J. F. Pfaff
Helmstedt 1801

# Die Lehre

von den

# entgegengesetzten Größen

in

# einem neuen Gewande.

---

Ein Versuch von einer deutlicheren Darstellung jener Lehre, als die gewöhnliche seyn möchte, in Briefen an Herrn Professor Hellwig in Braunschweig.

---

von

D. H. D. Wilckens,

der Forst- und Jagd-Societät zu Waltershausen ordentlichem auswärtigen Mitgliede.

---

Braunschweig,

gedruckt und im Verlage bey Karl Reichard,

1800.

Sr. Wohlgebohren,

dem Herrn Professor

# Hellwig,

seinem

theuersten Lehrer

und

gütigsten Freunde,

überreicht

diese Briefe nochmals

zum

öffentlichen Beweise

seiner

unbegränzten Dankbarkeit

in

größter Hochachtung

der Verfasser.

# Vorrede.

Die Lehre von den entgegengesetzten Größen schien mir von dem Augenblicke an, da ich mit ihr bekannt gemacht wurde, nicht mit derjenigen Deutlichkeit für den Anfänger vorgetragen zu seyn, welche die ausgebreitete Anwendung ihrer Sätze in dem, so viel begreifenden, Gebiete der Mathematik und ihre daraus entspringende Wichtigkeit erheischt. Dies bewog mich vor 16 Jahren bey meinem Eintritte auf die vaterländische Universität, sie zu dem Gegenstande meines Forschens zu wählen. Der eigentliche Inhalt dieser Blätter ist das Resultat desselben. Ich begnügte mich damit, solches erhalten zu haben, und machte davon keinen andern Gebrauch, als nur einen entfernten in den analytischen

Vorträgen, die ich während meiner akademischen Lehrlaufbahn meinen vertrautesten Zuhörern halten mußte. Erst vor 9 Jahren wagte ich es, meine Meynung über jene Lehre meinem ehemaligen Lehrer, dem Herrn Professor Hellwig mündlich zu entdecken. Im Jahre 1797 aber fand sich eine Gelegenheit, daß ich solche diesem tiefen Denker, gegen den mein Zutrauen eben so groß ist, als meine Dankbarkeit für die häufigen Aeusserungen Seines Wohlwollens und seiner Freundschaft gegen mich unerschöpflich seyn wird, in nachstehenden Briefen ausführlicher zur Beurtheilung vorlegte. Derselbe würdigte Sie Seines wichtigen Beyfalls, womit ich, mich in der Stille zu begnügen, entschlossen war. Allein noch in jenem Jahre änderten sich die Umstände. Unerwartet und unverdienter Weise war mir von der Forst- und Jagd-Societät zu Waltershausen die Ehre, zu Ihrem Mitgliede aufgenommen zu seyn, begegnet und eine geraume Zeit nachher foderte mich der Herr Bergrath Bechstein auf, bey dem, von ihm errichteten, Forstinstitute thätig mitzuwirken, welches ich annahm. Dadurch ward ich verpflichtet, mit jungen Männern, die sich durch Talente und Wißbegierde sehr auszeichneten, Theile eines so wichtigen Zweiges der Staatswirthschaft, wie das Forstwesen ist, zu studieren. Ihre Geburt berechtigte zu der Hoffnung, sie dereinst nicht unwichtige Posten im Staate bekleiden zu sehen, und deshalb ward ihre unersättliche Wißbegierde befriedigt, indem sie mit demjenigen allen bekannt gemacht wurden, was auch nur einen entfernten Bezug auf das Forstwesen haben kann. Die Algebra ist einem Forstmanne zu wissen nicht unumgänglich nöthig; aber er wird doch durch eine Bekannschaft mit ihr bey vielen Vorfällen im Forstwesen z. B. bey Fraudationen, Devastationen, Waldabschätzungen u. s. w. leichter und tiefer sehen, ja dem schwächeren Theile des forstmännischen Haufens in sehr vielen Stücken große Erleichterungsmittel darbieten können. Dies wird noch mehr gelten, wenn ihm die Lehre von den entgegengesetzten Größen, dieser vorzügliche Theil der Algebra und Schlüssel zu den tiefsten Geheimnissen der Mathematik, nicht unbekannt ist. Aus diesem Grunde ward auch den im Forstinstitute

Stu=

Studierenden die Algebra vorgetragen. In dem einen Semester war sie ein Vorwurf des Fleißes, der jene und mich gemeinschaftlich beschäftigte. Ein Jeder, der jemals eine Wissenschaft oder Kunst systematisch vorgetragen hat, wird wissen, daß es nicht möglich sey, sich dabey über alles so auszulassen, als es geschehen könnte. Fingerzeige oder hingeworfene Winke sind hier immer von einer ungemeinen Wichtigkeit. Ein Vortrag leistet genug, wenn er den Ueberblick der ganzen Wissenschaft oder Kunst gewährt; die vollständige Kenntniß von den einzelnen Theilen derselben muß nachher das eigene Studium verschaffen. Das eigene Studium meiner Zuhörer mußte sie daher in eine genauere Bekanntschaft mit den einzelnen Theilen der Algebra, die ich ihnen nur kurz vortragen konnte und mußte, bringen. Daß ihnen hierbey ein jedes Buch, worin die Algebra aus dem gehörigen Gesichtspunkte betrachtet vollständig, weitläuftig und gründlich abgehandelt ist, dienen konnte, davon war ich überzeugt. Aber ich glaubte einen begründeten Zweifel hegen zu dürfen, daß solches auch in Rücksicht der Lehre von den entgegengesetzten Größen der Fall sey; wenigstens möchte sie in den algebraischen Büchern nicht aus dem Gesichtspunkte betrachtet seyn, woraus ich meine Zuhörer mit ihr bekannt machte. Daher entschloß ich mich schon in Thüringen, diese Briefe der Presse zu übergeben. Sie sollten nach meinem Willen bloß dazu dienen, jenen Herren bey der Repetition das, was ihnen in jener Lehre in gedrängter Kürze vorgetragen wurde, etwas weitläuftiger auseinander zu setzen. Indeß zeigten sich gerade zu dieser Zeit wegen Mangel an Unterstützung Symptomen für die Auflösung des Forstinstituts und diese erfolgte 1799 wirklich. Sowol dieser Umstand, als die nothwendige Veränderung meines Aufenthaltsortes und anderweitige Arbeiten bewirkten einen Aufschub in der Ausführung meines Vorhabens und ich war nun Willens, solches wegen der Schwierigkeit, womit der Druck der Blätter begleitet seyn mußte, ganz aufzugeben. Jedoch es erhielt durch den Herrn Verleger, einen Jugendfreund von mir, dem ich die Blätter zeigte, eine neue Lebhaftigkeit. Er fand Mittel, die Hindernisse, die sich bey dem Setzen darbieten mußten, wegzuräumen. Es war mir nämlich eine Bezeichnung des Entgegengesetzten einer Größe ein Bedürfniß. Ich war verlegen, wie ich sie wählen sollte, damit sie vor dem Richterstuhle der Mathematik, das heißt, der strengsten Vernunft einigermaßen bestehen könnte. Daß sie das Zeichen der Größe, deren Entgegengesetztes sie darstellen sollte, und zugleich einen Zusatz, der den Begriff des Entgegengesetzten erwecke, enthalten müßte, schien mir am schicklichsten und der anderweitigen so begriffsvollen und daher so schweren und leichten mathematischen Zeichenkunst am angemessensten zu seyn. Die polnische Sprache konnte mir hier für die Buchstaben der Vokalen Bezeichnungen darbieten. Jedoch ich nahm, um die Entgegengesetzten der Größen bezeichnen zu können, meine Zuflucht zu der Bezeichnung, deren sich die englischen Mathematiker bey den Differentialgrößen bedienen; aber gerade eben deshalb hatte sie meinen Beyfall nicht. Der Scharfsinn meines Freundes mittelte die paßlichere Bezeichnung in §. 4. S. 5 aus, wodurch Er mich ungemein verpflichtet hat. Die

