P. 6
1145

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0001-3

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0002-8

M. WENCESL. JO. GVSTAVI KARSTEN

ELEMENTA MATHESEOS VNIVERSALIS

IN

VSVS AVDITORVM.

ROSTOCHII,

PROSTAT IN OFFICINA KOPPIANA. 1756.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0003-4

Universitäts- und Landesbibliothek · Zweigbibliothek Aufklärung ·

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0004-9

SERENISSIMO
DVCI AC DOMINO,
DOMINO
FRIDERICO,
DVCI REGNANTI
MECLENBVRGICO,
PRINCIPI VANDALIAE SVERINI
AC RACEBVRGI, COMITI SVERI-
NENSI, TERRARVM ROSTOCHII
ATQVE STARGARDIAE
DOMINO,

DVCI AC DOMINO
MEO CLEMENTISSIMO
SACRVM.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0005-5

DVX
SERENISSIME

Quid quid feliciſſimo ſceptro TVO parens et virtutem colit, et literas amat, haud fruſtra TVA, DVX SERENISSIME, clementia dignum ſe præſtare ſatagit. Clementiæ TVÆ in literarum cultores teſtimonia proſtant luculentiſſima. Quare ſi quidem audax videbitur, pietatis tamen devotione excuſabitur Muſæ meæ fiducia, ſuis conatibus a tanti Principis clementia præſidium humilli-

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0007-6

ma veneratione quæſitura. Per omne tempus, quo in Academia Varno-Balthica Mathematicas diſciplinas ſtudioſæ Iuventuti proponere auſus ſum, difficilis mihi fuit electio compendii cujusdam ex omni parte ſcopo meo convenientis. Quod quidem adtinet ad Matheſin Puram Elementarem, ad manus ſunt compendia Perill. Segneri ac Excell. Hauſenii omnibus numeris abſoluta: ſed vero cum Mathematum Studioſi quam plurimi, qui inſtitutionibus meis uſi fuerunt, prælectiones quoque in Matheſin adplicatam, quin et Matheſin Sublimiorem a me exigerent, dolendum nobis erat, nec Hauſenium ante obitum ſuum orbi erudito maxime praematurum, nec Perill. Segnerum hucusque compendio ſuo ullam Matheſeos Adplicatæ Partem addidiſſe. Ad reliqua recurrentes compen-

dia

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0008-2

dia hodie usitata defectum istum ab adcuratioribus Mathematicis jam dudum annotatum ubique invenimus, quo rigor veterum in demonstrando præcipue in Geometria Elementari negligitur, et loco Geometriæ Theoreticæ Calculus Extensorum et Ars Agrimensoria proponuntur. His rationibus commotus decrevi, conscribere compendium, non tantum Mathesin Elementarem Puram, sed et Adplicatæ partes præcipuas, Staticam nimirum, Mechanicam, Opticam, Astronomiam et Chronologiam, quin et prima Matheseos Sublimioris rudimenta complectens. Segnerus ipse cum Hausenio ex Geometria Elementari Theoretica omnem Arithmeticam exulare volunt, attamen, uti primo intuitu videtur, omnem suam Geometriam Arithmeticæ superstruunt. Theoria de relationibus quantorum erga ſe invicem generaliſſimis, de rationibus et proportionibus geometricis hincque pendentibus operationibus ſimplicibus ad inventionem quantitatum generatim ſpectatarum neceſſariis cujus cognitionem Geometria neceſſario ſibi prærequirit, in Arithmetica Segneriana et Hauſeniana invenitur hinc inde diſperſa, et experientia me docuit, hoc ipſum plerumque tyronibus dubia relinquere, utrum adeo certum ſit, ſyſtema Geometricum ſine omni uſu Arithmetices conſtrui poſſe. Iſta quoque theoria vi notionis Arithmeticæ, qua nimirum inventionem quantitatum per calculum explicare debet, eandem antecedit et peculiari quadam ſcientia abſolvitur, a quibusdam Mathematicis jam Matheſeos Univerſalis nomine inſignita, et Arithmeticæ non minus quam Geometriæ præmittenda. Ea ſcientia eſt, quam

ſpe-

ſpeciminis loco tanquam initium futuri laboris adhuc ſuſcipiendi, TIBI, DVX SERENISSIME, ea, quæ cogitari poteſt animi devotione et veneratione humillime conſecrare audeo. Faciunt tot illuſtriſſima clementiæ TVAE ſpecimina ſpem exoptatiſſimam, TE, PRINCEPS CLEMENTISSIME, qui a throno TVO SERENISSIMO triſtem dimittere ſoles neminem, qui virtutem colit, hos quoque conatus magnanima complexurum eſſe clementia beaturumque. Quod reliquum eſt vota mea pro ſalute TVA, SACRATISSIME PRINCEPS, pro ſalute *Auguſtiſſimæ Conjugis* et pro incremento univerſæ *Sereniſſimæ Domus Meclenburgicæ* ad finem uſque temporum duraturo cum votis omnium terrarum, quæ a glorioſiſſimo ac manſuetiſſimo regimine foventur, ſumma, qua pietas po-

 teſt,

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0011-8

test, contentione devotissima mente conjungo. Ita de sua quoque salute in TE lætanti licebit humillimæ ac venerabundæ pietati immori,

DVX SERENISSIME,

TIBI

DABAM
ROSTOCHII D. I. SEPT.
A. S. R. CIↃIↃCCLVI.

OMNIVM DEVOTISSIMO
M. WENCESL. JO. GVSTAVO
KARSTEN.

MA-

MATHESEOS VNIVERSALIS PRAECOGNOSCENDA.

DE HVIVS SCIENTIAE NOTIONE EIVSQVE AB ALIIS MATHESEOS PVRAE PARTIBVS DIFFERENTIA.

§. I.

Res, in qua varia homogenea a ſe invicem diſtingui poſſunt, dicitur *quantitas*, et varia illa homogenea, quae in quantitate a ſe invicem diſtinguuntur, vocantur ipſius *partes*.

Cor. Partes quanti inter ſe et ipſum quantum ſunt res homogeneæ.

Schol.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0013-9

Schol. Iſta quanti definitio conſentit cum uſu loquendi vulgari et technico. Mea enim ex ſententia idem dicunt Mathematici, qui cum Segnero in Arith. Sect.I. Def.1. Eulero in Inſtitut.Calculi Diff. §. 72. aliisque quantum dicunt, quidquid augeri et minui poteſt. Augetur aliquid, ſi eidem homogenea adjiciuntur, minuitur, ſi eidem homogenea detrahuntur. Quidquid igitur augeri et *minui* poteſt, ita debet eſſe comparatum, ut varia homogenea in eodem diſtingui poſſint.

§. II.

Quaelibet quantitatis pars, licet forſan iterum varia homogenea in eadem diſtingui poſſint, ſpectari poteſt, ac ſi non iterum in varia homogenea eſſet reſolubilis, et ipſum quantum ex eadem aliquoties repetita ortum eſſet. Ejusmodi pars quatenus hoc modo conſideratur, dicitur ***unitas***.

Cor. Quælibet igitur quantitatis pars pro unitate aſſumi, et quodlibet quantum ex unitate aliquoties repetita ortum eſſe concipi poteſt.

§. III.

Ultra quod nil amplius in re concipere licet ad eandem pertinens dicitur ***terminus***, ***finis***, ***limes***. Partes quanti aut communi termino copulantur, aut

non

non; ſi prius, quantum vocatur *continuum*, ſi poſterius, *diſcretum*.

Schol. Conceptus de tempore, ejusque partibus, quem omnes ſibi formant, realitatem ejusmodi quanti, quod continuum vocavimus ſatis ſuperque comprobare poteſt. Dum hora prima diei deſinit, ſecunda incipit, dum ſecunda deſinit, tertia incipit. Terminus horæ primæ horæ ſecundæ communis eſt, ſecunda et tertia hora iterum habent terminum cummunem, nec cogitando quidem terminus horæ antecedentis a termino horæ proxime conſequentis ſeparari poteſt.

§. IIII.

Si de quanto loquimur ita, ut non niſi notio quanti ſpectetur ſine ullo reſpectu ad determinationem quandam ſpecificam, qua una ſpecies quanti ab alia ſecernitur, quantum ſpectatur *generatim*, ſi vero ſimul reſpiciatur ad determinationem quandam ſpecificam, qua una ſpecies quanti ab alia differt, quantum ſpectatur *ſpeciatim*.

Cor. Quantitas generatim ſpectata cogitanda eſt ita, nt non niſi notio quanti cogitetur ſine ullo reſpectu ad determinationem quandam ſpecificam, qua una ſpecies quanti ab alia ſecernitur. Notio quanti ita conſiderata tantum id involvit, quod plura homogenea in eodem diſtingui

gui possint (§. I.) ideo quantitas generatim spectata cogitanda est ut complexus plurium homogeneorum.

Schol. Haud maximi momenti esse videtur distinctio in §pho allata, qua quantum generatim spectatum a quanto speciatim spectato distinguimus. Vereor autem ne hac distinctione neglecta duæ illæ primariæ Matheseos Puræ scientiæ, Arithmetica nimirum et Geometria cum summo rigoris mathematici detrimento inter se confundantur. Usus loquendi communis jam probat, sæpissime quantitatem cogitando separari a subjecto ipso cui quantitas competere dicitur. Ita triangulo, quadrato etc. tribuimus quantitatem, quia in eodem plures partes homogeneas distinguimus. Fieri quoque potest, ut triangulo eandem quam quadrato tribuamus quantitatem, si nimirum complexus homogeneorum, quae in triangulo distinguuntur, substitui potest pro complexu homogeneorum, quæ in quadrato distinguuntur. Ast vero alias quoque ipsum triangulum, ipsum quadratum vocatur quantitas, et tum quadratum dicitur quantitas ab altera quantitate triangulo nempe specie diversa. Priori respectu triangulum et quadratum considerantur generatim, posteriori vero speciatim.

§. V.

Complexum plurium homogeneorum vocare solemus *numerum*.

Cor.

Cor. Quantitas generatim ſpectata cogitanda eſt ut numerus (§. IIII. Cor.) quare notio quanti cum notione numeri haud confundenda eſt: Quanta poſſunt eſſe maxime diverſa, licet ſint eadem, quatenus ſpectantur ut numeri.

§. VI.

Id ubi plura entia extra ſe invicem proxime coexiſtere poſſunt *ſpatium* dicitur. *Extenſum* eſt, quidquid ſpatium occupat, quidquid ideo ita comparatum eſt, ut in eodem proxima entium coexiſtentia concipi liceat. Proxima illa entium coexiſtentia aut actu adeſt, aut ſaltem ut poſſibilis cogitatur. Quid quid actuali proxima entium coexiſtentia conſtituitur, eſt ***extenſum reale***, id vero, in quo proxima entium coexiſtentia tanquam poſſibilis concipienda, eſt ***extenſum imaginarium***.

Schol. Omne corpus, quod ſentire poſſumus, eſt extenſum reale. Concipiamus vero ejusmodi corpus annihilari, id ubi corpus extitit, eſt extenſum imaginarium.

§. VII.

In omni extenſo imaginario varia homogenea a ſe invicem diſtingui poſſunt. Eſt igitur quantitas (§. 1.) et quidem, cum

par-

partes ipsius communi termino copule
tur (§. VI.) species quantitatis continua
(§. III.) quæ simpliciter dicitur *quanti*
tas extensiva.

§. VIII.

Invenire est efficere, ut ex dato qu
dam cognito aliud quoddam, quod inc
gnitum sumitur fiat, cognitum. Hoc fi
ri potest aut mediantibus signis cert
que eorundem combinatione et substit
tione, ita ut ex signo dati cogniti inve
getur signum quæsiti, aut absque sign
rum usu, ita ut ex ipso objecto dato in
mediate quaeratur quæsitum. Si prius i
ventio fit *per calculum*, si posterius, *p*
analysin logicam.

