8

DE

MATHESI VNIVERSALI

AD

GEOMETRIAM CVRVARVM

ACCOMMODATA DISSERIT

SIMVLQVE

LECTIONES

QVIBVS

MVNVS

PVBLICE DOCENDI MATHESIN

IN

ACADEMIA IVLIA CAROLINA

CLEMENTISSIME

SIBI DEMANDATVM

AVSPICABITVR

INDICAT

IOHANNES IACOBVS HENTSCHIVS.

HELMSTADII

LITTERIS VID. B. SCHNORRII

MDCCLVIII.

38

MATHESEOS VNIVERSALIS
CONAMEN. I.
AD
GEOMETRIAM CVRVARVM ACCOMMODATVM.

I.

Mathesis, quæ dicitur *universalis* complectitur generales scientiarum mathematicarum hypotheses, methodos problemata solvendi, nec non artificia, in inveniendo et calculo, cuius ope pleraque peraguntur, adhibenda. Convenit quodammodo cum *Philosophia Prima*, quæ notiones communes et conclusiones ex iisdem deductas explanat, cuius formam in *Philosophia mea mathematica ex Euclide restituta Conam.* III. et IV. uberius exposui.

 Sed

Sed maxime præ Metaphysica præcellit Mathesis uniuersalis, quippe quæ scientiarum mathematicarum interiora attingit et instar speculi est, cuius ope vastissimum Mathematum campum intueri licet. Dispesci commode potest in tot partes, quot peculiares dantur scientiæ mathematicæ, adeo, ut Geometria, Mechanica, Optica et Astronomia principia ipsis propria ex Mathesi universali mutuentur.

II. Videri quidem poterat: Mathesin universalem seorsim exscultam non esse necessariam, ideo, quod ex peculiaribus scientiis mathematicis principia hæc generalissima a quolibet, si debitam modo adhibuerit attentionem, possint erui; sed, hoc non obstante, e re videtur esse, totius Matheseos denudare fundamenta, quibus omnis conclusionum moles innititur, & prima investigare principia; quibus rite perceptis peculiaribus scientiis mathematicis lumen haud vulgare accenditur. Vtilissimum enim esse iis, qui in amoeniores Mathematum regiones, fructibus uberrimis consitas deviare, et ad earum quasi metropolin accedere voluerint, existimo; palmaria, quæ continentur in Mathesi universali, prius observare, ne varietate rerum ibidem obviarum diffusi ad devia abducantur. Nec peritioribus tædio esse crediderim, naturalis scientiae per ingentem conclusionum seriem auctæ originem quandoque repetere et ad prima

funda-

fundamenta, quibus tot varia ſcientiarum ſyſtemata ſuperſtructa ſunt, retroſpicere; cum probe ſciant, remotiſſima, quae conduntur theoremata et infinitas fere, quæ per legitimum ratiocinandi modum eruuntur, concluſiones a generaliſſimis his principiis pendere.

III. Agnovit inter alios Matheſeos Vniverſalis utilitatem Dom. de Tſhirnhauſen, qui in eximio tractatu, cuius index: *Medicina mentis*, multa huc pertinentia Sect. II. Part. II. expoſuit, eaque variis ex Matheſi præſertim ſublimiori deſumtis exemplis illuſtravit. Ex huius libri præſtantiſſimi lectione ſubnata mihi eſt occaſio, in hæc ſtudioſius inquirendi, vidique, hanc meam operam, alio tempore perficiendam, non prorſus fore inutilem; praeſertim, cum multi Recentiorum Mathematicorum his generalioribus data opera excutiendis immorari non ſoleant. Propoſitum nunc eſt, de Geometria curvarum et Methodo generalia quædam præfari; de reliquis alia occaſione acturus.

IV. *Geometria*, quæ dicitur *ſublimior* conſiderat generationes curvarum, earumque præcipua ſymptomata, habitudinem rectarum intra curvas ductarum, rectificationes arcuum, nec non dimenſiones ſuperficierum et ſolidorum ex motu ſuperficierum genitorum. Ad hæc, quæ ſcientiae huius ſumma ſunt capita, potiſſimum attenditur,

ditur, adeo, ut insignem theorematum et problematum copiam ad unum dictorum facile reducere liceat. Sed ut Geometriæ sublimioris seu curvarum vera indoles formaque innotescat; operæ est pretium, singula, quæ hac in definitione continentur, percurrere, variaque hæc illustrantia in apricum proferre.