Schwie-

Schwierigkeit beym Setzen wird hoffentlich die Kürze im Vortrage der Lehre von den entgegengesetzten Größen entschuldigen; ich hielt sie für Pflicht, weshalb auch im Nachstehenden von den Originalbriefen etwas abgewichen ist. Auch bitte ich um eine gütige Nachsicht wegen der Freyheit, die ich mir im §. 25. S. 10 nahm. Ich bedurfte zu meiner Absicht ein Zeichen, das einen netteren Ueberblick des geführten Beweises gewährte, als es das üblichere (:) leistete. Da die Division gewissermaßen das Umgekehrte der Multiplikation ist, so hatte ich ein stehendes Andreaskreuz gewählt, das aber bey dem Setzen nicht gebraucht werden konnte. Mein Freund, der Herr Verleger, verfiel auf das Zeichen, in §. 25. S. 10 und ich behielt es mit desto größerer Bereitwilligkeit bey, da es ein anderes übliches Divisionszeichen in sich faßt und zugleich einen Zusatz führt, der den Begriff, den ich in §. 47 S. 18 mit jenem üblichen Zeichen verbinden mußte, hinreichend abändert.

Sollten diese Blätter ja die Aufmerksamkeit eines Mathematikverständigen auf sich ziehen und seine

Prü-

Prüfung und Beurtheilung veranlassen: so werde ich diese Ehre, die ihnen wiederführe, nicht verkennen und jede Belehrung, besonders wenn sie mir schriftlich mitgetheilt wird, weil mir so wenig meine Lage als gegenwärtige Beschäftigung die Lesung aller periodischen gelehrten Blätter verstattet, mit herzlichem Danke annehmen. Nur muß ich bitten, mit Nachsicht gegen mich zu verfahren. Die Umstände nöthigten mich, das Studium der Mathematik aufzugeben; ihm ist nur die Zeit der Erholung und diejenige gewidmet, da ich das Bedürfniß empfinde, den Menschen auf der höchsten Stuffe seiner Größe als Menschen, in Beziehung auf die Natur, zu sehen.

Wolfenbüttel im Aprile 1800.

Der Verfasser.

# Verbesserungen.

Man lese

S. 7. Z. 4. $\overline{a} + a - a$

Z. 8. (10)

Z. 11. (11) anstatt (10)

Z. 26. $+\overline{a} =$

S. 10. Z. 18. $a \times \overline{b} = \overline{a} \times b$

Z. 20. $\overline{a} \times \overline{b} + a \times \overline{b} - a \times \overline{b} =$

Z. 21. $\overline{a} \times \overline{b} =$

S. 12. Z. 3. $\frac{\overline{a}}{\overline{b}} + \frac{a}{\overline{b}} - \frac{a}{\overline{b}} =$

S. 15. Z. 14. $a - \overline{b}$ durch

Z. 21. $\overline{a} - b + \overline{c} - d + \overline{e} - f =$

S. 16. Z. 10. $\overline{a}\overline{b}$

Z. 15. Nun ist aber $\overline{b}\overline{a}$.

S. 20. Z. 2. $\frac{a}{\overline{b}} =$

Z. 7. $\left(\frac{\overline{b}}{a}\right) +$

Z. 10. $\frac{\overline{b}}{a} =$

S. 23. Z. 15. $a\overline{e}$ anstatt $\overline{a}e$.

# Erster Brief.

Aus dem 16ten Stücke des diesjährigen (1797) Braunschweigischen Magazins ersehe ich, daß Herr D. Stahl ein mathematisches Lehrbuch *) herausgab, worin Manches mit Abweichungen von den bisherigen Vorstellungen vorgetragen seyn soll. Die Richtigkeit dieser Angabe will ich annehmen und ich bin geneigt, daraus zu schließen, auch bey der Lehre von den entgegengesetzten Größen werden Abweichungen vorhanden seyn. Dies bestimmte mich, einen Aufsatz über jene Lehre, der noch in Helmstädt niedergeschrieben wurde, hervorzusuchen, um zu untersuchen, ob sich meine Meynung über diese Lehre, die ich schon vor 6 Jahren gegen Sie äusserte, nicht geändert habe. ich fand keinen Grund von ihr abzugehen. Allein der Gegenstand ist so abstrakt, daß ich nicht zweiflen darf, ich möchte bey seiner Betrachtung in Irrthümer gerathen seyn. Sie waren einer meiner ersten Lehrer in der Mathematik; kann es wol befremden, kann ich wol Ihren Tadel befürchten, wenn ich mir die Freyheit nehme, Ihnen meine Meynung über jene Lehre gehorsamst vorzulegen und mir Ihre gütige Belehrung der

*) Anfangsgründe der Zahlenarithmetik und Buchstabenrechnung zum Gebrauche bey Vorlesungen. Jena und Leipzig. 1797.

der Irrthümer darin gehorsamst zu erbitten? Freylich hat hier, ich gestehe es, ein Nebeninteresse Statt. Sie sind ein tiefer Denker, und jene Meynung würde, wenn Sie solche nicht für ganz unrichtig erkennten, dadurch ein großes Gewicht bey ihrer öffentlichen Aufstellung erhalten. In diesem Briefe überreiche ich dasjenige, worauf meiner Meynung nach das ganze Gebäude der Lehre von den entgegengesetzten Größen beruht.

1. Erkl. Entgegengesetzt seyn heißt Bestimmungen haben, die, in Beziehung, aufheben oder aufhebend sind. Es ist ein schwebender oder absolut relativer Begriff.

