H Pfaff

Geschenk
des Geh. Rath Mahner

Ueber
die jährliche Abnahme eines auf Zinsen

ausgeliehenen Capitals,

durch
jährlichen Zusatz vom Capital;
welches auch
in die Berechnung von Leibrenten schläget:
und

über das Interusurium.

Gartz

Ein
Program auf Michaelis 1796

von

Johann Friedrich Häseler,
Fürstlich Braunschweig-Lüneburgischem Consistorialrathe, Abte von Amelunxborn, Mitgliede des grössern Ausschusses der Prälaten-Curie, Generalsuperintendenten des Weser-Districts, verschiedener Societäten correspondirendem Mitgliede, auch Curatoro der Kloster- und Stadtschule in Holzminden.

Holzminden,
gedruckt bey Justus Heinrich Bohn.

Vorerinnerung.

Um die logarithmischen Rechnungen durch Exempel mehr in Gang zu bringen, habe ich dieses Exempel, und die Berechnung desselben mit Logarithmen, zum diesmaligen Program gewählet. Vorher muſs ich noch einigen Einwürfen begegnen, die mir vielleicht von einem oder dem andern, von sich selbst eingenommenen Rechner, (wo aber gemeiniglich nicht viel hinter ist,) könnten gemacht werden.

Vielleicht möchte man sagen: Es sey möglich, diese Rechnung durch die gemeine Arithmetik aufzulösen: ich gebe das zu, aber es wird ungeheure Mühe kosten, und man wird beständig in *tausendfacher* Gefahr seyn, sich zu verrechnen. Um dieses augenscheinlich zu zeigen, will ich nur ein *sehr leichtes* Exempel wählen, und es auf die gemeine Art berechnen, aber nur für einige Jahre, wo sich die Schwierigkeiten gleich zeigen werden. Es sey folgendes: Es hat jemand 1000 Rthlr. Capital zu 5 pro Cent Zinsen stehen, welches Capital also jährlich 50 Thaler Zinsen einbringet. Er verzehret aber jährlich 100 Thaler und nimmt also jährlich so viel vom Capital, so daſs Zinsen, und was er vom Capital nimmt, jährlich zusammen 100 Thaler betragen, wo er denn natürlich jährlich weniger Zinsen bekömmt, und mehr vom Capital nehmen muſs. Wie viel hat er nach 4 Jahren zugesetzt?

Erstlich durch die gemeine Arithmetik.

Jm *ersten* Jahre hat er 50 Thaler Zinsen und 50 Thaler vom Capitale genommen, macht zusammen 100 Thaler: er hat also nach dem *ersten* Jahre noch 950 Thaler. Er bekommt nun das *zweyte* Jahr 2 Thaler 12 ggr. weniger Zinsen, und so viel mufs er nach dem *zweyten* Jahre mehr vom Capitale nehmen. Er mufs also nun vom Capitale 52 Thaler 12 ggr. nehmen, und behält nur noch an Capital 950 — 52 Thaler 12 ggr. welches = 897 Thaler 12 ggr. sind. Nach dem *dritten* Jahre bekommt er nur Jntresse 44, 375 = 44 Thaler 21 ggr. mufs also vom Capitale wieder mehr nehmen, nemlich 5, 125 Thaler, also überhaupt 55, 125: behält also an Capital 842, 375 Thaler. Nach dem *vierten* Jahre erhält er nur Zinse 42, 11875, mufs also wieder mehr vom Capitale nehmen und zuschiefsen, nemlich 7, 88125: mufs also vom Capitale nehmen 57, 88125 . . . behält also noch an Capital 784, 49375 . . . oder 784 Thaler 17 mgr. $6\frac{2}{10}$ pf. *ohime jam satis!* Es wird nun immer mühsamer, und kommen ungeheure Brüche mit zum Vorscheine; auch gebraucht man lange Zeit dazu, und kann sich leicht verrechnen, wenn man wissen will, wannehr alles zugesetzet ist. Sind die Jntressen grösser oder kleiner, etwa ein Bruch als $3\frac{1}{2}$ $4\frac{1}{2}$, so macht das die Rechnung noch schwieriger.

Man könnte ferner sagen: die Logarithmen wären nicht strenge richtig, also gäbe das unrichtige Facit; *Wahr:* aber bey 7 Decimal-Brüchen nur in der letzten Zahl. Hätte man sie grofs genug, so würde das sehr wenig machen. Eigentlich sind nur die Logarithmen von den ganzen Potentzen der 10, als 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000... &c. &c, richtig, aber der Irrthum ist bey den andern, wenn der Logarithme genau genommen ist, nur in der letztern Decimal-Zahl. Ist für den Logarithmen keine passliche Zahl, oder vielmehr der Logarithme ist nicht genau in den Tafeln, so suche man die Zahl die zu ihm gehört, oder zu der Zahl den Logarithmen, welches nach den Schultzischen Tafeln, und überhaupt sehr leicht ist.

Durch Logarithmen diese Aufgabe aufgelöset, nach §. 11. würde folgende Rechnung in Zahlen geben, die Formel heifst:

$$a - \left(\frac{m + n}{n\,m^p}\right)^p m\,b - \frac{m\,b}{n}$$

$$\text{hier} = 1000 - \left(\frac{\log.\ 21}{\log.\ 20^4}\right)^4 20.\ 50 - \frac{1000}{1}$$

$$1000 - \left(\frac{4\log.\ 21}{4\log.\ 20}\right) 1000 - 1000$$

Es ist 4 log. 21 = 1, 3222193
4
5, 2888772 dazu
log. 1000 = 3, 0000000
8, 2888772 davon abgezogen
4 log. 20 5, 2041200
3, 0847572

Dieser Logarithme gehöret nun am nächsten zu 1215, 5: davon abgezogen 1215, 5 also 1215, 5 — 1000 diese 215, 5 abgezogen von den vordersten 1000

1000
215, 5
bleibt 784, 5

Jn dem, was auf die gemeine Art berechnet war, war das Facit 784, 49375 . . also die ganze Differenz nicht einmal $\frac{1}{100}$, welches nach logarithmischen Rechnungen zu grofs ist, und was nicht einmal 2 pf. beträgt. Es würde genauer seyn, aber wir nahmen den Logarithmen nicht strenge genau, sondern wie er sich so ziemlich in den Tafeln fand, daher der kleine Unterschied. Wir fangen nun die Abhandlung an, in der wir so viel wir können alles deutlich vortragen, und lieber etwas weitläuftiger als unverständlich seyn wollen.

---

§. 1.

Es hat jemand Geld auf Zinsen stehen zu einer gewissen jährlichen Verzinsung. Er kann mit den Zinsen nicht auskommen, sondern will jedes Jahr eine Summe verzehren, welche die Zinsen übersteiget. Zum Exempel: er hätte jährlich von 10000 Thaler Capital zu 5 pro Cent 500 Thaler Zinsen, er will aber jährlich 800 Thaler verzehren, so mufs sein Capital jährlich nothwendig abnehmen und endlich ganz verschwinden. Er mufs auch während der Zeit alle Jahr weniger Zinsen bekommen, wenn er jährlich gleich viel verzehren will, auch der Zusatz vom Capital gröfser werden, bis alles ganz aufgezehret ist. Es wird gefragt wie viel Zeit darauf hingehet, bis das Capital ganz aufgezehret, oder durch die beständige Abnahme verschwunden ist? ich sage x Jahre gehn darauf hin; dafür wir nun einen ganz allgemeinen Ausdruck suchen wollen.

§. 2.

Es heifse das Capital $= a$ die jährliche Zinse von $100 = \frac{n}{m}$ das was er am Ende des ersten Jahrs zusetzet vom Capital $= b$, welches immer zugesetzet wird, bis dafs am Ende alles verzehret ist. Die Jahre die darauf hingehn $= x$

§. 3.

Es hat also der Mann am Ende des ersten Jahrs verzehret:

a Die Jntressen von seinem Capitale, und *b* will er alle Jahr von seinem Capitale, so lange es halten will, zunehmen. Also alles was er nach dem *ersten* Jahre verzehret hat, ist $= \frac{an}{m} + b = \frac{an + mb.}{m}$ Z. E. er habe 1000 Thaler zu 5 pro Cent Zinsen, welches jährlich 50 Thaler bringet, verzehrt aber 100 Thaler, so wäre da $b = 50$ Thaler ist, $\frac{n}{m} = \frac{1}{20}$, also $n = 1$, $m = 20$ also

$$\frac{an + mb}{m} = \frac{1000.\ 1 + 20.\ 50}{20} = \frac{1000 + 1000}{20}$$

$$= \frac{2000}{20} = \frac{200}{2} = 100$$ welches wir auch annehmen.

§. 4.

Da er im ersten Jahre b vom Capitale zugesetzt hat, so hat er noch vom Capitale $a - b$ hier im Exempel $1000 - 50 = 950$ Thaler Capital.

§. 5.

Nach dem *zweyten* Jahre, da er nur noch $a - b$ Capital hatte, und nun weniger Intressen, nemlich nur $(a - b)\frac{n}{m} = \frac{an - bn}{m}$ bekommt, verzehret er nicht nur *1)* diese Jntressen *2)* nimmt auch b vom Capital *3)* nimmt er noch vom Capital so viel dazu, als er weniger Zinsen bekömmt, das sind die Zinsen von dem im ersten Jahre weggenommenen b oder $\frac{bn}{m}$. Also sein ganzer Zusatz vom Capitale ist $= b + \frac{bn}{m} = \frac{mb + nb}{m} = \left(\frac{m + n}{m}\right)b$ er hat also noch am Capital nach dem zweyten Jahre a, *minus* dem zweyjährigen Zusatz, also

$$a - \left(b\left(+\frac{m + n}{m}\right)\right) = a - \left(\frac{2\,mb + nb}{m}\right) =$$

$$a - \left(\frac{2\,m + n}{m}\right)b$$ das ist noch sein Capital am Ende des zweyten Jahrs.

