2

Ueber

La Place's Satz

in

Darstellung des Weltsystems

II. Theil, Seite 333.

Von

Rohde,
Königl. Preußischem Kapitän.

Halle,
in der Rengerschen Buchhandlung.
1800.

Die Veranlassung zu diesem Aufsatze und zum Drucke desselben war folgende. Vor einigen Tagen sprachen Se. Excellenz der Herr Generallieutenant von Geusau von dem La Placeschen Satze, bekanntlich mit demjenigen Interesse, welches sein tiefforschender weitumfassender Geist an jeder Erweiterung der Wissenschaften findet. Ein Paar Tage darauf kam der Herr Regimentschirurgus Rosenmeyer (dem ich das vor ein Paar Jahren gerettete Gesicht zu danken habe) zu mir, mit der höchst erfreulichen Nachricht: daß Se. Excellenz der Herr Generallieutenant von Rüchel den nächstfolgenden Tag zum ersten Male wieder ausgehen würden. In der innigsten Freude meines Herzens über diese hohe Genesung, griff ich nach . . . . ., ich wollte ausgehen, (den Psychologen ist das alles bekannt), ich griff nach der Feder, und, wie man leicht erachten kann, La Place's Satz war zugleich dem Gemüthe gegenwärtig.

Deßhalb aber darf man keineswegs besorgt seyn, daß sich das Uebermaaß meiner lebhaftesten Freude, etwa über La Place's Satz nur ergossen hätte. Denn, man weiß ja: Wer meine Aufmerksamkeit auf diesen Satz gespannt hat; und dann, daß der erhabene persönliche Character des Genesenen jedes Gemüth eben so mit Freude, Leben und Geist, als mit der unbegränzten Devotion gegen die höchsten Verdienste um alle militärische Erziehungsanstalten, um die Armee und um den Staat selbst, erfüllet. Diese eigentlich ist der Schlüssel, wenn man von der andern Seite, in der folgenden kurzen Abhandlung, — für den Ausdruck der lebhaftesten Freude, — etwa zu viel Ordnung und Präcision fände.

Potsdam, den 18ten April 1800.

Rohde.

§. I.

Einer der glänzendsten und reichhaltigsten Sätze des größten und vorzüglich um die wissenschaftliche Mechanik des Himmels höchst verdienten Geometers, ist unstreitig der folgende, in seiner Darstellung des Weltsystems, II. Th. Seite 333 (der Uebersetzung):

„1) Ein leuchtender Stern von gleicher Dichtigkeit mit der Erde, dessen Durchmesser 250mal größer wäre, als der der Sonne, würde vermöge seiner Attraction, keinen von seinen Stralen bis zu uns kommen lassen; es ist daher möglich, daß die größten leuchtenden Körper des Weltalls, eben aus dem Grunde unsichtbar sind. „2) Ein Stern, der zwar nicht so groß, aber doch beträchtlich größer als die Sonne wäre, würde die Geschwindigkeit des Lichts merklich schwächen, und mithin seine Aberration vergrößern.“

§. II.

Von dem ersten Theile dieses Satzes stehet ein Beweis von la Place selbst, in den berühmten Allgemeinen geographischen Ephemeriden IVten Bandes 1stem Stücke, Seite 1 — 6. Die Logik des dortigen Beweises ist genau diese:

Man nehme die Zahl 250 als die wahre an; und suche, nach bekannten Grundsätzen der Mechanik und Attraction, rückwärts die Dichtigkeit des problematischen Körpers. Findet man nun diese Dichtigkeit = 3,87 (a. a. O. Seite 6, erste Zeile); welches die Dichtigkeit der Erde ist, wenn man die der Sonne = 1 setzt: so ist jener Satz wahr.

