THEORIAM
FRACTIONVM DECIMALIVM
ET
SEXAGESIMALIVM
GENERATIM EXPONIT

SIMVL

LECTIONES SVAS MATHEMATICAS

PER MENSES AESTIVOS HABENDAS

INDICIT

MATTHIAS AVGVSTVS HASIVS

LL. AA. M. ET ORD. PHIL. ASS.

VITEMBERGAE

EX OFFICINA GERDESIANA

A. CIↃ IↃ CC LXVIII.

§. I.

Praeparat animum theoria fractionum decimalium, ad difficiliores Matheseos calculos facilius percipiendos, insigniaque praestat commoda in universa quantitatum doctrina. Quae utilitas diu iam celeberrimos permovit Mathematicos, ut de facili aptaque methodo cogitarent, hanc doctrinam ita tradendi, ut convenientiam numerorum integrorum cum fractis in clariore collocarent luce, ac duo haec calculi genera, arctissimo nexu inter se coniuncta, quoad externam quoque formam, iisdem regulis subiicerent. Recordemur nonnulla tantum Analyseos praecepta, et facile perspiciemus, nos in hac praestantissima scientia ne digitum quidem progredi posse, nisi recte et distincte teneamus Decimalium doctrinam. Meminerimus eorum, quae in Analysi de invenienda radice aequationis, vero proxima, a Newtono, aliisque praecipiuntur. Saepius enim accidit, ut radices aequationum contineant numeros integros et fractos. Tunc rem, quae fieri nequit, desideraremus, si veram radicem invenire vellemus. Hic acquiescamus, dummodo perspiciamus, radicem parum a vero differre, quae erroris imminutio in nostra est potestate, sicut ex Analysi satis constat. Scientia vero, quae in multos annos coelorum phaenomena tanta praedicit certitudine, ut magno pondere summos Hallerus canat:

Nec fas est propius mortali attingere divos,

occasionem praebuit Mathematicis, explicandi Arithmeticam sexagesimalem, quae magnam habet similitudinem cum Theoria fractionum decimalium, unico denominatorum servato discrimine. Operae igitur pretium esse arbitramur, ita in his Theoriis versari, ut rem generatim exponamus. Generalioribus enim fundamentis perspectis, speciales casus nullam nobis iniicient moram, nec magna regularum copia defatigabimur. Duces quidem in hoc negotio suscipiendo atque doctores eligam Hausenium et Kaestnerum, Viros, qui propter insignia in mathematicas scientias merita, ac solidioris Matheseos cognitionis in Germania propagationem, famam, nunquam emorituram, sunt consecuti: minime tamen ubique in illorum methodum iurabo, sed libere, quae scopo meo convenire videbuntur, tradam.

§. II.

Ante vero quam ad ipsam accedamus huius Theoriae explicationem, quaedam mihi videntur monenda, quae faciliori tradendarum doctrinarum perspicientiae inservient. Generatim fractiones appellantur decimales, in quibus denominatores sunt potentiae Denarii. Quoniam vero saepius

pius accidit, ut fractiones consuetas in Decimales conuertere nos oporteat, paucis notemus artificium, quo Mathematici in solvendo hoc problemate utuntur. Sit fractio $\frac{N}{D}$ commutanda in Decimalem, hanc in subsidium vocemus analogiam: $D : N = 10 ; 10^2 ; 10^3 ; \ldots\ldots : \frac{N.(10 ; 10^2 ; 10^3 \ldots\ldots)}{D}$

Multiplicemus vero N per unicam tantum Denarii potentiam, licet signandi modus hoc non indicet. Inferamus ita: ut denominator ad numeratorem, sic datus denominator ad quartum terminum, qui quaeritur. Illustremus generalem hanc methodum exemplo, in quo sit $\frac{N}{D} = \frac{1}{2}$ ubi $D > N$. Sic igitur inferamus: $2 : 1 = 10 : 5$. Regulam his verbis exprimere poterimus: augeatur numerator tot cifris, quot opus sunt, ad inveniendam fractionem decimalem desiderati figurarum numeri, et dein divisio rite instituatur. Insigne vero hic adhibent compendium Mathematici, in exprimendis fractionibus decimalibus, dum denominatores omittunt, servatis unice numeratoribus, locoque unitatum simplicium commate notato.

