Rep. 7

1. Dubravius, J.,
2. Grummert, G. H.,
3. Heltz, J. Chr.,
4. Hoesen, J. G.,
5. Kindermann, Ch. E.,
6. Lochner, J. H.,
7. Mezler, F. X.,
8. Rorr, D. L.,
9. Rousseau, J. J.,
10. Schuyl, Foc.,
11. Wideburg, B. Ch. B.,
12. Ziegler, J. Ch.,
13. Gedancken vom Fliegen.
14. Catalog v. mancherley Machinen.
15. Beschreibung einer Studirlampe.
16. Gedanken v. d. Electricität.
17. Verzeichniss v. allerhand Instrumenten.

M. GOTTFR. HEINR. GRVMMERTS,

AVS BIALA IN POHLEN,

ZVFÄLLIGE GEDANKEN

VON DER

REGVLAREN BEVESTIGVNG,

SONDERLICH

DER IRREGVLAREN POLYGONEN,

VON INNEN HINAVS.

- - - - - - AVDENTIOR ITO!

DRESDEN VND LEIPZIG,

BEY FRIEDRICH HEKELN, M DCC XLIX.

'ΕΥΡΗΚΑ, 'ΕΥΡΗΚΑ

SEINER EXCELLENZ

DEM HERRN

IOHANN GEORGE MAXIMILIAN

VON FÜRSTENHOF,

GENERAL-LIEUTENANT DER CHURSÄCHSISCHEN INFANTERIE,

SEINER MAIESTÄT DES KÖNIGES VON POHLEN,

CHEF DES INGENIEUR-CORPS,

COMMANDANTEN DER VESTUNG KÖNIGSSTEIN,

CET.

SEINEM VORNEHMEN GÖNNER,

VND GNÄDIGEN HERRN,

WIEDMET IN TIEFER EHRFVRCHT

DIESE REGVLARE BEVESTIGVNG IRREGVLARER PLÄTZE,

ALS EINE NEVE BEMÜHVNG

DIE MATHEMATIK IM GEMEINEN WESEN

BRAVCHBAR ZV MACHEN,

SEINER EXCELLENZ

VNTERTHÄNIGER DIENER

DRESDEN. DEN. VIII. IENN.
M DCC XLIX.

GRVMMERT.

1. §.

Ein Polygon, es ſey regular, oder irregular, von innen hinaus, oder von auſſen herein, nach einem angenommenen kleinen Winkel (*angle diminué*) dergeſtallt zu beveſtigen, daſs die Facen in jeder Polygonſeite einander gleich, die Breite des Grabens vor den Facen in allen Polygonſeiten von gleicher Gröſſe, alle Ende der Flanqven auf der Defenslinie ſelbſt, ohne ſie zu überſchreiten, perpendicular ſtehn, und ſo lang ſeyn, als der gedachte Graben breit iſt; ingleichen daſs aus dem einen Polygon das andre, als næmlich aus dem innern das æuſſere, oder aus dieſem jenes, auf eine ſolche Weiſe heraus komme, daſs alle Punkte des von innen oder von auſſen beveſtigten Polygons mit einander übereintreffen. *Aufgabe.*

2. §.

1) Es ſey *ab* eine Polygonſeite, theilt den Polygonwinkel *a* *Auflöſung.* vermittelſt *ci*, und den Winkel *b* vermittelſt *sd* in zween glei- *I. Fig. A.*

che Theile. Hier hat es sich getroffen, daſs bey *a* gar kein Winkel vorhanden; es wird aber alsdenn die gerade Linie als die Summe zweener rechten Winkel, und ein rechter Winkel als der halbe Polygonwinkel angesehen.

II. Fig. 2) Zieht eine Linie von *ci* bis *sd*, die von *ab* nicht ungleich absteht; als *ef*; macht den Winkel $q = D$ (2. Fig.) als einem angenommenen kleinen Winkel, ingleichen macht $r = q$: so findet sich ein Punkt *g*. Hier kœnnt ihr alle Arten von Verzeichnungen anbringen, wodurch der kleine Winkel, wenn er bey allen Polygonseiten von gleicher Grœſſe seyn soll, determiniret wird.

I. Fig. A. 3) Verlængert *ge*, *gf*, und zieht eine andere Linie mit *ef* oder mit *ab* parallel, als *ho*. Zieht durch *h* die Linie *hL* parallel mit *ge*, und durch *o* die Linie *oL* parallel mit *fg*: so ergiebt sich das Punkt *L*.

