COMMENTATIO

DE

ABERRATIONIBVS STELLARVM FIXARVM COMPVTANDIS

QVA

AD AVDIENDAM

ORATIONEM

ADITIALEM MVNERIS

MATHESIN ET PHYSICAM

PVBLICE DOCENDI

DIE 12. APRILIS A. cIↃ IↃ CCLXXXVII.

HABENDAM

HVMANISSIME INVITAT

IOHANNES TOBIAS MAYER.

ERLANGAE

TYPIS KVNSTMANNIANIS.

§. I.

Doctrinam de aberrationibus ſtellarum fixarum ad difficiliora aſtronomiae capita referri, et in inſtitutionibus huius ſcientiae paululum obſcure ſolere pertractari, nemo in hiſce rebus ſtudiorum ſuorum initii memor, eſt infitiaturus. Oſtendi nimirum ſolet, motum *apparentem* fixarum a luminis propagatione ſucceſſiva, et motu telluris in orbita ſua, oriundum, conſiſtere in eo, ut ſtella quaevis intra anni ſpatium, parvam ellipſin in coelo videatur deſcribere, cuius axis major, in ſphaera coeleſti arcum conſtantem 40 minutorum ſecundorum, plano ecliptices ſemper parallelum metiatur, minor vero pro ratione ſinus latitudinis fixae varietur, et pro ſtella quidem in polo ecliptices poſita itidem arcum 40 ſec. ſubtendat, pro alia vero, in ipſo plano ecliptices conſtituta evaneſcat, ita ut ſtella, quae careat latitudine, in longitudinem duntaxat aberrare videatur, dum alia in polo ecliptices ſita, ellipſin hoc caſu in circulum diametri 40 ſecundorum abeuntem, deſcribere ſit intelligenda. Hae, ut ſolent vocari, ellipſes aberrationum, cum doctrina proiectionum cohaerent, ope vero earum, aſtronomi ſtellarum ſitus reſpectu aequatoris mutatos, h. e. aberrationes in declinationem et rectaſcenſionem earum ſolent computare, aliaque exinde deducere, quae in hoc negotio aſtronomorum praxi ſubveniunt, quemadmodum ex diſſertationibus Clairautii (Mem. de l'Acad. de Paris 1737) Simpſonii (Eſſays on ſeveral ſubiects 1740) Caillii in lectionibus aſtronomicis, D. de la Lande (Aſtronomie liv. 17) aliorumque, ulterius licet perſpicere.

Sed plerumque accidit tyronibus, ut motuum apparentium et proiectionum theoria optica, nondum ſatis verſati, non tantum in ellipſibus illis apparentibus, quovis caſu diſtincte ſibi repreſentandis, ſed potius adhuc in ipſis regulis, pro computu aberrationum exinde methodo graphica deducendis, et quocunque caſu ſine errandi periculo applicandis, aqua ipſis ſoleat haerere, nec diffiteor, me quoque, cum aſtronomiae ſtudium inchoarem, in hac aberrationum theoria maiorem ſimplicitatem deſideraſſe. Hinc, facturusne operae pretium ſim, ſi miſſis quidem ellipſibus illis, et prolixiori exinde nata figurarum ambage, hanc doctrinam analytice potius perſcripſerim, iudicio aliorum quidem relinquo; mihi vero ea, quae iam tradam, prae ceteris ſatisfecere. Forſan et aliis haud ingratum laborem ſuſcepiſſe videar.

§. 2

1) Repreſentet igitur Circulus ♈⊙V in ſphaera fixarum eclipticam, et in ejus plano, figura $\gamma OQT\gamma$, orbitam telluris, in cuius loco T, tempore quocunque dato haereat tellus, in qua oculus ſit conſtitutus, qui obſervet Solem C iuxta rectam T C prolongatam in loco ⊙ Ecliptices, ita, ut poſito in ♈ initio arietis, ſit ♈⊙ , vel quoque angulus γC⊙, longitudo Solis vera, conſueto more, ex ephemeridibus, pro tempore dato, excerpenda.

2) Ducatur jam a ſtella quadam fixa S, cuius latitudinem hic borealem aſſumo, linea quaedam recta ST ad oculum

lum spectatoris, eritque (demissa ex puncto quodam L, ipsius ST, perpendiculari LM, in planum eclipticae, iunctaque TM) angulus STM, latitudo stellae vera, angulus vero ☉TM elongatio eiusdem a Sole, iuxta Eclipticam numerata, ubi ceterum stellam in figura proposita, ita assumo, ut, ducta tangente, vel perpendiculari Tt in ☉T, versus eandem plagam, iuxta quam tellus T in directione Tr, in orbita sua movetur, angulus MTr sit acutus, vel saltem minor 90°.

3. His itaque positis, recta Tt, in directione tangentis Tr sumta, exprimat celeritatem telluris in loco T orbitae suae, recta vero aT, in directione ST, luminis a fixa quadam stella venientis velocitatem, facileque potest demonstrari, oculum in T constitutum, celeritate quidem Tt motum, a lumine vero iuxta directionem aT perculsum, stellam haud in loco suo vero S, fore percepturum, sed eandem in plano anguli STr iuxta aliam directionem Ts, a recta TS exiguo angulo STs, a ratione celeritatum telluris in orbita, et luminis, pendente, aberrantem, esse conspicaturum. Ponatur scilicet in *Fig.* 2, rectas Tt, TS, eandem habere significationem, quam illis dedimus in figura 1, sumtasque esse Tt, Ta, in ratione velocitatum telluris in orbita sua, et luminis, constructo parallelogrammo $a\tau\alpha t$, facile erit demonstrare, diagonalem $T\alpha$, expressuram esse directionem, iuxta quam stella, oculo in T constituto, a vero suo loco S, angulo $ST\alpha$ aberrans, sit comparitura h. e. in directione TS *verum* sideris, in diagonali vero $T\alpha$, utcunque prolongata, *visum* sive *apparentem* eius *locum* s, iri repertum.

4. Hunc angulum deviationis $ST\alpha$, *aberrationem*, planum vero STt (Fig. 2) sive STr (Fig. 1), *planum aberrationis* solent vocare astronomi.

5. Ope eclipsium satellitum iovis cognoverunt astronomi, celeritatem mediam telluris in orbita sua ad eam luminis, esse in ratione 1 : 10313.

 Sum-

Sumtis igitur Fig. 2 rectis, $Tt = 1$; $Ta = 10313$, positoque angulo STt, quem constituit recta ad locum verum stellae S, cum directione Tt telluris in orbita sua, $= \Psi$, fiet angulus $\alpha aT = 180^\circ - \Psi$ et in triangulo αaT, cognitis $a\alpha = 1$; $aT = 10313$, posito sinu toto $= 1$, erit

$$\tang \alpha Ta = \frac{a\alpha \ \sin \alpha aT}{aT - a\alpha \cos \alpha aT}$$
$$= \frac{\sin \Psi}{10313 + \cos \Psi}$$

6. Cum vero angulus αTa semper sit admodum exiguus, potest poni $\tang \alpha Ta = \alpha Ta$ in partibus sinus totius. Porro erit quoque semper sine errore sensibili $10313 + \cos\Psi = 10313$. Hinc proxime

$$\alpha Ta = \frac{\sin \Psi}{10313}$$

vel in minutis secundis

$$\alpha Ta = \frac{\sin \Psi . \ 206264''}{10313} = 20'' \sin \Psi$$

quae igitur quantitas, aberrationem fixae, in plano STr exprimet; hoc vero angulo STs (Fig. 1) $= 20'' \sin \Psi$, raro astronomi utuntur, sed potius solent computare, quae exinde consequatur aberratio, tam in longitudinem, quam in latitudinem fixae.

