

Analyse des Stromes durch eine von Stromrichtern gespeiste ohmsch-induktive Last

Von J. Schwarz¹

Mit 4 Abbildungen

(Eingegangen am 25. September 1976)

Wird von der Spannungsquelle, die zur Speisung von Peltierelementen dienen soll, Stellbarkeit verlangt, so werden dazu oft Thyristorstromrichter verwendet [1], [4], [5]. Der Wirkungsgrad einer mit Peltierelementen aufgebauten Anlagen zur Kühlung oder Heizung (thermoelektrische Wärmepumpe) ist in starkem Maße von dem Oberschwingungsgehalt des fließenden Stromes abhängig. Deshalb werden zur Stromglättung Drosseln in Reihe mit den Peltierelementen geschaltet. Zur optimalen Dimensionierung der Anlage ist eine Analyse des durch die Last fließenden Stromes erforderlich.

Eine geeignete Näherung für die hier vorliegende Schaltungsanordnung ist die Reihenschaltung einer Resistanz, einer Reaktanz und einer EMK.

1. Allgemeines

1.1. Voraussetzungen

Alle Berechnungen in dieser Arbeit gelten unter folgenden Voraussetzungen:

- symmetrisches starres Netz ohne Oberschwingungen
- symmetrisch arbeitende Ansteuervorrichtung
- keine Kommutierungsreaktanzen vorhanden
- ideal leitende und sperrende Ventile
- mit Ausnahme des Lastkreises keine Resistenzen vorhanden
- konstante Parameter E , L und R .

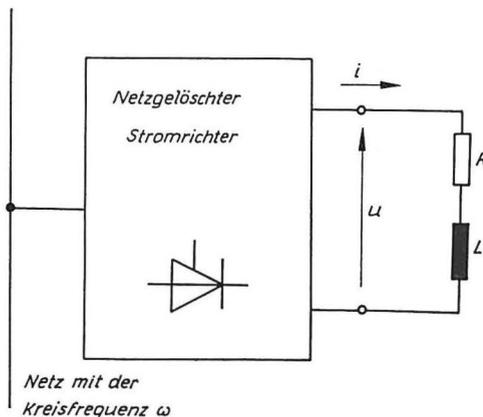


Abb. 1. Ersatzschaltbild

¹ Dipl.-Ing. Jürgen Schwarz, DDR-1017 Berlin, Koppenstraße 66.

Abb. 1 zeigt das Ersatzschaltbild der zu berechnenden Schaltungen. Die Berücksichtigung der EMK erfolgt später.

1.2. Parameter des Wellenstromes

Außer den charakteristischen Größen des Wellenstromes, seinem arithmetischen Mittelwert I_{da} , seinem Effektivwert I_{de} , dem Effektivwert des Oberschwingungsgehaltes \tilde{I}_{de} und den beiden Extremwerten I_{max} und I_{min} interessieren vor allen Dingen die aus diesen Größen gebildeten Parameter.

In dieser Arbeit werden zur Berechnung der Parameter Welligkeit

$$w = \frac{\tilde{I}_{de}}{I_{da}}, \tag{1}$$

relative Schwingungsweite

$$w_{ss} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{da}}, \tag{2}$$

Extremwertwelligkeit

$$w_E = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \tag{3}$$

Pulsation

$$w_p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max}} = 1 - \frac{I_{min}}{I_{max}} \tag{4}$$

und Gleichrichtscheitelfaktor

$$f_s = \frac{I_{max}}{I_{da}} \tag{5}$$

Formeln und Diagramme angegeben.

1.3. Definitionen und bezogenen Größen

Aus den beiden Bauelementen der Last R und L lassen sich die Zeitkonstante τ

$$\tau = \frac{L}{R}, \tag{6}$$

der Phasenwinkel φ

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L}{R} = \arctan \omega \tau \tag{7}$$

und der Scheinwiderstand Z

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = R \sqrt{1 + (\omega \tau)^2} \tag{8}$$

berechnen.

Die Spannungen werden auf die ideelle Leerlaufspannung des Stromrichters

$$U^* = \frac{U}{U_{dio}}, \tag{9}$$

die Ströme auf einen Bezugsstrom

$$I^* = \frac{I}{U_{\text{di0}}/R} \quad (10)$$

und die Zeit auf die Netzkreisfrequenz

$$\vartheta = \omega t \quad (11)$$

bezogen.

1.4. Allgemeine Beziehungen im Lastkreis

Aus der Differentialgleichung des Lastkreises

$$u = L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i \quad (12)$$

ergibt sich mit

$$u = U\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \psi) \quad (13)$$

allgemein die Lösung

$$i = \frac{U\sqrt{2}}{Z} \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) + A \cdot e^{-t/\tau} \quad (14)$$

für anliegende Teilstücke von Sinusspannungen (13). Ist die an der Last liegende Teilspannung Null (Wirken des Freilaufventils), so verhält sich der Strom nach

$$i = B \cdot e^{-t/\tau}. \quad (15)$$

Nach dem Satz von *Fourier* läßt sich die Ausgangsspannung des Stromrichters allgemein mit

$$u(t) = U_{\text{di}x} + \sum_{v=p,2p,\dots}^{\infty} \sqrt{2} U_v \sin(v\omega t + \varphi_v) \quad (16)$$

darstellen. Für den fließenden Strom läßt sich analog

$$i(t) = I_{\text{da}} + \sum_{v=p,2p,\dots}^{\infty} \sqrt{2} I_v \sin(v\omega t + \psi_v) \quad (17)$$

ansetzen. Unter den in Abschnitt 1.1. definierten Voraussetzungen (lineare Verhältnisse) ist der Superpositionssatz anwendbar und es genügt eine Betrachtung jeder Oberwelle für sich. Für den Gleichanteil gilt darum

$$I_{\text{da}} = \frac{U_{\text{di}x}}{R} \quad \text{bzw.} \quad I_{\text{da}}^* = U_{\text{di}x}^*. \quad (18)$$

Ist in Reihe mit der Last eine Gegenspannungsquelle E geschaltet, so ergibt sich für den Gleichanteil

$$I_{\text{da}} = \frac{U_{\text{di}x} - E}{R} \quad \text{bzw.} \quad I_{\text{da}}^* = U_{\text{di}x}^* - E^*. \quad (19)$$

Der Wechselstromanteil des Mischstromes ist im nichtlückenden Betrieb unabhängig von der Größe der Gegenspannung E , weil sich der Wechselspannungsgehalt der Stromrichterausgangsspannung nur in Abhängigkeit vom Steuerwinkel α , nicht aber in Abhängigkeit von der EMK E und damit dem entnommenen Gleichstrom I_{da} ändert.

