lassen sich Verdrehungen unterscheiden in »in plane« (in der Ebene des Gurtes, Abbildung 3.10) und »out of plane« (senkrecht zur Gurtebene, Abbildung 3.11). »Out of plane« Verdrehungen, wie sie in Abbildung 3.11 dargestellt sind, haben keine praktische Relevanz, da sie sehr einfach mit einer Wasserwaage zu beseitigen sind. »In plane« Verdrehungen können jedoch wesentlich häufiger auftreten, wenn beim Spannen die Achsen nicht parallel verschoben werden. Die unsymmetrische Gurtspannung kann aber durch Kraftsensoren in der Spannvorrichtung ermittelt werden.

### 3.4 Unsymmetrische Gutaufgabe

Bei einer unsymmetrischen Gutaufgabe liegt das Schüttgut nicht mittig auf dem Gurt. Die exzentrische Aufgabe auf den Gurt kann zwei Ursachen haben.

Im ersten Fall wird das Gut aufgrund falscher Einstellungen an der Übergabestelle außermittig auf einen nicht schief laufenden Gurt aufgegeben. Die resultierende Gewichtskraft des exzentrisch liegenden Gutes bewirkt eine seitliche Verformung, da das Gut den energetisch günstigsten Zustand einnehmen will. Der Massenschwerpunkt einer Schüttgutscheibe wird so immer versuchen, den tiefstmöglichen Punkt im Gurtquerschnitt anzunehmen. Wird der Gurt im Verlauf auf der Förderanlage nicht wieder zentriert, wird das Gut nach einem Umlauf auf einen schief laufenden Gurt exzentrisch aufgegeben, was wiederum zu einem stärkeren Schiefelauf führen wird.

Im zweiten Fall wird das Gut an der Übergabestelle mittig auf einen schief laufenden Gurt aufgegeben. In diesem Fall bewirkt die Gewichtskraft keine Änderung der Gurtposition.

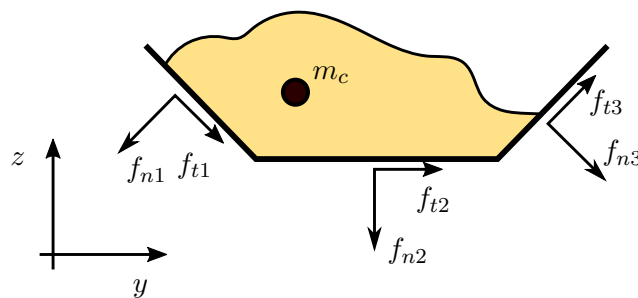


Abb. 3.12: Durch exzentrische Beladung entstehende Gurtkräfte

In Abbildung 3.12 sind schematisch die quer zur Förderrichtung auftretenden Belastungen auf den Gurt dargestellt. Ein dreifach gemuldeter Gurt lässt sich somit in drei Bereiche aufteilen, die voneinander unabhängig betrachtet werden können. Für jeden Bereich ergeben sich normale und tangentiale Kräfte auf den Gurt. Um die seitlichen Kräfte auf den Gurt zu

ermitteln, wird die Summe über alle tangentialen Kräfte gebildet.

$$f_T = \sum_{j=1}^n f_{ti} \quad (3.1)$$

Die Kräfte, die durch das Schüttgut entstehen, können analytisch mit den Modellen von Krause und Hettler [77] berechnet werden. Hierbei müssen jedoch die großen Vereinfachungen beachtet werden, die sich aus der idealisierten Gutoberfläche und dem Schüttgut ergeben. Eine Änderung der Gurtgeometrie oder der Schüttguteigenschaften außerhalb des dort betrachteten Rahmens führt zu Änderungen, die nur noch sehr grob beschrieben werden können.

Mit der Diskreten Elemente Methode (DEM) ist es möglich, granulare Medien simulativ zu beschreiben [23]. Des Weiteren kann eine Gutübergabestelle, an der die Ursache eines auftretenden Schieflaufs vermutet wird, genau nachgebildet und untersucht werden. So kann die Lage des Schüttgutes auf dem Gurtförderer viel präziser beschrieben werden. Es können dann auch direkt qualitative Aussagen darüber getroffen werden, ob die Gutaufgabe zu Schieflauf führen wird.

Eine exzentrische Gutaufgabe kann verschiedene Gründe haben. Oftmals ist eine nicht optimal gestaltete Übergabestelle die Ursache. Variabler Volumenstrom, unterschiedliche Fördergeschwindigkeiten, Anbackungen an den Leitblechen, im Winkel verstellbare Übergabestellen oder variable Eigenschaften des Schüttgutes sind weitere, häufige Ursachen. Auch Segregation, also die Trennung verschiedener Gutfraktionen, könnte als Ursache in Frage kommen, wenn sich z. B. Stoffe geringerer Dichte auf der einen Seite und Stoffe mit höherer Dichte auf der anderen Seite des Gurtes befinden. Mit der DEM lassen sich alle Vorgänge hinreichend genau abbilden, sodass quantifizierte Aussagen über die entstehenden Gurtkräfte getroffen werden können.

### 3.4.1 Modellbildung

Um verschiedene Schüttgüter unterschiedlicher Böschungswinkel und Oberflächenausbildung auf dem Fördergurt berücksichtigen zu können, sind analytische Modelle genau genug. Es besteht jedoch die Möglichkeit, das Schüttgut mit der DEM als losgelöstes Teilmodell abzubilden. Die DEM ist eine in der Schüttgut- und Fördertechnik anerkannte Methode, mit der sich das Schüttgutverhalten in unterschiedlichen Anwendungsgebieten simulieren lässt. So ist es möglich, den Gutfluss in Schüttgutübergabestellen [69], Bunkern [102] oder Mischanlagen [78] zu simulieren. Mit Kopplungen zur Mehrkörpermechanik ist es auch möglich, die Interaktion einer Arbeitsmaschine mit dem Schüttgut [80] oder das Bruchverhalten von Gestein in einem Brecher [70] abzubilden.

### Modellierung mit DEM

Bei der Simulation mit der DEM wird das Schüttgut durch polydisperse Kugeln abgebildet. An den Kontaktstellen der Kugeln werden mit Kontaktgesetzen Kräfte berechnet, die zu einer Interaktion der Kugeln führen. Diese Kontaktgesetze umfassen Partikelreibung nach Coulomb, Partikelrollreibung, Wandreibung, einen Dämpfungsparameter, der üblicherweise über die Stoßzahl ausgedrückt wird, sowie ein Modell für Anziehungskräfte zwischen den Partikeln, um kohäsives Schüttgut zu simulieren [15].

Die beschriebenen Parameter eines DEM-Modells können nur zum Teil (Wandreibung, Dichte und Partikelgrößen) durch Messungen ermittelt werden. Die Parameter, die nicht direkt zugänglich sind, müssen durch Vergleich von Versuchen und Simulationen kalibriert werden. Nach der Kalibrierung entspricht das Verhalten der kugelförmigen Partikel in der Simulation dem Verhalten des realen Schüttgutes [125].

Mit der DEM lassen sich die schüttgutinternen Vorgänge hinreichend genau abbilden, so dass quantifizierte Aussagen über die entstehenden Gurtkräfte getroffen werden können. Die interagierenden Flächen des Gurtes werden als STL-Oberflächennetz abgebildet.

### Modellaufbau

In der folgenden Simulation soll der Zusammenhang zwischen Schüttgutlage und Belastungen auf den Gurt überprüft werden. Dafür wird eine Übergabestelle eines 2400 mm breiten Gurtes mit verschiebbarer Prallwand im CAD modelliert und als Oberflächennetz exportiert. Die Hauptabmaße des Gurtes sind in Abbildung 3.13 dargestellt.

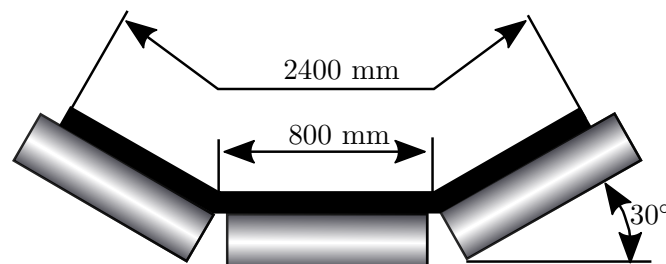


Abb. 3.13: Abmaße des zu simulierenden Gurtes

Als Schüttgut kommt trockener Sand mit einem Wassergehalt von weniger als 0,5 % Masse zum Einsatz. Dieser ist als Modellschüttgut zu betrachten, da sich die Eigenschaften des Schüttgutes von Einsatzfall zu Einsatzfall sehr stark unterscheiden. Es ist daher immer notwendig, eine Kalibrierung der Eigenschaften vorzunehmen, um die auftretenden Gurtkräfte separat zu berechnen.

In Abbildung 3.14 ist eine Übergabestelle mit einem Übergabewinkel von  $90^\circ$  zwischen den Förderachsen zu sehen. Der anfördernde Gurt fördert gegen eine Prallwand, die zur Laufzeit



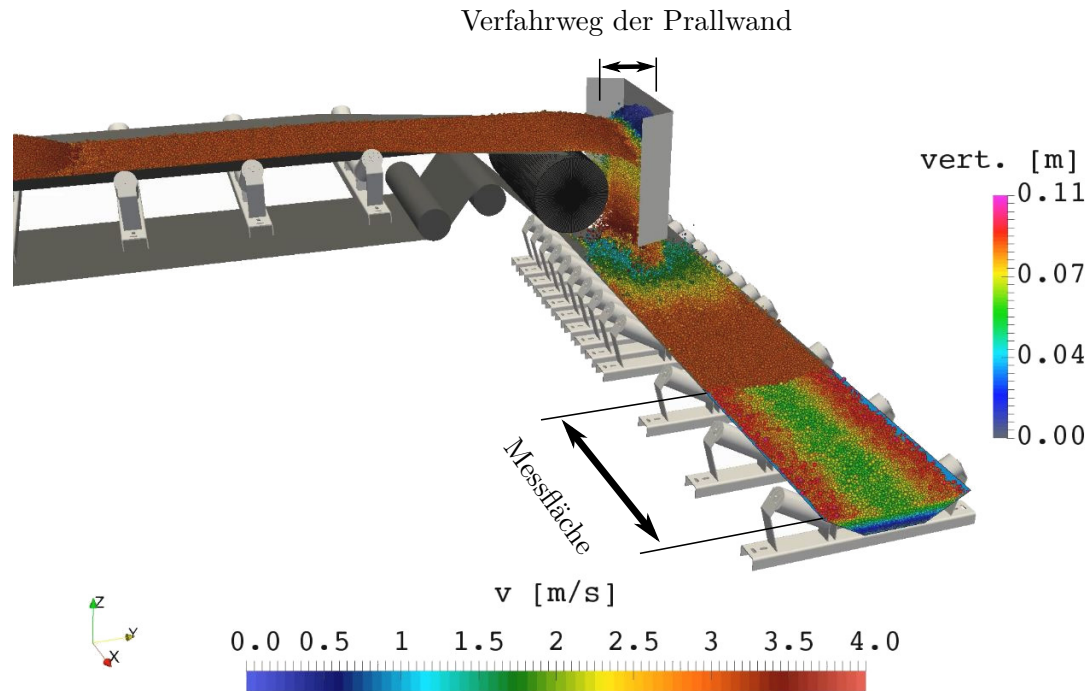


Abb. 3.14: DEM-Simulation einer Übergabestelle mit an- und abförderndem Gurt. Partikel sind im hinteren Teil nach Geschwindigkeit gefärbt, im vorderen Teil jedoch nach vertikaler Höhe.

der Simulation in  $y$ -Richtung verschoben wird. Die Verschiebung erfolgt quasistatisch mit einer Geschwindigkeit von 20 mm/s über 1200 mm von der Mitte ausgehend, sodass sich das Gutbett auf dem abfördernden Gurt in  $y$ -Richtung verschiebt. Nachdem sich das Gut auf dem Gurtförderer beruhigt hat, bewegt es sich über eine 1 m lange Messfläche, während die auf sie wirkenden Kräfte analog zur Abbildung 3.12 gemessen werden. Diese werden zusätzlich zur Lage des Massenmittelpunktes des Schüttgutes gespeichert. Wenn der Massenstrom zu jedem Zeitpunkt konstant ist, wovon ausgegangen wird, dann lässt sich so eine Aussage über die Abhängigkeit der tangentialen Gurtkräfte von der Lage des Schüttgutes treffen.

### Schüttgutkalibrierung

Um realistische Ergebnisse zu gewinnen, müssen die Parameter der DEM-Simulation mit Versuchsergebnissen kalibriert werden. Ziel der Kalibrierung ist es, eine Reibwertkombination aus Partikelgleitreibung und Rollreibung zu finden, bei der sich der gleiche Böschungswinkel in der Simulation einstellt, der auch im Experiment zu beobachten ist.

Weiterhin benötigte Daten wie Wandreibwerte sind messtechnisch zugänglich. Für die Messung wird eine Gutprobe unter variierender Auflast in einer Jenike-Translationsscherzelle über eine Wandprobe geschoben [60]. Der Wandreibwert ergibt sich aus dem Anstieg einer Ausgleichsgeraden durch die Datenpunkte der Messung, aufgetragen nach Scherkraft über Normalkraft.



Abb. 3.15: Versuchsergebnisse für Mainsand (links) und die Ergebnisse der übereinstimmenden Kalibrierungsuntersuchung für eine festgelegte Korngrößenverteilung

Mit der Kalibrierung der Simulationsparameter kann die Modellbildung abgeschlossen werden.

### Simulationsparameter

Die Eingangsparameter für die Simulation von trockenem Sand sind in der nachfolgenden Tabelle 3.1 übersichtshalber dargestellt.

Tab. 3.1: Simulationsparameter für trockenen Sand entsprechend [53]

Parameter	Einheit	Wert	Herkunft
Schüttdichte	$\text{kg} / \text{m}^3$	1570	gemessen
Gleitreibungsbeiwert		0,509	kalibriert
Rollreibungsbeiwert		0,250	kalibriert
Wandreibwert auf Gurt		0,355	gemessen
Wandreibwert auf S235		0,340	gemessen
Verhältnis der Rückprallhöhe (COR)		0,200	festgelegt

Die Partikelgrößenverteilung kann aus der Sieblinie ermittelt werden. Der Feinanteil des Schüttgutes wird in der Simulation in der Regel nicht berücksichtigt. Das Abschneiden dieser Korngrößen wird als »scalping« oder »cut-off approach« bezeichnet [64] [50]. Um die Berechnungszeit zu reduzieren, ist es bei feinen Schüttgütern notwendig, die Gesamtanzahl der Partikel zu reduzieren, indem die Größe der Partikel in der Simulation erhöht wird. Die Dichte der Partikel in der Simulation muss dann angepasst werden, um die gleiche Schüttdichte zu erreichen, während die Porosität nicht korrekt abgebildet werden kann. Diese Partikel werden als »Up-Scaled Particles« bezeichnet [103]. Andere Quellen beschreiben das Verfahren als »Coarse Graining« [11] [63] [91]. Sind alle Partikel innerhalb der Simulation größer als der größte Partikel der Sieblinie, kann die Verteilung festgelegt werden. Da der verwendete Sand sehr feinkörnig ist, wird die Verteilung entsprechend der Tabelle 3.2 festgelegt. Dabei gilt jedoch zu beachten, dass mindestens drei unterschiedliche Korngrößen berücksichtigt werden, da es ansonsten zu geometrisch regelmäßigen Anordnungen der Partikel kommen würde.

Nach Rößler et. al. [103] ist die Kalibrierung mit skalierten Partikeln an Böschungswinkeln zulässig, wenn geringe Abweichungen akzeptiert werden können.

Tab. 3.2: Im Vorfeld festgelegte Korngrößenverteilung

Nr. Fraktion	Massenanteil	Radius [mm]
1	1/3	17,00
2	1/3	25,00
3	1/3	31,00

Mit diesen Werten ergibt sich der in Abbildung 3.15 dargestellte Böschungswinkel in der Simulation. Der Skalierungsfaktor beträgt entsprechend der Daten für Mainsand 58 [53]. Aufbauend darauf kann die Übergabestelle simuliert werden, um die tangentialen Gurtkräfte zu berechnen.

### 3.4.2 Ergebnisse

In der Simulation der Übergabestelle hat der abfördernde Gurt eine Geschwindigkeit von 4 m/s. Der Massenstrom beträgt 2000 kg/s bei einer Gurtbreite von 2400 mm. Mit einer Schrittweite von 0,01 s werden die Kräfte auf den Gurt sowie die Partikelpositionen gespeichert.

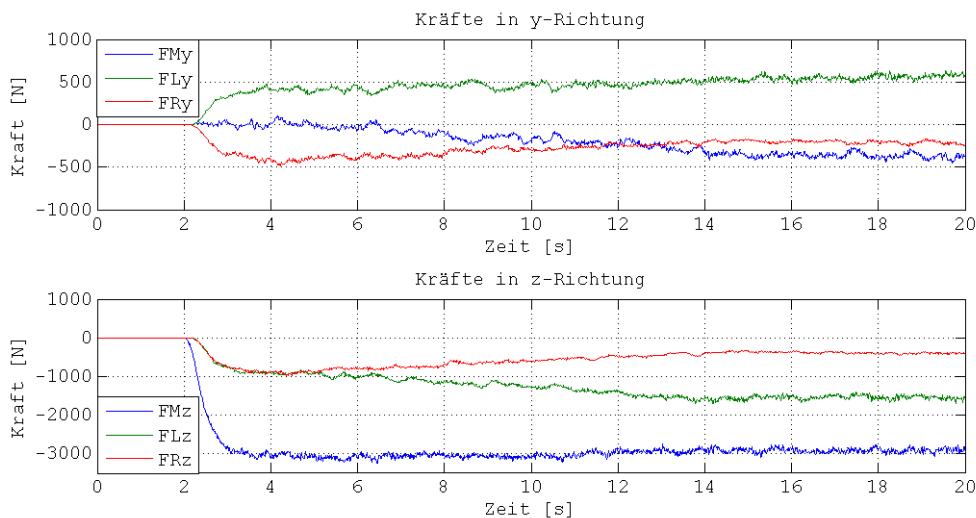


Abb. 3.16: Simulierte Kräfte in y- und z-Richtung auf die drei Gurtsegmente in Abhängigkeit der Zeit

In der Abbildung 3.16 sind jeweils für die drei Flächen des Gurtes die Kräfte in y- und z-Richtung zu sehen. Das Diagramm kann in drei zeitliche Bereiche eingeteilt werden. Im ersten Bereich  $0 \leq t < 4$  s ist der Einlaufvorgang zu sehen, in dem sich ein nahezu stationärer Massenstrom über der Messfläche etabliert. Im zweiten Bereich  $4 \leq t < 15$  s verfährt die Prallwand in y-Richtung, wodurch sich der Massenmittelpunkt der betrachteten Schüttscheibe ebenfalls in y-Richtung verschiebt. Im dritten Bereich für  $t \geq 15$  s bewegt sich zwar

weiterhin die Prallwand in y-Richtung, jedoch hat diese Bewegung kaum Einfluss auf das Schüttgut. Die maximale Auslenkung wird hier vom Böschungswinkel des Gutes bestimmt. Die Ruhelagen des Schüttgutes sind in Abbildung 3.17 dargestellt.

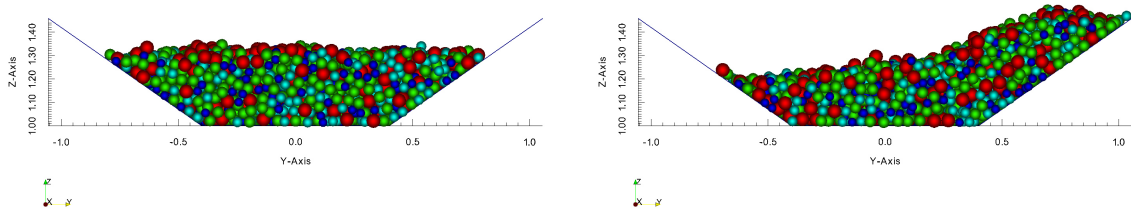


Abb. 3.17: Vergleich von Mittellage (links) und Extremlage (rechts) für trockenen Sand

Das Gut fließt auf den gemuldeten Seiten des Gurtes wieder in die Mitte, bis sich als Oberfläche der dynamische Böschungswinkel des Gutes ergibt. Für die Auswertung wesentlich ist damit der zweite, mittlere Bereich.

Die z-Kräfte auf die Gurtseiten haben bei  $t = 4$  s etwa den gleichen Wert. Nach 10 s hat sich die Kraft auf die rechte Seite in etwa um den Betrag verringert, um den sich die Kraft auf die linke Seite erhöht hat. Die z-Kraft auf das Mittelstück des Gurtes verringert sich nur leicht. Die Seitenkraft auf das Mittelstück nimmt jedoch näherungsweise linear ab. Für die Kräfte auf die Seitenwände ist eine lineare Zunahme zu beobachten. Ausgehend von diesen Daten kann gefolgert werden, dass sich das Schüttgut am Anfang der Simulation ( $t = 4$  s) in der Mitte des Gurtförderers befindet und sich so an beiden Seitenflächen gleichmäßig abstützt. Mit der Verschiebung des Schüttgutmittelpunktes in y-Richtung erhöht sich jeweils die y-Kraft. Die Kraft in y-Richtung auf den Mittelteil entsteht aus der Abstützung des Gutes zwischen rechtem Teil und der Mitte anstatt linkem und rechtem Seitenbereich.

In Abbildung 3.18 sind die tangentialen Gurtkräfte über der Position des Massenmittelpunktes im Endbereich des Gurtförderers aus Abbildung 3.14 dargestellt.

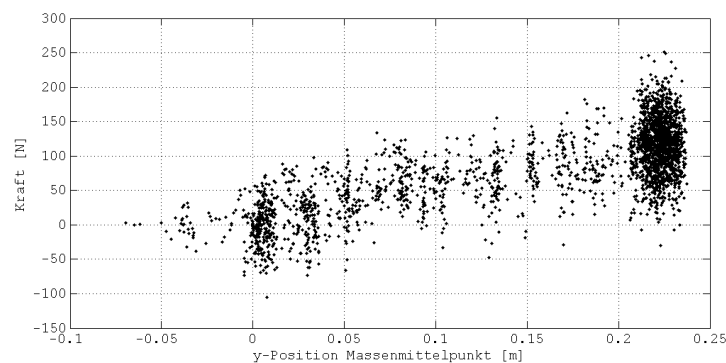


Abb. 3.18: Tangentiale Gurtkraft in Abhängigkeit der Lage des Massenmittelpunktes

Es ist ein linearer Zusammenhang zu erkennen, auch wenn die Datenpunkte relativ großen Streuungen unterliegen. Die Streuungen sind mit lokalen Veränderungen im Massenstrom innerhalb der betrachteten Scheibe und dem verhältnismäßig guten Fließverhalten des Sandes zu erklären. Bei größerer Feuchtigkeit würde sich eine stärkere Kohäsion und Agglomeration des Schüttgutes ergeben, die zu höheren Seitenkräften auf den Gurt führen würde. Dadurch werden die Schwankungen relativ geringer.

Wie an diesem Beispiel gezeigt werden kann, können mit der DEM Schüttgutlasten auf den Gurt gut abgebildet werden. Auch unabhängig von einer Simulation der Verformung des Gurtes können so aus Simulationen von Übergabestellen direkte Maßnahmen abgeleitet werden, wenn Gurtschieflauf als Folge von exzentrischer Beladung auftritt.

## 3.5 Seitenwind

SELBY beschreibt seitlichen Wind als eine Ursache für Gurtschieflauf [112]. Durch die Umströmung des Gurtes mit relativ hohen Windgeschwindigkeiten erfährt der Gurt seitliche Kräfte, die wegen der resultierenden Verformungen zum Schieflauf des Gurtes führen. Bei weiter steigenden Windgeschwindigkeiten kann der Gurt auch komplett von der Anlage geweht werden. Es ist anzunehmen, dass die Beladungssituation in zweierlei Hinsicht Einfluss auf die aus dem Seitenwind resultierende Verformung hat. Zum einen wird die Masse der Beladung einem Herunterwehen des Gurtes entgegenwirken, zum anderen wird sich das Umströmungsverhalten des Gurtes durch die Beladung mit Schüttgut ändern.

### 3.5.1 Modellbildung

Um die auftretenden Strömungskräfte zu bestimmen, wird ein Modell eines Fördergurtes erstellt. Das Modell soll zwei Dimensionen haben, da angenommen wird, dass die Strömung in Richtung des Bandes für die Berechnung des Schieflaufs vernachlässigt werden kann. Die Strömungssimulation wird mit OPENFOAM durchgeführt. OPENFOAM ist als freie Software sowohl für akademische als auch für kommerzielle Projekte einsetzbar [93]. Es enthält Solver für unterschiedlichste Anwendungen in der Strömungssimulation.

Hier sollen die auftretenden Kräfte für den gewählten Gurt mit 2400 mm Breite entsprechend der Abbildung 3.13 untersucht werden. Tragrollenstationen werden dabei nicht berücksichtigt. Es werden exemplarisch drei Beladungssituationen definiert: 0 %, 50 % und 100 % der maximal zulässigen Beladung. Außerdem sollen Kraftwiderstandsbeiwerte bestimmt werden, die eine Übertragbarkeit der Ergebnisse auf andere Gurte möglich machen. Um eine CFD-Simulation durchführen zu können, muss das Fluidgebiet durch ein Netz in einzelne Zellen zerlegt werden. Die Lösung wird für jede Zelle berechnet. Die Berechnungsgenauigkeit ist somit abhängig von der Diskretisierungsfeinheit. Abbildung 3.19 zeigt das gewählte Netz für einen Beladungszustand von 0 %.

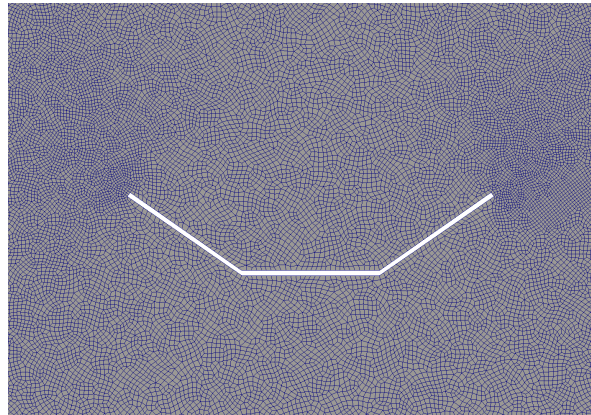


Abb. 3.19: Vergrößerung des Netzes der CFD-Simulation für 0 % Beladung

Als Netzelemente werden Hexaeder gewählt, die im Vergleich zu Tetraedern deutlich genauere Ergebnisse bei gleicher Zellenanzahl erreichen [123]. OpenFoam kann standardmäßig keine zweidimensionalen Simulationen durchführen. Um trotzdem zweidimensional zu rechnen, wird das Gitter mit nur einem Element in y-Richtung ausgetragen. Das so erzeugte Gitter hat eine Tiefe von 0,1 m. Es handelt sich so um eine Quasi2D-Simulation. Die entstehenden Seitenwände werden mit der Randbedingung „empty“ nicht in der Simulation berücksichtigt. Die Kräfte, die aus der Simulation bestimmt werden, beziehen sich also auf einen Fördergurt der Länge 0,1 m.

Jede Geometrie für die Beladungszustände wird mit 10 m/s, 20 m/s und 30 m/s angeströmt. Zur Einschätzung, ob eine turbulente oder eine laminare Strömung vorliegen wird, wird die Reynoldszahl nach Gleichung (3.2) bestimmt [92].

$$Re = \frac{u_{st} \cdot l^*}{\nu} \quad (3.2)$$

Die charakteristische Länge  $l^*$  über die gesamte Breite des Gurtes beträgt hier 2186 mm. Die kinematische Viskosität  $\nu$  von Luft kann aus der Viskosität  $\eta$  und der Dichte  $\rho_f$  berechnet werden und beträgt  $\nu = 15,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ . Damit liegt die berechnete Reynoldszahl in Abhängigkeit der Geschwindigkeit zwischen  $1,43 \cdot 10^6$  und  $4,28 \cdot 10^6$ . Die erwartete Strömung ist damit turbulent, wenn der Grenzbereich von laminarer Strömung zu turbulenter Strömung, also die kritische Reynoldszahl, bei glatten Rohren bei  $Re = 2300$  [62] liegt.

### 3.5.2 Ergebnisse

In Abbildung 3.20 bis 3.22 ist dargestellt, wie der Gurt seitlich vom Fluid umströmt wird. Es sind mehrere Stromlinien dargestellt, die den genauen Verlauf der Strömung zeigen. Grau im Hintergrund hinterlegt ist das Geschwindigkeitsfeld eingeblendet. Innerhalb des unbeladenen Gurtes bildet sich ein großer Wirbel aus, der zu einer Vergrößerung der Strömungsgeometrie

führt. Dadurch verhalten sich die Stromlinien ähnlich wie beim voll beladenen Fall. Rechtsseitig des Gurtes ist deutlich ein wirbelbehaftetes Feld zu erkennen.

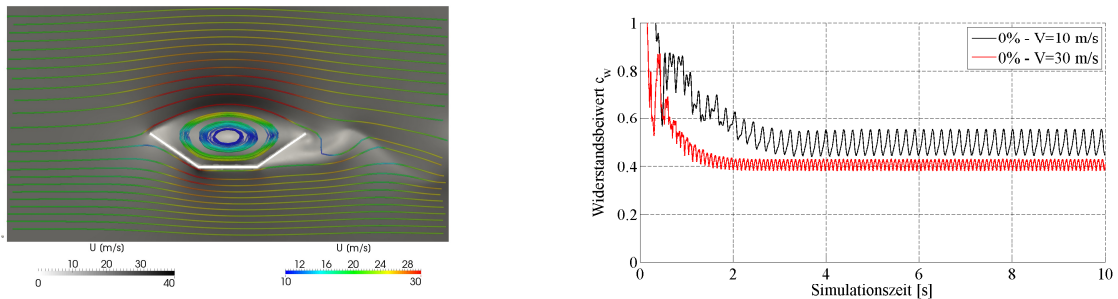


Abb. 3.20: Darstellung des Kraftwiderstandsbeiwertes für eine unbeladene Gurtgeometrie

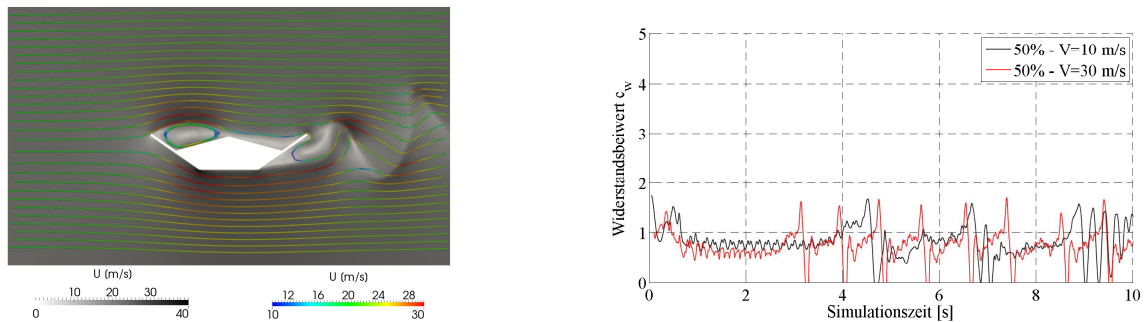


Abb. 3.21: Darstellung des Kraftwiderstandsbeiwertes für eine zu 50 % gefüllte Gurtgeometrie

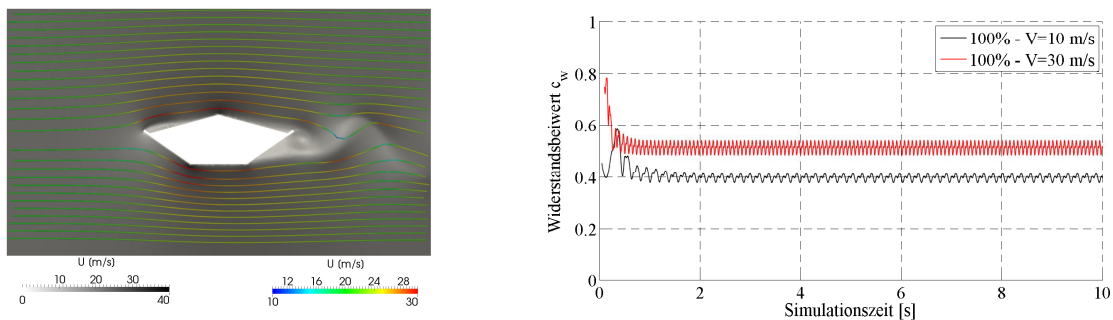


Abb. 3.22: Darstellung des Kraftwiderstandsbeiwertes für eine zu 100 % gefüllte Gurtgeometrie

Es handelt sich hierbei um eine instationäre turbulenzbehaftete Wirbelablösung, die auch »Karmansche Wirbelstraße« [62, S. 410] genannt wird. Es bilden sich hinter dem Fördergurt aus Strömungssicht gegenläufige Wirbel aus. Diese sind periodisch veränderlich und auf allen Abbildungen 3.20 bis 3.22 zu erkennen.

Im schwarz-weißen Hintergrundbild der Geschwindigkeitsamplitude kann man erkennen, dass das Wirbelgebiet im unbeladenen Fall deutlich kürzer ist. Bei gleicher Anströmgeschwindigkeit ergibt sich daraus eine höhere Anregungsfrequenz. Diese Frequenzerhöhung kann auch aus den zugehörigen Diagrammen entnommen werden, da die Turbulenzfrequenz auch die auftretenden Kräfte verändert. Die Strouhal-Zahl beschreibt als dimensionslose Kennzahl die Frequenz eines periodischen Verhaltens in einem Strömungsgebiet, welches nicht durch periodische Randbedingungen erzeugt wird [62]. Die Strouhal-Zahl ist als Funktion der Reynoldszahl

$$s_{rz} = s_{rz}(Re) \quad (3.3)$$

direkt abhängig von der Strömungsgeschwindigkeit [62].

Um die Simulationen möglichst allgemeingültig auszuwerten, wird der Strömungskraftwiderstandsbeiwert  $c_w$  berechnet. Nach Gleichung (3.4) ist der Widerstandsbeiwert proportional zum Quotienten aus Strömungskraft  $f_{st}$  und Fluidichte  $\rho_f$ , dem Quadrat der Strömungsgeschwindigkeit  $u_{st}$  sowie der in Strömungsrichtung projizierten Fläche  $A_p$  [92].

$$c_w = \frac{2f_{st}}{\rho_f \cdot u_{st}^2 \cdot A_p} \quad (3.4)$$

In Abbildung 3.20 wird ein unbeladener Gurt seitlich mit 20 m/s vom Wind angeströmt. Zu erkennen ist eine relativ gleichmäßige Umströmung der Geometrie auf der Ober- und Unterseite. Innerhalb des leeren Gurtes ist ein großes ringförmiges Wirbelgebiet entstanden, das die Gurtgeometrie strömungstechnisch vergrößert hat. Auf der Lee-Seite bildet sich ein instationäres, periodisch veränderliches Wirbelgebiet ab. Neben dem Strömungsbild ist im Diagramm der ermittelte Strömungskraftwiderstandsbeiwert in Abhängigkeit der Simulationszeit dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass nach ca. vier Sekunden ein stationärer Wert erreicht wird. Die Strömungskraft oszilliert dann um den Mittelwert. Nur die Berechnung der Strömungswiderstandsbeiwerte für die Strömungsgeschwindigkeiten von 10 m/s und 30 m/s ist in den Diagrammen dargestellt. Der Verlauf für eine Geschwindigkeit von 20 m/s sieht qualitativ gleich zur dargestellten Geschwindigkeit von 30 m/s aus, sodass auf eine Darstellung aus Übersichtsgründen verzichtet wird. Ohne Beladung kann es zum Abheben des Gurtes von der Anlage kommen, wenn starker Seitenwind auf den Gurt trifft. Der Wind trifft zum einen auf die angestellte Gurtseite, wodurch vertikale Kräfte nach oben entstehen, zum anderen bildet sich in der Mitte des Gurtes ein Wirbel mit geringerem Druck. Der Gurt wird somit praktisch nach oben gesaugt.

Die Ergebnisse für eine Beladung von 50 % sind im Verlauf mit den anderen Beladungszuständen vergleichbar. In Abbildung 3.21 ist zu erkennen, dass die Wirbel hinter der Gurtgeometrie deutlich größer sind als in der Simulation ohne Massenbeladung. Die Stromlinien umstreichen die Gurtgeometrie zwar enger, aber es bildet sich ein in vertikaler Richtung stark ausladendes



Wirbelgebiet. Man kann davon ausgehen, dass ein größerer Wirbel auch deutlich mehr Energie aufnehmen kann, wodurch die Strömungsbelastung für den Gurtquerschnitt steigt. Im zugehörigen Diagramm ist außerdem zu erkennen, dass es immer nur kurzfristige Strömungsabrisse gibt, die das instationäre Verhalten verstärken. Die steigende Strömungsbelastung wird dann durch einen erhöhten mittleren  $c_w$  Wert repräsentiert.

Das Strömungsbild des vollbeladenen Gurtes nach Abbildung 3.22 ist dem des unbeladenen Gurtes sehr ähnlich. Da beim unbeladenen Gurt die Geometrie durch das Wirbelfeld innerhalb des Gurtes stark vergrößert wurde, verhält er sich wie der vollbeladene Gurt. Die Wellenlänge des instationären Wirbelfeldes ist jedoch kürzer. Dies ist auch in der Widerstandskurve anhand der erhöhten Strouhal-Zahl zu erkennen.

In Tabelle 3.3 sind die berechneten durchschnittlichen  $c_w$ -Werte dargestellt sowie die Abhängigkeit der Werte der Beladungssituation von der Geschwindigkeit im Diagramm Abbildung 3.23.

Tab. 3.3: Simulierte Widerstandsbeiwerte in Abhängigkeit des Beladungszustandes

v [m/s]	$c_w(0 \%)$	$c_w(50 \%)$	$c_w(100 \%)$
10	0,493	0,812	0,397
20	0,412	0,716	0,368
30	0,407	0,732	0,512

Wenn davon ausgegangen werden kann, dass sich der Unterschied zwischen den Beladungssituationen gleichmäßig verändert, ergibt sich der in Abbildung 3.23 gezeigte Verlauf.

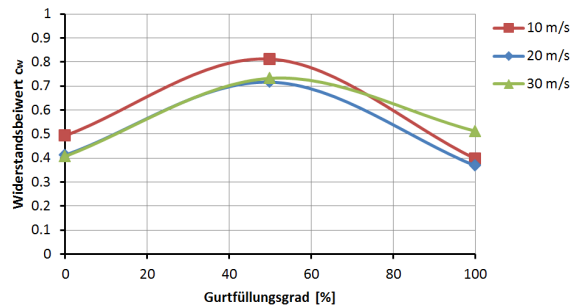


Abb. 3.23: Abhängigkeit des Widerstandsbeiwerts vom Füllungsgrad des Gurtförderers und der Strömungsgeschwindigkeit

Die Schwankungsbreite der Widerstandsbeiwerte zwischen 10 m/s, 20 m/s und 30 m/s scheint eher zufällig zu sein, als einer Abhängigkeit zu folgen. Wahrscheinlich könnte auch der Mittelwert zwischen den Geschwindigkeiten genutzt werden, ohne den Fehler dramatisch zu erhöhen. An einer realen Anlage haben umliegende Elemente wie z. B. das Gerüstfeld oder die Geländestruktur mutmaßlich einen größeren Einfluss.

Mit dem beschriebenen Vorgehen oder ersatzweise den dargestellten Ergebnissen ist es möglich, die auftretenden Kräfte bei Seitenwind abzuschätzen. Bei Wind muss beachtet werden,

dass dieser in der Regel bei höheren Geschwindigkeiten wirbelbehaftet auftritt. Meteorologisch werden diese Wirbel als Böen bezeichnet.

Um ein Ersatzmodell aus den Werten der Tabelle 3.3 abzuleiten, werden die Widerstandsbeiwerte für unterschiedliche Strömungsgeschwindigkeiten gemittelt. Danach lassen sich die Mittelwerte als Polynomfunktion zweiten Grades im Gültigkeitsbereich des Beladungszustandes  $v_R = \{0...1\}$  abbilden.

$$c_w = -1,3(v_R - 0,5)^2 + 0,76 \quad (3.5)$$

Aus Gleichung (3.4) und (3.5) lässt sich eine allgemeingültige Berechnung der auftretenden seitlichen Kräfte für gemuldete Fördergurte ableiten. Änderungen in Gurtbreite und Muldungswinkel werden dabei als vernachlässigbar auf den Widerstandsbeiwert gewertet.

$$f_{st} = \frac{u_{st}^2}{2} (-1,3(v_R - 0,5)^2 + 0,76) \rho_f \cdot A_p \quad (3.6)$$

Für den 2400 mm breiten Gurt aus Abschnitt 3.4, der zu 30 % beladen ist, ergibt sich bei einem schweren Sturm mit einer Windgeschwindigkeit von 30 m/s eine seitliche Kraft von 127 N/m auf die Gurtlänge bezogen. Damit sind die auftretenden Kräfte mit denen aus der exzentrischen Beladung bei frei fließfähigem Schüttgut aus Abbildung 3.18 in ihrer Amplitude vergleichbar.

### 3.5.3 Windschutz

Die einfachste Form, einen Windschutz zu installieren, besteht in der Montage von Windblechen aus Abbildung 3.24 beidseitig an den Tragrollenstationen. Mit ihnen soll verhindert werden, dass der Gurt angehoben und von der Anlage geweht wird [73]. Den Schieflauf werden sie jedoch auch positiv beeinflussen. Diese Art des Windschutzes ist als kostengünstigste Variante anzusehen, die zudem immer auch an eine bestehende Anlage montiert werden kann, ohne dass hierfür größere Umbaumaßnahmen erforderlich wären.



Abb. 3.24: Fördergurt mit Windschutzblechen [73]

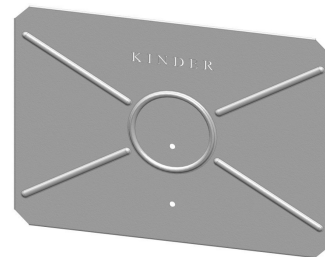


Abb. 3.25: Windschutzblech [73]

Die Variante hat jedoch gegenüber einer Einhausung wie in Abbildung 3.26 immer den Nachteil, dass nur ein Teil der Anlage abgedeckt wird und bei stark böigem Wind möglicherweise nicht ausreichend ist. Eine Einhausung hat außerdem immer den Vorteil, dass sie das Gut gegenüber Witterungseinflüssen schützen kann. Der Hauptgrund für eine Einhausung wird meist die Schutzfunktion für das Gut sein, gegen Nässe, Sonneneinstrahlung und Wind zu schützen. Für extrem hohe Windgeschwindigkeiten bietet die Firma CAPOTEX auch eine Einhausung an (Abbildung 3.27), die strömungstechnisch optimiert ist. Bei orkanartigen Windgeschwindigkeiten wäre die Einhausung selber auch sehr großen Kräften ausgesetzt, wodurch sie zerstört werden könnte.



Abb. 3.26: Einhauster Fördergurt auf Cuba [14]

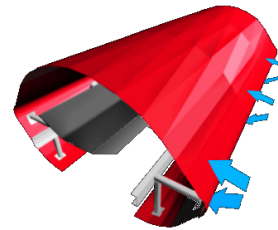


Abb. 3.27: Orkansichere Einhausung [14]

## 3.6 Tragrollen- und Trommelformen

Formen von Tragrollen oder Trommeln können entscheidend für den seitlichen Gurtlauf sein. Sie können sowohl stabilisierend als auch destabilisierend auf den Gurtlauf wirken. Dies gilt gleichermaßen für Flachriemengetriebe sowie für Fördergurte aller Art. Die Lenkwirkung von Trommeln ist aufgrund des größeren Umschlingungswinkels und der damit einhergehenden, größeren übertragbaren Reibungskräfte als grundsätzlich höher einzuschätzen. Da eine Lenkwirkung aber unabhängig vom Durchmesser auftritt, werden Tragrollen und Trommeln in der Folge der Einfachheit halber als Rolle bezeichnet.

### 3.6.1 Ballige Form

Die Effekte, die bei ungleichmäßigen Rollen zum Schieflauf führen, können auch zur Selbstzentrierung des Gurtes genutzt werden. Dazu wird eine Antriebsrolle, wie in Abbildung 3.28 dargestellt, ballig ausgeführt. Läuft der Gurt außerhalb der Mitte der Rolle, entsteht eine seitliche Verformung, die wiederum zu einem Auflaufwinkel  $\gamma \neq 0$  führt.

Eine ballige Rolle kann entweder, wie in Abbildung 3.28 dargestellt, ausgeführt werden oder aber durch eine zylindrische Lauffläche mit Kegelstümpfen an den Seiten [111]. Diese Sonderform ermöglicht eine Lenkwirkung erst ab einem gewissen Schieflauf. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Gurtspannung bei beiden Bauformen abhängig von der Position des Gurtes

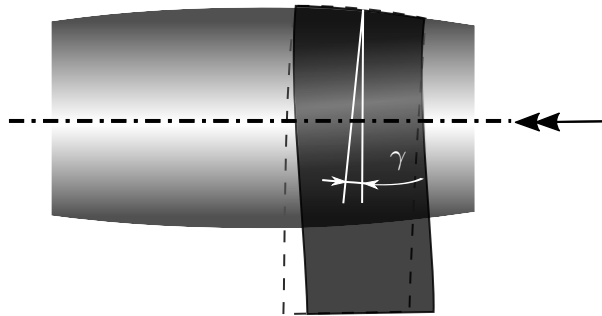


Abb. 3.28: Ballige Rollen wirken zentrierend auf die laterale Position des Gurtes. Der ablaufende Rücktrum ist gestrichelt dargestellt.

auf der Rolle ist. Die Gurtvorspannung muss so groß sein, dass sich der Gurt an die nach außen kleiner werdende Rolle anlegt. Sollte die Vorspannung zu klein sein, entfällt oder reduziert sich die Lenkwirkung des Gurtes. Die erforderliche Vorspannung kann nicht analytisch berechnet werden, da es sich bei dem Gurt um ein anisotropes Material handelt, das einem räumlichen Spannungszustand unterworfen ist.

Da die Lenkwirkung nur dann auftreten kann, wenn der Gurt einseitig auf der Rolle aufliegt, entsteht an einer Gurtförderanlage nur dann eine Lenkwirkung, wenn die Antriebs- und Umlenk- bzw. Spannrollen mit einer Balligkeit ausgeführt werden. Eine ballige Mitteltragrolle würde keine Lenkwirkung erzeugen. Die seitlichen Tragrollen würden eine Lenkwirkung erzeugen, jedoch könnten sie auch kegelförmig ausgeführt werden, sodass sie ihren Durchmesser nach außen verringern.

Eine ballige Ausführung der Antriebs- und Umlenkrollen kann bei kurzen Gurtförderanlagen als Gurtzentrierung ausreichend sein. Die ballige Rollenform sollte jedoch nicht bei Stahlseilfördergurten eingesetzt werden, während in Textilgurten die maximale Zugbeanspruchung nicht 40 % der Beanspruchbarkeit des Gurtes überschreiten sollte [1]. Bei Flachriemenantrieben gibt es nur die Möglichkeit, eine Zentrierung durch die ballige Ausführung der Rollen zu erzeugen. Damit sich ein gleichmäßiger Gurtlauf einstellt und der Ausrichtungsfehler zum Teil kompensiert werden kann, wird nur eine Rolle ballig ausgeführt. In historischen Flachriemenantrieben musste für die Schaltbarkeit der Riemenführung zwangsläufig die durchgehende Rolle (meist Antriebsrolle) zylinderförmig ausgeführt werden, während es zwei ballige Abtriebsrollen nebeneinander gab, von denen eine formschlüssig mit dem Abtrieb verbunden und eine lose auf der gleichen Welle befestigt war [111].

### 3.6.2 Kegelform

Kegelförmige Rollen, wie in Abbildung 3.29 dargestellt, verformen den Gurt seitlich und führen so zum Schieflauf. Der Gurt wird durch die Vorspannkraft auf den Mantel der Rolle gezwungen, wodurch er einen Winkel im Auflaufpunkt erhält. Dieser Winkel verursacht den

Gurtschieflauf. Problematisch zusätzlich zur Lenkwirkung ist, dass die Gurtspannung durch den veränderlichen Radius der Rolle nicht konstant ist. Der Gurt kann plastisch verformt werden, wenn zu hohe Spannungen eine Seite des Zugträgers schädigen. Ein solch vorgeschädigter Gurt wird keinen guten Geradeauslauf zeigen.

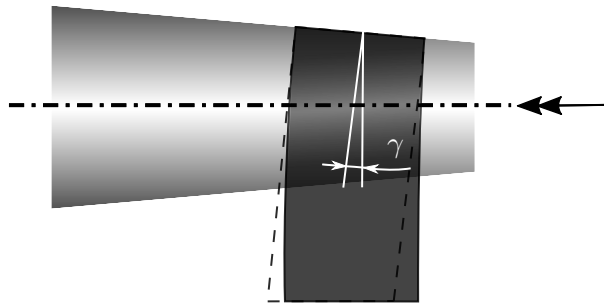


Abb. 3.29: Kegelförmige Rollen haben eine einseitige Lenkwirkung. Der Gurt läuft tendenziell in Richtung des größeren Durchmessers.

Kegelförmig gefertigte Rollen werden in Kurvenförderern in der Stückgutlogistik eingesetzt. Zwei entgegengesetzt angeordnete Kegel können in stufenlos übersetzenden Getrieben verwendet werden, wenn die Riemenposition von außen bestimmt wird [111].

### 3.6.3 Formänderung der Rollen

Durch Anbackungen von adhäsiven Materialien kann es zu Formveränderungen der Rollen kommen. Entsteht daraus Gurtschieflauf, ist er oft auf eine kegelförmige Oberfläche der Rolle zurückzuführen, wie sie in Abbildung 3.29 gezeigt wird. Anbackungen finden sich besonders oft auf den Tragrollen des Untertrums, da dort der Gurt mit der verschmutzten Tragseite über die Rollen läuft. Dabei kann auch eine ballige Rollenform entstehen, wenn das Gut hauptsächlich in der Mitte der Tragrolle anbackt. Ebenfalls möglich ist eine Hohlform, bei der nach Abbildung 3.30 die Ablagerungen an den Seiten des Fördergurtes entstehen.

Die konkave oder hohlkehlige Oberfläche bildet dabei einen Sonderfall. Ihr ist keine definierte Schieflaufrichtung zuzuordnen. Sie destabilisiert den Gurtlauf in beide Richtungen, sodass bei Vorhandensein von Gurtlenkeinrichtungen unter Umständen ein Oszillieren des Gurtes von Seite zu Seite beobachtet werden kann. Wenn Anbackungen an den Rollen beobachtet werden, sollten die Abstreifer überprüft und evtl. zusätzliche Abstreifer installiert werden.

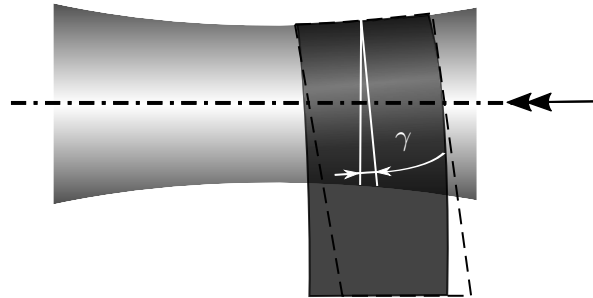


Abb. 3.30: Anbackungen an Tragrollen oder Umlenkrollen führen zu einer Gestaltänderung, die sich negativ auf die Laufeigenschaften auswirken kann.

### 3.7 Kollision mit der Gurtkante

Eingeklemmte Objekte, wie größere Steine aus dem Schüttgut, können auch Gurtschieflauf verursachen. Hierbei ist jedoch die Beschädigungsgefahr für die Gurtkante als höher einzuschätzen. Durch die starre Führung der Gurtkante entstehen sehr hohe Kräfte, die entweder durch ein Ausknicken des Gurtes (Abbildung 3.32) oder durch auftretenden Schlupf an den umgebenden Tragrollen abgemildert werden können. Seitliche Führungsrollen, die ein Herabfallen des Gurtes von der Anlage verhindern sollen, können auch in diese Kategorie gezählt werden. Durch den hohen Kantendruck an Kantenrollen, verklemmte Gutpartikel oder beim Anlaufen des Gurtes an den Stahlbau der Anlage kommt es schnell zu Aufbrüchen der Gurtkante, wie in Abbildung 3.31 zu sehen ist. Wenn der Gurt an der Kante beschädigt ist, kann



Abb. 3.31: Kantenrolle im Obertrum, die den Gurt beschädigt hat



Abb. 3.32: Automatische Gurtlenkeinrichtung mit übersprungenem Gurt [127]

Wasser eindringen und den Zugträger beschädigen. Auch können sich die unterschiedlichen Schichten des Fördergurtes voneinander lösen. Beides kann zum Versagen des Bauteils führen.

### 3.8 Kurven

Um die Förderanlage nicht teilen zu müssen, ist es möglich, in langen Gurtförderanlagen horizontale Kurven zu konstruieren. In kürzeren Anlagen können Förderrichtungsumlenkungen nur durch winkelige Übergabestellen mit mehreren Gurtförderern errichtet werden.

Eine horizontale Kurve in einem Gurtförderer kann als bewusste Erzeugung von Schieflauf verstanden werden, bei der die Tragrollen in der Kurve um die vertikale Achse verdreht werden, bis sie kollinear mit dem Radius der Kurve sind. Der Schieflauf wird so konstant erhöht, um eine Kurve mit gleichbleibendem Radius zu erzeugen. Kurvengängige Gurtförderer können nach CEMA [1] und den grundsätzlichen Betrachtungen von Grimmer [52], Weigel [124] und Kessler [71] ausgelegt werden.

In Abbildung 3.33 ist ein Gurt vereinfacht dargestellt, der durch eine Kurve läuft. Die Zugkräfte  $T_n$  im Gurt führen dabei an den Tragrollen zu seitlichen Kräften  $F_T$ . Die seitliche Kraft ist dabei direkt abhängig von der Zugkraft an der Stelle im Fördersystem, an dem sich die Kurve befindet, dem Kurvenradius  $r_3$  sowie dem Tragrollenabstand ( $S_i = t_r$ ).

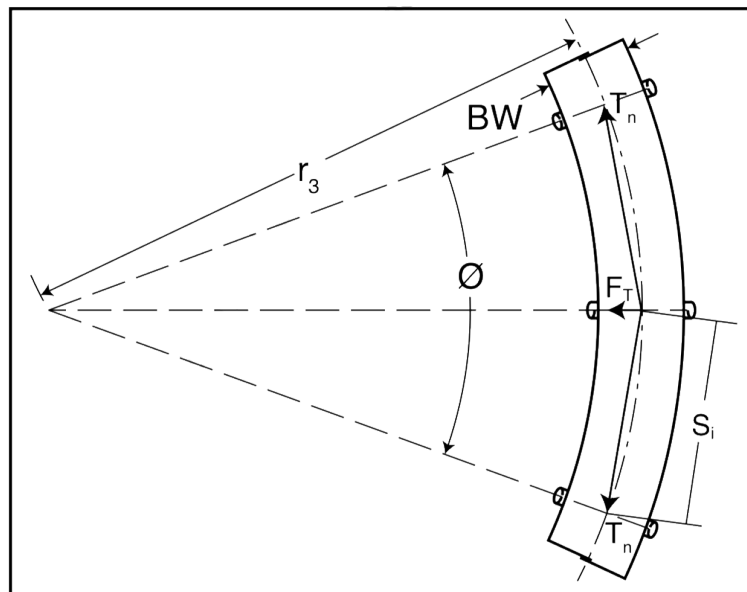


Abb. 3.33: Entstehung von Seitenkräften aus der Gurtspannung [1]

Nach [1] lässt sich diese Kraft als

$$F_T = \frac{T_n \cdot t_r}{r_3} \quad (3.7)$$

bestimmen. Die CEMA geht dabei davon aus, dass der Tragrollenabstand klein gegenüber dem Kurvenradius ist, sodass  $\cos(\varphi) \approx 1$  gelten kann. Außerdem wird von einer konstanten Krümmung ausgegangen. Die Krümmung einer Kurve ist dabei aber nicht konstant, da es im

Bereich des Beginns der Kurve sowie am Ende zu einem stetigen Übergang der Krümmung kommt [124]. Eine nicht konstante Krümmung entsteht durch ein veränderliches Biegemoment. Im Ein- und Ausformungsbereich der Kurve kann es daher auch zu einer Umkehr der Kraftwirkungsrichtung an den Tragrollen kommen. Daher kann die Gleichung (3.7) nur eingeschränkt gültig sein. In vielen Fällen wird sie jedoch ausreichen, um die seitlichen Lagerlasten der Tragrollen abzuschätzen.

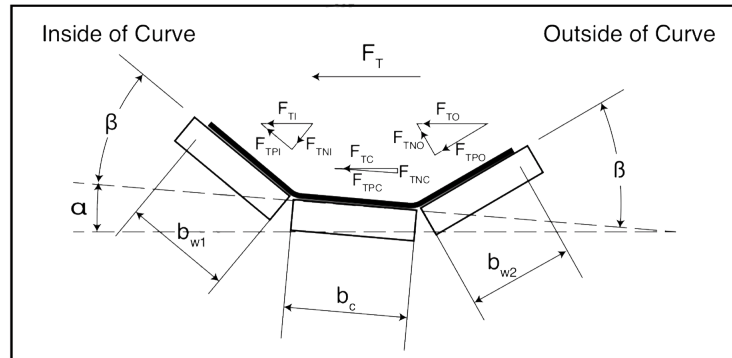


Abb. 3.34: Wirkung der Kräfte an einer um die Förderachse verdrehten Tragrolle in einer Kurve [1]

In Abbildung 3.34 sind die seitlichen Kräfte auf einer verdrehten Tragrollenstation dargestellt. Dabei ist zu beachten, dass die Tragrollenstation nach außen gekippt wird. Die Neigung ist entgegengesetzt zur gefühlsmäßigen Neigung, bei der man sich in die Kurve legen würde. Der Unterschied liegt dabei in der Wirkung der Kräfte. Während ein Fahrzeug in der Kurve vor allem Seitenführungskräfte aufbringen muss, um der Zentrifugalkraft entgegenzuwirken, kann diese beim Gurt vernachlässigt werden. Hier muss der Gurtzugkraft entgegen gewirkt werden. Wird die Tragrollenstation wie in Abbildung 3.34 verdreht, entstehen zusätzliche Kräfte, die der seitlichen Gurtzugkraft entgegenwirken. Entsprechend der Abbildung können Teilkräfte für Schüttgut und Gurtmasse bestimmt werden, die sich zu einer Gesamtkraft vektoriell addieren lassen. Während die Kraft der Gurtmasse mit guter Näherung berechenbar ist, kann die Schüttgutkraft, wie in Abschnitt 3.4 gezeigt, nur durch Simulation in die Berechnungsmethode implementiert werden.

Für schnell laufende Gurte können zusätzlich auch die dynamischen Massenkräfte berücksichtigt werden. In Förderanlagen werden diese aber immer sehr viel kleiner sein als die Anlagenkräfte.

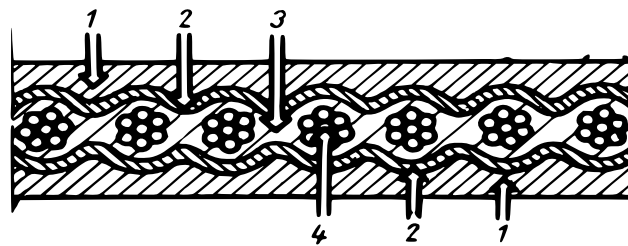
Die Tragrollenstationen sollten so aufgestellt werden, dass sich die Hangabtriebskraft von Schüttgut und Gurt in etwa mit der Kraft, die aus dem Gurtzug entsteht, ausgleicht. Zusätzlich muss jedoch auch beachtet werden, dass der Anstellwinkel nicht zu einer seitlichen Bewegung des Schüttgutes führt. Ein stabiler Gurtlauf wird dann erreicht, wenn sich die seitlichen Kräfte aufheben [124]. Dies ist jedoch eine sehr theoretische Forderung, da der Beladungszustand des Gurtes nur selten dem Bemessungspunkt entsprechen wird.



### 3.9 Fertigungsbedingte Gurteigenverformung

Die Fertigung des Fördergurtes hat einen großen Einfluss auf das seitliche Laufverhalten des Gurtes. Da an langen Anlagen vermehrt Schieflauf auftritt und an diesen Anlagen bevorzugt Fördergurte mit einem Zugträger aus Stahlseilen eingesetzt werden, rückt hier der Stahlseilfördergurt besonders in den Fokus. Die Stahlseile übertragen die Zugkräfte im Gurt, während der Gummi als Matrix dient und das Schüttgut aufnimmt, bzw. eine Laufschiene bildet. Eine gleichmäßige Belastung der Stahlseile über der Breite des Gurtes ist daher eine wichtige Bedingung sowohl für die Aufnahme der Zugkräfte als auch für die seitliche Gurtposition.

Stahlseilfördergurte sind nach Abbildung 3.35 aufgebaut. Sie bestehen im Wesentlichen aus einer Tragschicht, einer mittleren Schicht, in der die Stahlseile einvulkanisiert sind, und einer Laufschiene. Die äußeren Schichten müssen in der Regel härter und verschleißfester sein als die mittlere Schicht, die die Verbindung zum Zugträger herstellt. Die mittlere Schicht muss bei der Herstellung gut fließfähig sein, um in die Stahlseile eindringen zu können [116]. Der Zugträger wird oft verzinkt oder mit Messing beschichtet, um die Reibung gegenüber dem Gummi zu erhöhen [96].



- 1 verschleißfeste, äußere Gummischicht
- 2 verschleißfeste, einreißfeste Zwischenschicht
- 3 hocheinreißfeste, metallbindende Zwischenschicht
- 4 flexible, hochfeste Drahtseile

Abb. 3.35: Aufbau eines Fördergurtes nach [96]

Im Herstellungsprozess werden die unter Spannung stehenden Stahlseile von der Gummimatrix umschlossen, die zum Teil in die offene Oberfläche eindringt. Anschließend werden die Deckschichten aufvulkanisiert. Die Produktion verläuft diskontinuierlich in einer Heißpresse.

#### 3.9.1 Ungleichmäßige Zugträgerspannung

Während des Vulkanisierens ist es wichtig, dass alle Stahlseile des Zugträgers gleichmäßig gespannt sind. Da die Zugträgerschicht später im Betrieb den größten Anteil der Vorspannung des Gurtes aufnehmen muss, führen ungleichmäßig gespannte Stahlseile zu einer Verformung des Gurtes bei Anlegen einer Vorspannung. Die weniger stark vorgespannten Seile können sich stärker in ihrer umgebenden Gummimatrix bewegen und führen zu erhöhter Längung. Ist

diese Längung asymmetrisch im Gurt, entsteht eine Verformung in Folge der Vorspannung. Dem kann vorgebeugt werden, indem sichergestellt ist, dass der Gurthersteller Einspannungen der Stahlseile mit einem Hydraulikzylinder pro Seil vornimmt oder momentengesteuerte automatische Abwickler verwendet [116]. Damit ist sichergestellt, dass die Vorspannung der Seile während des Vulkanisierens gleichmäßig ist.

