ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE DER ARABISCH-ISLAMISCHEN WISSENSCHAFTEN

herausgegeben von
Fuat Sezgin

in Zusammenarbeit mit
M. Amawi, F. Benfeghoul,
C. Ehrig-Eggert, E. Neubauer

Band 10

1995/96
Institut für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften
an der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main

Anschrift der Redaktion:
Institut für Geschichte
der Arabisch-Islamischen Wissenschaften
Beethovenstrasse 32, D-60325 Frankfurt am Main
Federal Republic of Germany

ISSN 0179-4639

Druck: Strauß Offsetdruck, Mörlenbach.
Einband: Buchbinderei Schaumann, Darmstadt.

INHALT DES ZEHNTEN BANDES

AUFSÄTZE

BUCHBESPRECHUNGEN

ARABISCHER TEIL

DER *MU'ĀMALĀT*-TRAKTAT DES IBN AL-HAIṮAM

U. Rebstock*

I. Einleitung

a. Die praktischen Schriften Ibn al-Haiṯams

Biographen arbeiten meist am posthumen Ruhm ihrer Ausgewählten. Im Lichte der verfügbaren Information über den Lebenslauf einer Persönlichkeit skizzieren sie ein Bild, welches ihnen nicht nur für die betreffende Person und ihr Werk, sondern auch für ihr eigenes passend erscheint. Daß Abū 'Alī al-Ḥasan (b. al-Ḥasan) al-Haiṯam al-Baṣrī[1] schon von seinem ältesten Biographen den landläufigen Beinamen *al-Ḥakīm* bekam, muß wohl das Genre der *ḥukamā'*-Biographien verantworten. Daß al-Baihaqī (st. 565/1169) ihn aber auch 'den Zweiten Ptolemaios' nannte[2], hat schon sehr viel mehr mit dem Œuvre unseres Autors und seiner Wertschätzung durch die mittelalterliche islamische Gelehrtenwelt zu tun. Weitere Beinamen hat er nicht bekommen. Die Biographen Ibn al-Haiṯams haben sich seit al-Baihaqī, Ibn al-Qifṭī (st.

* Orientalisches Seminar der Albrecht-Ludwigs-Universität, D-79085 Freiburg i.B.

[1] Zu den Namensvarianten, s. C. Brockelmann, *Geschichte der arabischen Litteratur* [= *GAL*], I-III, Supplementbände I-II [= S], Leiden 1937-49, S I 851; G.P. Matvievskaja i B.A. Rozenfeld, *Matematiki i Astronomi Musulmanskogo Srednevekovja i ix Trudi (VIII-XVII wek.)*, II, Moskau 1983, 240 (Nr. 204); *Dictionary of Scientific Biographies* VI 189. Weder Brockelmann noch Sabra erwähnen die Variante bei Ḥāǧǧī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn 'an asāmī l-kutub wa l-funūn*, I-VI, Beirut: Dār al-Kutub 1982, VI 66/22: Abū 'Alī Muḥammad b. al-Ḥasan b. al-Haiṯam.

[2] Abū 'l-Ḥasan 'Alī b. Zaid al-Baihaqī, *Ta'rīḫ ḥukamā' al-islām*, (Ed. M. Kurd 'Alī), Damaskus 1946, S. 85/9 (Nr. 39); davon weitgehend abgeschrieben hat Šamsaddīn aš-Šahrazūrī, *Ta'rīḫ al-ḥukamā'*, (Ed. 'Abdalkarīm Abū Šuwairib), [Beirut] 1398/1988, S. 311/1 (Nr. 61), dort aber: 'Ibn Haiṯam'.

646/1248)[3], Ibn Abī Uṣaibiʿa (st. 668/1270)[4] und deren Nachfolgern bis in die heutige Zeit[5] an diese Vorgabe gehalten. Sie haben damit auch zu dem undurchdringlichen Wechselspiel zwischen bibliographischer Würdigung eines Gelehrten und der Überlebenschance seiner Werke beigetragen. Es wäre also nur folgerichtig, dem Fazit zuzustimmen, daß "die auf uns gekommenen Werke [Ibn al-Haiṯams] zu den Gebieten gehören, zu welchen er in dem Rufe stand, seine bedeutendsten Beiträge geliefert zu haben: Optik, Astronomie und Mathematik"[6]. Sezgin hat sich dieser schlüssigen Folgerung entzogen mit der Prognose, daß "erst nach weiteren gründlichen Untersuchungen [...] Umfang und Wert der Beiträge, die Ibn al-Haiṯam auf dem Gebiet der Mathematik und der Naturwissenschaft allgemein erbracht hat, in ihrem ganzen Ausmaß erkannt werden [können]"[7]. Und das mit Recht.

So sind über Wege, die wir nicht kennen, auch Titel und Werke auf uns gekommen, die den Halbschatten erhellen, den Ibn al-Haiṯam im Lichte seiner Biographen geworfen hat. Sie gehören alle in das Gebiet der Mathematik; dort aber in eine Nische, die sie – mit wenigen Ausnahmen – vor genauerer Betrachtung schützte und ihren Autor um eine weitere Facette seiner wissenschaftlichen Bedeutung brachte. Ihnen gemein ist ihre praktische Ausrichtung. Sie behandeln arithmetische und geometrische Techniken unter dem Aspekt ihrer Anwendung am Rande oder außerhalb einer wissenschaftlichen mathematischen Problemstellung. Von diesem Stigma behaftet ist eine ganze Reihe von Werken. Unter denen, die erhalten geblieben und in Bibliotheken als Handschriften nachgewiesen sind, gibt es solche, die bereits Gegenstand einer flüchtigen Betrachtung geworden sind, und andere, die darauf noch warten. Unter den verlorenen wiederum gibt es solche, die in den verschiedenen sekundären Werklisten knappe und manchmal wi-

[3] *K. Iḫbār al-ʿulamāʾ bi-aḫbār al-ḥukamāʾ*, Kairo o.J., S. 114/17ff.

[4] *ʿUyūn al-anbāʾ fī ṭabaqāt al-aṭibbāʾ*, (Ed. Nizār Riḍā), Beirut o.J., S. 550/15ff.

[5] S. dazu etwa *Ibn al-Haitham, Proceedings of the celebrations of the 1000th anniversary held under the auspices of Hamdard Nat. Found. Pakistan*, (Ed. H. Mohammed Said), [um 1969], S. 297ff; Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 240; F. Sezgin, *Geschichte des arabischen Schrifttums* [=*GAS*], Band V: Mathematik, Leiden 1974, 358-74; *Dict. Scient. Biogr.* VI 189-90 und 209a.

[6] *Dict. Scient. Biogr.* VI 190b.

[7] *GAS* V 363-4.

dersprüchliche Erwähnung gefunden haben. Und es gibt darunter auch solche, denen selbst dieses erspart geblieben ist:

1) *K. fī l-misāḥa 'alā ǧihat al-uṣūl* [8],

2) *Maqāla fī iǧārāt al-ḥufūr wa'l-abniya bi-ǧamī' al-aškāl al-handasīya*[9],

3) *Maqāla fī ḥisāb al-mu'āmalāt*[10],

[8] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 554/-8 (Nr. 9); nach der Aufteilung der in *'Uyūn* enthaltenen Werklisten durch Sabra in *Dict. Scient. Biogr.* VI 190a – Ia-*b*, II, III – trägt dieses Werk also die Nummer I*a* 9; noch bei Ḥāǧǧī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* VI 68/2 [Nr. 83]; es ist bemerkenswert, daß die Werkliste in *Kašf aẓ-ẓunūn* bisher nur in Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki*, – dort aber unvollständig – berücksichtigt wurde. Diese 129 Einträge zählende alphabetische Liste ist weder mit den Listen in *'Uyūn* identisch, noch läßt sie sich aus diesen und jenen von Ibn al-Qifṭī und al-Baihaqī vollständig kollationieren. Noch eine andere (?) Schrift unter ähnlichem Titel *K./Maqāla fī uṣūl al-misāḥa* ist mit geringfügigen Varianten belegt bei: Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 559/13 [Nr. III 17], Ibn al-Qifṭī, *Ḥukamā'* 116/5 [Nr. 16], Ḥāǧǧī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* VI 66/-4 [Nr. 16], Brockelmann, *GAL* S I 852 Nr. 13a, Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 241 M3, mit drei Nachweisen. Das dort angegebene Ex. des India Office hat Wiedemann für seine kommentierte Teilübersetzung benützt, s. dazu E. Wiedemann, *Aufsätze zur arabischen Wissenschaftsgeschichte* I-II. [Band I: Aufsätze I-XXX, Band II: Aufsätze XXXI-LXXIX]. (Aus den *Sitzungsberichten der Physikalisch-Medizinischen Societät zu Erlangen.* Band 34-60), Hildesheim 1970, I 534-42.

[9] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 554/-6 (Nr. I*a* 11); Ḥāǧǧī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* VI 68/8 [Nr. 61]; Sezgin, *GAS* V 373 (Nr. 7); hinter *iǧāra* verbirgt sich die Berechnung von Löhnen und Volumina am Bau, vgl. dazu U. Rebstock, *Rechnen im islamischen Orient*, Darmstadt 1992, S. 114, 252f, mit Beispielen für diese Art von Lohnkostenkalkulation in Abhängigkeit von Zeit, Erdaushub oder Mauerfläche. Ibn al-Haiṯam behandelt geometrische Figuren höherer Ordnung wie Kegelschnitte, Hyperbeln, Parabeln und Ellipsen, s. Sezgin, *GAS* ibid.

[10] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 554/-7 (Nr. I*a* 10) und auch 559/11 (Nr. III 12); Ibn al-Qifṭī, *Ḥukamā'* 116/9 [Nr. 33]; Ḥāǧǧī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* VI 67/-5 [Nr. 74]; von Krause (476 Nr. 16) haben Brockelmann (*GAL* S I 853 Nr. 39) und Matvievskaja-Rozenfeld (*Matematiki* II 246 M21: *Qaul al-ma 'rūf*[sic]) einen ähnlich lautenden Titel *al-Qaul al-ma'rūf bi l-ġarīb fī ḥisāb al-mu'āmalāt* übernommen; so auch – ungenau – bei Sezgin, *GAS* V 366 (Nr. 6): *al*[sic]-*Qaul al-ma'rūf...* für das vorliegende Ex. Atıf 1714/13; das *Dict. Scient. Biogr.* VI 205 setzt alle gleich; Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* weist diesen Titel in Berlin-Ost 2970/17, Istanbul-Atıf 1714/13 und Millet Feyzullah 1365, unter der Folgenummer M21a aber noch einen weiteren Titel *K. al-Mu'āmalāt fī l-ḥisāb* in der Millet Feyzullah 1365/2 nach; ich habe die Berliner [= MS 'A'] und die Atıf 1714/13 Handschrift [= MS 'B'] benützt,

4) *Maqāla fī l-ḥisāb al-hindī*[11],

5) *Maqāla fīmā tad'ū ilaihi ḥāğat al-umūr aš-šar'īya min al-umūr al-handasīya*[12],

6) *Maqāla fī samt al-qibla bi l-ḥisāb*[13],

7) *Qaul fī mas'ala 'adadīya*[14],

8) *Maqāla fī ḥisāb al-ḫaṭa'ain*[15],

letztere als Kopie eines Mikrofilmes aus der Sammlung Sezgin (Frankfurt) 671 Mikro 129 S (aktuell: Mikro. 2322). Die Folio-Zählung dieser Handschrift und der von Krause erfassten stimmt überein. Ob aber Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 246 M21a mit dem Atıf-Ex. von M21 oder dem Ex. Millet Feyzullah 1365 [ohne Zählung!] identisch ist – der Kunsttitel spräche dafür – vermag ich nicht zu entscheiden.

[11] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 554/-3 (Nr. Ia 14); Ḥāğğī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* VI 68/16 [Nr. 104]; Sezgin, *GAS* V 373 (Nr. 9). Eine andere (?) Schrift trägt den Titel *Maqāla fī 'ilal al-ḥisāb al-hindī*, Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 560/4 (Nr. III 71); Ibn al-Qifṭī, *Ḥukamā'* 116/7 [Nr. 25]; Sezgin, *GAS* V 374 (Nr. 32); Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 240 M40.

[12] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 555/1 (Nr. Ia 15); bei Ḥāğğī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* VI 68/14 [Nr.101] in Kurzform.

[13] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 559/10f (Nr. III 7), aber 560/1 (Nr. III 58): *Maqāla muḫtaṣara fī samt al-qibla*; Ibn al-Qifṭī, *Ḥukamā'* 116/14f [Nr. 58]; Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 252 A4a: *Qaul fī...*; ebenso Brockelmann, *GAL* S I 852 Nr. 22 und Krause Nr. 18; Sezgin, *GAS* V 368 (Nr. 15); Ibn al-Qifṭī, *Ḥukamā'* 116/14 [Nr. 57] hat noch den Titel: *Samt*; eine zweite einschlägige Schrift lautet etwas anders: *Maqāla fī istiḫrāğ samt al-qibla (fī ğamī' al-maskūna)*, Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 554/-2 (Nr. Ia 14); ähnlich Sezgin, *GAS* V 368 (Nr. 16); Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 252 A4, dort aber ist für beide Titel derselbe Nachweis für das Atıf-MS; das Fatih-MS von Krause Nr. 18 wiederum ist identisch mit Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 252 A4a; auch hier also stiften die Nachweise eher Verwirrung. Der *Istiḫrāğ*-Titel ist bearbeitet von C. Schoy, Abhandlung des [...] Ibn al-Haiṯam über die Bestimmung der Richtung der Qibla, in: *ZDMG* 75 (1921) 242-253, und noch einmal in Kürze von D. King, Al-Khalīlīs *Qibla* Table, in: *JNEAS* 34 (1975) 115-8.

[14] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 559/-4f (Nr. III 50) und 560/12 (Nr. III 92) mit der Variante (?) *Qaul fī istiḫrāğ mas'alat 'adadīya*, welche von E. Wiedemann in *Aufsätze* I 529-31 und noch einmal – aber mit einer anderen Lösung [!] – in II 756 besprochen wurde; Sezgin, *GAS* V 366-7 (Nr. 10). Neben diesem Titel (II 246 M23) führt Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* (II 247 M35) noch *Qaul fī mas'ala ḥisābīya*, allerdings ohne jeglichen Nachweis.

[15] Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 559/u (Nr. III 57); *A'U* 116/12 [Nr. 45]; Sezgin, *GAS* V 374 (Nr. 25); in Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 248 M38 (dort *Maqāla fī l-*[sic]*ḥisāb al-ḫaṭa'ain*) mit Verweis auf *Kašf aẓ-ẓunūn*, wo ich nicht fündig werde. Einige Angaben zur Rechnung mit dem doppelt falschen Ansatz

9) *Maqāla fī istiḫrāǧ a'midat al-ǧibāl*[16],

10) *Maqāla fī masā'il at-talāqī*[17].

Noch drei weitere Titel sind erwähnenswert: *K. fī l-madḫal ilā umūr al-handasīya*[18], *Aǧwibat sab' masā'il ta'līmīya su'iltu 'anhā bi-Baġdād fa-aǧabtu*[19] und *K. fī t-taḥlīl wa t-tarkīb al-handasīya 'alā ǧihat at-tamṯīl li l-muta'allimīn*[20]. Aus ihrem Wortlaut, über den hinaus nichts näheres bekannt ist, spricht ein ausdrückliches pädagogisches Interesse des Autors.

Es ist bemerkenswert, daß diese drei Titel, sowie mehr als die Hälfte der hier ausgewählten Texte (1-3, 10 und Varianten), aus seiner frühen Schaffensperiode stammen. Ibn Abī Uṣaibi'a zitierte die auf 417/1027 datierte Liste I*a* ja aus der verlorenen Autobiographie Ibn al-Haiṯams. Dort spricht er auch von einer Wende in seinem intellektuellen Werdegang. In jungen Jahren habe er die verschiedenen Überzeugungen und Doktrinen seiner Zeit nur als vielfältige Zugänge zu der Einen Wahrheit verstanden. Das wachsende Verständnis der 'rationalen Dinge' (*al-umūr al-'aqlīya*) habe in ihm aber den Wunsch geweckt, dieser Wahrheit auf den Grund

sind in Rebstock, *Rechnen* 35, 185f zusammengestellt.

16 Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 570/4 (Nr. III 69); Ḥāǧǧī Ḫalīfa, *Kašf aẓ-ẓunūn* 66/-7 [Nr. 11]; in Sezgin, *GAS* V 370 (Nr. 25) ist auf die Übersetzung von Suter und einen Kommentar von al-Lāhiǧānī, in *Dict. Scient. Biogr.* VI 208a auf die Übersetzung von Suter und die Bearbeitung von Wiedemann hingewiesen. Weitere Angaben zur Vorgeschichte dieser Art von Entfernungsbestimmung und zu ihrer Darstellung bei Ibn al-Haiṯam bei Rebstock, *Rechnen* 25, 157ff.

17 Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 570/8 (Nr. III 83); Sezgin, *GAS* V 368-9 (Nr. 22); Wiedemann (*Aufsätze* II 616-21) weist in seiner Teilübersetzung noch auf einen Traktat *K. Ḥisāb at-talāqī 'alā ǧihat al-ǧabr wa l-muqābala* von Qusṭā b. Lūqā hin. Auch 'Abdalqāhir al-Baġdādī (*at-Takmila fī l-ḥisāb*, ed. und komm. von A.S. Sa'īdān, Kuwait 1406/1985, 285-8) hat zu dieser (additiven) Berechnungsmethode linearer Gleichungen in zwei oder mehr Variablen ein Kapitel. Ismā'īl b. Fallūs (st. um 650/1252, s. Brockelmann, *GAL* S I 860) erwähnt diese Rechenart in seinem *Iršād al-ḥussāb fī l-maftūḥ min 'ilm al-ḥisāb* (MS Berlin-Ost 5971/34a-41a) im letzten Kapitel (fol. 40a/8ff.) über das *taḥqīq al-munāsabāt*, die Ermittlung von Verhältnissen bei Problemen mit Unbekannten, und rechnet sie dort zu den Methoden, mit denen man Proportionsprobleme löst, die bei Verwaltungs-, Kauf- und Geldgeschäften auftreten. S. auch *Dict. Scient. Biogr.* VI 208b.

18 Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 555/4 (Nr. I*a* 17). Sezgin, *GAS* V 373 (Nr. 11), vokalisiert *mudḫal*.

19 Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 555/7 (Nr. I*a* 19); Sezgin, *GAS* V 373 (Nr. 13).

20 Ibn Abī Uṣaibi'a, *'Uyūn* 555/8f (Nr. I*a* 20).

zu gehen. Er habe die Gewißheit gewonnen, daß die Ergründung der Wahrheit und die Wissenssuche (*īṯār al-ḥaqq wa-ṭalab al-ʿilm*) die besten und geeignetsten Dinge hienieden seien, die den Menschen Gott nahebringen. So habe er die Masse (*ʿawāmm an-nās*) verachten gelernt, sie geringgeschätzt und sich ihr nicht [mehr] zugewandt[21]. Es läßt sich biographisch kaum belegen, wann sich diese Wende vollzog. Die Werkliste I*b*, die ausschließlich naturphilosophische und theologische Disziplinen (*al-ʿulūm aṭ-ṭabīʿīya wa l-ilāhīya*) umfasst, hat thematischen Charakter und gehört wie I*a* ganz unspezifisch in die Zeit vor 418h. Dennoch ist die zeitliche Verteilung der praxisorientierten Werke auffällig. Sie suggeriert eine Einheit zwischen Werk und Wesen des Autors mit einem erkennbaren Einschnitt um das Jahr 417/1027. Dafür, daß Ibn al-Haiṯam in einem früheren Abschnitt seine Lebensaufgabe eher im Bereich der Gesellschaft sah, spricht auch die biographische Notiz des Qaiṣar b. Abī l-Qāsim b. ʿAbdalġanī Musāfir, er habe in Baṣra das Amt eines Wezirs versehen.[22] Das unten übersetzte Eingangszitat des *Qaul* [1] könnte als Leitmotiv dafür stehen.