2. Berechnung mit ohmsch-induktiver Last

2.1. Einpulsstromrichter ($M I$) [2]

Mit $i = 0$ für $\vartheta = \alpha$ und $\psi = 0$ ergibt sich für den Strom

$$i(\vartheta) = \frac{U\sqrt{2}}{Z} [\sin(\vartheta - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) e^{-(\vartheta - \alpha)/\omega\tau}]. \quad (20)$$

Für die Leitdauer β ergibt sich aus

$$i(\alpha + \beta) = 0 \quad (21)$$

eine Bestimmungsgleichung

$$\sin(\alpha + \beta - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) e^{-\beta/\omega\tau} = 0. \quad (22)$$

Der arithmetische Mittelwert der Spannung ergibt sich zu

$$U_{\text{dix}} = \frac{U\sqrt{2}}{2\pi} [\cos \alpha - \cos(\alpha + \beta)] \quad (23)$$

und der Effektivwert des Stromes hat die Größe

$$\begin{aligned} I_{\text{de}} = \frac{U}{Z} & \sqrt{\frac{1}{\pi} \left\{ \frac{\beta}{2} + \frac{\omega\tau}{2} \sin^2(\alpha - \varphi) \left[1 - \frac{4}{1 + (\omega\tau)^2} - e^{-2\beta/\omega\tau} \right] + \dots \right.} \\ & \left. \dots + 2e^{-\beta/\omega\tau} \cdot \sin(\alpha - \varphi) \left[\frac{\cos(\alpha + \beta - \varphi)}{1 + 1/(\omega\tau)^2} + \frac{\sin(\alpha + \beta - \varphi)}{\omega\tau [1 + 1/(\omega\tau)^2]} \right] + \dots \right.} \\ & \left. \dots + \sin[2(\alpha - \varphi)] \left[\frac{1}{4} - \frac{1}{1 + 1/(\omega\tau)^2} \right] - \frac{1}{4} \sin[2(\alpha + \beta - \varphi)] \right\}. \quad (24) \end{aligned}$$

Der Minimalwert des Stromes ist immer Null (lückender Betrieb). Eine Extremwertbetrachtung liefert für den Zeitpunkt des Auftretens des Maximalwertes eine implizite Lösung

$$\sin(\varphi - \alpha) e^{-(\vartheta_m - \alpha)/\omega\tau} = \omega\tau \cdot \cos(\vartheta_m - \varphi) \quad (25)$$

mit dem Lösungsbereich

$$\max\left(\alpha, \frac{\pi}{2}\right) \leq \vartheta_m \leq \alpha + \beta. \quad (26)$$

2.2. p -Pulsstromrichter (Mp, Bp)

Mit $\psi = \frac{\pi}{2}$, einem interessierenden Bereich

$$-\frac{\pi}{p} + \alpha \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{p} + \alpha \quad (27)$$

und dem Lösungsansatz für nichtlückenden Betrieb

$$i\left(\alpha - \frac{\pi}{p}\right) = i\left(\alpha + \frac{\pi}{p}\right) \quad (28)$$

wird die Lösung

$$i(\vartheta) = \frac{U\sqrt{2}}{Z} \left[\cos(\vartheta - \varphi) - \frac{\sin(\alpha - \varphi) \cdot \sin \frac{\pi}{p}}{\sinh \frac{\pi}{p\omega\tau}} e^{-(\vartheta - \alpha)/\omega\tau} \right]. \quad (29)$$

Für die Mittelwerte gilt

$$U_{\text{dix}} = U \sqrt{2} \cdot \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha \quad (30)$$

$$I_{\text{de}} = \frac{U}{Z} \sqrt{\frac{p}{\pi} \left\{ \frac{\pi}{p} + \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{p} \cdot \cos [2(\alpha - \varphi)] + 2\omega\tau \cdot \sin^2 (\alpha - \varphi) \times \dots \right.}$$

$$\left. \dots \times \sin^2 \frac{\pi}{p} \cdot \coth \frac{\pi}{p\omega\tau} + \frac{4 \cdot \sin (\alpha - \varphi) \cdot \sin \pi/p}{1 + 1/(\omega\tau)^2} \left\langle \cos \frac{\pi}{p} \left[\sin (\alpha - \varphi) - \dots \right. \right. \right.$$

$$\left. \left. \dots - \frac{1}{\omega\tau} \cos (\alpha - \varphi) \right] - \sin \frac{\pi}{p} \cdot \coth \frac{\pi}{p\omega\tau} \left[\cos (\alpha - \varphi) + \frac{1}{\omega\tau} \cdot \sin (\alpha - \varphi) \right] \right\rangle \right\}. \quad (31)$$

Die Bestimmungsgleichung für die Zeitpunkte des Auftretens der Extremwerte lautet

$$\omega\tau \cdot \sinh \frac{\pi}{p\omega\tau} \cdot \sin (\vartheta_m - \varphi) = \sin (\alpha - \varphi) \cdot \sin \frac{\pi}{p} \cdot e^{-(\vartheta_m - \alpha)/\omega\tau}, \quad (32)$$

wobei das Maximum im Bereich

$$\max \left(0, \alpha - \frac{\pi}{p} \right) \leq \vartheta_m \leq \min \left(\frac{\pi}{2}, \alpha + \frac{\pi}{p} \right) \quad (33)$$

und das Minimum entweder im Bereich

$$\alpha - \frac{\pi}{p} \leq \vartheta_m \leq \begin{cases} \alpha \text{ für } \alpha - \frac{\pi}{p} > 0 \\ 0 \text{ für } \alpha - \frac{\pi}{p} \leq 0 \end{cases}, \quad (34)$$

oder aber bei Erfüllung der Ungleichung

$$\frac{di}{dt} \left(\alpha - \frac{\pi}{p} \right) \geq 0 \quad (35)$$

und daraus

$$- \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi \right) + \frac{\sin (\alpha - \varphi) \cdot \sin \frac{\pi}{p}}{\omega\tau \cdot \sinh \frac{\pi}{p\omega\tau}} e^{-\frac{\pi}{p\omega\tau}} \geq 0 \quad (36)$$

im Zündzeitpunkt $\vartheta = \alpha - \frac{\pi}{p}$ auftritt.