Exempel. Es soll wieder $a = 1000$ Thaler seyn $\frac{n}{m} = \frac{1}{20}$ also $n = 1$ $m =$

20, b = 50; so ist das Capital am Ende des zweyten Jahrs $1000 - \left(\frac{2.\,20 + 1}{20}\right) 50$

$$= 1000 - \left(\frac{41}{20}\right) 50 = 1000 - \frac{2050}{20} = 1000 - \frac{205}{2}$$

$$= 1000 - 102,5 = 897\tfrac{1}{2} \text{ Thaler.}$$

§. 6.

Nach dem dritten Jahre muſs er zusetzen *1)* vom Capital b, *2)* noch so viel als er, da das Capital immer abnimmt, nun weniger Zinsen bekömmt. Da er nur laut §. 5. noch an Capital hat $a - \left(\frac{2\,m + n}{m}\right) b$, so hat er nun weniger Zinsen, so viel dieses Zinsen thut, also $\left(\frac{2\,m + n}{m}\right) b \frac{n}{m} = \left(\frac{2\,m n b + n^2 b}{m^2}\right)$

$= \left(\frac{2\,m n + n^2}{m^2}\right) b$ Folglich sein ganzer Zusatz vom Capital für dieses Jahr ist $b + \left(\frac{2\,m n b + n^2 b}{m^2}\right)$ unter einerley Benennung gebracht

$$\left(\frac{m^2 b + 2\,m n b + n^2 b}{m^2}\right) = \left(\frac{m + n}{m^2}\right)^2 b$$

Er hat nun noch an Capital a *minus* aller geschehenen Zusätze oder

$$a - \left(\frac{b + m b + n b}{m} + \frac{m^2 b + 2\,m n b + n^2 b}{m^2}\right) =$$

$$a - \left(\frac{m^2 b + m^2 b + n m b + m^2 b + 2\,m n b + n^2 b}{m^2}\right) =$$

$$a - \left(\frac{3\,m b^2 + 3\,n m b + n^2 b}{m^2}\right) =$$

$a - \left(\frac{3\,m^2 + 3\,m n + n^2}{m^2}\right) b$ das ist nach dem dritten Jahre noch sein

Capital. Wenn man das vorhergehende Exempel continuiret, wo $a = 1000$ $b = 50$ $\frac{n}{m} = \frac{1}{20}$ war, so wird aus der Formel in Zahlen

$$1000 - \left(\frac{3 \cdot 400 + 3 \cdot 20 + 1}{400}\right) 50 =$$

$$1000 - \left(\frac{1200 + 60 + 1}{400}\right) 50 = 1000 - \left(\frac{1261}{400}\right) 50$$

$$= 1000 - \left(\frac{1261}{8}\right) = 1000 - 157\tfrac{5}{8} = 842\tfrac{3}{8}.$$

§. 7.

Nach dem vierten Jahre hat der Mann zugesetzet *1)* b, *2)* was ihm nach vermindertem Capitale an Interessen fehlet, also

$$b + \left(\frac{3\,m^2 + 3\,m\,n + n^2}{m^2}\right)\frac{b\,n}{m} = \frac{m^3\,b}{m^3} + \left(\frac{3\,m^2\,n\,b + 3\,m\,n^2\,b + n^3\,b}{m^3}\right)$$

$$= \left(\frac{m^3\,b + 3\,m^2\,n\,b + 3\,m\,n^2\,b + n^3\,b}{m^3}\right)$$

$= \left(\frac{m + n}{m}\right)^3 b.$ Er hat also noch an Capitale a, *minus* aller bisherigen Zusätze

$$a - \left(b + \left(\frac{m\,b + n\,b}{m}\right) + \left(\frac{m^2\,b + 2\,n\,m\,b + n^2\,b}{m^2}\right) + \left(\frac{m^3\,b + 3\,m^2\,n\,b + 3\,m\,n^2\,b + n^3\,b}{m^3}\right)\right)$$

$$= a - \left(\frac{m^3 b + m^3 b + n m^2 b + m^2 b + 2 n m^2 b + n^2 m b + m^3 b + 3 m^2 n b + 3 m n^2 b + n^3 b}{m^3}\right)$$

$$= a - \left(\frac{4\, m^3\, b + 6\, n\, m^2\, b + 4\, m\, n^2\, b + n^3\, b}{m^3} \right) =$$

$$= a - \left(\frac{4\, m^3 + 6\, n\, m^2 + 4\, n^2\, m + n^3}{m^3} \right) b$$

$=$ dem, was er nach geschehenem Zusatze noch an Capital hat, wenn wir das vorhergehende Exempel continuiren, wo $b = 50 \;\; \frac{n}{m} \;\; \frac{1}{20}$, und $a = 1000$ ist, so wird die letzte Formel in Zahlen

$$1000 - \left(\frac{32000 + 2400 + 80 + 1}{8000} \right) 50$$

$$= 1000 - \left(\frac{172405}{800} \right) = 1000 - 215\tfrac{81}{160}$$

$= 1000 - (215$ Rthl. 18 Gr. $1\frac{4}{5}$ Pf.$) = 784$ Rthl. 17 Gr. $6\frac{1}{5}$ Pf.

§. 8.

Es werden also die Zusätze dieser vier verschiednen Jahre folgende seyn:

Erstes Jahr $= b$

Zweytes Jahr $= \left(\frac{m + n}{m} \right) b$

Drittes Jahr $= \left(\frac{m + n}{m} \right)^2 b$

Viertes Jahr $= \left(\frac{m + n}{m} \right)^3 b$

Man siehet nun das Gesetz, wornach die Zusätze fortgehen, nemlich *nach einer geometrischen Progression, wo* $\left(\frac{m + n}{m} \right)$ *der Exponens, auch die Potentz des Exponenten immer um 1 kleiner als die Zahl der Jahre ist.* So wird nach dem sechsten

Jahre der Zusatz seyn $\left(\frac{m+n}{m}\right)^5 b$ nach dem neunten Jahre $\left(\frac{m+n}{m}\right)^8 b$ und nach dem xten Jahre $\left(\frac{m+n}{m}\right)^{x-1} b$. Diese Formeln zeigen an, was jedes Jahr der Zusatz beträgt.

§. 9.

Es befindet sich hier eine endliche geometrische Progression, die sich summiren läſst. Es ist bekannt, daſs die Summe einer endlichen geometrischen Progression $\frac{mu - a}{m-1}$ ist, wo m den Exponenten, hier $\frac{m+n}{m}$, ferner u das letzte Glied $= \left(\frac{m+n}{m}\right)^{x-1} b$ und ferner a das erste Glied hier $= b$ bedeutet. Also die Formel $\frac{mu - a}{m-1}$ wird hier

$$\frac{\frac{m+n}{m}\left(\frac{m+n}{m}\right)^{x-1} b - b}{\frac{m+n}{n^2} - 1.} = \frac{\left(\frac{m+n}{m}\right)^x b - b}{\frac{m+n-m}{m}}$$

$$= \frac{\left(\frac{m+n}{m}\right)^x b - b}{\frac{n}{m}} = \left(\left(\frac{m+n}{m}\right)^x b - b\right) \cdot \frac{m}{n} = \left(\frac{m+n}{nm}\right)^x m b - \frac{mb}{n}$$

Dieses ist die Summe dieser geometrischen Progression: also die Summe aller Zusätze nach x Jahren, die nun dem ganzen Capitale a gleich seyn müssen: weil durch alle Zusätze das Capital am Ende verschwunden ist.

§. 10.

Nach diesen Datis wollen wir nun die Zahl der Jahre suchen. Wir haben §. 9. die Summe aller Zusätze, welche dem Capitale gleich seyn müssen, nemlich, die Summe aller Zusätze, oder

$$a = \left(\frac{m \div n}{nm}\right)^x mb - \frac{mb}{n}$$

also

$$a \div \frac{mb}{n} = \left(\frac{m \div n}{nm}\right)^x mb$$

. n

$$an \div mb = \left(\frac{m \div n}{m}\right)^x mb$$

: m

$$\frac{an}{m} \div b = \left(\frac{m \div n}{m}\right)^x b$$

$$\log.\left(\frac{an}{m} \div b\right) = x \log.(m \div n) - x \log. m \div \log. b$$

$$\log.\left(\frac{an}{m} \div b\right) = x \log.(m \div n) - \log. m) \div \log. b$$

$$\log.\left(\frac{an}{m} \div b\right) - \log. b = x \log.(m \div n) - \log. m)$$

$$\frac{\log.\left(\frac{an}{m} \div b\right) - \log. b}{\log.(m \div n) - \log. m} = x$$

Exempel. Es hat jemand 10000 Thaler auf Interessen zu *5 pro Cent* jährlich stehen. Davon bekömmt er jährlich 500 Thaler. Er will aber jährlich 1000 Thaler ausgeben, wie lange wird es währen, bis sein Capital ganz aufgezehret ist?

Die Formel war $\dfrac{\log.\left(\dfrac{am}{m} + b\right) - \log.\, b}{\log.\,(m + n) - \log.\, m}$ hier ist a = 10000 182

$\dfrac{m}{n} = 5$ pro Cent $= \dfrac{1}{20}$ also $n = 1$ $m = 20$ $b = 500$ die er im ersten Jahre u. s. w. vom Capitale nimmt: also die Formel in Zahlen

$$\frac{\log.\left(\dfrac{10000,\,1}{20} + 500\right) - \log.\,500}{\log.\,21 - \log.\,20} = \frac{\log.\,1000 - 500}{\log.\,21 - \log.\,20}$$

log. 1000 = 3, 0000000 davon
log. 500 = 2, 6989700

0, 3010300 = der Zähler oder Dividendus

log. 21 = 1, 3222193 davon
log. 20 = 1, 3010300

0, 0211893 der Nenner oder Divisor. Nun den Zähler durch den Nenner dividiret

3010300 (14 Jahr
(211893)
891370
(211893)
847572
43798

43708. 365
15986270

15986270 (75 Tage
(211893)
1483251
1153760
(211893)
1059465
94295

oder in 14 Jahren und 75 Tagen, welches 14 Jahr 10 Wochen 5 Tage sind, ist das ganze Capital verzehret, und alles zugesetzet.