### 3.9.2 Fließen der Gurtmatrix während der Vulkanisierung

Nach TAPPEINER [116] können bei der Fertigung von Stahlseilfördergurten noch während des Heißvulkanisierens fünf Probleme auftreten, die zu einem fehlerhaft gefertigten Gurt führen. Die Ursachen sind in Abbildung 3.36 dargestellt. Wenn die Platten der Heizpresse nicht parallel ausgerichtet sind, kommt es zu einer Fließbewegung des Gummis in seitlicher Richtung während des Pressvorganges. Der gleiche Effekt entsteht, wenn die aufgelegten Gummischichten nicht gleichmäßig dick sind.

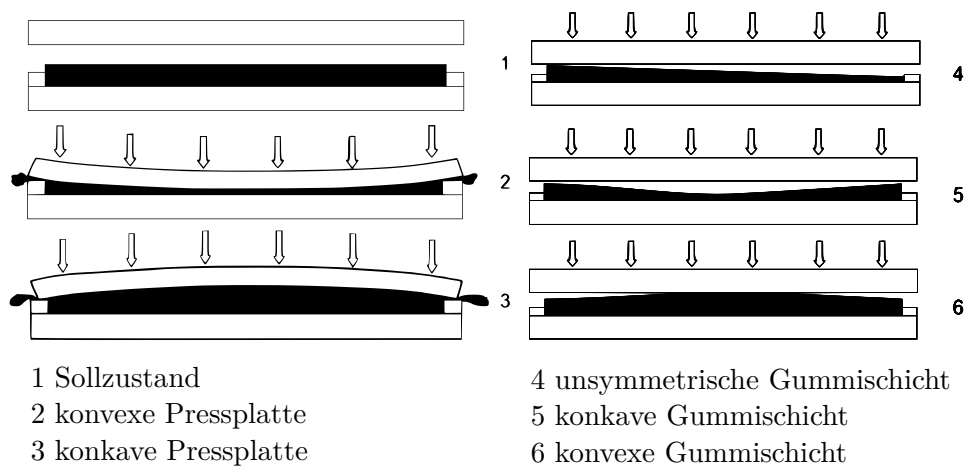


Abb. 3.36: Fließbewegungen beim Vulkanisieren der Stahlseilfördergurte [116]

Die Fließbewegung führt zu einer seitlichen Verformung der Stahlseile. Problematisch dabei ist, dass das Ergebnis nicht unmittelbar von außen an einem gefertigten Gurt zu erkennen ist. Bei sehr großen Fließbewegungen können die Stahlseile an der Oberfläche des Gurtes austreten. In Abbildung 3.37 ist der Unterschied zwischen einer Seilbewegung während des Pressens links und einem korrekt gefertigten Gurt rechts dargestellt.

Der Schieflauf von Gurten mit Stahlseileinlagen, wie sie in Abbildung 3.37 gezeigt werden, entsteht durch die eine Verformung, die durch die Vorspannung ausgelöst wird. Durch das Spannen des Gurtes können nicht alle Seile die gleiche Spannung aufnehmen, da der Abstand der Seile zueinander nicht konstant ist oder manche Seile länger sind als andere. Durch lokale Unterschiede an der Fehlstelle kommt es zu Zugspannungsunterschieden, die eine ungleichmäßige Längung des Gurtes zur Folge haben. Diese verursacht eine Scherspannung in seitlicher

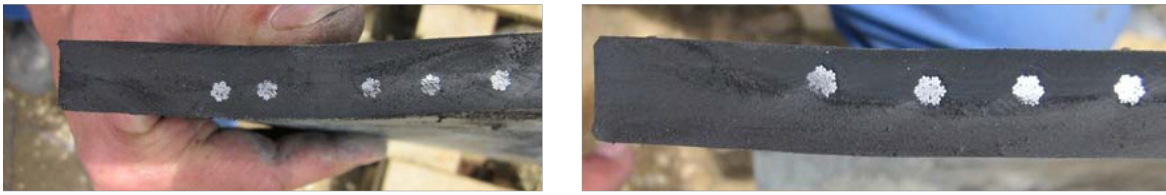


Abb. 3.37: links: Scherbewegungen der Seile durch fehlerhaftes Vulkanisieren  
rechts: Sollzustand [116]

Richtung. Diese Scherspannung führt zu einer seitlichen Verformung des gespannten Gurtes und somit zum Schieflauf.

### 3.9.3 Winkelversatz in der Gurtverbindung

Da die maximale Gurtlänge auf einem Gurtwickel aufgrund des Transportes mit Lastkraftwagen zur Baustelle begrenzt ist, hat ein Fördergurt auf einer Anlage mehrere Verbindungen. Jede dieser Verbindungen wird wie in Abbildung 3.38 a) ausgeführt.

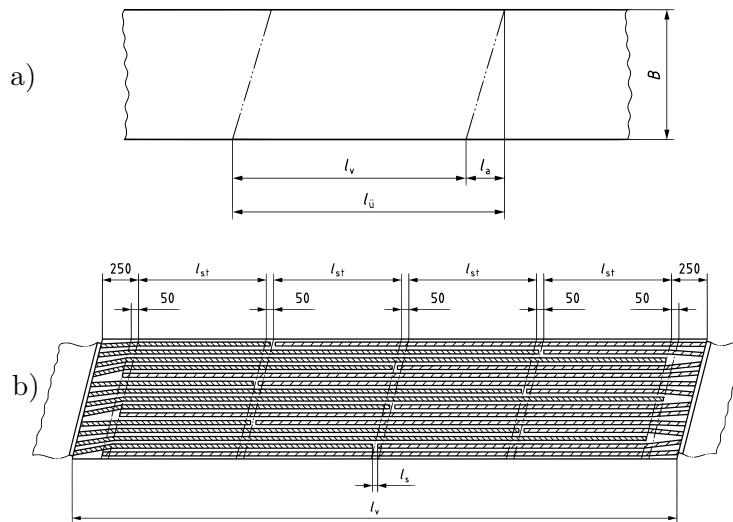


Abb. 3.38: Gurtverbindungen

- a) Übersicht mit schräger Ausführung des Schnittes [4]
- b) vierstufige Ausführung für hochfeste Gurte [4]

Die Stahlseile werden freigelegt, vereinzelt und abwechselnd nebeneinander erneut mit Gummi vulkanisiert. Dabei werden die Stahlseile nicht direkt miteinander verbunden. Die auftretenden Zugkräfte werden so nur von der Gummimatrix übertragen. Um den Sprung der Steifigkeit der doppelten Zugträger abzumildern, werden die Seile unter einem Winkel freigelegt.

Je nach verwendeter Gurtfestigkeit werden die Stahlseile in Stufen nebeneinander gelegt. Für hochfeste Gurte ab St5000 empfiehlt die DIN 22129 [4] eine vierstufige Ausführung. Werden

beim Zusammenfügen die in Abbildung 3.38 b) angegebenen Längen nicht exakt eingehalten, kommt es zu einem Winkelversatz, der wiederum zum Schieflauf führt.

Ein leichter Winkelversatz ist hierbei nicht zu vermeiden. Dieser tritt als periodisches wiederkehrendes Signal in der Messung der seitlichen Position auf, wobei an der Verbindungsstelle des Gurtes oft ein vergleichsweise starker Ausschlag der seitlichen Position zu beobachten ist.

### 3.10 Gurtentleerung und Bandschleifenwagen

Zu den schon genannten Ursachen des Schieflaufs, die an jeder Gurtförderanlage auftreten können, kommen Ursachen, die an Sonderkonstruktionen auftreten. Soll Schüttgut an einem Punkt entlang der Förderstrecke vom Fördergurt entladen werden, gibt es zwei konstruktive Möglichkeiten.

Für geringere Massenströme kommen Abstreicher zum Einsatz. Der Gurt wird, sofern er gemuldet ist, lokal entmuldet und das Schüttgut wird mit einem Abstreicher vom Gurt geschoben. Da das Gut seitlich vom Gurt gedrückt wird, entstehen seitliche Kräfte auf den Gurt, die zu einer Verformung und zu Gurtschieflauf führen [1].

Dieser Effekt kann vermindert werden, wenn V-förmige Pflugabstreicher benutzt werden, bei denen sich die seitlichen Kräfte zum Teil aufheben. Aber auch V-Abstreicher führen zu destabilisierendem Gurtlauf, da bei einem exzentrisch laufenden Gurt die Kräfte nicht in Richtung der Mitte wirken und den Schräglauf so noch verstärken.

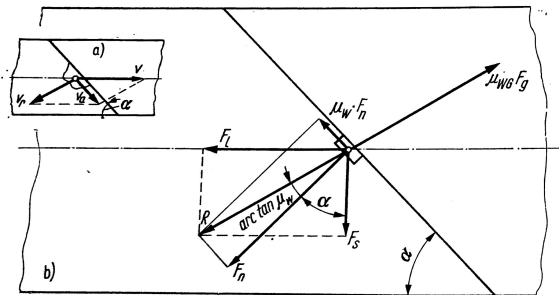


Abb. 3.39: Seitlicher Austrag mit einem einseitigen Abstreicher und den daraus resultierenden Kräften [96]



Abb. 3.40: Pflugabstreicher zum beidseitigen Materialaustrag vom Gurt [81]

Die auf den Abstreicher wirkende Kraft kann aus dem Impuls der Gutstromumlenkung abgeleitet werden [96]

$$f_s = q_m v_g \sin \alpha. \quad (3.8)$$

Unter der Annahme, dass die Reaktionskraft auf das Schüttgut wirkt und dieses so seitlich vom Gurt herunter geschoben wird, bewegt sich dieses dabei innerhalb einer Stauzone vor

dem Abstreicher seitwärts. Die Reibkraft auf den Gurt entsteht dabei aus der wirksamen Masse  $m_s$  vor dem Abstreicher mit seitlicher Relativgeschwindigkeit zum Gurt und dem Reibungsbeiwert  $\mu_g$  zwischen Gurt und Schüttgut an dieser Stelle auf den Gurt

$$f_{gs} = m_s \cdot g\mu_g. \quad (3.9)$$

Für große Massenströme und dauerhafte seitliche Gutabgabe ist es besser, auch aus Gründen des Gurtverschleißes, auf einen seitlichen Austrag komplett zu verzichten und den Gurt in einer Schleife durch die Anlage zu führen und an der so entstehenden Kopftrommel das Schüttgut in eine Schurre zu übergeben. Hierbei kann aber das weiträumige Abheben des Gurtes von der feststehenden Anlage im Übergang zwischen Gurtförderanlage und Bandschleifenwagen zu erhöhtem Gurtschieflauf führen. Der Gurt wird auf mehreren Metern nicht mehr von Tragrollen unterstützt und kann sich so stärker als in der restlichen Anlage verformen. Eine Verkürzung dieses Übergangsbereiches ist nur bei der Verwendung von flach gemuldeten Gurten möglich. Wenn das Schüttgut wieder auf den gleichen Gurt aufgegeben wird, kommt es jedoch auch hier zu deutlichem Verschleiß.

Insbesondere Absetzer-Rücklademaschinen (Stacker-Reclaimer) mit Bandschleifenwagen können Gurtschieflaufprobleme verursachen. Je nach Konstruktion verfährt die Absetzer-Rückladeeinheit entlang einer Gurtförderanlage, die parallel zu einer Halde aufgebaut ist. Die Gurtförderanlage dient dabei sowohl der Beschickung als auch dem Abtransport der Halde. Der Gurt wird dabei, wie in Abbildung 3.41 gezeigt, von der Anlage abgehoben und durch den Schleifenwagen geführt.

Beim gezeigten Bandschleifenwagen tritt Gurtschieflauf auf. Um die Auswirkungen zu verringern, wurden vertikal große Tragrollen angebracht, gegen die der Gurt laufen kann, um nicht von der Anlage zu fallen oder mit Strukturelementen zu kollidieren. Am zweiten U-Rahmen auf dem Bild sind Niederhalter zu sehen, die das erhöhte Abheben des unbeladenen Gurtes verringern sollen. Besser wäre hier eine aktive Gurtsteuerung in der gesamten Anlage mit Gurtkantenerfassung am Bandschleifenwagen.



Abb. 3.41: Bandschleifenwagen mit deutlich erkennbarem Gurtschieflauf. Der Gurt läuft an die vertikalen Seitenrollen an, die diesen begrenzen sollen. Am zweiten Rahmen sind Teile der Niederhalterrollen zu erkennen, die ein komplettes Abheben des Gurtes verhindern sollen, wenn dieser unbeladen ist [40]



## 4 Modellbildung an Gurtförderanlagen

### 4.1 Computersimulationen von Gurtförderanlagen

Der Haupteinsatzfall von Simulationssoftware zur Berechnung von Gurtförderanlagen ist die Auslegung der Förderanlagen bei der Projektierung. Mit Programmen wie »SimulationX« lassen sich die Bewegungswiderstände und der Leistungsbedarf in unterschiedlichen Betriebszuständen berechnen [39]. Auch lässt sich die Gurtdynamik beim Anfahren einer Anlage durch spezielle Modelle oder einen »Lumped Mass Approach« simulieren. Dabei wird der Gurt in Masse-Feder-Dämpfersysteme zerlegt, die nach Anregung die statische und dynamische Verformung abbilden [79].

Werden diese Simulationsmodelle zu einem umfassenden Modell kombiniert, das sämtliche Betriebszustände abbilden kann, ist es möglich, während des Betriebs der Anlage Aussagen über den Betriebszustand zu gewinnen. Dazu werden laufend Messdaten wie Gurtvorspannung, Fördergeschwindigkeit und Beladungszustand an der Anlage erfasst und in die Simulation eingespeist. Diese Art von Modell wird als digitaler Zwilling bezeichnet, da das Simulationsmodell die reale Anlage spiegelbildlich abbildet. Durch den Vergleich des digitalen Modells mit der realen Anlage lassen sich Optimierungspotentiale bestimmen [131] [118]. Es können auch Abweichungen im Betrieb erkannt werden und im Rahmen von »predictive maintenance« behoben werden. Eine Erweiterung auf die gesamte Gewinnungstrecke wird als digitales Bergwerk »Digital Mine« bezeichnet [113] [5].

Um eine umfassende Datenanalyse zu ermöglichen, reicht es gegebenenfalls nicht, an einer Förderanlage nur Daten der Antriebe zu erfassen. Tragrollenfehlausrichtungen, Gurtschief- lauf, Verschleiß oder Lagerschäden von Tragrollen werden zwar über eine Veränderung der tatsächlichen Antriebsleistung im Vergleich zum digitalen Zwilling registriert, die Ursachensuche muss anschließend jedoch wieder manuell durchgeführt werden, auch wenn dazu Messsysteme verwendet werden. Vielversprechender ist eine permanente Überwachung aller relevanten Anlagenkomponenten. Hierfür lassen sich internetfähige Sensoren einsetzen, deren Daten in einer Cloud gesammelt und verarbeitet werden [83] [122]. Erst durch eine Vielzahl von Sensoren können sich selbst überwachende Systeme programmiert werden, die nicht nur über eine Störung, sondern auch über deren Ursache informieren.



## 4.2 Modellstruktur

Die oben genannten Modelle ermöglichen zwar eine Simulation des Gurtes in Bezug auf Antriebsleistung, Moment und Gurtlängsdynamik. Eine Simulation des seitlichen Laufverhaltens des Gurtes auf der Anlage setzt jedoch die Kenntnis der Gurtverformung, des Kontaktes mit den Tragrollen und der Ursachen voraus. Die genannten Ursachen können dabei, wie in Kapitel 3 beschrieben, mathematisch modelliert werden. Für die Verformung und den Kontakt mit den Tragrollen müssen jedoch neue Modelle gefunden werden.

Um die Herausforderung bei der mathematischen Abbildung des Gurtschieflaufs zu verdeutlichen und anschaulicher zu machen, wird entsprechend zur später folgenden Abbildung 7.33 die Abbildung 4.1 dargestellt.

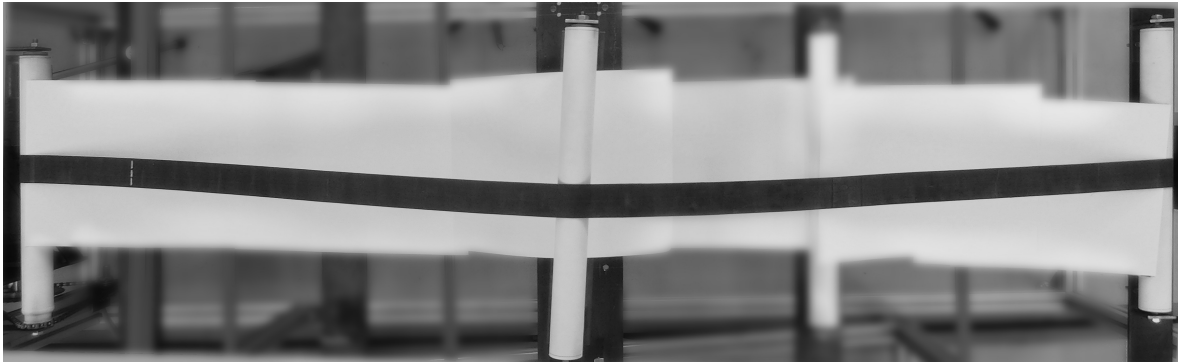


Abb. 4.1: Verformung eines 50 mm breiten Flachriemens bei Verdrehung der mittleren Tragrolle

In der Abbildung ist der Obertrum eines 50 mm breiten Antriebsriemens mit einer Gesamtlänge von 4200 mm dargestellt. Der Riemen läuft über drei Rollen von rechts nach links. In diesem idealisierten Versuchsaufbau kann davon ausgegangen werden, dass es nur eine Ursache - die verdrehte Tragrolle - für den auftretenden Schieflauf gibt. Es ist zu erkennen, dass der Riemen einer steigenden Biegelinie folgt. Aus dieser Vorbetrachtung kann abgeleitet werden, dass der Verformungsverlauf als stetig angenommen werden kann und hier die Kontaktbeschreibung zwischen Tragrolle und Riemen für die seitliche Verformung verantwortlich ist. Die anderen im Kapitel 3 genannten Ursachen müssen im Modell ebenfalls berücksichtigt werden können. Um die Verformung des Riemens bzw. die des Gurtes einer Förderanlage zu beschreiben, soll ein Ansatz auf Basis der FE-Methode gewählt werden.

Abbildung 4.2 verdeutlicht die Modellierungsstrategie. Der blau markierte Bereich kann ausgehend von der Analyse der Ursachen als gelöst betrachtet werden. Für den linken (ungelösten) Teil bieten sich zwei unterschiedliche Strategien an. Da die Verformung des Gurtes gelöst werden muss, wird dieser Teil immer über einen FE-Ansatz modelliert. Die Tragrollen - und die der Einfachheit halber vernachlässigten Trommeln - mit ihren Kontakten können entweder in einer FE-Simulation über die Definition von Kontaktflächen und Elementen abgebildet

werden oder sie werden als analytisches Ersatzmodell beschrieben, das mit den Verformungen des Gurtes interagiert.

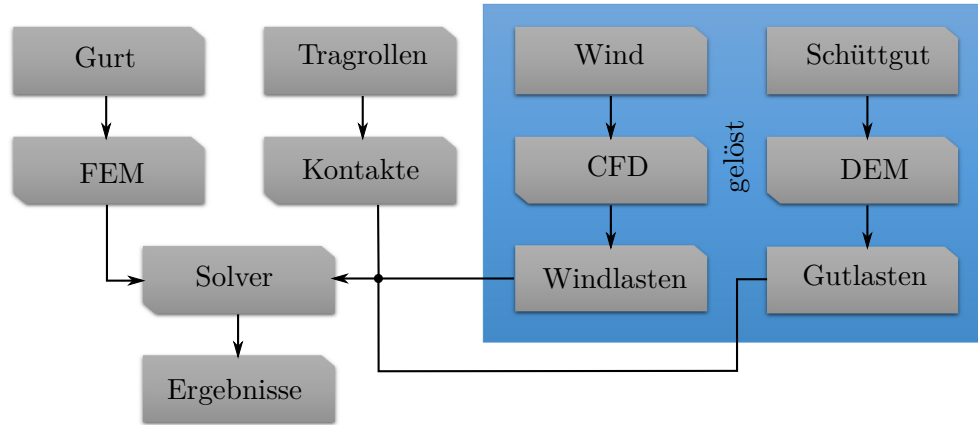


Abb. 4.2: Ablaufdiagramm zur Erstellung des Berechnungsmodells

Der Solver kann dabei durch unterschiedliche Programme bereit gestellt werden. Soll ein umfassendes FE-Modell benutzt werden, bei dem die Kontakte intern gelöst werden, bietet es sich an, hierfür ein Programm wie ANSYS zu verwenden. Sollen die Kontakte durch analytische Ersatzmodelle abgebildet werden, so ist es einfacher, die Steifigkeitseigenschaften des Gurtes in ein Programm wie MATLAB zu überführen, um dort sowohl das FE-Gleichungssystem als auch die Ersatzmodelle zu lösen.

### 4.3 FE-Schalenmodell des Fördergurtes

Die Modellierung des Gurtes als Schalenmodell hat den Vorteil, dass in einer FE-Berechnung auch Kontakte und anisotrope, nichtlineare Eigenschaften und Elemente berücksichtigt werden können. Es ist zu erwarten, dass die Gurtverformung so sehr realitätsnah abgebildet werden kann. DRATT konnte zeigen, dass die Verformung eines Fördergurtes sehr genau abgebildet werden kann [28]. Auch Teile der Energiedissipation im Fördervorgang lassen sich auf diese Weise modellieren. DRATT simuliert mit einem einfachen FE-Modell den Schüttgutwiderstand [27]. Daher kann davon ausgegangen werden, dass Schalenmodelle dieser Aufbauart ebenfalls für die seitliche Verformung und Bewegung benutzt werden können. MUNZENBERGER benutzt ein komplexeres FE-Modell, um den Eindrückrollwiderstand zu simulieren [90]. Dabei ist die realitätsnahe Abbildung der Kontakte essenziell.

Es kann erwartet werden, dass diese Modellierungsstrategie gute Ergebnisse liefern wird. Jedoch ist auch im Vorhinein bekannt, dass die Berechnung der Kontakte sehr aufwendig ist. Es ist fraglich, ob eine ganze Anlage modelliert werden kann, da der Gurt auch bei der Verwendung von Schalenelementen aus vielen Elementen zusammengesetzt werden muss.

## 4.4 Balkenbasiertes Modell

Als Alternative zum Schalenmodell bietet es sich an, den Gurt als Balken abzubilden. Ein Biegebalken zeigt ebenso wie der Riemen aus Abbildung 4.1 eine stetige Biegelinie. Diese Forderung benötigt kein sechsdimensionales Modell, sodass es ausreichend sein kann ein verhältnismäßig einfaches Modell zu verwenden, das neben der seitlichen Verschiebung lediglich eine Verdrehung der Elemente berücksichtigt. Dies reduziert die Freiheitsgrade pro Knoten um Faktor drei. Zusätzlich reduziert sich die Anzahl der Knoten von einem Achtknoten-Schalenelement zu einem Zweiknoten-Balkenelement. Beide Vereinfachungen zusammen genommen reduzieren den Rechenaufwand auf Elementebene um Faktor 12. Die größte Reduzierung muss jedoch dem Modellaufbau zugeordnet werden, da der Riemen bzw. der Gurt nur aus einer Lage Balkenelemente modelliert wird.

Diese Modellierung entspricht im Wesentlichen der Strategie nach RITZINGER [101] und EGGER [32] mit dem Vorteil eines modularisierten Aufbaus. Die Kontakte zwischen Gurt und Tragrollen werden im Gegensatz zum Schalenmodell nicht innerhalb des FE-Modells abgebildet sondern, über mathematische Ersatzmodelle. Diese berücksichtigen nicht den Abrollvorgang des Gurtes und beschreiben lediglich die seitliche Bewegung.

Es ist daher zu erwarten, dass die Ableitung von Ersatzmodellen einmalig wesentlich mehr Aufwand benötigt, jedoch die Berechnung des Gurtlaufes in Größenordnungen schneller erfolgt als bei der Benutzung von Schalenmodellen.

## 4.5 Berechnungsdurchführung

Die Modellierung des schalenbasierten Modells wird in ANSYS Classic durchgeführt. Dabei wird der Fokus auf die Abbildung der Kontakte zwischen dem sich bewegenden Gurt und den sich drehenden Tragrollen gelegt. Nur wenn es gelingt, diesen Kontaktvorgang hinreichend genau und rechenextensiv abzubilden, kann eine praxisrelevante Förderanlage simuliert werden.

Die Berechnungen zu den balkenbasierten Modellen sollen in MATLAB durchgeführt werden. Zwar lassen sich auch Steifigkeiten aus einem FE-Modell aus ANSYS exportieren und in MATLAB dann weiter verwenden, es ist jedoch einfach zu erkennen, dass eine direkte Modellierung in MATLAB, die auch die Vernetzung und Ableitung der Steifigkeitsmatrizen umfasst, Vorteile im Modellierungsablauf bietet.

Die Ersatzmodelle, die notwendig sind, um die Belastungen in MATLAB zu übernehmen werden mit analytischen Gleichungen abgebildet und danach in das MATLAB-Modell implementiert.

## 4.6 Visualisierung

Um die Ergebnisse der Simulationen bewerten zu können, müssen sie grafisch dargestellt werden. Hierzu werden hauptsächlich Diagramme Verwendung finden. Sollen Animationen erstellt werden, kann dies für die Schalenmodelle direkt in ANSYS erfolgen. Für die balkenbasierten Modelle aus MATLAB ist eine direkte Darstellung nicht möglich, da sie keine 3D-Informationen enthalten. Vor der Darstellung müssen dafür dreidimensionale Oberflächen erstellt werden. 3D-Oberflächen aus MATLAB und aus ANSYS lassen sich aber auch durch Umwandlung in *VTK*-Dateien [108] visuell darstellen, um eine einfache Beurteilung der Ergebnisse zu ermöglichen. Dabei werden die Ergebnisse, wie relative Verformung und Verschiebung an den berechneten Punkten, zu jedem beliebigen Zeitpunkt in das standardisierte Format überführt. Aus ANSYS lassen sich diese Dateien direkt exportieren.

Um eine *VTK*-Datei aus dem knotenbasierten MATLAB-Modell zu erzeugen, müssen die folgenden Schritte ausgeführt werden:

1. Überführung des Balkens in eine geschlossene Schleife
2. Oberflächenabstraktion der Gurtbreite mit Muldung im Obertrum
3. Vernetzung der Oberfläche
4. Export der Zeitreihe als *VTK*-Video
5. Zeitliche Auswertung von Verformung und Schieflauf in *PARAVIEW*

Jedem Knoten muss in z-Richtung eine Koordinate zugewiesen werden, um eine geschlossene Gurtschleife erzeugen zu können. Es ist deshalb schon bei der Modellierung der Anlage ein Knotenvektor zu erzeugen, der die Lage des Knotens im globalen Koordinatensystem abbildet. In einem zweiten Schritt wird eine Gurtausdehnung mit der Gurtbreite in y-Richtung um die Mittellage im Initialzustand angenommen. Den Knoten wird bei der Erstellung des Modells zugeordnet, ob der Gurt an der betreffenden Stelle gemuldet ist oder dieser flach auf den Rollen aufliegt. Diese Information kann genutzt werden, um die Muldung visuell darzustellen. Dafür wird die Oberfläche des Gurtes durch eine symmetrische Polynomfunktion aus Gleichung (4.1) abstrahiert.

$$z_b(y_b) = \sum_{q=0}^n a_q \cdot b_q^{2q}. \quad (4.1)$$

Hierbei ist darauf zu achten, dass symmetrische Terme benutzt werden, da die Funktion auch im negativen Halbraum gültig sein muss. Dafür muss der Exponent den geraden natürlichen Zahlen ( $2q$ ) entstammen.  $a_0$  ist vordefiniert über die z-Komponente des Ortsvektors. Da Polynome grundsätzlich für Extrapolationen aufgrund ihres überschwingenden Verhaltens nur eingeschränkt benutzt werden können, ist darauf zu achten, dass der Gültigkeitsbereich

der modellierten Breite des Gurtes entspricht. In Abbildung 4.3 ist eine Polynomfunktion für einen 650 mm breiten Gurt dargestellt. Anschließend wird die Oberfläche vernetzt und kann exportiert werden.

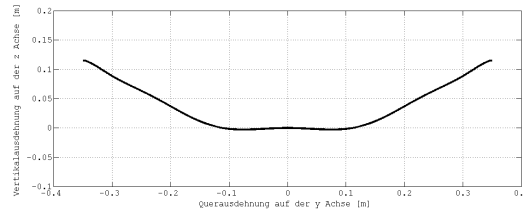


Abb. 4.3: Polynom 10. Ordnung ( $q = 5$ ) für einen 650 mm breiten Gurt mit  $30^\circ$  Neigung der Muldung

In Abbildung 4.4 ist das Ergebnis des *VTK*-Exportes im stationären Zustand dargestellt. Es ist deutlich erkennbar, dass der maximale Schiefelauf hinter der verdrehten Tragrollenstation auftritt. Im Untertrum ist der Schiefelauf geringer, da eine Lenkwirkung mit balliger Antriebstrommel berücksichtigt ist.

Durch einen Export zeitdiskreter Ergebnisse lassen sich aus den Dateien mit dem OpenSource Programm *PARAVIEW* Videos erzeugen. Auch umliegende Strukturen lassen sich bei gleichem Referenzkoordinatensystem sofort einblenden, was insbesondere in komplexen Anlagen die Darstellung übersichtlicher gestaltet. Alle Daten liegen netzbasiert in *PARAVIEW* vor und können als Diagramme dargestellt werden. Das Postprocessing der Ergebnisdaten ist somit stark vereinfacht und entspricht dem Aufbereitungsweg anderer Software wie *OpenFoam* oder *LIGGGHTS*®.

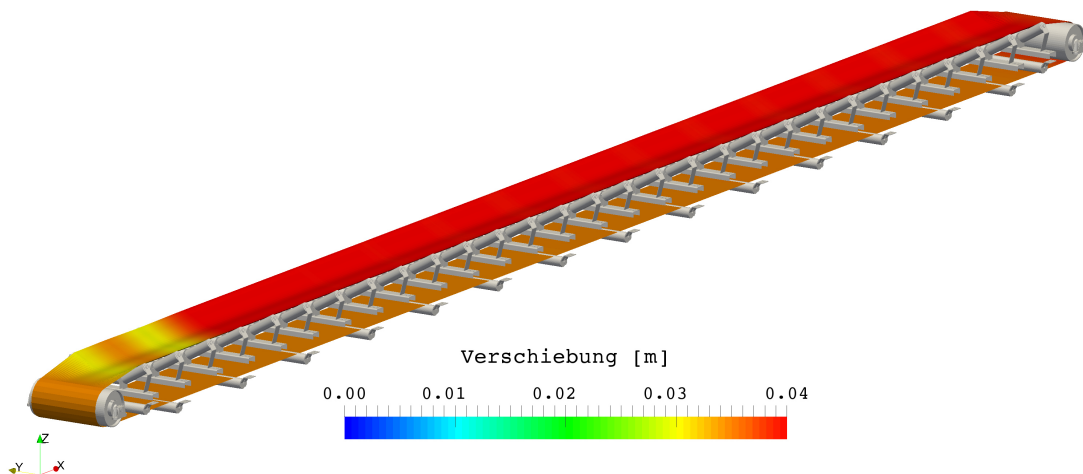


Abb. 4.4: Darstellung des Gurtschieflaufs in *PARAVIEW* nach Export der *VTK*-Datei. Zu sehen ist die Verschiebung des Gurtes in Folge der Verdrehung der 5. Tragrolle im Obertrum um  $1^\circ$  um die z-Achse.

# 5 FEM - schalenbasiertes Modell

## 5.1 FEM - Gurtsimulation

Um den Gurtschieflauf beschreiben zu können, ist es in einer direkten Modellierung in der kommerziellen FE-Software ANSYS notwendig, den Gurt mit den Tragrollenkontakten abzubilden. Der Gurt wird dabei mit Schalenelementen vom Typ SHELL93 abgebildet. Die Tragrollen können als Starrkörper angenommen werden, da sie einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Gesamtsteifigkeit haben, wenn sie im Gesamtsystem mit Gurtkontakt betrachtet werden. Die Unterseite des Gurtes wird mit Kontaktelementen vom Typ CONTA174 vernetzt. Die Tragrollen erhalten das Kontaktzielelement vom Typ TARGE170. Damit entspricht die Modellierung der nach DRATT [26]. Eine Kopplung, um das Schüttgutverhalten im Schieflauf abzubilden, ist hiermit prinzipiell direkt möglich. Die Tragrollen werden in ihrer Drehachse drehbar gelagert, um bei einer translatorischen Bewegung des Gurtes die entsprechende Rotation ausführen zu können.

Um den Gurt mit den Tragrollen in Kontakt zu bringen, wird eine Einspannung an den beiden Enden des Gurtes vorgesehen. Über diese wird zuerst eine Vorspannung aufgebracht. Anschließend wird der Gurt gemuldet und translatorisch nach unten in Richtung der Tragrollen bewegt. Nachdem der Gurt die stabile Endposition erreicht hat, wird er durch die Einspannungen translatorisch in x-Richtung bewegt, um die Bewegung in Förderrichtung im Betrieb abzubilden. Die Berechnungen werden als transiente Simulation durchgeführt, wodurch auch die Massenkräfte der Elemente berücksichtigt werden. Der Verformungszustand zum Zeitpunkt der Bewegungssimulation ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Das Modell ist damit detaillierter aufgebaut als das Simulationsmodell in Kapitel 6.

Der Gurt soll mit einer Elementgröße modelliert werden, die ca. 1/10 des Tragrollendurchmessers beträgt, da sonst die Kontakte zwischen Gurt und Tragrolle nicht fein genug aufgelöst werden können. Wird die Elementgröße zu groß gewählt, kommt es beim Überlaufen des Kontaktbereiches zu einem Polygoneffekt, da sowohl Tragrolle als auch Gurt durch Geraden angenäherte Oberflächen besitzen. Wird die Oberfläche zu fein abstrahiert, steigt die Berechnungsdauer zu stark an. Außerdem gibt es vermehrt Konvergenzprobleme, je feiner die Oberfläche abgebildet wird. Der Zeitschritt der transienten Simulation sollte im Bereich  $10^{-6}$  s bis  $10^{-4}$  s liegen. Da der Zeitschritt die Konvergenz und damit das Lösungsverhalten der Simulation beeinflusst, muss er jeweils neu für das entsprechende Modell angepasst werden. Aufgrund der geringen abgebildeten Gurtlänge des Modells im Vergleich zu einer realen Gurt-

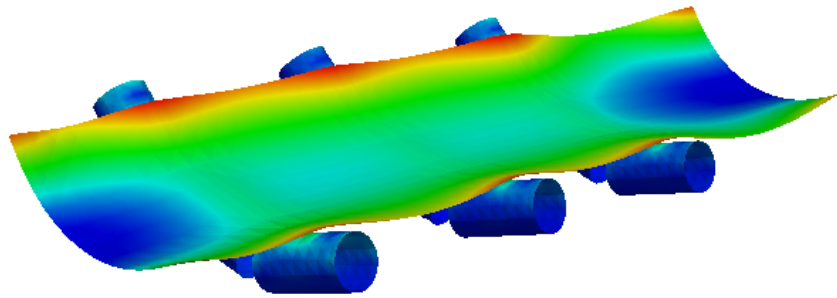


Abb. 5.1: Modellierung des Gurtsegmentes mit Schalenelementen sowie Kontaktelementen an der Unterseite zur Abbildung des Tragrollenkontaktes

förderanlage können mit dem Modell maximal Basisaussagen oder vereinfachte Detailprobleme abgebildet werden. Bei der Auswertung der Ergebnisse hat sich jedoch gezeigt, dass der Polygoneffekt zum einen und die auftretenden Konvergenzprobleme zum anderen zu keiner stabilen und vertrauenswürdigen Lösung geführt haben. Es konnte zwar eine Seitwärtsbewegung des Gurtsegmentes beobachtet werden, wenn die mittlere Tragrollenstation um die vertikale Achse verdreht wurde. Jedoch war es nicht möglich, diese Werte als real anzunehmende Verschiebung zu betrachten, da die Verformung sehr stark von den in geringem Abstand angeordneten Einspannungen des Gurtsegmentes beeinflusst wird.

## 5.2 Zusammenfassung des Schalenansatzes

Trotz der Vorteile, wie der Möglichkeit der Untersuchung von Kontaktverhältnissen direkt an den Tragrollen, die sich durch eine direkte Modellierung des umlaufenden Gurtsegmentes in der FEM ergeben, überwiegen die Nachteile so stark, dass von einer Simulation, wie sie hier gezeigt wird, abgeraten werden muss. Im gezeigten Anwendungsfall war es nicht möglich, mit dem reduzierten Modell eine zufriedenstellende Lösung zu erreichen. Dies liegt zum einen an den Rechenzeiten, zum anderen aber auch am instabilen Lösungsverhalten der Kontaktelemente. Daher muss auch für die Zukunft angezweifelt werden, dass eine FE-Simulation des gemuldeten, umlaufenden Gurtsegmentes die richtige Methode ist, um Schiefelauf abzubilden.

Die Rechenzeit des Modells resultiert hauptsächlich aus einer nur sehr schwer zu erreichenden Konvergenz. Diese resultiert aus den dynamischen Massenkräften, die den Gurt verformen und zum Schwingen anregen. Trotz hoher Dämpfung kommt es insbesondere im Kontakt zu hochfrequenten Bewegungen des Gurtsegmentes. Die Beschleunigungen beeinflussen aber auch zusätzlich den Zeitschritt, der so relativ gering gewählt werden muss. Aus praktischen Überlegungen wird aber schnell ersichtlich, dass der Schiefelauf keine dynamischen Massenkräfte verursacht. Schwingungen sind zwar teilweise als Quietschen an den Tragrollen wahrzunehmen, jedoch

sind diese so hochfrequent, dass sie keinen Einfluss auf das Bewegungsverhalten haben. Die seitliche Bewegung des Gurtes hingegen vollzieht sich über Minuten, sodass Massenkräfte vernachlässigt werden können.

Die Simulation des Vorschubs von 0,3 m Gurt hat etwa eine Berechnungszeit von drei Wochen auf einem Rechner mit 16 Kernen benötigt. Hierbei muss jedoch erwähnt werden, dass die Berechnungszeit hauptsächlich von der Konvergenz und damit vom Kontakt der Rollen mit dem Gurt abhängt. Entwicklungen von Solvern für hochdynamische Verformungssimulationen mit nichtlinearem Materialverhalten könnten die Berechnungsleistung hier deutlich steigern. Trotzdem lässt sich zusammenfassen, dass diese Anwendung nicht für den Gebrauch an einer gemuldeten Gurtförderanlage mit praxisrelevanter Länge einsetzbar ist.

Wenn der Gurt nicht als endloses Band modelliert wird, sind auch nur sehr geringe Bewegungen möglich. Die Modellierung eines solchen endlosen Bandes erscheint allerdings fragwürdig, da der Gurt erst gerade vernetzt und dann in seine Form gebracht werden müsste. Dies schließt jedoch eine Art Gurtverbindung ein, die nach Einfädeln des Gurtes in die Anlage geschlossen werden müsste.

Aus diesen Gründen wurde von einer weiteren Verfolgung des Gurtschieflaufs durch FE-Software abgesehen.

## 5.3 Ausblick

Soll der Gurt als Balken modelliert werden, müssen aus einer Vernetzung mit Elementen Steifigkeitsmatrizen erzeugt werden. Eine Möglichkeit zur Erstellung der Matrizen ist der Export aus FE-Programmen wie ANSYS. Mit einer FE-Software besteht die Möglichkeit, ein Bauteil erst detailliert zu modellieren und anschließend reduziert zu exportieren. Damit ist es möglich, den Gurt detailliert als FE-Körper zu beschreiben und diesen so zu exportieren, dass alle für die Verformung wesentlichen Steifigkeiten berücksichtigt werden [76].

Solche Ordnungsreduktionen werden in der Regel durchgeführt, wenn das dynamische und elastische Verformungsverhalten von Bauteilen innerhalb von anderen Simulationen berücksichtigt werden soll. Dies können z. B. Mehrkörpersimulationen sein, in denen Verformungen von Bauteilen im Betrieb einer Maschine berücksichtigt werden sollen [94]. Dabei werden nur die Steifigkeits- und Masseneigenschaften für Knoten exportiert, die beim Export angegeben wurden. Der Rest des Systems wird auf diese Knoten reduziert. Eine weitere Möglichkeit zur Ordnungsreduktion besteht dabei in der Überführung in ein modales Koordinatensystem. Dabei wird eine Verformung als eine Superposition von Eigenvektoren berücksichtigt [29]. Dies hat den Vorteil, dass unabhängig von der Struktur des Körpers nur die Eigenfrequenzen berücksichtigt werden müssen, die dynamisch wesentlich sind.

Eine Ordnungsreduktion in FE-Programmen wird meist nach der Unterteilung in Master- und Slavekoordinaten mit Methoden nach CRAIG und BAMPTON [22] oder Variationen davon ex-



portiert. Wenn jedoch angenommen wird, dass eine Verformung des Gurtes keine wesentlichen Massenkräfte während des Schieflaufs erzeugt, dann kann auch eine vereinfachte Reduktion nach GUYAN [54] ausreichend sein.

Die Modellierung der Struktur in einem FE-Programm mit anschließender Überführung in einen vereinfachten Ansatz hat den Vorteil, dass in Anlagen mit komplexer Geometrie die Eigenschaften einfacher erfasst werden können. In der Modellierung von Gurtförderanlagen könnten so Anlagen mit vielen Muldungsübergängen oder Gurtwenden abgebildet werden, deren Eigenschaften schwer analytisch zu erfassen sind.

# 6 FEM - balkenbasiertes Modell

## 6.1 Beschreibung des Schieflaufs von Flachbändern

Die äußeren Einflüsse, die auf einen Fördergurt wirken und zu Schieflauf führen können, wurden im Kapitel 3 untersucht. Für eine Simulation fehlen an dieser Stelle der Gurt und seine Interaktion mit den Tragrollen.

Der Schieflauf von Flachbändern kann nach EGGER [33] in erster Näherung als rein geometrischer Effekt beschrieben werden. Dabei ist der seitliche Gurtlauf nicht von Kräften im Kontakt abhängig, sondern ergibt sich nur aufgrund von geometrischen Randbedingungen. Die Gleichungen zur Beschreibung sollen an einem Zweirollensystem erläutert werden, bei dem eine Rolle um die z-Achse gedreht ist.

### 6.1.1 Beschreibung des Schieflaufs eines biegeschlaffen Seils

EGGER wählt [33] als erstes Modell für den Schieflauf eines Flachbandes ein Seilmodell. Das Seil hat keine Biegesteifigkeit und kann somit immer als Gerade beschrieben werden. Der seitliche Verlauf ist so nur abhängig vom Auflaufwinkel, also dem Winkel, der sich zwischen Rollenachse und Mittellinie des Zugmittels einstellt. Wenn das Zugmittel im rechten Winkel auf die Rolle aufläuft, kommt es zu keiner seitlichen Bandbewegung. Der Winkel  $\gamma$ , der, wie in Abbildung 6.1 gezeigt, zwischen Rollennormale und Seil aufgespannt wird, bestimmt die Verlaufsgeschwindigkeit.

$$\pi = \alpha + \beta' + \frac{\pi}{2} + \gamma, \quad (6.1)$$

$$\beta' = \frac{\pi}{2} - \beta, \quad (6.2)$$

$$\gamma = \beta - \alpha. \quad (6.3)$$

Der Zugmittelwinkel  $\alpha$  kann aus dem Vektor  $\mathbf{h}$  vom Ablaufpunkt zum Auflaufpunkt ermittelt werden. Der Vektor ist dabei zweidimensional in  $x, y$  definiert.

$$\alpha = \arcsin \frac{h_y}{\|\mathbf{h}\|}, \quad (6.4)$$

$$h_y = \mathbf{h} \cos \beta. \quad (6.5)$$

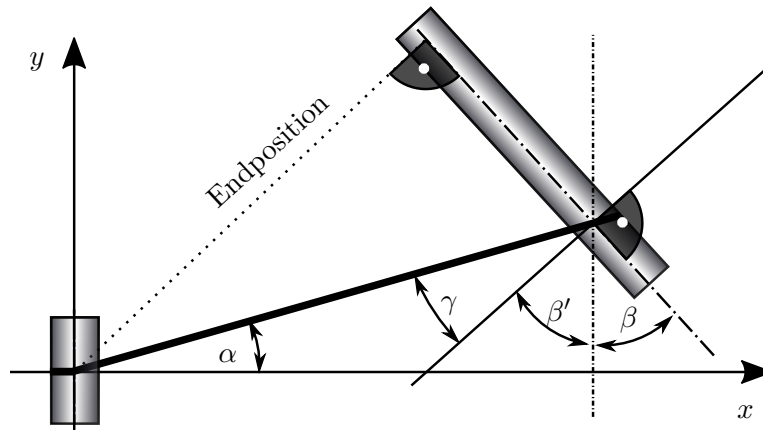


Abb. 6.1: Geometrische Herleitung des Auflaufwinkels zwischen einem Seil und der Rollennormalen

### 6.1.2 Beschreibung des Schieflaufs eines biegesteifen Gurtes

Der Schieflauf ist wie beim Seil vom Auflaufwinkel  $\gamma$  abhängig. Hierbei ist er jedoch nicht geometrisch wie in Abbildung 6.1 bestimmbar, da der Verformung des Gurtes eine Biegesteifigkeit entgegengesetzt ist. Die Verformung kann entweder analytisch berechnet werden, wenn ein Biegebalken als Ersatzmodell hinterlegt wird, oder mittels FEM-Simulation bestimmt werden. Da im weiteren Verlauf der Arbeit dieses Modell mit Verformungswiderständen zu Grunde gelegt werden soll, wird der FEM-Ansatz gewählt, da er beliebig hinsichtlich der Randbedingungen erweitert werden kann. Der Auflaufwinkel einer beliebig verdrehten Tragrolle ergibt sich aus Abbildung 6.2.

Um die Verlaufsgeschwindigkeit zu bestimmen, muss der Auflaufwinkel  $\gamma$  nach Gleichung (6.3) berechnet werden. Der Relativwinkel wird, wie oben gezeigt, aus der Rollenschrägstellung  $\beta$  und der Steigung  $\alpha$  der Biegelinie am Auflaufpunkt bestimmt. Dabei sind Auf- und Ablaufpunkt des Fördergurtes vom Durchhang abhängig. Bei einem idealen Gurt ohne Durchhang würde es nur einen Kontaktpunkt statt einer Kontaktfläche geben, der mittig auf der Tragrolle liegt.

Um die Steigung  $\alpha$  des FEM-Balkens am Auflaufpunkt zu bestimmen, gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten. Entweder wird das FEM-Modell so aufgebaut, dass es exakt am Auflaufpunkt einen Knoten gibt, an dem die Steigung berechnet wird, sofern das Element Verdrehungen zulässt, oder die Steigung muss aus den umliegenden Knoten interpoliert werden. Die erste Lösung soll nicht angewandt werden, da immer ein Knoten am Auflaufpunkt sein und das Modell so unnötig fein diskretisiert werden müsste.

Um den Winkel am Auflaufpunkt zu bestimmen, muss zwischen den beiden umliegenden

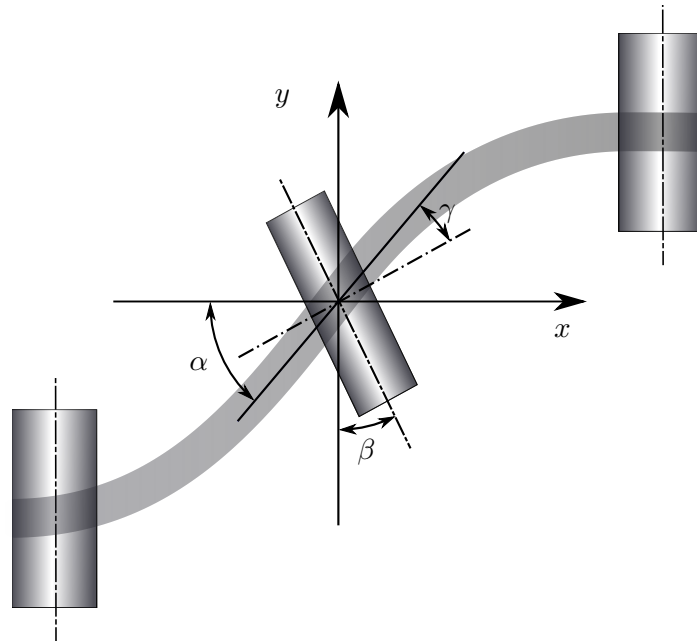
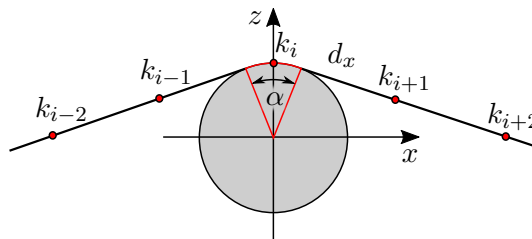


Abb. 6.2: Herleitung des Auflaufwinkels an einem biegestetigen Gurt

Knoten  $\alpha_i$  und  $\alpha_{i+1}$  aus Abbildung 6.3 interpoliert werden.

$$\alpha = (\alpha_{i+1} + \alpha_i) \frac{\Delta x_k - \Delta v}{\Delta x_k} + \alpha_i. \quad (6.6)$$

Wenn angenommen wird, dass die Knoten keinen zu großen Abstand  $dx$  voneinander haben, kann die Steigung als linear zwischen den Punkten betrachtet werden.

Abb. 6.3: Interpolation des Kontaktwinkels  $\alpha$  aus den Knotenverdrehungen

Um den Betrag des Schieflaufs auszurechnen, bedarf es einer definierten Vorschubgeschwindigkeit  $\dot{x}_c$  des Gurtes. Die seitliche Bewegung des Gurtes auf der Tragrolle lässt sich aus der Abbildung 6.4 ableiten. Die Schieflaufgeschwindigkeit im Bezugssystem der Tragrolle ergibt sich damit nach Gleichung (6.7).

$$\dot{y}_t = \dot{x}_c \cdot \sin \gamma. \quad (6.7)$$

Durch zeitliche Integration ergibt sich der Weg, den der Gurt im Tragrollensystem zum Zeit-

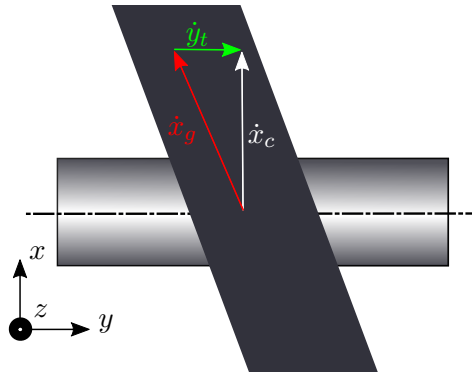


Abb. 6.4: Vektorzerlegung der Geschwindigkeit auf der Tragrolle

punkt  $t_1$  hat.

$$y_t = \int_0^{t_1} \dot{x}_c \cdot \sin \gamma dt. \quad (6.8)$$

Die Knotenverschiebung im FEM-Modell soll sich jedoch auf das globale Koordinatensystem beziehen. Dazu muss der Anstellwinkel der Tragrolle berücksichtigt werden.

$$y_g = y_t \cdot \cos \beta. \quad (6.9)$$

Die Differenzverschiebung, die in einer zeitdiskontinuierlichen Simulation während eines Zeitschrittes  $\Delta t$  auftritt, berechnet sich folglich nach Gleichung (6.10), unter der Voraussetzung, dass die Antriebsgeschwindigkeit während dieses Zeitschrittes konstant ist.

$$\Delta y_g = \dot{x}_c \cdot \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot \Delta t. \quad (6.10)$$

In diesem Modell ist der Auflaufwinkel  $\gamma$  die entscheidende Größe für die Geschwindigkeit des seitlichen Laufs.

### 6.1.3 Modellerweiterung

Das bisher beschriebene Modell verhält sich qualitativ wie ein Gurt in einer realen Anlage. Um eine verbesserte Übereinstimmung mit Messergebnissen zu erreichen, muss das Modell jedoch in seiner Detailtiefe weiter angepasst werden. Für die Bestimmung des Auflaufwinkels wird nach Abbildung 6.5 definiert, dass immer ein Knoten mittig zwischen den Auflaufpunkten liegt.

An jedem Punkt, an dem die Verschiebung vorgegeben werden soll, ist es sinnvoll, einen Knoten einzufügen. Die Knoten  $K_i$ , die sich zentral über den Rollen befinden, werden seitlich als eingespannt betrachtet. Ist der Umschlingungswinkel groß genug, so muss der Gurt in diesem

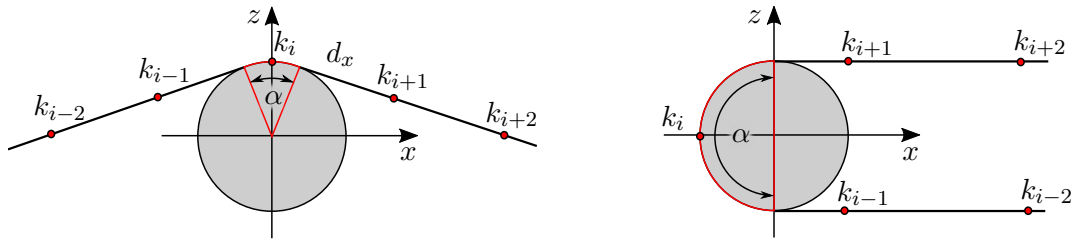


Abb. 6.5: Bestimmung der Steigung am Auflaufpunkt je nach Einbauposition der betrachteten Rolle

Punkt auch rotatorisch als eingespannt betrachtet werden. Er erhält den Verdrehungswinkel der Rolle als Randbedingung. Wenn angenommen wird, dass der Winkel am Lagerungsknoten wesentlich für den Schiefelauf ist, so ergibt sich nach Gleichung (6.3) immer ein Schiefelaufwinkel von 0. Maßgeblich ist jedoch der Winkel in dem Punkt, in dem der Gurt Haftkontakt mit der Rolle hat. Der Haftreibungswinkel muss kleiner sein als der Umschlingungswinkel  $\alpha_u$ , da am tangentialen Erstkontaktpunkt keine Normalkraft auf den Gurt wirkt.

## 6.2 Modellbildung am Fördergurt

Die Erweiterung vom Flachband zum endlos umlaufenden Fördergurt erhöht das Abstraktionsniveau. Für die Abbildung eines kompletten Fördergurtes müssen wesentlich mehr und auch größere Vereinfachungen getroffen werden, als dies für die Berechnung eines Flachbandes nötig ist. Abbildung 6.6 zeigt einen vereinfachten Gurtförderer, dessen wichtigste Baugruppen in Tabelle 6.1 aufgelistet sind.

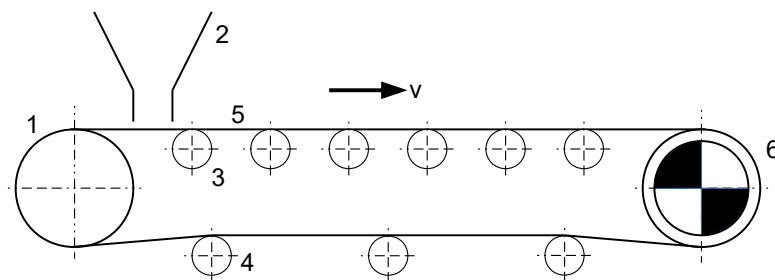


Abb. 6.6: Vereinfachte Darstellung eines Gurtförderers mit seinen Hauptbaugruppen

Analog zum Modell des Flachriemens soll die Gurtverformung hier durch die Verformung der Mittelachse des Fördergurtes abgebildet werden. Effekte, die durch eine veränderte Gurtmuldung oder die Umlenkung an der Antriebstrommel entstehen, müssen berücksichtigt werden. Die Abbildung der Tragrollen, die nur einen sehr kleinen Umschlingungswinkel bzw. Kontaktbereich haben, und der Umlenkrollen muss hier gesondert betrachtet werden. Damit kann die

Tab. 6.1: Baugruppen eines Gurtförderers

- 1 Spanntrommel
- 2 Gutaufgabebereich
- 3 Tragrollen im Obertrum
- 4 Tragrollen im Untertrum
- 5 Fördergurt
- 6 Antriebstrommel

Verformung der Mittellinie als Verformung eines Biegebalkens abgebildet werden.

Um den Gurt für eine Simulation abzubilden, wird er abgewickelt betrachtet. Dabei soll die Verformung am Ende der des Anfangs entsprechen. Der abgewickelte Aufbau ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Die Spannrolle ist hier somit am Anfang und am Ende des Gurtes zu sehen.

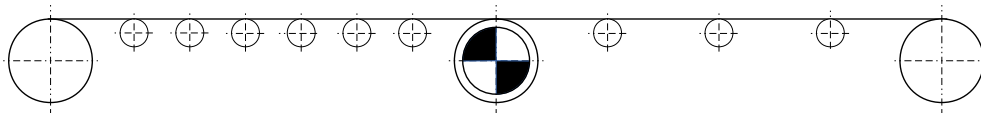
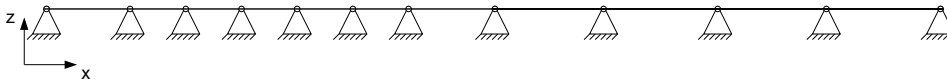


Abb. 6.7: Abgewickelte Darstellung des Gurtförderers aus Abbildung 6.6

Es soll erst einmal davon ausgegangen werden, dass der Gurt an jeder Rolle reibschlüssig Kraft übertragen kann. Daher wird an jeder Stelle, an dem der Gurt Kontakt mit einer Rolle hat, eine Lagerung vorgesehen. In der  $x,y$ -Ebene kann sich der Gurt beliebig in der Steigung an den Lagerpunkten verändern. Die Lagerungspunkte sind in Abbildung 6.8 dargestellt.

Abb. 6.8: Lagerungsdarstellung für den Gurtförderer aus Abbildung 6.7 in der  $x,z$ -Ebene

Im statischen Fall muss beachtet werden, dass an den Stellen, an denen der Gurt einen großen Umschlingungswinkel mit der Rolle hat, eine Einspannung vorgesehen werden muss. Durch die große Umschlingung nimmt in diesen Punkten der Gurt die Steigung der Rolle an. Er kann sich nicht beliebig in der Steigung einstellen, da ein linienhafter Kontakt zwischen Balken und Rolle vorliegt. Da bei Gurtschieflauf immer eine Bewegung des Gurtes in Förderrichtung vorausgesetzt wird, können aber direkt Lagerungen vorgesehen werden. An den Tragrollen hat der Balken nur einen punktförmigen Kontakt, so dass er nie als eingespannt betrachtet werden muss.

Äußere Kräfte oder Versatz der Rollen führen zu einem Schieflaufen, das in jedem Fall eine Verformung des Gurtes zur Folge hat. Diese Verformung ist in Abbildung 6.9 oben dargestellt. Die Verformung führt somit zu einer translatorischen Verschiebung der Lagerpunkte.

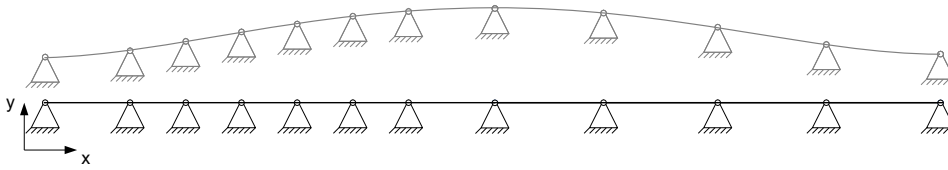


Abb. 6.9: Lagerungsdarstellung für den Gurtförderer in der  $x,y$ -Ebene (unten) und mit einer angenommenen Verformung (oben)

Somit kann der Wirkmechanismus von einer Tragrollenstation auf die gesamte Anlage übertragen werden.

### 6.3 Finite Elemente Modellierung

Für die Beschreibung eines Gurtes mit Biegesteifigkeit bieten sich zwei mögliche Vorgehensweisen an, wenn vorausgesetzt wird, dass der Gurt durch ein Biegebalkenmodell abgebildet werden kann.

Die erste Methode nutzt eine analytische Beschreibung der Förderanlage als Biegebalken. Jede Tragrolle der Förderanlage bildet dabei eine Lagerung, wodurch das System stark überbestimmt ist. Die Lösung der Differentialgleichung wird dadurch sehr aufwendig. Ebenso ist die automatisierte Erstellung eines solchen Systems programmieretechnisch sehr anspruchsvoll. Die zweite Methode basiert auf der Beschreibung der Gurtverformung mit der Finite-Elemente-Methode. Diese hat den Vorteil, dass die Steifigkeit des Systems nicht wie bei der ersten Methode abgeschätzt werden muss, sondern der Gurt in einem FEM-Programm modelliert und mit der Model-Order-Reduction so angepasst werden kann, dass nur noch für die Bewegungssimulation wichtige Knoten übernommen werden [76]. Die Anzahl der zu lösenden Gleichungen wird so drastisch reduziert, wodurch die Berechnungszeit entsprechend verringert wird. Ein zweiter Vorteil ist die Einfachheit der Beschreibung, wodurch die Modellierungszeit stark abnimmt. Wenn das System direkt durch einfache Balkenelemente formuliert wird, ist die einfachere und modulare Formulierung der finiten Elemente einer analytischen Formulierung überlegen.

Das Prinzip der FEM beruht auf der Diskretisierung eines Problems auf viele, einfach zu lösende Gleichungssysteme, die miteinander verknüpft werden. Jedes Teilgleichungssystem wird als Element bezeichnet. Die Enden eines Elementes werden als Knoten bezeichnet. Die Lösung wird jeweils nur für die Knoten berechnet. Damit ein einzelnes Element seine Form sowie die ihm zugeordnete physikalische Eigenschaft wie z. B. die Verformung abbilden kann, wird eine problemgerechte Näherungsfunktion gewählt. Bei Stab- und Balkengeometrien können hierfür besonders gut Polynomfunktionen angewendet werden, wobei der Grad des Polynoms die Abbildungsgenauigkeit der Verformung steigert [86]. Die Ansatzfunktionen müssen dabei so gewählt werden, dass sowohl innerhalb des Elementes als auch am Übergang eines Elementes



zum anderen Stetigkeit garantiert werden kann. Dabei soll in diesem Fall weder der Verlauf des Gurtes unstetig sein dürfen, noch soll die Biegelinie Knicke aufweisen dürfen. Daraus folgt, dass die Funktion stetig differenzierbar sein muss. Nach GALLAGHER [46] muss eine Ansatzfunktion im Allgemeinen drei Dinge erfüllen:

1. Die Ansatzfunktion darf bei einer Starrkörperbewegung des Elementes keine Spannungen verursachen.
2. Die Funktion muss stetig sein.
3. Die Funktion sollte konstante Glieder enthalten, um so auch einen konstanten Spannungs- bzw. Verzerrungszustand abzubilden.

