Ztschft.
Helmst. 8a. -1789.

# Erläuterungen
über die
# öffentlichen Anstalten
zum Besten
sowohl der Witwen als Sterbefälle
nebst
der Beschreibung
einer
## neuen Art von Tontine
die für das Publikum eben so bequem
als vor den Staat nützlich ist.

Berechnet unter der Aufsicht
des Herrn Leonard Euler
durch
Herrn Nicolas Fuß
Adjunktus der Kaiserl. Akademie der Wissenschafften zu Petersburg.

Aus dem Französischen übersetzt
und mit einer Einleitung versehen
von
Johann Augustin Kritter
Senat. und Camerar. in Göttingen.

Altenburg
in der Richterischen Buchhandlung. 1782.

J. A. Kritters

# Einleitung

zur

# Aufklärung der Berechnungen

für diejenigen,

die sich in der Buchstabenrechnung nicht geübt haben.

---

Als ich im Jahr 1768. anfing von Witwencassen zu schreiben, übersandte ein Freund einen kurzen Aufsatz von mir, an den Herrn Professor Leonard Euler in Petersburg, worin meine Theorie und Rechnungsmethode kürzlich dargelegt wurde. Dieser berühmte Mann hatte die Gütigkeit, nicht nur meiner Theorie seinen Beyfall zu geben, sondern auch die ganze Berechnung algebraisch vorzustellen. Der Aufsatz davon wurde an den Herrn Hofrath Kästner geschickt, der ihn in dem Hamburgischen neuen Magazin 1770. 8ten Bande Seite 1 bis 13. abdrucken ließ, und eben diese Berechnung ist in dem nachstehenden Werke wiederhohlet, und auf alle verschiedene Alter der Eheleute angewandt. Indessen, so gründlich und kurz auch diese Eulersche Rechnung ist, so kann sie doch nur von denen verstanden werden, welche die höhere Rechenkunst und die Algebra gelernet haben. Sie kann also nicht bey solchen Personen gebrauchet werden, welche weiter nichts als die gemeine Zahlenrechnung verstehen, und sich doch gerne von der Richtigkeit der Eulerschen Rechnungmethode überzeugen wollten. Die Seltenheit eines allgemein verständlichen Vortrags in dieser Sache, ist auch die Ursache gewesen, daß das Publikum bisher noch so wenig von der Unrichtigkeit, der bisher so häufig eingeführten Witwencassen, hat überführet werden können, und bey den verschiedenen Arbeiten in dieser Sache, die ich theils vor Fürstliche Ministeria, theils vor patriotische Gesellschaften übernommen, würde ich nichts ausgerichtet haben, wenn ich mich der algebraischen Sprache hätte bedienen wollen. Ich habe mich also eines solchen Vortrags gänzlich enthalten und versuchen müssen, ob ich nicht dem ohngeachtet, die Vortheile der Eulerschen Berechnung auf eine, vor gemeine Rechner faßliche Art, herausbringen könnte, wofern sie nur sonst einen etwas geübten Verstand haben. Der Leser mag selbst urtheilen, ob ich hierinn glücklich gewesen sey. Nur einige vorkommende Zeichen will ich vorher erklären. Der Punkt . bedeutet die Multiplikation, zwey Punkte : die Division, ein Strich — die Subtraktion, ein Kreutz + die Addition, zwey Striche = die Gleichheit. Nach diesen Voraussetzungen schreite ich zur Sache.

Erster

# Erster Abschnitt.

I.

Es ist bekannt, daß schon längst viele berühmte Männer die Leibrentenrechnung herausgebracht haben. Man hat nemlich aus fast unzähligen Erfahrungen bestimmet, wie viele von jeden 1000 Gebohrnen, in jedem Jahre noch im Leben sind. Der selige Probst Süßmilch hat in seinem berühmten Werke: Die göttliche Anordnung rc. P. II. pag. 319. diese Zahlen der in jedem Jahre Lebenden von 1000 Gebohrnen dargestellet. Zum Beyspiel: Von 1000 Gebohrnen leben bis zum 20sten Jahre annoch 496. Von diesem Jahre an nimmt die Zahl der Lebenden in folgender Ordnung ab:

| | | |
|---|---|---|
| Es leben zu Anfange | 496 | |
| nach 1 Jahre | 491 | |
| — 2 — | 486 | |
| — 3 — | 481 | |
| — 4 — | 476 | und so weiter, |

bis nach dem 77sten Jahre keiner mehr am Leben ist.

Wenn nun eine Gesellschaft von 496 zwanzigjährigen Personen eine Leibrente, zum Beyspiel von einem Thaler, vor ein baar Kapital kaufen wollte, so würde man rechnen, daß nach einem Jahre 491 Renten, nach 2 Jahren 486,

 nach

nach 3 Jahren 481 und so ferner Renten zu bezahlen seyn würden. Nun aber ist man im Stande, vermittelst der Rabatt- oder Discontorechnung der Zinsen und Zinseszinsen zu bestimmen, wie viel an baaren Gelde ein jedes nach 1, 2, 3 u. s. w. Jahren zu bezahlendes Gefälle werth sey, wenn man nur weiß, ob 5, 4 oder 3 pro cent Zinsen gerechnet werden können. In guten Rechenbüchern, zum Beyspiel, in Clausbergs demonstrativen Rechenkunst, wird dazu der Unterricht gegeben. Diese ganze Reihe der baaren Werthe aller Jahrgefälle wird alsdenn aufsummiret, und unter die Zahl der zuerst angetretenen Gesellschaft vertheilet, so kommt der baare Werth der Leibrenten von einem Thaler vor jede Person heraus; und hat man erst diesen, so weiß man auch den baaren Werth der Leibrenten von 10, 100, oder jeder andern beliebigen Zahl Thaler.

II. Bey Berechnung der Witwenpensionen kommt es aber darauf an, zu wissen, wie viel von denen im vorgelegten Beyspiel angenommenen 496 Ehefrauen in jedem Jahre annoch in der Ehe leben, denn in diesen Jahren der Ehe, bekommen sie keine Rente oder Pension. Die Berechnung hierüber kann sehr einfach und verständlich vorgetragen werden. Gesetzt, diese 496 Frauen hätten Männer, die 30 Jahre alt wären; so nimmt man aus der Süßmilchischen Tabelle die Zahlen der lebenden vom 30sten bis zum 97sten Jahre,

| | | |
|---|---|---|
| zu Anfange | 446 | lebende Männer, |
| nach 1 Jahre | 440 | — |
| — 2 — | 434 | — |
| — 3 — | 428 | — |
| — 4 — | 422 | — u. s. w. |

Nachher urtheilet man folgendergestalt: Von 496 Frauen leben nach einem Jahre noch 491. Zu diesen 491 Frauen haben zu Anfange auch 491 Ehemänner gehöret. Es kommt also nur darauf an: wie viele sind von diesen 491 anfänglichen Ehemännern nach einem Jahre annoch mit ihren Frauen im Leben? Dieses wird durch die Regel de Tri ausgemacht. Man setzet:

| Von Männern | leben | von Männern |
|---|---|---|
| 446 — | 440 — | wie viel 491? |

Das Facit wird seyn 491 · 440 : 446 Ehemänner, und also auch eben so viel Ehefrauen. Der · deutet hier die Multiplication, und das : die Division an.

Auf gleiche Art fähret man fort, vor das zweyte Jahr zu rechnen. Man siehet nemlich aus der Reihe von den Frauen, daß nach zwey Jahren von ihnen noch 486 leben. Man weiß ferner, daß zu diesen 486 Frauen anfänglich auch 486 Männer gehöret haben. Man muß nun wissen: wie viele sind von diesen

486

486 anfänglichen Männern noch mit ihren Frauen am Leben? Die Regel de Tri giebt folgendes:

| Von Männern | leben | | von Männern |
|---|---|---|---|
| 446 — | 434 — | wie viel | 486? |

Das Facit wird seyn 486 · 434 : 446 Ehemänner, und also auch eben so viele Ehefrauen.

Eben so fähret man fort, die lebenden Ehefrauen in jedem Jahre zu berechnen, und erhält dadurch folgende Reihe:

$$\left.\begin{array}{l} 491 \cdot 440 \\ 486 \cdot 434 \\ 481 \cdot 428 \\ 476 \cdot 422 \text{ ꝛc.} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array}\right\} : 446$$

Der Augenschein giebt es, daß die forderſten Factores nach der Reihe die Zahlen der in jedem Jahre lebenden Frauen sind, wenn man 496, als das erste Glied, wegläſſet, nemlich

491
486
481
476 ꝛc.

und die zweyten Factores stellen nach der Reihe die lebenden Männer vor, wenn man das erste Glied 446 wegläſſet, nemlich 440

434
428
422 ꝛc.

III. Nun aber müſſen beyde Reihen der Renten, sowohl der Frauen überhaupt (ohne Rücksicht, ob sie Eheweiber oder Witwen sind,) als auch der Ehefrauen, auf eine baare Summe gebracht, und durch die Rabattrechnung der Zinsen und Zinseszinsen discontiret werden.

Um nun bey dem zuerst vorkommenden zweyten Gliede der lebenden Frauen anzufangen; so siehet man, daß nach einem Jahre 491 Renten zu bezahlen sind. Wir wollen den Zinsfuß 5 pro cent setzen. Nach diesem Zinsfuß kann man sagen: aus 100 baaren Gefällen werden nach einem Jahre 105, oder aus 20 werden 21. Folglich kann ich diesen Satz auch umkehren, und sagen: vor 21 nach einem Jahre gefällige Geldquanta gebe ich baar nur 20. Wir würden also nach der Regel de Tri setzen:

Aus

nach 1 Jahr fälligen | baar

Aus —— 21 werden 20 —— was 491?

Das Facit würde seyn $491 \cdot \left(\frac{20}{21}\right)$.

Vor das zweyte Jahr würde die Discontorechnung auf das folgende Glied der lebenden Frauen fallen, nemlich nach der Regel de Tri:

21 —— 20 —— 486?

Facit $486 \cdot \left(\frac{20}{21}\right)$ per disconto auf 1 Jahr.

Dieses Facit würde noch einmal auf ein Jahr discontiret werden müssen nach der Regel de Tri:

21 —— 20 —— $486\left(\frac{20}{21}\right)$?

Facit $486 \cdot \left(\frac{20 \cdot 20}{21 \cdot 21}\right)$ per disconto auf 2 Jahr.

