Bartenstein
Math. Lehrart.
1766

P 6
734

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0001-6

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0002-2

Gedanken
Von der
Mäßigung der strengen mathematischen Lehrart
in dem Vortrag der Anfangsgründe

Wormit
die zu haltenden
Mathematischen Vorlesungen
ankündiget

Lorenz Adam Bartenstein,
öffentlicher Lehrer der Mathematic und Poesie und Pædagogiarcha
des Gymnasii Academici in Coburg.

Ostern 1766.

Coburg,
Druckts Joh. Carl Findeisen, Herzogl. Sächs. priv. Hof-Buchdr.

24
Pb 734

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0003-8

KÖNIGL. BIBLIOTHEK DER UNIVERSITÄT
HALLE a. S.

§. 1.

Man hat von der mathematischen Lehrart seit einem halben Jahrhundert so vieles geschrieben und gestritten, daß es schwer fallen sollte, etwas neues von einigen Nutzen und Erheblichkeit vor und wider dieselbe anzuführen, welches nicht in so vielen Abhandlungen und Streit-Schriften bereits geprüfet und entschieden worden. Man hat sich endlich dahin verstanden, daß in dem Wesentlichen die mathematische Lehrart keine andere sey als die der Vernunft gemässe, in den Regeln einer gesunden Logic oder vielmehr in der natürlichen Denkungs-Art des Menschen gegründete Methode Wahrheiten zu erklären und zu beweisen. Wenn der Weltweise einen Satz deutlich beschreibet, die Uebereinstimmung derer Begriffe aus unstrittigen Gründen durch richtig verbundene Schlüsse darthut; so verfährt er nach eben den Reguln, deren sich ein Lehrer der Meßkunst bedienet, um die Gleichheit gewisser Winkel nach mathematischer Lehrart zu demonstriren. Man würde aber sehr irren, wenn man aus diesem Grunde einen mathematischen und philosophischen Beweiß völlig vor einerley halten oder beyden einerley Grad der Deutlichkeit, der Gewißheit und Unfehlbarkeit einräumen wollte. Ein Weltweiser mag mit der grösten Schärfe der mathematischen Lehrart erweisen, daß Affecten an und vor sich nicht böse, daß die Materie nicht

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0005-9

denken könne, er mag allen Sätzen die Nahmen: Erklärung, Grundsatz, Lehrsatz, 2c. beyfügen, er mag die Beweise in lauter förmliche Schlüsse einkleiden; so wird er es doch nimmermehr auf den Grad einer allgemeinen und ganz unfehlbaren Ueberzeugung bringen; als man in der Mathematic erwiesen hat, daß ein Tangent den Circul nur in einen einigen Punkt berühre, oder mit dem darauf gezogenen Radius einen rechten Winkel mache. Eine Erfahrung von 2000. Jahren, seitdem Aristoteles und Euclides philosophische und mathematische Sätze vorgetragen, und eine kleine Achtsamkeit auf die unendlichen Strittigkeiten, welche nur über die angeführten zwey Sätze entstanden und annoch dauren, wird den Vorzug der mathematischen Deutlichkeit und Gewißheit vor der philosophischen ausser allen Zweifel setzen. Es muß also ausser der Art zu demonstriren, welche bey beyden einerley, und sich auf einerley Methode und Reguln gründet, noch etwas besonders seyn, wodurch die mathematischen, vorzüglich aber die geometrischen Wahrheiten zu einen so besondern und ganz eigenen Grad der Deutlichkeit und Unfehlbarkeit gebracht werden. Dieses ist nun, mit den Alten zu reden, nichts anders als die Evidenz, ich meine die Deutlichkeit, die in die Augen und Sinne fallende Unläugbarkeit der Grund-Sätze woraus der Mathematiker seine Sätze herleitet, welche am Ende auf das bekannte hinauslauffen: ein iedes ist sich selbsten gleich; Worbey Euclides sich gar häufig der Folge eines handgreiflichen Widerspruchs bedienet, (deductio ad absurdum) wenn man das Gegentheil von dem angenommenen oder erwiesenen nur gedenken wollte. Es ist wahr, der Weltweise beruft sich auch zum öftern auf die Ungereimtheit des Gegensatzes, und nicht selten alle beyde im Widerspruch begriffene Partheyen; jener behauptet, es sey ungereimt, daß die göttliche Vorsehung sich auf alle und jede einzele Dinge erstrecke; dieser saget, es wäre ungereimt, daß nur die Arten oder Species überhaupt ein Vorwurf der Vorsehung seyn sollten. Allein weder der eine noch der andere hat das unmögliche, das widersprechende, das ungereimte der entgegen gesetzten Meynung so überzeugend dargethan, als Euclides erwiesen, daß aus einem Punct auf eine gerade Linie nur eine einzige senkrechte Linie könne gezogen werden?

§. 2.

Man wird es also keinem mathematischen National-Stolz beymessen, daß wir der, um uns genauer auszudrücken, geometrischen Lehrart, so wie sie von den Alten, besonders dem Euclides, gebrauchet worden, einen merklichen Vorzug der Deutlichkeit und Gewißheit vor allen philosophischen Beweisen einräumen; wenn man nicht der unläugbaren Erfahrung widersprechen will. Und obgleich dieser Vorzug vornemlich auf der Evidenz der Grundsätze beruhet; so man das Materiale des Beweises zu nennen pfleget; so kann man doch auch in Ansehung der Art zu beweisen, der Erklärungen, der Schlüsse und ihrer Verbindung, welche das Formale ausmachen, nicht in Abrede seyn, daß die geometrischen Wahrheiten weit genauer beschrieben und schärfer bewiesen worden, als von den Weltweisen geschehen, oder, wir sagen mehr, niemahls geschehen kann. Wie genau sind die vier Arten des Parallelogrammi bestimmet, und durch die Kennzeichen der Linien und Winkel so leicht zu unterscheiden, daß man den Augenblick mit Gewißheit angeben kann, worunter ein Viereck, dessen entgegengesetzte Seiten gleich und keine rechte Winkel sind, gehöret. Wie schwer hält es hingegen, die vier so genannten Haupt-Tugenden der Alten, (prudentiam, justitiam, fortitudinem, temperantiam) nur gehörig zu unterscheiden, ich geschweige mit Gewißheit zu bestimmen, worunter diese oder jene Tugend als ein Indiuiduum zu setzen sey. Ziehet man nun ferner in Betrachtung, daß keine Fertigkeit ohne durch wiederhohlte Uebung erlanget werde, und daß man darzu die besten Muster wehlen und gebrauchen müsse; so wird man die mathematische Lehrart, die geometrischen Beweise so lange vor das beste Mittel zu einer Fertigkeit im Demonstriren oder überhaupt zu einer deutlichen und gründlichen Erkenntniß zu gelangen, annehmen müssen, bis man vollkommnere Muster und Proben von genau bestimmten Beschreibungen und Beweisen wird angeben können. Man wird also vor die mathematischen Wissenschaften mit Lehrbegierde und Hochachtung eingenommen, nicht nur wegen des Nutzens und Einflusses, welchen die ausübende Rechen- und Meßkunst in andere Theile der Gelehrsamkeit, besonders die Naturkunde und in das gesellschaftliche Leben überhaupt hat; sondern vornemlich in Ansehung der Lehrart selbsten, welche, wo sie des Namens der geometrischen würdig, den Verstand vorzüglich aufkläret und schärfet. Man hat diesen der mathematischen Lehrart eigenen Nutzen zu allen Zeiten eingesehen; worvon ich vorjetzo nur Quintilians Zeugniß anführen will: In Geometria partem fatentur esse utilem teneris aetatibus; agitari namque animos et acui et ingenia ad celeritatem percipiendi venire inde concedunt; sed prodesse eam, non ut caeteras cum perceptæ sint, sed cum discatur existimant. Id vulgaris opinio est; nec sine causa summi viri etiam impensam huic scientiae operam dederunt. Instit. Orat. L. I. cap. XVII. Der würklich grosse und im Demonstriren nicht weniger als der Freyherr v. Wolf, geübte Altorfische Mathematicus, J. C. Sturm, suchte den mathematischen Wissenschaften besonders durch das Nützliche in der Praxi, und durch curieuse problemata Liebhaber zu verschaffen, und scheine sich gleichsam zu fürchten durch schwere Theoremata und Beweise Anfänger zu ermüden oder abzuschrecken. Der Freyherr von Wolf hingegen schlug einen ganz andern Weg ein; er ließ die Demonstration das Hauptwerk seyn, und zeigte, daß die mathematische Lehrart an und vor sich ohne den Nutzen, welchen die vorgetragenen theoretischen und practischen Sätze verschaften, das bewährteste Mittel sey den Verstand zu bessern und zur Deutlichkeit und Gründlichkeit in allen andern Wissenschaften anzuführen. Die Sache war so einleuchtend, und man wurde des Nutzens so bald gewahr, daß auch diejenigen, welche mit dem philosophischen Lehrgebäude nicht zufrieden waren, dem Freyherrn von Wolf in der Mathematic und der Art wie er dieselbe mündlich und schriftlich lehrte, das Lob der Deutlichkeit und Gründlichkeit nicht absprechen konnten. Die mathematischen Wissenschaften funden seit dem ungleich mehrere Verehrer; und man hielte auf allen Universitäten ein Collegium wenigstens über Mathesin puram so unentbehrlich, als ein Collegium logicum, ich meyne vernünftig zu denken.

