A. G. v. Lengerken
Decadem propositionum etc.
Vitembergae
1704.

Q. D. B. V.

RECTORE MAGNIFICENTISSIMO
SERENISSIMO PRINCIPE, AC DOMINO,
DN. FRIDERICO AVGVSTO,
PRINCIPE REGIO,
ELECTORATVS SAX. HEREDE
ETC. ETC. ETC.

DECADEM
PROPOSITIONVM SELECTIORVM GEOMETRICARVM,

PRAESIDE
IO. ANDREA PLANERO,
MATHEM. INFER. PROF. PVBL. ET H. T.
DECANO,

PVBLICE DEFENDET
M. ANTONIVS GVNTHERVS DE LENGERKEN,
VVERNIGERODA CHERVSCVS,

D. VIII KALEND. NOVEMBR.
A. clↄ Iↄccɪv.

IN AVDITORIO MAIORI.

VITEMBERGAE,
TYPIS MARTINI SCHVLZII, ACAD. TYPOGR.

ILLVSTRISSIMO. CELSISSIMOQ.
DOMINO.
DOMINO. ERNESTO.
S. ROM. IMPERII. COMITI.
A. STOLBERG. KOENIGSTEIN.
RVTSCHEFORT. VVERNIGE-
RODA. ET. HOHNSTEIN.
DOMINO.
EPSTEINII. MVNZENBERGAE.
BREVBERGAE. AIGMONTII.
LOHRAE. ET. KLETTENBERGAE.
ETC. ETC.
DOMINO. SVO. PERCLEMENTI.
SACRVM.

SERVO. DEVOTISSIMO.

M. ANTONIO. GVNTHERO.
DE LENGERKEN.

PRAEFATIO.

I.

PErsequimur admiranda illa, et παράδοξα, quae diuina quantitatum scientia manu liberali admetitur. Atque cum nuper decadem propositionum eius generis ex Arithmeticis seligere placuerit, iusta ordinis lege in adyta Geometriae nunc ingredimur. Haec enim, una cum Arithmetica, et Mathesin, qua pura est, uniuersam comprehendit, et omni Mathesi, quae impura dicitur, fundamenta substernit. Quare haec ipsa scientia gradus ille est, sine quo nemo ascendat altius: uia illa, sine qua nemo in ipsa Mathematum penetralia perueniat: clauis illa, sine qua nemo immensum illud rerum Mathematicarum Gazophylacium aperiat, ac recludat. Quin et hoc addimus, instrumentum esse, sine quo nemo uel ipsam Arithmeticen, si quidem artis interiora spectes, facile arripiat, penitiusue assequatur.

PROPOSITIO
I.
PARTEM QVANTITATIS, V.G. DIMIDIAM, IN INFINITVM AVCTAM, NVNQVAM AEQVALEM FIERI QVANTITATI TOTI.

Diuidatur linea AB in duas aequales partes in C. Dico: partem dimidiam BC, in infinitum auctam, nunquam aequalem fieri toti lineae AB. Adiiciatur enim parti BC dimidia partis CA, eritque BC aucta parte CG. Adiiciatur parti BG dimidium partis GA; erit BG aucta parte GH. Addatur iterum parti BH dimidium partis HA, eritque BH aucta parte HI. Iungatur rursus parti BI dimidium partis IA, eritque BI aucta parte IK. Sique semper adiungatur partis residuae dimidium, BC continue augebitur, et crescet: neque tamen aequalis fiet unquam lineae AB. Atqui BC est pars, et dimidia quidem, totius AB. Huic autem nunquam aequalis redditur. Est enim linea in infinitum diuisibilis. Ergo patet, partem lineae in infinitum augeri posse, neque tamen fieri aequalem toti lineae. Q. E. D. Videatur, quantum ad Propositionem, Figura I; quantum ad lineam, in infinitum diuisibilem, Fig. II, quam demonstratam uide apud Andr. Taquetum, Geom. Plan. et Solid. L. III, Prop. XVI,

