



Die Fachbeiträge, die innerhalb der letzten Jahre im "Elektronik Journal" erschienen, sind allesamt auf www.all-electronics.de einsehbar

Einseitig gekühlte Halbleiterbauelemente und Kühleinrichtungen (Grundlagen und Rechenverfahren)

Kühlung von Leistungshalbleitern

Jürgen Schwarz, AEG-TELEFUNKEN Anlagentechnik AG

Es wird ein Rechenverfahren zur Bestimmung des transienten Wärmewiderstandes von zusammen betriebenen Halbleiterbauelementen und Kühlelementen abgeleitet. Die zur Durchführung der Rechnung erforderlichen Computerprogramme werden in strukturiertem HP-Basic angegeben. Aus den Ableitungen ergibt sich, daß der transiente Wärmewiderstand von Halbleiterbauelementen nicht unabhängig von der verwendeten Kühleinrichtung ist.

In der Veröffentlichung [1] wurden die beiden prinzipiellen Formen von thermischen Ersatzschaltbildern vorgestellt. Im folgenden sollen die dort gewonnenen Erkenntnisse speziell auf Halbleiterbauelemente und Kühleinrichtungen angewandt werden.

In [1] wurden das Halbleiterbauelement und das dazugehörige Kühlelement als eine Einheit behandelt. Für genauere Betrachtungen müssen aber die Wärmeersatzschaltbilder getrennt werden. Das Halbleiterbauelement wird durch einen RC-Kettenvierpol nach Bild 1 repräsentiert. Hier sind Umrechnungen in äquivalente, einfacher zu behandelnde Vierpole nicht möglich. Das Ersatzschaltbild des Kühlelementes ist in Bild 2 wiedergegeben. Dieses kann selbstverständlich in eine äquivalente Partialbruchschaltung umgerechnet werden. Zunächst müssen aber die Eigenschaften des thermischen Vierpols nach Bild 1 näher analysiert werden.

1 Parameter des thermischen Vierpols

Die Vierpoltheorie ermöglicht es, die Verhaltensweise einer thermischen Ersatzschaltung nach Bild 1 mit einer Gleichung zu beschreiben. Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden.

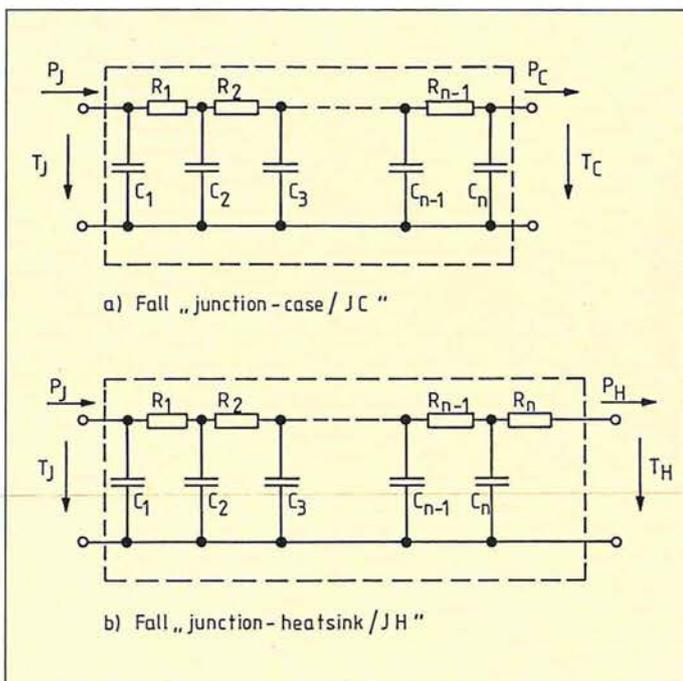


Bild 1: Thermische Ersatzschaltbilder von einseitig gekühlten Halbleiterbauelementen

Zum einen kann der Übergangswiderstand Halbleiterbauelement – Kühleinrichtung (case – heatsink) dem Halbleiterbauelement (Fall „JH“) und zum anderen der Kühleinrichtung (Fall „JC“) zugeordnet werden. Zur einheitlichen Darstellung wird dieser Übergang in den folgenden Ausführungen einheitlich mit „G“ bezeichnet.