2. Erkl. Dinge sind entgegengesetzt, wenn sie, in Beziehung, aufhebende Bestimmungen haben.

3. Anmerkung zum besseren Verständnisse der Meynung. Fesseln, Feind, Schuld, entfesseln, Freund, Vermögen u. s. w. sind, jedes für sich, Dinge, die entgegengesetzt sind.

4. Erkl. Entgegengesetzte Dinge sind Dinge mit Bestimmungen, die sich, in Beziehung, wechselseitig aufheben.

5. Anm. z. b. V. d. M. Fesseln und entfesseln, Freund und Feind, Vermögen und Schuld u. s. w. sind entgegengesetzte Dinge.

6. Erkl. Bleiben hiebey (4) gar keine Bestimmungen sowol auf der einen, als auf der andern Seite übrig: so heißt jedes Ding der einen Seite dann insbesondere das Entgegengesetzte desjenigen Dinges der andern Seite, welches ihm entgegengesetzt ist.

7. Zus. Nur Dinge von einer Art können entgegengesetzte Dinge seyn.

8. Erkl. und Grundſ. Ein Ding entgegengeſetzt neh-
men, thun u. ſ. w. oder das Entgegenſetzte des Dinges neh-
men, thun, u. ſ. w. iſt einerley (4 u. 6).

9. Erkl. und Grundſ. Mit einem Dinge etwas thun,
oder unter gleichen Umſtänden mit dem Entgegengeſetzten
des Dinges (6) das Entgegengeſetzte des Etwas (6) thun
iſt einerley (4).

10. Anm. z. b. V. d. M. Bey Beybehaltung der gleichen Menge
von Freunden und Feinden, die Freunde vermehren oder die Feinde ver-
ringern, giebt jedes daſſelbe Reſultat. Eben ſo: ſich einen Feind zum
Freunde machen oder dem Feinde einen Freund zum Feinde machen.
Bey Beybehaltung eines gleichen Vermögens und der gleichen Um-
ſtände, die Schuld vergrößern oder das Vermögen vermindern; ſeine
Schuld vermehren oder des Gläubigers Vermögen vermindern.

Dies, theuerſter Herr Profeſſor, wären die Begriffe, wor-
auf ſich die Lehre von den entgegengeſetzten Größen erbauen
läßt. In dem nächſten Briefe werde ich die Ehre haben, Ihnen
das Gebäude ſelbſt gehorſamſt vorzulegen.

Wolfenbüttel, am 26ſten April 1797.

# Zweyter Brief.

Hier nehme ich mir die Freyheit, die Lehre von den entgegengesetzten Größen selbst in dem Vortrage zu überreichen, durch welchen Alles darin in einem hellen Lichte erscheint. Diese Behauptung geschieht nicht aus Vorliebe für meine Darstellung, sondern aus der Erfahrung. Während meiner akademischen Lehrlaufbahn bin ich in der Lage gewesen, jungen Männern, denen die Natur die Denkkraft fast versagt zu haben schien, die Analysis vortragen zu müssen, und ich war so glücklich, durch nachstehende Darstellung jener Lehre den Zweck zu erreichen, den man von jedem Unterrichte verlangt, und sogar bey den Zuhörern das von der Hülle zu befreyen, worin versteckt es fast zu fehlen schien. Jene Lehre ist gleich nach meinem Eintritte auf die Universität zu Helmstedt aufgesetzt worden und damals waren mir nur die Sätze Ihrer Anfangsgründe der allgemeinen Mathematik und Arithmetik immer gegenwärtig, weil sie das erste Buch waren, wonach ich gründlich unterrichtet wurde. Bey der Ansicht des Nachstehenden, bitte ich daher, Sich der Sätze dieses, mit so viel Philosophie geschriebenen, Buchs zu erinnern. Es würde zur Deutlichkeit von meiner Darstellung nicht wenig beytragen, wenn Sie bey dem Lesen von Ihren mathematischen Kenntnissen auf einige Augenblicke keinen Gebrauch machen wollten. Sie erhalten jedoch die Lehre nicht völlig so, wie sie der Jüngling verfaßte, sondern mit denjenigen

Ver-

Veränderungen, welche eine, durch das Alter abgeänderte, Denkungsart hervorbringt. In diesem Briefe finden Sie die Entwickelung einiger Ausdrücke, worin Rechnungen zuweilen antworten, deren Verständniß aber dem Anfänger schwer fällt, weil man darüber im Vortrage der Lehre von den entgegengesetzten Größen nichts zu sagen pflegt, und die Natur des Entgegengesetzten einer Größe entziffert, wodurch der, im letzten Briefe unter der allgemeinsten Form aufgestellte, Satz (9) für die entgegengesetzten Größen erwiesen wird.

## Die Lehre von den entgegengesetzten Größen.

1. Erkl. Entgegengesetzte Größen sind Größen von einer Art, denen solche Bestimmungen beygelegt werden, daß, wenn man sie in additiver Verbindung mit einander betrachtet, eine davon die zweyte ganz aufhebt.

2. Erkl. Das Entgegengesetzte einer Größe ist eine Größe, die, in additiver Verbindung mit jener, sowol solche ganz aufhebt, als auch dadurch selbst ganz aufgehoben wird.

3. Erkl. Eine Größe soll durch einen Buchstaben des kleinen lateinischen Alphabets a, b, c, d, u. s. w. bezeichnet werden.

4. Erkl. Das Entgegengesetzte einer Größe (2) soll durch ein, über den Buchstaben, der diese Größe bezeichnet, gesetztes, sich schwarz abdruckendes Oblongum (▬)

ange-

angedeutet werden; z. B. das Entgegengesetzte der Größe a durch $\bar{a}$.

5. Erkl. Wenn etwas behauptet wird, daß sowol von einer Größe, als auch ihrem Entgegengesetzten gilt: so sollen zur Bezeichnung die Buchstaben des großen lateinischen Alphabets angewandt werden. So wird z. B. unter A sowol a, als auch $\bar{a}$ verstanden.

6. Erkl. Alles, was eine Größe ganz darstellt, soll in Klammern eingeschlossen werden, wenn eine Zweydeutigkeit Statt haben kann.

7. Grundſ. Von einer Größe dieselbe abgezogen giebt Nichts oder es ist $A - A = 0$.

8. Grundſ. Eine Größe addiren oder subtrahiren und zugleich dieselbe Größe wieder in dem ersten Falle subtrahiren oder in dem zweyten addiren heißt sowol Nichts addiren, als auch Nichts subtrahiren oder es ist $\pm A \mp A = \pm 0$.

9. Lehrſ. Eine Größe, für sich allein ohne eine anderweitige Bedingung, als diejenige, welche ihre Natur mit sich bringt, gesetzt, ist additiv zu nehmen.

Bew. Es ist $A - A = 0$ (7). Folglich ist $A - A + A = 0 + A$ das ist wegen (8) $A = + A$.

