





DISPUTATIO
DE
NATVRA ET MENSURA
QUANTITATVM

1771/6

QVAM DEO IUVANTE
RECTORE VNIVERSITATIS EBERHARDINO CAROLINÆ
MAGNIFICENTISSIMO
SERENISSIMO DVCE ATQVE DOMINO

22

CAROLO
DVCE WIRTEMBERGIÆ ET TECCLE REGNANTE
P R Æ S I D E

GODOFREDO PLOVCQVET

LOG. ET METAPHYS. PROF. P. ORD.
REGIÆ SCIENT. ACAD. BORVSS. SODALI
PRO RITE OBTINENDO
GRADV MAGISTERII PHILOSOPHICI
DIEBVS II. III. IV. & VI. SEPTEMBR. 1771.

HORIS LOCOQVE CONSVEVIS
PVELICE DEFENDENT

CHRISTOPH. MATTHÆVS PLOVCQVET, TVBING.
THEOPHILVS CHRISTIANVS LANG, BEBENHVS.
WOLFFGANGVS FRIEDRICVS GESS, STVTTGARD.
JOHANNES JACOBVS FISCHER, BIETIGHEIMENS.
LAVREÆ SECVNDÆ CANDIDATI.

TVBINGÆ TYPIS FVESIANIS.



11. 2. 1711

DISPUTATIO
DE
NATURA ET MENSURA
QUANTITATIVI

AVAM DEO LUVAUTE
FACTORE VENTURITUM TERRAMUNDI CAROLINA
MAGISTER WYSSINGO
SERENISSIMO DUCI ATQUE DOMINO

CAROLO

DUCI WÜRTEMBERG AT TUCORU REGNANTE
PRAESIDE

GODOFREDO PAUCOVET

AD ET MENTURE BELLE ORD
TUCORU REGNANTE ATQUE DOMINO
PRAESIDE

GRADU MAGISTRII TUCORU
DUCIS ATQUE DOMINI

REGIS TUCORU
PRAESIDE

CHRISTOPH. MATTHEVS N. PAUCOVET, TUCORU
HONORABILIS CHRISTIANVS LING. BARRISTER
WOLFGANGVS FRIDERICVS GRESSE, TUCORU
JOHANNES JACOBVS RICHTER, BARRISTER
AVAM DEO LUVAUTE

AVAM DEO LUVAUTE

1711





Prima scientiarum principia explorare, & fundamenta ponere, quibus veritates ab ea disciplina pendentes rite inædificari possint, adeo necessarium est, ut nihil stabile, nihil sine oppositi formidine assumi possit, nisi de ipsis notionibus fundamentalibus bene judicatum fuerit. Difficilius autem esse, primas scientiarum veritates investigare, quam suppositis principiis ad compositas pergere experientur omnes, qui rem tentare voluerint.

Cum objectum Disputationis hujus sit *Quantitas*: notio quantitatis primo loco *definienda* est.

In comparatione plurium deprehendimus aut identitatem, aut non-identitatem, vel, aut, distinguibilitatem aut non-distinguibilitatem.

In quantum *Idem* observatur in *pluribus*; oritur notio *similitudinis*.

In quantum *non-iden*, observatur in *pluribus*; oritur notio *diversitatis*.

Quo respectu *simile* discernitur à *simili*; eo nascitur notio *Quantitatis*. *Quantitas* igitur est ea objecti determinatio, qua idem objectum discernitur à simili objecto.

Definitionem hanc evertere videntur ipsa exempla è variis quantitatum speciebus desumpta. e. gr. numerus septenarius non habet similitudinem cum ternario, & tamen unus cum altero intuitu quantitatis est comparabilis. Triangulum non est simile quadrato, unum autem ab altero differre potest quantitate. Sphæra non est similis cubo, quo non obstante quantitas unius certam rationem habet ad quantitatem alterius. Gradus caloris aut frigoris intensior nullam similitudinem ostendit, cum eo, quod dicitur tepidum, & datur tamen mensura horum graduum communis. Ad quas objectiones respondeo, septenarium & ternarium esse quidem dissimiles intuitu *formae* multitudinis, sed non intuitu *materiae* multitudinis. Similitudo intelligitur inter repetitionem & repetitionem quâ talem, aggregatum & aggregatum quâ tale; Triangulum non esse simile quadrato intuitu figuræ, sed esse idem simile respectu plani quâ talis; quo respectu instituitur comparatio. In sphæra & cubo similitudinem intelligi ratione soliditatis, quâ unum alterum superare potest quantitate. Gradum caloris intensiorem & tepiditatem inter se dissimiles esse intuitu extremorum non consideratis intermediis; Sin autem ab uno extremo sine ullo saltu, continua gradatione, per intermedia ad alterum extremum perveniatur; similitudinem vel in sensu, vel in effectu quodam, vel in utroque observatum iri. Cum autem in comparatione graduum respicitur ad differentiam quâ talem, adeoque diversum quâ tale comparatur cum diverso; hoc respectu non intelligitur *quantitas*, sed *qualitas*.

Quan.



Quantitas & hoc modo definiri potest, quod sit determinabilitas unius ex altero in eodem genere.

Difficultates in definienda quantitatis notione senserunt omnes, qui in definiendo *axiomaticam* curant; E Geometris, quorum Autoritas multum valet, producam tantum *Isaacum Barrow & Leibnizium*: Prior in Lectionibus Cantabrigiensibus statim ab initio de magnitudinis affectionibus differens fatetur, ejusmodi res adeo mentis aciem eludere, & distinctas ipsarum ideas captanti fugaces elabi & evanescere: sic, ut illis plerisque non immeritò possit applicari, quod de tempore dixisse perhibetur Augustinus: quid sit tempus, si nemo quærat à me, scio, si quis interroget, nescio. *Leibnizius* autem teste *Hanschio* dicere solebat, quantitatem omnem esse *agentem* quid, quod quidem exhiberi, sed nullo modo explicari possit.

Cum quantitas A habet omnia, quæ sunt in B, B autem non omnia habet, quæ sunt in A: prior dicitur major; posterior autem minor.

Hoc respectu incrementa & decrements in quantitibus intelligi possunt.

Quædam quantitates crescere quidem, sed non decrescere possunt; quædam decrescere, sed non crescere; quibusdam utrumque, quibusdam autem neutrum accidere potest. Ita Unitati potest quidem aliquid addi, sed nihil demi. Series infinita non potest protendi, sed abrumpi. Quantitates sic dictæ variabiles utrumque admittunt; quantitates autem constantes neutrum recipiunt.

Pro diversitate objectorum variant species quantitatum. In speciebus rerum intelligimus aut similibus interinctionem, ita quidem, ut quilibet terminus eodem modo discernatur ab alio quovis, aut quantitates in quibus termini fixi non





dantur, aut variabile quid crescere vel decrefcere concipitur in fubjecto constanti. Prima fpecies conftituit numeros, & vocari folet quantitas difcreta. Altera fpecies dicitur Continuum, quod fub fe habet fimultaneum & fucceffivum. Prius audit Extenfio; pofterius autem Protenfio. Tertia fpecies comprehendit Gradus, & nominari folet Intenfio. Cum intenfio crefcit, incrementum vocabo Elevationem; Cum autem intenfio decrefcit; eandem vocabo Depressionem. Cum omnes hæ quantitatuum fpecies fint generis diverfi, non potefit fieri, ut inter diverfas ulla concipi poffit comparatio, qua una ex altera determinari poffit. Cum inter diverfas, quæ heic recensitæ funt, quantitatuum fpecies nulla poffit inftitui comparatio propter heterogeneitatem: manifeflum eft, neque inter fpecies ejufdem quantitatis inferiores, quatenus funt heterogeneæ, rationem feu comparationem quandam locum invenire.

Comparatio quantitatis cum quantitate homogenea, qua una ex altera determinatur, dicitur *Menfura*.

Quantitates commenfurabiles funt, e quarum comparatione una ex altera determinari potefit. Incommenfurabiles autem funt, cum inftituta comparatione una ex altera non potefit determinari.

Manifeflum igitur eft, omne homogeneum determinari poffe ex homogeneo qua tali; & nullum heterogeneum per alterum determinari poffe, quatenus eft heterogeneum.

Ita numerus cum numero, linea recta cum linea recta, linea curva cum curva ejufdem generis, planum cum plano ejufdem generis, tempus cum tempore, velocitas cum velocitate, vires cum viribus ejufdem generis, &c. funt commenfurabiles. Sed non datur commenfurabilitas inter numeros & lineas, lineas & superficies, superficies & folida, tempus
fpa-

spatium, spatium & celeritatem, sensum & intellectum &c. quantumvis paradoxa hæc videantur.

Quibus præfationis loco præmissis ipsæ quantitatum notionēs primæ & fundamentales ulterius sunt evolvendæ, & ut prima scientiarum, quæ de Quanti speciebus agunt, principia explorentur & figantur, opera danda est.

DE NOTIONIBVS ET PRINCIPIIS ARITHMETICIS.

Prima, quæ menti heic obverfatur notio, est notio Unitatis. Equidem, quid Unum sit, omnes novimus, neque opus esse videtur definitione, cum notio Unitatis sit simplex, & per definitionem plerumque magis obscura reddatur. Cum autem id, quod in se est simplex, sæpius cum alio, quod æque est simplex, confundi possit; necessarium est, ut & notionēs rerum simplices ita determinentur, ut ab aliis rite distinguantur. Deinde, licet accidere possit, ut ens quoddam simplex non possit definiri, idem tamen exprimi potest aliis terminis, ad cuius expressionem non minus artis requiritur, quam ad exhibendam definitionem, id quod in omnibus disciplinis usum habet insignem, & multum facit ad exercendum ingenium.

Unum est ens quæ repetibile.

Repetere est ponere & ponere.

Unum rite quoque definiri potest per quantitatis initium.

*) Cavendum autem est, ne *initium* confundatur cum *extremo*. Initium enim est aliquid positivi; extremum autem limes positivi.

**) WOLFFIUS Unum definit, quod ita est aliquid, ut aliud præterea idem esse nequeat. Idem allegat definitionem Leibnizianam, quæ hæc est: Si A sit B, nec præterea D ponatur B, nisi A & D idem sint, ponetur B. unum. Hæc vero definitio-



tiones potius Unum Ontologicum quam arithmeticum exprimere mihi videntur, nisi sensus arithmeticus supponatur. Magis mihi placet definitio Canziana: *Ens, in quo plane nihil ab altero differre concipimus, dicitur Unum, mathematico sensu: Ita Unum Ontologicum distinguitur ab arithmetico, nec positivum confunditur cum limite.*

Multitudo est quantitatis repetitio, sive, est Res & res.