Admittanzparameter des Vierpols

Es sind die Parameter der Gleichung

$$\begin{pmatrix} P_J \\ P_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_J \\ T_G \end{pmatrix} \quad (1)$$

zu berechnen. $Y_{11}(p)$ entspricht der Kurzschluß-Eingangsadmittanz

$$Y_{11}(p) = \frac{P_J(p)}{T_J(p)} \Big|_{T_G = 0} \quad (2)$$

und wird mit Hilfe des in [1] beschriebenen Verfahrens durch Kettenbruchentwicklung berechnet. Führt man die Größe n^* als charakteristischen Wert für die Polynomgrößen der Vierpolparameter mit

$$n^* = \begin{cases} n & \text{für den Fall „JH“} \\ n-1 & \text{für den Fall „JC“} \end{cases} \quad (3)$$

ein, dann hat $Y_{11}(p)$ die Form

$$Y_{11}(p) = \frac{b_n \cdot p^n + b_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + b_1 \cdot p + b_0}{a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p + a_0} \quad (4)$$

$Y_{22}(p)$ ergibt sich aus

$$Y_{22}(p) = \frac{P_G(p)}{T_G(p)} \Big|_{T_J = 0} \quad (5)$$

als negative Kurzschluß-Ausgangsadmittanz und wird analog zu dem Berechnungsverfahren für $Y_{11}(p)$ ermittelt. Das Ergebnis hat die Form

$$Y_{22}(p) = \frac{b_{n-1} \cdot p^{n-1} + b_{n-2} \cdot p^{n-2} + \dots + b_1 \cdot p + b_0}{a_{n-1} \cdot p^{n-1} + a_{n-2} \cdot p^{n-2} + \dots + a_1 \cdot p + a_0} \quad (6)$$

Nach der Vierpoltheorie gilt für jeden linearen passiven Vierpol die Beziehung [2]

$$Y_{12}(p) = -Y_{21}(p) \quad (7)$$

Folglich muß nur einer der beiden Werte, entweder die negative Kurzschluß-Übertragungsadmittanz rückwärts $Y_{12}(p)$ oder die Kurzschluß-Übertragungsadmittanz vorwärts $Y_{21}(p)$, berechnet werden. Aus Gl. (1) kann man

$$Y_{21}(p) = \frac{P_G(p)}{T_J(p)} \Big|_{T_G = 0} \quad (8)$$

entnehmen.

Für einen beliebigen Punkt k in der Kettenbruchschaltung gilt nach Bild 3

$$T_k = P_k R_k + T_{k+1} \quad (9)$$

$$P_k = T_{k+1} p C_{k+1} + P_{k+1} \quad (10)$$

Durch schrittweises Vorgehen ergibt sich (Fall „JH“)

$$\begin{aligned}
 P_n &= P_G \\
 \downarrow \\
 T_n &= P_n R_n + T_{n+1} \\
 &= P_G R_n \\
 \downarrow \\
 P_{n-1} &= T_n p C_n + P_n \\
 &= P_G R_n p C_n + P_G \\
 &= P_G (1 + p C_n R_n) \\
 \downarrow \\
 T_{n-1} &= P_{n-1} R_{n-1} + T_n \\
 &= P_G (1 + p C_n R_n) R_{n-1} + P_G R_n \\
 &= P_G (R_n + R_{n-1} + p C_n R_n R_{n-1}) \\
 \downarrow \\
 P_{n-2} &= T_{n-1} p C_{n-1} + P_{n-1}
 \end{aligned} \quad (11)$$

usw. Das Ergebnis erhält man in der Form

$$Y_{21}(p) = \frac{1}{a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots + a_1 p + a_0} \quad (12)$$

Die sich bei dieser Rechnung bei einem Vierpol ergebenden Nennerpolynome mit den Koeffizienten $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}^*$ haben sämtlich dieselben Nullstellen, die alle verschieden und auf der negativen reellen Achse der komplexen Ebene zu finden sind [2, 3]. Wird der Koeffizient b_0 der Zählerpolynome für $Y_{11}(p)$ und $Y_{21}(p)$ zu $b_0 = +1$ und für $Y_{12}(p)$ und $Y_{22}(p)$ zu $b_0 = -1$ festgelegt, dann sind die Nennerpolynome der Y-Parameter gleich.

Listing 1 zeigt ein Subroutinen-Unterprogramm zur Berechnung der thermischen Leitwertparameter. In den Zeilen 400 und 520 erfolgt die Festlegung des prinzipiell frei wählbaren Parameters b_0 nach den oben abgeleiteten Grundsätzen. Das Nennerpolynom $M \pm (*)$ wird hier zweimal berechnet (Zeilen 430 und 580), da die jeweiligen Zwischenwerte benötigt werden. In Zeile 530 werden die Werte deshalb gelöscht. Die Berechnung von $Y_{22}(p)$ erfolgt in einer LOOP-Schleife, die mit zwei Ausgängen (Zeilen 600 und 640) versehen ist, um die beiden Fälle („JC“ bzw. „JH“) elegant trennen zu können.