Es ist ganz unnötig, daraus eine Saulus-Legende zu spinnen. Als Ibn al-Haiṯam 417/1027, hoch in den Fünfzigern, auf seinen Reifeprozess zurückschaut (*munḏu ṣabāʾī*)[23], referiert er nur die großen Linien. In seinem ersten Werk nach 417h (Nr. III 1) erklärt er noch, daß "es unser Ziel ist, das weiterzugeben, was wir von diesen Wissenschaften verstanden haben, zum Verständnis dessen, der sie ohne [eigene] Nachforschung begreifen möchte"[24]. Und in einer seiner letzten Arbeiten, den 'Problemen des Zusammentreffens'[25], begründet er seine Bearbeitung dieser Technik, die er 'das Salz des Rechnens' nennt, damit, daß die Rechner, die sie vielfach verwenden, nirgendwo einen Beweis für ihr Verfahren finden würden. Seine elitären Äußerungen gegen Ende seines Lebens, daß er sich nur an das Verständnis des Einen unter Tausenden oder gar

[21] Paraphrasiert aus Ibn Abī Uṣaibiʿa, *ʿUyūn* 552/5-14; vgl. *Dict. Scient. Biogr.* VI 189b-190a.

[22] H. Suter, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke*, Nachdruck Amsterdam: APA-Oriental Press 1981, 91; auch *Dict. Scient. Biogr.* ibid. und Sezgin, *GAS* V 358.

[23] Ibn Abī Uṣaibiʿa, *ʿUyūn* 552/11.

[24] Y.T. Langermann: *Ibn al-Haytham's "On the Configuration of the World"*. Garland Publ., New York 1990, 54/ar. 6.

[25] Wiedemann, *AW* II 617.

Zehntausenden wende[26], vertragen sich damit schlecht. Als Fazit eines Wandels sind sie aber plausibel. Und Zweifel darüber scheint sich Ibn al-Haiṯam bewahrt zu haben, wenn wir dem Aphorismus Glauben schenken, den ihm aš-Šahrazūrī zuschreibt: "Der Mensch ist so beschaffen, daß er sich von dem entfernt, dem er nahekommen, und dem nähert, von dem er sich entfernen möchte."[27]

b. Bemerkungen zum Inhalt

Der *Ḥisāb al-mu‘āmalāt*-Traktat von Ibn al-Haiṯam ist ausdrücklich für Praktiker geschrieben.[28] Sein Aufbau und Inhalt richten sich danach. Die programmatische Einleitung [1] verspricht, wegen des universellen Bedarfs an dieser Technik in Kürze ihre unerläßlichen Grundlagen abzuhandeln. Der Autor präsentiert dort das *mu‘āmalāt*-Rechnen als eine selbständige Unterart der Arithmetik. Angesichts der verschiedenen Rechentraditionen, die hier zusammenfließen, ist es nicht die Technik allein, sondern ihre Verwendung, die die Art bestimmt. So lassen sich deutlich zwei Teile unterscheiden. In den Abschnitten [2]-[20] wird ausschließlich Arithmetisches behandelt. Danach folgt in den Abschnitten [21]-[29] eine nach praktischen Anwendungsbereichen geordnete Aufzählung der vorgestellten Rechenoperationen. Das Ende des ersten Teils [20] und der Schluß [30] verheißen dem verständigen Leser, nun die Rechenkunst (*ṣinā‘at al-ḥisāb*) zu beherrschen. Auffallend ist dabei das begriffliche Mißverhältnis zum Titelelement *‘ilm*.

Der arithmetische Teil besteht hauptsächlich aus der Vorstellung der Proportion (*nisba*), der Multiplikation (*ḍarb*) und der Division (*qisma*). Das Prinzip der Proportion wird zuerst am einfachen Bruch im Sexagesimalsystem [2], später [21] an Proportionsgleichungen für die Praxis erläutert. Bemerkenswert ist

[26] Ibn Abī Uṣaibi‘a, *‘Uyūn* 558/7f.

[27] *Ta’rīḫ* 313/2f.

[28] Die Schrift und ihre Stellung in der *mu‘āmalāt*-Tradition ist bereits kurz beschrieben in Rebstock, *Rechnen* Kap.4 und 177ff. Die dort geäußerten Zweifel über die Identität der beiden *mu‘āmalāt*-Schriften von Ibn al-Haiṯam konnten mit der Heranziehung des MS aus der Privatsammlung Sezgin bereinigt werden, s. auch oben 3).

die Bruchästhetik, die in [3], [4], [6] und [7] dargestellt ist. Ibn al-Haiṯam insistiert auf einer 'schöne[re]n' (*aḥsan*) Form von Brüchen und benützt dafür sexagesimale Verhältnisse:

$$\begin{array}{llcll} \text{z.B.} & 7 & \widehat{=} & \frac{\frac{1}{2}}{6}+\frac{\frac{1}{5}}{6} & \\ \text{aber:} & 7 & = & \frac{\frac{1}{10}}{6}+\frac{\frac{6}{10}}{6} & \text{ist } \textit{aḥsan}; \\ \text{und:} & 2\frac{1}{2} & \widehat{=} & \frac{\frac{1}{4}}{10}+\frac{\frac{1}{6}}{10} & \\ \text{aber:} & 2\frac{1}{2} & \widehat{=} & \frac{\frac{1}{3}}{8} & \text{ist } \textit{aḥsan}; \end{array}$$

Es werden also drei Prioritäten kombiniert:

$$\tfrac{p}{q}+\tfrac{r}{s}<\tfrac{m}{n};\ \tfrac{m}{n}<\tfrac{1}{p} \text{ et } \tfrac{m}{n}<\tfrac{p}{q}(n>q).$$

Der einzige Autor eines praktischen Arithmetik-Traktats, der meines Wissens dieses Problem vor Ibn al-Haiṯam berührte, war Abū l-Wafā' al-Būzǧānī[29]. In der ersten Hälfte seines *Kitāb fīmā yaḥtāǧ ilaihi al-'ummāl*[30] gibt Abū l-Wafā' einer weniger spezifischen und theoretisch klareren Form den Vorzug: $\frac{m}{n}$, $1 < m < n \leq 10$[31]. Die Beispiele Ibn al-Haiṯams zeigen, daß er sich mehr um eine befriedigende Standardisierung der Bruchformen bemühte, in der Absicht, den Umgang mit ihnen einheitlich und klar zu gestalten.

Abschnitt [5] stellt dafür eine weitere Technik bereit: Durch die Umwandlung aller Bruchteile in $\frac{n}{7}, \frac{n}{8}, \frac{n}{9}$ und $\frac{n}{10}$ kann das Rechnen mit sexagesimalen Brüchen weiter vereinfacht werden. In [10] wird noch einmal das grundsätzliche Verfahren repetiert mit dem Hinweis, daß beim *ḥisāb al-mu'āmalāt* das Rechnen mit Proportionen auf der Basis des Sexagesimalsystems erfolgt. .

Die Erklärung der Multiplikation in den Abschnitten [11]-[15] behilft sich mit Techniken der traditionellen (*hawā'ī*) [13] und 'indischen' [11] Methode. Hier wird nur der ökonomische Umgang mit den Dezimalstellen geübt: Ibn al-Haiṯam schlägt vor, die Zah-

[29] H. Suter vokalisiert in EI^2 I 159a: Būzaǧān. Ich ziehe die aus 'Pūčkān' hergeleitete Schreibweise vor, vgl. D. Krawulsky, *Īrān – Das Reich der īlḫāne*. Eine topographisch-historische Studie, Wiesbaden 1978, 86.

[30] Publiziert von M.J. Medovoi, in: *Istoriko-matematičeskie issledovanija* XIII (1960) 253-324.

[31] Ibid. 280-1.

len auf die Form $(a \cdot 10^n) \cdot (b \cdot 10^m)$ zu reduzieren und getrennt zu multiplizieren $a \cdot b$ und $10^n \cdot 10^m$, was durch $10^n \cdot 10^m = 10^{(m+n)-1}$ Nullen erreicht wird.

In der folgenden 'Kurzmethode' [13] verlaufen beide Traditionen ineinander. Nach der Multiplikation von Brüchen [14]-[15] wird das Prüfverfahren der 'Balance' (*mīzān*) [16] vorgestellt. Ohne Verweis auf 'das Auswerfen von Neunern' läßt der Autor den Leser über den Hintergrund des Quersummenbeweises im Dunkeln[32]. Die Division mit und ohne Rest [17] ist indirekt als Umkehrung der Multiplikation dargestellt, indem auf das Prüfverfahren der Multiplikation des Quotienten mit dem Divisor verwiesen wird. Als kurze Prüfmethode ist nochmals das *mīzān* erwähnt. Sowohl die Division von Brüchen als auch ihre Addition [18]-[19] erfordert, daß die Brüche gleichartig gemacht werden. Sie können aber auch "neuartig" gemacht werden; neuartig heißt, mit einem neuen Nenner versehen werden. Diese Methode wird unter dem Terminus *tasmiya* besonders häufig bei der Berechnung von Erbanteilen herangezogen. Den direkten Bezug darauf unterläßt Ibn al-Haiṯam. Nur seine Terminologie erinnert daran. Beide Abschnitte leiten damit zu dem nächsten Abschnitt über, in welchem Ibn al-Haiṯam eine bemerkenswerte Technik zum Herausfinden des kleinsten gemeinsamen Vielfachen zweier Bruchnenner beschreibt. In deutlicher Analogie zu den *Elementen* VII Prop. 34 differenziert er in drei Beispielen ($\frac{1}{5}, \frac{1}{10}$; $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ und $\frac{1}{15}, \frac{1}{9}$) drei Fälle:

[32] Zur *mīzān*-Technik s. A.S. Saidan, *The Arithmetic of Al-Uqlīdisī. The Story of Hindu-Arabic Arithmetic as told in* Kitāb al-Fuṣūl fī al-Ḥisāb al-Hindī *by Abū al-Ḥasan Aḥmad ibn Ibrāhīm al-Uqlīdisī* written in Damaskus in the year 341 (A.D. 952/3). Transl. and ann. by A.S. Saidan, Dordrecht: D. Reidel Publ. Comp. 1978, 197-8 und 468f; al-Uqlīdisī, *al-Fuṣūl fī l-ḥisāb al-hindī*, (Ed. A. Sa'īdān), ['Ammān] 1973, 257-9; M. Souissi, *La Langue des Mathématiques en Arabe*, Tunis 1968, 348, erwähnt neben späteren maġribinischen Bearbeitungen ein *K. al-Mawāzīn al-'adadīya* des Baġdāder Mathematikers Abū l-Qāsim (Abū l-Ḥasan) 'Alī b. Aḥmad al-Anṭākī (st. 376/986-7) = Matvievskaja-Rozenfeld, *Matematiki* II 161 M6, ohne Nachweis; weitere Kapitel dazu finden sich bei Abū Ya'qūb Isḥāq b. Yūsuf aṣ-Ṣardafī (aṣ-Ṣardaqī, st. um 500/1106 nach Brockelmann, *GAL* S I 855), *K. [Muḫtaṣar] al-Hindī*, Berlin, MS 4688, fol. 99b/9ff, und im *K. al-Maqālāt fī l-ḥisāb*, Berlin, MS 5974, fol. 4a/1ff., des Ibn al-Bannā'.

$$\begin{array}{lll}
1.\ a,b; & a = q \cdot b & \rightarrow \quad e(a,b) = a \quad (a > b)\\
2.\ a,b; & a - q_0 \cdot b = r_2 & \\
 & b - q_1 \cdot r_2 = 1[= r_n] & \rightarrow \quad e(a,b) = a \cdot b
\end{array}$$

(wo der gemeinsame Faktor $d(a,b) = 1$, das heißt der Rest 1, den Abbruch des Prozesses bedingt.)

$$\begin{array}{lll}
3.\ a,b; & a - q_o \cdot b = r_2 & \\
 & b - q_1 \cdot r_2 = r_3 & \\
 & r_2 - q_2 \cdot r_3 = r_4 & \\
 & \vdots & \\
 & r_{n-2} - q_{n-2} \cdot r_{n-1} = r_n & \\
 & r_{n-1} - q_{n-1} \cdot r_n = 0 & \rightarrow \quad d(a,b) = r_n \\
 & & \quad \text{und } e(a,b) = \frac{ab}{d} \\
 & & \quad \text{also: } \frac{a}{b} = b \cdot e; \\
 & & \quad \text{und: } \frac{b}{d} = a \cdot e
\end{array}$$

Die gewählte Sprache ist einfach. Nicht die Demonstration der Prozedur, sondern ihre Transparenz ist beabsichtigt. Die Stelle zeigt auf besonders anschauliche Weise, wie man sich die Befruchtung des *ḥisāb al-muʿāmalāt* durch antike Methoden vorzustellen hat.

Eine allgemeine Beschreibung der Regeldetri [21], d.h. der Ermittlung einer Unbekannten mithilfe einer Verhältnisgleichung, steht am Anfang des zweiten Hauptteils, der sich mit 'den Problemen des Geschäftsrechnens' (*masāʾil al-muʿāmalāt*) beschäftigt. Ibn al-Haiṯam definiert den allgemeinen Charakter der Verhältnisrechnung mit dem Hinweis, daß alles was gewogen (*makīl*), metrisch (*maḏrūʿ*) oder zeitlich gemessen (*muqaddar bi z-zamān*) und absolut gezählt (*muqaddar bi l-ʿadad*) wird, mit ihr behandelt werden kann. Die folgenden Abschnitte [22]-[29] liefern jeweils Beispiele zu diesen Anwendungsbereichen. Sie sind sorgfältig ausgewählt hinsichtlich des Darstellungsziels, die vielfältige Anwendung der Verhältnisrechnung und die sie begleitenden Schwierigkeiten bei der Umrechnung von Maßeinheiten herauszustreichen. Originell ist dabei aber nur die Klammer, die der Autor mit der allgemeinen Definition um die angeführten Beispiele schlägt[33]. Diese

[33] Soweit in der Übersetzung nicht angegeben, sind weitere Verweise auf

allerdings paßt genau zu dem methodischen Befund aus vielen seiner Werke, über die Lösung eines Problems hinauszugehen und "vom speziellen Fall zur allgemeinen Regel vorzudringen"[34].

c. Bemerkungen zur Edition

Die beiden benützten Handschriften weisen jeweils Besonderheiten aber auch untrügliche Gemeinsamkeiten auf. MS A (fol. 178a-186b) läuft über 18 Seiten zu 21 Zeilen, MS B (fol. 116a-125a) über 18 Seiten zu 25 Zeilen. Der Duktus von A hat eine Tendenz zum Nasta'līq, ist undatiert und unvokalisiert und – von wenigen Ausnahmen abgesehen – auch unpunktiert, B ist im vollpunktierten Nasḫī geschrieben und auf 1158h (= 1745-6) datiert[35]. Es gibt einige Indizien, die dafür sprechen, daß A als Vorlage für B gedient hat: Der Folio-Wechsel von A 179b-180a und 180a-b entspricht genau B 118a-b und B 118b-190a; der Zeilensprung von B 118a/8 läßt sich durch den Zeilenanfang A 179b/8 erklären; eine Lücke in A 183b/3 ist in B 122a/15 prompt falsch ergänzt; eine andere, die in A 178b/1 wohl später ergänzt wurde, ist in B 117a/2 unvollständig ergänzt; B verliest mehrfach gleiche Buchstaben, z.B. 'ṯā" für 'lām'. Allgemein gilt, daß Fehler in A auch in B auftauchen, z.B A 180a/14 *āḥādan* fehlt auch in B 118b/16; A 182a/2 und B 120b/11 haben beide *wāḥid* statt *wāḥidan*; B 123b/9 hat den Rechenfehler von A 185b/16 reproduziert. Daneben lassen sich in B zahlreiche neue Fehler entdecken, die teilweise aus Leseproblemen, meist aber durch Verständnisprobleme entstanden sind[36]. Ohne Kenntnis der Einbindung der Texte in den jeweiligen Manuskriptband läßt sich nicht entscheiden, ob sie Arbeiten berufsmäßiger Kopisten darstellen. Rechner dürfte keiner der beiden gewesen sein. Doch ist A sorgfältiger von der unbekannten Vorlage kopiert und zudem von anderer Hand an mehreren Stellen verbessert und ergänzt.

Durch die fehlenden diakritischen Zeichen in A und der Unverläßlichkeit von B ergibt sich die durchgehende Schwierigkeit

ähnliche Bearbeitungen zu finden in Rebstock, *Rechnen*, 251-7.

[34] Vgl. Sezgin, *GAS* V 363.

[35] Nach Krause, ibid. Nr. 16; das Datum findet sich nicht auf meiner Film-Kopie.

[36] Im Apparat werden dazu Erklärungen versucht.

der Lesung von Verbalformen. Diese für den Stil der Rechenanweisungen nicht unwichtige Unsicherheit ist dahingehend aufgelöst worden, daß – soweit vorhanden und sinnvoll – von A die Konjugationsform abschnittsweise übernommen und weitergeführt wurde, und nur bei alternativen Formen die ausdrückliche Konjugation von B gewählt wurde.

Ein besonderes Merkmal des Schreibstils des Kopisten von A, der auch der von B folgte, ist die häufige defektive Schreibweise der Zahlen 3 und 8 (s. dazu Abschnitt [12]). Statt *ṯalāṯa* und *ṯamān* ist dann unabhängig von Genus und Kasus *ṯalaṯ* und *ṯaman* gesetzt. Diese Formen wurden in der Edition beibehalten. Sie weisen nicht zuletzt auf eine Erstarrung und Normierung der Zahlwortformen hin.

Die Übersetzung des Textes bedient sich einer Mischform. Abschnitte, die allgemeine Erklärungen oder Beschreibungen enthalten, wurden wörtlich übersetzt. Gibt der Autor dazu Zahlenbeispiele, wurden diese möglichst analog in die konventionelle Formelsprache 'übersetzt'. Die Monotonie der verbal ausgeführten Rechenanweisungen sollte dadurch abgekürzt und das methodische Vorgehen zugleich deutlicher gemacht werden. Sämtliche in eckigen Klammern stehende Zeichen sind nicht im Text enthalten.

II. Übersetzung

Die als "das Merkwürdige im Geschäftsrechnen" (*ḥisāb al-mu'āmalāt*) [37] bekannte Glosse des Abū 'Alī al-Ḥasan b. al-Ḥasan b. al-Haiṯam.