V. Circa generationem curvarum & solidorum ex motu superficierum resultantium, duo præcipue sunt annotanda, nempe *partes* quæ ad rem generandam concurrunt et *modus*, quo res producta esse intelligitur. Vtrumque, sive superficies sive solidum procreari concipiatur, est necessarium. Secetur conus plano hac lege, ut axis plani secantis parallelus sit lateri coni; orietur curva, quæ dicitur *Parabola*. Detur positione planum secans, ita, ut axis plani secantis in directum productus secet diametrum baseos coni itidem in directum productam; curva, quæ hinc provenit, est *Ellipsis*. Denique, si planum positione detur, ita, ut axis ipsius in directum productus secet latus coni itidem in directum productum; curva hinc genita audit *Hyperbola*. Ex hac trium sectionum conicarum generatione satis elucescit. 1. Planum secans constituere partem, ad sectionum conicarum genesin necessariam. 2. Conditiones plani secantis esse, ut axis ipsius lateri coni parallelus sit vel non. 3. In primo casu, sectione facta, quippe quæ generationis modum involvit,

vit, produci Parabolam; in casu secundo Ellipsin vel Hyperbolam nasci; prouti axis plani secantis in directum productus, vel prolongatam baseos diametrum secet, vel coni latus prolongatum. Eadem circa solidorum generationem sunt observanda. Sit APM fig. 1. Parabola, cuius axis AZ; revolutione huius parabolæ circa axem facta; evidens est: solidum, quod coni figuram quodammodo refert, generari; ideoque dicitur *Conoides Parabolicum.* Sit ADB fig. 2. Ellipsis, cuius axis AB. Rotatione circa axem absoluta; producitur solidum, quod ad sphæræ formam quodammodo accedit; unde *Sphæroides ellipticum* dictum. Sit denique ALM fig. 3. Hyperbola et revolutione huius superficiei duabus rectis AL, LM et curva AM terminatæ, circa axem AL facta; orietur solidum, quod dicitur *Conoides Hyperbolicum.* Hinc iterum liquet. 1. Parabolam, Ellipsin & Hyperbolam esse dictas partes ad solidorum generationem necessarias. 2. Modos generationis obtineri per rotationes dictarum superficierum circa axes suos factas.

VI. In universum generationis modi tam sunt varii, ut quaelibet magnitudo multiplici ratione producta esse concipi possit; de quo conferri merentur Dom. de Tschirnhausen in *Medicina mentis* Parte II. pag. 75. Lipsiæ 1695. edit. et Is. Barrow in *Lectionibus Geom.* Lect. I. II. III. qui posterior hoc argumentum plene discussit. Sufficit

hic

hic solum annotare, primarium, quem omnes alii generationis modi supponunt, esse eum, qui fit per motum; nulla enim magnitudo, cuiuscunque sit generis, absque motu potest procreari.

VII. Praecipua curvarum symptomata ut dignoscerentur, eoque pacto curvae infinitorum fere generum a se invicem discernerentur; lineas rectas intra curvas ducere, opus erat, certam inter se relationem habentes. Simplicissimus erat modus, ad axem, cuius in ipsa curvarum genesi fit respectus, ordinare rectas a se invicem aequidistantes, *Ordinatarum* nomine ideo signatas, quarum dimidia *Semiordinatae* seu *Applicatae* vulgo audiunt. Axis partes, quae abscinduntur per Ordinatas ductas, dicuntur *Abscissae*, quae a quovis puncto, in curva positione data, computari possunt; nec enim opus est, ut ad curvae verticem semper referantur. Sit curva ALM fig. 4. Parabola; vocabuntur LM, LM etc. Ordinatae, PM, PM, & LP, LP etc. semiordinatae seu applicatae; AP, AP etc. abscissae & punctum A parabolae vertex, a quo abscissae computantur. Quod si Ordinatae a recta AZ indefinite protensa bifariam & ad angulos rectos secentur; AZ dicitur curvae *Axis*; reliquo in casu, ubi dictae Ordinatae bifariam sed ad angulos obliquos sectae fuerint; AZ audit *Diameter*. Semiordinatis & Abscissis annumerantur Subtangentes & Subnormales, quae eam potissimum ob causam sunt inventae, ut tangentes & normales curvarum ducere, esset in potestate. *Subtangens* dicitur recta LP fig. 5. inter semiordinatam PM & tangentem LM contenta, & *Subnormalis* est recta PR, quæ inter semiordinatam PM et normalem RM interiicitur.