7. Cum scilicet observator T, stellam S non in loco suo vero S, sed eandem in plano aberrationis STr, iuxta directionem Ts, a vera TS angulo $20'' \operatorname{Sin} \Psi$ aberrantem conspiciat, facile patebit, hac aberratione, non modo elongationem veram stellae a Sole, hinc quoque eius longitudinem, sed etiam latitudinem eius veram paululum mutari. Sit l punctum quoddam in directione apparenti Ts pro lubitu assumtum, ab eoque perpendiculum lm, in planum eclipticae demissum, erit angulus lTm *latitudo stellae apparens*, angulus

vero $mT\odot$ *elongatio eius a Sole apparens*, quae igitur quantitates omnino, a veris LTM, $MT\odot$ (2) differre censentur. Erit scilicet angulus exiguus mTM mutatio elongationis stellae a sole, ab aberratione luminis oriunda, differentia autem angulorum LTM – lTm, exinde consecuta latitudinis variatio, quas igitur quantitates sequenti problemate invenire docebimus.

§. 3.

Problema.

Reperire aberrationes tam latitudinis fixae, quam elongationis eiusdem a sole

Sol. Vocentur latitudo vera $LTM = \beta$, elongatio vera $MT\odot = \varepsilon$.

8. Latitudinem hinc sumo borealem, elongationem vero minorem 180°, ita ut angulus rTM (2) $= \varepsilon - 90°$, acutus sit, versus eandem plagam, iuxta quam excurrit directio prolongata Tt.

9. Iam ex puncto quodam L rectae TS (2) in tangentem Trt perpendicularis Lp demittatur, iunctaque pM, erit angulus LpM inclinatio plani aberrationis (4) ad eclipticam, quae vocetur $LpM = B$.

Si igitur linearum in Fig. 3 constructarum significatio eadem sit, quae Fig. 1, circa punctum T nanciscimur angulum solidum, ternis angulis planis $LTM = \beta$, $pTM = \varepsilon - 90°$, $pTL = \Psi$ comprehensum, quorum inclinatio ad se invicem ita se habet, ut sit angulus inclinationis planorum LpM, et pTM rectus, bina vero plana TpL, pTM sub angulo $LpM = B$ (9) ad se invicem inclinentur. Quare ex regulis Trigonometriae sphaericae, hae binae aequationes haud difficulter reperientur

$$\operatorname{tang} B = \frac{\operatorname{tang} \beta}{\sin(\varepsilon - 90°)}$$

$$\cos \Psi = \cos \beta \cos(\varepsilon - 90°)$$

 10. Quia

10. Quia vero aberrationes, ſive angulos exiguos STs, MTm (Fig. 1) ut et differentias latitudinum, verae LTM et viſae lTm, tanquam differentialia quantitatum Ψ, ε et β licet conſiderare, ſimulque harum quantitatum Ψ, ε, β relationes aequationibus inventis (9) contineantur, in quibus angulum B pro eo momento, quo tellus in loco T orbitae ſuae haeret, tanquam conſtantem poſſumus tractare, ponendo dtang B = o, differentiandoque, has binas ſequentes aequationes differentiales, pro relatione aberrationum $d\Psi$, $d\varepsilon$, $d\beta$ porro nanſciſcemur.

I. $\sin(\varepsilon - 90^\circ)\, d\beta - \sin\beta \cos\beta \cos(\varepsilon - 90^\circ)\, d\varepsilon = 0$

II. $d\Psi \sin\Psi = \cos(\varepsilon - 90^\circ) \sin\beta\, d\beta + \cos\beta \sin(\varepsilon - 90^\circ)\, d\varepsilon.$

Quae posterior ob $d\Psi = 20'' \sin\Psi$ (6) abit in

III. $20'' \sin\Psi^2 = \cos(\varepsilon - 90^\circ) \sin\beta\, d\beta + \cos\beta \sin(\varepsilon - 90^\circ)\, d\varepsilon.$

11. Ex priori (I) fit

$$d\beta = \frac{\sin\beta \cos\beta \cos(\varepsilon - 90^\circ)}{\sin(\varepsilon - 90^\circ)}\, d\varepsilon$$

qui valor in poſteriorem III ſubſtitutus praebet.

12. $$d\varepsilon = 20''. \frac{\sin(\varepsilon - 90^\circ) \sin\Psi^2}{\cos\beta\,(\sin\beta^2 \cos(\varepsilon - 90^\circ)^2 + \sin(\varepsilon - 90^\circ)^2)}$$

13. Facile autem deducitur ex (9), fore

$$\sin\Psi^2 = \sin(\varepsilon - 90^\circ)^2 + \sin\beta^2 \cos(\varepsilon - 90^\circ)^2$$

14. Quocirca fiet (12) multo ſimplicius

$$d\varepsilon = 20'' \frac{\sin(\varepsilon - 90^\circ)}{\cos\beta}$$

et hinc (11)

$$d\beta = 20'' \sin\beta \cos(\varepsilon - 90^\circ)$$

quae igitur formulae exprimunt aberrationes fixae reſpectu eius elongationis a ſole, eiusdemque latitudinis, ita, ut poſitis

elongatione vera fixae a ſole	$= \varepsilon$
latitudine eiusdem vera	$= \beta$
elongatione apparenti	$= E$
latitudine apparenti	$= b$

eſſe

esse debeat $E = \varepsilon - 20'' \dfrac{\sin(\varepsilon - 90^\circ)}{\cos\beta}$ seu

$$b = \beta - 20'' \sin\beta \cos(\varepsilon - 90^\circ)$$

quoniam scilicet sub conditionibus in (2) assumtis h. e. ponendo latitudinem stellae borealem, et angulum $\varepsilon - 90^\circ$ recto minorem, non modo angulus $pTS = \Psi$, quantitate $d\Psi = 20'' \sin\Psi$ decrescat, sed quoque elongatio apparens et latitudo stellae visa, minores esse debeant veris, adeoque differentialia $d\Psi$, $d\varepsilon$, et $d\beta$ ut negativa spectentur.

15. Per centrum solis C (Fig 1) agantur iam rectis TM, et Tm parallelae Cw, et Cx, eritque, si Tm eclipticam in puncto m secare intelligatur, punctis w et x itidem in ecliptica assumtis, arcus ♈⊙PVw, longitudo vera stellae S, arcus vero ♈⊙PVx longitudo eiusdem apparens, quoniam scilicet ob infinitas fere stellarum, punctorumque m, w, x, a sole C, distantias, semidiameter CT orbitae terrestris instar puncti est habenda, adeoque rectae Tm, et Cx coincidere sunt intelligendae, ita ut punctum m in ecliptica, cui respondet longitudo ♈⊙PVm stellae, cum illo x prorsus congruere sit statuendum.

16. Si iam ponamus longitudinem stellae veram $= L$
apparentem $= \xi$
longitudinem solis sive arc. ♈⊙ $= \lambda$
arcus w⊙ erit mensura anguli w$C\odot$ = MTC $= \varepsilon$
arcus vero x⊙ mensura anguli mTC = x$C\odot$ $= E$
habebimusque simul in figura proposita

$$E = 360^\circ - \xi + \lambda$$
$$\varepsilon = 360^\circ - L + \lambda$$

Consequenter (14)

$$360^\circ - \xi + \lambda = 360^\circ - L + \lambda - 20'' \frac{\sin(270^\circ - L + \lambda)}{\cos\beta}$$

seu

seu

$$\ell = L + 20'' \frac{\sin(270^\circ - L + \lambda)}{\cos \beta}$$

vel quoque

$$17.\ \ell = L - 20'' \frac{\cos(\lambda - L)}{\cos \beta}$$

$$= L - 20'' \frac{\cos(L - \lambda)}{\cos \beta}$$

Quae igitur formula ex vera longitudine stellae $= L$, docet reperire apparentem $= \ell$, et valor $20'' \frac{\cos(L - \lambda)}{\cos \beta} = x$, qui ad veram longitudinem L debet accedere, ut reperiatur apparens, vocari solet aberratio stellae iuxta longitudinem, sive simpliciter aberratio longitudinis.