Bezeichnet man die berechneten Polynome mit $y_{11}(p), y_{22}(p)$ und $m(p)$, so ergibt sich die gewünschte Lösung zu

$$\| Y \| = \frac{1}{m(p)} \begin{pmatrix} y_{11}(p) & -1 \\ 1 & y_{22}(p) \end{pmatrix} \quad (13)$$

Impedanzparameter des Vierpols

Eine andere Form der Darstellung der Beziehungen zwischen den Temperaturen und Leistungen an einem thermischen Vierpol ist die Widerstandsform

$$\begin{pmatrix} T_J \\ T_G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_J \\ P_G \end{pmatrix} \quad (14)$$

Da ein Vierpol durch seine Y-Parameter vollständig bestimmt ist, lassen sich seine Z-Parameter direkt durch mathematische Beziehungen aus den Y-Parametern errechnen. Die praktische numerische Berechnung macht aber bei langen RC-Ketten Schwierigkeiten, da hierbei Differenzen von annähernd gleich großen Zahlen zu bilden sind, was auf einem Rechner zu unbrauchbaren Ergebnissen führen kann. Besser, weil genauer, ist dann die Berechnung der Z-Parameter aus den Bauelementengrößen selbst.

Mit Hilfe der Beziehungen

$$Z_{11}(p) = \frac{T_J(p)}{P_J(p)} \Big|_{P_G = 0} \quad (15)$$

$$Z_{21}(p) = -Z_{12}(p) = \frac{T_G(p)}{P_J(p)} \Big|_{P_G = 0} \quad (16)$$

$$Z_{22}(p) = \frac{T_G(p)}{P_G(p)} \Big|_{P_J = 0} \quad (17)$$

lassen sich diese Parameter analog den Y-Parametern errechnen. Sie haben die Form

$$Z_{11}(p) = \frac{a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_2 p^2 + b_1 p} \quad (18)$$

$$Z_{12}(p) = \frac{-1}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_2 p^2 + b_1 p} \quad (19)$$

$$Z_{22}(p) = \frac{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_2 p^2 + b_1 p} \quad (20)$$

Für die Nennerpolynome der Z-Parameter gilt das gleiche wie für die der Y-Parameter, sie weisen alle dieselben negativen reellen nichtmehrfachen Nullstellen, sowie eine Nullstelle bei Null auf. Wird hier analog zu den Y-Parametern $a_0 = 1$ bzw. -1 gewählt, sind die Nennerpolynome gleich.

Listing 2 zeigt die wichtigsten Ausschnitte aus einem entsprechenden SUB-Programm. Der nicht dargestellte Teil ist äquivalent zu Listing 1 aufgebaut. Werden die hier berechneten drei Polynome mit $z_{11}(p), z_{22}(p)$ und $n(p)$ bezeichnet, dann hat die gewünschte Lösung folgendes Aussehen:

$$\| Z \| = \frac{1}{n(p)} \begin{pmatrix} z_{11}(p) & -1 \\ 1 & z_{22}(p) \end{pmatrix} \quad (21)$$

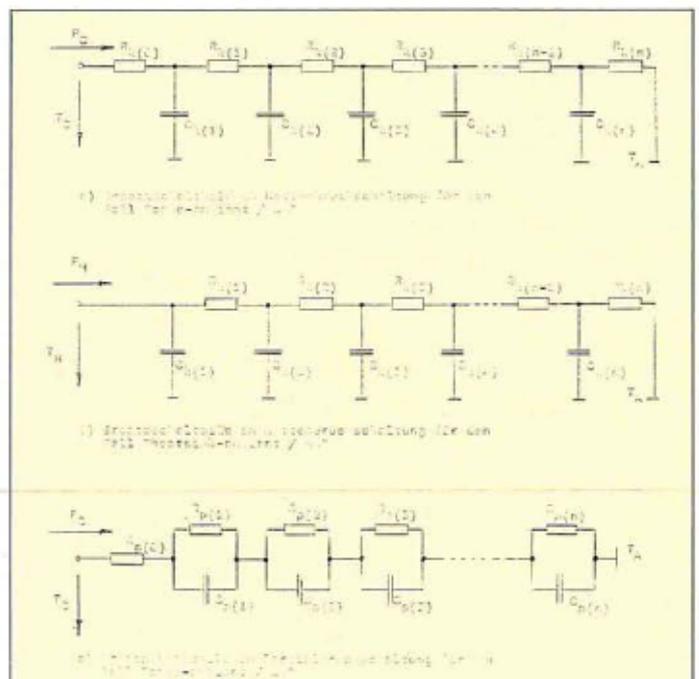


Bild 2: Thermische Ersatzschaltbilder von Kühlelementen für einseitig gekühlte Halbleiterbauelemente