Für lückenden Betrieb ist

$$i \left(\alpha - \frac{\pi}{p} \right) = 0 \quad (37)$$

und damit ergibt sich für den Augenblickswert

$$i(\vartheta) = \frac{U\sqrt{2}}{Z} \left[\cos (\vartheta - \varphi) - \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi \right) e^{-\left(\vartheta - \alpha + \frac{\pi}{p} \right) / \omega\tau} \right]. \quad (38)$$

Aus der Bedingung

$$i \left(\alpha - \frac{\pi}{p} + \beta \right) = 0 \quad (39)$$

wird die Bestimmungsgleichung für β

$$\cos\left(\alpha + \beta - \frac{\pi}{p} - \varphi\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi\right) e^{-\beta/\omega\tau} = 0. \quad (40)$$

Durch Einsetzen von $\beta = \frac{2\pi}{p}$ erhält man die Lückgrenze

$$e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}} = \frac{\cos\frac{\pi}{p} \cdot \cos(\alpha - \varphi) - \sin\frac{\pi}{p} \cdot \sin(\alpha - \varphi)}{\cos\frac{\pi}{p} \cdot \cos(\alpha - \varphi) + \sin\frac{\pi}{p} \cdot \sin(\alpha - \varphi)}. \quad (41)$$

Speziell: $p = 2$

$$e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}} = \frac{-\sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\alpha - \varphi)}. \quad (42)$$

Daraus ergibt sich als einzig mögliche Lösung

$$\alpha = \varphi. \quad (43)$$

Die Umstellung von Gl. (40) nach α liefert mit den Hilfsfunktionen

$$f_1(\beta, \omega\tau) = \cos\left(\beta - \frac{\pi}{p} - \varphi\right) - \cos\left(\frac{\pi}{p} + \varphi\right) e^{-\beta/\omega\tau} \quad (44)$$

und

$$f_2(\beta, \omega\tau) = \sin\left(\beta - \frac{\pi}{p} - \varphi\right) + \sin\left(\frac{\pi}{p} + \varphi\right) e^{-\beta/\omega\tau} \quad (45)$$

die Lösung

$$\alpha = \arcsin\left\{\pm \frac{f_1(\beta, \omega\tau)}{\sqrt{f_1^2(\beta, \omega\tau) + f_2^2(\beta, \omega\tau)}}\right\}. \quad (46)$$

Bei Berücksichtigung der Mehrdeutigkeit von (46) ergibt sich daraus

$$\alpha = \begin{cases} \arcsin \frac{f_1(\beta, \omega\tau)}{\sqrt{f_1^2(\beta, \omega\tau) + f_2^2(\beta, \omega\tau)}} & \text{für } f_2(\beta, \omega\tau) > 0 \\ \pi - \arcsin \frac{f_1(\beta, \omega\tau)}{\sqrt{f_1^2(\beta, \omega\tau) + f_2^2(\beta, \omega\tau)}} & \text{für } f_2(\beta, \omega\tau) < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } f_2(\beta, \omega\tau) = 0. \end{cases} \quad (47)$$

Zur Berechnung der Lückgrenze wird $\beta = \frac{2\pi}{p}$ in (46) eingesetzt und liefert

$$\alpha = \arcsin\left\{\pm \frac{\cos\frac{\pi}{p} \cdot \cos\varphi \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}}\right) + \sin\frac{\pi}{p} \cdot \sin\varphi \left(1 + e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}}\right)}{\sqrt{e^{-\frac{4\pi}{p\omega\tau}} - 2e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}} \cdot \cos\frac{2\pi}{p} + 1}}\right\}. \quad (48)$$

Für die Mittelwerte der Spannung und des Stromes ergibt sich

$$U_{\text{dix}} = \frac{pU\sqrt{2}}{2\pi} \left[\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{p} + \beta \right) - \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{p} \right) \right] \quad (49)$$

$$\begin{aligned} I_{\text{de}} = & \frac{U}{Z} \sqrt{\frac{p}{\pi} \left\{ \frac{\beta}{2} + \frac{1}{4} \cdot \sin \left[2 \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi + \beta \right) \right] + \sin \left[2 \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi \right) \right] \right\} \times \dots} \\ & \dots \times \left[\frac{1}{1 + 1/(\omega\tau)^2} - \frac{1}{4} \right] + \frac{\omega\tau}{2} \cdot \cos^2 \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi \right) \left[1 - \frac{4}{1 + (\omega\tau)^2} - e^{-2\beta/\omega\tau} \right] + \dots \\ & \dots + \frac{2 \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi \right) \cdot e^{-\beta/\omega\tau}}{1 + 1/(\omega\tau)^2} \left[\frac{1}{\omega\tau} \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi + \beta \right) - \dots \right. \\ & \left. \dots - \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi + \beta \right) \right] \}. \end{aligned} \quad (50)$$

Der Zeitpunkt des Strommaximums kann durch Auswertung von

$$\sin(\vartheta_m - \varphi) = \frac{1}{\omega\tau} \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{p} - \varphi \right) e^{-\left(\vartheta_m - \alpha - \frac{\pi}{p}\right)/\omega\tau} \quad (51)$$

im Bereich

$$\max \left(\alpha - \frac{\pi}{p}, 0 \right) \leq \vartheta_m \leq \alpha - \frac{\pi}{p} + \beta \quad (52)$$

berechnet werden.

2.3. *p*-Pulsstromrichter mit Freilaufventil (*M p F*, *B 2 HZ*, *B p F*)

Aus der anliegenden Spannung

$$u(\vartheta) = \begin{cases} U\sqrt{2} \cdot \sin \vartheta & \text{für } \alpha \leq \vartheta \leq \pi \\ 0 & \text{für } \pi \leq \vartheta \leq \alpha + \frac{2\pi}{p} \end{cases} \quad (53)$$

und den Nebenbedingungen

$$i(\pi - d\vartheta) = i(\pi + d\vartheta) \quad (54)$$

$$i(\alpha) = i \left(\alpha + \frac{2\pi}{p} \right) \quad (55)$$

ergibt sich für den Strom

$$i(\vartheta) = \begin{cases} \frac{U\sqrt{2}}{Z} \left\{ \sin(\vartheta - \varphi) + \frac{\sin \varphi \cdot e^{\frac{\pi(p-2)}{p\omega\tau}} - \sin(\alpha - \varphi) e^{\alpha/\omega\tau}}{1 - e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}}} \right\} e^{-\vartheta/\omega\tau} & \text{für } \alpha \leq \vartheta \leq \pi \\ \frac{U\sqrt{2}}{Z} \cdot \frac{\sin \varphi \left[2 \cdot \sinh \frac{\pi}{\omega\tau} + e^{\frac{\pi(p-2)}{p\omega\tau}} \right] - \sin(\alpha - \varphi) e^{\alpha/\omega\tau}}{1 - e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}}} e^{-\vartheta/\omega\tau} & \text{für } \pi \leq \vartheta \leq \alpha + \frac{2\pi}{p}. \end{cases} \quad (56)$$

Lücken des Stromes ist prinzipiell ausgeschlossen, weil der Augenblickswert der Spannung über der Last nicht negativ wird (praktisch tritt durch den Spannungsabfall über dem Freilaufventil doch Lücken auf; die Kenngrößen des Stromes werden dadurch aber nicht wesentlich verändert).