1) Man sieht, daß dieser Beweis äußerst indirect ist, da sich doch ein viel einfacherer directe führen läßt; wofern man nur nicht, wie dort überall, den doppelten freyen Fall in der ersten Secunde auf der Oberfläche der Erde, oder 2g, als ob er hier = 1 seyn dürfte (?), wegläßt: eine Voraussetzung, welche dort in No. 13. nur zufällig dadurch zu einem richtigen Resultat gelangen läßt, daß man

in der Gleichung $M = V^{2}D$ $\left(\text{anstatt } \frac{V^{2}D}{2g}\right)$ aufs neue stillschweigend $2g = 1$ annimmt, wodurch sich also dort No. 12., in der letzten Gleichung das 2g im Zähler und Nenner glücklich aufhebt. Denn, wenn D die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne, und V die mittlere Geschwindigkeit der Erde bedeutet: so ist die beschleunigende Kraft der Sonne (Newton's vis acceleratrix) $= \frac{V^{2}}{2gD}$, keineswegs aber $= \frac{V^{2}}{D}$; weil in diesem Ausdrucke, V und D durch den Erdhalbmesser = 1, und nicht durch $2g = 1$, ausgedruckt werden; weßhalb auch offenbar g in Theilen des Erdhalbmessers angenommen werden muß. Also ist dort No. 13., $\frac{M}{D^{2}} = \frac{V^{2}}{2gd}$, woraus $M = \frac{V^{2}D}{2g}$ folget. In No. 12. ist aber $\rho = \frac{a^{2}R}{4(250)^{2}gM}$, und durchaus nicht $= \frac{a^{2}R}{2(250)M}$.

2) Dadurch, daß dort in dem Beweise sowohl, als auch im Lehrsatze, der leuchtende Körper des Problems in einer unendlichen Entfernung angenommen wird (vermuthlich bloß um den Beweis zu simplificiren); entzieht man dem Theorem selbst die interessanteste Erweiterung. Nämlich, nach Bouguer's oder Lambert's photometrischen Grundsätzen, giebt es zwar eine gewisse Entfernung, in der ein leuchtender Körper unserm Auge unsichtbar wird. Allein, von dieser Entfernung ist hier nicht die Rede; sondern von derjenigen: in welcher ein leuchtender Körper, dessen Anziehungsvermögen ein gewisses Multiplum von dem der Sonne wäre, — bloß wegen der Intensität seiner Attraction, — uns unsichtbar wird; in welcher er erscheinet, und so abwechselnd, wiederum verschwindet.

3) Es wird also wohl der Mühe lohnen, das la Placesche Problem in seiner größten Allgemeinheit, und so aufzulösen, daß in dem Resultate zugleich die in §. I. No. 2. erwähnte Aenderung der Aberration mit enthalten sey. Die Geradheit des Ganges, und größte Simplicität des Resultats, werden hoffentlich angenehm seyn.

§. III.

1) Es sey die Sonnenmasse = M, die Erdmasse = 1; der Sonnenhalbmesser = R, der Erdhalbmesser = 1; am Ende der Zeit t, sey die Entfernung eines licht-

theilchens, vom Mittelpuncte der Sonne an gerechnet, $= r$: so ist in dieser Entfernung, die beschleunigende Kraft der Sonne auf dieses Lichttheilchen $= \frac{M}{r^2}$, und zwar der Richtung desselben entgegengesetzt. Dieser Ausdruck setzt, wie man weiß, schon an sich den Erdhalbmesser $= 1$, wie auch die Schwerkraft selbst, in dieser Entfernung, $= 1$.

2) Die Mechanik liefert unmittelbar diese Grundgleichung:

$$\frac{ddr}{dt^2} = -2g\,\frac{M}{r^2},$$

worin g in Theilen des Erdhalbmessers ausgedruckt werden muß; und man weiß, daß $g = 0{,}0000007646$ vom Halbmesser des Erdäquators ist.