10. Zuſ. Jede Bezeichnung $+ a$, die eine Größe ganz darstellt, deutet die Größe a an.

11. Zuſ. Und jede Bezeichnung $+ \bar{a}$, die eine Größe ganz darstellt, deutet $\bar{a}$ oder das Entgegengesetzte von a an (4).

12. **Lehrs.** Das Entgegengesetzte einer Größe ist die Größe selbst subtraktiv genommen.

Bew. Es sey die Größe a, so ist ihr Entgegengesetztes $\bar{a}$ (4). Nun ist aber $\bar{a} + a = 0$ (2). Folglich ist $\bar{a} + a - a = 0 - a$ das ist wegen (8) $\bar{a} = - a$.

13. Zus. Das Entgegengesetzte einer Größe a kann also durch $- a$ bezeichnet werden.

14. Zus. Weil $a = + a$ ist (11), so läßt sich das Entgegengesetzte einer Größe a auch durch die Bezeichnung $-(+ a)$ oder $- + a$ andeuten.

15. Zus. Da $\bar{a} = + \bar{a}$ (10) und $\bar{a} = - a$ (12) ist, so läßt sich das Entgegengesetzte der Größe a auch durch $+ (- a)$ oder $+ - a$ bezeichnen.

16. **Lehrs.** Anstatt einer Größe für sich allein ohne eine Bedingung kann ihr Entgegengesetztes, subtraktiv genommen, gesetzt werden.

Bew. Es sey die Größe a, so ist ihr Entgegengesetztes $\bar{a}$ (4). Nun ist $a + \bar{a} = 0$ (2). Folglich ist $a + \bar{a} - \bar{a} = 0 - \bar{a}$ das ist wegen (8) $a = - \bar{a}$.

17. Zus. Weil $\bar{a} = - a$ ist (12), so kann eine Größe auch durch $-(- a)$ oder $- - a$ bezeichnet werden.

18. **Lehrs.** Das Entgegengesetzte einer Größe addiren heißt die Größe selbst subtrahiren.

Bew. Es sey a die Größe, so ist ihr Entgegengesetztes $\bar{a}$ (4). Nun ist $a + \bar{a} = 0$ (2). Folglich ist $a + \bar{a} - a = 0 - a$ das ist wegen (7) $+ \bar{a} = - a$.

19. **Lehrs.** Das Entgegengesetzte einer Größe subtrahiren heißt die Größe selbst addiren.

Bew. Es sey die Größe a, so ist ihr Entgegengesetztes $\bar{a}$ (4). Nun ist $\bar{a} - \bar{a} = 0$ (7). Also ist $\bar{a} - \bar{a} + a = 0 + a$. Aber es ist $\bar{a} + a = 0$ (2). Folglich ist $- \bar{a} = + a$.

20. **Erkl.** Ein, zwischen Buchstaben der Größen gesetztes, liegendes Andreaskreuz ($\times$) soll andeuten, daß die vor solchem befindliche Größe mit der nach solchem stehenden multiplicirt werden soll.

21. **Lehrs.** Eine Größe mit dem Entgegengesetzten einer Größe oder dies Entgegengesetzte mit jener ersten Größe multipliciren ist einerley.

Bew. Es sey a die erste Größe und b die zweyte, so ist dieser ihr Entgegengesetztes $\bar{b}$ (4). Nun ist

$$a = a \quad \text{und} \quad \bar{b} + b = 0 \; (2)$$

$$\text{und} \quad \bar{b} + b = 0 \; (2) \quad \text{und} \quad a = a$$

und also $a \times \bar{b} + a \times b = 0$ und $\bar{b} \times a + b \times a = 0$.

Folglich ist $a \times \bar{b} + a \times b = \bar{b} \times a + b \times a$.

Aber es ist $a \times b = b \times a$.

Folglich ist $a \times \bar{b} + a \times b - a \times b = \bar{b} \times a + b \times a - b \times a$.

Das ist wegen (8) $a \times \bar{b} = \bar{b} \times a$.

Was heißt a mit $\bar{b}$ multipliciren? [illegible] symbolisch.

22. **Lehrs.** Eine Größe mit dem Entgegengesetzten einer Größe multipliciren heißt das Entgegengesetzte jener ersten Größe mit dieser letzteren Größe selbst multipliciren.

Bew.

Bew. Es sey die erste Größe a und die zweyte b, so ist das Entgegengesetzte von jener $\bar{a}$, von dieser $\bar{b}$. Nun ist

$$a = a \qquad \text{und} \qquad \bar{a} + a = 0 \; (2)$$

und $\qquad \bar{b} + b = 0 \; (2) \qquad$ und $\qquad b = b$

und also

$$a \times \bar{b} + a \times b = 0 \qquad \text{und} \qquad \bar{a} \times b + a \times b = 0.$$

Folglich ist

$$a \times \bar{b} + a \times b = \bar{a} \times b + a \times b.$$

Es ist aber $\qquad a \times b = a \times b.$

Folglich ist

$$a \times \bar{b} + a \times b - a \times b = \bar{a} \times b + a \times b - a \times b$$

das ist wegen (8) $\qquad a \times \bar{b} = \bar{a} \times b.$

23. Lehrs. Das Entgegengesetzte einer Größe mit dem Entgegengesetzten einer anderen Größe oder dies letztere Entgegengesetzte mit jenem ersteren multipliciren ist einerley.

Bew. Es seyn die beiden Entgegengesetzten, das erstere $\bar{a}$, das letztere $\bar{b}$. Nun ist

$$\bar{a} + a = 0 \qquad \text{und} \qquad \bar{b} + b = 0 \; (2)$$

und $\qquad \bar{b} = \bar{b} \qquad$ und $\qquad \bar{a} = \bar{a}$

und also

$$\bar{a} \times \bar{b} + a \times \bar{b} = 0 \qquad \text{und} \qquad \bar{b} \times \bar{a} + b \times \bar{a} = 0.$$

Folg-

Folglich ist

$$\bar{a} \times \bar{b} + a \times \bar{b} = \bar{b} \times \bar{a} + b \times \overset{m}{a}.$$

Es ist aber $\quad a \times \bar{b} = b \times \bar{a}$ (21 u. 22).

Folglich ist

$$\bar{a} \times \bar{b} + a \times \bar{b} - a \times \bar{b} = \bar{b} \times \bar{a} + b \times \bar{a} - b \times \bar{a}$$

das ist wegen (8) $\quad \bar{a} \times \bar{b} = \bar{b} \times \bar{a}$.

24. Lehrs. Die Entgegengesetzten von zwey Größen mit einander multipliciren heißt die Größen selbst mit einander multipliciren.

Bew. Es mögen $\bar{a}$ und $\bar{b}$ die Entgegengesetzten von zwey Größen seyn. Nun ist

$\bar{a} + a = 0$ und $a + \bar{a} = 0$ (2)

und $\bar{b} = \bar{b}$ und $b = b$

und also

$\bar{a} \times \bar{b} + a \times \bar{b} = 0$ und $a \times b + \bar{a} \times b = 0$.

