10

Mathematischer Beweiß: daß die Algebra zur Entdeckung einiger verborgener Schriften bequem angewendet werden könne.

von
Friederich Johann Buck,
der Weltweißheit und Rechtsgelahrtheit Docktor, wie auch der Mathematick ordentlicher Lehrer auf der Königsbergischen Universität.

Königsberg, 1772.
Bey J. D. Zeisens Wittwe und J. H. Hartungs Erben.

§. 1.

Als ich vor wenigen Monathen das Vergnügen hatte, die schöne Disputation unseres ruhmwürdigen Herrn Profeßor Lindners de arte deciferatoria zu lesen; so fiel mir unvermuthet die Frage ein: **Ob zur Entdeckung verborgener Schrifften auch die Algebra angewendet werden könne?** Ich muß gestehen, daß zu Anfang, da dieser Gedancken in mir aufstieg, meine Meynung dahin gieng, den Gebrauch der Algebra in Dechiffrirung geheimer Schrifften zu mißbilligen, und also die gelegentlich mir beygefallene Frage zu verneinen. Allein nachdem ich die innere Natur und Beschaffenheit besagter Wißenschafft je länger je mehr in Erwegung zog, und hieraus den Schluß folgerte, daß, da die Algebra nach der Sprache des großen Englischen Mathematici Newtons eine allgemeine Rechenkunst ist, aus selbiger wohl einige besondere Regeln abstrahiret werden könnten, den Sinn verborgener Schreibarten durch Rechnungen zu erfinden; so muß ich bekennen, daß eine gegenseitige Gesinnung auf eine überzeugende Art sich in mir entwickelte, nehmlich, daß ich mit der grösten Gewißheit einzusehen anfieng, wie die Algebra zur Erforschung geheimer Schrifften füglich angewendet werden könne, folglich die vorhin gedachte Frage billig zu bejahen sey. Ob ich nun gleich mich solchergestalt von der Möglichkeit des Gebrauchs der Algebrä in Entzifferung verborgener Schreibarten vollkommen überführet sahe; so empfand ich dennoch nicht eine gleichgewiße Ueberzeugung von der Würcklichkeit deßelben. Ich sann zwar sorgfältig demjenigen nach, was ich in denen Lehrbüchern mancher Algebristen gelesen hatte; allein ich konnte mich eines solchen Falls nicht erinneren, der hieher billig gehörete. Und gesetzt! ich hätte einsmahls würcklich etwas Aehnliches in den Schrifften jener berühmten Lehrer wahrgenommen; so müste solches etwa vor einigen Jahren geschehen seyn, dahero mir daßelbe nicht wiederum ins Gedächtniß zurückkehren wollte. Endlich, da ich mich eben beschäfftigte, die Art und Weise ausfündig zu machen, um würcklich die Algebram zur Entdeckung verborgener Schreibereyen zu gebrauchen, so ereignete sich ein ohngefehrer Vorfall, der mich von der gedachten Würcklichkeit mächtig überzeugete, und meinen ferneren Bemühungen in diesem Stück ein Ziel setzte. Da diese Begebenheit zur Ausführung gegenwärtiger kurtzen Arbeit die eigentliche Gelegenheit gegeben; so will ich in diesen Blättern hievon zuerst eine kurtze Nachricht ertheilen, hernach aber durch einen zwiefachen Beweiß darthun, daß die Algebra zur Entdeckung verborgener Schrifften in besonderen Fällen würcklich angewendet werden könne.

§. 2.

Vor wenigen Wochen überreichete mir ein fleißiger und ordentlicher Zuhörer, der jüngere Herr Studiosus Meltzbach einen kleinen Zettul, und ersuchete mich zugleich, die auf demselben aufgezeichnete mathematische Aufgaben ohne Beschwehrde aufzulösen. Da ein Lehrer allemahl verbunden ist, dem edlen Bitten seines Zuhörers alles Gehör zu geben, um hiedurch sowohl seiner gerechten Wißbegierde ein Genüge zu leisten, als auch ihn selbsten zu ähnlichen künfftig auszuführenden Bemühungen aufzumuntern; so nahm ich schuldigst diese Schrifft an, durchlas sie in seiner Gegenwarth mit einiger Eilfertigkeit, und that das Versprechen hinzu, an dem folgenden Tag die Auflösungen derer vorgelegten Aufgaben ihm zu überliefern. Als ich hierauf noch an demselben Tage des Abends zu dieser Arbeit mich verfügete, und mit mehrerer Aufmercksahmkeit die erwehnte Schrifft durchlas, so fand ich, daß darinnen eigentlich fünff Aufgaben vorgeschrieben waren, deren Auflösungen erfunden, und zur Entdeckung verborgener Worte gebrauchet werden sollten. Da diese Schrifft den Grund zur gegenwärtigen Betrachtung leget, und den ersten Beweiß bey Ausführung unseres Vorhabens abgiebet, auch den Verstand des Nachfolgenden ungemein erleichtert; so wird man mir erlauben, daß ich dieselbe allhier von Wort zu Wort zuerst hersetze, und einem jeden zum vorläuffigen Nachdencken hierauf überlaße. Sie lautet, wie folget, also:

1) Zergliedere 96. in 2. *progressionen, arithmeticam & geometricam*, jede von 3. *terminis*. Wenn man den kleinesten *terminum* der *arithmeti*schen *Progression* mit dem kleinen der *geometri*schen *multipliciret*, kommt 24, das *product* derer *mediorum* auch vervielfältiget, kommt 131, und die zwey *terminos* von beyden Zahlreihen *multipliciret*, entstehet 672. Wenn man zu der ersten Zahl der *arithmeti*schen *progression* 12. *addiret*, so kommt der erste Buchstaben des ersten Worts, und der dritte des zehnten, auch der erste des zweyten Worts. Wenn man von der zweyten Zahl der *arithmeti*schen *progression* 2. *subtrahiret*, so zeiget der Rest den zweyten Buchstaben des dritten Worts, und den ersten Buchstaben des vierten Worts, wie auch den zweyten des fünfften und zweyten des sechsten, und den zweyten des siebenden,

abermahl den zweyten des neunten Worts an. *Dividiret* in die dritte *arithmeti*sche *progression* mit 7., so kommt der dritte Buchstaben des dritten Wortes. *Dividiret* mit 3. in die *geometri*sche *progression* der ersten Zahl, so kommt der zweyten Buchstaben des ersten Worts, und der zweyte des achten. *Addiret* zu der zweyten *geometri*schen *progression* 7., so kommt der dritte und vierte Buchstaben des ersten, und der erste des zehnten Worts. *Dividiret* abermahl mit 6. in die dritte Zahl, so wird der *Quotient* zeigen den zweyten Buchstaben vom zehnten Worte.

2) Suchet zwey Zahlen; wenn man sie zusammen *addiret*, und mit der *Differenz* ihrer *Quadrate multipliciret*, so kommt 6760., oder bemeldeter Zahlen *differenz* mit beyden *Quadraten multipliciret*, so kommt 3880. Die kleine Zahl wird zeigen den zweyten Buchstaben des vierten Worts, die große den ersten Buchstaben des fünfften, wie auch den dritten, vierten, und ersten des sechsten, siebenden und achten Worts.

3) Suchet abermahl zwey Zahlen; wenn man von jeder 1. *subtrahi*ret, und beyde *reste* mit einander *multipliciret*, so kommt 192. So man aber vom *Quadrat* jeder Zahl die *Unit*ät abnimmt, die *Residua* mit einander *multipliciret*, kommt 48384. Die kleine Zahl wird zeigen den dritten und fünfften Buchstaben des vierten Worts, und den fünfften, ersten, und vierten des sechsten, siebenden, und zehnten Worts. Die große Zahl zeiget den dritten Buchstaben des zweyten Worts.

4) Suche eine *Pentagonal*- und *Tesseracontaenneagonal*-Zahl, thun in einer *Summe* 1806. Verhält sich die *Pentagonal*-Wurtzel zur *Tesseracontaenneagonal*-Wurtzel wie 5 zu 9, so wird die *Pentagonal*-Wurtzel zeigen den fünfften, zweyten, dritten, vierten, und dritten, vierten, wie auch dritten Buchstaben des ersten, zweyten, dritten, vierten, fünfften, sechsten, und siebenden Worts. Die *Tesseracontaenneagonal*-Wurtzel zeiget den zweyten Buchstaben des siebenden Worts.

5) Wiederum suchet zwey Zahlen; wenn man selbige *add*iret, thun solche 27., ihre *Quadrate* 289; so wird die große Zahl zeigen den sechsten Buchstaben des ersten Wortes, die kleine den Tag des Monaths Junii, wenn ich den Schluß gemachet.

§. 3.