2 Parameter der Kühleinrichtung

Ist das thermische Verhalten der Kühleinrichtung bei einem Sprung der zugeführten Verlustleistung durch eine Messung (z. B. mit dem Meßverfahren [4]) oder durch eine Berechnung ermittelt worden, dann läßt sich das Ergebnis nach Durchführung einer Exponentialsummenzerlegung [5, 6] mit einem Wert

$$Z_{GA}(p) = \frac{T_G(p) - T_A}{P_G(p)} \Big|_{T_A = \text{const.}} = \frac{z_{GA}(p)}{n_{GA}(p)} \quad (22)$$

zusammenfassen. Ist von dem Kühlelement ein thermisches Ersatzschaltbild nach Bild 2 bekannt, so führt die Berechnung der Impedanzfunktion $Z_{GA}(p)$ nach [1] ebenfalls auf ein Ergebnis nach Gl. (22), wobei $z_{GA}(p)$ und $n_{GA}(p)$ immer Polynome sind.

3 Zusammenwirken von Halbleiter und Kühleinrichtung

Mit den Gln. (1) und (22) ist das System vollständig beschrieben und es kann zunächst das Gleichungssystem gelöst werden.

Lösung des Gleichungssystems

Unabhängige Variable sei der Leistungsverlauf in der Sperrschicht $P_J(p)$ und daraus lassen sich die unbekanntenen Größen, die Sperrschichttemperatur

$$T_J(p) = \frac{1 - Y_{22} Z_{GA}}{Y_{11} - Z_{GA} \det \| Y \|} \cdot P_J(p) + T_A, \quad (23)$$

die Temperatur am Übergang Halbleiterbauelement - Kühleinrichtung

$$T_G(p) = \frac{Y_{21} Z_{GA}}{Y_{11} - Z_{GA} \det \| Y \|} \cdot P_J(p) + T_A \quad (24)$$

und der Leistungsfluß über diesen Übergang

$$P_G(p) = \frac{Y_{21}}{Y_{11} - Z_{GA} \det \| Y \|} \cdot P_J(p) \quad (25)$$

berechnen. Dabei stellt $\det \| Y \|$ die Determinante der Y-Matrix des Halbleiterbauelementes nach Gl. (1)

$$\det \| Y \| = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21} \quad (26)$$

dar.

Implementation auf dem Rechner

Die abgeleiteten Gleichungen können nicht direkt auf dem Rechner implementiert werden, da die Arbeit mit gebrochenrationalen Funktionen i. allg. nicht vorgesehen ist. Die

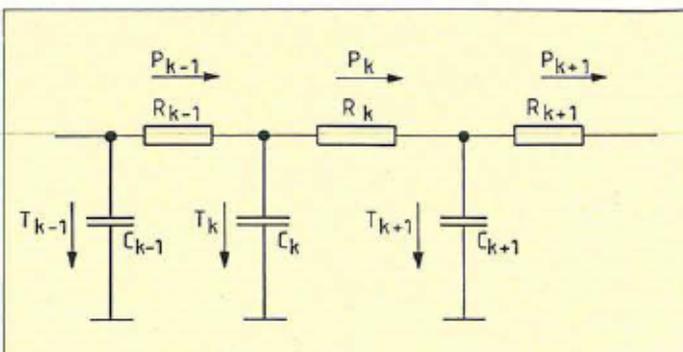


Bild 3: Ausschnitt aus der Kettenbruchsaltung um das k-te RC-Glied

hier möglichen und erforderlichen Kürzungen von Polynomen lassen sich durch die auftretenden Rundungsfehler, die das Ergebnis total verfälschen können, nicht realisieren.

Werden die Nenner- und Zählerpolynome der thermischen Parameter nach den Gln. (13), (21) und (22) in die im letzten Abschnitt abgeleiteten Gleichungen eingesetzt, dann kommt man mit den Grundrechenarten Addition, Subtraktion und Multiplikation von Polynomen zur Berechnung der Lösungen aus. Die Ausführung dieser Rechenarten ist ohne Schwierigkeiten zu realisieren. Geeignete Unterprogramme sind z. B. in [7] zu finden.

