RECHERCHES
SUR
LA RESISTANCE
DU MILIEU
DANS LEQUEL
[illegible] SE MEUVENT,

PAR M. EULER,
DE L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES
DE PRUSSE.

[illegible]

A BERLIN,
Chez Chretien Frederic Voss.
MDCCLIII.

11.

ACADEMIÆ GRYPHISWALDENSIS
RECTORE MAGNIFICENTISSIMO
ADOLPHO FRIDERICO
DVCE REGNANTE MECLENBVRGICO
PRINCIPE VANDALIÆ, SVERINI AC RACEBVRGI, COMITE ITEM SVERINENSI, TERRARVM ROSTOCHII ET STARGARDIÆ DYNASTA.
ORDINIS SVECICI SERAPHINORVM ET POLONICI ALBÆ AQVILÆ EQVITE AVRATO
PRINCIPE AC DOMINO NOSTRO LONGE CLEMENTISSIMO

DISSERTATIONEM ALGEBRAICAM
DE
METHODO GENERALI CONSTRVENDI OMNES AEQVATIONES ALGEBRAICAS
CONSENTIENTE
AMPLISSIMO PHILOSOPHORVM ORDINE
ANNO MDCCLV. DIE XXIV. OCTOBRIS
H. L. Q. C.
PVBLICO EXAMINI SVBMITTENT

LAMBERTVS HENRICVS RÖHL
A. L. M.
ET
SAMVEL ABHORTIS
HVNGARVS.

GRYPHISWALDIÆ PRELO STRUCKIANO.

GENEROSISSIMO ATQVE DOCTISSIMO

DOMINO

DN. MAVRITIO VLRICO AB HORN

DOMINO HAEREDITARIO DE LVDWIGSBVRG

STILOW &c.

EGREGIARVM ARTIVM CVLTORI

SVMMI STVDII ATQVE LABORIS

FAVTORI ATQVE OPTIMO AMICO.

Generosissime Domine atque Doctissime

Ex eo tempore, quo mihi contigit, eam Tecum mutuorum officiorum colere consuetudtnem, qua ad hunc vsque diem, officiorum non magis quam animorum arctissimo nexu coniuncti, vtimur, eam in TE ingenii alacritatem, acuminis vim, laborum patientiam, eum denique deprehendi candorem animi, vt mente certe Generosissimis Tuis Parentibus spem eam, quam magnam de TE conceperunt, gratulubundus confirmauerim ac Patriæ integrum atque ad exemplar Generosissimi Patris Tui effectum optimum ciuem haud fallaci promiserim diuinatioue, sicuti in hominum societate humanitatem, atque erga me singularem TVAM expertus sim amicitiam.

Dico TIBI iam aperte, Generosissime Juuenis, quae TVI de TE sperant, quem aliquando TE patria optat atque ego quidem, quae de TE sentio, quantique TE faciam, vt scias, non nisi maiora quaeuis a TE exspectari; nihil inde metuens periculi, siquidem longum iam est, quo didicisti, nemini laudem superstitem esse, quae non benefactis continuo repetitis sustineatur.

Dudum certe est, quo de publico quodam, quod TIBI exstare volui, venerationis atque amoris erga TE mei cogitaui testimonio, licet probe sciam, menti TVAE, suauissime Amice,

nihil

nihil de meo in TE animo obuersari dubii. Sunt mihi plurimæ eaedemque maximæ huius rei rationes, quas tamen præterire cogor silentio, ne, quod vereor, arroganter dixisse videar. Data itaque hacce facultate diutius mihi deesse nolui et certus TVAE beneuolentiae, nullus dubito, quin hæc aequi consulens bonique plagulam hancce ea, quam semper in TE deprehendi, mente accipias. Continet ea partem quandam praeceptorum Algebrae ad Geometriam praesertim sublimiorem adplicatæ, quibus TV summa cum voluptate atque ardore animi haud infelici huc vsque incubuisti successu. Solitus magni semper aestimare scientias, quae aditum nobis ad solidiorem naturæ atque Sapientissimi illius Auctoris cognitionem adaperiunt, conamen hocce, qualecunque demum illud sit, non prorsus reiicies.