Nachdem ich diese Schrifft mit gebührender Ueberlegung zu verschiedenen mahlen durchgelesen, und die gedachte fünff Aufgaben darinnen aus einander gesetzet hatte, so nahm ich anfänglich die erste vor, und versuchete sie, mit aller Genauigkeit aufzulösen. Allein was lehrete mich der Erfolg? Ich probirete auf allerley Art die Auflösung der ersten Aufgabe zu erfinden, war aber nicht so glücklich, sie zu entdecken. Ich legete also dieses erste Problem eine Zeitlang bey Seite, und schritt zum zweyten fort, um mit demselben, wie ich meynte, etwa leichter und geschwinder fertig zu werden; allein auch hiebey wiederfuhr mir das vorige unangenehme Schicksahl. Kurtz! nachdem ich die Auflösungen aller fünff Aufgaben zu erfinden, nach einander versuchet, und hiezu viele Zeit und viel Papier angewendet hatte, so floß der erste Abend schnell vorbey, und ich erblickete auf meinen Zetteln nichts weiter als eine erbärmlich große Menge von zusammengeschriebenen x. und y, oder vielmehr ein langes und breites algebraisirtes Nichts. Dieser Vorfall war mir gewiß sehr ungewöhnlich, und merckwürdig; ich konnte ihn auch nicht anders erklären, als daß ich etwa im Calculiren mich versehen, oder vielmehr auf einige in der Abschrifft befindliche falsche Data gar zu sehr verlaßen hätte. Als dahero den Tag darauf der vorhin erwehnte Studiosus zu mir kam, um die versprochene Auflösungen abzuhohlen, so bath ich ihm vielmahls um Vergebung, daß ich mit denselben noch nicht zum Schluß gelanget, und dahero meinem Versprechen nachzukommen noch nicht geschickt wäre. Indeßen konnte ich mich nicht entbrechen, ihm zweyerley zu befragen; erstlich, wie er zu diesen algebraischen Exempeln gekommen wäre? und zweytens, ob er sie auch richtig geschrieben hätte? Auf die erste Frage erwiederte er mir, daß er vor einiger Zeit das schöne Rechenbuch des Herrn Profeßor Schwarzers aus Wien, welches den Tittul führet: *Arithmetica Mercatorum*, oder vollständiges Kauffmännisches Rechenbuch von *F. Joh. Michael Schwarzer, a S. Phil. Nerio Ord. Piar. Schol. Profess.* zu Wien und Leipzig 1762. gedruckt, gelesen, diese belobte Exempel darinnen auf den letzteren Blättern bemercket, und sie aus selbigen vor sich zum Vergnügen ausgeschrieben hätte. Auf die zweyte Frage gab er mir zur Antwort, daß er wohl glaubete, im Abschreiben keinen Fehler begangen zu haben, allein, wofern ich gedachtes Buch eigenthümlich nicht besäße, so wollte er selbiges am folgenden Tage mir zuzustellen suchen, um in meinem Beyseyn nachzusehen, ob die Abschrifft gantz genau mit dem gedruckten Original übereinstimmend wäre. Da ich nun seiner ersten Antwort nichts entgegen zu setzen nöthig hatte, auf die zweyte aber aufs neue erwiederte, daß mir zwar das gedachte Rechenbuch bekannt, allein in meiner Büchersammlung annoch nicht vorhanden wäre, folglich mir eine Gefälligkeit wiederführe, wenn er daßelbe Morgen mitbringen, und seine Abschrifft mit denen abgedruckten Exempeln im Buche selbsten zusammenhalten möchte, so unterließ erwehnter Studiosus nicht, zur gesetzten Zeit mir das angeführte Rechenbuch des Herrn Profeßor Schwarzers zu überreichen, und mit mir zusammen das Obige aufs genaueste durchzugehen. Wie? wunderte ich mich aber nicht, da ich selbsten beobachtete, daß die Abschrifft mit dem Original in Worten und Zahlen aufs genaueste übereinkam? Und noch mehr? wie sehr wurde meine Aufmerckſamkeit in Bewegung gebracht, da ich in dem belobeten Rechenbuch vor diesen algebraischen Aufgaben folgende Worte übergesetzet erblickete:

Es ist ein Spruch in göttlicher heiligen Schrifft verborgen von zehn Wörtern, welchen jeder Christ zu wißen, und nachzuleben schuldig ist. Ich werde solchen durch verborgene Zahlen anzeigen. Wer solchen zu wißen verlanget, der bezeichne das Alphabeth mit Zahlen. Als A. mit 1, B. 2., C. 3., D. 4., E. 5., F. 6., G. 7., H. 8., J. 9., K. 10, L. 11., M. 12., N. 13., O. 14, P. 15., Q. 16., R. 17., S. 18., T. 19., U. 20., W. 21., X. 22., Y. 23., Z. 24.

Durch diese nachdenckliche Ueberschrifft wurde ich aufs neue angefeuret, denen erwehnten Aufgaben nachzusinnen, mehrere Kräffte des Verstandes zu den Auflösungen derselben anzuwenden, und dieses Bemühen nicht eher nachzulaßen, als bis ich dieselben völlig erfunden hätte, und mein Versprechen in Erfüllung zu bringen mich vollkommen im Stand sähe. Diesen geschwinde gefaßten Entschluß gab ich sogleich dem vorhin gedachten Herrn zu verstehen, und bath ihn zuletzt, nach einiger Zeit wegen dieser Sache wiederum bey mich anzuhören.

§. 4.

§. 4.