§. 3.

Soll aber die Erlernung der Mathematic den Vortheil einer ausübenden Logic gewähren; so beruhet sonder Zweifel das meiste, auf der Art des Vortrags, daß derselbe deutlich, ordentlich und gründlich sey. Was hierzu erfodert werde, setzen wir aus einer ächten Logic als bekannt voraus, indem unsere Absicht vielmehr dahin gehet in diesem Aufsatz einige Fehler und zwar solche anzuführen, welche zuweilen gar vor Vollkommenheiten der mathematischen Lehrart pflegen ausgegeben zu werden. Die Deutlichkeit ist wie vorhin erwehnet, das erste, welches die mathematische Lehrart empfiehlet, eine Eigenschaft, die zu jeder guten Methode erforderlich, aber in den Vortrag geometrischer Wahrheiten in einen grössern Grad der Vollkommenheit kann und soll ausgeübet werden. §. 1 et 2. Natürlich wird man hieraus den Schluß machen; je deutlicher, je besser, der größre Grad der Deutlichkeit ist allemahl dem geringern vorzuziehen.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0008-5

ziehen. Kann man wohl allzudeutlich seyn? Ist eine übertriebene eine in das Dunkle fallende und mithin fehlerhafte Deutlichkeit möglich? Die Deutlichkeit eines Vortrags bestehet hauptsächlich in den Erklärungen; Sie wird grösser, je genauer, je vollständiger die Erklärungen sind, wenn die in denselben gebrauchten Kennzeichen von neuen definiret, und so lange zergliedert werden, als man nur Worte die neuen Begriffe auszudrücken finden kan. Wem muß aber nicht so gleich beyfallen, daß man im definiren das Ziel bis zum Eckel, ja zum lächerlichen, überschreiten könne, und in so manchen also genannten demonstrativischen Tractätigen überschritten habe. Sollte der Mathematicus nicht auch durch eine übertriebene Deutlichkeit in das Verworrene und Dunkle, wenigstens in unnöthige Grillen und Weitläuftigkeit fallen können, und können dergleichen Vorwürfe nicht auch in einer allzustrengen Beobachtung der Ordnung und in gar zu weit hergehohlten Beweisen statt finden? Wenn man nicht gar zu sehr nur bloß vor das theoretische vor Speculationen eingenommen, und dabey die §. 5. gemachte Bestimmungen in Betrachtung ziehen will; so wird man unter denselben so viel überhaupt zugeben, daß eine allzugrosse Schärfe, die strengste Beobachtung der mathematischen Lehrart, und die damit verknüpfte grössere Weitläuftigkeit und Schwierigkeit Mathesin zu erlernen mehr dem gesuchten Zweck hinderlich, als zuträglich und angemessen sey.

§. 4.

Billig denkend und urtheilende Leser werden aus dem was §. 1-3. vorausgesetzet worden, von selbsten einsehen, daß wir gar nicht nicht gemeinet die strengste Beobachtung der mathematischen Lehrart, die größte Schärfe im Erklären und Beweisen überhaupt vor fehlerhaft oder der Mathematic hinderlich und nachtheilig auszugeben; noch in dem Fall, wenn grosse Männer in Schriften alles biß auf die ersten Begriffe und Gründe hinauszuführen sich bemühet haben; wenn sie Grundsätze, die man ohne Beweis anzunehmen pfleget, gleich denen Lehrsätzen demonstriret; wenn sie nach der Schärfe eine andere Ordnung gewehlet, als in dem also zu reden gemeinen Vortrag gewöhnlich, da man mehr die Kürze, das practische, und Anfängern alles auf das möglichste zu erleichtern zum Zweck hat. Dergleichen Muster der schärfsten und vollkommensten Demonstration können Lehrenden und Lernenden, wenn sie erst die Anfangsgründe verstanden, allemahl einen beträchtliträchtlichen Nutzen verschaffen. Vielweniger wird man, was wir wider die allzustrenge Beobachtung der mathematischen Lehrart in dem Vortrag der Anfangsgründe unter gewissen Einschränkungen §. 3. erinnert, dahin mißdeuten, als ob an der Demonstration entweder nichts gelegen, oder daß man allenfals durch mechanische Beweise, durch die Proben a posteriori darthun könnte, daß z. E. das factum der beyden äussersten Glieder gleich sey dem facto der mittlern ꝛc. Muß ein Lehrer in Privatunterricht sich dergleichen nothgedrngen bedienen, wo der Disciple entweder nur bloß das practische wissen will und soll, oder zu Demonstrationen weder die Fähigkeit noch Gedult hat; so würde eine so genannte mathematische Spiel-Methode studierenden, ich meyne Personen, die nach einer deutlichen und gründlichen Erkenntniß der Wahrheit trachten, theils unanständig seyn, theils sie des obangezeigten Vortheils durch die Erlernung der Mathematic den Verstand zu schärfen, gröstentheils berauben.

§. 5.

Es kommt nun darauf an, daß wir genauer bestimmen, wenn und in wie fern die Beobachtung der mathematischen Lehrart vor allzustreng und scharf anzusehen; oder wenigstens allzu schwer und weitläuftig folglich dem gesuchten Zweck mehr hinderlich als förderlich sey. Dieses zu beurtheilen muß man nicht die mathematische Lehrart in abstracto an und vor sich betrachten, sondern die Frage auf besondere Absichten und Umstände so einrichten; wie soll die Methode beschaffen, gemäßiget und eingeschränket werden; 1) wenn Studierenden nicht die ganze Mathematic oder auch nur einige Theile in der grösten Vollkommenheit, sondern die Anfangsgründe, ich meyne die Hauptsätze, die wichtigsten, die unentbehrlichsten Wahrheiten der Arithmetic und Geometric auf eine überzeugende Art sollen beygebracht werden; worbey man aber ja nicht ein oder etliche excellente zu Speculationen aufgelegte Köpfe, sondern einen mittlern Grad der Fähigkeit zum Maaßstab des Unterrichts nehmen muß. 2) Wenn die Mathematic nicht bloß zur Speculation oder den Verstand zu cultiviren, sondern auch zur Ausübung soll gelehret und gebracht werden, also daß man wenigstens die Möglichkeit und Richtigkeit der Aufgaben einzusehen und zu beurtheilen im Stand sey. Z. E. Die Richtigkeit eines aufgenommenen Risses von einen Teich oder Wald, die Cubische Ausmessung einer nach Ruthen bedungenen Mauer ꝛc. 3) Wenn die Beschäftigung mit der Mathematic dem Studio, welchem

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0010-6

welchem man sich widmet, der Gottes- oder Rechtsgelahrheit rc. nicht allzu nachtheilig oder hinderlich fallen soll. Unter diesen Bedingungen, unter dieser vorausgesetzten Absicht, wird man überhaupt so viel zugeben, daß diejenige Lehrart allzustreng, vor Anfänger zu schwer und weitläuftig sey, wenn man die Euclidische Lehrart nicht nur in der grösten Schärfe anwenden, sondern die Euclidischen Erklärungen und Grundsätze noch genauer beschreiben und erweisen will; wie wir in den folgenden darthun werden.