3) Wenn man in No. 2., mit $2dr$ multiplicirt und integrirt, so erhält man

$$\frac{dr^2}{dt^2} \text{ oder } v^2 = C + 4g\,\frac{M}{r}.$$

Für $r = R$, mithin auf der Sonnenoberfläche, sey die Geschwindigkeit des Lichts $= a$; so ist die beständige Größe $C = a^2 - 4g\,\frac{M}{R}$, daher vollständig

4) $$v^2 = a^2 - 4g\,\frac{M}{R} + 4g\,\frac{M}{r}.$$

5) Für den leuchtenden Körper des Problems, sey die Masse $= iM$, der Halbmesser $= R'$; so hat man, wie in No. 4.,

$$v'^2 = a^2 - 4g\,\frac{iM}{R'} + 4g\,\frac{iM}{r}.$$

Die Identität des gegenwärtigen a mit dem in No. 4., gründet sich auf die Voraussetzung: daß im Anfange, oder in dem ersten Augenblicke der Emanation des Lichts, der ursprüngliche Elater, Impetus, cet. bey allen leuchtenden Weltkörpern derselbe sey; und nur in dem nächstfolgenden Augenblicke, durch die Intensität der respectiven Attraction geändert werden könne.

6) Es sey die Dichtigkeit der Sonne $= 1$, und die des andern Körpers $= \varrho$; so hat man, nach den Elementen der Stereometrie und Statik,

$$M : iM = R^3 : \varrho R'^3, \text{ folglich } i = \frac{\varrho R'^3}{R^3}.$$

7) Da die Erde alle übrige Einheiten oben geliefert hat; so könnte man auf den Gedanken gerathen, auch die Dichtigkeit der Erde $= 1$, die der Sonne aber $= \delta$, und die des andern Körpers $= \varkappa$ zu setzen. In diesem Falle wäre zwar

$$1 = \frac{\varkappa R'^3}{\delta R^3};\ \text{allein, } \varrho \text{ ist mit } \frac{\varkappa}{\delta} \text{ einerley.}$$

8) Setzt man den Werth von i aus No. 6., in No. 5.; und zur Abkürzung, $\frac{R'}{r} = \mu$, wobey augenscheinlich μ ein eigentlicher Bruch bleibt: so erhält man

$$v'^2 = a^2 - \frac{4gM\varrho}{R}(1-\mu)\frac{R'^2}{R^2}.$$

9) Da a^2 nothwendig größer als $\frac{4gM\varrho}{R}(1-\mu)\frac{R'^2}{R^2}$ seyn muß; so ist auch v' kleiner als a. Man setze $v' = ma$, so ist m ein eigentlicher Bruch; demnach in No. 8.

10) $\frac{4gM\varrho}{R}(1-\mu)\frac{R'^2}{R^2} = a^2(1-m^2)$.

11) Zur Abkürzung, setze man $\frac{1}{2} a \sqrt{\frac{R}{gM}} = n$; so hat man auf der Stelle (No. 10.),

12) $\frac{R'}{R} = \frac{n}{\sqrt{\varrho}} \times \sqrt{\frac{1-m^2}{1-\mu}}$.

13) Dieß ist das in §. II. No. 3. erwähnte Resultat. Man sehe unten §. VII. No. 2.

14) Um n in No. 11. zu bestimmen, nehme man mit la Grange (Mém. de l'Acad. de Berlin, 1782. Seite 181, für die Sonnenparallaxe $= 8'',5$) die Sonnenmasse $M = 365000$ an. Aus No. 2. ist g bekannt, und man weiß, daß der Sonnenhalbmesser $= 111$ Erdhalbmesser ist. Da der mittlere Halbmesser der Erdbahn 23984 Erdhalbmesser beträgt; und, aus den Verfinsterungen der Jupiterstrabanten gehörig geschlossen, das Licht jenen Halbmesser der Erdbahn in 487 Zeitsecunden zurücklegt: so ist die Geschwindigkeit des Lichts oder $a = \frac{23984}{487} = 49\frac{1}{4}$ Erdhalbmesser. Also ist in No. 11.,

15) $n = 491$; daher in No. 12.,

16) $\frac{R'}{R} = \frac{491}{\sqrt{\varrho}} \times \sqrt{\frac{1-m^2}{1-\mu}}$.