§. IX.

Scientia de regulis, quibus conv
nienter inventio per calculum institui d
bet, vocatur *Ars heuristica combinatori*
Hæc igitur docere debet *primo* operati
nes simplices in determinatis casibus a
instituendas, ut prodeat signum quæsit
secundo methodum determinandi quæna
ex operationibus istis simplicibus et qu
ordine in determinatis casibus adplica
dæ sint: Illud dat partem artis inv

nie

niendi *elementarem*, hoc vero *ſublimiorem.*

§. X.

Matheſis eſt ſcientia inveniendi quantitates. Partes igitur matheſeos deduci debent tam ex diverſitate modi inveniendi, quam ex diverſitate quantitatum, quæ ſunt objectum ipſius. Hæ conſiderantur aut qua tales, aut quatenus certi generis rebus inſunt. Illud fit in matheſi *pura* hoc vero in matheſi, *adplicata.*

§. XI.

In matheſi pura quantitas aut conſiderari poteſt *generatim*, tanquam multorum homogeneorum congeries, aut *ſpeciatim*, tanquam quantitas huius vel illius determinatæ ſpeciei. Si prius, ejus inventio docetur aut per analyſin logicam, aut per calculum, et ultimo caſu aut per artem inveniendi elementarem, aut ſublimiorem; prius ſit in *matheſi univerſali*, ſecundum in *Arithmetica ſtricte dicta*, ultimum in *Algebra ſeu Analyſi mathematica.*

Cor. In Matheſi igitur univerſali quantitates tantum ſpectantur ut numeri, et ex ipſo numero dato tanquam cognito inveniri debet alius numerus tanquam incognitus. Primum quoque fit in Arithmetica et Algebra, non vero ex ipso numero dato alius incognitus, sed ex signo numeri dati signum numeri quæsiti inveniri debet.

§. XII.

Si quantitates spectantur speciatim, pro diversitate specierum quantitatis diversæ formari possunt matheseos puræ partes. Ea matheseos puræ pars, quæ explicat regulas inveniendi quantitates extensivas speciatim spectatas per analysin logicam dicitur *Geometria Theoretica*.

Cor. In geometria igitur quantitas extensiv minus accurate tantum spectatur] ut numerus ut certa multitudo partium homogenearum; se adtendi quoque debet et quidem primario ad si tum et coordinationem partium, quæ extensiu constituunt.

§. XIII.

Mensurare quantum generatim es determinata quadam ipsius parte pro uni tate adsumta quantum illud ut numerum exprimere.

Cor. Si quantum aliquod mensuratur, illu tantum spectatur ut numerus. Quare cum quantit extensiva jam sit species quantitatis magis deter minat minata (§. VII.) geometria non eſt ſcientia extenſa menſurandi (§. XII. cum Cor.)

§. XIV.

Pars matheſeos puræ, in qua explicantur regulæ extenſa menſurandi et menſurata ſignis arithmeticis ut numeros exprimendi, ut fiant objecta calculi ab adcuratioribus vocatur ***Calculus Extenſorum.***

Cor. 1. Calculus igitur extenſorum et geometria theoretica ſunt admodum diverſæ matheſeos puræ ſcientiæ et a ſcopo geometriæ theoreticæ abhorret, ſi extenſa exprimantur ſignis ut numeri in arithmetica.

Cor. 2. Ex hiſce porro ſequitur, in geometria nullam operationem arithmeticam proprie dictam admitti, nec demonſtrationes geometricas mediantibus hiſce operationibus formari, nec ſolutiones problematum geometricorum iis mediantibus inſtitui debere.

Schol. Geometriæ objectum, uti vidimus, eſt quantitas extenſiva ſpeciatim ſpectata. Mathematicus vero tanquam Philoſophus prædicata inferiorum evolvere nequit niſi prædicata ſuperiorum ſint cognita. Prærequirit ſibi igitur geometria theoretica, cujus objectum jam eſt ſpecies quanti magis determinata, ſcientiam de affectionibus

nibus quanti generatim spectati generalissimis, de operationibus simplicibus, quibus una quantitas ex alia generatim spectata inveniri potest, et de relationibus quantorum generalissimis, quæ ab ejusmodi operationibus dependent. Hæc vero scientia est ea, quæ nomine Matheseos universalis insignitur, et §. XI. a nobis est definita. Continebit hæc scientia generalissima et Arithmeticæ et Geometriæ Theoreticæ principia, quare utrique est præmittenda. Rigori igitur mathematico apprimis conforme esse videtur, si scientia illa universalissima tam ab Arithmetica, quam Geometria secernatur, licet inplerisque compendiis recentiorum Mathematicorum principia illa universalia per Arithmeticam sint dispersa. Ast vero hoc facto Arithmetica et Geometria spectari debent ut scientiæ sibi invicem subordinatæ, cum potius sint scientiæ coordinatæ ac ideo perinde sit, utrum Arithmetica ante Geometriam, an post Geometriam explicetur, quia demonstrationes geometricæ ne unicum quidem principium ex Arithmetica præsupponunt, sed potius omnia ex solis quantorum extensorum notionibus absque ullo calculo sunt deducenda.

Schol. II. Geometriæ definitio, quæ vulgo adsumitur et qua dicitur scientia inveniendi quantitates extensivas duplici explicationi obnoxia esse videtur, prout nimirum quantitates extensivæ aut in abstracto aut in concreto aut generatim aut speciatim spectatæ intelliguntur. Si *prior* explicatio adſumitur, Geometra omnis generis extenſa jam ſumit exiſtentia, et regulas evolvit, quæ docent quomodo inveniri poſſit, quot unitates ejusdem generis in hac vel illa determinata extenſi ſpecie contineantur, ſeu quod jam eodem redit; in regulas inquirit, quæ docent, quomodo extenſa menſurari queant, ideoque Geometria fiet ſcientia inveniendi quantitates *extenſorum*, quæ jam ſumuntur exiſtentia. Si vero *poſterior* ſenſus ſtatuitur, Geometra fingere tenetur, nullum extenſum exiſtere, præter ſimpliciſſima quædam, ex quibus tanquam datis, et ex quorum combinatione reliqua extenſa omnia per certas operationes ſint generanda, ideoque geometria fiet ſcientia inveniendi *ipſa extenſa* per combinationem aliorum extenſorum generatorum ex ſimpliciſſimis operationibus. Cum jam in Matheſi univerſali, Arithmetica et Algebra quanta ſpectentur generatim, manifeſtum eſt ſyſtema Geometriæ ea methodo conſcriptum, qua extenſa jam ſumuntur exiſtentia, et in eorundem quantitatem generatim ſpectatam inquiritur, a Geometriæ ſcopo aberrare. Contra genuinam methodum in condendo ſyſtemate geometriæ eſſe eam, qua nullum extenſum exiſtens ſupponitur præter ſimpliciſſima quædam, et regulæ, explicantur, quibus adhibitis mutua dependentia extenſorum a ſe invicem et omnium a ſimpliciſſimis quibusdam intelligi queat.

ELEMENTA MATHESEOS VNIVERSALIS.

SECTIO I.

DE RELATIONIBVS, QVAE INTER QVAEVIS QVANTA GENERATIM SVNT POSSIBILES.

§. I.

Mathesis pura docet inventionem quantitatum. Omnis inventio supponit datum quoddam cognitum, ex quo quæsitum tanquam incognitum est colligendum, et cognitam dati ad quæsitum relationem (per princip. Log.) Mathematicus igitur ex dato quodam quanto cognito et ex cognita quantitatis datæ ad quæsitam relatione quæsitum quantum colliget. Quare possibiles quantorum erga se invicem relationes prius erunt evolvendæ, quam ulla earundem inventio doceri queat.

§. II.

Quanta A et B, si quatenus sunt quanta pro se invicem possunt substitui, dicuntu tur *æqualia*, opppoſita vero ratione *inæqualia*. Aequalia eſſe quanta, hoc ſigno = indicatur, collocato inter eadem hoc modo $A = B$.

§. III.

Si omne adeſt in quanto, quod ponendum, ſi ſit tale, *totum* adeſſe dicitur.

Cor. Poſito igitur toto ponendæ ſunt omnes ipſius partes ſimul ſumtæ.

§. IIII.

Si quanta A et B ſunt inæqualia, A quatenus in varia homogenea eſt reſolubile pro B quatenus in varia homogenea eſt reſolubile non ſubſtitui poteſt. Numerus igitur variorum homogeneorum in quæ A reſolubile a numero homogeneorum, in quæ B reſolubile, erit diverſus. Si jam quædam variorum homogeneorum, in quæ B reſolubile ſubſtitui poſſunt pro omnibus homogeneis, in quæ A reſolubile pars ipſius B erit æqualis toti A (§. II. et III. coll. cum §. I. P.) et B dicitur *majus* ipſo A, A vero *minus* ipſo B quod ſequenti ſigno indicatur $A < B$, ita ut apertura ſigni $<$ verſus quantum majus apex autem verſus quantum minus ſpectet.

Cor. Si $A < B$, totum A eſt æquale parti cuidam ipſius B, ideo in quanto

B ———————————— C

præter partem, quæ æqualis eſt ipſi

A ————————

continebitur pars C, qua parte quantum B *excedere ſ. ſuperare* dicitur quantum A.

§. V.

Quodlibet quantum A eſt ſibi ipſi aequale. Sit enim ſibi ipſi inæquale, et quodam reſpectu erit non — A (§. II.) q. a.

Cor. I. Quia totum eſt idem cum omnibus ſuis partibus ſimul ſumtis (§. III. Cor.) *erit illis æquale.*

§. VI.

Totum qualibet ſua parte eſt majus, et quælibet pars minor eſt toto.

Dem. Ponatur totum $= A$, et ejus partes ſint B et C. Jam B et $C > B$ (§. IV.) ſed B et $C = A$ (§. V. Cor.) ideo $A > B$. (§. II.)

Schol. Axiomata illa, quæ immediate a principio contradictionis dependent, ob univerſalitatem ſuam de omni quanto tam generatim, quam ſpeciatim ſpectato, ideo quoque de numeris valent. Quilibet igitur numerus eſt ſibi ipſi æqualis;

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0026-1

lis; totus numerus omnibus suis partibus simul sumtis est æqualis; numerus totus qualibet sua parte major est. Idem quoque in sequentibus erit tenendum. Notari autem meretur, ab æqualitate numerorum ad æqualitatem quantorum, quæ cogitantur ut numeri, non valere consequentiam (§. V. cum Cor.)

§. VII.

Quæ sunt æqualia eidem tertio, sunt æqualia inter se.

Dem, Ponatur A = B et C = B. Si jam sumatur A in = C, quia A = B (per hyp.) erit B in = C (§. II.) quia porro C = B (per hyp.) erit B in = B (§. II.) quod contra §. V.

§. VIII.

Quod majus vel minus est uno æqualium quoque majus vel minus est altero.

Dem. Sit A > B et B = C. Quia A > B, continebit A partem, quæ æqualis toti B (§. IV) et præterea aliam partem, quæ sit = M. Ideo B et M = A. (§. V. Cor.) Sed B = C (per hyp.) ideo C et M = A (§. II.) C et M > C (§. IV.) ideo A > C (§. II.) q. e. *primum.*

Deinde sit A < B et B = C. Quia A < B, in B continebitur pars, quæ toti A æqualis, et præterea pars quædam, quæ sit = M (§. IV). Ideo A et M = B (§. V. Cor.) Ast vero B = C

 (per

(per hyp.) ideo A et M = C. (§. II.) Sed A < A et M (§. IV.) ideo A < C (§. II.) q. e. *secundum*.