Numerus est determinatio quantitatis arithmeticae.

Hac definitione unitas potest referri ad classem numerorum.

Æqualitas est identitas quantitatis in pluribus.

Æqualia varias possunt admittere expressiones; e.g. $3 \cdot 8 = 6 \cdot 4$ & $\frac{2}{3} = 2 \cdot 4$ &c: in generalissimis $a = b$.

Additio est collectio quantitatum arithmeticarum.

Multiplicatio est repetitio ejusdem quantitatis arithmeticae sub eadem forma.

Subtractio est inventio differentiae quantitatum.

Divisio est inventio partium ad datam legem eruendarum.

Partes eruendae aut sunt æquales, aut inæquales. Si inæquales; ad determinationem inæqualitatis est attendendum.

Ratio est id, quod e comparatione plurium quantitatum intelligitur.

Ratio composita est determinatio rationis e ratione. e. g. Si res se habeat ad rem ut 3 ad 4, & eadem res se habeat ad eandem rem alio respectu uti 6 ad 5; ratio componetur ex hisce duabus, & exprimetur per rationem 6. 3. ad 5. 4.

Cum quantitas pluribus modis possit determinari ex alia assumpta; idem quoque de determinatione rationum intelligitur.

Iaac

Isaac Barrow in Lectione V. Mathematica naturam rationum judicat esse rem subtilissimam & intricatissimam ibidemque refert, quosdam Geometras ut Meibomium, Gregorium Vincetium, aliosque complures annos huic speculationi impendisse, neque tamen a difficultatibus eandem liberasse.

Proportio est, identitas rationum in pluribus.

Series est positio plurium quantitatum ad legem constantem.

Fractio est ratio quantitatis arithmeticae ad quantitatem arithmetica.

Ita fractio non est quantitas arithmetica unitate minor.

Quantitas negativa est quantitas defectum positivi indicans.

Quantitates negativæ adduntur, cum quantitates defectuum colliguntur. Ita -3 , & -4 . faciunt -7 .

Quantitas negativa à negativa subtrahitur, cum differentia earundem indicatur; e. g. -3 subtractum à 4 . relinquit 7 , quia 7 . unitatibus opus est, donec à -3 . perveniat ad 4 ; & -5 deductum à -4 . sinit 1 , quia, si ad -5 adjiciatur unitas positiva; eadem æqualis fit -4 .

Quantitas negativa per negativam multiplicatur, cum defectus deficienter sumitur, hoc est, in positivum transit. Ita -1 multiplicatum in -1 , facit 1 ; quia defectus unitatis deficiens semel ponitur.

Quantitas negativa per negativam dividitur, cum partes defectus dati investigantur sub eadem forma: Ita -8 . divisum per -4 . dat 2 . quia defectus quaternarii bis intelligitur in defectu octonarii.

B

Pe.



Potentia sive dignitas numeri est numerus ex multiplicatione aut divisione indefinites per semet ipsum ortus; Ita e. g. $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ est potentia tertia quaternarii; Sed 4 divisum per 4 , & denuo divisum per 4 , est potentia negativa secunda quaternarii: & in genere m^{-n} indicat, m divisum fuisse n ies & semel per semet ipsum.

Radix est numerus, è cujus multiplicatione vel divisione indefinites sumta potestas data orta est.

Cum inter potestates numerorum altiores interjaceant plures numeri; manifestum est, impossibile esse, ut ex interjacentibus extrahatur radix. Ita e. g. ex 60 , non potest extrahi radix quadrata, quia 7 est justo minus, & 8 , justo majus; inter 7 & 8 , autem non interjacet numerus integer.

Numerus, in quantum ex eodem radix non perfecte extrahi potest, dicitur surdus, sive irrationalis; Cum radix è surdo numero sit impossibilis; eadem non potest exprimi arithmetice; adeoque signo quodam notari solet.

Cum è multiplicatione aut divisione negativi per negativum oriatur quantitas positiva, manifestum est, numerorum potestates pares plures quam unam habere radices.

Numeri autem surdi in se spectati calculo non subjiciuntur, quia sunt impossibiles. Ita per elevationem ad majorem potestatem surdus nunquam transit in verum numerum. e. g. $\sqrt{2}$ ductum in $\sqrt{2}$ est impossibile ductum in impossibile, adeoque sub hac forma quadratum ex $\sqrt{2}$ non est intelligibile; licet in signis efficiat 2 , hoc est; uti ex binario non potest extrahi radix, quæ non datur: ita nec id, quod non datur, per regressum fit numerus determinatus; sed indicatur tantum per signa, quod si fieri posset, ut è binario extraheretur radix, reditus talis numerum rationalem producturus esset. Si radix quadrata



drata ex-aa elevetur ad quadratum, quod exprimatur per-aa, & hoc iterum elevetur ad quadratum aaaa, exinde non potest inferri, quod radix biquadratica ex aaaa sit $\sqrt[4]{aa}$. Nam imaginarium $\sqrt[4]{aa}$ est impossibile; radix autem quantitatis positivæ extrahibilis non potest coincidere cum impossibili. Ita calculus in meris signis quæ talibus distinguitur à calculo veras notiones supponente.

Cum series numerorum in infinitum vel continue crescit, vel decrescit: neque in crescente, neque in decrescente datur notio termini extremi, adeoque fictio ultimi ut infiniti vel nullitatis cum veritate non coincidit. Ita nec concipi possunt quantitates ad infinitam dignitatem evectæ, sive potestas sumatur affirmativè, sive negativè.

Infinité - magnum est quantitas ficta & impossibilis, quæ è continuis in infinitum incrementis orta assumitur.

Quod continuè tendit in infinitum, id eo ipso nunquam fiet infinitum.

Infinutum quæ tale non admittit calculum, quia forma infinitudinis est invariabilis.

Neque datur infinitum infinito majus, quanquam detur multitudo multitudine major. Exempla, quæ infinitum infinito majus evincere videntur, nihil probant. Licet enim in tempore infinito concipi possint infinitè-multi anni, & annus constet pluribus mensibus, & mensis pluribus diebus; infinitas tamen dierum non superat infinitatem annorum, licet alia multitudo in diebus, & alia in annis concipiatur. Totum quoddam sectum in majores minoresve partes non alterat naturam totius. Si infinitum qua tale esset altero majus minusve; necessarium esset, ut unum *magis careret* extremo, quam alterum. Sed magis carere tantidem esset ac partes ponere in nullitate.



NOTIONES FVNDAMENTALES ET PRINCIPIA
GEOMETRIÆ.

Obiectum Geometriæ est quantitas extensa quâ talis.

Punctum est extremum indivisibile.

Extensio concipitur triplex: Aut enim extrema extensionis sunt indivisibilia omni respectu; aut sunt divisibilia. Si sunt indivisibilia; oritur linea; Si sunt divisibilia; extrema sunt aut lineæ, h. e. id, quod indivisibilibus clauditur, aut id, quod lineis clauditur; Prius dicitur planum; posterius solidum vocatur. Hæ tres extensionis determinationes dicuntur Dimensiones.

Cum linea in infinitum extensa non excludat generin plani, nec planum infinitum excludat generin solidi, solidum autem in infinitum extensum excludat generin ulterioris extensionis; manifestum est, non dari nisi tres extensi dimensiones.

Extremum indivisibile est unum.

Quod si hoc diffundatur uniformiter, fient extrema duo.

Quod diffusum si denud diffundi concipiatur uniformiter; generantur extrema ad minimum tria.

Quod hoc modo generatum si fluere concipiatur; orientur extrema ad minimum quatuor.

Punctum enim quomodocunque fluat non nisi duo formabit extrema. Aut enim fluit uniformiter secundum eandem directionem; aut directionem idem mutat. Si prius; linea oritur recta; si posterius; linea oritur curva.

Curva aut redit in se, aut non. Si prius; punctum reditus coincidit cum puncto à quo; & sic formaliter habentur duo extrema, quæ recidunt in idem. Sin autem posterius; eo ipso duo ponuntur extrema.

Si

Si linea fluere concipiatur ad directionem linearem; planum inde ortum paucissimorum laterum est triangulum; quod habet extrema tria. Quod si moveatur ad directionem triangularem sese minuendo continue; solidum inde natum paucissimis clausum planis erit pyramis quatuor terminata punctis.

E variis vel puncti vel lineæ vel plani fluxionibus fictis omnes linearum, planorum & solidorum species oriri necesse est.

Galilæus non nisi tres dimensiones possibiles esse inde demonstrari existimat, quia tantum tres lineæ sese perpendiculariter in eodem puncto secare possint. At, quantum iudico, ita non investigatur origo dimensionum, sed supponitur, neque notio perpendiculi ingreditur investigationem dimensionum.

Angulus est concursus extremorum diversæ directionis.

Concursus extremorum in uno plano facit angulum planum.

Concursus extremorum in pluribus planis efficit angulum solidum.

Linea negativa est linea ad partem oppositam ducta; Melius diceretur linea opposita. Sed in terminis simus faciles:

Intelligitur ut negativa sensu respectivo, quia progressui ad dextram opponitur regressus ad sinistram, & reciproce progressui ad sinistram opponitur regressus ad dextram, adeoque hoc respectu aliquid intelligitur, quod quantitatem defectus cuiusdam indicat.

Linea negativa absolute talis non potest concipi.



Additio linearum geometrica est conjunctio extremorum plurium linearum.

Subductio est inventio differentiae linearum.

Multiplicatio lineae per lineam est inventio tertiae vel quartae proportionalis assumta unitate h. e. linea constanti pro termino primo.

Divisio est inventio tertiae vel quartae proportionalis, assumta unitate seu linea constanti pro termino secundo vel tertio.

Extractio radice quadratae est inventio mediae proportionalis.

Extractio radice cubicae est inventio primae duarum mediarum proportionalium.

Ita in quibuscunque operationibus linea non fit altioris dimensionis sensu geometrico.

Plana adduntur per conjunctionem extremorum, vel inveniendi aliud planum, quod datis aequatur, cujuscunque figurae illud sit.

Planum a plano subtrahitur, cum differentia eorundem exhibetur vel abscindendo, vel inveniendi tertium residuum aequale.

Planum in planum ducitur seu multiplicatur cum invenitur planum, cujus area est quarta proportionalis ad data plana, posita unitate, quae est planum constans, pro termino primo.

Planum per planum dividitur, cum invenitur tertium proportionale ad planum constans & dividendum, posito divi-
fore pro termino primo.