Da ich nun, wie gesaget, mir fest vorgesetzet hatte, alle mögliche Zeit und Mühe zu gebrauchen, um zur völligen Entdeckung derer obigen Aufgaben zu gelangen, so nahm ich die vorhin angefangene Arbeit aufs neue wiederum vor. Ich durchsahe die erste Berechnungen mit aller billigen Behutsamkeit, und verbeßerte dieselben hin und wieder aufs sorgfältigste. Ich verfiel auf allerley in der Algebra gebräuchliche Kunstgriffe, und versuchete auf diese Weise, denen Entdeckungen derer gedachten Aufgaben mich zu nähern. Ich beschrieb viele und große Papiere mit weitläuftigen und recht fürchterlichen Rechnungen. Und da meine Lesestunden und andere Arbeiten gemeiniglich mir nicht anders als nach Sonnen-Untergang an dergleichen Sachen zu dencken erlauben, so verbrachte ich mehr denn acht Abende, und saß manchmahl bis in die dunkle Nacht hinein, um endlich mit denen Entdeckungen erwehnter Aufgaben fertig zu werden. Allein da ich wiederum so viele Zeit, so viele Arbeit, und so vieles Papier hiezu aufgeopfert hatte, so brachte ich dennoch zuletzt wiederum eine unglückliche Geburth, ich meyne, ein dickes Packet von langen und nichts bedeutenden algebraischen Rechnungen herfür. Hierauf wurde ich mit mir selbsten unzufrieden, und gerieth fast zum Entschluß, alle diese Papiere ins Feuer zu werffen, und solchergestalt meiner mühsahmen und weitläufftigen Arbeit ein Ende zu machen. Doch hielte ich noch mit der Ausführung dieses Vorhabens in etwas an, und setzte mich noch einmahl und zum Beschluß über meine vollbeschriebene Papiere, um sie mit aller möglichen Achtsahmkeit zu guter letzt durchzudencken, und einen glücklichen Einfall etwa abzuwarten. Und dieser erfolgete endlich auch auch hierauf wircklich, wiewohl von ohngefehr; dahere ich meine Unzufriedenheit allemählich beruhigte, meinen übereileten Entschluß zurückrief, die häufigen veralgebraisirten Papiere bey Seite legete, und von neuem, wiewohl auf eine andere Art, alle erforderte fünff Aufgaben zu berechnen mir die Mühe nahm. Ob nun gleich dieser neue Gedancken gantz leicht und natürlich war, so setzte er mich dennoch alsbald in eine solche Situation, daß ich alle Schwierigkeiten übersah, die Auflösungen gedachter Aufgaben nach und nach entwickelte, und diese nunmehro angenehm gewordene Arbeit in einem eintzigen Abend zum Schluß brachte. Als nun hierauf nach etwa zwey Tagen der obengedachte Herr Studiosus Meltzbach mich besuchte, und aufs neue meines Versprechens höflich mich erinnerte, so zeigete ich ihm zwar meine erste mit vielen algebraischen Rechnungen vollbeschriebene unnütze Papiere, wies ihm aber auch zugleich die letzten wenigeren Blätter, worauf ich die wichtigen Auflösungen derer Problematum aufgezeichnet, und die hiedurch herausgebrachte wahre Zahlen aufgesetzet hatte. Kurtz! ich gieng mit ihm die Schwartzerschen Exempel durch, applicirte meine Entdeckungen auf dieselbe ungehindert, und überführete ihm zuletzt augenscheinlich, daß, wenn die durch meine Auflösungen erfundene Zahlen mit den deutschen Buchstaben des vorgeschriebenen Alphabeths (§. 3) ausgedrücket, und diese, so wie die Aufgaben erfordern, aufs genaueste zusammengeordnet werden, endlich aus Luca *XXIII. 34.* die neun liebreichen Worte unseres am Creutze leidenden Erlösers:

VATER! VERGIB IHNEN, SIE WISSEN NICHT, WAS SIE THUN.

richtig herauskommen. Da ich noch hinzufügte, daß der sinnreiche Autor auf diese Exempel in einem unbenannten Jahre am zehnten Junius verfallen wäre, so freuete ich mich, daß ich dieselben richtig entdecket, und noch mehr, daß ich vermögend gewesen wäre, mein von mir gegebenes Wort zu halten, und meinem lieben Herren Auditori eine kleine Gefälligkeit zu erzeigen.

§. 5.

Dieses ist der erste Beweis, der uns überzeugen kan, daß durch die Algebram in einigen Fällen sich allerley geheime Schrifften richtig entdecken lassen. Nun könnte man hierauf von mir verlangen, daß ich diejenigen Worte, welche aus den obigen Berechnungen herauskommen, nicht bloß angeben, sondern auch die Art und Weise anzeigen möchte, wie ich diejenige Zahlen ersunden, durch deren Zusammenverbindungen die erwehnten neun heiligen Worte zur Wircklichkeit herfürkommen. Allein gegen diese Forderung nehme ich mir die Erlaubniß, zu erwiederen, daß ich weder meine geneigte Leser, noch gegenwärtige Blätter mit weitläufftigen und mühsahmen Rechnungen beschwehren, und dahero diese mir sauer gewordene Arbeit aus diesen und noch anderen Ursachen vor mich behalten will. Indessen damit man einsehen könne, wie ich diese Schwarzersche Problemata aufgelöset, und die Algebram zur Entdeckung verborgener Worte gebrauchet habe, so wird man mir güttigst verzeyhen, daß ich in denen nachfolgenden Paragraphen ein anderes ähnliches Beyspiel vornehmen, und bey demselben anweisen will, wie dergleichen Berechnungen angestellet, und bey der Entzifferung verdeckter Worten gebrauchet werden können. Ich habe diese Exempel bey Gelegenheit der vorigen entworffen, und so eingerichtet, daß sie ohne alle Schwierigkeiten sind, folglich leichter, und geschwinder als jene verstanden und nachgeahmet werden können. Ich werde nehmlich zuerst diese Aufgaben an sich vortragen, und hierauf die Art und Weise zeigen, wie selbige aufgelöset werden müssen; mithin durch beydes den zweyten Beweiß unser auszuführenden Materie vollenden.

§. 6.

Was erstlich unser Exempel betrifft, so lautet es also:

In der Geschichte wird ein Wahlspruch eines christlichen Kaysers angegeben, welches aus drey lateinischen Worten bestehet, und würdig ist, von einem jeden Menschen geglaubet, und ausgeübet zu werden. Wollet ihr dieses herrliche Symbolum wissen, so beziffert euer Alphabeth also: A. 1, B. 2, C. 3, D. 4, E. 5, F. 6. G. 7, H. 8, I. 9. K. 10, L. 11, M. 12. N. 13, O. 14, P. 15, Q. 16, R. 17, S. 18, T. 19, U. oder V. 20, W. 21, X. 22, Y. 23, Z. 24; und löset richtig folgende Aufgaben auf.