§. IX.

Quodlibet quantum ex determinata quadam ipſius parte pro unitate aſſumta ortum eſſe concipi poteſt, (§. II. Cor. P.) quæ aut alio reſpectu iterum in varia homogenea eſt reſolubilis, aut non. Si prius unitas dicitur *derivativa*, ſi poſterius *primitiva*.

Schol. Notio unitatis primitivæ hic ſumitur tantum ut hypothetica. De ejusdem poſſibilitate non ſumus ſolliciti, quia ne unica quidem concluſio in ſequentibus ex eadem erit deducenda. Notio unitatis derivativæ ſupponit, alio reſpectu unitatem iterum in varia reſolvi poſſe. Separare ſ. reſolvere varia totum conſtituentia (ſaltem cogitationibus ſi reipſa fieri nequit) ſenſu generaliori idem eſt ac totum in ſuas partes *dividere* ſi terminus *dividere* ſumitur in ſenſu *metaphyſice*; ſupponi igitur debet, quædam quanta in partes ſuas, quæ cogitantur ut unitates, et ejusmodi partes iterum in alias partes metaphyſice dividi poſſe, ſi notio unitatis derivativæ ſit poſſibilis et in conceptu formali vera. Talia autem quanta actu dari, monetæ noſtræ, pondera, menſuræ hiſque ſimilia ſatis probant. Quantum generatim definiri potuiſſet quod ſit res in varia homogenea diviſibilis

ſibilis (§. I.) ſi diviſibile ſumitur ſenſu *metaphyſico*. Infra patebit ratio, cur termino *diviſibilis* hoc loco nondum uſi ſumus.

§. X.

Pars quanti, ex qua aliquoties repetita totum oriri poteſt, dicitur *aliquota*, ex qua vero aliquoties repetita totum oriri nequit, vocatur ipſius pars *aliquanta*.

§. XI.

Numerus cujus unitas eſt pats ipſius aliquota, dicitur *integer*.

Cor. Numerus igitur integer ex ipſa unitate aliquoties repetita ortus eſſe concipitur (§. X.)

§. XII.

Si ponamus, unitatem numeri cujusdam, quæ ipſius eſt pars aliquanta, eſſe derivativam, eandem alio reſpectu iterum in certum numerum partium æqualium reſolutam eſſe, concipi poſſe, patet ex §. IX. Numerus qui ex ejusmodi unitatis parte aliquoties repetita ortus eſſe concipitur, dicitur *fractus*, ſive *fractio*, et quidem *vera* quousque non tot unitatis partes ſumuntur ut unitati fiant æquales. Fractio dicitur *ſpuria*, ſi tot unitatis partes vel adeo plures ſumuntur, ac requiruntur, ut unitati fiant æquales.

Cor. I.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0029-2

Cor. I. Fractio vera ex ipſa unitate aliquoties repetita oriri nequit, ſed tantum ex determinata quadam unitatis parte.

Cor. II. Omnis numerus integer ex ipſa unitate aliquoties repetita oritur (§. XI. Cor.) Si unitas illa eſt derivativa, hæc quoque in certum numerum partium æqualium diviſa eſſe (§. IX.) et ex una harum partium aliquoties repetita numerus integer ortus eſſe (§. X et XI.) ideoque omnis numerus integer quoque ut fractus concipi poteſt.

§. XIII.

Numerus fractus oritur, dum unitas in certum numerum partium æqualium diviſa eſſe concipitur, et una harum partium æqualium aliquoties repetitur (§. XII.). Numerus partium æqualium in quem unitas diviſa eſſe concipitur fractionis ***denominator***, numerus vero exprimens quoties pars illa ad fractionem componendam eſt repetita ejus ***numerator*** audit.

Cor. I. Vt fractionis obviæ magnitudo cognoſcatur, et numerator et denominator ejusdem dari debent.

Cor. II. Fractionis veræ numerator eſt minor ejus denominatore, fractionis ſpuriæ numerator aut denominatori æqualis, aut adeo eodem major eſt. (§. XII.)

§. XIV.

§. XIV.

Fractus numerus cujus numerator eſt A et denominator B ſcribitur ducta linea transverſa, et numeratore ſupra eam denominatore infra collocato ſequentem in modum $\frac{A}{B}$

§. XV.

Res, quarum una continet determinationem ſine altera non poſſibilem, dicuntur *connexæ*, et ejusmodi plurium rerum erga ſe invicem relatio, vi cujus una continet determinationem ſine altera non poſſibilem, vocatur *nexus*.

§. XVI.

Duo quanta A et B aut ſibi ſunt æqualia aut inæqualia (§. II.) Utroque caſu unum habet determinationem ſine altero non poſſibilem, ideo ſi ad determinatam eorundem æqualitatem vel inæqualitatem reſpicitur, cogitantur in nexu, qui dicitur *ratio mathematica* ipſius A ad B, et præciſe ſi quanta illa ſunt æqualia, *ratio æqualitatis*, ſi vero ſunt inæqualia, *ratio inæqualitatis*. Ipſa quanta A et B vocantur *termini* rationis.

§. XVII.

Intercedat inter A et B ratio quædam

mathe-

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0031-9

mathematica, et determinata eorundem æqualitas vel inæqualitas intelligi poteſt, ſi unum eorum e. g. B concipiatur ut ortum ex altero A tanquam numerus ex unitate. Hoc reſpectu *ratio*, quam inter A et B intercedere concipimus, dicitur *geometrica*.

Cor. Quanta igitur inter quæ ratio geometrica intercedit, debent eſſe homogenea, quia quantum ex heterogeneo, tanquam unitate componi nequit (§. I.)

§ XVIII.

Uno quantorum A et B inter quæ ratio geometrica intercedere concipitur pro unitate aſſumto, alterum fit numerus aut integer aut fractus (§. XVII. XI. et XII.). Dato vero hoc numero ſimul datur ratio geometrica ipſius A ad B, quare hujus rationis *Exponens* vocatur.

Schol. Inter quanta

A

et B

rationem geometricam intercedere dicimus, non tantum ea ex ratione, quia ipſo A pro unitate aſſumto B ſit $= 2$, ſed ea quoque ex ratione, quia ipſo B pro unitate aſſumto A ſit $= \frac{1}{2}$.

§. XIX.

Rationes geometricæ

A
et B
inter C
et D

ſunt æquales ſi adſumtis A et C pro unitatibus B et D fiant numeri æquales (§. II.) ſeu quod idem eſt ſi B ex A eodem modo fiat, uti D fit ex C; ſeu quoque ſi aſſumtis B et D pro unitatibus A et C fiant numeri iidem, vel A ex B eodem modo fiat, uti C fit ex D. Ejusmodi duarum rationum geometricarum æqualitas eſt, quod *proportionem geometricam* vocant Mathematici. Quanta A, B, C et D dicuntur *geometrice proportionalia ſive termini proportionis geometricae.* Si quanta B et C ſunt æqualia, proportio geometrica vocatur *continua,* B vero aut C terminus *medius geometrice proportionalis.*

Cor. I. Quanta A et B ſunt homogenea, pariter atque C et D (§. XVII. Cor.) ſed C et D heteogenea eſſe poſſunt quantis A et B.

A
ad B
uti C
ad D

Cor. II.

Cor. II. Aequalium rationum geometricarum æquales ſunt exponentes, et ſi exponentes rationum æquales ſunt, et ipſæ rationes geometricæ ſunt æquales (§. XVIII.) *Duæ igitur rationes æquales eidem tertiæ ſunt æquales inter ſe.*

Cor. III. In omni ratione geometrica quanti A ad B, eſt unitas ad exponentem, uti unum horum quantorum e.g. A ad alterum B. (§. XVII. XVIII.) quare quævis ratio geometrica in proportionem geometricam mutari poteſt, cujus terminus primus eſt unitas, terminus ſecundus exponens, terminus tertius unum quantorum inter quæ ratio illa intercedit, quartus vero alterum horum quantorum.

§. XX.

Generatim inter duo quanta A et B concipitur ratio mathematica, ſi in determinatam eorundem æqualitatem vel inæqualitatem inquiritur (§. XVI.) Hoc vero quoque fieri poteſt inquirendo, utrumne in uno horum quanturum

e. g. B

continеatur pars quædam C

qua excedit A

alterum horum quantorum (§. IV. Cor.) Pars illa C dicitur *differentia* quantorum A et B, et quatenus hoc modo determi-

natam

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0034-6

natam quantorum A et B inæqualitatem concipimus, inter hæc quanta *ratio arithmetica* intercedere dicitur.

Cor. Ratio arithmetica est quantorum homogeneorum. Si enim inter duo quanta concipitur ratio Arithmetica, unum spectari debet tanquam pars alterius ideoque cum eodem esse debet homogeneum (§. I. Cor. P.)

§. XXI.

Si inter quanta

A

et B

concipitur ratio arithmetica in uno eorundem uti hic in B distinguitur pars C, qua excedit alterum A, quæ §. præc. differentia quantorum A et B vocata est. Data hac differentia simul datur ratio arithmetica ipsius A ad B, quare hujus rationis *denominator* dicitur.

§. XXII.

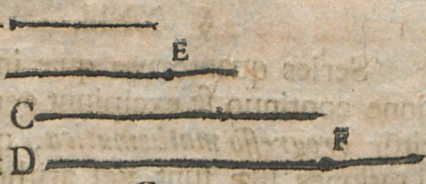
Rationes arithmeticæ inter

A

et B

inter C

et D



æquales sunt, si pars E ipsius B qua excedit quantum A, æqualis est parti F ipsius D qua excedit quantum C (§. XXI. et II.) Ejusmodi duarum rationum arithmeticarum æqualitas vocatur *proportio arithmetica*, et quanta A, B, C et D dicuntur *arithmetice proportionalia* seu *termini proportionis arithmeticæ*. Si B et C sunt quanta æqualia, proportio arithmetica vocatur continua B vero vel C terminus *medius arithmetice proportionalis*.

Cor. I. Et hic quoque quanta A et B, C et D sunt homogenea (§. XX. Cor.), sed C et D heterogenea esse possunt quantis A et B. Ita est

Cor. II. Aequalium rationum arithmeticarum æquales sunt denominatores, et si denominatores æquales sunt, etiam ipsæ rationes arithmeticæ sunt æquales (§. XXI.)

§ XXIII.

Series quantorum quæ in eadem ratione continuo se excipiunt generatim dicitur *Progressio mathematica*, quæ, prouti rationes illæ sunt vel arithmeticæ vel

geo-

geometricæ, ipſa quoque *arithmetica* aut *geometrica* vocatur.

§. XXIV.

Quanta æqualia ſibi mutuo in rationibus ſubſtituta easdem non mutant (§. ll.)

Scholion generale. Ex præcedentibus ſequentes adnotaſſe juvabit concluſiones generales:

I. *Ratio arithmetica et ratio geometrica ſunt veræ rationis mathematicæ ſpecies.* Quatenus enim in determinatam æqualitatem vel inæqualitatem duorum quantorum inquirimus, eatenus quanta illa concipimus in ratione quadam. Hoc vero fieri poteſt aut inquirendo, utrum in uno quanto ſit pars quædam, qua excedit alterum, aut inquirendo, in quem numerum evaderet unum quantorum, ſi alterum ſumatur pro unitate. Hi modi determinatam æqualitatem vel inæqualitatem quantorum concipiendi differunt realiter, ita ut ſint virtualiter contradictorie oppoſiti, quare dant diverſas rationis mathematicæ ſpecies (per Princ. Log.)