Radix

Radix extrahitur e plano, inveniendū medium proportionale inter unitatem planam & aream plani.

Sin autem per radicem intelligatur latus quadrati, quod æquatur dato plano; radix invenitur quærendo mediam proportionalem inter latera rectanguli, quod plano æquatur.

More jam apud omnes Geometras recepto linea per lineam multiplicari dicitur, cum una ad angulos rectos super altera moveri concipitur. At hæc operatio non est multiplicatio, sed dimensionis generatio. Nolim autem litem movere de vocabulis; modo res ipsæ intelligantur.

Cartesius statim ab initio Geometriæ ita scribit: *In Geometria, quod spectat ad lineas, quæ quærentur, præparandas, ut cognitæ fiant, aliud faciendum non est, quam ut vel ipsis addantur, vel ab iisdem subtrahantur aliæ; vel etiam si una sit, (quæ vocetur unitas, ut eo commodius ad numeros referatur, quamque communiter pro libitu assumere licet) atque præter hanc adhuc aliæ duæ, ut ad ipsas inveniatur quarta, quæ sit ad alterutram, ut est altera ad Unitatem, quod idem est, atque Multiplicatio, vel ut per ipsas inveniatur quarta, quæ sit ad unam ex illis duabus, ut unitas ad alteram, quod convenit cum divisione; vel denique, ut inter unitatem & aliam quandam rectam inveniantur una, aut duæ pluresve mediæ proportionales, quod idem est, quod radicis quadratæ, aut Cubicæ &c. extractio. Neque enim hosce Arithmetices terminos, ut facilius intelligi possim, in Geometriam introducere verebor.*

Isaac Newton in Arithmetica Universalī p. 6. de notionibus hæc idem judicat, cujus verba hæc sunt: *Quin etiam mos obtinuit, ut genesis seu descriptio superficiei per lineam super alia linea ad rectos angulos moventem dicatur multiplicatio istarum linearum. Nam quamvis linea utcumque multiplicata non possit evadere superficies, adeoque hæc superficiei d lineis,*
gene.



generatio longe a lia fit à multiplicatione, in hoc tamen conveniunt, quod numerus unitatum in alterutra linea multiplicatus per numerum unitatum in altera producat abstractum numerum unitatum in superficie lineis istis comprehensa, si modo Unitas superficialis definiatur, ut solet, Quadratum, cujus latera sunt unitates lineares &c. &c.

In solidorum additione, subtractione, multiplicatione, divisione & radicum extractione eadem valent notiones, quæ de planis & lineis traditæ sunt.

Si multiplicatio dimensionis efficeret dimensionem altiorum, plura absurda admittenda forent. Primo enim ipse puncti fluxus fingeretur ut puncti multiplicatio, quia inde oriri fingitur dimensio linearis; Deinde multitudo dimensionum esset infinita, quia in infinitum potest concipi multiplicatio. Tertio dimensio inferior esset pars dimensionis altioris; Ita longitudo esset pars submultipla latitudinis, id quod est contradictorium, quia extremum consideraretur ut aliquid positivi.

Maximum dicitur quantitas variabilis, quæ ad certum terminum crescit, ultra quem non datur incrementum majus;

Minimum dicitur quantitas variabilis, quæ ad certum terminum decrescit, infra quem non datur decrementum minus.

Quædam quantitates, cum pervenerunt ad Maximum, rursus decrescunt, & perveniunt vel ad Minimum, vel ad nihilum. Quædam quantitates à Minimo ascendunt, & perveniunt vel ad Maximum, vel tendunt in infinitum. Quædam sæpius repetunt alternos ascensus & descensus, quædam non alternant.

In quibusdam quantitatibus maximum est possibile, sed non minimum. e.g. in circulo, ellipsi &c.

In quibusdam minimum est possibile, sed non maximum, e. g. in multitudine.

In quibusdam utrumque obtinet, e. g. altitudines Solis super horizonte in solstitiis.

In quibusdam neutrum datur; e. g. in linea recta, parabola, celeritate, &c.

In quibusdam dantur plura maxima vel æqualia vel inæqualia, uti & plura minima vel æqualia vel inæqualia, id quod non tantum quibusdam lineis curvis, sed & aliis quantitatibus speciebus accidit. Sic vires animi & corporis alternantibus vigiliis & somnis sua Maxima habent & Minima. Idem homo intuitu valetudinis ejusmodi alternationes experitur.

Omne Maximum est Ens relativum.

Non omne Minimum est Ens relativum.

Quædam quantitatium genera neque Maximum, neque Minimum, neque Infinitum admittunt e. g. figuræ, celeritas, duratio futura &c.

Maximum est in iis objectis, quæ sunt finita neque tamen in infinitum crescere possunt.

Minimum in iis, quæ sunt finita, neque tamen in infinitum decrescere possunt.

Infinitum in iis, quæ limites nec ponunt nec removent.

Interminabile in iis, quæ habent quidem necessariò limites sed semper prorogabiles.

Varia possunt moveri quæstiones de applicatione Maximi & Minimi ad res physicas & morales, quæ autem ex eo, quod est merè mathematicum in methodo usitata, non possunt



sunt decidi. Ita existimo, dari Maximum in omnibus sensationibus, sed non Minimum: Dubium esse, num intellectus humanus terminetur Maximo? Incrementis regnorum & rerum publicarum statuta esse sua Maxima, &c.

In determinando Maximi & Minimi criterio cavendum est, ne unum cum altero confundatur: 2) ne criterium sit inconstans. 3) ne committatur transitus in aliud genus.

Cautelas hasce non observasse mihi videtur Ill. *Maupe-
tuis*, qui haud magni faciens robur argumentorum pro Exi-
stentia DEI à Philosophis expositorum è solo hoc principio
Autorem hujus Universi Intelligentem evinci posse sibi per-
suasit. Inquiramus igitur in nervum argumenti: Principium
ipsum exprimit hisce verbis: *Lorsqu'il arrive quelque change-
ment dans la nature, la quantité d'action, nécessaire pour ce
changement, est la plus petite qu'il soit possible.*

Quantitatem actionis definit per productum massæ in
velocitatem & spatium. Quo principio posito, leges naturæ
minimum in actione observantes arguere & demonstrare Sa-
pientiam & Potentiam Entis Supremi judicat.

Dabo potissima, quæ ad rem faciunt, loca: *L'organisa-
tion des animaux, la multitude & la petitesse des parties des
insectes, l'immensité des corps célestes, leurs distances & leurs
revolutions, sont plus propres à étonner notre esprit, qu'à l'é-
clairer. L'Etre Suprême est par tout; mais il n'est pas par
tout également visible. Nous le verrons mieux dans les objets
les plus simples: cherchons-le dans les premières loix qu'il
a imposées à la Nature, dans ces regles universelles, selon les
quelles le mouvement se conserve, se distribue, ou se détruit;
& non pas dans des phénomènes qui ne sont que des suites trop
compliquées de ces loix.*

Ut

Ut ratiocinium hoc validum sit, suppositiones, quibus nititur, sunt demonstrandæ. Sed Autor non ostendit, *minimum* in Actione corporum esse modum *contingentem*. Si enim Minimitas in actione est necessaria, si, posita materia cum suis qualitatibus, aliud non evenire potest: frustra talis Minimitas pro afferenda Entis Intelligentissimi Existentia adhibetur.

Deinde ipsa methodus eruendi Minimum non est infallibilis; Cum enim differentiale quantitatis finitæ fingitur evanescere; nihil aliud inde concludi potest, quam æqualitas quantitatum duarum coincidentium. Sic autem æquæ Maximum ac Minimum obtinetur, è quo nihil sequitur.

Priorem defectum sensit Ill. Maupertuis, quem vero non feliciter explevit, hoc effugio: *S' il est vrai, inquit, que les loix du Mouvement & du Repos soient des suites indispensables de la nature des Corps, cela meme prouve encore plus la perfection de l' Etre Supreme: C'est que toutes choses soient tellement ordonnées, qu'une Mathématique aveugle & nécessaire execute ce que l' Intelligence la plus éclairée & la plus libre prescriroit.* Nolim ego à conformitate Intellectus cum veritate necessaria concludere ad ipsam Intelligentis existentiam. Denique non omnes quantitates differentiales ad formam alicujus lineæ revocari possunt. Stant argumenta tam à priori quam à posteriori pro Existentia DEI hucusque adducta, neque indigent aliqua emendatione.

Situs est relatio extremorum ad extrema.

Cum curvatura lineæ determinatur ad legem constantem; oritur curva regularis.

Elementum sive quantitas lineæ infinitè parva est quantitas ficta data quavis quantitate finita minor, & characterem ipsius lineæ, cujus est elementum, servans. Ita quantitates infinite-parvæ non sunt nullitates.



Finguntur à Geometris elementi elementa, & horum elementa &c.

Lex, ad quam ductus curvæ determinatur, algebraice expressa audit *Æquatio*.

Cum potestates quantitatum plures admittunt radices, manente eadem æquatione, accidit, ut curva & in oppositam ordinatarum assumtarum partem ducta concipiatur.

Ita vero duæ oriuntur lineæ, quarum utraque è data æquatione sequitur, non autem una, ex istis partibus constans. Plures enim radices non addendæ sunt in unam summam, sed quælibet in se absolvitur; Sit e. g. $ax^2 = y^2$;posito x fieri $-x$; eadem remanebit æquatio. E quo autem non sequitur, ut curva habeat duos ramos, sed id tantummodo, ut ramus oppositus ex eadem æquatione deduci possit. Ramus hic oppositus nihil aliud est, quam eadem linea ad plagam oppositam ducta, quæ tantum aliquid respectivi est, non absoluti quid.

Ponamus corpus quoddam urgeri à viribus quibusdam, ut describat motum per hanc curvam: quo posito corpus idem nunquam utrumque percurreret ramum. Si enim uterque ramus simul sumtus, in conjunctione, non in divisione, intelligendus esset per æquationem; tum summa radicum confunderetur cum radicibus singulatim intellectis. e. g. Radix ex 4. potest quidem esse 2 & -2 ; Sed non summa ex 2 & -2 ; quia radix redigeretur ad nihilum.