IIX. Cum curvæ omnes per relationem rectarum intra ipsas ductarum a se invicem discernantur; ad habitudinem rectarum dictarum cognoscendam assumta est mensura, ad quam lineæ rectæ ordinatim ad axem positæ exigi poterant. Analogia autem magnitudinum postulabat, ut hæc mensura eiusdem esset generis cum rectis definiendis; ideoque recta assumebatur eaque constans seu determinatæ magnitudinis. Hæc recta tanquam mensura semiordinatarum & abscissarum &c. dicitur *Parameter* seu *Latus Rectum*, ideo, quod ad axem in vertice curvæ perpendiculariter transversim erigitur.

IX. Huius parametri quantitas ex genesi curvæ, ad quam pertinere censetur, facile potest definiri. Sic ex natura parabolæ liquet: parametrum esse tertiam proportionalem ad quamlibet abscissam eique respondentem semiordinatam; unde data abscissa qualibet eique respondente semiordinata per regulas Geometriæ vulgaris parameter tanquam tertia proportionalis geometrice construi potest. Hinc intelligitur: parametrum esse quantitatem *constantem* & definitæ magnitudinis; abscissas autem

& ſemiordinatas quantitates eſſe *variabiles*, ideo, quod continuo creſcant vel decreſcant, parametro invariabili manente.

X. Curvarum ſymptomata, ſeu præcipua ipſarum attributa eruuntur per ſyntheſin vel per analyſin. *Methodus ſynthetica* ex definitionibus, quæ primarias continent rerum ideas, per ratiociniorum ſeriem eruit theoremata, quæ cum problematibus coniunguntur, ita, ut concluſiones omnes cum principiis primis indivulſo nexu cohæreant. Hanc methodi ſyntheticæ formam videre licet apud Euclidem, Archimedem & Apollonium, ex quibus demonſtrandi peritiam feliciſſime quisquam hauſerit. *Methodus*, quæ dicitur *analytica*, theoremata ope calculi eruta ſiſtit, & problemata, cuiuscunque ſint generis, eadem obſervata operandi ratione ſolvit. Prærogativam quidem habet præ Methodo ſynthetica, ideo, quod pleraque a Veteribus fuſius ſynthetice demonſtrata, conciſius adſtruuntur & inveniendi artificia in aprico ſunt; nec tamen Veterum methodum ſyntheticam plane negligendam eſſe, exiſtimo; cum utiliſſimum ſit, utramque methodum coniungere & ſimul videre, quibus a fundamentis ſcientiæ mathematicæ noſtris temporibus in tantum faſtigium ſunt evectæ. Huc accedit: Geometriam curvarum analytice expoſitam cum fructu tractari non poſſe, niſi Veterum inventa ſynthetice propoſita, ipſi præſternantur.

XI.

XI. Calculus eſt vel finitorum vel infinitorum. Finita, quæ dicuntur quanta, certam inter ſe habent relationem, ita, ut inter ſe comparari queant. Infinita, quæ ſunt vel infinite magna vel infinite parva, ad quantitates finitas nullam habent rationem; *infinite magnum* enim quantitatem finitam infinities ſuperat & *infinite parvum* data qualibet & aſſignabili quantitate minus eſt. Vtrumque infinitorum genus non eſt abſolutum; ſed potius relativum; quousque enim intellectus humanus in quantitatibus in infinitum augendis vel imminuendis progrediatur; infinita quævis reſpectu quantitatum finitarum vel infinite magna, vel infinite parva dicentur.

XII. Hypotheſis, qua innititur calculus finitorum, primaria eſt, quod quantitates, circa quas computatio inſtituitur, ſub conditione determinationis oppoſitæ ſpectari poſſint; quo fit, ut ſeſe mutuo deſtruant, & ſignis oppoſitis † et — affectæ, quantitates *poſitivæ* & *negativæ* vocentur. Vtrumque quantitatum genus eſt reale ſeu poſſibile; negativæ enim quantitates iiſdem ordinibus reſpondent ſemper poſitivis; nec quicquam intereſt, num quantitas, quæ alii eiuſdem generis oppoſita eſt, pro poſitiva vel negativa habeatur, ſignis modo notentur contrariis, ut earundem oppoſitio eluceat. Sed non opus eſt, fundamenta calculi finitorum hoc in loco ulterius perſequi; cum argumentum hoc ad liquidum perductum deprehendere liceat in *Elementis Matheseos.* B. Hausenii, Arithm. post Propos. I. & III. in notis adiectis, cum quibus conferri potest *Philosophia mea mathematica ex Euclide restituta* Conam. II. Sect. III. in qua, vestigiis Euclidis insistens, principia dicti calculi iam exposui.