Vor das dritte Jahr würde die Discontorechnung auf das weiter folgende Glied der Reihe der lebenden Frauen vorgenommen werden, nemlich:

21 —— 20 —— 481?

Facit $481 \cdot \left(\frac{20}{21}\right)$ per disconto auf ein Jahr.

Dieses Facit wird ferner zum zweytenmal und zum drittenmal discontiret werden müssen, da denn zum drittenmale herauskommen würde $481 \cdot \left(\frac{20 \cdot 20 \cdot 20}{21 \cdot 21 \cdot 21}\right)$

Wenn man nun anstatt des Bruchs $\frac{20}{21}$ das Zeichen $\lambda$ annimmt, und die vielmaligen Multiplicationen dieses Bruchs mit sich selbst, durch $\lambda$, $\lambda^2$, $\lambda^3$, $\lambda^4$ und so weiter andeutet; so kommt die ganze discontirte Reihe der Leibrenten vor die lebenden Frauen folgendergestalt, wenn die Leibrente eine Unität ist,

$$491 \cdot \lambda$$
$$486 \cdot \lambda^2$$
$$481 \cdot \lambda^3$$
$$476 \cdot \lambda^4 \text{ ꝛc. ꝛc.}$$

Wenn man nun den baaren Werth der Leibrenten vor eine jede Frau wissen will; so muß diese ganze Reihe durch die Zahl der anfänglichen 496 Frauen dividiret werden, so kommt:

$$\left.\begin{array}{l} 491 \cdot \lambda \\ 486 \cdot \lambda^2 \\ 481 \cdot \lambda^3 \\ 476 \cdot \lambda^4 \text{ rc.} \end{array}\right\} : 496 = \text{dem baaren Werthe der Leibrenten}$$

von 1 Rthlr. Gesetzt also, die ganze discontirte Reihe der Leibrenten von jedem Jahre, wenn sie auf die Zahl der antretenden Personen vertheilet wird, betrüge baar vor eine jede Person 15, und die Rente wäre nur 1 Rthlr., so müßten 15 Rthlr. baar bezahlet werden.

IV. Von diesem baaren Werthe der Leibrenten, muß aber der baare Werth der Renten vor die Ehefrauen abgezogen werden, damit bloß allein der baare Werth der Witwenrenten übrig bleibe. Nun aber ist die ganze Reihe der Renten vor die lebenden Ehefrauen, wie schon vorgestellet worden, folgende:

$$\left.\begin{array}{l} 491 \cdot 440 \\ 486 \cdot 434 \\ 481 \cdot 428 \\ 474 \cdot 422 \text{ rc.} \end{array}\right\} : 446$$

Wenn nun jedes Glied dieser Reihe auf eben die Art, wie bey der Reihe der Leibrenten discontiret wird; so entstehet folgende Reihe vor die wegfallenden Renten der Ehefrauen:

$$\left.\begin{array}{l} 491 \cdot \lambda \cdot 440 \\ 486 \cdot \lambda^2 \cdot 434 \\ 481 \cdot \lambda^3 \cdot 428 \\ 474 \cdot \lambda^4 \cdot 422 \text{ rc.} \end{array}\right\} : 446$$

Man siehet hier augenscheinlich, 1) daß die fordersten Factores in dieser Reihe, eben die Reihe ausmachen, welche schon bey den Leibrenten der Frauen überhaupt vorgekommen; 2) daß die letztern Factores die Reihe der nach der Süßmilchischen Tabelle lebenden 30jährigen Männer darstellen, wenn das erste Glied weggelassen wird. Will man nun den baaren Werth der hinwegfallenden Renten vor die Ehstandsjahre der Frauen heraus haben; so muß man die ganze Summe dieser Reihe, durch die erste Zahl der in der Süßmilchischen Tabelle stehenden 20jährigen Frauen 496, dividiren, so bestehet das Facit aus

$$\left.\begin{array}{l} 491 \cdot \lambda \cdot 440 \\ 486 \cdot \lambda^2 \cdot 434 \\ 481 \cdot \lambda^3 \cdot 428 \\ 474 \cdot \lambda^4 \cdot 422 \text{ rc.} \end{array}\right\} : (446 \cdot 496) = \text{dem baaren}$$

Werthe der Renten vor die Ehestandsjahre. Dieses muß abgezogen werden von dem vorhin dargestellten Werthe der Leibrenten überhaupt, so wird der übrig bleibende Werth der Witwenrenten oder Pensionen folgendergestalt aussehen, wenn das Zeichen — die Subtraction bedeutet:

$$\left.\begin{array}{l} 491 \cdot \lambda \\ 486 \cdot \lambda^2 \\ 481 \cdot \lambda^3 \\ 476 \cdot \lambda^4 \\ \text{ꝛc.}\quad \text{ꝛc.} \end{array}\right\} : 496 \;—\; \left.\begin{array}{l} 491 \cdot \lambda \cdot 440 \\ 486 \cdot \lambda^2 \cdot 434 \\ 491 \cdot \lambda^3 \cdot 428 \\ 471 \cdot \lambda^4 \cdot 422 \end{array}\right\} : (446 \cdot 496) = \text{dem}$$

baaren Werthe der Witwenpensionen von 1 Rthlr.

Hieraus siehet man den ganzen Grund der Rechnungsoperation, um den baaren Werth der Witwenpensionen zu finden, die man sich als Unitäten vorstellen kann. Nemlich

1) Man discontiret die ganze Reihe der lebenden Ehefrauen, weniger das erste Glied, wozu in jedem guten Rechenbuch die Discontotabellen befindlich sind. Wenn nemlich 5 pro cent Zinsen zum Grunde gelegt werden, so kommt dieses folgendergestalt zu stehen:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nach 1 Jahr | 491 | · | $\lambda$ | = | 467 | baar |
| = 2 = | 486 | · | $\lambda^2$ | = | 441 | = |
| = 3 = | 481 | · | $\lambda^3$ | = | 415 | = |
| = 4 = | 476 | · | $\lambda^4$ | = | 391 | = |
| | ꝛc. | | ꝛc. | | ꝛc. | |

Die Summe dieser discontirten Reihe wird dividirt durch das erste Glied 496.

Dieses erste Glied mag überhaupt durch $\boxed{n}$ angedeutet werden, und diese ganze durch $\boxed{n}$ dividirte Summe, welche den baaren Werth der lebenswierigen Renten von 1 Rthlr. vor die Frauen darstellet, soll N heißen.

2) Die Zahlen, die in dieser discontirten Reihe der Leibrenten herausgekommen sind, multiplicire man mit der Reihe der lebenden Männer, weniger das erste Glied, so kommt es folgendergestalt:

| | | | | Produkte |
|---|---|---|---|---|
| 467 | · | 440 | = | 205480 |
| 441 | · | 434 | = | 191394 |
| 415 | · | 428 | = | 177620 |
| 391 | · | 422 | = | 165002 |
| ꝛc. | | ꝛc. | | ꝛc. |

Die Summe dieser Produkte wird dividirt durch das Produkt des ersten Gliedes der lebenden Frauen $\boxed{n}$ mit dem ersten Gliede der lebenden Männer, wel-

ches

ches $|\overline{m}|$ heißen soll, und diese ganze durch $|\overline{n}| \cdot |\overline{m}|$ dividirte Summe, welche den baaren Werth der Renten in den Ehestandsjahren vorstellet, soll M heißen.

3) Wenn man also M von N abziehet, so kommt der Ueberrest als der Werth der Witwenpensionen von 1 Rthlr. an baar bey dem Antritt zu bezahlenden Gelde.

Dieses wird also folgendergestalt ausgedruckt, wenn = das Zeichen der Gleichheit ist, und a das Antrittsgeld bedeutet:

$$N - M = a$$

# Zweyter Abschnitt.

## Welcher zeiget, wie man den jährlichen Beytrag = b eines jeden Ehemannes vor eine Witwenpension = p finden könne, wenn man kein baares Capital zum Antritt geben will.

### I.

1) Da man in diesem Fall, anstatt des auf einmal baar zu bezahlenden Werths der Witwenpensionen, nur jährliche Beyträge während den Ehestandsjahren bezahlen will, so ist es natürlich, daß die Summe der ganzen discontirten oder auf baar Geld reducirten Reihe aller als Unitäten betrachteten Beyträge der in jedem Jahre lebenden Ehemänner, wenn sie auf die Zahl der antretenden Männer vertheilet wird, den baaren Werth dieser Beyträge vor eine jede Person vorstelle.

2) Daß dieser baare Werth der Beyträge völlig gleich seyn müsse mit dem baaren Werth der Witwenpensionen.

Wenn also nur erst dieser in Unitäten vorgestellte baare Werth der Beyträge bekannt wäre, so könnte man ihn mit dem aufgefundenen baaren Werth der Witwenpensionen vergleichen, und auf diese Art auch den Werth eines jeden einzelnen Beytrags finden. Zum Beyspiel: Alle discontirte Beyträge der ganzen Reihe betrügen auf jeden Ehemann 16 Beyträge, und der baare Werth der Witwenpensionen von 100 Rthlr. wäre 320 Rthlr., so würde man sagen: 16 Beyträge sind gleich mit 320 Rthlr., folglich macht ein jährlicher Beytrag 20 Rthlr. aus.

Nun aber ist bereits der baare Werth der Renten in den Ehestandsjahren der Frauen, als Unitäten betrachtet, in dem ersten Abschnitt Nro. II. aufgefunden, und die Ehestandsjahre der Frauen sind auch zugleich die Ehestandsjahre der Männer. Wenn man also anstatt des Worts **Rente** das Wort **Beytrag** setzet, so hat man auch zugleich den baaren Werth der Beyträge, als Unitäten betrachtet, vor einem jeden Ehemann. Dieser baare Werth ist mit M bezeichnet; der Werth des einzelnen Beytrags soll b heißen, und der baare Werth der Witwenpensionen ist, wie bereits gesagt, N — M. Folglich kommt folgende Gleichung:

$$b \cdot M = N - M.$$

Man dividire beyde Glieder der Gleichung durch M, so kommt

$$b = \frac{N - M}{M},$$ das heißt:

1) Man suche den baaren Werth der lebenswierigen Renten der Frauen N.
2) Man suche den baaren Werth der Ehestandsrenten M.
3) Man ziehe das letztere von dem erstern ab, und
4) Man dividire den Rest durch den baaren Werth der Ehestandsrenten M, oder welches einerley ist, der Beyträge währender Ehe, so kommt der Werth des einzelnen Beytrags b heraus.

