Beweis,

daß der

Algorithmus speciosus

nach dem ächten Lehrbegrif der Analysten

keine wiedersinnige Rechnungsregeln

enthalte.

Einladungsschrift

zu seinen

am 25ten dieses Monats anzufangenden

Vorlesungen.

---

ausgeführt

von

Wenzesl. Joh. Gustav Karsten,

Phil. D.

Rostock,

gedruckt mit A. F. Rösens Schriften. 1757.

Unter allen menschlichen Wissenschaften behaupten gewis darin die Mathematischen den Vorzug, daß man die Wahrheiten, welche sie lehren, mit der grösten Deutlichkeit vortragen, und mit Beweisen, welche die gröste Ueberzeugung würken, bestärken kan. Man bürdet ihnen mit dem grösten Unrecht falsche Begriffe, und einander widersprechende Lehrsätze auf, wenn man nicht vielleicht ein Versehen, so von diesem oder jenem Lehrer der Mathematik begangen worden, der Wissenschaft selbst zur Last legen will. Eine Wahrheit, die an sich deutlich und gewis ist, kan so verstellt werden, wenn man sie nicht aus deutlichen und bestimten Begriffen folgert, daß sie wiedersinnig genug heraus komt, und man mus zugeben, daß es manchen mathematischen Lehren so ergangen sey. Der Algorithmus speciosus, und in demselben besonders die Rechnungssten Schein haben, daß sie aber doch nicht zulänglich sind, sondern zusamt den Operationen, welche sie rechtfertigen sollen, aus der Mathematik müssen verworfen werden. Herr Clairaut hat in seinen Anfangsgründen der Algebra eine andre Art des Vortrages erwehlet, die ebenfals verworfen wird, und ich halte selbst davor, daß demjenigen, welcher die Strenge der Hausenschen und Segnerischen Beweise einsiehet, die Art zu beweisen des Herrn Clairaut nicht sehr gefallen kan, daher werde ich auch nur dasjenige zu wiederlegen suchen, was gegen die Beweise derer Herren von Segner und Hausen erinnert wird. Es komt auf drey Hauptpunkte an. Mein Herr Gegner will 1) ohne die Gründe der gegenseitigen Meinung in Betrachtung zu ziehen, gerade zu beweisen, daß die Multiplication und Division der positiven und negativen Grössen in einander mit der Natur und dem Wesen dieser Rechnungsarten sich nicht reime, 2) die Gründe der gegenseitigen Meinung prüfen, und ihre Unzulänglichkeit zeigen, 3) wenn gleich diese Gründe eine Weile angenommen werden, dennoch zeigen, daß auch bey Setzung derselben solche ungereimte Folgen sich ergeben, die man auf keine Weise werde heben können. Um nun bey der ganzen Streitsache ordentlich zu werke zu gehen, ist es nothwendig, daß wir uns darüber vergleichen, was die Eintheiluug der Grössen in positive und negative sagen will, und was denn addiren, subtrahiren, multipliciren und dividiren eigendlich heisse.

§. III.

Es ist ans den ersten Anfangsgründen der Mathematik bekant, daß man eine jede Grösse überhaupt betrachtet (wenn man nicht diese oder jene Art der Grösse insbesondre, z. E. eine ausgedehnte oder nicht ausgedehnte oder irgend eine andre Art der Grösse im Sinne hat, wenn man folglich nicht auf die Lage oder sonst mögliche Verknüpfung der Theile sehen darf) sich als eine Anzahl vieler Theile von einerley Art vorstellen müsse. Man hat hiebey eben nicht Ursache, nothwendig anzunehmen, daß diese Theile alle einander gleich sind. Ich stelle mir die Linie

A C D B

als eine Anzahl vieler Theile von einerley Art vor, wenn ich dencke die drey gleiche Theile AC, CD und DB machen die ganze Linie AB aus. Ich stelle mir aber eben dieselbe Linie

A E B

als eine Anzahl vieler Theile von einerley Art vor, wenn ich denke die beyden ungleichen Theile AE und EB sind zusammen genommen die Linie AB. Ich schliesse hieraus dieses, daß man von einer jeden Grösse überhaupt betrachtet annehmen könne, sie sey entstanden, indem die Theile, welche man in derselben unterscheidet, nach einander gesetzt und mit einander verknüpft worden. Diese Theile können, wie man will, einander gleich oder ungleich angenommen werden. Die Linie AB kan entstanden seyn, indem zuerst der Theil AC sodann einandrer CD der dem ersten AC gleich, ferner ein dritter DB so wieder den ersten gleich, u. s. f. gesetzt und mit den vorhergehenden verknüpft worden. Man kan in diesem Fall auch sagen, die Linie AB entstehe, indem ein be=

ſtimter Theil derſelben AC etliche mahl geſetzt werde. Es kan aber dieſelbige Linie AB entſtanden ſeyn, indem zuerſt der Theil AE und ſodann noch einandrer EB, ſo dem erſten ungleich, geſetzt worden. Man nehme an, es ſey die gerade Linie AB

F C A C B

entſtanden indem der Theil AC dreymahl von A nach B, nach der rechten Hand herüber, geſetzt worden, und es iſt möglich, daß noch eine andere gerade Linie gemacht wird, die auch von dem Punkt A ihren Anfang nimt. Sie kan in Abſicht auf A eine jede Lage haben, daher kan man annehmen, ſie ſoll entſtehen, indem AC von A angerechnet nach F, nach der linken Hand herüber dreymahl geſetzt wird, ſo daß eine Linie AF entſtehet, welche mit der vorigen AB gerade fort (in directum) liegt, und alſo eine Lage hat, die der Lage der vorigen AB ſchnurſtraks entgegen geſetzt iſt. Die Linien AB und AF, welche von A aus nach entgegen geſetzten Richtungen ſo fortgezogen ſind, daß ſie in directum liegen, ſind alſo von der Art, daß man immer ſicher ſchlieſſen kan, wenn von einer dieſer Linien die Rede iſt, und die eine z. E. AB wird geſetzt, ſo wird die andre AF nicht geſetzt, d. i. verneint, und wenn die erſte AB nicht geſetzt, oder verneint wird, ſo wird eben durch die Verneinung derſelben die andre AF geſetzt. Denn wenn eine von beyden geſetzt werden ſoll, nicht aber AB, ſo iſt es unſtreitig, daß AF mus geſetzt werden. Dieſe Eigenſchaft der Linien AB und AF, vermöge welcher man von der Setzung der einen auf die Verneinung der andern und umgekehrt von der

Vernei-

Verneinung der ersten auf die Setzung der andern schliessen kan, gründet sich darin weil die eine auf eine Art entstanden ist, die der Art wie die andre entstanden ist, grade wiederspricht. Wenn man daher überhaupt zwey Grössen sich vorstellt, deren jede auf eine Art entstanden ist, die der Art, wie die andre entstanden, grade wiederspricht, so mus eben das von ihnen gelten, was von den Linien AB und AF gilt. Wenn ich diese Grössen überhaupt A und B nenne, so mus wahr seyn, daß wenn A gesetzt wird, B nicht gesetzt, oder verneint werde, und wenn A nicht gesetzt, oder verneint wird, B nothwendig gesetzt werden müsse. Will ich daher eine von diesen beyden Grössen angeben, z. E. die Grösse A so kan ich gerade zu sagen, daß von der Grösse A geredet werden soll. Ich sage aber eben dasselbe, wenn ich mich so ausdrücke: Eine von den zwey einander entgegen gesetzten Grössen soll verstanden werden, nicht aber die Grösse B. Diejenigen von zwey einander gerade entgegen gesetzten Grössen, welche man setzt durch die Verneinung der ihr gerade entgegen gesetzten Grösse, heist eine negative Grösse, und die ihr gerade entgegen gesetzte heist eine positive Grösse. Es ist bekannt, daß man jene mit dem Zeichen (—) diese aber mit dem Zeichen (+) bemerke.

§. IV.

Man redet in der Vernunftlehre und in der Grundlehre von einander gerade entgegen gesetzten Dingen (contradictorie oppositis) überhaupt, und sagt es sind Dinge die sich so auf einander beziehen, daß man von der Setzung des einen auf die Verneinung des andern, und umgekehrt schliessen kan. Nur mus man mercken, daß dieses auf eine zwiefacheArt möglich sey. Man kan von der Setzung des einen auf die Verneinung des andern und umgekehrt entweder schlechthin, oder nur in einer gewissen Beziehung schliessen. Wenn das erste ist, so hat man einander schlechthin entgegengesetzte Dinge, ist aber das letzte, so sind sie nur in Beziehung auf ein drittes einander gerade entgegen gesetzt. Dieses dritte ist allemahl der algemeine Begrif welcher beyden gemeinschaftlich zukomt, wie die Vernunftlehre beweiset. Ich kan sagen eine ebene Fläche ist keine unebene Fläche, aber nicht schlechthin umgekehrt, was keine ebene Fläche ist, das ist eine unebene Fläche; wohl aber: Eine Fläche die nicht eben ist, ist eine unebene Fläche. Hier liegt der algemeine Begrif von der Fläche zum Grunde, in Beziehung auf diesen sind die Begriffe einer ebenen und unebenen Fläche einander gerade entgegen gesetzt, und beyden komt der algemeine Begrif einer Fläche gemeinschaftlich zu. Eine negative Grösse ist der positiven, durch deren Verneinung sie gesetzt wird, nicht schlechthin entgegengesetzt, sondern beyde haben einen algemeinen Begrif gemeinschaftlich, und in Beziehung auf diesen sind sie nur einander entgegen gesetzt. Den Linien AB und AF komt der algemeine Begrif gerader Linien, die gerade fort (in directum) liegen, zu, und in Beziehung auf diesen kan ich sicher von der Setzung der einen Linie auf die Verneinung der andern, und umgekehrt schliessen. Die Schulden und Capitalien des Cajus sind Grössen, mit welchen es eben die Bewandnis hat. Die Schulden des Cajus und die Capitalien desselben sind zeit-

liches

liches Vermögen, das sich auf seinen Zustand bezieht, dies ist der algemeine Begrif, der den Capitalien und den Schulden des Cajus gemeinschaftlich zukomt, und in Beziehung auf diesen algemeinen Begrif, sind sie einander gerade entgegen gesetzt, so daß ich mit der grösten Sicherheit schliesse: zeitliche Güter, die sich auf den Cajus beziehen, und Capitalien sind, das sind keine Schulden; aber zeitliche Güter, die sich auf den Cajus beziehen, und keine Capitalien sind, das sind Schulden. Und mus nicht einjeder gestehen, daß Capitalien ihre Beziehung auf den Zustand des Cajus auf eine Art bekommen, die derjenigen gerade entgegen gesetzt ist, wie die Schulden des Cajus eine Beziehung auf seinen Zustand bekommen?