§. 11.

Wir gaben §. 10. an, wie viel die Summe der Zusätze in den verschiedenen Jahren betrug, bis alles aufgezehret war. Jetzt wollen wir eine allgemeine Formel geben, wodurch sich leicht finden läſst, wie viel von jedem gegebenen Capitale nach bestimmten Jahren, wenn immer Zusätze geschehen, noch übrig sey, und einer jährlich so viel verzehret, als er im ersten Jahre that. Es ist nur nöthig, die Zusätze jedes Jahres, bis zur bestimmten Zeit zu summiren, und was heraus kömmt, vom Capitale abzuziehen, so zeiget der Rest an, was noch vom Capitale vorhanden ist. Die Formel für die Summe einer geometrischen Progression war nach §. 9. $= \frac{mu - a}{m - 1}$ die Zusätze waren:

$$b \dotplus \left(\frac{m \dotplus n}{m}\right) b \dotplus \left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^2 b \dotplus \left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^3 b \ldots . \dotplus \left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^{p-1} b$$

dieses giebt nach der Formel $\frac{mu - a}{m - 1}$ wo $m = \left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)$ ferner $u =$ dem letzten Gliede $\left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^{p-1} b$ $a =$ dem ersten Gliede hier $= b$ folgende Formel:

$$\frac{\left(\frac{m \dotplus n}{m}\right) \cdot \left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^{p-1} b - b}{\frac{m \dotplus n}{m} - 1} = \frac{\left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^p b - b}{\frac{n}{m}}$$

$$= \left(\left(\frac{m \dotplus n}{m}\right)^p b - b\right) \frac{m}{n} = \left(\frac{m \dotplus n}{nm}\right)^p mb - \frac{mb}{n}$$

Das sind nun die Zusätze, ihre Summe bis zu p Zeit, und wenn man die vom Capitale abziehet, so weiſs man was überbleibet, es heiſse das = d also

$$a - \left(\left(\frac{m+n}{nm}\right)^p mb - \frac{mb}{n}\right) = d.$$

Es kann hier das erste Glied in der Klammer logarithmisch berechnet werden, die Zahl dafür gesucht, und davon die Gröſse $\frac{mb}{n}$ abgezogen werden, und endlich das ganze vom Capital abgezogen, so ergiebt sich d, oder wie viel vom Capitale noch übrig bleibt.

Exempel. Es hat jemand 10000 Thaler zu 4 pro Cent auf Interessen stehen. Er verzehret alle Jahr 200 Thaler, und will nun nach 13 Jahren wissen, wie viel noch übrig ist. Hier ist $\frac{n}{m} = \frac{1}{25}$ also $n = 1$, $m = 25$, $p = 13$, $b = 200$, $n + m = 26$, die Formel war $a - \left(\left(\frac{m+n}{nm}\right)^p mb - \frac{mb}{n}\right) = d.$

in Zahlen $10000 - \frac{26^{13}}{25^{13}}\, 25 \cdot 200 - \frac{25 \cdot 200}{1} = d$

13 log. von 26 = 1, 4149733 · 13
= 18, 3946529 13 log. 25 = 1, 3979400
= 18, 1732200 abgezogen

0, 2214329 dieser Logarithme gehöret am nächsten 1, 665; damit multipliciret 25, 200 = 5000. Also

1, 665 davon abgezogen 25 · 200 = 5000
5000
8325, 000
5000
3325 giebt dieses von 10000
3325
6675

6675 nemlich ist dasjenige, was nach 13 Jahren übrig bleibt. Es mag dieses wohl ein wenig zu viel seyn, weil man die Logarithmen nicht genau hatte, und so genau nicht suchen wollte.

Noch ein Exempel. Es hat jemand 6000 Thaler im Vermögen. Er ist schon ein alter Mann, und gedenkt vor seinem Ende alles aufzuzehren. Er bekömmt alle Jahr 4 pro Cent Interessen, und glaubt, wenn er alle Jahr 400 Thaler verzehrte, so würde er auskommen. Nach 10 Jahren rechnet er nach, und findet mehr, als er vermuthet. Es wird gefragt, wie viel er nach 10 Jahren vom Capitale noch gehabt hat.

Er hat noch $a - \left(\frac{m+n}{nm}\right)^p mb - \frac{mb}{n} = d$ §. 11, in Zahlen

$$= 6000 - \frac{26^{10}}{25^{10}}\, 4000 - 4000$$

$$\begin{array}{lr}
10 \log. 26 = 1,\ 4149733.\ 10 = & 14,\ 1497330 \\
\text{dazu } \log. 4000 = & 3,\ 6020600 \\
\hline
 & 17{,}7\ 517930 \\
10 \log. 25 = 1,\ 397400.\ 10 = & 13{,}9\ 794000 \text{ abgezogen} \\
\hline
 & 3,\ 7723930 \\
\text{dieser Logarithme gehöret fast zu} & 5921 \\
\text{davon abgezogen} & 4000 \\
\hline
 & 1921 \\
\text{dieses abgezogen von} & 6000 \\
\hline
 & 4079
\end{array}$$

er hat also noch Vorrath 4079 Thaler; er siehet also, er kann mehr verzehren, und berechnet, wie lange er mit dem noch übrigen Gelde auskommt, bis alles verzehrt ist, nach der Formel §. 10. $x = \frac{\log.\left(\frac{a\,n}{m} + b\right) - \log.\,b}{\log.\,m + n - \log.\,m}$

Nun angenommen, daſs er noch 4079 Thaler Vorrath habe, so wäre die Formel in Zahlen

$$\frac{\log.\left(\frac{4079 \cdot 1}{25} + 160\right) - \log.\,160}{\log.\,26 - \log.\,25}$$

$$= \frac{\log.\,323,\,16 - \log.\,160}{\log.\,26 - \log.\,25}$$

log. 323, 16 = 2, 5094176

log. 160 = 2, 2041200 abgezogen

0, 3052976 Dies ist der Dividendus oder der Zähler, und

log. 26 = 1, 4149733

log. 25 = 1, 3979400

0, 0170333 der Nenner oder der Divisor.

Also würklich dividirt $\frac{3052976}{170333}$ bringet $17\frac{157315}{170333}$ welcher Bruch fast 1 Jahr ist.

Da der Mann schon 80 Jahr alt ist, so entschlieſst er sich, von den 4079 Thalern, die er noch hat, jährlich 240 Thaler zu nehmen; wie lange kömmt er noch aus?

Die Formel ist §. 10 $\frac{\log.\left(\frac{4079}{25} \cdot 1 + 240\right) - \log.\,240}{\log.\,26 - \log.\,25}$

$$= \frac{\text{log. } 403,16 - \text{log. } 240}{\text{log. } 26 - \text{log. } 25}$$

log. 403, 16 = 2, 6054774
log. 240 = 2, 3802112 abgezogen,

0, 2252662 der Dividendus: log. 26 — log. 25 = 0, 0170333, der Divisor: nun würklich dividiret $\frac{2252662}{170333}$ bringet zum Quotienten 13, 2 Jahr. Es kömmt alsdann alles auf; denn muſs er todt seyn, oder betteln gehn.

§. 12.

Hieraus läſst sich auch leicht finden, wie groſs die Summe der Zusätze in verschiedenen Jahren, und was also vom Capital noch übrig ist.

Nach dem ersten Jahre der Zusatz = b

Nach dem zweyten aller Zusatz $\left(\frac{m + n}{nm}\right)^2 mb - \frac{mb}{n}$

Alle drey Jahr zusammen aller Zusatz $\left(\frac{m + n}{nm}\right)^3 mb - \frac{mb}{n}$

Nach dem vierten Jahre aller Zusatz $\left(\frac{m + n}{nm}\right)^4 mb - \frac{mb}{n}$ u. s. w.

Man macht die Potentz des Exponenten dem gegebenen Jahre gleich, und verfährt übrigens nach der Formel.

§. 13.

Nun hiervon ein paar Exempel. Es hat jemand 1000 Thaler Capital, a 5 pro Cent auf Interessen, welches jährlich 50 Thaler bringet. Er verzehrt aber jährlich 100 Thaler, setzet also gleich im ersten Jahre 50 Thaler zu; wieviel bringet das in 15 Jahren, oder wieviel hat er denn noch vom Capitale übrig?

$$a - \left(\frac{m+n}{nm}\right)^{15} mb - \frac{mb}{n} \text{ in Zahlen } 1000 - \left(\frac{21^{15}}{20^{15}}\right) 20.50 - \frac{20.50}{1}$$

$15 \log. 21 = 1,3222193 . 15 = 19,8332895$

$15 \log. 20 = 1,3010300 . 15 = 19,5154500$

$15 \log. 21 = 19.8332895$

$\log. 20.50$

$= \log. 1000 = 3,0000000$

$22,8332895$

Davon 15 log. v. 20 $19,5154500$

$3,3178395$

Dieser log. gehöret zu 2079

davon ab 1000

1079

Da das Capital nur 1000 Thaler war, und die Zusätze 1079 Thaler machen, so ist der Mann 79 Thaler schuldig geblieben, und das Capital ist ganz verzehrt.