Incolumen seruet TE Deus, Optime Juuenum. *Sis semper deliciae* Generosissimis TVIS Parentibus, *ornamentum aliquando splendidissimæ familiæ TVAE, Pratriae decus, bonis omnibus præsidium, Amicus denique*

Scribebam *Ludwigsburgi* *TVO*
Anno MDCCLV. Die XVI. Octobris.

L. H. RÖHL.

§. I.

Sit Aequatio quaecunque Algebraica conſtruenda $x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} --- --- --- + sx + t = 0$ duas omnino huic negotio conficiendo Mathematici adhibuerunt methodos

Prior valde ſpecialis poſtulat, vt eo vsque reducatur Aequatio propoſita, donec ab altera Aequationis parte ſola remanſerit quantitas incognita, omnibus cognitis ad alteram Aequationis partem translatis. Quo facto quantitates cognitae per operationes Geometriæ Elementaris combinatæ conſtituunt valorem quantitatis quaeſitae. Facile hinc eſt videre, methodum hancce adplicare non poſſe, ſi vel Aequationes dicto modo irreſolubiles euadant, vel operationes, quibus Aequatio quaeſiti combinandas iubet quantitates cognitas, ſupra poteſtatem Geometriae inferioris poſitae ſunt. Aſt ita comparatas eſſe omnes Aeqnationes, quarum maxima quantitatis incognitae potentia numerum binarium ſuperat, partim ex Theoria Aequationum, partim ex ipſa Geometriae inferioris natura facili perſpicitur negotio. Quum vero neminem, Geometriae Elementari qui operam dedit, valde morari poſſit haecce methodus, merito hic eam mittimus.

Poſterior conſtruendi methodus, Aequationem fundamentalem Problematis, uti formula eam exhibet, ordinatam, inuariatam reliquit atque interſectionibus duarum linearum valores quantitatis incognitae geometrice determinat. Problemati Deliaco ea methodus ortum ſuum debere vuigo creditur, ſiquidem veteres diu hocce Problemate vexati, interſectione tandem duarum curuarum ex Geometriae ſublimiori illud reſolverunt.

Cartesius vero, calculo ad Geometriam adplicato, primus fuisse videtur, qui methodi huius vniuersalitatem habuit perspectam, quam nos ex ipsa natura Aequationum atque arte algebraice lineas definiendi deductam præsenti tradamus negotio.

§. 2.

Expressio Algebraica quæcunque continens n variabiles, nihilo aequata semper mutari potest in functionem $n - 1$ variabilium.

Sit expressio Analytica continens n variabiles et nihilo aequetur $a + bs + cst \text{ --- --- --- } psyz = o$

Quum in hacce Aequatione quaelibet variabilis quomodocunque cum constantibus atque caeteris variabilibus combinata sit, res ipsa nunquam aliquam potest inuoluere impossibilitatem, quo minus variabilis quaecunque explicite exprimatur per constantes atque reliquas variabiles. Factum sit et ponatur

$$\alpha s + \beta t \text{ --- --- --- } + \gamma t y = z$$

erit omnino expressio

$$\alpha s + \beta t \text{ --- --- --- } + \gamma t y$$

functio ipsius z, cui præter z omnes insunt variabiles, quæ in expressione proposita inesse ponebantur, id est $n - 1$ variabiles.

§. 3.

Sint duae expressiones analyticae nihilo aequatae, quarum altera continet n variabiles, altera vel n vel $n - r$, iisdem, uti in priori, litteris notatas; Vna porro in duabus expressionibus variabili posita aequali, reliquae quoque concipiantur aequales: dico ex duabus illis expressionibus posse conflari aliam itidem nihilo aequatam $n - 1$ variabilium.

Sit expressio n variabilium $ax + bx^2y \text{ --- --- } brt^2z = o.$ cuius variabiles sint $x, y, \text{ --- --- } r, t, z.$

Ponatur explicite $z = \alpha x + \beta x^2 y \text{ --- --- } + \eta r y.$ ⊙ erunt in hac functione $n - 1$ variabiles. §. 2.