II. *Inter duo quanta ſola adſumta diverſo reſpectu ſimul ratio arithmetica et geometrica concipi poteſt* e. g. Inter

concipitur ratio arithmetica quatenus B cogitatur quantum A ſuperare parte C, Inter eadem

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0037-2

vero quanta concipitur ratio geometrica quatenur B cogitatur esse $\frac{6}{4}$ ipsius A, seu quoque A esse $\frac{4}{6}$ ipsius B.

III. Discrimen rationis arithmeticæ a geometrica optime intelligitur ope proportionum et progressionum. Licet enim diverso respectu inter duo quanta sola adsumta concipi possit simul ratio arithmetica et geometrica, tamen inter quatuor quanta simul concipi nequit proportio arithmetica et geometrica, nisi nimirum duo quæcumque eorum sint æqualia. Pari ratione nec progressio geometrica simul potest esse arithmetica, nisi forsan omnes termini statuantur æquales.

SECTIO II.

DE

OPERATIONIBVS SIMPLICIBVS NECESSARIIS, QVIBVS EX DATA QVANTITATE ALIA INVENIRI POTEST.

CAPVT I.

DE

OPERATIONIBVS ISTIS IN NVMERIS INTEGRIS, ET RELATIONIBVS QVANTORVM EX IIS CONCIPIENDIS.

§. XXV.

Nulla quanti inventio possibilis est nisi datum sit quantum aliquod tanquam cognitum, ex quo quæsitum tanquam incognitum colligendum, et præterea data cognita quanti dati ad quæsitum relatio. (§. I.) Datur vero relatio quanti cogniti ad quæsitum, si datur ratio mathematica cogniti ad quantum quæsitum (§. XVI. seqq.) Nulla igitur quanti inventio est possibilis nisi datum sit quantum aliquod tanquam cognitum, et ſimul ratio mathematica quanti cogniti ad quæſitum.

§. XXVI.

Ex dato quanto A aliud quantum B ſit inveniendum, et hoc cum illo erit aut in ratione arithmetica, aut geometrica (§. XX. et XVII.) Priori caſu ex dato quanto A et denominatore rationis A ad B poſteriori vero ex dato quanto A et exponente rationis ipſius A ad B quantum B inveniri poteſt.

§. XXVII.

Si datur quantitas A et ejus denominator rationis D ad quæſitam B, ita ut ſit A ad B in ratione arithmetica, aut quantitas quæſita B ſuperare debet datam A dato denominatore D, aut data A ſuperare debet quæſitam B dato iſto denominatore D. Si quantitas quæſita

B ————————————————
datam A ——————————
dato denominatore D ————————

ſuperare debet, operatio hunc in finem inſtituenda vocatur *Additio* quantorum A et D. Quantitas B, quæ per additionem inve-

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0040-9

invenitur, vocatur *ſumma* ſeu *aggregatum* datorum.

Cor. Quanta addenda debent eſſe homogenea (§. I. P.) et ſimul ſumta ſummæ ſunt æqualia (§. V.)

§. XXVIII.

Si quantitas data
A
quæſitam B
dato denominatore D
ſuperare debet, operatio qua B ex datis A et D invenitur, vocatur *Subtractio* quanti D a quanto A. Quantitas B, quæ per ſubtractionem invenienda dicitur *differentia quæſita*, quia eſt differentia quantorum datorum A et D (§. XX.) ut diſtinguatur a denominatore dato D, qui eſt differentia quanti dati A a quæſito B, eamque ob rationem *differentia data*, vel etiam *ſubtrahendum* vocatur.

Cor. I. Quantitates, quarum una ab altera eſt ſubtrahenda ſunt homogeneæ (§. I. P.)

Cor. II. Cum B quoque ſit denominator rationis quanti A ad D (§. XXI.) ſubtractione quanti D a quanto A invenietur B. Inde ſi a quanto dato A differentia quæſita B ſubtrahatur, prodit differentia data B, et generatim ſi ab uno quanto quocunque alterum quodcunque ſubtrahatur, differentia quæſita eſt denominator rationis horum quantorum.

§. XXIX.

Addenda eſſe quanta ſigno + indicatur collocato inter eadem hoc modo A + B. Quanto autem ab alio ſubtrahendo præfigitur ſignum — ſequenti ratione A — B.

Cor. Si fuerit A — B = C — D, erunt differentiæ quantorum antecedentium A et C a conſequentibus B et D æquales, quæ cum ſint denominatores rationum A ad B et C ad D, (§. XXVIII. Cor. II.) illæ rationes æquales erunt, eritque proportio arithmetica inter A, B, C et D. Patet ergo ratio ſignandi proportiones arithmeticas.

§. XXX.

Poſtulatur, *cuilibet numero integro dato alium addi et a quolibet numero integro dato alium datum ſubtrahi poſſe.*

§. XXXI.

Unitates ſummæ vel differentiæ eædem ſunt cum unitatibus quantorum, quorum ſunt ſummæ vel differentiæ (§. XXVII.)

§. XXXII.

Si æqualibus æqualia addantur aggregata ſunt æqualia.

Dem.

Dem. Sit $A = B$ et $C = D$. Sumatur, esse $A + C$ in $= B + D$, quia $A = B$ (hyp.) erit $A + C$ in $= A + D$ (§. II.) Cum vero quoque $C = D$ (hyp.) erit $A + D$ in $= A + D$, quod contra §. V.

§. XXXIII.

Si æqualibus addantur inæqualia, majus est, quod per additionem maioris provenit eo, quod post minoris additionem provenit.

Dem, Sit $A = B$ et $C > D$, ergo D totum continetur in C et præterea pars quædam, quæ sit $= M$, et erit $C = D + M$. (§. XXX. §. XXVII. Cor. et §. V. Cor.) Sed $A + D = B + D$ (§. XXXII.) et $A + D + M > A + D$ (§. IV.) Ergo $A + D + M > B + D$ (§. VIII.) Quare cum $D + M = C$ (per dem) erit $A + C > B + D$ (§. II.)

Cor. Majus est, quod provenit, si majori addatur majus, eo, quod provenit, si minori minus addatur.

§. XXXIV.

Si a summa duorum quantorum $A + D$ una D subtrahatur, altera erit differentia quæsita.

Dem. Si a summa quantorum $A + D$ subtrahatur quantum D, quantitas data $A + D$ superare debet quæsitam data differentia D (§. XXVIII.)

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0043-6

ideo pars A ipsius A + D æqualis erit differentiæ quæsitæ toti (§. IV. cum Cor.) et quantitas, quæ tota parti A æqualis est, erit differentia quæsita. Quare ipsa pars A est differentia quæsita (§. V. et II.)

Cor. Numerus igitur, a quo idem alius subtrahitur, qui eidem fuerat additus, non mutatur.

§. XXXV.

Si differentiæ datæ addatur subtrahendum, summa erit quantitas data, a qua facta est subtractio.

Dem. Si a quanto dato A subtrahatur D, ita ut differentia quæsita sit B (§. XXX.) quantitas data A superare debet differentiam quæsitam B data differentia s. subtrahendo D (§. XXVIII.) Ideo omnes quantitatis datæ A partes simul sumtæ sunt subtrahendum D et differentia quæsita B, quare $A = D + B$ (§. V. Cor. et XXVII. Cor.

§. XXXVI.

Numerus cui idem alius additur, qui ab eodem fuerat subtractus, manet qui erat.

Dem. A quanto A subtrahatur D, ita ut sit $A - D = B$, et erit $A - D + D = B + D$ (§. XXXIII.) Sed $B + D = A$ (§. XXXV.), ideo $A - D + D = A$ (§. VII.)

§. XXXVII.

Si ab æqualibus æqualia subtrahantur, quæ relinquuntur, sunt æqualia.

Dem.

Dem. Sit $A = B$ et $C = D$. Si jam sumatur, esse $A - C$ in $= B - D$, quia $A = B$ (hyp.) erit $A - C$ in $= A - D$ (§. II.) sed $C = D$, ideo foret $A - C$ in $= A - C$ (§. II.) quod contra §. V.

§. XXXVIII.

Si ab inæqualibus æqualia subtrahantur, major est differentia, quæ relinquitur post subtractionem a majori ea, quæ post subtractionem a minori relinquitur.

Dem. Si $A > B$ et $C = D$, in A continebitur B totum, et præterea pars quædam, qua B excedit (§. IV. cum Cor.) quæ sit $= M$, ideo $A = B + M$ (§. V et XXVII. Cor. I.) Sed $B + M - C > B - C$ (§. IV.) ideo $A - C > B - C$ (§. II.) $C = D$ (hyp.) ideo $A - C > B - D$ (§. II.)

§. XXXIX.

Si ab æqualibus inæqualia subtrahantur, minus est, quod relinquitur post subtractionem majoris eo, quod potest subtractionem minoris relinquitur.

Dem. Sit $A = B$ et $C > D$ quia $C = D + M$ (§. IV. cum Cor. conf. Dem. §. XXXVIII.) erit $A - D - M = A - C$ (§. XXXVII.) Sed $A - D - M < A - D$ (§. IV. et XXVII.) ergo et $A - C < A - D$ (§. VIII.), quia vero $A = B$ (hyp.) erit quoque $A - C < B - D$ (II.).

§. XL.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0045-7

§. XL.

In omni ratione geometrica quantorum A et B ad se invicem est unitas ad exponentem, ut unum horum quantorum ad alterum (§. XIX. Cor. III.) Si igitur ex data quantitate A et exponente rationis E ipsius A ad B quantum B est inveniendum (conf. §. XXVI.) erit aut unitas ad E ut data A ad quæsitam B, aut unitas ad E uti quæsita B ad datam A. Si prius operatio, qua B ex dato quanto A et exponente E invenitur, dicitur *multiplicatio* quanti A per E. Quantitas data A vocatur *multiplicandum* E vero, *multiplicator*. Utraque quanta data etiam communi nomine *factorum* insigniuntur. Quantitas quæsita B dicitur *factum*, sive *productum*.

Cor. I. In omni multiplicatione est *unitas ad multiplicatorem, uti multiplicandum ad factum*. Ex quo porro sequitur, multiplicandum et factum esse quanta homogenea, quod vero de factoribus non necessario valet, (§. XIX. Cor. I.)

Cor. II. Multiplicandum est numerus ex quo fit factum, uti multiplicator ex unitate (§. XIX.)

§. XLI.

Multiplicandum esse quantum per aliud denotatur hoc signo (×), vel (,) vel

vel etiam (.) inter eadem interposito, sic ut A × E, sive A, E, vel etiam A.E denotet factum cujus factores sunt A et B. Alias quoque quantitates in se invicem multiplicandæ absque ullo interposito signo sibi invicem junguntur, ita ut A B denotet factum cujus factores sunt A et B.

Cor. Si numerus A multiplicatur per unitatem, ita ut prodeat factum = A × I, erit I ad I. uti A ad A × I (§. XL. cum Cor.) Sed quia I = I (§. V.) est quoque A = A × I (§. XIX. Cor. II.). Numerus igitur per unitatem multiplicatus non mutatur.

§. XLII.

Si æqualia æqualibus multiplicantur, facta sunt æqualia.

Dem. Si positis A = B et C = D sumatur esse A × C in= B × D, erit A × D in= A × D (hyp. et §. II.) quod contra §. V.

§. XLIII.

Datum numerum integrum

A • • • • • •

per alium numerum integrum

E • • •

mul-

multiplicare.

Solutio. Numerus A statuatur toties, quoties in E est unitas. Numerus inde resultans B erit factum.

Dem. Numerus B compositus est ex A uti E ex unitate (per operat.) ergo modus quo fit B ex A idem est cum modo, quo fit B ex unitate, quare est unitas ad E uti A ad B (§. XIX.) est igitur $B = A \times E$ (§. XL.).