Es bleiben diese Data, und wird nach der Summe der Zusätze in zwölf Jahren gefragt.

$$1000 - \left(\frac{21}{20}\right)^{12} 20.50 - \frac{20.50}{1}$$

$12 \log. 21 = 15,8666316$

$\log. 1000 = 3,0000000$

$18,8666316$

$12 \log. 20 = 15,6123600$

$3,2542716$

dieser Logarithme gehört zu 1796 davon

$$\begin{array}{r} 20.50 = 1000 \\ \hline 796 \end{array}$$

diese 796 vom Capitale, welches 1000 war, abgezogen

$$\begin{array}{r} 1000 \\ 796 \\ \hline 204 \end{array}$$

das ist in zwölf Jahren, nemlich 204 Thaler, noch vom Capitale übrig.

§. 14.

$$x = \frac{\log. \left(\frac{a\,n}{m} + b\right) - \log. b.}{\log. (m + n) - \log. m}$$

Es ist nun x oder die Zeit, wenn alles aufgezehrt ist, und auch b oder was im *ersten* Jahre vom Capitale genommen ist; imgleichen auch die jährlichen Interessen von 100 oder $\frac{n}{m}$ bekannt, man suchet a, oder das anfangs ausgethahene Capital; wir finden schon dazu die Formel §. 10.

$$a = \left(\frac{m + n}{n\,m}\right)^x m\,b - \frac{m\,b}{n}$$

Ein Exempel wird die Rechnung erläutern. Es hat jemand eine Summe ausgethan, wo ihm 100 Thaler jährlich mit 5 Thaler verzinset werden. Er kann damit nicht auskommen, und nimmt gleich im ersten Jahre 120 Thaler vom Capitale. Er findet, am Ende des zehnten Jahrs ist alles aufgezehrt; wie stark ist sein Capital oder a gewesen?

Hier ist a unbekannt $x = 10$ $b = 120$ $n = 1$ $m = 20$ also $\frac{n}{m} = \frac{1}{20}$ $= 5$ pro Cent.

Also 10 log 21 = 13, 2221930
log. mb oder log. 2400 = 3, 3802112

16, 6024042
10 log. 20 = 13, 0103000

3, 5921042

dieser Logarithme gehöret zu 3910: davon abgezogen

$$\frac{mb}{n} \text{ oder } \frac{2400}{1} = \frac{2400}{1510}$$

diese 1510 Thaler hat er vor 10 Jahren ausgethan. Will man die Probe darüber machen, so gehet das an, nach der Formel §. 10.

$$x = \frac{\log.\left(\frac{an}{m} + b\right) - \log.\ b}{\log.\ (m + n) - \log.\ m} \text{ in Zahlen}$$

$$x = \frac{\log.\left(\frac{1510}{20} + 120\right) - \log.\ 120}{\log.\ 21 - \log.\ 20} \text{ da denn 10 zum Facit kommen}$$

muſs,

$$\frac{\log.\ (75,5 + 120) - \log.\ 120}{\log.\ 21 - \log.\ 20} = \frac{\log.\ (195,5) - \log.\ 120}{\log.\ 21 - \log.\ 20}$$

log. 195, 5 = 2, 2911468
log. 120 = 2. 0791812 abgezogen

	0, 2119656	der Dividendus
log. 21 — log. 20 =	211893	Quotient 10 Jahr
	726	

welches die Probe ist.

§. 15.

Es war §. 10. $a = \left(\frac{m+n}{nm}\right)^x mb - \frac{mb}{n}$ Es sey alles bekannt, bis auf die erste Abnahme des Capitals, bis auf b. Man suchet b.

Auflösung. $a = \left(\frac{m+n}{nm}\right)^x mb - \frac{mb}{n}$ oder

$$a = \left(\left(\frac{m+n}{nm}\right)^x m - \frac{m}{n}\right) b \text{ also}$$

$$\frac{a}{\left(\frac{m+n}{nm}\right)^x m - \frac{m}{n}} = b$$

Exempel. Es hat jemand 6000 Thaler, zu 5 pro Cent jährlicher Interessen stehen. Er findet in 12 Jahren ist alles aufgezehrt; wie stark ist sein jährlicher Zusatz gewesen, oder wieviel hat er jährlich vom Capitale genommen?

Hier ist $a = 6000$ $n = 1$ $m = 20$ $x = 12$

Man dividirt nun a durch $\left(\frac{m+n}{nm}\right)^x m - \frac{m}{n}$ was heraus kömmt, ist = b.

12 log. 21 = 15, 8666316
log. 20 = 1, 3010300

17, 1676616 davon abgezogen
12 log. 20 = 15, 6123600

1, 5553016

dieser Logarithme gehöret zur Zahl 35, 92

davon abgezogen $\frac{m}{n} =$ 20, ...

15, 92

dieses ist der Divisor von a = 6000

würklich dividirt $= \frac{6000}{15,92} = \frac{600000}{1592}$

= 376, 884 Thaler, dazu die Interessen des ersten Jahrs

= 300 also Interessen 300

Zusatz 376, 884

676, 884 Thaler. So viel hat er verzehret, und ist in 12 Jahren zu Ende gekommen.

Wollen wir die Probe machen, und alles, wie hier, annehmen, und b = 376,884, setzen: so mufs x = 12 werden. Es war nun §. 10. $x \frac{\log\left(\frac{a\,n}{m} \dotplus b\right) - \log. b}{\log. (m \dotplus n) - \log. m}$

Hier in Zahlen, $\frac{\log. \left(\frac{6000}{20} + 376,884\right) - \log. 376,884}{\log. 21 - \log. 20}$

$= \frac{\log. (676,884) - \log. 376,884}{\log. 21 - \log. 20}$

log. 676, 884 = 2, 8305143

log. 376, 884 = 2, 5762077 abgezogen

Dividendus 0, 2543066 mit

log. 21 -- log. 20 = 0, 0211893 = dem Divisor würklich dividirt $\frac{2543066}{211893} = 12,001.$

Weil die Logarithmen nicht strenge genug genommen sind, so kömmt der Quotient nicht strenge genug heraus; ohngeachtet die Differenz erstaunend klein ist, und nur $\frac{1}{1000}$ beträgt, also nur ohngefähr 5 Minuten ist.

§. 16.

Es wird auch leicht seyn, die jährlichen Zinsen zu finden, die einer von 100 bekommen hat, wenn die übrigen Data bis $\frac{n}{m}$ oder die jährlichen Interessen, bekannt sind.

Es sey das Capital, oder a bekannt, auch der Zusatz vom ersten Jahre, der alle Jahr genommen wird, man suchet $\frac{n}{m}$

$$\text{Es sey } \frac{an}{m} + b = f$$

$$\text{so ist } \frac{n}{m} = \frac{f - b}{a}$$

Exempel. Es hat einer 10000 Thaler im Vermögen. Er verzehrt davon alle Jahr 800 Thaler und nimmt, außer den Interessen, im ersten Jahre 150 Thaler, wie viel hat er Interessen?

$$\frac{n}{m} = \frac{f - b}{a} \text{ hier } \frac{800 - 150}{10000} = \frac{650}{10000}$$

$$= \frac{65}{1000} = \frac{13}{200} \text{ also } 200 : 13 = 100 : x$$

und $x = \frac{13 \cdot 100}{200} = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$ so viel hat er jährlich Interessen von 100 gehabt.

§. 17.

Wir wollen nun in etwas zeigen, wie diese Betrachtungen in die Leibrenten-Rechnung schlagen. Ich bin nicht gewillet, die Lehre von den Leibrenten weitläuftig auszuführen, und die Gesetze der Sterblichkeit, der wahrscheinlichen Lebensdauer in verschiednen Altern zu berühren &c. &c. wornach solche Leibrenten eingerichtet, berechnet und gegeben werden: dazu gehörte ein Buch, und hier würde das vornehmste davon auch zu weitläuftig werden. Sondern ich will nur einige Exempel anführen, um zu zeigen, wie diese Berechnungsart dabey kann angewendet und gebraucht werden. Also Exempel:

Es thut einer 1000 Thaler auf Leibrenten, und bekömmt 8 pro Cent: wie lange muss er leben, wenn der Entrepreneur nichts dabey gewinnet, und das Capital gänzlich zugesetzt ist? Die gewöhnlichen landüblichen Zinsen sollen zu 3 pro Cent gerechnet werden.

Man wird dieses nach der Formel §. 10 berechnen können

$$x = \frac{\log\left(\frac{an}{m} + b\right) - \log b}{\log.(m+n) - \log. m}$$

Diese Formel ist deshalb zu gebrauchen, weil doch alle Jahr vom Capital zugesetzt wird; und der Zusatz das bringet, was mehr, als die landüblichen Zinsen, gegeben wird. Da die landüblichen Zinsen 3 pro Cent sind, so ist

$\frac{n}{m} = \frac{1}{33\frac{1}{3}} = \frac{3}{100}$ also $n = 3$, $m = 100$ und weil 8 pro Cent Leibsenten gegeben werden, so ist von 100 der Zusatz 8 — 3 = 5, also von 1000 alle Jahr 80 — 30 = 50 = b, a ist = 1000. Also die Formel in Zahlen:

$$\frac{\log.\left(\frac{1000.\,3}{100} + 50\right) - \log.\,50}{\log.\,(100 + 3) - \log.\,100} = \frac{\log.\,(30 + 50) - \log.\,50}{\log.\,103 - \log.\,100}$$

$$= \frac{\log.\,80 - \log.\,50}{\log.\,103 - \log.\,100}$$

log. 80 = 1, 9030900 davon
log. 50 = 1, 6989700

0, 2041200 = dem Dividendus

log. 103 = 2, 0128372 davon
log. 100 = 2, 0000000

0, 0128372 der Divisor.

also $\frac{2041200}{128372}$ würklich dividirt, giebt zum Quotienten 15, 9 Jahr, welches 15 Jahr 46 Wochen sind; alsdenn ist alles verzehrt. Lebt der Rentenier länger, so hat der Entrepreneur von jedem 1000, 80 Thaler Schaden, weil sich der Rentenier bezahlen läſst, und der Entrepreneur keinen Vorrath mehr hat.