Co-

Coroll. 4. Idem uero etiam cum de aliis quantitatibus facile demonstrari potest, tum in numeris praecipue est euidentissimum. Sit enim, u. gr. quaternarius, cuius dimidium, binarius, augeri sane in infinitum potest, neque tamen aequalis fiet ipsi quaternario. Accedat enim binario unitas, prodibit ternarius. Si porro addatur dimidium unitatis, erunt $3\frac{1}{2}$. Si rursus addatur $\frac{1}{4}$, emergent $3\frac{3}{4}$. Si denuo adiiciatur $\frac{1}{8}$, erunt $3\frac{7}{8}$. Addatur etiam $\frac{1}{16}$, augebitur binarius, propiusque accedet ad quaternarium: sunt enim iam $3\frac{15}{16}$. Quibus si addatur $\frac{1}{32}$, iterum augebitur, nequedum tamen aequabitur quaternario. Sunt enim demum $3\frac{31}{32}$. Addas praeterea, si placet, sequentia: $\frac{1}{64}$, $\frac{1}{128}$, $\frac{1}{256}$, $\frac{1}{512}$, $\frac{1}{1024}$, $\frac{1}{2048}$, $\frac{1}{4096}$, $\frac{1}{8192}$; propior quidem fiet accessus ad quaternarium, qui tamen quaternarius nondum exhaurietur. Sunt enim tantummodo $3\frac{8191}{8192}$. Immo, si libet, addes in infinitum semper dimidium Residui, propiusque, et propius distabis a quaternario: dixerim tamen, te in infinitum adhuc ab eodem distare, immo absuturum, etiamsi in infinitum Residui dimidium adiicias. Patet itaque, quantitatem quamcunque minorem in infinitum augeri posse, neque tamen aequalem fieri quantitati cuicunque maiori.

 Pro-

PROPOSITIO
II.
LINEAM IN INFINITVM PROPIVS, PROPIVSQVE ACCEDERE AD PVNCTVM, NEC TAMEN VNQVAM PVNCTVM ILLVD ATTINGERE, SED IN INFINITVM ADHVC DISTARE.

SInt parallelae, siue aequidistantes undiquaque, AB, et CD. Consistat super aliqua earum extremitate ad angulos rectos linea DB, per E, et F, in infinitum excurrens. Sumatur in linea CD punctum, quocunque interuallo distans a D, u. g. ipsum C; in altera uero linea AB sumatur punctum, quod eodem interuallo absit a B, quo punctum C distat a D, ut punctum A. Quodsi iam ex puncto C ad perpendicularem ducantur lineae, altius, et altius in perpendiculari ascendentes, nempe CE, CF, et aliae, numero infinitae, dico: has lineas propius, propiusque accedere ad punctum A, neque tamen unquam illud attingere. Enimuero necesse est, angulum ECD, dum linea CE longius recedit a CD usq; ad F, maiorem fieri, adeoq; lineam CF non amplius transire per punctum G, neque etiam per aliquod punctum inter G, et B: ita enim angulus factus esset minor: sed per punctum aliquod inter A, et G, nempe per H. Si hoc, linea CF propior facta est puncto A, quam erat linea CE: et sic in ceteris. Etsi autem sic propius, propiusque accedit, nunquam tamen attinget punctum A. Nam si puncta, A, et C, iungantur linea recta, erit eadem (quia puncta aequaliter distant a B, et D) lineae DB parallela. Ergo, si producantur, neutra ad alteram accedet,

det, aut inclinabit. Iam uero, si hoc, fieri non potest, ut linea CF, etiamsi propius, propiusque in infinitum accedat ad punctum A, simul tangat tum lineam DB, in infinitum excurrentem, tum punctum A. Vid. Fig. III.

PROPOSITIO III.

LINEAS, IN INFINITVM PRODVCTAS, NVNQVAM CONCVRRENTES, NON ESSE PARALLELAS.