Sumatur nunc alia adhuc expreſſio $n - r$ variabilium et iisdem vti in priori expreſſione litteris deſignatarum

$$\aleph z + \beth r = 0.$$
$$z = \frac{-\beth r}{\aleph}$$

patet, in hac functione ipſius z non plures occurrere variabiles poſſe, quam in functione ⊙ aderant.

Quoniam nunc $\alpha x + \beta x^2 y - - - - + \eta r y^2 = \frac{-\beth r}{\aleph}$

erit omnino $\alpha x + \beta x^2 y - - - - + \eta r x^2 + \frac{\beth r}{\aleph} = 0$

quum vero ad z in duabus expreſſionibus aequale, reliquae quoque variabiles aequales ponantur, in ultima hac expreſſione variabiles ab iis in functione ⊙ diverſae occurrere nequeunt. Conſtat hinc propoſitum.

Poſito nunc $n = 2$, ex duabus illis expreſſionibus orietur Aequatio vnam modo continens incognitam. Quantitas enim quae alias variabilis concipitur, ita ſumi non amplius poteſt, ſiquidem tota expreſſione nihilo aequata, alii pro incognita ſubſtitui valores nequeunt, niſi qui totam Aequationem euaneſcere faciunt. Quoniam nobis in ſequentibus cum Aequationibus duarum ſolummodo variabilium negotium erit, ſufficiat quoque leges inueſtigare, quibus conuenienter Aequatio data determinata ex illis generatur.

§. 4.

Omnis Aequatio determinata cuiuscunque gradus

$$y^m + Ay^{m-1} + By^{m-2} - - - - - - + Py + Q = 0$$

orta concipi poteſt ex duabus Aequationibus duarum variabilium x & y poſitis y in duabus illis Aequationibus aequalibus ad x in illis aequalia.

Aſſumantur ad hanc rem eo diſtinctius exponendam duæ Aequations duarum variabilium cum Coefficientibus indeterminatis;

minatis; Sitque prior eiusdem cum Aequatione propofita gradus, fequentem ea neceffe eft induat formam:

$$\left.\begin{array}{llllll} x^m & + ax^{m-1}y & + cx^{m-2}y^2 & \cdots\cdots\cdots & + rxy^{m-1} & \\ & + bx^{m-1} & + dx^{m-2}y & & + sxy^{m-2} & \\ & & + ex^{m-2} & & \;\vert & \\ & & & & \;\vert & \\ & & & & + vx & \\ + hy^m & + ky^{m-1} & + ly^{m-2} & \cdots\cdots\cdots & + py & + q \end{array}\right\} = 0$$

Pofterior vero Aequatio duarum variabilium fit primi gradus, adeoque fequentis formæ

$$\alpha x + \beta y + \gamma = 0$$

$$x = \frac{-\beta y - \gamma}{\alpha}$$

vel vt calculus abbreuietur fit

$$x = \beta y$$

pofito nimirum in Aequatione

$$\alpha = 1$$

$$\& \; \gamma = 0$$

Quod fi nunc valor hicce τȣ x ex altera Aequatione inuentus in altera Aequatione pro x fubftituatur, ita quidem, vt ad aequalia x, y quoque aequalia intelligantur, fequens orietur Aequatio, in qua folummodo incongnita y occurret

$$\left.\begin{array}{llllll} \beta^m y^m & + a\beta^{m-1} y^m & + c\beta^{m-2} y^m & \cdots\cdots\cdots & + r\beta y^m & + hy^m \\ & + b\beta^{m-1} y^{m-1} & + d\beta^{m-2} y^{m-1} & & + s\beta y^{m-1} & + Ky^{m-1} \\ & & + e\beta^{m-2} y^{m-2} & & \;\vert & \\ & & & & \;\vert & \\ & & & & + v\beta y & + py + q \end{array}\right\} = 0$$

Quae Aequatio rite ordinata, termino primo ab omni Coefficiente liberato, dabit Aequationem.

$$y^m + \frac{b\beta^{m-1} + d\beta^{m-2} \cdots + s\beta + k}{\beta^m + a\beta^{m-1} \cdots + r\beta + h} y^{m-1} \cdots + \frac{v\beta + p}{\beta^m + a\beta^{m-1} \cdots + h} y + \frac{q}{\beta^m \cdots + h} = 0$$

ejusdem omnino gradus cum Aequatione propofita.