### 6.3.1 Gleichungssystem

Um die Biegelinie zu berechnen, wird ein FEM-Modell erstellt, dessen Gleichungssystem gelöst werden kann. Das Modell soll die Steifigkeit eines Gurtes in einem Biegebalken abbilden. Im Allgemeinen wird das FE-Gleichungssystem mit der Gleichung (6.11) beschrieben. Die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  multipliziert mit dem Verformungsvektor der Knoten  $\mathbf{u}$  ergibt den Kraftvektor  $\mathbf{f}$ .

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}. \tag{6.11}$$

Die Herausforderung in der Modellierung besteht darin, dass sowohl äußere Lasten in Form des Vektors  $\mathbf{f}$  auftreten, die aus dem Kapitel 3 bekannt sind, als auch geometrische Randbedingungen in Form des Vektors  $\mathbf{u}$  aus Gleichung (6.10). Daher ist es also nicht möglich, die Gleichung (6.11) nach einer gesuchten Größe umzuformen. Um das Gleichungssystem trotzdem lösen zu können, muss das System in gelagerte Freiheitsgrade mit aufgeprägten Verschiebungen und ungelagerte Freiheitsgrade mit aufgeprägten Kräften getrennt werden.

Wird vorausgesetzt, dass sich die benötigten Variablen berechnen lassen, fehlt für das angegebene Gleichungssystem noch die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$ . Die Methode der Finiten Elemente setzt eine Unterteilung des Gesamtproblems in kleine, aber finite Elemente voraus. Diese Elemente sind untereinander verbunden und bilden das FE-Netz. Für jedes Element lassen sich die Eigenschaften über Ansatzfunktionen definieren. Die Elementeeigenschaften werden anschließend in Abhängigkeit der Vernetzung zu einem Gesamtsystem zusammengesetzt. Diese Unterteilung ist für die Massen-, Feder- und Dämpfungseigenschaften des Systems gültig. In dem hier vorgestellten, rein verformungsbasierten Ansatz werden Massen- und Dämpfungseigenschaften des Systems vernachlässigt, sodass nur die Steifigkeitsmatrix bestimmt werden muss.

### 6.3.2 Steifigkeitsmatrix

Im ersten Schritt kann angenommen werden, der Gurt bestehe aus einem einzelnen Element wie in Abbildung 6.10. Das Balkenelement besitzt je zwei Freiheitsgrade an den Knoten  $n$  und  $m$ .

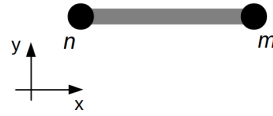


Abb. 6.10: Zweidimensionales Balkenelement mit zwei Knoten

In der Literatur sind viele verschiedene Balkenmodelle zu finden. MEISSNER [88] stellt dabei ein sehr einfaches Element vor, das nur zwei Freiheitsgrade pro Knoten besitzt. Die Steifigkeitsmatrix beschreibt ein Element vom Knoten  $n$  zum Knoten  $m$ . Dieses Element hat pro Knoten nur einen translatorischen Freiheitsgrad senkrecht zur Balkenlängsausdehnung und einen rotatorischen Freiheitsgrad. Für das dargestellte ungelagerte Element aus Abbildung 6.10 ergibt sich eine Matrix der Dimension  $\{4 \times 4\}$ .

$$\mathbf{K}_m^n = 2 \frac{EI}{l_e^3} \begin{pmatrix} 6 & -3l_e & -6 & -3l_e \\ -3l_e & 2l_e^2 & 3l_e & l_e^2 \\ -6 & 3l_e & 6 & 3l_e \\ -3l_e & l_e^2 & 3l_e & 2l_e^2 \end{pmatrix}. \quad (6.12)$$

In der Steifigkeitsmatrix können die Elemente den einzelnen Knoten zugeordnet werden. Dabei gibt es jeweils zwei Elemente, die direkt die zugehörigen Knoten beschreiben, die restlichen  $2 \times 2$  formulieren eine Art Verbindung der Knoten. Damit stellt zum Beispiel das Nebendiagonalelement 2,1 oder 1,2 die Verbindung vom Verschiebungs- zum Verdrehungsfreiheitsgrad am ersten Knoten her.

$$\mathbf{K}_m^n = 2 \frac{EI}{l_e^3} \left( \begin{array}{cc|cc} 6 & -3l_e & -6 & -3l_e \\ -3l_e & 2l_e^2 & 3l_e & l_e^2 \\ \hline -6 & 3l_e & 6 & 3l_e \\ -3l_e & l_e^2 & 3l_e & 2l_e^2 \end{array} \right) = 2 \frac{EI}{l_e^3} \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{nn} & \mathbf{K}_{nm} \\ \mathbf{K}_{mn} & \mathbf{K}_{mm} \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Gleichung 6.13 zeigt die beschriebene Unterteilung in Knotenfreiheitsgrade. Wird beim betrachteten Element die Ableitung der Knotenpositionen in  $y$ -Richtung mit der Verdrehung der Knoten verglichen, lässt sich feststellen, dass sich die Beträge in guter Näherung entsprechen, die Vorzeichen der beiden Ergebnisse aber umgekehrt sind. Die betragsmäßige Abweichung

zwischen Ableitung der Knotenpositionen und Verdrehung ist zu erklären, indem angenommen werden kann, dass die Ableitung eine mittlere Steigung zwischen den Knoten zeigt, während der Wert der Verdrehung das exakte Knotenergebnis darstellt. Die Veränderung des Vorzeichens jedoch entstammt der Wahl des Koordinatensystems für die Verdrehung bei der Ableitung der Matrix aus den Ansatzfunktionen des Elementes. Dieses Verhalten ist in Abbildung 6.11 an einem Kragbalken aus fünf Elementen dargestellt. Der erste Knoten ist dabei eingespannt, während auf den letzten Knoten eine beliebige Kraft in y-Richtung wirkt.

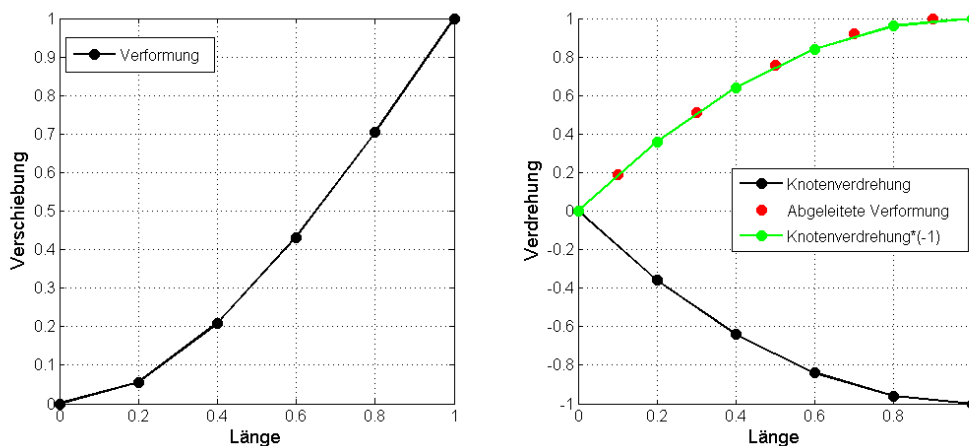


Abb. 6.11: *links*: Normierte Knotenverschiebung eines Kragbalkens  
*rechts*: Vergleich der normierten Verdrehungen an den Knoten

Um die korrekten Verdrehungen an den Knoten zu bestimmen, gibt es prinzipiell drei Möglichkeiten:

1. Benutzung der Ableitung der Knotenpositionen und Interpolation zwischen den berechneten Ergebnissen, um die Genauigkeit zu steigern
2. Multiplikation des Verdrehungsergebnisses mit -1
3. Änderung der Drehrichtung für die Ansatzfunktionen

Da die Benutzung einer für diesen Fall korrekt definierten Ansatzfunktion am sinnvollsten ist, soll im Folgenden der Fall drei gewählt werden.

### Modifizierung der Steifigkeitsmatrix

Die Herleitung einer modifizierten Matrix, für die die Verformungsableitung und die Verdrehungsfreiheitsgrade der Knoten das gleiche Vorzeichen haben, basiert auf dem Ansatz von KRÖPLIN [84], in dem die Herleitung für das zweidimensionale Balkenelement aus Gleichung (6.12) angegeben ist. Die Grundlage bildet ein Balken nach Abbildung 6.10. Der Balken soll

nur durch ein Element abgebildet werden, sodass die Balkenlänge der Elementlänge  $l_e$  entspricht. Als Ansatz wird hier eine Polynomfunktion dritter Ordnung benutzt, die auch für das 2D-Balkenmodell von oben verwendet wurde. Die Laufvariable  $s$  ist dabei als

$$0 \leq s \leq l_e, \quad (6.14)$$

definiert. Der Ansatz für die Durchbiegung bzw. Verformung des Balkenelements ist in Gleichung (6.15) beschrieben.

$$w(s) = c_3 s^3 + c_2 s^2 + c_1 s + c_0. \quad (6.15)$$

Die Koeffizienten  $c_j$  müssen nun bestimmt werden. Hierfür ist es jedoch sinnvoll, für die Gleichung eine dimensionslose Laufvariable  $\xi$  einzuführen,

$$\xi = \frac{s}{l_e}, \quad (6.16)$$

womit sich die Gleichung (6.17) ergibt.

$$w(\xi) = c_3 l_e^3 \xi^3 + c_2 l_e^2 \xi^2 + c_1 l_e \xi + c_0. \quad (6.17)$$

Eine Verformung des Balkens könnte demnach wie in Abbildung 6.12 aussehen.

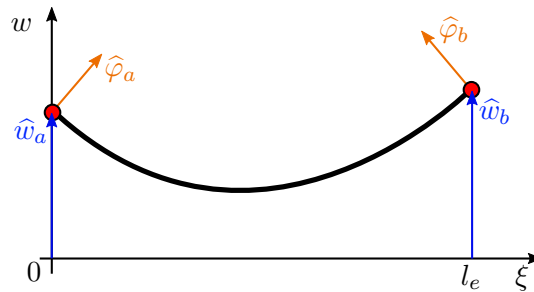


Abb. 6.12: Darstellung der Verformung für ein Balkenmodell zur Bestimmung der Koeffizienten nach Gleichung (6.17)

Die Koeffizienten lassen sich aus den Randbedingungen der Polynomfunktion bestimmen, wenn als Randbedingung die Knotenfreiheitsgrade eingesetzt werden.

$$w(\xi = 0) = \hat{w}_a = c_0, \quad (6.18)$$

$$w(\xi = 1) = \hat{w}_b = c_3 l_e^3 + c_2 l_e^2 + c_1 l_e + c_0. \quad (6.19)$$

Die Funktion der Verdrehungen kann aus der Verschiebungsfunktion (6.15) abgeleitet werden. Danach wird wieder die dimensionslose Variable  $\xi$  für  $s$  eingesetzt. Hier soll für die Ableitung

gelten:

$$\varphi = \frac{dw}{ds}. \quad (6.20)$$

Damit ist die Verdrehung genau entgegengesetzt zur Verdrehung der Steifigkeitsmatrix aus Gleichung (6.12) definiert.

$$\varphi(\xi) = 3c_3 l_e^2 \xi^2 + 2c_2 l_e \xi + c_1. \quad (6.21)$$

Aus den Randbedingungen

$$\varphi(\xi = 0) = \hat{\varphi}_a = c_1, \quad (6.22)$$

$$\varphi(\xi = 1) = \hat{\varphi}_b = 3c_3 l_e^2 + 2c_2 l_e + c_1, \quad (6.23)$$

kann mit den bereits bestimmten Randbedingungen die Koeffizientenmatrix  $\mathbf{G}$  gebildet werden, um den Koeffizientenvektor  $\mathbf{c}$  aus den Gleichungen zu berechnen, wenn der angenommenen Verformungsvektor  $\hat{\mathbf{w}}$  berücksichtigt wird.  $\hat{\mathbf{w}}$  kann somit als Knotenkoordinatenvektor verstanden werden.

$$\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{G}\mathbf{c}. \quad (6.24)$$

Dies entspricht dem Gleichungssystem (6.25).

$$\begin{pmatrix} \hat{w}_a \\ \hat{\varphi}_a \\ \hat{w}_b \\ \hat{\varphi}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l_e & l_e^2 & l_e^3 \\ 0 & 1 & 2l_e & 3l_e^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}. \quad (6.25)$$

Durch Invertieren von  $\mathbf{G}$  resultiert die nach  $\mathbf{c}$  aufgelöste Formulierung.

$$\mathbf{c} = \mathbf{G}^{-1}\hat{\mathbf{w}}. \quad (6.26)$$

Der Vektor  $\mathbf{c}$  lässt sich dann in die Gleichung (6.17) einsetzen. Dafür muss die Gleichung in Vektorschreibweise umgeformt werden.

$$w(\xi) = \begin{pmatrix} 1 & l_e \xi & l_e^2 \xi^2 & l_e^3 \xi^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}. \quad (6.27)$$

So lässt sich die Gleichung mit dem Polynomvektor  $\mathbf{p}$  als

$$w = \mathbf{p} \cdot \mathbf{c}, \quad (6.28)$$

formulieren. Wenn nun Gleichung (6.26) in Gleichung (6.28) eingesetzt wird, folgen die vier normierten Ansatzfunktionen für die je zwei Knotenfreiheitsgrade  $a$  und  $b$  des finiten Elementes.

$$w(\xi) = \mathbf{p} \cdot \mathbf{G}^{-1} \hat{\mathbf{w}} = \begin{pmatrix} 2\xi^3 - 3\xi^2 + 1 \\ l\xi^3 - 2l\xi^2 + l\xi \\ -2\xi^3 + 3\xi^2 \\ l\xi^3 - l\xi^2 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \hat{w}_a \\ \hat{\varphi}_a \\ \hat{w}_b \\ \hat{\varphi}_b \end{pmatrix}. \quad (6.29)$$

Die Ansatzfunktionen werden im Vektor  $\phi$  zusammengefasst.

$$w = \phi^T \hat{\mathbf{w}}. \quad (6.30)$$

In der Abbildung 6.13 sind die Ansatzfunktionen grafisch dargestellt. Dabei bilden die Ansatzfunktionen eins und drei die Verschiebungen ab, während die Ansatzfunktionen zwei und vier die Verdrehungen beschreiben. Alle zeigen die Antwort auf eine Einheitsverschiebung bzw. eine Einheitsverdrehung.

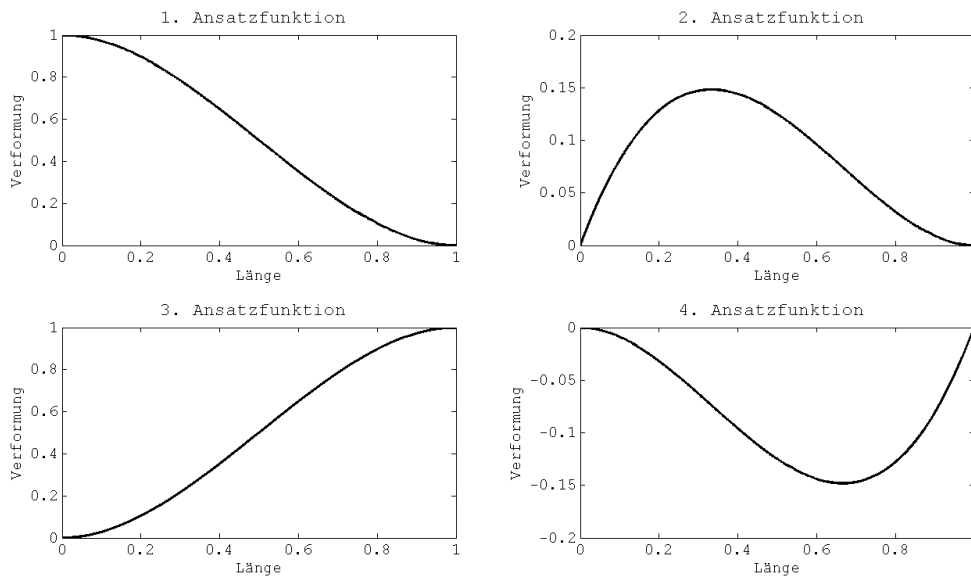


Abb. 6.13: Dargestellung der vier Ansatzfunktionen mit Einheitsverschiebung (1 und 3) bzw. Einheitsverdrehung (2 und 4)

Aus dem Ansatz der virtuellen inneren Arbeit [84] ergibt sich die folgende Gleichung:

$$\delta W = -\delta \widehat{\mathbf{w}}^T \frac{EI}{l_e^3} \int_0^1 \phi^{\xi, \xi} \phi^{\xi, \xi T} d\xi \widehat{\mathbf{w}}. \quad (6.31)$$

Durch die partiellen Ableitungen der Ansatzfunktion nach der normalisierten Variable  $\xi$  und der Integration über die komplette Länge eines Elementes wird durch Multiplikation eine Matrix aufgespannt. Der Term

$$\mathbf{K}_{vd} = \frac{EI}{l_e^3} \int_0^1 \phi^{\xi, \xi} \phi^{\xi, \xi T} d\xi. \quad (6.32)$$

beschreibt dabei die Steifigkeitsmatrix, wenn davon ausgegangen wird, dass der E-Modul  $E$  und das Flächenträgheitsmoment  $I$  des Balkens über der Elementlänge  $l_e$  konstant sind.

$$\mathbf{K}_{vd} = 2 \frac{EI}{l_e^3} \begin{pmatrix} 6 & 3l_e & -6 & 3l_e \\ 3l_e & 2l_e^2 & -3l_e & l_e^2 \\ -6 & -3l_e & 6 & -3l_e \\ 3l_e & l_e^2 & -3l_e & 2l_e^2 \end{pmatrix}. \quad (6.33)$$

Werden analog zu Abbildung 6.11 die beiden Steifigkeitsmatrizen durch Einspannung des ersten Knotens und Aufgabe einer Kraft am letzten Knoten in y-Richtung verglichen, folgen daraus die in Abbildung 6.14 dargestellten Zusammenhänge.

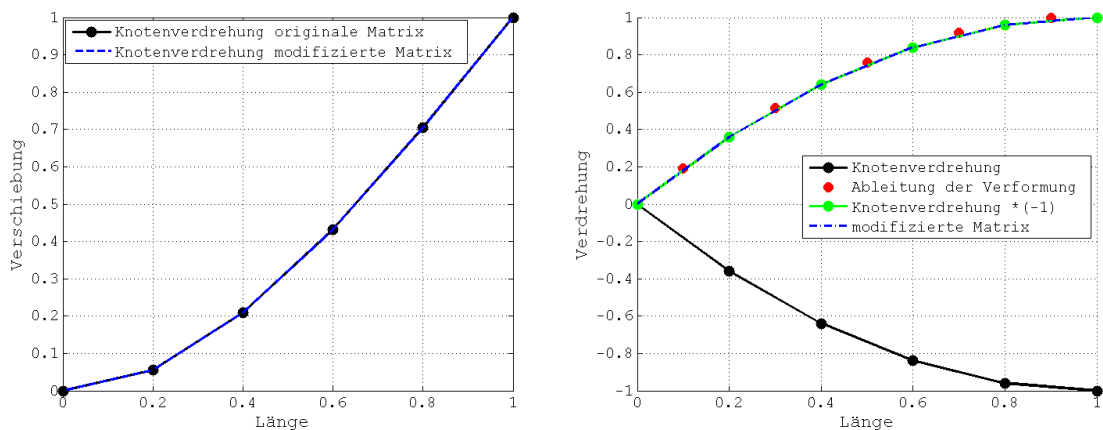


Abb. 6.14: *links*: Vergleich der normierten Verschiebung  
*rechts*: Vergleich der normierten Verdrehung eines Kragbalkens nach Steifigkeitsmatrix (6.12) und (6.33)

Es ist erkennbar, dass Verformung und Verdrehung beider Balken exakt gleich sind und nur das Vorzeichen der Verdrehung geändert wurde. Im Folgenden soll die modifizierte Matrix verwendet werden.

### Eigenschaften der Steifigkeitsmatrix

- Die Steifigkeitsmatrix ist als symmetrisch definiert [29]. Dazu muss der folgende Zusammenhang erfüllt sein:

$$\mathbf{K} - \mathbf{K}^T = \mathbf{0}. \quad (6.34)$$

- Die Steifigkeitsmatrix ist quadratisch.
- Die ungelagerte Steifigkeitsmatrix ist stets singulär. Das bedeutet, dass ihre Determinante Null ist

$$|\mathbf{K}| = 0, \quad (6.35)$$

und keine Inverse existiert.

$$\mathbf{K}^{-1} = \#. \quad (6.36)$$

- Die Elemente auf der Hauptdiagonalen sind alle positiv.
- Die exportierte Steifigkeitsmatrix ist positiv semidefinit. Das bedeutet, es existiert ein Eigenwert  $\lambda = 0$ .
- Wenn es ein  $\lambda_i = 0$  gibt, sind Starrkörperverschiebungen in der Richtung der zugehörigen Eigenform  $\mathbf{v}_i$  erlaubt.
- Mathematisch gesehen muss für die Steifigkeitsmatrix invertiert werden, um nach den Verformungen aufzulösen. Die Inverse existiert jedoch nur dann, wenn die Matrix positiv definit ist. Das heißt, die Determinante muss  $|\mathbf{K}| \neq 0$  sein, andernfalls ist die Matrix singulär [29].

### Modellierung einer Anlage

Der Gurt wird so modelliert, wie er im Idealfall auf der Anlage liegen würde. Unterschiedliche Muldungswinkel und andere Unregelmäßigkeiten werden mit modelliert. Die Steifigkeitsmatrix soll so alle Gurteigenschaften abbilden. Die Modellierung erfolgt damit analog zu den Abbildungen 6.7 bis 6.9.

Wird angenommen, eine Matrix soll die Steifigkeitseigenschaften vom Knoten  $a$  zum Knoten  $d$  darstellen, so ergibt sich die Gesamtmatrix aus den Additionen der um die Freiheitsgrade der anderen Matrizen verschobenen Teilmatrizen [88]. Der Knoten  $b$  wird durch das Balkenelement vom Knoten  $a$  und vom Balkenelement zum Knoten  $c$  beeinflusst. Die Nebendiagonalelemente in Gleichung 6.13 sind jedoch sowohl dem einen als auch dem anderen Knoten zugeordnet.



Es soll angenommen werden, dass alle Balkenelemente die gleichen Steifigkeitseigenschaften besitzen.

$$\mathbf{K}_I^V = 2 \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} K_{aa} & K_{ab} & 0 & 0 & 0 \\ K_{ba} & K_{bb} + K_{cc} & K_{cd} & 0 & 0 \\ 0 & K_{dc} & K_{dd} + K_{ee} & K_{ef} & 0 \\ 0 & 0 & K_{fe} & K_{ff} + K_{gg} & K_{gh} \\ 0 & 0 & 0 & K_{hg} & K_{hh} \end{bmatrix}. \quad (6.37)$$

Die Matrix (6.37) zeigt die überlagerten Elementsteifigkeitsmatrizen für vier Elemente bzw. fünf Knoten (I - V). Wenn jeder Knoten, wie oben beschrieben, zwei Freiheitsgrade besitzt, dann hat  $\mathbf{K}_I^V$  die Dimension  $\{10 \times 10\}$ . Die Überlagerung der Elementmatrizen ist in Abbildung 6.15 dargestellt.

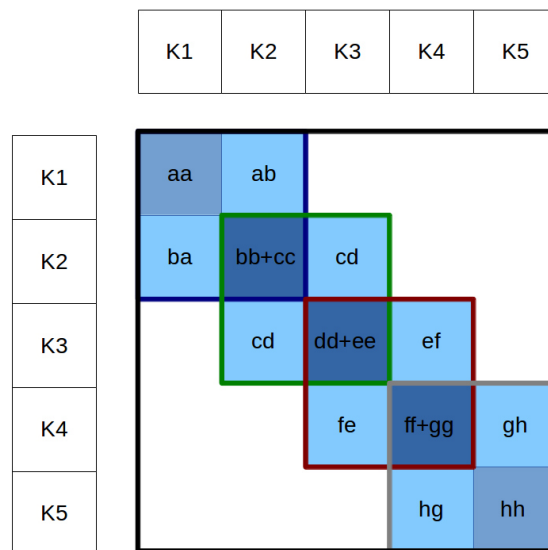


Abb. 6.15: Grafische Darstellung der Elementsteifigkeitsmatrizen zur Berechnung der Steifigkeitsmatrix des Finite Elemente-Systems

### 6.3.3 Definition der Lagerungen und Transformation des Systems

Soll in einem FEM-Gleichungssystem eine Verformung aufgeprägt werden, muss die Gleichung (6.11) in zwei Teile zerlegt werden [9].

Die Freiheitsgrade, die durch Lagerungen gesperrt werden, werden in einem Lagerungsvektor zusammengefasst. Der Vektor  $\mathbf{u}$  besteht damit aus den gesperrten Freiheitsgraden  $\mathbf{u}_l$  und den

freien Freiheitsgraden  $\mathbf{u}_f$ .

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_f \\ \mathbf{u}_l \end{bmatrix}. \quad (6.38)$$

Die Umsortierung des Verschiebungsvektors führt auch zu einer Umsortierung der Steifigkeitsmatrix aus Gleichung (6.11).  $\mathbf{f}_l$  beinhaltet hier zusätzlich die Lagerlasten, die zu den geometrischen Randbedingungen führen.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ff} & \mathbf{K}_{lf} \\ \mathbf{K}_{fl} & \mathbf{K}_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_f \\ \mathbf{u}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_f \\ \mathbf{f}_l \end{bmatrix}. \quad (6.39)$$

Unter der Annahme einer symmetrischen Matrix  $\mathbf{K}$  ergibt sich die Symmetrie auch nach der Umsortierung:

$$\mathbf{K}_{lf} = \mathbf{K}_{fl}^T. \quad (6.40)$$

Um die Berechnung zu vereinfachen, wird die Umsortierung durch Transformationsmatrizen realisiert. Diese werden aus einer Einheitsmatrix  $\mathbf{E}$  gebildet. Es werden zwei Transformationsmatrizen benötigt: eine  $\mathbf{T}_f$ -Matrix für die Abteilung der freien Koordinaten und eine  $\mathbf{T}_l$ -Matrix für die Abteilung der gelagerten Koordinaten aus  $\mathbf{K}$ .

Für  $\mathbf{T}_l$  werden alle Zeilen der Einheitsmatrix übernommen, aber nur die Spalten, in denen Lagerungen in der Matrix  $\mathbf{K}$  vorgesehen sind. Für  $\mathbf{T}_f$  gilt das Analoge für die Freiheitsgrade ohne Lagerung. Mit den beiden Matrizen ist es nun möglich, alle Elemente der umsortierten Matrix  $\mathbf{K}$  in Gleichung (6.11) bzw. der Sammelmatrix aus Gleichung (6.39) zu bestimmen.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ff} & \mathbf{K}_{lf} \\ \mathbf{K}_{fl} & \mathbf{K}_{ll} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_f^T \mathbf{K} \mathbf{T}_f & \mathbf{T}_l^T \mathbf{K} \mathbf{T}_f \\ \mathbf{T}_f^T \mathbf{K} \mathbf{T}_l & \mathbf{T}_l^T \mathbf{K} \mathbf{T}_l \end{bmatrix}. \quad (6.41)$$

Die Umsortierung der Vektoren  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{f}$  erfolgt entsprechend.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_f \\ \mathbf{u}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_f^T \mathbf{u} \\ \mathbf{T}_l^T \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (6.42)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_f \\ \mathbf{f}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_f^T \mathbf{f} \\ \mathbf{T}_l^T \mathbf{f} \end{bmatrix}. \quad (6.43)$$

Für gegebene äußere Lasten und Randbedingungen lässt sich die erste Gleichung aus dem

System (6.39) lösen.

$$\mathbf{K}_{ff}\mathbf{u}_f + \mathbf{K}_{lf}\mathbf{u}_l = \mathbf{f}_f, \quad (6.44)$$

$$\mathbf{u}_f = \mathbf{K}_{ff}^{-1}(\mathbf{f}_f - \mathbf{K}_{lf}\mathbf{u}_l). \quad (6.45)$$

Auf diese Weise lässt sich die Verformung eines Gurtes abbilden, der über Tragrollen läuft, während er immer in Kontakt mit den Tragrollen steht. Dabei wird weiterhin angenommen, dass der Umschlingungswinkel des Gurtes auf den Tragrollen sehr klein ist, sodass kein Torsionsmoment im Kontaktpunkt zwischen Gurt und Tragrolle auftritt.

**Beispiel** Angenommen, es soll ein Gleichungssystem für einen Biegebalken mit drei Elementen und jeweils zwei Freiheitsgraden pro Knoten gelöst werden. Jedes Element besitzt dabei zwei Knoten. Das Gleichungssystem hat somit acht Freiheitsgrade. Der Balken ist am ersten Knoten eingespannt. Dadurch verringern sich die Freiheitsgrade auf sechs. Aus der Einheitsmatrix der Dimension  $\{8 \times 8\}$  werden zur Erstellung von  $\mathbf{T}_f$  die ersten zwei Spalten entfernt. Damit ergibt sich für  $\mathbf{T}_f \Rightarrow \{8 \times 6\}$ . Durch Links- und Rechtsmultiplikation an  $\mathbf{K}$  lässt sich  $\mathbf{K}_{ff}$  effizient bilden. Die anderen Matrizen können ebenso gebildet werden.

### 6.3.4 Position im globalen Koordinatensystem

Alle Verformungen aus den oben gezeigten Gleichungen geben die Verformung eines Knotens in seinem eigenen lokalen Koordinatensystem an. Die Verformung ist damit eine relative Größe, die sich auf die Ausgangslage des Knotens bezieht.

$$\mathbf{r}_v^g = \mathbf{r}^g + \mathbf{u}^l. \quad (6.46)$$

Die globale  $^g$  Position  $\mathbf{r}$  der verformten  $_v$  Knoten  $\mathbf{r}_v^g$  ergibt sich aus der Lage der Knotenkoordinatensysteme  $\mathbf{r}^g$  und den lokalen Verformungen  $\mathbf{u}^l$ .

## 6.4 Modellierung des Schlupfs

### 6.4.1 Starrkörperschlupf

Ein Gleiten des Gurtes auf den Tragrollen kann jedoch mit diesem Modell nicht berücksichtigt werden, da es eine Begrenzung der auftretenden Kräfte erfordern würde. Die am Knoten  $i$  herrschende Zwangskraft kann bei Berücksichtigung von reibungsbehafteten Kontakten maximal der Reibkraft  $\mathbf{f}_{tr}$  an der Tragrolle entsprechen.

$$\mathbf{f}_l^i \leq \mathbf{f}_{tr}^i. \quad (6.47)$$

Der erste Schritt für eine Reibkraftbegrenzung ist daher die Berechnung der auftretenden Lagerungskräfte an den Tragrollen. Wenn die Verschiebungen an den frei beweglichen Koordinaten aus Abschnitt 6.3.1 berechnet sind, kann noch mit der zweiten Gleichung die Auflagerkraft  $\mathbf{f}_l$  bestimmt werden.

$$\mathbf{f}_l = \mathbf{K}_{fl}\mathbf{u}_f + \mathbf{K}_{ll}\mathbf{u}_l. \quad (6.48)$$

Im zweiten Schritt muss an den Knoten, an denen die Kräfte größer sind als die maximal zulässige Reibkraft, die Lagerung gelöst werden. Dadurch verändern sich die Dimension des Lagerungsvektors sowie die Dimension des Vektors der freien Koordinaten. Die Transformationsmatrizen  $\mathbf{T}_{f,l}$  müssen daher neu aufgestellt werden, um die Elementmatrizen neu berechnen zu können.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ffs} & \mathbf{K}_{lfs} \\ \mathbf{K}_{fls} & \mathbf{K}_{lls} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{fs}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{fs} & \mathbf{T}_{ls}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{fs} \\ \mathbf{T}_{fs}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{ls} & \mathbf{T}_{ls}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{ls} \end{bmatrix}. \quad (6.49)$$

Die Umsortierung der Vektoren  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{f}$  folgt analog.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{fs} \\ \mathbf{u}_{ls} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{fs}^T \mathbf{u} \\ \mathbf{T}_{ls}^T \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (6.50)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}_{fs} \\ \mathbf{f}_{ls} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{fs}^T \mathbf{f} \\ \mathbf{T}_{ls}^T \mathbf{f} \end{bmatrix}. \quad (6.51)$$

Für gegebene äußere Lasten und Randbedingungen lässt sich die erste Gleichung wieder aus dem System (6.39) lösen.

$$\mathbf{u}_{fs} = \mathbf{K}_{ffs}^{-1}(\mathbf{f}_{fs} - \mathbf{K}_{lfs}\mathbf{u}_{ls}). \quad (6.52)$$

Diese Umformung mit der Bestimmung muss für jeden Zeitschritt separat durchgeführt werden, in dem eine Überschreitung der Lagerlasten im Vergleich zur Reibkraft vorliegt. Anschließend wird aus den Lagerverschiebungen und den freien Knotenverschiebungen der Vektor der Verformung gebildet.

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_{fs}\mathbf{u}_{fs} + \mathbf{T}_{ls}\mathbf{u}_{ls}. \quad (6.53)$$

Hiermit sind nun alle Verformungen des prinzipiell ungefesselten Körpers bekannt. Die Einspannungen bzw. Lagerungen wirken nur an Stellen, an denen Kraftschluss vorliegt, während sich die seitliche Position aller Einspannungen unendlich weit bewegen kann, um somit eine Starrkörperbewegung des Gesamtsystems abzubilden. Das heißt, der Gurt in der Simulation kann sich als Ganzes seitlich verschieben, ohne dass daraus Kräfte entstehen. Innere Kräfte und Momente resultieren nur aus einer relativen Verschiebung der Knoten zueinander.

### 6.4.2 Reibungsbehafteter Kontakt an Gurttrommeln

Nach Abschnitt 6.2 wird der Gurt als Balken betrachtet. Als Gedankenexperiment wird angenommen, dass der Balken einseitig eingespannt ist und am anderen Ende durch eine Querkraft belastet wird, so ist seine Einspannung maßgeblich für die entstehende Verformung und deren Ableitung an einer beliebigen Stelle. Liegt dieser Balken während des Vorganges der Verformung auf einer reibungsbehafteten Unterlage auf, so wirkt die Reibungskraft als Streckenlast der Verformung entgegen.

EGGER [32] und RITZINGER [101] gehen in ihren Arbeiten jeweils davon aus, dass diese reibungsbehaftete Verformungsreduzierung einen maßgeblichen Einfluss auf die stationäre Verformung und die Werte des Gurtschieflaufes hat.

1. Bei EGGER [32] wird davon ausgegangen, dass die Verformungsreduktion durch eine Reibungskraft proportional zur Gurtbreite ist. Dem ist jedoch zu widersprechen, da eine größere Gurtbreite das Flächenträgheitsmoment in dritter Potenz und das Biege widerstandsmoment folglich quadratisch bei einem flachen Gurt steigen lässt. Eine als konstant angenommene Verformung führt folglich bei Steigerung der Breite zu einem quadratischen Wachsen der erforderlichen Einspannungsmomente. Wird das Coulombsche Reibungsgesetz vorausgesetzt, ist die übertragbare Reibkraft unabhängig von der Auflagefläche und somit auch von der Gurtbreite. Wird ein linearer Zusammenhang zwischen Reibungsfläche und übertragbarer Kraft angenommen (Rad-Straße-Kontakt) so ist festzustellen, dass der Zusammenhang zwischen der Verformung, entgegenwirkender Reibkraft und Gurtbreite als entgegengesetzt gelten muss.
2. Der Einfluss einer reibungsinduzierten Verformungsreduktion ist nur im konstruierten Fall von Bedeutung, wenn der Gurt plötzlich mit einer großen Verformung beaufschlagt wird. Wenn die Verformung jedoch während des Vorschubs des Gurtes allmählich geschieht, wie es bei anlagenbedingtem Schieflauf üblich ist, entstehen keine hohen Kräfte in der Einspannung, da sich der Auflaufwinkel des Gurtes um die Rolle fortsetzen wird und es somit keine Einspannung in zeitlich kontinuierlicher Form gibt. Daher ist der Unterschied zu vernachlässigen, da die Verformungen immer aus dem Laufverhalten entstehen und niemals plötzlich im Stillstand auftreten.
3. Laut EGGER [32] ist bei Schrägstellung der Umlenkrolle der Effekt der Verformungsreduzierung entscheidend. Auch dieser Punkt stellt sich bei näherer Betrachtung mindestens als fragwürdig heraus, da zwar durch die Verdrehung der Umlenkrolle richtigerweise immer eine Verformung des Gurtes erzeugt wird, aber diese Verformung zu einer unterschiedlichen Randkantenspannung führt. Vereinfacht muss der Gurt an der entfernten Trommelkante einen deutlich längeren Weg zurücklegen als an der nahen Kante. Diese Verformung muss beim Überlaufen der Umlenktrommel abgebaut werden, wodurch partiell Schlupf am Umfang der Tragrolle auftritt. Die Lenkwirkung bzw. die Wirkung auf

die Verformung des Gurtes im Kontakt bei Auftreten des partiellen Schlupfes werden aber nicht thematisiert.

4. EGGER revidiert seine Aussagen 2008 in [33] auf Seite 32. Er geht nun davon aus, dass Mikroschlupf nicht zu einer Veränderung der Lenkwirkung führt. Außerdem führt EGGER an, dass der Abstand zwischen den Rollen im Allgemeinen so groß sei, dass durch die Reibung der Auflaufwinkel nur unwesentlich beeinflusst wird.

Als Resultat können die aufgeführten Punkte so gewertet werden, dass eine Reduzierung der Verformung durch Reibkräfte auf den Gurt und damit eine Beeinflussung des Laufverhaltens als sehr klein und damit vernachlässigbar einzustufen sind. Wichtig ist es jedoch zu hinterfragen, wie groß der Einfluss des Mikroschlupfes auf die Verlaufsgeschwindigkeit ist. Auch wenn sich der Auflaufwinkel nicht ändert, so wird ein Mikroschlupf die seitliche Verlaufsrate reduzieren. Da der Mikroschlupf abhängig ist von den auftretenden Spannungen, wird er daher nicht nur die Verlaufsrate, sondern auch die statische Endposition beeinflussen.

### 6.4.3 Analogie zum Rad-Boden-Kontakt

Diese Formulierung eines Starrkörperschlupfes ist als einfachste Lösung des Schlupfes anzusehen. Der Schlupf tritt dabei unmittelbar bei Überschreiten der Grenzkraft als Sprungfunktion auf. Der Kontakt zwischen Tragrolle und Gurt im Grenzbereich der übertragbaren Kräfte ist jedoch unzureichend untersucht. Im Automobilbereich existiert eine Vielzahl von Reibungskennlinien. HAMED ET. AL. [57] hat untersucht, wie sich die übertragbaren Kräfte beim Bremsen an Autoreifen in Bezug auf den Schlupf verhalten. In Abbildung 6.16 kann gezeigt werden, dass ein Schlupf von 10 % notwendig ist, um die volle Bremskraft übertragen zu können. Ebenfalls wurde gezeigt, dass eine starke Abhängigkeit des Reibungsbeiwertes von der Relativgeschwindigkeit des Fahrzeuges existiert. Es kann angenommen werden, dass die Geschwindigkeiten im Gurt-Rolle-Kontakt klein genug sind, sodass dieser Effekt vernachlässigt werden kann.

HAHN ET. AL. [56] konnten in Abbildung 6.17 zeigen, dass sich bei Kurvenfahrt der reale Lenkwinkel abhängig von den auftretenden Lenkkräften einstellt. Der reale Winkel ist dabei immer kleiner als der Anstellwinkel der Räder des Fahrzeuges.

Es existieren mindestens sieben etablierte mathematische Modelle für die Beschreibung des longitudinalen Verhaltens und drei für das laterale Verhalten an Fahrzeugreifen [82].

Für Gurtförderanlagen existiert eine ähnliche Überlegung, die aus Experimenten eine maximal übertragbare seitliche Kraft für Tragrollenstationen berechnet. BAREFOOD [8] schlägt dabei vor, die Lenkwirkung einer angestellten Tragrollenstation mathematisch zu begrenzen, indem die übertragbare Kraft abhängig vom Verstellwinkel der Tragrollenstation ist.

$$f_{\beta} = f_{max}(1 - e^{-\beta\mu r}). \quad (6.54)$$

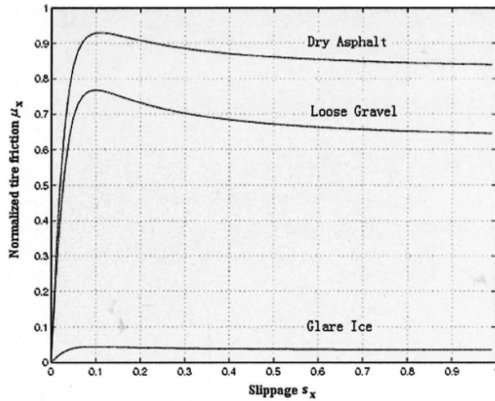


Abb. 6.16: Übertragbare Reibungskoeffizienten in Abhängigkeit der Bremskraft und für unterschiedliche Reibbeläge des Untergrundes [57]

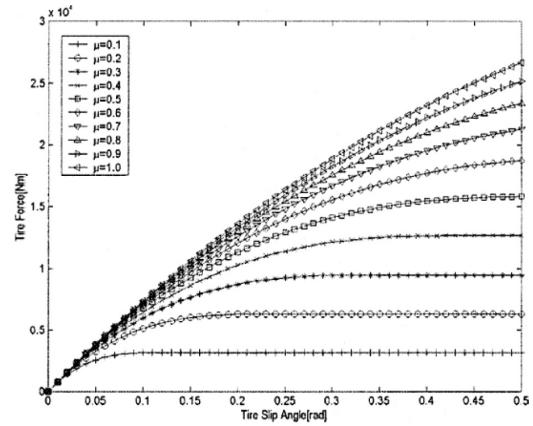


Abb. 6.17: Seitlich übertragbare Reifenkraft bei unterschiedlichen Reibkoeffizienten in Abhängigkeit des Schlupfwinkels [56]

Die Gleichung 6.54 ist als empirische Ableitung der Messung zu verstehen. Die Ähnlichkeit zum Verlauf der Kurven in Abbildung 6.17 ist jedoch auffallend.

#### 6.4.4 Mikroschlupf

Der Mikroschlupf ist als partielles Gleiten von Körpern im elastischen Kontakt zu verstehen. Auch wenn er an Gurtförderanlagen von EGGER kritisch diskutiert wird, so ergibt sich doch aus den Messungen von BAREFOOD und den Überlegungen am Analogiemodell des luftgefüllten Reifens von HAHN ein eindeutiges Bild. Der Mikroschlupf darf nicht vernachlässigt werden. Er ist als Bindeglied zwischen Starrkörperschlupf und voll übertragbaren Kräften notwendig.

Da für die auftretenden Kräfte an gemuldeten Tragrollenstationen weder experimentelle noch theoretisch zufriedenstellende Ergebnisse vorliegen und diese aufgrund der Komplexität des Kontaktes nur unter hohem Aufwand erforscht werden können, wird der folgende Zusammenhang in Gleichung (6.55) als Ansatz vorgeschlagen.

$$\beta_{eff} = \beta_{max} + e^{-s_f \cdot \|\beta\|}. \quad (6.55)$$

$\beta_{eff}$  beschreibt den effektiven Lenkwinkel,  $\beta_{max}$  den maximal übertragbaren Winkel. Der Exponentialterm beschreibt eine winkelabhängige Reduktion, die durch den anlagenspezifischen Skalierungsfaktor  $s_f$  angepasst wird.

## 6.5 Spannungsversteifung

Wenn die Saitentheorie zur Berechnung des Gurtes zugrunde gelegt wird, müssen auch aus der lateralen Verformung entstehende Längskräfte innerhalb des Gurtes berücksichtigt werden. Durch Einbringen von Längskräften in den Balken kommt es zu einer Versteifung des Balkens, die sich auf die Verformbarkeit auswirkt, wenn ein reibungsbehafteter Kontakt zwischen Tragrolle und Gurt vorliegt.

In Abbildung 6.18 ist der qualitative Einfluss der unidirektionalen Last als Druck- und Zugspannung im Balken bei einer seitlichen Verformung dargestellt.

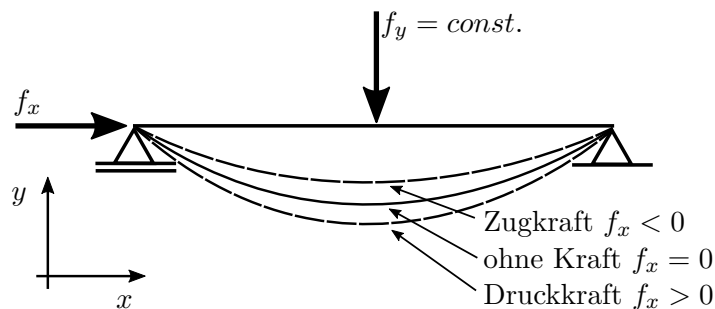


Abb. 6.18: Einfluss der Versteifung durch Längskraft in einem Balken

Der Einfluss einer Zugkraft als Spannungsversteifung und einer Druckkraft zur Reduktion der Steifigkeit ist gut zu erkennen.

### 6.5.1 Vorgehen in der Simulation

Wenn die Vorspannung des betrachteten Körpers nicht bekannt ist, sind nach RUST [105] die folgenden Schritte einzuhalten:

1. Lineare Berechnung des Vorspannungszustandes durch FEM
2. Aufstellen der Spannungsversteifungsmatrix
3. Lösen des Gesamtgleichungssystems

Für die Simulation des Gurtlaufverhaltens soll jedoch angenommen werden, dass die Gurtverformung in Folge von Schüttgutbeladung sowie die aus der Beladung resultierenden Längskräfte im Gurt gegenüber der Vorspannung klein sind. Somit erfährt der Gurt eine Versteifung durch die Zugkräfte der Vorspannung. Während in anderen Anwendungen die auftretenden Längskräfte nur mit Finite Elemente Methode berechnet werden können, kann hier eine Berechnung nach DIN 22101 stattfinden. Diese Zugkräfte können somit relativ leicht berechnet werden und sind für jede Stelle des Gurtförderers individuell bestimmbar.



### 6.5.2 Vereinfachtes Modell

Vereinfacht kann davon ausgegangen werden, dass durch die Verformung des Balkens ein Hebelarm entsteht, an dem eine Vorspannkraft angreift und ein zusätzliches Moment erzeugt. Dadurch entsteht ein Moment, das direkten Einfluss auf die Verformung hat [105]. Dieses Moment verändert die Verformung in Querrichtung und erzeugt so eine andere Biegelinie.

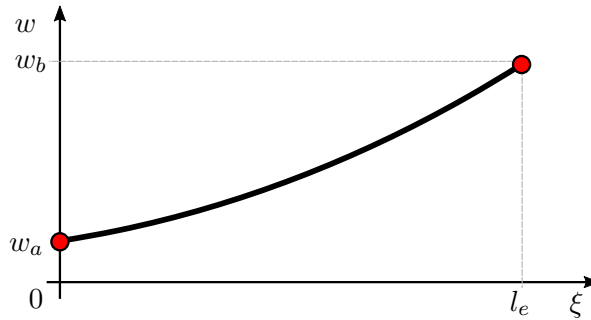


Abb. 6.19: Verformtes Element

Wird das Momentengleichgewicht um den Punkt A aufgestellt, ergibt sich die folgende Gleichung:

$$f_{xb}(w_b - w_a) = f_{yb} \cdot l_e. \quad (6.56)$$

Das Momentengleichgewicht um den Punkt B führt zu:

$$f_{xa}(w_a - w_b) = f_{ya} \cdot l_e. \quad (6.57)$$

Unter der Annahme, dass die Längskräfte am linken und rechten Knoten des Elementes gleich sind, gilt

$$f_b = f_{xa} = f_{xb}. \quad (6.58)$$

Diese Vereinfachung kann getroffen werden, wenn für eine horizontale Anlage angenommen wird, dass die Vorspannung eines Elementes aus der Vorspannkraft sowie der Antriebskraft zusammengesetzt ist, wobei letztere nur an Knoten abfällt. Die Tragrollen, deren Reibungsverluste maßgeblich für den Verlust an Vorspannkraft verantwortlich sind, werden so an Knotenpositionen modelliert. In der FEM ist es an dieser Stelle üblich, die Längskraft  $f_x$  durch die Balkenspannung  $\sigma_b$  zu ersetzen [105]. Darauf soll hier jedoch verzichtet werden, da die Spannung des Balkenelementes nur über die gegebene Vorspannkraft des Elements zugänglich

ist. Das System (6.59) entspricht den Gleichungen (6.56) und (6.57) in Matrizenform.

$$\frac{f_b}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_a \\ w_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{ya} \\ f_{yb} \end{bmatrix}. \quad (6.59)$$

Dies lässt sich auch mit

$$\frac{f_b}{l_e} \mathbf{S} \mathbf{w} = \mathbf{f}, \quad (6.60)$$

ausdrücken, wobei  $\mathbf{S}$  die Spannungsversteifungsmatrix ist. Mit der Matrix  $\mathbf{S}$  lässt sich dann über Addition mit der Elementsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  eine Gesamtsteifigkeitsmatrix berechnen. Für die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{vd}$  aus Gleichung (6.33) ist das Ergebnis in Gleichung (6.63) dargestellt, ausgehend von der oben bereits getroffenen Annahme, es handle sich um die Summensteifigkeit  $\mathbf{K}_S$ .

$$\mathbf{K}_S = \mathbf{K}_{vd} + \mathbf{S}, \quad (6.61)$$

$$\mathbf{f} = \left( \underbrace{2 \frac{EI}{l_e^3} \begin{pmatrix} 6 & 3l_e & -6 & 3l_e \\ 3l_e & 2l_e^2 & -3l_e & l_e^2 \\ -6 & -3l_e & 6 & -3l_e \\ 3l_e & l_e^2 & -3l_e & 2l_e^2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_{vd}} + \underbrace{\frac{f_b}{l_e} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{S}} \right) \begin{pmatrix} w_a \\ \varphi_a \\ w_b \\ \varphi_b \end{pmatrix}, \quad (6.62)$$

$$\mathbf{f} = 2 \frac{EI}{l_e^3} \underbrace{\begin{pmatrix} 6 + \frac{f_b}{l_e} & 3l_e & -6 - \frac{f_b}{l_e} & 3l_e \\ 3l_e & 2l_e^2 & -3l_e & l_e^2 \\ -6 - \frac{f_b}{l_e} & -3l_e & 6 + \frac{f_b}{l_e} & -3l_e \\ 3l_e & l_e^2 & -3l_e & 2l_e^2 \end{pmatrix}}_{\mathbf{K}_S} \begin{pmatrix} w_a \\ \varphi_a \\ w_b \\ \varphi_b \end{pmatrix}. \quad (6.63)$$

Damit ist die Balkensteifigkeitsmatrix um einen einfachen Ansatz zur Versteifung in Folge der Vorspannung erweitert.

### 6.5.3 Erweiterte Spannungsversteifungsmatrix

Der Ansatz der virtuellen inneren Arbeit in Gleichung (6.32) wird durch einen Term, der die innere Arbeit der Vorspannung  $\sigma$  und der Balken bzw. Gurtquerschnittsfläche  $A_G$  berücksichtigt, erweitert [105].

$$\mathbf{K}_S = \frac{EI}{l_e^3} \int_0^1 \boldsymbol{\phi}^{\xi, \xi} \boldsymbol{\phi}^{\xi, \xi T} d\xi + 2 \frac{\sigma_b A}{l_e} \int_0^1 \boldsymbol{\phi}^\xi \boldsymbol{\phi}^{\xi T} d\xi, \quad (6.64)$$

$$\mathbf{S} = \frac{\sigma A}{30l_e} \begin{pmatrix} 36 & 3l_e & -36 & 3l_e \\ 3l_e & 4l_e^2 & -3l_e & -l_e^2 \\ -36 & -3l_e & 36 & -3l_e \\ 3l_e & -l_e^2 & -3l_e & 4l_e^2 \end{pmatrix}. \quad (6.65)$$

## 6.6 Auftretende Kontaktkräfte

Wird eine gemuldete Anlage mit den bis hier aufgestellten Gleichungen modelliert, so kommt es zu sehr hohen Kräften, die an den Tragrollen in seitlicher Richtung wirken. Angenommen, bei einer Gurtbreite von  $b_g = 650$  mm, einem Muldungswinkel von  $\alpha_{mtr} = 30^\circ$  und einer Gurtdicke von 8 mm kommt es zu einer Störung, wie der Verdrehung einer Tragrollenstation um  $1^\circ$  dann wird der Gurt dabei seitlich verformt und es entstehen sehr große seitliche Kräfte. Abbildung 6.20 zeigt eine gemuldete Tragrollenstation mit idealisiertem Gurt.

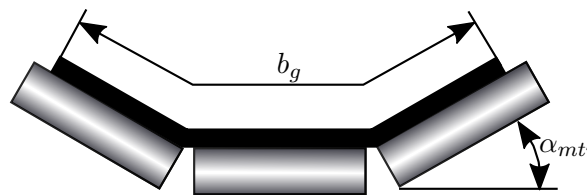


Abb. 6.20: Annahme einer linearen, lateralen Verformung eines gemuldeten Fördergurtes

Durch Berücksichtigung des notwendigen Schlupfes an den Tragrollen reduzieren sich die Kräfte bis auf die als Maximalkraft vorgesehene Reibungskraft parallel zur Rollenoberfläche. Da der Gurt nur von der Gewichtskraft auf die Tragrollen gedrückt wird und Formkräfte und Prozesskräfte zumindest am unbeladenen Gurt vernachlässigt werden können, liegt die zu erwartende Reibkraft bei  $< 50$  N. Wird diese Kraft in das Modell übernommen, kommt es jedoch nicht zu sinnvollen Berechnungsergebnissen. Schlupf tritt an jeder Tragrollenstation auf und der Gurt bewegt sich frei. Dies führt zu unrealistischen Seitwärtsbewegungen um mehrere Meter. Bei Annahme einer Maximalkraft von ca. 5 kN, kommt es zu realistischen Bewegungen und Verformungen. Es ist daher davon auszugehen, dass der Gurt im Simulationsmodell wesentlich zu steif abgebildet wird, da Lasten an den Tragrollenstationen von 5 kN als unrealistisch angesehen werden.

Allgemein gilt, dass eine Biegung des Gurtes um die vertikale Achse, wie sie angenommen wird, mit dem wirkenden Flächenträgheitsmoment nur unter großen Lasten möglich ist. Die reale Gurtverformung ist jedoch komplexer. Aus eigenen Erfahrungen beim Einziehen des Gurtes in die Versuchsanlage in Abbildung 6.21 wird deutlich, dass eine Torsionsverformung

des Fördergurtes um die Längsachse nur ein geringes Drehmoment benötigt und manuell ohne Hilfsmittel aufgebracht werden kann.



Abb. 6.21: Gurtwende bei der Verbindungsvorbereitung mit sehr geringen Rückstellmomenten

Des Weiteren neigt der Gurt zum Beulen. Dies lässt sich insbesondere mit dem anisotropen Material begründen. In der Gummmatrix in Abbildung 6.22 ist ein Textilgewebe als Karkasse eingebunden, die eine Aufnahme der Zugkräfte in Längsrichtung bewirkt. Da es sich dabei um ein Gewebe handelt und nicht um ein Unidirektionalgelege, gibt es auch eine leichte Verstärkung in Querrichtung im Gegensatz zum Stahlseilfördergurt in Abbildung 3.35.



Abb. 6.22: Schematischer Aufbau eines Fördergurtes mit textiler Zugträgerschicht

Das Gewebe liegt dabei in einer leicht aus der Mitte verschobenen Schicht. Biegebeanspruchungen um die Quer- und Längsachse werden so von den Fasern nicht aufgenommen, da diese in etwa in der neutralen Faser der Biegebeanspruchung liegen. Die Bestimmung des E-Moduls im Gurt ist daher auch sehr schwierig. Von DRATT [26] können die Daten eines Textilgurtes übernommen werden und sind in Tabelle 6.2 angegeben. Dabei wird der Elastizitätsmodul bei Biegung um die Querachse ( $y$ ) mit  $E_x = 37,9 \text{ N/mm}^2$  und bei Biegung um die Förderachse ( $x$ ) mit  $E_y = 19,1 \text{ N/mm}^2$  angenommen. Der Schubmodul entstammt einer Berechnung aus den E-Moduln. Der E-Modul um die vertikale Achse ( $z$ ) wurde nicht bestimmt.

Wird der Gurt um die vertikale Achse gebogen, kommt es zu einer Aufnahme der Zugkräfte

Tab. 6.2: Eigenschaften eines textilen Fördergurtes aus [26]

Beschreibung	Formelzeichen	Einheit	Wert
E-Modul (in Förderrichtung)	$E_x$	N/mm <sup>2</sup>	37,9
E-Modul (quer zur Förderrichtung)	$E_y$	N/mm <sup>2</sup>	19,1
Schubmodul	$G_{xy}$	N/mm <sup>2</sup>	10,9
Querkontraktionszahl	$\nu_{xy}$		0,49
Materialdichte	$\rho_G$	kg/m <sup>3</sup>	1365

im Gewebe, wobei die Druckkräfte von dieser Faser nicht aufgenommen werden können. Im Betrieb müssen daher aber die entstehenden lokalen Druckspannungen unterhalb der Zugspannung aus der Vorspannkraft bleiben. Die außermittige Lage des Zugträgers und damit einer wesentlich steiferen Schicht führt aber bei Querkraftschub und Biegung zu einer lokalen Torsionsbeanspruchung.

Als Vergleichsgröße zur Überprüfung der Steifigkeit mit dem größten Einfluss auf die Gesamtsteifigkeit wird der Unterschied zwischen einer translatorischen Verformung zwischen den Tragrollen in Querrichtung und einer Rotationsbewegung des Gurtes um den Mittelpunkt der Tragrollenanordnung herangezogen.

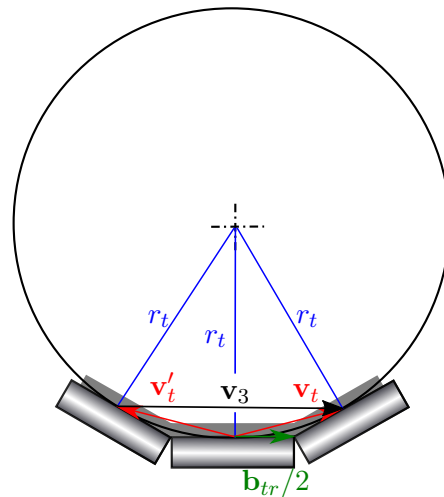


Abb. 6.23: Drehung des Gurtes um einen von den Tragrollen bestimmten Mittelpunkt

Basierend auf einer Rotation um den Mittelpunkt des in Abbildung 6.23 dargestellten Kreises kann die auftretende Torsionssteifigkeit mit der Biegesteifigkeit verglichen werden. Hierzu wird die Elementlänge des betrachteten Elementes auf  $l_e = 0,1$  m festgelegt. Um die Rotation mit der Translation vergleichen zu können, werden Kräfte und Verschiebungen am Umfang auf Momente und Winkel umgerechnet. Aus einem 3D-CAD Modell werden die Flächenträgheitsmomente des Gurtes jeweils für Torsion um Förderachse und Biegung um die vertikale

Achse entnommen. Nach Tabelle 6.2 ist der Schubmodul bekannt. Für den E-Modul wird der Wert in Förderrichtung benutzt.

Die translatorische Steifigkeit

$$c_t = \frac{f_t}{y_g}, \quad (6.66)$$

und die umgerechnete rotatorische Steifigkeit

$$c_r = \frac{f_r}{\eta_g} = \frac{f_t r_t^2}{y_g}, \quad (6.67)$$

können dann miteinander verglichen werden, indem die rotatorische in eine translatorische umgerechnet wird.

$$c_{tr} = c_r r_t^2. \quad (6.68)$$

Der Radius kann mit der Fläche bestimmt werden, die von den drei Punkten  $\mathbf{v}_t$ ,  $\mathbf{v}'_t$  und  $\mathbf{v}_3$  aufgespannt wird, deren Kontaktpunkte sich im Mittelpunkt der Tragrollen befinden. Ausgehend vom Kontaktpunkt der mittleren Tragrolle kann der Punkt  $\mathbf{v}_t$  durch den Vektor der halben Tragrollenbreite  $\mathbf{b}_{tr}/2$  berechnet werden. Dazu muss die Verdrehung der Tragrolle um den Muldungswinkel berücksichtigt werden. Dabei wird um die x-Achse gedreht.

$$\mathbf{A}_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{mtr} & -\sin \alpha_{mtr} \\ 0 & \sin \alpha_{mtr} & \cos \alpha_{mtr} \end{pmatrix}. \quad (6.69)$$

Damit ergibt sich für  $\mathbf{v}_t$  der Zusammenhang:

$$\mathbf{v}_t = \frac{1}{2}(\mathbf{b}_{tr} + \mathbf{A}_x \mathbf{b}_{tr}). \quad (6.70)$$

Für  $\mathbf{v}'_t$  folgt analog Gleichung 6.72, wobei zu beachten ist, dass der Tragrollenmuldungswinkel  $\alpha_{mtr}$  mit

$$\alpha'_{mtr} = -\alpha_{mtr}, \quad (6.71)$$

definiert ist.

$$\mathbf{v}'_t = -\frac{1}{2}(\mathbf{b}_{tr} + \mathbf{A}_x \mathbf{b}_{tr}). \quad (6.72)$$

Um den Radius zu bestimmen, wird die Flächen-Radius Beziehung am Dreieck benutzt. Mit

dem resultierenden Vektor

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}'_t - \mathbf{v}_t, \quad (6.73)$$

kann die folgende Gleichung gelöst werden:

$$A_r = \mathbf{v}_t^z \frac{|\mathbf{v}_3|}{2}. \quad (6.74)$$

Daraus kann mit den schon bestimmten Vektoren der Radius berechnet werden, auf dessen Kreis sich die zuvor ermittelten Kontaktpunkte befinden.

$$r_t = \frac{|\mathbf{v}'_t| |\mathbf{v}_3| |\mathbf{v}_t|}{4A_r}. \quad (6.75)$$

Mit Gleichung (6.75) ist der Zusammenhang zwischen dem Muldungswinkel an der Tragrollenstation und dem sich daraus ergebenden Umkreis einer dreiteiligen Tragrollenstation mit gleicher Tragrollenbreite bekannt. Die Rechnung gilt nur unter der Einschränkung, dass vereinfachungshalber die Tragrollen am Eckpunkt keinen Abstand voneinander haben. Dieser variiert von Hersteller zu Hersteller, sollte jedoch immer so klein wie möglich sein, um Eckauswulstungen des Gurtes zu verhindern.

Für eine Gurtbreite von 650 mm und eine Gurtstärke von 8 mm ergeben sich die Daten nach Tabelle 6.3. Die Trägheitsmomente werden direkt aus der CAD-Software entnommen.