[1] Die Arithmetik (*'ilm al-'adad*) teilt sich in verschiedene Arten. Jede hat ihren eigenen Zweck und [ihre eigene] Leistung. Derjenige, dem dieser Zweck weiterhilft, wendet sie spezifisch an. Was aber die Art anbelangt, die mit dem Begriff *al-mu'āmalāt* bezeichnet wird, so besteht danach allgemeiner Bedarf und umfassendes Verlangen; dabei ist sie eine leicht anzuwendende Methode, von hohem Rang und einfach zu beherrschen. Die Leute brauchen sie überall, damit keinem seine Unwissenheit Schaden zufüge. Denn die Menschen sind in ihren Rechnungen auf die '*mu'āmalāt* der Leute' angewiesen. Die *mu'āmalāt* gründen auf den Tauschverträgen (*mu'āwaḍāt*); deren Ausmaß (*kammīya*) wird festgelegt durch diese Technik. Der Bedarf nach ihr ist natürlich und derjenige, der sie nicht beherrscht, ist wie einer, dem einer seiner Sinne fehlt, durch die er sein Leben aufrechterhält. Niemand ist geeignet(er) [dafür], als der, der hohen Sinnes ist, großen Eifer zeigt und die charakterliche Eigenschaft besitzt, sich intensiv um ihre Eigenheiten zu bemühen und [überall dort] einzuüben, wo sie sich von Nutzen erweist. Da wir in aller Kürze abhandeln wollen, was wir damit beabsichtigen, und dies dem Verständnis desjenigen näherbringen wollen, der sich dafür interessiert, haben wir uns auf die Erwähnung der Grundlagen beschränkt, die unerläßlich sind für diese Kunst (*ṣinā'a*).

Und wir bieten eine Vermehrung der Unterteilungen, wodurch ihre Ergründung ermöglicht wird für den, der seine Gedanken aufs Verständnis ihrer Grundlagen und der Grundlagen dieser Kunst richtet. Sie wird 'Geschäftsrechnen' genannt und ist in drei Teile unterteilt: Die Proportion, die Multiplikation und die Division.

[37] Der Inhalt der vorliegenden Schrift rechtfertigt diese konkrete Übersetzung. Der Begriff *ḥisāb al-mu'āmalāt* wird jedoch auch in weitläufigeren Kontexten (Recht, *ḥisba*, Ethik etc.) gebraucht (vgl. Rebstock, *Rechnen* 21, 51) und muß dort weiter gefaßt werden. Ich greife mit dieser Übersetzung auch auf die einzige Spur zurück, die der Traktat hinterlassen hat: Krause (ibid. Nr. 16) übersetzte so und Brockelmann, *GAL*, sowie das *Dict. Scient. Biogr.* hielten sich daran.

Jeden einzelnen von ihnen werden wir gesondert behandeln. Dann werden wir erklären, wie er im Bereich der Probleme des Geschäftsrechnens zur Anwendung kommt.

[2] Über die Proportion. Die Proportion ist [das Verhältnis] einer von zwei Zahlen zu der anderen. Durch die Methode der Ähnlichkeit gelangt man zu einem Teil - das ist [das Verhältnis] der kleineren Zahl zur größeren -, oder zu einem Vielfachen - das ist [das Verhältnis] der größeren Zahl zur kleineren. Da die meisten Zahlen einen gemeinsamen Faktor mit einer [bestimmten] Zahl besitzen, bestimmt man die Verhältnisse zu ihr auf dem Weg der [einfachen] Belehrung, damit sie als Muster für andere Zahlen gelten kann. Diese Zahl ist 60. Das Verhältnis, mit dem die Rechner bei ihrer Arbeit umgehen, ist das Sexagesimal-Verhältnis. Bei den ganzen Zahlen von ihnen [unter 60] ist es löblich, ihr Verhältnis [zu 60] in ganzen Teilen darzustellen; je geringer die Anzahl der Teile, desto besser, es sei denn, die Teile ihres Nenners seien wiederum Bruchteile von eins; so ist etwa $\frac{3}{5}$ [besser als $\frac{1}{2} + \frac{1}{10}$][38] und $\frac{4}{9}$ besser als $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$.

[3] Teile und Brüche [39] sind schöner als nur Brüche.

Beispiel: Die Zahl 7 kann [auf 60] bezogen sein als $\frac{\frac{1}{2}}{6} + \frac{\frac{1}{5}}{6}$; sie kann aber auch durch $\frac{1}{10} + \frac{\frac{1}{6}}{10}$ bezogen werden.

Die zweite Form ist schöner, da sie ganze Teile beinhaltet: [$\frac{m}{n}$ schöner $\frac{p}{q} + \frac{r}{s}$].

[4] Ein größerer Bruch ist schöner als ein kleinerer.

Beispiel: Die 1 kann [auf 60] bezogen werden durch $\frac{\frac{1}{10}}{6}$ und durch $\frac{\frac{1}{6}}{10}$. Die zweite [Form] ist schöner, da $\frac{1}{6}$ größer ist als $\frac{1}{10}$. $2 \widehat{=} \frac{\frac{1}{5}}{6}$ oder $\frac{\frac{1}{3}}{10}$; die zweite Form ist schöner, da $\frac{1}{3} > \frac{1}{5}$. [$\frac{m}{n}$ schöner $\frac{p}{q}$(mit $m > p$)].

[38] So am Rande ergänzt.

[39] Mit *ǧuz'* und *kasr* wird also zwischen Stamm- und Zweigbruch unterschieden.

Auf diese Weise kommen bei allen Brüchen die verschiedenen Abstufungen, wie wir erwähnt haben, zur Geltung.

[5] Die Brüche aber können sämtlich auf vier 'Teile' zurückgeführt werden: Siebtel, Achtel, Neuntel, Zehntel. Ihr Verhältnis [zu 60 wird so hergestellt], daß man ihre Teile auf eine der vier [o.g.] Arten zurückführt und dann genauso ins Verhältnis setzt wie die ganzen Zahlen. Das, was sich ergibt, ist ihr Verhältnis zu dieser Teil[art].

Beispiel: $1\frac{5}{7[:60]} \to \frac{12[:60]}{7} \to \frac{1}{5\cdot 7}$.

[6] Auf diese Weise lassen sich alle Brüche [zu 60] ins Verhältnis setzen. Was aber die Hälften und Viertel anbelangt, so werden sie auf Achtel und Zehntel erhöht, bis sie sich auf die schönste [Weise darstellen lassen], die ich als Grundlage verwendet habe.

Beispiel: $1\frac{1}{2} \widehat{=} \frac{\frac{1}{5}}{8} = \frac{\frac{1}{4}}{10}$; dieses ist "passender", da: $\frac{1}{4} > \frac{1}{5}$;

$2\frac{1}{2} \widehat{=} \frac{\frac{1}{4}}{10} + \frac{\frac{1}{6}}{10} = \frac{\frac{1}{3}}{8}$; dieses ist "passender", da eingliedrig.

Ebenso verfährt man mit dem Rest der Hälften, [solange] bis sie das Achtel überschreiten. Wenn sie das Achtel überschreiten, so ziehe es aus und setze den Rest ins Verhältnis.

Beispiel: $14\frac{1}{2}[:60] \widehat{=} \frac{1}{8} + \frac{7}{[:60]} = \frac{1}{8} + \frac{\frac{1}{n}}{8}$ (oder $\frac{\frac{1}{n}}{10}$) $+ R$.[40]

[oder]: $\widehat{=} 2\frac{1}{2} + \frac{12}{[60]} = \frac{\frac{1}{3}}{8} + \frac{1}{5}$.

[Zahlen], die weder auf die erste noch auf die zweite Weise [ganzzahlig] zerlegt werden können:

Beispiel: $15\frac{1}{2}[:60] \widehat{=} \frac{1}{8} + \frac{8}{[60]} = \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{\frac{1}{3}}{10}$.

[oder]: $\widehat{=} \frac{1}{5} + \frac{1}{3\cdot 10} + \frac{1}{4\cdot 10}$.

Die erste [Zerlegung] ist vollkommener, da sich hier zwei ganze Glieder ergeben.

Ebenso die Viertel:

Beispiel: $1\frac{1}{4}[:60] \widehat{=} \frac{10}{8} = \frac{12}{10}[+\frac{\frac{1}{2}}{10}]$[41]. Die erste [Zerlegung] ist

[40] Dieser Rest soll "ganzteilig" sein; gemeint ist die Zerlegung von $\frac{7}{[60]}$ in die oben erwähnten Bruchteile ($1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}$ etc.).

[41] Fehlt in Handschrift.

vollkommener, da sie eingliedrig ist.

Aber: $1\frac{3}{4}[:60] \mathrel{\widehat{=}} \frac{14}{8} = \frac{17}{10} + \frac{\frac{1}{2}}{10}$.

Die zweite [Zerlegung] ist vollkommener: $\frac{\frac{17+\frac{1}{2}}{10}}{[60]} \mathrel{\widehat{=}} \frac{\frac{1}{6}}{10} + \frac{\frac{1}{8}}{10}$, da sie zwei ganze Glieder enthält, die erste dagegen einen Bruch[42]. Wenn nun das Achtel überschritten wird, so wird nach den Regeln weiterverfahren, die vorangegangen sind.

[7] Was aber die Drittel, Sechstel und Neuntel anbelangt, so werden sie auf Neun bezogen.

Beispiel: $1\frac{1}{3} = \frac{12}{9}$, ins ganzzahlige Verhältnis gesetzt, ergibt das $\frac{1}{5}[\cdot 60]$, also $\frac{\frac{1}{5}}{9}$. Aber: $1\frac{1}{6} = \frac{10}{9} + \frac{\frac{1}{2}}{9} \mathrel{\widehat{=}} \frac{\frac{1}{8}}{[9]} + \frac{\frac{\frac{1}{2}}{10}}{[9]}$.

So werden Drittel, Sechstel und Neuntel ins Verhältnis [zu 60] gesetzt, bis das Neuntel überschritten wird. Wenn das Neuntel überschritten wird, so wird nach den Regeln verfahren, die wir im Abschnitt zu den Hälften erwähnt haben .

Beispiel: $\frac{7\frac{1}{3}}{[60]} \mathrel{\widehat{=}} \frac{1}{9} + \frac{\frac{2}{3}}{[60]} = [\frac{1}{9}+]\frac{\frac{6}{9}}{[60]} = [\frac{1}{9}+]\frac{\frac{1}{10}}{9}$.

Wenn: $7\frac{1}{9}[:60] \mathrel{\widehat{=}} \frac{1}{9} + \frac{\frac{[4]}{9}}{[60]} = (1\frac{1}{9} + 6)[:60] = \frac{\frac{\frac{1}{6}}{9}}{[60]} + \frac{\frac{1}{10}}{[60]}$.

Dieses [zweite] Verhältnis ist vollkommener.

Wenn $7\frac{2}{9}$, so ist weder die erste und die zweite [Zerlegung] möglich. Betrachte die beiden Verhältnisse und [bestimme] das vollkommenere.

Die erste ergibt: $\frac{1}{9} + \frac{\frac{\frac{1}{2}}{6}}{9}$, die zweite aber: $\frac{\frac{1}{2}}{6} + \frac{\frac{1}{3}}{9}$ [43]. Du siehst, daß die zweite vollkommener ist, da die erste mehr Brüche aufweist. So [behandle] alle Drittel, Sechstel und Neuntel.

Ebenso die Fünftel; auch sie werden auf das Zehntel bezogen.

Beispiel: $1\frac{1}{5}[:60] \mathrel{\widehat{=}} \frac{12}{10} = \frac{\frac{\frac{1}{5}}{10}}{[60]}$.

42 $\frac{\frac{14}{8}}{[60]} \mathrel{\widehat{=}} \frac{\frac{1}{6}}{10} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{10}}$ (Bruch!?).

43 Also: $7\frac{2}{9}[:60] = (6\frac{2}{3} + \frac{5}{9})[:60] = \frac{\frac{1}{9}}{[60]} + \frac{\frac{\frac{1}{2}}{6}}{9}[60]$; bzw. $(5 + 2\frac{2}{9})[:60] = \frac{\frac{\frac{\frac{1}{2}}{6}}{9}}{[60]} + \frac{\frac{\frac{1}{3}}{9}}{[60]}$.

Mit einem [möglichen] Rest wird danach genauso verfahren. Auf diese Weise wird das Verhältnis [zu 60] sämtlicher Brüche [bestimmt].

[8] Was aber die Brüche von Brüchen anbelangt, so werden sie erweitert und auf den Bruchnenner bezogen.

Beispiel: $\frac{4}{9} + \frac{\frac{1}{6}}{9} = \frac{25}{9 \cdot 6} = \frac{(\frac{1}{4}+\frac{1}{6})[:60]}{9 \cdot 6}$.

Ebenso: $1\frac{1}{7} + \frac{\frac{1}{7}}{7} = \frac{57}{7 \cdot 7} = \frac{(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5})[:60]}{7 \cdot 7}$.

Mit sämtlichen Brüchen von Brüchen wird so [verfahren]. Wenn [die Summe der Zähler?] den Nenner übersteigt, so wird bei [der Bestimmung] des Verhältnisses nach den vorausgegangenen Regeln verfahren[44].

[9] Was aber die verschiedennamigen Brüche anbelangt, so werden sie [derart] gleichnamig gemacht, daß sie nicht mehr gekürzt werden können.

Beispiel: $\frac{4}{7} + \frac{5}{9} = \frac{5}{9} + \frac{\frac{1}{7}}{9}[+\frac{5}{9}] = 1 + \frac{1}{9} + \frac{\frac{1}{7}}{9}$.

Das wird dann, wie vorausgegangen, ins Verhältnis [zu 60] gesetzt; genauso wird mit sämtlichen verschiedennamigen Brüchen verfahren. Auch wenn es mehrere sein sollten, müssen sie alle gleichnamig gemacht werden. Die Methode ihrer Umwandlung von einer [Nenner]art zur anderen werden wir an [passender] Stelle erläutern.

[10] Was wir erwähnt haben umfaßt die Gesamtheit der Verhältnisse [zu 60], der Ganzen und der Brüche. Das Sexagesimalverhältnis ist die Grundlage für alle Verhältnisse. Wenn sie auf das Verhältnis einer Zahl zu einer anderen [angewendet?] wird, wird die Zahl, die ins Verhältnis gesetzt werden soll, mit 60 multipliziert und das Ergebnis der Multiplikation durch die Zahl dividiert, zu der [sie] ins Verhältnis gesetzt werden soll. Das Ergebnis der

[44] Ob damit die Auflösung gemischter Brüche, die nur implizit erklärt ist, oder das in [7] angesprochene Verfahren mit einem Rest gemeint ist, bleibt unklar.

Division wird zu 60 ins Verhältnis gesetzt. Das was dabei herauskommt, ist das Verhältnis [zu 60] jener Zahl, die ins Verhältnis gesetzt werden soll, zu der Zahl, zu der [sie] ins Verhältnis gesetzt werden soll.[45]

[11] Die Rede über die Multiplikation. Die Multiplikation ist die Vervielfachung der Multiplikanden um die Anzahl der im Multiplikator enthaltenen Einer. Jede Multiplikation geht zurück auf die Multiplikation von Einern mit Einern. Die Einer werden mit ihresgleichen multipliziert. Die Zehnzahlen werden jeweils zu Einern gemacht und dann multipliziert. Wenn der Multiplikator eine Einerzahl ist, dann besteht das Produkt aus der Art der Zehnzahlen des Multiplikanden, wobei jede seiner Zehnzahlen diesen entspricht.

Beispiel: $50 \cdot 3 \rightarrow 5 \cdot [10^1] \cdot 3 = 15 \cdot 10^1 = 150$.

Ebenso: $400 \cdot 3 \rightarrow 4 \cdot [10^2] \cdot 3 = 12 \cdot 10^2 = 1\,200$.

Ebenso [wird] mit allen [weiteren] Zehnzahlen [verfahren].

a) Enthält der Multiplikator auch Zehnzahlen, so werden alle zu Einern gemacht und [dann] miteinander multipliziert. Das Produkt enthält die Anzahl der Zehnzahlen, die sich aus der Multiplikation einer Zehnzahl des Multiplikanden mit einer des Multiplikators ergibt.

Beispiel: $50 \cdot 70 \rightarrow 5[\cdot 10^1] \cdot 7[\cdot 10^1] = 35 \cdot [10^2] = 3\,500$.

Ebenso: $30 \cdot 600 \rightarrow 3[\cdot 10^1] \cdot 6[\cdot 10^2] = 18 \cdot [10^3] = 18\,000$.

So geschieht die Multiplikation aller Zehnzahlen und jeder Zahl mit einer anderen. Das Produkt weist den Rang der Zehnzahlen aus, den du festgestellt hast aus der Summe der Ränge der beiden Zahlen unter Verringerung um einen Rang[46].

Beispiel:

[45] Aus $\frac{m}{n}$ wird sexagesimal $\frac{m \cdot 60}{n} : 60$.

[46] Abū l-Wafā' al-Būzǧānī stellt in *K. fīmā yaḥtāǧ ilaihi l-kuttāb wa l-'ummāl wa-ġairuhum min 'ilm al-ḥisāb* (ed. von A.S. Sa'īdān in *'Ilm al-ḥisāb al-'arabī*, 'Ammān 1971, 135-7) zwei verschiedene Methoden, darunter die der 'Sekretäre' (*kuttāb*, vor. Beide basieren auf der Einteilung der Zehnerpotenzen in Blöcke zu Zehnern, Hundertern und Tausendern: $E - Z_1 H_1 T_1 - Z_2 H_2 T_2 - \dots$ Durch die Addition der den jeweiligen Blöcken zugehörigen Potenzen wird die Multiplikation von Zehnerpotenzen erklärt. Ähnlich verfahren auch vor ihm Asbaġ(?) al-Ġarnāṭī (*Risāla kāfiya fī 'ilm al-ḥisāb al-hawā'ī*, Berlin MS 6010, 2-3) und

$100 \cdot 100 = 1 \cdot 1^{III} \cdot 1 \cdot 1^{III} = 1 \cdot 1^{(III+III)-I} = 1 \cdot 1^{V} = 10\,000.$

Ebenso:

$100 \cdot 1\,000 = 1 \cdot 1^{III} \cdot 1 \cdot 1^{IV} = 1 \cdot 1^{(III+IV)-I} = 1 \cdot 1^{VI} = 100\,000.$

So liegt der Fall bei allen Multiplikationen von Zehnzahlen mit Zehnzahlen.

b) Werden Zahlen mit unterschiedlicher Zehnzahl oder Zehnzahlen, die andere Einer aufweisen, miteinander multipliziert, so wird jede einzelne [Rang]art gesondert multipliziert.

Beispiel: $2\,300 \cdot 3\,400$

$$\begin{array}{rlclcr} = & 2 \cdot [1^{IV}] \cdot 3[\cdot 1^{IV}] & = & 6 \cdot 1^{VII} & = & 6\,000\,000 \\ + & 2[\cdot 1^{IV}] \cdot 4[\cdot 1^{III}] & = & 8 \cdot 1^{VI} & = & 800\,000 \\ + & 3[\cdot 1^{III}] \cdot 3[\cdot 1^{IV}] & = & 9 \cdot 1^{VI} & = & 900\,000 \\ + & 3[\cdot 1^{III}] \cdot 4[\cdot 1^{III}] & = & 12 \cdot 1^{V} & = & 120\,000 \\ \hline & & & & = & 7\,820\,000 \end{array}$$

[12] Jede Zahl, die mit einer [anderen] Zahl multipliziert wird, wird so viele Male multipliziert, wie es sich aus der Multiplikation der Rangzahl der einen mit der der anderen ergibt. Beispiel: Wenn 3 Ränge mit 4 multipliziert werden, dann wird zwölf Mal multipliziert; das ergibt die Multiplikation von drei mit vier. Oder zwei Ränge werden mit drei multipliziert, dann wird sechs Mal multipliziert. Das ergibt die Multiplikation von zwei mit drei.[47] Ebenso wird mit sämtlichen Rängen verfahren. So verhält es sich damit.

nach ihm Aḥmad b. Ṯabāt (*Ġunyat al-ḥussāb*, Kap. I, ed. in Rebstock, *Die Reichtümer der Rechner*, Walldorf-Hessen 1993). Vgl. auch die Ausführungen von Sa'īdān, *Uqlīdisī* 394. Die hier vorgeführte Methode der Addition positiver ganzer Hochzahlen unterscheidet sich nur durch die Einbeziehung der $1 (= 1^{I})$ in die Zehnerpotenzreihe von der modernen Rechenweise.