§. V.

Einige Hauptfolgerungen mus ich noch nach meiner Absicht aus demjenigen schliessen, was ich von der Eintheilung der Grössen in positive und negative gesagt habe.

1.) Der Unterschied der negativen Grösse von derjenigen positiven, durch deren Verneinung sie gesetzt wird, ist keine innerer und wesentlicher Unterscheid. Man mus daher nicht glauben, daß die Eintheilung der Grösse in eine positive und negative eine Logische Eintheilung des algemeinen Begrifs von der Grösse in seine Arten sey. Der Unterschied ist blos ein äusserer Unterscheid, welcher sich in der Art gründet, wie wir uns eine von zwey einander gerade entgegengesetzten Grössen vorstellen wollen. Weil dieses auf eine zwiefache Art möglich ist, entweder durch

durch die unmittelbare Setzung derjenigen, die man will verstanden wissen, oder durch die Verneinung der ihr gerade entgegengesetzten; so hat man zwey Nahmen gemacht, um es kurtz ausdrücken zu können, welche Art sich die Grösse vorzustellen man in einem vorkommenden Fall gewählt habe. Ist dieses aber richtig, so ist es auch völlig einerley, welche von zwey einander entgegen gesetzten Grössen man positiv oder negativ setzen will. Hat man die eine positiv angenommen, so ist die andre negativ: hat man aber jene negativ angenommen, so ist diese positiv. Es ist also ein Vorurtheil wenn man glaubt, Schulden sind nothwendig negative Grössen. Wenn Cajus 10000 Reichsthaler Capital und 3000 Reichsthaler Schulden hat, und ich setze Cajus Schulden $= + 3000$ rth, so sind seine Capitalien $= - 10000$ rth. und der Sinn ist dieser: Auf des Cajus äussern Zustand beziehen sich 3000 rth. Schulden, und 10000 rth. die keine Schulden sind.

2.) Eine negative Grösse steht mit der ihr gerade entgegen gesetzten positiven unter einem gemeinschaftlichen Begrif, daher sind beyde keine heterogenea, und es ist falsch, wenn man sagt positive und negative Grössen können in keinem Verhältnis stehen, weil sie heterogenea sind.

Will man mir einwenden, es sey nicht genug, daß ich die Eintheilung der Grössen in positive und negative nach meiner Wilkühr erkläre, ich müsse beweisen, daß dasjenige, was ich vorgetragen habe, dem Lehrbegrif der Mathematiker gemäs sey; so darf ich zu meiner Rechtfertigung mich nur auf den großen Analysten und Geometer, den sehr berühmten Herrn

Prof.

Prof. Aepinus beruffen. Dieser hat es in seiner Commentatione de notione quantitatis negativae bündig genug bewiesen, daß man entweder gar keinen Begrif von der negativen Grösse habe, oder ihn so bilden müsse, wie er von mir ist vorgetragen worden.

§. VI.

Bevor ich zur Anwendung dessen was von der Eintheilung der Grössen in positive und negative gesagt worden, auf die vier Rechnungsarten fortgehe, mus ich nach folgende vier Grundregeln festsetzen als unmittelbare Folgen aus dem Begrif von der positiven und negativen Grösse:

1.) Wenn eine gewisse Anzahl von Theilen einer positiven Grösse gesetzt werden soll, so werden dadurch eben so viele solcher Theile der ihr entgegen gesetzten negativen Grösse aufgehoben.

2.) Wenn eine gewisse Anzahl von Theilen einer negativen Grösse gesetzt werden soll, so werden dadurch eben so viele solcher Theile der ihr entgegen gesetzten positiven Grösse aufgehoben.

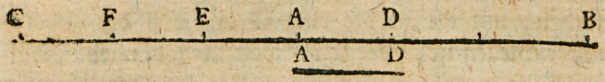
3.) Wenn eine gewisse Anzahl von Theilen einer positiven Grösse nicht gesetzt werden soll, so müssen eben so viele solcher Theile von der ihr entgegen gesetzten negativen gesetzt werden.

4.) Wenn eine gewisse Anzahl von Theilen einer negativen Grösse nicht gesetzt werden soll, so müssen eben so viele solcher Theile von der ihr entgegen gesetzten positiven gesetzt werden.

Die Wichtigkeit und Nutzbarkeit dieser Grundregeln zeiget sich so gleich in der Anwendung auf dasjenijenige, was im Anfange des III. §. ausgeführt worden. Ich habe daselbst bewiesen, man könne von einer jeden Grösse überhaupt betrachtet annehmen, sie sey entstanden, indem die Theile, welche man in derselben unterscheidet, nach einander gesetzt worden. Diese Theile selbst konten schon vorhin einander gleich oder ungleich seyn, jetzt kan ich noch hinzu setzen, man wird einen jeden derselben entweder als eine positive, oder negative Grösse annehmen können. Ich will hier einmahl für allemahl annehmen, daß eine Linie, die von einem angenommenen Punkt nach der rechten Hand herüber liegt, positiv, und also die ihr nach der linken Hand herüber entgegengesetzt ist, negativ seyn soll. Nun setze man zwey Linien

AB und AC die einander ungleich sind, so daß AC > AB, und folglich ein Theil der Linie AC = AB ganz genommen. Jetzt wird man annehmen können, es sey AC entstanden, indem zuerst der Theil gesetzt werden, welcher = AB, und sodann noch einandrer BC. Diese beyden Theile sind jetzt positiv. Man kan aber auch annehmen, daß AB entstanden sey, indem zuerst AC positive und sodann CB negative gesetzt worden. Hiedurch wird vermöge der zweyten Grundregel der entgegen gesetzte positive Theil BC aufgehoben. Man kan dies überhaupt von jeden zwey ungleichen Grössen annehmen. Eine jede derselben kan

kan entstehen, indem die andre ganz gesetzt wird, und sodann noch ein bestimter Theil, der die Differenz dieser Grössen heist, welche also entweder positiv oder negativ seyn wird. Man nehme noch einmahl die Linie AB und eine andere AD für die Einheit, so



wird die ganze Linie AB entstehen indem die positive Einheit AD dreymahl gesezt worden. Wenn also AD = + 1, so wird AB durch die Zahl + 3 müssen ausgedrükt werden. Man kan aber auch die Linie AC, welche der ersten AB gerade entgegen gesezt ist, aus der Einheit AD machen, wenn man selbige etliche mahl auf die gerade entgegengesezte Art sezt. Wenn AD einmahl auf die entgegengesezte Art gesezt wird, oder welches einerley, nimt man einmahl — AD, so wird dadurch + AD aufgehoben. Wenn man nun zum zweyten mahl — AD sezt, so entsteht AE = — 1, zum dritten mahl AF = — 2, und zum vierten mahl AC = — 3. Auch dies gilt überhaupt von jeden zwey ungleichen Grössen. Sezt man die eine derselben = + 1, so kan man die andre durch eine Zahl aus dieser Einheit ausdrükken, welche der Exponent des Verhältnisses dieser Grössen gegeneinander heist. Dieser Exponent wird also positiv oder negativ seyn, nachdem die eine der beyden angenommenen Grössen entweder auf eben dieselbige Art entstanden, wie die andre, welche für die Einheit angenommen, oder auf eine gerade entgegengesezte Art.

§. VII.

§. VII.

Man denkt zwey Grössen überhaupt in einem Mathematischen Verhältnis, wenn man ihre Ungleichheit oder Gleichheit untersucht. Dies ist auf eine zwiefache Art möglich. Man kan entweder die Differenz suchen, um welche die eine Grösse von der andern unterschieden ist, oder den Exponenten, d. i. eine Zahl welche so aus ihrer Einheit entstanden, wie die eine der angenommenen zwey Grössen aus der andern entstehet, wenn man leztere für die Einheit nimt. Beyde Arten, sich die Gleichheit oder Ungleichheit zweyer Grössen vorzustellen, sind unterschieden, und im ersten Fall nennt man das Verhältnis der Grössen ein Arithmetisches und die Differenz der beyden Grössen den Nahmen des Verhältnisses (denominatorem rationis), im lezten Fall ein Geometrisches Verhältnis. Daß zwey arithmetische Verhältnisse einander gleich sind, wenn sie einerley Nahmen haben, und zwey Geometrische wenn sie einerley Epponenten haben, imgleichen, die Gleichheit zweyer Verhältnisse eine Proportion heisse, ist aus den Anfangsgründen bekant. (Siehe die Elementa Matheseos Universalis Sect. 1. §. 15 bis §. 22.) Durch eine jede von den bekanten vier Rechnungs-Arten soll aus einer gegebenen Grösse eine andre, welche zu der gegebenen ein bestimtes Verhältnis hat, auf eine einfache Art gefunden werden. Es kan aber aus einer gegebenen Grösse eine andre noch unbekante nicht gefunden werden, wenn nicht zugleich das Verhältnis der gegebenen Grösse zur gesuchten mit bekannt gemacht worden. Dieses Verhältnis der gegebenen Grösse zur gesuchten kan auf eine zwiefache Art bekannt gemacht werden. Es