Folglich ist

$$\bar{a} \times \bar{b} + a \times \bar{b} = a \times b + \bar{a} \times b.$$

Es ist aber $\quad a \times \bar{b} = \bar{a} \times b$ (22).

Folglich ist

$$\bar{a} \times \bar{b} + a \times \bar{b} - a \times \bar{b} = a \times b + \bar{a} \times b - \bar{a} \times b$$

das ist wegen (8) $\quad \bar{a} \times \bar{b} = a \times b$.

25. Erkl. Das aus der Musikalischen Zeichenkunst entlehnte Zeichen, ein Querstrich, durch welchen ein nach unten

hin

hin erhabener Kreisbogen geführt ist, ($\smile$) zwischen Buchstaben von Größen, die über einander gestellt sind, wird anzeigen, daß die obere Größe durch die untere dividirt werden soll.

26. Lehrs. Eine Größe durch das Entgegengesetzte einer anderen Größe dividiren oder das Entgegengesetzte jener ersten Größe durch diese letztere Größe selbst dividiren ist einerley.

Bew. Es sey die erste Größe a und die zweyte b, so ist das Entgegengesetzte von jener $\bar{a}$, von dieser $\bar{b}$. Nun ist

$$a \times b = \bar{a} \times \bar{b} \quad (24)$$

und $$\bar{b} \times b = \bar{b} \times b$$

und also $$\frac{a \times b}{\bar{b} \times b} = \frac{\bar{a} \times \bar{b}}{\bar{b} \times b}$$

das ist $$\frac{a}{\bar{b}} = \frac{\bar{a}}{b}$$

27. Lehrs. Das Entgegengesetzte einer Größe durch das Entgegengesetzte einer anderen Größe dividiren, heißt die erste Größe selbst durch die letzte Größe selbst dividiren.

Bew. Es seyn die beiden Entgegengesetzten, das erste $\bar{a}$ und das zweyte $\bar{b}$. Nun ist

$$\bar{a} + a = 0 \quad \text{und} \quad a + \bar{a} = 0 \ (2)$$

und $$\bar{b} = \bar{b} \quad \text{und} \quad b = b$$

und also $$\frac{\bar{a}}{\bar{b}} + \frac{a}{\bar{b}} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{a}{b} + \frac{\bar{a}}{b} = 0.$$

Folg-

Folglich ist $\underset{\bar{b}}{\overset{\bar{a}}{\smile}} + \underset{\bar{b}}{\overset{a}{\smile}} = \underset{b}{\overset{a}{\smile}} + \underset{b}{\overset{\bar{a}}{\smile}}.$

Es ist aber $\underset{\bar{b}}{\overset{a}{\smile}} = \underset{b}{\overset{\bar{a}}{\smile}}$ (26).

Folglich ist $\underset{\bar{b}}{\overset{\bar{a}}{\smile}} + \underset{\bar{b}}{\overset{a}{\smile}} - \underset{\bar{b}}{\overset{a}{\smile}} = \underset{b}{\overset{a}{\smile}} + \underset{b}{\overset{\bar{a}}{\smile}} - \underset{b}{\overset{\bar{a}}{\smile}}$

das ist wegen (8) $\underset{\bar{b}}{\overset{\bar{a}}{\smile}} = \underset{b}{\overset{a}{\smile}}.$

Da der Raum hier schon sehr enge wird, so lasse ich die Sätze über die 4 Rechnungsarten oder sogenannten Species mit entgegengesetzten Größen für den nächsten Brief.

Wolfenbüttel, am 2ten May 1797.

---

## Dritter Brief.

In dem letzten Briefe bin ich in der Ausspähung der Natur des Entgegengesetzten der Größen bis zu den 4 Species gekommen. Gegenwärtiger Brief wird sie enthalten.

### Addition.

28. Lehrs. Die Summe der Entgegengesetzten von zwey Größen ist die subtraktiv gesetzte Summe der beiden Größen selbst.

Bew. Es mögen die beiden Entgegengesetzten $\bar{a}$ und $\bar{b}$ seyn, so ist ihre Summe $\bar{a} + \bar{b}$. Man setze

$$\bar{a} + \bar{b} = \bar{c}.$$

Nun ist $c = a + b$ (4)

und also $\bar{c} = (a \,\overline{+}\, b)$ (4).

Es ist aber $(a \,\overline{+}\, b) = -(a + b)$ (12 u. 13).

Folglich ist $\bar{a} + \bar{b} = \bar{c} = (a \,\overline{+}\, b) = -(a + b)$.

29. Zus. Da $\bar{a} = -a$ (12) und $+\bar{b} = -b$ (18) ist, so läßt sich auch die Summe $\bar{a} + \bar{b}$ durch $-a - b$ ausdrücken.

30. Lehrs. Die Summe von zwey entgegengesetzten Größen ist die Differenz beider Größen, als nicht entgegengesetzte, das heißt absolut, betrachtet, die, deren Entgegengesetztes genommen ist, als subtrahirende gesetzt.

Bew. Es sey die eine entgegengesetzte Größe a und die andere $\bar{b}$ und die Summe

Ister Fall. $a + \bar{b}$.

Nun ist aber $+\bar{b} = -b$ (18).

Folglich ist $a + \bar{b} = a - b$.

IIter Fall. $\bar{b} + a$.

Nun ist aber $\bar{b} + a = a + \bar{b}$.

Folglich ist $\bar{b} + a = a - b$ (Ister Fall).

31. Zus. Da $\bar{b} = - b$ (12), so läßt sich die Summe $a + \bar{b} = \bar{b} + a$ auch durch $a + (- b)$ und durch $- b + a$ darstellen.

32. Zus. Die Summe von mehreren entgegengesetzten Größen ist also die Differenz der Summen der Größen absolut genommen, die Summe der Größen, deren Entgegengesetzte gegeben sind, als subtrahirende Größe betrachtet. So ist z. B.

$$a + \bar{b} + c + \bar{d} + e + \bar{f} = (a + c + e) - (b + d + f).$$

## Subtraktion.

**Lehrs.** Die Differenz der Entgegengesetzten von zwey Größen ist die Differenz der beiden Größen selbst, aber verwechselt.

**Bew.** Es seyn $\bar{a}$ und $\bar{b}$ die beiden Entgegengesetzten und die Differenz also

$$\bar{a} - \bar{b}.$$

Nun ist $\quad - \bar{b} = + b$ (19);

also ist $\quad \bar{a} - \bar{b} = \bar{a} + b.$

Aber es ist $\quad \bar{a} + b = b - a$ (30).

Folglich ist $\quad \bar{a} - \bar{b} = b - a.$

34. Zus. Da $\bar{a} = - a$ (12) und $- \bar{b} = + b$ (19) ist, so läßt sich auch die Differenz $\bar{a} - \bar{b}$ durch $- a + b$ ausdrücken.