18 Ex (14) fit porro latitudo apparens

$$b = \beta - 20'' \sin \beta \cos(270^\circ - L + \lambda)$$

vel

$$b = \beta + 20'' \sin \beta \sin(L - \lambda)$$

ubi quantitas $20'' \sin \beta \sin(L - \lambda) = y$ appellatur aberratio latitudinis.

19. Ex cognitis regulis trigonometriae iam pro qualibet alia conditione respectu situs stellae versus eclipticam diiudicari poterit, num aberrationes inventae, debeant addi ad longitudinem veram, latitudinemque, sive vero ab illis subtrahi, ut reperiantur apparentes; hoc scilicet pendebit ab eo, an casu quodam dato, sinus vel cosinus, formulas (17. 18) ingredientes, valores recipiant positivos vel negativos, quod vero haud aegre, casu quocumque oblato, regulae docent in elementis Trigonometriae ubivis obviae.

Sic e. gr. formulae (17. 18) latitudinem stellae borealem supponebant (2). Pro australi, fit β quantitas negativa, et hinc $\sin - \beta = - \sin \beta$; $\cos - \beta$ ob cosinus angulorum negativorum positivos, $= + \cos \beta$. Quapropter hoc casu habebimus.

$\ell =$

$$\xi = L - 20'' \frac{\cos (L - \lambda)}{\cos \beta}$$

$$b = \beta - 20'' \sin \beta \sin (L - \lambda).$$

et sic in aliis casibus.

20. *Exemplum.* Quaerantur aberrationes longitudinis, et latitudinis Sirii, die 1 Maji 1777, tempore meridiei.

Ex Ephemeridibus Berol. ad annum propositum hoc tempore est longitudo Solis

$\lambda = 41^\circ.\ 20'.\ 8''$

longitudo Sirii

$L = 101^\circ.\ 0'.\ 56''$ et eius

latitudo australis

$\beta = -\ 39^\circ.\ 32'.\ 55''$

Hinc prodit, neglectis, quod semper sine errore sensibili fieri potest, minutis secundis

$$L - \lambda = 59^\circ.\ 40'$$
$$\sin \beta = -\sin 39^\circ.\ 33'$$
$$\cos \beta = +\cos 39^\circ.\ 33'$$

adeoque

$\log\ 20'' = 1{,}30103$	$\log\ 20 = 1{,}30103$
$\mathrm{l.}\sin \beta = 9{,}80396$	$\mathrm{l.}\cos(L - \lambda) = 9{,}70331$
$\mathrm{l.}\sin(L - \lambda) = 9{,}93606$	$11{,}00434$
$\log y = 1{,}04105$	$\mathrm{l.}\ \cos \beta = 9{,}88709$
	$\log\ x = 1{,}11725$

hinc in (17. 18) aberratio longitudinis $x = 13'',\ 1$

latitudinis $y = 11'',\ 0$

quae vero binae hoc casu debent esse subtractivae ut adeo sit

Sirii longitudo apparens $= 101^\circ.\ 0'.\ 56'' - 13'',\ 1$

$= 101\quad 0.\ 42,\ 9$

latitudo apparens $= -\ 39^\circ.\ 32'.\ 55'' - 11,\ 0$

$= -\ 39.\ 33.\ 6$

 Corol-

Corollaria.

21. Si sit $L=\lambda$, sive longitudo solis = longitudini stellae, fit

$$l = L - \frac{20''}{\cos \beta}$$
$$b = \beta$$

hoc casu igitur latitudo apparens aequatur verae, quod contingit ergo, si stella et sol versentur in coniunctione.

22. Casu quo sit $L - \lambda = 180°$, vel sole cum stella in oppositione versante, habebimus

$$l = L + \frac{20''}{\cos \beta}$$
$$b = \beta$$

ergo iterum latitudinem apparentem verae aequalem.

23. Binis casibus (21 - 22) sol et stella versari dicuntur in *syzigiis*; in quibus ergo nulla habetur aberratio in latitudinem. Ponendo igitur hoc casu aberrationem longitudinis, sive valorem $\frac{20''}{\cos\beta} = \varphi''$, (quae quantitas pro qualibet stella seorsim potest computari, et pro ea constantem quasi exhibet coefficientem) pro quolibet alio casu erit

$$l = L - \varphi'' \cos (L - \lambda)$$

24. Posito $L - \lambda = 90°$, vel $L = 90° + \lambda$, fit

$$l = L$$
$$b = \beta + 20'' \sin \beta$$

25. Pro $L - \lambda = 270°$ itidem fit

$$l = L$$

sed $b = \beta - 20'' \sin \beta$

26. His binis casibus sol cum stella in *quadraturis* esse dicitur, in quibus igitur, longitudo apparens verae aequatur, nullaque datur aberratio in longitudinem. Ponendo vero

vero hoc casu aberrationem in latitudinem sive valorem $20'' \sin \beta$, pro qualibet stella seorsim computandum $= \omega''$, generaliter erit aberratio in latitudinem $= \omega''. \sin(L - \lambda)$ vel

$$b = \beta + \omega'' \sin(L - \lambda).$$

27. Hi valores φ'' et ω'', ut facile patet, erunt aberrationes *maximae*, stellae, cuius latitudo est $= \beta$, solentque astronomi has aberrationes maximas φ'' et ω'', pro qualibet stella seorsim computatas, plerumque catalogis fixarum inserere, ita ut deinceps, ope formularum

$$l = L - \varphi'' \cos(L - \lambda)$$
$$b = \beta + \omega'' \sin(L - \lambda)$$

aberrationes fixarum pro qualibet longitudine solis admodum facile possint determinari, quo negotio arcus $L - \lambda$ *argumenta aberrationum* vocare mos est.

§. 4.

Problema.

Reperire aberrationes fixarum iuxta rectascensiones et declinationes earundem

28. *Solutio.* Cum rectascensio et declinatio sideris, pendeant ab eiusdem longitudine, latitudine, obliquitateque eclipticae, haud difficulter perspicitur, mutato, ob luminis propagationem successivam, stellae situ versus eclipticam, et eius positionem respectu aequatoris exinde aliquam passuram esse mutationem. Quapropter cum saepe his stellarum aberrationibus in rectascensionem et declinationem egeat praxis astronomica, in hac vero investigatione plerumque laborent astronomiae tyrones, iam peculiari methodo, facili, ut opinor, et explicata, hanc doctrinam pertractabo.

29. Sit igitur ascensio recta stellae $= \alpha$
declinatio eiusdem $= \delta$
longitudo vera $= L$

 latitudo

latitudo $= \beta$
obliquitas eclipticae $= \vartheta$
angulus positionis stellae $= p$
longitudo solis $= \lambda$

et in libris astronomicis sequentes reperiuntur formulae

I. $\sin \delta = \sin L \sin \vartheta \cos \beta + \cos \vartheta \sin \beta$

II. $\tan \alpha = \cos \vartheta \tan L - \dfrac{\sin \vartheta \tan \beta}{\cos L}$

$$\left.\begin{array}{l}\text{III. } \cos \alpha = \dfrac{\cos \beta \sin p}{\sin \vartheta} \\ \text{IV. } \cos \delta = \dfrac{\cos L \sin \vartheta}{\sin p}\end{array}\right\} \text{ unde } \frac{\cos \beta \cos L}{\cos \delta} = \cos \alpha$$

V. $\tan p = \dfrac{\sin \vartheta \cos L}{\cos \beta \cos \vartheta - \sin \beta \sin L \sin \vartheta}$

quae ob $\tan p = \dfrac{\sin p}{\cos p}$ etiam abit in

VI. $\cos \beta \cos \vartheta - \sin \beta \sin L \sin \vartheta = \dfrac{\sin \vartheta \cos p \cos L}{\sin p}$

VII. $\cos p \sin L - \sin p \sin \beta \cos L = \sin \alpha$
et ex (V)

VIII. $\tan \vartheta = \dfrac{\cos \beta \sin p}{\sin \beta \sin L \sin p + \cos L \cos p} = \dfrac{\sin \vartheta}{\cos \vartheta}$

vel $\sin \beta \sin L \sin p + \cos L \cos p = \dfrac{\cos \beta \sin p}{\sin \vartheta} \cos \vartheta$
$= \cos \alpha \cos \vartheta$ (III)