4) Zieht die Punkte *g*, (N. 2) und *L*, (N. 3.) mit einer geraden Linie zusammen, die bis *ab* reicht: so findet sich ein Punkt *m*.

5) Durch *m* zieht eine Linie parallel mit einer der beyden Seiten *hL*, *Lo*, oder *ge*, *gf*: so habt ihr *mn*.

6) Mit *mn* beschreibt aus dem Mittelpunkte *m* den Zirkelbogen *ny*: zieht hierauf die gerade Linie *my*. Da *nm*, *my* Theile einer Defens- oder Wehr-Linie abgeben kœnnten: so will ich *nm*, *my* die *Wehren* nennen. Es ist næmlich die Benennung dieser unbenennten Linien deswegen dienlich, damit man, wenn von ihnen die Rede ist, nicht nœthig habe, sonderlich bey jeder Polygonseite, die Beschreibung weitlæuftig zu wiederholen, wie

nm,

nm, *my* entſtanden ſind. Verlængert *ab* aus *b*, und laſſt aus *y* die Perpendicular *yv* auf *bp* fallen. Dieſe iſt die Hœhe der Wehre *nm* oder *my* über *ap*. Kürze halber will ich ſie die *Wehrhœhe* nennen. Die geraden Linien *ci*, *ds* mœgen die *unbeſtimmten Capitalen* heiſſen.

7) Auf gleiche Weiſe verfahrt bey allen Polygonſeiten, die unbeſtimmten Capitalen (N. 6.) mœgen unter den unendlichen Abfællen, die ihre Lage haben kann, ſich ausbreiten, als bey *A K*, *G*, *B* &c. ſich einander næhern als bey *C*, oder ſie mœgen gleichweit abſtehen, als bey *F* und *E*. Verzeichnet bey allen Polygonſeiten die Wehrhœhe.

8) Vnter ſolchen Wehrhœhen nehmt diejenige, welche keine grœſſere über ſich hat. Im Falle des gegenwærtigen Polygons iſt *YV* bey der Polygonſeite *G* diejenige, die keine grœſſere über ſich hat: denn ſie iſt unter allen Wehrhœhen des Vieleks die grœſſeſte. Ich will ſie die *Hauptwehrhœhe* nennen. Wenn aber das Polygon regular: ſo iſt die Wehrhœhe bey allen Polygonſeiten von gleicher Grœſſe. Ihr mœgt alſo in dieſem Falle eine Wehrhœhe nehmen, welche ihr wollt: ſo iſt ſie in ſolchem Polygon diejenige, die keine grœſſere über ſich hat. Es finden ſich auch irregulare innere Polygons, bey denen die Wehrhœhen bey allen Polygonſeiten von gleicher Grœſſe ſind. Auf die gedachte Weiſe (N. 2 - - 6.) findet ſich, bey welcher Polygonſeite die grœſſte Wehrhœhe iſt. Dieſe iſt nicht jederzeit bey der længſten Polygonſeite, auch nicht jederzeit bey derjenigen Polygonſeite, dabey die grœſſte Ausbreitung (*diuergentia*) der unbeſtimmten Capitalen vorkommt. *1. Fig. G.*

9) Mit

9) Mit einer Weite, die ſo groſs iſt als die Hauptwehrhœhe, (N. 8.) zieht um das innere Polygon ein äuſſeres herum. Bey den regularen Polygons iſt die erſte Wehrhœhe die ihr findet auch die Hauptwehrhœhe. Vbrigens kann die Wehrhœhe bey den regularen Polygons auf eine kürzere Art gefunden werden: allein ich habe mein Abſehen bey der Auflœſung dieſer Aufgabe zugleich auf die regularen Polygons, damit erhelle, daſs dieſe Regeln aus dem Weſen der Sache ſelbſt genommen ſind, und ſich, ohne die geringſte Verænderung oder Annæherung auch bey den regularen anwenden laſſen.

I. Fig. A. 10) Wenn ihr das æuſſere Polygon herum gezogen habt, ſo ergiebt ſich die æuſſere Polygonſeite *tw*. Zieht durch *t* die Linie *tu* parallel mit *hL* oder *eg*, und *wu* parallel mit *oL* oder *fg*: ſo findet ſich ein Dreyek *tuw*; verlængert *tu*, *wu* über die innere Polygon heraus. Gleichergeſtallt verfahrt bey allen Polygonſeiten der æuſſern Polygon, bey denen eine Wehrhœhe verzcichnet iſt.