35. **Lehrs.** Die Differenz von zwey entgegengesetzten Größen ist I) die S u m m e beider Größen absolut betrach-

tet,

tet, wenn das gegebene Entgegengesetzte die subtrahirende, und II) die subtraktiv genommene Summe beider Größen absolut betrachtet, wenn das Entgegengesetzte die zu verringernde Größe ist.

Bew. Es mögen die entgegengesetzten Größen a und $\bar{b}$ seyn, so ist ihre Differenz

Ister Fall. entweder $a - \bar{b}$.

Nun ist $-\bar{b} = +b$ (19).

Folglich ist $a - \bar{b} = a + b$.

IIter Fall. oder $\bar{b} - a$.

Nun ist $-a = +\bar{a}$ (18).

Folglich ist $\bar{b} - a = \bar{b} + \bar{a} = -(a + b)$ (28).

36. Zus. Da $\bar{b} = -b$ (12) ist, so läßt sich die Differenz $a - \bar{b}$ darch $a - (-b)$ oder $a - - b$ und die $\bar{b} - a$ durch $(-b) - a$ oder $-b - a$ ausdrücken.

37. Zus. Die Differenz von mehreren entgegengesetzten Größen ist also, wenn die gegebenen Entgegengesetzten die $\left\{\begin{matrix}\text{subtrahirenden}\\ \text{zu verringernden}\end{matrix}\right\}$ Größen sind, die $\left\{\begin{matrix}\text{additiv}\\ \text{subtraktiv}\end{matrix}\right\}$ genommene Summe der Größen absolut betrachtet. So ist z. B.

im Isten Falle $a - \bar{b} + c - \bar{d} + e - \bar{f} = a + b + c + d + e + f$

und im IIten Falle $\bar{a} - b + \bar{c} - d + \bar{e} - f = -(a + b + c + d + e + f)$.

## Multiplikation.

38. Erkl. Das Produkt aus der Multiplikbtion von Größen soll dadurch angedeutet werden, daß die Buchstaben der Größen dicht neben einander gesetzt sind. So ist z. B. ab das Produkt von $a \times b$.

39. Lehrs. Das Produkt aus den Entgegengesetzten von zwey Größen ist das Produkt aus den beiden Größen selbst.

Bew. Es mögen die beiden Entgegengesetzten $\bar{a}$ und $\bar{b}$ und ihr Produkt (38) $\overline{ab}$ seyn. Nun ist aber

$$\bar{a} \times \bar{b} = a \times b \ (24)$$

und das Produkt von $a \times b = ab$ (38).

Folglich ist $\overline{ab} = ab$.

40. Zus. Nach (23) ist $\bar{a} \times \bar{b} = \bar{b} \times \bar{a}$ und also $\overline{ab} = \overline{ba}$. Nun ist aber $\overline{ba} = ba$ (39). Folglich ist $\overline{ab} = ab = \overline{ba} = ba$.

41. Zus. Da $\bar{a} = -a$ und $\bar{b} = -b$ (12) ist, so läßt sich das Produkt der beiden Entgegengesetzten (39) auch durch $(-a)(-b)$ und $(-b)(-a)$ darstellen (39 u. 40).

42. Lehrs. Das Produkt aus zwey entgegengesetzten Größen ist das subtraktiv genommene Produkt aus den beiden Größen absolut betrachtet.

Bew. Es sey die eine entgegengesetzte Größe a und die andere $\bar{b}$. Das Produkt ist dann

Ister

Ister Fall. entweder $a\bar{b}$ (38).

Nun ist $a + \bar{a} = 0$ (2)

und $\bar{b} = \bar{b}$.

Daher ist $a \times \bar{b} + \bar{a} \times \bar{b} = 0$

und also $(a\bar{b}) + (\bar{a}\bar{b}) = 0$.

Es ist aber $\bar{a}\bar{b} = ab$ (39).

Folglich ist $(a\bar{b}) + (\bar{a}\bar{b}) - (\bar{a}\bar{b}) = 0 - (ab)$

das ist wegen (8) $a\bar{b} = -(ab)$.

IIter Fall. oder $\bar{b}a$ (38).

Nun ist $\bar{b} + b = 0$ (2)

und $a = a$.

Daher ist $\bar{b} \times a + b \times a = 0$

und also $(\bar{b}a) + (ba) = 0$.

Es ist aber $ba = ba$.

Folglich ist $(\bar{b}a) + (ba) - (ba) = 0 - (ba)$

das ist wegen (8) $\bar{b}a = -(ba)$.

43. Zus. Es ist $a \times \bar{b} = \bar{b} \times a$ (21) und also $a\bar{b} = \bar{b}a$. Folglich ist $a\bar{b} = -(ab) = \bar{b}a = -(ba)$.

44. Zus. Es ist $\bar{a} \times b = a \times \bar{b}$ (22) und also $\bar{a}b = a\bar{b}$. Folglich ist $\bar{a}b = a\bar{b} = -(ab) = -(ba)$.

45. Zus. Da $\bar{a} = -a$ und $\bar{b} = -b$ (12) ist, so kann das Produkt aus den beiden entgegengesetzten Größen in (42) auch durch $a(-b)$, $(-b)a$, $-ba$, $(-a)b$ und $-ab$ bezeichnet werden.

46. Zus. Das Produkt aus mehreren Größen, sie mögen nun die Entgegengesetzten von Größen oder entgegengesetzte Größen seyn, ist daher, wenn die Anzahl der Größen, deren Entgegengesetzten gegeben sind, $\left\{\begin{matrix}\text{gerade}\\ \text{ungerade}\end{matrix}\right\}$ ist, das $\left\{\begin{matrix}\text{additiv}\\ \text{subtraktiv}\end{matrix}\right\}$ genommene Produkt aus allen Größen absolut betrachtet. So ist z. B. das Produkt von

Ister Fall. $\bar{a} \times b \times \bar{c} \times \bar{d} \times \bar{e} \times f = abcdef$,

und IIter Fall. $\bar{a} \times b \times \bar{c} \times d \times \bar{e} \times f = -(abcdef)$

$= -\ abcdef$ (45).

## Division.

47. Erkl. Der Quotient aus einer Größe dividirt durch eine zweyte wird dadurch angedeutet werden, daß jene Größe über diese gesetzt ist und beide durch einen Querstrich getrennt sind. So ist z. B. $\frac{a}{b}$ der Quotient von $\overset{a}{\underset{b}{\smile}}$.

48. Lehrs. Der Quotient aus den Entgegengesetzten von zwey Größen ist der Quotient aus den beiden Größen selbst.

Bew. Es mögen $\bar{a}$ und $\bar{b}$ die beiden Entgegengesetzten und ihr Quotient $\frac{\bar{a}}{\bar{b}}$ (47) seyn.