Sit linea AB: erigatur super ea recta BC: assumatur in hac ex arbitrio punctum O, diuidaturque AB infinita in infinitas partes, et ad partes ducantur ex C aliae lineae. Quodsi ab his singulis resecetur pars aequalis BO, puncta connexa describent lineam OX, quam Conchoiden appellant. Aliam describendi rationem uidesis apud Sturmium in Mathesi Enucleata, L. II, Sect. I, Def. XIII, p. 227. Iam dico: hanc lineam OX, in infinitum continuatam, cum BA infinita nunquam concurrere, nec tamen eidem esse parallelam. At enimuero propius, propiusque accedit eadem ad rectam AB, adeoque non undiquaque aequaliter distat, et sic parallela non est. Non autem has duas lineas, AB, et OX, posse concurrere, uel inde constat, quod alioquin ipsa Conchois, et recta, ex C ducta, commune segmentum, seu partem communem essent habiturae: quod Euclides Ax. X, L. I. negauit. De Hyperbole, et linea recta, idem uerum est, ut iam dudum demonstrauit Apollonius, Prop. I, L. II. Vid. Sturm l. c. Def.

VII.

VII. Conf. Hier. Cardanus, de Subtilitate L. XVI. pag. m. 761. qui Demonstrationem huius Propositionis attulit ex R. Moyse Narbonensi. Conf. item Taquetus, Elem. Geom. p. 9. qui ideo, Definitionem hanc Euclidis: *Lineae parallelae sunt, quae, in eodem plano existentes, in infinitum productae, in neutram partem coincidunt*, non semper ueram esse, pronunciat. Vid. Fig. IV. Ne quis uero putet, excusari posse Euclidem, quippe qui Definitionem suam tantum de homogeneis lineis sine dubio intellectam uoluerit, demonstrari Propositio nostra potest, adeoque Definitio Euclidis infringi etiam per duas rectas, ad se conuergentes, et certis legibus in infinitum producendas, utpote quae nequaquam concurrunt. Vid. Fig. V. Dico: lineas, AB, et CD, in infinitum continuatas, non concurrere, etiamsi conuergant. Iungantur enim B, et D, per lineam BD, diuidaturque haec in duas partes in 1. Parte D 1, aut B 1, producantur AB, et CD, ad E, et F, quae iungantur per lineam EF. Huius parte dimidia F 2, aut E 2, proferantur lineae usque ad G, et H, quae iterum connectantur per lineam GH: et sic porro. Patebit hinc, lineas, AB, et CD, non concurrere. Occurrant enim, si fieri potest, in Z. Debebunt autem XZ, et YZ, producta esse, atque secta, quemadmodum partes reliquae: et supponitur etiam esse secta. Id uero si est, in triangulo XYZ duo latera, XZ, et YZ, maiora erunt latere XY: quod negat Euclides, L. I, Prop. X.

PROPO-

PROPOSITIO IV.

CIRCVLORVM MINIMVM TOTIDEM HABERE PVNCTA, QVOT CIRCVLORVM MAXIMVS.

SInt duo circuli, ex eodem centro ducti: minor alter, ABC; alter maior, DEF. Dico: circulum maiorem, DEF, non pluribus constare punctis, quam minorem, ABC. Nam, quotcunque lineae ex peripheria maiori ducantur ad centrum, eae omnes quoque transibunt peripheriam minorem, eamque punctim secabunt, siue ita, ut singulae lineae per singula puncta, eaque diuersa, non uero duae, pluresue lineae per unum, idemque punctum transeant. Euclides enim dixit Ax. X, L. I, duas lineas rectas non habere segmentum commune, seu partem communem. Quod fieri hic loci deberet, si duae, pluresue lineae unum, idemque punctum penetrarent. Si igitur in minori peripheria singulæ lineae per singula puncta transeunt, totidem ea peripheria constabit punctis, quot circumferentia maior. Quod uolebam demonstrare. Si quis dixerit, puncta circumferentiae maioris maiora esse punctis circumferentiæ minoris, ille contra principia peccabit. Quodsi quis iam exinde colligere uelit, peripheriam, ABC, aequalem esse peripheriae DEF, poterit is eadem opera demonstrare, et asserere, peripheriam, in hac charta descriptam, minimam esse aequalem circumferentiae maximae, in coelo conceptae, u. g. Horizontis, Aequatoris, Meridiani. Vid. Fig. VI. Id ipsum uero non minus de lineis rectis dici potest. Esto linea AB, bisecta in C. Insistat pars lineae AB quantulacunque extremitati