Tab. 6.3: Randbedingungen zur Steifigkeitsberechnung

Beschreibung	Formelzeichen	Einheit	Wert
Flächenträgheitsmoment z-Achse	$I_z$	mm <sup>4</sup>	158,5 · 10 <sup>6</sup>
Flächenträgheitsmoment x-Achse	$I_x$	mm <sup>4</sup>	170,3 · 10 <sup>6</sup>
Schubmodul	$G_{xy}$	N/mm <sup>2</sup>	10,9
E-Modul	$E_z$	N/mm <sup>2</sup>	37,9
Gurtstärke	$d_g$	mm	8
Elementlänge	$l_e$	mm	100
Radius der Drehung	$r_t$	mm	466

Die Biegelinie eines einseitig eingespannten Biegebalkens wird durch die Gleichung (6.76) angegeben.

$$y_g = -\frac{1}{6} \frac{f_t l_e^3}{E_z I_z}. \quad (6.76)$$

Der entstehende Winkel kann ebenso bestimmt werden.

$$\eta_g = \frac{f_r l_e}{I_x G_{xy}}. \quad (6.77)$$

Mit den Gleichungen (6.66) bis (6.68) lässt sich das Verhältnis von translatorischer zu rotatorischer Steifigkeit bestimmen.

$$\frac{c_{tr}}{c_t} = \frac{I_x G_{xy} l_e^2}{6r_t^2 E I_z}. \quad (6.78)$$

Werden die Werte aus Tabelle 6.3 in Gleichung (6.78) eingesetzt, folgt daraus

$$c_t = 421,46 \cdot c_{tr}. \quad (6.79)$$

Damit ist erkennbar, dass die maßgebliche Steifigkeit, die eine Verformung des Gurtes zulässt, nicht die translatorische, sondern die rotatorische um die Förderachse ist. Das ist besonders bei kurzen Elementlängen und hohen Muldungswinkeln von Bedeutung. Für die Simulation eines Gurtförderes ist es jedoch nicht sinnvoll, das Modell nun auf rotatorische Elemente umzustellen, da im Untertrum und an den Trommeln der Gurt wieder als flacher Gurt zu finden ist. Dies zeigt auf, dass die Gurtbewegung in Realität sehr komplex und mit ihren nichtlinearen Eigenschaften nur sehr schwer zu beschreiben ist. Jedoch ist es ebenso wenig zielführend, das Modell in der Komplexität an die realen Bedingungen anzupassen, da dies zu einer rechentechnisch nicht mehr lösaren Aufgabe führen würde. Hierbei sind insbesondere die hohe Elementanzahl im Gurt sowie die nichtlinearen Kontakte zwischen Tragrollen und Gurt zu nennen, die in diesem Fall ebenfalls berücksichtigt werden müssen. Die Steifigkeitseigenschaften des Simulationsmodells müssen mit Messungen so kalibriert werden, dass sie ein realistisches Verformungsverhalten bei bekannten Kräften erzeugen. Dieses Vorgehen entspricht dabei im Wesentlichen der Kalibrierung der erforderlichen Parameter in anderen Simulationsmethoden wie der DEM. Hier müssen die Schüttguteigenschaften, die analytisch und messtechnisch nicht bestimmbar sind, durch Kalibrierungsversuche und Simulationen ermittelt werden. Beispiele hierfür sind die Bestimmung der Reibeigenschaften aufgrund anderer Kornformen in der Simulation im Vergleich zur Realität [125] oder die Kalibrierung von kohäsiven Eigenschaften, die messtechnisch nicht zugänglich sind [17]. Das Vorgehen, schwierig zu bestimmende Zusammenhänge aus einer Kalibrierung des Berechnungsmodells zu bestimmen, ist daher nicht neu und kann für den vorliegenden Fall adaptiert werden.

## 6.7 Selbstzentrierung

Um ein stabiles Laufverhalten des Gurtes zu erzeugen, muss die Anlage konstruktiv so gestaltet werden, dass sich der Gurt selbst zentriert. Andernfalls würde eine äußere Störgröße immer zu einem Versagen des Förderprinzips führen. Dabei sollte die Anlage möglichst selbstständig den Gurt in einer stabilen Position halten können, ohne dass Gurtlenkvorrichtungen benutzt werden müssen.

Eine ideale Anlage ohne Gurtmuldung und ohne Selbstzentrierung würde ein Verhalten nach



Abbildung 6.25 zeigen, da jede Störgröße den Gurt aus seiner Lage befördern würde und es keine Rückstellbewegung gibt.



Abb. 6.24: stabil

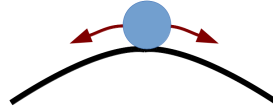


Abb. 6.25: labil



Abb. 6.26: metastabil

Eine optimale Auslegung des Gurtförderers ist in Abbildung 6.24 dargestellt. Unabhängig von der Störung wird das System immer in eine stabile Lage zurückkehren. Reale Anlagen zeigen jedoch ein metastabiles Verhalten nach Abbildung 6.26, da eine Störgröße nur bis zu einem gewissen Grad kompensiert werden kann, ohne ein Systemversagen zu provozieren.

Das Ziel ist, die Gurtförderanlage innerhalb des stabilen Bereichs in Abbildung 6.26 zu betreiben. Dazu kann entweder der Bereich vergrößert werden oder es werden die Störgrößen so klein gehalten, dass der stabile Bereich nicht verlassen werden kann.

### 6.7.1 Vereinfachtes Zentriermodell

Das denkbar einfachste Modell, das eine Zentrierwirkung auf den Gurt aufprägen kann, besteht in einer verschiebungsabhängigen virtuellen Verdrehung der Tragrollen. Dieses Modell beschreibt eine Verdrehung, die nicht real existiert und dient nur als vereinfachtes Ersatzmodell, das alle unterschiedlichen Effekte wie Schwerkrafteinfluss, auf Sturz Stellen und ballige Antriebstrummeln als eine virtuelle Größe in Abhängigkeit der Exzentrizität des Gurtes berücksichtigt.

Für die Berechnung werden die translatorischen Freiheitsgrade des Verformungsvektors  $\mathbf{u}_l$  aus Gleichung (6.48) bzw.  $y_g$  aus Gleichung (6.9) benutzt, die die seitliche Position der Gurtknoten auf den Tragrollenstationen angeben. Die entstehende Verdrehung ist in Abbildung 6.27 dargestellt.

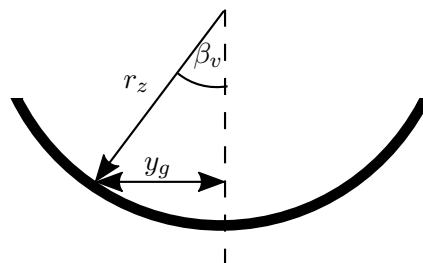


Abb. 6.27: Geometrische Herleitung eines virtuellen Zentriermodells

Wenn davon ausgegangen wird, dass eine virtuelle Verdrehung die Zentrierung veranlasst, lässt

sich daraus und aus Abbildung 6.27 der folgende Zusammenhang ableiten. Der Zentrierradius  $r_z$  bestimmt somit das Maß der Zentrierwirkung.

$$\sin(\beta_v) = \frac{y_g}{r_z}. \quad (6.80)$$

Es muss daher gelten, dass  $r_z \gg y_g$ , wodurch sich Gleichung (6.80) zu

$$\beta_v = \frac{y_g}{r_z}, \quad (6.81)$$

vereinfacht.

Trotz der Vereinfachungen und den daraus resultierenden Ungenauigkeiten ergibt sich dennoch hieraus die Möglichkeit, den Selbstzentrierungseffekt bei Anlagen, deren Gestalt sich nicht ändert, mit einfachen Mitteln festzulegen oder zu kalibrieren. Eine experimentelle Ermittlung könnte beispielsweise durch Auslenken des Gurtes in eine Extremlage und das Vermessen der seitlichen Position an mehreren Stellen entlang des Gurtes geschehen. Diese Vorgehensweise kann insbesondere für lange Gurtförderanlagen benutzt werden. Somit muss auch nicht ermittelt werden, welche Tragrollenstation auf Sturz steht. Die virtuelle Verdrehung kann daher auch zur beschleunigten Modellierung realer industrieller Anlagen benutzt werden.

### 6.7.2 Zentrierung durch ballige Rollen

Die Zentrierung durch ballige Rollen kann insbesondere für kürzere Anlagen eine sinnvolle und kostengünstige Möglichkeit der Gurtführung sein. Wie im Kapitel 3.6 beschrieben, wird meist nur eine Rolle ballig ausgeführt. Basierend auf der Abbildung 3.28 kann die Abbildung 6.28 entwickelt werden, die die Lenkwirkung in Abhängigkeit der seitlichen Position des Gurtes auf der Rolle darstellt.

Um die Lenkwirkung in einer Gleichung auszudrücken, wird hier von einer stetigen Krümmung der Oberfläche in Querrichtung der Trommel ausgegangen. Die Krümmung wird durch den Krümmungsradius  $r_b$  beschrieben. Die Balligkeit der Trommel wird hierbei über das Balligkeitsmaß  $h_b$  angegeben, das der Überhöhung der Trommel am maximalen Radius entspricht. Für die Bestimmung des Lenkwinkels  $\gamma$  ist es somit notwendig, erst den Radius der Krümmung zu bestimmen.

Aus der Abbildung 6.28 kann der folgende Zusammenhang abgeleitet werden:

$$r_b^2 = h_r^2 + \frac{b_t^2}{4}. \quad (6.82)$$

Mit

$$h_r = r_b - h_b, \quad (6.83)$$

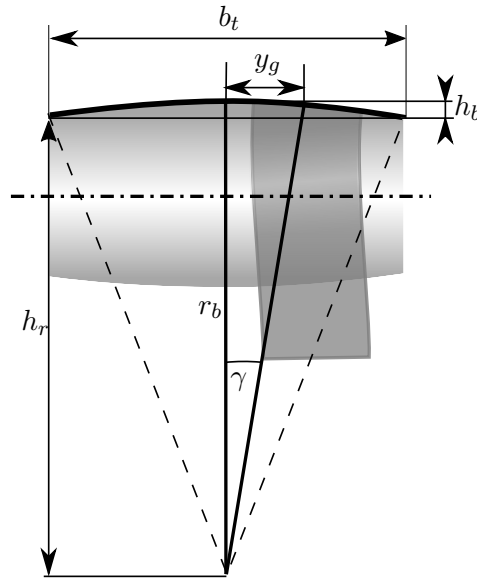


Abb. 6.28: Ballige Rolle mit Zentrierwirkung auf die laterale Position des Gurtes durch Erzeugung eines virtuellen Lenkwinkels

kann Gleichung (6.82) in die folgende Gleichung überführt werden:

$$r_b = \frac{4h_b^2 - b_t^2}{8h_b}. \quad (6.84)$$

Um die Lenkwirkung zu erzeugen, wird davon ausgegangen, dass der Winkel des Gurtes im Kontakt durch die große Umschlingung dem Krümmungswinkel entspricht.

$$\gamma = \frac{8h_b y_g}{4h_b^2 - b_t^2}. \quad (6.85)$$

Mit Gleichung (6.85) ist so ein allgemeiner Zusammenhang der Lenkwirkung von der seitlichen Position des Gurtes abgeleitet. Dieser Winkel wird anschließend als Verformungsrandbedingung im Modell berücksichtigt. Im Vergleich zur Verdrehung einer Tragrollenstation um die z-Achse tritt keine Verdrehung bei der balligen Trommel auf. Die Balligkeit erzeugt lediglich eine Verformung des Gurtes, die Lenkwirkung entsteht durch diese Verformung.

In Abbildung 6.29 ist die Gurtumlenkung auf einer Kugeltrommel dargestellt. Dies entspricht einer ideal stetig gekrümmten Trommel, bei der der auflaufende und der ablaufende Gurt dargestellt sind.

Bei einer planen Trommel gilt, dass sich der einstellende Winkel des schief laufenden Gurtes um die Trommel herum fortsetzt. Im Gegensatz hierzu entsteht bei einer balligen Trommel ein Zentrierwinkel durch eine zusätzlich aufgeprägte Gurtverformung, die von der seitlichen Position abhängig ist. Dieser Winkel muss jeweils auf die beiden Knoten für Auf- und Ablaufpunkt auf die Trommel berücksichtigt werden. Wichtig ist hierbei, dass dem Winkel die

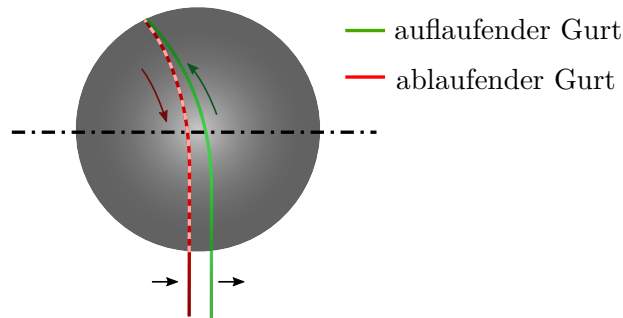


Abb. 6.29: Idealmodell einer balligen Trommel

zeitveränderliche Verformung des Gurtes überlagert wird. Die Verformung des Gurtes in Folge der balligen Oberfläche wirkt zentrierend auf den Ober- und den Untertrum. In einem Modell entsprechend der Abbildung 6.8 müssen die entstehenden Verformungswinkel im Obertrum und im Untertrum berücksichtigt werden. Für den Auflaufwinkel gilt der nach Gleichung (6.86) aufgeführte Winkel.

$$\gamma_{T1} = \gamma + \frac{8h_b y_g}{4h_b^2 - b_t^2}. \quad (6.86)$$

Der Ablaufwinkel nach Gleichung (6.87)

$$\gamma_{T2} = \gamma - \frac{8h_b y_g}{4h_b^2 - b_t^2}, \quad (6.87)$$

entspricht dem Auflaufwinkel mit geändertem Vorzeichen des Lenkwirkungsterms. In Abbildung 6.29 ist der Vorzeichenwechsel des zweiten Terms graphisch dargestellt.

### 6.7.3 Zentrierung durch Gurt und Schüttgutmasse

Bei einem gemuldeten Gurt gibt es immer Selbstzentrierungseffekte, da der Massenschwerpunkt der Gurtmasse bezogen auf den gemuldeten Gurt zu einer lateralen Verformung des Fördergurtes führt, wenn der Massenschwerpunkt außerhalb der Mitte liegt. Dies wird in Abbildung 6.30 verdeutlicht.

Aus der Abbildung wird ersichtlich, dass durch die Schwerkraftverformung ein Durchhang des Gurtes  $h_t$  bei einem Tragrollenabstand  $t_r$  entsteht. Dieser Gurtdurchhang führt seitlich zu einer Einschnürung und Verformung des Gurtes, der in einem Auflaufwinkel resultiert. Der Auflaufwinkel ist jedoch variabel über der Gurtbreite, sodass er vom Betrag her von  $\gamma_{max}$  bis  $\gamma_{min}$  variiert. Der Betrag ist dabei als Summe aus Gurtdurchhang und anderen überlagerten Effekten zu verstehen. Der Gurtdurchhang am beladenen Gurtförderer wurde von BEHRENS [10] messtechnisch untersucht. Hierbei zeigt sich, dass es zu einem Öffnen

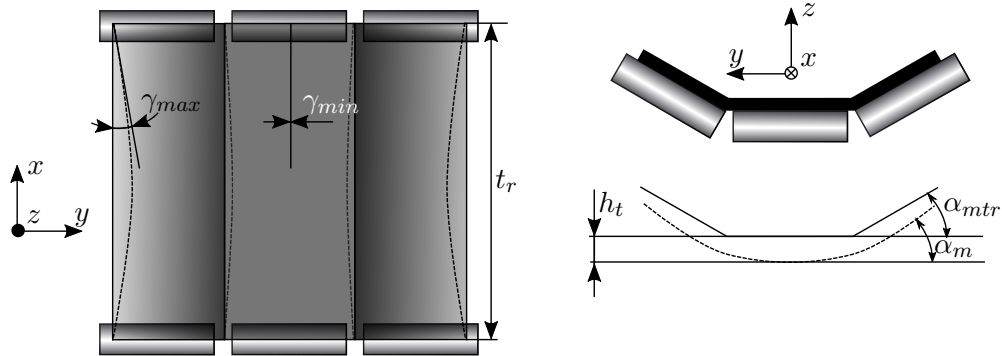


Abb. 6.30: Durchhang des Gurtes in Folge von Eigenmasse und Vorspannung mit über der Breite veränderlichem Auflaufwinkel

und Schließen des Gurtes kommt, die Hauptverformung jedoch in Richtung der Schwerkraft auftrat. Die Arbeit von BEHRENS bezieht sich auf die experimentelle Untersuchung und ist damit in ihrer Aussagekraft hinsichtlich der Allgemeingültigkeit beschränkt. WHEELER [126] untersuchte die Verformung simulativ. Dabei zeigte sich ebenfalls eine starke Verformung in tangentialer Richtung entlang der Tragrollenoberfläche. Die Lastannahmen in diesen Untersuchungen basierten jedoch im Wesentlichen auf den analytischen Annahmen nach KRAUSE und HETTLER [77]. DRATT [26] konnte durch Einbeziehung der DEM in ein FE-Modell des Gurtes zeigen, dass der Gurtdurchhang nicht symmetrisch zwischen zwei Tragrollenstationen ist und sich dynamisch mit der Geschwindigkeit des Gurtes verändert. DRATT und ILIC zeigten weiterhin, dass es keinen signifikanten Unterschied im Muldungswinkel  $\alpha_{mtr} \approx \alpha_m$  gibt. Ein Öffnen und Schließen des Gurtes findet damit nahezu nicht statt [26] [66]. Um die Verformung zu berechnen, werden Schüttgutlasten und Eigenlasten auf ein Oberflächenmodell des Gurtes aufgebracht.

Die Verformung des Gurtes und der Auflaufwinkel können durch die Ableitung eines analytischen Zusammenhanges zwischen den oben gezeigten Ergebnissen und der Abbildung 6.30 bestimmt werden. Unter der Annahme, dass die maximale Selbstzentrierung bei der Auslenkung des Gurtes um seine halbe Breite aus der Mittellage eintritt, gilt der folgende Zusammenhang im angestrebten Wertebereich zwischen Null und Eins:

$$\frac{2y_g}{b_g} \Rightarrow \{0 \dots 1\}. \quad (6.88)$$

Dabei beschreibt Null keinen Schiefelauf des Gurtes und Eins den maximalen Schiefelauf von  $b_g/2$ . Unter der Annahme des bekannten Auflaufwinkels  $\gamma$  des schwerkraftverformten Gurtes auf die Tragrollenstation kann der effektiv zu berücksichtigende Lenkwinkel  $\gamma_{ef}$  aus dem

Auflaufwinkel skaliert werden.

$$\gamma_{ef} = \gamma \cdot \frac{2y_g}{b_g}. \quad (6.89)$$

Dabei ist  $\gamma$  eine Funktion des Tragrollenabstandes  $t_r$ , der Gurtsteifigkeit  $c_g$ , der Vorspannkraft  $f_v$ , seiner Eigenmasse  $m_g$ , der Schüttgutmasse  $m_s$  und des Muldungswinkels der Tragrollenstation  $\alpha_{mtr}$ .

$$\gamma = f(t_r, c_g, f_v, m_g, m_s, \alpha_{mtr}). \quad (6.90)$$

Der Auflaufwinkel ist aufgrund seiner Abhängigkeiten analytisch nur schwer zugänglich. Auch ist nach Abbildung 6.30 und Gleichung (6.88) ersichtlich, dass der Auflaufwinkel von der seitlichen Position der betrachteten Stelle abhängt. Es kommt daher permanent zu einer Lenkwirkung mit Mikro- oder Starrkörperschlupf in den Randbereichen.

### Zentrierung durch Eigenmasse

Da die Verformung des Gurtes aus der Gewichtskraft entsteht und der jeweilige Anteil der Teilflächen zu einer tangentialen Gurtkraft führt, die eine seitliche Biegeverformung des Gurtes verursacht, kann diese in Gurtquerrichtung wirkende Kraft in das FEM-Gleichungssystem übernommen werden. Es müssen dafür nur die Einzelkräfte der Teilflächen in tangentialer Richtung addiert werden. Dies entspricht im weitesten Sinne der Herangehensweise nach DRATT [26], ohne jedoch eine direkte Kopplung zu schaffen.

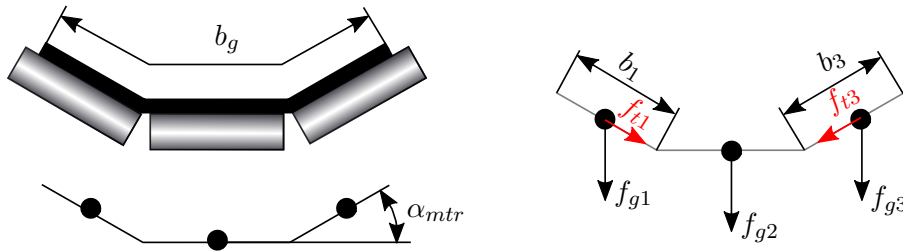


Abb. 6.31: Kräfte in tangentialer Richtung des Gurtes aus der Eigenmassen der Teilflächen

Aus Abbildung 6.31 wird deutlich, dass ein Massenmittelpunkt für jede Teilfläche angenommen wird. Da der mittlere Massenmittelpunkt mit der Gewichtskraft  $f_{g2}$  keinen Einfluss auf die seitliche Gurtverformung hat, kann dieser vernachlässigt werden. Von den Seitenflächen wird der tangentialer Anteil mit dem Muldungswinkel  $\alpha_{mtr}$  bestimmt.

$$f_{t1} = \sin(\alpha_{mtr})f_{g1}, \quad (6.91)$$

$$f_{t3} = -\sin(\alpha_{mtr})f_{g3}. \quad (6.92)$$

Dabei berechnet sich die Gewichtskraft aus der Erdbeschleunigung  $g$ , der Dichte  $\rho_g$ , dem Tragrollenabstand  $t_r$ , der Auflagebreite  $b_j$  und der Gurtdicke  $d_g$ .

$$f_{gj} = t_r b_j d_g \rho_g g. \quad (6.93)$$

Die Gleichungen (6.93) und (6.92) können ineinander eingesetzt werden, wodurch sich die tangentielle Gesamtkraft ergibt, die auf einen Knoten zwischen den Tragrollen wirkt.

$$f_T = \sin(\alpha_{mtr})(f_{g1} - f_{g3}), \quad (6.94)$$

$$f_T = \sin(\alpha_{mtr}) t_r d_g \rho_g g (b_1 - b_3). \quad (6.95)$$

Wenn angenommen wird, dass in der initialen Lage der Gurt mittig zwischen den Seitentragrollen liegt, entspricht die Überdeckung an der linken der Überdeckung an der rechten Tragrolle.

$$b_j = b_1 = b_2. \quad (6.96)$$

Verschiebt sich der Gurt um  $y_g$  zur Seite, entsprechen die Überdeckungen den Gleichungen:

$$b_1 = b_j - y_g, \quad (6.97)$$

$$b_3 = b_j + y_g. \quad (6.98)$$

Daraus folgt:

$$f_T = -2 \sin(\alpha_{mtr}) t_r d_g \rho_g g y_g. \quad (6.99)$$

Damit ist der direkte Zusammenhang zwischen seitlicher Verschiebung und Rückstellkraft hergestellt. Da der Knotenabstand bzw. die Elementlänge  $l_e$  geringer ist als der Abstand der Tragrollenstationen, gilt für die Rückstellung durch Eigenmasse:

$$f_T = -2 \sin(\alpha_{mtr}) l_e d_g \rho_g g y_g. \quad (6.100)$$

### Zentrierung durch Schüttgutmasse

Aus den Betrachtungen in Kapitel 3.4 ist der Zusammenhang zwischen exzentrisch aufgegebenem Schüttgut und den auf den Gurt wirkenden Kräften gegeben. Daraus ergibt sich, dass der Schiefelauf, der von exzentrisch aufgebener Masse verursacht werden kann, prinzipiell als Zentrierung anzusehen ist. Die Masse wirkt aber nicht auf die Gurtmitte zentriert, sondern auf ihren Massenmittelpunkt.

Für die Abbildung der Zentrierwirkung der Masse auf den Gurt gibt es zwei unterschiedliche Methoden. Zum einen kann eine analytische Formulierung, wie sie durch KRAUSE und

HETTLER [77] eingeführt wurde, verwendet werden, zum anderen können, wie in Kapitel 3.4 gezeigt wurde, aber auch Simulationsergebnisse aus der DEM benutzt werden. Insbesondere bei der Verwendung von Simulationsergebnissen sollten genauere Ergebnisse erzielbar sein, da sich die Querschnittsfläche des Schüttgutes besser als in der Theorie abbilden lässt. So kann angenommen werden, dass insbesondere bei kohäsiven Schüttgütern die Materialaufgabe eine wesentliche Rolle spielt.

Für die Zentrierung des Gurtes durch Schüttgut muss daher, um eine möglichst hohe Genauigkeit zu erreichen, der Einfluss des Gutes simuliert werden. Dazu muss das Schüttgut untersucht werden, ein DEM-Modell entwickelt und kalibriert werden, um anschließend die tangentielle Kraft in Querrichtung des Gurtes in Relation zur seitlichen Position des Gurtes abzuleiten. Dies ist in Abbildung 3.18 dargestellt.

### 6.7.4 Selbstzentrierung durch auf Sturz Stellen

Die Selbstzentrierung durch auf Sturz Stellen kann durch eine Rotation einer Tragrollenstation um die Querachse erreicht werden, wie in Abschnitt 3.2.5 dargestellt ist. Die Neigung der Seitentragrollen, die für die Lenkwirkung verantwortlich sind, ist dabei vom Nickwinkel (Verdrehung um die  $y$ -Achse) der Tragrollenstation abhängig, mit dem die komplette Tragrollenstation in Förderrichtung geneigt wird.

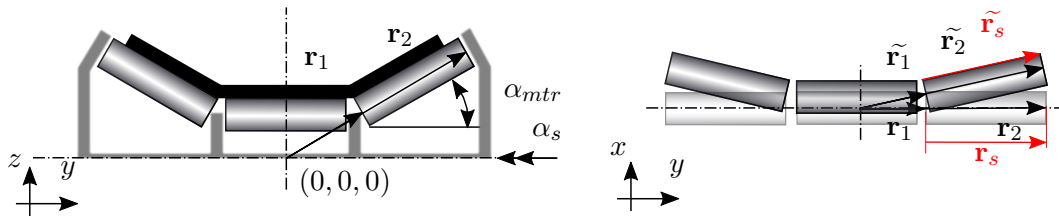


Abb. 6.32: Auf Sturz Stellen der Tragrollen durch einen Nickwinkel der Tragrollenstation

Wie in Abbildung 6.32 gezeigt wird, lässt sich der effektive Sturzwinkel aus der Neigung der Tragrollenstation berechnen. Werden Vektoren benutzt, kann der Winkel einfach hergeleitet werden.

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \quad (6.101)$$

$$\tilde{\mathbf{r}}_s = \tilde{\mathbf{r}}_2 - \tilde{\mathbf{r}}_1. \quad (6.102)$$

Der Winkel zwischen dem inertialen Vektor  $\mathbf{r}_s$  und dem Vektor der gedrehten Tragrolle  $\tilde{\mathbf{r}}_s$  in der  $x, y$ -Ebene gilt als Sturzwinkel.

$$\sin \alpha_s = \frac{\tilde{\mathbf{r}}_s^x - \mathbf{r}_s^x}{\|\mathbf{r}_s^{x,y}\|}. \quad (6.103)$$



Um die Vektoren  $\tilde{\mathbf{r}}_1$ ,  $\tilde{\mathbf{r}}_2$  und damit auch  $\tilde{\mathbf{r}}_s$  zu erhalten, muss eine Koordinatentransformation der Tragrollenstation aus dem Inertialsystem durchgeführt werden. Bei der Drehung um die  $y$ -Achse mit dem Winkel  $\alpha_s$  folgt:

$$\tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{A}_y \mathbf{r}, \quad (6.104)$$

mit

$$\mathbf{A}_y = \begin{pmatrix} \cos \alpha_s & 0 & \sin \alpha_s \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_s & 0 & \cos \alpha_s \end{pmatrix}. \quad (6.105)$$

Als Rechenbeispiel soll eine dreiteilige Tragrollenstation mit einem Muldungswinkel von  $30^\circ$  und einer Tragrollenbreite von 250 mm dienen. Bei einem Nickwinkel von  $5^\circ$  der Tragrollenstation ergibt sich mit den Gleichungen (6.103) und (6.104) ein Sturzwinkel der äußeren Tragrollen von  $2,88^\circ$ . Eine andere Möglichkeit, den Schlupf einzustellen, ist die äußeren Tragrollen direkt zu schwenken, ohne dabei den gesamten Tragrollenstuhl zu neigen. Diese Verstellmöglichkeit wird bei vielen Tragrollenstühlen als zweite Aufnahme der Tragrollenlagerung vorgesehen. Durch die CEMA wird ein Sturzwinkel von  $2^\circ$  empfohlen [1].

Die Berechnung der Lenkwirkung ist nur schwer möglich, da im Regelfall der Gurt mit jeder Tragrolle im Kontakt steht und so immer durch Schlupf die Richtungsvorgabe einzelner Tragrollen ausgeglichen werden muss. Es kann jedoch zur Abschätzung der Extremwerte darauf aufgebaut werden, dass bei einer theoretischen Tragrollenstationsneigung von  $90^\circ$  ein maximaler Sturzwinkel in Höhe des Muldungswinkels  $\alpha_{mtr}$  auftritt. Die maximale Lenkwirkung bezogen auf die seitliche Position wird entstehen, wenn der Gurt nur noch auf einer seitlichen Tragrolle aufliegt. Es kann jedoch davon ausgegangen werden, dass eine Verschiebung um die Hälfte der Gurtbreite den gleichen Effekt haben wird, da nur noch die mittlere Tragrolle zur Hälfte vom Gurt überdeckt ist und somit kaum Kräfte aufnehmen kann. Es kommt daher wahrscheinlich an der mittleren Tragrolle zum Durchrutschen, sodass der maximale Lenkeinfluss, wie in Gleichung (6.88) definiert, bei einer Verschiebung des Gurtes von

$$y_g = b_g/2, \quad (6.106)$$

eintritt.

Als Grundlage für die Lenkung kann Gleichung (6.80) dienen, bei der der Radius aus dem Sturzwinkel  $\beta_s$  hergeleitet werden muss. Die Herleitung entspricht dabei den Gleichungen (6.70) bis (6.75). Bei Betrachtung nach Gleichung (6.106) ist klar, dass eine Begrenzung des Lenkwinkels notwendig ist, da eine Verschiebung des Gurtes auf der auf Sturz gestellten Tragrolle nicht zu einer Erhöhung der Lenkwirkung führen kann. Für den Bereich bis

zum Grenzwert des Lenkwinkels wird ein linearer Zusammenhang erwartet. Um einen unsteuigen Verlauf der Lenkwirkung zu vermeiden, wird der Zusammenhang in Gleichung (6.107) angenommen.

$$\beta_s(y_g) = \beta_{smax} \tanh \frac{2c_s y_g}{b_g}. \quad (6.107)$$

$c_s$  gibt dabei einen Skalierungsfaktor an, mit dem der lineare Übergangsbereich auf den asymptotischen Bereich des Tangens hyperbolicus angepasst werden kann. Für  $c_s$  sollten Werte im Bereich von zwei gewählt werden. Die Form der Funktion ist in Abbildung 6.33 dargestellt. Bei  $y_g = b_g/2$  werden bei einem Faktor von  $c_s = 2$  96,4 % des Endwertes, bei  $c_s = 1$  nur 76,2 % erreicht. Ein zu großer Faktor führt aber wiederum zu einem zu starken Anstieg im linearen, mittleren Bereich.

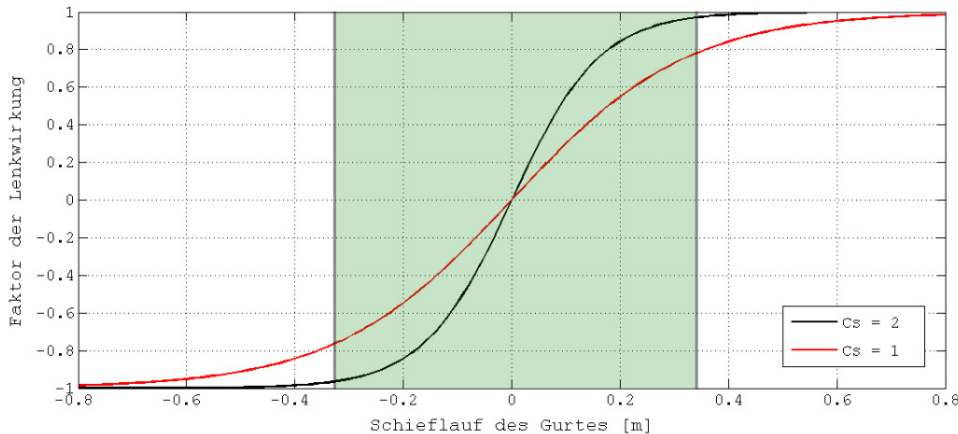


Abb. 6.33: Darstellung des Überganges bei Verwendung des Faktortermes nach Gleichung (6.107) für einen 650 mm breiten Gurt. Der Gültigkeitsbereich ist in grün dargestellt.

### 6.7.5 Erhöhte Gurtkantenspannung

Im Normalbetrieb einer Gurtförderanlage sind die im Gurt auftretenden Zugspannungen gleichmäßig über die Breite verteilt. Im Einmudungsbereich muss der Gurt an den Seitenträgrollen stärker gedehnt werden, um die Muldungsform anzunehmen. Dadurch treten in äußeren Bereichen des Gurtes erhöhte Spannungen auf. Wie in Abbildung 6.34 dargestellt ist, kann die erste Trägrollenstation um  $z$  nach unten versetzt werden, um die auftretenden Spannungen zu reduzieren. Die Spannung in der Gurtkante ist dabei abhängig vom Muldungswinkel und der Gurtbreite bzw. den wirksamen Längen der Seitenträgrollen in  $z$ -Richtung  $h$ . Die Einmudungslänge  $L_t$  wird so gewählt, dass die ertragbare Spannung nicht überschritten wird.

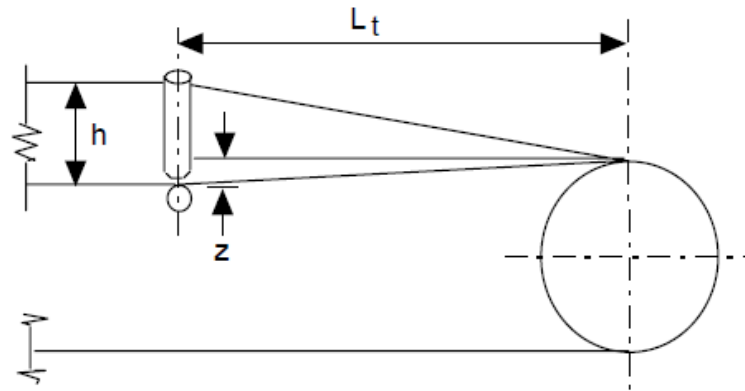


Abb. 6.34: Bei Ein- und Auslauf des Gurtes kommt es zu einer Dehnung der Gurtkante, die in Abhängigkeit des Muldungswinkels  $h = f(\alpha_{mtr})$ , der Einmuldungsstrecke  $L_t$  und des vertikalen Versatzes  $z$  in einer veränderlichen Gurtkantenspannung resultiert [104]

Der Übergang vom flachen Gurt in den gemuldeten führt zu einer kontinuierlichen Veränderung des Flächenträgheitsmomentes des Gurtes. Die Verformung kann als ein Ausknicken bzw. Beulen des Gurtes interpretiert werden, wenn vom flachen Ablaufen des Gurtes ausgegangen wird. Wie in Gleichung (6.78) dargestellt ist, führt dies zu einer signifikanten Reduktion der Steifigkeit. Dem entgegen wirkt jedoch die Gurtkantenspannung als versteifende Komponente. Da sich diese Effekte aber nicht ohne Weiteres quantifizieren lassen, werden sie in der Simulation nicht berücksichtigt. Es ist jedoch davon auszugehen, dass die Ein- und Ausmuldungsbereiche deutlich steifer sind als der Mittelteil einer Gurtförderanlage. Damit tritt zwar keine Zentrierwirkung durch den Muldungsübergang auf, aber der auftretende Schiefelauf wird aufgrund der Spannungserhöhung reduziert.

## 7 Untersuchungen am Flachband

Um Ergebnisse eines Simulationsmodells beurteilen zu können, bedarf es eines Vergleiches mit an einer realen Anlage durchgeführten Messungen und deren Ergebnissen. Untersuchungen an Förderanlagen im Betrieb gestalten sich jedoch äußerst schwierig, da die meisten Anlagen aufgrund ihrer Bauart schon mehrere Ursachen für Gurtschieflauf aufweisen. Eine gesonderte Betrachtung einzelner Ursachen ist somit nicht möglich. Da eine Untersuchung für Versuchszwecke auch immer einen hohen Anteil von Stillstandszeiten verursacht, ist es nicht sinnvoll, eine industriell eingesetzte Förderanlage für Verifizierungs- und Validierungsversuche zu nutzen.

Bevor eine Anlage zur Untersuchung des Schieflaufs und Validierung des Simulationsmodells entwickelt wird, soll der Flachriemenversuch genutzt werden, um Erfahrungen zu sammeln und so das Risiko für die kostenintensive Gurtförderanlage begrenzen. Dafür kann als Minimalforderung gelten, dass das Simulationsmodell eine Übereinstimmung für die Bewegungen des Flachriemens zeigen muss. Wenn keine Übereinstimmung für den Flachriemen gegeben ist, ist auch nicht zu erwarten, dass es eine Übereinstimmung zwischen dem komplexeren Problem des gemuldeten Fördergurts und der Simulation gibt.

Um eine einfache Überprüfung prinzipieller Abhängigkeiten des Gurtschieflaufs von verschiedenen Eingangsparametern zu untersuchen, wurde ein Flachriemenversuchsstand konstruiert und aufgebaut. Dieser ermöglicht es, Parameter wie Riemenbreite, Vorspannung, seitliche Kräfte und Verdrehungen von Tragrollen separat zu untersuchen, um das Simulationsmodell anzupassen und zu validieren. Die Variation der Gurtbreite lässt sich grundsätzlich nur an einer solchen Modellanlage untersuchen, da es an einer gemuldeten Gurtförderanlage nicht möglich ist, verschiedene Gurtbreiten zu benutzen. Eine Änderung der Gurtbreite erfordert ebenso die Änderung der Breite aller Tragrollenstationen, um das Verhältnis zur mittleren Tragrolle konstant zu halten.

### 7.1 Versuchsaufbau

Für die Messungen wird ein stark vereinfachtes Modell, wie in Abbildung 7.1 gezeigt, verwendet. Im gezeigten Aufbau kann die mittlere erhöhte Rolle um die Vertikalachse verdreht werden. Der dargestellte Riemen kann entweder im Dreifrollensystem, bestehend aus Antriebs-, Verstell- und Umlenkrolle, oder im Fünfrollensystem mit zwei zusätzlichen Rollen betrieben werden. Alle Rollen sind so angeordnet, dass eine Erhöhung der Vorspannkraft auch zu ei-

ner höheren normalen Pressung des Gurtes auf den Rollen führt. Damit ist zu jeder Zeit ein kraftschlüssiger Kontakt mit dem Riemen an allen Rollen gewährleistet.

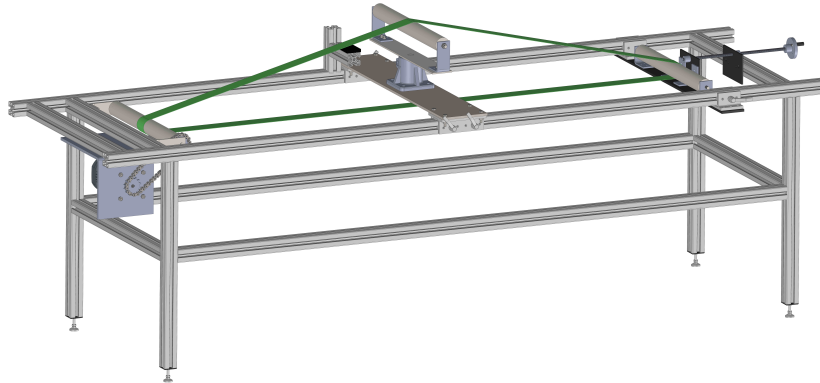


Abb. 7.1: 3D-CAD-Modell des Versuchsaufbaus zur Vermessung von Schieflauf an Flachriemen

Die Umlenkrolle ist als Spannrolle mit Spindelspannsystem ausgeführt und ermöglicht so eine Veränderung der Vorspannung der Riemen. Die Gesamtriemenlänge beträgt 4200 mm. Seine Breite variiert für die Messungen in vorgegebenen Werten von 10 mm, 50 mm und 100 mm. Der Aufbau ist in Abbildung 7.2 noch einmal verdeutlicht.

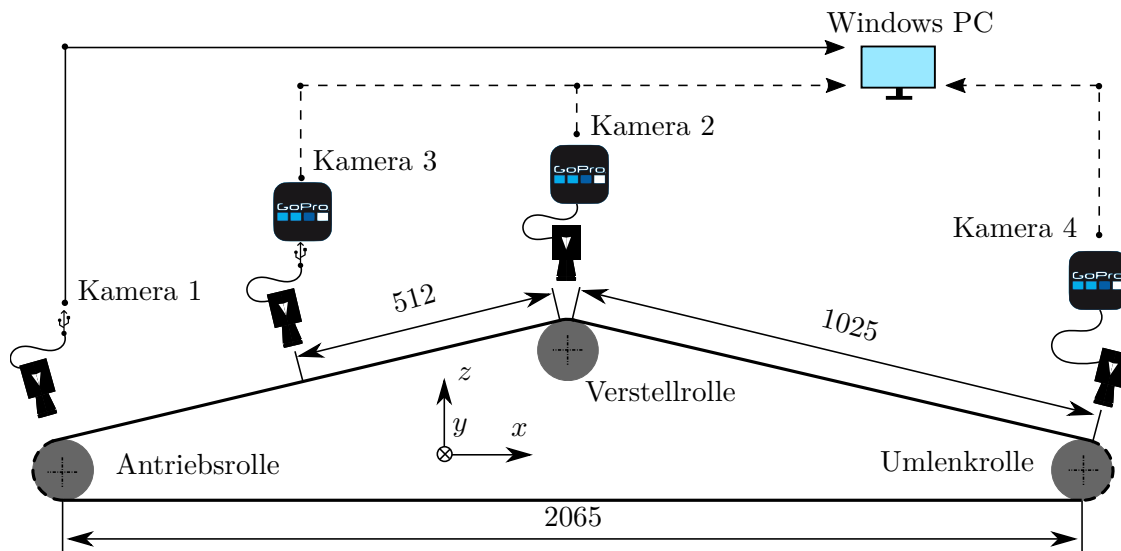


Abb. 7.2: Messaufbau und Messpunkte für die drei Rollenversuche mit einer USB-Kamera am Messpunkt 1 und drei weiteren optionalen GoPro-Kameras

Es können drei Riemenbreiten untersucht werden: 10 mm, 50 mm und 100 mm. Die Vor-  
schubgeschwindigkeit des Riemen ist frequenzgesteuert und damit frei wählbar zwischen  
0,035 m/s und 0,2 m/s. Beim dargestellten Aufbau wird die mittlere Tragrollenstation im

Winkel verstellt und der seitliche Verlauf mit der Kamera 1 in Bezug zur Laufzeit erfasst und ausgewertet. Mit den drei GoPro-Kamerasystemen kann optional die Verformung des Riemens an drei weiteren Messstellen erfasst werden. Dazu werden alle Kameras mit einem akustischen Signal synchronisiert und die Aufnahmen nach der Messung ausgewertet.

## 7.2 Messmethodik

Um die seitliche Position des Riemens zu erfassen, werden die Kanten des Riemens kontinuierlich erfasst. Dafür bieten sich insbesondere optische Verfahren an, da der Riemen mit einer Stärke von ca. 2 - 3 mm mit Tastrollen nicht zuverlässig erfassbar ist. Andere berührungslose Messverfahren wie Ultraschall, Radar oder Laserabstandssensoren können nicht verwendet werden, da die Kantenhöhe nicht ausreichend ist. Die Position wird daher mit Kameras in der Draufsicht bestimmt. Für die Auswertung des Bildes, bei der zwischen Gurt und Hintergrund unterschieden werden muss, eignen sich prinzipiell mehrere Verfahren. Eine Kantendetektion, das globale Schwellwertverfahren sowie das normierte Additionsverfahren sollen hier gegenübergestellt werden.

Abbildung 7.3 zeigt das Rohbild, wie es von der Kamera aufgenommen wird und als Verarbeitungsgrundlage dient.

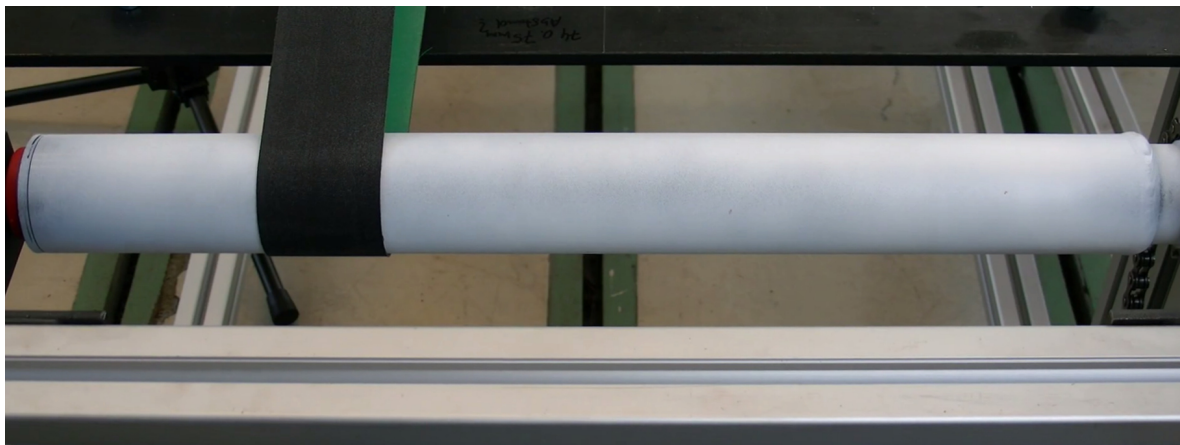


Abb. 7.3: Antriebsrolle mit 50 mm breitem Flachriemen im Blickwinkel von Kamera 1 als Rohbild zur Bilddatenverarbeitung

Auf dem gezeigten Bild sind gut die Helligkeitsunterschiede auf der weiß lackierten Tragrolle zu erkennen, die sich aus Unterschieden in der Farbdicke, des Verschmutzungsgrades und der Beleuchtung zusammensetzen und zufällig verändern.

### 7.2.1 Kantendetektion

Ein Ansatz besteht darin, die Mitte des Gurtes zu bestimmen, indem die Kanten auf dem Bild ausgewertet werden. Für die Kantendetektion wird unter anderem das Canny-Verfahren

verwendet [13]. Dabei werden durch Auswertung des lokalen Helligkeits- oder Farbgradienten Unstetigkeiten im Bildaufbau sichtbar gemacht [49].

In Abbildung 7.4 ist das Beispielbild aus Abbildung 7.3 mit dem Canny-Verfahren ausgewertet worden.

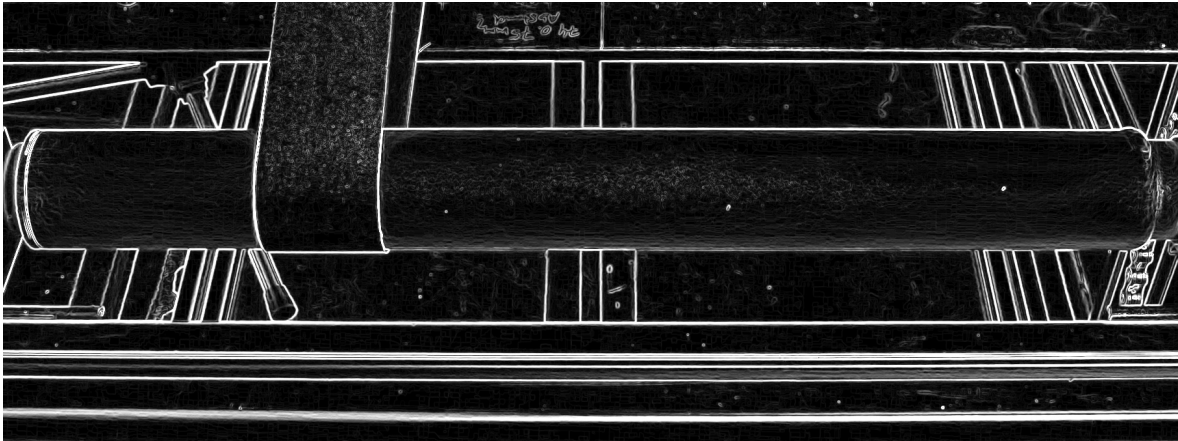


Abb. 7.4: Kanten aus der Abbildung 7.3 durch Anwendung des Canny-Verfahrens

Während die Strukturkanten sehr gut erkannt werden, kommt es bei lokalen Unstetigkeiten, wie kleinen Lackabplatzern auf der Tragrolle, zu Fehlinterpretationen. Die Oberflächenstruktur des Riemens wird auch teilweise und von den Lichtverhältnissen abhängig als Kanten erkannt. Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass es sich sehr dynamisch auf sich ändernde Bedingungen anpassen kann. Bei kleinen Strukturen kommt es aber auch zu Fehldetektionen. Da hier eine hohe Genauigkeit erforderlich ist, um den Gurtlauf validierbar zu erfassen, ist dieser Algorithmus hier nicht geeignet.

### 7.2.2 Globale Schwellwertverfahren

Eine weitere Möglichkeit, die Lage des Gurtes auf der Tragrolle aus dem Bild zu errechnen, besteht in der Separierung des dunklen Gurtes gegenüber der hellen Tragrolle. Das Verfahren ist als globales Schwellwertverfahren bekannt, da für das gesamte Bild ein Grenzwert festgelegt wird, bei dem zwischen weiß und schwarz unterschieden wird [49].

In Abbildung 7.5 wird ein korrekt eingestellter Schwellwert gezeigt, der den Gurt sehr genau abbildet. Der Vorteil dieses Verfahrens ist, dass es sehr recheneffizient ist und so eine hohe zeitliche Auflösung ermöglicht. Der Schwellwert muss einmal für die Aufnahmesituation (Verschlusszeit, Isowert, Blende, Beleuchtung) eingestellt werden und ist über der gesamten Messung konstant.

Es hat sich jedoch gezeigt, dass die Beleuchtung innerhalb einer Messung stark schwanken kann. Diese Schwankung wird teilweise von der automatischen Belichtungskorrektur der Kamera (Anpassung des Isowertes und der Verschlusszeit), deren Einstellungen nur teilweise

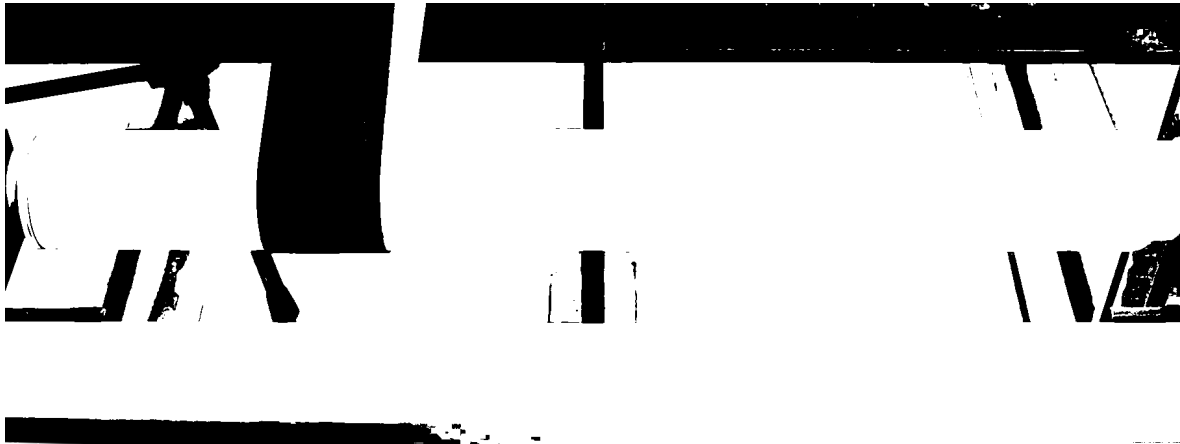


Abb. 7.5: Schwellwertverfahren zur Trennung des Gurtes von der Tragrolle auf Basis des Fotos in Abbildung 7.3

manipulierbar sind, kompensiert. Eine Änderung der Helligkeit bei gleichem Schwellwert sowie eine Änderung des Helligkeitsverlaufes sind in den Abbildungen 7.6 und 7.7 dargestellt.



Abb. 7.6: Abfall der Helligkeit während der Messung bei konstantem Schwellwert

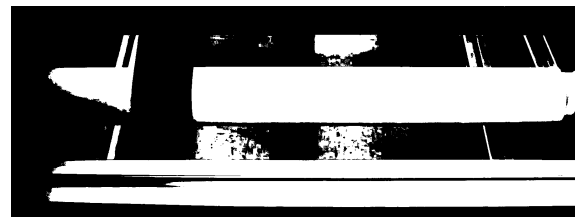


Abb. 7.7: Änderung des Helligkeitsverlaufes innerhalb der Messung durch Abschattung des Randes im linken Bildbereich

Beim Vergleich der Bilder 7.6 und 7.7 fällt auf, dass die Gestalt des Gurtes verändert wurde. Der nach unten um die Tragrolle herumlaufende Teil ist aufgeweitet. Dies ist mit dem Schattenwurf des Gurtes zu erklären, der nach rechts fällt, da sich die Lichtquelle rechts des Gurtes befindet. Da die Belichtungssituation nicht vollständig kontrolliert werden kann, erscheint es sinnvoll, die Verfahren des Schwellwertes und der Kantenerkennung in Teilen miteinander zu kombinieren.

### 7.2.3 Additionsverfahren mit Gradientenkompensation

Um die Nachteile der oben beschriebenen Verfahren zu verringern, werden Teile der Verfahren miteinander kombiniert. Während die Kanten bei der Kantenauswertung schwer weiter zu verarbeiten sind, kann der Mittelpunkt einer gleichmäßigen Fläche wesentlich einfacher bestimmt werden als der Mittelpunkt zweier Kanten, deren Mittelfläche mit zusätzlichen Kantenartefakten gefüllt ist. Die Kantenerkennung des Riemens kann vereinfacht werden, indem (in



erster Näherung) angenommen wird, dass die Riemenkanten im gewählten Bildbereich aus Abbildung 7.8 in vertikaler Richtung verlaufen.

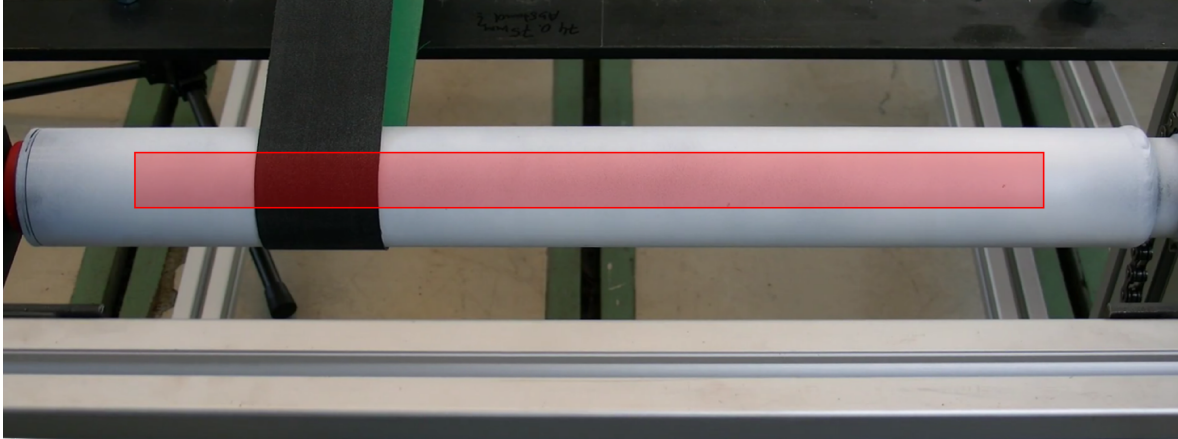


Abb. 7.8: Das aufgenommene Bild wird auf den markierten Bereich zugeschnitten.

Der zugeschnittene Bereich ist deutlich kleiner als die Tragrollenbreite, um ein Ablaufen des Riemens von den anderen Rollen zu verhindern, da sich der Riemen beim seitlichen Verlaufen verformt.

Das Bild wird anschließend in Grauwerte umgewandelt. Der gezeigte Ausschnitt ist in Abbildung 7.9 dargestellt. In der Abbildung ist ein seitlicher Abfall der Helligkeit über die Bildbreite zu erkennen. Dieser kann zu Fehlinterpretationen führen, wenn die Helligkeitswerte sich denen des Gurtes annähern. Um dies zu verhindern, wird der durchschnittliche Helligkeitsgradient über der kompletten Abbildung in horizontaler Richtung ermittelt und das Ergebnis von den bestehenden Helligkeitswerten abgezogen. Eine gleichmäßige Helligkeitsschwankung der Pixel in x-Richtung als

$$g_h(x) \approx x \cdot c_0 + c_1, \quad (7.1)$$

kann so beseitigt werden, wenn die ermittelte Steigung vom Vektor durch Subtraktion

$$g_n(x, y) = g_{raw}(x, y) - g_h(x), \quad (7.2)$$

entfernt wird. Anschließend werden spaltenweise die Helligkeitswerte addiert und quadriert, um eine Kontrastverstärkung zu erzielen. Das resultierende Bild hat eine Auflösung von 1 Pixel vertikal und 1100 Pixeln horizontal (1100x1). Durch die Aufnahme von ca. 70 Pixeln vertikal und anschließender Reduktion der Auflösung in vertikaler Richtung wird die Messauflösung in horizontaler Richtung deutlich über 1100 Pixel erhöht. Dieser Effekt ist als Supersampling bekannt [100]. Die Auflösung lässt sich so theoretisch bis zu 6 bit steigern. Die reale Auflösung erreicht aber bei einer Tragrollenbreite von 500 mm eine Messauflösung von ca. 0,125 mm. Dies entspricht einer Steigerung der Auflösung um ca. 2 bit. Die Riemenposition wird damit mit

12 bit aufgelöst. Gemessen wird mit 5 - 10 Hz. Höhere Auflösungen sind durch Erhöhung der Kameraauflösung zwar möglich, jedoch würde sich dabei die Messfrequenz zu stark verringern. Anschließend werden die Helligkeitswerte gespreizt, sodass nur Extremwerte auftreten, die als weiß und schwarz interpretiert werden können. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.10 dargestellt.

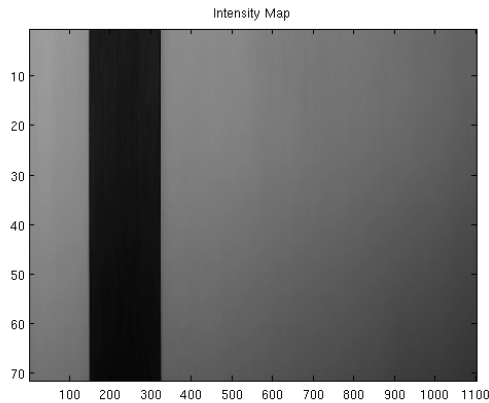


Abb. 7.9: Ausgeschnittener Bereich für die Auswertung mit seitlich von links nach rechts abfallender Helligkeit

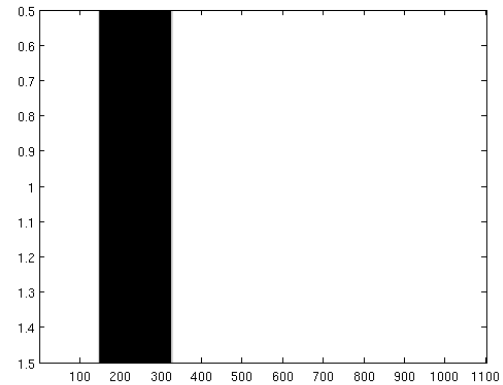


Abb. 7.10: Ergebnis nach Gradientenkompensation, spaltenweiser Summierung und Spreizung der Helligkeitsverteilung

In Abbildung 7.11 sind die Schritte der Datenaufbereitung dargestellt. Es wird klar, wie wichtig es ist, den Helligkeitsverlauf aus den Bildern zu entfernen, da es sonst zu Fehlinterpretationen in der Bildverarbeitung kommen kann.

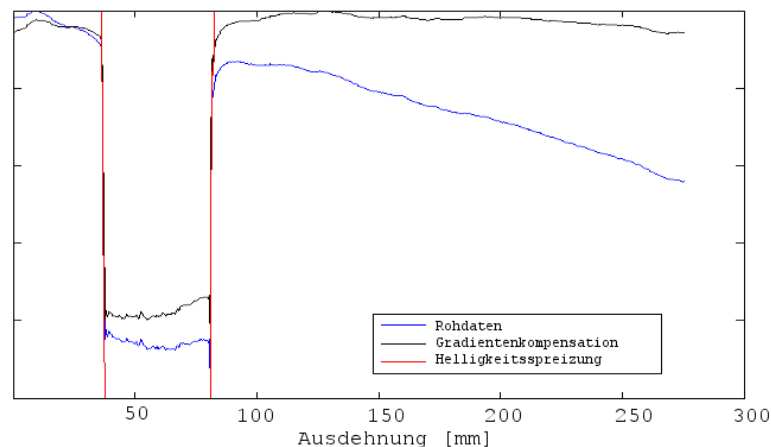


Abb. 7.11: Vergleich der Signale nach Gradientenkompensation und Helligkeitsanpassung in Bezug auf das Rohdatensignal

### 7.2.4 Aufbereitung der Signale

Um die Ausdehnung des Gurtes aus Pixelwerten in wie den Abbildungen 7.9 und 7.10 in die Darstellung des Gurtes in Längeneinheiten entsprechend der Abbildung 7.11 zu überführen, ist es notwendig, das Kamerabild auf eine Vergleichsgröße zu kalibrieren. Die einfachste Möglichkeit der Kalibrierung besteht im manuellen Ausmessen des Kamerabildzuschnittes auf der Tragrolle und der Umrechnung des Zuschnittes von Pixeln in Meter. Die Verwendung einer Webcam als Kamera hat den Nachteil, dass ein relativ weitwinkliges Objektiv (4 mm Brennweite) verwendet wird. Die relative Nähe der Kamera zum Messobjekt erzwingt aber auch eine geringe Brennweite bei der Verwendung anderer Kameras. Weitwinklige Objektive führen zu Verzerrungen des Kamerabildes in den Randbereichen, da die Ränder des Bildes einen deutlich geänderten Abstand zum Kameraobjektiv haben als die optische Mitte. Bei Objektiven mit geringem Betrachtungswinkel können diese Verzerrungen vernachlässigt werden.