Est enim his regulis observatis $\frac{4}{10} + \frac{8}{100} + \frac{6}{1000} = 0,486 = \frac{486}{1000}$. Per quam signandi rationem calculus fractionum decimalium, magnam nanciscitur similitudinem, ratione externae quoque formae, cum integrorum Arithmetica decimali. Quemadmodum enim in integris ordines decadici ab unitatum simplicium loco sinistram versus numerantur, orientalium more, sic fractionum ordines subdecadici versus dextram progrediuntur secundum communem legem, quae exemplo facilius patebit, quam copioſis ſermonibus. Contemplemur numerum 346, et conferamus cum hoc fractionem decimalem 0,0346. Quoniam 3 a loco unitatum eandem habet diſtantiam, in numero 346 erit $= 300$ in fractione $0,0346 = \frac{3}{100}$. Adhibeamus ſupra allatum generalem exprimendi modum, ad convertendas fractiones uſitatas in decimales, ſi fuerit $N > D$, ſive ſi fractio $\frac{N}{D}$ fractionem ſpuriam repraeſentet. Quo in caſu inveſtigetur, quoties D inſit in N, vocetur Quotus inventus Q, et fractio reſidua $\frac{n}{d}$. Quae fractio in decimalem, per analogiam

$$d : n = 10;\ 10^2;\ 10^3 \ldots\ldots : \frac{n.\,(10;\ 10^2\ 10^3 \ldots)}{d}$$

mutetur, erit numerus quaeſitus $= Q, \frac{n.\,(10;\ 10^2;\ 10^3 \ldots)}{d}$

ubi Q numerum integrum repraeſentat, et comma uſitatum habet in fractionibus decimalibus ſignificatum. Facillimum vero eſt diiudicatu, per quam Denarii potentiam numerator n ſit multiplicandus, quo valorem fractionis quam proxime inueniamus, quoniam ſaepius operatio finem non habet, propter infinitum ordinum decimalium numerum. Exemplum rem planiorem reddet. Sit fractio ſpuria $\frac{N}{D} = 1\frac{3}{9}$ erit $Q = 1$ $\frac{n}{d} = \frac{4}{9}$. Multiplicemus hic n per 10^5, ſive per quintam Denarii potentiam, inveniemus $\frac{n.\ 100000}{d} = \frac{400000}{9} = 0,44444$, ideoque, $Q, \frac{n.\ 100000}{d} = 1,44444$. E quo exemplo facile patet, continuari poſſe

ope-

operationem, dummode n per ſextam, ſeptimam, ntam Denarii potentiam multiplicemus.

§. III.

Quo vero certiora et magis explorata habeamus principia, quae explicandam decimalium doctrinam in caſibus ſpecialibus iuvare queant, generales quasdam notiones praemittemus. Conſideremus quemvis numerum tanquam productum ex ſimplicibus unitatibus, et potentiis denarii, tot dimenſionum, quot ordinum eſt ſimplex unitas. Signemus ordines decadicos integrorum indicibus poſitivis ſuperſcriptis, adeoque fractionum decimalium ordines negativis, probe ab exponentibus potentiae diſcernendis. Indices enim ordinum decadicorum notant locum numeri, exponentes potentiae indicant numerum factorum aequalium, e quibus potentia originem traxit. Quae cuncta cum principiis Arithmeticae egregie conſentiunt, ut ſine errore haec omnia, in exprimendo quovis numero, ſervare queamus. Sit igitur numerus 583462, 354 qui integris et fractis conſtat, ſecundum modo allata praecepta exprimendus, hanc induet formam: $5.\overset{5}{10} + 8.\overset{4}{10} + 3.\overset{3}{10} + 4.\overset{2}{10} + 6.\overset{1}{10} + 2.\overset{0}{10} + 3.\overset{-1}{10} + 5.\overset{-2}{10} + 4.\overset{-3}{10} = \overset{+5}{5}\ \overset{+4}{8}\ \overset{+3}{3}\ \overset{+2}{4}\ \overset{+1}{6}\ \overset{0}{2}\ \overset{-1}{3}\ \overset{-2}{5}\ \overset{-3}{4}$ ſervatis unice figurarum ordinibus. Quae ſignandi methodus diſtincte nobis ante oculos ponit omnia, quae cognoſcendae origini huius numeri inſervire poſſunt. Liceat vero rem generatim conſiderare. Quem in finem notet A numerum integrum, B fractionem decimalem $+$ m indicem ordinis in integris, $-$ n indicem ordinis in fractionibus decimalibus. Sic quilibet numerus, qui integris et fractionibus decimalibus constat fiet $= A.\,10^{+m} + B.\,10^{-n}$. Si loco 10 literam p eligamus, $A.\,p^{+m} + B.\,p^{-n}$ fractionibus quoque sexagesimalibus satisfaciet, posita litera $p = 60$. Quibus vestigiis in explicanda deinceps multiplicatione insistemus, quia methodus haec simul regularum demonstrationem suppeditat. Simili ratione in exprimendis sexagesimalibus fractionibus versari possumus, quemadmodum exemplum docebit. Obtineat in partibus horae, more usitato, ratio 60 : 1. Sit signanda expressio: $6^{h}\ 48^{\prime}\ 14^{\prime\prime}\ 3^{\prime\prime\prime}$ $= 6 + \frac{48}{60} + \frac{14}{60.\,60} + \frac{3}{60.\,60.\,60.}$ ut in fractionibus decimalibus monstravimus, hanc numeri formam nanciscemur: $\overset{0}{06}\ \overset{-1}{48}\ \overset{-2}{14}\ 03^{3}$. In quo exemplo hora unitatem repraesentat. Latent quoque in hac, quam elegimus, generali methodo regulae pro fractionibus quibusvis, quarum denominatores per datas rationes progrediuntur, partibus partium sine fine assumtis. Quoniam vero his fractionibus commode supersedere possumus, earumque usus saltem rarus est, iniustum foret, iis enodandis immorari, in tam amplo veritatum mathematicarum ambitu, ut de minuendo potius earum numero cogitare, quam de augendis praeter necessitatem doctrinis, imbecillitatis intellectus humani memores oporteret.