1) Zerfället die Zahl 32. in eine *progressionem arithmeticam* von 4. *terminis*, so daß die *Summa* der beyden ersten 8. und der letzten 24. ausmachen. Wenn ihr die erste Zahl mit 9. *multipliciret*, so kommt der erste und letzte Buchstaben des ersten Worts, wie auch der fünffte, und letzte Buchstaben des dritten Worts heraus. Wenn ihr die zweyte Zahl mit 2. *dividiret*, so zeiget der *exponent* den zweyten des ersten, und den ersten Buchstaben des dritten Worts. Wenn ihr die drite Zahl von der vierten *subtrahiret*, und den *Rest* mit 2. *multipliciret*, so kommt der zweyte Buchstaben des dritten Worts herfür.

2) Zerfället die Zahl 30. in eine *progressionem geometricam* von 4. *terminis*, so daß die *producten* der beyden ersten 8., und der beyden letzten 128. betragen. Wenn ihr mit der ersten 10. *dividiret*, so bringet der *exponent* den letzten Buchstaben des zwey-

zweyten Worts hervor. Wenn ihr hierauf die zweyte mit der vierten Zahl *multipliciret*, und von dem *product* 44 *subtrahiret*, so bekommt ihr den fünfften, ersten, und siebenden Buchstaben des ersten, zweyten, und dritten Worts heraus. Wenn ihr endlich die dritte Zahl *dupliret*, und die *unitæt* hinzu *addiret*, so zeiget euch die *Summa* den dritten Buchstaben des dritten Worts.

3) Erfindet zwey Zahlen, die so beschaffen sind, daß das *product* ihrer *cuborum* denen Zahlen 46656. und der *exponent* derselben denen Zahlen 729. gleich ist. Wenn ihr von der kleinen Zahl eine *unitæt subtrahiret*, so zeiget der Rest den vierten Buchstaben im zweyten Wort; und wenn ihr zu der grossen Zahl eine *unitæt addiret*, so weiset die *Summa* den dritten Buchstaben im zweyten, und den sechsten im dritten Wort an.

4) Erfindet zwey Zahlen, die zusammengenommen 29. ausmachen, und überdem so beschaffen sind, daß, wenn ihr eine jede derselben in 2. *factores* zerfället, das *product* der beyden kleinen 6, und der beyden grossen 35. beträget. Die kleine Zahl bringet den dritten Buchstaben im ersten, und die grössere den vierten in demselben Wort zum Vorschein.

5) Erfindet zwey Zahlen von der Beschaffenheit, daß die *Summa* des *quadrato-quadrati* der einen ganzen, und der Helffte der anderen Zahl 7186, und die *differentz* hievon 5936. *produciret*. Die kleine Zahl entdecket den zweyten Buchstaben des zweyten, und den vierten Buchstaben des dritten Worts, und die grosse zeiget im verflossenen Jahr 1770. denjenigen Monath, da ich diesen Entwurff zuerst gemachet habe.

Was hierauf zweytens die Auflösungen dieser Ausgaben anbelanget, so wollen wir in den folgenden Paragraphen dieselben vorstellig machen, oder vielmehr kurtz und deutlich anzeigen, wie sie regelmäßig entdecket und vollführet werden können.

§. 7.

Betrachten wir unser vorgesetztes Exempel, so beobachten wir, daß in demselben die erste Auffgabe fordert: es soll die Zahl 32. in eine arithmetische Progreßion von 4. Gliedern zerfället werden, so daß die Summe der beyden ersten 8, und der beyden letzten 24. betragen. (§. 6.) Um diese erste Aufgabe gebührend aufzulösen, so sey das erste Glied $= m$, und der Unterscheid der Glieder $= n$. Wenn nun, wie bekannt, die arithmetische Progreßion

$$m. \quad m + n. \quad m + 2n. \quad m + 3n, \text{ ist,}$$

so ist

$$2m + n = 8 \qquad\qquad 2m + 5n = 24$$

$$n = 8 - 2m \qquad\qquad 5n = 24 - 2m$$

$$n = \frac{24 - 2m}{5}$$

folglich

$$8 - 2m = \frac{24 - 2m}{5}$$

$$40 - 10m = 24 - 2m$$

$$40 - 24 = 10m - 2m$$

$$16 = 8m$$

$$\frac{16}{8} = 2 = m$$

und dahero $8 - 2m = 8 - 4 = 4 = n$. Die arithmetische Progreßion, die solchergestalt herauskommt ist also folgende:

$$2 - 6 = 10 - 14.$$

Daß diese Zahlen die verlangete wahre Progreßion vorstellen, erhellet daraus, weil nach Erforderniß der Aufgabe nicht allein $2 + 6 = 8$, und $10 + 14 = 24$ sondern auch $2 + 6 + 10 + 14 = 32$ sind. Weiter heist es in unserer Aufgabe: wenn die erste Zahl mit 9. multipliciret wird, so kommt der erste und letzte Buchstaben des ersten Worts, wie auch der fünffte und letzte Buchstaben des dritten Worts heraus. Da nun $2 . 9 = 18$, und diese Zahl mit dem Buchstaben S. bezeichnet ist (§. 6.) so folget, daß S. der erste und letzte Buchstaben des ersten Worts, wie auch der fünffte und letzte Buchstaben des dritten Worts ist. Wenn also die besagten Stellen mit diesen Buchstaben besetzet, und die fehlenden etwa mit Sterlein angezeiget werden, so siehet unser zuentzifferendes Exempel zu Anfang also aus:

S	*	*	*	*	S		*	*	*	*	S	*	*	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	— — —	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

Ferner heist es in unserer Aufgabe: wenn die zweyte Zahl mit 2. dividiret wird, so weiset der Exponent den zweyten des ersten und den ersten Buchstaben des dritten Worts. Da $6 : 2 = 3$, und diese Zahl mit C. bezeichnet ist (§. 6) so muß nothwendig dieser Buchstaben der zweyte in dem ersten, und der erste Buchstabe im dritten Wort seyn; folglich bekommt hierauf unser Exempel gegenwärtige neue Gestalt:

S	C	*	*	*	S		C	*	*	*	S	*	*	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	— — —	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

Endlich heist es in unser Aufgabe: wenn die dritte Zahl von der vierten subtrahiret, und der Rest mit 2. multipliciret wird, so bringet das Produckt den zweyten Buchstaben des dritten Worts herfür. Da $14 - 10 = 4$, und $4 . 2 = 8$, und diese Zahl mit H bezeichnet ist (§. 6.) so ist klar, daß dieser Buchstaben der zweyte im dritten Wort seyn muß; mithin gewinnet unser Exempel folgendes etwas veränderter Aussehen:

S	C	*	*	*	S		C	H	*	*	S	*	*	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	— — —	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

§. 8.

§. 8.

Gehen wir zur zweyten Aufgabe fort, so bemercken wir, daß in derselben verlanget wird, die Zahl 30 in eine geometrische Progreßion von 4 Gliedern zu zerfällen, dergestalt, daß die Produkten der beyden ersten 8, und derer beyden letzten Glieder 128 betragen. (§ 6.) Damit dieser Aufgabe ein Genüge geleistet werde, so setze man, daß das erste Glied $= x$, und der Exponente derer Glieder $= y$ sey. Weil, wie bekannt, die geometrische Progreßion, $x.\ xy.\ xy^2.\ xy^3$ ist, so ist

$$x y^2 = 8 \qquad\qquad x^2 y^5 = 128$$

$$y = 8 : x^2 \qquad\qquad y^5 = 128 : x^2$$

$$y^5 = 32768 : x^{10}$$

demnach

$$32768 : x^{10} = 128 : x^2$$

$$32768\, x^2 = 128\, x^{10}$$

$$32768 = 128\, x^8$$

$$32768 : 128 = x^8$$

$$256 = x^8$$

$$\sqrt[8]{256} = 2 = x.$$

folglich $8 : x^2 = 8 : 4 = 2 = y$. Die geometrische Progreßion, die solchergestalt entstehet, ist dahero folgende:

$$2 : 4 = 8 : 16$$

Daß diese Zahlen die rechtmäßigen sind, welche die erforderte Proportion produciren, ist daraus klar, weil nach den Erfordernißen des Problems nicht allein $2.\ 4 = 8$, und $8.\ 16 = 128$, sondern auch $2 + 4 + 8 + 16 = 30$ sind. Ferner heißt es in unserer Aufgabe: wenn die 10. mit der ersten Zahl der geometrischen Progreßion dividiret wird, so bringet der Exponent den letzten Buchstaben des zweyten Worts herfür. Da nun $10 : 2 = 5$, und diese Zahl mit E bezeichnet ist, (§. 6.) so ist offenbar, daß dieses E der letzte Buchstaben des zweyten Worts ist; folglich gewinnet unser Exempel hiedurch gegenwärtige neue Form:

S	C	*	*	*	S	*	*	*	*	E	C	H	*	*	S	*	*	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

Weiter heißt es in unserer obigen Aufgabe: wenn die zweyte mit der vierten Zahl multipliciret, und von diesem Produkt 44 subtrahiret wird, so kommt der fünffte, erste, und siebende Buchstaben des ersten, zweyten und dritten Worts herfür. Da nun $4.\ 16 = 64$ und $64 - 44 = 20$

und

und diese Zahl das U oder V zum Zeichen hat (§. 6.), so folget, daß einer von beyden Buchstaben der fünfte, erste, und siebende Buchstaben des ersten, zweyten, und dritten Worts ist; dahero bekommt aufs neue unser Beyspiel folgende Aussicht:

S	C	*	*	U	S	V	*	*	*	E	C	H	*	*	S	*	U	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

Endlich heißt es in unserer gedachten Aufgabe: wenn die dritte Zahl duppliret, und hiezu eine Unität addiret wird, so zeiget diese Summe den dritten Buchstaben des dritten Worts an. Da nun $8 + 8 = 16$, und $16 + 1 = 17$, und diese Zahl mit R bezeichnet ist (§. 6.), so ist offenbar, daß dieses R der dritte Buchstaben des dritten Worts ist; dahero gewinnet abermahl unser Exempel hiedurch folgendes Aussehen:

S	C	*	*	U	S	V	*	*	*	E	C	H	R	*	S	*	U	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

§. 9.