17) la Place setzt in seinem Beweise (Allgem. geogr. Ephem. a. a. O. Seite 6, erste Zeile) die Dichtigkeit der Erde = 3,87mal so groß als die der Sonne; und sein Theorem selbst nimmt ausdrücklich den problematischen Körper von gleicher Dichtigkeit mit der Erde an; das heißt, er setzt $\varrho = 3{,}87$. Dies giebt hier in No. 16.

18) $\frac{R'}{R} = 249{,}6 \cdot \sqrt{\frac{1 - m^2}{1 - \mu}}$.

19) Ferner setzt er, die Geschwindigkeit des Lichts $v' = 0$, folglich in No. 9., $m = 0$; endlich nimmt er r unendlich an, also hier in No. 8., $\frac{R'}{r}$ oder $\mu = 0$. Dadurch wird aus No. 18.,

20) $\frac{R'}{R} = 249{,}6$; welches so gut als la Place's Zahl 250 selbst ist.

21) Hiermit wäre also la Place's Theorem nicht nur auf die directeste Art vollkommen bewiesen; sondern auch die Richtigkeit seiner Einschränkung, durch jene angebliche Bedingung $\mu = 0$, genau dargethan; indem die Gleichung $\frac{R'}{R} = \frac{250}{\sqrt{(1 - \mu)}}$ immer statt findet, der eigentliche Bruch μ oder $\frac{R'}{r}$ mag seyn, was man will. Man sehe unten §. VII. No. 3.

22) Eben so vollkommen subsistirt auch die Gleichung

$$\frac{R'}{R} = 250 \cdot \sqrt{\frac{1 - m^2}{1 - \mu}};$$

denn sie setzt nur voraus, erstlich: daß der Körper des Problems so dicht als die Erde sey, und zweytens: daß, so lange m nicht Zero ist, dieser Körper noch erscheinen könnte.

23) Mit Einem Worte: die la Placesche Zahl 250 ist an sich, nichts mehr und nichts weniger, als eine Bestimmung des beständigen Coëfficienten $\frac{n}{\sqrt{\varrho}}$ in No. 12., bey der Voraussetzung, daß der Körper des Problems so dicht als die Erde sey. Daß also die wahre Auflösung seines Problems, nur durch No. 21. gegeben ist, wo der Bruch μ diejenige Entfernung genau bestimmt, bey welcher die Geschwindigkeit seines Lichts verschwinden muß.

24) Die wichtigsten Vortheile von der genauen Darstellung in No. 12., zeigen sich also besonders bey der Auflösung derjenigen Probleme, welche oben in §. II. No. 2. und 3. erwähnt worden sind. Nämlich:

§. IV.

1) Zur Abkürzung setze man den Quotienten $\frac{R'}{R} = q$, so folget aus §. III. No. 12. allgemein,

$$m \text{ oder } \frac{v'}{a} = \sqrt{\left[1 - \frac{q^2 \varrho (1-\mu)}{n^2}\right]};$$

2) und aus §. III. No. 16.,

$$\frac{v'}{a} = \sqrt{\left[1 - \frac{q^2 \varrho (1-\mu)}{(491)^2}\right]};$$

3) oder aus §. III. No. 22.,

$$\frac{v'}{a} = \sqrt{\left[1 - \frac{q^2 (1-\mu)}{(250)^2}\right]},$$

wobey der Körper des Problems so dicht als die Erde angenommen wird.

4) Es ist für sich klar, erstlich: daß man hiebey gar nicht genöthiget ist, den Bruch μ oder $\frac{R'}{r}$ sogleich $= 0$ zu setzen.

Zweytens: Daß die Möglichkeit dieser Aufgabe voraussetzt, daß nach No. 1., $q\sqrt{\varrho}\,(1-\mu)$ nicht größer als n; oder nach No. 2., daß $q\sqrt{\varrho}\,(1-\mu)$ nicht größer als 491; oder nach No. 3., daß $q\sqrt{(1-\mu)}$ nicht größer als 250, sey.