Cor. I. Multiplicatio est repetita ejusdem numeri ad seipsum additio. (§. XXVII.)

§. XLIV.

Duo numeri quicunque A et E idem dant factum B sive A per E multiplicetur sive E per A.

Dem. Si A per E multiplicatur, A sumitur toties, quoties in E est unitas ut prodeat B (§. XLIII.) Ideo quævis unitas numeri A sumitur toties in B, quoties in E est unitas, quare in B toties formatur numerus idem cum E quoties in A est unitas. B igitur ita oritur ex E uti A ex unitate et unitas est ad A uti E ad B, (§, XIX.) ideoque fit $B = E \times A$.

Schol. Idem quoque patet ex ipsa operatione §. XLIII.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0048-3

§. XLV.

Si numerus A . D. ✚ | . C . *est summa numerorum D et C multiplicanda per E* ◆ ◆ ◆

$$\text{factum B}\quad \begin{array}{ccc|cc} & \text{D} & ✚ & & \text{C} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ ◆ & ◆ & ◆ & ◆ & ◆ \\ ◆ & ◆ & ◆ & ◆ & ◆ \end{array}\quad \text{aequale erit}$$

summae factorum numerorum D et C sigillatim per E multiplicatorum, i. e. (D ✚ C) × E = D × E ✚ C × E.

Dem. Multiplicatione ipsius A per E actu instituta omnes ipsius A partes toties sumendae sunt, quoties in E est unitas (§. XLII. et V, Cor.) Factum B igitur constare debet ex parte D et ex parte C toties sumta, quoties in E est unitas hoc est factun B = D × E ✚ C × E (§. XLIII. et XXVII. Cor.)

§. XLVI.

Si differentia numerorum C et A multiplicetur per E, factum erit differentia factorum numerorum A et C sigillatim per E multiplicatorum.

Dem. Quia est A — C = D, erit A = D ✚ C (§. XXXV.) et A × E = D × E ✚ C × E (§. XXV. et XLII) quare A × E — C × E = D × E (§. XXXVII. et XXXIIII.)

§. XLVII.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0049-3

§. XLVI.

Generatim ex dato quanto A aliud quoddam B, quod cum priori A in ratione geometrica esse concipitur, inveniri poterat si datus fuerat exponens rationis ipsius A ad B (conferat. §. XXVI.) Hoc vero posito problema duplici ad huc modo determinari poterat (§. XL.). Aut enim erat unitas ad exponentem ut quantitas data A ad quæsitam B, quod erat fundamentum multiplicationis (§. XL.) aut unitas ad exponentem ut quantitas quæsita B ad datam A. Problemate posteriori modo determinato operatio instituenda, ut B ex dato A et exponente E inveniatur, *divisio* quanti A per E vocatur. Quantitas data A nomine *dividendi*, Exponens nomine *divisoris*, et quantitas quæsita B *quoti* nomine indigitantur.

Cor. In omni divisione est *unitas ad divisorem uti quotus ad dividendum*, et dividendum est numerus, qui fit ex quoto, uti divisor ex unitate (§. XIX.)

§. XLVII.

Dividendum esse quantum per aliud, indicatur scripto dividendo eique subjuncto divisore interposito signo (:) sic ut

A : E

A : E notet quotum, qui prodit A per E diviso.

Cor. Si numerus A dividatur per I, erit I ad I uti A : I ad A, quare cum sit I = I (§. V.) erit quoque A : I = A (§. XIX. Cor. II.) seu numerus per unitatem divisus non mutatur.

§. XLIX.

Si æqualia æqualibus dividuntur, quoti sunt æquales.

Dem. Si positis A = B et C = D sumatur esse A : C in = B : D, erit A : D in = A : D (hyp. et §. II.) quod contra §. V.

§. L.

Datum numerum integrum

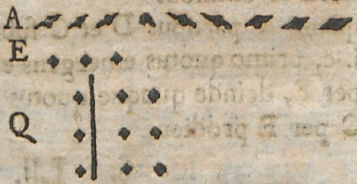
A . . . .

per alium numerum integrum

E . . .

qui est prioris pars aliquota (§. X.) dividere.

Solutio. Numerus E subtrahatur ab A toties, quoties fieri potest, et numerus Q exprimens, quoties hoc factum sit, erit Quotus.



Dem. Numerus Q exprimit quoties E ab A subtrahi possit (per operat.) ideoque quoties E

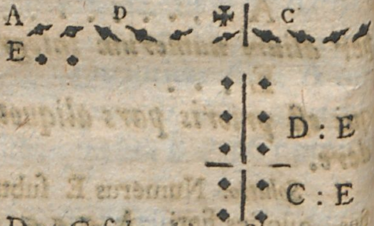
D in

in numero A continetur; quare Q toties continet unitatem, quoties A continet numerum E. Q itaque eodem modo componitur ex unitate, uti A componitur ex E, ita ut ſit unitas ad Q uti E ad A (§. XIX.) Ex quo ſequitur eſſe $A = E \times Q$ (§. XL. cum Cor.) $= Q \times E$ (§. XLIV.) et hinc unitas ad E uti Q ad A (§. XL.) et $Q = A : E$ (§. XLVII.)

Cor. Diviſio repetita ſubtractione peragitur, ex quo conſequitur, diviſorem et dividendum eſſe quanta homogenea.

§. LI.

Si A eſt ſumma numerorum D et C dividenda per E, quotus æqualis erit ſummæ quotorum partium D et C ſigillatim per E diviſorum.



Dem. Diviſione ipſius A per E inſtituta (§. L.) reperitur numerus exprimens, quoties E ab omnibus quanti A partibus D et C ſubtrahi poſſit (§. V.) i. e, primo quotus emergens ex diviſione partis D per E, deinde quoque quotus ex diviſione partis C per E prodiens.

§. LII.

Si D differentia numerorum C et A dividatur per E, quotus erit differentia quo-

torum

torum numerorum A et C sigillatim per E divisorum.

Dem. Quia $A - C = D$, ideoque $A = D + C$ (§. XXXV.) fit $A : E = D : E + C : E$ (§. XLIX. et LI.) et $A : E - C : E = D : E$ (§. XXXVII. et XXXIV.)

§. LIII.

Si quotus multiplicatur per divisorem, producitur dividendum.

Dem. Sit quotus $= Q$, divisor $= d$, et dividendum $= D$. jam si Q multiplicetur per d erit 1 ad d uti Q ad $Q \times d$, et $Q \times d$ fiet ex Q uti d ex unitate (§. XIX.) sed numerus, qui fit ex Q uti d ex unitate, est D, (§. XLVII. Cor.) ergo est $Q \times d = D$.

Cor. I. Quia est $(A : B) \times B = A$, numerus per alium divisus et iterum per eundem multiplicatus, manet qui erat.

Cor. II. Quia est $D = Q \times d = d \times Q$ (§. XLIII.) erit quoque *unitas ad quotum uti divisor ad dividendum.*

Cor. III. Si numerus per se ipsum dividatur, quotus erit unitas, quia hæc valet proportio geometrica: unitas ad $\frac{A}{A}$ uti A ad A (Cor. I.) et hinc quotus $\frac{A}{A}$ æqualis unitati (§. XIX. Cor. II.)

§. LIV.

Quotus est exponens rationis divisoris ad dividendum.

 Dem.

Dem. In omni divisione est I ad Q ut d ad D (§. LIII. Cor. II.) ergo Q est is numerus in quem D evadit si d sumatur pro unitate (§. XIX) ideoque exponens rationis ipsius d ad D (§. XVIII.)

Cor. I. Patet igitur modus inveniendi exponentem rationis inter duo quanta A et B.

Cor. II, Si fuerit A : B = C : D, erunt quoti quantorum antecedentium A et C divisorum per consequentes B et D æquales. Rationes igitur illæ æquales erunt (§. XIX. Cor. II.) eritque proportio geometrica inter A B C et D (§. cit.) Patet inde ratio signandi proportiones geometricas.

§. LV.

Si factum dividatur per multiplicatorem, quotus est multiplicandum.

Dem. Sit multiplicandum = M, multiplicator = m, et factum = F. Dividatur F per m, et erit I : m = (F : m) ad F, ergo (F : m) est numerus, ex quo fit factum, uti multiplicator ex unitate (§. XIX.) ideoque multiplicandum (§. XL. Cor.)

Cor. Numerus per alium multiplicatus, et iterum per eundem divisus, manet qui erat, quia est A × B : B = A.

§. LVI.

Si quotus fiat divisor, divisor fit quotus.

Dem.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0054-7

Dem. Dividatur D per d ut prodeat Q, et erit $d \times Q = D$ (§. LIII.) ideo $d \times Q : Q = D : Q$ (§. XLIX.) quia vero $d \times Q : Q = d$ (§. LV.) fit $D : Q = d$ (§. VII.)

§. LVI.

Si dividendum est minus divisore, quotus fit numerus fractus.

Dem. Dividendo D per divisorem d diviso erit $1 : Q = d : D$ (§. LIII. Cor. II.) et D componitur ex d uti Q ex unitate (§. XIX.) Si jam est $D < d$, D ex d tanquam unitate aliquoties repetita componi nequit, nisi d resolvatur in partes æquales, et D ex determinata quadam ipsius d parte aliquoties repetita componatur, ut fiat numerus fractus (§. XII.) quare numerus in quem D evadit, si d sumatur pro unitate, est fractus. Sed numerus iste est quotus (§. LIV. et XVIII.)

Cor. Numerus partium æqualium, in quas unitas divisa concipitur, est fractionis denominator, et numerus exprimens quoties una earum partium ad componendam fractionem fuit repetita est ejusdem numerator (§. XIII.) quare cum divisor sit unitas, quæ in certum numerum partium æqualium divisa esse concipitur, et dividendum exprimat, quot eiusmodi partium ad componendum quotum fuerint adsumtæ; patet ejusmodi fractionis, quæ divisione dividendi per divisorem ipso majorem emergit, numeratorem esse dividendum, denominatorem vero divisorem.

§ LVIII.

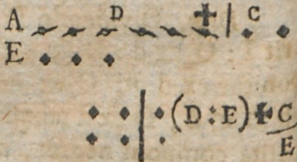
Datum numerum integrum

A ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆

per alium numerum integrum

E ◆ ◆ ◆

qui ipsius est pars aliquanta, dividere



Solutio. Numerus E subtrahatur ab A donec differentia ultima C fiat minor ipso E, et notetur numerus exprimens, quoties E ab A potuit subtrahi. Addatur huic numerus fractus, cujus numerator est differentia ultima C denominator vero divisor E, quod prodit, erit quotus.

Dem. Numerus A divisus esse concipiatur in duas partes, nimirum in differentiam ultimam C, et partem D, qua numerus A differentiam C excedit, et statim patet per regulam I. inveniri quotum D : E (§. L.) et per regulam II. prodire quotum C : E (§. LVII. cum Cor.) quorum summa D : E + C : E = A : E (§. LI.)