II. Bey diesen Berechnungen ist angenommen worden, daß bey dem Antritt gar nichts bezahlet werde, sondern daß allererst nach dem ersten Jahre die Beyträge ihren Anfang nehmen; weil aber dieses nicht rathsam ist, indem die Casse gleich im ersten Jahre Witwenpensionen bezahlen muß, wovor die verstorbenen Männer nichts bezahlet hätten: so ist es nothwendig, daß der erste Beytrag sogleich bey dem Antritt bezahlet werde, und die Stelle des Antrittsgeldes a vertrete. In diesem Fall stelle man sich nur das vorhin gegebene Beyspiel vor. Gesetzt, alle discontirte Beyträge der ganzen Reihe betrügen auf jeden Ehemann 16 baare Beyträge, so würde man noch einen baaren Beytrag hinzusetzen, und 17 Beyträge rechnen müssen. Diese 17 Beyträge machten nun den baaren Werth der Witwenpensionen von 100 Rthlr. mit 320 Rthlr. aus; folglich wenn man 320 Rthlr. in 17 dividirte, so würde der Beytrag b nur $18\frac{14}{17}$ Rthl. ausmachen.

Wenn also der erste Beytrag anstatt des Antrittsgeldes bezahlt wird, so wird der ganze baare Werth aller Beyträge seyn $b + bM$, das heißt, das b soll genommen werden 1mal und noch Mmal; dieses wird ausgedruckt durch $b \cdot (M + 1)$, folglich $b \cdot (M + 1) = N - M$.

Man dividire beyde Glieder dieser Gleichung durch $(M + 1)$, so kommt

b =

$$b = \frac{N - M}{(M + 1)}$$

Es kommen also alle Gleichungen des Herrn Eulers nach der vorhergehenden Erklärung der Sache heraus.

Es sey das Antrittsgeld $= a$
der Beytrag $= b$
die Witwenpension $= p$.

Gesetzt nun, a und b wären bekannt, so findet man das unbekannte p durch folgende Gleichung:

$$p \cdot (N - M) = a + bM$$

Folglich, wenn man beyde Glieder der Gleichung durch N — M dividiret, so kommt

$$p = \frac{a + bM}{(N - M)}.$$

Gleichergestalt, wenn p und b bekannt wäre, a aber nicht, so findet man es durch eben diese Gleichung:

$$a = p \cdot (N - M) - bM.$$

Eben so auch, wenn p und a bekannt wäre, b aber nicht, so findet man es durch diese Gleichung:

$$b = \frac{p \cdot (N - M) - a}{M}.$$

Bey allen diesen Berechnungen kommt es hauptsächlich auf die Frage an: **Welche Tabellen über die Mortalität können nach der höchsten Wahrscheinlichkeit bey den Interessenten einer Witwencasse gebraucht werden?**

Der Herr Euler hat zwar bey seinen Berechnungen eine Mortalitätstabelle zum Grunde gelegt, die auf die Erfahrungen bey den Parisischen und Holländischen Leibrenteniers gebauet ist: Er hat aber selbst einem jeden die Freyheit gelassen, eine andere Tabelle zu erwählen, die er zu seinem Zweck am dienlichsten hält; und in der That sind solche Tabellen, die auf das Leben der Leibrenteniers eingerichtet sind, am allerwenigsten schicklich, eine Witwencasse darnach zu berechnen. Denn diejenigen, die Leibrenten kaufen, vermuthen ein langes Leben, damit sie ihre Renten lange genießen können; da hingegen viele von denen, die vor ihre Frauen in Witwencassen treten, sich ihrer schwachen Gesundheit bewußt sind, und eben deswegen, weil sie sich nicht getrauen, alt zu werden, ihre Frauen zu versorgen suchen. Die Gesundheitsscheine können wider diese gegründete Vermuthung gar wenig in Betracht kommen. Ich habe deswegen in einer besondern Abhandlung im Göttingischen Magazin der Wissenschaften von 1781. zweyten Stück, dargethan, daß nach allen bisherigen Erfahrungen bey den Witwen- und Todtencassen-Gesellschaften keine Tabellen besser, als die Süßmilchischen, in seinem bekannten Werke P. II. pag. 319. zu gebrauchen sind. Ja, wenn man mit gehöriger Richtigkeit rechnen will, so gelten die Süßmilchischen Tabellen vor die Männer sowohl, als die Frauen, nur bis zum 45sten Jahre; aber von dieser Periode an bis zum Ende des Lebens haben die Männer eine etwas kürzere, die Frauen aber eine etwas längere Lebensdauer, so, daß man vor die Männer eine besondere, und vor die Frauen und Witwen ebenfalls eine besondere Tabelle gebrauchen muß. Diese beyden Tabellen sind im bemeldten Göttingischen gelehrten Magazin in der angeführten Abhandlung aufgeführet, und ihre Richtigkeit durch Erfahrungen von vielen 1000 Ehemännern und Frauen erwiesen.

Da ich nun meine Berechnungen für Witwencassen auf diese Tabellen erbauet, so habe ich dadurch folgende Resultate herausgebracht, die ich in folgender Tabelle vorstellen will, welche bey der neuen Weimar- und Eisenachischen Witwencasse zum Gesetz gemacht worden. Ich habe, um mich durch die vielen Rechnungen vor alle mögliche Alter der Eheleute durchzuarbeiten, verschiedene Vortheile anwenden müssen, die zwar von des Herrn Eulers vorgeschlagenen Vortheilen verschieden, aber doch eben so gut sind. Jedoch von diesen zu reden, leidet anjetzo der Raum nicht.

(Die hieher gehörende Tabelle s. auf beyliegenden Blatte.)

Wenn man diese Tabelle mit den beiden des Herrn Eulers in §. 33. vergleichet, so wird man sehen, daß nach diesen Tabellen die Anstalt viel zu wenig bekomme, um 100 Rubel Pension bezahlen zu können; und wenn sie gleich die Capitalien zu 6 pro cent belegen könnte, so müßte sie dennoch dabey zu Grunde gehen. Die Ursache davon ist diese, daß der Herr Euler die Lebensdauer der Männer gleich geschätzet mit der von den Tontiniten. Dieses könnte zwar in Ansehung der Frauen richtig seyn, weil wohl niemand für eine ungesunde Frau sein Geld in Witwencassen wagen wird, aber nimmermehr bey den Männern, welches durch die Erfahrung aller bekannten Witwencassen bestätiget wird.

Um die Richtigkeit meiner Tabellen auf die Probe zu setzen, habe ich von 317 Ehepaaren, die vor 50 Jahren copulirt, und beynahe ausgestorben waren, angenommen, daß sie vom Anfang ihrer Ehe an, in eine Witwencasse getreten wären, die nach meinen Berechnungen eingerichtet wäre, und nach der Verschiedenheit ihrer Jahre die Antrittsgelder oder Beyträge auf 100 Rthlr. Pension bezahlet hätten. Ich verglich am Ende der Rechnung die Einnahme mit der Ausgabe an Pensionen, und die Einnahme war nur 1 pro cent mehr als die Ausgabe. Eine stärkere Probe der richtigen Anwendung meiner Rechnungen auf Eheleute, die bey der Copulation doch wohl gesund werden gewesen seyn, kann man nicht fordern.

Von

Zu Seite 14.

en = Pension,

n.

| 20 Jahr | | | 0 Jahr | | 55 Jahr | | | 60 Jahr | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahre der Frau | Antritts-Capital | oder jährl. Beytrag | Antritts-Capital | oder jährl. Beytrag | Jahre der Frau | Antritts-Capital | oder jährl. Beytrag | Jahre der Frau | Antritts-Capital | oder jährl. Beytrag |
| | Rthlr. | Rthlr. | Rthlr. | Rthlr. | | Rthlr. | Rthlr. | | Rthlr. | Rthlr. |
| 20 | 248 | $18\frac{5}{10}$ | 596 | 59. 9 | 20 | 678 | 75. 8 | 20 | 761 | 91. 7 |
| 25 | 225 | 17. 1 | 553 | 56. 4 | 25 | 632 | 71. 6 | 25 | 712 | 86. 8 |
| 30 | 202 | 15. 8 | 510 | 52. 9 | 30 | 587 | 67. 5 | 30 | 664 | 82. |
| 35 | 178 | 14. 4 | 461 | 48. 7 | 35 | 534 | 62. 4 | 35 | 607 | 76. |
| 40 | 155 | 13. 1 | 412 | 44. 5 | 40 | 481 | 57. 3 | 40 | 551 | 70. 1 |
| 45 | 131 | 11. 6 | 356 | 39. 6 | 45 | 419 | 51. 2 | 45 | 483 | 62. 9 |
| 50 | 108 | 10. 2 | 300 | 34. 8 | 50 | 357 | 45. 1 | 50 | 415 | 55. 5 |
| 55 | 86 | 8. 8 | 241 | 29. 8 | 55 | 290 | 38. 7 | 55 | 338 | 47. 6 |
| 60 | 64 | 7. 5 | 183 | 24. 9 | 60 | 223 | 32. 4 | 60 | 261 | 39. 8 |

Zu Seite 14.

# Grundlage
zu
# einer Tabelle auf 100 Rthlr. Witwen-Pension,

wenn 5 pro cent Zinsen und Zinseszinsen gerechnet werden.