kan

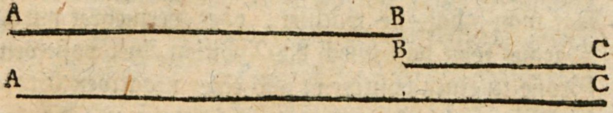
kan die Differenz der gegebenen Grösse von der gesuchten; es kan auch der Exponent des Verhältnisses der ersten zur letzten gegeben seyn. Ist das erste, so ist die Aufgabe doch noch nicht völlig bestimt, sondern es sind noch zwey Fälle von einander zu unterscheiden. Man kan fordern, es soll die gesuchte Grösse aus der gegebenen gantz genommen und der Differenz enstanden seyn; man kan aber auch fordern, es soll die gesuchte Grösse diejenige seyn, aus welcher, wenn sie gantz genommen, und zugleich die Differenz gesetzt wird, die gegebene Grösse entstehet. Im ersten Fall heist die anzustellende Operation die **Addition** der Differenz zur gegebenen Grösse, im zweyten Fall aber die **Subtraktion** der Differenz von der gegebenen Grösse. Ist der Exponent des Verhältnisses der gegebenen Grösse gegen die gesuchte bekannt, so mus wiederum die Aufgabe noch genauer bestimt werden. Man kan fordern, die gesuchte Grösse solle diejenige seyn, welche so aus der gegebenen entstanden, wie der Exponent aus der Einheit. Man kan aber auch fordern, die gesuchte Grösse solle diejenige seyn, aus welcher wenn sie für die Einheit angenommen wird, die gegebene Grösse so entstehen kan, wie der Exponent aus seiner Einheit entstanden ist. Im ersten Fall heist die anzustellende Operation die **Multiplication** der gegebenen Grösse, und im letzten Fall die **Division** der gegebenenen Grösse mit dem Exponenten. Ich halte dieses für den einzigen richtigen Weg, den man gehen kan, wenn man die Begriffe von den vier Rechnungsarten a priori suchen will, welches letztere doch sehr nothwendig ist, wenn man nicht nur den völligen Umfang dieser vier Rechnungsarten einsehen, sondern sich zugleich davon überzeugen will, daß nicht mehr und nicht weniger als diese vier einfache Operationen in der Rechenkunst möglich sind. Daher glaube ich, es sey ein würcklicher Fehler in unsern meisten gewöhnlichen Lehrbüchen, wenn blos die Begriffe von diesen vier Operationen hingesetzt werden, ohne zu zeigen, wie man sie a priori hat finden können. Der berühmte Herr Hofrath Darjes ist fast der eintzige, der diesen Fehler hat zu vermeiden gesucht. Er trägt in seinen **Ersten Gründen der gesamten Mathematik.** §. 57. u. f. diese Begriffe in einem ordentlichen Zusammenhang vor. Ich bin seiner Lehrart gefolget in einer vor etlichen Jahren hier gehaltenen Dispu-tation De notione Algebrae ejusque ab Arithmetica differentia. Allein ich bin nach der Zeit durch genauere Untersuchung der Sache überzeugt worden, daß die Begriffe in der Anwendung weit brauchbarer werden, wenn man sie auf die Art bildet, wie ich sie eben vorgetragen habe. Ich habe daher auch diese Begriffe schon in meinen Elementis Matheseos Universalis §. 25. u. f. so entwickelt. Da dieses Buch aber nur den ersten Anfängern in der Mathematik gewidmet ist, so habe in demselben den Unterscheid der positiven und negativen Grössen nicht in Betrachtung ziehen wollen, weil man einmahl in der gantzen Geometria Elementari Theoretica zurecht kommen kan, ohne diesen Unterscheid zu wissen, und man überdem Anfänger in der Matematik, ehe sie durch die Geometrie an das mathematische dencken sind gewöhnet worden, so viel als es möglich ist, auch

mit

mit nur scheinbaren Schwierigkeiten verschonen mus. Jetzt will ich diese Begriffe auf die positiven und negativen Grössen anwenden.

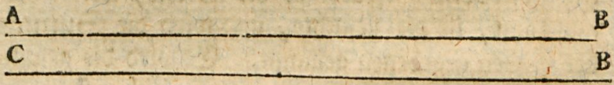
§. VIII.

Soll man zur Grösse AB eine andre BC

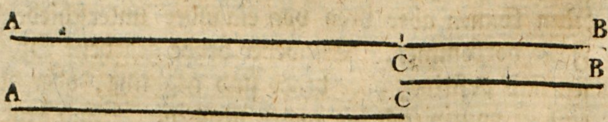


addiren, so ist der Sinn der Aufgabe dieser: Man soll eine Grösse AC finden, welche entstehet, wenn man zuerst die gegebene Grösse AB gantz genommen, und sodann noch die gegebene Differenz BC setzet (§. VII.) daher ist die algemeine Regel der Addition: **Man setze die gegebene Grösse, und so dann die gegebene Differenz**, die Grösse, welche heraus komt, ist die gesuchte, und wird die **Summe** der beyden gegebenen genannt. Es wird die gesuchte Grösse auch entstehen, wenn man gleich erst die gegebene Differenz der gegebenen von der gesuchten Grösse setzt, und sodann die gegebene Grösse selbst. Daher ist in der Addition eine jede der gegebenen Grössen die Differenz der andern von der gesuchten Grösse. Nun können aber drey von einander unterschiedene Fälle vorkommen. Entweder beyde gegebene Grössen sind positive, oder beyde sind negative, oder die eine ist positiv und die andre negativ. Sind beyde gegebene Grössen AB und BC positiv, so ist ihre Summe AC positiv, und grösser als die gegebene Grösse AB. Sind beyde gegebene Grössen AB und

BC negativ, so ist auch ihre Summe AC negativ, und wiederum grösser, als die gegebene AB. Wenn eine Grösse grösser wird als sie vorher gewesen, so sagt man, daß sie wächset, oder vermehret wird. Daraus folgt daß durch die Addition einer positiven Grösse zu einer positiven, und einer negativen Grösse zu einer negativen die gegebene Grösse um die gegebene Differenz vermehrt wird. Wenn die gegebene Grösse positiv und die Differenz negativ ist, so mus man unterscheiden, ob die Differenz der gegebenen Grösse gleich ist, oder ob sie kleiner, oder grösser ist, als dieselbe. Soll zur gegebenen positiven Grösse AB die negative Differenz BC addirt



werden, so soll man erst die Grösse AB setzen, und sodann die ihr gerade entgegengesetzte BC, durch die Setzung der lezten aber wird die erste aufgehoben (§. VI.) daher ist die Summe $= 0$. Ist die negative



Differenz BC kleiner als die gegebene positive Grösse AB, so wird in AB ein positiver Theil seyn, der so gros ist, als BC ganz, und dieser wird durch die

Se=

Setzung von BC aufgehoben. Es ist daher die Summe AC eine positive Grösse aber kleiner als die gegebene AB. Wenn eine Grösse kleiner wird, als sie vorher gewesen, so sagt man, daß sie vermindert wird, daraus folgt daß durch die Addition einer kleinern negativen Differenz zu einer grössern gegeben positiven Grösse die letzte um die erste vermindert wird. Ist endlich die negative Differenz BC grösser, als die gegebene positive Grösse AB, so ist diese

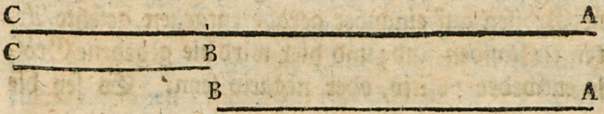
ganz genommen so groß als ein Theil BD der gegebenen Differenz. Diese aber soll ganz gesetzt werden, folglich der Theil BD und der Theil DC. Durch die Setzung von BD wird die gegebene Grösse AB ganz aufgehoben, und es entsteht die negative Grösse DC, oder AC, welche die gesuchte Summe, und um die gegebene Grösse AB kleiner ist, als die gegebene Differez BC. Hier ist nicht nöthig, noch den Fall zu unterscheiden, da die gegebene Grösse negativ, und die Differenz positiv ist, man kan sodann diese als die gegebene Grösse, und jene als die gegebene Differenz ansehen.

§. IX.

Wird verlanget, man soll von einer gegebenen Grösse AC die Differenz BC subtrahiren, so soll die gesuchte Grösse AB diejenige seyn, aus welcher, wenn sie ganz genommen, und zugleich die Differenz BC

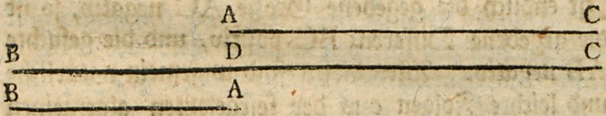
gesetzt wird, die gegebene Grösse AC entstehet. Wenn man die Grösse AB setzet, und überdem die Differenz BC, so heist die Grösse AC, welche daraus entstehet, die Summe der beyden Grössen AB und BC (§. VIII.), hieraus folgt, daß in der Subtraktion die gegebene Grösse die Summe der gesuchten und der gegebenen Differenz sey. Ist aber in der Subtraktion die gegebene Grösse entstanden dadurch, daß die gesuchte Grösse ist gesetzt worden, und überdem noch die Differenz, so darf man nur wiederum eine Grösse setzen, die dieser Differenz gerade entgegengesetzt ist, und mit ihr einerley Anzahl von Theilen hat so wird sie dadurch aufgehoben (§. VI.) und es entsteht die gesuchte Grösse. Dies giebt folgende algemeine Regel der Subtraktion: **Man setze die gegebene Grösse ganz, und sodann eine Grösse die der gegebenen Differenz gerade entgegen gesezt ist,** die Grösse, welche hieraus entsteht ist die gesuchte, welche hier den Nahmen der gesuchten Differenz bekomt. Man unterscheidet hier am füglichsten zuerst überhaupt die beyden Fälle; ob beyde gegebene Grössen auf einerley Art, oder auf einander grade entgegen gesetzte Arten entstanden sind. Ist das erste, so ist entweder die gegebene Differenz kleiner oder grösser als die gesuchte Grösse.

Es sey die gegebene Differenz BC kleiner als die gegebene Grösse AC, und beyde positiv, so ist die gesuchte Differenz AB positiv, und entsteht, wenn AC um BC vermindert wird. Es sey noch die gegebene Differenz BC kleiner, als die gegebene Grösse AC und beyde negativ, so ist die gesuchte Differenz nega-



tiv, und entsteht auch in diesem Fall, wenn AC um BC vermindert wird. Man siehet hieraus, daß durch die Subtraktion einer positiven Grösse von einer positiven, oder einer negativen von einer negativen Grösse, wenn die gegebene Differenz kleiner ist, als die Größe, von der sie subtrahirt werden soll, die gegebene Grösse um die gegebene Differenz vermindert wird.

Es sey die gegebene Differenz BC grösser als die gegebene Grösse AC, und beyde positiv, so ist die ge-



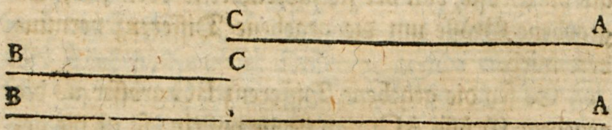
suchte Differenz AB negativ denn man mus statt BC die ihr gerade entgegengesetzte Linie CB setzen, da diese grösser ist als AC, so ist in derselben ein Theil CD so gros als AC gantz, durch dessen Setzung wird AC aufgehoben, und weil CB gantz gesetzt werden soll, entsteht DB, oder AB. Es sey noch die gegebene

 Diffe-

Differenz BC gröſſer als die gegebene Gröſſe AC und beyde negativ ſo iſt die geſuchte Differenz AB poſitiv.

Ich komme jetzt auf den Fall, da beyde gegebene Gröſſen auf einander gerade entgegen geſetzte Arten entſtanden ſind; und hier wird die gegebene Gröſſe entweder poſitiv, oder negativ ſeyn. Es ſey die

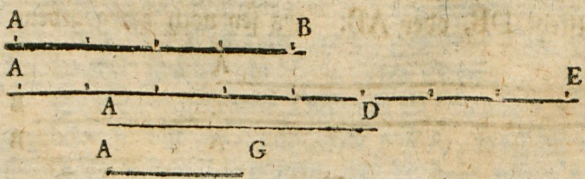
gegebene Größe AC poſitiv, ſo iſt die Differenz BC negativ, und die geſuchte Differenz AB poſitiv.