Wenn wir uns ferner zur dritten Aufgabe fortwenden, so nehmen wir darinnen wahr, daß gefordert wird, zwey Zahlen zu erforschen, die so beschaffen sind, daß das Produckt ihrer Cuborum denen Zahlen 46656, und der Exponent derselben denen Zahlen 729. gleich ist. Wenn demnach diese Zahlen erfunden werden sollen, so setze man, daß anfänglich die eine Zahl $= x$, und die andere $= y$ ist. Da nun

$$x^3 y^3 = 46656 \qquad x^3 : y^3 = 729$$

$$x^3 = 46656 : y^3 \qquad x^3 = 729\, y^3$$

$$46656 : y^3 = 729\, y^3$$

$$46656 = 729\, y^6$$

$$46656 : 729 = y^6$$

$$64 = y^6$$

$$\sqrt[6]{64} = 2 = y$$

so ist $x^3 = 46656 : 8 = 5832$, folglich $x = \sqrt[3]{5832} = 18$. Daß diese Zahlen diejenigen sind, welche unserer Aufgabe ein Genüge leisten, erhellet daraus, weil die Cubi derselben zusammenmultipliciret 5832. 8 = 46656, und durch einander dividiret 5832. 8 = 729 sind. Weiter heißt es in unserer Aufgabe: wenn von der kleinen Zahl eine Unität subtrahiret, und zu der großen ebendieselbe addiret wird, so zeiget der Rest den vierten Buchstaben im zweyten Worte, und die Summe den dritten Buchstaben im zweyten, und den sechsten im dritten Wort an. Da nun $2 - 1 = 1$, und $18 + 1 = 19$ ist; ferner jene den Buchstaben A, und diese den Buchstaben T zum Zeichen hat (§. 6.), so ist ausgemacht, daß A den vierten Buchstaben im zweyten Wort, und T den dritten Buchstaben im zweyten Wort, und auch den sechsten im dritten bewürcket; dahero empfängt wiederum unser Exempel hiedurch folgende veränderte Gestalt:

S	C	*	*	U	S	V	*	T	A	E	C	H	R	*	S	T	U	S
1.	2.	3.	4.	5.	6.	1.	2.	3.	4.	5.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.

§. 10.

Gehen wir weiter zu unserer vierten Aufgabe fort, so ersehen wir aus derselben, daß zwey Zahlen erfunden werden sollen, die von dieser Beschaffenheit sind, daß sie zusammengenommen 29 ausmachen, und, wenn eine jede derselben in 2. Factores zerfället wird, das Product der beyden kleinen 6, und derer beyden größeren 35. betragen. Um diese beyde erforderte Zahlen ausfündig zu machen, so wollen wir annehmen, daß die eine gesuchte Zahl $= x$, die andere $= y$, die Factores der ersten m und n, und der letzteren p und q sind. Da laut unserer Aufgabe $x = m.n$, und dahero $x : n = m$, ferner $mp = 6$, und dahero $6 : p = m$ ist, so ist $x : n = 6 : p$, folglich $xp = 6n$, und dahero $xp : 6 = n$. Da weiter, laut unserer Aufgabe, $nq = 35$, und folglich $n = 35 : q$ ist, so ist $xp : 6 = 35 : q$; und daher

$$xpq = 6.35$$
$$xpq = 210$$
$$pq = 210 : x.$$

Da nun ferner nach denen obigen Datis $pq = y$ ist, so ist $y = 210 : x$, folglich, weil auch laut unserer Aufgabe $x + y = 29$, und dahero $29 - x = y$ ist,

so ist

$$210 : x = 29 - x$$
$$210 = 29x - x^2$$
$$x^2 - 29x = -210$$
$$x^2 - 29x + \frac{841}{4} = \frac{841}{4} - 210$$
$$x^2 - 29x + \frac{841}{4} = \frac{841}{4} - \frac{840}{4}$$
$$x^2 - 29x + \frac{841}{4} = \frac{1}{4}$$
$$x - \frac{29}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}}$$
$$x - \frac{29}{2} = \frac{1}{2}$$
$$x = \frac{1}{2} + \frac{29}{2} = \frac{30}{2}$$
$$x = 15.$$

und weil $x \dagger y = 29$, so ist $y = 29 - x = 29 - 15 = 14$. Daß diese beyde Zahlen die gesuchten wircklich sind, erhellet daraus augenscheinlich, weil sie nicht allein zusammenaddiret 29 betragen, sondern auch wenn die erste 14 in die Factores 2, und 7 und die andere 15 in in die Factores 3 und 5 aufgelöset werden, das Produckt derer kleinen Zahlen $2.3 = 6$, und das Produckt derer grösseren $5.7 = 35$. ausmachen. Weiter wird in unserer Aufgabe gesaget: die kleine Zahl bringet den dritten Buchstaben im ersten, und die grössere den vierten in demselben Wort zum Vorschein. Weil nun die Zahl 14. mit O., und 15. mit P. bezeichnet ist (§. 6.), so folget, daß jenes den dritten Buchstaben im ersten, und dieses den vierten im demselben Wort herfürbringt; folglich gewinnet unser Exempel nunmehro gegenwärtige Form:

SCOPUS V*TAE CHR*STUS
1.2.3.4.5.6. 1.2.3.4.5. 1.2.3.4.5.6.7.8.