§. 6

Es liesse sich hierbey noch gar verschiedenes erinnern; z. E. daß man nicht das Theoretische zum Haupt-Augenmerk nehmen müsse, sondern nur in so fern, als ohne dasselbe das Practische nicht kann verstanden werden: Was nützet es, daß man in der Astronomie den Lehrsatz, daß ♃ zuweilen directus, stationarius und retrogradus begriffen, daß man die Gesetze der Bewegung um die Axe und die Sonne aus der Dynamic eingesehen, und sich lächerlich machet, wenn man den Globum nicht ad datum locum et tempus zu stellen im Stand ist. Ferner, daß man nicht Geometriam sublimiorem et curvarum, Analysin speciosam, wenigstens über die quadratische Gleichungen, vielweniger calculum differentialem und integralem in die Encyclopedie einmische. Es ist dieses jetzo freylich das glänzende, und Euclides würde von manchen mit aller seiner Scharfsinnigkeit kaum über die Achsel angesehen werden, weil er nur die Eigenschaften der geraden Linien, Flächen und Cörper, und von den krummen bloß des Circuls erkläret; Weil keine Gleichung vor die Kegelschnitte, (*) keine Reduction einer höhern Gleichung in eine Reihe unendlicher Brüche rc. vorkommt. Es bleibt aber wohl darbey, daß die Natur keinen Sprung mache. Zu den vorerwehnten Stücken der höhern Mathesis wird nicht nur erfordert,

(*) Euclides hat die Kegel-Schnitte so gut verstanden als die Elementa Geometriae planae. Unter den verlohren gegangenen Schriften, sind 4. Bücher von den Kegel-Schnitten, woraus Apollonius seine Conica verfertiget. vid. HEILBRUNNER, Hist. Mathes. p. 164. Aber er hat die Geometriam curvarum nicht in die Elementa gemischet. Folglich könnten wir die gemachte Anmerkung mit des Euclidis und der alten Geometren Beyspiele rechtfertigen.

daß man die Anfangs-Gründe der gemeinen Geometrie zum ersten mahl gefasset, sondern dieselben vollkommen innen habe, eine Fertigkeit in demonstrando besonders abstrahendo erlanget, wenn man allgemeine Formeln machen und verstehen will. Grosse und erfahrne Mathematici werden mir darinnen beypflichten. Doch sey es ferne, daß wir den von uns vorgeschlagenen Plan andern aufdringen, oder als Fehler anrechnen wollen, wenn jemand in den Anfangs-Gründen es sich weiter zu bringen getrauet. Die Methode ist etwas willkührliches; man kann auf verschiedene Wege zu einen Zweck gelangen. Man kann von den Punkt auf die cörperliche Ausdehnung, und von dieser auf den Punkt zurückgehen. Vielweniger lassen sich die Gräntzen, wie weit man in einer Wissenschaft gehen soll und kann, allgemein bestimmen.

§. 7.

Wir wollen also unsere Erinnerungen vorjetzo bloß auf die mathematische Lehrart oder den Vortrag der Anfangs-Gründe einschränken. Hoffentlich werden uns alle Verständige beypflichten, wenn wir die Euclische Lehrart zum Grund legen, und als die beste und bewährteste auch im Vortrag der Anfangs-Gründe bey Studirenden anpreisen; jedoch mit einigen darbey zu beobachtenden Cautelen und Einschränkungen. Euclides hat die Elementa der Geometrie und Arithmetic so zusammen getragen, wie sie in der lange Zeit berühmten mathematischen, besonders astronomischen Schule zu Alexandrien, in der grösten Vollkommenheit der damahligen Zeiten gelehret worden. Er hat sich nicht so wohl der Kürze als der Vollständigkeit beflissen, und alles gesammlet, was die scharfsinnigsten Köpfe erfunden, und wormit sie sich auch zur blossen Speculation beschäftigten. Man muß sich die Schule zu Alexandrien als eine Königl. Societät der Wissenschaften vorstellen; und sie war es auch. Siehe Weidlers Hist. Astron. Cap. VI. p. 122. Vossius giebt Euclid zum ersten Lehrer der Mathematic allda an, und will bemerket haben, daß von der Zeit an 270. vor Christi Geburt bis auf die Epoche der Saracenen, man keinen berühmten Mathematicum antreffe, der nicht entweder von Alexandrien gebürtig gewesen, oder doch allda studiret und gelehret hätte. De Scient. Mathem. p. 52. Es fassen demnach Euclids Elementa weit mehr in sich, als Anfänger zu wissen nöthig; und daß denen Alten schon dieselben zu weitläuftig vorge-

kom-

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0012-7

kommen, ist aus des damahligen Königs in Egypten des Ptolomaei Lagi Frage an Euclid abzunehmen: Ob denn kein kürzerer und leichterer Weg zur Kenntniß der Geometrie zu gelangen wäre, als welchen er in den Elementis gezeiget hätte? Worauf dieser versetzet: μὴ εἶναι βασιστικὴν ἀτραπὸν πρὸς γεωμετρίαν. (*) Man hat dahero schon längst eine Auswahl getroffen, und Anfängern nicht die sämtlichen Bücher des Euclid, sondern insgemein nur die 6. ersten erkläret, welche daher vielfältig allein ediret worden; und nachhero in denen Compendiis aus diesen manches weggelassen, was zur übenden Geometrie nicht so gar nöthig geschienen. Natürlich hat man also auch nicht die gröste Schärfe in der Demonstration beobachten können, man hat manches als von dem Eucllid erwiesen, ohne Beweiß zum Grund geleget; man hat manche Beweise Anfängern kürzer und leichter zu machen gesuchet, wenn man auch darbey von der Euclidischen Schärfe in etwas abweichen müssen; man hat manches, was in dem Euclid wegen der Demonstrstion zerstreuet vorgetragen wird, aber sonsten unter eine Classe gehöret, zusammen genommen, und verschiedene Sätze als Folgen aus den erwiesenen hergeleitet, welche Euclid als besondere Lehrsätze vorgetragen und demonstriret. Und so lange dergleichen und mehrere gebrauchte Vortheile, und daß ich so reden mag, eine Mäßigung der strengen mathematischen Lehrart das Wesentliche derselben die Deutlichkeit und Gründlichkeit nicht allzusehr alteriret; wenn ein Lehrer in den Anfangs-Gründen und unter den §. 5. erwähnten Umständen und besondern Absichten denen Zuhörern einen Satz nur begreiflich machet; Gesetzt, daß der Beweiß der Euclidischen Schär-

B 2

(*) Das Feine steckt in den ἄτραπος; welches einen kürzern und beqvemlichern Seiten- oder Neben-Weg bedeutet, als die ordentliche Strasse; dergleichen grosse Herren von ihren Residenzen zu ihren alleinigen Gebrauch anzulegen pflegen, Fürsten, Königs-Wege, da sie in weniger Zeit und viel beqvemer an einen Ort gelangen, als die auf der gemeinen Strasse bleiben müssen. Euclides wollte also mit der Antwort: Zur Geometrie geb es keine solche Königs- oder Fürsten-Wege, dem Ptolomæo so viel anzeigen: Grosse Herren könnten zwar in spaziren fahren und reiten, kürzere und beqvemere Wege als andere Personen nehmen; aber Geometrie gründlich zu verstehen, müsten edle und grosse eben so wohl die Köpfe anstrecken, als die unedlen und gemeinen Schüler.

Schärfe nicht beykömmt; (*) so werden vernünftige und billige Beurtheiler dergleichen Ausnahme oder Herablassung mehr entschuldigen, als mit allzubittern Vorwürfen des Unverstands und Unfähigkeit im demonstriren belegen. (**)

§. 8.