Iſt endlich die gegebene Größe AC negativ, ſo iſt die gegebene Differenz BC poſitiv, und die geſuchte AB negativ. Alles dieſes ſind ungemein natürliche und leichte Folgen aus der feſtgeſetzten algemeinen Regel für die Subtraktion.

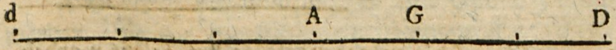
§. X.

Wenn zwey Größen AB und AD in einander ſollen multipliciret werden, ſo ſoll die gegebene Gröſ-



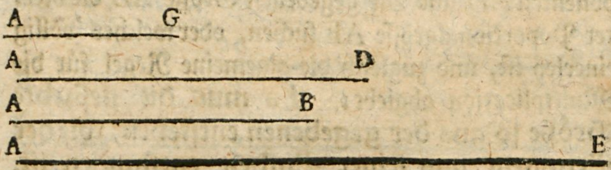
ſe

se AB zur gesuchten AE ein geometrisches Verhältnis haben, und zwar, soll die gesuchte diejenige seyn, welche so aus der gegebenen entstanden, wie der Exponent aus der Einheit. Wenn sich aber vier Grössen A, B, C, D, so auf einander beziehen, daß B aus A eben so entstehen kan, wie D aus C, wenn A und C für die Einheit genommen werden, so ist der Exponent des Verhältnisses von A zu B gleich dem Exponenten des Verhältnisses von C zu D, und die vier Grössen sind in einer geometrischen Proportion. Wenn man daher AB und AD in einander multipliciren soll, so muß man zur Einheit AG dem Exponenten AD und zur gegebenen Größe AB die vierter Poportionalgrösse AE suchen, oder welches völlig einerley ist, und zugleich die algemeine Regel für die Multiplication abgiebt: **Es mus die gesuchte Größe so aus der gegebenen entstehen, wie der Exponent aus seiner Einheit entstanden ist.** Man mus sich hier vor allen Dingen darüber vergleichen, ob diese Einheit positiv oder negativ seyn soll. Es ist dies im Grnnde völlig einerley. Man würde zwar, wenn man das letzte annehmen wollte, Regeln der Multiplication und Division herausbringen, die den gewöhnlichen just entgegengesetzt wären, in Absicht auf die Rechnung selbst aber würde doch alles auf eins hinaus lauffen. Es ist durchgängig angenommen, diese Einheit positiv zu setzen, und man hat nicht den geringsten Grund davon abzugehen. Wenn man diese positive Einheit AG etliche



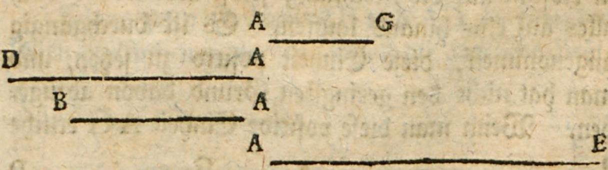
mahl setzt, so erhält man die positive Grösse AD.

Man kan aber auch eben diese positive Einheit etliche mahl auf die entgegengesetzte Art setzen, und also eine negative Grösse A d daraus machen. (§.III.) Der Exponent kan also in der Multiplication entweder positiv, oder negativ seyn. Die gegebene mit dem Exponenten zu multiplicirende Grösse wird auch entweder positiv oder negativ seyn können. Dies giebt mir Grund wiederum diese drey Fälle bey der Multiplication zu unterscheiden: Beyde gegebene Grössen sind entweder positiv, oder sie sind beyde negativ, oder die eine ist positiv und die andre negativ. Es sey die gegebene Grösse AB, und der Exponent AD positiv, so



ist der Exponent entstanden, indem die Einheit AG zweymahl gesetzt worden, man mus daher auch die Grösse AB zweymahl setzen, und es wird die positive Grösse AE entstehen.

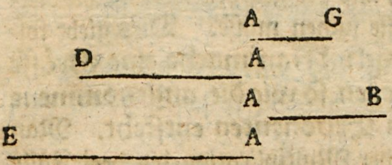
Es sey die gegebene Grösse AB und der Exponent AD negativ, so ist die positive Einheit AG



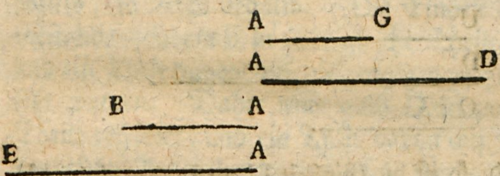
dreymahl auf die entgegengesetzte Art gesetzt worden, daher

daher mus auch die negative Grösse AB dreymahl auf die entgegengesetzte Art gesetzt, und folglich die positive Grösse AE gemacht werden.

Ist der dritte Fall, so wird die gegebene Grösse entweder positiv oder negativ seyn. Es sey AB positiv, so ist AD negativ und die positive Einheit AG



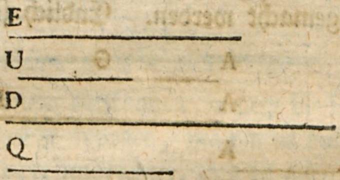
dreymahl auf die entgegengesetzte Art gesetzt, daher muß auch die positive Grösse AB dreymahl auf die entgegengesetzte Art gesetzt, und dadurch die negative Grösse AE gemacht werden. Endlich sey AB ne-



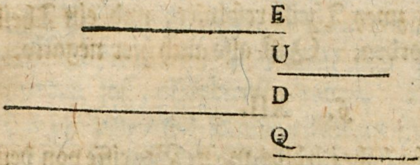
gativ, so ist AD positiv, und die positive Einheit AG zweymahl gesetzt worden, daher mus auch die negative Grösse AB zweymahl gesetzt, und also die negative Grösse AE gemacht werden.

§. XI.

Auch durch die Division soll eine Grösse gesucht werden, die zur gegebenen ein Geometrisches Verhältnis hat, aber so daß die gesuchte Grösse diejenige iſt, aus welcher, wenn ſie für die Einheit angenommen wird, die gegebene Gröſſe ſo entſtehen kan, wie der Exponent aus ſeiner Einheit entſtanden iſt. Daraus erhellet, daß hier das Verhältnis des Exponenten zur Einheit gleich ſey dem Verhältnis der gegebenen Gröſſe zur geſuchten, und daß man zum Exponenten der Einheit, und der gegebenen Gröſſe die vierte Proportionalgröſſe ſuchen müſſe. Dies giebt folgende algemeine Regel: **Man mache eine Gröſſe aus der gegebenen ſo wie die angenommene Einheit aus dem Exponenten entſteht.** Man kan wieder wie bey der Multiplication die drei Fälle unterſcheiden, da beyde gegebene Gröſſen poſitiv, oder beyde negativ ſind, oder die eine poſitiv, die andre negativ, iſt. Wenn beyde gegebene Gröſſen D und E

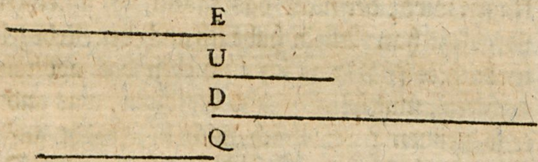


poſitiv ſind, ſo iſt die Einheit U entſtanden, indem E in zwey gleiche Theile getheilet, und ein Theil U davon geſetzt worden, daher mus auch die gegebene Gröſſe D in zwey gleiche Theile getheilet, und ein Theil Q davon geſetzt werden und folglich iſt die geſuchte Gröſſe poſitiv. Wenn beyde gegebene Gröſſen D und E negativ ſind, ſo iſt die Einheit U entſtanden, indem E in zwey gleiche Theile getheilet, und ein Theil U davon auf die entgegengeſetzte Art geſetzt worden, daher mus auch D in zwey gleiche Theile reſolvirt,

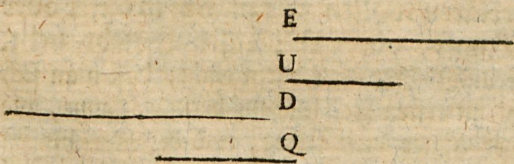


und ein Theil Q davon auf die entgegengesetzte Art gesetzt, das ist positive genommen werden.

Ist endlich der dritte Fall, so wird das Dividendum entweder positiv, oder negativ seyn. Es sey D



positiv, so ist E negativ. Die Einheit U ist also entstanden, indem E in zwey gleiche Theile resolvirt, und ein Theil davon auf die entgegengesetzte Art gesetzt worden. Daher mus auch D in zwey gleiche Theile resolvirt, und ein Theil davon auf die entgegengesetzte Art d. i. negative gesetzt werden, und also wird Q negativ. Es sey D negativ, so ist E positiv.



U ist hier entstanden in dem E in zwey gleiche Theile getheilt, und ein Theil davon gesetzt worden, daher

muß

muß auch D in zwey Theile resolvirt, und ein Theil davon gesetzt worden. Q ist also auch hier negativ.

§. XII.