In

In demonſtratione noſtra quidem aſſumſimus, alteram Aequationem eiusdem gradus cum Aequatione propoſita, alteram vero gradus primi. Fini noſtro hæcce poſitio omnino ſatisfacit, ſiquidem non impedit, quo minus vniverſaliter demonſtretur propoſitio noſtra. Ceterum ex ipſa operatione ſatis elucet, ſi in valorem τȣ x ingrediatur y^2 vel in genere y^n, Aequationem inde ortam determinatam fore gradus $2m$ti vel in genere nmti. Quum vero methodi vnam variabilem ex duabus duarum variabilium Aequationibus eliminandi ſatis superque doceant, y^r & y^s in valore ipſius x eliminati occurrere, ſi altera Aequationum indeterminatarum gradus $r$ti adſumta fuerit, altera gradus $s$ti, niſi termini r & s dimenſionum in operatione ipſa prorſus ex Aequationibus excidant; ſequitur inde omnino, Aequationem determinatam gradus $m$ti oriri poſſe ex duabus Aequationibus indeterminatis, quarum altera gradus $r$ti altera $s$ti ponitur, exiſtente nimirum $rs = m$. Ipſam quidem eliminationis operationem ex Aequationibus duabus indeterminatis generalibus hic omittimus, ſiquidem calculum prolixiorem requirit, quam vt huic plagulæ eum inſerendum putemus & Auctores paſſim diuerſas huius eliminationis recenſent methodos. Specialem tamen caſum quemdam eo vsque euoluamus, donec gradus Aequationis determinatæ adpareat.

Sint itaque duæ Aequationes indeterminatæ ſecundi gradus

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0$$
$$\alpha x^2 + \beta x^2 + \gamma xy + \delta x + \varepsilon y + \eta = 0$$

erit omnino

$$x = \frac{-a\beta y^2 - \alpha b y^2 - a r y - \alpha e y - a\eta - \alpha f}{\alpha c y + a\gamma y + \alpha d - a\delta}$$

Valori hinc τȣ x^2 ingrediatur neceſſe eſt y^4; In quacunque itaque Aequatione indeterminata Valor pro x inuentus ſubſtituatur, Aequatio tamen inde orta fiat neceſſe eſt gradus 4ti.

Omne nunc diſcrimen, quod propoſitam inter Aequationem atque eam ex duabus Aequationibus indeterminatis conflatam adhuc intercedit, latet in differentia earum Coefficientium. Aſt Coefficientes Aequationis ortæ ex duabus indeter-

 minatis

minatis dependent a Coefficientibus indeterminatarum Aequationum, quæ itaque eo modo adsumi debent, vt in orta inde Aequatione Coefficientes omnium terminorum sigillatim sumtorum aequales fiant Coefficientibus singulorum terminorum in Aequatione proposita. Commode id fieri potest, si Coefficientes terminorum homologorum in duabus Aequationibus determinatis ponantur aequales. Erit sic

$$\frac{b\beta^{m-1} + d\beta^{m-2} \cdots\cdots\cdots + s\beta + k}{\beta^{m} + a\beta^{m-1} \cdots\cdots\cdots + r\beta + b} = A$$

$$\frac{v\beta + p}{\beta^{m} + a\beta^{m-1} \cdots\cdots\cdots + r\beta + b} = P$$

$$\frac{q}{\beta^{m} \quad a\beta^{m-1} \cdots\cdots\cdots + r\beta + b} = Q$$

Ex hisce itaque Aequationibus tot determinari possunt Aequationum indeterminatarum Coefficientes, quot termini in Aequatione proposita Coefficientibus adfecti adesse intelliguntur. His itaque valoribus acceptis atque in aequationibus indeterminatis legitime substitutis, reliquisque Coefficientibus pro lubitu determinatis, Coefficientes Aequationum indeterminatarum omnino ita erunt comparatæ, vt determinata ex illis orta Aequatio eadem sit cum proposita, id quod ex ipsa operatione satis manifestum erit.