Solchergestalt ist nun wohl die Sache übertrieben; die Lehrart vor Anfänger zu schwer und zu weitläuftig, wenn man nicht nur mehr und schwe-

(*) Die Lehre von der Proportion der Linien und △ ist die wichtigste in der Geometrie. Zur Praxi mit der Mensul, ja nur zu Verfertigung eines Maaßstabs, hat man den Satz gleich Anfangs nöthig; daß durch Parallel-Linien die Schenkel eines △ proportional abgeschnitten werden. Euclides erweiset diesen erst in den 6sten Buch Propos. 2. nachdem er schon L. 1. Prop. 47. das bekannte Theor. pythagor. demonstriret hatte. Dieses machet Anfängern schon viel zu schaffen; und der Euclidische Beweiß von jenen gewißlich nicht weniger. Wolf hat die Schwierigkeiten eingesehen; und die Verhältniß aus dem Begriff des ähnlichen Anfängern erweißlich machen wollen; welcher zur Ueberzeugung gar nicht hinlänglich, und der geometrischen Evidenz entgegen stehet. Ich weiß, daß der Beweiß per descensum æqualem lineæ parallelæ die Euclidische Schärfe nicht hat; aber wenn ich durch Annehmung desselben Anfänger von der Sache selbst und zwar viel kürzer und leichter belehren und überzeugen kann; wie aus einer langen Erfahrung wahrgenommen; warum sollte ich sogar eigensinnig auf der grösten Schärfe bestehen? Wenigstens hat Herr von Segner eine ähnliche Art des Beweises dem Euclidischen ebenfals vorgezogen. Vorles. VII, 7. p. 387. Und la Caille begnüget sich den Parallelismam linearum, und dadurch entstehende gleiche Winkel bloß per descensum aequalem zu demonstriren. Elem. Geom. §. 432.

(**) Es sind noch zwey Umstände zu bemerken. Zu des Euclid Zeiten waren nur eigentlich 4. Theile der gesamten Mathematic, die Arithmetic, Geometrie, Astronomie und Musica; h. z. t. aber 3. und 4mahl mehrere. Die damahligen Schüler waren nicht mit Erlernung der Sprachen und dem was man jetzo Facultäten nennet, so zerstreuet und belästiget, wie unsere Studirenden. Beydes entschuldiget oder nöthiget vielmehr die heutigen Lehrer der Mathematic von der Euclidischen Schärfe und Weitläuftigkeit in vielen abzugehen, oder man müste ihnen drey und viermahl fähigere und fleißigere Schüler gewähren können.

schwerere Materien in die Anfangs Gründe bringet, als Euclides in seinen Elementis abzuhandeln sich getrauet, dergleichen wir §. 6. erwehnet; sondern auch im definiren und demonstriren die Euclidische Schärfe und Strenge noch übertreffen will. Wir wollen zum Beweiß erstlich die Erklärung einer geraden Linie untersuchen, und die Euclidische mit den neuern vergleichen. Bekanntlich giebt Euclides zum Character der geraden Linie den kürzesten Weg an, auf welchem man sich die Bewegung eines Puncts biß zu einem andern gedenken kann. Mir ist nicht bekannt, daß von den alten darwider was wichtiges wäre eingewendet worden; der Character ist deutlich, und zu dem Zweck nemlich gerade von krummen Linien zu unterscheiden hinreichend, wenigstens bey 2000. Jahr davor gehalten worden. Nur zu unsern und unserer Väter Zeiten hat man viam brevissimam Euclidis verworfen, oder doch aus einem andern Character erweißlich und begreifflich machen wollen; **eine gerade Linie sey diejenige, da alle Theile der ganzen ähnlich.** Der alte Character gehöret gewisser massen unter die ideas innatas, wenn man dergleichen zugeben will. Wer nur sensum communem hat, wird wenn er soll den kürzesten Weg gehen, den geraden wehlen, aber unter 100. Einfältigen wird keiner sogleich darauf fallen, daß der gerade gemeinet sey, wenn man ihm saget, er solle von Coburg nach Nürnberg einen solchen Weg gehen, da alle Theile dem ganzen ähnlich wären. Ich bitte meine Leser, sie wollen ohne Vorurtheile der Erfahrung den Ausspruch überlassen. Es ist aber ferner der Satz; in einer geraden Linie sind alle Theile der ganzen ähnlich, im Geometrischen Verstand und nach des Euclids Ausdruck und Beschreibung gar ungewöhnlich und falsch. Aehnlich heist nach dem Euclid nicht in dem allgemeinen philosophischen Begriffe was einerley Character hat; was nur überhaupt aus ähnlichen Dingen auf ähnliche Art entstehet; sondern was einerley Character der Grösse hat, oder was proportional ist. Proportionalitas est similitudo proportionum L. V. defin. IV. und L. VI, def. 4. Proportio est rationum identitas nach dem griechischen similitudo (ὁμοιότης). (*) Nun werden zu einer Proportion wenigstens 3. Quan-

(*) In der Geometrie fragt man nicht nach den Farben und andern Characters, sondern nach dem Character der Grösse. Keine Grösse nemlich die ποσότης, nach dem Weigel, die Wiegroßheit läst sich begreiffen, und bestimmen als in Vergleichung mit andern. Wenn nun B in der A so vielmal enthalten, als C in D, so

Quanta erfodert; L. V. prop: 9. also kan man von 2. Linien allein betrachtet, der ganzen und einem beliebigen Theil nicht schicklich, nicht geometrisch sagen, daß sie ähnlich zwischen 2. und 4. ist zwar ratio, aber nicht similitudo eine Aehnlichkeit, welche alsdenn erst entstehet, wenn noch wenigstens ein quantum als 8. darzu genommen wird, welches nach Euclids Ausdruck æque multiplex in Ansehung der 4. als diese in Ansehung der 2. ist. Gleiche Bewandniß hat es mit den Linien. Man gedenke sich 4. gerade Linien von unterschiedener Größe; so wird man allemahl die 3. kleinern, als Theile der grösten annehmen können und sodann schliessen müßen; daß es ähnliche Linien wären, welches doch nur von Proportional-Linien im gewöhnlichen Geometrischen Verstand kann und pflegt gesagt zu werden. Man gehe den ganzen Euclid durch, und bemerke, was er ähnliche Cörper, ähnliche Flächen, ähnliche Linien, Winckel und Bögen nennet, so wird der Character nicht darinnen bestehen, daß es nur gerade oder krumme sind, oder die Figur in geraden und krummen Linien eingeschlossen, sondern daß sie proportional sind. Man kan eine jede Linie als die Chorde eines beliebigen Bogens von 30, 60, 90° annehmen. Zwischen einem jeden ist im gemeinen Verstand die gröste Aehnlichkeit; es sind Circul-Bogen. Gleichwohl behauptet Euclid L. III, prop: 23. Super eadem linea recta duo circulorum segmenta similia & inæqvalia non constituentur. Warum? der Bogen von 30° ist ja eben sowohl ein pars circuli als der Bogen von 60°; aber es hat jener ein ganz anderes Verhältniß zu dem Circul als wie dieser, und deswegen spricht ihnen Euclid auch die Aehnlichkeit ab. Nur von gleichseitigem Triangel kann man geometrisch sagen, daß sie alle ähnlich sind; nicht von gleichschenklichten, obgleich ebenfals eine convenientia characterum vorhanden, daß 2. Linien und die Winkel ad basin gleich, daß perpendicularis a vertice die basin

so leget man ihnen eine Aehnlichkeit bey, die andern Characters mögen so verschieden seyn als sie wollen; B mag vertical C Horizontal, eine Abcisse oder semiordintae seyn. Man pflegt den Begriff der Aehnlichkeit insgemein aus der Vergleichung eines Portraits mit dem Original oder eines Gemählds in Lebens-Grösse und in miniatur herzuleiten. Hierzu wird erfordert, daß auch das Colorit ähnlich sey; aber nicht zur geometrischen Aehnlichkeit. Da ist es genug, wenn nur die Linien auf einerley Art liegen, und einerley Verhältniß gegen einander haben; wie der scharfsinnige Hr. von Segner gar wohl bemerket. l. c. Sect. VII. 2.

lin' gleich' theilet, daß es in einem Circul kann beschrieben' werden. Alles dieses macht noch keine similitudinem keine Aehnlichkeit im geometrischen Verstand aus, und man würde denjenigen verlachen; welcher behaupten wolte. Omnia triangula æqvi crura esse similia. Eben so ich will nicht sagen ungereimt doch ungewöhnlich würde der Satz seyn: 100. Linien sind ähnlich, weil es sämtlich gerade Linien sind, und man muß darauf verfallen und denselben zugeben, wenn man den Character gerader Linien darinnen setzet, daß jeder angenommener Theil dem ganzen ähnlich.