Cor. Ex hujus problematis solutione collata cum §. L. et dem §. LVII. patet, omnem quotum esse numerum ex divisore pro unitate assumto compositum. Hoc licet duplici modo possibile sit, prouti aut ex toto divisore, aut tantum ex parte te ejusdem componi poſſit; tamen ex §. XII. Cor. II. patet, generatim adſumi poſſe, quotum eſſe numerum ex parte quadam diviſoris pro unitate aſſumti compoſitum, ideoque numerum fractum, cujus denominator eſt diviſor, numerator vero dividendum (§. LVII. Cor.) Quo factum eſt, ut quotus emergens ex diviſione quanti A per aliud E ſcribatur ut numerus fractus ſequenti modo $\frac{A}{E}$

Cor. II. Cum igitur ſit quotus $A : B = \frac{A}{B}$ patet quoque, rationem geometricam inter A et B intercedentem eodem modo deſignari poſſe ac ſi eſſet fractio, proportionem vero geometricam $A : B = C : D$ quoque ſcribi poſſe $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ vel quoque $\frac{B}{A} = \frac{D}{C}$

Schol. Jam ſatis dijudicari poteſt, quomodo diviſio ſenſu mathematico pro operatione, qua ex data quantitate generatim ſpectata alia inveniri poteſt, ſumta differat a diviſione ſenſu metaphyſico tali (conf. Schol. ad §. IX) Ultima nimirum quantum reſolvitur in partes, priori vero invenitur numerus exprimens, quot partes determinati generis in quanto contineantur, et ſenſus propoſitionis: quantum in aliquot partes dividere longe differt a ſenſu hujus propoſitionis: quantum per aliud quantum dividere.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0057-3

§. LIX.

Si quanta inæqualia per æqualia multiplicentur, facta sunt in eadem ratione geometrica, in qua sunt multiplicanda.

Dem. Quantorum inæqualium A et B exponens rationis est A : B (§. LIV. Cor. I.) Sit exponens ille A : B = E, ut fiat B × E = A (§. LIII.) Jam quanta A et B multiplicentur per idem C, et facta erunt A × C et B × C. Quia vero A = B × E (per dem.) erit A × C = B × E × C (§. XLII.) et A × C : B × C = B × E × C : B × C (§. XXIV.) ideoque exponens rationis ipsius A × C ad B × C = E (§. LIV. Cor. I et §. XIX. Cor. II.) et A : B = A × C : B × C. (§. cit.)

Cor. I. Si æqualia multiplicentur inæqualibus, majus est, quod per majorem numerum producitur eo, quod producitur per minorem.

Cor. II. Crescente uno factore in duplum, triplum, quadruplum, decuplum, centuplum &c. quoque factum crescit in duplum, triplum, quadruplum, decuplum, centuplum etc. et decrescente uno factore in dimidium, ternum etc. quoque factum in eadem ratione decrescit.

§. LX.

Si inæqualia æqualibus dividantur, quoti sunt in eadem ratione geometrica, in qua sunt dividenda.

Dem.

Dem. Quanta inæqualia A et B dividantur per idem C, ut oriantur quoti A:C et B:C. Sit A : C = Q et B : C = q, et erit Q × C = A, et q × C = B (§. LIII.) quare A : B = Q × C : q × C (§. XXIV.) Sed Q × C : q × C = Q : q (§. LIX.) ergo A : B = Q : q. (§. XIX. Cor. II.)

Cor. Crescente igitur dividendo in duplum triplum etc. manente divisore, et quotus crescit in duplum, triplum etc. decrescente vero dividendo manente divisore in duplum, triplum etc. quoque quotus in eadem ratione decrescit. Generatim vero sumto dividendo toties, quoties in numero C est unitas, et quotus toties sumitur, quoties in C est unitas.

§. LXI.

Si factum quoddam A × D alteri facto cuicunque B × C æquale fuerit, erit A : B = C : D.

Dem. Si A × D = B × C, utrumque dividatur eodem facto B × D, ut sit $\frac{A \times D}{B \times D} = \frac{B \times C}{B \times D}$ (§. XLIX.) ideoque A × D : B × D = B × C : B × D (§. LVIII. Cor. II.) Sed A × D : B × D = A : B (§. LX.) ideo A : B = B × C : B × D (§. XIX. Cor. II.) porro B × C : B × D = C : D (§. LX.) ideo A : B = C : D (§. XIX. Cor. II.)

§. LXII.

Si æqualia inæqualibus dividantur, quoti erunt in ratione inversa divisorum.

 Dem.

Dem. Idem quantum C dividatur prius per A et deinde per B sitque $\frac{C}{A} = Q$ et $\frac{C}{B} = q$. Iam vero $Q \times A = C$ et $q \times B = C$ (§. LIII.) ideo erit $Q \times A = q \times B$ (§. IX.) et $Q : q = B : A$ (§. LXI.)

Cor. I. Si æqualia inæqualibus dividantur, quotus, qui per divisionem majoris prodit, minor est eo, qui per divisionem minoris invenitur.

Cor. II. Crescente divisore manente dividendo in duplum, quotus fit duplo minor, crescente divisore in triplum, quotus fit triplo minor, et ita porro; sed e contrario, si divisor decrescat in dimidium, quotus fit duplo major, si divisor fiat triplo minor quotus fit triplo major, etc.

CAP.

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0060-0

CAPVT II.

DE OPERATIONIBVS SIMPLICIBVS, QVIBVS VNA QVANTITAS EX ALIA INVENIRI POTEST, IN NVMERIS FRACTIS ET RELATIONIBVS QVANTORVM INDE PENDENTIBVS.

§. LXIII.

Datam fractionem per numerum integrum multiplicare.

Sol. Datæ fractionis $\frac{A}{B}$ numerator A multiplicetur per numerum datum C ut fiat $\frac{A \times C}{B}$.

Dem. Quia est $A : A \times C = \frac{A}{B} : \frac{A \times C}{B}$ (§. LX.) et $A : A \times C = I : C$ (§. cit. LII. Cor. III. et §. LV.) fit $I : C = \frac{A}{B} : \frac{A \times C}{B}$ (§. XIX. Cor. II.) ideoque $\frac{A \times C}{B} = \frac{A}{B} \times C$ (§. XL. cum Cor.)

Cor. I. Eadem multiplicatio numeri fracti per integrum absolvitur quoque, si denominator fracti per integrum dividatur numeratore retento.

to. Est enim $A \times C : B = A : (B : C)$ (§. LX. et LV.) hincque $\frac{A \times C}{B} = \frac{A}{B:C}$ (§. LVIII. Cor. II)

$= \frac{A}{B} \times C$ (§. VII.)

Cor. II. Quia est $\frac{A}{B} \times C = C \times \frac{A}{B}$ sequitur, peculiaribus regulis opus non esse, si numerus integer per fractionem est multiplicandus.

Schol. Idem problema quoque ex §. LX. Cor. coll. cum §. XLIII. et LVIII. Cor. demonstrari potest.

§. LXIV.

Datam fractionem per numerum integrum dividere.

Sol. Datæ fractionis $\frac{A}{B}$ denominator multiplicetur per datum integrum C retento numeratore; quod prodit $\frac{A}{B \times C}$ erit quotus.

Dem. Est enim $\frac{A}{B \times C} : \frac{A}{B} = B : B \times C$ (§. LXII.) et $B : B \times C = I : C$ (§. L. coll. §. LIII. Cor. III. et LV.) ergo $I : C = \frac{A}{B \times C} : \frac{A}{B}$ (§. XIX. Cor. II.) et $\frac{A}{B} : C = \frac{A}{B \times C}$ (§. XLVII. cum Cor.)

Cor.

Cor. Quia est $(A : C) : \frac{B \times C}{C} = A : B \times C$ (§. LX.) et $\frac{B \times C}{C} = B$ (§. LV.) fit $\frac{A : C}{B} = \frac{A}{B \times C}$ (§. LVIII. Cor. II.) ideoque $\frac{A : C}{B} = \frac{A}{B} : C$ (§. VII.) Ex quo patet, datam fractionem quoque per numerum integrum dividi, si numerator datum per integrum dividatur, retento denominatore.

§. LXV.

Datæ fractioni aliam datam addere.

Solutio. Casus I. Si datarum fractionum denominatores sint iidem, addantur earundem numeratores retento denominatore.

Dem. Si datæ sint fractiones $\frac{A}{C}$ et $\frac{B}{C}$ erit $\frac{A}{C}$ quotus ex divisione ipsius A per C, et $\frac{B}{C}$ quotus ex divisione ipsius B per C emergens (§. LVIII. Cor. 2.) quare erit $\frac{A + B}{C} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}$ (§. LI.)

Casus II. Si datarum fractionum denominatores non sint iidem, additio institui nequit, nisi reduci possint ad alias fractiones ipsis æquales qua-

quarum denominatores ſunt iidem, id eſt *ad eandem denominationem.* (§. XXVI. Cor. I.) ſi hoc factum ſit, reliqua peragi poſſunt, uti in caſu primo.

Si vero datæ ſint fractiones $\frac{A}{B}$ et $\frac{C}{D}$, et uterque utriusque fractionis terminus per denominatorem alterius multiplicetur, ut habeantur fractiones $\frac{A \times D}{B \times D}$ et $\frac{C \times B}{D \times B}$ fractiones $\frac{A}{B}$ et $\frac{C}{D}$ ad eandem denominationem erunt reductæ.

Dem. Eſt enim $\frac{A \times D}{B \times D} = \frac{A}{B}$ et $\frac{C \times B}{D \times B} = \frac{C}{D}$ (§. LV. Cor. coll. cum §. LXIII. et LXIV) et $B \times D = D \times B$ (§. XLIV.)

Cor. Quia omnis numerus integer quoque ſpectari poteſt ut numerator fractionis, cujus denominator eſt unitas §. XLVII. Cor. iisdem regulis abſolvetur additio numeri integri ad fract. Eſt nimirum $\frac{A}{B} + C = \frac{A}{B} + \frac{C}{I} = \frac{A}{B} + \frac{C \times B}{B}$ (p. caſ. II.) $= \frac{A + C \times B}{B}$ (p. caſ. I.)

§. LXVI.

Datam fractionem ab alia fractione ſubtrahere,

Solutio.

Solutio. Fractionibus, si non habeant eundem denominatorem, ad eandem denominationem reductis (§. LXV. Cas. II.) numerator datæ fractionis subtrahatur a numeratore alterius, retento denominatore, quod prodit erit differentia.

Dem. Sit generatim fractio $\frac{B}{C}$ subtrahenda a fractione $\frac{A}{C}$. Cum $\frac{B}{C}$ sit quotus ex divisione ipsius B per C, et $\frac{A}{C}$ quotus ex divisione ipsius A per C emergens (§. LVIII. Cor. II.) erit $\frac{A-B}{C} = \frac{A}{C} - \frac{B}{C}$ (LI. Cor.)

Cor. Ex iis, quæ in Coroll. §phi præced. sunt monita, patent simul regulæ, quarum usu fractio a numero integro subtrahi, vel numerus integer a fractione subtrahi potest. $A - \frac{B}{C} = \frac{A \times C}{C} - \frac{B}{C} = \frac{A \times C - B}{C}$ et $\frac{B}{C} - A = \frac{B}{C} - \frac{A \times C}{C} = \frac{B - A \times C}{C}$.

§. LXVII.

In quacunque proportione geometrica $A : B = C : D$ est factum terminorum

rum mediorum $B \times C$ æquale facto extremorum $A \times D$.

Dem. Quia est $A : B = C : D$, erit $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ (§. LVIII. Cor. II.) Reducantur fractiones illæ ad eandem denominationem, ut fiat $\frac{A \times D}{B \times D} = \frac{C \times B}{D \times B}$ (§. LXV. Cas. II.) et erit $A \times D = C \times B$ (§. XLII. et LIII. Cor. I.)

§. LXVIII.

In omni proportione geometrica $A : B = C : D$ est terminus primus ad tertium, uti secundus ad quartum s. $A : C = B : D$.

Dem. Quia est $A : B = C : D$, erit $A \times D = B \times C$ (§. LXVII.) $= C \times B$ (§. XLIV.) ideoque $A : C = B : D$ (§. LXI.)

§. LXIX.