**Alter des Mannes.**

| 20 Jahr | | | 25 Jahr | | | 30 Jahr | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. | Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr | Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. |
| 20 | 248 | $18\frac{5}{10}$ | 20 | 289 | 22. 3 | 20 | 330 | 26. 2 |
| 25 | 225 | 17. 1 | 25 | 262 | 20. 7 | 25 | 300 | 24. 3 |
| 30 | 202 | 15. 8 | 30 | 236 | 19. 1 | 30 | 271 | 22. 5 |
| 35 | 178 | 14. 4 | 35 | 209 | 17. 4 | 35 | 240 | 20. 5 |
| 40 | 155 | 13. 1 | 40 | 182 | 15. 8 | 40 | 209 | 18. 5 |
| 45 | 131 | 11. 6 | 45 | 154 | 14. | 45 | 177 | 16. 4 |
| 50 | 108 | 10. 2 | 50 | 127 | 12. 2 | 50 | 146 | 14. 3 |
| 55 | 86 | 8. 8 | 55 | 101 | 10. 5 | 55 | 116 | 12. 3 |
| 60 | 64 | 7. 5 | 60 | 75 | 8. 9 | 60 | 86 | 10. 3 |

| 35 Jahr | | | 40 Jahr | | | 45 Jahr | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. | Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. | Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. |
| 20 | 387 | 32. 4 | 20 | 444 | 38. 7 | 20 | 520 | 49. 3 |
| 25 | 354 | 30. 2 | 25 | 407 | 36. 1 | 25 | 480 | 46. 2 |
| 30 | 321 | 28. | 30 | 371 | 33. 6 | 30 | 440 | 43. 2 |
| 35 | 285 | 25. 5 | 35 | 331 | 30. 7 | 35 | 395 | 39. 6 |
| 40 | 250 | 23. 1 | 40 | 291 | 27. 8 | 40 | 351 | 36. 1 |
| 45 | 213 | 20. 5 | 45 | 248 | 24. 6 | 45 | 302 | 32. 1 |
| 50 | 176 | 17. 9 | 50 | 206 | 21. 5 | 50 | 253 | 28. 1 |
| 55 | 139 | 15. 3 | 55 | 163 | 18. 3 | 55 | 202 | 24. |
| 60 | 103 | 12. 7 | 60 | 121 | 15. 2 | 60 | 152 | 20. |

| 50 Jahr | | | 55 Jahr | | | 60 Jahr | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. | Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. | Jahre der Frau | Antritts-Capital Rthlr. | oder jährl. Beytrag Rthlr. |
| 20 | 596 | 59. 9 | 20 | 678 | 75. 8 | 20 | 761 | 91. 7 |
| 25 | 553 | 56. 4 | 25 | 632 | 71. 6 | 25 | 712 | 86. 8 |
| 30 | 510 | 52. 9 | 30 | 587 | 67. 5 | 30 | 664 | 82. |
| 35 | 461 | 48. 7 | 35 | 534 | 62. 4 | 35 | 607 | 76. |
| 40 | 412 | 44. 5 | 40 | 481 | 57. 3 | 40 | 551 | 70. 1 |
| 45 | 356 | 39. 6 | 45 | 419 | 51. 2 | 45 | 483 | 62. 9 |
| 50 | 300 | 34. 8 | 50 | 357 | 45. 1 | 50 | 415 | 55. 5 |
| 55 | 241 | 29. 8 | 55 | 290 | 38. 7 | 55 | 338 | 47. 6 |
| 60 | 183 | 24. 9 | 60 | 223 | 32. 4 | 60 | 261 | 39. 8 |

# Von
# den Berechnungen für Todtencassen.

Diese Berechnungen lassen sich weit leichter verfertigen, als die Witwencassenrechnungen; denn sie gründen sich schlechterdings auf eine schickliche Mortalitätstabelle.

Wenn nun die Süßmilchische oben angeführte Tabelle, nach deren Berichtigung, die vom 45sten Jahre angehet, zum Grunde gelegt, und die vor die Männer ausgearbeitete Tabelle durchgehends vor beyde Geschlechter gebraucht wird; so will ich den Fall setzen: ein Mann von 20 Jahren wollte sich ein gewisses Capital erwerben, welches nach seinem Tode seinen Erben sollte bezahlet werden; und man fragt: wie viel baar Capital dieser Mann sogleich baar an die Anstalt erlegen müsse? Man kann hier das bey dem Tode zu bezahlende Capital als eine Unität betrachten, oder vor diesmal 100 Rthl. dazu festsetzen; und diesemnach darf man nur aus Süßmilchs Tabelle die Zahlen der Lebenden und der Todten vom 20sten Jahre an bis zum 97sten Jahre aufführen.

| | Lebende | Gestorbene |
|---|---|---|
| im Anfange | 496 | 0 |
| nach 1 Jahr | 491 | 5 |
| = 2 = | 486 | 5 |
| = 3 = | 481 | 5 |
| = 4 = | 476 | 5 |
| = 5 = | 471 | 5 |
| = 6 = | 466 | 5 |
| | 2c. | 2c. |

Ein jeder von den Gestorbenen kostet der Casse ein Todtengeld von 100 Rthlrn. Man kann also diese nach und nach zu bezahlende Todtengelder, nach der Reihe auf baar zu bezahlendes Geld bringen. Wenn nun der Zins ist 5 pro cent, so wird bey dem Discontiren der Bruch $\frac{20}{21}$ gebraucht, welchen wir durch $\lambda$ anzeigen wollen. Diesemnach kommen

| | Rthl. | | thut baar | Rthl. |
|---|---|---|---|---|
| nach 1 Jahr | 500 | $\cdot\ \lambda$ | = | 476 |
| „ 2 „ | 500 | $\cdot\ \lambda^2$ | = | 453 |
| „ 3 „ | 500 | $\cdot\ \lambda^3$ | = | 432 |
| „ 4 „ | 500 | $\cdot\ \lambda^4$ | = | 412 |
| „ 5 „ | 500 | $\cdot\ \lambda^5$ | = | 392 |
| „ 6 „ | 500 | $\cdot\ \lambda^6$ | = | 373 |
| | ꝛc. | | | ꝛc. |

Wenn man nun hiemit bis zu Ende, da alle Personen gestorben sind, fortfähret, so wird in diesem Falle die Summe seyn 12404 Rthl. Todtengelder auf baar reduciret, welche von den zu Anfange angetretenen 496 Mitgliedern baar bezahlet werden müssen. Weil indessen hier angenommen worden, daß die Todtengelder am Ende jedes Jahres bezahlet werden müssen, welches in der That nicht richtig ist, indem die Todtenfälle theils im Anfange, theils in der Mitte, theils am Ende eines jeden Jahres bezahlet werden müssen, folglich jedes Todtengeld als in der Mitte eines jeden Jahres gefällig angenommen werden muß; so sind alle Posten der berechneten Reihe um $\frac{1}{2}$ Jahr zu viel discontiret. Wenn man also die ganze Summe der Reihe wieder auf ein halb Jahr in Zinsen setzet, so kommt anstatt 12404 Rthl. die wahre Summe in baaren Gelde auf 12714 Rthl. Wenn nun diese auf die 496 Personen vertheilet wird, so kommt auf jede ein baares Antrittsgeld zu $25\frac{6}{10}$ Rthl., wovor ein Todtengeld von 100 Rthln. erworben werden kann. Sollten es zwey oder mehrere hundert Thaler seyn, so wird das Antrittsgeld diesem gemäß verdoppelt oder verdreyfachet. Bey allen andern Fällen verfähret man auf gleiche Art.

Wenn aber kein Antrittsgeld, sondern nur jährliche Beyträge bezahlet werden sollen, so, daß der erste Beytrag anstatt des Antrittsgeldes bezahlt wird, so nimmt man die ganze Reihe der in jedem Jahre lebenden Personen vor, welche zugleich die zu bezahlenden Beyträge vorstellen, so kommt die discontirte Reihe folgendermaßen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 496 | $\cdot\ \lambda$ | = | 496 | baare Beyträge |
| 491 | $\cdot\ \lambda^1$ | = | 478 | —— |
| 486 | $\cdot\ \lambda^2$ | = | 441 | —— |
| 481 | $\cdot\ \lambda^3$ | = | 415 | —— |
| 476 | $\cdot\ \lambda^4$ | = | 391 | —— |
| 471 | $\cdot\ \lambda^5$ | = | 370 | —— |
| ꝛc. | | | ꝛc. | |

Die Summe dieser bis zu Ende ausgeführten Reihe ist 7837 baare Beyträge.

Diese

Diese müssen nun völlig gleich seyn, mit der auf baar reducirten Summe aller Todtengelder, welche in diesem Fall, wie vorhin gemeldet, 12714 Rthl. ausmacht. Wenn man also diese Summe in 7837 dividiret, so kommt der Werth eines jährlichen Beytrags auf $1\frac{6}{10}$ Rthl. vor die zwanzigjährigen Personen, wovor 100 Rthl. Todtengeld bezahlet werden kann. In allen andern Fällen wird die Rechnung auf gleiche Art gemacht. Es lassen sich aber bey dieser Arbeit sehr wichtige Abkürzungen anbringen, welche auszuführen der Raum nicht leidet.

Nach diesen Berechnungen entstehet folgende Tabelle:

## Grundlage zu einer Todtencasse auf 100 Rthl. Todtengeld,

wenn 5 pro cent Zinsen und Zinseszinsen gerechnet werden.

| Jahre der Person. | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 Jahr | | 25 Jahr | | 30 Jahr | | 35 Jahr | | 40 Jahr | | 45 Jahr | | 50 Jahr | | 55 Jahr | | 60 Jahr | |
| Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. | Antr. geld Rth. | oder jährlich. Beytrag Rth. |
| 25. 6 | 1. 6 | 28. 7 | 1. 9 | 32 | 2. 2 | 36 | 2. 6 | 40 | 3. 1 | 45 | 3. 8 | 49. 9 | 4. 6 | 55. 2 | 5. 7 | 60. 5 | 6. 7 |

Wenn man diese Tabelle mit der des Herrn Eulers vergleicht, so wird man zwar keinen so großen Unterschied finden, als bey den Tabellen für die Witwencassen; aber der Unterschied ist doch beträchlich genug, und kommt daher, weil der Herr Euler eine Tabelle über die Sterbefälle bey den Tontiniten zum Grunde gelegt, welches, wie ich bereits dargethan, nicht hätte seyn sollen.

# Ueber den Vorschlag einer neuen Art Tontine.

Dieser Vorschlag läuft darauf hinaus: Man stellet sich eine Gesellschaft von gleichen Jahren vor, die an die Anstalt ein jeder 1000 Rubel bezahlt, welche einem jeden zu Anfange mit 5 pro cent verzinset werden. So wie nun diese Gesellschaft mit den Jahren abnimmt, so vermehret sich auch der Zins, so, daß gegen die Zeit, wenn nach der angenommenen Mortalitätstabelle die Gesellschaft zur Hälfte ausgestorben, der Zins an jedem der Ueberlebenden verdoppelt wird und 10 pro cent beträgt. Ferner wenn der 4te Theil nach der Tabelle noch lebt, so werden einem jeden 20 pro cent bezahlt. Wenn der 8te Theil nach der Tabelle noch lebt,

lebt, so werden bezahlt 40 pro cent; wenn der 16te Theil noch lebt, 80 pro cent; wenn der 32ste Theil noch lebt, 160 pro cent; wenn der 64ste Theil noch lebt, 320 pro cent u. s. w. **Dahingegen geht das Capital von 1000 Rubel verlohren, und die Anstalt gewinnet dasselbe.**

Man stellet sich ferner in Gedanken viele von solchen Gesellschaften vor, deren jede vor sich allein genommen, ein gleiches Alter hätte. Also würde von einer Gesellschaft junger Kinder von einem Jahre, laut der Mortalitätstabelle nach 45 Jahren, noch die Hälfte leben; bey einer Gesellschaft 20jähriger Personen würde dieses nach 39 Jahren, bey den 40jährigen nach 26 Jahren, und bey den 60jährigen nach 14 Jahren eintreffen, so, daß nach Ablauf dieser und der folgenden Perioden einem jeden der Ueberlebenden die Zinsen zu 50 Rubel 2fach, 4fach, 8fach, 16fach u. s. w. bezahlet werden, und die wenigen, die auf 90 Jahre kommen, nach der Verschiedenheit ihres Alters bey dem Antritt, auf die wenigen Jahre ihres noch übrigen Lebens 6000, 5000, 4000 Rubel u. s. w. bekommen.