§. IV.

Quoniam additio et subductio fractionum decimalium et sexagesimalium, ab usitato in integris modo parum recedit,

cedit, tanto breviores esse poterimus, in explicandis harum operationum regulis. Novimus ex doctrina de fractionibus, addendos esse numeratores, si denominatores iidem sint. Est igitur $\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B}$. Quae expressio generatim nos regulas docet, dummodo allata conditio adsit. In diversis vero denominatoribus inveniamus prius fractiones, prioribus aequales, quarum denominatores iidem sint necesse est, tunc usitato modo operemur. Quare $\frac{A}{B} + \frac{C}{G}$ fiet $= \frac{A.\,G.}{B.\,G} + \frac{C.\,B}{G.\,B} = \frac{A.\,G + C.\,B}{B.\,G}$. Accommodemus ea ad fractiones decimales. Sint addendae fractiones 0,4 et 0,6. Summa erit $= \frac{4}{10} + \frac{6}{10} = \frac{4+6}{10} = 1$. In altero casu sit $\frac{A}{B} = \frac{3}{10}$, $\frac{C}{G} = \frac{6}{1000}$, erit $\frac{A.\,G + C.\,B}{B.\,G} = \frac{3.\;1000 + 6.\;10}{10000} = \frac{300+6}{1000} = \frac{306}{1000} = 0,\,306$. Illustremus perspicuitatis caussa hanc methodum aliis adhuc exemplis, ac contemplemur casum, qui locum habet, si tribus fractionibus operatio sit instituenda. Est autem summa fractionum $\frac{A}{B} + \frac{C}{G} + \frac{M}{N}$ facta reductione ad eandem denominationem $= \frac{A.\,N.\,G}{B.\,N.\,G} + \frac{C.\,B.\,N}{G.\,B.\,N} + \frac{M.\,B.\,G}{N.\,B.\,G} = \frac{A.\,N.\,G + C.\,B.\,N + M.\,B.\,G.}{N.\,G.\,B}$ sit $\frac{A}{B} = 0,2$ $\frac{C}{G} = 0,\,04$ $\frac{M}{N} = 0,\,0007$ erit $\frac{A.N.G + C.B.N + M.B.G.}{N.\,G.\,B} = \frac{2.\,10^6 + 4\;10^5 + 7.\;10^3}{10^7} = \frac{2000 + 400 + 7}{10000} = 0,\,2407$. Minime vero hanc methodum attulimus, ut in praxi his

vesti-

veſtigiis inſiſtendum ſuaderemus, quia in breviore via ambagibus uti, ridiculum foret: ſed, ut tyrones convenientiam calculi Decimalium cum fractionibus uſitatis diſtincte cognoſcerent. Neque iniucundum eſt, varios noſſe modos ad eundem perveniendi finem. Methodus vero uſitata brevitati egregie conſulit, quam exemplis quibusdam illuſtrabimus, e quibus, ut copioſis ſermonibus ſuperſedeamus, illi, qui meditandis veritatibus mathematicis delectantur, regulas colligant, non diverſas ab iis, quas Mathematici in integris ſervandas docent.