A perpendiculariter, dicaturque AD. Tum ex D ad sinistram fiat linea DE, futura lineae AB parallela, si dextram uersus producatur. Iam inde a puncto E, per lineam AD, ducantur ad singula puncta lineae AB rectae lineae. Quodsi uero secundum Euclid. L. I, pron. X, duae rectae, se inuicem non, nisi punctualiter secant, necessum est, lineam AF, eandemque partem quantulamcunque lineae AB, totidem omnino puncta, quot linea AB, uel in infinitum aucta, complecti. Q. E.D. Vid. Fig. VII.

PROPOSITIO V.

ANGVLVM, QVI NE SEMEL QVIDEM DIVIDI POSSIT PER RECTAM, INFINITIES SECARI POSSE PER CVRVAM.

Sit circulus ABCD, ex centro X ductus, ducaturque, circulum tangens, linea recta EF. Dico: Angulum EAB, aut FAD, mixtum ex recta EA aut FA, et curua BA, aut DA, quem angulum cornicularem uocat Proclus, L. III. in Euclidem, nos angulum contactus, seu contingentiae dicimus, non posse secari per lineam rectam. Demonstrauit enim Euclides, Elem. Geom. L. III, Prop. XVI, non posse inter rectam EA, aut FA, et curuam BA, aut DA, aliam rectam duci, quin circulum secet. Iam, si hoc, qui poterit angulus EAB, aut FAD, per lineam rectam secari? Quod erat primum. Dico autem secundo: Angulum, quem dixi, contactus posse in infinitum secari per curuas. Ducta enim diametro AXC sumantur inter

ter X et C puncta : GHIK, et his plura, atque ex singulis, extenso circino usque ad A, fiant circuli alii. Hos dico omnes secare angulum contactus EAB, aut FAD. Quodsi iam angulus nihil aliud est, quam duarum linearum, in plano sese mutuo tangentium, et non in directum iacentium, alterius ad alteram inclinatio, manifestum est, circulos, modo ductos, nouas efficere inclinationes, siue angulos, eosque omnes comprehendi ab angulo contactus EAB, aut FAD. Quod ipsum qui fieri poterit, nisi angulus contingentiae per circulos singulos fuerit sectus? Si continuetur semidiameter XC in infinitum, et ex punctis infinitis ducantur circuli iufiniti, sponte, et ultro consequitur, angulum saepius commemoratum, EAB, aut FAD, in infinitum per curuas sectum iri. Id quod secundo loco erat demonstrandum. Idcirco angulus, qui ne semel quidem diuidi potest per rectam, per curuam potest diuidi in infinitum. Vid. Fig. VIII.

PROPOSITIO VI.

ANGVLVM, QVI EST PARS ALTERIVS ANGVLI, IN INFINITVM POSSE MVLTIPLICARI, SIBIQVE ADDI, NEQVE TAMEN ANGVLVM EVM, CVIVS PARS IPSE EST, EXHAVRIRE, ET ADAEQVARE, NEDVM SVPERARE.