I. Fig. G. *III. Fig.* 11) Bey der Polygonſeite, dabey die Hauptwehrhœhe (N. 8.) befindlich, iſt das Dreyek (N. 10) *niz* vorhanden, deſſen Spitze *i* in die innere Polygonſeite einfællt. Verlængert die Schenkel dieſes Dreyeks über die innere Polygon.

III. IV. Fig. 12) Mit *R* (IV. Fig.) als einer angenommenen Breite des Grabens vor der Face, oder der Længe der Flanqve zieht über *sz* eine Linie parallel mit *sz*, ſo findet ſich ein Punkt *t*. * Laſſt das Perpendicul *tu* fallen: ſo habt ihr den Punkt *w*.

* Wenn man aus einigen bereits beſtimmten Sachen eine noch unbeſtimmte determiniren kann: ſo hat man keinen Grund, die lezte willkührlich anzunehmen. Meines Erachtens iſt die Flanqve von dieſer Art. Dieſe läſſt ſich durch den kleinen Winkel, und die

Länge

Länge der äussern Polygonseite folgender Weise bestimmen. Es sey *ab* die äussere Polygonseite, *ax* eine unbestimmte Defenslinie. Ich sehe die Flanqve als eine gerade Linie *ax* an, die im Stande ist, den Graben vor der überstehenden Face perpendicular zu vertheydigen. Daher suche ich die kleinste Flanqve, die bey diesen Bedingungen, und die grösseste, die dabey möglich ist. Ich nehme das Mittel zwischen diesen zur Flanqve. Die Flanqve kann nicht grösser seyn, als biss sie so zunimmt, dass die Face *vb* so klein wird, als es noch angeht, ein Stük mit dem dazu gehörigen Platze davon zu behalten. Dieser muss durch die Erfahrung ausgemacht werden. Es sey *mb* ein solcher Platz, bey dem nur ein Canon, zusammt dem Raume dasselbe zu handthieren stat findet. Lasst aus *m* auf *ax* die Perpendicular *mp* fallen, so ist dieses die grösste Flanqve. Die kleinste Flanqve kann ebenfalls nicht grösser seyn, als der Platz *mb*. Verlängert *pm*, und macht $mz=mb$: so ist $pz=pm+mb$ die Summe von der grössten und kleinsten Flanqve. Theilt diese *pz* vermittelst der Perpendicular *rn* in zween gleiche Theile: so ergiebt sich der Punkt *v*. Lasst aus *v* auf *ax* ein Perpendicul fallen: so ist dieses die Flanqve$=\frac{1}{2}pz$, und es ergiebt sich zugleich die Face *vb*. Die Cortine, die die untern Ende der beyden Flanqven verbindet, kann auf verschiedene Weise, und, wenn man den Vebergang über den Graben von der Helfte derselben, mit Perpendicularschüssen abhalten will, wie in der VIII. Fig., verzeichnet werden. Da bey den irregularen Polygonen die Seiten und daher auch die Flanqven bey einer Polygonseite grösser seyn können als bey den andern: so kann man unter den auf gedachte Weise verzeichneten Flanqven diejenige nehmen, welche zwischen allen das Mittel hält. Da *mb* nicht viel über eine Ruthe betragen wird: so ist sie ein kleines Theil im Ansehen der äussern Polygon: daher kann man in kleinern Zeichnungen an stat *pz* die Perpendicular *bx* nehmen, und die Helfte davon zur Flanqve machen. *VII. Fig.*

13) Zieht durch *w* die Linie *wy* parallel mit *sz*: so ergiebt sich ein Punkt *l*. Lasst das Perpendicul *lh* fallen, und zieht *hi*. Auf gleiche Weise verfahrt auch auf der andern Helfte dieser Polygon- *I. Fig. G.* *III. Fig.*

 seite,

ſeite. Alsdenn iſt $lh+tw=tu$ der Flanqve, und die Defenſion, welche die Face, über dem Graben bekommt, perpendicular. Ich habe die Flanqve gebrochen, um das Theil $wu=lh$ von der Stadt zurük zu ziehen, welches in dem Falle nöthig, wenn der Platz, wo wu hinkommen ſolte, angebaut iſt. Widrigenfalls kann tu die Flanqve abgeben, und iu als ein Theil der Defens-Linie giebt einen Theil der Cortine ab. In andern Fællen, da die Spitze des Tenaillenwinkels auſſerhalb dem innern Polygon fællt, habe ich die Cortine gerade gelaſſen, als bey *E* &c. Bey der Polygonſeite *G* fællt ein kleines Theil des Walles über die innere Polygon nach der Stadt zu. Es iſt aber bey den innern irregularen Polygons kein Fall, bey dem die innere Polygonſeite mehr * nach der Stadt zu darf gebaut werden, als es bey einer
I. Fig. G. ſolchen Seite geſchieht, da die Spitze des Dreyeks *niz* ſelbſt in die innere Polygonſeite fællt.