§. 11.

Ob nun gleich der annoch fehlende Buchstaben in diesem vorgesetzten Typo leichtlich eingeschaltet, und solchergestalt unser Exempel bald ergäntzet werden könne, so wollen wir dennoch nicht unterlaßen, die Auflösung der fünften Aufgabe hinzuzufügen, welche unter anderen verlanget, daß nicht allein der noch übrige letzte Buchstaben erfunden, sondern auch derjenige Monath, da diese Entdeckung geschehen, herausgebracht, ich meyne, daß zwey Zahlen ergründet werden, die so beschaffen sind, daß die Summe des Qvadrato-Qvadrati der einen gantzen, mit der Helfte der anderen Zahl 7186, imgleichen die Differentz derselben 5936. erzeugen. Damit wir geschickt sind, die Auflösung dieser Schlußaufgabe zu erforschen, so wollen wir setzen, daß die erste gesuchte Zahl $= x$, und die andere $= y$ ist. Da nun laut dieser erwehnten obigen Aufgabe

$$x^4 \dagger \frac{y^4}{16} = 7186 \qquad x^4 - \frac{y^4}{16} = 5936$$

$$16x^4 \dagger y^4 = 114976 \qquad 16x^4 - y^4 = 94976$$

$$y^4 = 114976 - 16x^4 \qquad 16x^4 - 94976 = y^4$$

folglich

$$114976 - 16x^4 = 16x^4 - 94976$$

$$114976 \dagger 94976 = 16x^4 \dagger 16x^4$$

$$209952 = 32x^4$$

$$209952 : 32 = x^4$$

$$6561 = x^4$$

$$\sqrt[4]{6561} = 9 = x \text{ ist,}$$

so ist $y^4 = 114976 - 16x^4 = 114976 - 104976 = 10000$, folglich $y = \sqrt[4]{10000} = 10$. Daß diese beyde gefundene Zahlen die richtigen sind, ist daraus klar, weil

nicht

nicht allein die Summe von dem Quadrato-Quadrato der ersten gantzen, und der anderen halben Zahl 6561 † 625 = 7186, sondern auch die Differentz dieser beyden Zahlen 6561 — 625 = 5936 ist. Weiter heist es in unserer Aufgabe: die kleine Zahl entdecket den zweyten Buchstaben des zweyten und den vierten des dritten Worts; und die größere zeiget im verfloßenen Jahr denjenigen Monath an, da ich auf diese Erfindung gelegentlich gekommen. Da nun die kleine Zahl 9. den Buchstaben I. zum Zeichen hat (§. 6.) und die größere Zahl 10. den zehnten Monath im Jahr, nehmlich, den October andeutet, so ist augenscheinlich, daß der Buchstaben I. den zweyten Buchstaben des zweyten, imgleichen den vierten des dritten Wortes vorstellig machet, und diese Entdeckung, wie bereits Erwehnung geschehen, im Monath October des verfloßenen Jahres 1770. von mir ausgeführet worden. Wenn also schlüßlich diese Einschaltung hinzugesetzet wird, so sehen wir gantz deutlich, daß endlich folgende drey lateinische Worte:

SCOPUS VITAE CHRISTUS
1. 2 3. 4 5. 6. 1. 2. 3. 4. 5. 1. 2. 3 4. 5. 6 7. 8.

zum Vorschein gelangen, welche den vortreflichen Wahlspruch des christlichen Kaysers JOVIANI darstellen, und daß wir bey Gelegenheit des vorigen Beyspieles auf gegenwärtiges im besagtem Monath October vorigen Jahres verfallen.

§. 12.

Nunmehro haben wir unseren versprochenen zweyten Beweiß vollendet. Und dieser kan hinlänglich seyn, einen jeden zu überzeugen, daß die Algebra zur Entdeckung verborgener Schriften manchmahl angewendet werden könne. Ja, da bey dieser Entziefferungs-Methode gar nicht auf die Beschaffenheit der Sprache gesehen werden darf, so ist es unstreitig, daß nach dieser Lehrart geheime Sachen in allen menschlichen Sprachen theils geschrieben, theils dechifferiret werden können; welches gewiß sowohl im Frieden als auch vornehmlich im Kriege bey allerley Vorfällen seinen beträchtlichsten Nutzen haben kan. Gott gebe dahero aus Gnaden, daß diese kleine Abhandlung auch nur etwas zur Erkenntniß der Wahrheit, und zur Entdeckung mancher Irrthümer, die auch in Zahlen oftersmahl verstecket sich befinden, beytragen möge!

Mathematischer Beweiß:

daß

die Algebra

zur Entdeckung

einiger

verborgener Schriften

bequem angewendet

werden könne.

von

Friederich Johann Buck,

der Weltweißheit und Rechtsgelahrtheit Docktor, wie auch der Mathematick ordentlicher Lehrer auf der Königsbergischen Universität.

Königsberg, 1772.

Bey J. D. Zeisens Wittwe und J. H. Hartungs Erben.