Sit linea EF, tangens circulum in A. Dico: Angulum EAB, aut FAD, qui pars est anguli recti EAX, aut

FAX, quippe in quo ille continetur, in infinitum posse multiplicari, neque tamen angulum EAX, aut FAX, cuius ipse pars est, exhaurire, nedum superare. Ducantur enim ex infinitis punctis semidiametri AX, per A, infiniti circuli alii, dato circulo minores. Quo facto angulus commemoratus in infinitum multiplicatur, neque tamen unquam angulum EAX adaequabit, nedum superabit. Cumque, quo plures minores circuli fiunt, eo magis a recta discedatur linea, adeoque maiores conuexitates generentur, ex eo patet, fieri minime posse, ut angulus EAB, aut FAD, rectum EAX, aut FAX adaequet, nedum superet. Immo pronunciauerim, angulum EAB, h.m. multiplicatum, non factum esse maiorem. Sunt enim omnes anguli illi inter rectam EA, et AC, inter se aequales. Si hoc, infinita, sibi addita, non producent infinitum. Ceterum, quae super hoc angulo contactus olim disputata sunt a Christophoro Clauio, et Iacobo Peletario, de iis uideri potest ipse Clauius, Commentario in Euclidem, a p. 239. usque ad 266. Confer. Andr. Taquet. Elem. Geom. L. II, Prop. XVI, qui neutrum illorum sequitur, sed in ea opinione probanda occupatus est, quod nullus angulus sit quantitas: quod Peletarius tantummodo de angulo contactus uoluit intellectum. Vid. Fig. IX.

PROPOSITIO VII.

FIGVRAS, LATERIBVS AEQVALES, ESSE AREIS INAEQVALES: ET CORPORA, SVPERFICIEBVS AEQVALIA, ESSE CAPACITATE INAEQVALIA.

Sint

Sint parallelogramma: *ABCD*, et *DEFG*. Dico: has figuras, lateribus aequales, esse areis inaequales. Continuetur *BC*, ut aequidistet undique ab *AG*: manifestum erit, parallelogramma: *ABCD*, et *DEFG*, quae ex constructione latera habent aequalia, constare areis inaequalibus. Sed enimuero parallelogrammum *DEFG* depressius est priori *ABCD*: cumque non factum fuerit longius, non potest non fieri, ut area parallelogrammi *ABCD* maior sit, quam area parallelogrammi *DEFG*, eamque superet parte *EFHI*, adeoque duae illae areae sint inaequales. Quod erat ostendendum. Si iam hoc de superficiebus uerum est, non erit falsum de corporibus, quae ex istis generari concipiuntur. Vid. Fig. X.

PROPOSITIO VIII.

ANGVLVM, IN INFINITVM AVCTVM, SEMPER ESSE MINOREM RECTO: ET ANGVLVM, IN INFINITVM IMMINVTVM, SEMPER ESSE MAIOREM RECTO: ADEOQVE ANGVLVM, IN INFINITVM IMMINVTVM, MAIOREM ESSE ANGVLO, IN INFINITVM AVCTO.

Sint parallelae: *AB*, et *CD*, et erecta in extremis, B, et D, ad angulos rectos linea *BD*, per *E*, et *F*, in infinitum protrahenda. Ducatur iam linea obliqua ex puncto *C* usque ad perpendicularem in *E*, nimirum *CE*. Dico: motu huius lineae *CE*, dum una sui extremitate in *C* fixa est, altera uero altius, altiusque punctum attingit in linea perpendiculari, u. g. in F, et sic porro, angulum ECD acutum augeri in infinitum, semper tamen minorem esse recto; et ex aduersa parte angulum obtusum, *AGE*, imminui in infinitum, semper tamen esse angulo recto maiorem. Quodsi enim, linea CE ascenderit in linea perpendiculari usque ad F, longius quoque discessit a linea CD, maioremque fecit inclinationem, hoc est, angulum FCD, quam fecerat antea. Auctus ergo est angulus ECD angulo FCD. Si altius ascenderit linea CF, longius, longiusque distabit a linea CD, maioremque continue faciet iuclinationem, siue angulum, adeoque augebitur angulus magis magisque. Sed, quoniam perpendicularis DBEF in infinitum excurrere statuitur, et in ea altius, altiusque punctum in infinitum assumi posse, angulus memoratus ECD augebitur in infinitum. Quantumcunque uero augeatur, minor tamen semper erit recto. Quodsi enim recto aequalis posset fieri, oporteret lineam CE perpendiculariter insistere lineae CD, atque adeo secundum omnes suas partes eodem distare interuallo a linea DBEF, in infinitum prolonganda. Atqui uero supponebatur linea CE semper pertingere ad punctum in linea DBEF infinita, et in ea altius, atque altius ascendere. Ergo, si eam semper attingit, non potest secundum omnes partes aequaliter ab ea distare, seu eidem esse parallela, adeoque nec ex C perpendiculariter esse erecta, adeoque nec constituere angulum rectum, sed recto semper minorem. Quod erat primum. Dico secundo: Angulum obtusum, *AGE*, ascensu lineae CE, magis magisque imminui, semper tamen esse maiorem recto. Enimuero anguli, alternatim positi, simul sumpti, aequales sunt duobus rectis, per XV, et XXVII, L. I. Euclid. Atqui, quoties angulus ECD augetur, externus, alternatim positus, *AGE*, debet imminui.