Paradigmata Additionis

$$\text{I.}\quad \begin{array}{r} 0,3467200 \\ 0,4232642 \\ \hline 0,7699842 \end{array} \qquad \text{II.}\quad \begin{array}{r} 36,2708 \\ 2,34234 \\ 0,126 \\ \hline 38,73914 \end{array}$$

In ſexageſimalibus vero fractionibus addendis ſupra laudatae exprimendi methodi memores, hanc ingredimur viam:

$$\overset{h}{4}\ \overset{\prime}{13}\ \overset{\prime\prime}{16}\ \overset{\prime\prime\prime}{14}\ \overset{\prime\prime\prime\prime}{12} + \overset{h}{6}\ \overset{\prime}{18}\ \overset{\prime\prime}{12}\ \overset{\prime\prime\prime\prime}{14} = \overset{0}{04}\ \overset{\cdot 1}{13}\ \overset{\cdot 2}{16}\ \overset{\cdot 3}{14}\ \overset{\cdot 4}{12} + \overset{0}{06}\ \overset{\cdot 1}{18}\ \overset{\cdot 2}{12}\ *\ \overset{\cdot 4}{14} = \begin{array}{rrrrr} \overset{0}{04} & \overset{\cdot 1}{13} & \overset{\cdot 2}{16} & \overset{\cdot 3}{14} & \overset{\cdot 4}{12} \\ \overset{0}{06} & \overset{\cdot 1}{18} & \overset{\cdot 2}{12} & 00 & \overset{\cdot 4}{14} \\ \hline 10 & 31 & 28 & 14 & 26 \end{array} = \overset{h}{10}\ \overset{\prime}{31}\ \overset{\prime\prime}{28}\ \overset{\prime\prime\prime}{14}\ \overset{\prime\prime\prime\prime}{26}.$$

E quo

E quo exemplo patet, nullam hic adesse difficultatem dummodo fractiones, aequalibus praeditae ordinum indicibus, in eadem contineantur columna.

§. V.

Sit fractio $\frac{M}{N}$ generatim subtrahenda a fractione $\frac{Q}{N}$, subtrahantur numeratores, retento denominatore, sive ita operatio exprimatur: $\frac{Q-M}{N}$. Si vero denominatores non sint iidem, prius fractiones nanciscantur idem nomen, ac dein quaeratur differentia. Quibus praemissis facile perspicimus $\frac{7}{1000} - \frac{4}{1000}$ esse $= \frac{7-4}{1000} = \frac{3}{1000} = 0,003$. Porro sit quaerenda differentia fractionum $\frac{8}{10}$ et $\frac{6}{1000}$, reductis ad eandem denominationem, et operatione signo indicata, invenitur $\frac{8.1000-6.10}{10000} = \frac{800-6}{1000} = 0,794$. Regulis copiose explicandis hic quoque liberabimur, dummodo methodum usitatam exemplis quibusdam illustremus, quia generatim in Mathesi exemplis facilius ad difficillimarum veritatum perspicientiam pervenimus, quam magna verborum copia, quae imaginationem nostram, meditationibus per signa brevissima assuetam, obruit, eamque turbat. Observatis igitur subductionis legibus, differentiam fractionum 0,3268 et 0,2326 sic exprimimus:

$$\begin{array}{r} 0,3268 \\ 0,2326 \\ \hline 0,0942 \end{array}$$

quemadmodum in integris fieri solet, ut copiosiorem illustrationem superfluam arbitremur. Nec maior adest difficultas in fractionibus sexagesimalibus. Repraesentet litera A $\overset{h}{2}\ \overset{\prime}{14}\ \overset{\prime\prime}{16}\ \overset{\prime\prime\prime}{13}$ et B $\overset{h}{1}\ \overset{\prime}{12}\ \overset{\prime\prime}{13}\ \overset{\prime\prime\prime}{12}$ erit