Nun ist die Frage: ob ein solcher Plan wohl viele reizen könne, ihr Capital von 1000 Rub. verlohren zu geben, um nach 30 oder 40 Jahren allererst 100 R. zu bekommen? Die fast gar verschwindende Hoffnung, nach einem Alter von 90 Jahren einige 1000 Rubel jährlich zu bekommen, wenn man das Vergnügen des Lebens nicht mehr geniessen kann, wird wohl niemand anreizen, sein Geld zum Schaden seiner Familie verlohren zu geben, und davor eine große Zahl von Jahren nur 5, 6 oder 7 pro cent Zinsen zu geniessen.

Wenn Tontinen angenehm und reizend werden sollen, so müssen die Zinsen von dem einzulegenden Capital die gemeinen landüblichen Zinsen weit übersteigen, und dennoch mit dem allmähligen Aussterben der Gesellschaft sich verdoppeln, und 3, 4, 5 und mehrfach sich vermehren; alsdann aber ist dieses kein Finanzmittel, um den Staat zu bereichern, sondern es ist nur ein nothwendiges Uebel, um in der Geschwindigkeit große Summen Geldes anzuschaffen, die man gegen gewöhnliche Zinsen nicht bekommen kann. Ausser diesem Nothstande aber scheint es kein Glück vor den Staat zu seyn, wenn er Tontinen oder Leibrenten anlegt; denn sie sind nur eine Lockspeise, welche der Eigenliebe und dem persönlichen Genuß dargereicht wird. Die Bande der Verwandschaft werden dadurch öfters zerrissen, der Müßiggang bekommt Pension, der ehelose Stand wird befördert, und mancher Rentenier wird sich nicht darum bekümmern, wenn gleich die Schuldner sein ganzes Vermögen zu sich reißen, weil er sich auf seine kleine Leibrente verläßt. So wie er sein Capital verlohren gegeben hat, so sind auch zugleich Freundschaft, Liebe, Zärtlichkeit und Bürgerpflicht verlohren gegeben. Bey diesen Bedenklichkeiten wider die Tontinen scheint es fast, daß es nicht rathsam sey, ohne die äusserste Noth Tontinen anzulegen. Göttingen, im Jun. 1781.

J. A. Kritter.

Herrn

Herrn Nicolas Fußens

# Abhandlungen.

# Von einer öffentlichen Anstalt, um Pensionen an die Witwen zu bezahlen,

welche

auf die festesten Grundsätze der Wahrscheinlichkeit gegründet ist.

§. 1.

Zu Anfange muß eine solche Anstalt im Stande seyn, die Capitalien, die ihr sollen anvertrauet werden, auf gute Zinsen unterzubringen. Um also meine Untersuchung allgemein zu machen, will ich annehmen, daß ein Capital von 100 Rubel alle Jahre vermehret werden könne mit c Rubel, so, daß ein jedes hundert Rubel anwachse nach einem Jahre auf $100 + c$ Rubel. Daher wird ein jedes Capital, welches jetzt $= C$, am Ende eines Jahres werden $\frac{100 + c}{100} C$, am Ende von 2 Jahren $\left(\frac{100 + c}{100}\right)^2 C$, am Ende von 3 Jahren $= \left(\frac{100 + c}{100}\right)^3 C$, und überhaupt am Ende von n Jahren $= \left(\frac{100 + c}{100}\right)^n C$. Nun will ich, um abzukürzen, $\frac{100 + c}{100}$ setzen $= K$, so, daß ein Capital, welches jetzt $= C$, anwachsen wird nach n Jahren auf die Summe $K^n C$. Woraus gegenseitig folget, daß eine jede Summe S, die nach n Jahren zahlbar ist, gegenwärtig geschätzet werden müsse auf den Werth von $\frac{S}{K^n}$. Durch dieses Mittel wird man im Stande seyn, den richtigen Werth aller Summen, welche die Anstalt empfangen wird, oder nach einer gewissen Zahl von Jahren wird bezahlen müssen, auf die gegenwärtige Zeit zurück zu bringen. Auf diese Art wird man den wahren gegenwärtigen Werth aller Einnahmen und Ausgaben festsetzen können, welche die Anstalt in der Folge haben wird, und hiedurch wird man leichtlich über die Gleichheit oder Ungleichheit der Einnahme und Ausgabe urtheilen, woraus man erkennen mag, ob die Anstalt, wenn alles geendiget ist, gewonnen oder verlohren haben wird. Damit also eine solche Anstalt den Regeln der genauesten Billigkeit gemäß sey, muß man die Einnahme und Ausgabe so einrichten, daß dabey am Ende eine vollkommene Gleichheit vorhanden sey. Indessen begreift man leichtlich, daß eine solche Gleichheit nicht nach der Strenge beobachtet werden, sondern daß sie zum Vortheil der Anstalt ausfallen müsse, damit man im Stande sey, die Kosten zu bestreiten, welche ihre Verwaltung erfordert.

§. 2. Nun wollen wir uns einen Mann vorstellen, der seiner Frau nach seinem Tode eine gewisse jährliche Pension erwerben wollte, welche wir gleich setzen wollen mit $p$, und es kommt darauf an, den Preiß zu bestimmen, den dieser Mann der Anstalt bezahlen muß, entweder auf einmal, oder nach und nach alle Jahre, so lange er leben wird. Es ist aber sogleich klar, daß die Bestimmung dieses Preises nicht allein abhange von dem Alter des Mannes, sondern auch vornehmlich von dem Alter seiner Frau. Wir wollen also setzen, daß der Mann alt sey $a$ Jahre und die Frau $b$ Jahre; ferner sey $x$ die Summe, welche er sogleich an die Anstalt bezahlt, und in der Folge erlege er annoch alle Jahre die Summe $= z$, so lange er mit der Frau im Leben seyn wird. Ich führe hier sogleich diese zweyfache Zahlung ein, damit man nachher nach Belieben annehmen könne, entweder $z = 0$, im Fall er den ganzen Preiß auf einmal bezahlet, der seyn wird $= x$, oder daß man machen könne $x = 0$, oder vielmehr $x = z$, im Fall die Zahlung nach und nach während des ganzen Zusammenlebens des Mannes mit der Frau geschehe. Alles läuft also darauf hinaus, die Summen $x$ und $z$ so einzurichten, daß sie sich in einer vollkommenen Gleichheit befinden mit der Pension $p$, welche seine Witwe zu genießen hoffen kann, ohngeachtet aller unvorhergesehenen Zufälle, welche den Tod des Mannes oder der Frau verursachen können.

§. 3. Um nun Rechnung zu geben von allen diesen unvorhergesehenen Fällen, wo es unmöglich seyn würde, etwas festzusetzen, wollen wir uns vorstellen, daß sich auf einmal eine große Zahl solcher Ehemänner anfinde, welche alle $a$ Jahre alt sind, und daß alle ihre Frauen auch einerley Alter $= b$ haben, so muß man die Größen $x$ und $z$ so einrichten, daß alle Summen, welche die Anstalt von allen diesen Leuten zusammen, entweder auf einmal, oder nach und nach ziehen wird, wenn sie auf die gegenwärtige Zeit zurückgebracht sind, genau gleich seyen mit der Summe aller Pensionen, welche die Witwen bis an ihren Tod werden gezogen haben, nachdem man selbige ebenfalls auf die gegenwärtige Zeit zurückgeführet hat.

§. 4. Um diese Gleichheit nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, muß man seine Zuflucht zu den Grundsätzen der Sterblichkeit nehmen, die aus einer großen Menge Bemerkungen gezogen seyn müssen. Zu diesem Zweck wollen wir eine große Menge $= N$ von Kindern, die alle zu gleicher Zeit gebohren sind, betrachten, und um unsern Untersuchungen die größeste Allgemeinheit zu geben, wollen wir die Zahl derjenigen Kinder, die nach einem Jahre noch im Leben sind, setzen $= (1)N$, die Zahl derjenigen, die nach 2 Jahren noch im Leben sind, $= (2)N$. Auf eben die Art die Zahl derer, die nach 3 Jahren noch leben, $= (3)N$, nach 4 Jahren $= (4)N$, und überhaupt nach $x$ Jahren $= (x)N$. Dieses vorausgesetzt, ist es klar, daß die Zeichen (1), (2), (3), (4) ꝛc. gewisse allgemach abnehmende Brüche andeuten, so, daß selbige nach hundert Jahren fast gänzlich verschwinden. Hieraus fließet vor das Alter der Männer, welches wir annehmen $= a$, wenn $N$ bedeutet die Zahl aller derjenigen Kinder, welche mit ihnen zugleich gebohren sind, daß die Zahl derer, die noch leben werden, seyn wird $(a)N$, und daß am Ende eines Jahres die Zahl derer, die von ihnen noch leben werden, seyn wird $(a+1)N$, und überhaupt, daß die Zahl derer, die von ihnen nach $n$ Jahren leben werden, seyn wird $(a+n)N$. Eben diese Formeln werden auch statt haben bey den Frauen, wenn man den Buchstaben $b$ schreibt anstatt $a$.