XIII. Infinite magna, quæ data quavis & assignabili quantitate sunt maiora, vere dantur seu quod idem: sunt possibilia. Nec enim quicquam obstat, quominus intellectus humanus in quantitatibus in infinitum augendis progredi possit. Sic lineas, superficies & solida, si e re visum fuerit, tanquam infinite magna recte assumimus, ideo, quod talia infinite magna ab omni contradictione sunt aliena; id quod ad theoriam sufficit. Nec repugnat: infinite magna aliis infinite magnis posse esse maiora vel minora, cum ordinibus suis, nullis limitibus circumscriptis, continuo pergant; unde ea excedere, deficere & multiplicari posse, extra omnem dubitationem est positum. Cum autem infinite magna quantitates determinatæ magnitudinis infinities superent; evidens est: quantitates finitas cum infinite magnis comparatas evanescere, seu quod idem: pro nihilo haberi. Sic si pro determinandis asymptotis Hyperbolæ abscissa infinite magna assumitur; finitæ quamtitates, eæque constantes evanescunt; sunt enim cum abscissa infinite magna incomparabiles.

XIV.

XIV. Infinite parva, quæ omni data & aſſignabili quantitate ſunt minora, vere dari, præter Euclidem Propoſ. XVI. Elem. III. et Propoſ. I. Elem. X. demonſtrat Iſ. Newtonus in *Principiis mathematicis Philoſophiae naturalis* Libr. I. Sect. I. Lemmat. I. *Elementa* ſeu *fluxiones* vulgo vocantur, ideo, quod quantitates finitæ & dabiles ex eiusmodi elementis inaſſignabili & indeterminabili ratione creſcentibus procreantur; nec non *Differentialia*, quod infinite parva tanquam duarum ſemiordinatarum infinite propinquarum differentiae ſpectari poſſunt. Cum autem quantitates infinite parvæ ex quantitatibus finitis, decreſcentibus infinities, generentur; facile videre eſt: eas cum quantitatibus finitis comparari non poſſe; infinitos tamen tranſeunt ordines, ita, ut elementorum dentur elementa, quæ hanc inter ſe habent conditionem, ut unum reſpectu alterius euaneſcere poſſe, non ſit contradictorium.

XV. Ex his liquet: progreſſum in quantitatibus augendis et regreſſum in minuendis in infinitum dari, ita, ut augmento et decremento quantitatum finitarum limites aſſignare velle, plane ſit temerarium. Nec tamen utrumque infinitorum genus in natura dari, affirmaverim; Intellectualis enim hæc magnitudinum reſolutio, argumentis idoneis ſuffulta, involvit ſolum contradictionis abſentiam; neutiquam vero individualem infinitorum exiſtentiam.

XVI. Omnis autem magnitudinum compoſitio, cum ex partibus fiat homogeneis, id quod communes hominum conceptus confirmant; finitæ, quæ dantur quantitates, ex partibus eiusdem generis conflatæ, concipiendæ erunt. Ob hanc analogiam iure ſupponimus in Geometria: curvas ex rectarum infinite parvarum infinita multitudine, ſuperficies ex innumeris ſuperficiebus et ſolida ex infinite parvis ſolidis generari. Sit fig. 1. ſemiordinata pm alteri PM infinite propinqua; evidens eſt: rectam Lm eſſe elementum ſemiordinatæ et rectam Pp elementum abſciſſæ; nec non arcum Mm infinite parvum pro recta poſſe haberi et conſtituere curvæ elementum. Quod ſi iam de rectificatione quæritur: elementum hoc, conſiderando triangulum rectangulum LMm facile poteſt definiri. Eſt enim $Mm^2 = LM^2 + Lm^2$; unde $Mm = \sqrt{(LM^2 + Lm^2)}$. Iisdem poſitis; elementum areæ APM fig. 1. erit rectangulum ex ſemiordinata PM in differentiale abſciſſæ Pp, hoc eſt: $PM \times Pp$. Denique elementum ſolidi, ex rotatione figuræ planæ circa axem geniti eſt cylindrus infinite parvus, quem parallelogrammum LMPp trapezio infinite parvo PpMm aequale, deſcribit; cuius capacitas corporea per regulas Geometriae communis invenitur. His præcipuis hypothepothesibus infinitorum calculus superstructus est; cuius fundamenta exquirere, eo magis necessarium esse videtur, quo maiorem in solvendis problematibus habet usum.