§. 9.

Jedoch wir wollen nicht auf der gewöhnlichen geometrischen Schärfe bestehen; ähnlich soll nicht heissen: was einerley oder gleiche Verhältniß hat; sondern was nur eine Verhältniß hat, nicht proportionem, sondern rationem allein. Aber so ist ähnlich gar kein Character, wodurch man gerade Linien von krummen unterscheiden könne. Denn wie ich von jedem Theil der geraden Linie AB sagen kan, z. E. Dem $\frac{1}{3}$ daß er dreymahl genommen der ganzen gleich sey; eben so kan man vielmehr dieses von jedem Circul-Bogen behaupten; wenn man nicht die ganze Trigonometrie verwerfen oder umstossen will. Soll demnach similitudo totius & partium das Hauptkennzeichen gerader und krummer Linien ausmachen, so muß man den Begriff der Aehnlichkeit einer Verhältniß, ja der Verhältniß (rationis) an sich, ganz bey seite setzen, und bloß auf einen Character sehen, der bey jedem Theil einer curvae, aber nicht bey der ganzen wahrzunehmen. Wir wollen anjetzo nur den Circul als die bekannteste anführen, und man wird sich wahrscheinlich darauf beruffen, alle Bögen oder Theile des Circuls kommen nicht in einen Punkt zusammen, schliessen keinen Umkreiß ein, wie der Circul; kein Bogen ist ein geschlossener Circul, wie die gerade Linie AB eben so vollkommen, eine zwischen 2. Punkten enthaltene Linie ist als die ganze, folglich wäre kein Theil dem ganzen ⊙ ähnlich. Allein so viel giebt man zu: ein Bogen wird auf die nemliche Art erzeuget, wie der ganze Circul; alle Puncte eines Bogens stehen von dem Centro eben so weit ab, als die Punkte des nemlichen Circuls; alle Bögen des Circuls sind einander ähnlich, in eben dem Verstand, als ich sagen kan, alle Theile einer geraden Linie sind einander ähnlich, man mag nun sich gleiche Verhältniße vorstellen; oder sich nur eine Verhältniß, rationem quamcunque gedenken. Man wird allemahl zugeben müssen, der kleinste

Bogen

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0017-5

Bogen von 1″ ist dem grösten Bogen, das ist, dem ganzen ⊙ — 1″ ähnlich. Ich frage ferner, ist denn ein halber ⊙ul nicht auch ein ⊙ul, so wie pars trianguli allemahl noch ein △lum bleibet; und giebt es nicht so viele krumme Linien, da der fliessende Punkt nicht wieder an den ersten Punkt der Bewegung zurückkommt, oder die sich gar nicht schliessen. Alle ⊙ul-Bogen haben zu dem ganzen ⊙ eine gewisse Verhältniß. Nun hat kein Verhältniß statt, als wenn die quanta homogenea oder von einer Art sind; eine Linie hat zu einer Fläche kein Verhältniß. Wenn man also vorgiebt: ein ⊙bogen wäre eine Linie, die als ein Theil betrachtet dem ganzen ⊙ nicht ähnlich, so muß man entweder das Absurdum behaupten, zwischen den Bogen und ⊙ fände gar kein Verhältniß statt; oder eingestehen, daß sie beyde homogen, von einer Art, daß man sich den ⊙ eben sowohl als ein multiplex von den Bogen des Zwölfecks gedenken könne, als eine ganze Linie aus den $\frac{1}{12}$ entstanden; folglich das einzige der ⊙kreiß ist geschlossen, der Bogen nicht, kein wesentlicher, kein entscheidender allgemeiner Character der geraden und krummen Linien sey. Wenigstens wird man darinnen keine grössere Deutlichkeit und Richtigkeit als in des Euclids via brevissima wahrnehmen können, zumahlen daraus sogleich einleuchtet: Zwischen zwey Punkten sind alle rectae gleich, oder nur eine einzige möglich; welches aber aus den Character der Aehnlichkeit allein schwer oder gar nicht zu erweisen. Gesetzt also, daß was wir §. 8. und 9. an der neuern Erklärung einer geraden Linie erinnert, sich endlich noch beantworten, und dieselbe mit ich weiß nicht was vor Einschränkungen und Distinctionen rechtfertigen liesse; so wird man doch so viel zugeben, daß es in den Vortrag der Anfangs-Gründe besser gethan sey, den kürzesten und leichtesten Weg zu gehen.

§. 10.

Sonder Zweifel haben diese und vielleicht mehrere Schwierigkeiten verschiedene Geometren bewogen, daß sie den Character der Aehnlichkeit fahren lassen, und davor die gleiche Direction oder Richtung auf einen Punkt angenommen, daß nemlich eine gerade Linie diejenige sey, wenn der fliessende Punkt beständig einerley Direction behält; quæ ubique secundum eandem directionem extenditur. Es ist meine Absicht gar nicht, diese Erklärung zu bestreiten oder zu verwerfen; ich habe zu viel Hochachtung vor Männer, welche sich derselben bedienet; deren gründliche und einsichtsvolle Schriften mich überzeuget, daß sie weit mehr verstehen, als was zur Erklä-

rung

rung einer geraden Linie erforderlich. Doch wird es mir erlaubt seyn, die Person eines Opponenten anzunehmen, oder vielmehr als ein Zuhörer einige dubia bloß in der Absicht vorzubringen, daß die alte Euclidische Definition nicht sogar zu verwerfen, daß man wider die neue auch manches scheinbare einwenden könne, und um meinen Satz zu bestätigen, daß in dem Vortrag der Anfangs-Gründe eine Mäßigung der strengen mathematischen Lehrart mehr zu entschuldigen, als zu tadeln sey. Könnte man nicht z. E. einwenden, daß die angezogene Erklärung dem Sprach-Gebrauch zuwider wäre? Man saget, daß ein Cörper nach einerley Richtnng und Direction sich beweget, wenn die Bewegung nicht rück- oder seitwerts, sondern vorwärts auf einem Punkt geschiehet, der Schwerpunkt mag eine gerade oder krumme Linie beschreiben; Man saget von allen Sternen, daß sie in ihrer Bahn einerlei Direction hätten und behielten, daß Jupiter directus, recht lauffend, wenn die Bewegung auf datum punctum gerichtet. So wie 2. Punkte der geraden Linie eine gewisse Direction geben; also wird auch die Direction aller Circul in Sphæra nur durch 2. Punkte bestimmet, e. g. wenn man sich einen Vertical-Circul durch das Zenith und den Arcturum gedenket; man schreibet dem Bogen eines solchen Circuls, und einem Cörper, der in demselben sich beweget, einerley Direction in Ansehung des Punkts in den Horizont zu, welchen der Vertical Circul schneidet, und gegen oder von welchem Punkt eine Bewegung geschiehet. Ich stelle mir hierauf zur Antwort vor; der gemeine Gebrauch zu reden hätte gar viele Unrichtigkeiten; wenn gleich ein Cörper in der Bewegung durch eine curvam in so fern einerley Direction behielte, als dieselbe versus eandem plagam geschähe, so hätten doch alle Punkte des Bogens eine andere Direction in Ansehung der Senne oder des radius und des Tangentens, von welchem das fließende Punkt sich zu bewegen angefangen; als welches sich immer weiter von den Tangenten entfernete. Gut, würde ich dargegen einwenden, muß denn die Direction des Bogens nur mit den Tangenten verglichen werden; sollte man nicht vielmehr den Mittelpunkt des Circuls annehmen; und in Ansehung dessen muß man ja wohl zugeben, daß das fließende Punkt so den Bogen beschreibet, beständig einerley Direction behält, sich weder von denselben entfernet, noch nähert, mit dem Radio weder größere noch kleinere Winckel machet, folglich die curua ubiqve eadem directione extendiret werde. Mein Herr Respondens wird sagen, um den Unterschied der geraden und krummen Linien zu bestimmen, müste man den Bogen nicht mit einem