§. 18.

Es bleiben die Leibrenten zu 8 pro Cent, aber die landüblichen Zinsen sind nur 4 pro Cent, so ist nach der Formel §. 10. $\frac{\log.\left(\frac{a\,n}{m} + b\right) - \log.\,b}{\log.\,(m + n) - \log.\,m}$

$n = 1 \quad m = 25 \quad \frac{n}{m} = \frac{1}{25} \quad a = 1000 \quad b = 40$

die Formel in Zahlen $\frac{\log.\left(\frac{1000.\,1}{25} + 40\right) - \log.\ 40}{\log.\ 26 - \log.\ 25}$

und wenn man die Logarithmen gehörig aufschlägt, und den Zähler durch den Nenner, wie im vorhergehenden Exempel geschehen, dividirt, so ist der Quotient 17, $6\frac{6}{7}$ Jahre, oder 17 Jahr 34 Wochen 5 Tage. Nun ist alles zugesetzt, und lebt der Rentenier länger, jährlich 80 Thaler Schaden.

§. 19.

Es soll bey den 8 pro Cent Leibrenten bleiben, aber die landüblichen Zinsen 5 pro Cent seyn, so gehen alle Jahr 80 — 50 = 30 Thaler vom Capitale fort, und aus der Formel wird in Zahlen:

$$\frac{\log.\left(\frac{1000}{20} + 30\right) - \log.\ 30}{\log.\ 21 - \log.\ 20}$$

$$= \frac{\log.\ (50 + 30) - \log.\ 30}{\log.\ 21 - \log.\ 20} = \frac{\log.\ 80 - \log.\ 30}{\log.\ 21\ \log.\ 20}$$

dieses giebt $\frac{4259687}{211893}$ und würklich dividirt zum Quotienten 20, 1 Jahr, oder 20 Jahr 5 Wochen. Stirbt der Rentenier später, so hat der Entrepreneur jährlich 80 Thaler Schaden, die er herausgeben mufs.

§. 20.

Dieses giebt folgende Tafel: Wenn der Entrepreneur 8 pro Cent Leibrenten giebt, und

ist die landübliche Zinse	so ist alles verzehrt in
3 pro Cent	15, 9 Jahren = 15 Jahren 46 Wochen
4 pro Cent	17, 67 Jahren = 17 Jahren 34 Wochen
5 pro Cent	20, 1 Jahren = 20 Jahren 5 Wochen

und der Entrepreneur hat von 1000, 80 Thaler Schaden. Also ist die Summe des Capitals gröſser oder kleiner und n, das ein Bruch oder ganze Zahl seyn kann, so ist sein Schaden jährlich n 80 Thaler.

§. 21.

Giebt der Entrepreneur 7 pro Cent und es wird nach der Formel im vorhergehenden §.

$$\frac{\log.\left(\frac{a\,n}{m} + b\right) - \log.\,b}{\log.\,(m + n) - \log.\,m}$$

verfahren, da b nachdem die landüblichen Zinsen sind, 40 oder 30 oder 20 Thaler jährlichen Zusatz bedeutet, so entstehet folgende Tafel, deren Construcktion jeder leicht einsehen wird.

Wenn die landübliche Zinse ist	so ist alles verzehrt in
3 pro Cent	18, 93 Jahren = 18 Jahren 48 Wochen
4 pro Cent	21, 6 Jahren = 21 Jahren 31 Wochen
5 pro Cent	25, 67 Jahren = 25 Jahren 34 Wochen 6 Tagen

§. 22.

Wenn der Entrepreneur 6 pro Cent giebt, und die landübliche Zinse ist 3, 4 oder 5 pro Cent, also der jährliche Zusatz, oder b = 30. 20, 10 Thaler, so ist, wenn man nach der Formel §. 21 verfährt

bey landüblicher Zinse zu	alles verzehrt in
3 pro Cent	23, 44 Jahren = 23 Jahren 22 Wochen 6 Tagen
4 pro Cent	28 Jahren
5 pro Cent	36, 72 Jahren = 36 Jahren 37 Wochen 3 Tagen

§. 23.

Man kann auch leicht finden, wenn ein Rentenier stirbt, wie viel der Entrepreneur gewonnen oder verlohren hat; es geschiehet durch die Formel §. 11.

$$a - \left(\left(\frac{m+n}{nm}\right)^p mb - \frac{mb}{n}\right) = d$$ Es ist dieses die Formel, welche die Zusätze vom Capitale in einer Summe enthält. §. 11.

Exempel. Es hat einer 4000 Thaler auf Leibrenten ausgethan, und bekömmt 8 pro Cent; die landübliche Zinse ist 4 pro Cent. Der Rentenier stirbt nach 12 Jahren; wieviel bleibt für den Entrepreneur übrig? Hier ist $a = 4000$, $p = 12$ Jahr $\frac{n}{m} = \frac{1}{25}$ also $n = 1$; $m = 25$; b also $= 160$ Thaler. Also die Formel in Zahlen:

$$4000 - \left(\left(\frac{26}{1.25}\right)^{12} 25.\ 160 - 25.\ 160\right)$$

$$= 4000 - \left(\left(\frac{26}{25}\right)^{12} 4000 - 4000\right)$$

12 log. 26 = 1, 4149733. 12 = 16, 9796796 davon
12 log. 25 = 1, 3979400, 12 = 16, 7752800

0, 2043996
dazu addirt log. 4000 = 3, 6020600

3, 8064596

dieser Logarithme gehöret zu 6404 davon abgezogen
4000

2404

dieses abgezogen von 4000
2404

1596 Thaler. So viel behält der Entrepreneur übrig.

§. 24.

Noch ein Exempel, wo der Entrepreneur verliehrt. Es hat einer 4000 Thaler zu 8 pro Cent Leibrenten ausgethan. Die landübliche Zinse ist 4 pro Cent. Der Rentenier stirbt nach 21, 5 Jahren; wie viel hat der Entrepreneur verlohren?

Hier ist die, in vorhergehenden §. §. gebrauchte Formel nicht gut anzuwenden. Man berechne, wenn alles verzehrt ist, nach der Formel

$$\frac{\log.\left(\frac{a\,n}{m} + b\right) - \log.\,b}{\log.\,(m + n) - \log.\,m}$$

Hier $a = 4000$; $n = 1$; $m = 25$; $b = 160$

also in Zahlen

$$\frac{\log.\left(\frac{4000.\,1}{25} + 160\right) - \log.\,160}{\log.\,26 - \log.\,25}$$

$$= \frac{\log.\,(160 + 160) - \log.\,160}{\log.\,26 - \log.\,25} = \frac{\log.\,320 - \log.\,160}{\log.\,26 - \log.\,25}$$

davon log. 26 = 1, 4149733
log. 25 = 1, 3979400

0, 0170333 Divisor

log. 320 = 2, 5051500 davon
log. 160 = 2, 2041200

0, 3010300

$$\begin{array}{r|l}
0,\ 3010300 & 17,\ 67 \\
170333 & \\
\hline
1306970 & \\
170333 & \\
1192331 & \\
\hline
114639 &
\end{array}$$

Da er 21, 5 Jahre lebt, und in 17, 67 Jahren alles verzehret ist, so ist von 17, 67 bis 21, 5 noch übrig

$$\begin{array}{r}
21,\ 50 \\
\hline
3,\ 83
\end{array}$$

3, 83 Jahre

dieses multiplicirt mit 320, indem er die von 4000 Thaler, zu 8 pro Cent, geben muſs, giebt

$$\begin{array}{r}
3,\ 83 \\
3\ \ 20 \\
\hline
7660 \\
1149 \\
\hline
1225{,}60
\end{array}$$

er hat also 1225, 6 Schaden. Und dieses mag von dieser Rechnungsart genug seyn.

Etwas vom Interusurium.

Interusurium ist wenn man Zinsen auf Zinsen hebt und sich bezahlen läſst, oder sie giebt. Z. E. Einer ist an jemanden eine gewisse Summe Geld schuldig, die er mit einem gewissen pro Cent jährlich verzinset. Er giebt aber nach Verlauf des Jahrs die Zinsen nicht, sondern schlägt sie wieder zum Capitale, und verzinset sie mit eben dem pro Cent. Das Capital ist also so viel gröſser geworden, und er bekömmt am Ende des nächsten Jahrs mehr Interessen. Nach dem verflossenen Jahre werden auch diese Interessen zum Capitale geschlagen. Das Capital wird wieder gröſser, und er bekömmt am Ende des Jahrs wieder mehr Interessen, als im vorhergehendem Jahre, und so gehet das immer fort. Ein sinnliches Exempel wirds noch mehr erläutern. 1) Ich habe bey jemandem 100 Thaler zu 5 pro Cent Zinsen stehen. Ich müſste also nach Verlauf des Jahrs 5 Thaler Zinsen haben. Der Schuldner aber behält die 5 Thaler, und schlägt sie zum Capitale. Er ist also 105 Thaler schuldig, und muſs sie verinteressiren. Ich bekomme nun am Ende des Jahrs die Interessen von 105 Thalern; diese sind 5 Thaler 6 ggr. Dieses wieder zum Capitale geschlagen, so wird mir der Schuldner im nächsten Jahre zu verinteressiren schuldig 110 Thaler 6 ggr.