Numerum fractum $\frac{A}{B}$ ***per alium fractum*** $\frac{C}{D}$ ***multiplicare.***

Solutio. Factum ex numeratoribus datarum fractionum sumatur pro numeratore, et factum ex ex denominatoribus datarum pro denominatore fractionis $\frac{A \times C}{B \times D}$, quæ erit factum.

Dem. Multiplicato numeratore A per alterum C, erit $I : A = C : A \times C$. (§. XL. Cor.) Sed $C : A \times C = \frac{C}{D} : \frac{A \times C}{D}$ (§. LX.) ideo $I : A = \frac{C}{D} : \frac{A \times C}{D}$ et $I : \frac{C}{D} = A : \frac{A \times C}{D}$ (§. LXVII.) Jam vero $A : \frac{A \times C}{D} = \frac{A}{B} : \frac{A \times C}{B \times D}$ (§. LX. et LXIV.) ergo $I : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} : \frac{A \times C}{B \times D}$ (§. XIX.) et $I : \frac{A}{B} = \frac{C}{D} : \frac{A \times C}{B \times D}$ (§. LXVII.) hinc $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$ (§. XL. Cor.)

§. LXX.

Numerum fractum $\frac{A}{B}$ per alium numerum fractum $\frac{C}{D}$ dividere.

Solutio. Numerator dividendi multiplicetur per denominatorem divisoris, et denominator

E divi-

dividendi per numeratorem diviſoris. Prius factum $A \times D$ eſt numerator, et poſterius factum eſt denominator quoti $\frac{A \times D}{B \times C}$.

Dem. Quia eſt $I : C = A \times D : A \times D \times C$, (§. LIX. et §. XLI. Cor.) et $A \times D : A \times D \times C = \frac{A \times D}{B \times C} : \frac{A \times D \times C}{B \times C}$ (§. LX.) erit $I : C = \frac{A \times D}{B \times C} : \frac{A \times D \times C}{B \times C}$ (§. XIX. Cor. II.) Sed $\frac{A \times D \times C}{B \times C} = \frac{A \times D}{B}$ (§. LV. Cor. coll. cum §. LXIII. et LXIV.) ideo $I : C = \frac{A \times D}{B \times C} : \frac{A \times D}{B}$ (§. XXIV.) $I : \frac{A \times D}{B \times C} = C : \frac{A \times D}{B}$ (§. LXVII) $I : \frac{A \times D}{B \times C} = \frac{C}{D} : \frac{A}{B}$ (§. LX. coll. cum §. LXIV. Cor.) et $I : \frac{C}{D} = \frac{A \times D}{B \times C} : \frac{A}{B}$ (§. LXVII.) ex quo ſequitur eſſe $\frac{A \times D}{B \times C} = \frac{A}{B} : \frac{C}{D}$ (§. XLVII. Cor.)

Cor.

Cor. Si cum his regulis conferantur, quæ in Corollariis ad §. LXV. et LXVI. sunt dicta, simul inde colligitur, *quomodo numerus integer per fractum dividi possit.* Est nimirum $A : \frac{C}{D} = \frac{A}{1} : \frac{C}{D} = \frac{A \times D}{C}$.

§. LXXI.

In omni proportione geometrica, $A : B = C : D$, est quoque terminus quartus ad tertium, uti secundus ad primum, s. $D : C = B : A$.

Dem. Ob $A : B = C : D$, est $B \times C = A \times D$ (§. LXVII.) $= C \times B = D \times A$ (§. XLIV.) ideoque $D : C = B : A$ (§. LXI.)

Cor. In proportione geometrica $A : B = C : D$, est quoque *terminus quartus ad secundum, uti tertius ad primum* $D : B = C : A$ (§. LXIX.)

§. LXXII.

Si dentur duæ proportiones

$$A : B = C : D$$
$$\text{et } E : B = C : F$$

ita ut termini medii in utraque proportione sint iidem, erit quoque $A : E = F : D$.

Dem. Quia $A \times D = B \times C$ et $E \times F = B \times C$ (§. LXVII.) erit $A \times D = E \times F$ (§. VII.) et $A : E = F : D$ (§. LXI.)

§. LXXIII.

In proportione geometrica $A : B = C : D$ est summa vel differentia termini primi et secundi ad terminum secundum, uti summa vel differentia tertii et quarti ad quartum, i.e. $A + B : B = C + D : D$ et $A - B : B = C - D : D$.

Dem. membr. I. Cum sit $A : B = C : D$, erit $A \times D = B \times C$ (§. LXVII.) ideoque $A \times D + B \times D = B \times C + B \times D$ (§. XXXII.) sed $A \times D + B \times D = (A + B) \times D$ et $B \times C + B \times D = (C + D) B$ (§. XLV.) ideo $(A + B) \times D = (C + D) \times B$ (§. II.) et $(A + B) : B = (C + D) : D$ (§ LXI.)

Dem. membr. 2. Ob $A : B = C : D$, est $A \times D = B \times C$ (§. LXVII.) et $A \times D - B \times D = B \times C - B \times D$ (§. XXXVII.) $= (A - B) \times D = (C - D) \times B$ (§. XLVI.) quare $A - B : B = C - D : D$ (§. LXI.)

§. LXXIV.

Si dentur duæ proportiones

$$A : B = C : D$$
$$\text{et } E : F = G : H$$

et termini earundem ordine in se invicem multiplicentur, facta iterum erunt in proportione geometrica.

Dem. Quia enim $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ et $\frac{E}{F} = \frac{G}{H}$ (§. LVIII. Cor. II. erit $\frac{A \times E}{B \times F} = \frac{C \times G}{D \times H}$ (§. XLII. et LXIX.) Hinc $A \times E : B \times F = C \times G : D \times H$.

§. LXXV.

Datis tribus numeris proportionalibus invenire terminum quartum proportionalem.

Solutio. Sint dati tres numeri A. B. C. multiplicetur B per C. Factum $B \times C$ dividatur per numerum primum A et quotus $\frac{B \times C}{A} = D$ erit numerus quartus proportionalis quæsitus.

Dem. Quia est $D = \frac{B \times C}{A}$ (per operat.) fiet $D \times A = B \times C$ (§. XLII. et LIII.), ideoque $A : B = C : D$ (§. LXI.)

CAPUT III.

DE COMPOSITIONE RATIONUM GEOMETRICARUM.

§. LXXVI.

Si fuerit A : B = M : N et præterea B : C = O : P; ratio ipsius A ad C resolubilis erit in duas alias rationes ipsius A ad B et B ad C, sive quod idem est in rationes ipsius M ad N et O ad P. Quare, cum generatim id quod in varia resolubile est, vocetur *compositum*; ratio inter A et C intercedens *composita* esse concipitur *ex rationibus* M : N et O : P. Sic et si plura quanta in simili cogitentur relatione,

$$A : B = M : N$$
$$B : C = O : P$$
$$C : D = Q : R$$
$$D : E = S : T,$$

dicetur ratio A : E *composita ex rationibus* M : N, O : P, Q : R, et S : T.

Schol. Sit A = 3, et C = 5, ratio ipsius 5 ad 3 immediate concipi potest, si 5 componatur ex ex 3, tanquam numerus ex unitate, ita ut numero 3 in tres unitates resoluto, earum quinque sumantur ad componendum numerum 5. Sed vero numerus 5 quoque ex 3 formari potest ita ut ex eodem formetur immediate numerus 30, et ex hoc iterum numerus 5, sic ut duae oriantur rationes

3 : 30
et 30 : 5.

Jam in modo, quo numerus 5 formatur ex 3 tanquam numerus ex unitate primo concipitur modus, quo fit 30 ex 3, et deinde modus, quo fit 5 ex 30 tanquam numerus ex unitate. Quare in ratione ipsius 3 ad 5 primo distinguitur ratio ipsius 3 ad 30, et deinde ratio ipsius 30 ad 5, i. e. ratio ipsius 3 ad 5 *componitur ex rationibus* 3 ad ad 30, et 30 ad 5.

Sed vero 3 : 30 = 1 : 10
et 30 : 5 = 6 : 1,

ideo, quoque ratio ipsius 3 ad 5 componitur ex rationibus 1 : 10, et 6 : 1.

Schol. II. Ratio vero 3 : 5 quoque ex pluribus aliis componi potest. Formari enim potest ex numero 3 primo numerus 9, deinde ex 9 numerus 35, ex 35 numerus 70, ex 70 numerus 10, ex 10 vero numerus 5, quo casu ratio 3 : 5 *composita est ex rationibus*:

$$\begin{array}{rcl} 3 & : & 9 \\ 9 & : & 35 \\ 35 & : & 70 \\ 70 & : & 10 \\ 10 & : & 5 \end{array}$$

Sed vero
$$\begin{array}{rcl} 3 : 9 & = & 7 : 21 \\ 9 : 35 & = & 2 : 10 \\ 35 : 70 & = & 8 : 16 \\ 70 : 10 & = & 56 : 8 \\ 10 : 5 & = & 2 : 1, \end{array}$$

ideo quoque ratio ipsius 3 ad 5 *componitur ex rationibus* 7 : 21, 2 : 10, 8 : 16, 56 : 8, 2 : 1.

Schol. III. Non igitur ipsa rationis constitutio caussa est, cur simplex aut composita vocetur, sed tantum modus, quo ratio concipitur. Omnis ratio e. g. 3 : 5 in se est simplex, tantum concipitur ut composita, si alius quidam numerus ut 30 prius ex 3, et ex hoc 30 demum 5 ortus esse concipiatur. Pari modo ratio 3 : 5 ex tot aliis rationibus, quot lubet componi potest.

§. LXXVII.

Invenire rationem, quæ ex quotcunque datis K : L, M : N, O : P, Q : R etc. componitur,

Solutio. Multiplicentur datarum rationum termini ordine in se invicem, et facta erunt in ratione composita ex rationibus datis.

Dem.

Dem. Sit
$$\begin{aligned} A : B &= K : L \\ B : C &= M : N \\ C : D &= O : P \\ D : E &= Q : R \text{ etc.} \end{aligned}$$

et ratio $A : E$ erit composita ex rationibus $K : L$, $M : N$, $O : P$ et $Q : R$ (§. LXXVIII.) Jam vero $A \times B \times C \times D : B \times C \times D \times E = K \times M \times O \times Q : L \times N \times P \times R$ (§. LXXIV) et $A \times B \times C \times D : B \times C \times D \times E = A : E$ (§. LX coll cum §. LV.) Ergo $A : E = K \times M \times O \times Q : L \times N \times P \times R$.

§. LXXVIII.

Ratio composita oritur ex multiplicatione terminorum rationum simplicium, ex quibus composita esse concipitur (§. LXXIX.) Si rationes illæ simplices sunt eædem, ita ut ratio $A : X$ componatur ex eadem ratione $M : N$ aliquoties sumta, ratio composita $A : X$ vocatur *multiplicata rationis* $M : N$, et quidem præcise *duplicata*, si $A : X$ componatur ex $M : N$ bis sumta, ita ut sit $A : X = M \times M : N \times N$; *triplicata*, si $A : X = M \times M \times M : N \times N \times N$; *quadruplicata* si $A : X = M \times M \times M \times M : N \times N \times N \times N$ etc.

§. LXXIX.

Rationem A : X componi ex pluribus aliis K : L, M : N, O : P, Q : R etc. ſequenti modo ſcribitur:

$$A : X = \left\{\begin{array}{l} K : L \\ M : N \\ O : P \\ Q : R \text{ etc.} \end{array}\right.$$

Cor. Si igitur ratio A : X eſt multiplicata quævis rationis M : N, hoc indicari poteſt ſequenti modo:

$$A : X = \left\{\begin{array}{l} M : N \\ M : N \\ M : N. \text{ etc.} \end{array}\right.$$

ſcripta ratione M : N toties, quoties ad componendam rationem A : X fuit aſſumta.