Punkt, sondern mit geraden Linien in Vergleichung stellen, und dieses könne am beqvemsten mit den Tangenten und der Senne oder Radius geschehen, da der angegebene Unterschied, die Veränderung der Direction ja sogleich in die Augen fiele. Ich würde meinen Herrn Respondenten um Vergebung bitten, daß ich den Augen nicht trauete, daß es nicht genug wäre zu sagen. Der fließende Punkt in einer curva verändert singulis momentis die Direction, sondern daß er mir aus den Gesetzen der Bewegung dieses erst beweisen müste. Er wird sich auf die Rechte des Respondentens beruffen, und daß mir das Gegentheil zu beweisen zukäme; doch aber vielleicht aus Gefälligkeit hinzusetzen: die Bewegung eines Cörpers in einer krummen Linie erfolgte bekanntlich durch die vim centripetam und centrifugam, beyde druckten den Cörper nach entgegengesetzten geraden Linien den Tangenten und Radius; weil aber ein Cörper unmöglich zugleich nach 2. divergenten Linien sich bewegen könnte, so bekäme er quovis momento eine andere Direction und beschriebe eine Curvam mediam. Ich würde dem Herrn Respondenten vor den gütigen Unterricht dancken, aber auch sogleich die Instanz machen: daß momentanea mutatio directionis bey jedem motu composito statt fände; daß dem ohngeachtet die Diagonal-Linie eines Parallelogramni, nach welcher die Bewegung würcklich geschähe, keine curva, sondern linea recta wäre. Jedoch ich will hier abbrechen, und zugeben, daß mein Respondent auch diesen Einwurf beantworten, und den Character der geraden Linie, quæ ubique secundum eandem directionem extenditur, endlich behaupten werde.

§. 11.

Denn die Wahrheit zu sagen, düncket uns selbsten, was wir §. 8. : 10. vor und wider die Erklärungen einer geraden Linie angeführet, von geringem Nutzen und sehr entbehrlich zu seyn. Aber es ist aus eben der Absicht geschehen, um das überhandnehmende Vorurtheil derjenigen zu entkräften, welche solche Subtilitäten als das wesentliche der Mathematischen Lehrart ja als eine besondere Vollkommenheit erheben. Einsichtsvolle Männer urtheilen freylich ganz anders. Ein Segner schreibet l. c. IV, 28: **Wenn man die Wahrheit gestehen will, so ist es nicht möglich jemanden einen Begriff von einer geraden Linie durch eine Erklärung beyzubringen, so künstlich man auch dieselbe verfaßen mag, und alle Erklärungen der geraden Linie setzen würcklich zum Grund, daß man bereits wiße, was eine gerade Linie sey,** Wormit Herr Kästners Ausspruch

spruch übereinstimmet, Anf. Gr. der Geom. §. 6. Die gerade Linie wird niemand aus irgend einer Erklärung kennen lernen, und niemand hat es auch nöthig. Aber es wäre zu wünschen, daß alle Lehrer so dächten. Es kann niemand unbekannt seyn, daß manche in solchen minutiis, in vorgeblichen neuern und bessern Definitionen, Abtheilungen, Veränderung der Ordnung, in einer gerühmten neuern und schärfern Art des Beweises, oder wenn sie Lehrsätze demonstriren, die andere als Grund-Sätze angenommen, und wie man verkleinerlich darzu setzet, sich nicht zu beweisen getrauet, gleichsam eine ganz neue und weit vollkommenere Geometrie als Euclides zu lehren sich und andere bereden wollen (*), zumahl wenn sie die Erfindun-

(*) Kein Vorurtheil ist wohl ungegründeter, als daß man eine neue Geometrie zu lehren oder auch gelernet zu haben sich einbildet; wenn die ewigen unveränderlichen nothwendigen Wahrheiten auf eine neue Methode vorgetragen werden. Und gleichwohl ist es nur allzugemein. Als das Wolfische Handbuch aufkam, so hieß es, wer Mathesin nach des Sturms Tabellen gelernet, muste solche noch einmahl hören; und jetzo soll jenes nicht mehr zu Vorlesungen tauglich seyn. Nun will gerne zugeben, daß in einem Compendio mehr Ordnung und Deutlichkeit anzutreffen, als in dem andern, aber die Geometrischen Wahrheiten bleiben allemahl die nemlichen. Ich mag nun aus der von Albrecht Dürer 1538. edirten Unterweisung der Messung die Verzeichnung der Spiral Linien und Kegelschnitte oder aus der neuesten Geometrie erlernet haben. Dieser Wahn wird noch durch ein anders Vorurtheil vermehret. Man hört soviel von einer Kette der Wahrheiten und Schlüsse; Man glaubet, wenn einer die Linie, die Winckel ꝛc. anders definirte, so müsten lauter neue Wahrheiten heraus kommen, und was aus den alten hergeleitet worden, wäre alles falsch. Dieses kann in philosophischen Begriffen statt haben, da aus einer andern Definition andere Sätze fliessen. Z. E. nach dem jus, obligatio genauer oder weitläuftiger genommen wird; aber in der Geometrie mag man einen Winckel definiren wie man will, daß es eine Neigung oder Oefnung 2 Linien sey, die in einen Punct zusammen kommen, oder der Raum, welcher von 2. in einen Punct concurrirenden Linien von allen Raum, den man um einen Punct gedencken könne, abgesondert, (NB. nicht eingeschlossen) wird, man mag nach der euclifindungen der neuern, wormit Mathesis abstracta & sublimior von einem Neuton, einem Leibnitz, von Backer und andern bereichert worden, darzu nehmen, und aus Anfängern und Schülern gleich große Erfinder Mathematischer Wahrheiten zu bilden, vorgeben. Angehende Studiosi, die grösten theils nicht wissen, quid distent æra lupinis, lassen sich den Schein blenden, wie denn das neue, oder was nur den Schein des neuen hat, nicht weniger in Wissenschaften, als in den Moden vorzüglich reitzet. Dahero es nichts seltenes, daß die Hörsäle eines Neulings, der Jünglinge bey ihrer Schwäche zu faßen, und mit solchem Flittergold zu blenden weiß, von Zuhörern angefüllet sind; wenn Männer von ungleich größerer Kenntniß und Verdiensten sich verachtet und verlaßen sehen. Wie wohl dieses Schicksal nicht die Lehrer der Mathematic allein betrifft; daß der Applausus zum Verdienst in reciproca ratione brachiorum sich verhalte, nemlich daß bey dem längsten Arm des Hebe-Baums die geringste, und bey dem kürtzern die gröste Kraft oder Gewicht in statu æquilibrii angetroffen wird.

§. 12.