Für den arithmetischen Mittelwert der Spannung gilt

$$U_{\text{dix}} = \frac{pU\sqrt{2}}{2\pi} (1 + \cos \alpha). \quad (57)$$

Die Lösung für den Effektivwert des Stromes ist sehr unübersichtlich. Die Extremwerte ergeben sich durch Auswertung von

$$\cos(\vartheta_m - \varphi) - \frac{\left[\sin \varphi \cdot e^{\frac{\pi(p-2)}{p\omega\tau}} - \sin(\alpha - \varphi) e^{\alpha/\omega\tau} \right] e^{-\vartheta_m/\omega\tau}}{\omega\tau \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}} \right)} = 0. \quad (58)$$

Das Maximum tritt im Bereich

$$\max \left(\frac{\pi}{2}, \alpha \right) \leq \vartheta_m \leq \pi \quad (59)$$

und das Minimum entweder im Bereich

$$\alpha \leq \vartheta_m \leq \frac{\pi}{2} \quad (60)$$

oder aber bei Erfüllung von

$$\cos(\alpha - \varphi) - \frac{\sin \varphi \cdot e^{\left[\frac{\pi(p-2)}{p\omega\tau} - \frac{\alpha}{\omega\tau} \right]} - \sin(\alpha - \varphi)}{\omega\tau \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{p\omega\tau}} \right)} \geq 0 \quad (61)$$

im Zündzeitpunkt $\vartheta_m = \alpha$ auf.

2.4. Die B 6 HF im Bereich $\alpha \leq \pi/3$

Hier liegen abwechselnd zwei zueinander phasenverschobene sinusförmige Spannungen an der Last

$$u(\vartheta) = \begin{cases} U\sqrt{2} \cdot \sin \left(\vartheta + \frac{\pi}{3} + \alpha \right) & \text{für } 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{3} - \alpha \\ U\sqrt{2} \cdot \sin(\vartheta + \alpha) & \text{für } \frac{\pi}{3} - \alpha \leq \vartheta \leq \frac{2\pi}{3}. \end{cases} \quad (62)$$

Aus der Bedingung der Stetigkeit des Stromes und

$$i(0) = i\left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad (63)$$

ergibt sich für den Strom

$$i(\vartheta) = \begin{cases} \frac{U\sqrt{2}}{Z} \left[\sin \left(\vartheta + \frac{\pi}{3} + \alpha - \varphi \right) + \frac{\sin \varphi \cdot e^{-\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)/\omega\tau} + \sin(\varphi - \alpha)}{1 - e^{-\frac{2\pi}{3\omega\tau}}} e^{-\omega\tau} \right] \\ \text{für } 0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{3} - \alpha \\ \\ \frac{U\sqrt{2}}{Z} \left[\sin(\vartheta + \alpha - \varphi) + \frac{\sin \varphi \cdot e^{-\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)/\omega\tau} + \sin(\varphi - \alpha)}{1 - e^{-\frac{2\pi}{3\omega\tau}}} e^{-\omega\tau} \right] \\ \text{für } \frac{\pi}{3} - \alpha \leq \vartheta \leq \frac{2\pi}{3}. \end{cases} \quad (64)$$

Für den Mittelwert gilt

$$U_{\text{di}x} = \frac{3U\sqrt{2}}{2\pi} (1 + \cos \alpha). \quad (65)$$

Der fließende Strom hat u. U. vier, i. a. unterschiedliche, Extremwerte. Durch Differentiation erhält man

$$\cos \left(\vartheta_m + \frac{\pi}{3} + \alpha - \varphi \right) - \frac{\sin \varphi \cdot e^{-\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)/\omega\tau} + \sin(\varphi - \alpha)}{\omega\tau \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{3\omega\tau}} \right)} e^{-\vartheta_m/\omega\tau} = 0 \quad (66)$$

mit einem sicheren kleinsten Minimum im Bereich

$$0 \leq \vartheta_m \leq \frac{\pi}{6} - \alpha \quad (67)$$

oder im Zeitpunkt $\vartheta_m = 0$, wenn die linke Seite von (66) für $\vartheta_m = 0$ größer als Null ist. Das unter Umständen auftretende Maximum im Bereich

$$\frac{\pi}{6} - \alpha \leq \vartheta_m \leq \frac{\pi}{3} - \alpha \quad (68)$$

ist auf alle Fälle kleiner oder gleich dem mit (69) und (70) berechneten Maximum.

Differenziert man den Strom im zweiten Bereich, so erhält man

$$\cos(\vartheta_m + \alpha - \varphi) - \frac{\sin \varphi \cdot e^{-\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)/\omega\tau} + \sin(\varphi - \alpha)}{\omega\tau \left(1 - e^{-\frac{2\pi}{3\omega\tau}} \right)} e^{-\vartheta_m/\omega\tau} = 0. \quad (69)$$

Das sich hier ergebende größte Maximum liegt zwischen

$$\frac{\pi}{2} - \alpha \leq \vartheta_m \leq \frac{2\pi}{3} \quad (70)$$

und das u. U. auftretende Minimum im Bereich

$$\frac{\pi}{3} - \alpha \leq \vartheta_m \leq \frac{\pi}{2} - \alpha. \quad (71)$$

Liefert (68) ein Maximum, so liefert auch (71) ein Minimum. Zur Ermittlung der Stromkenngrößen nach Abschnitt 1.2 genügen die in den Bereichen (67) und (70) gewonnenen Extremwerte.

3. Berechnung mit ohmscher Last

Während die Verhältnisse mit induktiver Last ($\omega\tau = \infty$) i.a. bekannt sind [3], interessiert als Grenzwert noch der Fall $\omega\tau = 0$ ($L = 0$). Hier ist der Strom der Spannung direkt proportional. Wird die Ausgangsspannung des Stromrichters negativ, so verliert durch die Richtwirkung der Ventile der Strom. Freilaufventile bleiben unwirksam, so daß Schaltungen mit Nullventil (M 1 F, B 2 HZ) nicht zusätzlich behandelt zu werden brauchen. Wegen der einfachen Berechnung werden hier nur die Ergebnisse angegeben (s. [3]).

3.1. Einpulsstromrichter (M 1, M 1 F)

$$U_{\text{dix}} = \frac{\sqrt{2} U}{2\pi} (1 + \cos \alpha) \tag{72}$$

$$I_{\text{dc}} = \frac{\sqrt{2} U}{2R} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\alpha} \tag{73}$$

$$\beta = \pi - \alpha \tag{74}$$

$$I_{\text{max}} = \begin{cases} \sqrt{2} \frac{U}{R} & \text{für } \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \sqrt{2} \frac{U}{R} \cdot \sin \alpha & \text{für } \alpha \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \tag{75}$$

$$I_{\text{min}} = 0 \tag{76}$$

3.2. *p*-Pulsstromrichter (M *p*, B *p*, M *p* F, B *p* F, B 2 HZ)