Quod

Quodſi enim non imminuatur, ambo ſimul maiores erunt duobus rectis: quod eſt contra Propoſitiones citatas. Cumque in infinitum augeatur angulus ECD, neceſſe eſt, alterum in infinitum imminui, ideo, ut ambo, ſimul ſumpti, ſemper efficiant duos rectos. Quia enim iam demonſtratum eſt, angulum ECD, in infinitum auctum, minorem ſemper eſſe, et manere recto, ultro conſequitur, quod alter, in infinitum imminutus, eodem maior ſit. Nam, ſi minor fieret, non amplius eſſent ambo, ſimul ſumpti, aequales duobus rectis, quod aduerſatur Eucl. Propoſitioni citatae. Hinc patet, angulum, in infinitum auctum, minorem tamen ſemper eſſe recto; et angulum, in infinitum imminutum, maiorem tamen ſemper eſſe recto: adeoque una conſtat, angulum, in infinitum auctum, minorem eſſe angulo, in infinitum imminuto. Quod uolebam demonſtrare. Hier. Cardanus, de Subtilitate, L. XVI, p. m. 779, 780, et 781, et ex eo Chriſtoph. Clauius, Comment. in Euclid. L. III, Prop. XVI, atque alii, utuntur ad hanc Propoſitionem demonſtrandam Angulo Contactus, et Angulo Acuto rectarum linearum. Nos autem utimur Angulo Acuto, et Obtuſo. Acutus fit ſemper maior, et manet tamen minor recto: Obtuſus fit in infinitum minor, et tamen manet maior recto. Vid. Fig. III.

PROPOSITIO XI.

TRES ANGVLOS TRIANGVLI NON ESSE AEQVALES DVOBVS RECTIS.

Quo

QVo pacto id fieri poſſit, in triangulo curuilineo facile patet. Nam, ſi tres circuli ſe exterius tangant, triangulum, ab iis deſcriptum, habet tres angulos, duobus rectis minores. Ita, qua ratione triangulum ſphaericum, conſtans ex tribus quadrantibus circulorum maximorum in ſphaera, habeat tres angulos, duobus rectis maiores, pariter perſpicuum eſt. De his uero nos quidem non erimus ſoliciti; ſed de triangulis rectilineis loquimur. Tale uero triangulum eſt illud, quod lateribus conſtat quatuor, et exterius cauum angulum habet, a quo angulo apud Proclum, in primum librum Euclidis Commentario, dicitur κοιλογώνιον, et, propter ſimilitudinem cuſpidis haſtarum, ἀκιδωηδὲς appellatur. Haec figura, perinde ut aliae, ab internorum angulorum numero ſolet nominari triangulum, uti Proclo, Zenodoro, et aliis Geometris placuit. Iam uero, cum Euclides non, niſi tres angulorum ſpecies, rectum, acutum, qui recto minor, obtuſum, qui duobus rectis minor, uno quidem recto maior, ſed duobus minor, enarrauerit, et ſuppoſuerit: ideo tres tantum anguli interni erunt in figura commemorata: adeoque illa triangulum erit nominanda. Huius angulos tres internos, nempe BAD, BCD, et CDA, dico minores eſſe duobus rectis. Connectantur enim A, et C, linea recta AC, patet, per Propoſitionis Euclideae XXXII partem poſteriorem, L I, angulos ADC, DAC, et ACD, aequales eſſe duobus rectis. Atqui uero anguli: BCD, et BAD, minores ſunt angulis ACD, et CAD. Ergo tres anguli: ADC, BCD, et BAD, non ſunt aequales duobus rectis. Q.E.O. Vid. Fig. XI.