2) Oder ich habe an jemanden nach Verlauf einer gewissen Zeit ein Capital zu zahlen, das bis dahin keine Interessen thut; ich will ihn aber jetzt gleich bezahlen, so ist es begreiflich, wenn Interessen auf Interessen gerechnet werden, daſs er weniger bekömmt, als wenn ich ihn zur bestimmten Zeit bezahle: denn er genieſst, wenn ich ihn gleich bezahle, nach einem Jahre die Zinsen, welche er erst, wenn ich ihn zur bestimmten Zeit bezahlt hätte, von der Zeit an, nach einem Jahre empfangen hätte. Ich habe ihm also so viel nur zu bezahlen, daſs, wenn er die Zinsen rechnet, er zu der Zeit, da ich ihn eigentlich bezahlen müſste, die volle Summe nun bekommen hat.

Z. E. Ich hätte jemandem nach 5 Jahren 1000 Thaler zu bezahlen, und ich bezahle ihn jetzt gleich, so habe ich nicht nöthig, ihm jetzt gleich mehr zu geben, als dafs, wenn ich ihm von dem, was ich ihm jetzt gleich gebe, Zinsen auf Zinsen rechne, dieses nach 5 Jahren mit den Zinsen, eben 1000 Thaler ausmache. Hierüber wollen wir nun Betrachtungen anstellen. Es würde eine unsägliche Arbeit seyn, wenn man das durch die gemeine Rechnenkunst suchen wollte, vornemlich wenn der Termin etwas lang wäre, wie man denn das bald finden wird, wenn man auch einen kleinen Versuch darüber anstellet. Wir wollen jetzt den letztern Fall zuerst nehmen, um uns die Rechnung bequemer zu machen.

Ich sey jemandem nach Jahres Frist eine gewisse Summe zu bezahlen schuldig, und gebe so lange keine Interessen. Ich will ihn aber jetzt gleich bezahlen, wo er also gleich Zinsen vom Capital ziehen kann. Es ist die Frage, wieviel ich ihm jetzt gleich zu geben nöthig habe? nachher wollen wir mehrere Jahre nehmen, und endlich die Rechnung ganz allgemein vortragen. Ich hoffe deutlich zu seyn.

§. 2.

Es sey das Capital a, der jährliche Zins von 100 $= \frac{p}{q}$, ich bezahle das jetzt gleich, was ich ihm erst nach Verlauf eines Jahrs zu bezahlen schuldig war. Gebe ich nun dem Creditor ganz a, so gebe ich ihm zu viel, weil ich dieses a erst nach Verlauf *eines* Jahrs zu bezahlen schuldig war, und also so lange noch Interessen davon ziehen könnte. Er Creditor müfste mir also nach Jahres Frist die Interessen von diesem a geben, welches $\frac{a\,p}{q}$ ist. Er will sie mir aber *gleich* geben. Er giebt mir nun aber zu viel, denn er war nur schuldig, sie erst nach abgelaufenem Jahre zu geben. Ich bin nun schuldig, nach Jahres

Frist, von diesen mir gegebenen Zinsen, wieder die Zinsen zu geben, die wären $\frac{ap}{q} \cdot \frac{p}{q} = \frac{ap^2}{q^2}$ auch die gebe ich ihm sogleich; ich hätte es erst nach Jahres Frist zu thun nöthig. Er giebt mir auch hiervon die Zinsen gleich, die er erst nach Jahres Frist bezahlen müſste, und die $\frac{ap}{q} \cdot \frac{p}{q} \cdot \frac{p}{q} = \frac{ap^3}{q^3}$ und so geht es bis ins Unendliche fort. Wenn man nun berechnet, was man alles dem Creditor gegeben, und dieses mit ÷ und was man zurück bekommen, mit — bezeichnet, so entstehet folgende unendliche geometrische Reihe. Sie enthält, was man auszahlen muſs wenn man gleich zahlet, was man erst nach Jahres Frist zu bezahlen schuldig war. Sie ist:

$$a - \frac{ap}{q} \div \frac{ap^2}{q^2} - \frac{ap^3}{q^3} \div \frac{ap^4}{q^4} - \frac{ap^5}{q^5} \div \frac{ap^6}{q^6} \cdots\cdots\cdots$$

§. 3.

Dieses ist eine fallende geometrische Reihe, deren Zeichen abwechseln, und die sich summiren läſst. Die Formel für solche Reihe deren Zeichen abwechseln ist: $\frac{ac}{c \div b}$ wo das erste Glied $= a$, der Exponent ein ächter Bruch $= \frac{b}{c}$ ist. Sein Zähler ist $= b$ und sein Nenner $= c$. Hier ist nun das erste Glied $= a$ der Zähler des Bruchs $= p$, und der Nenner $= q$. Diese Formel würde also $= \frac{aq}{q \div p}$, und das ist alles was der Debitor, der erst nach Jahresfrist zu bezahlen schuldig war, dem Creditor, wenn er ihn gleich bezahlet, geben muſs. Hierüber nun ein Exempel, und weil es leicht ist, ohne Logarithmen zu gebrauchen. Es sey jemand nach Jahresfrist 100 Thaler zu bezahlen schuldig, er will den Posten gleich bezahlen, die Zinsen sind 5 pro Cent oder $\frac{1}{20}$, wie viel muſs er gleich bezahlen?

Hier ist $a = 100$; $\frac{p}{q} = \frac{1}{20}$ also aus der Formel

$\frac{q\,a}{p+q}$ wird $\frac{20.\,100}{21} = \frac{2000}{21} = 95,238\ldots$

$= 95$ Thaler 8 mgr. $4\frac{544}{1000}$ Pfennig, oder 95 Thaler 5 ggr. $8\frac{12}{21}$ Pfennig,

Logarithmisch würde aber das heraus kommen:

$$\begin{array}{lrl} \log.\ 100 & = & 2,0000000 \\ \log.\ 20 & = & 1,3010300 \text{ addirt} \\ \hline & & 3,3010300 \\ \log.\ 21 & = & 1,3222193 \text{ abgezogen} \\ \hline & & 1,9788107 = \log x \end{array}$$

$= \log 95,237$. Nun ist 0, 237 Thaler = 5 ggr, und etwas darüber, weil der log x kleiner als in den Tafeln, und der darauf folgende etwas gröſser, und es sich nicht der Mühe verlohnte den Logarithmen genau zu suchen.

Rechnet man nun, wieviel 95 Thaler 8 mgr. $4\frac{544}{1000}$ Pfennig auf 1 Jahr Zinse thut, so kommen eben 100 Thaler heraus. Es ist (95 Thaler 8 mgr. $4\frac{544}{1000}$ Pfennig) $\frac{1}{20} = \frac{4544}{1000}$ Pfen. . $\frac{1}{20} = \frac{4544}{20000} = \frac{2272}{10000}$ Pfennig.

$= \frac{8}{20}$ mgr. $= \frac{2}{5}$ mgr. $= \frac{16}{5}$ Pfen. $= 3\frac{1}{5}$ Pfen. $= 3\frac{2000}{10000}$ Pfen.

$\frac{95}{20}$ Thaler $= 4\frac{15}{20}$ Thaler $= 4\frac{3}{4}$ Thaler $= 4$ Thaler 27 mgr.

Wir haben also zu summiren 95 Thaler 8 gr. $4\frac{544}{1000}$ Pfen.

und 4 - 27 - $3\frac{4272}{10000}$

99 Thlr 35 mgr. $7\frac{9712}{10000}$ Pfen.

= 100 Thaler.

woran $\frac{288}{10000}$ Pfennige fehlen, weil wir den Bruch bey den Pfennigen nicht genau genommen haben.

§. 4.

Rechnet man 4 pro Cent Zinsen, so ist $\frac{p}{q} = \frac{1}{25}$, rechnet man 3 pro Cent, so ist $\frac{p}{q} = \frac{3}{100}$, bey $2\frac{1}{2}$ pro Cent ist $\frac{p}{q} = \frac{1}{40}$, wir wollen nur die Interesse $2\frac{1}{2}$ pro Cent, und das Exempel §. 3 berechnen, wo $a = 100$; $p = 1$, 9 so ist also die Formel $\frac{100.\ 40}{41} = 97$ Thlr. 13 ggr. 5, 56 Pfennig.

§. 5.

Die Formel $\frac{aq}{q \div p}$ §. 3. war für 1 Jahr voraus zu bezahlen, nun soll er aber 2 Jahr vorausbezahlen. Um dieses deutlich zu machen, wollen wir annehmen: es wolle der Debitor, der erst nach 2 Jahren zu bezahlen schuldig war, nach Verlauf eines Jahrs die Schuld bezahlen, also 1 Jahr zum voraus: er war nach §. 3 zu bezahlen schuldig $\frac{aq}{q \div p}$ dieses soll d heiſsen: aber er will ihn nun gleich bezahlen; er muſs also bezahlen $\frac{d - qa}{q \div p}$ aber $d = \frac{qa}{q \div p}$ das anstatt d ſubſtituiret, giebt $\frac{aq}{q \div p} \cdot \frac{q}{q \div p} = \frac{aq^2}{(q \div p)^2}$ so wird Debitor, wenn er erst in 3 Jahren zu bezahlen schuldig wäre, und *gleich* bezahlet hätte, dem Creditor gleich entrichten müssen $\frac{q^3 a}{(q \div p)^3}$ und da man nun siehet, wie es fortgehet, wenn man nach *n* Jahren zu bezahlen schuldig wäre, und gleich bezahlet $\frac{q^n a}{(q \div p)^n}$. Wir wolßen nun dieses durch ein Paar Exempel erläutern, auch die mehrste Zeit 5 pro Cent annehmen, oder $\frac{p}{q} = \frac{1}{20}$ da denn $p = 1$; $q = 20$ seyn wird.

§. 6.