Sed contra hoc assertum dubium nascitur à quibusdam lineis curvis desumptum, quod hoc est: Si ex æquatione data non sequitur, ut curva ducatur ad partem oppositam, ubi id salva æquatione fieri potest: tum neque circulus, neque ellipsis &c. ut lineæ in se redeuntes ex earum æquatione intelligi pot-

possent; sed circulus integer esset complexus duarum linearum, id quod autem à Geometris non concedetur. Majus adhuc dubio huic accedit pondus, quod vires mobile ad talem lineam urgentes producant motum per lineam in se redeuntem. Respondeo autem distinguendum esse inter diversos generationis modos. Si linea quædam concipitur orta esse è fluxu seu motu continuo, vel è sectione alicujus solidi; tum omne id pertinet ad naturam lineæ, quod in tali modo intelligitur; Cum vero tantum ad expressionem rationis inter coordinatas attenditur, tum nec plus pertinet ad istam lineam, quam ex ipsa æquationis expressione necessario intelligitur. Ita ex æquatione circuli algebraica non sequitur *reditus lineæ in se*, neque tamen excluditur.

Lineæ incommensurabiles dicuntur, quas nulla linea emetitur; Ita diagonalis quadrati & latus ejusdem non admittunt mensuram communem; id quod & innumeris aliis accidit. Cum autem mensura sit comparatio quantitatis cum quantitate in eodem genere & quidem sub eadem forma: manifestum est, heic confundi formam arithmeticam cum geometrica. Geometria non numerat, & arithmetica non metitur geometricè. Ad comparandam lineam cum linea sub forma geometrica sufficit exhibere lineas. Cum accedit character perpetuus, per quem ratio lineæ ad lineam intelligitur; ipsa commensuratio constanter intelligi & exhiberi potest: Sic ratio lateris ad diagonalem est character constans.

Omnes, quos ego quidem novi, philosophi unitatem arithmeticam habent pro mensura communi, cum tamen geometria huic opinioni contradicat, & ratio doceat, heterogenia inter se non posse comparari sub eadem formâ.

Si linea quædam fecetur in partes æquales, & alia in partes ejusdem magnitudinis, ita, ut linea una se habeat ad alte-



alteram, uti numerus ad numerum: partes lineæ hoc respectu repetitæ considerandæ sunt ut objecta arithmetices, non autem ut aliquid geometrici. Qui enim numerat lapides & arbores, non attendit ad naturam lapidis & arboris, sed ad repetibilitatem objecti. Sic fieri potest, ut numerus partium sectarum unius lineæ sit in ratione data & numeris exprimibili ad alium numerum partium abscissarum. Quo respectu autem non adhibetur operatio geometrica, sed arithmetica.

Uti una linea alteri non semper est commensurabilis arithmetice: ita nec omne planum commensurabile est arithmetice omni plano. Quæ theoria ad majorem perfectionem eveستا rationem forsan docebit, cur circulus non sit quadrabilis. Ratio enim peripheriæ ad diametrum supponitur esse dabilis in numeris, quæ vero rarius obtinetur, quam expressio in lineis; id quod evidenter demonstrari potest:

In Geometria enim omnes radices quadratæ exactè exhiberi possunt. In Arithmetica autem paucissimæ possunt exprimi. Hinc manifestum est, rationes arithmetice exprimibiles longè pauciores esse, quam rationes geometricè exprimibiles. Ex eadem ratione unum solidum cum altero longè rarius est commensurabile arithmetice. Sic quidem omnes cubi geometricè inter se sunt commensurabiles; quia radix cubica cujusque solidi est geometricè exprimibilis. Sed multo plures numeri inter numeros cubicos interjacent, quam inter quadratos.

E quibus certò concluditur, mensuram datam in lineis numeris expressam non semper reduci posse ad aliam mensuram;

Mensuram datam in planis multo rarius reduci ad alias mensuras arithmetice expressas.

Men-

Mensuram datam in solidis rarissimè reduci posse ad alias quascunque datas.

Tempus est continuum successivum.

Quantitas temporis pendet à comparatione successivi cum successivo. Observamus partim mutationes successivè genitas extra nos; partim successivas in nobis perceptiones.

Cum observamus, mutationes rerum externarum accidere secundum leges constantes; nos ad istas leges attendere solemus, non autem ad nostras perceptiones in mensurando tempore.

Sin autem attendamus ad id, quod nobis apparet in successione perceptionum; tempus metimur ex apparentia quantitatis a nobis perceptæ. Si enim attendamus v. g. ad motum solis, eundemque ad leges constantes fieri observemus; tempus, quod impendunt aliæ res ad producendas mutationes, ad quantitatem istius motus reducere solemus. Cum autem attenti sumus ad nos ipsos, nec ad quidquam aliud reflectimus animum quam ad nostras perceptiones; fieri potest, ut tempus quoddam determinatum intuitu motuum externorum nobis videatur vel longius vel brevius. Qui lætantur certis mutationum successionebus; iis tempus plerumque videtur admodum breve. Qui vero successionebus quibusdam contristantur, vel doloribus affliguntur, iis idem tempus ad externos motus mensuratum videtur nimis longum. Ita fieri potest, ut id, quod mihi jam videtur hora, sub aliis circumstantiis videatur integra dies, & reciproce, ut id, quod mihi videtur tempus plurium horarum, mihi appareat ut exigua pars horæ. Quousque talis differentia extendi possit, difficile est determinatu.

Jam



Jam vero intelligamus Tempus eo sensu, quo omnes a natura suevimus id concipere, licet idem non possimus definire. Continuum hoc successivum concipitur fluere sive continuare suum cursum æqualiter, ita, ut neque intendi neque remitti possit, sine ullo ad positionem rerum habito respectu, quod ea propter vocari solet Tempus *absolutum*. Cum autem mensura temporis absoluti non possit exhiberi; in subsidium vocatur motus corporum, ita, ut motus ad leges constantes facti inserviant determinandæ temporis quantitati, quod tempus dici solet *Relativum*. Non omne tempus commensurari posse cum omni tempore per mensuram arithmeticam inde manifestum est, quod mobile quoddam v. c. perpendiculum descendere potest per altitudinem datam, dum aliud perpendiculum descendit per aliam altitudinem, quæ ad priorem se habet ut latus ad diagonalem, vel ut linea ad quamcunque lineam arithmetice cum priori non comparabilem.

Spatium est continuum simultaneum.

Motus contingit, cum idem corpus tempore continuo alias spatii partes occupat.

Cum accidit, ut mobile quoddam idem spatium vel breviori vel longiori tempore, vel eodem tempore majus vel minus spatium absolvat: id, quod hanc relationem inter spatium & tempus generat, dicitur *Celeritas*. Hinc, si spatium assumatur constans, celeritas potest exprimi per $\frac{S}{T}$; & sic crescente T celeritas minuitur, decrescente autem augetur; Sin autem tempus est constans, & spatium variabile; celeritas potest exprimi per $\frac{T}{S}$; Ita vero major celeritas exprimitur decrescente S . Quod cum sit incommodum; præstat expressio dudum recepta $C = \frac{S}{T}$, seu $CT = S$. hoc est:

cre.

crescente celeritate & tempore crescit quoque spatium per-
cursum.

Absolutè loquendo autem non potest dici, quod crescen-
te spatio necessario crescat celeritas cum tempore, quia spa-
tium crescere potest, crescente alterutro ex CT .

Posito $S: f = CT: ct$, & æquatis spatiis fiet $CT = ct$:
Hinc $C: c = t: T$: hoc est Celeritas major ad minorem se habet,
uti tempus minoris celeritatis ad tempus majoris celeritatis.

Licet spatium, celeritas & tempus sint heterogenia; tamen sine
violatione notionum operationes arithmeticae cum iisdem insti-
tutæ possunt, quia in multiplicatione & divisione non multipli-
cantur vel dividuntur rerum *formae*, sed res ad notionem
multitudinis reductæ, adeoque tantum numeri comparantur
cum numeris. Si e. g. celeritas tanta ponatur, ut mobile
una hora absolvat spatium trium milliariarum, & celeritas alte-
rius mobilis tanta sit, ut una hora absolvat spatium novem
milliariarum; omnino celeritas posterioris tripla dici potest ce-
leritatis prioris.

Idem quoque de expressione per lineas observandum est;
Si ratio temporis ad tempus repræsentetur per lineas; atten-
ditur tantum ad rationem linearum, quæ duplex esse potest,
vel arithmetica, vel geometrica. Ratio arithmetica in-
telligitur, cum linea ut divisibilis in partes æquales assu-
mitur, & ad numerum partium attenditur; ratio autem geo-
metrica habetur cum lineæ sub forma lineæ exhibentur, non
habito respectu ad multitudinem ad quam reduci possent.

Sine tali reductione ad numeros notions multiplicatio-
nis & divisionis arithmeticae ad celeritatem tempus & spatium
non possent applicari.

D

DE

DE DYNAMICA.

Dynamica agit de Viribus. Quid autem per Vim intelligatur, difficile dictu est, cum hoc vocabulum tam latum habeat significatum, ut res diversissimas sub se comprehendat, & apparentia rei facile cum veritate confundatur. Vis, *Kraft*, Force, *δυναμις*, energia, & quæ sunt alia synonyma, nihil aliud indicant, quam principium quoddam, è quo certi effectus sequuntur. Ita datur Vis intellectiva, vis sensitiva, vis motrix &c. Cum hoc principium quiescere videtur, hoc est, cum non jungitur cum actu ipso seu cum ipso exercitio; dici solet facultas, potentia &c. Cum hæc vis in corpore quiescere videtur, audit pressio, vis mortua &c. Cum autem vis cum ipso motu conjungitur, vis viva appellatur. Hæc vis viva à variis causis excitari potest, quarum potissimæ sunt 1. impedimentum sublatum, cum e. g. elater tensus subito liberatur à vi renitente. 2) ictus, h. e. percussio violenta à corpore moto facta. Cum utrumque simul accedit, motus inde ortus erit eo vehementior, e. g. in pulvere pyrio accenso.

Cum corpus è quiete ad motum excitatur; vel cum motus actualis impeditur; resistentia quædam vincenda observatur; hæc resistentia dici solet *vis inertia*;

Origo motus proficiscitur à vi quadam sive in ipso corpore sita sive aliunde derivanda. Undecunque autem proficiscatur vis motrix, investigari tamen possunt quantitates virium, cum ad externos tantum effectus respicitur.

Cum omnis motus originem suam habeat à vi quadam, manifestum est, attendendum esse ad Massam, quæ movetur, & ad vim, quæ in massam agere supponitur.

Cum omne corpus motui resistat: major massa, si cætera sint paria, magis resistet, quam minor.

Cum

Cum vis quædam agit in corpus; hæc vis considerata ut Unum quid producet motum in medio non resistenti uniformem. Cum autem medium resistit; motus successive retardatur, donec vis impenfa & multitudo resistentiarum semet destruxerint.