PROPOSITIO
X.
QVOTAMCVNQVE LINEAE PARTEM ESSE MAIOREM LINEA TOTA.

SIt linea AB, in duas aequales partes diuiſa in C. Dico: dimidiam AC eſſe maiorem tota AB. Erigatus enim dimidia AC in A perpendiculariter ad totam AB, dicaturque AD. Ducatur deinde ex D uerſus ſiniſtram linea DE, quae, ſi continuetur per punctum D, ſit lineae AB parallela, et ab ea undiquaque aequaliter, diſtet. Quo facto aſſignentur toti lineae AB puncta, quotcunque libuerit ei tribuere: et ducantur ex E, per AD, aequalem dimidiae AC, ad ſingula puncta totius AB aliae rectae lineae. Hae omnes ita tranſibunt lineam AD, ut ſingulae eam punctualiter ſecent, adeoque totidem puncta deſignent, ad quot puncta lineae AB iſtae rectae ex E ductae ſunt: idque ui Ax. X. L. I. Euclid. Quoniam uero in linea AD, aequali dimidiae AC, pars FD reſidua eſt, per quam nulla ex E ad B potuit linea duci, certum eſt, lineam AB ſuperari a linea AD parte FD. Atqui linea AD eſt aequalis lineae AC, et AC eſt dimidia lineae AB. Ergo patet, lineam dimidiam eſſe maiorem tota. Q. E. D. Eodem modo demonſtratu facillimum eſt, quotamcunque partem lineae, u. gr. centies milleſimam, maiorem eſſe tota linea.

Poteſt enim AB continuari in infinitum, ut AD fiat e. g. centies milleſima pars eiusdem. Neque tamen unquam fieri poteſt, ut ex E ad AB, quae eſt parallela ED, per omnia puncta lineae AD duci queant rectae, ſed ſemper pars lineae FD reſidua manebit. Vid. rurſus Fig. VII.

F I N I S.

ADDITAMENTVM
AD
PROPOSITIONEM
VI.

P*Aradoxa, ex Prop. XVI, L. III Euclidis fluentia.*

I. *An-*

I.

Angulus contingentiae omni acuto minor est.

II.

Angulus semicirculi, licet recto minor sit, omni tamen acuto maior est.

III.

Angulus rectus continet infinitos angulos contactus, adeoque angulo contactus infinities maior est.

IV.

Immo angulus acutus eodem in infinitum maior est.

V.

Angulus contactus, licet sit pars anguli recti, nulla tamen sui multiplica-

tiplicatione totum suum adaequare potest.

VI.

Datur pars, quae, in infinitum imminuta, non est minima.

VII.

Angulus contingentiae potest diuidi in infinitum, et prorsus non potest diuidi.

VIII.

Datur aliquo maius, et minus, neque tamen eidem aequale.

IX.

Linea est in infinitum diuisibilis.

X.

Lineae infinitae transire possunt unum punctum, ut tamen illud non secent.