$$A - B = \overset{0}{02}\ \overset{\cdot 1}{14}\ \overset{\cdot 2}{16}\ \overset{\cdot 3}{13} - \overset{0}{01}\ \overset{\cdot 1}{12}\ \overset{\cdot 2}{13}\ \overset{\cdot 3}{12} = \begin{array}{cccc} \overset{0}{02} & \overset{\cdot 1}{14} & \overset{\cdot 2}{16} & \overset{\cdot 3}{13} \\ \overset{0}{01} & \overset{\cdot 1}{12} & \overset{\cdot 2}{13} & \overset{\cdot 3}{12} \\ \hline \end{array}$$

$$01\ 02\ 03\ 01 = \overset{h}{1}\ \overset{\prime}{2}\ \overset{\prime\prime}{3}\ \overset{\prime\prime\prime}{1}.$$

§. VI.

In explicanda multiplicatione generaliorem eligemus viam, cuius supra iam mentionem fecimus. Sit igitur A numerus ordinis $+ m$, B ordinis $- n$, quare productum $= A.\, p^{+m} \cdot B.\, p^{-n} = A \cdot B \cdot p^{m-n}$. Exempla rem faciliorem reddent. Repraesentet A 4000, sive 4^{+3}, B $\frac{6}{10000000}$ sive $6^{\cdot 7}$, quo in casu $p = 10$ $m = 3$ $n = 7$. Nullum est dubium, quin $A.\, B \cdot p^{m-n}$ sit $= 4.\, 10.^{+3}\ 6.\, 10^{\cdot 7} = 4.\, 6.\, 10^{3 \cdot 7} = 4.\ 6.\ 10^{\cdot 4} = 24^{\cdot 4} = \frac{24}{10000} = 0,0024$. Attenta huius operationis consideratio facile nos docet, indicem producti pendere a determinatione quantitatum m et n, ita, ut, si $n > m$, index producti signum $-$ prae se ferat, ideoque fractionis decimalis praesentiam significet, posita litera $p = 10$, quemadmodum modo allatum exemplum clare ostendit. Si m quoque sit quantitas negativa, operatio cum duabus fractionibus decimalibus est instituenda, quia fractiones indi-

ces

ces negativos habent. Tunc $A.\,p^{-m}$ generatim quoque fractionem decimalem designat. Sit, quo casum hunc illustremus exemplo $A.\,p^{-m} = \frac{2}{10000} = 2.\,10^{-4}$, $B.\,p^{-n} = \frac{4}{100} = 4.\,10^{-2}$, ideoque $A.\,B.\,p^{-m-n} = 2.\,10^{-4}.\,4.\,10^{-2} = 2^{-4}\cdot 4^{-2} = 8^{-6} = \frac{8}{1000000}$ $= 0,000008$. Hinc generalem de indice inveniendo formamus regulam, cuius demonstratio in antecedentibus iam latet, his conceptam verbis: index producti est aequalis summae indicum in factoribns. Tot igitur notae, fractiones decimales signantes, in producto inveniuntur, quot in duobus factoribus coniunctim reperiuntur, si factores fuerint fractiones decimales. Quoniam vero productum, quod aequalibus constat factoribus, potentia nominatur, dubium non est, quin in secunda potentia, sive in quadrato index sit $-2n$, si habuerit prima potentia indicem $-n$, in tertia potentia $-3n$, in mta potentia $-m\,n$. Sit $A.\,p^{-n} = \frac{3}{100} = 0,03 = 3.\,10^{-2}$ et quaeratur secunda potentia huius fractionis. Inveniemus $A^2.\,p^{-2n} = 9.\,10^{-4} = \frac{9}{10000} = 0,0009$. Sexagesimales fractiones easdem servant leges, quas in Decimalibus observandas, generalis expressio nos docuit. Convertamus attentionem nostram ad exemplum, in quo sit $A.\,p^{+m} = 13^{+1}$ $= 13.\,60^{+1}$, $B.\,p^{-n} = 42.\,60^{-4} = \frac{42}{60^4}$ sumta litera $p = 60$. Productum harum quantitatum est $= A.\,B.\,p^{m-n} = 13^{+1}.\ 42^{-4}$