§. 5.

Aequatio quaecunque gradus m ti, cuius Coefficientes r terminorum a fine connumeratorum nihilo aequales ponuntur, eadem erit cum Aequatione gradus $m-r$ ti.

Sit Aequatio exposita gradus m ti

$$x^{m} + ax^{m-1} \cdots\cdots + lx^{r} + nx^{r-1} \cdots\cdots + sx + t = o$$

ea positis Coefficientibus r terminorum a fine connumeratorum nihilo aequalibus degenerabit in sequentem.

$$x^{m} + ax^{m-1} \cdots\cdots\cdots kx^{r+1} + lx^{r} = o$$

et diuisa per x^{r}, eadem erit cum

$$x^{m-r} + ax^{m-r-1} \cdots\cdots\cdots + kx + l = o$$

Aequatione gradus $m-r$ ti.

Prono

Prono hinc alueo fluit, Aequationem quamcunque gradus m ti determinatam non ſolum oriri poſſe ex duabus Aequationibus indeterminatis gradus r & s ti, ſi fuerit

$$r\,s = m.$$

ſed quoque, ſi fuerit vtcunque

$$r\,s > m.$$

§. 6.

Variabilis altera y omnis Aequationis duarum variabilium per continuum tranſire dicenda erit, ſi altera x ſub hac ſumatur conditione.

Sit falſa propoſitio; Ergo poſita variabili x per continuum tranſeunte, idem de altera variabili y negabitur. Sumas nunc quælibet proxima y & concedere debes inter duo x proximis illis y reſpondentia adhuc infinita x intercedere, per naturam continui, quibus nulla y reſpondent, quoniam duo quaelibet proxima in demonſtratione adſumta ſunt. Quodlibet itaque x non habebit y ſibi reſpondens, quod naturæ huius generis Aequationum repugnat. Sua itaque ſtat veritate propoſitio.

§. 7.

Quaelibet Aequatio duarum variabilium, quarum altera variabilis per continuum tranſire ponitur, definitionem lineae cuiusdam exhibet.

Quum enim variabilis x per continuum tranſeat, Valores illius commode ducta linea quadam exhibentur. Ducta ſit linea, in qua x ſumantur; quum cuilibet valori τȣ x reſpondeat valor τȣ y, in quolibet puncto lineæ illius ſub angulo conſtanti quocunque erigi poteſt, linea determinans valorem τȣ y cuicunque x adſumto reſpondentem. Aſt quoniam quoque y per continuum tranſit §. 6. In linea quadam per extrema τῶν y puncta ducta nullum punctum aſſignari poteſt, in qno non terminaretur y quoddam reſpondens cuidam x. Quum itaque hoc modo ſitus cuiuslibet huius lineae puncti ex tali Aequatione poſſit aſſignari, quo facto neceſſe eſt, vt totius lineae ductus

inno-

innotescat, manifestum est, Aequationem duarum variabilium, quarum altera per continuum transire ponitur, lineae cuiusdam sistere definitionem.

Et hacce quidem methodo lineas definiendi vtuntur Analystae. Omne itaque discrimen linearum, si algebraice considerantur, dependet a diuersitate Aequationum inter variabiles vel Coordinatas. Quae, quum sint vel Algebraicae vel Transcendentes, lineis quoque diuersa concedunt nomina. Sufficiet nobis pro instituti ratione, species euoluere linearum, quae Aequationibus Algebraicis definiuntur. Duo vero adsunt Criteria, quæ simul sumta Aequationem constituunt Algebraicam in specie sic dictam.

a) Variabilis x & y rectae semper intelligantur lineae

b) Exponentes potentiarum Variabilium omnes sint numeri integri positiui.

Hisce itaque suppositis Aequationes Algebraicae commode distinguuntur pro numero, quo exponens maximae in Aequatione dimensionis Variabilium exprimitur. Aequatio hinc dicitur gradus primi, secundi, tertii &c. si exponens ille fuerit vnitas, numerus binarius, ternarius etc. et generatim Aequatio duarum variabilium erit gradus m ti, si dictus exponens ponatur $= m$. Pro hac vero Aequationum varietate diuersus quoque linearum constituitur ordo, ita vt linea sit ordinis m ti, si Aequatione definiatur gradus m ti.