§. 5. Wenn man nun die Register der Sterblichkeit zu Rathe ziehet, welche sowohl in Frankreich als in Holland vor die Berechnung der Leibrenten gemacht sind, so können wir an die Stelle unserer Brüche (1), (2), (3) ꝛc. folgende Werthe setzen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (0) | = | 1.000 | | | | | | |
| (1) | = | 0.804 | (18) | = | 0.596 | (35) | = | 0.468 |
| (2) | = | 0.768 | (19) | = | 0.590 | (36) | = | 0.461 |
| (3) | = | 0.736 | (20) | = | 0.584 | (37) | = | 0.454 |
| (4) | = | 0.709 | (21) | = | 0.577 | (38) | = | 0.446 |
| (5) | = | 0.688 | (22) | = | 0.571 | (39) | = | 0.439 |
| (6) | = | 0.676 | (23) | = | 0.565 | (40) | = | 0.432 |
| (7) | = | 0.664 | (24) | = | 0.559 | (41) | = | 0.426 |
| (8) | = | 0.653 | (25) | = | 0.552 | (42) | = | 0.420 |
| (9) | = | 0.646 | (26) | = | 0.544 | (43) | = | 0.413 |
| (10) | = | 0.639 | (27) | = | 0.535 | (44) | = | 0.406 |
| (11) | = | 0.633 | (28) | = | 0.525 | (45) | = | 0.400 |
| (12) | = | 0.627 | (29) | = | 0.516 | (46) | = | 0.393 |
| (13) | = | 0.621 | (30) | = | 0.507 | (47) | = | 0.386 |
| (14) | = | 0.616 | (31) | = | 0.499 | (48) | = | 0.378 |
| (15) | = | 0.611 | (32) | = | 0.490 | (49) | = | 0.370 |
| (16) | = | 0.606 | (33) | = | 0.482 | (50) | = | 0.362 |
| (17) | = | 0.601 | (34) | = | 0.475 | (51) | = | 0.354 |

| | | |
|---|---|---|
| (52) = 0.345 | (67) = 0.205 | (82) = 0.054 |
| (53) = 0.336 | (68) = 0.195 | (83) = 0.046 |
| (54) = 0.327 | (69) = 0.185 | (84) = 0.039 |
| (55) = 0.319 | (70) = 0.175 | (85) = 0.032 |
| (56) = 0.310 | (71) = 0.165 | (86) = 0.026 |
| (57) = 0.301 | (72) = 0.155 | (87) = 0.020 |
| (58) = 0.291 | (73) = 0.145 | (88) = 0.015 |
| (59) = 0.282 | (74) = 0.135 | (89) = 0.011 |
| (60) = 0.273 | (75) = 0.125 | (90) = 0.008 |
| (61) = 0.264 | (76) = 0.114 | (91) = 0.006 |
| (62) = 0.254 | (77) = 0.104 | (92) = 0.004 |
| (63) = 0.245 | (78) = 0.093 | (93) = 0.003 |
| (64) = 0.235 | (79) = 0.082 | (94) = 0.002 |
| (65) = 0.225 | (80) = 0.072 | (95) = 0.001 |
| (66) = 0.215 | (81) = 0.063 | |

Diese Tabelle ist genommen aus den Memoires der Akademie zu Berlin vor das Jahr 1760, woselbst man überhaupt alle Grundsätze dargelegt findet, woraus alle Fragen müssen aufgelöset werden, die über diese Materie aufgegeben werden können. Aber man muß wohl bemerken, daß diese Tabelle sehr wichtige Veränderungen erfordern mögte, in Ansehung der Verschiedenheit der Länder und der Lebensart.

§. 6. Es sey anjezt M die Zahl aller Ehemänner, die a Jahre alt sind, und sich auf einmal anfinden, um ihren Frauen nach ihrem Tode eine jährliche Pension $= p$ zu verschaffen; und um zu finden, wie viele von diesen Männern noch am Ende eines Jahres leben werden, darf man nur diese Proportion ansetzen:

$$(a)N : (a+1)N = M : \left(\frac{a+1}{a}\right)M.$$

Auf eben die Art werden nach 2 Jahren noch am Leben seyn $\left(\frac{a+2}{a}\right)M$; nach 3 Jahren $\left(\frac{a+3}{a}\right)M$, und überhaupt nach n Jahren $\left(\frac{a+n}{a}\right)M$, woraus man leichtlich die Zahl derjenigen schließen kann, die währenden Lauf eines jeden Jahres gestorben seyn werden. Eben so ist es auch mit den Frauen, bey welchen wir einerley Alter $= b$ voraussetzen; da deren Anzahl anjetzo ebenfalls $= M$ ist, so wird die Zahl derjenigen, die nach einem Jahre noch leben werden,

werden,

werden, seyn $= \left(\frac{b+1}{b}\right)$M, nach 2 Jahren $\left(\frac{b+2}{b}\right)$M, und überhaupt nach n Jahren $\left(\frac{b+n}{b}\right)$M.

§. 7. Nun wollen wir nach und nach von einem Jahre zum andern fortrücken, und sehen, wie viel Geld die Anstalt in jedem Jahre empfangen wird, und wie viel sie wird auszahlen müssen, wenn man sowohl die Einnahme als die Ausgabe auf die gegenwärtige Zeit zurückführet, nach den Regeln, die hierüber angezeiget worden. Es wird also anfänglich, weil jeder Mann im Anfange x bezahlt, die Summe welche die Anstalt empfangen wird, seyn $= Mx$, und dies ist der einzige Artikel, der hier in Rechnung kommen wird, weil in dem ersten Jahre noch keine Pensionen zu bezahlen sind. Denn ob gleich einige Männer in währenden Lauf des ersten Jahres sterben können, so wollen wir doch beständig voraussetzen, daß die Bezahlung der Pension nur mit dem nächsten Jahre anfangen werde.

§. 8. Nun laßt uns zum nächsten Jahre fortrücken, wo die Zahl der noch lebenden Männer seyn wird $\left(\frac{a+1}{a}\right)$M, und daher die Zahl derer, die gestorben seyn werden, $= \frac{(a)-(a+1)}{(a)}$ M. Auf eben die Weise wird die Zahl der Frauen, die noch leben werden, seyn $\left(\frac{b+1}{b}\right)$M, und daher wird von ihnen gestorben seyn $\frac{(b)-(b+1)}{b}$M. Es sind also hier vier Fälle zu betrachten. Der erste ist von den Männern, deren Weiber noch leben, und ihre Zahl wird seyn $\frac{(a+1)}{(a)} \cdot \frac{(b+1)}{(b)} \cdot$ M. Denn weil die Zahl aller lebenden Männer ist $\frac{(a+1)}{(a)}$M, und die Zahl aller Weiber sich verhält zu der Zahl derer, die noch leben, $= 1 : \frac{(b+1)}{(b)}$, so ist es klar, daß die Zahl der Männer, deren Weiber leben, seyn müsse $= \frac{(a+1)}{(a)} \cdot \frac{(b+1)}{(b)} \cdot$ M. Nun aber bezahlt ein jeder von diesen Männern an die Anstalt die Summe $= z$, welche, auf den Anfang reduciret, wird $\frac{z}{K}$, und also wird die Casse empfangen haben die Summe $\frac{(a+1)}{(a)} \cdot \frac{(b+1)}{(b)} \cdot M \cdot \frac{z}{K}$. Der zweyte Fall begreift die Männer, die ihre Frauen werden verlohren haben, deren Zahl seyn wird $\frac{(a+1)}{(a)} \cdot \left(\frac{(b)-(b+1)}{(b)}\right) M$. Aber von diesem Fall leidet die Casse gar keine Veränderung, so, daß es nicht nöthig ist, darüber Rechnung zu machen. Der dritte Fall gehet die Frauen an, die ihre Männer werden verlohren haben; und weil die Zahl aller Frauen, die noch am Leben seyn werden, ist $\frac{(b+1)}{(b)} M$, so wird die Zahl derer, die ihre Männer werden verlohren haben, seyn $\frac{(b+1)}{(b)} \cdot \left(\frac{(a)-(a+1)}{(a)}\right) \cdot M$. Weil nun die Casse an jede von diesen Frauen die jährliche Pension $= p$ bezahlen muß, welche gegenwärtig werth ist $= \frac{p}{K}$, so wird diese Ausgabe seyn $\frac{(b+1)}{(b)} \cdot \frac{(a)-(a+1)}{(a)} \cdot M \cdot \frac{p}{K}$. Der vierte Fall, da sowohl der Mann als die Frau in dem ersten Jahre gestorben seyn möchten, kommt hier in keine Betrachtung, weil er weder Einnahme noch Ausgabe verursachet.

§. 9. Nun wollen wir zu dem dritten Jahre kommen, wo die Zahl der noch lebenden Männer ist $\frac{(a+2)}{(a)} \cdot M$, und der lebenden Frauen $\frac{(b+2)}{(b)} \cdot M$, folglich die Zahl der Männer, deren Weiber noch leben, ist $\frac{(a+2)}{(a)} \cdot \frac{(b+2)}{(b)} \cdot M$; Weil nun ein jeder an die Anstalt die Summe z bezahlt, die anjetzo werth ist $\frac{z}{KK}$, so wird diese Einnahme seyn $= \frac{(a+2)}{(a)} \cdot \frac{(b+2)}{(b)} M \cdot \frac{z}{KK}$. Nun laßt uns die Frauen betrachten, die keine Männer mehr haben, deren Anzahl seyn wird $\frac{(b+2)}{(b)} \cdot \frac{(a)-(a+2)}{(a)} \cdot M$, und weil eine jede die Pension $= p$ empfängt, die anjetzo werth ist $\frac{p}{KK}$, so wird die Ausgabe der Anstalt während

dieses

dieses Jahres seyn $= \frac{(b+2)}{(b)} \cdot \frac{(a)-(a+2)}{(a)} \cdot M \cdot \frac{p}{KK}$. Die zwey andern Fälle, da die Männer ihre Frauen möchten verlohren haben, oder da sie alle beyde todt seyn möchten, kommen hier nicht in Betrachtung.

§. 10. Wenn man auf eben diese Art das vierte Jahr betrachtet, so wird man leichtlich sehen, daß die Einnahme der Casse muß bestimmet werden auf $\frac{(a+3)}{(a)} \cdot \frac{(b+3)}{(b)} \cdot M \cdot \frac{z}{K^3}$; aber die zu leistende Ausgabe wird anjetzo werth seyn $\frac{(b+3)}{(b)} \cdot \frac{(a)-(a+3)}{(a)} \cdot M \cdot \frac{p}{K^3}$.

Und eben so wird das fünfte Jahr der Casse eine Summe bringen, deren Werth anjetzo ist $= \frac{(a+4)}{(a)} \cdot \frac{(b+4)}{(b)} \cdot M \cdot \frac{z}{K^4}$.

Die Ausgabe auf eben die Zeit reducirt, wird seyn $\frac{(b+4)}{(b)} \cdot \frac{(a)-(a+4)}{(a)} \cdot M \cdot \frac{p}{K^4}$.