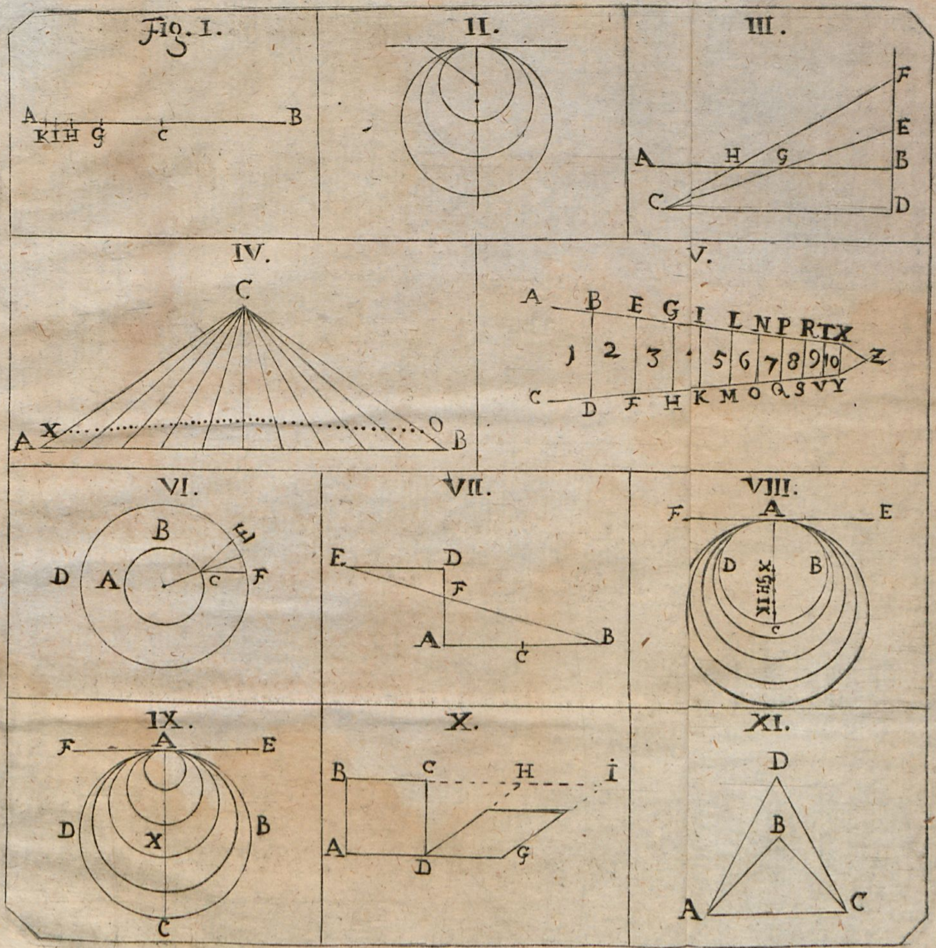
Fig. I.
A K I H G C B
II.
III.
F E A H G B C D
IV.
C A X O B
V.
A B E G I L N P R T X
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Z
C D F H K M O Q S V Y
VI.
B E D A C F
VII.
E D F A C B
VIII.
F A E D B X G H I K C
IX.
F A E D X B C
X.
B C H I A D G
XI.
D B A C

Q. D. B. V.

RECTORE MAGNIFICENTISSIMO
SERENISSIMO PRINCIPE, AC DOMINO,
DN. FRIDERICO AVGVSTO,
PRINCIPE REGIO,
ELECTORATVS SAX. HEREDE
ETC. ETC. ETC.

DECADEM

PROPOSITIONVM SELECTIORVM GEOMETRICARVM,

PRAESIDE

IO. ANDREA PLANERO,
MATHEM. INFER. PROF. PVBL. ET H. T.
DECANO,

PVBLICE DEFENDET

M. ANTONIVS GVNTHERVS
DE LENGERKEN,
VVERNIGERODA CHERVSCVS,
D. VIII KALEND. NOVEMBR.
A. cIↃ IↃCCIV.
IN AVDITORIO MAIORI.

VITEMBERGAE,
TYPIS MARTINI SCHVLZII, ACAD. TYPOGR.