Bisher habe habe ich blos meine Begriffe von den vier Rechnungsarten vorgetragen, und gewiesen, wie ungemein natürlich die Regeln des Algorithmi speciosi daraus folgen. Ich bin überzeugt daß keiner weder über Dunckelheit der Begriffe selbst, noch über Ungereimtheiten der Regeln, die daraus geschlossen sind, klagen wird, der nicht das tadeln sich schlechterdings vorgesetzt hat. Allein habe ich auch den Redegebrauch beobachtet? Nenne ich auch eben das addiren, subtrahiren, multipliciren und dividiren, was andre Leute so nennen? Soll ich mich in Absicht auf diesen Punkt rechtfertigen, so fordere ich vor allen Dingen, daß man mir zuerst diese Regel aus der Vernunftlehre verwillige: **Wer von einem gewissen Worte eine Logische Erklärung gemacht hat, und den Redegebrauch beweisen will, der uns unterscheiden, ob er blos die Bedeutung des Worts habe angeben wollen die es im gemeinen Leben hat, oder ob er das Wort habe so erklären wollen, wie man es in dieser oder jenen Kunst, oder Wissenschaft gebraucht.** Alle Vernunftlehrer sind darin einig, daß man sich gar wohl im ersten Fall darauf beruffen könne, wie der Bauer hinter dem Pflug, und der Kutscher im Pferdestall sprechen; daß dies aber im letzten Fall der Sache gar kein Genüge thue, sondern daß man in diesem Fall vielmehr solchen Männern die Bedeutung des Worts ablernen müsse, die in der bestimten Wissenschaft, in welcher das Wort gebraucht werden soll, Verdienste haben. Der Tagelöhner hat oft von einer Sache einen an sich richtigen Begrif, er braucht ein Wort diese Sache dadurch auszudrücken, weil es ihm von Jugend auf so ist vorgesagt worden. Sein Begrif ist aber sehr eingeschrenkt. Der Philosoph, welcher die Kunst zu abstrahiren gelernt hat, komt darüber, und findet, daß der Grund warum der Tagelöhner diese Sache so nennt von der Algemeinheit ist, daß man weit mehr Gegenstände, wovon der Tagelöhner gar keine Kentnis hat, zugleich mit durch eben dieses Wort ausdrücken kan. Er arbeitet eine Wissenschaft aus, worin diese Gegenstände in Betrachtung kommen, und giebt aus dieser Ursache dem Worte eine weit algemeinere Bedeutung als diejenige ist, welche dem Holzhacker einfält, wenn man ihm das Wort vorsaget. Andre welche sich mit eben der Wissenschaft beschäftigen, nehmen eben diese algemeine Bedeutung des Wortes an. Ich komme auch über diese Wissenschaft. Nach wessen Sprachgebrauch mus ich mich richten? keiner zweifelt daran, daß ich mit dem Philosophen sprechen müsse. Man erlaube mir hievon die Anwendung zu machen. Wenn ich mich rechtfertigen soll, daß meine Begriffe von den vier Rechnungsarten richtig sind, so kan man von mir keinen Beweis verlangen, daß der Rechenmeister, welchem in seiner Jugend, die Art, wie diese Operationen durch Hülfe der Ziffern anzustellen sind, durch Ohrfeigen ist beygebracht worden, und der seinen Untergebenen davon eben solche handgreifliche Beweise vorträgt, sich die Sache auch so vorstelle. Es sind Operationen, die der Mathematicus in seiner Erfindungskunst in ihrer völligen Algemeinheit nimt, und daher darf ich zu meiner Rechtfertigung mich nur auf solche Männer beruffen, die in der Mathematik Verdienste haben, und nicht auf Rechenbücher die für Schulknaben geschrieben sind. Wenn ein solcher der in seiner Jugend in der Rechenschule bis zur Regel de Tri gekommen ist, die Redensarten hört: zur Zahl 12 soll eine andre addirt werden, so versteht er freylich darunter nur dieses, die Zahl 12 soll um die andre grösser gemacht werden. Hört er den Ausdruck: von 12 soll eine andre subtrahirt werden, so macht er sich den Gedancken davon, 12 soll um die andre Zahl kleiner gemacht werden. Er würde sich sehr wundern, wenn man ihm vorsagte, die Zahl 12 kan zuweilen dadurch, daß zu ihr eine andre addirt wird, kleiner werden, ja sie kan dadurch vernichtet, und wohl gar in eine andre ihr gerade entgegengesetzte Zahl verwandelt werden. Er würde sich eben so starck wundern, wenn man behaupten wollte, es könne die Zahl 12 dadurch grösser werden, wenn man von ihr eine andre subtrahire. Allein dieser gute Mann hat auch in seinem Rechenbuche nie etwas von positiven und negativen Grössen gelesen, sein Rechenmeister hat ihm auch nie etwas davon vorgesagt. Ein Newton, der diesen Unterscheid in Betrachtung zieht, macht sich kein Gewissen draus in seiner Arithmetica Universali pag. 13. ed. s'Gravesande die Regel zu geben: Ubi negativa quantitas affirmativae *adjicienda* est, oportet affirmativam negativa *diminuere*. Sic

3 et — 2 faciunt 1. Et nota quod ubi negativa quantitas excedit affirmativam, aggregatum erit negativum. Sic 2 et — 3 faciunt — 1. Wenn er pag. 16. von einer Grösse eine andre subtrahirt, so ist die Differenz, welche er herausbringt, bald kleiner bald grösser, als diejenige Grösse von welcher er subtrahirt z. E. Sic + 7 a de + 9 a relinquit + 9 a — 7 a sive 2 a; — 7 a de + 9 a relinquit + 9 a + 7 a sive 16 a. Dies beweiset, daß Newton nicht den eingeschrenkten Begrif von der Addition habe, sie sey die Operation, wodurch man eine Grösse um eine andre vermehrt, auch nicht von der Subtraktion sich vorstelle, sie sey die Operation wodurch man eine Grösse um eine andre gegebene kleiner macht. Es scheint zwar, als wenn der seel. Hr. Prof. Hausen in seinen Elementis die Begriffe von diesen Operationen auf die Art einschrenkt Arithm. Def. 8. allein man sieht sehr bald, daß er hier, da er für Anfänger geschrieben, den Unterscheid der positiven und negativen Grössen noch nicht in Betrachtung ziehen wollen. So bald er Gelegenheit hat, seinen Lesern etwas von diesem Unterscheid beyzubringen, stellt er Arithm. Prop. 1. Schol. 2. pag. 15. eben die Operationen an, die Newton hat. Er sagt die Summe von + 20 und — 4 ist + 16; die Differenz von — 7 und + 5 ist — 12. Alle Analysten stellen eben diese Operationen an, und brauchen diese Nahmen in der Allgemeinheit, und wenn man die ganz bekanten Erklärungen von der Addition, und Subtraktion, die in den meisten Lehrbüchern stehen, annimt, so sieht man nur gar zu leicht ein,

daß sie ganz ungezwungen drauf gekommen sind. Die Zahl B zu A addiren heist eine dritte finden, die den beyden gegebenen zusammen genommen gleich ist. Die Zahl B von A subtrahiren heist eine dritte C finden, welche mit B zusammen genommen der gegebenen A gleich ist. Man erinnere sich nur daran, daß in der Addition die Grösse B auf die Art genommen werden kan, wie A genommen ist, oder auf die entgegengesetzte Art; und eben so bey der Subtraktion, daß B auf eben die Art genommen werden kan, wie C genommen wird, oder auf die entgegengesetzte Art; so sind diese Begriffe eben so algemein, wie diejenigen, welche ich im §. VII. vorgetragen habe.

§. XIII.

Wie siehts mit meinen Begriffen von der Multiplication und Division aus? Eine Zahl mit einer andern multipliciren, heist sie etliche mahl vervielfältigen, oder etliche mahl grösser machen als sie schon ist. Eine Zahl mit einer andern dividiren heist sie etliche mahl kleiner machen als sie ist. So raisonnirt der Rechenmeister, dem in seiner Jugend so oft der Angstschweis bey Erlernung des Ein mahl Eins ausgebrochen ist, der es für ein gros Geheimnis hält, daß ein Bruch wenn er mit einem andern Bruch multiplicirt wird dadurch kleiner gemacht, und durch die Division mit einem andern grösser wird. Allein wer auch nichts weiter aus der mathematischen Schule gelernet hat, als was in Wolfens Auszug steht, der mus schon überzeugt seyn, daß die Begrif-se der Multiplication und Division von einer grössern Algemeinheit sind. Cartesius in seiner Geometrie im ersten Buch bildet diese Begriffe. Ainsi n'at-on autre chause a faire en Geometrie touchant les lignes qu'on cherche, pour les preparer à être connuës, que leur en ajouter d'autres, ou en ôter; ou bien en, ayant une, que je nommerai l'unite, pour la rapporter d'autant mieux aux nombres et qui peut ordinairement etre prise a discretion, puis en ayant encor deux autres, en trouver *une quatrime, qui soit a l'une de ces deux, comme l'autre et a l'unité*, ce qui est le meme que *la Multiplication*; ou bien en trouver *une quatrieme, qui soit, a l'une de ces deux, comme l'unité est a l'autre*, ce qui est le meme que *la Division*. Der grosse Newton sieht es gar wohl ein, daß diese Begriffe viel algemeiner sind als diejenigen, welche man gehabt, da man die Worte multipliciren und dividiren zuerst im gemeinen Leben gebraucht hat. Doch da die mathematische Analysis algemeinere Operationen mit den Grössen vornimt, unter welchen die sonst im gemeinen Leben gewöhnlichen, als Arten enthalten sind, und man keine bessere algemeine Nahmen hat, so verbindet er mit ihnen eben die algemeinen Begriffe, die Cartesius schon in der angeführten Stelle hat. Es heist Arithm. Univ. pag. 6. *Multiplicatio* proprie dicitur, quæ fit per numeros integros, utpote quærendo novam quantitatem toties majorem quantitate multiplicanda, quoties numerus multiplicans sit major unitate. Sed *aptioris vocabuli* *defectu* multiplicatio etiam dici ſolet, quæ fit per fractos aut ſurdos numeros; quærendo *novam quantitatem in ea quacunque ratione ad quantitatem multiplicandam, quam habet multiplicator ad unitatem.* Neque tantum fit per abſtractos numeros, ſed etiam *per concretas quantitates*, ut per lineas, ſuperficies, motum localem, pondera etc. quatenus hæ ad aliquam ſui generis notam quantitatem tanquam unitatem relatæ, rationes numerorum exprimere poſſunt, et vices ſupplere. Von der Diviſion heiſt es pag. 7. *Diviſio* proprie eſt, quæ fit per numeros integros quærendo novam quantitatem toties minorem quantitate dividenda quoties unitas ſit minor diviſore. Sed ob analogiam vox etiam uſurpari ſolet, cum *nova quantitas in ratione quacunque ad quantitatem dividendam quæritur, quam habet unitas ad diviſorem*; ſive diviſor ille ſit fractus aut ſurdus numerus aut alia cujusvis generis quantitas. Alle übrige Analyſten haben aus dem Grunde, welchen hier Newton angeführt hat, dieſe algemeinen Begriffe angenommen. Dies kan niemand leugnen. Was verdient nun ein ſolcher, der für einen Mathematiker gehalten ſeyn, und ſich doch nicht bequemen will, die Worte multipliciren und dividiren im mathematiſchen Verſtande zu nehmen? Mein Herr Gegner giebt in ſeinem Briefe p. 83. dem Herrn Forskål, welcher den Herrn D. Cruſius tadelt, daß er oft in ſeiner Metaphyſick neue Nahmen macht, eine Erinnerung. Dieſe verdienet ein ſolcher volkommen, der von den Analyſten pretendirt,

dirt, sie sollen wie die Holzhacker sprechen. „Wenn „ein solcher sich auf keinem andern Wege von der „Bequemlichkeit der Nahmen, die man den Sachen „giebt, und von dem Rechte, sich derselben in einer „jeden Kunst und Wissenschaft zu bedienen, überzeu„gen kan, so ziehe er nur seinen sensum communem „zu rathe — — Er darf sich nemlich nur einen vor„witzigen Knaben vorstellen, der zu einem Schuster „komt, und bey Erblickung des Handwerksgeräthes „fragt, Meister, was ist das vor ein Ding, was ist „jenes etc. und dem der Meister Schuster antwortet, „mein Sohn, das ist ein Kneift und das ein Leisten „etc; und welcher ferner dem Meister versetzt: seyd „ihr nicht ein artlicher Mann, daß ihr da neue und „solche Schusternahmen macht, warum heist ihr „das nicht eine Schuhforme, und das ein Ledermesser. „Nicht wahr der Meister Schuster würde antwor„ten, sey doch nicht so ein dämischer Junge, und tad„le mich und mein ganzes Handwerk nicht, welches „ist denn wohl leichter auszusprechen, ein Leisten, oder „eine Schuhforme, ein Kneift oder ein Ledermesser? „Wenn du kein Schuster werden, und diese Nah„men nicht lernen willst, so gilt mir das gleich, wilst „du aber ein Schuster werden, so wirst du alle diese „Nahmen mit leichter Mühe lernen und behalten. „Eben das Recht, hoffe ich, wird also wohl der Lo„gicus und Metaphysicus (und sicher der Mathema„ticus) auch haben„. Allein haben denn auch alle „Analysten diese Begriffe auf die positiven und nega„tiven Grössen angewendet, haben sie die Multipli„cation und Division mit positiven und negativen