Für nichtlückenden Betrieb gilt:

$$\alpha \leq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p} \tag{77}$$

$$U_{\text{dix}} = \frac{\sqrt{2} p U}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha \tag{78}$$

$$I_{\text{dc}} = \frac{U}{R} \sqrt{1 + \frac{p}{2\pi} \cdot \cos 2\alpha \cdot \sin \frac{2\pi}{p}} \tag{79}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{p} \tag{80}$$

$$I_{\text{max}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} U}{R} & \text{für } \alpha - \frac{\pi}{p} \leq 0 \\ \frac{\sqrt{2} U}{R} \cdot \cos \left(\alpha - \frac{\pi}{p} \right) & \text{für } \alpha - \frac{\pi}{p} \geq 0 \end{cases} \tag{81}$$

$$I_{\text{min}} = \frac{\sqrt{2} U}{R} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{p} \right). \tag{82}$$

Für lückenden Betrieb ergibt sich

$$\alpha \geq \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{p} \quad (83)$$

$$U_{\text{di}\alpha} = \frac{\sqrt{2} p U}{2\pi} \left[1 - \sin \left(\alpha - \frac{\pi}{p} \right) \right] \quad (84)$$

$$I_{\text{de}} = \frac{\sqrt{2} U}{2R} \sqrt{1 + p \left[\frac{1}{2} - \frac{\alpha}{\pi} - \frac{1}{2\pi} \cdot \sin \left(2\alpha - \frac{2\pi}{p} \right) \right]} \quad (85)$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{p} - \alpha. \quad (86)$$

Für I_{max} gilt (81) und für I_{min} gilt (76).

3.3. Halbgesteuerte Drehstrombrücke (B 6 HF)

$$U_{\text{di}\alpha} = \frac{3\sqrt{2} U}{2\pi} (1 + \cos \alpha) \quad (87)$$

$$I_{\text{de}} = \begin{cases} \frac{U}{2R} \sqrt{\frac{3}{\pi} \left[\frac{4\pi}{3} + \sqrt{3} (1 + \cos 2\alpha) \right]} & \text{für } \alpha \leq \frac{\pi}{3} \\ \frac{U}{2R} \sqrt{\frac{3}{\pi} (2\pi - 2\alpha + \sin 2\alpha)} & \text{für } \alpha \geq \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (88)$$

$$\beta = \begin{cases} \frac{2\pi}{3} & \text{für } \alpha \leq \frac{\pi}{3} \\ \pi - \alpha & \text{für } \alpha \geq \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad (89)$$

$$I_{\text{max}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} U}{R} & \text{für } \alpha \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{\sqrt{2} U}{R} \sin \alpha & \text{für } \alpha \geq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (90)$$

$$I_{\text{min}} = \begin{cases} \frac{\sqrt{2} U}{R} \cdot \cos \left(\alpha + \frac{\pi}{6} \right) & \text{für } \alpha \leq \frac{\pi}{3} \\ 0 & \text{für } \alpha \geq \frac{\pi}{3}. \end{cases} \quad (91)$$

4. Auswertung

Zur Ermittlung der Parameter des Wellenstromes müssen die interessierenden Kenngrößen des überlagerten Wechselstromes mit Hilfe der in den Abschnitten 3 und 4 angegebenen Gleichungen ermittelt werden. Dies geschah numerisch unter Anwendung der Beziehung (18) und von

$$\tilde{I}_{\text{de}} = \sqrt{I_{\text{de}}^2 - I_{\text{da}}^2}. \quad (92)$$

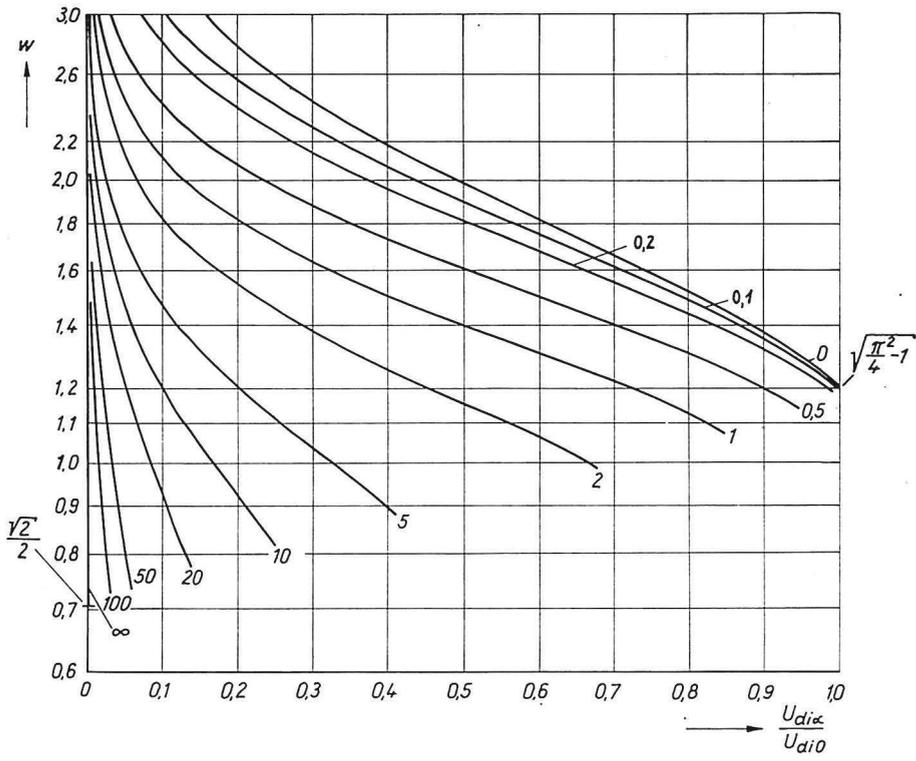


Abb. 2a. Einpulsstromrichter (M 1)

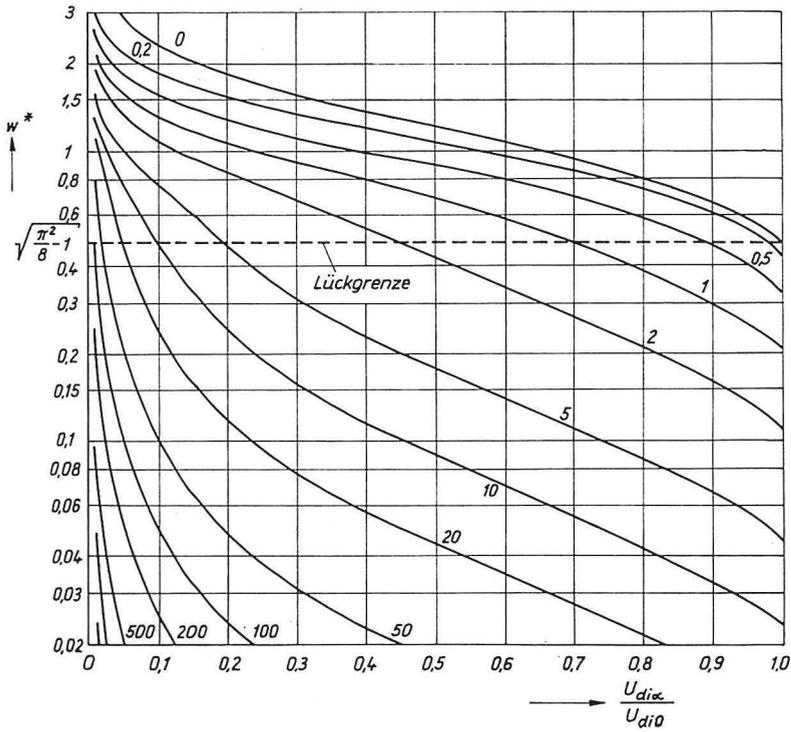


Abb. 2b. Zweipulsstromrichter (M 2, B 2)