Cum plures vires successive agunt in corpus; vires hæc excitabunt motum acceleratum, & in medio non resistenti, in infinitum. In medio autem resistenti attendendum est ad rationem virium accedentium cum ratione incrementorum vel decrementorum in resistentiis, quæ pro data ratione vel extinguunt motum vel eundem continuant.

In omni motu duo junguntur, massa & celeritas. Cum autem celeritas sit multiplex, vel uniformis, vel accelerata, vel retardata, & hæc duæ posteriores species sint vel uniformiter acceleratæ aut retardatæ; omnia autem hæc a viribus quibusdam orientur: manifestum est; quantitatem virium sese manifestare ex effectibus; qui sese exerunt in superandis resistentiis.

Quantitas virium motricium itaque potest esse in ratione composita ex massa & celeritate; vel ex massa & potentia quacunque celeritatis.

Notissima est his de æstimatione virium motricium Leibniziana & Cartesiana sive Newtoniana. Leibnizius quantitatem virium determinat ex producto massæ in quadratum celeritatis. Cartesiani autem eandem æstimant per factum ex massa in simplicem celeritatem.

Eulerus neutram formulam adoptat, sed pro natura circumstantiarum & determinationum vires variis modis æstimandas esse arbitratur, licet interdum a sensu Leibnizii in hoc argumento discesserit, adeoque apparenter tantum quo-



ad tertium contradixerit. Videatur commentatio hujus Geometrae de la force de Percussion & de sa véritable mesure, inserta Historiae Acad. Reg. Scient. A. 1745.

Omnis contradictio oritur aut a mera logomachia, aut inde, quod vel neuter, vel alteruter disputantium veras rerum notiones non satis intellexerit. Cum igitur Viri perspicacissimi & exercitatissimi sibi in hac virium determinatione contradicant; jucundum æque est ac utile penitus rem ipsam inspicere. Quo sine heic excerptam nonnulla, quæ Leibnizius & Joh. Bernoulli hoc de argumento sibi mutuo opposuere in *Commercio Philosophico & Mathematico*, quod Lausannæ prodit A. 1745. subjunctis quibusdam observationibus. Ante vero, quam ipsa hæc controversia describatur, notandum est; Leibnizium quantitatem virium ponere in quantitate effectus totalis, quem vires datæ præstare possunt, & cum in ascensu gravium corpus ascendens ad maximam, quam assequitur, altitudinem, vires suas profus insumat, ex ista altitudine metiri effectum virium totalem; Bernoulli 1695. *Jun. Quod corpora ascensus faciant quadratis celeritatum proportionales, non ideo etiam vires erunt in hac ratione: ascensus quippe isti, licet sint homogeneum quid non sunt effectus, nisi accidentales, qui solummodo dependent a legibus gravitatis & motus materiae aetherae . . .* Concipiamus duo corpora aequalia, *A* celeritate ut 2, & *B*. celeritate ut 1. moveri in vacuo; & nunc in via simul offendere medium uniformiter densum & retardans quod ingrediuntur. Numquid celeritates utriusque corporis successive imminuuntur, & imminutiones sunt in ratione spatiorum percursorum. Sic itaque ambobus corporibus ad quietem redactis corpus *A* non nisi duplo altius in medium penetraverit, quam corpus *B*, Ergo vis corporis *A* est ad vim corporis *B*, ut 2 ad 1. Eodem modo ostendere possem, vires corporum motorum esse in alia quavis ratione, si modo medium non

uni-

uniformiter penetrabile supponatur. &c. Leibnizius 1695.
Jun. Quod meum specimen dynamicum attinet; puto, Te judicasse paulo festinantius. Eandem conclusionem, consecutus sum, non tantum ab Effectu, sed & a priori. . . . Minime autem putare debes, effectum, quo usus sum, relatum ad gravitatem, habendum pro accidentali. Sume quemcunque effectum vim habentem, cujus adeo productione vis consumitur, idem prohibet. . . . Quod de medio affers, vim in se penetrantis absorbente, non facit ad rem nostram; quia vim, quam absorpsit, non reddit, seu non est effectus vim habens. Ast ambiens, quod est causa gravitatis, vim, quam absorpserat, restituere potest, & tali effectu ego utor ad aestimandum.

Hanc Virium æstimationem Leibnizius & à priori demonstrare conatus est in Ep. ad Bernoulli, hoc argumento:

Actio faciens duplum, tempore simplo, est dupla, virtualiter, actionis facientis idem duplum tempore duplo; seu percursio duorum milliarium, intra horam, est dupla (virtualiter) percursionis duorum milliarium, intra duas horas.

Actio faciens duplum, tempore duplo, est dupla, formaliter, actionis facientis simplum tempore simplo; seu percursio duorum milliarium, intra duas horas, est dupla formaliter percursionis unius milliaris, intra unam horam.

Ergo *Actio* faciens duplum tempore simplo est quadrupla actionis facientis simplum, tempore simplo; seu percursio duorum milliarium, intra unam horam, est quadrupla percursionis unius milliaris, intra unam horam.

Si pro duplo substituissemus triplum, quadruplum, quintuplum &c. prodidisset actio noncupla, sedecupla, 25pla; & generaliter patet, actiones motrices æquabiles, æquitemporaneas, æqualium mobitium, esse ut quadrata celeritatum, vel, quod

idem est, in eodem vel aequali corpore, vires esse in duplicata ratione celeritatum. Q. E. D.

Hoc argumentum, quo est brevius & petitur ex magis obviis, hoc puto fore inexpectatius, & nonnullos etiam sese in eruendo aliquo ejus paralogismo frustra fatigaturos. Suspiciamur enim, nos decipi, quoties brevibus & facilibus argumentis velut circumvenimur.

Ad quod argumentum Bernoulli hoc modo respondet:

Argumentum à priori petitur, quo demonstras Principium Tuum, est sane speciosissimum, & ut dicis, inexpectatum. Non video, quid ab adversario in contrarium dici possit, nisi forte, quod actio virtualis confundi videatur cum actione formali; negando scilicet consequi A esse quadruplum ipsius C, ex eo quod A sit dupla ipsius B virtualiter, & B dupla ipsius C formaliter. Itaque dicet, tali modo ratiocinari licere, si utraque actio esset homogenea, id est, utraque aut virtualis, aut formalis; sed utrumvis sumamus, delabemur semper in *περὶ ἴσους* *ἕνδοξ*; quod scilicet actio faciens duplum, tempore simpli, non esset quadrupla, sed dupla tantum, actionis facientis simplum tempore simpli. Ecce imitor argumentum Tuum.

1. Actio faciens duplum tempore simpli est dupla virtualiter actionis facientis idem duplum tempore duplo.

2. Actio faciens duplum tempore duplo est simpla virtualiter actionis facientis simplum tempore simpli.

3. Ergo actio faciens duplum tempore simpli est dupla actionis facientis simplum tempore simpli. Vel scilicet

1. Actio faciens duplum tempore simpli est simpla formaliter actionis facientis idem duplum tempore duplo.

2. Actio

2. Actio faciens duplum tempore duplo est dupla formaliter actionis facientis simplicum tempore simplo.

3. Ergo &c.

Vides duo argumenta, quae idem plane concludunt, sed tuae conclusioni omnino contrarium, & vulgato illo nituntur axioma; quae idem sunt aequalia, illa sunt inter se aequalia: quod quidem tantummodo locum habet in quantitativibus homogeneis, ut hic comparando actionem virtualem cum virtuali, & formalem cum formali, non autem illam cum hac.

Leibnizius ad oppositionem hanc sequentia regerit: Non video, quid Tibi velis, cum dicis, actionem virtualem confundi cum formali. Non enim actio mihi hic est virtualis vel formalis; sed una actio alterius est dupla, vel virtualiter, vel formaliter. Nimirum virtualiter, cum dupla est aestimatione, etsi non sit dupla mole, vel congruentia, ut ducatus est duplus thaleri: Formaliter vero, ut Thalerus duplum est semithaleri. Et sciendum est, quod duplum est formaliter, id etiam virtute seu aestimatione esse duplum. Ideo cum non nisi de virtute, seu aestimatione, hic quaeratur, nulla est confusio diversi generis quantitativum vel aestimationum; nempe virtualiter duplum intelligo quod tale est virtualiter solum; sed formaliter duplum voco, quod simul & formaliter & virtualiter duplum est. Rogo ut expendas quo jure assumi possit tua praemissa secunda. Scilicet percursum duorum milliarium, duabus horis, esse virtualiter simplicum, seu aequale percursum unius milliarii, factae una horae. Certe quae virtute aequalia sunt aequipollent; quis vero cursor non malit percurrere unum milliare, una hora, quam duo milliaria duabus horis. Qua tandem verisimilitudine assumi praemissam priorem in argumento altero? Simplicum formaliter esse nihil aliud est quam aequale esse formaliter, sive congruere, ut Thalerus & duo semithaleri Majori specie





specie opponi poterat, pari jure, quo ego assumi hanc propositionem: Actio faciens duplum tempore simplo est dupla actionis facientis duplum tempore duplo: potuisse assumi hanc: Actio faciens duplum tempore simplo est dupla actionis facientis simplum tempore simplo: Verum respondeo, hanc posteriorem non posse assumi, sed potius convinci falsitatis manifestae hoc modo: Inter haec duo, *A* facere duplum tempore simplo, itemque *C* facere simplum tempore simplo; datur medium minus priore *E* majus posteriore, nempe, *B* facere duplum tempore duplo; Cumque ex natura perfectae repetitionis *B* sit duplum ipsius *C*, sequitur demonstrative, *A* esse plusquam duplum ipsius *C*. Comparatio igitur inter *A* & *C* potest resolvi ulterius per interpositionem comparationis simplicioris; comparatio vero inter *A* & *B* interpositione simplicioris resolvi non potest, sed primitiva est.
 Actiones motrices (aequabiles intelligo) ejusdem mobilis sunt in ratione composita effectuum immediatorum, nempe longitudinum percursarum & velocitatum Porro longitudines sunt in ratione composita temporum & velocitatum. Ergo actiones motrices sunt in ratione composita ex simplice temporum & duplicata velocitatum &c. &c.

Quibus explicationibus acquievit Bernoulli in litteris non multum post ad Leibnizium datis; magis ad evitandam Leibnizii indignationem, & expressiones quas heic omisi, vehementiores, quam rei veritate convictus.