Die Verzerrung führt dazu, dass ein Pixel im Randbereich einer größeren Längenausdehnung entspricht als ein Pixel in der Bildmitte. Das Bild kann statisch kalibriert werden, indem ein Foto von einem Rasterreferenzbild mit bekannter Ausdehnung gemacht wird. Durch die Verwendung mehrerer Kameras in unterschiedlichem Abstand zum Messobjekt bietet sich hier aber auch eine dynamische Kalibrierung am Messobjekt an. Da die Breite des Gurtes bekannt und konstant ist, kann die Ausdehnung, wie sie in Abbildung 7.11 dargestellt ist, an die Breite des verwendeten Gurtes in jedem Schritt der Auswertung angepasst werden.

Aus dem periodischen Signal der Gurteigenverformung kann der Vorschub extrahiert werden, um die Geschwindigkeit des Gurtes zu ermitteln. Bei gleichzeitiger Erfassung des Verstellwinkels der Mitteltragrolle mit einem Lasermesssystem kann eine Abhängigkeit zwischen Verschiebungsgeschwindigkeit bzw. dem auf den Vorschub bezogenen seitlichen Lauf des Gurtes und dem Verstellwinkel erfolgen.

## 7.3 Ermittlung der Gurteigenverformung

Der Vorschub des Gurtes kann aufgrund von Mikroschlupf an der Antriebstragrolle von der Bewegung der Tragrolle abweichen. Daher ist es notwendig, den Vorschub direkt am Gurt zu messen. Da die Gurtlänge mit 4200 mm bekannt ist, muss nur die Dauer des Umlaufs registriert werden.

Aufgrund von Fertigungsungenauigkeiten in der Gurtverbindung kommt es zu einem geringen Winkelversatz in der Fügestelle. Der Winkelversatz führt zu einer Biegung im Gurt, wodurch sich ein periodisches Signal durch den umlaufenden Gurt ergibt.

In Abbildung 7.12 ist im oberen Teil das Rohsignal der seitlichen Bewegung aus der Eigenverformung zu sehen. Die Diskretisierung des Signals durch die pixelweise Erfassung der Position mit Supersampling der Daten ist zu erkennen. Um Schwankungen von einem Digit zu reduzieren, wird ein gleitender Mittelwert über drei Datenpunkte gebildet und weiter verwendet.

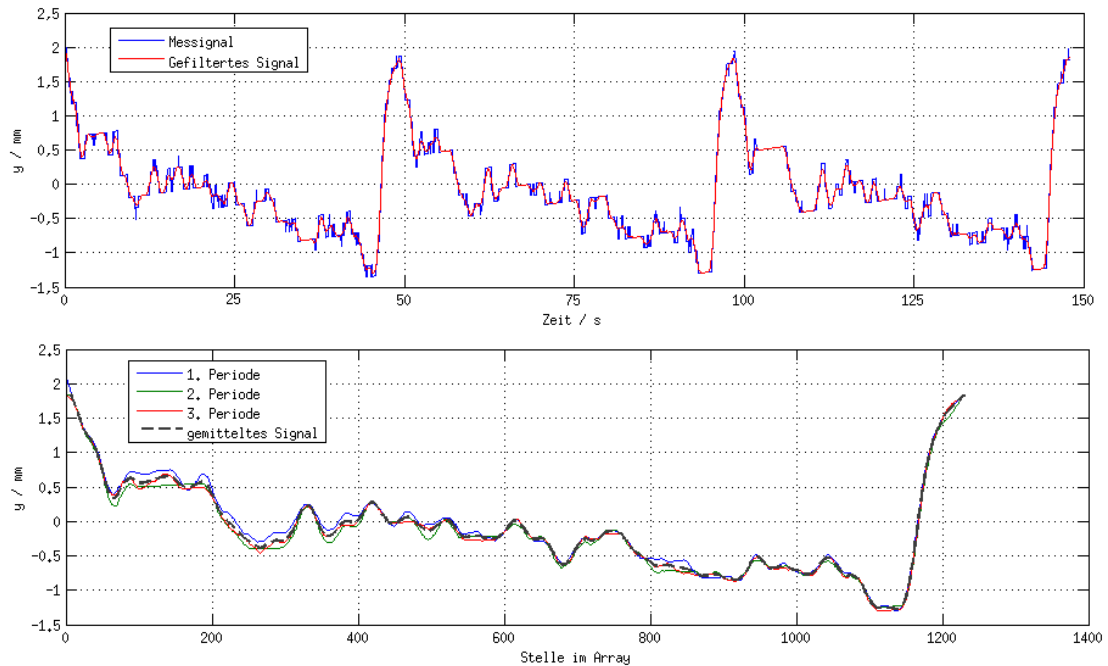


Abb. 7.12: *Oben:* Drei Umläufe des Gurtes mit seiner Eigenverformung  
*Unten:* Filtern der Gurtverformung und Mittlung von drei Perioden

In der unteren Teil der Abbildung 7.12 wird gezeigt, wie aus drei Perioden des Signals ein gemitteltes Signal erstellt werden kann, indem die einzelnen Messwerte der drei Umläufe jeweils als Mittelwert ausgegeben werden.

Gut zu erkennen sind auch die Fertigungsabweichungen und deren Ursachen. Der Gurt weist eine seitliche Lauftoleranz von 3,5 mm bei einer Breite von 50 mm auf. Die steilen Flanken des Signals am Ende und am Anfang des Bereichs zeigen den Winkelversatz in der Gurtverbindung. Die geringen Abweichungen dazwischen stellen die Fertigungsabweichungen des eigentlichen Gurtes dar. Sie betragen ca. 0,5 mm.

## 7.4 Messung kleiner Verstellwinkel

Am Versuchsstand werden kleine Winkel ( $< 0,5^\circ$ ) der Verstellrolle eingestellt und das auftretende Gurtschieflaufverhältnis (*GSV*) gemessen.

Das GSV  $v$  wird als auf den Bandvorschub bezogener seitlicher Verlauf definiert.

$$v_g = \frac{y_g}{x_c}. \quad (7.3)$$

Das Schieflaufverhältnis kann so als eine Art „Schieflaufgeschwindigkeit“ verstanden werden. Je höher der Betrag des GSV ist, desto schneller läuft der Riemen oder der Gurt zu einer Seite.

Es wird der 50 mm breite Flachriemen untersucht. Für jeden eingestellten Winkel wird der stationäre Schiefelauf nach einer Einlaufphase ausgewertet. Nach jeder Messung wird der Antriebsriemen wieder in eine neutrale Stellung gebracht, indem mehrere Umläufe mit einem Winkel von nahe null gemacht werden. Dadurch wird verhindert, dass eine stationäre Verformung aus der vorherigen Messung Einfluss auf das Ergebnis der aktuellen Messung hat.

Die Messung dient der Überprüfung eventueller Nichtlinearitäten im Bereich großer Winkel sowie der Ermittlung der Abhängigkeit des *GSV* vom Winkel. Sollten sich kleine Winkel anders auf die Bandverformung und damit auf den Schiefelauf auswirken, wäre eine Veränderung in der Steigung der Interpolationskurve in Abhängigkeit des Winkels erkennbar. Zu diesem Zweck wird die Messung auf den Bereich bis  $< 2,5^\circ$  erweitert, wobei das Hauptaugenmerk auf den Bereich der kleinen Winkel entfällt.

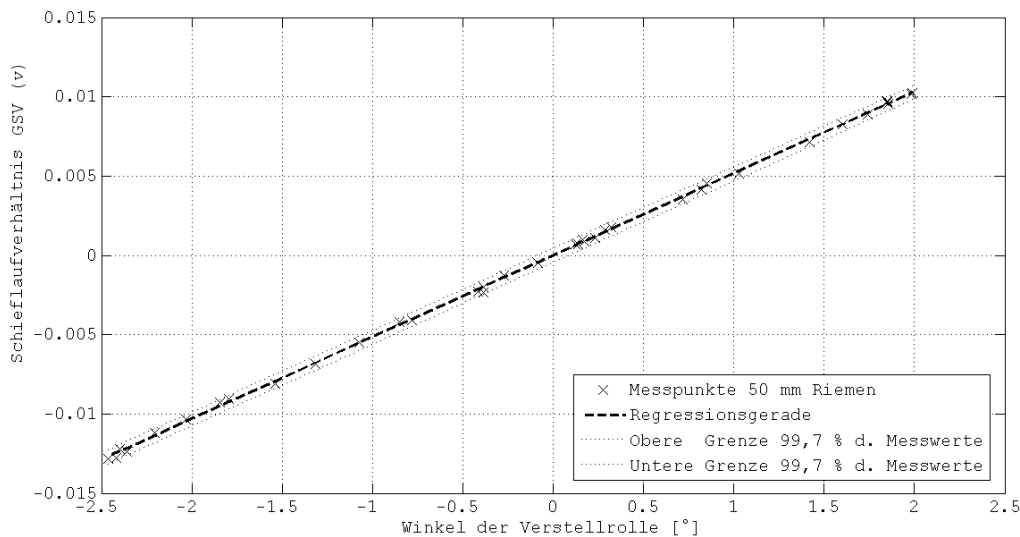


Abb. 7.13: Schiefelaufverhältnis in Abhängigkeit des Verdrehwinkels

In Abbildung 7.13 ist kein nichtlinearer Bereich zu erkennen. Alle Messpunkte lassen sich durch eine Regressionsgerade abbilden. Auch der Bereich der kleinen Winkel liegt auf der Geraden. Auffällig ist die zufällige Streuung der Messwerte, die ein exaktes Ergebnis erst durch eine statistische Auswertung möglich macht. Das winkelbezogene *GSV*  $v_s$  beträgt

$$v_s(\beta) = \frac{y_g}{\beta x_c}, \quad (7.4)$$

$$v_s(\beta) = 0,0062/^\circ. \quad (7.5)$$

Um für weitere Messungen einen Vertrauensbereich anzugeben, der in Abbildung 7.13 durch zwei Grenzgeraden gekennzeichnet ist, wird die Winkelabhängigkeit aller Messwerte  $y_{gj}$  mit

$$y_{sj} = y_{gj} - v_s \cdot \beta_j, \quad (7.6)$$

eliminiert. Damit ist der zum Messwert  $j$  gehörige Winkel  $\beta_j$  entfernt und der Wert  $y_s$  schwankt normal verteilt um einen Mittelwert. Wenn die Regressionsgerade richtig berechnet ist, muss

$$\sum_{j=1}^{n_s} \frac{y_{sj}}{n_s} = 0, \quad (7.7)$$

gelten. Der Bereich, in dem ca. 99,7 % aller Messwerte liegen, wird als sechsfaches der Standardabweichung der Messwerte um die Regressionsgerade definiert.

$$v_{sb} = v_s \pm 3 \cdot \sqrt{\sum_{j=1}^{n_s} \frac{y_{sj}^2}{n_s}}. \quad (7.8)$$

Um aussagekräftig zu sein, müssen in weiteren Auswertungen die Werte diesen Bereich mit statistischer Sicherheit verlassen. Andernfalls liegt keine Abhängigkeit der Messwerte von der Zielgröße vor, sondern nur ein zufälliger Messfehler.

Ausgehend von den Ergebnissen aus Abbildung 7.13 wird untersucht, ob die vollständige Linearität des untersuchten Flachriemens bei unterschiedlichen Breiten erhalten bleibt. Hierzu werden die Ergebnisse für einen 50 mm breiten Antriebsriemen mit einem 10 mm und einem 100 mm breiten Riemen verglichen. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.14 dargestellt.

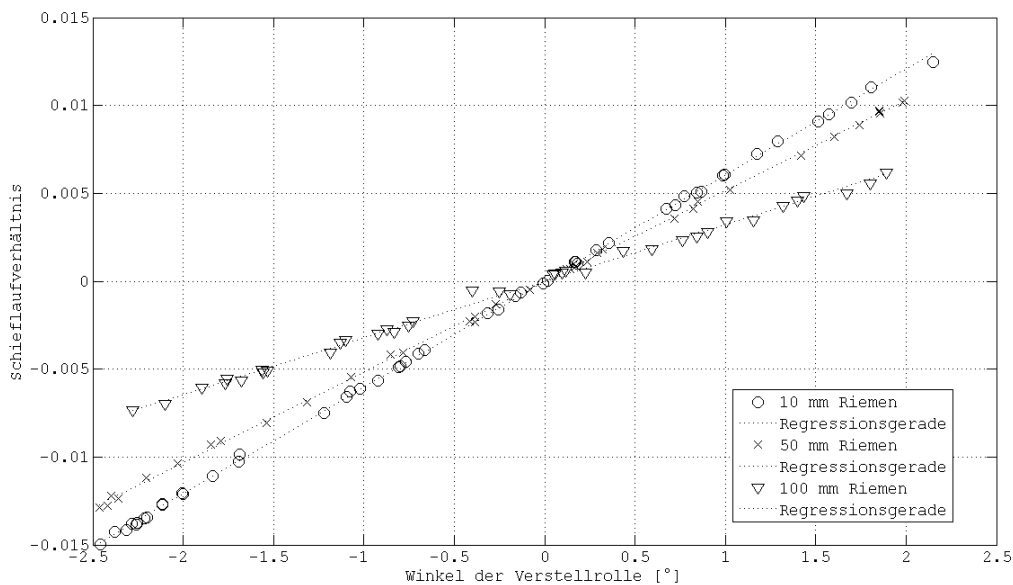


Abb. 7.14: Schiefverhältnis in Abhängigkeit des Verdrehwinkels für verschieden breite Antriebsriemen im Dreirollenversuchsstand

Bei Betrachtung des Diagramms in Abbildung 7.14 fällt auf, dass lediglich eine lineare Ab-

hängigkeit zwischen dem Gurtschieflaufverhältnis und dem Anstellwinkel der Tragrolle zu beobachten ist. Dies ist insbesondere interessant, da mit steigender Gurtbreite die Biegesteifigkeit des Gurtes, die maßgeblichen Einfluss auf die auftretenden Kräfte hat, in zweiter Potenz steigt, während die übertragbare Kraft nur linear zunimmt. Es wäre also anzunehmen, dass die steigenden Kräfte zu einer Reduzierung des GSV in Abhängigkeit des Anstellwinkels der Tragrolle führen. Es lässt sich stattdessen jedoch nur ein konstanter Faktor beobachten. In Abbildung 7.15 ist das winkelbezogene GSV  $v_s$  bezogen auf den Verdrehwinkel der Verstellrolle dargestellt. Dies entspricht dem Anstieg der Regressionsgeraden in Abbildung 7.14.

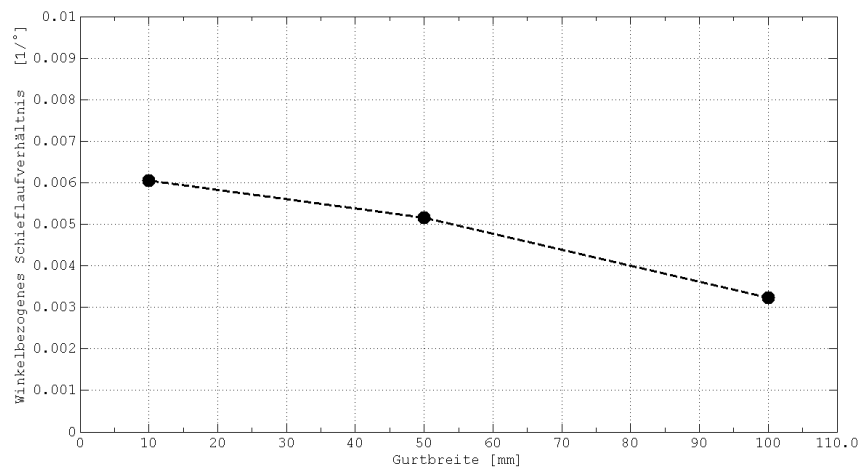


Abb. 7.15: Winkelbezogenes GSV in Abhängigkeit der Gurtbreite

Aus der Abbildung 7.15 in Kombination mit den Abbildungen 7.13 und 7.14 wird deutlich, dass es für kleine Verstellwinkel von  $< 3^\circ$  keine nennenswerte Abhängigkeit des GSV von den auftretenden Kontaktkräften gibt. Eine direkte Abhängigkeit würde sich als S-förmige Kurve der Messwerte in Abbildung 7.14 darstellen. Damit sind Makroschlupf und Mikroschlupf als Ursachen eines reduzierten Verhältnisses am Flachriemen unwahrscheinlich. Nachgewiesen ist aber eine direkte Abhängigkeit von der Breite. Diese kann mit einer lokalen Herabsetzung der Biegesteifigkeit des Gurtes im Kontakt erklärt werden. Die Steifigkeitsveränderung wird hierbei von einem Beulen des Gurtes erzeugt. Bei den Versuchen war zu beobachten, dass der Gurt bei größeren Verformungen auf der Druckseite von der Tragrolle abhebt.

Schlupf bzw. Mikroschlupf spielen bei einem Flachriemenaufbau nur eine untergeordnete Rolle für das GSV. Die Abhängigkeit von der Gurtbreite ist aber offensichtlich. Für eine Gurtförderanlage können die Schlupfeinflüsse aber nicht pauschal ausgeschlossen werden, da am vorgestellten Flachriemenversuchsstand die Besonderheit auftritt, dass durch eine seitliche Verformung im gleichen Maße die Vorspannung des Riemen erhöht wird. Die Vorspannung erhöht ihrerseits wiederum die auftretenden Kontaktkräfte zwischen Verstellrolle und Gurt.

**Fehlerbetrachtung** Bei der Vermessung des GSV ist aufgefallen, dass die Messwerte geringen Schwankungen unterliegen. Auch wenn die Schwankungsbreite, wie in Abbildung 7.13 zu sehen ist, relativ klein ist, so ist doch auffällig, dass teilweise unterschiedliche *GSV* für den gleichen Winkel auftreten können. Dies ist besonders für den Bereich kleiner Winkel zu beobachten, während die Werte für größere Winkel relativ gut auf der Regressionsgeraden liegen. In Abbildung 7.16 ist eine Verlaufsgerade des gemessenen Schieflaufs für einen Verdrehwinkel der mittleren Rolle von  $\beta = -0,608^\circ$  dargestellt.

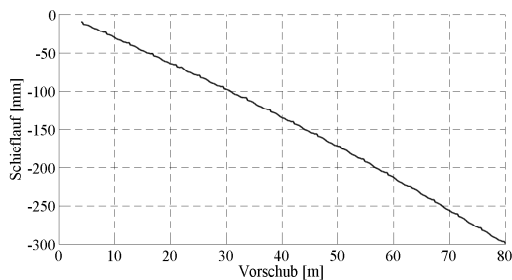


Abb. 7.16: Rohdaten einer Schieflaufmessung bei  $\beta = -0,608^\circ$

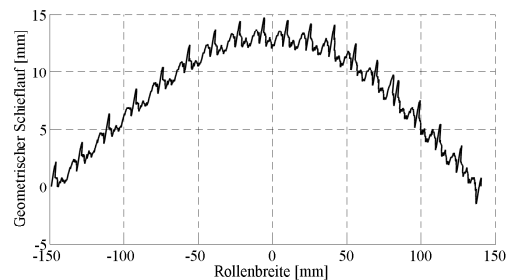


Abb. 7.17: Schieflauf umgerechnet für einen Winkel von  $\beta = 0^\circ$ , dargestellt über die Rollenbreite ausgehend von der Mittelachse

Auffällig ist eine geringe Krümmung der als Gerade erwarteten Kurve in Abbildung 7.16. Abbildung 7.17 zeigt die Ergebnisse ohne die mittlere Steigung. Die Kurve zeigt deutlich eine Abhängigkeit der Schieflaufgeschwindigkeit von der Gurtposition. Dies kann nur mit Verformungen des Prüfstandes und der Verstelltragrolle begründet werden. Wenn die Messung, wie in diesem Beispiel gezeigt, symmetrisch von der einen Seite auf die andere verläuft, wird der Fehler eliminiert. Bei den Messungen, die dem Diagramm 7.13 zugrunde liegen, kann dies jedoch nicht ausgeschlossen werden.

Die Verformung des Prüfstandes wird als größte Fehlerquelle angesehen, da Einflüsse wie Temperatur- und Feuchtigkeitsänderungen ausgeschlossen werden können.

## 7.5 Abhängigkeit von der Gurtgeschwindigkeit

KOBAYASHI und TOYA [74] haben die Schieflaufgeschwindigkeit in Bezug auf die Gurtgeschwindigkeit mit der eines Autos verglichen, das um eine Kurve fährt. Dabei ist der Kurvenradius nicht direkt von der Geschwindigkeit abhängig, so lange Haftreibung zwischen den Rädern und der Straße vorausgesetzt wird. Beim Gurt würde es sich in dieser Analogie um die Straße handeln, die Räder würden durch die Tragrollen ersetzt werden. Zusätzlich zu den dort aufgeführten theoretischen Überlegungen wurden auch Experimente an einem Versuchstand mit balligen Rollen durchgeführt. Die durchgeführten Experimente zeigen jedoch eine



Abhängigkeit des maximalen Gurtweges von der Geschwindigkeit. Der Aufbau des Experimentes ist jedoch nicht direkt mit dem oben beschriebenen Versuchsstand mit Lenkrolle und geraden Rollen vergleichbar. Außerdem wird in den Versuchen nicht der bezogene Schieflauf gemessen, sondern der stationäre Endwert.

Aus den hier aufgeführten Vorüberlegungen ist dies ebenfalls nicht zu erwarten, da das auf den Vorschub bezogene  $GSV$ , wie in Gleichung (6.10) dargestellt ist, nur eine Funktion des Auflaufwinkels  $\gamma$  ist.

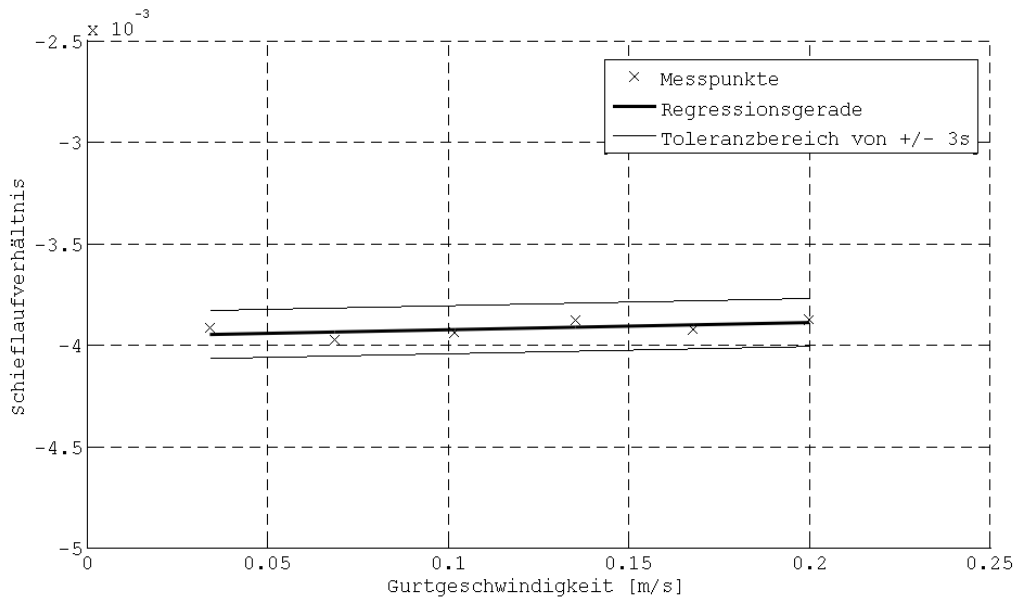


Abb. 7.18: Schieflaufverhältnis in Abhängigkeit der Gurtgeschwindigkeit bei einem eingestellten Winkel von  $-0,6079^\circ$

Zur Überprüfung ist in Abbildung 7.18 der bezogene Schieflauf in Abhängigkeit der Gurtgeschwindigkeit zwischen 0,034 m/s und 0,2 m/s dargestellt. Alle Untersuchungen wurden für einen Winkel von  $-0,6079^\circ$  durchgeführt, während nur die Geschwindigkeit geändert wurde. Das heißt, alle Messungen wurden ohne erneutes Verstellen der Mitteltragrolle durchgeführt. Es ist zu erkennen, dass die Geschwindigkeit des Gurtvorschubs keinen Einfluss auf den Schieflauf hat. Die Messwerte liegen sehr deutlich innerhalb der definierten Grenzen aus Abbildung 7.13, die hier auch für den eingestellten Winkel eingezeichnet sind. Eine Geschwindigkeitsabhängigkeit kann somit auch experimentell ausgeschlossen werden.

## 7.6 Abhängigkeit von der Gurtvorspannung

Die Gurtvorspannung hat einen direkten Einfluss auf die auftretenden Verformungen des Gurtes, wenn die Verformungen in Folge von externen Kräften wie exzentrische Beladung auftreten. Durch die Vorspannung kommt es zu einer Versteifung des Gurtes, wodurch die Verfor-

mung und damit auch der resultierende Auflaufwinkel sinken. Die Verformung des Gurtes, die durch den Schieflauf aufgrund verdrehter Tragrollen entsteht, ist von der Spannungsversteifung nicht betroffen. Hier entsteht aus den Randbedingungen immer eine stetige Biegelinie, die unabhängig von der Steifigkeit ist.

Es ist daher nicht von einer Abhängigkeit des GSV bei unterschiedlichen Gurtvorspannungen auszugehen. Die Messung der Gurtvorspannung ist nur schwer möglich. In der industriellen Praxis werden Riemenvorspannungen durch die Messung der Eigenkreisfrequenz bestimmt [106]. Dies entspricht einer Abstraktion des Riemens zu einem Schwingsaitenaufnehmer [85], dessen Schwingfrequenz abhängig von der Vorspannung ist. Nach DRESIG [29] kann hierzu vorausgesetzt werden, es handle sich um einen Kontinuumsschwinger mit Vorspannung.

$$\omega_j = \frac{\pi^2 j^2}{l_u^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho_G A_G}} \sqrt{1 + \frac{f_v l_u^2}{\pi^2 j^2 EI}}. \quad (7.9)$$

Wenn nun angenommen wird, dass die Biegesteifigkeit des Gurtes gegen null strebt ( $EI = 0$ ), vereinfacht sich die Gleichung 7.9. Diese Vereinfachung kann getroffen werden, da die Biegesteifigkeit des Gurtes im Verhältnis zur Vorspannung sehr klein ist. Dies gilt insbesondere, da der Gurt hier um die Achse schwingt, die die geringste Steifigkeit aufgrund ihres Flächenträgheitsmomentes aufweist.

$$\omega_j = \frac{\pi^2 j^2}{l_u^2} \sqrt{\frac{f_v l_u^2}{\pi^2 j^2 A_G \rho_G}}. \quad (7.10)$$

Durch die Betrachtung der ersten Eigenfrequenz  $\omega_0$  mit  $j = 1$  vereinfacht sich die Gleichung weiter:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{l_u} \sqrt{\frac{f_v}{A_G \rho_G}}. \quad (7.11)$$

Die Eigenfrequenz eines Gurtabschnittes kann somit gemessen werden und daraus die Vorspannkraft bestimmt werden:

$$f_v = 4A_G \rho_G l_u^2 f_0^2. \quad (7.12)$$

Die wirksame Länge  $l_u$  sowie die dazugehörige Masse des Untertrums bzw. die Dichte des Gurtes  $\rho_G$  lassen sich nicht einfach und auch nur grob bestimmen. Wenn die Werte jedoch als konstant angesehen werden, kann die relative Gurtvorspannkraft sehr genau bestimmt werden.

Für die Ermittlung der Abhängigkeit des Schieflaufverhältnisses von der Vorspannung kann an der bestehenden Anlage die Vorspannkraft variiert werden. Da keine Möglichkeit besteht, die auftretende Vorspannkraft direkt zu messen, muss an deren Stelle die erste Eigenfrequenz des

Gurtes bestimmt werden. Zu deren Ermittlung wird der gespannte Gurt ausgelenkt und seine Schwingungen um die statische Ruhelage mit einem Laserabstandsmesssystem aufgenommen. Bestehende kommerzielle Riemenspannungsmesssysteme basieren oft auf einer Auswertung der Luftschallfrequenzen zur Bestimmung der Vorspannung. Da die hier zu messenden Frequenzen aber aufgrund der wesentlich niedrigeren Vorspannung nicht im hörbaren Bereich erwartet werden, wird statt des akustischen Messprinzipes ein optisches verwendet.

Die in Abbildung 7.19 dargestellten Messwerte werden mit einer schnellen Fouriertransformation (*FFT*) hinsichtlich ihres Frequenzspektrums untersucht.

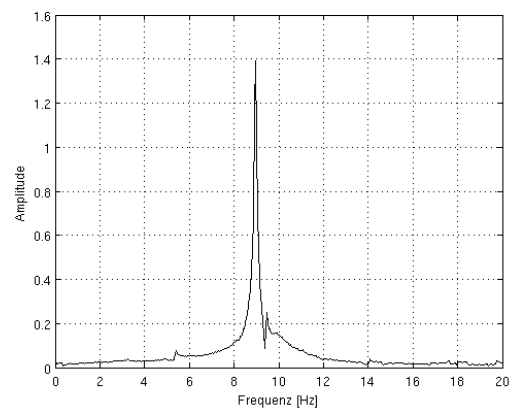
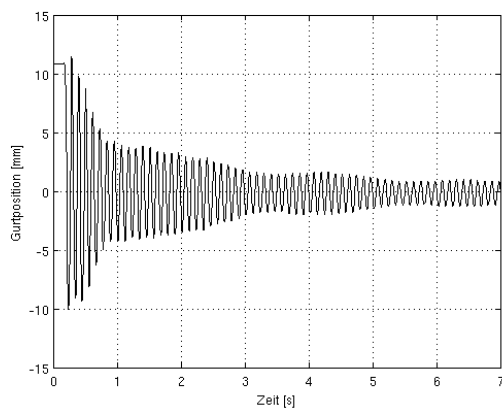


Abb. 7.19: Ausschwingversuch des Gurtes zur Ermittlung der ersten Eigenfrequenz

Abb. 7.20: Frequenzspektrumanalyse mit FFT zur Bestimmung der Eigenfrequenz

Beide Diagramme entsprechen der Gurtvorspannung des in Abbildung 7.13 gemessenen Schief- laufs. In Abbildung 7.21 werden exemplarisch zwei weitere unterschiedliche Vorspannungen gezeigt.

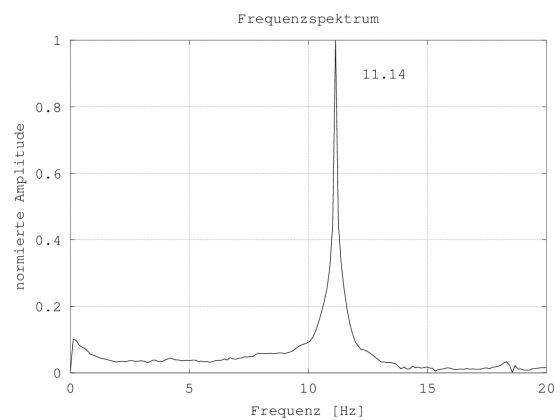
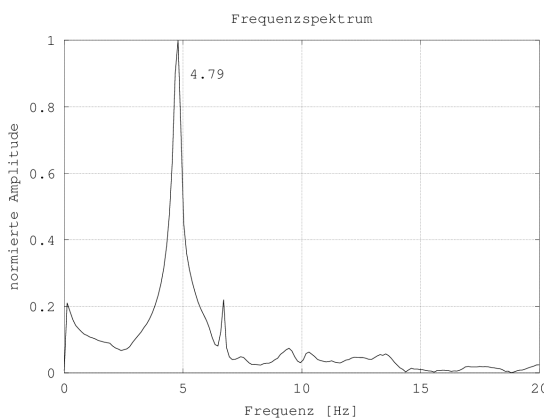


Abb. 7.21: Frequenz-Amplitudenspektrum exemplarisch für zwei unterschiedliche Vorspannungen

Die auftretenden Sekundärampplituden können mit Schwingungen des Obertrums erklärt werden, die bei kleinen Vorspannungen durch die lose Abtriebsrolle an den Untertrum übergeben werden. Außerdem ist die erste Oberwelle des Untertrums erkennbar, die abhängig von der Anregungsstelle schwächer oder stärker in Erscheinung tritt. Hierbei muss darauf geachtet werden, dass der Gurt möglichst mittig im Untertrum angeregt wird, da die erste Biegeeigenfrequenz hier einen Schwingungsbauch zeigt, während die erste Oberwelle einen Knoten aufweist und so nur bedingt angeregt wird.

Jeder Messpunkt in Abbildung 7.22 stellt das auf den Winkel der Verstellrolle bezogene GSV in Abhängigkeit der Vorspannung des Gurtes dar. Die gezeigten Datenpunkte ergeben sich aus jeweils zwölf Messungen des GSV bei konstanter Vorspannung und Variation des Verstellwinkels. Aus diesen wird die Steigung der Regressionsgeraden analog zu Abschnitt 7.4 bzw. Abbildung 7.13 bestimmt. Diese Vorgehensweise ist wichtig, da sich die Nulllage der Verstellrolle, also der Winkel, bei dem theoretisch kein Schiefelauftritt, mit jeder Veränderung der Vorspannung geringfügig ändert. Die Veränderung resultiert aus einer nicht zu eliminierenden Winkelverstellung der Spannrolle beim Spannen des Gurtes.

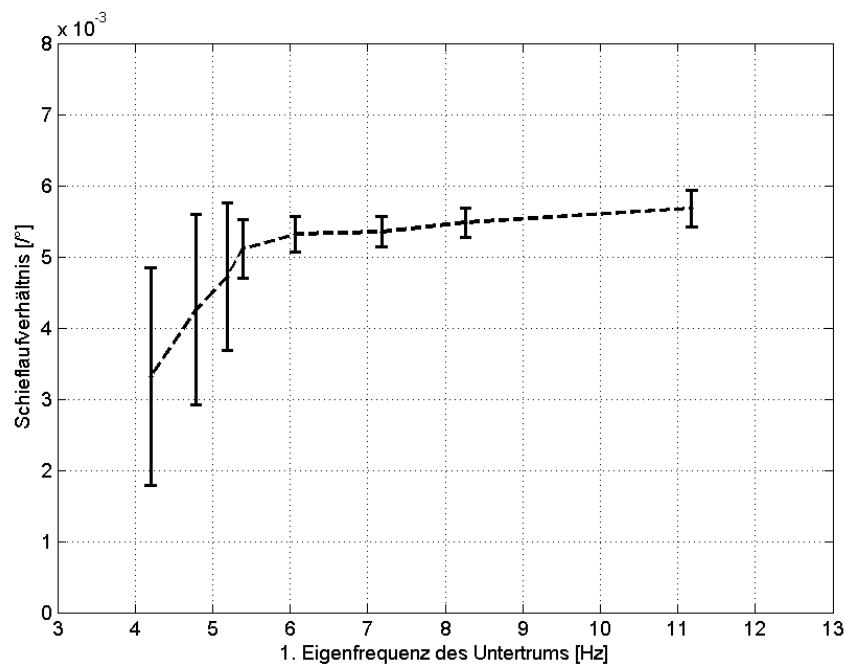


Abb. 7.22: Einfluss der Vorspannung auf die Lenkwirkung der Verstellrolle und die Standardabweichung der Messpunkte

Um die Standardabweichung zu berechnen, wird die Winkelabhängigkeit, die sich aus der Steigung der Regressionsgeraden ergibt, von den Messwerten abgezogen. Dadurch schwanken die Messwerte zufällig verteilt um den Nullwert der Ordinate. Unter der Voraussetzung der Gaußschen Normalverteilung wird die Standardabweichung als Fehlerbalken im Diagramm

dargestellt. Damit ist eine Aussage über die statistische Streuung der Messwerte als Funktion der Vorspannung möglich.

Mit steigender Vorspannung ist eine erhöhte Lenkwirkung der Verstellrolle zu beobachten. Bei einer Vorspannung des Gurtes mit einer daraus resultierenden ersten Eigenfrequenz von 5,4 Hz erscheint eine kritische Stelle, bei der der Einfluss der Vorspannung auf das GSV deutlich nachlässt. Die Standardabweichung des gemittelten Messwertes ist als Fehlerbalken dargestellt. Aus der Standardabweichung der Messwerte kann geschlussfolgert werden, dass es durch eine erhöhte Vorspannung zu einem gleichmäßigeren und reproduzierbaren Laufverhalten des Gurtes kommt.

Auf die Darstellung des winkelbezogenen GSV in Bezug auf die berechnete Vorspannkraft nach Gleichung (7.12) wurde bewusst verzichtet, da die oben angeführte Gleichung nur für die Vorspannung von Saiten ohne Durchhang gilt. Der Durchhang kann jedoch für geringe Vorspannungen nicht vernachlässigt bzw. als klein angenommen werden. Nach MAULHARDT und STEIN [87] existiert für den Durchhang von Seilen ein für die Berechnung der Seilsteifigkeit nötiger Durchhang-Modul. Dieser steigt nichtlinear mit der Vorspannung an. In Abbildung 7.23 ist der erforderliche Spannweg über der dazugehörigen Seilkraft dargestellt. Es ist erkennbar, dass sich für große Durchhänge die Vorspannkraft bei Längenänderungen nur sehr wenig verändert, aber ab einem gewissen Punkt in die Seilsteifigkeit übergeht [87].

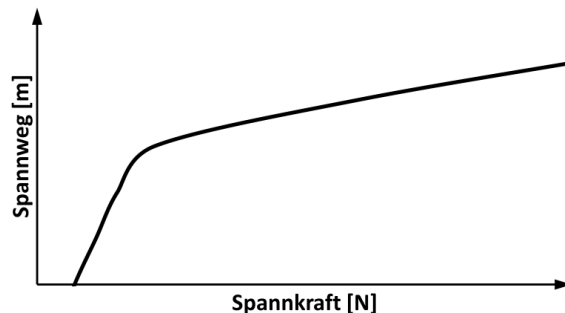


Abb. 7.23: Qualitativer Verlauf der Abhängigkeit des Spannwegs von der Spannkraft eines Seils mit vertauschten Achsen nach MAULHARDT [87]

Die Ähnlichkeit der Abbildungen 7.22 und 7.23 ist deutlich zu erkennen. Vergleicht man die Abbildungen direkt miteinander, können zwei wesentliche Schlussfolgerungen gezogen werden:

1. Die Lenkwirkung einer verstellten Rolle verhält sich proportional zur Vorspannkraft. Die Abhängigkeit ist aber relativ gesehen gering, sodass sie wahrscheinlich an einer realen Gurtförderanlage vernachlässigt werden kann, da hier die Vorspannkraft nicht in einer erhöhten Pressung des Gurtes auf der Tragrolle resultiert.
2. Um ein unkontrolliertes und zufälliges Laufverhalten des Gurtes zu verhindern, sollte die Vorspannkraft so groß gewählt werden, dass sie deutlich innerhalb des zweiten Bereichs

liegt. Hier wird die Vorspannkraft wesentlich vom E-Modul des Zugträgers des Gurtes beeinflusst.

Ein Einfluss von Steifigkeitsänderungen infolge des Einlaufens eines neuen Gurtes könnte mit der Verschiebung des Übergangsbereichs hin zu kleineren Vorspannkraften erklärt werden. Der Gurt muss sich wahrscheinlich erst einlaufen, wodurch sich seine Biegesteifigkeit durch die wiederholte Biegung an Antriebs- und Spanntrommeln verringert. Dadurch würde erklärbar werden, dass ein neuer Gurt wesentlich stärker zu Schiefelauf und instationärem Verhalten führt als ein eingelaufener Gurt.

## 7.7 Gurtbreite

Um den Einfluss der Gurtbreite bestimmen zu können, werden in Abbildung 7.24 Ergebnisse von Untersuchungen gezeigt, die das Schiefelaufverhältnis bei einer Gurtbreite von 10 mm und 100 mm zeigen. Mit der oben dargestellten Messung des GSV für eine Riemenbreite von 50 mm sind dann genug Datenpunkte vorhanden, um eine mögliche Abhängigkeit zu bestimmen.

Um eine Vergleichbarkeit herzustellen, muss beachtet werden, dass in allen Riemen etwa die gleiche Vorspannung herrscht. Für die Messungen sollte daher auch sichergestellt werden, dass sie deutlich im zweiten Bereich der Kurve aus Abbildung 7.23 stattfinden. Dabei muss die Vorspannkraft auf die Gurtbreite bezogen werden bzw. sollte die gleiche Zugspannung in allen Gurten vorhanden sein. Da aber ein exakter Wert praktisch nicht einstellbar ist, ist die Abweichung im flacheren Bereich der Kurve bei hoher Vorspannung nicht zu groß, um eine gute Vergleichbarkeit zu erreichen.

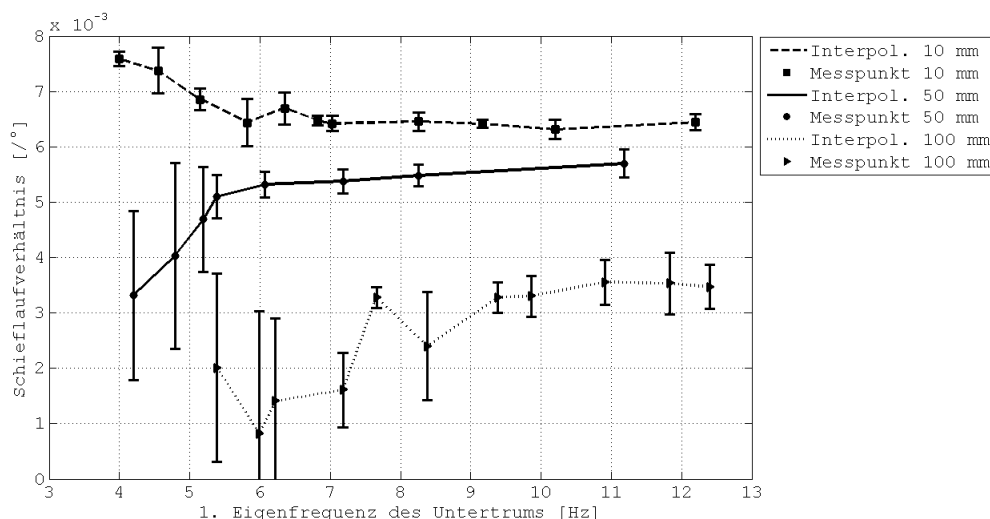


Abb. 7.24: Abnehmende Lenkwirkung bei einer variierenden Vorspannung jeweils bei einer Gurtbreite von 10 mm, 50 mm und 100 mm

## 7.8 Simulationsmodell zum Flachriemen

Um ein Simulationsmodell aufzubauen, muss der in Abbildungen 7.2 dargestellte Aufbau als FE-Modell diskretisiert werden.

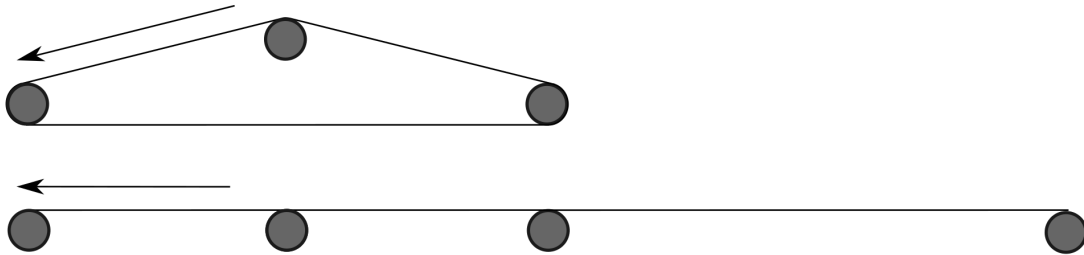


Abb. 7.25: Diskretisierung und Modellaufbau entsprechend der in den Abbildung 6.6 und 6.7 gezeigten Modellabstraktionen

Der Vorgang am Flachriemen ist dafür in Abbildung 7.25 gezeigt. Der geometrische Aufbau entspricht den Abmessungen des Prüfstandes nach Abbildung 7.2. Entsprechend des Vorgehens aus Abschnitt 6.2 wird der zu betrachtende Riemen an einer Rolle getrennt und die Rolle zweimal in das Simulationsmodell übernommen. Die nach oben versetzte, verdrehbare Rolle wird in die Balkenebene verschoben. Durch die vertikale Auflast aus der Vorspannung ist davon auszugehen, dass immer Haftreibung an der Tragrolle vorausgesetzt werden kann. An den Kontaktpunkten werden Lagerstellen angenommen, an denen eine seitliche Verschie-

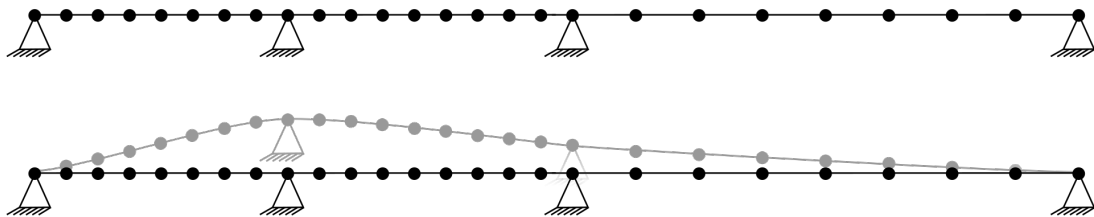


Abb. 7.26: Diskretisierung und Modellaufbau entsprechend der in den Abbildungen 6.8 und 6.9 gezeigten Modellabstraktionen

bung der Knoten durch die Verformung nicht möglich ist. Es handelt sich jedoch nicht um eine Einspannung, weil sich der Kontaktwinkel frei ändern kann. Als Randbedingung an der Schnittstelle muss

$$y_1 = y_E, \quad (7.13)$$

gelten. Damit ist der Gurt geschlossen. Um den Gurt biegestetig zu machen, muss die Steigung

an der Schnittstelle identisch sein.

$$\alpha_1 = \alpha_E. \quad (7.14)$$

Jeder Zwischenbereich wird mit Elementen diskretisiert, um eine Verformung zwischen den Lagerstellen zu ermöglichen. Dabei wird pro Abschnitt die gleiche Anzahl von Elementen verwendet.

## 7.9 Vergleich der Messungen mit der Simulation I

Analog zu den Daten aus den Versuchen zeigt Abbildung 7.27 als Ergebnis der Simulation das *GSV* über dem Anstellwinkel der Rolle.

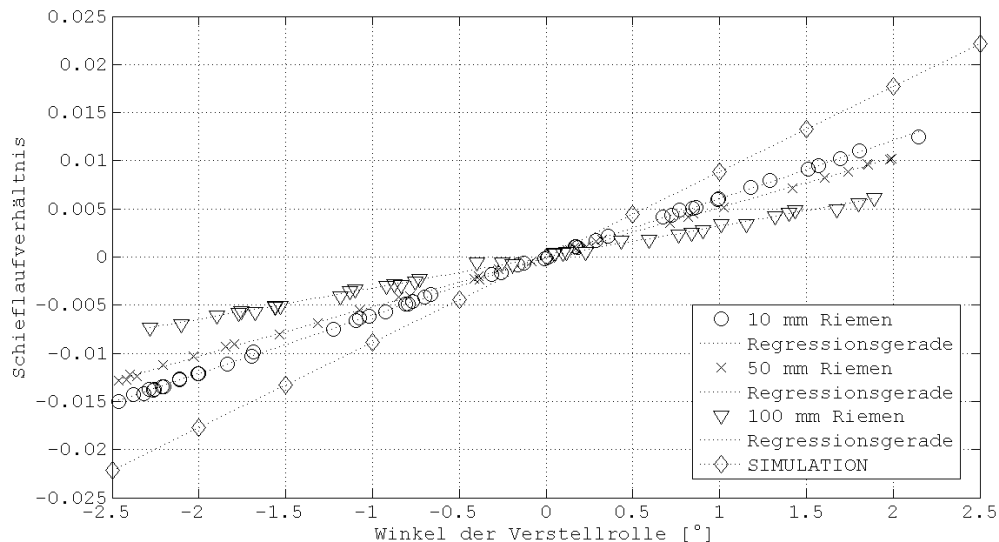


Abb. 7.27: Vergleich der Simulationsergebnisse mit den Messungen für einen 10 mm, 50 mm und 100 mm breiten Antriebsriemen

Aus dem direkten Vergleich lassen sich vier wesentliche Punkte ableiten:

1. Die Messwerte als auch die Simulationsergebnisse zeigen eine gute Linearität. Die Messpunkte liegen nur mit geringer Abweichung außerhalb der Regressionsgeraden. Dies gilt unabhängig von der verwendeten Riemenbreite.
2. Alle Regressionsgeraden schneiden sich im Ursprung. Bei  $0^\circ$  Verstellwinkel kommt es zu keiner Bewegung des Riemen.
3. Bei direktem Vergleich der Messungen zueinander fällt auf, dass der 10 mm Riemen am schnellsten verläuft. Der 50 mm breite Riemen folgt in geringem Abstand. Der 100 mm Riemen liegt deutlich darunter.



4. Das Schiefverhältnis in der Simulation ist mit Abstand am größten. Wenn davon ausgegangen wird, dass der 10 mm breite Riemen am ehesten der Modellvorstellung eines Riemens in der Simulation entspricht, dann ist hier die Übereinstimmung am wahrscheinlichsten, weil Effekte wie Mikroschlupf oder Reibung und Längsdehnung des Gurtes in der Simulation nicht erfasst werden. Daher muss das Idealmodell des Gurtes in der Simulation mindestens das gleiche GSV aufweisen wie der 10 mm breite Riemen oder darüber liegen.

Das winkelbezogene GSV, also die Steigung der Regressionsgeraden, wird in der Tabelle 7.1 als Zahlenwert zum direkten Vergleich gezeigt.

Tab. 7.1: Vergleich des winkelbezogenen GSVs für Simulation und veränderliche Gurtbreiten

Variante	GSV	Verhältnis
Simulation	$8,900 \cdot 10^{-3}/^\circ$	1,000
10 mm	$6,045 \cdot 10^{-3}/^\circ$	0,679
50 mm	$5,149 \cdot 10^{-3}/^\circ$	0,579
100 mm	$3,230 \cdot 10^{-3}/^\circ$	0,363

Dies führt zu dem Schluss, dass ein signifikant wichtiger Effekt, der in der Messung reproduzierbar auftritt, in der Simulation vernachlässigt wurde. Bei genauer Betrachtung der Kontaktzonen zwischen Gurt und Tragrollen in Abbildung 7.28 fällt auf, dass der Gurt an der Umlenkrolle beim Abfließen von der Rolle abhebt. Dieses Abheben wird als Beulen bezeichnet. Durch das Beulen verringert sich die Auflagefläche des Gurtes und er knickt lokal aus.

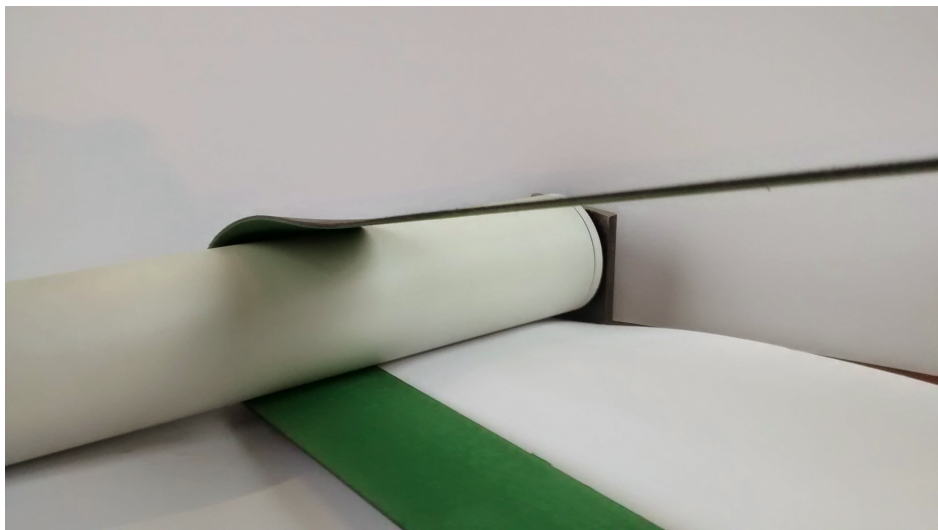


Abb. 7.28: Beulen des Gurtes und Abheben von der Tragrolle auf der Druckseite des Gurtes in seitlicher Richtung; hier dargestellt an der Umlenkrolle

Eine Vergrößerung der Vorspannkraft wirkt dem Beulen entgegen. Beulen tritt dann auf, wenn

lokal im Gurt aufgrund der Biegebeanspruchung Druckspannungen auftreten. Bei Antriebsriemen ist die Vorspannung im Regelfall groß genug, um ein Beulen des Antriebsriemens zu verhindern. Bauartbedingt können solche großen Vorspannkkräfte bei dem hier dokumentierten Versuch aber nicht berücksichtigt werden.

## 7.10 Modellerweiterung I

Beulen oder Knicken führt in einer Struktur zu einer plötzlichen Reduktion der Stabilität und tritt auf der Druckseite der Spannung auf oder bei zusätzlich auftretenden Biegemomenten [7]. Wenn davon ausgegangen wird, dass das Beulen die Steifigkeit am Ablaufpunkt von der Umlenkrolle in großem Maße herabsetzt, dann kann angenommen werden, dass der Gurt hier nicht mehr die Randbedingungen (7.13) und (7.14) erfüllt. Wenn Beulen als lokale Reduktion der Steifigkeit im Bereich des Gurtes verstanden wird, in dem das Beulen auftritt, kann im diskreten Biegebalkenmodell der E-Modul lokal verringert werden.

In Abbildung 7.29 ist der direkte Vergleich zwischen den Messwerten, dem idealen Modell und der Simulation mit lokalem Beulen dargestellt. Dabei wird die Steifigkeit im Bereich von 100 mm hinter dem Ablaufpunkt um den Faktor 20 reduziert. Die Reduktion führt zwar zu einer verringerten Steifigkeit, aber sowohl die Verformung des Balkenmodells als auch die erste Ableitung bleiben stetig über der Länge des Balkens.

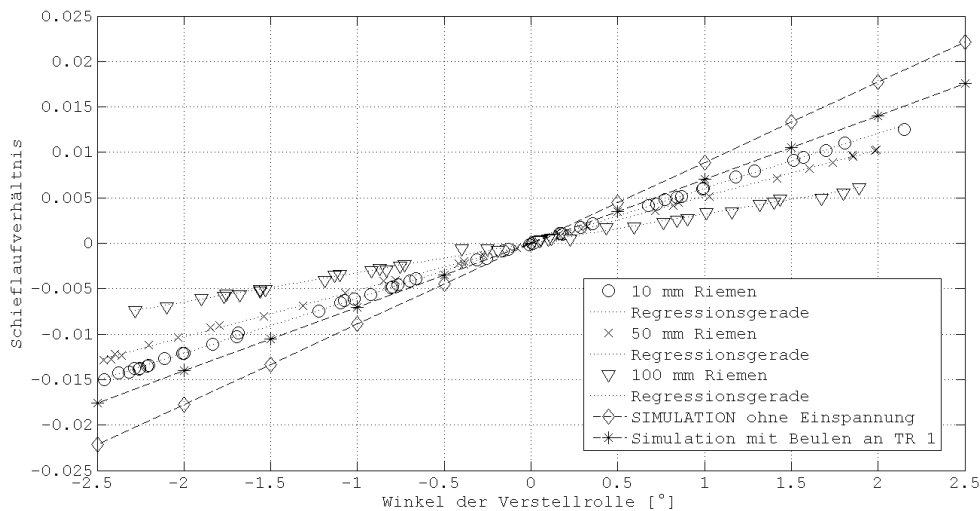


Abb. 7.29: Vergleich der Ergebnisse nach der Einführung einer lokalen Verringerung der Biegesteifigkeit an der Ablaufstelle des Gurtes von der Umlenkrolle

Dies wird insbesondere dann klar, wenn die Verformung, Verdrehung und Krümmung des gleichförmigen Balkens mit dem Balken verglichen werden, in dem die lokale Reduktion implementiert ist.

In Abbildung 7.30 ist der direkte Vergleich der Verformung und den ersten zwei Ableitungen

dargestellt.

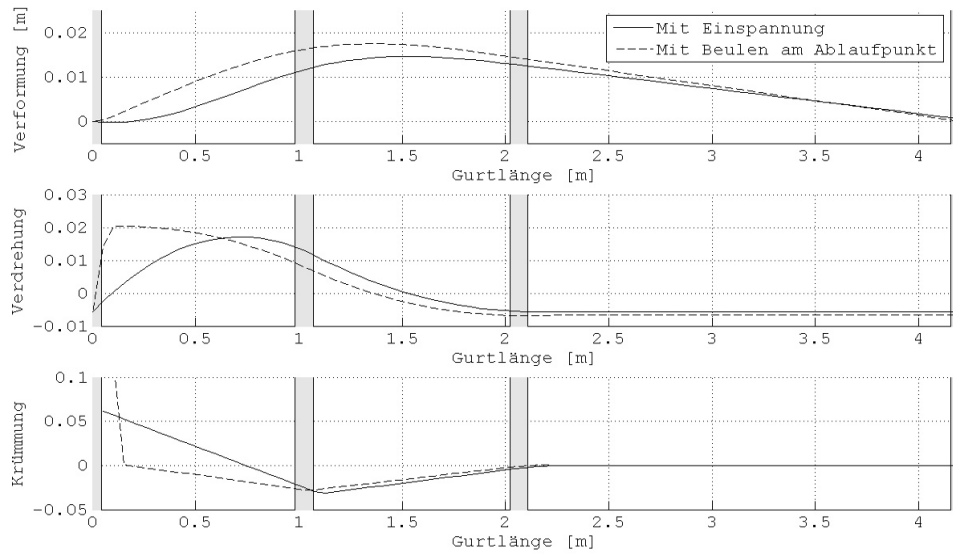


Abb. 7.30: Verformung, Verdrehung und Krümmung der Balkenelemente des simulierten Riemens mit einer Einspannung am Ablaufpunkt der ersten Rolle und mit Beulen an dieser Stelle für eine Schrägstellung der Tragrolle bei  $x = 1$  m mit  $1^\circ$

Es wird ersichtlich, dass sich die Biegeverformungen nun deutlich im Obertrum des Riemens unterscheiden, im Untertrum jedoch fast keine Veränderung ersichtlich ist. In der ersten Ableitung ist zu erkennen, dass die Verformung im Bereich des Beulens stark ansteigt und danach gleichmäßig abnimmt. Die Krümmung der Balkenkante zeigt einen ähnlichen Verlauf.

Beim Vergleich des GSV in Abbildung 7.29 wird deutlich, dass die lokale Reduktion der Steifigkeit zwar einen großen Einfluss hat, jedoch selbst bei Faktor 20 nicht ausreicht, um das GSV des 100 mm Riemens abzubilden. Um das Maximum der lokalen Reduktion zu erzeugen, werden die Randbedingungen so geändert, dass der Balken im ersten Lagerungspunkt nicht mehr die Steigung vom letzten Knoten übergeben bekommt und so seine Steigung frei ändern kann. Es gilt:

$$\alpha_1 \neq \alpha_E. \quad (7.15)$$

Weiterhin muss aber gelten, dass der Gurt geschlossen ist und somit der Anfangs- und Endpunkt des Gurtes deckungsgleich sind:

$$y_1 = y_E. \quad (7.16)$$

Zur Überprüfung werden Simulationen durchgeführt, die ausgehend von den Ergebnissen aus Abbildung 7.27 vergleichend mit den Messergebnissen in Abbildung 7.31 dargestellt werden. Beim Vergleich der Verformungen und Verdrehungen der unterschiedlichen Ansätzen fällt auf,

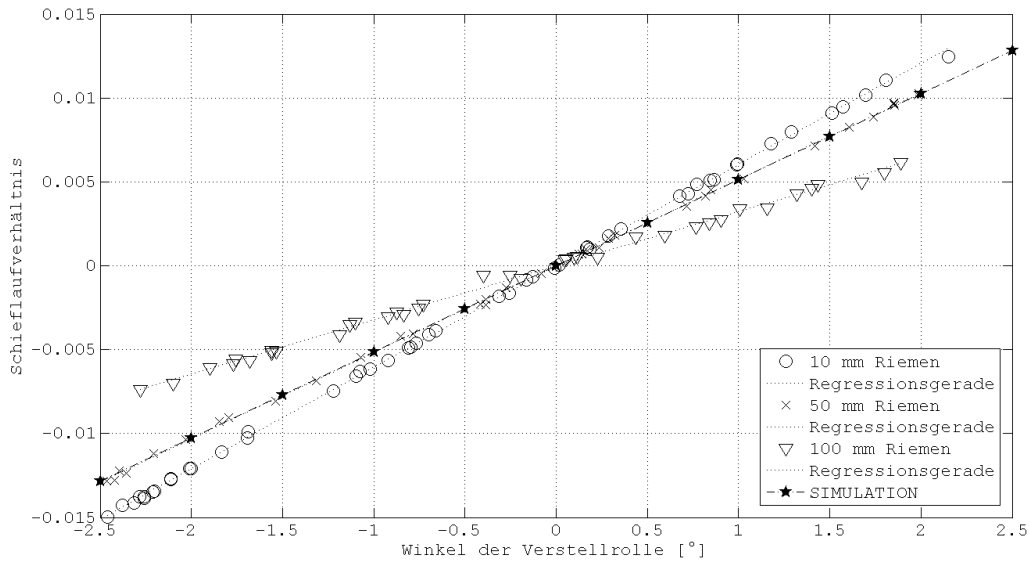


Abb. 7.31: Vergleich der Ergebnisse nach der Einführung einer freien Verdrehung an der Tragrolle, an der das Beulen auftritt

dass die Verdrehung in Abbildung 7.32 nun unstetig ist.

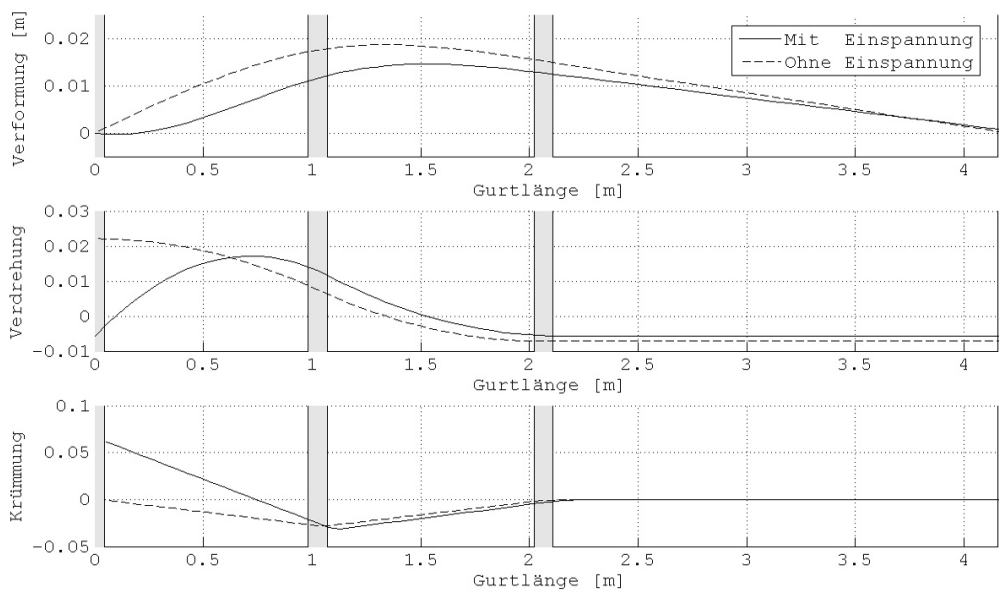


Abb. 7.32: Verformung, Verdrehung und Krümmung des Riemen im Vergleich mit und ohne Einspannung am Ablaufpunkt für eine Verdrehung der Tragrolle um  $1^\circ$

Beim Vergleich des GSVs in Abbildung 7.31 wird klar, dass die Lenkwirkung der veränderten Randbedingung nicht ausreicht, um den Wertebereich der Messergebnisse abzudecken. Daraus lässt sich ableiten, dass beim 100 mm Riemen Beulen an mehr als einer Stelle auftreten muss.