* Vebrigens iſt auch nicht einmahl nœthig, daſs das gedachte, wiewohl kleine Theil der Cortine über die innere Polygon nach der Stadt zu angelegt werde. Denn da der kleine Winkel in der Kriegsbaukunſt von keiner nothwendigen Grœſſe, und kleiner als *D* (II. Fig.) ſeyn kann: ſo darf die Seite *G* ſo beveſtigt werden, daſs mit
I. Fig. G. B. Beybehaltung der Gleichheit der Facen, ingleichen der Grœſſe wie auch der perpendicularen Lage der Flanqven, nichts von der Cortine nach der Stadt zu darf eingebauet werden Alsdenn geht man zwar von der Bedingung der gegenwærtigen Aufgabe ab: allein es iſt zu merken, daſs ich dieſelbe deswegen mit der Bedingung eines beſtændigen kleinen Winkels eingerichtet, damit ich zur Auflœſung der Aufgabe von der Befeſtigung irregularer Plætze von innen hinaus, mit Ausfindung des dazu gehœrigen æuſſern Polygons, gelangen mœchte, die ſonſt nicht genug beſtimmt wære; zu geſchweigen daſs der Winkel, den die Facen des Ravelins, das man bey allen Polygonſeiten vorlegen kœnnte, formiren, durchgehends von glei-

gleicher Grœſſe iſt, wenn der kleine Winkel überall gleich groſs, und die Defenſion, die das Ravelin von den Facen bekommt, perpendicular iſt. Iſt das gegebene Polygon von der Art, daſs die Beveſtigung deſſelben mit der Schærfe der Bedingung zugleich beſtehen kann: ſo iſt die Aufgabe nach der geometriſchen Strenge und zugleich den Geſetzen der Fortification gemæſs, aufgelœſet; findet ſich aber, in dem Falle, wenn man ſich bloſs um die Beveſtigung des innern Polygons bekümmert, eine Colliſion zwiſchen den Maaſsregeln der Kriegsbaukunſt und der Bedingung der von mir eingerichteten Aufgabe, ſo muſs eine Bedingung derſelben, die ohne dem Nachtheil der Kriegsbaukunſt anders ſeyn kann, nachgeben. Dieſer Fall eræugnet ſich hier, da der kleine Winkel, der bey der Polygonſeite *G* bedungen war, den an dem Vmriſs des Walles angelegten Gebæuden der Stadt zu gefallen, kleiner ſeyn kann, ohne die Geſetze der Fortification zu übertreten.

14) Wenn der kleine Winkel nicht kleiner iſt denn 30°: ſo kann das innere Polygon noch auf eine andre Art beveſtigt werden, daſs die Flanqve von einer verlangten Længe heraus kommt, ohne daſs man nœthig hat über das innere Polygon nach der Stadt zu bauen, oder auch den kleinen Winkel anders zu machen als der gegebene iſt. Macht $no=R$ (IV. Fig.). Mit der Weite mn zieht mr parallel mit np. Theilt die æuſſere Polygonſeite mit einer Perpendicular in zween gleiche Theile: ſo habt ihr bg. Aus b laſſt auf np ein Perpendicul br fallen: ſo iſt $br=mn$, und alſo $br+om=R$ (IV. Fig.), und der Graben vor der Face wird ſo vertheydiget, als wenn eine Flanqve on da wære. Verlængert br bis c: ſo bekommt ihr noch rc nach Art einer Second-Flanqve. Wenn ihr aber r, d verbindet: ſo iſt das Theil der Cortine rd demjenigen Punkt beſſer entgegen geſezt, wo der Feind über den Graben paſſirt, den ich in der V. VI. VIII. Fig. m genennt, wie aus folgendem mehr erhellen wird. Wenn der kleine Winkel 30° IX. Fig.

 aus-

ausmacht: so ist der Winkel $abc=60°$. Ist aber der kleine Winkel unter 30°: so ist $abc < 60°$, welcher in der Fortification nicht gelitten wird. In solchen Fællen, da *mn* über die innere Polygonseite nach der Stadt zu heraus kommt, und der kleine Winkel unter 30° angenommen wird, kann man sich der Manier wie in Fig. I. bedienen. Ist aber der kleine Winkel nicht kleiner denn 30°: so kann bey allen Polygonseiten wie in der IX. Fig. verfahren werden.