Cum autem Leibnizius eandem rem novis artificii corroborare, & quid Bernoulli judicet, elicere tentaret. Hic mentem suam de ratione temporum & potentiarum ulterius ita explicat: Egregie ostendis inter haec duo, *A* facere duplum tempore simplo, itemque *C* facere simplum tempore simplo, cadere medium minus priore *E* majus posteriore, scilicet *B* facere duplum tempore duplo - Fateor, *B* manifeste (ex natura repetitionis perfectae) esse duplum ipsius *C*, & proinde, *A* esse plusquam
 du.

duplum ipsius C; sed tamen ex eo nondum sequitur, illud præcise quadruplo majus esse hoc, priusquam demonstratum sit A esse duplum ipsius B. Nam inter facere duplum tempore simplo, & inter facere duplum tempore duplo talis repetitio non percipitur &c. &c. Caterum Leibnizius fatetur in litteris responsoriis, demonstrationem à priori pro virium æstimatione niti aliqua suppositione, nempe: Actionem, quæ facit aliquid uniformiter tempore simplo, esse duplam actionis facientis idem uniformiter tempore duplo; nec demonstrari posse, quod actio idem faciens breviori tempore sit major.

De mensura virium motricium seu de quantitate potentiarum & actionum determinanda meditatus sequentia mihi venerunt in mentem.

1) Vim motricem ex hypothese talem dici posse illud, à quo effectus corporis moti totales pendent.

2) Effectum corporis moti totalem non nisi in quantitate resistentiarum superata inveniri posse.

3) Resistentias dari varii generis, gravitatem, media densiora, elastra tendenda, corpora diffringenda &c.

4) Resistentias non inveniri homogenias respectu superantis, neque tales in rerum natura dari posse, cum superando resistentias omne corpus motum tandem ad quietem reducatur.

5) Accelerationem gravium esse uniformem, sequi ex assumpta hypothese, quod singulis tempusculis grave cadens novum accipiat impulsum, & singuli impulsus sint æquales.

E

6) Ex



6) Ex hac ipsa hypothesi erui legem accelerationis, vi
cujus spatia percurfa sunt in ratione duplicata temporum, seu,
quod idem est, spatia crescunt secundum numeros impares.
Cum enim corpus inchoat motum à quiete, & per hypothesin
uniformiter movetur:

Primo momento seu tempusculo absolvit lineam ut 1.

Duobus tempusculis absolvit lineas 2, & cum accedat
ictus 1, absolvit lineas 3.

Tribus tempusculis absolvit hac ratione lineas 3 ✕ 2,
quia in tribus lineis superveniunt ictus duo;

Quatuor itaque temporibus absolvit lineas 4. cum 3.
quia accedunt tres ictus.

Oritur itaque hæc series: 1. 2 ✕ 1. 3 ✕ 2. 4 ✕ 3. 5 ✕ 4.
6 ✕ 5. Per additionem terminorum successivam orietur se-
ries 1. 4. 9. 16. 25. &c.

At ex ipsis incrementis, quæ celeritas capit, continuis
alia quoque lex accelerationis erui videtur, posito, quod ac-
celerationes fiant in singulis spatiolis æquales; Sit enim linea di-
vifa in partes æquales, & concipiatur corpus è quiete descen-
dens. Vi primi impulsus cadet per spatiolum quoddam ut 1.
Cum autem finita hac lineola novum accipiat ictum priori
æqualem; vi hujus motus compositi descendit eodem tempo-
re motu æquabili per duas lineolas, & ob novum ictum per
tres. Vi hujus motus æquabiliter eodem tempore descendit
æquabiliter per tres, & ob duos accedentes ictus per 5. Vi
hujus æquabiliter per 5. & accedentibus quatuor ictibus, per 9;
deinde per 17. &c.

Oritur hoc modo series 1. 3. 5. 9. 17. 33. 65. & sic
porro: Si primus motus concipiatur ut compositus ex æqua-
bili

bili & istu; series orta fuisset 2. 4. 8. 16. 32. 64. quæ est progressio geometrica.

E quibus apparet, quantitatem continuam ut talem non posse reduci ad discretam qua talem.

7. Speciosissima quidem sed fallax est representatio summæ linearum infinite multarum per planum. In hoc negotio Galilæus primus celeritates continue acceleratas representavit per applicatas in triangulo, & tempora per abscissas, ut scilicet ostendere posset & ad oculum demonstrare, corpus motum uniformiter ea celeritate, quam per accelerationem ultimo momento acquisivit, eodem tempore duplum spatium describere ejus, quod percurrit à quiete ad ultimum accelerationis momentum.

Per infinitatem linearum infinite propinquarem oriri superficiem trianguli judicavit, id quod ipsum est, in quo error geometricus consistit: Summa enim linearum nunquam exhibet superficiem, sed lineam. Novi quidem, summos Geometras planum sibi representasse per lineas infinite propinquas. Sed fluxus lineæ non est *summa* infinite multarum linearum. Una linea alteri parallela sive sit finite distans, sive infinite propinqua non generat superficiem, sed duas lineas, id quod è notione lineæ manifestissimum est. Distinguendum est inter fluxum geometricum, & distantias infinite parvas. In fictionibus mathematicis idem rigor logicus observari debet, qui in conceptibus objectorum realium adhibendus est. Ita fluxus celeritatis continuus representandus est per prolongationem lineæ continuam, non per generationem plani.

Si ex ejusmodi suppositionibus & fictionibus, arbitrariisque quantitatum representationibus aliquid concludi posset; tum quidvis è quovis facili labore deduceretur. Ita enim quaesita ac-



commodarentur ad arbitrarias hypothesas & repræsentationes geometricas; non autem ex ipsis rerum notionibus ad veros schematismos quantitatum naturam exprimentes deveniretur. Qui e. g. sibi persuaderet, motum uniformem describere spatia quadratis temporum proportionalia; & ad demonstrandam hanc hypothesin repræsentaret tempora per unum parallelogrammi latus, celeritatem autem per alterum; is sibi ipse demonstrasse videretur, quod summa celeritatum exhibeatur per reſtangulum, adeoque eadem crescant uti quadrata. Eadem methodo celeritas prima posset signari per cubum, & secunda per duos cubos, & sic porro; E qua signatura autem minime inferri posset, quod celeritates crescant uti cubi: Nam heic non attenditur ad formam cubi, sed ad formam incrementi qua talis in suo genere exhibendi,

8) Vires corporis cadendo acquisitæ non sunt aliquid absolute, quod è natura virium motricium sequatur, vel à priori demonstrari possit; sed aliquid relativi, quod è data accelerationis lege sive per hypothesin assumta sive per experientiam cognita legitime deducitur.

9) Licet autem hæ vires, quarum mensura fit per quadratum celeritatis in sine lapsus acquisitæ, sint aliquid relativi tamen omnes celeritates, sive e collisione corporum, sive à quocunque impulsu vel ab alia quacunque causa productæ ad hanc celeritatem gravium reduci possunt, & ita reductæ eandem admittunt mensuram. Ita si corpus quoddam feratur velocitate data, undecunque eadem nata sit, altitudo quædam concipi potest, è qua idem corpus delapsum hanc obtenturum fuisset celeritatem, adeoque corpus hinc viribus instructum ad eandem altitudinem, è qua decidisse concipi potest, ascendere & impedimenta gravitatis superare poterit. Cum autem non altius ascendere possit, vires suas hoc ascensu consumpsisse æstimatur.

9) Po.

10) Ponamus, mobile quoddam ferri per medium ita dispositum, ut celeritates, quibus ad focus quendam tendit, crescant in ratione cuborum, & in eodem medio capi experimenta de incrementis celeritatum, nec de alio medio aliquid constare; sane observatores excogitaturi essent hypotheses, quas accommodarent ad legem hanc incrementorum, & vires corporum aestimarent ex facto per massam in cubum celeritatis. Ad quam mensuram omnino quæcunque celeritates reduci possent, quia altitudo calculo erui posset, seu distantia a foco, à qua si corpus ad focus datum perveniret, celeritatem acquisivisset æqualem isti, de qua agitur.

Sed aliud est mensuras reducere ad mensuras, & aliud eadem sequi leges. Ita variæ sine dubio in rerum natura dantur leges a legibus gravitatis diversissimæ. Phenomena lucis, matris, electricitatis, elasticitatis &c. non sequuntur leges gravitatis.

11) Uti corpus est indifferens ad quemcunque celeritatis gradum, & infinitæ variationes concipi possunt in qualitate mediæ: ita & infinitæ leges specialiores concipiuntur, ad quas exercitium virium motricium examinari potest.

12) Num temporis ratio habenda sit in mensura virium, non potest decidi, nisi status quæstionis fuerit determinatus. Dantur enim casus, ubi ad tempus necessario est attendendum, & datur casus, ubi quæstio de tempore per se cadit. Ascendat corpus A viribus cadendo acquisitis ad altitudinem B tempore T; & aliud corpus C viribus undecunque acceptis ascendat ad eandem altitudinem tempore $\frac{1}{2}$ T. Vires posterioris omnino majores erunt viribus prioris. Sed hac ratione majores vires jam supponuntur in principio ascensus, quibus supra altitudinem B semet elevare poterit C. quæ acquiri debuerunt aut per lapsum ex altitudine majori, aut per alium quendam impul-



pulfum: Casu igitur posteriori vires nondum sunt consumptæ in altitudine B; Casu autem priori vires totæ sunt exhaustæ.

In hypothesi gravitatis autem non potest accidere, ut duo corpora diversis temporibus ascendant ad unam eandemque altitudinem, ita, ut utrobique exhauriantur vires in eodem altitudinis extremo. Itaque in mensura Leibniziana, cum tantum ad effectum virium totalem attenditur, ratio temporis non habetur, quippe quod a legibus gravitatis pendet. Deinde, cum vis undecunque orta possit reduci ad vim per lapsum acquisitam; non refert, quanto tempore vis ista nata fuerit?

Jam vero examinabimus quoque argumenta pro hac virium mensura e notionibus spatii, temporis, & actionis deducta: Ad Argumentum primum optime respondit Bernoulli, quod virtuale confundatur cum formali. Licet Leibnizius valde indignatus fuerit, quod Bernoulli ipsum paralogismi reum fecit, & licet distinctionem inter virtuale & formale arte quadam ita moderari tentarit, ut argumentum à falsitate liberaretur, re ipsa tamen nihil profecit, quia realis est distinctio inter intensivum & repetitum, seu, inter virtuale & formale. Nam si hæc distinctio esset superflua; eandem ipsi argumento non debebat inferere.