Wir könnten noch mehrere Beyspiele als das wenige von Linien und Winckeln anführen; um zu zeigen, daß in dem Vortrag der Anfangs-Gründe eine allzugrosse Subtilität und Schärfe theils unnöthige Weitläuftigkeit verursache*, theils anstatt eines größern Grades der Uberzeugung und Gewißheit mehr verwirre; wenigstens von dem wesentlichen den nöthigern und nützlichern abhalte, wenn es die gesetzten Gränzen dieses Auffsatzes verstatteten. Man kann Anfängern die Reduction des Circuls zu einem Triangel auf die bekannte Art erweisen, ohne der Subtilität zu gedencken, daß weder das unendliche Vieleck innerhalb des Circuls noch außerhalb desselben dem

euclidischen Schärfe den Begriff eines Plani darzunehmen oder nicht, oder daß Winckel entstehen, wenn Linien einander schneiden; oder wenn aus einen angenommenen Punct dem Centro eines Circuls 2. divergente Linien gezogen werden; so bleibt alles ein Winckel, man wird keine andere Eigenschaften der Gleichheit herausbringen; als die vorlängst erwiesen worden. Und gesetzt, daß man gar das Ziel verfehlte; so wird der Irrthum durch die sinnliche Vorstellung eines Winckels sogleich widerleget.

dem Circul-Kraiß vollkommen, sondern nur bey nahe gleich wäre. Man kann als einen Character des Diameters annehmen, daß er den Circul gleich theile, wie Euclid selbsten kein Bedenken getragen L. 1. def. 17. Anfängern wird dadurch vieles leichter, die Wahrheit fällt so zu reden, jeden in die Augen; ob sie gleich nicht nach der Geometrischen Schärfe erwiesen worden. Nur kann nicht umhin, der von manchen so sehr gerühmten Mathematischen Metaphysic, noch mit wenigen zu gedencken; Ich verstehe dadurch die transcendentische Lehre von der Größe, welche über die Arithmetic und Geometrie erhaben und allgemeine Gründe enthalten soll, die nicht nur auf Zahlen und Linien Quanta discreta & continua, sondern auch auf quanta intensa, successiua, moralia, auf alles, wo sich nur ein maius & minus gedenken läßet, applicable seyn sollen. Z. E. die Kräfte des Verstandes hätten ihre Grade, die Affecten Zorn Haß desgleichen, Tugenden und Belohnungen müsten proportional seyn. Wenn man nun die Eigenschaften der Größe in der grösten Allgemeinheit und möglichsten Abstraction abhandelte, so müste Mathesis zu Bestimmung aller natürlichen und moralischen Dinge auch der Geister können angewendet werden. Nun gebe ich gerne eine Mathesin vnversalem zu, worvon die Lehre von der Verhältniß in der Allgemeinheit, ohne auf eine speciem quantorum zu reflectiren, das weseutliche ausmachet, und worzu man sich der allgemeinen Zeichen der Buchstaben bedienet. (**)

(*) Die Sache kommt darauf an; wenn perimeter des 3ecks innerhalb des Circul = b, so ist perimeter des 3ecks um denselben = 2b. Man duplire die Zahl der Seiten von beyden in das unendliche, 3, 6, 12 etc. n, so wird 2b immer kleiner, b immer grösser; biß sie dem Perimeter des Circul gleich werden. Man sagt dieses sey nicht möglich. Zwischen decrescente 2b und crescente b, wäre noch perimeter Circuli = x grösser als crescens b und kleiner als decrescens 2b. Ist die Differenz noch eine Linie, so können die Seiten von neuen dupliret werden, und beyde dem Perimeter x näher kommen; und dieses muß so lange möglich seyn als sich zwischen beyden noch eine Differenz gedenken lässet, oder biß beyde in x coincidiren. Ich kan wenigstens keinen Widerspruch oder Unmöglichkeit einsehen.

(**) Siehe J. C. Sturms Doctrina mathesis vniuersalis, welche enthalten in dessen Praelectionibus academicis, so Dav. Algöwer edirt 1722. pag. 61-127.

Aber ich glaube, daß es nicht wohl gethan, Anfänger darmit aufzuhalten oder zu verwirren; Sie können sich theils nicht in das allzu abstracte finden, theils nicht die Application auf bestimmte Quanta machen. Man kann die Reguln der Addition so allgemein abfassen, daß sie auf jeden calculum dyadicum tetracticum decadicum, auf Linien, Flächen und Cörper applicable aber wird wohl ein Anfänger aus so allgemeinen Reguln auch würcklich vorgegebne Zahlen oder Quadrate addiren können? 2) Ist der Schluß falsch; daß Mathesis vniuersalis sich auf alles appliciren lasse, wo sich ein maius & minus gedencken läßet, Grotius und Lipsius waren gelehrt, Alexander und Cäsar freygebig. Aber wer kann den Exponenten der Verhältniß bestimmen. Gut, wird man sagen, der Exponent sey wie in Mathesi universali $= e$; nun so verhält sich Grotii Gelehrsamkeit zu des Lipsii wie $a : a^e$ und Alexanders Freygebigkeit zu des Cäsars auch nach einem unbekannten Exponenten wie $b : b^e$. Aber weiß man denn nun, welcher von beyden gelehrter oder um wie viel einer gelehrter gewesen? Oder kann man ferner schließen: wie Grotii Gelehrsamkeit zu des Lipsii, so des Cäsars Freygebigkeit zu des Alexanders? wie $a : a^e = b : b^e$ wenn der Exponent unbekannt; folglich unausgemacht, ob sie in beyden Fällen gleich. Es mag also die Grössen-Lehre noch so allgemein abgehandelt werden, so ist sie doch nicht brauchbar, als wo die Größen bestimmt, und eben die Bestimmung oder Verhältniß sich durch Zahlen und Linien ausdrücken lässet. (*) Ich gebe zu, quanta successiva sind was anders als quanta simultanea, sie mögen discreta oder continua, extensa oder intensa seyn; der Raum, welchen ein Cörper einnimmt, ist was anders als die Kraft, womit er einem andern wiederstehet; aber läßt sich denn dieses oder jenes anders als durch Zahlen oder Linien bestimmen und mes-

(*) Es müste denn ein Verstands- und Tugend-Maaßstab, oder um mich gelehrter auszudrücken, ein Noometrum und Aretemetrum oder des Hamb. Patriotens Lebens-Uhr aus der neuen idealischen Welt in die alte würklich existirende können gebracht werden. Da locum et terram mouebo, sagte Archimedes; Da noometrum, aretemetrum, so will ich so gleich bestimmen, wie gelehrt Crispin, wie tugendhaft Tartuff sey. Doch es würde sodann eine nicht geringere Verwirrung und Schrecken vor manchen eingebildeten Polyhistor und Pharisäer entstehen, als wenn durch die Erfindung des lapidis Philosophorum des Chrysogoni Gold Klumpen allen Werth verliehren sollte.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0024-4

messen? und ist dieses, so sehe nicht, was eine gerühmte Ischyometria und Chronologia universalis vor besondere Vortheile gewähren sollte?

§. 13.

Es mag dieses vorjetzo genug seyn zu der Absicht, in welcher diese wenigen Blätter aufgesetzet worden. Es haben die Hochzuvenerirenden Gönner, welchen unsers gnädigst-regierenden **Landes-Vaters, Herrn Ernst Friedrich Herzogl. Durchlaucht** die Aufsicht Dero Fürstlichen Gymnasii anvertrauet, mir nebst dem Pædagogiarchat das öffentliche Lehr-Amt der mathematischen Wissenschaften vor einiger Zeit zu übertragen geruhet. Obgleich an denselben jederzeit einen besondern Geschmack gefunden, so hat doch das mühsame in das 21ste Jahr verwaltete Rectorat an hiesiger Raths-Schule mir nicht verstattet, meiner Neigung weiters nachzuhängen, als daß in der Zeit höchsten und hohen Personen auch etliche mahl denen Bürgern des Gymnasii mit Privat-Unterricht gedienet; als der um das hiesige Gymnasium wohlverdiente, geschickte und sonst unermüdete Lehrer der Mathematic Herr M. Bonifacius Ehrenberger, des hohen Alters wegen dergleichen nicht mehr ertheilen konnte. Ich gedenke dieses Mannes als meines ersten Lehrers in dem Studio Mathematico mit den Regungen eines Dankerfüllten Herzens; und schäme mich nicht zu gestehen, daß meine Umstände mir nicht verstattet, auf Universitäten mehrere Collegia Mathematica zu hören, ausser daß von eines Hambergers öffentlichen Vorlesungen über die Mechanic, und eines Wiedeburgs über die höhere Mathesin zu profitiren beflissen gewesen; folglich einige Kenntniß der Mathematic dem Aufenthalt auf dem hiesigen Gymnasio und der Unterweisung des vorerwehnten Mannes gröstentheils zu danken habe. Wie nun derselbe bey 40. Jahr mit vielen Ruhm und Segen der studirenden Jugend allhier die Anfangs-Gründe vorgetragen; und dessen gebrauchte Lehrart mir noch in lebhaften Andenken schwebet; Also glaube, der Gesinnung und Erwartung meiner hochgeneigtesten Beförderer gemäß zu handeln, nicht weniger denen Liebhabern mathematischer Wissenschaften nützlich zu werden, wenn ich in des belobten Mannes Fußstapfen zu treten, und Mathesin nach dem Plan vorzutragen, mich beeifern würde; welchen von des Wohlseligen Lehrart mir formiret, und §. 5. vorstellig gemacht. Aber eben deswegen habe vor nöthig befunden, ein und andere Vorurtheile anzuzeizuzeigen und zu entkräften, wormit manche nur vor das neue und bloß speculativische eingenommen sind. Ich hoffe, billige Leser werden die gemachten Anmerkungen nicht ganz ungegründet befinden; und nicht weiter ausdehnen, als unter den Bestimmungen und zu dem Zweck sie sind geschrieben worden.