IX. $\cot \delta = \dfrac{\cos \delta}{\sin \delta} = \dfrac{\cos \beta \cos L}{\sin \beta \cos p \cos L + \sin p \sin L}$

vel $\sin \beta \cos p \cos L + \sin p \sin L = \dfrac{\cos \beta \cos L}{\cos \delta} \cdot \sin \delta$
$= \cos \alpha \cdot \sin \delta$ (III. IV)

X. sin

X. $\sin\beta = \cos\vartheta \sin\delta - \sin\alpha \sin\vartheta \cos\delta$

XI. Ex (VII) fit porro multiplicando utrinque per $\sin\beta$ ponendoque deinceps $1 - \cos\beta^2$ loco $\sin\beta^2$,

$$\sin p \cos L - \sin L \sin\beta \cos p$$
$$= \cos\beta^2 \sin p \cos L - \sin\alpha \sin\beta$$
$$= \cos\alpha^2 \sin\vartheta \cos\delta - \sin\alpha \sin\beta \text{ (III. IV)}$$
$$= \cos\alpha^2 \sin\vartheta \cos\delta - \sin\alpha(\cos\vartheta \sin\delta - \sin\alpha \sin\vartheta \cos\delta). \text{ (X)}$$
$$= \sin\vartheta \cos\delta - \sin\delta \cos\vartheta \sin\alpha$$

30. Haec lemmata non modo varias relationes inter quantitates α, δ, L, β, ϑ, p (29) in praxi ſoepius obvias, oſtendunt, ſed quoque iam in theoria calculi aberrationum ulterius exponenda inſignem praeſtant uſum. Demonſtrationibus vero earum hic ſuperſedeo, cum partim in illuſtris KAESTNERI *Aſtronomiſchen Abhandlungen Erſte Samml. III. Kap. 1ſte u. 2te Aufgabe*, (correctis ibidem erratis typographicis in expreſſione tang λ, ubi in numeratore loco ſigni — ponendum eſt +) et ibidem articulo 468, ubi agitur de angulo poſitionis, reperiantur, partim ex propria inſpectione, et comparatione laterum et angulorum trianguli ſphaerici, quod comprehenditur inter ſtellam datam, binosque polos eclipticae et aequatoris, ope trigonometriae ſphaericae eruantur. Quapropter iam ad ipſam aberrationum inveſtigationem accedo.

31. Hunc in finem aberrationes rectaſcenſionis et declinationis, ob parvitatem earum, tanquam differentialia conſideraſſe iuvabit, quae ex aberrationibus longitudinis et latitudinis ſupra inventis ſequenti modo facillime determinabuntur.

Differentietur aequatio (29. II) ita, ut quantitates α, β et L, ob mutationem earum propter aberrationes, ſpectentur variabiles, obliquitas vero eclipticae ϑ, cum aberratione haud afficiatur, ut conſtans tractetur, eritque

$$\frac{d\alpha}{\cos\alpha^2} = \frac{(\cos\beta \cos\vartheta - \sin\vartheta \sin\beta \sin L)\cos\beta}{\cos\beta^2 \cos L^2} dL - \frac{\cos L \sin\vartheta}{\cos\beta^2 \cos L^2} d\beta$$

Cum

Cum vero sit ex (29. VI)

$$\cos\beta \cos\vartheta - \sin\vartheta \sin\beta \sin L = \frac{\sin\vartheta \cos p \cos L}{\sin p}$$

hoc valore substituto fiet.

$$\frac{d\alpha}{\cos\alpha^2} = \frac{\cos\beta \cos p \,.\, dL - \sin p \,.\, d\beta}{\cos\beta^2 \cos L \sin p} \,.\, \sin\vartheta$$

sed existente ex (29. III) $\cos\alpha^2 = \frac{\cos\beta^2 \sin p^2}{\sin\vartheta^2}$, habebimus porro

$$d\alpha = (\cos\beta \cos p \,.\, dL - \sin p \,.\, d\beta) \frac{\sin p}{\sin\vartheta \cos L}$$

vel ex 29. IV.

$$d\alpha = \frac{\cos\beta \cos p \,.\, dL - \sin p \,.\, d\beta}{\cos\delta}$$

32. Haec igitur formula ostendit, quantum mutetur ascensio stellae recta, si longitudo eius L in $L + dL$, latitudo vero eiusdem β abeat in $\beta + d\beta$.

Hinc substituendo loco dL, $d\beta$ aberrationes longitudinis et latitudinis, nimirum

$$dL = -\frac{20'' \cos(L-\lambda)}{\cos\beta} \quad (17)$$

$$d\beta = + 20'' \sin\beta \sin(L-\lambda) \quad (18)$$

nanciscimur *aberrationem in ascensionem rectam stellae*

$$d\alpha = -20'' \frac{\cos p \cos(L-\lambda) + \sin p \sin\beta \sin(L-\lambda)}{\cos\delta}$$

ita ut posita ascensione recta vera $= \alpha$, visa $= A$ habeatur

$$A = \alpha + d\alpha$$

33. *Pro aberratione in declinationem*, sumo aequationem (29. I) differentiandoque nanciscor

$$d\delta \cos\delta = (\cos\vartheta \cos\beta - \sin L \sin\vartheta \sin\beta)\, d\beta + \cos\beta \cos L \sin\vartheta \,.\, dL$$

vel ex (29. VI)

$$d\delta \cos\delta = \frac{\sin\vartheta \cos L}{\sin p} (\cos p \, d\beta + \cos\beta . \sin p . dL)$$

ſive (29. IV)

$$d\delta = \cos p . d\beta + \cos\beta \sin p . dL$$

unde ſubſtituendo valores ipſarum dL, $d\beta$, obtinebimus.

34. $d\delta = -20'' (\sin p . \cos . (L - \lambda) - \cos p \sin\beta \sin (L - \lambda))$ ita ut poſita declinatione ſtellae vera $= \delta$, apparente $= D$, habeatur

$$D = \delta + d\delta$$

35. I. Ante vero quam has (32 et 34) inventas formulas ulterius evolvam, magisque ad praxin accommodem, quaedam adhuc reſpectu aberrationis in aſcenſionem rectam admonuiſſe iuvabit. Invenimus ſcilicet formulam (32) differentiando illam (29 II), h. e. tractando quantitates $d\alpha$, $d\beta$. etc. tanquam admodum parvas, ita ut pro differentialibus ſine errore ſenſibili haberi poſſint; iam vero conſiderando formulam pro valore ipſius $d\alpha$ inventam (32), ipſi diviſorem $\cos\delta$ ineſſe deprehendimus, qui ponendo declinationem ſtellae fere quadranti aequalem, in fractionem admodum parvam abit, valoremque aberrationis $d\alpha$ hoc caſu valde magnum efficit, ita ut adeo infinitus fieret, pro ſtella quae in ipſo aequatoris polo eſſet ſita. Quod cum ſit abſurdum, patet hoc caſu formulam (32) haud poſſe locum habere, principiisque differentiationis, unde deducebatur, ex ea ratione adverſari, quod caſu, ubi declinatio ſtellae proxime ad quadrantem accedat, minime liceat, quantitatem $d\alpha$ ut admodum parvam conſideraſſe. Quapropter aliam iam formulam pro aberratione in aſcenſionem rectam inveſtigabo naevis iſtis carentem, et ad quamcumque ſtellae declinationem accommodatam.

II. Sit igitur (Fig. 4) AR ecliptica, eiusque polus in E; AQ Aequator, eiusque polus in P; S locus ſtellae verus, s eiusdem locus apparens, ita ut planum aberrationis (4) ſphaeram coeleſtem iuxta arcum Ss ſecare intelligatur. Porro repreſentent Pl et Ei, circulos declinationis, et latitudinis, ut et si,sl arcus circulorum maximorum ipſis arcubus Ei, Pl normales.