Nun ist $\overset{\bar{a}}{\underset{\bar{b}}{\smile}} = \overset{a}{\underset{b}{\smile}}$ (27)

und der Quotient von $\overset{a}{\underset{b}{\smile}} = \frac{a}{b}$ (47).

Folglich ist $\frac{\bar{a}}{\bar{b}} = \frac{a}{b}$.

49. Zus. Da $\bar{a} = -a$ und $\bar{b} = -b$ (12) ist, so ist der Quotient der beiden Entgegengesetzten (48) auch durch $\frac{-a}{-b}$ zu bezeichnen.

50. Lehrs. Der Quotient aus zwey entgegengesetzten Größen ist der subtraktiv genommene Quotient aus den beiden Größen selbst.

Bew. Es mögen die beiden entgegengesetzten Größen $a$ und $\bar{b}$ seyn. Der Quotient ist dann

Ister Fall. entweder $\frac{a}{\bar{b}}$ (47).

Nun ist $a + \bar{a} = 0$ (2)

und $\bar{b} = \bar{b}$.

Daher ist $\overset{a}{\underset{\bar{b}}{\smile}} + \overset{\bar{a}}{\underset{\bar{b}}{\smile}} = 0$.

und also $\left(\frac{a}{\bar{b}}\right) + \left(\frac{\bar{a}}{\bar{b}}\right) = 0$.

Es ist aber $\frac{\bar{a}}{\bar{b}} = \frac{a}{b}$ (48).

Folglich ist $\left(\frac{a}{\bar{b}}\right) + \left(\frac{\bar{a}}{\bar{b}}\right) - \left(\frac{\bar{a}}{\bar{b}}\right) = 0 - \left(\frac{a}{b}\right)$

das ist wegen (8) $\frac{a}{\bar{b}} = -\left(\frac{a}{b}\right)$.

IIter Fall. oder $\frac{\bar{b}}{a}$ (47).

Nun ist $\bar{b} + b = 0$ (2)

und $a = a$.

Daher ist $\frac{\bar{b}}{a} + \frac{b}{a} = 0$

und also $\left(\frac{\bar{b}}{a}\right) + \left(\frac{b}{a}\right) = 0$.

Es ist aber $\frac{b}{a} = \frac{b}{a}$.

Folglich ist $\left(\frac{\bar{b}}{a}\right) + \left(\frac{b}{a}\right) - \left(\frac{b}{a}\right) = 0 - \left(\frac{b}{a}\right)$

das ist wegen (8) $\frac{b}{\bar{a}} = -\left(\frac{b}{a}\right)$.

51. Zus. Es ist $\frac{\bar{a}}{b} = \frac{a}{\bar{b}}$ (26) und also $\frac{\bar{a}}{b} = \frac{a}{\bar{b}}$. Folglich ist auch $\frac{\bar{a}}{b} = -\left(\frac{a}{b}\right)$ (50).

52. Zus. Folglich ist auch $\frac{b}{\bar{a}} = -\left(\frac{b}{a}\right)$ (50).

53. Zus. Da $\bar{a} = -a$ und $\bar{b} = -b$ (12) ist, so kann jeder Quotient wie $\frac{a}{\bar{b}}$ und $\frac{\bar{a}}{b}$ auch durch $-\frac{a}{b}$, $\frac{a}{-b}$, $\frac{-a}{b}$ ausgedrückt werden (50 — 52).

Hier hätte ich nun das Vergnügen gehabt, Ihnen, theuerster Herr Professor, die eigentliche Lehre von den entgegengesetzten Größen so, wie solche meiner Meinung nach darzustellen seyn möchte, ganz vorgelegt zu haben. Gewöhnlich fügt man ihr das Verfahren in der Rechnung mit absolut betrachteten Größen, das eigentlich nur eine Folge aus ihr ist, bey. Deshalb werde ich mir in dem nächsten Briefe die Freyheit nehmen, dieses Verfahren durch jene Lehre zu erweisen.

Wolfenbüttel, am 6ten May 1797.

---

## Vierter Brief.

In dem letzten Briefe habe ich die eigentliche Lehre von den entgegengesetzten Größen beendigt. Es liegt mir nun noch ob, die Sätze aufzustellen, worauf beruht

### Die Rechnung mit absolut betrachteten Größen.

54. Lehrs. In der Rechnung mit absolut betrachteten Größen heißt eine Größe, die das Additions- oder Subtraktions-Zeichen vor sich hat, zu einer anderen, bey wel-

welcher ein Gleiches Statt hat, addiren, sie durch das Zeichen, das sie führt, mit dieser verbinden.

Bew. Es sey eine Größe $a - b$, wozu die Größe $c - d + e$ addirt werden soll: so ist die Summe

$$= (a - b) + (c - d + e)$$

Aber es ist $c - d + e = c + \overline{d} + e$ (18).

Also ist $(a - b) + (c - d + e) = (a - b) + (c + \overline{d} + e) = a - b + c + \overline{d} + e$.

Nun ist aber $a - b + c + \overline{d} = a - b + c - d$ (30).

Folglich ist

$$(a - b) + (c - d + e) = a - b + c - d + e.$$

55. Lehrs. In der Rechnung mit absolut betrachteten Größen heißt eine Größe, die das Additions- oder Subtraktions-Zeichen vor sich hat, von einer andern, wobey ein Gleiches Statt hat, subtrahiren, sie bey dem $\left\{\begin{matrix}\text{Additions}\\ \text{Subtraktions}\end{matrix}\right\}$-Zeichen durch das $\left\{\begin{matrix}\text{Subtraktions}\\ \text{Additions}\end{matrix}\right\}$-Zeichen mit dieser verbinden.

Bew. Es sey eine Größe $a - b$, wovon die Größe $c - d + e$ abzuziehen ist: so ist die Differenz

$$= (a - b) - (c - d + e).$$

Nun ist $c - d + e = c + \overline{d} + e$ (18).

Also ist

$$(a - b) - (c - d + e) = (a - b) - (c + \overline{d} + e)$$
$$= a - b - c - \overline{d} - e.$$

Es ist aber $a - b - c - \overline{d} = a - b - c + d$ (35).

Folglich ist

$$(a - b) - (c - d + e) = a - b - c + d - e.$$

56.

56. In der Rechnung mit absolut betrachteten Größen heißt eine Größe, die das Additions = oder Subtraktions= Zeichen vor sich hat, durch eine Größe, bey welcher ein Gleiches gilt, multipliciren, das Produkt bey $\left\{\begin{matrix}\text{gleichen}\\ \text{ungleichen}\end{matrix}\right\}$ Zeichen der Größen mit dem $\left\{\begin{matrix}\text{Additions}\\ \text{Subtraktions}\end{matrix}\right\}$ = Zeichen setzen.