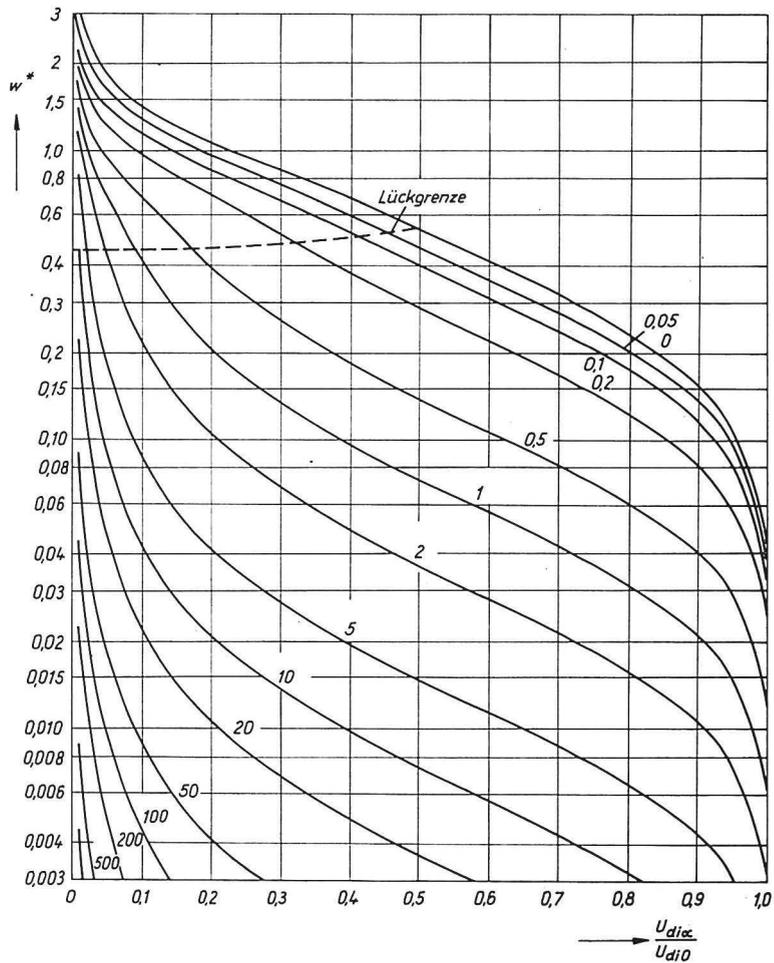


Abb. 2 c. Sechspulsstromrichter (M 6, B 6, M 2,3, M 3,2)

Abb. 2. Welligkeit des Stromes bei ohmsch-induktiver Last (Parameter: $\omega\tau$)

Abb. 2 zeigt die auftretende Welligkeit des Stromes ohne Gegenspannungsanteil w^* bei Berücksichtigung des lückenden Betriebes. Mit Gegenspannung E läßt sich die auftretende Welligkeit im nichtlückenden Betrieb nach [1] durch Einsetzen von (19) in (1) mit

$$w = \frac{w^*}{1 - \frac{E}{U_{dix}}} \quad (93)$$

ermitteln.

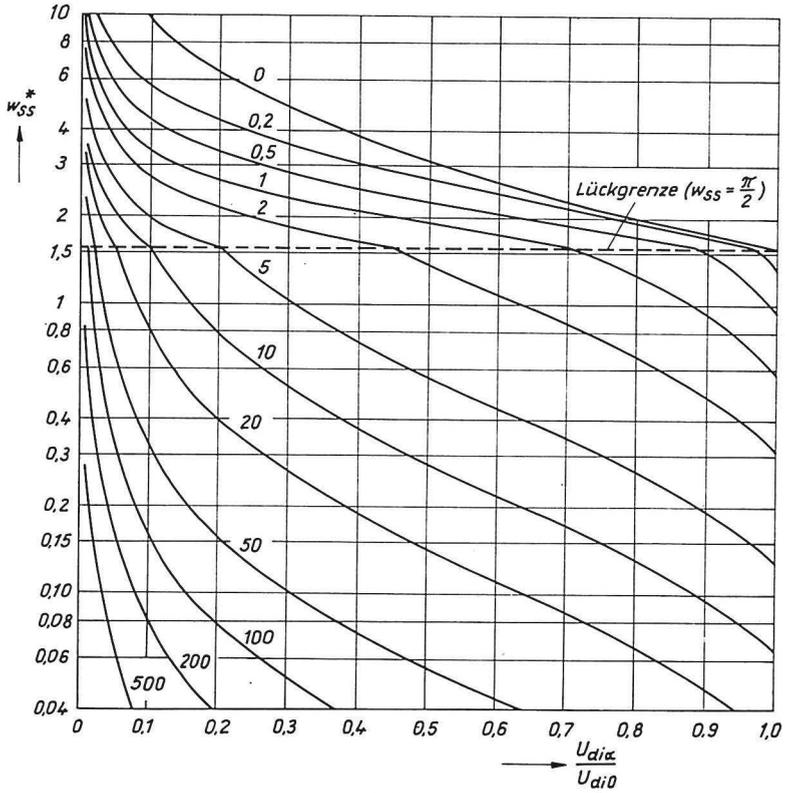


Abb. 3a. Zweipulsstromrichter (M 2, B 2)

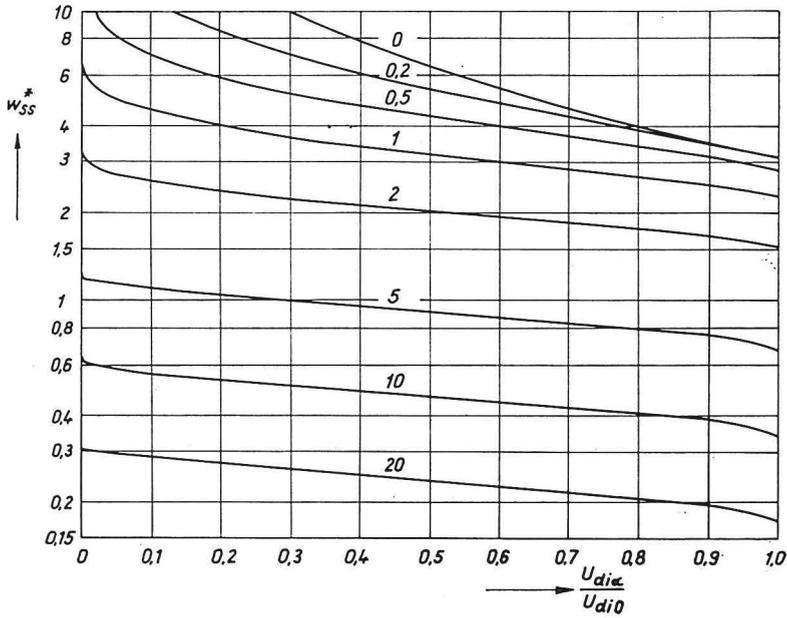


Abb. 3b. Einpulsstromrichter mit Freilaufventil (M 1 F)