Drittens: Daß durch No. 1., oder 2., oder 3., die Aenderung der Aberration (§. II. No. 3.) unmittelbar gegeben ist. Denn, man braucht nur den bekannten, bey allen Aberrationsrechnungen vorkommenden Factor = 20 Bogensecunden, in dem Verhältnisse $\frac{v'}{a}$ zu vermindern, das heißt, mit $\frac{a}{v'}$ zu multipliciren: so ist alles vollzogen.

5) Erstes Exempel für No. 3. Es sey $q = 250$, folglich $R' = 250$ R; so ist $\frac{v'}{a} = \sqrt{\mu}$. Setzt man $\mu = \frac{1}{10000}$, folglich $r = 10000\ R' = 2500000$ R

$= \frac{2500000 \cdot 111}{23984} = 11570$ Halbmesser der Erdbahn, so wird $\frac{a}{v'} = 100$.
Das heißt: wenn der leuchtende Körper in dem la Placeschen Theorem (oben §. I. No. 1.), von uns 11570mal so weit als die Sonne entfernt wäre; so würde die Geschwindigkeit seines Lichts nur den hundertsten Theil von der Geschwindigkeit des Sonnenlichts betragen: und wenn er dadurch noch erscheinen könnte, so wäre bey der Berechnung seiner Aberration (No. 4.) der allgemeine Factor $= 2000'' = 33'\,20''$, anstatt der gewöhnlichen 20 Bogensecunden.

6) Zweytes Exempel für No. 3. Es sey die Entfernung unendlich, folglich $\mu = 0$: ferner sey $q = 125$, also $R' = 125\,R$: so ist $\frac{v'}{a} = \sqrt{(1 - \frac{1}{4})} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, folglich $\frac{a}{v'} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3} = 1{,}155$. Das heißt: ein Stern von gleicher Dichtigkeit mit der Erde, und dessen wahrer Durchmesser 125mal so groß als der der Sonne wäre, würde für die Aberration (No. 4.) den Factor $= 23''$, anstatt des gewöhnlichen von $20''$, haben.

7) Drittes Exempel für No. 2. Für die Sonne, ist $q = 1$, $\varrho = 1$, $\mu = \frac{R}{r} = \frac{111}{23984}$; also $\frac{v'}{a}$ so gut als $= 1$; das heißt, es bleibet bey dem gewöhnlichen Factor von $20''$ (No. 4.).

§. V.

1) Gesetzt, bey einer Reihe von Beobachtungen eines gewissen Sterns, hätte man bemerkt, daß sie alle, bloß durch einen gewissen Factor $= \varepsilon$ für seine Aberration, zur vollkommensten Uebereinstimmung mit der Rechnung gebracht würden; und man wollte, — zu irgend einem Behuf, — das Attractionsvermögen dieses Sterns erforschen: so dürfte man nur überlegen, daß in §. III. No. 6.,

$$i = \frac{\varrho R'^3}{R^3}$$

eben diejenige Zahl ist, welche anzeigt, wie vielmal die anziehende Kraft dieses Sterns größer sey, als die der Sonne. Setzt man hierin den Werth von $\frac{R'}{R}$ aus §. III. No. 12.; so erhält man in der größten Allgemeinheit,

2) $i = \frac{n^3}{\sqrt{'}\varrho} \left(\frac{1 - m^2}{1 - \mu}\right)^{\frac{3}{2}}$;

hierin ist offenbar $m = \frac{v'}{a} = \frac{1}{\varepsilon}$; und da man in dem gegenwärtigen Falle, $\mu = 0$ setzen kann, so wird

3) $i = \frac{n^3}{\sqrt{'}\varrho} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{3}{2}}$.