III. His poſitis, cum locus verus S, apparenti s ſemper ſit admodum propinquus, exiſtente ſcilicet $Ss = d\Psi = 20''\ \sin \Psi$ (6), triangula Ssi, et Ssl tanquam rectilinea ſpectare licebit, in quibus ſit Si aberratio ſtellae iuxta latitudinem $= d\beta$, Sl vero aberratio iuxta declinationem, lSi angulus poſitionis $= p$. Angulus vero sPl in triangulo ſphaerico sPl exprimet aberrationem ſtellae in aſcenſionem rectam, quam igitur ſequenti modo perveſtigo.

IV. In triangulo rectilineo Sis, eſt

$$\cos sSi = \frac{d\beta}{d\Psi} \text{ et hinc}$$

$$\sin sSi = \frac{\sqrt{(d\Psi^2 - d\beta^2)}}{d\Psi}$$

V. Porro $\sin sSl = \text{Sin}\,(sSi - lSi) = \sin\,(sSi - p)$ vel

$$\sin sSl = \sin sSi \cos p - \sin p \cos sSi$$

$$= \frac{\sqrt{(d\Psi^2 - d\beta^2)} \cos p - \sin p\, d\beta}{d\Psi}$$

Hinc $sl = Ss \cdot \sin sSl = d\Psi \sin sSl$ vel

$$sl = \sqrt{(d\Psi^2 - d\beta^2)} \cos p - \sin p\, d\beta$$

VI. Sed $d\Psi = 20''\ \sin \Psi$ (6); $d\beta = -20''\ \sin\beta \cos(\varepsilon - 90^\circ)$ (14)

$$= + 20\ \sin\beta \sin(L - \lambda) \text{ (18)}$$

Hinc $d\Psi - d\beta^2 = 20^2 (\sin \Psi^2 - \sin\beta^2 \cos(\varepsilon - 90)^2)$

$$= 20^2 . \sin(\varepsilon - 90^\circ)^2 \text{ (13)}$$

et $\sqrt{(d\Psi^2 - d\beta)} = 20''\ \sin(\varepsilon - 90^\circ) = -20''\ \cos(L - \lambda)$, ſcilicet ob $\varepsilon - 90^\circ = 270^\circ - (L - \lambda)$; (16)

VIII. Fit igitur arculus

$$ls = -20'' (\cos p \cos (L - \lambda) + \sin \beta \sin p \sin (L - \lambda))$$

quem vocabo = a.

IX. Hoc invento fit in triangulo sPl ad l rectangulo

$$\text{tang sPl} = \frac{\text{tang ls}}{\sin \text{Pl}} = \frac{\text{tang } a}{\cos \delta}$$

quia scilicet hic sine errore sensibili arcus Pl ipsi PS sive complemento declinationis δ potest surrogari.

X. Sic igitur pro aberratione stellae in ascensionem rectam nacti sumus formulam

$$\text{tang aberrat.} = \frac{\text{tang } a}{\cos \delta}$$

ex qua licet perspicere, casu, quo stella versetur in ipso aequatoris polo, tangentem aberrationis fieri infinitam, ipsamque consequenter aberrationem quadranti esse aequalem, neque adeo adipisci valorem infinitum, uti eveniret si formulam supra inventam (32) eo usque velimus extendere, ut adeo pro stellis polo admodum vicinis, eam adhuc iustam esse nobis persuadeamus.

XI. Interim tamen haec formula (32) adhuc satis late patebit, cum facile ostendatur, pro casu, quo stellam polo tam vicinam sumamus, ut vel uno alterove gradu duntaxat ab illo distet, attamen aberrationem eius iuxta veram formulam (x) computatam, tam parvam adhuc fore, ut tuto liceat, tangentes in illam ingredientes, arcubus ipsis aequales ponere, ideoque simpliciter statuere

$$\text{aberrat.} = \frac{a}{\cos \delta}$$

$$= -20'' \frac{(\cos p \cos (L - \lambda) + \sin \beta \sin p \sin (L - \lambda))}{\cos \delta.}$$

h. e. computari posse iuxta eam duntaxat formulam quam supra (32) ex principio differentiationis elicuimus. Cum enim *maximus* valor ipsius α sive arculi $ls = d\Psi \sin sSl = 20'' \sin \Psi \sin sSl$ casu quo ipsos angulos Ψ et sSl rectis aequales statuamus, duntaxat ad $20''$ ascendat, tangens quoque aberrationis maximae pro stella, quam binis duntaxat gradibus a polo distantem sumamus, pro qua igitur e. gr. sit $\delta = 88°$, iuxta formul. $\text{tang aberr.} = \frac{\text{tang } 20''}{\cos 88°} = 0{,}0027\ldots$ tam parva adhuc esse deprehenditur, ut aberratione ipsa hoc casu vix ad 10 minuta prima assurgente, summo iure liceat eandem ex hac modo formula

$$\text{aberrat.} = \frac{20''}{\cos 88°} = 20'' \sec 88°$$

computare.

Quapropter nibil impedit, quo minus formulam supra (32) *inventam, omnibus omnino stellis, polo, vel uno alterove gradu haud vicinioribus, adhuc convenire statuamus*, in cuius igtur ulteriori explanatione jam pergere lubet.

35. Cum igitur sit

$$\cos(L - \lambda) = \cos L \cos\lambda + \sin L \sin\lambda$$
$$\sin(L - \lambda) = \sin L \cos\lambda - \sin\lambda \cos L$$

his valoribus substitutis, pro aberrationibus in ascensionem rectam et declinationem (32. 33) has nanciscimur expressiones

$$\text{I. } d\alpha \cos\delta = -20''(\cos p \cos L + \sin p \sin\beta \sin L)\cos\lambda$$
$$- 20''(\cos p \sin L - \sin p \sin\beta \cos L)\sin\lambda$$
$$\text{II. } d\delta = -20''(\sin p \cos L - \cos p \sin\beta \sin L)\cos\lambda$$
$$- 20''(\sin p \sin L + \cos p \sin\beta \cos L)\sin\lambda$$

36. Quodsi vero expressiones in (29. VII. VIII. IX. XI) inventas hic substituamus, formulae (35) abeunt in

$$\text{I. } d\alpha \cos\delta = -20'' \cos\alpha \cos\vartheta \cdot \cos\lambda$$
$$- 20'' \sin\alpha \cdot \sin\lambda$$

II. $d\delta$

II. $d\delta = -20''(\sin\vartheta\cos\delta - \sin\delta\cos\vartheta\sin\alpha)\cdot\cos\lambda$
$\quad - 20''\cos\alpha\sin\delta\cdot\sin\lambda$

in quas igitur nullae ingrediuntur quantitates, praeterquam obliquitas eclipticae $=\vartheta$, ascensio recta stellae $=\alpha$, et eiusdem declinatio $=\delta$, cum solis longitudine $=\lambda$, pro tempore dato, ex ephemeridibus excerpenda; cum contra, formulis (34) praeter has dictas quantitates insint quoque latitudo, et angulus positionis stellae, quae antea ex eiusdem ascensione recta et declinatione debent computari, nisi forte in catalogis fixarum iam reperiantur. Hoc respectu formulae (36) omnino simpliciores sunt censendae, quia ascensiones rectae et declinationes stellarum, ex earumdem culminationibus observatis immediate habentur. Sed iam operam dabo, ut formulas inventas (I. et II) cum nimis adhuc sint complexae, ad praxin magis accommodem, easque ad constructionem tabularum pro inveniendis aberrationibus, reddam concinniores.

37. Hunc in finem quaeratur primum angulus cuius tangens sit $= -\cos\vartheta\cot\alpha$, Ponaturque angulus iste $= C$.