I. Fig. C. *V. Fig.* 15) Bey der Seite *C* fællt das Ende *g* der Flanqve *hg* über das innere Polygon hinaus. In diesem Falle verlængert die gerade Linie, wodurch sich die Spitze *t* des Schulterwinkels ergeben hatte: so habt ihr *tn*. Theilt die Face *pd* in zween gleiche Theile vermittelst des Perpendiculs *xk*: so findet sich ein Punkt *m*. Mit der Weite *mg* beschreibt einen Zirkelbogen, der sich an dem innern Polygon bey *f* endet: so habt ihr *gf*; zieht die Sehne *gf*. Gleichergestalt zieht auf der andern Seite *uz*. Theilt *gf* vermittelst eines Perpendiculs *ey* in zween gleiche Theile, und verlængert *ey*: so trefft ihr den Punkt *m*. Sodann ist *ym* die Direction des Schusses, der von der Mitte der Linie *gf* gegen *m* geschiehet. Die übrigen Schüsse kœnnen mit *ym* parallel seyn, oder in *m* zusammen kommen, nachdem ihr den Bogen oder die Sehne *gf* nehmt, und die Direction der Schüsse von einer dieser beyden Linien perpendicular verlangt. Theilt ferner *ap* vermittelst des Perpendiculs *ch* in zween gleiche Theile. Mit der Weite *mz* beschreibt einen Zirkelbogen *zo*, der *ch* erreicht, und theilt ihn vermittelst eines Perpendiculs in zween gleiche Theile, verlængert ihn, so habt ihr *rm*: zieht die Sehne *zo*: so ist der mittelste Perpendicularschuss *rm* ebenfalls gegen den vorigen Punkt *m* gerichrichtet. Alsdenn wird der Feind bey dem Vebergange *m*, da er den Graben passiren will, von den Perpendicularschüssen *xm*, *rm*, *ym*, *tm* getroffen; zu geschweigen, dass die Flanqve *tg* zugleich ihre Schüsse gegen *m* vereinigen kann.

Aus der sechsten Figur erhellet, wie diese Lage der Cortine gegen *m* auch in dem Falle anzubringen sey, wenn die Flanqve nicht darf gebrochen werden. *VI. Fig.*

16) Solchergestallt lassen sich alle Polygonseiten des gegebenen Vieleks bevestigen, dass die Facen in jeder Polygonseite einander gleich, die Flanqven bey allen Polygonseiten von gleicher Længe seyn, und auf der Defenslinie perpendicular stehen, und zwar so, dass das untere Ende der Flanqve die Defenslinie trifft, die ganze Flanqve aber mit Beybehaltung der Perpendicular-Defension so lang sey als der Graben vor der Face breit ist.

17) Wenn ihr aus dem gefundenen æussern Polygon das innere verzeichnen wollt, und zwar, dass die Bevestigung der Polygonseiten mit der vorigen vœllig überein komme: so nehmt eine Seite des æussern Polygons z. Exemp. *K*, und macht den kleinen Winkel $q=D$ (II. Fig) und $h=q$: so ergiebt sich ein Dreyek *wrz*. Gleichergestallt verfahrt bey allen Seiten des æussern Polygons. Merkt auch bey allen die Hœhe derselben *mr*. *I. Fig. K.*

18) Von solchen Dreyekshœhen wæhlt diejenige die keine grœssere über sich hat. Im gegenwærtigen Vieleke ist diese *if* bey der Seite *G*, da sie næmlich die grœsseste ist. Sind die Seiten des æussern Polygons von gleicher Grœsse: so ist die erste Dreyekshœhe, die ihr bey einer Polygonseite findet, auch diejenige, die keine grœssere über sich hat. Diese ist eben so gross, *I. Fig. G.*

 als

als die von innen gefundene Hauptwehrhœhe (N. 8.) Mit einer Weite, die ſo groſs iſt als *if*, zieht innerhalb des æuſſern Polygons Linien, die mit den Seiten deſſelben parallel ſind: ſo findet ſich das innere Polygon.

19) Alsdenn kœnnt ihr zwiſchen dem æuſſern und innern Polygon die Verzeichnungen der Facen, Flanqven und Cortinen anbringen, wie ich ſie oben (11 - - 14) gewieſen habe. Solchergeſtallt kommt die beveſtigte innere Polygon in allen ihren Theilen mit der vorigen vœllig überein.