[47] Die Passage scheint unklar. Da wie oben (fol. 5/11) mit "jede Zahl, die mit einer [anderen] Zahl multipliziert wird" eingeleitet wird, kann es sich im ersten Satz der Anweisung kaum um die Potenzierung von Zehnzahlen handeln. Sie wird ja auch im weiteren nicht angesprochen. Andererseits suggeriert der Anschluß an den zweiten Satz mit 'aber' eine alternative Rechenweise. Hier aber wird statt $a^{III} \cdot b^{IV} = ab^{VI} (ab > 10)$ auf 'moderne' Weise $a^{II} \cdot b^{III} = ab^{V}$ gerechnet. Eine einfachere Erklärung liegt näher: b. al-Haiṯam bezieht sich auf [11b] und differenziert zwischen der Multiplikation von Zehnzahlen dritten und vierten Ranges, die auf Null enden oder nicht. Die Summe der jeweils notwendigen Einzelmultiplikationen ergibt dann 6, bzw. 12.

[13] Auch für die Multiplikation gibt es eine andere kürzere Methode: Eine der beiden Zahlen wird mit dem, was in der anderen an Zehnern enthalten ist, multipliziert. Jeder Einer, der sich ergibt, ist ein Zehner. Das ist dann das Ergebnis. [So kann man vorgehen], wenn die beiden [Zahlen] keine Einer enthalten oder auch wenn sie Einer enthalten.

Beispiel: $120 \cdot 40 = 4 \cdot 120[\cdot 10] = 4\,800$.
Wenn eine Zahl Einer enthält:
Beispiel: $30 \cdot 74 = 3 \cdot 74 \cdot [10] = 2\,220$.

Wenn sämtliche Zahlen Einer enthalten:

$$\begin{array}{lcrcrcr}
\text{Beispiel: } 35 \cdot 24 & \rightarrow & 35 \cdot 2[\cdot 10] & = & 70[\cdot 10] & & \\
 & + & 3 \cdot 4[\cdot 10] & = & 12[\cdot 10] & & \\
 & & & = & 82[\cdot 10] & = & 820 \\
 & + & 4 \cdot 5 & & & = & 20 \\
\hline
 & & & & & = & 840
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcrcrcr}
\text{Ebenso: } 154 \cdot 46 & \rightarrow & 154 \cdot 4[\cdot 10] & = & 616 & & \\
 & + & 15 \cdot 6[\cdot 10] & = & 90[\cdot 10] & & \\
 & & & = & 706[\cdot 10] & = & 7\,060 \\
 & + & 4 \cdot 6 & & & = & 24 \\
\hline
 & & & & & = & 7\,084
\end{array}$$

$$\begin{array}{lcrcr}
\text{Ebenso: } 13 \cdot 15 & \rightarrow & 13 + 5[\cdot 10] & = & 180 \\
 & + & 3 \cdot 5 & = & 15 \\
\hline
 & & & = & 195
\end{array}$$

Wenn die Zehner [der beiden Zahlen] gleich sind, bringst du die Einer einer der beiden zu denen der anderen und multiplizierst das, was sich ergibt, mit der Anzahl der Zehner[48].

$$\begin{array}{lclcr}
\text{Beispiel: } 34 \cdot 35 & \rightarrow & (34 + 5) \cdot 3[\cdot 10] = 117 \cdot [10] & = & 1\,170 \\
 & + & 4 \cdot 5 & = & 20 \\
\hline
 & & & = & 1\,190
\end{array}$$

So verhält sich die Multiplikation der Ganzen.

[14] Was aber die Multiplikation der Brüche anbelangt, so ist die Methode bei der Multiplikation mit Ganzen, daß du die ganze Zahl

[48] Binomisches Muster: $(10a + x)(10b + y)$.

durch den Bruchnenner teilst, wenn [der Bruch] nur aus einem Teil besteht. Wenn es aber [mehrere] gleichartige Teile sind, dann wird die Zahl mit der Anzahl dieser Teile multipliziert und dann [das Produkt] durch den Bruchnenner geteilt und dann das Ergebnis mit der Anzahl jener Teile multipliziert.

Beispiel: $\frac{1}{7} \cdot 15 = 15 : 7 = 2\frac{1}{7}$

Wenn: $\frac{5}{7} \cdot 15 = 75 : 7 = 10\frac{5}{7}$

Wenn die Teile nicht gleichartig sind, werden sie [zuerst] gleichartig gemacht und dann multipliziert, oder sie werden separat multipliziert und [die Produkte dann] addiert.

[15] Was aber die Multiplikation von Brüchen mit Brüchen anbelangt, so ist die Methode die, daß du den [einen] Bruchnenner mit dem anderen und dann die Anzahl der Teile miteinander multiplizierst. Das was herauskommt sind die Teile jener Zahl [des Nennerprodukts].

Beispiel: $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$

Wenn aber verschiedenartige Teile mit verschiedenartigen Teilen [multipliziert werden], werden sie zuerst jeweils gleichartig gemacht und auf die erwähnte Weise [miteinander] multipliziert. Und so verhält es sich mit der Multiplikation.

[16] Und [wir stellen fest?][49], daß man mit dem 'Gewicht' (*mīzān*: Quersumme) die Richtigkeit [der Multiplikation] feststellen kann. Das bedeutet, man nimmt jede Zehnzahl als Einer und fügt sie zu den Einern hinzu. Genauso wird mit der anderen Zahl verfahren. Dann multipliziert man [die Quersumme] der beiden miteinander und verfährt mit [dem Produkt] wie zuvor; [die Quersumme] merkt man sich. Ist die Multiplikation beendet, wird mit dem Ergebnis genauso verfahren. Stimmt [die Quersumme] mit der gemerkten Zahl überein, dann ist [die Multiplikation] richtig; stimmt sie nicht überein, dann ist sie nicht richtig.

Beispiel: $25 \cdot 33 \rightarrow 7 \cdot 6 = 42 \quad \rightarrow$ Quersumme: 6
$25 \cdot 33 = 825 \quad \rightarrow$ Quersumme: 6

Ebenso wird mit sämtlichen Zahlen verfahren.

[49] Unleserlich im MS.

[17] Über die Division. Die Division ist die Aufteilung der zu teilenden Zahl in gleiche Teile [von der Größe] der Zahl, durch die geteilt wird. Der Quotient ist der Anteil am Ganzen (*naṣīb al-wāḥid*)[50]. Die Methode der Division ist die, daß der Divisor solange vervielfacht wird, bis der Dividend erschöpft ist. Das, was herauskommt, ist der Quotient.

Beispiel: $50 : 5 = \frac{[10 \cdot 5]}{5} = 10$.

Wenn sich der Dividend nicht gänzlich erschöpfen läßt und ein Betrag übrigbleibt, der kleiner ist als der Divisor, dann gibt der Rest die [Anzahl der] Teile des Divisors an.

Beispiel: $60 : 7 = \frac{[8 \cdot 7]}{7} + \frac{4}{7} = 8\frac{4}{7}$.

Wenn der Dividend kleiner ist als der Divisor, dann ist der Quotient so groß wie die Anzahl der Teile [des Divisors] in dieser Zahl.

Beispiel: $5 : 7 = \frac{5}{7}$.

Die Überprüfung der Division geschieht durch die Multiplikation des Quotienten mit dem Divisor. Kommt der Dividend heraus, ist die Division richtig. Die Kurzform dieser Überprüfung geschieht dadurch, daß [die Quersumme] des Dividenden auf die bei der Quersumme der Multiplikation oben erwähnten Weise aufaddiert wird. Ist die Zahl geteilt, dann wird jeweils [die Quersumme] des Divisors und Quotienten erstellt und miteinander multipliziert. Wenn [die Quersumme] des Produkts mit der gemerkten [Quersumme] übereinstimmt, dann ist die Division richtig.

[18] Die Division von Brüchen. Das Gesuchte ist der Anteil eines [Divisors am Dividenden]. Die Methode ist die, daß man Dividend und Divisor mit dem Bruchnenner multipliziert und dann die Produkte dividiert, als dividiere man Ganze. Das, was herauskommt, ist der Quotient.

Beispiel: $20 : \frac{3}{5} = 100 : 3 = 33\frac{1}{3}$.

Ebenso: $20 : 1\frac{1}{5} = 100 : 6 = 16\frac{2}{3}$.

[50] Diese Terminologie ist in diesem Kontext ungewöhnlich, erinnert aber an die theoretischen Einleitungen zu Erbrechnungstexten. Dort wird ja grundsätzlich der Anteil eines Quotenerben am Erbganzen gesucht. Im Hintergrund beider Anwendungen steht die Rückführung der Division auf eine Proportion: Teilmenge : Quote = Gesamtmenge zu 1, also $a : \frac{m}{n} = A : 1$; s. auch unten (18) und (21).

Ebenso: $\frac{4}{5} : 10 = 4 : 50 = \frac{2}{25}$.

Ebenso: $\frac{3}{5} : \frac{4}{5} = 3 : 4 = \frac{3}{4}$.

So werden alle Brüche dividiert, wenn sie gleichartig sind. Wenn sie verschiedenartig sind, werden sie [zuerst] gleichartig gemacht und [dann] dividiert.

Beispiel: $\frac{3}{4} : \frac{4}{7} = \frac{21}{28} : \frac{16}{28} = 21 : 16 = 1\frac{5}{16}$.

Ebenso: $1\frac{1}{5} : 2\frac{1}{4} = 1\frac{4}{20} : 2\frac{2}{50} = \frac{24}{20} : \frac{45}{20} = \frac{8}{15}$[51].

[19] Über die Addition von Brüchen. Die Addition von Brüchen geschieht auf zwei Weisen: Entweder man macht einen Bruch dem anderen gleichartig oder man macht das Gesamte neuartig, wobei [jeweils] einer der beiden Brüche neuartig wird, indem der Zähler des einen (*'adad al-aḥad*) mit dem Nenner des anderen (*al-'adad al-musammā li'l-aǧzā' al-uẖar*)[52] multipliziert und dann [das Produkt] durch den Nenner des einen dividiert wird.

Beispiel: $\frac{5}{7} + \frac{4}{9} = \frac{6\frac{3}{7}}{[9]} + \frac{4}{9} = 1 + \frac{1}{9} + \frac{\frac{3}{7}}{9}$.

Wenn wir die Neuntel zu Siebteln machen wollen:

$$\frac{5}{7} + \frac{4}{9} = \frac{3\frac{1}{9}}{[7]} + \frac{5}{7} = 1 + \frac{1}{7} + \frac{\frac{1}{9}}{7}.$$

[20] [Oder] aber, was den Anteil (*naṣīb*) von Brüchen anbelangt, so gehört es zu einer anderen Art; gesucht wird die kleinste Anzahl dieser Teile und diese Teile werden addiert. Die Methode ist die, daß man sich die beiden Nennerzahlen betrachtet; ist die eine als Faktor in der anderen enthalten, so ist die Zahl, die den Faktor enthält (*al-ma'dūd*), die kleinste Zahl, die diese beiden [Bruch]Teile enthält.

Beispiel: $\frac{1}{5}, \frac{1}{10} \to [5 \cdot 2 = 10] \to \frac{[2]}{10}, [\frac{1}{10}]$.

Wenn keine der beiden in der anderen [als Faktor] enthalten

[51] Im Text: *ẖamsa*.

[52] Wörtlich: 'der Zahl, die durch die anderen Teile benannt ist'; in A und B steht *al-aǧzā'* deutlich mit Artikel, besser wäre jedoch *li-aǧzā' al-āẖar*, um die Nenner'teile' des einen Bruchs von denen des anderen abzusetzen. Dagegen muß zuvor *'adad al-āẖar* als *'adad al-aḥad* – hier also der Zähler 5 von $\frac{5}{7}$ und nicht der Zähler 4 von $\frac{4}{9}$ – gelesen werden, da sonst das Verfahren verfälscht wird. Zu *samīy* und allgemein zur *tasmiya*-Terminologie, s. Souissi, *Langue* nos. 852-6.

ist, dann wird von der größeren der beiden Zahlen die kleinere so oft abgezogen, bis sie [bis auf einen Rest, der] kleiner ist als [die kleinere Zahl der beiden] erschöpft ist; dann wird von der ersten [kleineren] Zahl dieser Rest so oft abgezogen, bis sie [bis auf einen Rest, der] kleiner ist als [der erste Rest] erschöpft ist; dann wird vom ersten Rest der zweite abgezogen und dies solange wiederholt, bis der letzte der Reste den Rest vor ihm erschöpft oder zu 1 gelangt. Dann gibt es keine Zahl, die diese beiden [Bruch]teile enthält und kleiner ist als das Produkt aus beiden Bruchnennern.

Beispiel: $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}$

$$\rightarrow 7 - 5 = 2 \rightarrow 5 - (2 - 2) = 1 \rightarrow 7 \cdot 5 = 35.$$

Also ist 35 die kleinste Zahl, die Fünftel und Siebtel enthält.

Wenn das Abziehen mit einem Rest endet, den das [wiederholte] Abziehen des vorletzten Restes erschöpft, [-] dann schaue, wie oft der letzte Rest in einer [d.h. der größeren] der beiden Zahlen enthalten ist. Mit der Zahl der Male wird die andere Zahl multipliziert, was herauskommt, ist die kleinste Zahl, die diese beiden [Bruch]teile enthält.

Beispiel: $\frac{1}{9}, \frac{1}{15}$

$$\rightarrow 15 - 9 = 6 \rightarrow 9 - 6 = 3 \rightarrow 6 - (2 \cdot 3) = 0$$
$$\rightarrow 15 : 3 = 5 \rightarrow 5 \cdot 9 = 45.$$

Ebenso verfährt man, wenn die Teile größer als 1 sind: $\frac{3}{4} + \frac{5}{9}$; wollen wir [die beiden Brüche] gleichartig machen, dann finden wir die kleinste Zahl, die Viertel und Neuntel enthält. Das ist 36.

$$\rightarrow \frac{3}{4} + \frac{5}{9} = \frac{27+20}{36} = \frac{47}{36} = 1\frac{11}{36}.$$

Gibt es mehr als zwei Brüche, werden sie nacheinander gleichartig gemacht, bis sie [alle] von der gleichen Art sind.

Das, was wir erklärt haben, ist die Grundlage der Rechenfertigkeit.

[21] Die Probleme im Geschäftsrechnen lassen sich auf eine [gemeinsame] Grundlage zurückführen. Das sind vier Verhältniszahlen, von denen drei vorgegeben und eine [un]bekannt ist[53]. Das

[53] Das Schriftbild läßt für *ma'rūḍ* und *ma'lūm* keine andere Lesung zu, vgl. auch S. 12/1; *ma'rūḍ* ist in diesem Kontext ungewöhnlich. Üblich ist das Begriffspaar *maǧhūl–ma'lūm*, wie etwa im Kommentar (*Šarḥ*, fol.191b/-5f, MS

ist die gesuchte Unbekannte. Die drei vorgegebenen [bekannten Zahlen] sind "der [Einheits] Preis", "das mit dem Preis Bewertete", oder was an dessen Stelle tritt, und eine bekannte Menge, die entweder dem [Einheits]preis oder dem mit dem Preis Bewerteten homogen ist. Das Gesuchte [beschreibt] den Anteil an der vorgegebenen Menge und ist [jeweils] der anderen [Zahl] homogen. Die Methode, sie zu finden, ist die, daß die vorgegebene Menge mit der ihr unhomogenen multipliziert und das, was sich ergibt, durch die ihr homogenen dividiert wird. Das, was herauskommt, ist das Gesuchte. Alles, was dadurch behandelt wird, ist entweder mit Hohlmaßen oder Längenmaßen meßbar, wägbar, zeitlich meßbar oder einfach durch eine Zahl quantifizierbar [54].

[22] Was aber das durch Hohlmaße [Meßbare] anbelangt, so gehört dazu der proportionale Ernteanteil.

Beispiel: Von einer Ernte ($= E$) soll der Anteil $\frac{1}{5} + \frac{1}{6}(= A)$ [abgeführt werden]. Die Ernte beträgt $100 kurr$. Wie hoch ist der Ertragsanteil [$= G$]?

$$\rightarrow (\tfrac{1}{5} + \tfrac{1}{6}) \cdot 100ku = 20ku + 16\tfrac{2}{3}ku = 36\tfrac{2}{3}ku = 36ku + 40qa.$$

Der Ertrag ist also 36 *kurr* und 40 *qafīz*; denn dividiert man dieses Fünftel und Sechstel durch das Ganze, das die Grundlage des Fünftels und Sechstels ist, kommen wieder 36 *kurr* und 40 *qafīz* heraus[55].

Süleymaniye 801) Šahrazūrīs zum *Kāfī* al-Karaǧīs; die Glieder der Proportion (*nisba*) werden dort an anderer Stelle (fol. 38a/1f) allerdings eingeführt als: *al-aqdār al-arba'a hāhunā hiya al-wāḥid wa'l-mansūb ilaihi wa'l-mansūb wa'l-ḫāriǧ*. Darauf folgt dann ein Verweis auf die späteren Erklärungen (s.u.) bei den *Mu'āmalāt*. Das *ma'lūm* hier könnte also die 'bestimmte' Einheit 1 bezeichnen. Es ist jedoch zu bezweifeln, daß sich Ibn al-Haiṯam so weit von der klassischen Terminologie entfernt. Ausdrücklich votiert er ja bei der Besprechung der *Data* von Euklid, die als *Mu'ṭayāt* ins Arabische gelangten, für die Übersetzung der 'bekannten Dinge' mit *al-ma'lūmāt*, dazu Sabra, in *Dict. Scient. Biogr.* VI 203a-b. Auch das folgende *maǧhūl* legt nahe, daß ein *ġair* vom Kopisten vergessen wurde.

[54] Nur zwei der vier üblichen Proportionsglieder (*si'r, musa''ar, ṯaman, muṯamman*) werden hier eingeführt. Auch die Operationsbeschreibung ist flüchtig und weicht von jenen al-Karaǧīs und al-Būzǧānīs (dazu Rebstock, *Rechnen* 130ff.) ab.

[55] Die Proportion $A : 1 = G : E$ wird offensichtlich in $A \cdot E = G$ umgestellt; allerdings irritiert dabei die Formulierung: *iḏā qassamnā* ...

Beträgt der Ernteanteil $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ und der Ertragsanteil 10 *kurr*, wie hoch ist dann die Ernte?

$\rightarrow \frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12} \rightarrow 10ku : \frac{5}{12} = 24$ *kurr*.

Ebenso: Wenn [die Ernte] anteilig an drei Personen abgeführt wird - $A=\frac{1}{3}+\frac{1}{8}, B=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}, C=R=$ [Rest] $=5ku$ -, wie hoch ist dann die Ernte?