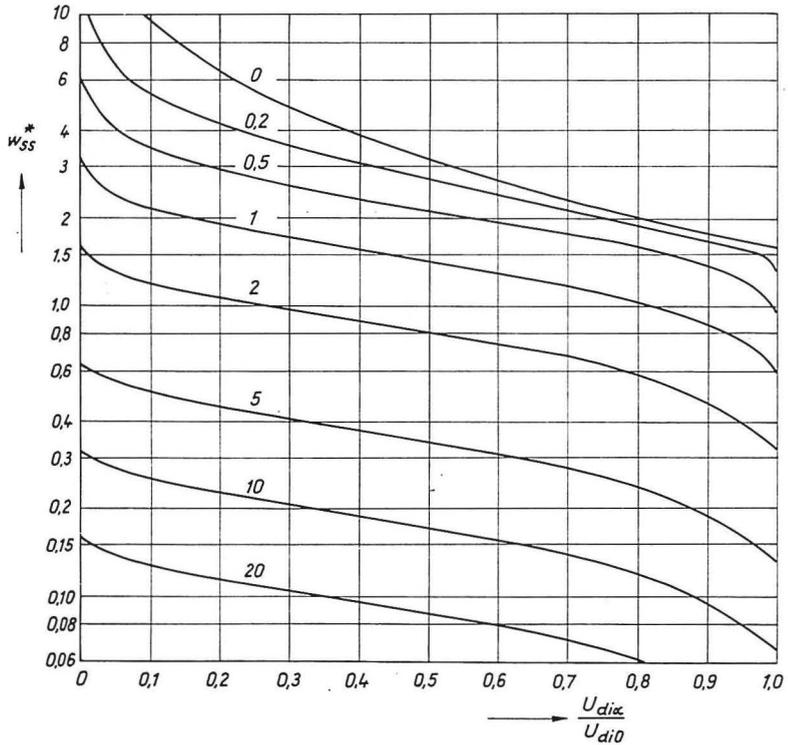


Abb. 3 c. Zweigesteuerte Einphasenbrücke (B 2 HZ, M 2 F, B 2 HF)

Abb. 3. Relative Schwingungsweite des Stromes bei ohmschinduktiver Last
(Parameter: $\omega\tau$)

Für die relative Schwingungsweite w_{ss} , die in Abb. 3 dargestellt ist, läßt sich analog eine Beziehung

$$w_{ss} = \frac{w_{ss}^*}{1 - \frac{E}{U_{dix}}} \quad (94)$$

für den nichtlückenden Betrieb angeben.

Zur Berechnung der übrigen Parameter benötigt man die Extremwerte des Stromes (Abb. 4). Den absoluten Wert des Stromes erhält man durch Umstellen von (10)

$$I_{\max,\min} = I_{\max,\min}^* \cdot \frac{U_{di0}}{R}. \quad (95)$$

Bei nichtlückenden Betrieb und Gegenspannung gilt entsprechend

$$I_{\max,\min} = \frac{1}{R} (I_{\max,\min}^* \cdot U_{di0} - E) \quad (96)$$

bzw.

$$I_{\max,\min} = (I_{\max,\min}^* - E^*) \cdot \frac{U_{di0}}{R}. \quad (97)$$

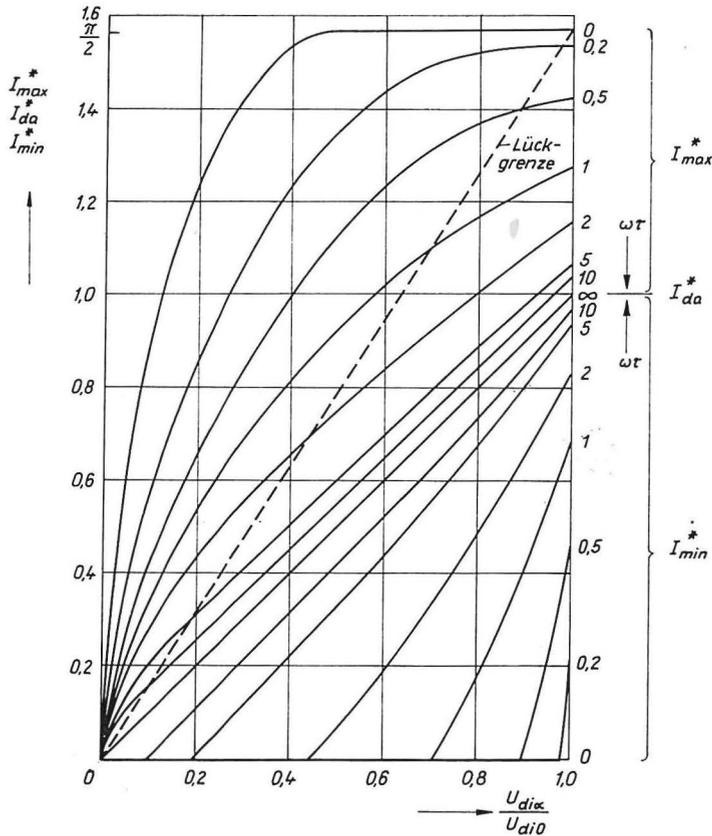


Abb. 4a. Zweipulsstromrichter (M 2, B 2)

Durch Anwendung der Gl. (76) ergibt sich für die Lückgrenze

$$E^* = I_{min}^* \text{ bzw. } E = I_{min}^* \cdot U_{dio} \tag{98}$$

Die Gegenspannung E muß zur Gewährleistung des nichtlückenden Betriebes kleiner als der mit (98) berechnete Wert sein.

Für große Werte von $\omega\tau$ ($\omega\tau > 10$) können die in [3] angegebenen Beziehungen Anwendung finden, da dann die Differenzen zu den in dieser Arbeit angegebenen Gleichungen unter 0,2% liegen [1].