 Grös=

Grössen würcklich angestellet, und auch hier diese Nahmen gebrauchet? Ich wundre mich ungemein, wenn mein Herr Gegner pag. 50. behauptet, die Analysten aus der Cartesischen Schule des vorigen Jahrhunderts hätten sich nicht unterstanden die erwehnten Rechnungen anzustellen und Newton hätte sie in seiner Arithm. Univ. zuerst in Gang gebracht, Wenn Cartesius selbsten Harriot und andre Cartesianer diese Operationen auch sonst gar nicht angestellet haben, so ist ja sonnenklar daß sie derselben in Auflösung der höhern Aequationen gar nicht haben entbehren können können. Um aber zu beweisen, daß auch Cartesius die Nahmen gebraucht hat, darf ich nur ein paar Stellen aus dem zweyten Buch seiner Geometrie hersetzen. Zuerst von der Multiplication: Car par exempel si on suppose x egal a 2, oubien $x - 2$ egal a rien; et derechef $x = 3$, ou bien $x - 3 = 0$; en *multipliant* ces deux equations $x - 2 = 0$, et $x - 3 = 0$ l'une par l'autre, on aura $x x - 5 x + 6 = 0$ - - Que si derechef on fait $x - 4 = 0$, et qu'on *multiplie* cette somme par $x x - 5 x + 6 = 0$, aura $x^3 - 9 x x + 26 x - 24 = 0$ Und von der Division: on voit evidemment de ceci, que la somme d'une equation, qui contient plusieur racines, peut toujours être *divisée* par un binome composé de la quantité inconnuë, moins la valeur de l'une des vrayes racines, laquelle que ce soit; ou plus la valeur de l'une des fausses - - Comme cette derniere $x^4\ 4\ x^3 - 19\ x x + 106\ x -$

120 = 0 peut bien etre *divisée* par $x - 2$, et par $x - 3$, et par $x - 4$, et par $x + 5$ (Commentaire sur la Geom. de M. des Cartes par Rabuel pag. 420 et 427.)

§. XIV.

Ich glaube der gantze Beweis, mit welchem mein Herr Gegner von pag. 52 bis 56 darzuthun sich bemühet, daß die streitige Multiplication und Division sich mit der Natur und dem Wesen dieser Rechnungsarten gar nicht reime, fällt jetzt von selbst über den Hauffen. Der Rechenmeister, welcher kleine Schulknaben ~~im~~ rechnen unterrichtet, setzt wohl das Wesen der Multiplication in einer solchen wiederhohlten Addition, wodurch die zu multiplicirende Zahl so viel grösser gemacht wird, als der Multiplicator grösser ist wie eins. Was mit diesem Begrif nicht ohne Ungereimtheit verbunden werden kan, daß wird auch der Rechenmeister als wiedersinnig verwerfen, er hat sich aber auch nie den Kopf mit der Mathematischen Analysi zerbrochen. Doch ich will einmahl freygebig seyn, und auf eine kurtze Zeit zugeben, dies wäre der rechte Begrif von der Multiplication, solte wohl auch aus diesem Begrif die streitige Multiplication wiederlegt seyn. Mein Herr Gegner schließt: Zwey gegebene Zahlen können ent- „entweder beyde abstrakte, oder beyde concrete, oder „es kan eine davon eine abstrakte, die andre eine con- „crete seyn. Das mitlere Glied hat bey den zwey „gegebenen Zahlen der Multiplication nicht statt, den „2 Rthlr. mit 3 Rthlr. multipliciren ist ja eben so, „als wenn ich 3 Schöpse vier Schöpsmahl nehmen

 sollte

„solte„ Kaum glaube ich, daß ein Mann, der so sehr auf Deutlichkeit der Begriffe dringt, und die Gelehrten tadelt, wenn sie Spielwerke mit den Worten machen, dieses im Ernst geschrieben hat. Zwey Rthlr. mit 3 Rthlr. multipliciren heist nach den Begrif, welchen ich von der Multiplication mit meinem Herrn Gegner auf eine zeitlang angenommen habe, die Anzahl von 2 Rthlr so vielmahl grösser machen, als die Anzahl von 3 Rthlr grösser ist wie 1 Rthlr. Man kan die Anzahl von 3 Schöpsen freylich nicht mit Schöpsen als Schöpsen, wohl aber mit einer Anzahl von Schöpsen multipliciren. Mit der Divisi on soll es sich eben so verhalten. Es können auch hier nicht alle drey Zahlen, nemlich die zu dividirende, der Divisor und Quotient concrete Zahlen seyn. Der Beweis ist dieser. „Der Quotient kan alsdann „nur eine abstracte Zahl seyn, wenn ich die Division „betrachte als die Rechnungsart, da ich eine gegebene „concrete Zahl aus einer andern so vielmahl wegneh„me als es angehet,„ (nach dem Sinn des Herrn Gegners diese andre Zahl so viel mahl um die gegebene kleiner mache, als es angehet) „und hiedurch die Zahl „bekomme, welche anzeigt, wie vielmahl dieses weg„nehmen geschehen können. z. E. wenn ich finden soll, „wie viel mahl 2 Rthlr. aus 6 Rthlr weggenommen „werden können, so wird die abstracte Zahl 3 der Quo„tient, und es würde abgeschmakt seyn, wenn ich sa„gen wollte, ich könte 2 Rthlr aus 6 Rthlr drey tha„lermahl wegnehmen. „ Ich antworte: Es kan auch nach diesem Begrif die concrete Zahl 3 Rthlr. der Quotient seyn, weil sie ihre Einheit so viel mahl

in

in sich hält, als 2 Rthlr aus 6 Rthlr haben weggenommen werden können.

In die folgende Worte weis ich mich gar nicht zu finden, wenn es heist: „Stellet man sich aber die „Division als den Rükweg der Multiplication vor, „so kan so wohl der Quotient als der Divisor, jedoch „nur allemahl einer, die concrete Zahl seyn, wovon „die Ursache diese ist, daß bey der Multiplication ein „jeder Factor der Multiplicand seyn kan„ Mein Herr Gegner mus sich wohl die Sache so vorstellen: 3 rthlr multiplicirt mit der abstrakten Zahl 2 giebt 6 Rthlr. Wenn ich das Factum 3 Rthlr x 2 mit dem Multiplicator 2 dividire, so entsteht das Multiplicandum, daher ist $\frac{3\text{ rthlr} \times 2}{2} = \frac{6\text{rthlr}}{2} = 3$ rthlr. Aber wenn zwey Zahlen in einander zu multipliciren sind, kan eine jede das Multiplicandum seyn, daher ist $3\text{ rthlr} \times 2 = 2 \times 3\text{ rthlr}$ und also $\frac{2 \times 3\text{rthlr.}}{3\text{ rthlr}} = \frac{6\text{ rthlr}}{3\text{ rthlr}} = 2$. Wie ist es aber möglich, daß 2 mit 3 rthlr kan multiplicirt werden? das heist ja die abstrakte Zahl 2 dreythalermahl nehmen, und dieses ist ja abgeschmakt, wie mein Herr Gegner glaubt bewiesen zu haben.

Ich sorge sehr, daß man nach den Lehrsätzen meines Herrn Gegners alle Division, wo concrete Zahlen mit vorkommen, als ungereimt verwerfen mus. Denn es können nicht Quotus und Divisor beyde zugleich concrete Zahlen seyn. Soll also 6 rthlr durch 3rthlr dividirt werden, so muß die abstrakte Zahl 2 der Quotus seyn, ich habe aber bewiesen aus Gründen, die mein Herr Gegner zugiebt, daß dies abgeschmakt sey. Soll man 6 rthlr dividiren mit der abstrakten Zahl 2, so wird der Quotus entweder die abstrakte Zahl 3 oder die concrete Zahl 2 rthlr seyn müssen. Das erste geht nicht an, denn so wäre die abstrakte Zahl 2 wenn sie mit der abstrakten Zahl 3 multiplicirt wird = 6 rthlr. Das zweyte geht auch nicht an, denn so müste folgen, daß ich die abstracte Zahl 3 aus 6 rthlr zweythalermahl wegnehmen könte, und dies ist wiederum abgeschmakt. Ich hätte hier gewis ein weit grösseres Recht, als mein Herr Gegner pag. 59, auszuruffen: „Die Dunkelheit ist „eine Mutter der Irthümer„ Man kan alles gelesen haben, was mein Herr Gegner von der Division sagt, ohne zu wissen, was er sich eigentlich von der Division für einen Begrif macht. Nun will ich einmahl freygebig seyn, ich will annehmen die Multiplication, wenn beyde Factoren concrete Zahlen sind, und die Division, wenn der Quotus und Divisor beyde concrete Zahlen sind, wären wiedersprechend; und der so starke Beweis des Herrn Gegners wird doch überwunden seyn, wenn ich ihm seine minorem propositionem läugne, die pag. 56. steht: „Nun sind „aber die einzeln gesetzten mit + und — bezeichneten „Zahlen nichts anders als concrete Zahlen, ja sie sind „es aus mehr als einem Grunde„ Ich wünschte, daß nur einer dieser Gründe dabey stünde. Eine Zahl bleibt so lange eine abstrakte Zahl, als man sich nur überhaupt vorstellt, daß eine Menge von Einheiten auf eine gewisse Art bey einander ist, ohne darauf zu sehen

sehen, von was für einer Art der Dinge die Einheiten ob es z. E. Ellen, oder Pfunde, oder Thaler u. s. w. sind; sobald dieses mit bestimt wird, ist die Zahl eine concrete Zahl. Nun aber wird dieses ja gar überall nicht bestimt, von was für einer Art der Dinge die Einheiten in der Zahl 3 seyn sollen, wenn man ihr das Zeichen + oder — vorsetzt, es wird dadurch nur angezeigt, auf welche Art die Einheiten bey einander seyn sollen, wenn hievon zwey einander gerade entgegensetzte Arten möglich sind. Man kan sich davon überzeugen, wenn man das nachlieset, was ich im III. §. ausgeführt habe. Daraus ist offenbar, daß eine Zahl, wenn sie vorher nicht schon eine concrete sondern nur eine abstrakte Zahl ist, durch Voransetzung der Zeichen + oder — nicht in eine concrete Zahl verwandelt werde.