Es hat jemand in 10 Jahren 100 Thlr. zu bezahlen, er bezahlet sie gleich, wieviel muſs er geben? Die Formel war $\frac{q^n a}{(q+p)^n} = x$ hier ist $n = 10 =$ der Zahl der Jahre, also die Formel in Zahlen $\frac{20^{10}}{21^{10}}\, 100 = x$.

$$
\begin{array}{lrl}
10 \text{ Logar. } 20 = & 1,3010300.\ 10 = & 13,0103000 \\
 & \log 100 = & 2,0000000 \text{ addirt} \\
\hline
 & & 15,0103000 \\
 & \text{davon abgezogen } 10 \log 21 = & 13,2221930 \\
\hline
 & & 1,7881070
\end{array}
$$

Dieser Logarithme passet am nächsten zu der Zahl 61, 391 und ist nur sehr wenig verschieden. Er muſs also *gleich* bezahlen 61 Thlr. 9 ggr. $\frac{608}{1000}$ Pfenn. In den Pfennigen wird etwas zu wenig seyn, wer es genau wissen will, muſs die Zahl für den Logarithmen 1, 788 1070 genau suchen, welches wir aber nicht thun wollten.

§. 7.

Noch ein Exempel. Ich bin einem 1000 Thlr. in 5 Jahren zu bezahlen schuldig, ich will ihn gleich bezahlen, die Zinsen sind 5 pro Cent, was muſs ich ihm geben? $\frac{q^n a}{(q+p)^n} = x$. hier ist $n = 5$; $a = 1000$; $q = 20$; $q + p = 21$. Also

$$5 \log 20 = 6,5051500$$
$$\log 1000 \quad 3,0000000$$
$$9,5051500$$

$$9,5051500, \text{ und nun}$$
$$5 \log 21 = 6,6110965$$
$$2,8940535 = \log. x.$$

Dieser Logarithme passet ziemlich genau auf 783, 526 also $783 \frac{526}{1000}$ Thaler, oder 783 Thlr. 12 ggr. $7 \frac{61}{125}$ Pfennig.

§. 8.

Die allgemeine Formel war $\frac{q^n}{(p \div q)^n}\, a = x$, wenn von p, q, a, n, x 4 Stücke gegeben sind, so läſst sich das 5te daraus finden, welches wir nun zeigen werden. Wie aus den ersten 4 das 5te nemlich x gefunden werde, haben wir schon in den Exempeln §. 6 und 7 gezeiget, wir wollen es nun von den andern zeigen, und das Exempel §. 7, blos der Deutlichkeit halber zum Grunde legen, da man das leicht durch andere Exempel wird erläutern können.

Es soll erstlich *a* oder das Capital gesucht werden. Es sey x bekannt oder was man bezahlen muſs, wie auch p, q und n, man suchet das Capital

$$\frac{q^n}{(p \div q)^n}\, a = x$$

$$n \log q \div \log a - n \log (p \div q) = \log x$$

$$\log a = \log x \div n \log (p \div q) - n \log q$$

Exempel. Es bezahlt mir einer gleich 783, 526 Thaler, wie stark ist das Capital, welches er erst in 5 Jahren zu bezahlen schuldig gewesen wäre? Hier ist $x = 783, 526$; $n = 5$, $p = 1$, $q = 20$. Also

$$\log. x = \log. 783,526 = 2,8940535$$
$$5 \log. 21 - 5 \log. 20 = 0,1059465$$
$$3,0000000$$

Dieses ist der Logarithmus a und gehöret zu 1000, also $a = 1000$, welches auch herauskommen muſs.

§. 9.

Es bleibe alles wie vorher und ſey alles bekannt bis auf n oder die Anzahl der Jahre die soll gesucht werden. Die allgemeine Formel ist

$$\frac{q^n}{(p+q)^n}\, a = x \text{ also}$$

$$n \log. q - n \log (p+q) + \log a = \log x$$

$$n\,(\log q - \log (p+q) = \log x - \log a$$

$$n = \frac{\log x - \log a}{\log q - \log (p+q)}$$

$\log x = \log 783,526 = 2,8940535$

$\log a = - \log 1000 = 3,0000000$ abgezogen

Der Dividendus $- 0,1059465$

$\log 20 = 1,3010300$

$\log 21 = 1,3222193$ abgezogen

$- 0,0211893$ Der Divisor.

Nun würklich dividiret, da *Minus* mit *Minus* Plus zum Quotienten giebet, so wird der Quotient Plus ſeyn

1059465	
211893	5 Jahr
1059465	

also die Zahl der Jahre 5 welches auch recht ist.

§. 10.

Man kann auch die jährlichen Interessen von 100 oder $\frac{q}{(p+q)}$ finden, und man muſs alsdenn die Gröſse $\frac{q}{(p+q)}$ ſuchen, daraus laſſen ſie ſich finden, wie wir gleich zeigen werden.

In §. 5 ist

$$\frac{q^n\ a}{(p+q)^n} = x$$

also

$$n \log q - n \log (p+q) + \log a = \log x$$

$$n (\log q - \log (p+q)) = \log x - \log a$$

$$\log q - \log\ p+q = \frac{\log x - \log a}{n}$$

Exempel. Es bleibe alles wie vorher x = 783, 526, a = 1000, n = 5.
So ist log x = log 783, 526 = 2, 8940535
— log 1000 = — 3, 0000000

Der Dividendus — 0, 1059465

der Divisor 5; also — 0, 1059465 | 0, 211893

Da der Logarithme, den wir jetzt erhalten haben, weil *minus* mit *plus* eine minus Gröſse zum Quotienten giebt, wegen der Characteriſtick 1. 050 und weil eine *minus* Gröſse zu $\frac{1}{1000}$ gehöret, so wird daraus, wenn im Divisor die Decimal-Brüche weggeschafft worden, durch die Multiplication mit 1000

$$\frac{1}{1,050} \cdot 1000 = \frac{1000}{1050} = \frac{100}{105} = \frac{20}{21}$$

nun verhält $20 : 21 = 100 : 105$ also der jährliche Zins von $100 = 5$ Rthlr.

Noch ein Exempel. Es hat jemand 1200 Thaler stehen, aber erst nach 5 Jahren zahlbar; er wird gleich mit 1000 bezahlt; wie hoch sind die Interessen von 100 gewesen? Hier ist $n = 5$; $x = 1000$; $a = 1200$

$$\log. q - \log. (p+q) = \frac{\log. x - \log. a}{n}$$

$$\begin{array}{lll} \log. x = \log. 1000 & = & 3,0000000 \\ -\log. a = \log. 1200 & - & \underline{3,0791812} \text{ abgezogen} \\ & - & 0,0791812 \end{array}$$

Dieses dividiret durch 5 ist $= 0,0158162$ weil der gefundene Logarithm. eine *Minus* Gröſse ist, so gehöret er zu einer Zahl, die der Nenner eines Bruchs, und wo der Zähler $= 1$ ist, also zu $\frac{1}{1,0371}$; Zähler und Nenner multipliciret mit $10000 = \frac{10000}{10371}$ also

$10000 : 10371 = 100 : x$ oder also $\frac{q}{p+q}$ oder $100 : 10371 = 1 : x$

die jährliche Interesse von $100 = \frac{10371}{100} = 3,71$ Thaler $= 3$ Thaler 25 gr. $4\frac{1}{2}$ Pfennig.

§. 10.

Wir wollen nun die Aufgabe umkehren; Es thue jemand ein Capital Zins auf Zins aus; wieviel wird der Ausleiher nach *n* Jahren Capital und Zinsen zusammen zu empfangen haben? Die jährliche Zinse von 100 soll $\frac{p}{q}$ seyn.

Es kann dieses aus der ersten Formel §. 5. hergeleitet werden. Da war x was Creditor empfieng, hier aber ist c das was er austhut, und davon Zins auf

Zins mit dem Capitale bekömmt. *a* in §. 5. ist was er haben muſs, also noch unbekannt und muſs gesucht werden: das Exempel §. 7, wird es erläutern. Da sollte jemand in 5 Jahren 1000 Thaler haben, er wird aber gleich bezahlt zu dem bestimmten pro Cente zu $\frac{1}{20}$ und bekommt nur alsdann 783, 526 Thaler. Es ist nun ganz natürlich, daſs es eintreffen muſs, daſs, wenn er die 783, 526 Thaler zu gleichem pro Cent, Zins auf Zins ausgethan hättte, er nach 5 Jahren Zins auf Zins mit dem Capital 1000 Thaler hätte erhalten müssen; das war in dem Exempel $= a$, wir wollen nun a suchen.

$$\text{§. 7. ist } \frac{q^n\, a}{(q+p)^n} = x$$

folglich

$$a = x\left(\frac{p \div q}{q^n}\right)^n$$

Hier ist nun a, oder das Capital mit den Zinsen das unbekannte. Es sey also $= x$ und ferner x dasjenige, was Zins auf Zins giebt; es heiſse also a.

Es wird also jemand nach *n* Jahren mit $\frac{p}{q}$ von 100 Interesse erhalten, wenn x das zu empfangende und a das ausgethahene Capital ist $\left(\frac{p \div q}{q^n}\right)^n a = x$

Ein Exempel mag es gleich erläutern. Es soll das Exempel §. 7. seyn. Es thut einer 783, 526 Thaler zu 5 pro Cent Zins auf Zins, oder $\frac{1}{20}$ aus. Wieviel ist nach 5 Jahren Capital und Zinsen zusammen?

Hier ist $p = 1$; $q = 20$ $(p \div q) = 21$; $a = 783, 526$; $n = 5$.

$$\left(\frac{p \div q}{q^n}\right)^n a = \frac{21^5}{20^5} \cdot 783, 526$$

$$\begin{array}{rcl}
5 \log. 21 & = & 6,\ 6110965 \\
\log. 783, 526 & = & \underline{2,\ 8940535} \\
 & & 9,\ 5051500 \\
5. \log, 20 & = & \underline{6,\ 5051500} \\
 & & 3,\ 0000000 = \log. x
\end{array}$$

die Zahl dazu ist 1000.