4) Auf eben die Art erhält man aus §. III. No. 16.,

$$i = \frac{(491)^3}{\sqrt{'}\varrho} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

5) Erinnert man sich bey §. III. No. 22., daß dort $\varrho = 3,87$ zum Grunde liegt; so wird daraus,

$$i = 60468000 \,.\left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

6) Exempel. Wenn alle Beobachtungen eines gewissen Sterns nöthigten, für die Aberration desselben den Multiplicator $= 30''$, anstatt $20''$ (§. IV. No. 4.), anzunehmen: so wäre $\varepsilon = \frac{3}{2}$, und $1 - \frac{1}{\varepsilon^2} = \frac{5}{9}$, folglich in No. 5.,

$$i = 24525000.$$

7) Sollte in No. 3. gar keine Dichtigkeit (ϱ), sondern anstatt derselben, der Quotient $q = \frac{R'}{R}$ enthalten seyn: so hätte man unmittelbar aus §. III. No. 5. diese vollkommen genaue Gleichung:

$$i = \frac{n^2 q \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)}{1 - \frac{R}{r} q}.$$

Da nun hier $\frac{R}{r} q = \frac{R'}{r} = \mu = 0$ angenommen werden kann (No. 2.) so ist

$$i = n^2 q \left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right);$$

welches mit No. 3. genau übereinstimmt, indem man, für $\mu = 0$, schon aus §. III. No. 12.,

$$q = \frac{n}{\sqrt{\varrho}} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)} \text{ erhält.}$$

§. VI.

Wäre das Anziehungsvermögen eines leuchtenden Weltkörpers, oder seine Dichtigkeit und sein Halbmesser als ein Multiplum von dem der Sonne, gegeben; und wollte man (§. II. No. 2.) diejenige Entfernung finden, in welcher er, — bloß wegen der Intensität seiner Attraction, — uns unsichtbar werden müßte; folglich zugleich diejenige, in welcher er erschiene, und so abwechselnd, wiederum verschwände: so dürfte man nur, der Hauptbedingung dieser Aufgabe gemäß, in den allgemeinen Gleichungen die Geschwindigkeit des Lichts (in der Entfernung r) gleich Zero, folglich $\frac{v'}{a}$ oder $m = 0$, annehmen, und daraus $\frac{1}{\mu}$ oder $\frac{r}{R'}$, eigentlich aber $\frac{r - R'}{R'}$, als die Entfernung des nächsten Punctes der Oberfläche, suchen.

1) Setzt man demnach in §. IV. No. 1., m oder $\frac{v'}{a} = 0$; so folgt daraus

$$\frac{1}{\mu} \text{ oder } \frac{r}{R'} = \frac{1}{1 - \frac{n^2}{q^2 \varrho}}, \text{ also } \frac{r - R'}{R'} = \frac{1}{\frac{q^2 \varrho}{n^2} - 1}.$$

Weil nun $\frac{R'}{R} = q$ gegeben seyn soll, so ist $R' = Rq$, und

2) $\frac{r - R'}{R} = \frac{q}{\frac{q^2 \varrho}{n^2} - 1}$ in Sonnenhalbmessern bekannt.

Der Halbmesser der Erdbahn sey $= h$ Erdhalbmesser; so ist

3) $\frac{r - R'}{h} = \frac{R}{h} \times \frac{q}{\frac{q^2 \varrho}{n^2} - 1}$ in Halbmessern der Erdbahn.

4) Nach §. V. No. 1. ist $\frac{R'}{R} = \sqrt[3]{\frac{i}{\varrho}} = q$, folglich (No. 3.)

$$\frac{r - R'}{h} = \frac{n^2 R \sqrt[3]{i}}{(\sqrt[3]{(i^2 \varrho)} - n^2) h \sqrt[3]{\varrho}},$$

wenn die Attraction des Sterns, als ein Multiplum *i* von der der Sonne gegeben wäre.

5) Nimmt man aus §. III. No. 23., für $\frac{n^2}{\varrho}$, die la Placesche Zahl $(250)^2$, so wird (No. 3.)

$$\frac{r - R'}{h} = \frac{(250)^2 qR}{h(q - 250)(q + 250)}$$

sehr bequem beym Gebrauch der Logarithmen.