§. XV.

Ich komme jetzt zu den zweyten Hauptpunkt, welchen mein Herr Gegner wieder mich ausgeführt hat von pag. 56 bis pag. 59, woselbst seine Absicht dahin gehet, die Unzulängligkeit der Beweise zu zeigen, mit welchen die Vertheidiger der streitigen Multiplication und Division ihre Meinung rechtfertigen. Hier wird geläugnet, daß der Begrif von der Multiplication richtig sey, welcher sie durch die Erfindung der vierten Proportionalzahl zur Einheit und zweyen gegebenen Zahlen erkläret. Ich erwiedere dagegen dieses: Der Herr Verf. giebt entweder den Begrif selbst, den man kurtz mit dem Wort multipliciren ausdrükt, für ungereimt aus, oder er will nur das Wort nicht gebrauchen, die Sache damit anzuzeigen. Logisch würde ich so sagen müssen: Er läugnet entweder die Wahrheit des Begrifs in conceptu formali, oder nur in conceptu objectivo. Ich habe den Begrif selbsten und die Anwendung desselben auf die besondern Fälle, die vorkommen können, wenn positive, und negative Grössen in einander sollen multiplicirt werden im X §. ausgeführt, ich glaube gewis daß ein Unpartheyischer daselbst völlige Deutlichkeit, und kein ungereimtes Zeug antreffen wird. Will nun der Herr Verf. das Wort multipliciren so algemein nicht gebrauchen, so stehet ihm dieses zwar frey, allein kan man ihm den nicht eine Frage vorlegen, die derjenigen ähnlich ist, welche er seinem Schuster in den Mund legt? Was ist leichter auszusprechen, zwey gegebene Grössen in einander multipliciren, oder zur Einheit und zwey gegebenen Grössen die vierte Proportionalzahl suchen? Er lehrt uns selbst pag. 84, „daß die Jäger demjenigen, welcher ihre Jägerworte „auf der Jagd nicht in acht nimt, das Weidemesser, „oder nach Befinden gar die Pritzsche geben„. Er erinnert zwar gleich dabey, daß die Philosophen und also auch die Mathematici mit ihren ungehorsamen Schülern nicht so scharf verfahren, doch ist das Philosophische Weidemesser was er diesen (wie sie selbst von ihm genant werden) Klüglingen androhet, nicht viel gelinder. Doch mein Herr Gegner sagt, die Sache selbst ist ungereimt. „Es ist die Erfindung der vier„ten Proportionalzahl zwar ein Effekt, den die Mul„tiplication leistet, sie ist aber die Multiplication nicht „selbst. Wer die Multiplication durch diese Erfindung

„dung der vierten Proportionalzahl definiret, der „begehet einen offenbaren Zirkel im definiren. Denn „wenn ich nun wissen will, wie finde ich diese vierte „Zahl, so kan man mir keinen andern Rath geben, „als ich solle nun nur multipliciren. Und in der That „sollte man doch die Regel Detri, welche gewislich „später ist, als die Multiplication, mit dieser nicht „vermengen.„ Es wäre ungereimt genug, wenn das Vorgeben des Herrn Verf. gegründet wäre, daß man auf die Frage: Wie finde ich zur Einheit und zweyen gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl, keine andre Antwort erhielte, als die von ihm gegebene. Es steht in des Herrn v. Segners Elementis Arithmeticae et Geometricae von a. 1739. pag. 20. Arithm. Prop. 1. pag. 35. u. f. Prop. VI. und im I Theil des Cursus Mathem. von a. 1756. §. 63. bis §. 69. eine ganz andre Antwort, und in andren gründlich geschriebenen Lehrbüchern findet man änliche Antworten. Die Regel Detri ist später als die Multiplication, wenn man darunter die Regel versteht, zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl zu finden, wenn keine von den dreyen gegebenen die Einheit ist, denn so dann ist sie schon eine aus der Multiplication und Division zusammen gesetzte Rechnungsart. Ist aber das erste Glied oder eins von den beyden letzten gegebenen die Einheit, so ist die anzustellende Operation im ersten Fall die Multiplication, und im letzten Fall die Division. Ich habe im VII. §. bewiesen, daß man a priori auf diese Begriffe komt, ehe man noch an eine zusammengesetzte Rechnungsart, so die Regel Detri heissen kan; gedacht hat. Man kan doch wohl daraus keinen Beweis führen, daß' diese Operationen später sind als die Multiplication und Division, weil sie in unsern gemeinen Rechenbüchern davon unterschieden, und in der daselbst so genanten Regel Detri als besondre dahin gehörige Operationen später als die Multiplication und Division vorgetragen werden. Auf der folgenden 58. Seite macht sich der Herr Verf. selbst den Einwurf, man müsse vielleicht den von mir vertheidigten Begrif von der Multiplication deswegen annehmen, weil er auf die Multiplication der Brüche mit angewendet werden könne. Man könne zu dem Ende sagen, multipliciren sey soviel als aus einer gegebenen Zahl eine andre also machen; wie die gegebene Zahl aus der Einheit entstehet. Aber er hebt sich diesen Zweifel sehr bald auf die Art. „Es ist wahr „man kan dieses sagen, aber hilft mich den nun diese „Definition etwas? auf der Welt nichts. Denn „wenn ich auch billig seyn nnd die Worte nicht streng „richten will, wie ich allerdings könte, so ist doch so„viel unstreitig klar, daß man hiermit die Natur der „Multiplication noch gar nicht weis, sondern sowohl „vor die Multiplication mit gantzen Zahlen als vor „die mit Brüchen eine neue und besondre Definition, „so die Natur einer jeden besonders erkläret, geben „mus. Denn das Wesen der einen ist von dem „Wesen der andern gantz und gar unterschieden, und „niemand ist im Stande, die Multiplication mit „Brüchen deutlich zu erklären, wenn er nicht schon „die Multiplication und Division mit gantzen Zah„len auf obige Weise erklärt hat„. Auf das erste, vermöge dessen der Herr Verfasser diese definition

für

für eine undeutliche und mangelhafte Erklärung, und wie er sich gleich nachher ausdrükt, für eine solche ausgiebt, die obscurum per æque obscurum definit, kan ich kurtz antworten. Man kan die evidentesten Wahrheiten für dunkel und ungereimt ausgeben, wenn man sich nicht die Mühe geben will, nachzudenken, was derjenige haben will, der sie vorträgt. Ich beruffe mich nochmahl auf das Urtheil eines jeden unpartheyischen, ob derjenige, welcher so wie ich im VII. §. den Begrif a priori zu entwickeln gesucht habe, sich die Multiplication ihrem Wesen nach vorstellt, und von dem Begrif so die Anwendung gemacht, wie ich im X §. dazu die Anleitung gegeben, noch über Dunkelheit klagen wird. Das zweyte, so von dem Herrn Verf. behauptet wird, daß man nemlich wenn gleich der von mir vertheidigte Begrif angenommen wird, doch für die Multiplication mit Brüchen eine neue und besondre Definition müsse gegeben werden, läugne ich schlechterdings. Wenn man $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$ multipliciren soll, so ist die Forderung, man soll zur Einheit, $\frac{5}{8}$ und $\frac{2}{3}$ die vierte proportionalzahl suchen, und diese ist $\frac{2 \times 5}{3 \times 8}$ Sobald man die Richtigkeit der Proportion $1 : \frac{5}{8} = \frac{2}{3} : \frac{2 \times 5}{3 \times 8}$ erwiesen hat, so ist auch demonstrirt, es sey $\frac{2}{3} \times \frac{5}{8} = \frac{2 \times 5}{3 \times 8} = \frac{10}{24}$. Der Herr Verf. legt

einen

einen Fehler seiner Definition derjenigen, die alle Analysten als eine algemeine definition angenommen haben, mit dem grösten Unrecht zur Last.

§. XVI.

Was hilft mir alle meine Bemühung, die ich angewendet habe, den streitigen Begrif von der Multiplication zu vertheidigen. Mein Herr Gegner ist so freygebig, daß er zugiebt, es sollen meine Gründe eine Weile gelten, er will aber dennoch zeigen, daß auch bey Setzung derselben solche ungereimte Folgen sich ergeben, die man auf keine Weise werde heben können. Er führt dies aus von pag. 59. bis pag. 61. Ich will seine Worte hersetzen. „Man bekomt nach „Voraussetzung des streitigen Begrifs von der Multi„plication folgende vier Analogien:„

$$+1 : +a = +b : +ab$$
$$+1 : +a = -b : -ab$$
$$+1 : -a = +b : -ab$$
$$+1 : -a = -b : +ab$$

„Die zwey ersten Fälle, einzeln betrachtet, haben „alsdenn keine Schwürigkeit; aber mit den zwey lez„ten verhält es sich ganz anders. Denn erstlich so „braucht man sich nicht einmahl darauf einzulassen, „ob diese beyden ganzen Analogien statt haben, son„dern man kan so gleich überhaupt läugnen, daß zwi„schen einer mit + und einer mit — bezeichneten „Grösse ein Verhältnis sey. Sind es denn nicht „heterogenea?„ Ich antworte, nein, es sind keine heterogenea, dies habe ich im V. §. bewiesen.