Noch ein Exempel. Es habe einer 1000 Thaler a 5 pro Cent Zins auf Zins ausgethan; wieviel muſs er nach 10 Jahren Zins und Capital zusammen haben?

Hier ist $p = 1$; $q = 20$; $n = 10$; $a = 1000$.

$$\begin{array}{lcl} 10 \log. 21 & = & 13,2221930 \\ 10 \log. 20 & = & \underline{13,0103000} \text{ abgezogen} \\ & & 0,2118930 \\ \log. 1000 & = & \underline{3,0000000} \\ & & 3.2118930 \end{array}$$

für diesen Logarithmen ist die Zahl 1628, 9 paſslich, so viel würde der Creditor Zins auf Zins zusammen zu empfangen haben.

§. 12.

Die Formel war §. 11. $\left(\frac{p+q}{q^n}\right)^n a = x$. Wir wollen nun die verschiedenen, hierin befindlichen Gröſsen durch Formeln zu bestimmen suchen. 1) Es sey alles bekannt, bis auf a, oder das Capital; man suchet das. Also:

$$n \log. \left((p+q) - \log. q\right) + \log. a = \log. x$$

$$\log. a = \log. x + \log. (q) - \log. (p+q)$$

Es bekömmt jemand nach 5 Jahren 1500 Thaler Capital und Interessen, Zins auf Zins zusammen. Wieviel ist das vor 5 Jahren ausgethahene Capital gewesen, wenn man 5 pro Cent oder $\frac{1}{20}$ Interessen rechnet? Es ist nach der Formel $\log. a = \log. 1500 + 5 (\log. 20 - \log. 21)$

$$\begin{array}{rcr} \text{Nun ist } 5 \log. 20 & = & 1,3010300 \\ & & \underline{5} \\ & & 6,5051500 \\ 5 \log. 21 & = & \underline{6,6110965} \\ & & -0,1059465 \\ \text{Dazu } \log. 1500 & = & \underline{3,1760913} \\ & & 3,0701448 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,3222193 \\ \underline{5} \\ 6,6110965 \end{array}$$

dieser Logarithme gehört zu 1175, 29, so viel Thaler ist das Capital gewesen: welches 1175 Thaler 6 ggr. 11 pf. beträgt.

§. 13.

2) Wir wollen nun aus der Formel §. 11. wo alles, bis auf die Zahl der Jahre oder bis auf n bekannt ist, dies n herleiten.

Die Formel ist §. 11. $\left(\frac{p+q}{q^n}\right)^n a = x$

$$n \log.(p+q) - \log. q + \log. a = \log. x$$

$$n\,(\log.(p+q) - \log. q = \log. x - \log. a$$

$$n = \frac{\log. x - \log. a}{\log.(p+q) - \log. q.}$$

Exempel. Es habe jemand 1500 Thaler, a 5 pro Cent Zins auf Zins ausgethan; er empfängt am Ende Capital und Zinsen, zusammen 2400 Thaler; wie lange hat das Capital Zins auf Zins gestanden?

$$\text{Hier ist } n = \frac{\log. 2400 - \log. 1500}{\log. 21 - \log. 20.}$$

log. 2400 3, 3802112
— log. 1500 3, 1760413

0, 2041199 der Dividendus

log. 21 = 1, 3222193
— log. 20 = 1, 3010300

0, 0211893 der Divisor

würklich dividiret 2041199 | 9, 6 Jahr
211893
1907037
―――――――
1341620
211893

die Zahl der Jahre ist 9, 6; welches 9 Jahre 219 Tage ausmachen.

§. 14.

Aus dieser Formel für n läſst sich auch die Auflösung einer Aufgabe herleiten, die wir gleich anführen wollen. Es thut jemand ein Capital Zins auf Zins aus; er will es so lange stehen lassen, bis alles noch einmal so viel bringet, als er ausgethan hat; wie lange muſs das Capital stehen? Man muſs wieder n suchen, aber x = 20 nehmen, denn man will noch einmal so viel wieder haben, als man ausgethan hat. Die Interessen sollen 5 pro Cent, oder $\frac{1}{20}$ seyn. Die Gleichung ist folgende:

$$\left(\frac{p+q}{q^n}\right)^n a = 2a$$

$$n\,(\log.\ (p+q) - \log.\ q) = \log.\ 2$$

$$n = \frac{\log.\ 2}{\log.\ (p+q) - \log.\ q}$$

sollte es dreimal so viel seyn, so wird im Zähler log. 3; bey viermal so viel, im Zähler log. 4 u. s. w. genommen. Wir wollen jetzt das doppelte nehmen und die Interessen 5 pro Cent oder $\frac{1}{20}$ rechnen.

log. 2 = 0,3010300 der Dividendus
log. 21 = 1, 3222193
log. 20 = 1, 3010300 abgezogen
―――――――
0, 0211893 Divisor

also 3010300 | 14, 206
211893
891370
211893
847572
437980
211893
423786
1419400
211893

also $n = 14, 206$ Jahren.

Nun noch bey viermal so viel

log. 4 = 0, 6020600 | 28, 413
211893
423786
1782740
211893
1695144
875960
211893
847572
283880
211893
719870
211893

28, 413 Jahre.

§. 15.

Wir wollen doch hierüber ein Exempel geben: Es thut jemand 1 Pfennig Zins auf Zins zu 5 pro Cent, oder zu $\frac{1}{20}$ aus, wie lange mufs er stehen, ehe dieses Capital mit den *Zinsen zusammen zehntausend Thaler bringet?*

Da 1 Thaler = 288 Pfennige, so sind 10000 Thaler 288 . 10000 Pfennige. Der Logarithmus, log. 288 + log. 10000 = 6, 4593925 dividirt durch 211893 = 304, 842 hat zum Quotienten diesen Quotienten. Wir wollen doch, da das fast unglaublich ist, eine Tafel hersetzen, wo auf jede 14, 206 Jahr die Gröfse das Duplum beträgt. Hätten wir mehr Decimal - Brüche genommen, so würde die Sache noch genauer heraus kommen.

Nach Jahren	bringt es	Thlr.	mgr.	pf.
14, 206	—			2
28, 412	—			4
42, 618	—		1	
56, 824	—		2	
71, 030	—		4	
85, 236	—		8	
99, 442	—		16	
113, 648	—		32	
127, 854	—	1	28	
142, 060	—	3	20	
156, 266	—	7	4	
170, 472	—	14	8	
184, 678	—	28	16	
198, 884	—	56	32	
213, 090	—	113	28	
227, 296	—	227	20	
241, 502	—	455	4	
255, 708	—	910	8	
269, 914	—	1820	16	
284, 120	—	3640	32	
298, 326	—	7281	28	
nach 6, 516	—	10007		

Der kleine Unterschied von 7 Thaler entstehet daher, weil die Decimal-Brüche nicht genau genug genommen sind. Die letzten 6, 516 werden durch die Formel $\frac{(p+q)^n}{q^n}$ a berechnet.

Hier durch $\frac{(21)^{6,516}}{20^{\cancel{6,516}}} \cdot 7281\frac{7}{9}$ 20, 6516

§. 16.

3) Es sey alles bekannt, bis auf die Interessen, die man aus $\frac{p+q}{q}$ suchen mufs. Auch dieses läfst sich durch unsere Formel finden.

$$\text{§. 11. } \left(\frac{p \div q}{q^n}\right)^n a = x$$

$$\text{dann } n \log. \left((p \div q) - \log. q\right) \div \log. a = \log. x$$

$$n \left(\log. (p \div q) - \log. q\right) = \log. x - \log. a$$

$$\log. p \div q - \log. q = \frac{\log. x - \log. a}{n}$$

Exempel. Es thut jemand 5000 Thaler Zins auf Zins aus; er bekömmt nach 8 Jahren 6500 Thaler Capital und Interessen zusammen; wieviel ist die jährliche Interesse von 100 gewesen?

$$\begin{aligned} \log. x &= \log. 6500 &&= 3,8129134 \\ \log. a &= \log. 5000 &&= \underline{3,8989700} \text{ abgezogen} \\ & && \quad 0,1139434 \end{aligned}$$

dieses dividirt durch n = 8 giebt zum Quotienten 0,1442.

Der Logarithme davon ist 0,0142429 und gehöret zu 1,0333 = $\frac{10333}{10000}$

also 10000 : 10333 = 1 : x oder

x = 103,33, welches die jährlichen Interessen von 100 sind, es macht 3 Thlr. 7 ggr. 11,04 Pfennig aus.

§. 17.

Dieses wären die ersten Grundsätze und Anwendung des *Interusuriums*. Nun läßt, wie man leicht denken kann, diese Art Rechnung sich mit vielen andern verbinden, die wir aber hier, der Kürze halber, und weil sie ohnedem schon weitläuftig ausgeführet, übergehen, da sie ohnedem in den Gerichten verworfen wird, obgleich, es recht betrachtet, sie *Summum jus & fas* ist.

Ueber
die jährliche Abnahme eines auf Zinsen
ausgeliehenen Capitals,
durch
jährlichen Zusatz vom Capital;
welches auch
in die Berechnung von Leibrenten schläget:
und
über das Interusurium.

Ein
Program auf Michaelis 1796

Gartz

von

Johann Friedrich Häseler,
Fürstlich Braunschweig-Lüneburgischem Consistorialrathe, Abte von Amelunxborn, Mitgliede des grösern Ausschusses der Prälaten-Curie, Generalsuperintendenten des Weser-Districts, verschiedener Societäten correspondirendem Mitgliede, auch Curatore der Kloster- und Stadtschule in Holzminden.

Holzminden,
gedruckt bey Justus Heinrich Bohn.