Bew. Es sey eine Größe $a - b + c$ durch eine Größe $d - e + f$ zu multipliciren: so ist das Produkt

$$= (a --- b + c)(d - e + f)\ (38).$$

Nun ist $a - b = a + \overset{-}{b}$ und $d - e = d + \overset{-}{e}$ (18)

und also $a - b + c = a + \overset{-}{b} + c$ und $d - e + f = d + \overset{-}{e} + f$.

Daher ist $(a - b + c) \times (d - e + f) = (a + \overset{-}{b} + c) \times (d + \overset{-}{e} + f)$

$$= (a + \overset{-}{b} + c) \times d + (a + \overset{-}{b} + c) \times \overset{-}{e} + (a + \overset{-}{b} + c) \times f$$

$$= a \times d + \overset{-}{b} \times d + c \times d + a \times \overset{-}{e} + \overset{-}{b} \times \overset{-}{e} + c \times \overset{-}{e} + a \times f + \overset{-}{b} \times f + c \times f$$

und also $(a - b + c)(d - e + f) = ad + \overset{-}{bd} + cd + \overset{-}{ae} + \overset{--}{be} + \overset{-}{ce} + af$
$+ \overset{-}{bf} + cf$.

Es ist aber

$\overset{-}{bd} = - bd$ (42 u. 45); $\overset{-}{ae} = - ae$ (42 u. 45); $\overset{--}{be} = be$ (39);
$\overset{-}{ce} = - ce$ (42) und $\overset{-}{bf} = - bf$ (42).

Folglich ist

$$(a - b + c)(d - e + f) = ad + (- bd) + cd + (- ae) + be + (- ce) + af + (- bf) + cf$$

das ist wegen (54)

$$(a - b + c)(d - e + f) = ad - bd + cd - ae + be - ce + af - bf + cf.$$

57. Zus. Dieser Satz (56) wird gewöhnlich so ausgedrückt: $\left\{\begin{matrix}\text{einerley}\\ \text{verschiedene}\end{matrix}\right\}$ Zeichen der Faktoren geben in der Multiplikation $\left\{\begin{matrix}+\\ -\end{matrix}\right\}$.

58. Lehrs. In der Rechnung mit absolut betrachteten Größen heißt eine Größe, die das Additions- oder Subtraktions-Zeichen vor sich hat, durch eine andere, wofür das auch gilt, dividiren den Quotienten bey $\left\{\begin{matrix}\text{gleichen}\\ \text{ungleichen}\end{matrix}\right\}$ Zeichen der Größen mit dem $\left\{\begin{matrix}\text{Additions}\\ \text{Subtraktions}\end{matrix}\right\}$-Zeichen setzen.

Bew. Es sey eine Größe $a - b + c$, die dividirt werden soll durch

Ister Fall. Die Größe $+ e$: so ist der Quotient

$$= \frac{a - b + c}{+ e} \text{ (47).}$$

Nun ist $\quad a - b + c = a + \bar{b} + c$ (18)

und $\quad + e = e$ (10).

Daher ist $\quad \dfrac{a - b + c}{+ e} = \dfrac{a + \bar{b} + c}{e} = \dfrac{a}{e} + \dfrac{\bar{b}}{e} + \dfrac{c}{e}$,

und also $\quad \dfrac{a - b + c}{+ e} = \dfrac{a}{e} + \dfrac{\bar{b}}{e} + \dfrac{c}{e}$.

Es ist aber $\quad \dfrac{\bar{b}}{e} = -\dfrac{b}{e}$ (50 u. 53).

Folglich ist $\quad \dfrac{a - b + c}{+ e} = \dfrac{a}{e} + \left(-\dfrac{b}{e}\right) + \dfrac{c}{e}$

das

das ist wegen (54)

$$\frac{a-b+c}{+e} = \frac{a}{e} - \frac{b}{e} + \frac{c}{e}.$$

IIter Fall. Die Größe $-e$: so ist der Quotient

$$= \frac{a-b+c}{-e}.$$

Nun ist $\quad a-b+c = a+\bar{b}+c$ (18)

und $\quad -e = \bar{e}$ (12).

Daher ist $\quad \frac{a-b+c}{-e} = \frac{a+\bar{b}+c}{\bar{e}} = \frac{a}{\bar{e}} + \frac{\bar{b}}{\bar{e}} + \frac{c}{\bar{e}}$

und also $\quad \frac{a-b+c}{-e} = \frac{a}{\bar{e}} + \frac{\bar{b}}{\bar{e}} + \frac{c}{\bar{e}}.$

Es ist aber $\frac{a}{\bar{e}} = -\frac{a}{e}$ (50 u. 53); $\frac{\bar{b}}{\bar{e}} = \frac{b}{e}$ (48) und

$\frac{c}{\bar{e}} = -\frac{c}{e}$ (50 u. 53).

Folglich ist $\quad \frac{a-b+c}{-e} = \left(-\frac{a}{e}\right) + \frac{b}{e} + \left(-\frac{c}{e}\right)$

das ist wegen (54)

$$\frac{a-b+c}{-e} = -\frac{a}{e} + \frac{b}{e} - \frac{c}{e}.$$

59. Zus. Diesen Satz (58) drückt man gewöhnlich so aus:

$\left\{\begin{matrix}\text{einerley}\\ \text{verschiedene}\end{matrix}\right\}$ Zeichen geben bey der Division $\left\{\begin{matrix}+\\ -\end{matrix}\right\}$.

Die-

Dieser Brief enthält nicht alles, was über den darin abgehandelten Gegenstand beygebracht werden kann. Ich hoffe die Vermeidung der Weitläuftigkeit, da zumal das Uebergangene unmittelbar aus der eigentlichen Lehre von den entgegengesetzten Größen fließt, und meine gegenwärtige Zerstreuung werden mich bey Ihnen darüber entschuldigen.

So hätte ich Ihnen, hochgeehrtester Herr Professor, nun die ganze Darstellung der Lehre von den entgegengesetzten Größen nach meiner Meynung überreicht. Ihr gütiges Urtheil darüber wird mir von großer Wichtigkeit seyn, weil Sie aus dem Grunde, den ich im zweyten Briefe (S. 4.) äusserte, solche sogleich richtig fassen werden. Ihr Tadel darüber giebt mir eine wichtigere Belehrung, als Ihre Zufriedenheit damit.

Wolfenbüttel, am 19ten May 1797.

# Die Lehre

von den

# entgegengesetzten Größen

in

# einem neuen Gewande.

Ein Versuch von einer deutlicheren Darstellung jener Lehre, als die gewöhnliche seyn möchte, in Briefen an Herrn Professor Hellwig in Braunschweig.

von

D. H. D. Wilckens,

der Forst- und Jagd-Societät zu Waltershausen ordentlichem auswärtigen Mitgliede.

Braunschweig,

gedruckt und im Verlage bey Karl Reichard,

1800.