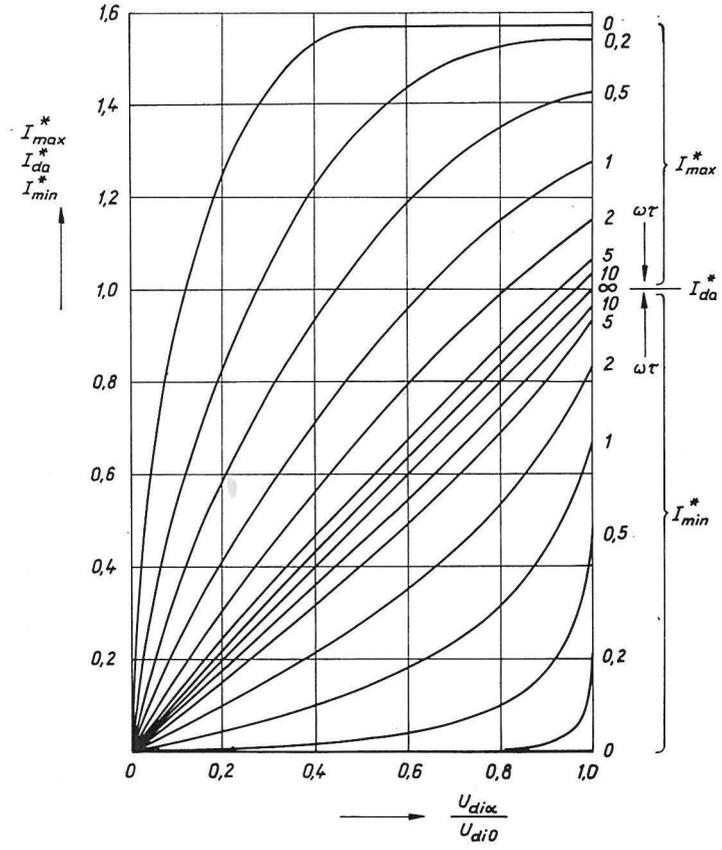


Abb. 4b. Zweigesteuerte Einphasenbrücke (B 2 HZ, M 2 F, B 2 HF)

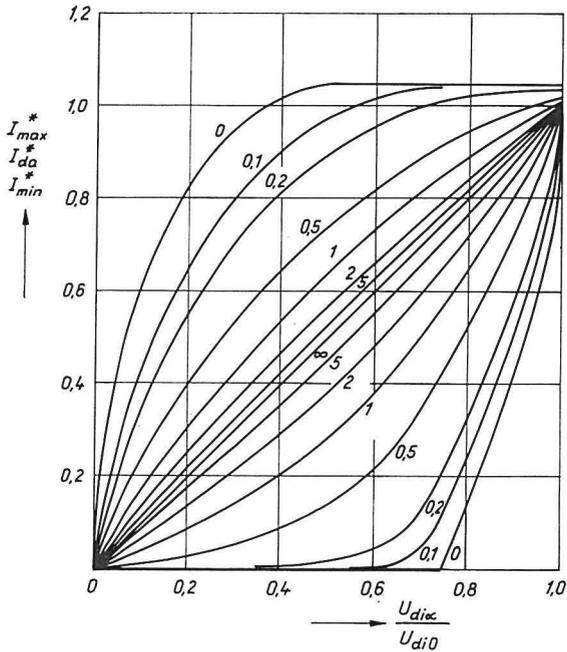


Abb. 4c Halbgesteuerte Drehstrombrücke (B 6 HF)

Abb. 4. Bezogene Extremwerte des Stromes bei ohmsch-induktiver Last
(Parameter: $\omega\tau$)

Formelzeichenverzeichnis

A, B	Konstanten
E	Gegenspannung
f_s	Gleichrichtscheitelfaktor
i	Stromaugenblickswert
I	Strom, allgemein
I_{da}	arithmetisches Mittel des Stromes
I_{de}	Effektivwert des Stromes
\tilde{I}_{de}	Effektivwert des Oberschwingungsgehaltes des Stromes
I_{max}	Maximalwert des Stromes
I_{min}	Minimalwert des Stromes
I_ν	Effektivwert der ν -ten Oberwelle des Stromes
L	Induktivität
p	Pulszahl des speisenden Stromrichters
R	Widerstand
u	Spannungsaugenblickswert
U	Spannung, allgemein
U_{di0}	ideelle Leerlaufspannung
U_{diX}	ideelle Leerlaufspannung (gesteuert)
U_ν	Effektivwert der ν -ten Oberwelle der Spannung
w	Welligkeit
w_E	Extremwertwelligkeit
w_p	Pulsation
w_{ss}	relative Schwingungsweite
Z	Scheinwiderstand
α	Steuerwinkel
β	Stromflußwinkel
ϑ	bezogene Zeit
ϑ_m	Zeitpunkt des Auftretens eines Extremwertes
ν	Ordnungszahl der Oberwelle
τ	Zeitkonstante
φ	Phasenwinkel
φ_ν	Phasenlage der ν -ten Oberwelle der Spannung
ψ	Phasenlage der Spannung
ψ_ν	Phasenlage der ν -ten Oberwelle des Stromes
ω	Netzkreisfrequenz

Mit einem Stern (*) gekennzeichnete Größen sind bezogen.

Schrifttum

- [1] Schwarz, J.: Dimensionierung der gleichstromseitigen Drossel von Thyristorstromrichtern zur Speisung von Peltierelementen. *Elektric* **31** (1977) H. 9, S. 482–486.
- [2] Wasserrab, Th.: Schaltungslehre der Stromrichtertechnik. Berlin/Göttingen/Heidelberg: Springer-Verlag 1962.
- [3] Schwarz, J.: Parameter netzgelöschter Stromrichter im nichtlückenden Betrieb. *Z. elektr. Inform.- u. Energietechnik* **6** (1976) H. 5, S. 385–405 und H. 6, S. 481–493.
- [4] Scheel, H.: Entwicklungsstand und Einsatzmöglichkeiten der thermoelektrischen Wärmepumpe. *Stadt- und Gebäudetechnik* **29** (1975) H. 11, S. 321–323 und H. 12, S. 379–382.
- [5] Schwarz, J.: Die Energieversorgung thermoelektrischer Wärmepumpen. *Stadt- und Gebäudetechnik* **31** (1977) H. 5, S. 150–153.

Schwarz, J.

DK 621.314.5/6

**Analyse des Stromes durch eine von Stromrichtern
gespeiste ohmsch-induktive Last**

Z. elektr. Inform.- u. Energietechnik, Leipzig 8 (1978) 2,
S. 134—151, 4 Abb., 5 Lit.-Zit.

Ausgehend von einer Augenblickswertberechnung des durch eine ohmsch-induktive Last fließenden Stromrichterausgangsstromes werden Gleichungen abgeleitet, die die Ermittlung der Stromkenngrößen ermöglichen. Für ausgewählte Stromrichterschaltungen werden aus den Gleichungen abgeleitete Diagramme gezeigt. Im nichtlückenden Betrieb ist die zusätzliche Berücksichtigung einer mit einer ohmschen-induktiven Last in Reihe geschalteten Gleichspannung möglich.