38. Cum igitur sit $\tang C = -\cos\vartheta\cot\alpha$ erit quoque

$$-\frac{\sin\alpha\sin C}{\cos C} = \cos\vartheta\cos\alpha$$

quo valore in formulam (36. I) introducto, prodibit

$$d\alpha\cos\delta = -20''\frac{(\sin\lambda\cos C - \sin C\cos\lambda)\sin\alpha}{\cos C}$$

sive $$d\alpha = -\frac{20''\sin\alpha}{\cos C\cos\delta}\sin(\lambda - C)$$

$$= -20''\sin\alpha\sec C\sec\delta\sin(\lambda - C)$$

Hoc igitur modo, cognito semel angulo C ex formula (37) pro aberratione stellae in ascensionem rectam, admodum concinnam nacti sumus expressionem, quae quolibet casu, cum ex meris constet factoribus, per logarithmos potest expediri.

 39. Hic

39. Hic vero angulus C ex ſola ſtellae rectaſcenſione $=\alpha$, obliquitateque eclipticae $=\vartheta$ determinatur (37) adeoque pro qualibet ſtella ſeorſim poteſt computari, ſemel vero computatus, conſtantem quaſi exhibet valorem qui computum aberrationis ſtellae in aſcenſionem rectam, pro quovis loco ſolis in ecliptica ſive potius telluris in orbita ſua, admodum facilitat. Facile autem apparet caſu quo ſit $\lambda = C$, evaniturum eſſe aberrationem in aſcenſionem rectam, ſive fore $d\alpha = 0$, adeoque angulum C, ex formula

$$\text{tang } C = -\cos\vartheta \cot\alpha$$

determinatum, deſignare eam ſolis longitudinem, pro qua aberratio in aſcenſionem rectam ſtellae in nihilum abeat.

40. Eodem modo quaero longitudinem ſolis pro qua aberratio ſtellae in declinationem (36. II) evaneſceret. Hoc eveniet ſi ponamus ibidem

$$(\sin\vartheta \cos\delta - \sin\delta \cos\vartheta \sin\alpha) \cos\lambda + \cos\alpha \sin\delta \sin\lambda = 0$$

adeoque

$$\text{tang } \lambda = \frac{\cos\vartheta \sin\alpha \sin\delta - \sin\vartheta \cos\delta}{\cos\alpha \sin\delta}$$

$$= \cos\vartheta \text{ tang } \alpha - \sin\vartheta \cot\delta \sec\alpha$$

Poſita igitur longitudine ſolis hoc caſu $= F$ ita ut ſit quaerendus angulus F cuius tang $= \cos\vartheta \text{ tang } \alpha - \sin\vartheta \cot\delta \sec\alpha$, ex ſola declinatione et rectaſcenſione ſtellae innoteſcens, haec quantitas conſtans F ſimili modo computum aberrationis ſtellae ſublevabit, habemus enim

$$\cos\alpha \sin\delta \text{ tang } F = \cos\vartheta \sin\alpha \sin\delta - \sin\vartheta \cos\delta$$

et conſequenter, hoc valore in formulam (36. II) illato,

$$d\delta = + 20'' \cos\alpha \sin\delta \text{ tang } F \cos\lambda$$
$$- 20'' \cos\alpha \sin\delta \sin\lambda$$

ſive $d\delta = 20'' \dfrac{\cos\alpha \sin\delta}{\cos F} (\sin F \cos\lambda - \sin\lambda \cos F)$

$$= - 20'' \cos\alpha \sin\delta \sec F \sin(\lambda - F)$$

quae igitur formula iterum ſatis eſt concinna, et logarithmis poteſt computari.

41. In-

41. Interim ad faciliorem computum huius anguli F, sequentia adhuc sese offerunt. Queratur arcus $= G$, cuius tangens sit $=$ tang ϑ cot δ sec α, logarithmis computanda, eoque invento, facile deducetur, fore

$$\text{tang } F = \frac{\sin(\alpha - G)\cos\vartheta}{\cos\alpha\cos G} = \sin(\alpha - G)\cos\vartheta\sec\alpha\sec G$$

42. Ponamus igitur brevitatis gratia (37)

$$20'' \sin\alpha \sec C \sec\delta = A''$$

et (40) $\quad 20'' \cos\alpha \sec F \sin\delta = B''$

hae quantitates A'' et B'', a solis longitudine λ erunt independentes, pro stella vero data, exhibent factores constantes, ex rectascensione et declinatione eiusdem computandos; quibus igitur computatis, cognitisque simul quantitatibus C et F, pro data stella itidem constantibus, cuilibet longitudini solis $= \lambda$, sive telluris loco in orbita sua $= 180° + \lambda$, respondebit stellae

$$\text{aberrat. in rectasc.} = - A'' \sin(\lambda - C)$$
$$\text{in declin.} = - B'' \sin(\lambda - F).$$

43. Formam huius calculi, exemplo iam declarasse iuvabit. Computandae igitur sint aberrationes stellae $\beta\Upsilon$ tam in ascensionem quam in declinationem eius, et quidem pro anno 1780, existente solis longitudine $\lambda = 30°$.

Eritque ex ephemeridibus berolinensibus

ascensio recta $\beta\Upsilon = \alpha = 25°.\ 37'.\ 40''$
declinatio $= \delta = 19°.\ 43'.\ 37''$ bor.
obliquitas eclipt. $= \vartheta = 23°.\ 28'.$

Hinc, neglectis minutis secundis, quod semper licebit, sumtisque duntaxat quatuor decimalibus in quolibet logarithmo, hoc genere calculi plerumque sufficientibus, computus ita se habebit.

Pro angulo C est; $\log \cos \vartheta = 9{,}9625 - 10$

$$\begin{array}{r} \log \cot \alpha = 0{,}3192 \\ \hline \log \tang C = 0{,}2817 \\ C = 62^\circ.24' \end{array}$$

quia vero tangens huius anguli est negativa, (39) vel debet sumi $E = 180^\circ - 62^\circ\ 24'$, vel potest quoque ipse angulus negativus poni, sive $C = -62^\circ\ 24$. quae posterior expressio in continuatione calculi commodior videtur, si modo ex trigonometria constet, quibus signis hoc casu lineae trigonometricae anguli negativi afficiantur. Cum in formula pro valore ipsius A'' occurrat $\sec C = \frac{1}{\cos C}$ ob cosinus angulorum negativorum positivos, secans quoque anguli negativi C, positiva erit, scilicet $\sec - C = \sec. C$. Quapropter iam erit porro ob $\lambda - C = 30^\circ + 62^\circ\ 24$; *pro aberratione ipsa*,

$$\begin{array}{rl} & \log \sin \alpha = 9{,}6358 - 10 \\ & \log \sec C = 0{,}3341 \\ & \log \sec \delta = 0{,}0262 \\ & \log 20 \quad = 0{,}3010 \\ \hline \text{hinc} & \log A'' \quad = 1{,}2971 = \log 19'',82;\ \text{et } A'' = + 19'',82 \\ & \log \sin(\lambda - C) = 9{,}9997 - 10 \\ \hline & 1{,}2967 \end{array}$$

hinc $A'' \sin(\lambda - C) = + 19'',80$

ideoque *aberratio in rectascensionem* $= - 19'', 80$ (42) $= d\alpha$ (32) ita ut sit rectascensio stellae visa, seu aberratione affecta $= A = \alpha + d\alpha$ (42)

$$\begin{aligned} &= 25^\circ.\ 37'.\ 40'' - 19'',80 \\ &= 25^\circ.\ 37'.\ 20'',20 \end{aligned}$$

44. Pro

44. *Pro aberratione in declinationem* habemus (41)

$$\log \text{tang}\ \vartheta = 9{,}6376 - 10$$
$$\log \cot\ \delta = 0{,}4456$$
$$\log \text{fec}\ \alpha = 0{,}0449$$

hinc $\log \text{tang}\ G = 10{,}1281$
et $G = 53°20'$

adeoque $\alpha - G = 25°.37' - 53°.20' = -27.° 43'$ qui angulus cum fit negativus, eius quoque finus negativus erit, hinc quoque angulus F (41) ob fin $(\alpha - G)$, negativus evadet:

$\log \text{fin}(\alpha - G) = 9{,}6673 - 10$	$\log\ 20 = 1{,}3010$
$\log \text{cof}\ \vartheta = 9{,}9625 - 10$	$\log \text{cof}\ \alpha = 9{,}9550 - 10$
$\log \text{fec}\ \alpha = 0{,}0449$	$\log \text{fin}\ \delta = 9{,}5281 - 10$
$\log \text{fec}\ G = 0{,}2239$	$\log \text{fec}\ F = 0{,}1056$
adeoque $\text{l. tang}\ F = 9{,}8986$	hinc $\text{l.}\ B'' = 0{,}8897$
$F = -38°.22'$	et $B'' = +7'',76$
hinc fec F erit pofitiva ut in (41) fecans anguli C. Ob $\lambda - F$ vero $= 30° + 38°.22' = 68°.22'$ habemus porro	$\text{l. fin}(\lambda - F) = 9{,}9682 - 10$
	$\text{l.}B'' f(\lambda - F) = 0{,}8579$
	$B'' f(\lambda - F) = 7'',21$

Erit igitur aberratio in declinationem five $d\delta = -B''$ fin $(\lambda - F)$ (42) $= -7'',21$ five

declinatio ftellae $\beta\Upsilon$ apparens $= 19°.\ 43'.\ 37'' - 7'',21$
$= 19°.\ 43'.\ 29'',79$ bor.

45. Pro ftella igitur $\beta\Upsilon$ invenimus quantitates conftantes

$$C = -62°.\ 24'$$
$$A'' = +19'',\ 82$$
$$F = -38°.\ 22'$$
$$B'' = +7'',\ 76$$

quibus

quibus ergo ſemel repertis, cuilibet ſolis longitudini = λ, reſpondebit

$$\text{Stellae } \beta\Upsilon \textit{ aberr. in aſcenſ. rect.} = d\alpha = -19'',82 \sin(\lambda + 62°.24')$$
$$\text{aberr. in declin.} = d\delta = -7'',76 \sin(\lambda + 38°.22')$$

quae ob logarithmos conſtantes ipſarum coefficientium $19'',82$; et $7'',76$, quovis caſu oblato admodum facile logarithmis computantur.

Corollaria.

46. I. Aberratio in aſcenſionem rectam erit maxima, caſu quo $\sin(\lambda - C)$ ſit $= \pm 1$; ergo $\lambda - C = 90°$, ſive $\lambda - C = 270°$, h. e. ſeu $\lambda = 90° + C$ ſeu $\lambda = 270° + C$. Priori caſu ubi ſit longitudo ſolis $\lambda = 90° + C$ erit aberratio *maxima negativa* $= -A''$, poſteriori autem quo ſit $\lambda = 270° + C$ erit aberratio *maxima poſitiva* $= + A''$.

II. Eodem modo aberratio *maxima* in declinationem erit $= - B''$ ſi ſit longitudo $\odot = 90° + F$; poſitiva autem $= + B$ ſi ſit $\lambda = 270° + F$.

III. Aberratio in aſcenſionem rectam erit = o ſi ſit ſeu $\lambda - C = 180°$ ſive $= 360°$, h. e. longitudo ſolis λ vel $= 180° + C$, vel $= 360° + C$.

Prior Solis longitudo $= 180° + C$ denotabit eam, ubi aberrationes negativae deſinunt (46. I) et incipiunt fieri poſitivae; Poſterior autem $\lambda = 360° + C$ eam deſignabit ſolis longitudinem pro qua aberrationes poſitivae evaneſcunt, et in negativas tranſire incipiunt.

IV. Simili modo pro longitudine Solis $= 180° + F$ aberrationes negativae in declinationem ſtellae, ſunt evaniturae, et deinceps in poſitivos abiturae, pro ſolis vero longitudine

=

$= 360^\circ + F$ desinent aberrationes hae positivae, et in negavas transire incipient.

V. Sic pro stella $\beta\Upsilon$, pro qua invenimus $C = -62^\circ, 24'$, aberrationes in ascensionem rectam *positivae* incipiunt. existente $\lambda = 180^\circ + C = 180^\circ - 62^\circ\ 24' = 117^\circ.\ 36' = 3^s\ 27^\circ 36'$, *negativae* incipiunt existente, $\lambda = 360^\circ + C = 360^\circ - 62^\circ.\ 24' = 297^\circ.\ 36' = 9^s.\ 27^\circ.\ 36'$; pro aberratione *maxima* positiva est $\lambda = 270^\circ + C = 270^\circ - 62^\circ.\ 24' = 6^s.\ 27^\circ.\ 36'$. pro aberratione vero maxima *negatiua* est $\lambda = 90^\circ + C = 27^\circ.\ 36'. = 0^s.\ 27^\circ.\ 36'$. unde igitur apparet has quatuor solis longitudines

$\lambda = 3^s.\ 27^\circ.\ 36'$	pro qua sit aberratio in rect.	$= 0$
$\lambda = 6.\ 27.\ 36$	- - - - - - - -	$=$ max posit.
$\lambda = 9.\ 27.\ 36$	- - - - - - - -	$= 0$
$\lambda = 0.\ 27.\ 36$	- - - - - - - -	$=$ max. neg.

semper tribus signis a se invicem distare.

VI. Simili modo aberrationes in declinationem stellae $\beta\Upsilon$, pro qua invenimus $F = -38^\circ.\ 22'$, evanescent, vel fiunt maximae, existentibus Solis longitudinibus, uti sequitur.

Pro $\lambda = 4^s.\ 21^\circ.\ 38'$	aberr. in decl. fit	$= 0$
$\lambda = 7.\ 21.\ 38$	- - - - -	$=$ max. posit.
$\lambda = 10.\ 21.\ 38$	- - - - -	$= 0$
$\lambda = 1.\ 21.\ 38$	- - - - -	$=$ max. neg.

VII. Ex omnibus hactenus dictis id denique consequitur, quod pro computu aberrationum stellarum, cuilibet solis longitudini respondentium, in formulis (42) necesse sit, scire valores A'', B'', sive aberrationes *maximas* stellarum (46. I. II.) et deinceps valores constantium C et F, sive etiam longitudinum Solis $180^\circ + C$, et $180^\circ + F$, pro quibus aberrationes evanescunt, et incipiunt fieri positiuae, vel potius *additivae*. His quantitatibus pro qualibet ſtella fixa ſemel computatis, deinceps ope formularum (42) pro quolibet alio loco ſolis = λ, aberrationes calculo admodum facili reperiuntur.

Has vero quantitates A'', B''; $180° + C$; et $180° + F$, pro numero 280 fixarum in ephemeridibus berolinenſibus ad annum 1776 iam computatas deprehendimus. Quapropter caſu quodam oblato, has ad calculum aberrationum neceſſarias quantitates ex libro citato duntaxat excerpere, et ut inveniantur C et F, ab argumentis aberrationum, ut ibi vocantur arcus $180° + C$, et $180° + F$, duntaxat ſex ſigna ſive 180° debemus detrahere. Sic pro ſtella *Aldebaran* vocata reperimus ibidem pag. 106,

aberrationem maximam in rectaſc. $= 20'',8$
- - - - - - declinat. $= 3'',8$
argumentum aberrationis in rectaſc. ſive meum $180° + C = 5^s.\,7°.\,35'$
- - - - - declin. ſive meum $180° + F = 4^s.\,6.\;49$

Hinc erit meum $C = 5^s.\,7°.\,35' - 6^s = -\,0^s.\,22°.\,25'$
$F = 4^s.\,6°.\,49' - 6^s = -\,1.\;23.\;11$
$= -\,53°.\,11'$.

Quapropter pro qualibet longitudine ſolis = λ, erit (42.)