## 7.11 Seiteneffekte des Beulens

In Abbildung 7.33 ist die Wirkung auf den Gurtlauf dargestellt. Durch den Kontaktverlust an einer Seite des Riemens verringert sich die Aufstandsfläche zwischen Gurt und Tragrolle. In der Abbildung ist in grün die ideale Kontaktlinie dargestellt, die als Mittellinie im Gurt für die Berechnung benutzt wird. Aus ihr ergeben sich die Auflaufwinkel mit den Tragrollen und die resultierende Schieflaufgeschwindigkeit. Im direkten Vergleich wird deutlich, warum die Schieflaufgeschwindigkeit mit steigender Gurtbreite abnimmt. Durch die Verlagerung der Kontaktzonen außerhalb der Mittellinie steigt die Verformung der Kontaktlinie an, wodurch es zu einer Verringerung des Kontaktwinkels kommt. Die Verringerung im Kontaktwinkel führt zu einem verringerten *GSV*.

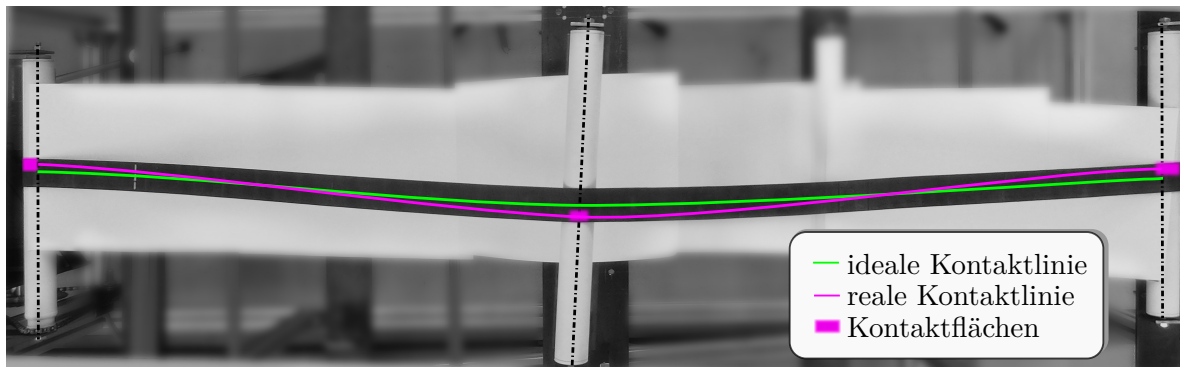


Abb. 7.33: Exemplarische Gurtverformung. Beulen führt neben der lokalen Verringerung der Biegesteifigkeit zu geringeren Kontaktflächen und einer veränderten Kontaktlinie.

In der Simulation des Schieflaufs wird die pink eingezeichnete Linie nach Abschluss der Kalibrierung berechnet. Diese Linie ist aber in der Messung nur sehr schwer feststellbar, da die Auflagefläche bzw. Auflagebreite im Kontakt nicht bekannt ist und nicht visuell ausgewertet werden kann. Ein Vergleich zur Feststellung der Leistungsfähigkeit des Systems ist an dieser Stelle daher nur sinnvoll, wenn ein Gurt gewählt wird, der einerseits zum Beulen an mehreren Stellen neigt, andererseits nicht zu breit ist, um den Biegelinienverlauf zu stark zu beeinflussen.

## 7.12 Vergleich der Messungen mit der Simulation II

Wie in Abschnitt 7.10 diskutiert, wird im Folgenden angenommen, dass das Beulen an jeder der drei Rollen auftreten kann. Dafür wird im Bereich von 100 mm, was der zweifachen Gurtbreite entspricht, hinter jedem Auflaufpunkt eine Steifigkeitsreduktion angenommen und mit individuellen Faktoren skaliert. Diese Faktoren müssen dann so bestimmt werden, dass das *GSV* mit dem der Messung übereinstimmt. Hierbei wird vom Kalibrieren des Simulationsmodells an die Messung gesprochen.

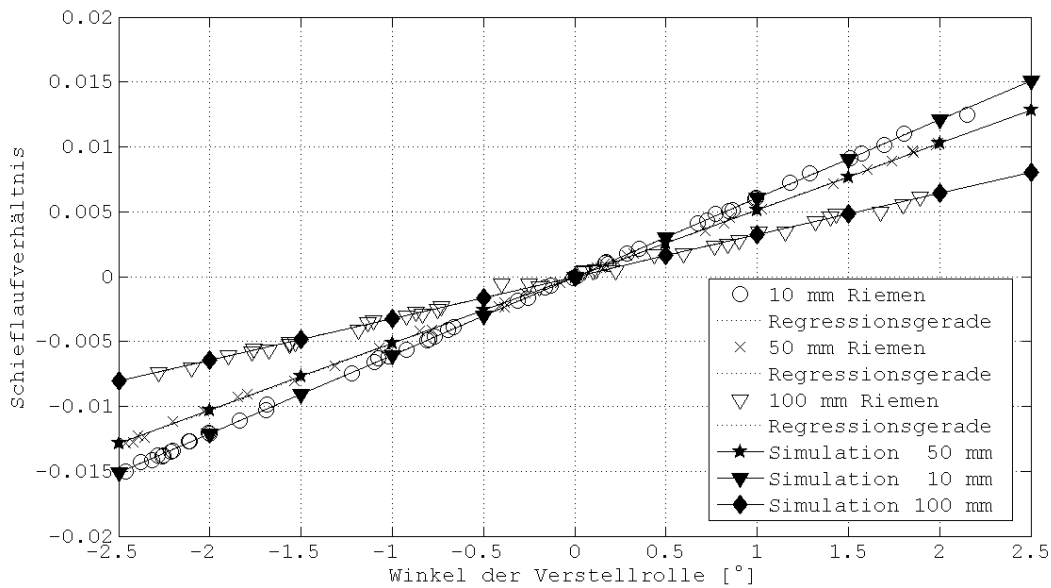


Abb. 7.34: Vergleich zwischen Messung und Simulation an vier Messpunkten für eine Schiefstellung der Rolle von  $\beta = 1^\circ$

Nach dem Kalibrieren ergeben sich gute Übereinstimmungen aller betrachteten Simulationsmodelle mit den jeweiligen Messungen, wie in Abbildung 7.34 zu sehen ist. Zur Validierung der Ergebnisse wird nun die Verformung exemplarisch am 50 mm Riemen überprüft. Die Schiefverhältnissimulation ist nicht auf einzelne Rollen oder Messpunkte beschränkt, daher ist gerade das Verhalten des Gurtes an beliebig vielen Stellen von hohem Interesse. In Abbildung 7.35 ist der Vergleich der Position in y-Richtung an vier parallel gemessenen Punkten dargestellt. Die Messpunkte können Abbildung 7.2 entnommen werden.

Für den Winkel  $\beta = 1^\circ$  wurde die Verlaufslage an den vier genannten Punkten gemessen. Die Messung erfolgt im Leertrum bzw. Obertrum. Ein Abgleich der Verformung des Gurtes ist wichtig, da so ausgeschlossen werden kann, dass an der Messtragrolle zwar eine Bewegung mit guter Übereinstimmung vollzogen wird, alle anderen simulierten Tragrollen jedoch stark abweichen. Dies könnte bei einer späteren Simulation einer Gurtförderanlage zu wesentlichen Problemen oder falschen Rückschlüssen führen.

In der Abbildung 7.35 ist der seitliche Verlauf zu sehen, der sich aus einer unverformten Lage des Gurtes ergibt. Der Gurt liegt demnach gerade über allen Rollen, bevor die Messung gestartet wird. Dies führt zu einem Einlaufvorgang, der an jedem Messpunkt unterschiedlich ist. Ausgehend von der verdrehten Rolle bewegt sich ein mitbewegter Betrachter zum Zusatzmesspunkt, zur Abtriebsrolle und anschließend zur Antriebsrolle. Eine Verschiebung, die zu einer Verformung des Gurtes führt, wird sich demnach in gleicher Weise fortsetzen.

Der zeitliche Verlauf des Schiefverhältnisses beginnt ausgehend von der Nulllage immer mit einem

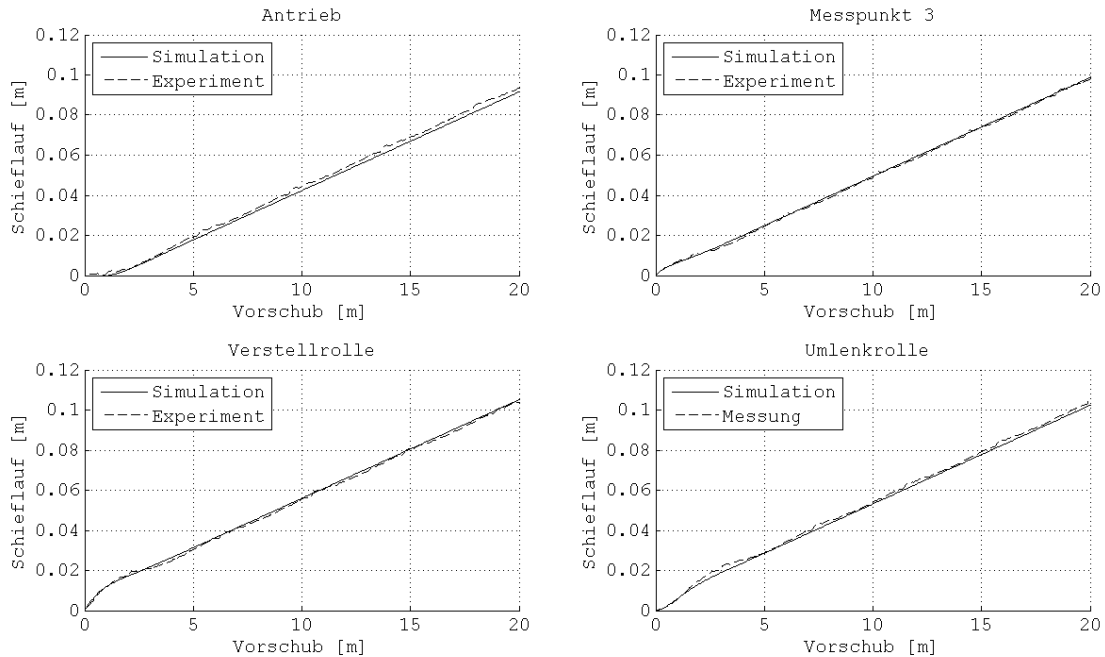


Abb. 7.35: Vergleich zwischen Messung und Simulation der Verformung des Gurtes durch Analyse der seitlichen Positionen an vier Messpunkten für eine Schiefstellung von  $\beta = 1^\circ$

Einlaufvorgang. Währenddessen nähert er sich einer stationären Verformung an. Da der Einlaufvorgang mit dem unverformten Gurt beginnt, ist der in Gleichung (6.3) beschriebene Auflaufwinkel an der Verstellrolle maximal. Dies ist im Teildiagramm in Abbildung 7.35 links unten sehr gut zu erkennen. Der Anstieg ist direkt vom Start der Messung aus maximal. Für die Antriebs- sowie die Abtriebsrolle ist zu diesem Zeitpunkt jedoch der Auflaufwinkel null, wodurch das *GSV* zu diesem Zeitpunkt ebenfalls null ist. Es kann hier davon ausgegangen werden, dass sich der Schiefelauf in Förderrichtung durch die Anlage ausbreitet. Hat sich der Gurt stationär verformt, das heißt, es findet keine Änderung der Verformung mehr über dem Vorschub statt, bewegen sich alle gemessenen Punkte mit konstanter Geschwindigkeit seitwärts. Diese Geschwindigkeit, bezogen auf die Vorschubgeschwindigkeit, ergibt wieder das Schiefelaufverhältnis.

Alle Messpunkte korrelieren in sehr guter Näherung mit den Simulationsergebnissen. Das Modell und der Ablauf der Kalibrierung können somit als validiert betrachtet werden. In den Daten der Messung ist außerdem die Gurteigenverformung zu erkennen. Sie ist den Messwerten als periodisches Signal überlagert. Die Gurteigenverformung - belt tracking signature - wird in der Simulation jedoch nicht betrachtet.

### 7.13 Abgeleitetes Vorgehen für die Modellierung

Aus den Ergebnissen wird deutlich, dass eine Reduzierung der Steifigkeit des Gurtes an nur einer bestimmten Stelle nicht ausreichend ist, um verschiedene Riemenbreiten abzubilden. An dieser Stelle muss unterschieden werden, ob eine bestehende, physisch greifbare Anlage simuliert werden soll oder eine Anlage, an der keine Messungen durchgeführt werden können. Können keine Messungen durchgeführt werden, können mit dem Simulationsmodell, sofern es zum Beulen im Gurt kommen kann, nur qualitative Aussagen zur Lauffähigkeit getroffen werden. Kann Beulen ausgeschlossen werden, sind die Ergebnisse in vollem Umfang gültig. Es zeigt sich jedoch, dass Beulen selbst bei Stahlprozessbändern nicht ausgeschlossen werden kann, da es auch dort zum Ablösen der Stahlbänder von Umlenktrommeln kommen kann, was sich in hohen Verformungen und Verdrehungen widerspiegelt [98].

Für den Fall, dass Messungen durchgeführt werden können, wird die höchste Genauigkeit dann erreicht, wenn das Simulationsmodell an der bestehende Anlage kalibriert wird. Dafür werden an allen Stellen, an denen Beulen entstehen kann, Bereiche im Simulationsmodell festgelegt, innerhalb derer eine individuelle Steifigkeitsreduktion implementiert wird. Für den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten Flachriemenversuchsstand mit drei Rollen ergeben sich somit vier potentielle Stellen, an denen Beulen in unterschiedlicher Stärke auftreten wird. Jeder dieser Stellen wird ein individueller Steifigkeitsreduktionsfaktor zugeordnet. Nachdem die Schieflaufgeschwindigkeiten aus Messungen bekannt sind, wird das winkelbezogene GSV als Kalibrierungszielgröße gesetzt. Aus dem Unterschied zwischen Simulation und Messung kann ein Minimalwertproblem gebildet und ein Optimierungsalgorithmus auf die Simulation angewendet werden. Dabei wird für jede Rolle ein eigener Reduktionsfaktor berechnet.





## 8 Untersuchungen am gemuldeten Gurtförderer

Für experimentelle Untersuchungen zu den Abhängigkeiten des Gurtschieflaufs am gemuldeten Gurtförderer und für eine Validierung der Simulationsmodelle ist es notwendig, eine Versuchsanlage aufzubauen, an der sich Tragrollenstationen frei verstellen lassen, um so den Gurtlauf in Abhängigkeit einzelner Störgrößen untersuchen zu können. Diese Arbeit bezieht sich dabei auf den Versuchsförderer, da der Schüttguteinfluss zunächst vernachlässigt wird. Der Versuchsförderer, der am Institut für Logistik und Materialflusstechnik in Magdeburg entwickelt und gebaut wurde, weist einen Achsabstand von 15 m, eine Muldung von  $30^\circ$  und eine Gurtbreite von 650 mm auf. Kopf- und Heckstation sind auf dem Hallenboden verschraubt. Vorspannkkräfte werden über das Fundament abgeleitet. Zwischen den verschraubten Stationen stehen modulare Gerüstfelder, die die Tragrollenstationen aufnehmen. Diese Gerüstfelder sind aus Strangpressprofilen gefertigt und mit Diagonalstreben versteift. Die Anlagendaten sind in Tabelle 8.2 zusammengefasst.

Bei der Verbindung der Gurtenden wurde auf einen möglichst exakten Geradlauf des Gurtes geachtet. Dazu wurden die Deckplatten kleinteilig abgeledert, um einen Verzug in der Textilmatrix zu vermindern. Die Gurtmitte wurde über ca. 2 m auf beiden Enden markiert und die Markierungen mit einem Richtscheit in Flucht gebracht. Damit ergibt sich die aus der Verbindung minimal mögliche Verformung des Gurtes.

Der Gesamtaufbau der Anlage ist in den Abbildungen 8.1 und 8.2 dargestellt.

Tab. 8.1: Betriebsdaten der Förderanlage

Gurtbreite	650 mm
Achsabstand	15.000 mm
Fördergeschwindigkeit	0,1 - 1,5 m/s
Nennförderleistung bei 1 m/s	176 m <sup>3</sup> /h
Antriebsleistung	4 kW / 11 kW
Textilgurt	EP 400-3
Fördergurtlänge bei Vorspannung	31,245 m
Muldungswinkel	30°
Tragrollenbreite	250 mm
Abstand Tragrollenstationen Obertrum	500 mm
Abstand Tragrollenstationen Untertrum	1500 mm



Abb. 8.1: Förderanlage mit Rückförderer in der Versuchshalle der Universität Magdeburg



Abb. 8.2: Versuchsstand mit Rückförderer als geschlossener Materialkreislauf [121]

## 8.1 Messaufbau

Um Gurtschieflauf messen zu können, muss neben einer Störgröße, die den Schieflauf erzeugt, auch die zeit- und wegabhängige Verschiebung des Gurtes in lateraler Richtung erfasst werden. Dazu wird die Position der Gurtkante ermittelt. Über die Annahme einer gleichen Gurtbreite über der Länge kann dann auf die Mittellage des Gurtes zurückgerechnet werden. Tastende lineare Wegsensoren können aufgrund der Relativgeschwindigkeit zwischen Gurt und Sensor nicht benutzt werden. Außerdem würden sie durch das Einbringen von seitlichen Kräften den Gurtlauf beeinflussen. Dies gilt ebenso für winkelabhängige Sensoren mit Rolle. Da der Gurt aus nichtleitendem Elastomer besteht, können auch keine kapazitiven oder induktiven Sensoren zum Einsatz kommen. Nur optische Sensoren sind in der Lage, die Gurtlage zuverlässig zu bestimmen.

Der Messaufbau ist in Abbildung 8.3 dargestellt. Die seitliche Position des Gurtes an der Kopftrommel wird durch einen Lasertriangulationssensor erfasst. Da Lasersensoren mit über 1000 Euro pro Stück zu kostenintensiv sind, wird auf handelsübliche Webcams/USB-Kameras zurückgegriffen. Das Bild jeder Kamera wird per Bilddatenverarbeitung unter *Python* mit der offenen Bilddatenverarbeitungssoftware *OpenCV* in eine lineare Verschiebung der Gurtkante umgerechnet.

Dafür wird bei jedem Berechnungsschritt ein Foto mit der Kamera aufgenommen, die jeweils direkt über einer Tragrolle angebracht ist. Das Bild wird auf einen passenden Ausschnitt von Tragrollenkante bis 100 mm Richtung Gurtmitte und auf die Tragrollenbreite zugeschnitten.

Da der Gurt eine andere Farbe aufweist als die blau lackierten Tragrollen, wird das in *RGB* aufgenommenen Bild in den *HSV*-Farbraum transformiert. Hier werden Schwellwerte für die Farbe festgelegt und so der blaue Bereich vom Gurt getrennt. Bei einer vertikalen Auflösung der Kamera von 1080 Punkten auf 100 mm ergibt sich eine Auflösung von  $< 0,1$  mm. Diese lässt sich durch die Erfassung des 89 mm breiten Tragrollenbereichs durch Supersampling [100] noch steigern. Es sind Genauigkeiten von 0,2 mm bis 0,5 mm erreichbar, da eine Kalibrierung des Sensors schwierig ist und Streulicht Reflexionen auf der lackierten Oberfläche und auf dem Gurt verursachen kann. Diese Erkenntnis deckt sich auch mit den Erfahrungen, die aus der Bilddatenverarbeitung aus Kapitel 7.2 gewonnen wurden.

Da zum einen die Anlage zu lang ist und zum anderen die Erfassung und Auswertung mehrerer Kameras für einen Computer zu rechenintensiv sind, ist jede Webcam mit einem *Raspberry PI 3* verbunden, auf dem das Messdatenerfassungssystem läuft. Die Mikrocomputer werden in ein lokales Netzwerk eingebunden. Innerhalb des Netzwerks existiert ein Hauptrechner, auf dem die Messdatenerfassungssoftware *DIADEM* läuft. Diese sendet zeitgetacktet ein Abfragesignal an die *Raspberry PI*, die wiederum mit dem aktuellsten Messwert antworten.

Am Messcomputer ist eine USB-Messwerterfassungskarte vom Hersteller *Goldammer* angeschlossen, die einen Inkrementalgeber auswertet, um die Gurtgeschwindigkeit zu erfassen. Zusätzlich werden auch die elektrische Wirkleistung am Antrieb sowie die Vorspannkräfte an der Hecktrommel in den Spannspindeln mit diesem System gemessen. Dies ist notwendig, um sicherzustellen, dass der Gurt symmetrisch gespannt ist. Außerdem ist es wichtig, die Gesamtvorspannung des Gurtes zu kennen, um Messungen reproduzierbar durchführen zu können.

Tab. 8.2: Verwendete Messtechnik an der Gurtfördererversuchsanlage

Funktion	System	Bezeichnung
Vorspannung	Kraftaufnehmer 0 - 10 kN	Meatron KTS1500 S
Gurtseitenposition	Webcam	Logitech C920
Bilddatenverarbeitung	Raspberry PI	Raspberry PI 3 B+
Gurtvorschub	Inkrementalgeber	Stegmann DG 50 L WKR
Referenzsensor Position	Laserabstandssensor	$\mu\epsilon$ OptoNCDT 1302-200
Messdatenerfassung	PC-Datenschnittstelle	Goldammer G0S-1034-4
Datenerfassung und Speicherung	Messsoftware	DIADEM 2011 11.3.1

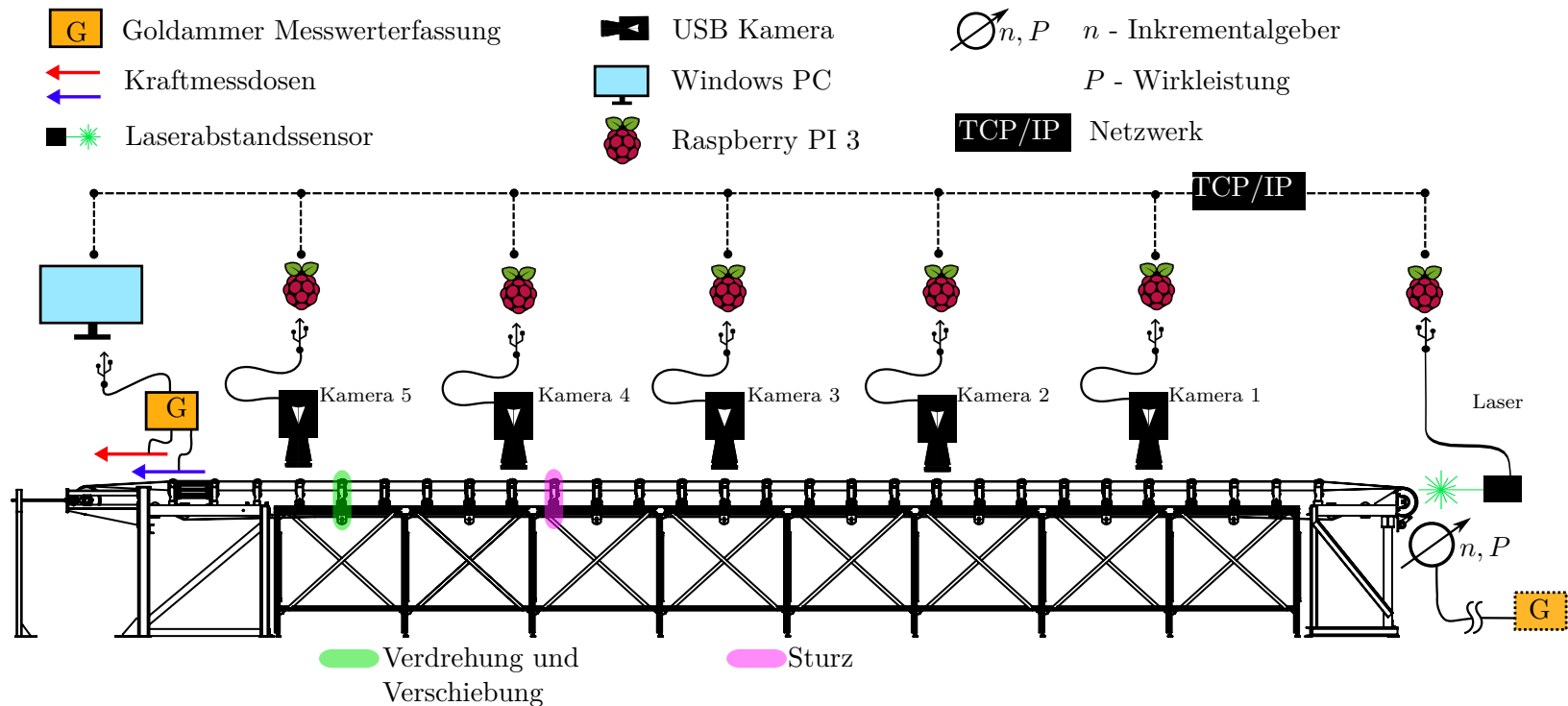


Abb. 8.3: Dargestellt ist das Prinzip der Messwertaufnahme mit Bildverarbeitung auf mehreren Raspberry PI und Datenübertragung über TCP/IP. Vorspannkraft, Drehzahl und Antriebsleistung werden mit einer *Goldammer*-Karte erfasst und an einen Windows-PC übertragen. Der Lasersensor dient als Referenzposition des Gurtes und kommuniziert direkt über die serielle USB-Schnittstelle. Verdrehungen und Verschiebungen werden an der 5. Tragrollenstation appliziert. Der Sturzwinkel lässt sich an der 10. Tragrollenstation frei einstellen.

## 8.2 Messmethodik

Die Messmethodik ist stark an die Kamera mit Bildverarbeitung aus Kapitel 7.2 angelehnt. Da aber im Unterschied zu Flachriemen eine Kontrastunterscheidung von einem schwarzen Gurt auf weißen Tragrollen nicht möglich ist, muss das Verarbeitungsverfahren modifiziert werden.

Um eine Erfassung der Gurtlage zu ermöglichen, wird davon ausgegangen, dass die Gurtkante eine konstante Entfernung von der Gurtmitte hat. Somit ist es ausreichend, nur eine Gurtkante zu erfassen. Das von der Kamera aufgenommene Rohbild ist in Abbildung 8.4 dargestellt.



Abb. 8.4: Rohbild der Kamera für die Bilddatenverarbeitung am Versuchsförderer



Abb. 8.5: Farbunterscheidung



Abb. 8.6: Kantenerkennung

In Abbildung 8.5 ist das in der ersten Stufe verarbeitete Bild zu erkennen, das durch Farbkontrastunterscheidung erstellt wird. Dazu wird das Bild auf den gezeigten Bereich zugeschnitten und es werden alle zu einem blauen Farbspektrum gehörenden Flächen erkannt. Es ist darauf zu achten, dass Reflexionen auf einem sauberen Gurt durch einen blauen Himmel nicht zu dem erwarteten Spektrum zählen, da es sonst zu Fehlmessungen kommen kann. Um einzelne Pixelfehler aus dem Kamerabild nicht zu berücksichtigen, wird auf das so bearbeitete Bild ein Gauß-scher Weichzeichner im Radius von drei Pixeln angewendet.

Ausgehend von dem so vorbereiteten Bild wird eine Kantenerkennung durchgeführt, die in Abbildung 8.6 zu erkennen ist. Daraus folgt eine deutliche Reduzierung von Messfehlern an der Gurtkante. Die entstehende Kante in der Bildverarbeitung wird in Querrichtung gemittelt. Die Pixelmesswerte werden durch Vergleich mit Handmessungen von einem bekannten Bezugspunkt aus kalibriert. Es lassen sich Messgenauigkeiten im Bereich 0,2 - 0,5 mm erzielen.

### 8.3 Versuchsprogramm

An der Versuchsförderanlage wurden die folgenden Experimente durchgeführt, um den Einfluss der Tragrollenausrichtung auf das Gurtlaufverhalten zu untersuchen. Dabei wurden alle Versuche mit gleichbleibender Vorspannung von 2 kN und einer Gurtvorschubgeschwindigkeit von 1 m/s durchgeführt.

1. Referenzmessungen zur Analyse der fertigungs- und montagebedingten Gurteigenverformung mit zwölf Umläufen des Fördergurtes: Alle Tragrollen bleiben dabei in Ausgangsstellung. Es wird kein zusätzlicher Schiefelauf erzeugt.
2. Messungen zur Lenkwirkung von verdrehten Tragrollenstühlen: Dabei wird der 5. Tragrollenstuhl verdreht, um das Lenkverhalten der Tragrollenstation in Bezug auf die maximal erreichbare Lenkwirkung und die entstehende Verformung des Gurtes zu analysieren. Der Tragrollenstuhl wird dabei in Schritten von  $0^\circ$  bis  $10^\circ$  um die vertikale Achse verdreht. Für jeden Winkel wird die seitliche Position des Gurtes bei einem Gurtvorschub von 150 m bzw. ca. 5 Umläufen des Gurtes gemessen.
3. Messungen zum Verdrehen von Tragrollenstationen entlang der Anlage: Dazu werden fortschreitend Tragrollenstationen einzeln um  $4^\circ$  um die vertikale Achse verdreht. Die Verformung des Gurtes in Abhängigkeit der Störposition in der Anlage wird ermittelt.
4. Ermittlung der Lenkwirkung des auf Sturz Stellens von Tragrollenstationen: Der Fördergurt wird durch Verstellen der Umlenktrommel um 50 mm seitlich ausgelenkt. Die 10. Tragrollenstation wird dabei auf Sturz gestellt und die relative Lenkwirkung an Kamera Nr. 3 ermittelt.
5. Messung der Lenkwirkung bei seitlicher Verschiebung von Tragrollenstationen: Dazu wird die fünfte Tragrollenstation schrittweise um 10 mm, 20 mm und 30 mm rechtwinklig zur Gurtlaufrichtung verschoben. Die entstehende Verformung des Gurtes entlang der Anlage wird ausgewertet.

### 8.4 Messungen an der Versuchsanlage

An der Versuchsanlage werden Messungen durchgeführt, um die Haupteinflüsse auf den Gurt aus den Tragrollen zu ermitteln. Dabei werden zunächst Referenzmessungen benötigt, um die Einflüsse aus Verdrehung, auf Sturz Stellen und Verschiebungen von Tragrollenstationen vergleichen zu können.

#### 8.4.1 Geradeauslauf des Gurtes - Referenzmessung

Bevor der Einfluss von äußeren Störungen auf den Gurtlauf untersucht werden kann, müssen der Einfluss der Gurteigenverformung durch Fertigungsabweichungen und der Gurtverbindung



untersucht werden. Dazu wird der Gurtförderer bestmöglich eingerichtet, sodass der Gurt möglichst in der Mitte liegt. Anschließend wird über einen längeren Zeitraum die Bewegung an den Kameras 1-5 sowie am Laser an der Kopftrommel aufgenommen und ausgewertet. In Abbildung 8.7 ist die Bewegung des Gurtes an allen Messstellen in Abhängigkeit des Vorschubs dargestellt.

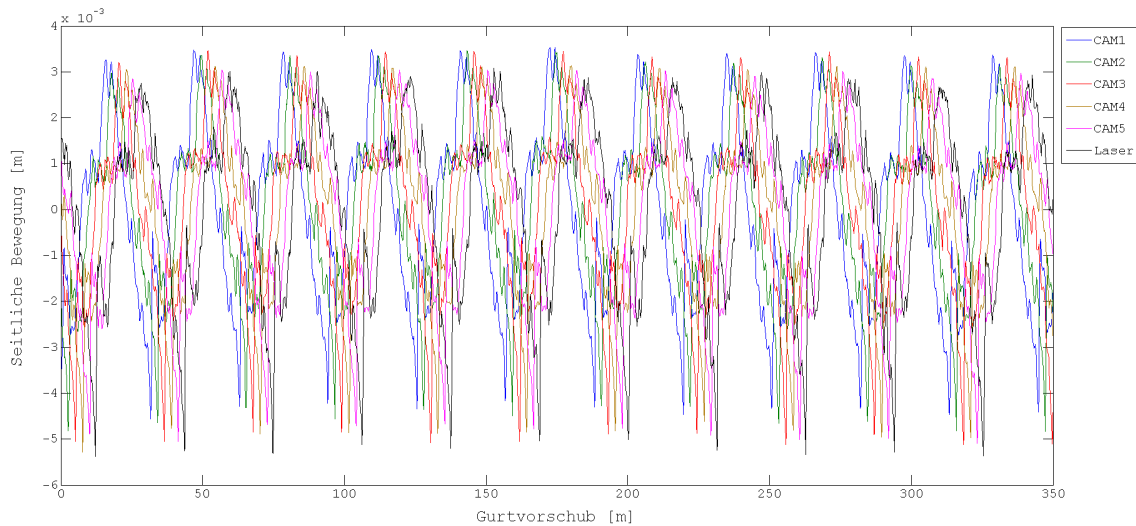


Abb. 8.7: Messung der Gurtbewegung auf 350 m Vorschub ohne Störung

Es ist gut zu erkennen, dass der Gurt an allen Messpunkten eine sehr ähnliche periodische Bewegung ausführt. Diese ist im Zeitraum nur periodisch, wenn mit gleichbleibender Messfrequenz abgetastet wird. Da dies aufgrund des Messprinzips mit mehreren Computern nicht sichergestellt ist, müssen die Kurven wie in Abbildung 8.7 in den Ortsraum überführt werden. Die Periodendauer entspricht der Gurtlänge mit Berücksichtigung der elastischen Dehnung durch die Vorspannung. Die laterale Schwankung des Gurtes beträgt in den Extremwerten ca. -5,5 mm bis 3,5 mm und entspricht damit 9 mm in Summe. Es muss davon ausgegangen werden, dass die Spitzen der Bewegung nur eingeschränkt erfasst werden. Zwar ist die Bedingung des Shannontheorems bei einer Gurtgeschwindigkeit von 1 m/s und einer Abtastfrequenz von 3 - 5 Hz für die Grundschwingung immer erfüllt, die höherfrequenten Anteile an der Verbindung werden aber nur unvollständig erfasst.

Da die Kameras in Bewegungsrichtung angefangen bei der Umlenktrommel durchnummeriert sind, kann insbesondere aus Abbildung 8.8 entnommen werden, wie sich der Gurt fortbewegt, da die Gurtverbindung immer nach 2,5 m Kameraabstand eine identische Verformung an den Messstellen erzeugt.

In Abbildung 8.9 ist dargestellt, wie der Gurt sich über seiner Länge auf Grund von Fertigungsungenauigkeiten und Gurtverbindung verformt. Die Grundbewegung des Gurtes kann als Dreiecksform bezeichnet werden, die sich wiederum mit einem Sinus annähern lässt. Die

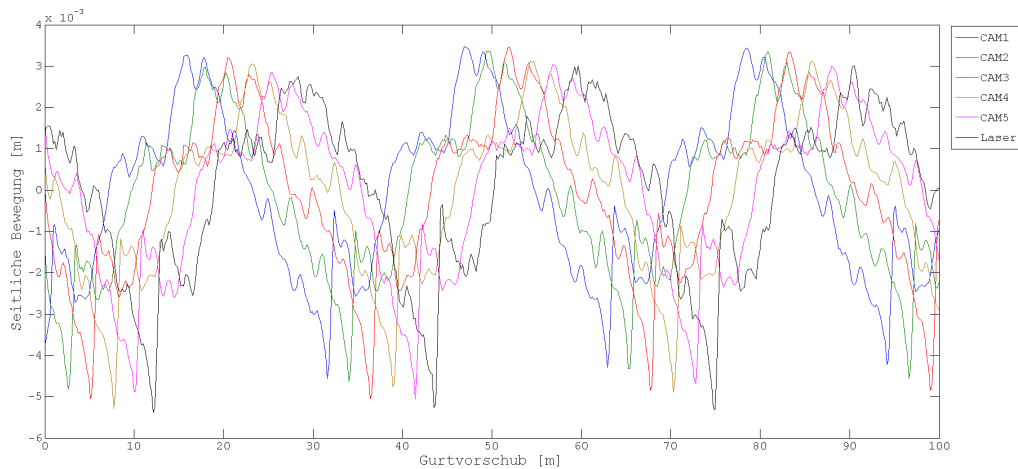


Abb. 8.8: Drei Perioden der Gurtbewegung in Abhängigkeit des Ortes

Grundschiwingung wird dabei von einem Winkelversatz in der Gurtverbindung erzeugt. Die Gurtverbindung kann sehr leicht im Minimum der Grundschiwingung mit einem sehr starken Anstieg identifiziert werden.

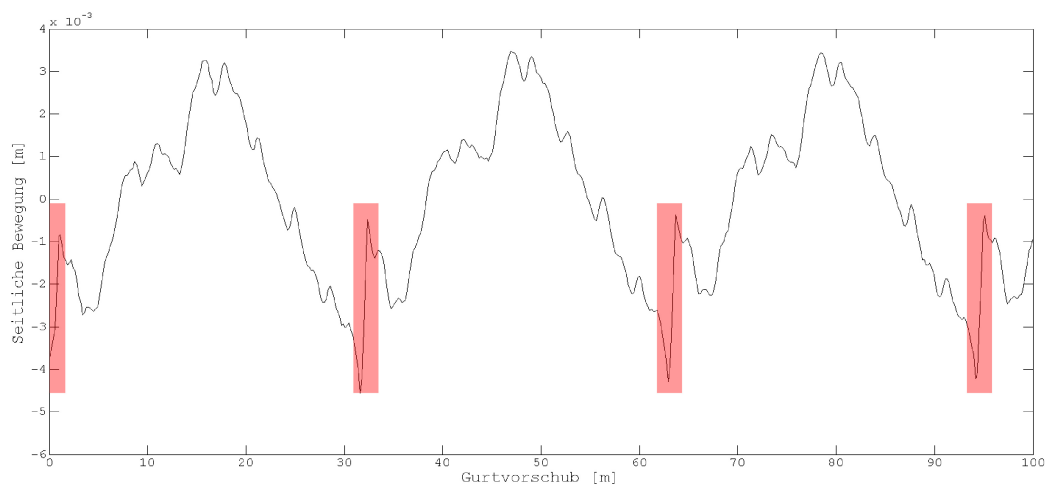


Abb. 8.9: Die Fertigungsverformung als Bewegung des Gurtes bei Kamera 1.  
Die Gurtverbindung ist rot markiert.

Zwar wurde bei der Herstellung der Verbindung mit großer Sorgfalt vorgegangen, aber für einen Winkelversatz kommen mehrere Ursachen in Frage, die sich nicht komplett ausschließen lassen. Die drei Hauptursachen, die in dieser Anlage auftreten können, sind eine verzogene Textilmatrix durch das Abledern, eine nicht bündige Ausrichtung an der Gurtmittelachse und eine in Teilen nicht stoßparallele Klebestelle des winkligen Überlappungsbereiches. Der wahrscheinlichste Grund ergibt sich aus einem bekannten Fertigungsfehler des Gurtes, bei

dem das eine Ende 5 mm breiter ist als das andere Ende. Es ist nicht bekannt, woher der Unterschied kommt. Mangels Informationen, welche Seite des Gurtes gerade ist und welche konisch zulaufend, wurde die Verbindung genau in der Mitte angelegt. Da der Sensor die Gurtkante erfasst, kommt es hier immer zu einem Sprung von 2,5 mm. Dies erklärt teilweise den starken Anstieg in der Verbindung.

In Abbildung 8.10 ist der Breitenunterschied dargestellt.



Abb. 8.10: Seitlicher Versatz an der Fügestelle durch unterschiedlich breite Gurtenden

### 8.4.2 Signalaufbereitung

Aus Fertigungsabweichungen der Gurtverbindung resultiert eine Verformung des Gurtes. Diese ist zwar im Vergleich mit kommerziell genutzten Anlagen als gering zu betrachten, jedoch liegt der zu erwartende Schiefelauf bei einer Störung im Bereich der periodischen Bewegung. Zur Analyse des Schiefelaufs können die Messwerte in ein Trägersignal (Gurteigenverformung) und Informationssignal (erzeugter Schiefelauf) getrennt werden. In vielen Anwendungen können die Signale durch einen Hochpass oder einen Bandpass mit schmalen Frequenzband voneinander getrennt werden. Bei gleicher Frequenz ist dies jedoch nicht möglich. Auch die Anwendung eines gleitenden Mittelwertes über mehrere Perioden kann nicht angewendet werden, da er den Verlauf des Informationssignals in diesem Fall stark beeinflusst. Dies kann man vergleichen mit einer Sprungfunktion als schnelle Signaländerung, die durch einen gleitenden Mittelwert oder einen Tiefpass zu einer asymptotischen Funktion geändert wird.

Das Signal lässt sich nur dann mit akzeptablem Informationsverlust aufbereiten, wenn die Grundschiwingung in großen Teilen eliminiert wird. Da die Grundschiwingung sich während der Messung nur minimal verändert, kann im Additionsverfahren ein großer Anteil entfernt werden. Der Ablauf ist in Abbildung 8.11 dargestellt.

Hierfür wird vorausgesetzt, dass vor Beginn der eigentlichen Messung ein Leerlauf von mindestens drei Perioden Dauer ausgeführt wird. Diese Zeitspanne wird verwendet, um eine Fouriertransformation durchzuführen und das Signal so in Harmonische zu zerlegen, die sich

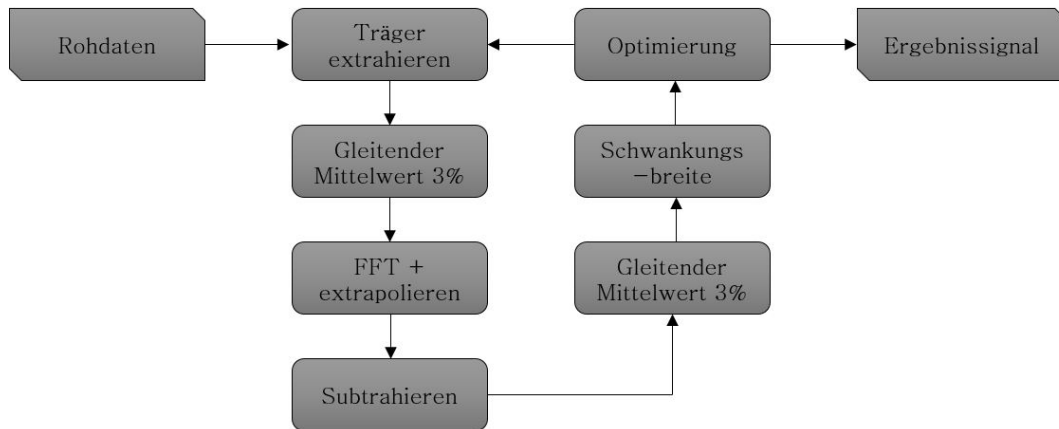


Abb. 8.11: Ablauf der Signalaufbereitung zur Eliminierung der Gurteigenverformung

dann beliebig kombinieren lassen. Dafür wird das Messsignal mit konstanter Schrittweite nachabgetastet und der Anfangsoffset subtrahiert.

Anschließend wird das Signal mit einem gleitenden Mittelwert über ca. 3 % der Periodendauer geglättet, um den Einfluss von Spitzen im Signal zu reduzieren. Auf das geglättete Signal wird eine ungenfensterte FFT angewendet. Anschließend werden die Harmonischen über die Ortskoordinate des Messsignals aufgetragen, um das Kompensationssignal zu erzeugen. Die beiden Signale werden subtrahiert, um das verbesserte Signal zu erhalten. Die Periodenlänge kann nicht aus der Schwingung ermittelt werden, da nur drei Perioden verwendet werden. Die Periodendauer, die der Gurtlänge entspricht, muss also abgeschätzt werden. Um den Schätzwert zu verbessern, wird ein Minimalwertoptimierungsalgorithmus verwendet, der die Schwankungsbreite des Endsignals am Ende der Messung analysiert.

Hierfür wird vorausgesetzt, dass vor Beginn der eigentlichen Messung ein Leerlauf von mindestens drei Perioden Dauer ausgeführt wird. Diese Zeitspanne wird verwendet, um eine Fouriertransformation durchzuführen und das Signal so in harmonische Signale zu zerlegen, die sich dann beliebig kombinieren lassen. Dafür wird das Messsignal mit konstanter Schrittweite nachabgetastet und der Anfangsoffset subtrahiert. Anschließend wird das Signal mit einem gleitenden Mittelwert über ca. 3 % der Periodendauer geglättet, um den Einfluss von Spitzen im Signal zu reduzieren. Auf das geglättete Signal wird eine ungenfensterte FFT angewendet. Die harmonischen Signale werden über die Ortskoordinate des Messsignals aufgetragen, um das Kompensationssignal zu erzeugen. Die beiden Signale werden subtrahiert, um das verbesserte Signal zu erhalten. Die Periodenlänge kann nicht aus der Schwingung ermittelt werden, da nur drei Perioden verwendet werden. Die Periodendauer, die der Gurtlänge entspricht, muss also abgeschätzt werden. Um den Schätzwert zu verbessern, wird ein Minimalwertoptimierungsalgorithmus verwendet, der die Schwankungsbreite des Endsignals am Ende der Messung analysiert.

Die Analyse ist unbedingt am Ende durchzuführen, da sich Unterschiede in der Gurtlänge von wenigen Millimetern nach Umlauf von mehr als 100 Gurtlängen zu einer Phasenverschiebung im Bereich von Metern addieren können. Dadurch kann eine zusätzliche Schwingung in das Endsignal eingebracht werden, die die Störung des Rohsignals übersteigen kann. In Abbildung 8.12 sind das Rohsignal, das Träger- oder Kompensationssignal und der tatsächliche durch Störung erzeugte Gurtschieflauf dargestellt.

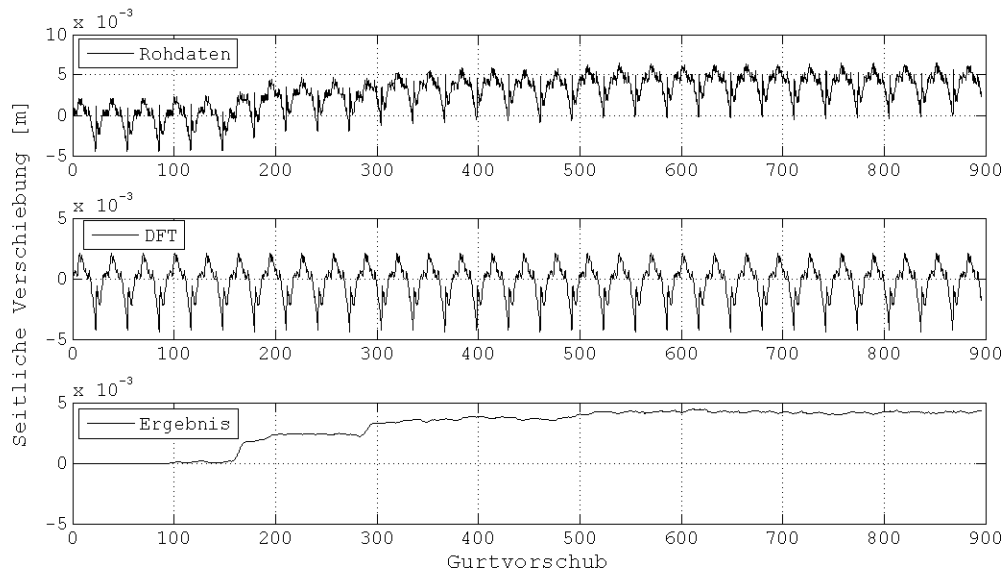


Abb. 8.12: Aufbereitung der Messwerte zur Darstellung kleiner Veränderungen innerhalb einer Periode unter Ausnutzung von drei Referenzperiodendauern am Anfang des Signals. Das Signal bildet den Schieflauf von Winkelsteigerungen der Verdrehung an Tragrollenstation 5 um  $0 - 10^\circ$  in  $2^\circ$  Schritten alle 150 m ab.

Ist das Optimum gefunden, wird die Kompensation mit gleicher Gurtlänge auf alle Rohsignale angewendet. Dieses Vorgehen muss für jede Messung wiederholt werden, da Unterschiede in der Gurtspannung durch Temperatureinfluss zu einem Unterschied der Gurtlänge führen. Das Endsignal lässt sich jetzt durch einen gleitenden Mittelwert kurzer Betrachtungslänge von 10% der Periodendauer glätten, ohne die Amplitudeninformation zu stark zu verändern.

### 8.4.3 Verdrehung von Tragrollenstationen

Der größte Einfluss auf die Gurtlenkung entsteht, wenn die Tragrollenstation um die vertikale Achse gedreht wird. Die Tragrollen bewegen dann den Gurt bei Reibschluss nicht mehr in die Förderrichtung, sondern in einem Winkel zur Förderachse. Da ein steigender Winkel der Tragrollenstation zwischen Gurt und Bewegungsrichtung zu größeren Kräften führt und ab einem bestimmten Wert die Reibkraft überschritten wird, kann davon ausgegangen werden, dass der Lenkeinfluss mit steigendem Winkel abnimmt.

In Abbildung 8.13 ist das Ergebnis der Gurtbewegung dargestellt, wenn die fünfte Tragrollenstation im Winkel verstellt wird. Dabei wird der Winkel stufenweise von  $0 - 6^\circ$  verändert, wenn der Gurt eine Strecke von 150 m zurückgelegt hat. Dies entspricht ca. fünf Perioden. Um die Veränderungen besser bewerten zu können, wird die in Abschnitt 8.4.2 vorgestellte Signalaufbereitung genutzt.

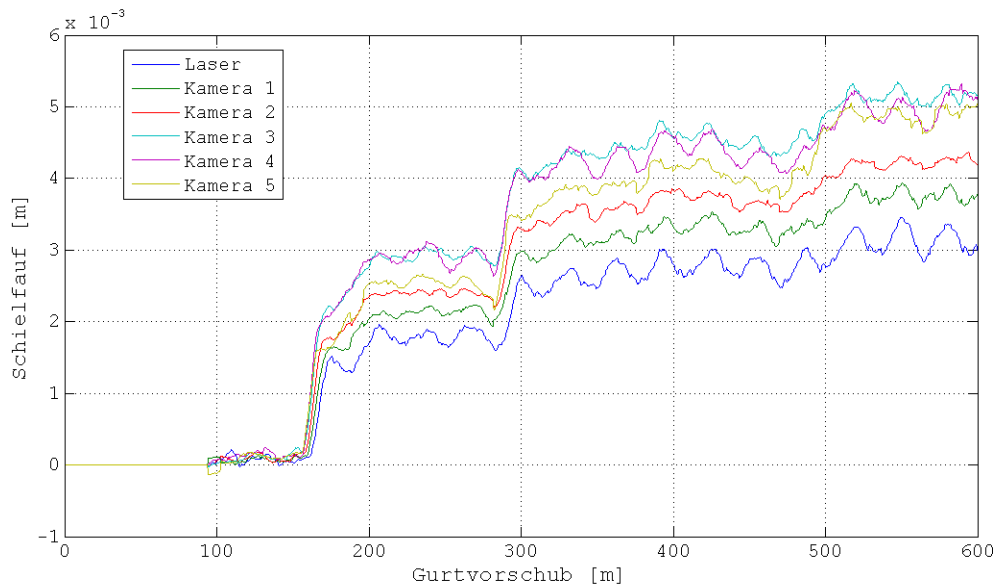


Abb. 8.13: Schiefelauf an verschiedenen Positionen der Gurtförderanlage als Reaktion auf die jeweils nach 150 m Vorschub steigende Verdrehung der fünften Tragrollenstation um  $2^\circ$  auf  $0, 2, 4, 6^\circ$  um die z-Achse

Gut zu erkennen ist der Unterschied zwischen  $0$  und  $2^\circ$ , beginnend bei einem Gurtvorschub von 150 m. Der Gurt bewegt sich innerhalb weniger Umläufe in eine neue Position. Auffällig dabei ist aber, dass er sich nicht gleichmäßig bewegt. Die seitliche Bewegung beginnt im Bereich der Kameras 3, 4 und 5. Die Kamera 2 erfasst den Schiefelauf deutlich später. In gleichem zeitlichen Abstand wird die Bewegung jeweils auch an Kamera 1 und des Lasers am Antrieb erfasst. Aufgrund dieses zeitlichen Unterschiedes kann davon ausgegangen werden, dass der Gurt eine wellenförmige Bewegung vollzieht, die sich durch die Anlage fortsetzt. Die Distanz der seitlichen Bewegung ist nicht gleichmäßig über die Länge des Gurtes verteilt. Die zweite Verstellstufe bei 290 m von  $2^\circ$  auf  $4^\circ$  ist ebenfalls noch gut zu erkennen, wenn auch deutlich kleiner als die Bewegung von  $0$  auf  $2^\circ$ . Die Veränderungen von  $4^\circ$  auf  $6^\circ$  bei 350 m sind sehr klein und nur noch schwer zu erkennen. Die Unterschiede an den Kameras 3 bis 5 sind jedoch ausreichend groß. Der Unterschied am Laser ist am geringsten.

Um den Messfehler in einzelnen Messungen zu minimieren, wird der stationäre Endwert des Schiefelaufs aus zehn Messungen für den Winkelbereich von  $0 - 10^\circ$  ausgewertet. In Abbildung 8.14 sind die Ergebnisse dargestellt. Die Anfangsposition wird für die Auswertung als mittig

angenommen, sodass nur die Änderungen der seitlichen Position ausgewertet werden.

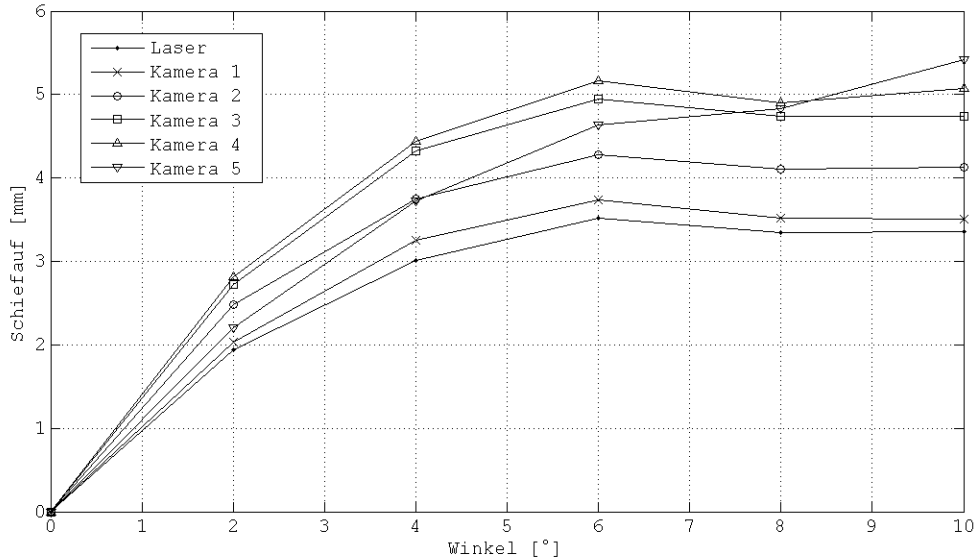


Abb. 8.14: Vergleich des relativen Schieflaufs in Abhängigkeit des Anstellwinkels der fünften Tragrollenstation nach [129]

Aus den Ergebnissen kann entnommen werden, dass bei ca.  $6^\circ$  kein nennenswerter Schieflauf mehr entsteht. Die zusätzliche Lenkwirkung wird komplett von der Selbstzentrierung aufgenommen. Nur an Kamera fünf kann eine Änderung festgestellt werden. Diese ist auch in Abbildung 8.13 zu sehen. Es wird davon ausgegangen, dass die erhöhten Kräfte nur noch lokal zu Veränderungen führen, die globale Ausrichtung aber nicht mehr veränderlich ist.

Aus dem Vergleich der Messdaten lassen sich allgemeine Zusammenhänge für die Versuchsanordnung ableiten:

1. Die Verformung des Gurtes pflanzt sich mit der Bewegung des Gurtes durch die Anlage fort. Weiter hinten liegende Messstellen registrieren einen Schieflauf deutlich verzögert.
2. Der Schieflauf steigt nicht linear mit dem Verstellwinkel an, da eine Zentrierung auf den Gurt durch die ballige Antriebstrommel und Massenselbstzentrierung wirkt.
3. Der maximale Schieflauf entsteht an den Kameras 3, 4, 5. Er nimmt relativ gleichmäßig in Richtung Antrieb ab.

In Abbildung 8.15 sind die Daten aus Abbildung 8.14 für die einzelnen Verstellwinkel über der Ausdehnung der Anlage dargestellt. Es ist zu erkennen, dass der maximale Schieflauf bei ca. 5 m entsteht. Auch die These aus Punkt 3 lässt sich so bestätigen. Die relative Verformung innerhalb eines Winkels ändert sich im Winkelbereich 2 -  $6^\circ$  nur minimal.

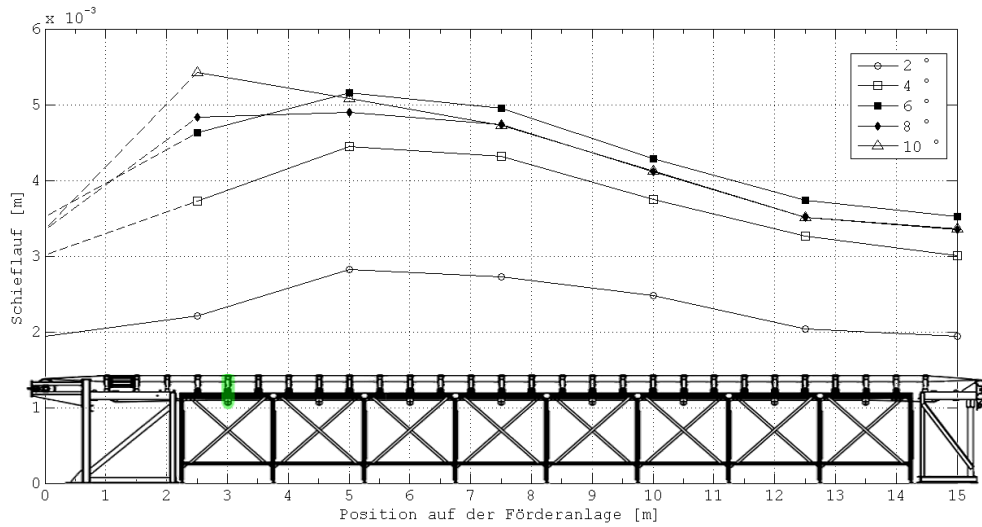


Abb. 8.15: Relativer Schiefelauf des Gurtes über der Ausdehnung der Förderanlage für die angegebenen Verstellwinkel von 2 - 10° nach [129]

Um einen direkten Vergleich der Winkelvariationen hinsichtlich des Verformungsverhaltens führen zu können, wird die Verschiebung an der Antriebstrommel jeweils von den Messergebnissen abgezogen. Das Ergebnis ist in Abbildung 8.16 dargestellt.

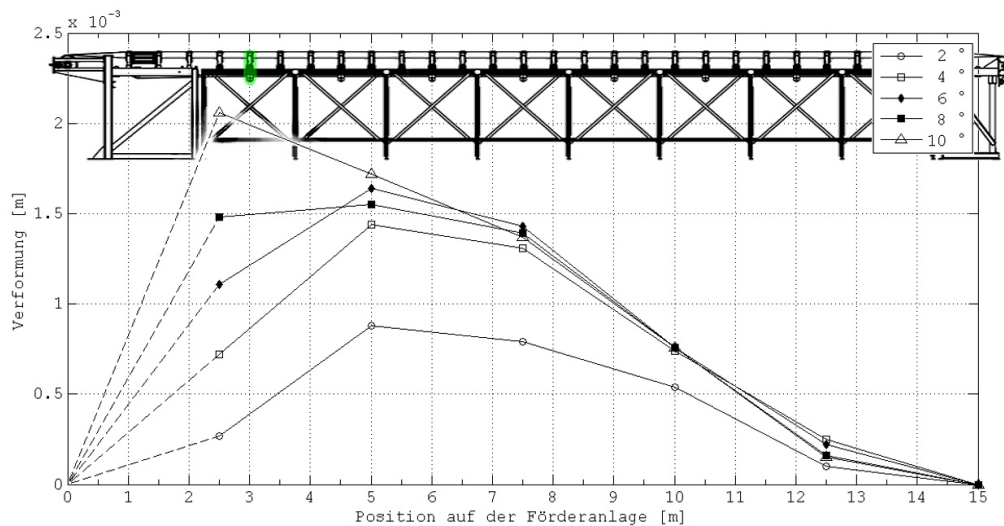


Abb. 8.16: Verformung des Fördergurtes über der Länge des Gurtförderers in Abhängigkeit des Verdrehwinkels der Tragrollenstation nach [129]

Bei größeren Winkeln verändern sich insbesondere die vorderen Bereiche der Förderstrecke. Es muss beachtet werden, dass durch sehr große Verstellwinkel das Anlagendesign geändert wird, da eine Einschnürung des Gurtes im Bereich der verdrehten Tragrollenstation entsteht.



Diese Einschnürung entlastet die umliegenden Seitenträgrollen, wodurch die übertragbaren Reibkräfte an den anderen Tragrollen sinken, während sie an der Verstelltragrollenstation steigen. Dies führt zu einem erhöhten Schlupf an den umliegenden Tragrollen, wodurch die Lenkwirkung nur lokal steigt.

Da im Untertrum keinerlei Lenkwirkung vorhanden ist und der Gurt so eingestellt ist, dass die Gurtposition vom Antrieb zur Umlenktrummel weitergegeben wird, kann der Ablaufpunkt von der Gurttrummel anhand des Auflaufpunktes angenommen werden. Dies ist in der Abbildung 8.15 als gestrichelte Linie dargestellt.

Im Vergleich ist zu erkennen, dass die Verformung gleichmäßig zunimmt, wenn der Winkelbereich von  $2 - 6^\circ$  betrachtet wird. Bei größeren Winkeln setzt der oben beschriebene Effekt ein, wodurch die Gurtverformung nicht mehr gleichmäßig erfolgt. Charakteristisch für die Gurtverformung ist, dass das Maximum nicht am Ort der Verstellung der Tragrolle eintritt, sondern leicht in Förderrichtung versetzt. Dies ist mit der Gurtsteifigkeit und der Bewegungsrichtung zu begründen. Der Gurt kann aufgrund der Biegesteifigkeit nicht scharf abknicken. Da sich der Schieflauf nur in Förderrichtung ausbreitet, ist die Verformung in Gegenrichtung geringer.