$42^{\cdot 4} = 13.\ 42^{1\cdot 4} = 13.\ 42^{\cdot 3} = 546^{\cdot 3} = 09^{\cdot 2}\ 06^{\cdot 3}$. Alium eligamus modum, cuius auxilio ad eundem perveniemus finem, ac methodum in omnibus fractionibus usitatam sequamur, maioris perspicuitatis caussa. Exprimamus igitur ita antecedens exemplum $13.\ 60.\ \frac{42}{60^4} = \frac{13.\ 60.\ 42}{6^4} = \frac{13.\ 42}{60^3}$ $= \frac{546}{60^3} = \frac{9}{60^2} + \frac{6}{60^3} = 09^{\cdot 2} + 06^{\cdot 3}$ = producto in antecedentibus iam invento. Si duae fractiones sexagesimales fuerint multiplicandae, m signum — habet. Sit $A.\ p^{\cdot m} = 12.\ 60^{\cdot 2} = \frac{12}{60^2}$, $B.\ p^{\cdot n} = 14.\ 60^{\cdot 1} = \frac{14}{60}$. Quare productum $A \cdot B.\ p^{\cdot m \cdot n} = 12.\ 60^{\cdot 2} \cdot 14.\ 60^{\cdot 1} = 12.\ 14.\ 60^{\cdot 3} = \frac{12.\ 14}{60^3}$ $= \frac{168}{60^3} = \frac{2}{60^2} + \frac{48}{60^3} = 02^{\cdot 2} + 48^{\cdot 3}$. Quo vero tempus, divisioni per 60 impendendum, lucremur, operae pretium erit, canonem Hexacontadon, sive sexagenarum, in subsidium vocare, cuius in Arithmetica sexagesimali usus ex ipsa constructione, et antecedentibus generalioribus praeceptis facile cognoscitur, ut hic, brevitatis caussa, explicationem huius canonis silentio praeterire queamus.

§. VII.

§. VII.

Si generatim fractio $\frac{A}{B}$ per fractionem $\frac{M}{N}$ fuerit dividenda, quotus erit $= \frac{A \, . \, N}{B \, . \, M}$. Multiplicetur igitur numerator dividendi per diviſoris denominatorem, et denominator dividendi per diviſoris numeratorem, ſive inverſa fractione dividendus multiplicetur, quemadmodum e doctrina de fractionibus ſatis conſtat. Quibus praemiſſis facile patet, nos in diviſione Decimalium eadem ratione verſari poſſe, dummodo fractiones decimales, ſicut reliquas exprimamus. Erit enim quotus fractionum o, 18 et o, 03 $= \frac{18}{100} : \frac{3}{100} = \frac{18 . 100}{3 . 100} = 6$. Ne vero ab illa digrediamur methodo, quam in explicandis multiplicationis regulis reliquis praeferendam, evidentiae cauſſa, duximus, ſupra allatam generalem expreſſionem in ſubſidium vocemus. Repraeſentet igitur A dividendum ordinis m, B diviſorem ordinis n, ſive dividendus ſit $= A . p^{m}$, Diviſor $= B . p^{n}$, Quotus $= \frac{A . p^{m}}{B . p^{n}} = \frac{A}{B} . p^{m-n}$. Varii vero hic oriuntur caſus, pro diverſa quantitatum m et n determinatione, quos ſigillatim perpendere, operae pretium exiſtimamus. Primus caſus eſt, ſi quantitates m et n ſigno + fuerint affectae, tunc nulla adeſt fractio per antecedentia praecepta. Sit $A = 16$ $B = 8$ $m = +8$ $n = +2$. Quare $\frac{A}{B} . p^{m-n} = \frac{1600000000}{800} = 2 . 10^{8-2}$