Es

Es ist daher falsch, wenn man glaubt, es könne zwischen ihnen kein Verhältnis seyn. Man lese dasjenige, was ich vom VII. §. an bis zum XI. angeführt habe, mit Aufmerksamkeit, so wird man gewis deutlich die Art einsehen, wie man negative und positive Grössen sowohl im arithmetischen als geometrischen Verhältnis denken könne. Es wird von dem Herrn Verf. noch mehr gegen die beyden lezten Analogien erinnert, welches kurz darauf ankomt. „Wo zwi-„schen zwey Zahlen ein geometrisches Verhältnis statt „haben solle, da müsse sich von derselben der Expo-„nent angeben lassen d. i. eine Zahl, welche anzeige, „wie vielmahl die eine Zahl in der andern enthalten „sey, oder dieselbe in sich enthalte; und dieser Expo-„nent sey allemahl eine abstrakte Zahl, denn ein geo-„metrisches Verhältnis ohne Exponenten, und ein „Exponente eines geometrischen Verhältnisses ohne „die erwehnten Eigenschaften würden sehr kurzweilige „Dinge seyn.„ Ich gebe zu daß ein geometrisches Verhältnis ohne Exponenten ein Unding sey, ich läugne aber, daß dies nothwendig eine abstracte Zahl seyn müsse. Doch kan ich freygebig seyn und es zugeben, der Beweis den der Hr. Verf. daraus gegen mich führt, taugt auch ohne dem nichts. Denn er mus so schliessen. In den Analogien $+1 : -a = +b : -ab$, und $+1 : -a = -b : +ab$ müste der Exponent eine negative und folglich eine concrete Zahl seyn, daher ist gar kein Exponent da und folglich sind diese Analogien geometrische Verhältnisse ohne Exponenten, d. i kurzweilige Dinge. Wenn man läugnet, daß ein negativer Exponent sogleich eine concrete Zahl sey, wie ich zu Ende des XIV. §. erwiesen habe, so zerbricht eine neue Stütze des Beweises. Der Herr Verf. wendet seinen Beweis auf einen besondern Fall an. Er setzt,„ es soll einmahl „— 3 rthlr. Schuld, und + 1 rthlr. Cassa seyn. „Solle nun + 1 rthlr. und — 3 rthlr. in einem Verhältnis stehen können so müsse 1 rthlr. Cassa in 3 „rthlr. Schuld dreymahl stecken, oder 3 rthlr. Schuld „müssen 1 rthlr. Cassa dreymahl enthalten, das heist mit andern Worten, es mus der Exponent die abstracte Zahl 3 seyn. Wer giebt mir aber die Freyheit von dem Exponenten eines geometrischen Verhältnisses die Erklärung zu machen, es sey eine Zahl, welche anzeigt, wie vielmahl die eine Zahl in der andern enthalten sey, oder dieselbe in sich enthalte. Der Exponent eines geometrischen Verhältnisses ist eine Zahl welche so aus ihrer Einheit entstanden, wie das eine Glied eines geometrischen Verhältnisses aus dem andern entstehen kan, wenn letzteres für die Einheit genommen wird. Dies ist der Sinn der Definition des grossen Herrn v. Segner: Exponens rationis quanti B ad quantum A est numerus in quem evadit B si A sumatur pro unitate. Elem. Arithm. et Geom. Arithm. Def. V. Schol. Ich bin auf eben diesen Begrif im VI. §. a priori gekommen und habe daselbst zugleich bewiesen, daß der Exponent so gut eine negative als positive Zahl seyn könne. Nun sieht man sogleich, daß der Exponent des Verhältnisses von + 1 rthlr. zu — 3 rthlr. die Zahl — 3 seyn müsse. Diese Zahl ist aus ihrer Einheit entstanden indem diese Einheit viermahl auf die entgegengengesetzte Art gesetzt worden, und — 3 rthlr. sind ebenfals entstanden, indem + 1 rthl. viermahl auf entgegengesetzte Art gesetzt worden. Doch die Freygebigkeit meines Herrn Gegners wird noch grösser. Er giebt pag. 60. abermahl nach, er setzt einmahl den Fall es könne zwischen solchen Grössen ein geometrisches Verhältnis statt finden, aber nur um den Mathematikern es noch desto deutlicher zu zeigen, was sie für absurdes Zeug statuiren. Ich mus wieder seine eigene Worte hersetzen. „Man nehme die er„ste und vierte Analogie, und multiplicire in jeder „die zwey mittelsten Glieder in einander, so hat man

$$+2 \times +3 = +6$$

$$-2 \times -3 = +6,$$ dannenhero $+2 \times +3 = -2 \times -3$, welches schon „ungereimt ist.„ Allein ich muß gestehen, daß mein Nachsinnen viel zu schwach sey, hier Wiedersprüche zu finden, und schelte selbst mit meiner wiederspenstigen Vernunft, die es dem Herrn Verfasser auf sein blosses Wort ohne Beweis nicht zu glauben will. Doch die grösten und handgreiflichsten Ungereimtheiten sind noch übrig. „Man kan weiter schlies„sen. Weil $\frac{+2}{-2} = -1$, so wird 1 selbst der Ex„ponent zwischen + 2 und — 2 seyn; welches sich „auch daraus ergiebet, weil nach dieser Lehre — 1 „$\times$ + 2 die — 2 giebt, eben so wohl, als wenn ich „— 1 in die simple abstracte Zahl 2 multiplicire. Nun „aber müssen zwey solche Grössen, zwischen welchen „der Exponent die Einheit ist, selbst gleich seyn. Es „ist dannenhero

$+2 = -2$, und weil „
$+2 = +2$, so wird „
$+2 + 2 = -2 + 2 = 0$, demnach „
„$4 = 0$ und weil dieses von allen Zahlen gilt, so „wird jede Zahl gleich Null, folglich allezusammen „gleich Null, und eine jede Zahl einer jeden andern „gleich seyn.„ Sollte ein Mann, der in den alten und neuen mathematischen Schriften so gut zu Hause ist, wie er selbst pag. 43. von sich rühmet, wohl im Ernste so unmathematische Schlüsse machen können! Der Satz hat seine Richtigkeit, Grössen zwischen welchen der Exponent die positive Einheit ist, sind einander gleich. Kan man aber subsumiren: Atqui zwischen $+2$ und -2 ist der Exponent $+1$? der Herr Verf. sagt ja selbst, daß er nach der Lehre der Mathematicker -1 seyn müsse. Ist denn $+1$ und -1 einerley? $+1$ ist selbst die angenommene positive Einheit, und -1 ist eine Zahl, die aus der positiven Einheit entstanden ist, indem sie zweymahl auf die entgegengesetzte Art gesetzt worden. Wie kan man denn daraus schliessen, daß $+2 = -2$ sey. Wäre $+1 = -1$, so müste, da auch $+1 = +1$, folgende geometrische Proportion richtig seyn: $+1 : +1 = +1 : -1$, in derselben mus das zweyte Glied aus dem ersten so entstanden seyn, wie das vierte aus dem dritten. Nun entsteht das zweyte, wenn das erste einmahl gesetzt wird, das vierte aber, wenn das dritte zweymahl auf die entgegengesetzte Art gesetzt wird. Hier könte man ausruffen: eine kurzweilige Proportion! Ich vermuthe daß alles das, was ich bisher wiederlegt habe, eigentlich ein Unterricht für die

die Herrn Verfasser der Göttingischen Gelehrten Anzeigen seyn soll. Dies schliesse ich aus den Worten, die pag. 42 vorkommen: „Daher ist es mir lieb, daß ich unten „Gelegenheit haben werde, diese Herren, (von den „Herren Göttingern ist die Rede) an statt sie zu be„schämen, zu unterrichten.„ Gewis! wo die Herren Göttinger als gehorsame Schüler den für sie bestimten Unterricht recht aufmerksam durchgelesen haben, so ist ihnen unstreitig der Gedanke besonders merckwürdig gewesen, welchen ihr Lehrer pag. 63. dem Montesquiou abborget: Ils enseignent, ce qui ne sçavent pas.

Mein Hauptzweck bey der Vertheidigung dieser Rechnungsregeln des Algorithmi speciosi ist nicht so sehr dieser gewesen, dafür neue Beweise zu suchen, denn was ich vorgetragen habe, ist an sich nichts neues, sondern der eigentliche Lehrbegrif aller gründlichen Analysten von dieser Sache; ich habe vielmehr nur gesucht meinen geehrtesten Herrn Zuhörern, welche in den mathematischen Wissenschaften zu unterrichten, ich die Ehre habe, eine etwas weitere Ausführung von den Gründen derjenigen Wahrheiten zu liefern, die der Herr geheime Rath von Segner im ersten Theil seines Cursus Mathematici, Elem. Calculi Geometrici Sect. I. §.29. - - §. 43. vorgetragen hat, weil ich dieses vortrefliche Buch in meinen Vorlesungen über die theoretische Mathematick zum Grunde zu legen gewohnt bin. Es hat dieses bey keiner bequemern Gelegenheit geschehen können, als eben bey der gegenwärtigen, da ich öffentlich bekant machen mus, welche Wissenschaften ich im bevorstehenden Sommer vorzutragen beschlossen habe. Ich werde des Morgends in der Stunde von 7 bis 8 die Elementa calculi geometrici aus dem ersten Theil des schon angeführten Segnerischen Cursus Mathematici erklären, und in der Nachmittagsstunde von 3 bis 4 den Unterricht in der theoretischen Mathematick nach Anleitung eben desselben Lehrbuches von neuen anfangen. Ich bin gewohnt in diesem Collegio mich besonders dahin zu bemühen, daß meine Herrn Zuhörer an die alte reine Geometrische Denkungsart gewöhnt werden. Aus dieser Ursache trage ich ihnen nicht alles vor, was in unsern gewöhnlichen Lehrbüchern zur Arithmetik gerechnet wird, ehe ich zur Geometrie komme. Die kurtze Zeit eines halben Jahres, worinn dergleichen Akademische Arbeiten eingeschrenkt sind, hat mich ohnedem genöthiget, dem Calculo Geometrico eine besondre Stunde zu widmen. Da man nun die Logarithmen die Quadrat und Cubiczahlen hier erstlich gebraucht, so kan dasjenige, was man davon in der Mathesi Elementari nöthig hat, auch da am bequemsten erklärt werden. Alles, was ein Anfänger von den Grössen und den Regeln nach welchen sie gefunden werden können, überhaupt wissen mus, bevor er in der Geometria elementari fortkommen kan, habe in meinen Elementis Matheseos Universalis auf eine Art vorzutragen gesucht, die ich für Anfänger vor die leichteste gehalten. Diese werde daher, wie es schon im vorigen halben Jahr geschehen, in diesem Collegio zuerst erklären, und sodann in dem Segnerischen Lehrbuche sogleich die Geometrie an-

anfangen. Die Stunden von 10 bis 11 und von 2 bis 3 sind einem besondern Unterricht in der höhern Astronomie nach selbst ausgearbeiteten Grundsätzen gewidmet. Von 8 bis 9 werde die Ersten Gründe der Philosophischen Sittenlehre des Herrn Hofrath Darjes, und von 9 bis 10 die Institutiones Jurisprudentiæ Universalis eben dieses berühmten Philosophen erklären. Endlich bin auch noch entschlossen alle Tage eine Stunde zu Disputirübungen auszusetzen, ich mus aber denjenigen Herren, die denselben mit beyzuwohnen Lust bezeugen werden, die nähere Bestimmung der Stunde selbst überlassen. Geschrieben den 12. April 1757.

Beweis,

daß der

Algorithmus speciosus

nach dem ächten Lehrbegrif der Analysten

keine wiedersinnige Rechnungsregeln

enthalte.

Einladungsschrift

zu seinen

am 25ten dieses Monats anzufangenden

Vorlesungen.

---

ausgeführt

von

Wenzesl. Joh. Gustav Karsten,

Phil. D.

Rostock,

gedruckt mit A. F. Rösens Schriften. 1757.