#### 8.4.4 Verdrehte Tragrollen entlang der Anlage

Auffällig ist, dass die Lenkwirkung der Tragrollen immer hinter der verstellten Tragrolle ihr Maximum erreicht. Zur Überprüfung dieses Sachverhaltes werden Tragrollenstationen entlang des Förderers um  $4^\circ$  verdreht und die relative Lenkwirkung verglichen. Wenn die Wirkung über der Ausdehnung der Anlage dargestellt wird, ergibt sich daraus Abbildung 8.17.

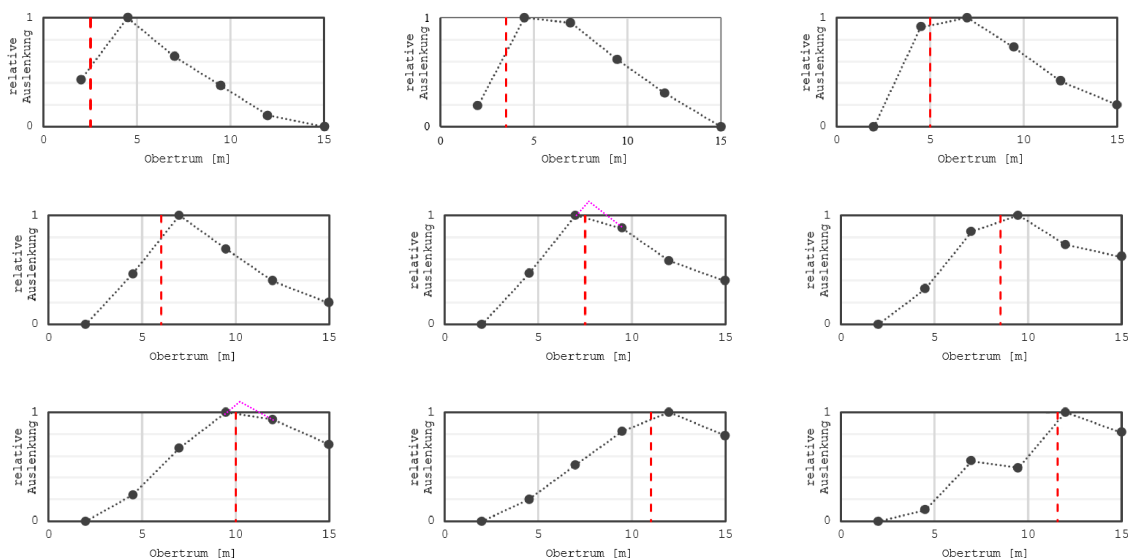


Abb. 8.17: Darstellung der relativen Lenkwirkung auf den Gurt über der Förderanlage beim Verdrehen der rot markierten Tragrollenstation nach [95]. Die magentafarbene Linie zeigt die angenommene Verformung.

Der Verlauf der Gurtverformung über der Länge der Förderanlage zeigt hinter der Tragrolle jeweils ein Maximum und nimmt zu den Enden jeweils ab. In zwei Teilabbildungen zeigt sich dies jedoch nur in dem angenommenen Verlauf. Dies entsteht durch die Messstellen in einem Abstand von 2,5 m. Das Maximum liegt zwar hinter der Messstelle, die Verformung hat bis zur nächsten Messstelle jedoch schon wieder abgenommen.

Aus den Ergebnissen resultiert eine allgemeingültige Ableitung des Verformungsverhalten des Gurtes. Es ist klar, dass der Gurt seine maximale Verformung immer in Förderrichtung und in relativer Nähe zur Störstelle zeigt.

#### 8.4.5 Sturzstellen von Tragrollen

Um den Einfluss des auf Sturz Stellen einzelner Tragrollen auf die Lenkwirkung des Gurtes zu berechnen, wird der Gurt durch Schrägstellen der Umlenktrommel so weit nach außen gelenkt, dass der Gurt ca. 50 mm exzentrisch läuft. Die in Abbildung 8.3 dargestellte Tragrollenstation wird um die y-Achse gedreht und so auf Sturz gestellt. Der Drehpunkt befindet sich dabei im Kontaktpunkt zwischen mittlerer Tragrolle und Gurt. In Abbildung 8.18 ist die Abhängigkeit der Zentrierwirkung an Kamera Nr. 3 vom Anstellwinkel der Tragrolle dargestellt.

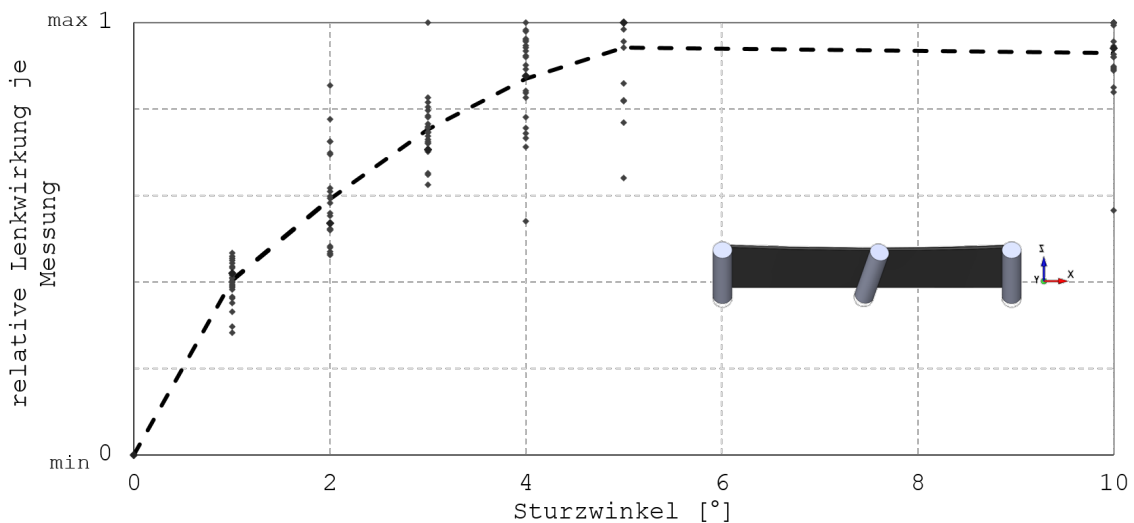


Abb. 8.18: Einfluss des Sturzwinkels an der 10. Tragrollenstation auf die relative Zentrierwirkung [95]

Ausgewertet wird die relative Zentrierwirkung, die sich ergibt, wenn der Mittelwert der Gurtlage am Anfang jeweils vom Mittelwert des Messergebnisses subtrahiert wird. Die Zentrierwirkung zeigt einen degressiven Verlauf in Abhängigkeit vom Anstellwinkel der Tragrollenstation. Dafür kommen drei verschiedene Gründe in Frage:

1. Die Reib- und Normalkräfte verringern sich, wenn die Tragrollenstation nach vorne geneigt wird. Durch die Neigung verändert sich nicht nur der Winkel der Seitenträgrollen

zum Gurt, sondern diese werden auch vom Gurt nach unten wegbewegt. Da so der Muldungswinkel lokal vergrößert wird, sinkt die seitliche Normalkraft des Gurtes, wodurch die übertragbare Reibkraft im gleichen Verhältnis sinkt.

2. Die lokal an der Tragrollenstation auftretenden Zentrierkräfte erreichen ein Maximum und führen zu keiner stärkeren seitlichen Verformung, die dem Schiefelauf entgegen wirkt.
3. Die Haftreibungskraft wird überschritten und der Gleitreibungsbeiwert ist geringer als der Haftreibungsbeiwert. Der Übergang vollzieht sich stetig, beginnend mit Mikroschlupf, aufgrund lokaler elastischer Verformungen in der Laufsicht des Gurtes.

Der maximale Sturzwinkel, der an einer Tragrollenstation einstellbar ist, wird in der Literatur unterschiedlich angegeben. In der DIN 22101 [3] werden Reibwerte bis  $5^\circ$  Sturzwinkel angegeben. GRIMMER [51] gibt Sturzwinkel  $< 4^\circ$  an und in CEMA [1] und „Belt Tracking“ [41] werden Werte von unter  $2^\circ$  empfohlen. Im Wesentlichen lässt sich bei dieser Schwankungsbreite davon ausgehen, dass nicht allen Werten wissenschaftliche Untersuchungen zugrunde liegen. Der Fokus in den genannten Quellen liegt eindeutig auf der entstehenden Reibleistung und auf Bewegungswiderständen der Förderanlage. Die erreichbare Lenkwirkung erscheint zweitrangig.

Mit der Abbildung 8.18 kann jedoch geschlussfolgert werden, dass ein Sturzwinkel zwischen  $3^\circ$  und  $4^\circ$  die besten Ergebnisse erzielen wird. Es ist wahrscheinlich, dass bei größeren Winkeln die Reibleistung und der Verschleiß weiter steigen, die relative Lenkwirkung erreicht jedoch bei  $3,5^\circ$  schon ca. 80 % des Maximalwertes. Eine weitere Erhöhung kann ausgehend von diesen Daten nicht empfohlen werden. Es muss jedoch beachtet werden, dass die Selbstzentrierung an einer Tragrollenstation sehr hohen Schwankungen unterliegt und sich lokal durchaus andere Ergebnisse einstellen können. Daher sollten immer mehrere Tragrollen gleichzeitig auf Sturz gestellt werden.

#### 8.4.6 Seitliche Verschiebung von Tragrollenstationen

Der Einfluss seitlicher Verschiebung von Tragrollenstationen auf den Gurtlauf wird durch die schrittweise Verschiebung der in Abbildung 8.3 dargestellten fünften Station untersucht. Solche Verschiebungen können durch unsachgemäße Montage oder Bandrücken im Tagebau entstehen. Die Verschiebung wird im Bereich von 0 - 30 mm untersucht. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.19 als relative stationäre Endpositionen dargestellt.

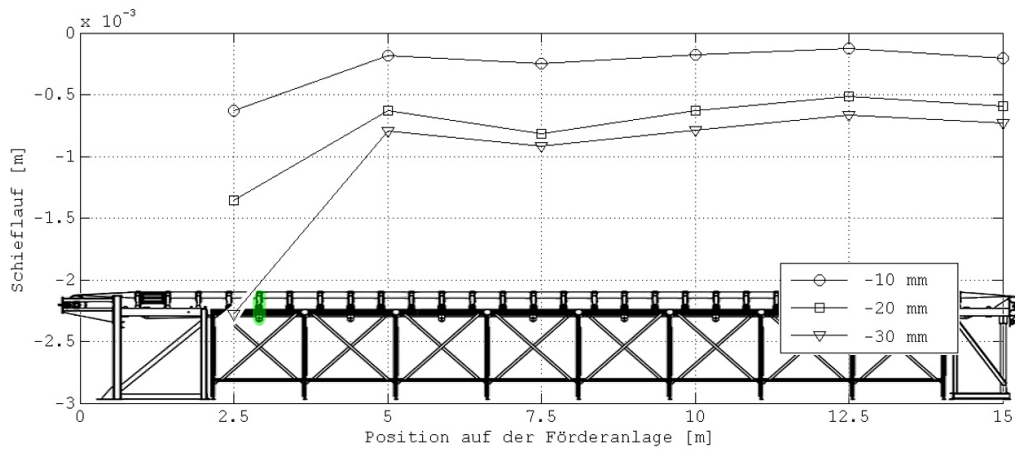


Abb. 8.19: Einfluss der Verschiebung einer Tragrollenstation auf den Gurtlauf nach [129]

Es ist auffällig, dass der Verlauf in Bewegungsrichtung des Gurtes nur sehr schwach ausgeprägt ist und relativ gleichmäßig ist. Ein lokales Maximum befindet sich bei 7,5 m. Das globale Maximum befindet sich entgegen der Bewegungsrichtung. Durch die Verschiebung entsteht eine lokale Verformung des Gurtes. Die Tragrollen in der Nachbarschaft der Vershobenen werden auf der einen Seite entlastet. Der Gurt liegt dann nur noch auf der Vershobenen auf und wird nach oben gedrückt. Der Maximalausschlag ist so nur mit einer unbekanntem Störgröße im vorherigen Abschnitt zu erklären, der durch die Entlastung der Tragrollenstationen drei und vier mehr Lenkwirkung erhält.

Die Hauptlenkeffekte beim seitlichen Verschieben einzelner Tragrollenstationen entstehen demnach nicht durch die Verschiebung und eine seitliche Kraftkomponente. Vielmehr kann geschlussfolgert werden, dass die Tragrollenstationen unterschiedlich belastet werden, da der Gurt mehr auf der Seitentragrolle der verschobenen Station liegt. Dies führt zu einem Abheben des Gurtes an den umliegenden Tragrollen. Tragrollen, die Kontakt mit dem Gurt haben, erfahren so größere Kräfte, wodurch es zu einer verstärkten Lenkwirkung an diesen Tragrollen kommt. Fehlausrichtungen an diesen Stellen wirken sich damit wesentlich stärker aus als die seitliche Verschiebung an sich.

## 8.5 Verifizierung der Messungen

Messungen zum seitlichen Laufverhalten des Gurtes auf Gurtförderanlagen wurden nur sehr selten dokumentiert und veröffentlicht. Aus zwei Arbeiten können Rückschlüsse gezogen werden, zum einen aus der Arbeit von BARFOOD [8] und zum anderen aus den Arbeiten von SCHULZ und FRACKOWIAK / WILLENBERG [44], [110]. Das Ergebnis der Arbeit von BARFOOD ist in Abbildung 8.20 dargestellt.

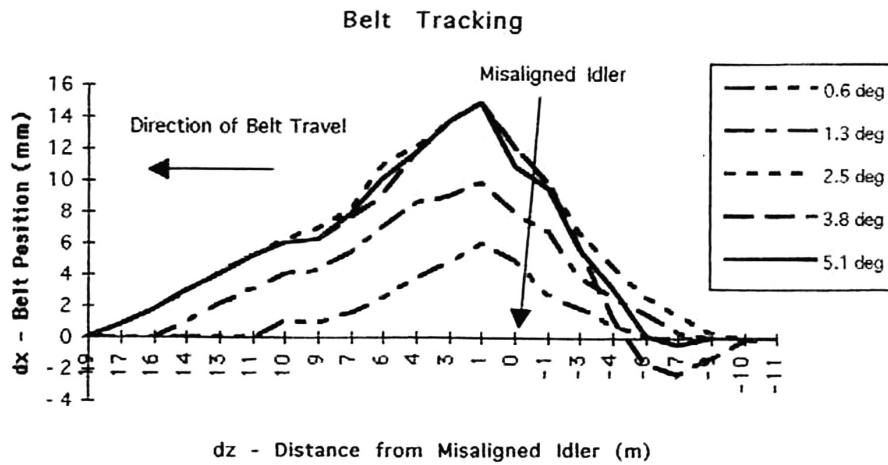


Abb. 8.20: Gurtschieflauf in Folge der Verdrehung einer Tragrollenstation an einer Versuchsanlage in Newcastle, Australien nach BARFOOD [8]

Diese zeigt die Antwort des Gurtes auf die Verdrehung einer Tragrollenstation an der Position 0 auf einer Länge von ca. 37,5 m. Der Autor hat den resultierenden Schieflauf auf verschiedene Winkel miteinander verglichen. Im direkten Vergleich mit den oben gezeigten Messungen aus Abbildung 8.15 wird deutlich, dass der Gurt in der Quelle keine Gesamtkörperverschiebung vollzieht, sondern sich nur verformt.

Es ist zu erkennen, dass sich der Schieflauf asymptotisch einem Maximalwert annähert. Ab ca.  $2,5^\circ$  Verdrehwinkel zeigt sich keine weitere Veränderung am Maximalwert, während jedoch die Steigung der auflaufenden Flanke zunimmt und sogar eine Verformung in den negativen Bereich bei  $-7$  m zu erkennen ist. Die Gurteigenverformung (Belt Tracking Signature) wurde berücksichtigt und aus den Messungen entfernt, indem der Gurt immer in der gleichen Position gemessen wurde. Es wurde nur der unbeladene Gurt untersucht.

Ähnliche Messungen von SCHULZ und FRANKOWIAK sind in Abbildung 8.21 dargestellt. Auch dieser Versuchsaufbau, bei dem die Tragrollenstation LR2 im Winkel verstellt wird, zeigt einen degressiven Verlauf des Schieflaufs mit steigendem Winkel. Es ist jedoch nicht klar, wie mit der Eigenverformung des Gurtes umgegangen wurde. Des Weiteren scheint der Gurt auch im nicht erfassten Untertrum eine Selbstzentrierung zu erfahren, da der seitliche Ablaufpunkt nicht dem Auflaufpunkt entspricht.

Durch Vergleich der Messungen kann geschlossen werden, dass die Ergebnisse der Anlage in Magdeburg trotz ihrer relativ geringen Länge plausibel sind und sich für die Analyse des Gurtschieflaufs eignen. Die geringe Länge führt jedoch zu einer Verschiebung des Gurtes an allen Stellen, während die Anlagen aus Newcastle und Marl eine so große Selbstzentrierung haben, dass sich der Gurtschieflauf nicht über die gesamte Länge der jeweiligen Anlage fortsetzen kann.

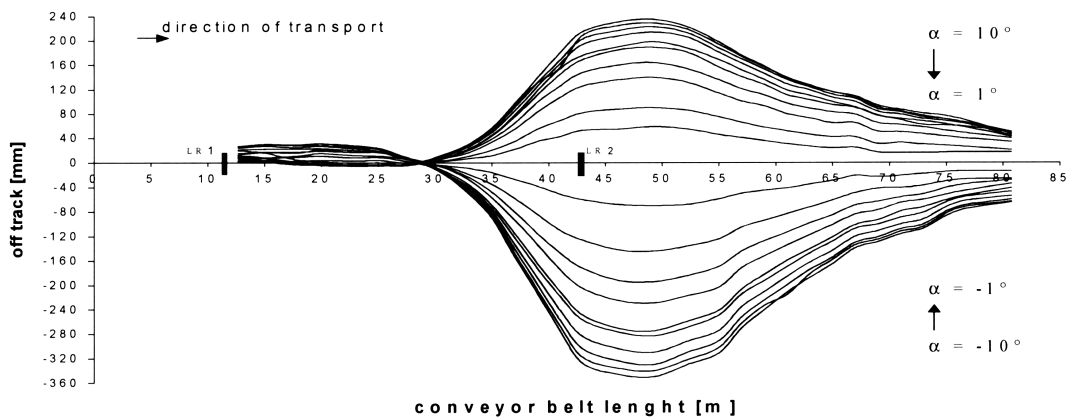


Abb. 8.21: Gurtreaktion auf Tragrollenverstellung an der LR 2 der Versuchsanlage der Zeche Auguste Viktoria in Marl [110]

## 8.6 Simulationen - Einflussanalysen

Um die Versuchsanlage zu modellieren, werden die Einbaupositionen der Gurttrommeln und Tragrollen aus der Konstruktion der Versuchsanlage entsprechend der Tabelle 8.2 übernommen. Die Anlage wird als gerader Balken modelliert. Dies entspricht den Abbildungen 6.1 bis 6.9. Die Verformungen werden analog zum Modell des Flachriemens auf den Balken aufgeprägt und das Gleichungssystem iterativ über dem Gurtvorschub gelöst. In den folgenden Betrachtungen sollen Aussagen darüber getroffen werden, welche Effekte für die Simulation des Gurtschieflaufs wichtig sind und welche vernachlässigt werden können. Abschließend werden die Ergebnisse der Simulation direkt mit den Messungen verglichen, um festzustellen, ob sich die Simulationen validieren lassen.

### 8.6.1 Modellierung der Anlage

Die Anlage wird, wie in Abschnitt 6.2 beschrieben, modelliert. Dabei wird ein Tragrollenabstand im Obertrum von 0,5 m berücksichtigt. An den Kontaktstellen des Gurtes mit den Tragrollen wird eine Winkelveränderung zugelassen, die durch eine Biegung des Gurtes entsteht. Die Abstände zwischen den Tragrollen werden mit Balkenelementen, wie unter Abschnitt 6.3.2 angegeben ist, modelliert. Der Abstand zwischen den Tragrollen im Ober- und Untertrum wird jeweils mit zehn Balkenelementen diskretisiert.

Im Gegensatz zum Modell des Flachriemens wird im Modell des Fördergurtes kein Beulen berücksichtigt, da dieses bei keinem der Versuche offensichtlich beobachtet werden konnte. Da der Fördergurt im Vergleich zum Antriebsriemen nur auf den Tragrollen aufliegt und nicht durch die Gurtvorspannung vertikal angedrückt wird, muss an der Förderanlage die Möglichkeit von Schlupf berücksichtigt werden. An der Antriebs- sowie an der Spanntrommel

kann kein Schlupf auftreten, da der große Umschlingungswinkel sowie die Normalkräfte aus der Vorspannung dies verhindern. Das Gleiche gilt für die Einschnürrollen im Untertrum. Die Antriebstrommel ist im Versuchsaufbau ballig ausgeführt, um immer eine minimale Selbstzentrierung der Anlage gewährleisten zu können. Die Spannrolle hingegen ist zylindrisch, um den Gurtlauf nicht in Nähe der Störstelle zu beeinflussen. Zusätzlich zur balligen Antriebstrommel wirkt die Gurteigenmasse als Selbstzentrierung.

### 8.6.2 Einfaches Selbstzentrierungsmodell

Als einfachstes mathematisches Modell zur Selbstzentrierung wird das in Gleichung (6.81) beschriebene Ersatzmodell in die Simulation implementiert. In Abbildung 8.22 sind die Ergebnisse eines virtuellen Zentrierwinkels dargestellt.

Als konstante Größe wird der virtuelle Zentrierradius mit  $r_z = 20$  m gewählt. Die in Abbildung 8.3 markierte, fünfte Tragrolle wird im Simulationsmodell um  $1^\circ$  verdreht.

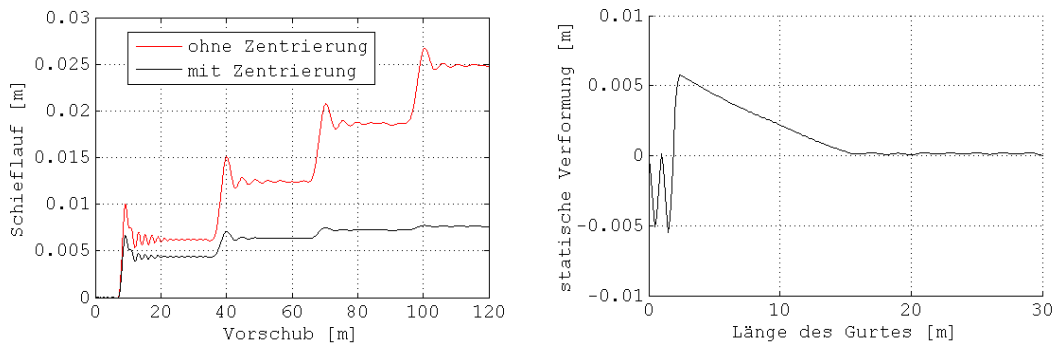


Abb. 8.22: Schieflauf und Verformung bei Benutzung des vereinfachten Zentriermodells

Bei der Verwendung des genannten Zentrierradius kommt es nach drei Umläufen zu einem stationären Endwert des Schieflaufes. Die Verformung ist dabei nahezu linear hinter der verdrehten Tragrollenstation. Weil keine Verformung entgegen des Umlaufs um die Trommel herum gelenkt werden kann, kommt es an der Umlenktrommel zu einer Art einseitigen Einspannung, sodass die verdrehte Tragrollenstation große, alternierende Verformungen erzeugt. Die Zentrierwirkung basiert nicht auf Modellgrößen, die sich aus der Konstruktion oder dem Betrieb der Anlage ableiten. So kann mit dem Ersatzmodell jegliche Zentrierung abgebildet werden. Gleichzeitig muss jedoch darauf geachtet werden, sinnvolle Parameter für das Ersatzmodell zu finden. Da sich diese Parameter nicht von physikalischen Größen ableiten lassen, muss das Modell anhand von Versuchen kalibriert werden. Ähnlich wie bei der DEM-Simulation, bei der sich die Partikelform nicht direkt abbilden lässt, müssen bei direktem Vergleich von Messung und Simulation die Parameter so angepasst werden, dass eine gute und sinnvolle Übereinstimmung erzeugt wird [125].

Der Abgleich muss sehr gewissenhaft durchgeführt werden. Wird die Simulation nur anhand

eines Parameters kalibriert, besteht die Gefahr, dass Verformung oder Maximalwerte des Schiefelaufs nicht korrekt abgebildet werden. Die Fokussierung auf den Abgleich des Betrages des Schiefelaufs an der Antriebstrommel führt dann zu einer unrealistischen Verformung des Gurtes, wenn vergleichend die Verformungen in Abbildung 8.15 betrachtet werden.

### 8.6.3 Zentrierung durch Eigenmasse

Bei Schiefelauf wirkt auf den Gurt eine tangentielle Kraft, die sich aus der Gewichtskraft des Gurtes in Abhängigkeit der seitlichen Position ergibt. Die Abhängigkeit der Kraft von der lateralen Position ist in Gleichung (6.100) angegeben. Die Knotenkraft verursacht dabei eine Biegeverformung, die zu einem Auflaufwinkel an den Tragrollenstationen führt. Die Verformung des Gurtes ist vom Abstand der Tragrollenstationen abhängig. Bei größerem Abstand kann sich der Gurt stärker verformen, wodurch es zu einem größeren Auflaufwinkel und zu erhöhter Lenkwirkung kommt.

In Abbildung 8.23 ist der Schiefelauf in Folge einer Tragrollenverdrehung um  $1^\circ$  dargestellt (vgl. Abbildung 8.3). In der rechten Teilabbildung ist die Verformung dargestellt.

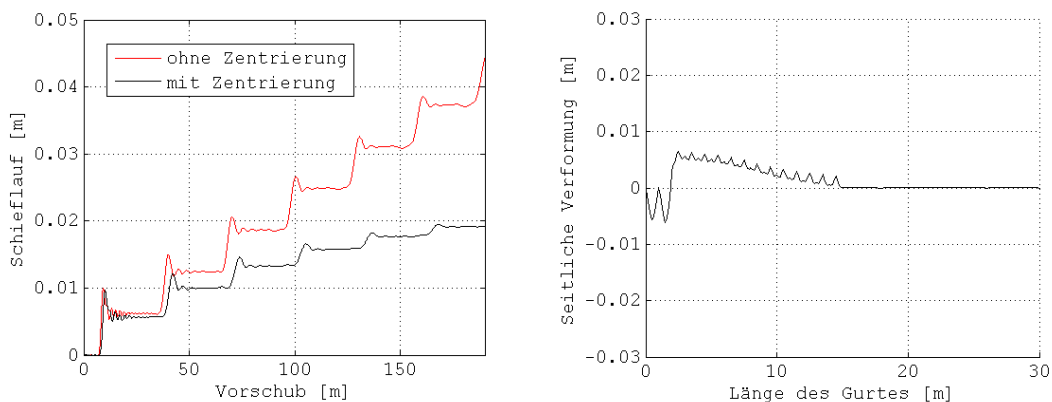


Abb. 8.23: Zentrierung durch seitliche Kräfte aufgrund der Eigenmasse des Gurtes

Es ist gut zu erkennen, dass die Selbstzentrierung in Folge von Eigenmasse zu einer lokalen Verformung des Gurtes zwischen den Tragrollen führt. Diese Verformung führt zu einer Änderung des Auflaufwinkels, wodurch sich die Selbstzentrierung einstellt. Damit unterscheidet sich die Verformung in ihrem Verlauf geringfügig von der in Abbildung 8.22.

### 8.6.4 Selbstzentrierung durch ballige Antriebstrommel

Basierend auf dem Selbstzentrierungsmodell aus Abschnitt 6.7.2 wird für die Antriebstrommel die vorhandene Überhöhung von 2 % der Balligkeit im Vergleich zum Zylinder umgesetzt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 8.24 dargestellt. Dabei werden jeweils Modelle ohne Schlupf an den Tragrollen miteinander verglichen. Da experimentell mehrere Selbstzentrierungseffekte



zusammenwirken, können Untersuchungen der Lenkwirkung einer Antriebsrolle nur in der Simulation durchgeführt werden.

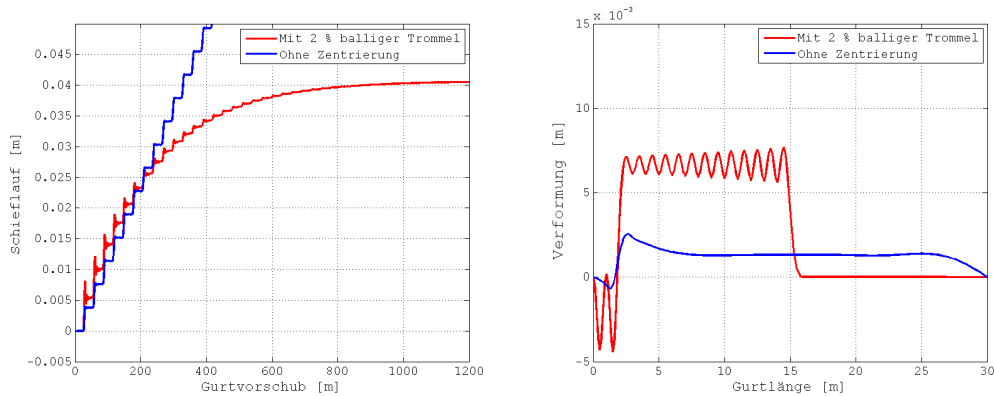


Abb. 8.24: Untersuchung des Einflusses einer balligen Trommel auf den Gurtlauf bei fester Lagerung der Kontaktstellen im Modell ohne Schlupf

Es ist auffällig, dass eine stationäre Lage des Gurtes wesentlich mehr Gurtvorschub benötigt als in den bisherigen Simulationen. Dies ist mit der schwächeren Lenkwirkung zu erklären. Die Lenkwirkung entsteht erst durch eine Auslenkung des Gurtes und wird in Abhängigkeit der seitlichen Position stärker. Das Wirksamwerden der Lenkwirkung hängt damit wesentlich von der Dauer ab, die nötig ist, den Gurt so weit in eine Position außerhalb der Mitte zu bringen, dass die Lenkwirkung groß genug ist. In der rechten Teilabbildung wird deutlich, dass die feste Einspannung wieder zu großen periodischen Verformungen führt. Dies gilt insbesondere für das Erreichen einer stationären Gurtposition, da die Zentrierung hier lokal wie eine Einspannung mit Winkelvorgabe auf den Gurt wirkt.

In Abbildung 8.25 ist der Vergleich für das Modell mit Schlupf an den Tragrollen dargestellt. Der Schlupf wird dabei, wie in Abschnitt 8.6.5 beschrieben, betrachtet, um eine Einflussanalyse der Ergebnisse unabhängig von realen Anlagenparametern zu ermöglichen.

Im Vergleich der Kurven in der linken Teilabbildung wird gezeigt, dass die ballige Trommel zu einer Begrenzung des Schieflaufs führt. Bei Betrachtung der Abbildungen 8.24 und 8.25 zeigt sich, dass bei Berücksichtigung von Schlupf der zu erwartende stationäre Schieflauf deutlich geringer ist als ohne eine Berücksichtigung. In der rechten Teilabbildung ist der Vergleich der Verformungen zu sehen. Es ist erkennbar, dass die in Abbildung 8.24 auftretenden sinusförmigen Verformungen deutlich reduziert sind. Dies kann durch die limitierte Kraft begründet werden, die die Verformung begrenzt. Dies ist plausibel und entspricht den Ergebnissen aus Abschnitt 8.6.5.

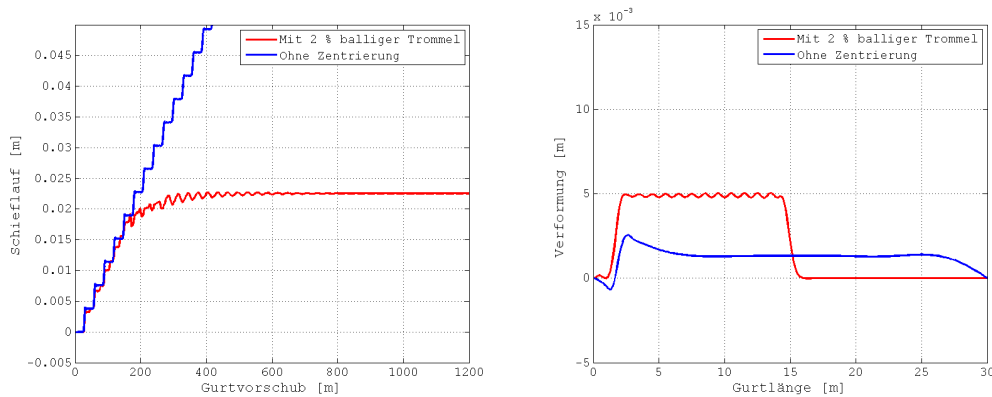


Abb. 8.25: Untersuchung des Einflusses einer balligen Trommel auf den Gurtlauf bei auftretendem Schlupf im Tragrollenkontakt

### 8.6.5 Einfluss der Reibkraftbegrenzung

Ausgehend von dem vorgestellten Berechnungsmodell für Flachriemenantriebe verhält sich das GSV proportional zum Winkel der verstellten Rolle. Wenn innerhalb des Simulationsmodells die seitliche Kraft begrenzt wird, kann der Gurt auf den Tragrollen durchrutschen. Für die Untersuchungen am Flachriemen konnte eine Begrenzung der übertragbaren Kräfte vernachlässigt werden, da die Vorspannkraft den Gurt kraftschlüssig über alle Rollen hält. Für den Gurtförderer gilt dies jedoch nicht. Die Vorspannkraft wirkt im Wesentlichen nur auf die Antriebs- und Umlenktrommeln sowie Einschnürrollen. Der Reibkontakt entsteht nur aus der Schwerkraft von Gurt- und Schüttgutmasse bei einem Reibungsbeiwert  $\mu_r$ .

Um einen quantitativen Vergleich zu ermöglichen, der in dieser Weise nur innerhalb der Simulationsmodelle möglich ist, wird das oben beschriebene Simulationsmodell des Gurtförderers mit fester Lagerung identisch zum Flachbandversuch simuliert. In einer zweiten Simulation werden, um die Unterschiede der Modelle sichtbar zu machen, die auftretenden Reibkräfte des fest gelagerten Modells  $f_{fg}$  pauschal auf 20 % begrenzt.

$$f_h = 0,2f_{fg}. \quad (8.1)$$

Bei Erreichen dieses Wertes wird davon ausgegangen, dass die Gleitreibungskraft bei nur 10 % der maximal möglichen Haftreibungskraft liegt. Dadurch wird ein Stick-Slip-Effekt ermöglicht, bei dem die Haftreibungskraft höher als die Gleitreibungskraft sein muss. Der Gurt wird so vorgespannt und kann von dort einen unbestimmten Betrag zurückgleiten.

$$f_{gg} = 0,1f_h. \quad (8.2)$$

Der Stick-Slip-Effekt lässt sich im Versuch nicht optisch beobachten, aber bei höheren Verdrehwinkeln der Rollen ist deutlich ein Quietschen zu vernehmen. Dieses ist als Hinweis auf

Stick-Slip zu werten. Der Verformungsunterschied ist jedoch dabei nicht so groß, dass er zu einem sichtbaren Abgleiten bei Haftreibungsverlust führt.

Die notwendige Selbstzentrierung eines gemuldeten Gurtförderers wird in dieser Simulation mit der virtuellen Verdrehung der Tragrollenstationen nach Gleichung (6.81) abgebildet. Der Einfachheit halber gilt hier die Selbstzentrierung auch für die Rollen im Untertrum. Als virtueller Drehradius  $r_z$  wurden 20 m gewählt.

Um einen Schiefelauf zu erzeugen, wird eine Tragrollenstation bei 2 m um  $1^\circ$  um die vertikale Achse verdreht. Dieser Parameter wird im Folgenden nicht verändert.

In Abbildung 8.26 ist der entsprechende Vergleich dargestellt. Die blaue Kurve beschreibt jeweils die Simulation, die unendlich große Kräfte an den seitlichen Lagerungen aufnehmen kann, ohne dass der Gurt wegrutscht. Als rote Kurven sind die Simulationsergebnisse dargestellt, die eine Haftreibungsbegrenzung haben.

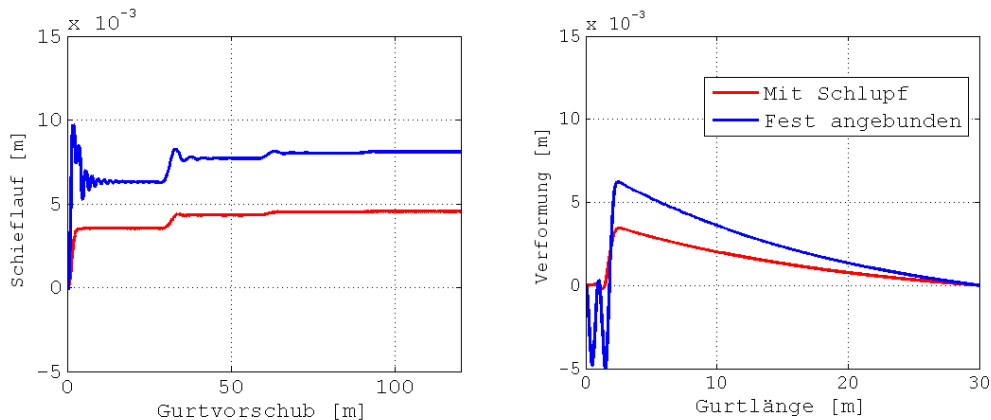


Abb. 8.26: Simulationsergebnisse im relativen Vergleich für den fest eingespannten und den haftreibungskraftbegrenzten Gurt, bei dem Schlupf an den Tragrollen auftreten kann

Im linken Teil der Abbildung ist der Verlauf der Gurtposition bei 3 m dargestellt. Es ist zu erkennen, dass aufgrund geringerer übertragbarer Kräfte ein kleinerer Gurtschieflauf entsteht. Auffällig ist auch, dass beide Simulationen drei bis vier Umläufe benötigen, um einen stationären Zustand zu erreichen. Die Gurtlänge von 30 m ist ebenfalls sehr leicht an den Zwischenplateaus erkennbar, die sich jeweils nach einem Umlauf einstellen. Des Weiteren ist der Verlauf des Gurtes mit Schlupf wesentlich stabiler. Er weist nur sehr geringe Ausschläge über den stationären Wert des jeweiligen Umlaufs auf.

In der rechten Teilabbildung wird die relative Verformung gezeigt. Das bedeutet, dass die globale Verschiebung des Gurtes, die sich an der Umlenkrolle am ersten Knoten festlegen lässt, nach Gleichung 8.3 auf null gesetzt ist, um die Verformungen besser miteinander vergleichen zu können. Dies lässt sich durchführen, indem die translatorischen Freiheitsgrade  $\mathbf{u}_1$  eines jeden

Knotens  $\mathbf{u}^{1\dots 901}$  um die seitliche Verschiebung des ersten Knotens  $\mathbf{u}_1^1$  verschoben werden.

$$\mathbf{u}_1^{1\dots 901} = \mathbf{u}_1^{1\dots 901} - \mathbf{u}_1^1. \quad (8.3)$$

Aus dem Vergleich der beiden Verformungen lässt sich ableiten, dass die Verformung des Modells mit Schlupf eine deutlich geringere Verformung aufweist. Dies resultiert aus den geringeren übertragbaren Kräften. Die geringere Verformung sollte direkt in einer ebenso reduzierten stationären Endlage des Gurtes resultieren. Ein Vergleich der maximal auftretenden Verformungen mit dem jeweils dazugehörigen Endwert der Simulation aus der linken Abbildung ist in der Tabelle 8.3 dargestellt.

Tab. 8.3: Vergleich der Endwerte der vergleichenden Simulationen mit den Endwerten der Verformung und des stationären Schieflaufs bei  $x = 3$  m

	Mit Schlupf [mm]	Feste Lagerung [mm]	relativ [%]
stationärer Endwert	4,56	8,09	56,4
maximale Verformung	3,45	6,22	55,5

Aus den Ergebnissen kann geschlussfolgert werden, dass der maximale Schieflauf in direktem Zusammenhang mit der auftretenden maximalen Verformung des Gurtes steht.

Die zweite wesentliche Erkenntnis, die sich aus der Abbildung 8.26 entnehmen lässt, ist die deutliche Reduzierung der alternierenden Verformung vor dem Maximum. Diese Verformung im fest gelagerten Modell resultiert aus der Randbedingung an der Spanntrommel bei  $x = 0$  m. Die Randbedingung gibt vor, dass der Auf- dem Ablaufwinkel entsprechen muss, da durch die Umschlingung an der Trommel keine Verformung des Gurtes zugelassen wird. Der Gurt folgt hier starr der Abwicklung der Trommeloberfläche. Der Gurt hat demnach exakt die Steigung, die er auch am Ende hat  $y'_0 := y'_{30}$ . Die Randbedingung ist nicht kommutativ  $y'_{30} \neq y'_0$ . Es gibt somit nur eine Beeinflussung des Gurtes in Bewegungsrichtung. Da die  $y$ -Position am Anfang der Randbedingung vorgegeben wird, entsteht eine alternierende Verformung an den folgenden Tragrollen. Für den Gurt mit Schlupf gilt dies nur, bis die maximale Kraft erreicht ist. Damit stellt sich das Modell als fundamentaler Gegensatz zum analytischen Ansatz heraus, der unter anderem von RITZINGER [101], HOFFMAN [65], EGGER [32] [33] [35] [36] [37], SCHULMEISTER [109] und GABMAYER [45] vertreten wird. Hierbei können die Kontaktbedingungen nicht in Abhängigkeit der auftretenden Lasten neu definiert werden. Eine einmal definierte Lagerung wird über der Berechnungsdauer immer als Lagerung angesehen.

### 8.6.6 Einfluss des Vernetzungsgitters

Um den Einfluss des Vernetzungsgitters zu quantifizieren, wird eine Gitterabhängigkeitsstudie durchgeführt, mit dem Ziel herauszufinden, wie sich die Zahl der Elemente zwischen den Tragrollen auf das Endergebnis der Simulation auswirkt. Dazu werden sowohl das Modell

mit fester Anbindung als auch das Modell mit Schlupf aus Abschnitt 8.6.5 unterschiedlich vernetzt und jeweils miteinander verglichen. Es ist zu erwarten, dass eine höhere Knotendichte zu besseren Ergebnissen führt, da der Aufwinkwinkel an den Tragrollen so besser bestimmt werden kann. Aus rechentechnischer Sicht ist es aber besser, nur so viele Knoten einzusetzen, wie notwendig und so wenige wie möglich.

In Abbildung 8.27 sind die Unterschiede vergleichend für das Modell ohne Schlupf am ersten Knoten dargestellt. Die Auswertungen beziehen sich damit auf den Bereich der Umlenktrummel.

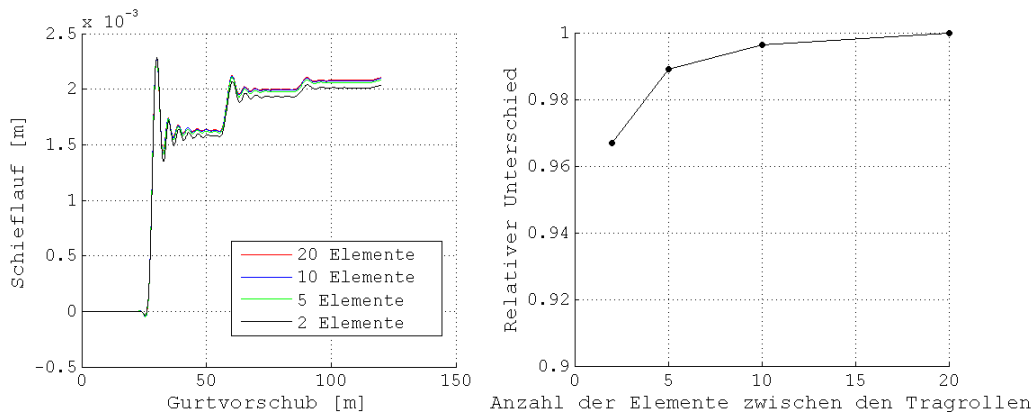


Abb. 8.27: Einfluss der Elementanzahl auf das Berechnungsergebnis für das Modell der fest gelagerten Tragrollenkontakte

Aus den Ergebnissen kann entnommen werden, dass der relative Unterschied bei der Verwendung von mehr als fünf Elementen weniger als 1 % Fehler ausmacht. Dies tritt auf, da die Verformungen sehr klein sind und schon in guter Näherung von einer Ansatzfunktion eines Elementes abgebildet werden können.

In Abbildung 8.28 sind die Ergebnisse für das Modell mit Schlupf dargestellt.

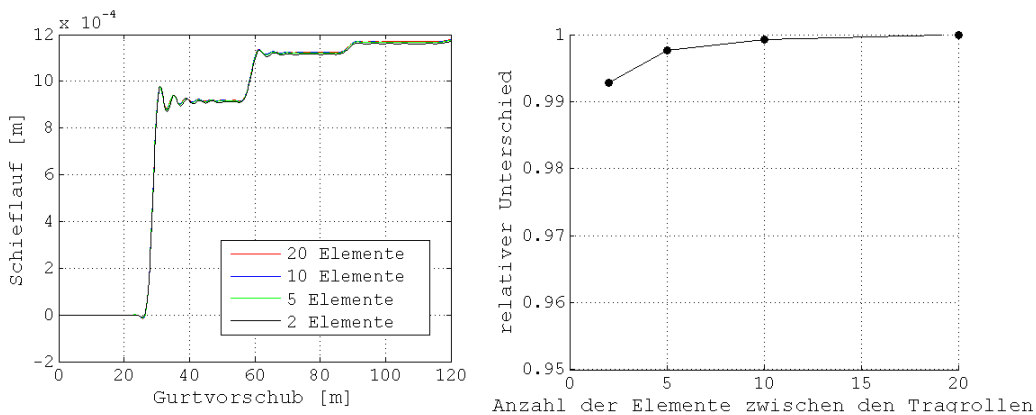


Abb. 8.28: Einfluss der Elementanzahl auf das Berechnungsergebnis unter der Berücksichtigung von Schlupf

Der relative Unterschied zwischen der Minimalforderung mit zwei Elementen und dem Modell mit 20 Elementen zwischen den Tragrollen beträgt 0,7 %. Er ist damit signifikant kleiner als der im oberen Modell. Dies ist insbesondere durch die geringere Verformung des Gurtes zu begründen, die durch den auftretenden Schlupf begrenzt wird. Geringere Verformungen können besser linearisiert von einem Element abgebildet werden.

Aus beiden Untersuchungen kann geschlussfolgert werden, dass drei bis fünf Elemente ausreichen sollten, um den Schieflauf genau genug abzubilden, da erwartet wird, dass der Fehler durch Randbedingungen und Ersatzmodelle wesentlich größer sein sollte. Muss bei der Simulation einer großen Gurtförderanlage die Elementanzahl unter drei reduziert werden, dann sollte darauf geachtet werden, dass Stellen größerer Verformungen, wie sie in der Nähe einer Störung auftreten werden, feiner vernetzt werden.

Die Berechnungszeiten liegen für die hier gezeigte Anlage bei Verwendung eines Laptops im Bereich weniger Minuten. Es ist anzunehmen, dass so auch längere Anlagen auf leistungsstarken Rechnern durchführbar sind und eine Reduzierung der Elementanzahl nicht notwendig ist. Echtzeitfähige Modelle sollten jedoch nicht in MATLAB berechnet werden, da anzunehmen ist, dass in der Behandlung der internen Schleifen Steigerungspotenzial vorhanden ist.

## 8.7 Kontaktschlupf

Der maximal auftretende Gurtschieflauf ist von der Kraft abhängig, die auf den Gurt von einer Tragrollenstation übertragen werden kann. Wenn eine Tragrollenstation um ihre vertikale Achse verdreht wird, entsteht eine Verformung im Gurt. Diese Verformung erzeugt Lagerungskräfte in allen Tragrollenstationen. Überschreiten diese Kräfte einen maximalen Wert, so kann an dieser Station keine größere Kraft auf den Gurt übertragen werden. Daher gilt:

$$|\mathbf{f}_{tr}| \leq |\mathbf{f}_{max}|. \quad (8.4)$$

Je nachdem, wo der Schlupf präsent ist, ändert sich das seitliche Laufverhalten des Gurtes. Angenommen, der Schlupf tritt an der verstellten Tragrolle auf, wird sich der Schieflauf verringern, da die Seitenkraft an dieser Stelle nun limitiert ist. Wenn aber Schlupf an einer anderen Tragrolle auftritt, kann sich dadurch ebenso die Verformung des Gurtes erhöhen, da die der Störung entgegengesetzten Lagerungskräfte der schräg gestellten Tragrolle nicht mehr entgegenwirken.

Da der auftretende Schlupf den Schieflauf signifikant beeinflusst und die maximale Reibkraft (8.4) nicht an der Versuchsanlage ermittelbar ist, muss untersucht werden, wie sich der Schieflauf in Abhängigkeit der maximalen Reibkraft verhält. Hierzu wird entsprechend des Versuchsaufbaus die fünfte Tragrollenstation um  $1^\circ$  verdreht und die maximale Verschiebung des Gurtes nach drei Umläufen ermittelt. Der Schieflauf wird in Abhängigkeit der übertragbaren Kraft ermittelt. Für das Modell wird eine vereinfachte Form der Selbstzentrierung gewählt.

Das relative Laufverhalten wird ausgewertet, der Absolutwert des Schieflaufs ist hier nicht von Interesse.

Wenn die Simulationsergebnisse in Abbildung 8.29 von rechts nach links betrachtet werden, wird ersichtlich, dass es zu einem allmählichen Anstieg des Schieflaufs kommt, wenn Schlupf berücksichtigt wird und die übertragbare Kraft verringert wird. Bei ca. 40 N ist eine Unstetigkeit zu erkennen, die zu einer Verdopplung des Schieflaufs führt. Dieses Verhalten ist mit den oben aufgeführten Vorüberlegungen begründbar. Mit Verringerung der übertragbaren Kraft tritt Schlupf an unterschiedlichen Stellen der Gurtförderanlage auf und verändert damit den Gurtlauf.

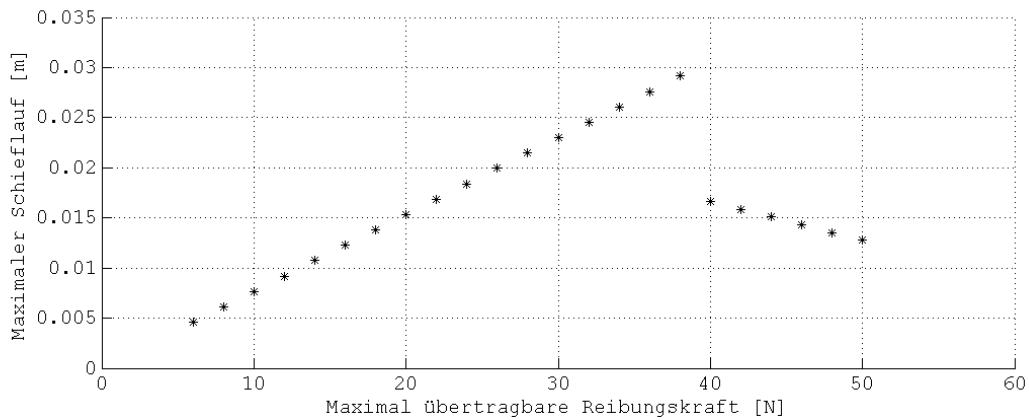


Abb. 8.29: Maximal auftretender Schieflauf für die Verdrehung der fünften Tragrollenstation um  $1^\circ$  in Abhängigkeit der maximal übertragbaren Reibkraft

Die Messungen an der Anlage zeigen aber nur einen degressiven Verlauf des Schieflaufs als Antwort auf die Verdrehung. Es ist nicht zu erwarten, dass plötzlich einsetzender Schlupf an einer Tragrollenstation zu einer doppelten Lenkwirkung der Rolle führt. Eine Steigerung entsprechend des Bereichs 40 N und 50 N wäre aber plausibel erklärbar. Das Schlupfmodell nach Gleichung (8.4) ist demnach als nicht zufriedenstellend zu bewerten, da Systeme mit sprunghaften Eigenschaftsänderungen kein vorhersehbares Verhalten zeigen und so nur äußerst schwierig einzusetzen sind.

Um das Problem zu lösen, wird eine zweistufige Unterteilung des Reibwertes in Haft- und Gleitreibwert entsprechend der Gleichungen (8.2) vorgeschlagen:

$$\text{wenn } |\mathbf{f}_{tra}| \geq |\mathbf{f}_{max}|, \quad (8.5)$$

$$\text{dann } |\mathbf{f}_{tr}| = |\mathbf{f}_{max}| \cdot \eta_s. \quad (8.6)$$

Damit ist sichergestellt, dass der auftretende Gleitreibungsbeiwert um den Faktor  $\eta_s$  gegenüber dem Haftreibungsbeiwert reduziert wird. Des Weiteren soll untersucht werden, inwieweit das Verhalten konsistent ist, wenn die Tragrolle steiler angestellt und gleichzeitig die Kraft

im gleichen Maß erhöht wird. Daher wird in Abbildung 8.30 eine Tragrolle untersucht, die um  $3^\circ$  verdreht ist. Schlupf ist hier nach Auswertung der Messungen an der Versuchsanlage eher zu erwarten.

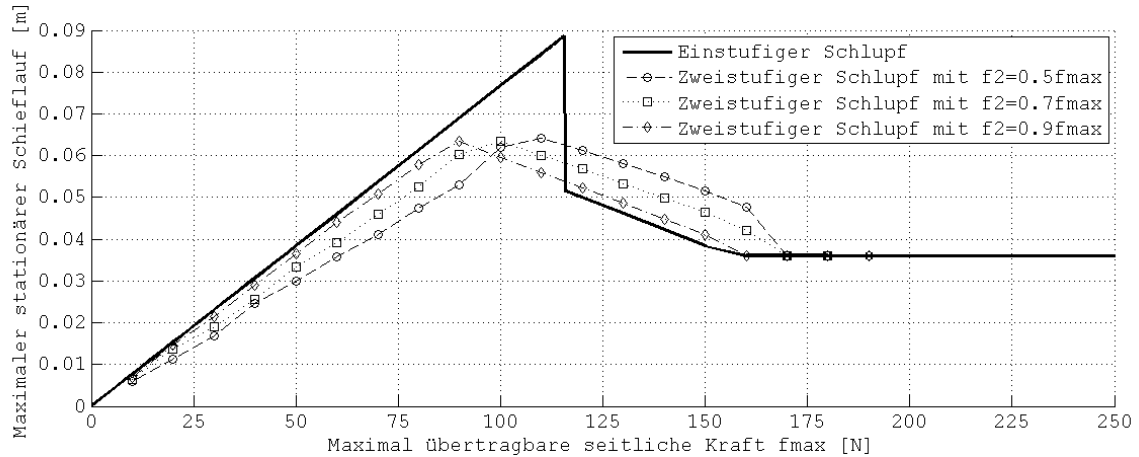


Abb. 8.30: Vergleich der einstufigen Reibung nach Gleichung (8.4) mit einem Haft- und Gleitreibungsmodell nach Gleichung (8.5) und (8.6) bei einem Verdrehwinkel von  $3^\circ$

Aus der Abbildung 8.30 ist erkennbar, dass der Verlauf der einstufigen Reibung dem in der Abbildung 8.29 entspricht, hier jedoch für höhere Kräfte. Ab ca. 160 N Reibkraft steigert sich der Schiefelauf, bis er bei ca. 115 N sprunghaft ansteigt. Der Verlauf der Kombination aus Haft- und Gleitreibung zeigt dieses Verhalten für den Wertebereich von  $0,5 \leq \eta_s \leq 0,9$  nicht. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass der reibungsbehaftete Kontakt zwischen den Tragrollen und dem Gurt zwangsläufig mit Haft- und Gleitreibung ausgeführt werden muss. Außerdem lässt sich feststellen, dass der Wert von  $\eta_s$  keinen signifikanten Einfluss hat und im angegebenen Wertebereich liegen sollte. Auftretende Verspannungen im Gurt werden nur etwas stärker reduziert, wenn kleinere Werte benutzt werden, wodurch es länger dauert, bis die Haftreibungsgrenze erneut überschritten ist.  $\eta_s$  sollte dabei nicht zu klein gewählt werden, da der Gurt zu einem seitlichen Springen neigt, wenn plötzlich die Reibkraft stark abfällt.

## 8.8 Bestimmung der Gurtsteifigkeiten

Wie in Abschnitt 6.6 beschrieben, ist es nicht möglich, die Gurtsteifigkeit analytisch zu berechnen und auf das vereinfachte Simulationsmodell anzuwenden. Eine analytische Abschätzung der Kräfte führt immer zu einer signifikant höheren Steifigkeit. Eine geometrische Randbedingung, wie eine um die z-Achse verdrehte Tragrollenstation, resultiert aufgrund zu hoher Steifigkeiten in unrealistisch hohen y-Kräften an den Tragrollenstationen. Daher ist es notwendig, nachdem die Parameter für Selbstzentrierung bestimmt sind, eine Steifigkeit des Gurtes auszuwählen, die zu realistischen maximalen Kräften im Haftfall ohne Berücksichtigung von Schlupf führt. Die Berücksichtigung von Schlupf in diesem Stadium der Modellparametrierung



würde die auftretenden Kräfte auf die Maximalkraft limitieren.

Eine andere Möglichkeit, die Steifigkeit zu ermitteln, besteht in der Messung von auftretenden Kräften an Tragrollen infolge einer bewusst eingebrachten Störgröße. Hierbei kann z. B. eine Tragrollenstation um die z-Achse verdreht werden und der Verdrehwinkel gesteigert werden, bis die maximale Kraft erreicht ist. Der Winkel mit der Maximalkraft wird dann in die Simulation übernommen und der E-Modul bei bekannter Geometrie so lange angepasst, bis sich in der Simulation die gleiche laterale Kraft einstellt wie in der Messung. Es lässt sich hier daher von einer Kalibrierung der Steifigkeit sprechen. Solange kein Schlupf zugelassen wird, verändern Steifigkeitsänderungen das Simulationsmodell nicht, da die Biegelinie bei vorgegebenen Verformungen an den Lagerpunkten unabhängig von der Steifigkeit ist.

Bei dem beschriebenen Vorgehen ist darauf zu achten, dass Messungen an verschiedenen Tragrollen durchzuführen sind, da der Lenkeinfluss von Tragrolle zu Tragrolle stark schwanken kann. Es ist dann eine Tragrolle mit mittlerer Lenkwirkung auszuwählen. Für die Simulation werden die maximalen Kräfte mit 30 - 50 N im Obertrum und 200 N im Untertrum abgeschätzt. Die Steifigkeit des gemuldeten Gurtes wird mit seinem Flächenträgheitsmoment und einem E-Modul von  $5 \times 10^9$  Pa und  $10 \times 10^9$  Pa für Ober- und Untertrum festgelegt.

## 8.9 Simulation der Versuchsanlage

Bei der Simulation der Versuchsanlage soll ein Laufverhalten entstehen, das dem in Abbildung 8.14 entspricht. Dort ist zu erkennen, dass für kleine Winkel ein nahezu linearer Zusammenhang zwischen Verdrehwinkel und statischer Endposition des Gurtes besteht. Für größere Winkel ( $> 4^\circ$ ) stellt sich ein degressiver und asymptotischer Verlauf ein, da die Selbstzentrierung durch Gurteigenmasse einem Schiefelaufen des Gurtes an gemuldeten Förderanlagen entgegenwirkt.

Die Selbstzentrierung wird dabei entsprechend der Rückstellkräfte durch die Gurteigenmassen berücksichtigt. Die Herleitung der Kräfte ist in Abschnitt 6.7.3 gezeigt. Zusätzlich ist eine ballige Antriebstrommel nach Norm gemäß Abschnitt 6.7.2 berücksichtigt.

Durch Betrachtung der Steifigkeitswerte aus dem Abschnitt 8.8 wird die maximale laterale Kraft auf den Gurt an einer Tragrollenstation auf 25 N festgelegt. Die Kraft an der Versuchsanlage kann im bestehenden Aufbau nicht gemessen werden. 25 N erscheinen sinnvoll, da keine axiale Befestigung der Tragrollenstühle notwendig ist, um den entstehenden seitlichen Kräften entgegenzuwirken.

Aufgrund der oben beschriebenen Betrachtungen ist es notwendig, den Starrkörperschlupf zwischen Gurt und Tragrollen zu berücksichtigen. Wie aus Abbildung 8.30 deutlich wird, ist die Verwendung eines zweistufigen Schlupfmodells mit reduziertem Gleitreibungsbeiwert dabei wichtig, um kein instabiles Verhalten des Modells zu erzeugen. Hier wurde auch gezeigt, dass sich die besten Ergebnisse mit einem Reduktionsfaktor von  $\eta_s = 0,9$  hervorbringen lassen.

Dies bildet das Ersatzmodell für den Starrkörperschlupf, ohne die tatsächliche Interaktion zwischen Gurt und Tragrollen sowie die Wechselwirkung mit den gemuldeten Seitentragrollen im Detail darstellen zu müssen.

### 8.9.1 Modellvergleich

Aus der Abbildung 8.30 lässt sich erkennen, dass eine Kraftlimitierung von max. 25 N zu einer Reduzierung des Schieflaufs führen wird, da im Diagramm der maximale Schieflauf bei 3° Verdrehung der Tragrollenstation gegenüber den Werten  $> 200$  N begrenzt ist. Es gilt daher zu überprüfen, wie sich der maximal auftretende Schieflauf in Abhängigkeit des Verdrehwinkels der Tragrollenstation einstellen wird.

Dafür wird in der Simulation eine Verdrehung der fünften Tragrollenstation angenommen. Je nach Simulation wird diese Tragrollenstation um 0 bis 8° um die vertikale Achse verdreht, um einen definierten Schieflauf zu erzeugen, der sich mit den oben erwähnten Messungen vergleichen lässt.

Es kann davon ausgegangen werden, dass es zu einem nahezu linearen Anstieg des Schieflaufs in Abhängigkeit des Verdrehwinkels der Tragrollenstation kommt. Die Kraftbegrenzung durch Schlupf tritt plötzlich ein, wodurch ein Wechsel zwischen der linearen Steigung und einem Sättigungsbereich bei dem Winkel vorstellbar ist, bei dem der Starrkörperschlupf auftritt. Um einen gleichförmigen Übergang wie in den Messungen zu ermöglichen, wird ein Erweiterungsmodell mit dem Basisschlupfmodell verglichen.