Und also immerfort, bis die Zeichen $(a+n)$ und $(b+n)$ gänzlich verschwinden.

§. 11. Da die Einnahme der Anstalt zwey Theile in sich fasset, deren erster aus der im Anfang bezahlten Summe bestehet, welche ist $= Mx$, so wollen wir alle Summen, die den andern Theil ausmachen, setzen $= MZ$, so, daß

$$Z = \frac{(a+1)}{(a)} \cdot \frac{(b+1)}{(b)} \cdot \frac{z}{K} + \frac{(a+2)}{(a)} \cdot \frac{(b+2)}{(b)} \cdot \frac{z}{K^2} + \frac{(a+3)}{(a)} \cdot \frac{(b+3)}{(b)} \cdot \frac{z}{K^3} + \frac{(a+4)}{(a)} \cdot \frac{(b+4)}{(b)} \cdot \frac{z}{K^4} + \text{etc.}$$

Auf eben die Art wollen wir vor alle zu leistende Ausgaben setzen $MP$, so, daß

$$P = \frac{(b+1)}{(b)} \cdot \left(1 - \frac{(a+1)}{(a)}\right)\frac{p}{K} + \frac{(b+2)}{(b)} \cdot \left(1 - \frac{(a+2)}{(a)}\right)\frac{p}{K^2} + \frac{(b+3)}{(b)} \cdot \left(1 - \frac{(a+3)}{(a)}\right)\frac{p}{K^3} + \text{etc.}$$

Wenn man nun nach den Regeln der Billigkeit eine vollkommene Gleichheit unter der Einnahme der Casse und der Ausgabe setzet, so werden wir folgende Gleichung aufzulösen haben: $x + Z = P$, woraus man die unbekannten Größen x und z bestimmen kann, wenn man die eine oder die andere nach Belieben, wie man es gut findet, als bekannt annimmt.

§. 12. Um diese Rechnung leichter zu machen, so darf man nur aus der Tabelle, die wir vorhin gegeben haben, oder aus einer andern, welche man schicklicher findet, die beyden folgenden Progreßionen berechnen:

$$\text{I. } B = \frac{(b+1)}{(b)K} + \frac{(b+2)}{(b)K^2} + \frac{(b+3)}{(b)K^3} + \frac{(b+4)}{(b)K^4} + \text{ꝛc.}$$

$$\text{II. } C = \frac{(a+1)}{(a)} \cdot \frac{(b+1)}{(b)K} + \frac{(a+2)}{(a)} \cdot \frac{(b+2)}{(b)K^2} + \frac{(a+3)}{(a)} \cdot \frac{(b+3)}{(b)K^3} + \text{ꝛc.}$$

und wenn man die Werthe dieser beyden Progreßionen B und C vor jeden Fall gefunden hat, so werden wir, weil $Z = Cz$ und $P = (B - C)p$, folgende Gleichung erhalten: $x + Cz = (B - C)p$, woraus man leicht die Werthe x und z bestimmen kann, welche jeder Ehemann in Beziehung auf sein und seiner Frauen Alter wird bezahlen müssen; und auf diese Art wird die Anstalt vollkommen mit den Regeln der strengesten Billigkeit übereinstimmend eingerichtet seyn, so, daß niemand, von welchem Alter oder Stande er auch sey, einige Ursache finden kann sich zu beschweren.

§. 13. Um die Berechnung dieser beyden Progreßionen zu erleichtern, wird es gut seyn, alle Brüche auf einerley Nenner zu bringen, welcher seyn wird $(b)K^n$ vor die Reihe B, und $(a)(b)K^n$ vor die Reihe C; alsdenn wird die Rechnung sehr leicht werden, wenn man bey dem letzten Gliede anfänget, alle Zähler zusammen zu zählen. Also vor die Progreßion B wird man folgende Reihe von Zählern haben, um ihre Summe zu ziehen:

$$(95) + (94)^K + (93)^{K^2} + (92)^{K^3} + (91)^{K^4} + \cdots\cdots + (b+1)K^n,$$

wo man leicht siehet, daß $n = 95 - b - 1$. Wenn man nun die Summe dieser Reihe nennet $= S$, so wird man erlangen:

$$B = \frac{S}{(b)K^{n+1}}, \text{ wo } n + 1 = 95 - b.$$

Auf eben die Art, wenn wir setzen $a = b + d$, so werden die Zähler der Progreßion C, wenn sie von rückwärts geordnet werden, seyn:

$$(95)(95+d) + (94)(94+d)^K + (93)(93+d)^{K^2} + (92)(92+d)^{K^3} + \cdots\cdots (b+1)(b+1+d)K^n,$$

und wenn man die Summe davon annimmt $= T$, so wird man bekommen:

$$C = \frac{T}{(b)(b+d)K^{n+1}}, \text{ wo abermals } n \text{ seyn wird } = 95 - b - 1 = 94 - b.$$

Durch

Durch dieses Mittel wird man leichtlich alle Werthe unserer beyden Progreßionen B und C berechnen können vor alle Alter der Frau b, und gleichermaßen vor alle Alter des Mannes; wofern nur der Unterschied zwischen beyden Altern einerley ist $= d$, und der Zinsfuß, auf welchen die Anstalt ihre Capitalien nutzet, bestimmet wird.

§. 14. Da man die Werthe der Brüche (1), (2), (3) ꝛc. die oben aufgeführet worden, nicht so betrachten kann, als ob sie nach der äussersten Strenge richtig wären; und da übrigens selbst die Natur von dergleichen Fragen keine vollkommene Genauigkeit in der Ausführung leiden kann, so würde es sehr überflüßig seyn, wenn man alle Glieder der Reihe vor alle Jahre zusammen zählen wollte; es wird vielmehr genug seyn, durchgehends 5 Glieder zusammen zu nehmen, indem man voraussetzet, daß ihre Summe 5mal größer sey, als die Zahl ihres mittlern Gliedes. Also anstat der Glieder $(95) + (94)^K (93)^{K^2} + (92)^{K^3} + (91)^{K^4}$ wird man ziemlich genau ansetzen $5 (93)^{K^2}$. Auf eben die Art kann man für die 5 folgenden Glieder setzen $5 (88)^{K^7}$ und also immerfort, bis man ans Ende kommt, und man kann sich eben dieses Mittels bey der andern Progreßion C bedienen, welches die Rechnung sehr beträchtlich abkürzen wird.

§. 15. Ferner scheinet es nicht nöthig, diese Rechnungen vor alle Alter der Frauen von einem Jahre zum andern auszuführen, sondern es wird genug seyn, durch Zwischenräume von 5 Jahren fortzuschreiten, und zu diesem Zweck kann man beständig voraussetzen, daß das Alter der Frau durch eine in 5 theilbare Zahl ausgedruckt sey. Wir wollen also das Alter der Frau b setzen $= 5\beta$, und um die Progreßion B zu finden, wird man zu ihrem Zähler bekommen:

$$S = 5(93)K^2 + 5(88)K^7 + 5(83)K^{12} + \cdots 5(5\beta + 3)K^{n-2},$$

wo $n = 94 - 5\beta$, und hieraus wird man bekommen $B = \frac{S}{(5\beta)K^{n+1}}$, wo $n + 1 = 95 - 5\beta$, Auf eben die Art, wenn man voraussetzt $a = 5\beta + d$, so wird man bekommen:

$$T = 5(93)(93 + d)K^2 + 5(88)(88 + d)K^7 + 5(83)(83 + d)K^{12} \cdots$$
$$\cdots 5(5\beta + 3)(5\beta + 3 + d)K^{n-2},$$

und hieraus wird man den Werth erhalten: $C = \frac{T}{(5\beta)(5\beta + d)K^{n+1}}$.

Nun aber wird es bey der Ausführung dieser Rechnung, vor alle Fälle die statt haben können, auch genug seyn, zu dem Unterschiede zwischen den beyden Altern, welchen wir $= d$ annehmen, nur solche Zahlen anzusetzen, die in 5 theilbar sind, indem man zu Anfange setzet $d = 0$ und hernach $d = 5$, $d = 10$, d = 15 ꝛc. und im Fall die Frau älter ist als der Mann, so wird man eben dieselbe Rechnung machen vor die Fälle d = — 5, d = — 10, d = — 15 ꝛc.

§. 16. Nun wollen wir diese Regeln auf würkliche Fälle anwenden, und wollen zu Anfange voraussetzen, daß die Anstalt ihre Capitalien zu 6 pro cent Zinsen belegen könne, so werden wir bekommen $K = \frac{106}{100}$, und hiedurch log. $K = 0,02530$; daher es nicht schwer seyn wird, folgende Tabelle zu berechnen, die uns den Werth des Buchstaben B zeiget vor alle Alter der Frau von 5 zu 5 Jahren:

| b | $l \cdot 5(b+3)K^{n-2}$ | $5(b+3)K^{n-2}$ | S | B |
|---|---|---|---|---|
| 90 | 8,226703 | 0,01685 | 0,01685 | 1,57430 |
| 85 | 9,052203 | 0,11277 | 0,12962 | 2,31453 |
| 80 | 9,665400 | 0,46281 | 0,59243 | 3,43333 |
| 75 | 0,097655 | 1,25215 | 1,84458 | 4,60116 |
| 70 | 0,417070 | 2,61260 | 4,45718 | 5,93434 |
| 65 | 0,672267 | 4,70183 | 9,15901 | 7,08740 |
| 60 | 0,897928 | 7,90549 | 17,06450 | 8,11372 |
| 55 | 1,099185 | 12,56567 | 29,63017 | 9,03032 |
| 50 | 1,288161 | 19,41605 | 49,04622 | 9,84297 |
| 45 | 1,465844 | 29,23102 | 78,27724 | 10,62377 |
| 40 | 1,630832 | 42,73975 | 121,01699 | 11,36403 |
| 35 | 1,790747 | 61,76564 | 182,78263 | 11,84090 |
| 30 | 1,950989 | 89,32830 | 272,11093 | 12,15794 |
| 25 | 2,114631 | 130,20600 | 402,31693 | 12,33890 |
| 20 | 2,273050 | 187,52094 | 589,83787 | 12,77526 |
| 15 | 2,422778 | 264,71486 | 854,55273 | 13,21976 |

§. 17. Nachdem diese Tabelle verfertiget worden vor den Buchstaben B, so wird es nicht mehr schwer fallen, die vor den Buchstaben C vor alle Alter des Mannes a und der Frau b zu machen; denn wenn man annimmt $a = b + d$, so darf man nur die Zahlen der dritten Colonne der obigen Tabelle unter der Ueberschrift $5(b+3)K^{n-2}$ jede mit $(b + 3 + d)$ multipliciren, oder man kann auch zu dem in der zweyten Colonne aufgeführten Logarithmo den Logarithmum der Zahl $(b + 3 + d)$ hinzu addiren, und hernach kann man alle Werthe zusammenzählen wie vorhin, um die Zahlen, die unter dem Buchstaben T enthalten sind, zu bekommen, wovon eine jede dividiret werden muß durch das Produkt des vorhergehenden Divisors multiplicirt mit $(b + d)$, und auf diese Art wird man den Werth des Buchstaben C bekommen. Wenn dieses beobachtet ist, so darf man nur nach und nach vor die Differenz d ansetzen die Werthe 0, 5, 10, 15, 20, 25, 30,

und

und hernach auch — 5 — 10. Wir wollen hier besondere Tabellen vor jeden dieser Fälle darstellen, und um die Ueberschriften davon abzukürzen, wollen wir setzen: $V = 5(b+3)K^{n-2} \cdot (b+3+d)$ und $W = (b)K^{n+1} \cdot (b+d)$.