$\rightarrow 1=(\frac{1}{3}+\frac{1}{8})+(\frac{1}{4}+\frac{1}{5})+R=\frac{55+54+R}{120} \rightarrow R=\frac{11}{120}$

$\rightarrow 5ku : \frac{11}{120} = 54ku + \frac{6}{11}ku = 54ku + \frac{720}{11}qa$ [56] $= 54ku + 65\frac{5}{11}qa$

$= 54ku + 65qa + \frac{50}{11}as$ [57] $= 54ku + 65qa + 4\frac{6}{11}as.$

Es ist beim Geschäftsrechnen üblich, Brüche, die die Schlußrechnung als "unartikulierbar" ausweist, näherungsweise [darzustellen] und sie dadurch näherungsweise artikulierbar zu machen. So wird bei diesem Beispiel gesagt: [$\frac{6}{11}as$ sind ungefähr] $\frac{1}{2}as$.

[23] Dazu gehört auch, was in Geldwerten gemessen oder zu Geldwerten in Bezug gesetzt wird.

Beispiel: $1ku$ [hat den Wert von] $500dir$[58]. Welchen Wert haben $3ku + 17qa$?

$\Rightarrow \frac{17}{120}ku = \frac{8\frac{1}{2}}{60}ku \widehat{=} (\frac{1}{8}+\frac{\frac{1}{6}}{10}) \cdot 500dir = [62\frac{1}{2}dir + 8\frac{1}{3}dir]$

$\rightarrow [3ku + 17qa] \widehat{=} 1\,570dir + 5da$[59]

Oder: $3 \cdot 500dir + \frac{17}{120} \cdot 500dir = [1\,570dir + 5da]$

Ebenso: $1ku \widehat{=} 650dir; 3\,200dir \widehat{=} ?$

$\Rightarrow \frac{3\,200dir}{650dir} \widehat{=} 4\frac{600}{650}ku = 4\frac{12}{13}ku.$

Die *kurr*-Bruchteile lassen sich noch in *qafīz*, *'ašīr* und *kīlaǧa*[60] ausdrücken. Wir können aber so verfahren, wie wir es oben [bei

[56] Entgegen der üblichen und oben eingeführten Entsprechung $1ku = 60qa$ wird hier mit $1ku = 120qa$ gerechnet. Dahinter verbirgt sich wahrscheinlich der *kurr al-qanqal*, den Qudāma b. Ǧa'far (dazu E.W. Lane, *An Arabic-English Lexicon*, Beirut 1980 [Nachdruck], s.v. *Kurr*) und al-Būzǧānī (*'Ummāl* 305/13) mit $120qa$ angeben.

[57] *'as'* für *'ašīr*. $1qa = 10$ *'ašīr*$= \frac{1}{120}ku$.

[58] *'dir'* für *dirham*.

[59] 1 *dirham* = 6 *dāniq*.

[60] Üblich: $1ku = 24kīl$; zu Varianten dieses Weizen-Hohlmaßes, s. W. Hinz, *Islamische Masse und Gewichte*, Leiden 1955, 40,42; Rebstock, *Rechnen* 122f.

der Rechnung über die Bruchteile] dargestellt haben.

[24] Was aber das mit *ḏirā'* [= *d*] Gemessene anbelangt, so gehört die Bodensteuerberechnung dazu. Sie beruht auf der Ausmessung.

Beispiel: Die Bodensteuer pro *ǧarīb* [=*ga*] beträgt $15dir$. Wieviel beträgt sie für $3ga, 4qa$ und $2as$?

$\Rightarrow (3 + \frac{2}{5} + \frac{1}{50}) \cdot [15dir = 45dir + 6dir + \frac{15}{50}dir] = 51dir + 1da + 8as$[61].

Oder: $[34\frac{1}{5} \cdot \frac{15dir}{10} = 51dir + 1da + 1as]$.

Oder: $[342 \cdot \frac{15dir}{100} = 51dir + 1da + 1as]$.

Ebenso: $1ga \widehat{=} 13dir; 95dir \widehat{=} ?$

$\Rightarrow \frac{95}{13} = 7\frac{4}{13}; 7\frac{4}{13}ga = 7ga + \frac{400}{13}as = 7ga + 30as + \frac{10}{13}as$

$= 7ga + 3qa + \frac{10}{13}as \approx 7ga + \frac{1}{2}as + \frac{1}{3}as.$

Dazu zähle ich [auch] das in *ḏirā'* Gemessene, das zu Geldwerten in Bezug gesetzt oder im Laufe [der Rechnung] in solchen ausgedrückt werden soll. Die Methode hierbei ähnelt der ersten.

Beispiel: $1ga \widehat{=} 16dir$; $5ga + 1\,000d \widehat{=} ?$

$\Rightarrow (5 + \frac{1}{4} + \frac{\frac{1}{4}}{9}) \cdot 16dir = 84\frac{4}{9}dir.$

Oder: $[\frac{19\,000d \cdot 16dir}{3\,000d} = 84\frac{4}{9}dir]$.

Ebenso: $1ga \widehat{=} 12\frac{1}{2}din; 65din \widehat{=}\ ?$

$\rightarrow \frac{65din}{12\frac{1}{2}din} = 5\frac{1}{5}; 5\frac{1}{5}ga = 5ga + 720d.$

[25] Was aber das Gewogene (*al-mauzūn*) anbelangt, so wird alles auf dieselbe Weise abgehandelt wie das in *ḏirā'* Gemessene, außer daß das, was dabei gewogen wird, *amnā'*[62] (sg. *mannā*) [= *ma*],

[61] Das *qafīz* wird hier, wie der Autor ausdrücklich sagt, in *'ašīr* oder *ǧarīb* umgerechnet, die beiden letzteren also als Längeneinheit ($1ga = 10qa = 100as$) bei Flächenberechnungen behandelt. Neben der paukalischen Pluralform *a'šur* sind auch *'ušrān* und *a'šār* (s.o.) gebräuchlich.

[62] Die ausführlichste Beschreibung der vielen art- und warenspezifischen Varianten der Gewichtseinheit *mann* liefert Hinz, *Masse* 16-23; die Singularform *mannā* ist noch belegt bei M. b. Ayyūb aṭ-Ṭabarī, *Miftāḥ al-mu'āmalāt*, ediert und kommentiert von M. Amīn Riyāḥī, Teheran 1349/1970, 21ff., einem um mehr als eine Generation jüngeren Zeitgenossen von Ibn al-Haiṯam; vgl. dazu Sezgin, *GAS* V 385 und 404.

und *arṭāl* (sg. *raṭl*) sind.

Beispiel: $1ma \widehat{=} 15dir$; $13ma + 5uq$[63] $\widehat{=}$?

$\Rightarrow [5uq] = \frac{1}{8}ma + \frac{\frac{1}{2}}{6}ma;\ (13 + \frac{1}{8} + \frac{\frac{1}{2}}{6}) \cdot 15 = 198dir + \frac{1}{8}dir.$

Ebenso: $10ma \widehat{=} 7dir$; $16dir + 1da \widehat{=}$?

$\Rightarrow \frac{(16dir+1da)\cdot 10ma}{7dir} = \frac{161\frac{2}{3}}{7}ma = 23\frac{\frac{2}{3}}{7}ma.$

Oder: $[14dir + 2dir + 1da \widehat{=} (2 + \frac{2}{7} + \frac{\frac{1}{6}}{7}) \cdot 10ma = 23\frac{\frac{2}{3}}{7}ma].$

Wenn wir den Bruch in *awāqī* oder *asātīr*[64] [umwandeln] wollen:

$\frac{\frac{2}{3}}{7}ma \cdot 40\frac{as}{ma} = 3\frac{5}{7}as + \frac{\frac{2}{3}}{7}as \widehat{=} [3\frac{5}{7} + \frac{\frac{2}{3}}{7}] \cdot 6\frac{3}{7}dir.$

Wenn wir das in *maṯāqīl*[65] [umwandeln] wollen:

$[3\frac{5}{7}as + \frac{\frac{2}{3}}{7}as] \cdot 4\frac{1}{2}mi.$

Wenn wir ihn in *awāqī* [berechnen] wollen:

$[\frac{\frac{2}{3}}{7}ma \cdot 24\frac{uq}{ma} = 2\frac{2}{7}uq].$

Wenn wir das in *dirham* [umwandeln] wollen:

$[2\frac{2}{7}uq\cdot]10\frac{5}{7}\frac{dir}{uq}$[66] $= [24\frac{24}{79}dir].$

Wenn wir das in *miṯqāl* [umwandeln] wollen:

$[2\frac{2}{7}uq\cdot]7\frac{1}{2}\frac{mi}{uq}$[67] $= [17\frac{1}{7}mi].$

[26] Dazu gehört auch, was in *miṯqāl* als Goldgewicht gewogen wird.

Beispiel: 1 *dīnār* [= *din*] hat 14 *dirham*. Wieviel sind 7 *dīnār*, 1 *dāniq* [= *da*], 1 *qīrāṭ* [= *qi*] und 1 *ḥabba* [= *ha*]?

$\Rightarrow 1da + 1qi + 1ḥa = 16ḥa;$

da die Leute im ʻIrāq mit 72 *ḥabba* pro *dīnār*[68] rechnen, [folgt]:

[63] $1ma = 24$*ūqīya*.

[64] Sing. *istār* [= *is*], vom griechischen *Stater*; dazu Hinz (*Masse* 15), wo die Dirham-Entsprechung aber mit $6\frac{2}{5}$ statt hier $6\frac{3}{7}$ angegeben ist.

[65] Sing. *miṯqāl* [= *mi*]; mit der Entsprechung $1is = 4\frac{1}{2}mi$ ergibt sich die klassische Relation der Gold- zur Silbergewichtseinheit: $4\frac{1}{2} : 6\frac{3}{7} = 7 : 10$.

[66] Die Münzgewichtsrelation *ūqīya*:*dirham* $= 10\frac{5}{7}$ ergibt sich aus: $1uq = \frac{40}{24}is$; $\frac{40}{24} \cdot 6\frac{3}{7}dir = 10\frac{5}{7}dir$.

[67] Analog lautet die Relation: *ūqīya*:*miṯqāl* $= 7\frac{1}{2}$.

[68] In anderen Reichsteilen und im ʻIrāq selbst wird zu dieser Zeit auch mit $60ha$ pro Dīnār gerechnet, s. Rebstock, *Rechnen* 126f.

$7\frac{2}{9}din \cdot 14 = 101\frac{1}{9}dir.$

Oder: $[7 \cdot 14dir + \frac{1}{6} \cdot 14dir + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot 14dir + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot 14dir]$.

Oder [zur Probe]: $\frac{7\frac{2}{9}din \cdot 72ha}{72ha} = 7\frac{2}{9}din.$

Ebenso wie mit den *ḥabbāt* wird verfahren, wenn sich *aruzzāt* [$= ar$][69] dabei befinden: Entweder wird das Gesamte in *aruzzāt* umgerechnet oder [die Teilbeträge] einzeln.

Beispiel: $1din \widehat{=} 17dir$; $125dir \widehat{=} ?$

$$\Rightarrow \frac{125}{17}dir = 7\frac{6}{17}dir = 7dir + \frac{6 \cdot 72}{17}ha = 7dir + 25ha + \frac{7}{17}ha$$
$$= 7dir + 2da + 1ha + \frac{7}{17}ha.$$

Wenn wir wollen, setzen wir diese Bruchteile näherungsweise fest.

Andere Methode: $125 - 7 \cdot 17 = 6$; $\frac{6}{17} = ...$, weiter wie oben.

Beispiel: $1din \widehat{=} 13dir$; $60dir \widehat{=} ?$ [70]

1. $\frac{60}{13} = \frac{4 \cdot 13}{13} + \frac{8}{13} \approx 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}.$
2. $([1] - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}) \cdot 288 = 120$; $\frac{120}{13}ar = 9\frac{3}{13}ar = 2ha + 1ar + \frac{3}{13}ar$
   $\approx 2ha + 1ar + \frac{1}{4}ar.$
3. $\frac{60dir}{13\frac{dir}{din}} \approx 4din + 3\frac{1}{2}da + 2ha + 1\frac{1}{4}ar.$

[27] Wenn Gold (*'ain*) in Silbergewichten gewogen wird, wir aber daraus *maṯāqīl* machen wollen, ziehen wir davon $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ [des Gewichts] ab.

Beispiel: $13din = xdin_{Gold}$?

$$13 - 13(\frac{1}{5} + \frac{1}{10}) = 13 - 3\frac{4}{5} + \frac{1}{10} = 9\frac{1}{10}.$$

Wenn Silber (*waraq*)[71] in Goldgewicht (*maṯāqīl*) gewogen wird,

[69] Sing. *aruzza*, Reiskorn, kleine und selten belegte Geldgewichtseinheit und vierter Teil des *ḥabba*; auf 1 Dīnār kommen demnach, je nach *ḥabba*-Einteilung, 240 bzw. 288 *aruzzāt*, s. Hinz, *Masse* 8; Rebstock, *Rechnen* 127 Anm. 181.

[70] Die Rechnung wird über den Fehlbetrag zu einem $1din$, also $\frac{5}{12} \cdot 288ar = 120ar = 2\frac{1}{2}da$, geführt. In der Schlußrechnung wird allerdings richtig der positive Teilbetrag $\frac{7}{12} \cdot 288ar \cdot 168ar = 3\frac{1}{2}da$ genannt.

[71] Mit *'ain* und *waraq* wird zwischen Gold- und Silberwährung unterschieden. Während die größte Einheit, *dīnār* und *dirham*, diese Unterscheidung namentlich nachvollzieht, müssen die homonymen Untereinheiten (*dāniq*, *qīrāṭ*, *ḥabba*) – wenn es der Zusammenhang erforderlich macht – auch durch *'ain* bzw. *waraq* gekennzeichnet werden. Die Umrechnung basiert wiederum auf der kanonischen Gold-Silber-Relation 7:10.

wir aber wissen wollen, wieviel es in *dirham* [aufwiegt], fügen wir $\frac{3}{10}$ [des Gewichts] hinzu.

Beispiel: $15dir_{Gold} = xdir_{Silber}$?

$\Rightarrow 15 + 15 \cdot \frac{3}{7} = 21\frac{3}{7}$.

[28] Was das anbelangt, was durch Zeit gemessen wird, wie Lohnarbeit und [Ähnliches], was auf diese Weise bearbeitet wird, wie die Landsteuer, die nach [dem Zyklus] der Sternbilder abgeführt wird, und die Pensionen, die nach Jahren ausgerechnet werden.

Beispiel: Ein Lohnarbeiter verdient monatlich [$= A, = 30$ Tage] $25dir$ [$= L$]. Er arbeitet 7 Tage [$= a$]. Wieviel [Lohn, $= l$] steht ihm zu?

$\Rightarrow \frac{7}{30} \cdot 25 = (\frac{1}{5} + \frac{\frac{1}{3}}{10}) \cdot 25 = 5\frac{5}{6} \widehat{=} 5dir + 5da.$

Ebenso: $L = 16dir, l = 5dir, a = ?$

$\Rightarrow [\frac{l \cdot A}{L} = a =] \frac{5 \cdot 30}{16} = 9\frac{7}{16} \widehat{=} 9\frac{7}{16}$ Tage.

Ebenso: Die Steuer auf Land und Haus eines Pächters beträgt jährlich $13din$. Er hat Anrecht auf den [Steuer]anteil von 5 [Sonnen-]Monaten und 10 Tagen. Wie hoch ist der Betrag?

$\Rightarrow 5Mon + 10T = 160T; \frac{160 \cdot 13}{365} = \frac{2\,080}{365} = 5\frac{255}{365} = 5\frac{51}{73}$

$\widehat{=} 5din + \frac{51}{73}din = 5din + \frac{51 \cdot 72}{73}ha.$

Auch wenn wir es in *aruzzāt, ʿušrān* oder beliebig andere Brüche (*kusūr*) umrechnen wollen, [verfahren wir so].

[29] Was aber das anbelangt, was nur durch Zahlen bestimmt ist, so werden dabei die Größen [Maßeinheiten], die wir erwähnt haben, nicht verwendet: wie etwa die Palmsteuer, die auf die Anzahl [der Palmen] erhoben wird, die Futter[einheiten], deren Begleichung auf der Grundlage der Anzahl der Tiere erfolgt, und die Dinge, die stückweise verkauft werden. Die Methode dabei ist die, daß die vorgegebene Anzahl [der Dinge] mit dem Wert der Einheit multipliziert wird. Das, was herauskommt, ist das Gesuchte. Wenn die vorgegebene [Anzahl] zum [Gesamt]wert in Bezug gesetzt [und der Einheitspreis gesucht] ist, wird der [Gesamtwert] durch den Einheitspreis dividiert, so wie wir es oben beschrieben haben, und herauskommt das Gesuchte.

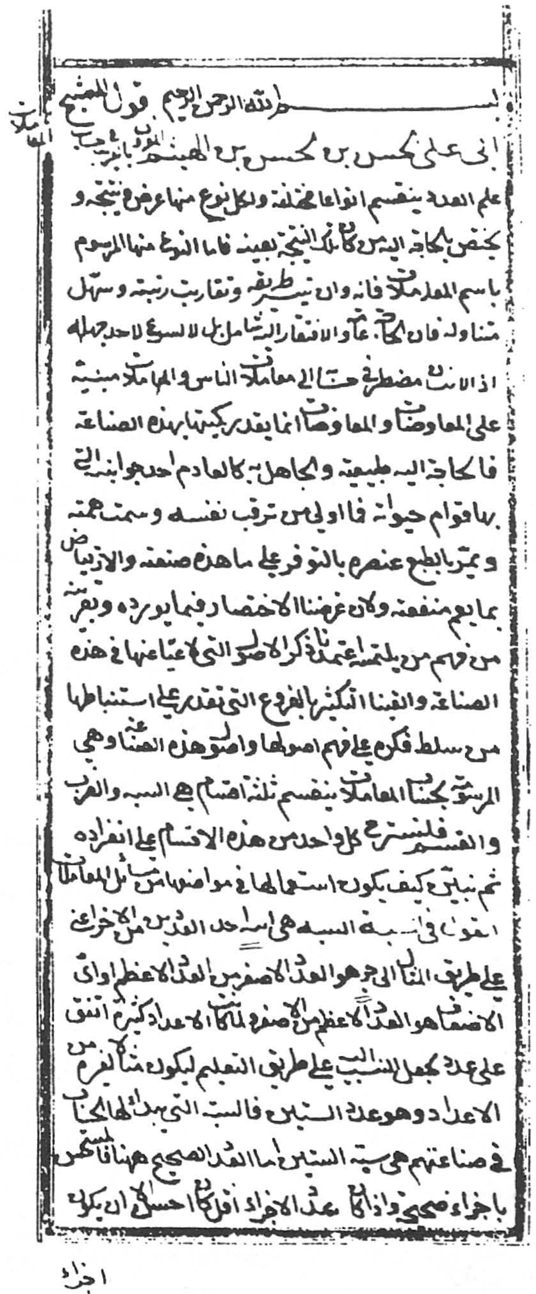
[30] Das, was wir erwähnt haben, sind Beispiele zu dem, was durch das Geschäftsrechnen bearbeitet und dabei angewendet wird. Wir werden nicht über die Grundlagen, die wir vorausgeschickt haben, und die Beispiele, die wir erwähnt haben, hinausgehen. Wenn der Betrachter dieses Buches seinen Inhalt versteht, so beherrscht er die Rechenkunst (*ṣinā'at al-ḥisāb*). Mit der Unterstützung Gottes ist das Buch über das Geschäftsrechnen beendet. Und mit Sehnsucht nach der Gnade der Wahrheit, daß den Menschen im Schatten Seines Blickes hier auf Erden ein langes Leben vergönnt sei. Er ist der Beherrscher hienieden ein Leben lang, erhört die Gebete und erfüllt die Bedürfnisse.