Das Erweiterungsmodell besteht in einer Skalierung der Lenkwirkung an der verdrehten Tragrolle. Die Lenkwirkung lässt sich zwar durch die Definition einer maximalen Kraft begrenzen, eine Anpassung der Lenkwirkung vor dem Erreichen der Maximalkraft ist mit diesem Modell jedoch nicht möglich. Die Anpassung basiert auf dem Ansatz nach BARFOOT [8].

$$y_{max} = \frac{\mathbf{f}_{max} b_g}{2b_m t_{rg} \sin \alpha_{mtr}} \left(1 - \frac{1}{e^{\beta\mu}}\right). \quad (8.7)$$

BARFOOT benutzt einen Skalierungsterm von

$$1 - \frac{1}{e^{\beta\mu}}, \quad (8.8)$$

um den gemessenen auftretenden Schieflauf abzubilden. Hierbei wird offensichtlich, dass der Lenkeinfluss eine direkte Abhängigkeit vom Winkel hat. Dies ist zu erkennen, wenn große Winkel  $\beta$  in den Exponentialterm eingesetzt werden. Damit strebt der Term (8.8) gegen 1. Dies ist offensichtlich der Versuch, die Lenkwirkung in einem Modell an die gemessenen Daten anzugleichen. Jedoch ist es unglaublich, dass für die Endlage des Gurtes bei großen Verstellwinkeln der Maximalbetrag der Kraft übertragen werden kann, da sich bei Schlupf diese Kraft relativ plötzlich reduzieren müsste. Demnach sollte sich der Verlauf der Lenkwirkung aus einem linearen Anstieg in eine asymptotische Sättigung fortpflanzen.

Auf Kontaktebene muss davon ausgegangen werden, dass die Lenkwirkung aufgrund von noch unbekanntem Effekten nicht in vollem Maße wie im idealisierten Modell vorhanden ist. Eine vermutete Ursache liegt hierbei in der Interaktion des Gurtes mit den gemuldeten Seitenträgrollen, da die Lenkwirkung im ungemuldeten Unterturm abweichend beobachtet wurde. Für das Erweiterungsmodell wird eine konstante Reduzierung des Lenkwinkels  $\beta$  nach Gleichung (8.9) vorgenommen.

$$\beta_{eff} = c_S \beta. \quad (8.9)$$

In Abbildung 8.31 ist der maximale Schiefelauf innerhalb der Förderanlage in Abhängigkeit des Verdrehwinkels der Tragrollenstation dargestellt.

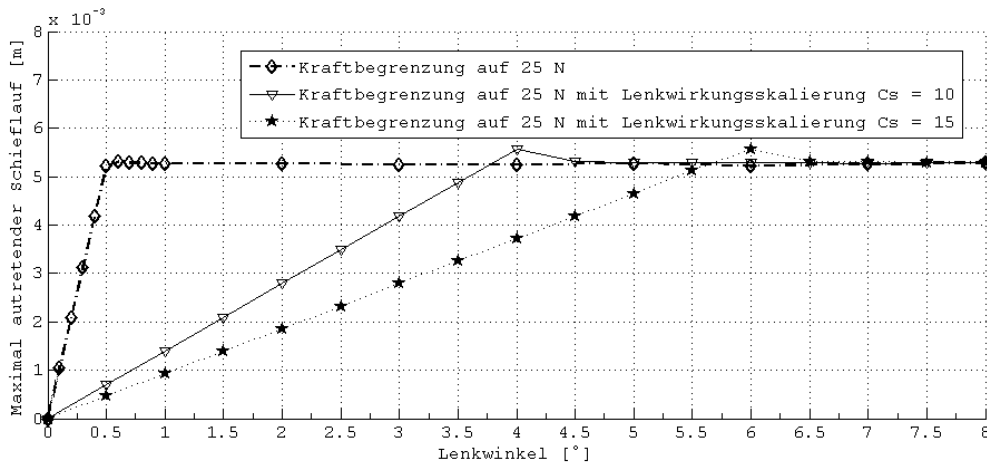


Abb. 8.31: Vergleich des simulierten, maximalen Schiefelaufs für unterschiedliche Kontaktmodellierungen in Abhängigkeit des Anstellwinkels der verdrehten Tragrollenstation

Bei der Betrachtung der Ergebnisse für die Benutzung des Modells nur mit Kraftbegrenzung fällt auf, dass der Sättigungsbereich des Schiefelaufs bei den gewählten Parametern schon bei ca.  $0,5^\circ$  Verdrehwinkel auftritt. In den Messungen entsprechend der Abbildung 8.14 konnte aber gezeigt werden, dass er erst zwischen  $4^\circ$  und  $6^\circ$  zu erwarten ist.

Aus diesen Ergebnissen kann abgeleitet werden, dass der Maximalwert des Lenkwinkels, bei dem eine Verstärkung der Lenkwirkung zu erwarten ist, in der Praxis mindestens 10-fach größer ist, als sich in der ersten Simulation gezeigt hat. Daraus kann ein Wertebereich definiert werden, in dem eine Lösung mit guter Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation vermutet wird.  $c_S$  wird im Folgenden mit der Wertemenge von  $[10, 15]$  festgelegt, um die Ergebnisse mit den durchgeführten Messungen zu vergleichen.

Die Ergebnisse für eine statische Reduktion des Lenkwinkels um Faktor 10 und 15 sind in Abbildung 8.31 dargestellt. Es fällt auf, dass der Punkt, an dem der Anstieg der Geraden in den Sättigungsbereich übergeht, nicht exakt beim 10- bzw. 15-fachen des Schnittpunktes im Modell ohne Reduktion liegt.

### 8.9.2 Vergleich mit Messwerten

Durch direkte Gegenüberstellung der Simulationsergebnisse mit zwei verschiedenen Skalierungsfaktoren von 10 und 15 mit den Messwerten aus Abbildung 8.16 ergibt sich Abbildung 8.32.

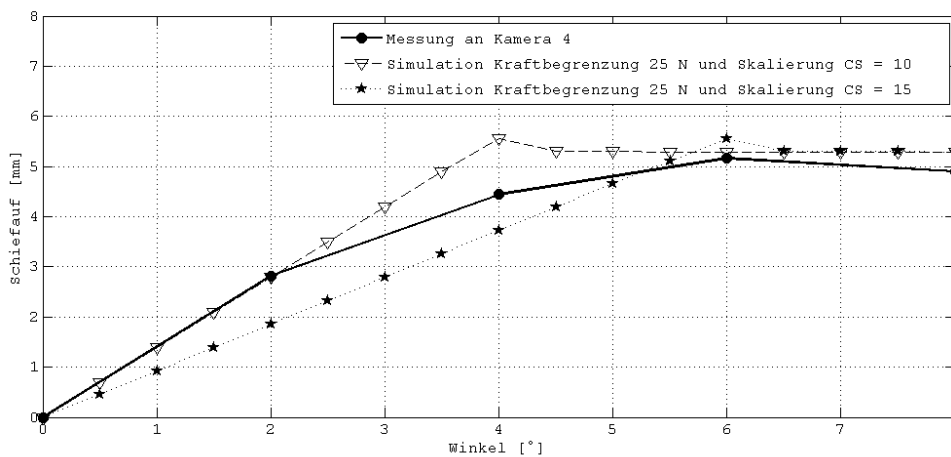


Abb. 8.32: Direkter Vergleich aller Messungen des Schiefauflages in Abhängigkeit des Verdrehwinkels der fünften Tragrolle mit den Maximalwerten der Simulationsergebnisse unter Vernachlässigung der Gurteigenverformung

Bei Betrachtung der Ergebnisse zeigt sich für  $c_S = 10$  eine sehr gute Übereinstimmung im linearen Anfangsbereich bis  $2^\circ$  und im Sättigungsbereich ab ca.  $5^\circ$ . Der Übergangsbereich weist leichte Abweichungen von bis zu 1 mm auf. Von den vorgestellten Modellen hat damit die faktorielle Skalierung mit einer Begrenzung der Haftreibungskraft auf 25 N die beste Übereinstimmung erzielen können. Eine einfache Begrenzung der übertragbaren Kraft ist nicht ausreichend, um das Lenkverhalten einer verdrehten Tragrolle zu beschreiben. Da die Ergebnisse für  $c_S = 15$  den Anstieg des Messergebnisses ungenügend abbilden, werden diese Ergebnisse nicht weiter betrachtet.

Da die Simulationsergebnisse durch das beschriebene Verfahren durch die Messergebnisse kalibriert wurden, kann der Vergleich in Abbildung 8.32 nicht zur Validierung der Ergebnisse benutzt werden. Zur Validierung wird dazu die Verformung des Gurtes in der Simulation und in der Messung miteinander verglichen. Damit ist der Verfahrensablauf mit dem aus Kapitel 7.12 identisch.

In Abbildung 8.33 ist der Vergleich der Verformung im Sättigungsbereich für eine Verdrehung der Tragrollenstation um  $8^\circ$  dargestellt.

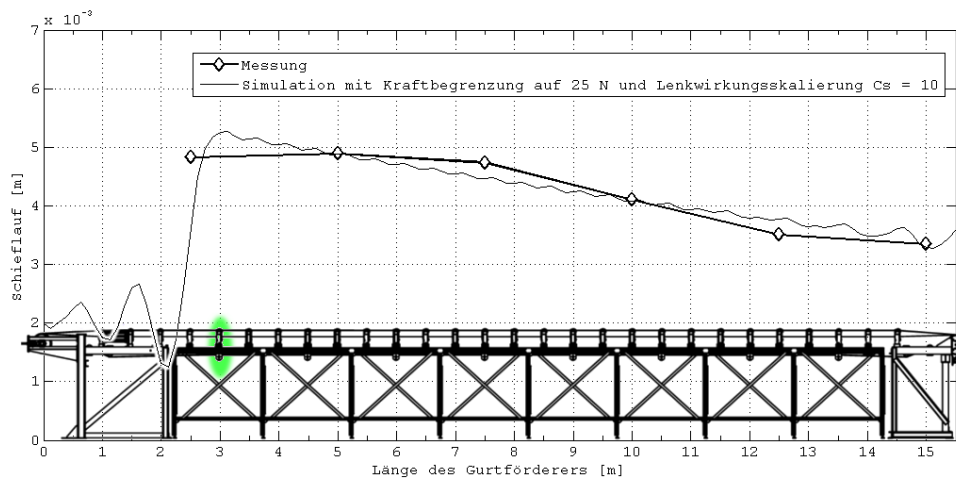


Abb. 8.33: Vergleich des stationären Endwertes des Schiefelaufs zwischen Messung und Simulation bei einem Anstellwinkel der Tragrolle um  $8^\circ$

Auch für die Verformung zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und Simulation. Es ist jedoch zu erkennen, dass der Gurt in der Messung an der Stelle der höchsten Verformung eine Art Plateau ausbildet, während in der Simulation der Balken gleichförmig verformt ist. Da die Unterschiede hier im Bereich unterhalb von 1 mm liegen, kann aber auch nicht ausgeschlossen werden, dass die Abweichung aus Messfehlern resultiert, da der Messung die Gurteigenverformung als periodisches Signal mit 8 mm bis 9 mm überlagert ist.

Durch Kalibrierung des Kontaktmodells an der fünften Tragrollenstation lässt sich das Modell so einstellen, dass für alle Verdrehwinkel realistische Werte in der Simulation erreicht werden. Der Abgleich mit der Verformung zeigt dann ebenfalls eine gute Übereinstimmung. Der Ablauf der Modellierung ist damit analog zum Modell des Flachriemens. Das Simulationsmodell kann somit als validiert betrachtet werden.

## 9 Gurtverdrehung am Schlauchgurtförderer

Schlauchgurtförderer stellen eine gute Möglichkeit dar, Schüttgut während des Transportes vor Umwelteinflüssen zu schützen. Dazu wird der Fördergurt zu einem Schlauch geformt, der an den Seitenkanten des Gurtes überlappt. Das Gut im Inneren ist dann vollkommen umschlossen vom Gurt und wird von diesem teilweise eingeklemmt.

### 9.1 Analogie des Problems

Auch am Schlauchgurtförderer, bei dem sich der Gurt seitlich nicht wegbewegen kann, kann es zum Schieflauf des Gurtes kommen. Der Schieflauf entspricht einer Verdrehung des Schlauches um seine Längsachse. Die grundsätzlichen Ursachen sind aber beim Schlauchgurtförderer dieselben wie beim gemuldeten Gurtförderer. Die Verdrehung des Gurtes ist, wie bei jedem Gurtförderer, immer die Folge eines Kontaktwinkels zwischen Gurt und Tragrolle oder Trommel. Im Gegensatz zum gemuldeten Gurtförderer kann der Schieflauf beim Schlauchgurt auch durch vertikale Kurven ausgelöst werden. Die Ausrichtungsfehler, die bei den Tragrollenstationen oben schon diskutiert wurden, spielen hier eine untergeordnete Rolle, da auf den Gerüstbau aufgrund der allseitigen Tragrollen mehr Aufmerksamkeit gerichtet ist.

#### 9.1.1 Schubmittelpunkt

Die wesentliche Ursache für die Gurtverdrehung an Schlauchgurtförderanlagen ist eine ungleichmäßige Belastung der Tragrollen einer Tragrollenstation und die daraus entstehenden ungleichmäßigen Gurtbelastungen. VON DAACKE [119] konnte durch Messungen zeigen, dass die Tragrollen auch an geraden Stücken des Förderers nicht gleichmäßig belastet werden. In Abbildung 9.1 ist eine zeitlich gemittelte Kraft für die jeweilige der sechs umgebenden Tragrollen dargestellt.

Die unsymmetrischen Kräfte können beim leeren Gurt zu einer Verdrehung führen, obwohl die Kräfte in Richtung des Mittelpunktes des Gurtes zeigen und keine tangentielle Kraftkomponente erzeugen, die eine Verdrehung verursachen könnte. Die Ursache besteht in dem exzentrisch orientierten Schubmittelpunkt des geformten Fördergurtes. Wird ein Profil, wie in Abbildung 9.2 gezeigt, mit einer Querkraft belastet, deren Wirkungsrichtung nicht durch den Schubmittelpunkt geht, wird ein Torsionsmoment im Profil induziert.

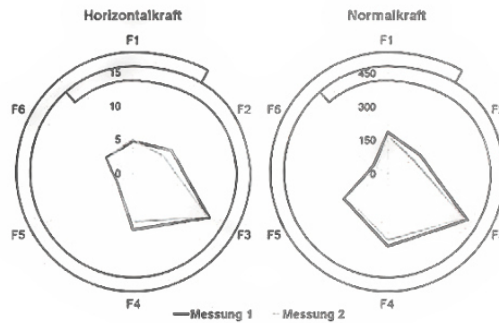


Abb. 9.1: Gemessene Kräfte an den Tragrollen einer Tragrollenstation in einem geraden Teil eines Schlauchgurtförderers [120]

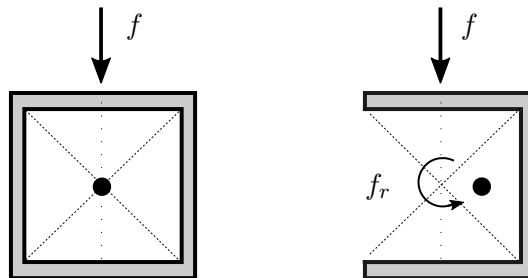


Abb. 9.2: Infolge ungleichmäßiger Steifigkeitsverteilung entsteht ein Moment, wenn die Wirkungslinie der Kraft nicht durch den Schubmittelpunkt verläuft

Wenn davon ausgegangen wird, dass das Profil des Gurtes im Überlappungsbereich kraftschlüssigen Kontakt in Folge der eigenen Biegesteifigkeit um die x-Achse (Förderachse) aufweist, wird sich der Schubmittelpunkt zu positiven z-Werten verschieben.

Da der Gurt im oberen Bereich überlappt, erhöht sich an dieser Stelle lokal auch die Torsionssteifigkeit, wodurch es zu einer Verschiebung des Schubmittelpunktes kommt. Solange sich die an den Tragrollen angreifenden Stützkkräfte in seitlicher Richtung ausgleichen und sich der Gurt noch nicht verdreht hat, entsteht kein Torsionsmoment. Wenn sich der Gurt jedoch bereits gedreht haben sollte, entsteht durch die in vertikaler Richtung zwangsweise unsymmetrische Belastung immer ein Torsionsmoment, das den Gurt weiter verdreht.

### 9.1.2 Kurven und Steigungen

Horizontale Kurven führen immer zu einer unsymmetrischen Tragrollenbelastung (vgl. Abbildung 9.3 und 9.4), da die Spannkraft, resultierend aus Vorspannung und Antriebszugkraft, den Gurt gegen die kurveninneren Tragrollen zieht. Das resultierende Torsionsmoment bewirkt eine Verdrehung des Gurtes. Da dies reproduzierbar und abhängig von der Kurve (links oder rechts) ist, kann für eine geplante Anlage schon im Vorhinein bestimmt werden, an

welcher Stelle der Förderanlage sich der Gurt in welche Richtung neigen wird.

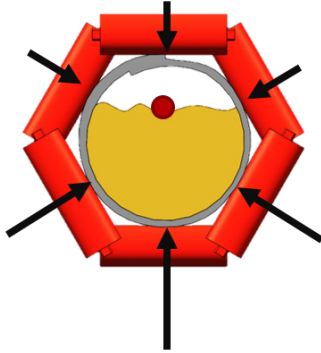


Abb. 9.3: Vertikal außerhalb der Gurtmitte verschobener Schubmittelpunkt des Fördergurtes

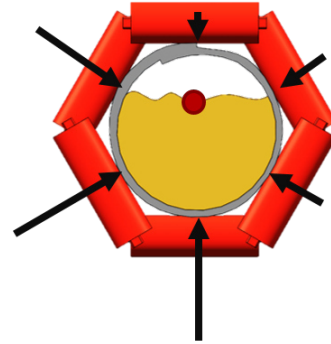


Abb. 9.4: Unsymmetrische Kräfte durch Kurvenfahrt mit verschobenem Schubmittelpunkt

Auch vertikale Kurven können Schiefelauf verursachen, da eine nicht exakt senkrecht zum Gurt ausgerichtete Tragrollenstation eine Lenkwirkung auf den Gurt ausübt. In der Kurve ändern sich die Kräfte auf Tragrollen, wodurch das Laufverhalten stark beeinflusst wird. Dies gilt insbesondere für sich ändernde Beladungszustände, bei denen sich die Kraftrichtung umkehren kann. Aufgrund der geschlossenen Struktur kann ein Abheben des Fördergurtes beim Schlauchgurtförderer in größerem Maße toleriert werden als bei einem gemuldeten Gurtförderer. Beim Schlauchgurtförderer kommt der Gurt so aber in Kontakt mit der oberen Tragrolle, wodurch sich die Belastungsrichtung ändert.

Wenn das Tragrollengerüst nicht exakt lotrecht zum ansteigenden oder abfallenden Schlauchgurt ausgerichtet ist, kommt es auch zur Gurtverdrehung. Dies ist vergleichbar mit dem auf Sturz Stellen von Tragrollenstationen bei gemuldeten Gurtförderanlagen. Bei Schlauchgurtförderern ist die Lenkwirkung aber nicht begrenzt und wirkt auch nicht stabilisierend. Abbildung 9.5 verdeutlicht dies.

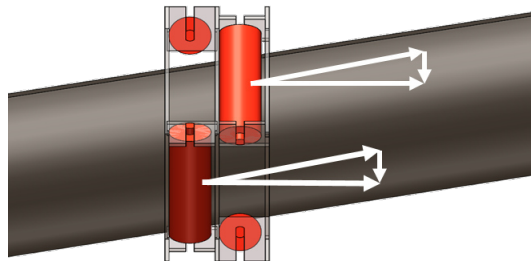


Abb. 9.5: Kräfte beim auf Sturz Stellen an Tragrollen von Schlauchgurtförderern

Solange sich die seitlichen Tragrollenkräfte ausgleichen, kommt es durch eine solche auf Sturz gestellte Tragrollenstation zu keiner Gurtverdrehung. Wenn aber Kräfte am Umfang des Gur-



tes, wie in Abbildung 9.1 gezeigt, auftreten, wird es an der weniger belasteten Tragrolle zu Schlupf kommen, wodurch eine Verdrehung direkt eingeleitet wird. Diese Kräfte werden wahrscheinlich eine wesentlich stärkere Verdrehungswirkung auf den Gurt ausüben als die Torsionsmomente, die durch Querkraftschub verursacht sind.

### 9.1.3 Massenzentrierung

Die beschriebenen Verdrehungen entstehen hauptsächlich beim unbelasteten Gurt. Zum einen liegt dies an der Selbstzentrierung durch die eingeschlossene Masse. Zum anderen ist aber auch anzunehmen, dass der relative Anteil des Unterschiedes zwischen den linken und den rechten Tragrollen an der Gesamtkraft mit der Beladung abnimmt. Einer unkontrollierten Verdrehbewegung wirkt das Schüttgut aber auch entgegen, indem es durch den Gurt in gewissem Maße eingeklemmt wird. Es kann so nur erschwert eine Umordnung des Schüttgutes stattfinden, wodurch eine Abnahme der Zentrierwirkung auch für relativ große Winkel verhindert wird.

## 9.2 Simulationsansatz

Da der Wirkmechanismus der Verdrehung von Schlauchgurten als identisch zum Schiefelauf von gemuldeten Fördergurten angenommen werden kann, ist es möglich das oben vorgestellte Modell zu benutzen, um auch die Verdrehung zu simulieren. Dazu müssen jedoch folgende Anpassungen vorgenommen werden.

1. Der Ansatz des Biegebalkens kann übernommen werden. Die Ansatzfunktion bzw. die Elementsteifigkeitsmatrix muss aber entsprechend verändert werden, sodass nicht die Biegung simuliert wird, sondern die Verdrehung. Dabei kann das Modell auf einen verbleibenden Freiheitsgrad reduziert werden.
2. Wenn auch ungerollte Abschnitte des Gurtes simuliert werden sollen, muss ein Übergangselement entwickelt werden bzw. ein Element, das die Verdrehung auch auf die seitliche Verformung umlegen kann.
3. Der Kontakt zwischen Tragrolle und Gurt muss sehr genau mit Ersatzmodellen abgebildet werden. Es ist davon auszugehen, dass die in der Messung von VON DAACKE [119] ermittelten zufälligen Abweichungen zu großen Herausforderungen in der Simulation führen. Hierzu könnten gekoppelte DEM-FEM-Simulationen verwendet werden, wie sie von BÖRSTING ET AL. [12] vorgestellt werden, um die Lasten auf die Tragrollen in einer Simulation zu ermitteln.

### 9.3 Gegenmaßnahmen

Bei auftretender Gurtverdrehung an einem Schlauchgurtförderer ist die Anlage mit sehr großer Sorgfalt auf Ausrichtungsfehler zu kontrollieren. Dabei muss die Ebene der Tragrollenstationen senkrecht zum Gurt stehen. Bei konstanter Verdrehung des Gurtes können Tragrollen lokal verdreht angeordnet werden. Sollte dies nicht ausreichend sein, gibt es auch die Möglichkeit, aktive Lenksysteme (wie in Abbildung 9.6 gezeigt) einzusetzen, um den Gurtlauf zu stabilisieren.

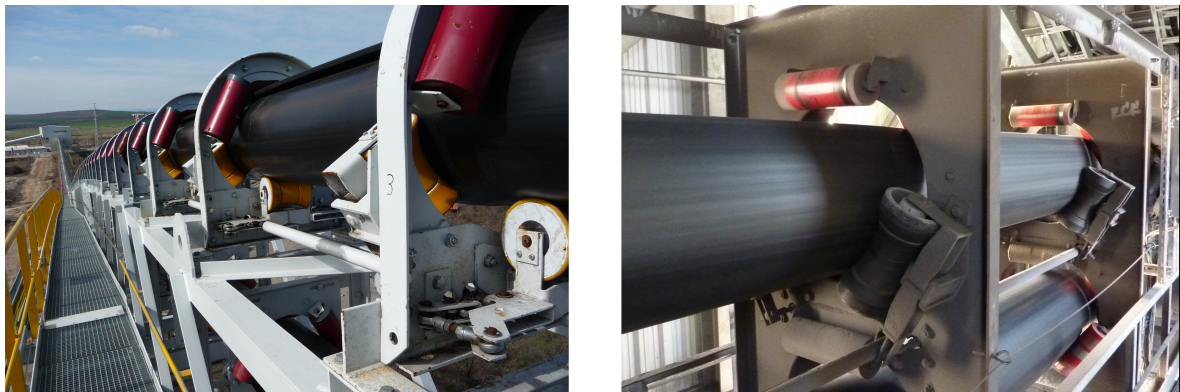


Abb. 9.6: Gurtlenkeinrichtung der TAKRAF GmbH mit ContiTech Schlauchgurt [21]

Diese sind aber deutlich komplexer aufgebaut als Lenkstationen an gemuldeten Gurtförderern [25]. Die unteren drei Rollen werden dabei durch einen Aktuator im gleichen Winkel verstellt. Die Andrückkräfte der Rollen sollten möglichst gleichförmig sein, um eine verlässliche Lenkwirkung zu erzielen.



# 10 Zusammenfassung und Ausblick

## 10.1 Zusammenfassung

Obwohl das Problem des Gurtschieflaufs schon weit über 100 Jahre an Förder- und Antriebsanlagen besteht, gibt es bis heute keine zufriedenstellende und nachhaltige Lösung, es zu beheben. Zwar existieren Lenkeinrichtungen, die dem Gurtschieflauf entgegenwirken können, die Ursachen von Gurtschieflauf, deren Einfluss sowie ihre Verkettung sind jedoch nur teilweise verstanden. Auch der Einsatzort und die Anzahl von Gegenmaßnahmen können nur aus Erfahrung festgelegt werden.

Um den immensen wirtschaftlichen Schaden, der in Folge von Gurtschieflauf durch Stillstandszeiten und Beschädigung an Förderanlagen entsteht, zu verringern, sowie um ein besseres Verständnis für die Wirkmechanismen zu gewinnen, wurden innerhalb dieser Forschungsarbeit umfangreiche theoretische Überlegungen, experimentelle Versuche und Simulationen durchgeführt. Dabei wurden in einem ersten Schritt alle Ursachen für Gurtschieflauf systematisch untersucht und deren Wirkungsweise analytisch oder durch numerische Simulationen bestimmt. Es wurden zehn verschiedene Hauptursachen identifiziert, die oft in Kombination zum Ausfall von Anlagen führen.

Aus theoretischen Überlegungen zum Wirkmechanismus zwischen Tragrolle und Gurt wurde ein modular erweiterbares Simulationsmodell entwickelt. Das Simulationsmodell basiert dabei auf einem FE-Modell, das sich beliebig auch an komplexe Anlagen mit mehr als zwei Rollen anpassen lässt. Der Aufbau des Modells sowie der Ursprung der Finiten Elemente wurden hergeleitet und auf das Simulationsmodell und seine Anforderungen angepasst. Bei der Modellierung wurde bewusst Standardbalkenelemente eingesetzt, damit die Vernetzung und Erstellung der Steifigkeitsmatrix direkt durch das Setzen von Randbedingungen möglich ist. Beim Erstellen der Steifigkeitsmatrix ist jedoch aufgefallen, dass die oft verwendeten zweidimensionalen Balkenelemente aus Lehrbüchern umständlich definiert sind. Dabei nimmt der Verdrehungsfreiheitsgrad einen zur Ableitung des Elementes entgegengesetzten Winkel an. Durch Anpassen der Ansatzfunktionen des Elementes konnte dies jedoch einfach behoben werden. Eine Ableitung mit Modellreduktion aus einem kommerziellen, externen FE-Programm wie ANSYS wurde nach Diskussion der Vor- und Nachteile verworfen. Um die Laufeigenschaften eines Gurtes möglichst gut zu verstehen, wurden die verwendeten Modellannahmen und möglichen Ansätze zur Abbildung des Kontaktes zwischen einem Flachgurt/Antriebsriemen und einer Tragrolle ausführlich untersucht und beschrieben. Aufgrund der teilweise sehr ge-

ringen Datenlage im Bereich der Fördertechnik wurden hierbei Analogien wie der Rad-Boden-Kontakt verwendet, soweit sie wissenschaftlich belegbar und sinnvoll sind.

Um das Berechnungsmodell zu validieren und mit anderen Arbeiten vergleichbar zu machen, wurde ein Prüfstand im Labormaßstab entwickelt, auf dem drei verschiedene 4200 mm lange Antriebsriemen mit unterschiedlicher Vorspannung auf ihre Schieflaufneigung bei variierenden Winkeln getestet wurden. Zur Validierung des Modells wurden über 700 Versuche auf dem Versuchsstand durchgeführt, ausgewertet und mit den Ergebnissen der Simulationen verglichen. Dabei entstandene Fragestellungen führten zu Lösungen, die eine hochgradige Verbesserung der Modellierung nach sich zogen. Als größte Verbesserung hat sich hierbei die Abbildung der nichtlinearen Verformung des Riemens beim Knicken und Beulen herausgestellt. Wenn ein nur gering vorgespannter Riemen von einer Umlenkrolle abläuft und lokal Druckspannungen im Riemenquerschnitt auftreten, kommt es zu einem Ausknicken oder Beulen. Als Ersatzmodell kann dabei angenommen werden, es reduziere sich lokal die Steifigkeit, sodass die Biegelinie des Riemens stark verändert wird. Durch diese lokale Reduktion der Steifigkeiten innerhalb des Bereiches, in dem das Beulen auftritt, konnte in der Simulation eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messungen erreicht werden. Es ist nun möglich, das Bewegungsverhalten von Flachriemen auch unter nichtlinearen Randbedingungen exakt vorherzusagen.

Durch die gewonnenen Erkenntnisse zum Laufverhalten von flachen Riemen und Gurten konnten Industriepartner (Artur Küpper GmbH, Bühler AG und ContiTech Transportbandsysteme GmbH) gewonnen werden, die durch ihre Unterstützung den Aufbau einer gemuldeten Gurtförderanlage im industriellen Maßstab ermöglicht haben. Mit dieser in Deutschland einmaligen Anlage ist es so möglich, detaillierte Untersuchungen an gemuldeten Gurten unter kontrollierten Randbedingungen durchzuführen. So konnten Messungen - zunächst ohne Berücksichtigung des Schüttguteinflusses - realisiert werden, die an einer industriell genutzten Anlage nicht durchgeführt werden können, da sie Ausfallzeiten verursachen würden. Zur Erfassung der Gurtposition wurde ein innovatives Messsystem entwickelt, das weitestgehend berührungslos alle Rahmendaten des Gurtes erfasst, an einen zentralen Messrechner überführt und ausgewertet.

Die sehr detailliert durchgeführten Untersuchungen der Lenkwirkung von Tragrollen an gemuldeten Fördergurten stellen einen einzigartigen experimentellen Fundus dar, mit dem es möglich ist, direkte Aussagen zur Lenkfähigkeit einzelner Gegenmaßnahmen und zum praktischen Vorgehen beim Einrichten des Gurtes zu treffen. Die vereinzelt durchgeführten Untersuchungen anderer Autoren ließen sich vollumfänglich bestätigen. Insbesondere die Untersuchungen zur seitlichen Verschiebung von Tragrollenstationen und das auf Sturz Stellen von Tragrollen führten zu neuen, teilweise unerwarteten Erkenntnissen, die das Verständnis von Gurtschieflauf grundlegend verbessern.

Die Haupteckkenntnisse der Arbeit werden in den folgenden neun Thesen zusammengefasst:

1. Alle Ursachen für Gurtschieflauf lassen sich in drei Hauptursachen klassifizieren:
  - a) Fertigungsbedingte Ursachen des Gurtes, wie z. B. schlecht ausgeführte Gurtverbindungen oder gekrümmte Fördergurte
  - b) Montage- und konstruktionsbedingte Ursachen an der Förderanlage, wie z. B. nicht exakte Tragrollenausrichtungen oder Kurvenführung
  - c) Operative Randbedingungen wie Schüttgutbeladung, Wind, Anbackungen oder die Benutzung von Bandschleifenwagen
2. Durch die Messungen am Flachgurt konnte gezeigt werden, dass die Berücksichtigung von nichtlinearen Effekten wie Beulen wichtig ist, um das Laufverhalten des Gurtes zu simulieren.
3. Eine individuelle Kalibrierung des Simulationsmodells bei geänderten Randbedingungen ist notwendig, um das Laufverhalten des Gurtes abzubilden.
4. Durch Vergleich der Verformung des Gurtes in der Simulation und der Messung lässt sich das kalibrierte Simulationsmodell validieren.
5. Der Ansatz von EGGER, dass die Verformung durch Reibung an den Tragrollen und Trommel reduziert werden müsste, konnte widerlegt werden.
6. In Messungen an einer Versuchsförderanlage konnte gezeigt werden, dass der maximal auftretende Schieflauf immer in Laufrichtung hinter einer Störstelle auftritt und dass ein stationärer Zustand des Gurtes nach etwa drei Gurtumläufen erreicht wird.
7. Die Modellbildung am Flachgurt lässt sich auch für eine gemuldete Gurtförderanlage übernehmen.
8. Eine Kalibrierung des Kontaktmodells zwischen Tragrolle und Gurt aufgrund eines vereinfachten Kontaktmodells ist ebenfalls notwendig, obwohl ein Beulen wie beim Flachgurt nicht nachgewiesen werden konnte.
9. Das Simulationsmodell für gemuldete Fördergurte lässt sich durch Vergleich der Verformung in Messung und Simulation validieren.

Das für den Schieflauf an Antriebsriemen entwickelte Simulationsmodell ließ sich aufgrund seiner modularen Struktur an die Förderanlage mit 40 Tragrollenstationen, Kopf- sowie Hecktrommel anpassen. Die experimentellen Untersuchungen an der Förderanlage ermöglichten eine Adaption des Simulationsmodells an die geänderte Kontaktmechanik zwischen Rollen und Gurt. Im Kontrast zum Flachriemen kann an einer Förderanlage kein Haften des Gurtes vorausgesetzt werden. Durch systematische und detaillierte Parameterstudien und den

Vergleich verschiedener Ersatzmodelle zum schlupfbehafteten Kontakt konnte ein passendes Modell entwickelt und parametrierbar werden. Dieses Modell ist nach Parametrierung in der Lage, den hochkomplexen Kontaktvorgang als Ersatzmodell abzubilden. So ist es mit verhältnismäßig kurzer Berechnungszeit auch möglich, sehr lange Gurtförderanlagen zu simulieren. Bei direktem Vergleich des Simulationsmodells mit den Messergebnissen konnte gezeigt werden, dass bei richtiger Auswahl der Parameter sowohl das Lenkverhalten für verschiedene Winkel als auch die Verformung des Gurtes in sehr guter Näherung abgebildet werden können. Die Abweichungen liegen dabei deutlich unterhalb der periodischen Gurtverformung, die infolge von Fertigungstoleranzen im Gurt vorhanden ist. Es muss jedoch auch festgestellt werden, dass die Parameter, die für die Simulation notwendig sind, nur durch Versuche an der abzubildenden Anlage zu ermitteln sind. Dafür müssen die Simulationsparameter des Kontaktes zwischen Tragrolle und Gurt sowie die Selbstzentrierungsneigung des Gurtes so lange in der Simulation verändert werden, bis die Simulationsergebnisse mit einem Kalibrierungstest übereinstimmen. Das Simulationsmodell kann im Anschluss genutzt werden, um Änderungen an der Anlage zu untersuchen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die entwickelte Berechnungsmethode leistungsfähig genug ist, um einen Fördergurt einer praxisrelevanten Förderanlage abzubilden. Die Messungen und Simulationen am Flachriemen und am Versuchsgurtförderer tragen dazu bei, ein Grundverständnis zum seitlichen Laufverhalten von Gurten aufzubauen. Es hat sich gezeigt, dass insbesondere das nichtlineare Verformungsverhalten von Gummigurten und der schlupfbehafte Kontakt zwischen Tragrollen und Gurt von entscheidender Bedeutung sind, um eine Anlage zu simulieren. Dabei lassen sich die Modelle sowohl für Flachriemen als auch für Fördergurte mit Messergebnissen validieren.

## 10.2 Ausblick

Innerhalb dieser Arbeit wurden keine Untersuchungen realisiert, die das Laufverhalten von mit Schüttgut beladenen Fördergurten enthalten. Es ist anzunehmen, dass das Schüttgut zum einen eine hohe Lenkwirkung auf den Gurt ausüben kann, wenn es exzentrisch aufgegeben wird. Zum anderen wird es aber auch zentrierend wirken und andere Störgrößen in ihrer Wirkung einschränken.

Ein wesentlicher Schwerpunkt dieser Arbeit besteht in der Suche nach einem passenden Ersatzmodell zur Beschreibung des schlupfbehafteten Kontaktes zwischen Tragrolle und Gurt. Die Beschreibung und systematische Untersuchung der Kontaktmechanik benötigt experimentell zusätzlichen Aufwand. Insbesondere die Beschreibung der entstehenden Kräfte im Kontakt sowie die Einschnürungseffekte des Gurtes bei Verdrehung einer Tragrolle um die Vertikalachse müssen experimentell und eventuell im Detail mit gekoppelten FEM-DEM-Simulationen untersucht werden. Nur so ist es möglich, die Simulation unabhängig von Kalibrierungen an

einer realen Anlage durchzuführen.

Eine zusätzliche Anwendungsmöglichkeit der vorgestellten Schieflaufssimulation würde sich aus der Adaption des Modells auf Schlauchgurte ergeben. Die modellseitigen Änderungen sollten dabei überschaubar sein und das Modell wird anhand der beschriebenen prinzipiellen Neigung zum Drehen des Gurtes einfach zu verifizieren sein. Eine quantifizierte Validierung ist jedoch auch nur an einer Versuchsanlage machbar, an der gezielt Verdrehungen in den Gurt eingebracht werden können.

Wenn es möglich ist, die von PAULISCHIN/KARTNIG [98] erwähnten Einschränkungen im Bondmodell der DEM-Simulation zu beseitigen, könnte damit ein Berechnungstool zur Simulation von Gurtschieflauf entwickelt werden. Die Kontaktmechanik zwischen Gurt und Tragrolle müsste dazu in die DEM-Software implementiert werden. Da die Simulationsmethode exakt auf dem gleichen Prinzip der hier vorgestellten Biegebalken basiert, sind die Chancen sehr hoch, die Simulation auch für Anwender in Firmen zugänglich und in der Praxis nutzbar zu machen, ohne aufseiten der Anwender ein fundiertes Verständnis der Mechanik sowie der FE-Modellierung zu benötigen.





# Literaturverzeichnis

- [1] *CEMA - Belt Conveyors for Bulk Materials*. 7. Aufl. Naples, USA : Conveyor Equipment Manufacturers Association, 2014
- [2] *DIN 111 - Antriebs Elemente; Flachriemenscheiben; Maße, Nenndrehmomente*. Deutsches Institut für Normung, Ausgabe 1923
- [3] *DIN 22101 - Stetigförderer - Gurtförderer für Schüttgüter - Grundlagen für die Berechnung und Auslegung*. Deutsches Institut für Normung, Ausgabe 2011
- [4] *DIN 22129-4 - Stahlseil-Fördergurte für den Steinkohlenbergbau unter Tage - Gurtverbindungen - Teil 4: Maße, Anforderungen*. Deutsches Institut für Normung, Ausgabe 2015
- [5] ABB: *ABB Ability<sup>TM</sup> MineOptimize Digitalization creating value and visibility for mining industry - from mine to port and from plant to enterprise*. Version: 2019. <https://new.abb.com/mining/mineoptimize>
- [6] AG, ContiTech: *Continental*. Version: 2018. <https://www.contitech.de/de-DE/Media/Tools-apps/Overview-of-tools-apps/Conveyor-belts-Belt-mistracking-app>
- [7] ALTENBACH, H. ; HOLZMANN, G. ; MEYER, H. ; DREYER, H. J. ; SCHUMPICH, G.: *Technische Mechanik Festigkeitslehre*. Vieweg+Teubner Verlag, 2012 (Technische Mechanik)
- [8] BARFOOT, G. J.: Quantifying the Effect of Idler Misalignment on Belt Conveyor Tracking. In: *bulk solid handling* 15 (1995), S. 33–35
- [9] BATHE, K.J. ; ZIMMERMANN, P.: *Finite-Elemente-Methoden*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York : Springer, 2002
- [10] BEHRENS, U.: *Untersuchungen zum Walkwiderstand schwerer Förderbandanlagen*, Technische Hochschule Hannover, Dissertation, 1967
- [11] BIERWISCH, C. S.: *Numerical simulations of granular flow and filling*. Citeseer, 2009

- [12] BÖRSTING, P. ; BECKER, N. ; MINKIN, A.: *Chevron-MegaPipe Conveyor Neue Wege der Steilförderung im Tagebau*. Bd. 20. LOGISCH Verlag, 2015
- [13] CANNY, J.: A Computational Approach to Edge Detection. In: *IEEE* 6 (1986), Nr. 6, S. 679–698
- [14] CAPOTEX: *Capotex Madrid*. Version: Januar 2015. <http://www.capotex.com>
- [15] CARR, M. ; CHEN, W. ; WILLIAMS, K. ; KATTERFELD, A.: Comparative investigation on modelling wet and sticky material behaviours with a simplified JKR cohesion model and liquid bridging cohesion model in DEM. In: *ICBMH, International Conference on Bulk Materials Storage, Handling and Transportation* 12 (2016), S. 40–49
- [16] CHEBAT, F. ; HÜNICKE, H.-H.: Vorstellung eines intelligenten Systems zur drahtlosen Fernüberwachung von Tragrollen. In: *Fachtagung Schüttgutförderertechnik* 23 (2018)
- [17] CHEN, W. ; DONOHUE, T. ; WILLIAMS, K. ; KATTERFELD, A. ; ROESSLER, T.: Modelling cohesion and adhesion of wet, sticky iron ores in discrete element modelling for material handling processes. In: *Iron Ore Conference* (2015)
- [18] CHENG, H. ; YOSHIDA, K. ; YANABE, S.: Finite element analysis of belt skew caused by angular misalignment of rollers. In: *Journal of Mechanical Engineering Science* 218 (2004), S. 1223–1232
- [19] CLERX, H. P. M.: *Spursysteme für Förderbänder: Beschreibung von bestehenden Systemen und von der Entwicklung von neuen Spursystemen*. Baarlo, Niederlande : Bibliotheek Den Haag, 1997
- [20] COMPANY, Shipp B.: *Shipp Belting Company*. Version: 2018. <http://www.shippbelting.com/BeltTraining.aspx>
- [21] CONVEYORBELTGROUP: CONTI® PIPE – High Speed Rollgurte Geschlossene Systeme für besonders enge Kurven und hohe Produktivität. (2018)
- [22] CRAIG, R. ; BAMPION, C.: Coupling of Substructures for Dynamic Analysis. In: *AIAA Journal* 6 (1968), Nr. 7, S. 1313–1319
- [23] CUNDALL, P.A. ; STRACK, O: A Discrete Numerical Mode For Granular Assemblies. In: *Geotechnique* 29 (1979), 01, S. 47–65
- [24] DIETL, W.: *Der Einfluss einer schräggestellten Umlenktrommel auf die Geradeauslauf-eigenschaften von Gurtbandförderern*, Technische Universität Wien, Dissertation, 1996
- [25] DILEFELD, M. ; MINKIN, A.: *Umweltfreundliche Reststoffentsorgung in einem sibirischen Kohlenkraftwerk durch Schlauchgurtförderer*. LOGISCH Verlag, 2015

- 
- [26] DRATT, M.: *Kopplung von FEM- und DEM-Simulationen zur Analyse der Gut-Bauteil-Interaktion in der Fördertechnik*, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg, Dissertation, 2016
- [27] DRATT, M. ; KATTERFELD, A. ; WHEELER, C.: Determination of the Bulk Flexure Resistance via Coupled FEM-DEM Simulation. In: *CHOPS Tel-Aviv* (2015), 05
- [28] DRATT, M. ; SCHATNER, P. ; KATTERFELD, A. ; WHEELER, C. ; WENSRICH, C.: Coupled DEM and FEM simulations for the analysis of conveyor belt deflection. In: *Bulk Solids Europe 2012, Berlin* (2012), 01
- [29] DRESIG, H. ; HOLZWEISSIG, F.: *Maschinendynamik*. 9. Aufl. Leipzig : Springer, 2009
- [30] DROBE, M. ; KILLICHES, F.: *Vorkommen und Produktion mineralischer Rohstoffe – ein Ländervergleich*. Hannover : Bundesanstalt für Geowissenschaften und Rohstoffe, 2014
- [31] EGGER, M.: *Weiterentwicklung des Bandprüfstandes durch Einbau einer rechnergestützten Bandlageregelung und Messdatenerfassung*, Technische Universität Wien, Diplomarbeit, 1996
- [32] EGGER, M.: *Seitliches Laufverhalten des Fördergurtes beim Gurtbandförderer*, Technische Universität Wien, Dissertation, 2000
- [33] EGGER, M.: *Laufverhalten von Flachbändern: Lenkmechanismen beim seitlichen Führen von Bändern*. Düsseldorf : Verlag Stahleisen, 2008 (Stahleisen communications)
- [34] EGGER, M.: Seitliches Laufverhalten des Fördergurtes. In: *Gurtförderer und ihre Elemente* (2014)
- [35] EGGER, M. ; HOFFMANN, K.: Deformation of the Conveyor Belt due to the Overrunning Process. In: *Danubia-Adria-Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics 19* (2001)
- [36] EGGER, M. ; HOFFMANN, K.: Lateral Running of flat belts: The Angled, Conical Pulley. In: *International Conference for Mechanism and Machine Science, IFToMM World Congress 12* (2007)
- [37] EGGER, M. ; HOFFMANN, K.: Tracking of Flat Belts by Skewing Pulley Axis. In: *International Conference for Mechanism and Machine Science, IFToMM World Congress 12* (2007)
- [38] ES, L.P. van: The Effectiveness of Belt Training Idlers. In: *bulk solid handling* 14 (1994), S. 291–293

- [39] ESI: *Belt Tracking*. Dresden, 2018 <https://www.simulationx.de/simulationssoftware/simulationx4-0.html>
- [40] FAM: *Förderanlagen Magdeburg*. Version: 2018. <http://www.fam.de/deutsch/Mediathek/Bilder/Absetzer.html>
- [41] FENNER ; DUNLOP ; CONVEYORBELTING: *Belt Tracking*. Scottsdale, USA, 2003 [www.fennerdunlopamericas.com](http://www.fennerdunlopamericas.com)
- [42] FIMBINGER, E.: Fördergurtsimulation - Entwicklungen und Anwendung der Methodik zur Simulation von Fördergurten mittels der DEM. In: *23. Fachtagung Schüttgutförder-technik* (2018)
- [43] FIMBINGER, E. ; PRENNER, M.: Simulation von Fördergurten mittels der DEM. In: *8. Kolloquium Fördertechnik im Bergbau* (2018)
- [44] FRACKOWIAK, A. ; WILLENBERG, M.: *Beitrag zur messtechnischen Überwachung und Darstellung von Geometrie, Lage und Zustand eines Fördergurtes einer Bandanlage sowie Formulierung regelungstechnischer Ansätze zur Korrektur des Bandschieflaufs*, Technische Universität Wien, Diplomarbeit, 2000
- [45] GABMAYER, T.: *Untersuchung der Effektivität verschiedener Steuereinrichtungen zur Beeinflussung des seitlichen Laufverhaltens von Edelstahlprozessbändern*, Technische Universität Wien, Dissertation, 2011
- [46] GALLAGHER, R. H.: *Finite-Elemente-Analysis*. Berlin : Springer-Verlag GmbH, 1976
- [47] GLADYSIEWICZ, L. ; KRÓL, R. ; KISIELEWSKI, W.: Measurements of loads on belt conveyor idlers operated in real conditions. In: *Measurement* 134 (2018), 10
- [48] GNAUERT, R.: Elektromechanische Lenkrolleneinrichtung. In: *Beschreibung zur Patentanmeldung* 195 14 189.0-22 (1999)
- [49] GONZALEZ, R.C. ; WOODS, R.E.: *Digital Image Processing*. Pearson/Prentice Hall, 2008
- [50] GRIMA, A. ; WYPYCH, P.: Development and validation of calibration methods of discrete element modelling. In: *Granular Matter* 13(2), S. 127–132
- [51] GRIMMER, K.-J.: *Über den Sturzwiderstand bei Bandförderung*. Düsseldorf : Fortschritt-Berichte VDI-Zeitschrift, 1968
- [52] GRIMMER, K.-J. ; BEUMER, B.: Auslegung und Betrieb kurvengängiger Förderbänder mit normalen Fördergurten. In: *Fördern und Heben* 22 (1972), Nr. 3, S. 107–112

- [53] GÜNTNER, W.A. ; FOTTNER, J. ; KESSLER, S. ; OTTO, H. ; RACKL: *DEM-Schüttgutdatenbank - Generierung einer Datenbank zur Kalibrierung von Schüttgütern für die DEM-Simulation von Förderanlagen*. fml - Lehrstuhl für Fördertechnik Materialfluss Logistik, Technische Universität München, 2017. – ISBN 9783941702752
- [54] GUYAN, R. J.: Reduction of stiffness and mass matrices. In: *AIAA Journal* 3 (1965), Nr. 2, S. 380–380
- [55] HABERHAUER, H. ; BODENSTEIN, F.: *Maschinenelemente*. Heidelberg : Springer-Verlag GmbH, 2008
- [56] HAHN, J.-O. ; RAJAMANI, R. ; ALEXANDER, L.: GPS-based real-time identification of tire-road friction coefficient. In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 10 (2002), Nr. 3, S. 331–343
- [57] HAMED, J. ; JOHNSTON, L. ; SCHARPF, G.: Measurement of tire brake force characteristics as related to wheel slip (anti-block) control system design. In: *SAE Transactions* 78 (1969), S. 909–925
- [58] HAN, F. ; HE, R. ; YAN, H. ; XIONG, F.: Lateral motion of the endless flat belt in a two-pulley belt system. In: *Advances in Mechanical Engineering* 9 (2017), Nr. 4, S. 1–13
- [59] HAN, F. ; YI, P. ; SHI, T.: Axial Motion of Flat Belt Induced by Angular Misalignment of Rollers. In: *International Conference on Mechatronics and Automation* (2009), S. 3299–3303
- [60] HAN, T.: Comparison of Wall Friction Measurements by Jenike Shear Tester and Ring Shear Tester. In: *KONA Powder and Particle Journal* 29 (2011), 01, S. 118–124
- [61] HEITMANN-BERNBURG, P.: Die Transportbänder. In: *Polytechnisches Journal* 323 (1908), S. 165–167
- [62] HERWIG, H.: *Strömungsmechanik A-Z*. Wiesbaden : Vieweg, 2004
- [63] HILTON, J. E. ; CLEARY, P. W.: Comparison of non-cohesive resolved and coarse grain DEM models for gas flow through particle beds. In: *Applied Mathematical Modelling* 38 (2014), Nr. 17-18, S. 4197–4214
- [64] HILTON, JE ; CLEARY, PW: DEM modelling of industrial granular flows: 3D case studies and the effect of particle shape on hopper discharge. In: *Applied Mathematical Modelling* 26 (2002), Nr. 2, S. 89 – 111
- [65] HOFFMANN, K.: Measurements and Simulation of Guiding Effects with Flat Belt Conveyors. In: *Metrology in the 3rd Millenium* (2003), S. 1939–1942

- [66] ILIC, Dusan: *Bulk Solid Interactions in Belt Conveying Systems*, University of Newcastle, Diss., 03 2013
- [67] ISAC, G.: *Untersuchung des seitlichen Laufverhaltens von Förderbändern bei leicht konischen Trommeln*, Technische Universität Wien, Dissertation, 2002
- [68] JURDZIAK, L. ; WAJDA, A.: Oszacowanie wielkosci rynku kraznikow w Polsce. In: *Transport Przemyslowy 3* (2008)
- [69] KATTERFELD, A. ; GRÖGER, T. ; MINKIN, A.: Discrete element simulation of transfer stations and their verification. In: *Australian bulk handling review 13* (2008), Nr. 1, S. 70–75
- [70] KATTERFELD, A. ; OTTO, H. ; RICHTER, C. ; ROSSITER, E. ; SZCZELINA, P.: Coupled Discrete Element and Multi-Body Systems Simulation for Determination of the Performance of Primary Crushers. In: *CFDEM®project user meeting* (2016)
- [71] KESSLER, F.: *Untersuchung der Führungskräfte quer zur Gurtlaufriechtung bei Gurtförderern mit Horizontalkurven*, Montanuniversität Leoben, Dissertation, 1986
- [72] KHAN, Q.: *Belt Tracking Project*, University of Toronto, Bachelorthesis, unbekannt
- [73] KINDER: *K-Wind Guards*. Version: Januar 2015. <http://www.kinder.com.au/k-wind-guards/>
- [74] KOBAYASHI, Yuko ; TOYA, Kiminori: Effect of belt transport speed and other facts on belt mistracking. In: *ASME/JSME Joint Conference on Micromechatronics for Information and Precision Equipment* (2006)
- [75] KOLLER, M.: *Simulation des seitlichen Verlaufens von endlosen Stahlbändern*, Technische Universität Wien, Diplomarbeit, 2009
- [76] KOUTSOVASILIS, P.: *Model Order Reduction in Structural Mechanics*, Technische Universität Dresden, Dissertation, 2009
- [77] KRAUSE, F. ; HETTLER, W.: *Die Belastung der Tragrollen von Gurtbandförderern mit dreiteiligen Tragrollenstationen infolge Förderung unter Beachtung des Fördervorganges und der Schüttguteigenschaften*. Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule Otto von Guericke Magdeburg 18, 1974
- [78] KRUTZGER, C. ; OTTO, H. ; BÄHR, R. ; KATTERFELD, A. ; WINTGENS, R.: Vergleich von zwei Methoden zur simulativen Abbildung von Formstoffmischsystemen. In: *Deutscher Gießereitag* (2016)

- [79] KULINOWSKI, P.: Simulation Method of Designing and Selecting Tensioning Systems for Mining Belt Conveyors. In: *Archives of Mining Sciences* 59 (2014), 02. <http://dx.doi.org/10.2478/amsc-2014-0009>. – DOI 10.2478/amsc-2014-0009
- [80] KUNZE, G. ; KATTERFELD, A. ; RICHTER, C. ; OTTO, H. ; SCHUBERT, C.: Plattform- und softwareunabhängige Simulation der Erdstoff-Maschine Interaktion. In: *Fachtagung Baumaschinentechnik* (2012), S. 251–262
- [81] LEIJENAAR: *Leijenaar BV*. Version: 2018. <https://www.leijenaar.nl/de/v-pflugabstreifer>
- [82] LI, L. ; WANG, F.-Y.: *Advanced Motion Control and Sensing for Intelligent Vehicles*. New York : Springer Science, 2007
- [83] LODEWIJKS, G ; LI, W. ; PANG, Y. ; JIANG, X.: An Application of the IoT in Belt Conveyor Systems. In: *International Conference on Internet and Distributed Computing Systems* 9864 (2016), 09, S. 340–351
- [84] M-A. HODAPP, B. K.: *Diskretisierung I Einführung in die Finite Elemente Methode*. 0.1 Aufl. Stuttgart : Universität Stuttgart, 2006
- [85] MANG, H. ; HOFSETTER, G.: *Festigkeitslehre*. Wien : Springer-Verlag GmbH, 2000
- [86] MATHIAK, F. U.: *Die Methode der Finiten Elemente (FEM)*. Neubrandenburg, 2010
- [87] MAULHARDT, C. ; STEIN, R.: Experimentelle Untersuchung und numerische Modellierung fußgängerinduzierter Schwingungen von Schrägkabelfußgängerbrücken. In: *Experimentelle Untersuchung von Baukonstruktionen* 7 (2013)
- [88] MEISSNER, U. F. ; MAURIAL, A.: *Die Methode der Finiten Elemente*. 2. Aufl. Berlin Heidelberg : Springer, 2000
- [89] MÜLLER, H.: Fördergurte im Braunkohletagebau. In: *Fördertechnik* (1992)
- [90] MUNZENBERGER, P ; WHEELER, C.: Prediction of conveyor belt indentation rolling resistance using the finite element method. In: *7th International Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids, CHoPS 2012* (2012), 01
- [91] NASATO, D. S. ; GONIVA, C. ; PIRKER, S. ; KLOSS, C.: Coarse graining for large-scale DEM simulations of particle flow—an investigation on contact and cohesion models. In: *Procedia engineering* 102 (2015), S. 1484–1490
- [92] OERTEL, H. ; BÖHLE, M. ; DOHRMANN, U.: *Strömungsmechanik*. 4. Aufl. Wiesbaden : Vieweg, 2006



- 
- [93] OPENFOAM-FOUNDATION: *OpenFoam*. Version: 2013. <http://www.openfoam.org/>
- [94] OTTO, H.: *Einbeziehung flexibler Körper in die Mehrkörpersimulation*, TU Dresden, Großer Beleg, 2011
- [95] OTTO, H. ; WONNER, L. ; KATTERFELD, A.: Experimentelle Analyse des Lenkungsverhaltens von Tragrollen in Gurtförderanlagen bei Gurtschieflauf. In: *Fachkolloquium der WGTL 14* (2018)
- [96] PAJER, G. ; KUHNT, H.: *Stetigförderer*. 2. Aufl. Berlin : VEB Verlag Technik, 1974
- [97] PAJER, G. ; KUHNT, H.: *Stetigförderer*. 5. Aufl. Berlin : VEB Verlag Technik, 1988
- [98] PAULISCHIN, F. ; KARTNIG, G.: Das laterale Laufverhalten von Stahlprozessbändern - Erweiterung der Betrachtungen auf Bänder mit geringen Bandspannungen. In: *Fachkolloquium der WGTL 14* (2018)
- [99] PIRKO, A.: *Untersuchungen zur Gurtführung mit geregelten Schrägrollen*, Technische Universität Wien, Dissertation, 2006
- [100] RAO, K. D. ; SWAMY, M.N.S.: *Digital Signal Processing: Theory and Practice*. Singapore : Springer Nature Singapore Ltd., 2018
- [101] RITZINGER, P.: *Seitliches Laufverhalten von langsam laufenden Metallbändern auf zylindrischen Trommeln*, Technische Universität Wien, Dissertation, 1997
- [102] RÖSSLER, T. ; KATTERFELD, A.: Experimentelle Analyse und DEM-Simulation der Funktionsweise eines Räumrades zum Bunkeraustrag. In: *Jahrestreffen der ProcessNet-Fachgruppe Agglomerations- und Schüttguttechnik* (2014)
- [103] RÖSSLER, T. ; KATTERFELD, A.: Scaling of the angle of repose test and its influence on the calibration of DEM parameters using upscaled particles. In: *Powder Technology* 330 (2018), 05
- [104] ROBERTS, A. ; WHEELER, C.: Review of Belt Conveyor Design Procedures. In: *CBSPT internal Document* (2017)
- [105] RUST, W.: *Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen*. 2. Aufl. Wiesbaden : Vieweg+Teubner Verlag, 2011
- [106] SCHÄFFLERGUPPE: FAG Top-Laser SMARTY2. In: [www.fis-services.de](http://www.fis-services.de) (2014)
- [107] SCHRÖDER, D. L. ; MENTGES, U.: Kontinuierliche Tagebautechnik mit vollmobilen Brechanlagen. In: *Schüttgut – fördern und lagern*

- [108] SCHROEDER, W. ; MARTIN, K. ; MARTIN, K.W. ; LORENSEN, B.: *The Visualization Toolkit*. Prentice Hall PTR, 1998
- [109] SCHULMEISTER, K.: *Modellierung und Regelung des lateralen Laufverhaltens von Stahlprozessbändern*, Technische Universität Wien, Dissertation, 2009
- [110] SCHULZ, G.: *Measuring control and presentation of geometry, position and condition of the conveyor belt of a belt conveyor as well as realisation of an automatic control concept for the correction of off-track running belts*. Bochum : Agricola Bochum, unbekannt
- [111] SCHWAMB, P.: *Elements of Mechanism*. 3. Aufl. New York : John Wiley and Sons, 1921
- [112] SELBY, M.: Introduction to tracking a conveyor belt. In: *Australian Bulk Handling Review* (2010)
- [113] SIEMENS: *Digital solutions for the mining industry*. Version:2019. <https://new.siemens.com/global/en/markets/mining-industry/digitalization.html>
- [114] SPAANS, C. ; BUITENHEK, D.: Het spooreffect van konisch-celindrische trommels. In: *de constructeur* 10 (1990), S. 40–49
- [115] SWINDERMAN, R.T. ; MARTI, A.D. ; GOLDBECK, L. J. ; STREBEL, M. G.: *Foundations*. Bd. 4. Klein-Winternheim : Martin Engineering GmbH, 2011
- [116] TAPPEINER, S.: *Häufige Ursachen für Qualitätsmängel an Stahlseilfördergurten*. Bd. 20. LOGISCH Verlag, 2015. – 93–103 S.
- [117] TECHNICALCATALOGUE: *ULMA , Conveyor*. Version: 2019. <http://www.ulmaconveyor.com/>
- [118] VOITH: *BeltGenius ERIC: Digitaler Zwilling steigert Performance von Gurtförderanlagen*. Version:2018. [http://voith.com/corp-de/news-room/press-releases\\_109597.html](http://voith.com/corp-de/news-room/press-releases_109597.html)
- [119] VONDAACKE, S.: *Berechnungsmodell zur Ermittlung des Eindrückrollwiderstandes von Schlauchgurtförderern*, Universität Hannover, Dissertation, 2018
- [120] VONDAACKE, S. ; OVERMEYER, L.: *Feldmessungen zur Ermittlung des Bewegungswiderstandes an verschiedenen in Betrieb befindlichen Schlauchgurtförderanlagen*. Bd. 20. LOGISCH Verlag, 2015. – 81–91 S.
- [121] WAHLS, A.: *Konstruktion eines Versuchsstands zur Analyse von Gurtschieflauf*, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Masterarbeit, 2016
- [122] WAHLS, A.: *KÜPPER Sensing Idler – Frühwarnsystem für Förderbandanlagen*. Bd. 22. LOGISCH Verlag, 2017

- 
- [123] WANG, E. ; NELSON, T. ; RAUCH, R.: Back to Elements - Tetrahedra vs. Hexahedra. In: *CAD-FEM GmbH* (2001)
- [124] WEIGEL, T.: *Beitrag zur Kurvengängigkeit von Bandförderanlagen unter besonderer Berücksichtigung der normalen Gummifördergurte*, Universität Karlsruhe, Dissertation, 1976
- [125] WENSRICH, C. ; KATTERFELD, A.: Rolling friction as a technique for modelling particle shape in DEM. In: *Powder Technology* 217 (2011)
- [126] WHEELER, Craig: *Analysis of the Main Resistances of Belt Conveyors*, University of Newcastle, Dissertation, 2003
- [127] WÖHLBIER, R. H.: *Eliminating Conveyor Belt Misalignment / Side-Travel Problems*. (2009)
- [128] WIMMER, W.: *Bau und Entwurf eines Modellprüfstandes zur Untersuchung des Geradeauslaufs von Förderbändern*, Technische Universität Wien, Diplomarbeit, 1994
- [129] WONNER, L.: *Experimentelle Untersuchungen zur Ermittlung von Gurtschieflauf*, Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Bachelorarbeit, 2017
- [130] ZIEGLER, M.: *Gurtschieflauf - Ursachen und Vermeidung*. Köln : RWE AG, unbekannt
- [131] ZIEGLER, M. ; HARTLIEB, P. von: Digitaler Zwilling / Digital Twin. In: *AT Mineral Processing* (2019), S. 64–73