§. 8.

Omnis Aequatio gradus primi definit lineam rectam & contra.

Sit Aequatio gradus primi; erit ea formæ sequentis

$$\alpha x + \beta y + \gamma = 0$$

siue vt aequalitas dimensionum in terminis restituatur

$$\alpha x + \beta y + \delta\varepsilon = 0.$$

Fiat nunc, vti semper fieri potest

$$\alpha : \delta = \varepsilon : \eta$$

ut sit $\alpha\eta = \delta\varepsilon$.

quo

quo valere pro $\delta\varepsilon$ ſubſtituto, ſequentem Aequatio induet formam

$$\alpha x + \beta y + \alpha\eta = 0$$

quæ in ſequentem reſolui poteſt analogiam

$$\beta : \alpha = \eta + x : y$$

Quae Aequatio ſi per methodum in Geometria Elementari vſitatam conſtruatur, Recta omnino locus deprehenditur, quo omnes y terminantur.

Aeque facilis ſeſe nobis offert conuerſae huius propoſitionis demonſtratio.

Quaecunque enim ſit Recta, ad quamcunque Rectam, cum quocunque angulo ordinationis, cum quocunque abſciſſarum initio referatur, praebebit tamen, uti ex Geometria Elementari conſtat Analogiam huius formae

$$\beta : \alpha = \eta + x : y$$

quo facto erit definitio illius Rectae

$$\beta y - \alpha x - \alpha\eta = 0.$$

Aequatio primi gradus.

Sola hinc linea recta eſt linea primi ordinis et contra. Omnes itaque lineae, in quarum definitionibus exponens maximae variabilium dimenſionis vnitatem ſuperat, ſunt curuae. Et haec eſt ratio, quare interdum linea m^{ti} ordinis dicatur curua $m-1^{ti}$ generis.

§. 9.

Ex hacce conſideratione methodi illius, qua Algebraice lineae definiuntur, abunde adparet, ad x quodcunque determinatum ſemper y Aequatione exprimi determinata.

Duplici vero modo x ita poteſt determinari vt y Aequatione definiatur determinata

I. Introducendo pro x valorem conſtantem. Aequatio enim facta ſubſtitutione pro x vnicam modo adhuc continet incognitam y, cuius valores ſemiordinatæ ad $x =$ quantitati conſtanti ſubſtitutæ ſiſtent.

II. Subſtituendo valorem pro x, quem eliminatione illius ex duabus Aequationibus duarum variabilium eruimus, in altera harum Aequationum.

Sint nimirum duae Aequationes duarum variabilium altera gradus r ti, altera s ti, proueniet x eliminando ex duabus illis Aequationibus atque in altera earum valorem pro x inuentum ſubſtituendo Aequatio formæ ſequentis; poſito $rs = m$.

$$y^m \; Ax^{m-1} + Bx^{m-2} \text{ --- --- --- } + P + Q = o$$

Quum vero in eliminatione atque ſubſtitutione hacce ſuppoſuerim, in duabus Aequationibus indeterminatis tam x quam y eſſe æqualia. Euidens eſt omnes eas ſemiordinatas duarum curuarum, quæ ad easdem Abſciſſas æquales euadunt, exhibere valores τȣ y; Cognitis hinc illis ſemiordinatis valores τȣ y amplius dubii eſſe nequeunt. Facili autem negotio lineæ illæ duabus indeterminatis Aequationibus definitæ ita combinari poſſunt, vt primo ſtatim intuitui illae ſeſe offerant Semiordinatæ. Duae nimirum lineae ad eandem lineam, cum eodem initio abſciſſarum atque angulo ordinationis, relatæ conſtruantur et facile pateſcit, omnes y ad puncta interſectionis duarum linearum conſtructarum dictis adfectas eſſe conditionibus.

§. 10.

Nunc demum methodum, qua reſolutio problematis §. 1. allati inſtitui poteſt, tradere poſſumus.