بسم الله الرحمن الرحيم

قول الشيخ ابي علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف [illegible] في حساب المعاملات

علم العدد وتقسيم انواعه مختلفة ولكل نوع منها غرض وتتبعه وتخص بالحاجة
اليه من كان بتلك الشيئ لعينه. اما النوع منها المرسوم باسم المعاملات
فانه وان تيسر طريقه وتقارب ... وسهل مساواته فان الحاجة عامة لا تقف
اليه سائل بل لا تسوغ لاحد جهله او لا انسان يستغني عن حسبانه في معاملة
الناس والمعاملات مبنية على المعاوضات والمعاوضات انما تقدر بكميتها
بهذه الصناعة فالحاجة اليه طبيعية والحال بها تعادل احد حواسه
التي بها قوام حيوته فما اولى من ترفت نفسه وسمت همته وتمر بالطبع عنصره
بالنوع على ما هذه صفته والان لما [illegible] والان عرضنا الاقتصار
فيما نورده ونقربه من فهم من يلتمسه اعتمدنا ذكر الاصول التي لا غنا عنها ثم
هذه الصناعة والقسمة التي تكثر بالفروع التي تقدر على استنباطها من ضبط
فكره على فهم اصولها واصول هذه الصناعة وهي المرسومة بحساب
المعاملات منقسمة بثلاثة اقسام هي النسبة والضرب والقسمة فلنشرح كل
واحد من هذه الاقسام على الانفراد ثم نبين كيف يكون استعمالها في
مواضعها من مسائل المعاملات. القول في النسبة. النسبة هي ابانة
احد العددين من الآخر اعني على طريق المثال اي جزء هو العدد الاصغر
من العدد الاعظم او اي الاضعاف هو العدد الاعظم من الاصغر
ولما كانت الاعداد كثيرة اتفق على تحصيل النسب التي على طريق التعليم
ان تكون مثالا لغيره من الاعداد وهو عدد الستين فالنسبة التي يبدا بها
الحساب في صناعتهم هي نسبة الستين لان العدد الصحيح منها فالمستحيل ان النسب

MS A (Berlin, Or. oct. 2970/17, fol. 178a-186b), erste Textseite.



بسم الله الرحمن الرحيم. قول الشيخ
ابي علي الحسن بن الحسن بن الهيثم المعروف بابن
علم الحساب ينقسم انواعا مختلفة ولكل نوع منها غرض ينتجه و
يختص بالحاجة اليه من كان تلك النتيجة بعينه فاما النوع منها الموسوم
باسم المعاملات فانه وان يسر طريقه وتقاربت رتبته وسهل
متناوله فان الحاجة عامة والافتقار اليه شامل بل لا يسع لاحد جهله
اذ الانسان مضطر في حياته الى معاملة الناس والمعاملات مبنية
على المعاوضات والمعاوضات انما يقدر تركيبها بهذه الصناعة
فالحاجة اليه طبيعية والجاهل به كالعادم احد جوانبه التي
بها قوام حياته فاولى من ترقت نفسه وسمت همته
وتميز بالطبع عنصره بالتوفر على ما هذه صفته والازدياد
مما يعم منفعته ولان غرضنا الاختصار فيما نورده ونقربه
من فهم من يلتمسه اعتمدنا ذكر الاصول التي لا غنى عنها في هذه
الصناعة والغينا التكثير بالفروع التي يقدر على استنباطها
من تسلط فكره على فهم اصولها واصول هذه الصناعة وهي
المرسومة بحساب المعاملات ينقسم ثلثة اقسام هي النسبة والضرب
والقسمة فلنشرح كل واحد من هذه الاقسام على انفراده
ثم نبين كيف يكون استعمالها في مواضعها من مسائل المعاملات
اقول ان النسبة هي اسناد العدد من الاعداد
على طريق المثال الى جزء هو العدد الاصغر من العدد الاعظم او اي
الاضعاف هو العدد الاعظم من الاصغر ولما كانت الاعداد كثيرة اتفق
على عدد يحمل النسبة اليه على طريق التعليم ليكون مثالا لغيره من
الاعداد وهو عدد الستين فالنسبة التي يستعملها الحساب
في صناعتهم هي نسبة الستين اما العدد الصحيح ههنا فالمسمى
باجزاء صحيحة واذا كان عدد الاجزاء اقل كان احسن الا ان يكون

اجزاء

MS B (Atıf 1714/13, fol. 116a-125a), erste Textseite.

III. Edition

[ب١١٦/١٧٨أ] قول للشيخ ابى على الحسن بن الحسن الهيثم المعروف بالغريب فى حساب المعاملات

(١) علم العدد ينقسم انواعا مختلفة ولكل نوع منها غرض ونتيجة . ويختص بالحاجة اليه من كان تلك النتيجة تعينه . فاما النوع منها المرسوم باسم المعاملات فانه وان تيسر طريقه وتقاربت رتبته وسهل متناوله فان الحاجة عامة والافتقار اليه شامل بل لا يسوغ لاحد جهله اذ الانسان مضطر فى حسبانه [1] الى معاملات الناس . والمعاملات مبنية على المعاوضات والمعاوضات انما يقدر كميتها بهذه الصناعة . فالحاجة اليه طبيعية والجاهل به كالعادم احد حواسه [2] التى بها قوام حيوته [3] . فما أولى من شرفت [4] نفسه وسمت همته وتميز بالطبع عنصره بالتوفر على ما هذه صفته والارتياض بما يعم منفعته . ولان غرضنا الاختصار فيما نورده وتقريبه من فهم من يلتمسه اعتمدنا ذكر الاصول التى لا غناء [5] عنها فى هذه الصناعة . والقينا التكثير بالفروع التى يقدر [6] على استنباطها من سلط فكره على فهم اصولها

[1] B 116b/7: حسابه .

[2] B116b/9: جوانبه .

[3] ibid.: حيواته . B auch weiterhin mit *plene*-Schreibweise.

[4] B 116b/10: ترقب .

[5] B 116b/13: عيي .

[6] B 116b/14: تقدر .

[7] B 116b/16: ينقسم .

واصول هذه الصناعة وهى المرسومة بحساب المعاملات تنقسم [7] ثلاثة اقسام : هى النسبة والضرب والقسمة [8] . فلنشترح [9] كل واحد من هذه الاقسام على انفراده ثم نبين كيف يكون استعمالها فى مواضعها [10] من مسائل المعاملات .

(٢) القول فى النسبة : النسبة هى نسبة [11] احد العددين من الآخر اعنى على طريق المثال الى جزء هو العدد الاصغر من العدد الاعظم أو الى [12] الاضعاف هو العدد الاعظم من الاصغر . ولما كانت الاعداد كثيرة اتفق على عدد تجعل النسيب اليه على طريق التعليم ليكون مثالا لغيره من الاعداد وهو عدد الستين . فالنسبة التى يتداولها الحساب فى صناعتهم هى نسبة الستين . اما العدد الصحيح منها فالمستحسن [ان ينسب] [13] [ب١٧٨] باجزاء صحيحة واذا كان عدد الاجزاء اقل كان احسن الا ان يكون اجزاء [١١٧ا] مخرجها مخرج جزء [14] واحد كثلثة اخماس [احسن من النصف والعشر] واربعة اتساع [15] احسن من الثلث والتسع .

(٣) والاجزاء والكسور احسن من الكسور وحدها . ومثاله : عدد

[8] B 116b/17: قسم .

[9] B 116b/17: فنشترح .

[10] A: مواضها .

[11] Die Lesung ist nicht eindeutig. Auch B 116b/19 ist undeutlich.

[12] B 116b/20: اى .

[13] Fehlt in B 116b/u.

[14] In A: جز . Hamza ist im folgenden nur in den *af'āl*-Formen gesetzt; gelegentlich erscheinen die Träger و und ا .

[15] In B 117a/2 ausgelassen: احسن من النصف والعشر . Am Rande von A ist in gleichem Duktus der Satz erläutert und vervollständigt: وما جرى مجراها فان ثلاثة اخماس احسن من النصف والعشر واربعة اتساع .

السبعة . يمكن ان ينسب بنصف سدس وخمس سدس ويمكن ان ينسب بعشر وسدس عشر . والثانى احسن لان فيه [16] جزءا [17] صحيحا .

(٤) والكسر الاعظم احسن من الكسر [18] الاصغر . ومثاله : الواحد . يمكن ان ينسب بعشر سدس وسدس عشر . والثانى احسن لان السدس اعظم من العشر . وكذلك الاثنان [19] يمكن ان ينسب بخمس سدس وبثلث عشر . والثانى احسن لان الثلث اعظم من الخمس . وهكذا جميع الكسور يتجرى فيها المراتب الذى ذكرناها .

(٥) واما الكسور فانها كلها يرد الى اربعة اجزاء وهى السبع والثمن والتسع والعشر . ونسبتها هو [20] ان يبسط [21] الاجزاء [22] من جنس احد هذه الاربعة ثم ينسب كما ينسب العدد الصحيح . فتكون [23] تلك هى نسبته الى ذلك الجزء . ومثاله : واحد وخمسة اسباع . يبسط [24] اسباعا فتكون اثنى عشر فينسب نسبة الصحيح فيكون خمسا وهو خمس وسبع .

(٦) وكذلك نسب جميع الكسور . اما الانصاف والارباع فانها تنسب الى الثمن والعشر الى انها كان احسن اعتمد عليه . مثاله :

[16] B 117a/6: منه .

[17] In A und B steht im indet. Akk. immer جزا .

[18] A und B 117a/6: كسر .

[19] A und B 117a/8: الاثنين .

[20] So in A und B 117b/13.

[21] B 117a/12: ينبسط .

[22] A und B 117b/13: اجزاء .

[23] B 117b/14: فيكون .

[24] Idem.

واحد ونصف . هو خمس ثمن وهو ربع عشر والثانى أولى لان الربع
اعظم من الخمس .

وكذلك اثنان ونصف هو ربع عشر وسدس عشر وهو ثلث ثمن
والثانى أولى لانه جزء واحد والاوّل جزآن . وكذلك باقى الانصاف
الى ان يجاوز [25] الثمن . فاذا جاوز الثمن اخرج منه الثمن وانسب [26]
الباقى الا ان يكون الباقى لا ينسب بجزء واحد .

ومثاله : اربعة عشر ونصف . اذا اخرج منه الثمن كان [27] الباقى
سبعة وهو ينسب فى دفعتين فحينئذ يرجع الى الاوّل فيخرج منه جزء
من اجزاء الثمن أو العشر يكون ما يبقى بعده جزءا صحيحا فيخرج
[ب١١٧] منه اثنان [١٧٩ا] ونصف وهو ثلث ثمن ويبقى اثنا
عشر وهو خمس . وكذلك ما جرى هذا المجرى . وما لم يمكن فيه
الاوّل ولا الثانى مثل خمسة عشر ونصف فانه ان اخرج منه الثمن
يبقى ثمنية وان اخرج منه جزء من اجزاء الثمن أو العشر كان الباقى
ايضا كسرين نظرنا انهما أولى فى قانون النسبة . فنجد الاوّل ثمنا
وعشرا وثلث عشر . والثانى خمسا وثلث عشر وربع عشر . فالاوّل
أولى لان فيه جزئن [28] صحيحين . وكذلك الارباع . مثاله : واحد
وربع . يجعل اثمانا فيكون عشرة ويجعل اعشارا فيكون اثنى عشر
والاوّل أولى لانه جزء واحد . فان كان واحد وثلثة ارباع جعل اثمانا
فيكون اربعة عشر وجعل اعشارا فيكون سبعة عشر ونصفا . والثانى
أولى وهو سدس عشر وثمن عشر لانه جزان صحيحان والاوّل فيه

[25] B 117a/22: يتجاوز .

[26] A und B 117a/22: نسب oder تنسب .

[27] A: كان كان .

[28] Hamza wird auch im weiteren nicht gesetzt.

كسر . واذا تجاوز الثمن عمل فيه على القوانين التى تقدمت .

(٧) واما الاثلاث والاسداس والاتساع فانها ينسب الى التسع . مثاله : واحد وثلث . يجعل [29] اتساعا فيكون اثنى عشر فينسب نسبة الصحيح فيكون خمسا فهو خمس تسع . فان كان واحدا وسدسا جعلناه [30] اتساعا فيكون عشرا [31] ونصفا فينسب فيكون ثمنا ونصف عشر فهو ثمن تسع ونصف عشر تسع . فهكذا ينسب الاثلاث والاسداس والاتساع الى ان يجاوز [32] التسع فاذا جاوز التسع ينسب على القانون الذى ذكرنا فى باب الانصاف .

مثاله : سبعة وثلث . يخرج منها تسع فيبقى ثلثان وهو ستة اتساع فهو عشر تسع . فان كان سبعة وتسع اخرج منها التسع يبقى اربعة اتساع فيجرى [33] كسر كسر فيخرج منها جزء من اجزاء التسع وهو واحد وتسع سدس تسع . فيبقى ستة وهو عشر فتكون [34] هذه النسبة أولى . فان كان [35] سبعة وتسعان لم يمكن [36] فيه الاوّل ولا الثانى فينظر اى النسبتين أُولى : اما الاوّل فيكون تسعا ونصف سدس تسع واما الثانى فيكون نصف سدس وثلث تسع . فنجد [١١٨ا] الثانى أولى لان الاوّل [ب١٧٩] فيه كسر كسر . فكذلك

[29] B 117b/13: نجأل .
[30] B 117b/15: حملناه .
[31] In A und B 117b/15: عشر .
[32] B 117b/17: يتجاوز .
[33] B 117b/21: فيجى .
[34] B 117b/23: فيكون .
[35] Fehlt in B.
[36] B 117b/23: لم يكن .
[37] B 118a/1: كثير فلذلك .
[38] B 118a/1: جمع .

[37] جميع [38] الاثلاث والاسداس والاتساع . وكذلك الاخماس ايضا ينسب [39] الى العشر . مثاله : واحد وخمس . يجعل اعشارا فيكون اثنى عشر فهو خمس عشر ويجرى الباقى على مثل ما تقدم . فهكذا نسبة جميع الكسور .

(٨) فاما كسور الكسور فانها تبسط [40] وينسب الى الجزء السمى للكسر . مثاله : اربعة اتساع وسدس تسع . يبسط [41] اسداس اتساع فيكون خمسة وعشرين فينسب نسبة الصحيح فيكون ربعا وسدسا فهو ربع سدس تسع وسدس سدس تسع . وكذلك واحد وسبع [42] وسبع سبع [43] [يجعل اسباع اسباع فيكون سبعة وخمسين فيكون نصف سبع سبع] [44] وربع سبع سبع وخمس سبع سبع . وكذلك جميع كسور الكسور . واذا زاد [45] على الجزء السمى اجرى فى النسبة على القوانين المتقدمة .

(٩) فاما الكسور المختلفة فانها تجعل [46] من جنس واحد لم يكسر [47] . ومثاله : اربعة اسباع وخمسة اتساع . فيجعل الاسباع اتساعا فيكون خمسة اتساع وسبع تسع فيجمع فيكون واحدا وتسع وسبع

[39] B 118a/2: تثبت .
[40] B 118a/4: ينبسط .
[41] Idem.
[42] B 118a/8: تسع .
[43] Idem.
[44] Zeilensprung in B 118a/8: وربع ... وسبع سبع . In A steht ' وربع ' genau unter ' وسبع سبع '.
[45] A: راد .
[46] B 118a/11: يجعل .
[47] B 118a/11: ثم يكسب .
[48] B 118a/13: تسع .
[49] Fehlt in B.

[48] تسع فينسب [49] على ما تقدم . وكذلك جميع ما جاء من الكسور المختلفة . وان كثرت يجعل كلها من جنس واحد . فاما طريق نقلها من جنس الى جنس فسنبينه فى موضعه .

(١٠) فهذا الذى ذكرناه يحيط بجميع النسب صحاحها وكسورها . والنسبة من الستين [50] هى اصل لجميع النسب فمتى احتيج الى نسبة عدد الى عدد ضرب العدد المنسوب فى ستين وقسم ما خرج من الضرب على العدد المنسوب اليه فما خرج من القسمة نسب من الستين فما حصل من النسبة فهى نسبة ذلك العدد المنسوب الى العدد المنسوب اليه .

(١١) القول فى الضرب : الضرب هو تضعيف العدد المضروب بعدد ما فى المضروب فيه من الآحاد . والضرب كله يرجع الى ضرب الآحاد فى الآحاد . واما الآحاد فتضرب [51] على هيئتها . واما العقود فيجعل كل عقد واحدا ثم يضرب [52] فان كان المضروب فيه احادا كان ما يخرج [ا١٨٠ ، ب١١٨] من الضرب من جنس العقود المضروبة كل واحد منها عقد من تلك العقود .

مثاله : خمسون فى ثلثة . فالخمسون خمسة عقود فيضرب خمسة فى ثلثة فيكون خمسة عشر . وكل واحد منها عشرة فهى مائة وخمسون وكذلك اربع مائة فى ثلثة تضرب اربعة فى ثلثة فيكون اثنى عشر وكل واحد منها [مائة] [53] فهو الف ومائتان . وكذلك جميع العقود .

[50] B 118a/17: النسبتين.
[51] B 118a/14: فتضرب.
[52] B 118a/15: نضرب.
[53] Fehlt in A und B.
[54] Fehlt in A und B.

ا) فان كان المضروب فيه ايضا عقودا جعل الجميع [احادا] [54]
وضرب بعضه فى بعض فيكون ما يخرج من ضرب كل واحد منه
هو العقد الذى يكون من ضرب احد عقود المضروب فى احد
عقود المضروب فيه . مثاله : خمسون فى سبعين . يضرب خمسة فى
سبعة فيكون خمسة وثلثين . فكل واحد منها مائة لان العشرة فى
العشرة مائة فهى ثلثة الف وخمس مائة . وكذلك ثلثون فى ستمائة
يضرب ثلثة فى ستة فيكون ثمانية عشر وكل واحد منها الف لان
عشرة فى مائة الف فهو ثمانية عشر الفا . فهكذا ضرب جميع العقود
وكل عدد يضرب فى عدد . فان الذى يخرج هو العقد الذى رتبته
الرتبة التى تجتمع [55] من جمع رتبتى العددين بنقصان رتبة واحدة .
مثاله : مائة فى مائة . والمائة هى فى الرتبة الثالثة من العقود وكذلك
المائة الاخرى هى فى الرتبة [56] الثالثة فاذا اجتمعت الثلاثة مع الثلاثة
كانت ستة . فاذا نقص منها واحد [57] كان الباقى خمسة . فيجب ان
يكون الذى يخرج من ضرب المائة فى المائة هو العقد الخامس من
العقود وهو عشرة الاف . وكذلك مائة فى الف المائة فى الرتبة الثالثة
والالف فى الرتبة الرابعة . واذا اجتمعت الثلثة مع الاربعة كانت
سبعة . فاذا نقص منها واحد [58] كان الباقى ستة . فيجب ان يكون
الذى يخرج من ضرب المائة فى الالف هو العقد السادس وهو مائة
الف . فهكذا حال كل عقد يضرب فى عقد .