20) Hieraus erhellet auch, auf was Weiſe zu verfahren ſey, wenn aus dem zuerſt gegebenen æuſſern Polygon das innere zu verzeichnen und zu beveſtigen ſey, dergeſtallt, daſs wenn das innere gefundene gegeben wird, das vorige gegebene æuſſere mit allen den Theilen heraus komme. Ihr dœrft zu dem Ende das in den N. 16. 11. 14. zuerſt, das übrige aber hernach verzeichnen. Den Beweis hievon ein ander mahl.

3. §.

Ich bin darauf bedacht geweſen, bey der Beveſtigung von innen heraus bey einer perpendicularen Defenſion, nicht nur eine gleiche Grœſſe aller Flanqven und jeder Facen in den Polygonſeiten, ſondern auch aller Facen zu erhalten, ohne daſs ich die Grœſſe eines kleinen Winkels, der in allen Polygonſeiten gleich ſeyn müſſte, beſtimmte. Da ich dieſes zum Grunde legte: ſo erkannte ich, daſs die Schenkel der gedachten Dreyeke (2. §. N. 16.) alle einander gleich, folglich auch der Zwiſchenſtand zwiſchen jeden zwo entgegen geſetzten Seiten, deren die eine zu dem innern die andre zum æuſſern Polygon gehœrt, überall von glei-

cher

cher Grœſſe ſey, ingleichen daſs die Seiten der æuſſern Polygons alle gleich groſs ſeyn, wenn auch gleich die Seiten des innern Polygons von ungleicher Længe ſind. Vm zu dieſen æuſſern gleichſeitigen Vielek zu gelangen: ſo bemerkte ich, daſs die Capitalen deſſelben hiebey den innern Polygonwinkel in zween gleiche Theile theilen müſſten. Ich würde alſo die Direction der Capitalen des æuſſern Polygons, das ich ſuchte, finden, wenn ich jeden Polygonwinkel des innern Vieleks in zween gleiche Theile theilte. Wenn ich aber ſolchergeſtallt die unbeſtimmten Capitalen hætte: ſo kann ich vermittelſt der (2. §. N. 1. &c.) gegebenen Regel ein gleichſchenklichtes Dreyek verzeichnen, deſſen Grund-Linie die eine æuſſere Polygonſeite abgeben kann: ich müſſte aber einen kleinen Winkel hiebey zum Grunde legen. Weil ich aber den kleinen Winkel, der bey dem æuſſern gleichſeitigen Polygon, das ich ſuche, nicht beſtimmt habe: ſo müſſte ich alle mœgliche kleine Winkel zum Grunde legen, und nach jedem vermittelſt der gedachten Regel (2. §. N. 1.) ein gleichſchenklichtes Dreyek verzeichnen, deſſen Spitze (wie bey der Polygonſeite *A*) in der innern Polygonſeite læge, die Grundlinie aber eine æuſſere Polygonſeite abgeben kann. Solchergeſtallt müſſte ſich bey einem unter dieſen vielen kleinen Winkeln einer von eben der Grœſſe finden, die der beſtændige kleine Winkel des geſuchten æuſſern Polygons hat, ingleichen wæren die durch ſolchen kleinen Winkel verzeichnete Wehren eben ſo groſs, als die Schenkel der Dreyeke, deren jedes im geſuchten æuſſern Polygon eine Polygonſeite zur Grundlinie hat. Alſo müſſte ſich die vermittelſt ſolchen kleinen Winkels gefundene Wehre dergeſtallt um das innere Polygon herumtragen laſſen, daſs die lezte Wehre an die erſte ſchlœſ-