$= 2 . 10^{6}$

$= 2 . 10^{6} = 2000000 =$ Quoto desiderato. Alter casus tum locum habet, cum $n > m$. Sit in modo allato exemplo $n = 9$, $m = 8$, sicut antea, erit $\frac{A.}{B} p^{m-n} = 2 . 10^{8-9} = 2 . 10^{-1} = \frac{2}{10}$ $= 0,2$. Tertius existit casus, quantitate m signum − prae se ferente. Posita in exemplo litera $m = -6$, $n = 2$, habemus $\frac{A}{B} . p^{m-n}$ $= 2 . 10^{-6-2} = 2 . 10^{-8} = \frac{2}{100000000} = 0,00000002$. Maioris perspicuitatis caussa faciliore ratione sic exprimamus: $\frac{16}{1000000} : 800 = \frac{16}{800000000}$, quia fractionem $\frac{16}{10^6}$ per 800 dividere, nihil aliud est, quam denominatorem fractionis per 800 multiplicare, sicut ex Arithmetica constat. Quotus igitur, divisione peracta, est $= 0,00000002$ sicut antea. Quartus casus oritur, si valores quantitatum m et n habuerint signum −, sive si fuerit, quo res exemplo clarior reddatur, $m = -8$ $n = -2$. Perinde enim est, ac si desideraremus quotum duarum fractionum decimalium. Quo igitur in casu erit $\frac{A.}{B} p^{m-n} = \frac{16 . 10^{-8+2}}{8} = 2 . 10^{-6}$ $= 0,000002$. Sit denique fractio 0,02 dividenda per 0,00003 erit $A = \frac{2}{100}$, $B = \frac{3}{100000}$ $n > m$, sive $n = -5$ $m = -2$. Ergo $\frac{A.}{B} p^{m-n} = \frac{2}{3} . 10^{-2+5} = \frac{2}{3} . 10^{+3} = 0,6666$ .... $\times 1000 = 666,6$. E quibus exemplis regulas pro inveniendo locorum decimalium numero facili negotio colli-

gere

gere poterimus, dummodo meminerimus, in dividendo tot loca adesse decimalia, quot inveniuntur in divisore et quoto simul, quia quotus, multiplicatus per divisorem, producat dividemdum necesse est. Accedamus iam ad divisionem fractionum sexagesimalium, eamque generatim explicemus, expressione $\frac{A.}{B}p^{m-n}$ hic quoque adhibita. Sit $A = 24^{\cdot 2}$ $B = 04^{\cdot 2}$ unde $m = -2 = n$, $p = 60$, inveniemus $\frac{A.}{B}p^{m-n}$ $= \frac{24}{4}^{\cdot 2 + 2} = \frac{24}{6} = \overset{0}{06}$. Vsurpemus calculum in fractionibus usitatum, maioris evidentiae caussa, sequentem in modum: $\frac{24}{60.\ 60} : \frac{4}{60.\ 60} = \frac{24.\ 60.\ 60}{4.\ 60.\ 60} = \frac{24}{4} = 6$ sicut antea. Sit porro $A = 24^{+2}$ $B = 04^{\cdot 2}$, ideoque $m = 2$, $n = -2$ erit $\frac{A.}{B}p^{m \cdot n}$ $= \frac{24}{4}^{2+2} = 06^{+4}$, sive calculo usitato ita exprimamus: $24.\ 60.\ 60 : \frac{4}{60.\ 60} = \frac{24.\ 60.\ 60.\ 60.\ 60}{4} = 06^{+4}$ = quoto invento antecedente methodo. Plures casus non cumulabimus, quoniam ex his usus generalioris expressionis satis iam apparet. Quamvis vero haec methodus paullo difficilior sit, quam vulgaris, multis tamen abundat commodis. Nostram enim memoriam propter paucitatem regularum iuvat, quas ne memoria quidem tenere debemus, dummodo expressionem generalem nobis ante oculos ponamus, eamque cum attentione quadam ponderemus. Convenientiam vero calculi fractionum sexagesima-

lium

lium cum decimalium doctrina in clara luce collocat, vt; ſi quis rationes decimalium rite cognoverit, facillimo negotio ſexageſimalium theoriam ſit percepturus.

§. VIII.

Saepius contingit, ut factores fractiones contineant decimales ſine fine pergentes. Tunc producta non inueniuntur tota, ſed tantum ex parte. Egregio hic Mathematici utuntur compendio ac contrahunt multiplicationem, illosque tantum ordines in ſe ducunt, qui deſideratum producti ordinem ſuppeditant, probe gnari, inanem ſe ſuſcepturos eſſe operam, in eiusmodi ordinis producto quaerendo, qui continet figuras, a vero nimium iam deflectentes. Quae methodus multiplicationis contractae ex ſequenti exemplo elucet:

$$\frac{7}{9} = 0,77777\ldots$$

$$\frac{3}{7} = 0,42857\ldots$$

$$\begin{array}{r}
0,311108 = 0,4 \times 0,77777 \\
15555 = 0,02 \times 0,7777 \\
6221 = 0,008 \times 0,777 \\
388 = 0,0005 \times 0,77 \\
53 = 0,00007 \times 0,7 \\
\hline
0,333325 = \text{Producto ordinis} - 6
\end{array}$$