6) Setzt man in No. 5., den Werth von $q = \sqrt[3]{\frac{i}{\varrho}}$ aus No. 4.; erinnert sich aber, daß alsdann auch ϱ ungefähr $= 3,87$ seyn muß: so wird, bey $h = 23984$ und $R = 111$ Erdhalbmesser,

$$\frac{r - R'}{h} = \frac{454,1 \cdot \sqrt[3]{i}}{(\sqrt[3]{i} - 392,5)(\sqrt[3]{i} + 392,5)}.$$

7) Für dieselben Werthe von h und R, wird aus No. 5.,

$$\frac{r - R'}{h} = \frac{289,25 \cdot q}{(q - 250)(q + 250)}.$$

8) Exempel. Setzt man dem la Placeschen Stern in §. I. No. 1., noch Einen Sonnendurchmesser hinzu; so wird hier $q = 251$; folglich ist (No. 7.) $\frac{r - R'}{h} = 144,9$ Halbmesser der Erdbahn, diejenige Entfernung, in welcher die Geschwindigkeit seines Lichts gleich Zero wird. Wächst q fort, so nimmt jene Entfernung immer ab. Für $q = 250$ aber, wird jene Entfernung unendlich; und für kleinere Werthe von q, wird die Geschwindigkeit des Lichts im unendlichen Raume nirgends verschwinden.

§. VII.

1) Hätte man sich des Kunstgriffes in §. III. No. 8. nicht bedient, wodurch daselbst in No. 10. die Hauptgleichung auf eine reine quadratische zurückgebracht ward; so hätte man genau diese unreine cubische Grundgleichung.

$$0 = \frac{n^2}{\varrho}(1-m^2) - q^2 + \frac{R}{r}q^3$$

erhalten, worin q eben den Quotienten $\frac{R'}{R}$ bedeutet.

2) Aus No. 1. folget, nach la Grange's Reversionsformel,

$$q = \frac{n}{\sqrt{\varrho}}\sqrt{(1-m^2)} \times \left[1 + \tfrac{1}{2}\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}}\sqrt{(1-m^2)} + \tfrac{5}{8}\left(\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}}\sqrt{(1-m^2)}\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}}\sqrt{(1-m^2)}\right)^3 + \frac{3\cdot7\cdot11}{2\cdot8\cdot8}\left(\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}}\sqrt{(1-m^2)}\right)^4 + \text{cet.}\right];$$

eine, wegen $\frac{R}{r}$, sehr convergirende Reihe, anstatt des Werthes in §. III. No. 12.

3) Setzt man (in No. 2.) $m = 0$, so wird

$$q = \frac{n}{\sqrt{\varrho}}\left[1 + \tfrac{1}{2}\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}} + \tfrac{5}{8}\left(\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}}\right)^2 + \left(\frac{R}{r}\frac{n}{\sqrt{\varrho}}\right)^3 + \text{cet.}\right],$$

anstatt §. III. No. 21.

4) Aus No. 1. folget genau

$$m \text{ oder } \frac{v'}{a} = \sqrt{\left[1 - \frac{q^2\varrho}{n^2}\left(1 - \frac{R}{r}q\right)\right]},$$

anstatt §. IV. No. 1; und eben so ungeändert bleibet der VIte §.

Allgemeine Anmerkung.

In dem Vorhergehenden gründen sich ein Paar Zahlen auf zweyerley Sonnenparallaxen, nämlich auf 8″,5 und 8″,6. Der Zweck dieser Abhandlung konnte wohl unmöglich der seyn: la Place's runde Zahl von dritthalbhundert und die Dichtigkeit = 3,87 ändern zu wollen. Um hierin Einförmigkeit zu beobachten, darf man ja nur die respectiven Zahlen aus jedem astronomischen Elementarwerk ausschreiben. Die allgemeinen Gleichungen sind da, und gehörig bewiesen. Denn, daß das Licht der Wirkung der Attraction unterworfen seyn muß, wird jeder zugeben, der nur bedenkt: daß sonst das Loos des emanirten Lichts in dem Weltall dasselbe wäre, was auf Erden das Schicksal der Emigrirten.

Ueber

La Place's Satz

in

Darstellung des Weltsystems

II. Theil, Seite 333.

Von

Rohde,
Königl. Preußischem Kapitän.

Halle,
in der Rengerschen Buchhandlung.
1800.