ſe,

ſe, und die gerade Linie, welche zwiſchen zween abgeſtochenen Punkten der unbeſtimmten Capitalen gezogen wird, ſo wie die Seiten der æuſſern Polygon, immer von gleicher Grœſſe ſey. Das Herumtragen ſolcher Wehren wird næmlich ſo geſchehen, daſs ich mit der Erœffnung des Zirkels, die ſo groſs wære, als die gefundene Wehre, den einen Fuſs in das Ende der Wehre, das in der unbeſtimmten Capitale liegt, den andern auf die folgende innere Polygonſeite ſetzte, hierauf dieſen andern Fuſs in dem, in der Polygonſeite, abgeſtochenen Punkte hielte, mit dem erſten Fuſſe aber die vorige unbeſtimmte Capitale verlieſs, und ihn auf die næchſtfolgende ſetzte u ſ. f. Die Verbindung dieſer beyden abgeſtochenen Punkte in den unbeſtimmten Capitalen, wo der Fuſs des Zirkels geſtanden, würde die æuſſere Polygonſeite abgeben. Daher müſſten allerley kleine Winkel, deren jeder folgende grœſſer als der vorhergehende, zum Grunde gelegt, und nach denſelben die Wehren verzeichnet und gedachter Weiſe herum getragen werden, bis man eine ſolche Wehre hat, die ſich ſo herum tragen læſſt, daſs die lezte an die erſte ſchlüſſt, und die vereinigten Punkte, die in den unbeſtimmten Capitalen abgeſtochen ſind, ein gleichſeitiges æuſſeres Vielek abgeben. Vm die Mühe bey dem Zeichnen der Wehren zu erleichtern, kann ein kleiner Winkel zum Grunde gelegt werden, der in der Kriegsbaukunſt nicht kleiner ſeyn darf, ingleichen ein andrer, der nicht grœſſer ſeyn darf: alsdenn hat man nicht nœthig, bey dieſer Arbeit durch die Annæherung viele unnœthige Wehren nach verwerflichen kleinen Winkeln zu ziehen. Es iſt hiebey zu merken, daſs die Spitzen der gedachten gleichſchenklichten Dreyeke, in den næmlich die Wehren bey *einer* innern Polygonſeite zuſammen kommen, und die einen Tenaillewinkel vorstellen, alle in einem Punkte der innern Polygonseite fallen, wenn auch immer ein andrer kleiner Winkel zum Grunde gelegt wird, im Falle die halben Polygonwinkel, die einer Polygonseite zu beyden Seiten anliegen, von gleicher Grœsse sind. Widrigenfalls aber, wenn diese halben Polygonwinkel ungleich sind; so ist die Abweichung von diesem Punkt bey dem ersten kleinen Winkel, bey Verzeichnung der Wehren nach den grœssern Winkeln, desto grœsser, je grœsser der Vnterschied der gedachten halben Polygonwinkel ist. Ich finde aber, dass diese mühsame Annæherung sich selten der Mühe verlohnt, und wohl schwerlich ein irregularer Platz, der würklich vorhanden, vorkommen dürfte, bey dem diese Manier anzubringen sey. Ich sehe also keinen Nuzen von dieser Annæherung, als dass man bey einem gegebenen Polygon, das von innen heraus zu bevestigen ist, diesen Versuch erst anstelle, ob sich um dasselbe herum gedachter maassen ein gleichseitiges æusseres paralleles Vielek verzeichnen lasse. Findet sich bey demselben der bestændige kleine Winkel von einer unverwerflichen Grœsse, welches sich aber schwerlich zutragen dürfte, so kann man das æussere Polygon beybehalten; findet sich aber das Gegentheil: so kann man den gegebenen irregularen Platz nach der Auflœsung der Aufgabe (2. §.) von innen hinaus bevestigen.

4. §.

Vebrigens ist die im 2. §. beschriebene Methode auch in dem Falle zu gebrauchen, wenn noch kein Wall oder Mauer um die Stadt angelegt, und das gegebene innere Polygon als ein Vmriss um die Stadt von der Art ist, dass es kann geændert werden, ohne dass man das Polygon, das von innen heraus bevestiget werden soll, irgendswo zu sehr in die Stadt ziehet. Næmlich beschreibt um ein angenommenes Polygon, das nicht gar nahe an der Stadt liegt, ein æusseres nach dem 2. §. mit Annehmung eines kleinen Winkels, der zwischen den kleinsten und grœssesten der leidlich ist, das Mittel hælt. Aendert das gefundene æussere dergestalt, dass alle Polygonseiten gleich werden: so kœnnt ihr gar leicht das dazu gehœrige innere Polygon finden, und alle Facen und Flanqven bey einer perpendicularen Defension gleich machen. Man muss hiebey fast auf die Art verfahren, als wenn man um einen gegebenen Vmriss einer Stadt eine Ovalfigur verzeichnet, auf die man eine angenommene Længe einer Polygonseite so oft und viel, und œfters verlængert oder verkürzt herumtrægt, bis das lezte Ende der lezten Seite an das erste Ende der ersten Seite schlüsst, und die abgestochenen Punkte, wenn sie mit geraden Linien verzeichnet werden, ein gleichseitiges Vielek abgeben, dessen Ecken in der ovalen Peripherie liegen. An stat der Ovalfigur nehme ich hier die gefundene æussere Polygon. Auf solche Weise kann man von dem gegebenen Vmriss viel weniger abgehen, als es bey der darum verzeichneten Ovalperipherie zu geschehen pflegt, und man kann doch ein gleichseitiges Vielek verzeichnen, wie ich es auch in der (I. Fig.) mit den stærkern Punkten angedeutet. Dieses kann man hernach nach innen bevestigen, und alle Flanqven ingleichen alle Facen von gleicher Grœsse machen, doch ohne dass eben die Grœsse der Flanqven mit der Grœsse der Facen übereinkommen darf.