Multiplicavimus hic illos tantum ordines, quorum indices efficiebant ordinem 6tum. Primae vero figurae cuiuslibet producti partialis addidimus unitates, ex figuris praecedentibus reſiduas. Iiisdem fere artificiis in ſubſidium vocatis diviſionem contrahunt Mathematici, omittentes in diuiſore ultimam figuram ad dextram, in quavis nova operatione, donec ad quotum deſideratum pervenerint. Ultimae tamen quoti figurae plerumque incertitudini ſunt obnoxiae, ideoque, ne quid detrimenti capiat veritas, negligendae. Exempla huius operationis adiicere brevitatis cauſſa non poſſumus, ſed eorum cupidos ad praeſtantiſſimam Karſtenii in Matheſin introductionem, lingua vernacula ſcriptam, mittimus, qua noviſſime orbem mathematicum donavit. Iunxit enim in hoc egregio libro, ſummo in demonſtrandi rigori perſpicuitatem, quam virtutem, tyronibus iucundiſſimam et utiliſſimam, ſaepius Celeberrimi Mathematici negligunt, ac doctrinas facillimas tenebris et caligine praeter neceſſitatem obducunt. Contrahamus vero hanc commentationem, et ad propoſitum veniamus. Suſcepimus enim hanc operam, ut Vobis, Exoptatiſſimi Commilitones, lectiones per menſes aeſtivos habendas ſignificaremus. Publice algebraicis lectionibus in Celeberrimi Wolfii Tom. IV. Elementorum germanicorum, diebus Mercurii et Saturni, operam impendere, apud animum conſtitui. Novi quidem, in praeſenti huius ſublimioris ſcientiae ſtatu, compendium Wolfianum incompletis in Analyſin introductionibus eſſe annumerandum. Summi enim noſtrae aetatis Geometrae, in quibus natura tentaſſe videtur, quousque intellectus humanus evehi queat, feliciter maculas huic ſcientiae abſterſerunt, novis inventis locupletarunt, ac omnia in meliorem redegerunt

runt

runt ordinem. Nihilo tamen ſecius propter inſignem perſpicuitatem, et miram facilitatem, hoc compendium tyronibus commoda praeſtat, et ad captum eorum eſt accommodatum, quibus a facilioribus incipiendum, quo in difficilioribus ſine difficultate verſari queant.

In explicandis vero Matheſeos univerſae principiis, privatim, duce Weidlero, in Inſtitutionibus Matheſeos notiſſimis, me non iniucundam Iis ſuſcepturum eſſe operam arbitror, qui brevem tantum omnium diſciplinarum mathematicarum delineationem deſiderent. Iis vero, qui generaliore Matheſeos cognitione delectantur, offero Celeberrimi Kaeſtneri compendii explicationem, quod mira brevitate magnam veritatum mathematicarum copiam exponit. Operam perderem, ſi ſplendidos Matheſeos fructus copioſe exponere vellem, Vosque precibus invitare ad ſcientiam excolendam, quae omnes animi facultates, praecipuaque vitae negotia mirum in modum iuvat. Certiſſime vero ſitis perſuaſi, me Vobis libenter inſerviturum, dummodo favorem in conatus meos, quo hactenus me dignum iudicaſtis, mihi conſervare velitis.

ERRATA.

pag. 4. lin. 6. leg. ſummus Hallaeus. pag. 5. lin. 10. leg. methodum pag. 7. lin. 1. leg. dummodo pag. 8. lin. 12. dele bus, et lin. 13. leg. $\overset{3}{03}$ p. 14. lin. 5. leg. $\overset{4}{60}$. pag. 16. lin. 19. dele —

THEORIAM FRACTIONVM DECIMALIVM ET SEXAGESIMALIVM GENERATIM EXPONIT

SIMVL

LECTIONES SVAS MATHEMATICAS PER MENSES AESTIVOS HABENDAS INDICIT

MATTHIAS AVGVSTVS HASIVS
LL. AA. M. ET ORD. PHIL. ASS.

VITEMBERGAE
EX OFFICINA GERDESIANA
A. CIↃ IↃ CC LXVIII.