ب) وان كانت عقود مختلفة فى عقود مختلفة أو عقود وآحاد فى
عقود وآحاد يضرب كل نوع منها على انفراده . [ب١٨٠] [59]

[55] B 118b/14: يجتمع .
[56] A: فى المرتبة .
[57] A und B 118b/18: واحدا .
[58] A und B 118b/22: واحدا .
[59] Foliowechsel B 118b-119a.

ومثاله : الفان وثلثمائة فى ثلثة الف واربع مائة . يضرب الالوف فى الالوف فيضرب اثنين فى ثلثة فيكون ستة . وكل واحد منها الف الف فهى ستة الف الف . ثم يضرب الفين فى اربع مائة فيضرب اثنين فى اربعة فيكون ثمانية وكل [60] واحد منها مائة الف لان المائة فى الف مائة الف [61] فهى ثمان مائة الف . ثم يضرب ثلثمائة فى ثلثة الف فيضرب ثلثة فى ثلثة فيكون تسعة فهى تسع مائة الف [62] . ثم يضرب ثلثمائة فى اربعمائة فيضرب ثلثة فى اربعة فيكون اثنى عشر وكل واحد منه عشرة الف لان مائة فى مائة عشرة الف فهى مائة وعشرون الفا ويجمع الجميع فيكون سبعة الف الف وثمن مائة وعشرين الفا .

(١٢) وكل عدد يضرب فى عدد فانه يضرب مرات بعدد ما يجتمع من ضرب عدد مراتب احدهما فى عدد مراتب الآخر . مثاله : انه ان ضرب ثلث مراتب فى اربع مراتب فانما يضرب اثنى عشر مرة وهو عدد ضرب الثلثة فى الاربعة أو ضرب مرتبتين فى ثلث مراتب فهو يضرب ست [63] مرات [64] وهو عدد ضرب الاثنين فى الثلثة . وكذلك جميع المراتب . هذا هو الاصل .

(١٣) وللضرب ايضا طريق آخر مختصر . وهو ان يضرب احد العددين فى عدد ما فى الآخر من العشرات ويؤخذ لكل [65] واحد

[60] B 119a/4: فكل.

[61] B 119a/5: مائة.

[62] Fehlt in B 119a/6.

[63] A und B 119a/13: ستة.

[64] B 119a/13: مراتب.

[65] A: ويوخذ اكل.

[66] Abkürzung für: المطلوب.

عشرة وهو المط [66] . هذا اذا لم يكن معهما آحاد أو كان معهما احاد [67] . مثاله : مائة وعشرون فى اربعين . نضرب [68] مائة وعشرين فى اربعة فيكون اربع مائة وثمانين . فنأخذ لكل واحد عشرة فيكون اربعة الف وثمان مائة وهو المبلغ . وكذلك اذا كان مع احدهما آحاد . مثاله : ثلثون فى اربعة وسبعين . نضرب [69] اربعة وسبعين فى ثلثة فيكون مائتين اثنين وعشرين فنأخذ لكل واحد عشرة فيكون الفين ومائتين وعشرين وهو المبلغ . فان كان مع الجميع آحاد ضربت احد العددين فى عدد عشرات الآخر وحفظته . ثمّ ضربت الآحاد التى مع العدد الآخر فى عدد عشرات العدد الاوّل واضفته الى ما كنت حفظت . ثم تأخذ لكل واحد عشرة . ثم تضرب الآحاد بعضها فى بعض وتضيفها [70] الى ما اجتمع وهو المبلغ . مثاله : [١٨١ا] خمسة وثلثون [71] فى اربعة وعشرين . يضرب خمسة وثلثين فى اثنين وهى عدد عشرات الاربعة وعشرين فيكون سبعين . ثم تضرب اربعة فى ثلثة وهى عدد عشرات الخمسة والثلثين فيكون اثنى عشر فنضيفها الى السبعين فيكون اثنين وثمانين فهو ثمان مائة وعشرون [72] ويضرب اربعة فى خمسة فيكون عشرين فنضيفها اليه فيكون ثمان مائة واربعين وهو المبلغ . وكذلك ان كان مائة اربعة وخمسين فى ستة واربعين يضرب مائة اربعة وخمسين فى اربعة فيكون ستمائة وستة عشر . ثم نضرب ستة فى خمسة عشر وهى عدد عشرات المائة

[67] Präziser wäre, wie unten: مع احدهما .

[68] B 119a/18: يضرب .

[69] B 119/21: يضرب .

[70] In A und B 119b/1 einfach punktiert: نضيفها .

[71] In A und B 119b/2: ثلثين .

[72] In A und B 119b/6: وعشرين .

وخمسين فيكون تسعين فنضيفها الى ستمائة وستة عشر فيكون سبع مائة وستة فهى سبعة الف وستين ويضرب اربعة فى ستة فيكون اربعة وعشرين فنضيفها اليها فتصير سبعة الف واربعة وثمانين . وكذلك ان كان ثلثة عشر فى خمسة عشر لم تحتج [73] الى ضرب لانّ فى كل واحد من العددين عشرة واحدة . فنضيف الخمسة الى الثلثة عشر فيكون ثمنية عشر فهو مائة وثمانون ويضرب خمسة فى ثلثة فيكون خمسة عشر فتضيفه اليه فيكون مائة خمسة وتسعين . فان كانت العشرات متساوية اضيفت [74] الآحاد التى فى احدهما الى الآخر وضربت ما اجتمع فى عدد العشرات . مثاله : اربعة وثلثون فى خمسة وثلثين . نضيف الخمسة الى الاربعة والثلثين فتصير تسعة وثلثين فنضربه فى عدد العشرات وهو ثلثة فيكون مائة وسبعة عشر فهو الف ومائة وسبعون ونضرب [75] اربعة فى خمسة فيكون عشرين فنضيفها اليه فيكون الف ومائة وتسعين . فهكذا ضرب الصحاح .

(١٤) فاما ضرب الكسور فانها ان ضربت فى الصحاح فطريقه ان نقسم العدد الصحيح على العدد السمى للكسر ان كان جزءا واحدا وان كانت اجزاء من جنس واحد فضرب [١٢٠ا] العدد فى عدد تلك الاجزاء . ثم قسم ذلك على العدد السمى لتلك الاجزاء أو قسم اوّلا على العدد السمى . ثم ضرب ما خرج فى عدد تلك الاجزاء . ومثاله : سبع فى خمسة عشر . يقسم الخمسة عشر على سبعة فيكون اثنين وسبع وهو المط [76] . فان كانت خمسة اسباع فى خمسة عشر

[73] A: لم تحتاج . B 119b/14: ثم تحتاج الى ضرب .
[74] So in A und B 119b/18.
[75] B 119b/22: ويضرب .
[76] S.o. (١٣) .

يضرب الخمسة [ب١٨١] عشر فى خمسة فيكون خمسة وسبعين فيقسم ذلك على سبعة فيكون عشرة وخمسة اسباع وهو المط . فان كانت اجزاء مختلفة جعلت من جنس واحد ثم ضربت أو ضرب كل واحد منها على انفراده ثم جمع .

(١٥) فاما ضرب الكسور فى الكسور فطريقه ان يضرب العدد السمى للكسر فى العدد السمى للكسر الآخر [77] ثم يضرب عدد الاجزاء بعضها فى بعض فما خرج فهو اجزاء من ذلك العدد . مثاله : ثلثة ارباع فى خمسة اسباع . يضرب اربعة فى سبعة فيكون ثمنية وعشرين . ثم يضرب ثلثة فى خمسة فيكون خمسة عشر فهو خمسة عشر جزءا من ثمانية وعشرين جزءا . فان كانت اجزاء مختلفة فى اجزاء مختلفة جعل كل واحد منها من جنس واحد . ثم ضربت على الوجه الذى ذكرناه . وهكذا ضرب جميع الكسور .

(١٦) وللضرب ميزان [78] يعرف به صحته . وهو ان توجد [79] لكل عقد من العقود واحدا ويضاف الى الآحاد ويفعل مثل ذلك بالعدد الآخر . ثم يضرب احدهما فى الآخر ويفعل به مثل الفعل الاوّل ويحفظ . فاذا فرغ من الضرب فعل بما يخرج مثل ذلك . فان كان وافق العدد الاوّل المحفوظ فهو صحيح . وان لم يوافق فليس بصحيح . مثاله : خمسة وعشرون فى ثلثة وثلثين . يجمع احدهما فيكون سبعة ويجمع الآخر فيكون ستة فتضرب احدهما فى الآخر فيكون اثنين

[77] Fehlt in B 120a/16.

[78] In A unleserlich: ازان ميزان ؟ و ; vom Kopisten mit Korrekturzeichen versehen. Die Ausführung am Rand fehlt jedoch.

[79] B 120a/17: يوجد .

واربعين فيجمع فيكون ستة فيحفظ . ثم اضرب خمسة وعشرين فى ثلثة وثلثين يكون [ب١٢٠] ثمان مائة خمسة وعشرين فتجمعه [80] فيكون ستة فهو موافق للاوّل . وكذلك جميع الاعداد .

(١٧) القول فى القسمة : القسمة هى تجزئة العدد المقسوم اجزاء متساوية بعدد ما فى المقسوم عليه من الآحاد . والقسم [81] هو ما نصيب الواحد منها وطريق القسمة هو ان يضعّف العدد المقسوم عليه ويؤخذ لكل جزئه واحدا الى ان يفنى العدد المقسوم فما خرج فهو القسم . مثاله : خمسون مقسوم على خمسة . فيضعّف الخمسة الى ان يفنى الخمسين ويعد المرات فيكون عشرة فهى القسم . فان لم يفن العدد كله وبقى مقدار اقل من المقسوم عليه فان الباقى [١٨٢ا] اجزاء من العدد المقسوم عليه . مثاله : ستون مقسومة على سبعة . يضعّف السبعة الى ان يبلغ ستة وخمسين ونأخذ لكل مرة واحدا [82] فيكون ثمانية ويبقى اربعة فهى اربعة اسباع فيكون القسم ثمنية واربعة اسباع . فان كان المقسوم اصغر من المقسوم عليه [83] فالقسم هو تلك الاجزاء من ذلك العدد . مثاله : خمسة مقسومة على سبعة . فالقسم هو خمسة اسباع واعتبار القسمة هو ان يضرب القسم فى المقسوم عليه فان خرج المقسوم فالقسمة صحيحة . واختصار هذا الاعتبار هو ان يجمع المقسوم على الوجه الذى [84] ذكرناه فى ميزان الضرب . فاذا قسم العدد جمع المقسوم عليه مفردا وجمع القسم

[80] B 120b/1: فيجمعه.

[81] B 120b/4: انقسم.

[82] In A und B 120b/11: واحد.

[83] Fehlt in B 120b/13.

[84] Fehlt in B 120b/17.

مفردا وضرب احدهما فى الآخر وجمع فان وافق الاوّل المحفوظ فالقسمة صحيحة .

(١٨) واما قسمة الكسور فالمطلوب هو ما نصيب [85] الواحد وطريقه هو ان يضرب كل واحد من المقسوم والمقسوم عليه فى العدد السمى للكسر . ثم يقسم ما خرج من الضرب كما يقسم الصحيح فما خرج هو القسم . مثاله : عشرون مقسومة على ثلثة اخماس . يضرب العشرين فى خمسة فيكون مائة ويضرب ثلثة اخماس فى خمسة فيكون ثلثة فيقسم مائة على ثلثة فيكون ثلثة وثلثين وثلث [١٢١ا] فهو القسم . وكذلك ان كانت عشرين مقسومة على واحد وخمس ضربت العشرين فى خمسة فيكون مائة وتضرب [86] واحدا وخمسا فى خمسة فيكون ستة فيقسم مائة على ستة فيكون ستة عشر وثلثين [87] فهو القسم . وكذلك ان كانت اربعة اخماس مقسومة على عشرة يضرب الاربعة الاخماس فى خمسة يكون اربعة ويضرب العشرة فى خمسة فيكون خمسين فيقسم اربعة على خمسين فيكون جزين من خمسة وعشرين فهو القسم . وكذلك ان كانت ثلثة اخماس مقسّمة [88] على اربعة اخماس يقسم ثلثة على اربعة فيكون ثلثة ارباع [89] فهو القسم . فهكذا قسمة الكسور كلها اذا كانت من جنس واحد . فان كانت كسورا مختلفة جعلت من جنس

[85] B 120b/20: يصيب .

[86] B 121a/2: ويضرب .

[87] B 121a/4: مائتين .

[88] In A mit *tašdīd*, also in der ungewöhnlichen Stammform II. B 121a/8: منقسمة .

[89] Fehlt in B 121a/9.

واحد ثم قسمت . مثاله : ثلثة ارباع مقسومة على اربعة اسباع . نجعلها جميعا من جنس واحد فيكون الثلثة ارباع احدا [90] وعشرين [ب١٨٢] جزءا من ثمنية وعشرين جزءا فيقسم هذه الاجزاء على مثل ما تقدم وهو ان تقسم [91] واحدا وعشرين على ستة عشر فيكون واحدا وخمسة اجزاء من ستة عشر فهو القسم . وكذلك ان كان واحد [92] وخمس مقسوما على اثنين وربع تجعل [93] الكسرين جميعا من جنس واحد فيكون واحدا [94] واربعة اجزاء من [95] عشرين مقسوما على اثنين وخمسة اجزاء من عشرين فتضرب كل واحد منهما فى عشرين فيكون اربعة وعشرين مقسومة على خمسة واربعين فيخرج ثمنية [96] اجزاء من خمسة عشر فهو القسم .

(١٩) القول فى جمع الكسور : جمع الكسور يكون على وجهين اما ان يجعل احد الكسرين من جنس الآخر واما ان يجعل الجميع من جنس آخر ويصير احد الكسرين من جنس اخر . هو ان يضرب عدد الاحد [97] فى العدد المسمى للاجزاء الاخر ثم يقسم على العدد المسمى [98] للاجزاء الاول . مثاله : خمسة اسباع واربعة اتساع . ان

[90] A: احد . B 121a/12: اجد .

[91] B 121a/13: يقسم .

[92] B 121a/15: واحدا .

[93] B 121a/16: يجعل .

[94] A: واحد .

[95] In A und B 121a/18: و .

[96] In A und B 121a/20: خمسة .

[97] B 121a/24: الآخر , A läßt beide Lesungen zu.

[98] B 121a/u: السمى .

[ب١٢١] اردنا ان نجعل الاسباع اتساعا ضربنا عدد الاجزاء وهى خمسة فى تسعة فيكون خمسة واربعين فنقسمها [99] على سبعة فيكون ستة وثلثة اسباع فهى ستة اتساع [100] وثلثة [101] اسباع تسع فنضيفها الى الاربعة الاتساع [102] فيصير واحدا وتسعا وثلثة اسباع تسع . فان اردنا ان نجعل الاتساع اسباعا ضربنا الاربعة فى سبعة فيكون ثمانية وعشرين فنقسمها على تسعة فيكون ثلثة وتسع فهو ثلثة اسباع وتسع سبع فنضيفه الى الخمسة الاسباع فتصير واحدا وسبعا وتسع سبع .

(٢٠) فاما تصيير الكسور من جنس اخر هو ان يطلب اقل عدد تلك الاجزاء ويجمع تلك الاجزاء منه . وطريقه ان ننظر الى العدد من المسميين للكسرين فان احدهما يعد الآخر فالمعدود هو اقل عدد له ذينك الجزين [103] .

ومثاله : الخمس والعشر . تجد الخمسة يعد العشرة فاقل عدد له الخمس والعشر هو العشرة . وان لم يكن احدهما يعد الآخر وانه ينقص من اعظم العددين امثال العدد الاصغر الى ان يبقى [١٨٣ا] اقل منه ثم ينقص من [104] العدد الاوّل امثال تلك البقية الى ان يبقى اقل منها ثم ينقص من البقية الأُولى امثال البقية الثانية ويفعل ذلك دائما الى ان يفنى [105] آخر البقايا البقية التى قبلها أو ينتهى الى الواحد فليس يوجد عدد له ذانك الجزآن اقل من العدد

[99] B 121b/2: فتقسمها .
[100] B 121b/3: اسباع .
[101] Fehlt in B 121b/3.
[102] A und B 121b/3: اتساع .
[103] B 121b/12: له وتلك الجزئن .
[104] B 121b/15: ينقص فى .
[105] B 121b/18: يقى .
[106] A: سميين .

الذى يكون من ضرب العددين المسميين [106] للجزين احدهما فى الآخر . مثاله : الخمس والسبع . ينقص من السبعة خمسة [فيبقى اثنان وتنقص من الخمسة اثنين اثنين فيبقى واحد فتضرب السبعة فى الخمسة] [107] فيكون خمسة وثلثين فهو اقل عدد له الخمس والسبع . وان انتهى التنقيص الى بقية تفنى [108] البقية التى قبلها مح [109] ينظر كم مرة يعد البقية الاخيرة احد العددين فنأخذ عدد المرات فنضربه فى العدد الآخر فما خرج فهو اقل عدد له ذلك [110] الجزين . ومثاله : التسع والجزء من خمسة عشر . [١٢٢ا] ينقص من الخمسة عشر تسعة يبقى ستة فتنقص من التسعة ستة فيبقى ثلثة فتنقص من الستة ثلثة فيفنيها [111] فينظر كم مرة يعد الثلثة الخمسة عشر فنجد خمس مرات فيضرب الخمسة فى تسعة فيكون خمسة واربعين فهو اقل عدد له التسع والجزء من خمسة عشر . وكذلك ان كانت الاجزاء اكثر من واحد : ثلثة [112] ارباع وخمسة اتساع . اذا اردنا ان نجعلهما من جنس واحد نجد اقل عدد له الربع والتسع وهو ستة وثلثون فنأخذ ثلثة ارباعها وهو سبعة وعشرون وخمسة اتساعها وهو عشرون ونجمعهما فيكون سبعة واربعين فهو واحد واحد عشر جزءا من ستة وثلثين . فان كانت الكسور اكثر من كسرين جمعت اثنين اثنين الى

[107] Fehlt in B 121b/21. In A stehen die beiden ' خمسة ' genau untereinander.

[108] B 121b/22: يقى .

[109] Vielleicht Abkürzung für مخرج oder مجموع , ähnlich wie oben مط für مطلوب ? In B 121b/23: فيج .

[110] In A und B 121b/u: ذينك .

[111] B 122a/2: فيفيها .

[112] A: واحد من ثلثة .

ان يصير كلها من جنس واحد . فهذا الذى شرحناه هو اصول صناعة الحساب .

(٢١) ومسائل المعاملات كلها يرجع الى اصل واحد وهو اربعة اعداد متناسبة ثلثة منها معروضة وواحد معلوم [113] هو المط المجهول . فالثلثة وهى الثمن والمثمن أو ما يقوم مقامهما [ب١٨٣] ومقدار معروض اما من جنس الثمن أو من جنس المثمن . والمطلوب هو ما نصيب [114] المقدار المعروض من الجنس الآخر .

والطريق فى وجوده ان تضرب المقدار المعروض فى المقدار [115] المخالف له فى الجنس ثم يقسم ما يجتمع على العدد الموافق له فى الجنس فما خرج هو المط . وكل ما يتعامل [116] به فهو اما مكيل أو مذروع أو موزون أو مقدر بالزمان [117] أو مقدر بالعدد فقط .