Zuvor noch ein paar Bemerkungen zur Berechnung der Determinanten der Admittanzmatrix $\| Y \|$ nach Gl. (26). Bei Verwendung der Terminologie von Gl. (13) gilt

$$\det \| Y \| = \frac{y_{11}}{m} \cdot \frac{y_{22}}{m} - \frac{-1}{m} \cdot \frac{1}{m} = \frac{y_{11} y_{22} + 1}{m^2} \quad (27)$$

Dieser Ausdruck ist ohne Rest durch m teilbar. Diese Division läßt sich i. allg. wegen der auftretenden Rundungsfehler im Rechner nicht durchführen. Berechnet man nun aber einen Ausdruck für $Z_{12}(p)$ aus den Y-Parametern, dann erhält man [8]

$$Z_{12}(p) = - \frac{Y_{12}(p)}{\det \| Y \|} \quad (28)$$

Wird diese Gleichung nach $\det \| Y \|$ aufgelöst und werden für $Y_{12}(p)$ und $Z_{12}(p)$ die Polynome aus den Gln. (13) und (21) eingesetzt, dann ergibt sich mit

$$\det \| Y \| = - \frac{n}{m} \quad (29)$$

ein Ausdruck, der im Zähler den gekürzten Term von Gl. (27) enthält. Aus Gl. (29) läßt sich weiter

$$y_{11} y_{22} + 1 = z_{11} z_{22} + 1 = -mn \quad (30)$$

ableiten.

Werden jetzt die Einzelpolynome in die Gleichung zur Berechnung der Sperrschichttemperatur eingesetzt

$$T_J(p) = \frac{1 - \frac{y_{22}}{m} \cdot \frac{z_{GA}}{n_{GA}}}{\frac{y_{11}}{m} + \frac{z_{GA}}{n_{GA}} \cdot \frac{n}{m}} \cdot P_J(p) + T_A, \quad (31)$$

dann erhält man nach Erweiterung mit $m \cdot n_{GA}$ für $T_J(p)$ den folgenden implementierbaren Ausdruck

$$T_J(p) = \frac{m \cdot n_{GA} - y_{22} z_{GA}}{y_{11} n_{GA} + z_{GA} n} \cdot P_J(p) + T_A \quad (32)$$

Entsprechend erhält man für die anderen Unbekannten

$$T_G(p) = \frac{z_{GA}}{y_{11} n_{GA} + z_{GA} n} \cdot P_J(p) + T_A \quad (33)$$

und

$$P_G(p) = \frac{n_{GA}}{y_{11} n_{GA} + z_{GA} n} \cdot P_J(p) \quad (34)$$

Listing 3 zeigt einen Ausschnitt aus einem Hauptprogramm, mit dem die gewünschten Verläufe berechnet werden können. Das dort aufgerufene SUB-Programm `Newton_mod` ist in [1] abgedruckt, die SUB-Programme `Produkt` und `Addition` sind in [7] wiedergegeben. Das SUB-Programm `Rc_t0_pb`, welches die Rücktransformation aus dem Bildbereich der Laplace-Transformation in den Zeitbereich



durchführt, entspricht im Prinzip den Zeilen 420 bis 510 des Listings 3 in [1]. Es wird in einem [7] folgenden Teil abgeleitet und veröffentlicht. Zur Berechnung der Impedanzfunktion der Kühleinrichtung wird das SUB-Programm Rc_zp_pb, welches im wesentlichen dem ersten Teil des Listings 1 (Zeilen 280 bis 580) in [1] entspricht, verwendet. Auf eine explizite Wiedergabe der beiden SUB-Programme wird hier verzichtet, weil sie nichts wesentlich Neues enthalten. Leser, die an den vollständigen Listings aller Programme interessiert sind, können diese durch den Leserdienst des Elektronik Journals erhalten (Ankreuzen der Kennziffer am Ende des Artikels).

Lösungsbeispiel

Bild 4 zeigt die grafische Darstellung (numerische Darstellung über Leserdienst) eines Lösungsbeispiels mit den Ausgangsdaten und den sich ergebenden Verläufen der Temperaturen und der Leistung am Übergang Halbleiterbauelement – Kühleinrichtung bei einem Sprung der Sperrschichtverlustleistung P_j . Temperaturen und Leistungen sind bezogen dargestellt:

$$T_{xA}^*(t) = \frac{T_x(t) - T_A}{P_j} \quad (35)$$

$$p_H^*(t) = \frac{P_H(t)}{P_j} \quad (36)$$

Dabei ist der Temperaturverlauf $T_{JA}^*(t)$ identisch mit dem

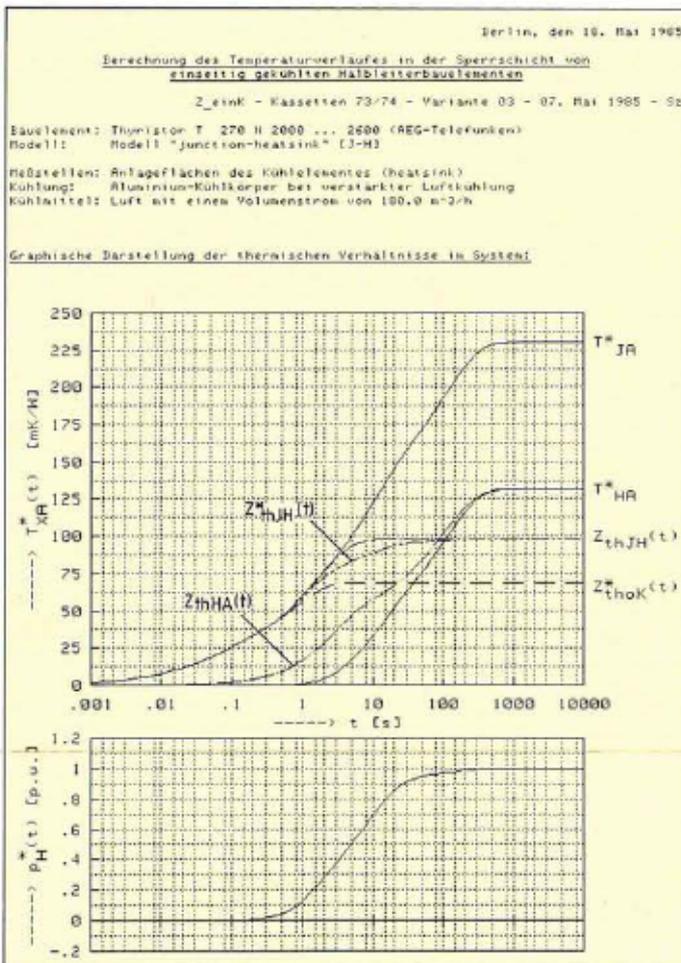


Bild 4: Graphische Darstellung der Lösung des Gleichungssystems

transienten Wärmewiderstand $Z_{thJA}(t)$ der Gesamtanordnung nach der Definition

„Quotient aus der am Ende einer bestimmten Zeitspanne erreichten Änderung der Differenz zwischen der inneren Ersatztemperatur und der Temperatur eines festgelegten äußeren Bezugspunktes einerseits und einer zu Beginn dieser Zeitspanne auftretenden sprungförmigen Verlustleistungsänderung (die diese Temperaturänderung verursacht) andererseits. Unmittelbar vor dieser Zeitspanne muß die Temperaturverteilung zeitlich konstant gewesen sein.“

aus DIN 41 862. Wie sieht es aber mit dem transienten Wärmewiderstand des Halbleiterbauelementes aus?

4 Thermische Widerstände von Bauelement und Kühleinrichtung

Wendet man die obige Definition auf den transienten Wärmewiderstand des Halbleiterbauelementes für sich genommen an, dann erhält man

$$Z_{thjG}^*(t) = \frac{T_j(t) - T_G(t)}{P_j} \quad (37)$$

Dieser Verlauf ist ebenfalls in Bild 4 eingetragen. Er ist entsprechend den Gln. (23) und (24) nicht unabhängig von den Parametern der verwendeten Kühleinrichtung. Hat diese im Übergangsbereich, wenn sich sowohl Z_{thjG}^* als auch T_{JA}^* ändern (hier von etwa 1 s bis zu 100 s), einen niedrigen Verlauf, dann ist der transiente Wärmewiderstand des Halbleiterbauelementes höher und sonst niedriger. Die beiden Grenzwerte für $Z_{thjG}^*(t)$ sind für $Z_{GA} \rightarrow 0$ und für $Z_{GA} \rightarrow \infty$ gegeben. Der ideale transiente Wärmewiderstand, d. h. der Wert für ideale Kühlung des Halbleiterbauelementes ($Z_{GA} = 0$), ergibt sich aus Gl. (2) zu

$$Z_{thjG}(p) = \frac{T_j(p)}{P_j(p)} \Big|_{T_G = 0} = \frac{1}{Y_{11}(p)} \quad (38)$$

Das ungekühlte Halbleiterbauelement ($P_G = 0$) hat den niedrigsten thermischen Widerstand, der sich aus Gl. (14) zu

$$Z_{thoK}(p) = \frac{T_j(p) - T_G(p)}{P_j(p)} \Big|_{P_G = 0} = Z_{11}(p) - Z_{21}(p) \quad (39)$$

ergibt. Beide Verläufe sind im Bild 4 dargestellt. Diese, auf den ersten Blick unwahrscheinlichen Ergebnisse bedeuten nun natürlich nicht, daß ein schlecht gekühltes Halbleiterbauelement niedrige Sperrschichttemperaturen aufzuweisen hat. Hier wird vielmehr ausgesagt, daß der formale Anteil des Halbleiterbauelementes am transienten Wärmewiderstand der Gesamtanordnung nach Gl. (37) um so kleiner ist, je größer der thermische Widerstand der Kühleinrichtung ist.