Sit itaque Aequatio Algebraica conſtruenda

$$x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} \text{ --- --- --- } + sx + t = o.$$

Eligantur in hunc finem duæ Aequationes duarum variabilium cum Coefficientibus indeterminatis, eius conditionis, vt x eliminato atque valore eius in altera earum ſubſtituto prodeat Aequatio eiusdem cnm Aequatione propoſita gradus, vel maioris §. 4.

Si poſterius accidat, Aequatio propoſita multiplicetur per Aequationem ſimplicem

$$x - o = o$$

donec

donec eiusdem cum orta ex duabus indeterminatis Aequatione fiat gradus. §. 5.

Coefficientes tunc duarum Aequationum determinatarum comparentur, identificentur, et valores his operationibus determinati pro cognominibus Coefficientibus in Aequationibus indeterminatis ſubſtituantur, reliquis pro lubitu determinatis. §. 4.

Lineis itaque Aequationibus indeterminatis hiſce definitis conſtructis ad eandem Diametrum, cum eodem initio Abſciſſarum, anguloque ordinationis, Semiordinatæ ad puncta interſectionis linearum exhibebunt radices Aequationis propoſitæ. §. 9.

Quoniam omnia ex antecedentibus manifeſta ſunt, coronidis loco adplicationem methodi huius in caſu quodam ſpeciali oſtendere lubet.

Sit conſtruenda Aequatio

$$y^3 + Ay^2 + By + C = o$$

Erunt itaque vel duae lineae ſecundi ordinis, vel altera primi, altera tertii ordinis, quarum conſtructione faciliori negotio aequationis propoſitae conſtructio abſoluitur. Priori itaque via incedentes ſumamus duas Aequationes ſecundi gradus, cum Coefficientibus indeterminatis ita quidem vt termini duarum variabilis dimenſionum non prorſus exidant ex Aequationibus.

$$ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = o.$$
$$\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma xy + \delta x + \varepsilon y + \eta = o.$$

Sit Aequatio eliminatione τȣ x et ſubſtitutione valoris eiusdem in altera Aequationum eruta. §. 4.

$$y^4 + Py^3 + Qy^2 + Ry + S = o.$$

Multiplicetur Aequatio propoſita per $x - o$. et fiet

$$y^4 + Ay^3 + By^2 + Cy + o = o.$$

Comparenter nunc Coefficientes terminorum homologorum et identificentur, quae operationes ſequentes præbent Aequationes

$$A = P$$
$$B = Q$$
$$C = R$$
$$o = S$$

 Exinde

Exinde quatuor Coefficientes Aequationum indeterminatarum determinari poterunt.

Sint illi, a, b, c, d

Valores eorum in Aequatione indeterminata ſubſtituantur, reliqui octo pro lubitu determinati itidem ſubſtituantur et hoc facto lineae hiſce Aequationibus definitae ad eandem diametrum, cum eodem initio abſciſſarum, atque eodem angulo ordinationis conſtruantur. Tunc Semiordinatae ad puncta interſectionis linearum erunt radices aequationis propoſitae, quae quaerebantur.

Quum vero in noſtro arbitrio poſitum ſit, quas Aequationum indeterminatarum Coefficientes determinare velimus, et qua quantitate reliquas pro lubitu accipiendas definiamus, ita haec res erit conficienda, vt conſtructiones inde fiant faciliores. Quae vero curuae faciliori methodo deſcribi poſſint, intelligitur ex Geometria ſublimiori; quomodo vero Coefficientes Aequationum indeterminatarum ſint determinandae, vt conſtructiones ope earum curuarum peragi poſſint, docetur in doctrina de locis Geometricis. Quae quum ad ſpecialiora iam deſcendant, tanquam a fine noſtro remota merito hic omittimus.

COROLLARIA.

I. Nulla quantitas finita, finitarum omnium reliquarum maxima vel minima eſſe poteſt.

Si neges admodum breui ratiociniorum ſerie coactus concedere debes,

vel partem eſſe toti aequalem,

vel finitum eſſe ad infinitum in ratione finita.

II. Quantitas negatiua eodem iure nihilo minor dicitur et infinito maior, aſt diuerſo reſpectu.

III. Qui lineam ex punctis, ex lineis ſuperficies, ex ſuperficiebus ſolida componit, puncta mathematica longa, lata, craſſa admittere debet.