§. LXXX.

Si fuerit A : X = M : N
O : P
Q : R
S : T etc;

$$A : X = \begin{array}{l} M : N \\ O : P \\ Q : R \\ S : T \text{ etc;} \end{array}$$

terminis primis M, O, Q, S, *et ſecundis* N, P, R, T, *utcunque inter ſe permutatis* e. g.

O : T

$$\begin{array}{c} O : T \\ M : P \\ S : R \\ Q : N \end{array}$$

ratio A : X *non mutatur.*

Dem. Quia est $A : X = M \times O \times Q \times S : N \times P \times R \times T$ (§. LXXVIII.) et $M \times O \times Q \times S : N \times P \times R \times T = O \times M \times S \times Q : T \times P \times R \times N$ (§. XLIV. coll. cum §. XXIV.) erit quoque $A : X = O \times M \times S \times Q : T \times P \times R \times N$. (§. XIX. Cor. II.) seu

$$A : X = \left\{ \begin{array}{l} O : T \\ M : P \\ S : R \\ Q : N \end{array} \right.$$ (§. LXXVII. et LXXIX.)

§. LXXXI.

Numerum rationum datarum,

$$\begin{array}{c} C : D \\ F : E \\ G : H \\ D : B \end{array}$$

ex quibus ratio A : X est componenda minuere.

Solutio. Deleantur termini, qui antecedentibus et consequentibus sunt communes, uti hoc

hoc loco terminus D. Reliqui pro lubitu combinentur ita tamen, ut quivis terminus ad eas referatur partes, ad quas ante mutationem fuerat relatus, quo facto dico fore

$$A:X = \left\{\begin{array}{l} C:D \\ F:E \\ G:H \\ D:B \end{array}\right. = \left\{\begin{array}{l} C:E \\ F:H \\ G:B \end{array}\right. = \left\{\begin{array}{l} F:H \\ C:B \\ G:E \end{array}\right. \text{etc.}$$

Dem. Est enim $A : X = C \times F \times G \times D : D \times E \times H \times B$ (§. LXXVII.) $= C \times F \times G : E \times H \times B$ (§. LX. coll. cum §. LV.) ideoque

$$A:X = \left\{\begin{array}{l} C:E \\ F:H \\ G:B \end{array}\right. \text{(§. LXXVII et LXXIX.)}$$

$$= \left\{\begin{array}{l} F:H \\ C:B \\ G:E \end{array}\right. \text{(§. LXXX.)}$$

Cor. Si igitur fuerit,

$$\left\{\begin{array}{l} A:B \\ C:D \\ D:A \end{array}\right. = \left\{\begin{array}{l} M:N \\ O:P \\ Q:R \\ R:M \end{array}\right.$$

erit quoque

$$C:B = \left\{\begin{array}{l} O:N \\ Q:P \end{array}\right. = \left\{\begin{array}{l} O:P \\ Q:N \end{array}\right.$$

SECT.

SECTIO III.

DE INFINITO MATHEMATICO, QVATENVS SPECTAT AD MATHESIN ELEMENTAREM.

§. LXXXII.

Ultra quod nil amplius in re concipi potest ad eandem pertinens, §. III. P. vocavimus ejus *terminum*, *finem*, *limitem*. Quatenus rei cuidam termini adſignari poſſunt, eatenus dicitur *finita*, *limitata*, *terminata*, quatenus impoſſibile eſt, ut eidem termini adſignentur, eatenus dicitur *infinita*, *illimitata*, *interminata*.

Schol. Lineæ A ——————— B termini adſignari poſſunt in punctis A et B, ideo eſt finita qnoad utramque plagam; ponamus eandem verſus partem B continuo creſcere, ita ut verſus eandem nullus eidem terminus adſignari queat, et linea iſta verſus hanc plagam fiet infinita.

§. LXXXIII.

§. LXXXIII.

Ponamus impoſſibile eſſe, ut rei cuidam termini adſignentur, hoc aut abſolute, aut certo tantum reſpectu impoſſibile erit. Si prius, res vocatur *abſolute* ſ. *ſimpliciter infinita*, ſi poſterius vero eſt reſpective infinita, vocatur quoque ab accuratioribus *indeterminata* (unbeſtimt) quia limites ſ. termini ejus-dem ab hoc vel illo ſubjecto determinari nequeunt.

Cor. Quia quidquid eſt abſolute impoſſibile etiam relative impoſſibile eſt, ab impoſſibilitate vero relativa ad impoſſibilitatem abſolutam non valet conſequentia (per princ. Met.) ſequitur: omne abſolute infinitum etiam relative infinitum non vero quidquid certa quadam in relatione eſt infinitum ſtatim abſolute infinitum eſſe.

Schol. I. Si concipiamus lineam rectam a tellure verſus ſtellam quandam fixam continuari, ea quidem in relatione ad nos fiet infinita, non vero ideo erit infinita abſolute talis. Eſt tantum linea indeterminata, quia limites ejus a nobis determinari nequeunt.

Schol. II. Spatium imaginarium certiſſime eſt infinitum abſolute tale, abſolute enim impoſſibile eſt, ut eidem termini adſignentur. Probe vero notari meretur, *infinitum generatim ita dictum* et ens infinitum toto coelo differre.

§. LXXXIV.

Si numerus integer multiplicetur per integrum, factum quod prodit iterum per eundem numerum, quod prodit, denuo, multiplicatione perpetuo continuata, factum perpetuo crescit (§. LIX. Cor. II.) Multiplicatione igitur absque omni fine continuata, factum quoque absque fine crescit ita, ut omnino nullus eidem terminus adsignari queat.

§. LXXXV.

Ejusmodi quantitas, quæ concipitur ut continuo absque omni fine crescens, eo respectu quo ita crescere concipitur, ut nullus eidem terminus adsignari queat, dicitur *infinita* s. *infinite magna*. Quatenus quantitatis cujusdam termini assignari possunt, eatenus est *finita*.

Schol. Sunt quidem Mathematici, qui jam quantum, cujus termini in relatione ad nos non sunt adsignabiles mathematice infinitum vocant. Sed in Mathesi Pura summo cum detrimento rigoris mathematici ejusmodi significationem inquiti adsumi, mox explicanda docebunt.

§. LXXXVI.

Ratio geometrica unius quanti ad aliud dependet ab exponente rationis (§. XIX. cum Cor.) Quare si exponens rationis cujusdam est quantitas finita ipsa *ratio finita*, si vero exponens est quantitas infinita, ipsa *ratio infinita* vocatur.

§. LXXXVII.

Si numerus quidam integer dividatur per alium integrum, divisor vero manente eodem dividendo augeatur, quotus decrescit et quidem secundum eandem rationem, secundum quam divisor crescere statuitur. (§. LXII.) Quo major igitur fit divisor, eo minor fit quotus, ideoque si divisor absque fine crescere statuitur, simul quotus absque fine decrescere concipi debet, ita, ut fiat *quantum omni assignabili minus*.

§. LXXXVIII.

Ejusmodi quantum quod continuo absque fine decrescere concipitur ita ut fiat omni quanto dabili minus dicitur *infinite parvum*, seu *elementum*.

Schol. Quantum in relatione ad ſenſus noſtros indeterminabile non eſt infinite parvum mathematicorum, quatenus in Matheſi Theoretica conſiderandum venit. Quia ratione acervi arenæ pulvillus unicus jam ſenſibus noſtris effugit, et magnitudo ipſius a nobis determinari nequit, in praxi quidem pro quanto infinite parvo ſæpius haberi poteſt, minime vero in Matheſi Pura, ubi ex ſolis notionibus concludendum eſt, quantitas talis pulvilli infinite parva vocari poteſt. Generatim ratione notionum de quanto infinite magno et infinite parvo a nobis ſuppeditarum notaſſe juvabit, eas eſſe mere hypotheticas ideoque nec quantum infinite magnum, nec infinite parvum actu exhiberi poſſe, ſed ſolo intellectu ejusmodi quanta poſſe concipi. Hoc vero non infringit poſſibilitatem harum notionum. In geometria ſimiles formamus notiones de puncto, de linea, de ſuperficie mathematica, et ex ejusmodi notionibus permultas deducimus concluſiones, licet nec punctum mathematicum, nec linea, nec ſuperficies mathematica actu exhiberi poſſit. In praxi geometrica ſæpius corpus ſatis ſenſibilis craſſitiei pro linea habetur, quis autem unquam illum mathematicum excuſaret, qui in geometria theoretica ejusmodi corpus lineam vocare vellet. Pari ratione in praxi mathematica ſæpius quantum ingentis magnitudinis pro infinite magno, et quantum admodum exiguæ magnitudinis pro infinite parvo haberi poteſt,

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0083-7

minime vero licebit, ejusmodi notiones in praxi usitatas in Mathesin Theoreticam introducere.

§. LXXXIX.

Quantitates, quarum differentia sit infinite parva, sunt æquales.

Dem. Sint enim inæquales, et una altera erit major, hæcque minorem excederet differentia quadam (§. V. cum Cor. coll. cum §. XX.) quæ sit = D. Ergo differentia harum quantitatum non sit minor quanto D, ideoque non omni quanto dabili minor, nec infinite parva, quod contra hyp.

§. XC.

Si quanto cuidam finito A addatur infinite parvum e summa æqualis erit quanto finito dato, et si a quanto finito subtrahatur infinite parvum, differentia quæsita æqualis erit quanto finito dato a quo facta est subtractio.

Dem. Summa ejusmodi quantorum erit = $A + e$, et differentia hujus summæ a quanto finito dato est infinite parvum e (§. XXVII.) quare $A + e = A$ (§. LXXXIX.) q. e. 1.

Differentia illorum quantorum quæsita erit $A - e$ et differentia hujus quanti a quanto A iterum est infinite parvum e (§. XXVIII.) ideo $A - e = A$ (§. LXXXIX.) q. e. 2.

Cor.

Cor. Patet igitur, quantitatem finitatem nec augeri nec minui, si ad eandem infinite parvum addatur, vel ab ea subtrahatur. Sequitur inde canon ille receptus: *infinite parva præ finitis evanescunt, et eorum respectu rejici possunt.*

Cor. Quia est A + e = A = A + o (Si o statuitur esse signum quantitatis absentis) = A — e = A — o, canon iste quoque sic exprimi solet: *infinite parvum respectu quanti finiti pro nihilo habendum est*, quantitas enim finita A nec additione nec subtractione tam infinite parvi, quam ipsius cyphræ ullam patitur mutationem.

Schol. Quantum infinite parvum revera esse = o statuere non audemus, licet Mathematici quidam primæ magnitudinis in scriptis suis hoc ipsum stabilire conati sint. Quantum esse et nihilo secius pro defectu quantitatis quoad quantitatem substitui posse nobis contradictorium videtur. Nostra ex sententia in calculo infinitesimali infinite parva non rejiciuntur, quia sunt revera = o, sed quia tanquam continuo absque omni fine decrescentia quantum finitum nec augere nec minuere possunt, et ex hoc quoque medio termino jam refutari potest objectio, qua rigorem mathematicum negligere arguuntur, qui quanta, quorum differentia sit omni dabili minor seu infinite parva, æqualia dicunt.

2

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0087-0

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0088-5

M. WENCESL. JO. GVSTAVI KARSTEN

ELEMENTA MATHESEOS VNIVERSALIS

IN

VSVS AVDITORVM.

ROSTOCHII,

PROSTAT IN OFFICINA KOPPIANA. 1756.

Pb 1145

Universitäts- und Landesbibliothek Sachsen-Anhalt
urn:nbn:de:gbv:3:1-250854-p0089-4