Definiert man analog zu Gl. (37) einen formalen thermischen Widerstand des Kühlelementes mit

$$Z_{thGA}^*(t) = \frac{T_G(t) - T_A}{P_j} \quad (40)$$

dann ergibt die Addition der beiden Größen den transienten Wärmewiderstand der Gesamtanordnung

$$Z_{thJA}(t) = \frac{T_j(t) - T_A}{P_j} = Z_{thjG}^*(t) + Z_{thGA}^*(t) \quad (41)$$

Diese Gleichung ist aber nur richtig, wenn die beiden Terme unter gleichen Bedingungen, d. h. zusammen, ermittelt wurden. Nimmt man aber einen vom Hersteller angegebenen

Verlauf $Z_{thG}^*(t)$ und addiert diesen mit einem gemessenen Verlauf für eine Kühleinrichtung $Z_{thGA}^*(t)$, so erhält man mit Gl. (41) fehlerbehaftete Ergebnisse.

Literatur

- [1] Schwarz, J.: *Thermische Ersatzschaltbilder*. *Elektronik Journal* Bd. 20 (1985) H. 7, S. 72-82.
- [2] Fritzsche, G.: *Entwurf passiver Analogvierpole*. *Netzwerke II*. Braunschweig, Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn 1980.
- [3] Cauer, W.: *Die Verwirklichung von Wechselstromwiderständen vorgeschriebener Frequenzabhängigkeit*. *Archiv für Elektrotechnik* Bd. 17 (1926) H. 4, S. 355-388.
- [4] Anwänder, E.; Lawatsch, H.: *Thermische Messungen und thermische Ersatzschaltbilder von Halbleiterbauelementen und Kühlern zur rechnergestützten Bemessung und Simulation von Stromrichtern*. *ETZ-A* Bd. 96 (1975) H. 6, S. 261-265.
- [5] Köchli, W.: *Identifikation des thermischen Verhaltens einer Hochleistungsdiode*. *Dissertation ETH Zürich* 1969.
- [6] Bütner, W.: *Ein numerisches Verfahren zur Exponentialapproximation von transienten Wärmewiderständen*. *Archiv für Elektrotechnik* Bd. 59 (1977), S. 351-359.
- [7] Schwarz, J.: *Behandlung von Polynomen - Teil 1. Computeranwendung im Labor* Bd. 3 (1985) H. 1, S. 45-49.
- [8] Klein, W.; Motz, T.: *Vierpoltheorie*. In: *Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker*. C. Rint (Hrsg.). Band 2. München, Heidelberg: Hüthig und Pflaum Verlag 1978.

```

10 SUB Rc_up_y<INTEGER N,N_stern,Ch#,REAL Rk<#>,Ck<#>,Y_11<#>,Y_22<#>,H<#>>
20 !
30 ! SUB-Programm Rc_up_y zur Berechnung der Y-Parameter
40 ! eines Vierpoles aus RC-Gliedern in Kettenbruchschialtung
50 !
60 ! Eingabedaten:
70 !   n                ... Anzahl der RC-Glieder
80 !   Ch#             ... "c" oder "C" für Modell "junction-case"
90 !                 ... "h" oder "H" für Modell "junction-heat-sink"
100 !   Rk(1:n_stern)  ... Widerstände der Kettenbruchschialtung
110 !   Ck(1:n)        ... Kapazitäten der Kettenbruchschialtung
120 !
130 ! Ergebnis:
140 !   n_stern         ... charakteristischer Wert der Polynomgroßen der
150 !                 Vierpolparameter:
160 !                 n für Ch#="H" bzw. n-1 für Ch#="C"
170 !   Y_11(0:n_stern) ... Zählerpolynom des Vierpolparameters Y_11
180 !   Y_22(0:n-1)    ... Zählerpolynom des Vierpolparameters Y_22
190 !   H(0:n_stern-1) ... Nennerpolynom der Vierpolparameter von ||Y||
200 !
210 !
220 ! Programmierer:   Jürgen Schwanz
230 ! Programm-Name:   RC_VPY
240 ! Datum/Variante: 15.09.85 / 02
250 ! Speichermedium: Kassetten 57/58
260 !
270 !
280 INTEGER I,J
290 !
300 N_stern=N
310 IF (Ch#="c") OR (Ch#="C") THEN N_stern=N-1
320 REDIM Rk(1:N_stern),Ck(1:N)
330 MAT Y_11=ZER
340 MAT Y_22=ZER(0:N_stern)
350 MAT H=ZER
360 MAT H=ZER(0:N_stern-1)
370 !
380 ! Berechnung der Kurzschluß-Eingangsdmittanz Y_11(p)
390 !
400 Y_11(0)=1
410 FOR I=N_stern TO 1 STEP -1
420   FOR J=0 TO N_stern-I
430     H(J)=H(J)+Rk(I)+Y_11(J)
440   NEXT J
450   FOR J=1 TO N_stern+1-I
460     Y_11(J)=Y_11(J)+Ck(I)*H(J-1)
470   NEXT J
480 NEXT I
490 !
500 ! Berechnung der negativen Kurzschluß-Ausgangsdmittanz Y_22(p)
510 !
520 Y_22(0)=-1
530 MAT H=ZER
540 I=0
550 LOOP
560   I=I+1
570   FOR J=0 TO I-1
580     H(J)=H(J)+Rk(I)+Y_22(J)
590   NEXT J
600 EXIT IF ((Ch#="h") OR (Ch#="H")) AND (I=N_stern)
610   FOR J=1 TO I
620     Y_22(J)=Y_22(J)-Ck(I+1)*H(J-1)
630   NEXT J
640 EXIT IF I=N_stern
650 END LOOP
660 SUBEND
    
```

```

10 SUB Rc_up_z<INTEGER N,N_stern,Ch#,REAL Rk<#>,Ck<#>,Z_11<#>,Z_22<#>,H<#>>
20 !
30 ! SUB-Programm Rc_up_z zur Berechnung der Z-Parameter
40 ! eines Vierpoles aus RC-Gliedern in Kettenbruchschialtung
50 !
370 !
380 ! Berechnung der Leerlauf-Eingangsimpedanz Z_11(p)
390 !
400 Z_11(0)=1
410 H(1)=Ck(1)
420 FOR I=N-1 TO 1 STEP -1
430   FOR J=1 TO N-I
440     Z_11(J)=Z_11(J)+Rk(I)+H(J)
450   NEXT J
460   FOR J=1 TO N+1-I
470     H(J)=H(J)+Ck(I+1)*Z_11(J-1)
480   NEXT J
490 NEXT I
500 !
510 ! Berechnung der negativen Leerlauf-Ausgangsimpedanz Z_22(p)
520 !
530 Z_22(0)=-1
540 MAT H=ZER
550 I=0
560 LOOP
570   I=I+1
580   FOR J=1 TO I
590     H(J)=H(J)+Ck(I+1)*Z_22(J-1)
600   NEXT J
610 EXIT IF ((Ch#="c") OR (Ch#="C")) AND (I=N)
620   FOR J=1 TO I
630     Z_22(J)=Z_22(J)-Rk(I+1)*H(J)
640   NEXT J
650 EXIT IF I=N
660 END LOOP
    
```