Prima propositio: *Actio faciens duplum tempore simplo est dupla virtualiter actionis facientis idem duplum tempore duplo.* Cum agitur de medio non resistenti, hæc propositio admitti potest; licet tantum velocitas sit dupla, non autem actio. Ubi enim nulla est resistentia, ibi vires seu Actiones ad producendam velocitatem non requiruntur. Quin plane nulla velocitatis determinatio physica in vacuo concipi potest, sed omnia redeunt ad meras fisiones ex hypothesi assumtas. Sin autem medium resistit; actio faciens duplum tempore simplo plus quam dupla erit, virtualiter, actionis facientis idem duplum

plum tempore duplo. Moveatur enim corpus per fluidum quoddam; dum idem corpus transit per dimidiam spatii partem, aliquid velocitati decedet ob resistantiam, & sic alteram spatii partem non potest percurrere tempore eodem. Corpus itaque, duplum percurrans spatium, tempore simplo plusquam duplam vim exercebit.

Altera propositio hæc est: *Actio faciens duplum tempore duplo est dupla, formaliter actionis facientis simplum tempore simplo.*

Per actionem intelligitur heic vis, id quod ex ultimis de monstrationis hujus verbis patet. Vis hæc operatur aut in medio non resistanti, aut in resistanti. Si medium est non resistantis; casus hic ad æstimationem virium non est applicabilis, quia nulla obstacula vincuntur. Corpus enim in vacuo motum pergit moveri uniformiter in directum, donec offendat obstacula. Sic itaque semper *idem* motus continuatur, & habetur tantummodo ratio temporis ad spatium constans. Sin autem medium supponitur resistantis; falsa erit propositio. Vis enim superans primam resistantiam consumit partem virium propter reactionem, adeoque dum vincere conatur resistantiam alteram, eandem non tempore eodem sed majori superabit, quia aliquid in velocitate imminutum fuit. Plusquam dupla igitur erit actio faciens duplum tempore duplo actionis facientis simplum tempore simplo. Sin autem effectus duplex non respondeat spatio duplo, per quod corpus movetur; exemplum de percussione milliarum huc non quadrat.

Apparet itaque, hac ratione intensivum confundi cum extensivo, nec comparisonem institui inter homogenea.

Alterum, quod *Leibnizius* profert argumentum a priori ductum hoc est: *Actiones motrices (æquabiles) ejusdem mobilis sunt in ratione composita effectuum immediatorum, nempe longitudi-*



itudinum percursarum & velocitatum. Longitudines sunt in ratione composita temporum & velocitatum. Ergo actiones matrices sunt in ratione composita ex simplici temporum & duplicatae velocitatum.

Idem, quod ad prius argumentum notavi, & ad hoc applicandum esse censeo. In spatio vacuo seu plane innocuo longitudo non metitur actionem, quia ex eadem actione corpus in eodem medio pergat moveri in infinitum. Deinde in medio non resistenti frustra conjungitur longitudo cum velocitate, quia unum cum altero hoc respectu identificatur; Sufficit dixisse; actiones sunt in ratione velocitatum; hæ enim velocitates suas secum ferunt longitudes. Itaque loco $A=VL$; substitui debet $A=L$, sive $A=V$.

Deinde in eodem medio non resistente non potest dici, quod longitudes sint in ratione composita temporum & velocitatum, cum scilicet non ad plura mobilia, vel ad unum mobile in diversis motibus attenditur, sed ad idem mobile in uno motu: cum hoc casu sufficiat expressio velocitatis. Porro, licet initium motus proficisci possit ab actione, quæ determinat velocitatis gradum; tamen in progressu motus non nisi repetitio seu potius continuatio ejusdem velocitatis intelligitur.

Si igitur in motu æquabili, qui cum motu per vacuum hoc respectu coincidit, actiones sunt in ratione longitudinum; & longitudes in ratione composita ex velocitate & tempore; actiones erunt in ratione composita ex velocitate & tempore. Temporibus autem æqualibus Actiones erunt ut velocitates, & per consequens, si mobile ex massa determinetur, actiones seu Vires erunt in ratione composita ex massa in celeritatem; scilicet, cum motus supponitur æquabilis. Sunt itaque sophismata, quæ hoc modo ad hypotheses accommodari solent.

Ad

Ad eundem modum plures virium æstimationes pro lubitu fingi possunt, quarum unam alteramve tentabo: Actio est eo major, quo spatium est longius, velocitas rapidior, & tempus, quo motus continuatur est majus, id quod Maupertuis affumit in determinando Minimo actionis: Sic igitur actiones seu vires erunt in ratione composita ex spatio, velocitate & tempore, Cum autem spatium sit in ratione composita ex celeritate & tempore; actiones seu vires sunt in ratione composita ex duplicata temporum & duplicata velocitatum.

Porro: In motu æquabili actiones sunt ut effectus. Major effectus est, qui idem spatium percurrit breviore tempore, & minor effectus, quo idem præstatur longiori tempore. Sic

$$\text{igitur erit } E : e = \frac{S}{t} : \frac{S}{T} = ST : St = T : t; \text{ Vires igitur}$$

erunt in ratione temporum; & sic plura facili opera sed sine usu in viribus naturæ determinandis poni possunt. Ponatur spatium constans; vires erunt in ratione composita temporum & celeritatum; ponatur insuper tempus esse constans; & Vis mensurabitur per celeritatem. Sic igitur in motu æquabili uno casu mensura fiet per quadratum celeritatis, & altero per simplicem celeritatem.

Manifestum igitur est, à priori hic nihil decidi posse.

Motus compositus est, qui oritur à pluribus viribus. Hæ agunt aut ad eandem directionem, aut ad diversas. Si duæ potentiaæ urgeant idem corpus ad diversas directiones, necessarium est, ut corpus neutram sequatur directionem, sed aliam quandam nanciscatur è ratione potentiarum determinandam. Hæc media directio erit diagonalis parallelogrammi cujus latera exprimunt potentias agentes cum angulo intercepto.

F

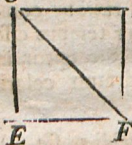
Vis

Vis autem è compositione orta non æquivalet summæ virium singulatim sumtarum.

Licet Geometræ quidam, maximè qui æstimationi Virium Leibnizianæ favent, assertum hoc declaraturi sint erroneum; id tamen me non movet, ut veritati evidentissimæ repugnem. Leibnizius in *Theod.* §. 347. dicit: *Un mouvement dans les deux côtés du triangle rectangle compose un mouvement dans l'hypotenuse, mais il ne sensuit point, qu'un globe mû dans l'hypotenuse doit faire l'effet de deux globes de sa grandeur mûs dans les deux côtés; cependant cela se trouve veritable.*

Bilfingerus cum aliis eandem adoptat sententiam, existimans, in resolutione motus compositi in duos simplices erga se perpendiculares, & illi æquipollentes supponi æstimationem virium Leibnizianam: id quod ita demonstrari posse videtur:

M D
 O



Sit massa M ; celeritas per $MD = C$, quæ æquatur celeritati per ME ; MF erit $\sqrt{2}CC$; Vis cum æstimetur ex massa in quadratum celeritatis, habetur summa virium per latera $= 2MCC$; & Vis per diagonalem ex massa in qu: cel: $= M \cdot 2CC$ quæ expressio substitui posse videtur huic: $2MCC$. At vero hæc expressiones non sunt identicæ; Nam M ductum in CC & M ductum in CC facit $2M \cdot CC$; & M ductum in $2CC$ facit $M \cdot 2CC$, id quod à priori est diversum. Sit massa $= 100$ lb. $C = 2$. erit $2M \cdot CC = 200$ lb. $\cdot 4$. celer. & $M \cdot 2CC = 100$ lb. $\cdot 8$. celer. Hæc non æquipollent, id quod evidens est ex ipsis notionibus, & ex effectibus inde necessario resultantibus. E natura vestis identitas hæc non potest demonstrari, id quod infra ostendetur.

Necessarium insuper est, ut vis modificata non possit æqualis esse summæ virium, nisi singulæ urgeant versus eandem directionem.

rectionem. Sint duæ vires æquales ad eandem directionem
pellentes; posita massa = m , & celeritate c , erit vis ex æsti-
matione Leibniziana = $m4cc$; Hoc $m4cc$ non potest compe-
tere viribus ad diversas lineas urgentibus; quia conjunctio
virium totalis non potest esse conjunctio non-totalis. Di-
rectio ad angulos differt à directione una.

Manifestum hoc est exinde, quia per compositionem vi-
res, quæ ante compositionem singulæ totales effectus præsti-
tissent, vel per oppositionem vel per divisionem potentiæ
debilitantur vel extinguuntur.

Agnosco quidem veritatem in se evidentissimam, quod
corpus viribus conjunctis diagonalem parallelogrammi eodem
tempore describat, quo latera separatim: Sed vires hæ sup-
ponuntur esse ita comparatæ, ut neutra alteram impediât.
Cum e. g. super plano movetur globus in linea recta, data ce-
leritate, horizontaliter; idemque planum autem verticaliter de-
scendit velocitate data; globus necessario eodem tempore per-
curret diagonalem parallelogrammi, cujus latera exprimuntur
per directiones & celeritates suppositas. Ponamus autem in
plano quiescenti globum impelli ab ictu quodam ea vi, ut da-
to tempore percurrat lineam datam; dum autem impellitur,
simul supervenire alium ictum, qui directionem priorem ad
certum angulum mutet, quo casu orietur reactio quædam, quæ
efficiet, ut ambo ictus aliquid de suis viribus *in divisione* in-
tellectis perdant, & *in compositione* aliquid novi producant,
quod non potest intuitu virium substitui viribus *ante composi-
tionem* intellectis.

Sin autem facta virium compositione celeritas utriusque
designetur per suam lineam, quæ exprimit quantitatem velo-
citatæ post compositionem; nihil habeo, quod o pponam.

F 2

Si

Si effectus post compositionem virium possent substitui effectibus ante compositionem; omnis effectus mensura per se caderet, cum pro diversitate directionum innumeræ oriatur effectus quantitates per diagonales repræsentata.

Maclaurin contra mensuram virium *Leibnitianam* pugnans inter alia & hæc habet: *Parce qu'un corps qui se meut avec une vitesse proportionnelle à la diagonale d'un Rectangle est capable de contrebalancer la resistance de deux ressorts proportionels aux côtés du même Rectangle, ils concluent, que la force d'un corps qui se meut avec une vitesse comme la diagonale, est égale à la somme des forces de deux Corps, dont les vitesses sont proportionnelles aux côtés du rectangle; Et parceque le quarré de la diagonale est égale à la somme des quarrés de deux côtés, ils inferent de là que les forces des corps égaux sont comme les quarrés de leurs vitesses. Mais dans tous ces raisonnemens ils ne considerent pas, que la force que perd un corps en agissant sur un autre n'est pas égale à celle qu'il produit ou détruit dans cet autre estimée dans toute direction à volonté, mais dans celle seulement, suivant laquelle le premier corps agit, Et qu'un corps en consequence de son inertie non seulement resiste à toute alteration dans sa quantité de mouvement, mais aussi à tout changement dans la direction de son mouvement. Vid. exposition des Decouvertes de Newton. p. 127.*

Vectis est id, per quod eadem pressio vel intenditur, vel remittitur, seu, Vectis est medium variandi pressionem in eodem subjecto.