(٢٢) فاما المكيل فمنه المقاسمات . ومثاله : بيدر [118] مقاسمته الخمس والسدس وكيله مائة كر كم حاصله ؟ فيضرب الخمس والسدس فى المائة وهو ان نأخذ خمس المائة وسدسها وخمس المائة عشرون وسدسها ستة عشر وثلثان والثلثان اربعون قفيزا [119] فيكون الحاصل ستة وثلثين [120] كرا واربعين قفيزا [ب١٢٢] لانا اذا قسمنا هذا

[113] B 122a/14: معلومة . Ein ausgefallenes ' غير ' könnte die sonst ungewöhnliche Gegenüberstellung dreier 'quantifizierter' Größen einer bekannten, aber nicht-quantifizierten Größe auflösen, s. dazu unten den Kommentar.

[114] B 122a/17: يصيب .

[115] B 122a/18: المقداص . In A ist ' المقدار ' am Rand ergänzt.

[116] B 122a/20: يتقابل .

[117] B 122a/21: بازمان .

[118] In B gänzlich unpunktiert.

[119] Fehlt in B.

[120] B 122a/u: ثلث .

الخمس والسدس على الواحد الذى هو اصل الخمس والسدس كان الذى يخرج من القسمة هو الستة والثلثين كرا واربعين قفيزا نفسها [121] . فان كانت مقاسمته [122] الربع والسدس وحاصله عشرة اكرار كم جميعه ؟ فنجعل [123] الكسرين من جنس واحد كما بينا فيما تقدم فيكون خمسة اجزاء من اثنى عشر جزءا فيضرب عشرة اكرار فى اثنى عشر فيكون مائة وعشرين فيقسم على عدد الاجزاء وهى خمسة فيخرج اربعة وعشرون [124] كرا وهو الجميع . وكذلك ان كان مقسما بين ثلثة نفر لاحدهم الثلث والثمن وللآخر الربع والخمس وللثالث الباقى وحاصل الباقى خمسة اكرار كم الجميع ؟ فيجعل الكسور كلها من جنس واحد وهو ان نطلب كما وصفنا فيما تقدم اقل عدد له الثلث والثمن والربع والخمس فنجده مائة وعشرين ويكون الباقى احد عشر فنضرب الخمسة الاكرار فى مائة وعشرين فيكون ستمائة ونقسمها على الاجزاء الباقية وهى احد عشر فيخرج اربعة وخمسين كرا وستة [١٨٤ا] اجزاء من احد عشر جزءا من كر وهو الجميع . فنبسط [125] الكر قفزانا فيكون مائة وعشرين قفيزا فيضرب مائة وعشرين فى عدد الاجزاء وهى ستة فيكون سبعمائة وعشرين فيقسم على احد عشر فيخرج خمسة وستون [126] قفيزا وخمسة اجزاء من احد عشر جزءا من قفيز فنبسط [127] القفيز عشرانا فيكون عشرة فيضرب عشرة

[121] B 122b/3: بعينها .
[122] B 122b/3: مقاسميته .
[123] B 122b/4: يجعل .
[124] In A und B 122b/7: وعشرين .
[125] B 122b/15: فينبسط .
[126] In A und B 122b/14: وستين .
[127] B 122b/19: فينبسط .

فى عدد الاجزاء وهى خمسة فيكون خمسين نقسمها على احد عشر فيكون اربعة عشران وستة اجزاء من احد عشر جزءا من عشر فيكون الجميع اربعة وخمسين كرا وخمسة وستين قفيزا واربعة عشران وستة اجزاء من احد عشر جزءا من عشر [128]. وقد جرت العادة فى المعاملات انه اذا انتهى الحساب الى كسر غير منطق اى [تقريب]؟ [129] وينطق به على التقريب . فيقال فى مثل هذا [١٢٣١] نصف عشر .

(٢٣) ومنه ما هو مثمن أو يجرى المثمن .

مثاله : الكر بخمس مائة درهم . كم ثمن ثلثة اكرار وسبعة عشر قفيزا ؟ فينسب السبعة عشر من مائة وعشرين التى [130] هى عدد قفزان الكر وهو ثمنية ونصف من ستين فهو ثمن وسدس عشر فى خمس مائة فيكون الف وخمس مائة وسبعين درهما وخمسة دوانيق وهو الثمن . وان شئنا ضربنا الصحيح مفردا وضربنا عدد القفزان فى الثمن وقسمنا على مائة وعشرين وهى قفزان الكر فما خرج فهو ما نصيب القفزان فنضيفه الى الاوّل . وكذلك الكر بستمائة وخمسين درهما كم بثلثة آلاف ومائتى درهم ؟ فنقسم ثلثة آلاف ومائتين على ستمائة وخمسين فيخرج اربعة وستمائة جزءا من ستمائة وخمسين جزءا وهو اثنا [131] عشر جزءا من ثلثة عشر جزءا فيكون اربعة اكرار واثنى [132] عشر جزءا من ثلثة عشر جزءا من كر ويخرج الاجزاء الى القفزان

[128] B 122b/23: اعشر أو .

[129] Die Stelle scheint verderbt zu sein; der Kopist zeigt dies in A mit einem Auslassungszeichen 'v' über اى an. B 122b/25: لا كسر غير منطق اى [ ]؟ .

[130] So in A und B 123a/2.

[131] In A und B 123a/9: اثنى .

[132] In A und B 123a/10: اثنا .

والعشران والى الكيالج . وان شئنا فعلنا كما فعلنا فيما تقدم .

(٢٤) [معاملات الخراج] واما المذروع فمنه معاملات الخراج التى تجرى على المساحة [133] .

ومثاله : خراج الجريب خمسة عشر درهما . كم لثلثة اجربة واربعة اقفزة [ب١٨٤] وعشرين ؟ فينسب القفزان العشران من الجريب فيكون خمسين وخمس عشر فنضرب ثلثة وخمسين وخمس عشر فى خمسة عشر فيكون احدا [134] وخمسين و [خمسة عشر جزء من] [135] خمس عشر درهم وهو دانق وثمان اعشرا وهو الخراج . وان شئنا نسبنا العشران من القفزان وضربنا القفزان وكسورها فى الثمن وقسمناها على عشرة وهى عدد قفزان الجريب فما خرج فهو ما نسب القفزان والعشران . وان شئنا جعلناها كلها عشرانا وضربناها فى الثمن وقسمناها على مائة وهى عدد عشران الجريب . وكذلك خراج الجريب ثلثة عشر درهما خمسة وتسعون درهما لكم جريب ؟ فنقسم الخمسة والتسعين على ثلثة عشر فيكون سبعة واربعة اجزاء من ثلثة عشر فنجعل الاجزاء عشرانا وهو ان نضرب الاربعة فى مائة وهى عشران الجريب فيكون اربعمائة فنقسمها على ثلثة عشر [136] فيكون ثلثين وعشرة اجزاء من ثلثة عشر جزءا وهى عشران فهى ثلثة اقفزة وعشرة اجزاء من ثلثة عشر جزءا من عشير [137] فيكون [ب١٢٣] الجميع سبعة اجربة وثلثة اقفزة وعشرة اجزاء من ثلثة عشر جزءا من عشر وان قرب كان نصفا [138] وثلث عشر . ومنه اعنى المذروع ما هو مثمن

[133] B 123a/13: لمساحة .

[134] In A und B 123a/15: احد .

[135] Fehlt in A und B 123a/16.

[136] Fehlt in A und B 123a/23.

[137] So punktiert in A und B 123a/u.

[138] In A und B 123b/2: نصف .

أو يجرى مجرى المثمن . وطريقه يشبه الاوّل . ومثاله : ثمن الجريب ستة عشر درهما . كم ثمن خمسة [139] اجربة والف [140] ذراع ؟ فينسب الالف ذراع من الجريب وهو ثلثة الف وستمائة فيكون ربعا وربع تسع فنضرب [141] خمسة وربعا وربع تسع فى ستة عشر فيكون اربعة وثمنين درهما واربعة اتساع وهو الثمن . وان شئنا ضربنا الاذرع فى الثمن وقسمناه على ثلثة الف وستمائة فما خرج فهو ما نصيب [142] الاذرع . وكذلك قيمة الجريب اثنا عشر دينارا ونصف كم بخمسة [143] وستين دينارا ؟ فنقسم [144] الخمسة والستين على اثنى عشر ونصف فيخرج خمسة وخمسين فهو خمسة اجربة وسبع مائة وعشرون ذراعا .

(٢٥) فاما الموزون فجميعه يجرى مجرى المثمن الا ان منه ما هو موزون [١٨٥ا] بالامناء والارطال . مثاله [145] : المنا بخمسة عشر درهما ثلثة عشر منا وخمس اواقى بكم [146] ؟ فينسب الاواقى من المنا فيكون ثمنا ونصف سدس فنضرب ثلثة عشر [147] وثمنا ونصف سدس

[139] Fehlt in A und B.
[140] B 123b/4: عشر .
[141] B 123b/5: فيضرب .
[142] B 123b/8: يصيب .
[143] Mißverstanden in A und B 123b/9: ونصف ثمن بخمسة .
[144] B 123b/10: فيقسم .
[145] B 123b/13: فمثاله .
[146] B 123b/13: فكم .
[147] Fehlt in B 123b/14.
[148] B 123b/15: وسبعين .

فى خمسة عشر فيكون مائة ثمنية وتسعين [148] وثمن وهو الثمن . وكذلك عشرة امناء لسبعة دراهم كم ستة عشر [149] درهما ودانق [150] ؟ فتضرب ستة عشر ودانق فى عشرة فيكون مائة احدا [151] وستين وثلثين ونقسم على سبعة فيخرج ثلثة وعشرين وثلثى سبع فهو ثلثة وعشرون [152] منا وثلثا [153] سبع منا . وان شئنا اخذنا لكل سبعة عشرة امناء ونسبنا ما يبقى الى السبعة واخذنا [154] من العشرة امناء بمقدار النسبة . فان اردنا ان نجعل الكسر اواق أو اساتير اخذنا من اساتير المنا ثلثى سبع فنأخذ ثلثى سبع الاربعين وهو ثلثة وخمسة اسباع وثلثا [155] سبع استار . فان اردنا ان نجعله دراهم ضربناه فى وزن الاستار وهو ستة وثلثة اسباع . وان اردنا ان نجعله مثاقيل ضربناه فى مثاقيل الاستار وهى اربعة [١٢٤ أ] ونصف .

وكذلك ان اردنا ان نجعله اواق اخذنا من اواقى المنا بمقدار الاجزاء . ثم ان اردنا ان نجعله دراهم ضربنا ما يخرج من الاواقى فى وزن الأوقية وهو عشرة دراهم وخمسة اسباع . وان اردنا ان نجعله مثاقيل ضربناه فى مثاقيل الأوقية وهو سبعة ونصف .

(٢٦) ومنه ما هو موزون بالمثاقيل كالعين . مثاله : دينار باربعة عشر درهما . كم قيمة سبعة دنانير ودانق [156] وقيراط وحبة ؟ فينسب

[149] In A und B 123b/16: كم لستة عشرين.

[150] A: دانق.

[151] In A und B 123b/18: احد.

[152] In A und B 123b/19: وعشرين.

[153] In A und B 123b/19: وثلثى.

[154] In A und B 123b/20: احد, vielleicht auch als اخذ zu lesen.

[155] In A und B 123b/23: وثلثى.

[156] Hier, wie oben A 185a/4, und weiterhin in A und B 124a/7 defektiv دنق geschrieben.

الدانق والقيراط والحبة من الدينار وطريقه ان يجعل حبات فيكون ستة عشر حبة فننسبه [157] من عدد حبات الدينار وهى على موضوع اهل العراق اثنان وسبعون حبة فيكون سبعة [158] [وتسعين] فتضرب سبعة وتسعين فى اربعة عشر فيكون مائة درهم ودرهما وتسعا [159] وهو الثمن . وان شئنا اخذنا ما نصيب [ب١٨٥] الدانق مفردا [160] واخذنا من قسط الدانق ما نصيب [161] القيراط واخذنا من قسط القيراط ما نصيب [162] الحبة . وان شئنا ضربنا الحبات فى الثمن وقسمناه على حبات الدينار وهى اثنان [163] وسبعون فما خرج فهو قيمة الحبات . وكذلك ان كان معه [164] ارزات عملنا فيها كما [165] عملنا فى الحبات اما بان يبسط الكل ارزات واما بان ينسب بعضه من بعض . وكذلك قيمة الدينار سبعة عشر درهما . كم بمائة خمسة وعشرين [166] درهما ؟ فنقسم [167] المائة خمسة وعشرين على سبعة عشر يخرج سبعة وستة اجزاء من سبعة عشر فينقل الاجزاء الى الحبات وهو ان نضرب الاجزاء وهى ستة [168] فى حبات الدينار وهى اثنان وسبعون فيكون اربعمائة اثنين وثلثين فنقسمها على سبعة عشر

[157] In B 124a/7 unpunktiert.
[158] B 124a/10: تسعة . Das folgende وتسعين fehlt in A und B.
[159] In A und B 124a/11: ودرهم وتسع .
[160] B 124a/13: ... ما يصيب الدنق مقدرا ...
[161] B 124a/14: يصيب .
[162] Idem.
[163] Am Rand von A ergänzt; ein Auslassungszeichen über dem folgenden Wort deutet auf die Lücke.
[164] Fehlt in B 124a/16.
[165] B 124a/16: كل ما .
[166] A: عشرين .
[167] B 124a/18: فيقسم .
[168] In A und B 124a/21: وهى فى ستة .

فيخرج خمسة وعشرين وسبعة اجزاء من سبعة عشر وهى حبات فيكون دانقين وحبة وسبعة اجزاء من سبعة عشر جزءا من حبة . فان شئنا قربنا هذه الاجزاء . وبوجه اخر وهو ان نقسم الجملة فما بقى لم يتم ، اخرج منه جزء [ب١٢٤] صحيح أو اجزاء يكون اقرب الاجزاء اليه ونفعل بالباقى مثل ما تقدم . ومثاله : قيمة الدينار ثلثة عشر درهما . كم ستين درهما ؟ فنقسم [169] الستين على ثلثة عشر فيخرج اربعة ويبقى ثمنية فيخرج منه ثلث ربع وهو سبعة وثلث وربع ويبقى دانقان [170] ونصف فنضربه فى ارزات الدينار وهى مائتان ثمنية وثمنون [171] يكون مائة وعشرين فنقسمه على ثلثة عشر فيخرج تسعة وثلثة اجزاء من ثلثة عشر وهى ارزات فهى حبتان وارزة وثلثة اجزاء من ثلاثة [172] عشر جزا من ارزة فان قرب كان ربع ارزة فيكون الجميع اربعة دنانير وثلثة دوانيق ونصف وحبتين وارزة وربع ارزة .

(٢٧) فان كان عينا موزونا بأوزان الفضة واردنا ان نجعله مثاقيل نقصنا منه خمسه وعشره . ومثاله : عين [173] وزنه ثلثة عشر درهما . كم مثقال [ا١٨٦] هو ؟ فينقص خمس الثلثة عشر وعشره هو ثلثة واربعة اخماس وعشر فيبقى تسعة مثاقيل وعشر وهو المبلغ المطلوب . فان كان ورقا موزونا بالمثاقيل واردنا ان نعلم كم درهم هو

[169] B 124b/2: فيقسم .

[170] In A und B 124b/4: دنقين .

[171] In A und B 124b/5: ثمنين .

[172] A und B 124b/8: وثلاثة .

[173] Fehlt in B 124b/11, A hat عينا .

[174] B 124b/15: ورقا .

[175] A: مقالا .

اضفنا اليه ثلثة اسباعه . ومثاله : ورق [174] وزنه خمسة عشر مثقالا [175] كم درهم هو ؟ فنضيف اليه ثلثة اسباعه وهو ستة وثلثة اسباع فيكون احدا [176] وعشرين درهما وثلثة اسباع درهم .

(٢٨) واما ما هو مقدر بالزمان فمثل الاجارات وما جرى مجراها وكالخراج المستوفى على النجوم الآهلة والمقاطعات المقدرة على السنين .

والمثال فى ذلك اجير اجرته [177] فى الشهر خمسة وعشرون درهما عمل سبعة ايام . كم الذى يستحق ؟ فينسب الايام من ايام الشهر فيكون خمسا وثلث عشر فنأخذ خمس الخمسة والعشرين وثلث عشرها فيكون خمسة دراهم [178] وخمسة دوانيق وهو المستحق . وكذلك ان قيل اجرته [179] فى الشهر ستة عشر درهما قبض خمسة دراهم . كم ينبغى ان يعمل بها ؟ فنضرب الخمسة فى ايام الشهر [180] [١٢٥ا] فيكون مائة وخمسين فيقسم على ستة عشر فيكون تسعة ايام وسبعة اجزاء من ستة عشر جزءا من يوم .

فكذلك ارض خراجها ودار اجرتها فى السنة ثلثة عشر دينارا استحق منها قسط خمسة اشهر وعشرة ايام . كم المبلغ ؟

فنجعل الكل اياما فيكون مائة وستين يوما فنضربها فى مبلغ الخراج وهو ثلثة عشر فيكون الفين [181] وثمنين فنقسمها على ايام السنة الخراجية وهى ثلثمائة خمسة وستون يوما فيكون خمسة ومائتين

[176] In A und B 124b/17: احد.
[177] B 124b/20: اجربه.
[178] Fehlt in A und B 124b/23.
[179] B 124b/24: اجربه.
[180] In A الشهر am Rand ergänzt.
[181] A: الفى.

خمسة وخمسين جزءا من ثلثمائة خمسة وستين جزءا وهو احد وخمسون [182] جزا من ثلثة وسبعين جزا فالقسط خمسة دنانير واحد وخمسون [183] جزءا من ثلثة وسبعين جزءا من دينار . فان اردنا ان ينقل الاجزاء الى الحبات ضربنا عدد الاجزاء فى حبات الدينار وقسمناه على ثلثة وسبعين [ب١٨٦] فما خرج فهو حبات . وكذلك ان اردنا ان نجعله ارزات أو عشرانا أو ما شئنا من الكسور .

(٢٩) واما ما هو مقدر بالعدد فقط مطلقا [184] لم يستعمل فيه شىء من المقادير التى ذكرنا كخراج النخل [185] المأخوذ على العدد وكالكلاء المستوفى على عدد الحيوان وكالاشياء التى تباع عددا . والطريق فيه هو ان يضرب عدد المعروض فيه فى قيمة الواحد فما خرج فهو المطلوب . وان كان المعروض من جسم الثمن قسم على قيمة الواحد كما وصفنا فيما تقدم فما خرج فهو المط .

(٣٠) فهذا الذى ذكرناه هو امثلة لما يتعامل به وكل ما يستعمل من الحساب فى المعاملات فلن يبعد عن الاصول التى قدمناها والامثلة التى ذكرناها . فالناظر فى هذا الكتاب اذا فهم معانيه كان قيما بصناعة الحساب .

وبالله التوفيق [186] تم الكتاب فى حساب المعاملات [187] والابتغاء من

[182] In A und B 125a/9: احد وخمسين.

[183] In A und B 125a/10: وخمسين.

[184] B 125a/16: فكلام.

[185] B 125a/17: النحل.

[186] In A Zusatz am Zeilenanfang; von anderer und gleicher Hand wie die Schlußformel.

[187] B endet hier mit dem Schluß: فالحمد لله رب العالمين.

[188] Das Wort ist unleserlich.

كرم الحق ان يمتع العالمين فى ظلال ناظره ل [. . . ؟] [188] للدنيا
بطول الحيوة فانه مجيب للدعوات وقاضى الحاجات .