▲ Listing 1: Subroutine „Thermische Leitwertparameter“

◀ Listing 2: Subroutine „Berechnung Z-Parameter“

▼ Listing 3: Hauptprogramm „Berechnung der Vierpolparameter“

```

2090 DISP "Berechnung der Vierpolparameter des Thyristor-Ersatzschaltbildes"
2100 !
2110 CALL Rc_up_z(N_th,N_th_stern,Ch#,Rk_th<#>,Ck_th<#>,Z_11<#>,Z_22<#>,H<#>>
2120 CALL Rc_up_y(N_th,N_th_stern,Ch#,Rk_th<#>,Ck_th<#>,Y_11<#>,Y_22<#>,H<#>>
2900 DISP "Berechnung der Parameter der Kühleinrichtung"
2910 !
2920 CALL Rc_zp_pb(N_id,1,Kanonisch,Ch#,R_id<#>,Tau_id<#>,Z_ga<#>,H_ga<#>>
2930 !
2940 DISP "Berechnung der thermischen Verhältnisse im System"
2950 !
2960 CALL Produkt(0,0,Y_11<#>,H_ga<#>,Hc<#>>
2970 CALL Produkt(0,0,Z_ga<#>,Hc<#>,Hq<#>>
2980 CALL Addition(1,Hp<#>,1,Hq<#>,H_ja<#>>
2990 !
3000 CALL Produkt(0,0,H<#>,H_ga<#>,Hc<#>>
3010 CALL Produkt(0,0,Y_22<#>,Z_ga<#>,Hq<#>>
3020 CALL Addition(1,Hp<#>,-1,Hq<#>,Z_ja<#>>
3030 !
3040 N_ja=N_th+N_id
3050 CALL Newton_mod(H_ja,H_ja<#>,H_0<#>,SE=8)
3060 CALL Rc_t0_pb(N_ja,Z_ja<#>,H_ja<#>,H_0<#>,R_ja<#>,Tau_ja<#>>
3070 CALL Rc_t0_pb(N_ja,Z_ga<#>,H_ja<#>,H_0<#>,R_ga<#>,Tau_ja<#>>
3080 CALL Rc_t0_pb(N_ja,H_ga<#>,H_ja<#>,H_0<#>,F_ga<#>,Tau_ja<#>>
    
```