* * * * * *

Liebhabern mathematischer Wahrheiten wird es nicht entgegen seyn, wenn noch eine geometrische Aufgabe beyfüge, wie solche mir von einem Freund ohngefehr mit folgenden Ausdrücken und Umständen communiciret worden: Man rühmte in einer Gesellschaft, daß die Kunst zu erfinden in Mathesi den höchsten Gipfel erreichet hätte; daß da die Alten gemeiniglich bey der vierten oder sechsten Dignität wären stehen blieben, man jetzo die 20ste und 30ste bis in das unendliche eben so leicht finden und summiren könnte; daß man sich jetzo nicht mit den Kegel-Schnitten begnügte, sondern eine Menge krumme Linien gefunden, deren Eigenschaften bestimmet, woran die Alten nicht gedacht hätten; ja man hätte allgemeine Gründe entdeckt, woraus man immer novas curvarum species erfinden könnte. Hier wendet Orthophilus ein: Da zwischen zwey Punkten unendliche krumme Linien möglich, so wäre ja nichts leichter als dem von a nach b fliessenden Punkt immer eine andere Bestimmung zu geben; und folglich neue Geburten von krummen Linien hervorzubringen. Bald würde es dahin kommen, daß man die geraden Linien gar nicht achtete, und sich nur mit krummen beschäftigte; und daher käme es vielleicht, daß die meisten Menschen jetzo die krummen Wege den geraden vorzögen, und ein sich krümmender bis zur Erden bückender Schmeichler mehr als der aufrichtig vor sich wandelnde geschätzet würde; er vor seine Person hätte an den neuen krummen Linien so wenig als an krummen Wegen und Schlichen einen Gefallen. Zudem könnte man seinen Erfindungs-Geist eben so wohl mit Erfindung neuer geraden als krummen Linien beschäftigen.

Ein junger Witzling rümpfte über den Ausdruck neue gerade Linien, die Nasen, und sagte: Herr Orthophilus mögte doch die gelehrte Welt mit einer Abhandlung de novis rectis bereichern. Ein Verleger würde bloß vor den seltsamen Titel de novis rectis einen Louis d'or zahlen. Orthophilus versetzte seinem Gegner: weil es ihm nur um Profit zu thun, und er andere Leute nach seiner Gesinnung schätzte, so offerirte er ihm 12. species Ducaten zu zahlen, und machte sich vor der ganzen Gesellschaft darzu verbindlich, wenn Herr Witzling, oder wer es sonsten versuchen wollte, die gerade Linie erfinden würde, welche zwischen a und $\frac{a}{2}$ die gröste mittlere arithmetische und kleinste geometrische, wenn bis zum Zusammenstossen immerzu von a die abnehmenden mediæ geometricæ und von $\frac{a}{2}$ die mediæ arithmeticæ crescentes gesucht würden. Man bate den Orthophilus die Aufgabe deutlicher zu bestimmen; und er willfahrte folgender massen: Es sey eine Linie a, und deren Helfte $\frac{a}{2}$; man suche zwischen beyden erstlich mediam arithmeticam, $= \frac{3a}{4}$ und sodann zwischen dieser und a mediam geometricam $= \sqrt{\frac{3aa}{4}}$, so ergiebt sich die erste Reihe, 2 mittler Proportional-Linien zwischen a und $\frac{a}{2}$; worvon die Arithmetische als wachsend von $\frac{a}{2}$, die Geometrische als fallend oder decrescens von a kann angesehen werden. Man wiederhohle ein gleiches zwischen den beyden gefundenen, und suche wieder zwischen $\sqrt{\frac{3aa}{4}}$ und $\frac{3a}{4}$ mediam arithmeticam $= \sqrt{\frac{3aa}{16}} + \frac{3a}{8}$, und sodann zwischen dieser und $\sqrt{\frac{3aa}{4}}$ mediam geometr. $= \sqrt{\frac{3aa}{4}} \times [\sqrt{\frac{3aa}{16}} + \frac{3a}{8}]$ so ergiebt sich die zweyte Reihe. Man suche zwischen diesen auf gleiche Weise von neuen mediam erstlich arithmeticam, und zwischen dieser und der 2ten Geometrica der vorigen Reihe die dritte Geometricam als die Glieder der dritten Reihe, und so fort an; bis endlich beyde, so wohl die gesuchten mediæ arithmeticæ crescentes, als auch die mediæ geometricæ decre-

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0027-1

scentes in einem Punct X coincidiren. Unser Witzling meynte, man brauche dazu kein Recompens von 12. Ducaten anzubieten, weil die Auflösung schon in der Aufgabe enthalten, indem nichts bekannters und leichter als mediam proportionalem zwischen zwey gegebenen Linien zu finden. Orthophilus fragte hierauf die Anwesenden, ob sie diese Aufgabe in einer Schrift gelesen, und versicherte nochmahls, daß er denjenigen die 12. Ducaten zahlen, und noch darzu besonders verbunden seyn wollte, welcher ihm nicht auf des Hrn. Witzlings Art, sondern eine solche Auflösung angeben oder auch nur aus einem Autore anzeigen, und NB. demonstriren würde, daß die begehrte Linie oder der dieselbe bestimmende Punkt X, nicht durch wiederhohlte Findung der mittlern Proportional-Linie, oder durch eine Approximation, durch eine unendliche Reihe fallender und steigender Brüche, sondern durch eine geometrische Construction vollkommen könne gefunden werden. Worbey er lächelnd hinzusetzte, daß eine solche Auflösung wohl ein mehrers verdiente, allein eines theils hätte er wie Taubmann einst sagte: si sacculos excutiam meos, nicht mehrere armatos; andern theils glaubte er, daß noch mehr von den Erfindern mathematischer Wahrheiten gelten müsse, was Horaz von seinen Kunstverwandten den Poeten rühmet: Vatis avarus non temere est animus, versus amat, hoc studet unum. L. II. ep. I, 119. Wir können aber auf Treu und Glauben versichern, daß wenn jemand die verlangte Auflösung uns zusenden wollte, und dieselbe des Orthophili Begehren oder vielmehr der Sache selbsten ein Genüge leistet, das versprochene Prämium gewiß soll ausgezahlet werden.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0028-6

Pb 734

ULB Halle 3
002 412 535

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0029-5

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0030-7

Gedanken

Von der

Mäßigung der strengen mathematischen Lehrart

in dem Vortrag der Anfangsgründe

Wormit

die zu haltenden

Mathematischen Vorlesungen

ankündiget

Lorenz Adam Bartenstein,

öffentlicher Lehrer der Mathematic und Poesie und Pædagogiarcha
des Gymnasii Academici in Coburg.

Ostern 1766.

Coburg,

Druckts Joh. Carl Findeisen, Herzogl. Sächs. priv. Hof-Buchdr.

24

Pb 734

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250875-p0031-3