Aldebar. aberr. in rectaſc. $= -\,20'',8 \sin(\lambda + 22°.\,25')$
in declin. $= -\,3'',8 \sin(\lambda + 53°.\,11')$
- - -
ſic pro aliis ſtellis.

47. Sed haec de ſtellarum aberrationibus ſufficiant. Id tantum adhuc monuiſſe iuvabit, valores ipſarum A'', B'', C, F.; cum pendeant a ſtellarum rectaſcenſionibus et declinationibus, ſupra quidem dictos eſſe conſtantes; revera autem temporis decurſu paululum variari, exinde patet, quod non modo rectaſcenſiones et declinationes ſtellarum praeceſſione aequi-

aequinoctiorum afficiantur, sed quoque obliquitas Eclipticae haud omnino constans sit deprehensa. Interim tamen hae mutationes unius saltem seculi spatio tam parum valores ipsarum A'', B'', C, F afficient, ut sine errore sensibili liceat, eosdem pro constantibus haberi. Ceterum nec erit difficile, ope differentiationis mutabilitatem harum quantitatum, si aliquando opus esse sit deprehensum, dignoscere, et in computum vocare.

48. Denique haud abs re esse puto, et de solis aberrationibus quaedam subjungere.

I. Cum scilicet sol tamquam stella fixa in ecliptica sita debeat considerari, pro qua sit $\beta = 0$ et elongatio ε (14) itidem $= 0$, solis aberratio in longitudinem ex formula (16. 17) ponendo ibidem ε sive $360° - L + \lambda = 0$ h. e. $L = 360° + \lambda$, fiet $= - 20''$, seu locus solis apparens ☉ semper erit $20''$ minor, loco eiusdem vero λ.

II. Haec vero aberratio in longitudinem constans, inaequaliter tamen aberrationem solis iuxta ascensionem eius rectam et declinationem afficiet. Si scilicet sit

longitudo ☉	vera	$= \lambda$
declinatio	vera	$= \delta$
	visa	$= D = \delta + d\delta$
rectascens.	vera	$= \alpha$
	visa	$= a = \alpha + d\alpha$
obliquitas	eclipt.	$= \vartheta$ ut hactenus

erit ex trigonometria sphaerica

$$\text{I. } \sin\delta = \sin\vartheta \sin\lambda$$
$$\text{II. } \cos\lambda = \cos\alpha \cos\delta$$
$$\text{III. } \mathrm{tang}\,\lambda = \frac{\mathrm{tang}\,\alpha}{\cos\vartheta}$$

III) Hinc ope differentiationis ut supra

$$d\delta \cos\delta = \sin\vartheta \cos\lambda \,.\, d\lambda$$

sive ob $\cos\lambda = \cos\alpha \cos\delta$,

$$d\delta = \sin\vartheta \cos\alpha \,.\, d\lambda$$

seu ob $d\lambda = -20''$ (I), aberratio solis in declinationem erit $d\delta = -20'' \sin\vartheta \cos\alpha$; seu ob $\sin\vartheta = 0{,}398$

$$d\delta = -20''.\,0{,}398 \,.\, \cos\alpha = -7'',96 \,.\, \cos\alpha$$

Hinc $D = \delta - 7'',96 \,.\, \cos\alpha$.

IV) Porro tertiam aquationem (III) differentiando, habemus

$$\frac{d\lambda}{\cos\lambda^2} = \frac{d\alpha}{\cos\alpha^2 \cos\vartheta}; \text{ adeoque}$$

$$d\alpha = \frac{\cos\alpha^2}{\cos\lambda^2} \cos\vartheta \,.\, d\lambda$$
$$= \frac{\cos\vartheta}{\cos\delta^2} \,.\, d\lambda = -20'' \cos\vartheta \,.\, \sec\delta^2$$
$$= -20''.\,0{,}917.\ \sec\delta^2$$
$$= -18'',34.\ \sec\delta^2$$

et hinc $a = \alpha - 18'',34.\ \sec\delta^2$.

quae formulae, si necesse esse censeatur, facile possunt in tabulas redigi.

Hisce

* * *

Hisce jam sub aditum muneris, quo mathesin et physicam in hac litterarum universitate docere, a Serenissimo PRINCIPE AC DOMINO CHRISTIANO FRIDERICO CAROLO ALEXANDRO, MARGGRAVIO BRANDENBVRGICO etc. PATRE PATRIAE INDVLGENTISSIMO benignissime jussus sum, pertractatis, restat ut adhuc oratione publica dicam, quam laetissimus exultet animus, hoc suavi mihi demandato officio fungi, quantaque pietate singularem OPTIMI PRINCIPIS indulgentiam veneretur atque colat. Dictus est huic orationi dies 12 Aprilis. Quapropter MAGNIFICVM ACADEMIAE PRORECTOREM, COMITES ILLVSTRISSIMOS, PROCANCELLARIVM ILLVSTREM, DIVINARVM HVMANARVMQVE LITTERARVM PROFESSORES AC DOCTORES ERVDITISSIMOS, CELEBERRIMOS, COMMILITONES DENIQVE NATALIBVS ET INGENIO NOBILISSIMOS GENEROSISSIMOSQVE, ut favoris sui in me testimonium praesentia sua edere dignentur, ea qua par est observantia, oro rogoque. Dabam Erlangae mense Aprilis cIↄ Iↄ CCLXXXVII.

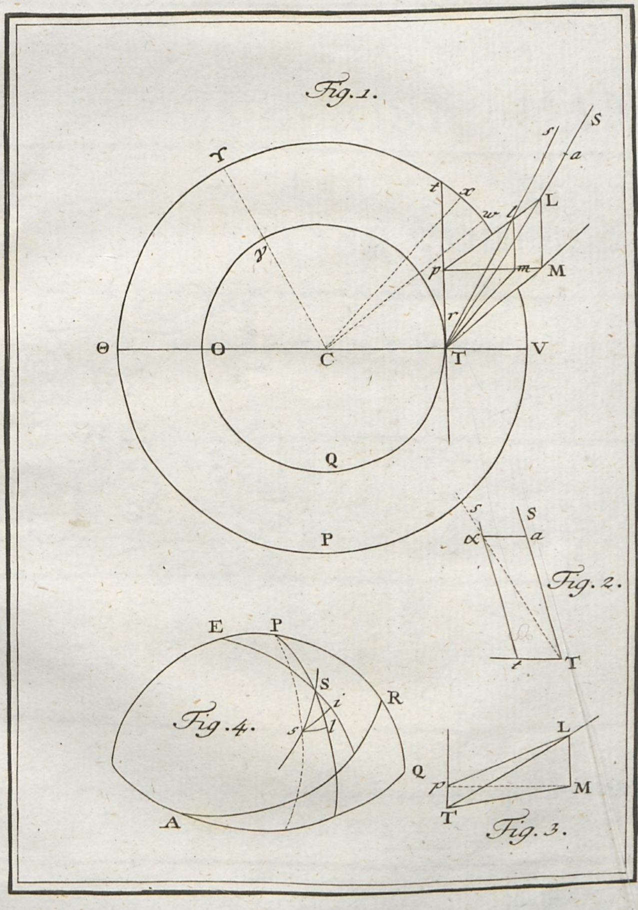
Fig. 1.
S
s
a
x
t
w
l
L
p
m
M
r
Θ
O
C
T
V
Q
P
Fig. 2.
s
S
α
a
t
T
Fig. 3.
L
p
M
T
Fig. 4.
E
P
S
i
R
s
l
Q
A

Erlangen, Diss., 1786-1818

COMMENTATIO DE ABERRATIONIBVS STELLARVM FIXARVM COMPVTANDIS

QVA

AD AVDIENDAM

ORATIONEM

ADITIALEM MVNERIS

MATHESIN ET PHYSICAM

PVBLICE DOCENDI

DIE 12. APRILIS A. CIↃ IↃ CCLXXXVII.

HABENDAM

HVMANISSIME INVITAT

IOHANNES TOBIAS MAYER.

ERLANGAE
TYPIS KVNSTMANNIANIS.