Variatio pressionis determinatur à distantia, quam habet potentia premens à fulcro.

Quo major est distantia prementis à fulcro. Eo major evadit vis prementis.

Unde nam autem hæc virium incrementa oriuntur, admodum difficile est investigatu. Fateor, me rationem hujus legis non intelligere.

Ratio

Ratio enim legis in Vecte observatæ non potest esse in gravitate, quia in omni directione lex Vectis valet. Neque in natura celeritatis, quia in æquilibrio nulla est celeritas, & tamen minimum corpus æquilibrari potest cum maximo. Deinde celeritas non potest esse vera ratio, quia si ope vectis moles elevetur, id non fit mediante aliqua celeritate, sed ipsa celeritas nascitur ex applicatione Vectis. Ita celeritas est aliquid natura posterius ipsa Vectis lege. Neque ex notione distantia id explicari potest, quia distantia non involvit Vim.

Neque è natura Vectis legitime deduci potest, massam *A* ductam in celeritatem *C* æquipollere massæ *C* ductæ in celeritatem *A*; sed id tantum inde sequitur, quod in æquilibrio pondera sint in ratione inversa distantiarum à puncto æquilibrii. Hæc duæ non sunt confundenda. Si enim extra Vectem sumantur duæ Massæ *M* & *m*, & celeritates datæ sint *C* & *c*; falsum est, *M* *c* intuitu virtutis æquipollere *m* *C*; licet numeri pro massis & celeritatibus substituti idem sint productum. Sit e. g. massa major mille librarum, & minor unius libræ. Sit vis quædam projiciens massam minorem ad centum pedes; hæc ipsa vis majorem massam non poterit projicere ad partem decimam unius pedis, licet utrinque prodeat in numeris idem productum.

Error hic quibusdam inde natus est, quia tantum numeros in se multiplicarunt sine respectu ad sua objecta, quæ mentionuntur. Manifestum enim est, quod si massa e. g. $4M$ multiplicetur per $12.C.$, magnam intercedere differentiam inter $4.M.12.C$ & $12.M.4.C.$ licet $4.12 = 12.4$, & $MC = CM$.

Nam hic $12M$ sumitur pro objecto indiviso & uno, quemadmodum & $4C$ sumitur sensu eodem; Re ipsa enim aliud est movere duodecim massas quadrupla celeritate, & movere quatuor massas duodecupla celeritate. Si globus ferreus mille librarum decideret per admodum exiguam altitudinem

in



in qua nulla celeritatis acceleratio observari posset, e. g. per pedem dimidium; longe alium effectum produceret, quam globus unius libræ celeritate quingentecupla eademque æquabili impingens.

Si quis duabus horis absolvere posset opus quintupli laboris; is sane differret ab eo, qui duplum laborem absolveret quinque horis.

Cum in æquilibrio diversorum ponderum distantia ab hypomochlio possint esse in ratione arithmetice non exprimibili; patet, non omne pondus ad aliud reduci posse in numeris.

Varia materiæ phænomena in diversis materiæ speciebus conspicua testantur de viribus, & fixis earundem regulis, & legibus motuum quæ ex ipsa materiæ natura seu ex qualitatibus primitivis fluunt. Nos autem nondum eò pervenimus, ut è consideratione rerum sensibilibus ad primas virium & qualitatum radices penetrare possimus.

Uti heterogenea cum heterogeneis non possunt ita comparari, ut unum alterius mensuram determinet; ita vires rerum materialium sine dubio varias habent mensuras tam in elevationibus quam depressionibus earundem observandas. Non semper sufficit ad certos attendisse effectus, eosdemque inter se comparasse. Effectus enim plerumque sunt tantum aliquid relativi, qui è certa rerum constitutione sequuntur; deinde non semper certi esse possumus de effectus totalitate.

Denique si vel maximè totalitas effectus nobis esset cognita; nihilominus vera metiendi methodus adhuc deficeret, quia in ipso effectu multa discernibilia latere possunt, quæ vero sensibus nostris nunquam discernentur.

A mul.

A multiplicatione phænomenorum non licet concludere ad eandem virium primitivarum multiplicatam, quia per elevationes & depressiones virium, & materiæ varias dispositiones innumeræ apparentiarum differentiæ nasci possunt. Ita lux & ignis varia exhibent phænomena.

Neque pro principiis activis semper peculiare materias subtiliores ad explicandos effectus assumere licet, quia hoc pacto difficultates non tolluntur, sed potius augentur. Ita e. g. materia gravifica, magnetica, electrica non nisi totidem nomina sunt nihil explicantia & cum qualitatibus occultis perfecte coincidentia.

Interdum videntur quidem res explicari, cum tamen eadem difficultates supersint, & ad prius quoddam revolvantur; Cum e. g. elasticitas derivatur ab ingenti numero machinularum, è quibus corpus constat, id quod *Borello* placuit in tractatu de vi percussiois. Prop. 97. & post eum *Leibnizio* in epistola ad *Bernoullium*, ubi dicit, corpus esse machinam, è cuius structura resiliionem oriri oporteat. Ita quoque gravitas per gyrationes materiarum subtiliorum frustra explicatur &c.

De viribus spiritualibus iudicare solemus ex intuitione nostrimet. Sed cum à particulari ad particulare non valeat consequentia; facile divinare possumus, alias quoque species aliosque Spirituum ordines existere, qui in elevatione sui aliud quid & majus quid monstrant, quam ut nos idem intelligamus. Multo minus de mensura ejusmodi elevationum cogitare nobis datum est. Mensura autem facultatum animæ humanæ aliquo modo explorari potest comparando inter se diversos effectus; Si intellectus unius comparetur cum alio; comparatio instituenda est in eodem genere scientiæ. Experimentia enim docet, unum altero magis aptum esse ad iudicandum de uno rerum genere, quam de alio. Dantur homines in metaphysicis, moralibus aliisque rebus perspicacissimi, qui



qui vero mathematicas non possunt comprehendere, & statim à limine talium speculationum arcentur, ut & dantur mathematici, qui in rebus ad mathesin non pertinentibus parum subtilitatis monstrant.

Differentiam hanc partim ab ipso mentis caractere primitivo, partim ab applicatione mentis ad certa objecta pendere existimo. Qui enim sat diu in eodem speculationis genere versantur; plerumque in eodem majorem mentis aciem ostendent, quam alii, qui de eodem rarius cogitant.

Hinc non universaliter verum est, inventores certæ rei intelligentiores esse aliis, qui non sunt inventores, cum accidere possit, ut is, qui non est inventor, faventibus circumstantiis idem quoque invenisset. Hac autem observatione non omnes non inventores æquiparantur cum inventoribus.

Cum diversi dentur mentis characteres; fit, ut quidam plus valeant intellectualibus, quibus miscetur sensualia, & alii plus possint in mere intellectualibus, aliique plus in mere-sensualibus. Inde pendet ingeniorum diversitas à Rectore hujus Universi sapientissimè dispensata. Hac autem à nobis mensuræ non possunt subjici.



Errata.

- p. 9. lin. 15. pro *d* negativa lege à *quantitate*
p. 10. lin. 4. pro *sum per 4*, lege *sum per 4. 4.*
p. 20. lin. 24. pro *Et* lege *aut*
p. 27. lin. 15. post *miter* pone *vel ad aliam legem*
p. 29. lin. 7. pro *prohibii* lege *prohibet*.
p. 33. lin. 12. deleatur *meditatus*
p. 34. post lineam tertiam inferantur, quæ omiſſa fuere, ſequentia:
poſito, quod tempore primo, à cujus initio celeritas = 0, mo-
bile deſcendat per ſpatium 1, & acquiſita celeritate hac tempore
ſecundo deſcendat motu uniformi per ſpatium 2, accelerato au-
tem per novum impulſum, per ſpatium 3, & hic exceſſus = 2
ſervetur uniformiter ſequentibus temporibus.
Sin autem reſpiciatur ad aliam incrementorum rationem, ita qui-
dem, ut quovis tempore finito accedat novus impulſus; alia
oriatur acceleratio.
p. 37. lin. 14. & 15. pro *matis* lege *magnetis*
p. 38. lin. 15. & 16. pro *rerum* lege *rerum*.
p. 39. lin. 6. in fine addatur: *ob creſcentem reactionem medii.*





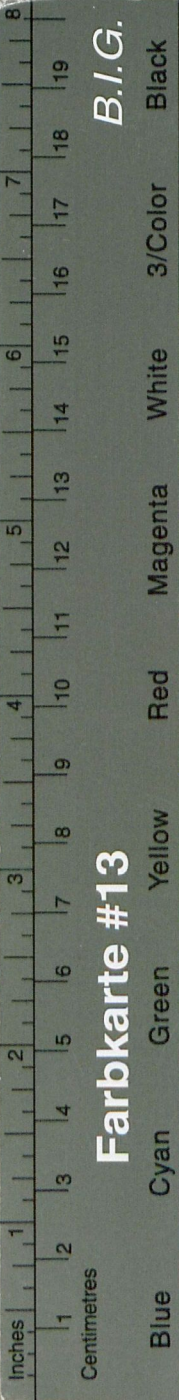
VDB

ULB Halle
007 455 496

3







B.I.G.

Farbkarte #13

DISPUTATIO
DE
RA ET MENSURA
QUANTITATIVM

AM DEO IUVANTE
RSITATIS EBERHARDINO CAROLINÆ
GNIFICENTISSIMO
MO DVCE ATQVE DOMINO

22

A R O L O
BERGIAE ET TECCIAE REGNANTE
P R Æ S I D E
REDO PLOVCQVET

T METAPHYS. PROF. P. ORD.
CIENT. ACAD. BORVSS. SODALI
RO RITE OBTINENDO
MAGISTERII PHILOSOPHICI
I. III. IV. & VI. SEPTEMBR. 1771.

IS LOCOQVE CONSVETIS
PVELICE DEFENDENT
ATTHÆVS PLOVCQVET, TVBING.
CHRISTIANVS LANG, BEBENHVS.
FRIEDRICVS GESS, STVTTGARD.
COBVS FISCHER, BIETIGHEIMENS.
REA SECVNDÆ CANDIDATI.

Æ TYPIS FVESIANIS.