XVII. Praefatus haec sum de Mathesi Vniversali, sub initium novi muneris, quod iam, Deo adiuvante, auspicabor. Factum enim est, Numine divino sic dirigente, ut SERENISSIMVS ET CELSISSIMVS PRINCEPS, CAROLVS, DVX BRVNSVICENSIVM ET LVNEBVRGENSIVM, DOMINVS MEVS CLEMENTISSIMVS, Professionem Matheseos Ordinariam in Academia Iulia Carolina clementissime mihi demandaret; qua quidem obtenta, rebus meis eo melius prospectum esse video; quo maiorem Eruditorum & Musarum Maecenatem in TANTO PRINCIPE, quem Deus cum PRINCIPE HAEREDITARIO TOTAQVE DOMO SERENISSIMA diutissime servet, admirari mihi licet.

Munus hoc ex singulari *Gratia*, quae menti meae semper infixa erit, mihi indultum, ut rite auspicer; ILLVSTRISSIMIS S. R. I. COMITIBVS, GENEROSISSIMIS ET NOBILISSIMIS COMMILITONIBVS sequentes lectiones, ea, qua par est, observantia indicare visum est. *Publice* Euclidis *Elementa Geometriae* a me edita, ita interpretabor, ut praecipua artis inveniendi praecepta simul addiscantur.

Priva-

Privatim hor. X-XI. *Mathesin puram*, & hor. XI-XII. *applicatam*, secundum libros meos, idiomate germanico sub indice publicatos: *Ausführliche Anweisung zu den Mathematischen Wissenschaften*, tradam.

Diebus Mercurii & Saturni Hor. IX-X. *Philosophiam meam mathematicam ex Euclide restitutam* explanabo, initium facturus a *Philosophia rationali* seu *Logica*.

Nec iis deero, qui *Algebram*, nec non *delineationes* in *Architectura civili et militari* addiscere cupiunt. Dabam Helmstadii d. XXI. Septembr. An. MDCCLVIII.

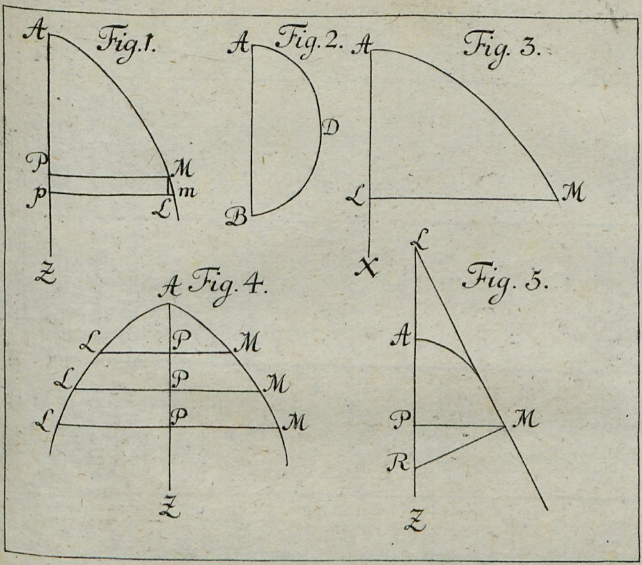
Fig. 1.
A
P
M
p
m
L
Z
Fig. 2.
A
D
B
Fig. 3.
A
L
M
X
Fig. 4.
A
L
P
M
L
P
M
L
P
M
Z
Fig. 5.
L
A
P
M
R
Z

8

DE

MATHESI VNIVERSALI

AD

GEOMETRIAM CVRVARVM

ACCOMMODATA DISSERIT

SIMVLQVE

LECTIONES

QVIBVS

MVNVS

PVBLICE DOCENDI MATHESIN

IN

ACADEMIA IVLIA CAROLINA

CLEMENTISSIME

SIBI DEMANDATVM

AVSPICABITVR

INDICAT

IOHANNES IACOBVS HENTSCHIVS.

HELMSTADII

LITTERIS VID. B. SCHNORRII

MDCCLVIII.

38