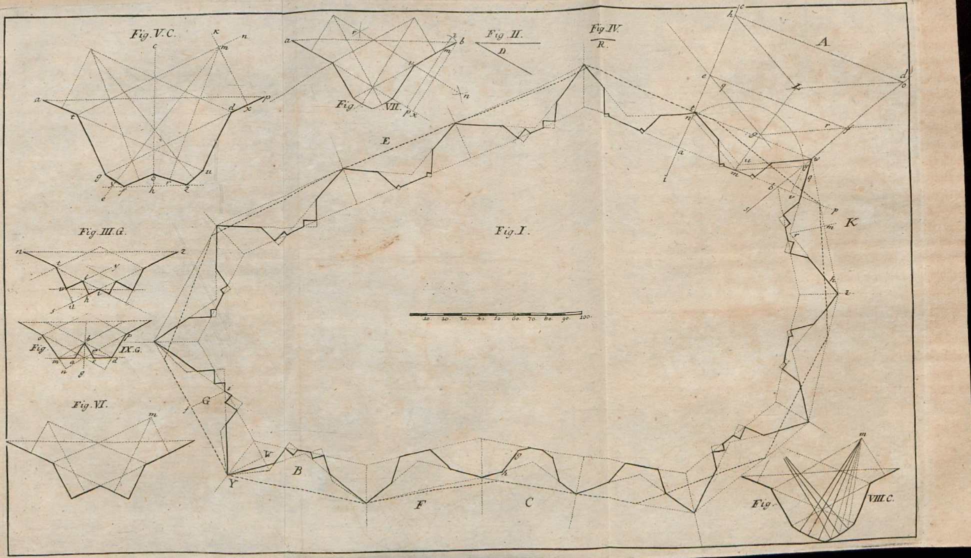
I. Fig.

5. §.

Vm ein solches gleichseitiges Polygon in andern Fællen zu verzeichnen, kann man auch bey einem auf die nach (2. §.) gefunde-

fundene
zwo und
und von
ten eine
herum v
gonseite
solche A
ek, so l
cher Gr
res Viele
re Viele
nes ders
den übri
beylassu
der æusl
zuerst ar
rade Gr
ist,) dru
den alle
ne Polyg
Linie,
ben soll,
Seiten d

fundene æussere Polygon, mit einer geraden Zahl von Seiten, je zwo und zwo Polygonspitzen des æussern Polygons annehmen, und von einer Spitze mit Vorbeygehung der andern zu der dritten eine gerade Linie ziehen; auf diese Weise kann man rings herum verfahren. Man nehme hierauf eine Længe zu einer Polygonseite an, und verzeichne mit derselben über einer jeden auf solche Art gefundenen geraden Linie ein gleichschenklichtes Dreyek, so kœnnen die Schenkel in allen solchen Dreyeken von gleicher Grœsse seyn, und es kann hiedurch ein gleichseitiges æusseres Vielek verzeichnet werden. Wenn aber das gefundene æussere Vielek eine ungerade Zahl von Polygonseiten hat: so kann eines derselben zur bestændigen Polygonseite angenommen, bey den übrigen Polygonwinkeln aber kœnnen wie vorher, nach Vorbeylassung eines mittlern Polygonwinkels, zwischen zwo Spitzen der æussern Polygonwinkel gerade Linien ringsherum bis an das zuerst angenommene gezogen werden. Veber diese gezogene gerade Grund-Linien, oder in einigen Fællen (wenn es nœthig ist,) drunter, kann man gleichschenklichte Dreyeke haben, bey den alle Seiten so grofs sind, als die eine zuerst angenommene Polygonseite. Man kann auch noch füglicher zu der geraden Linie, welche eine Seite des gleichseitigen æussern Vieleks abgeben soll, diejenige gerade Linie nehmen, welche zwischen allen Seiten des herumgezogenen æussern Polygons das Mittel hælt.



M. GOTTFR. HEINR. GRVMMERTS,

AVS BIALA IN POHLEN,

ZVFÄLLIGE GEDANKEN

VON DER

REGVLAREN BEVESTIGVNG,

SONDERLICH

DER IRREGVLAREN POLYGONEN,

VON INNEN HINAVS.

- - - - - - AVDENTIOR ITO!

DRESDEN VND LEIPZIG,

BEY FRIEDRICH HEKELN, M DCC XLIX.

2