IV.

IV. Qui vacuo disseminato inimicus poros corporum rariori materia complet, omnino illud ipsum supponit, quod reiiciendum esse pronuntiat.

V. Supposita hypothesi quod corpora coelestia sese attrahant pro ratione massarum, ex superioris transitus Mercurii obseruationibus probabiliter colligere licet, Massam Cometae Ao.1744 adparentis admodum rariorem fuisse.

VI. Demonstratio ordinaria pro existentia Monadum Leibnizii semper erit mutila, donec probetur corpora physica non habere quantitatem continuam.

VII. Spectacula comica atque tragica legitime instituta forte potiori iure quam alienae in vita communi experientiae scholae virtutis dicuntur.

VIII. Soliloquia periodica repugnant fini Tragoediae.

IX. Si solam Reipublicae bene *institutae vtilitatem respiciamus*, nemo sceleratorum, nisi ob *societatem sceleris periculosus*, capitis erit damnandus.

X. Doctrina de necessitate hypothetica nullius in defendenda imputatione actionum moralium vsus esse videtur, siquidem aeque male concluditur

Titius aliter agere potuit
quoniam homo id potuisset
ac si diceres Circulus potest esse quadratus
quoniam figuræ illud non contradicit.

XI. Dubito quin ex principiis rationis sibi relictae probari possit; euentus contingentes, qua tales cum certitudine posse praeuideri.

XII. Philosophi quibus vniversalitas principii rationis sufficientis arridet, et qui hoc non obstante progressum in rationibus allegandis in infinitum impossibilem iudicant, sibi contradicunt.

* * *

Præclarissimo nec non Doctissimo
Domino Respondenti
SAMVELI ABHORTIS
Philosophiæ & Matheseos Cultori eximio
Amico suo optimo
S. D. P.
ANDREAS MATTHIAS ENGEL
Neobrandenburgo Megapol.

Est hæc præclara eruditionis Candidati laus, si non magis exactiori humanitatis artium studio scientiisque, quæ ingenuo homine dignæ sunt, quam morum integritate & suauitate consuetudinis sese commendat. His munitus præsidiis non solum tutus erit ab inimicitiis & quæ hinc nascuntur fatis sæpe funestis, sed alios quoque vel inuitos in sui amorem rapiet, forunaque nouercante habebit, quorum beneuolentia consilio & ope vtatur. Non possum igitur non TUAM, decus o nostrum Amicorumque neorum ocelle magna cum voluptate intueri feiicitatem, cum quem ea in re TIBI anteponam, inveniam omnino neminem. Reuocat me verecundia a rei satis perspectæ testimonio nihilque restat nisi vt pro mea in TE amore ex animo TIBI gratuler de occasione hac eximias ingenii TUI dotes, quas tacitus adhuc admiratus sum publice declarandi. Viue felix nostrique memor.

11.

ACADEMIÆ GRYPHISWALDENSIS
RECTORE MAGNIFICENTISSIMO
ADOLPHO FRIDERICO
DVCE REGNANTE MECLENBVRGICO
PRINCIPE VANDALIÆ, SVERINI AC RACEBVRGI, COMITE ITEM SVERINENSI, TERRARVM ROSTOCHII ET STARGARDIÆ DYNASTA.
ORDINIS SVECICI SERAPHINORVM ET POLONICI ALBÆ AQVILÆ
EQVITE AVRATO
PRINCIPE AC DOMINO NOSTRO LONGE CLEMENTISSIMO

DISSERTATIONEM ALGEBRAICAM
DE
METHODO GENERALI CONSTRVENDI
OMNES
AEQVATIONES ALGEBRAICAS
CONSENTIENTE
AMPLISSIMO PHILOSOPHORVM ORDINE
ANNO MDCCLV. DIE XXIV. OCTOBRIS
H. L. Q. C.
PVBLICO EXAMINI SVBMITTENT

LAMBERTVS HENRICVS RÖHL
A. L. M.
ET
SAMVEL ABHORTIS
HVNGARVS.

GRYPHISWALDIÆ PRELO STRUCKIANO.