§. 18. Es sey also erstlich $d = 0$, oder Mann und Frau seyen von gleichen Alter, so werden wir bekommen $V = 5(b+3)K^{n-2} \cdot (b+3)$ und $W = (b)K^{n+1} \cdot (b)$, woraus wir folgende Tabelle ziehen:

## I. Tabelle

### über die Werthe des Buchstaben C und (B — C)

vor den Fall a = b.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 90 | 0, 00005 | 0, 00005 | 0, 59036 | 0, 98394 |
| 85 | 0, 00169 | 0, 00174 | 0, 97127 | 1, 34326 |
| 80 | 0, 02129 | 0, 02303 | 1, 85370 | 1, 57963 |
| 75 | 0, 11645 | 0, 13948 | 2, 78338 | 1, 81778 |
| 70 | 0, 37882 | 0, 51830 | 3, 94325 | 1, 99109 |
| 65 | 0, 91686 | 1, 43516 | 4, 93578 | 2, 15162 |
| 60 | 1, 93684 | 3, 37200 | 5, 88643 | 2, 22729 |
| 55 | 3, 65661 | 7, 02861 | 6, 71502 | 2, 31530 |
| 50 | 6, 52380 | 13, 55241 | 7, 51325 | 2, 32972 |
| 45 | 11, 04933 | 24, 60174 | 8, 34730 | 2, 27647 |
| 40 | 17, 65153 | 42, 25327 | 9, 18466 | 2, 17937 |
| 35 | 27, 54752 | 69, 80079 | 9, 66070 | 2, 18020 |
| 30 | 43, 05620 | 112, 85699 | 9, 94542 | 2, 21252 |
| 25 | 68, 35816 | 181, 21515 | 10, 06690 | 2, 27200 |
| 20 | 105, 94922 | 287, 16437 | 10, 65010 | 2, 12516 |
| 15 | 157, 77000 | 444, 93437 | 11, 26502 | 1, 95474 |

§. 19. Nun wollen wir annehmen, daß jeder Ehemann 5 Jahre älter sey als seine Frau, so daß $d = 5$, so werden wir erhalten:

$$V = 5(b + 3)K^{n-2} \cdot (b + 8)$$

und $$W = (b)K^{n+1} \cdot (b + 5),$$

woraus wir folgende Tabelle bekommen werden:

## II. Tabelle

### über die Werthe des Buchstaben C und B — C

vor den Fall $a = b + 5$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 85 | 0, 00034 | 0, 00034 | 0, 74161 | 1, 57292 |
| 80 | 0, 00694 | 0, 00728 | 1, 31844 | 2, 11489 |
| 75 | 0, 05760 | 0, 06488 | 2, 24776 | 2, 35340 |
| 70 | 0, 24297 | 0, 30785 | 3, 27900 | 2, 65534 |
| 65 | 0, 68177 | 0, 98962 | 4, 37591 | 2, 71149 |
| 60 | 1, 54157 | 2, 53119 | 5, 36130 | 2, 75242 |
| 55 | 3, 07858 | 5, 60977 | 6, 26254 | 2, 76778 |
| 50 | 5, 65008 | 11, 25985 | 7, 08375 | 2, 75922 |
| 45 | 9, 82162 | 21, 08147 | 7, 90374 | 2, 72003 |
| 40 | 16, 15563 | 37, 13710 | 8, 71834 | 2, 64569 |
| 35 | 25, 50924 | 62, 64634 | 9, 39304 | 2, 44786 |
| 30 | 39, 84045 | 102, 48679 | 9, 78417 | 2, 37377 |
| 25 | 62, 75929 | 165, 24608 | 9, 99457 | 2, 34433 |
| 20 | 98, 44844 | 263, 69452 | 10, 34664 | 2, 42862 |
| 15 | 149, 56380 | 413, 25832 | 10, 94683 | 2, 27293 |

§. 20. Laßt uns nun setzen, daß die Männer 10 Jahre älter seyn als die Frauen, so daß $d = 10$, so werden wir bekommen:

$$V = 5(b + 3)K^{n-2} \cdot (b + 13)$$

und $$W = (b)K^{n+1} \cdot (b + 10),$$

alsdenn werden wir folgende Tabelle herausbringen:

III. Ta-

## III. Tabelle
### über die Werthe der Buchstaben C und B — C
vor den Fall, wenn $a = b + 10$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 80 | 0, 00139 | 0, 00139 | 1, 00694 | 2, 42639 |
| 75 | 0, 01878 | 0, 02017 | 1, 57227 | 3, 02889 |
| 70 | 0, 12018 | 0, 14035 | 2, 59532 | 3, 33902 |
| 65 | 0, 43727 | 0, 57762 | 3, 57577 | 3, 51162 |
| 60 | 1, 14629 | 1, 72391 | 4, 69465 | 3, 41907 |
| 55 | 2, 45030 | 4, 17421 | 5, 65406 | 3, 37626 |
| 50 | 4, 75693 | 8, 93114 | 6, 56546 | 3, 27751 |
| 45 | 8, 50623 | 17, 43737 | 7, 41873 | 3, 20504 |
| 40 | 14, 36056 | 31, 79793 | 8, 24852 | 3, 11551 |
| 35 | 23, 34743 | 55, 14536 | 8, 92982 | 2, 91108 |
| 30 | 36, 89260 | 92, 03796 | 9, 51886 | 2, 63908 |
| 25 | 58, 07200 | 150, 10996 | 9, 83567 | 2, 50323 |
| 20 | 90, 38520 | 240, 49516 | 10, 27390 | 2, 50136 |
| 15 | 138, 97510 | 379, 47026 | 10, 63451 | 2, 58525 |

§. 21. Es sey nun $d = 15$, das ist, der Mann sey 15 Jahre älter als die Frau, so wird $V = 5\,(b+3)K^{n-2} \cdot (b+18)$ und $W = (b)\,K^{n+1} \cdot (b+15)$, woraus wir folgende Tabelle berechnen können:

## IV. Tabelle
### über die Werthe der Buchstaben C und B — C
vor den Fall $a = b + 15$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 75 | 0, 00376 | 0, 00376 | 1, 17238 | 3, 42878 |
| 70 | 0, 03919 | 0, 04295 | 1, 78700 | 4, 14734 |
| 65 | 0, 21628 | 0, 25923 | 2, 78607 | 4, 30133 |
| 60 | 0, 73521 | 0, 99444 | 3, 79137 | 4, 32235 |
| 55 | 1, 82202 | 2, 81646 | 4, 90495 | 4, 12537 |
| 50 | 3, 78614 | 6, 60260 | 5, 88915 | 3, 95382 |
| 45 | 7, 16160 | 13, 76420 | 6, 84268 | 3, 78109 |
| 40 | 12, 43729 | 26, 20149 | 7, 71295 | 3, 65108 |
| 35 | 20, 75324 | 46, 95473 | 8, 40164 | 3, 43926 |
| 30 | 33, 76608 | 80, 72081 | 9, 01628 | 3, 14166 |
| 25 | 53, 77512 | 134, 49593 | 9, 54700 | 2, 79190 |
| 20 | 83, 63437 | 218, 13030 | 10, 09503 | 2, 68023 |
| 15 | 127, 59235 | 345, 72265 | 10, 54870 | 2, 67106 |

§. 22. Laßt uns setzen, daß die Männer 20 Jahre älter seyen als die Frauen, so daß $d = 20$, so werden wir vor diesen Fall bekommen:

$V = 5(b+3)K^{n-2} \cdot (b+23)$ und $W = (b)K^{n+1} \cdot (b+20)$,

woraus wir folgende Tabelle erhalten:

## V. Tabelle über die Werthe der Buchstaben C und B — C vor den Fall $a = b + 20$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 70 | 0, 00784 | 0, 00784 | 1, 30478 | 4, 62956 |
| 65 | 0, 07053 | 0, 07837 | 1, 89513 | 5, 19227 |
| 60 | 0, 36365 | 0, 44202 | 2, 92575 | 5, 18797 |
| 55 | 1, 16861 | 1, 61063 | 3, 92695 | 5, 10337 |
| 50 | 2, 81533 | 4, 42596 | 5, 07564 | 4, 76733 |
| 45 | 5, 70005 | 10, 12601 | 6, 10796 | 4, 51581 |
| 40 | 10, 47124 | 20, 59725 | 7, 08484 | 4, 27919 |
| 35 | 17, 97379 | 38, 57104 | 7, 83184 | 4, 00906 |
| 30 | 30, 01428 | 68, 58532 | 8, 46494 | 3, 69300 |
| 25 | 49, 21790 | 117, 80322 | 9, 03105 | 3, 30785 |
| 20 | 77, 44617 | 195, 24939 | 9, 78910 | 2, 98616 |
| 15 | 118, 06274 | 313, 31213 | 10, 35643 | 2, 86333 |

§. 23. Wir wollen setzen, daß die Männer 25 Jahr älter seyen als die Frauen, so daß $d = 25$, so werden wir vor gegenwärtige Rechnung bekommen:

$V = 5(b+3)K^{n-2} \cdot (b+28)$ und $W = (b)K^{n+1} \cdot (b+25)$,

woraus wir folgende Tabelle verfertigen können:

## VI. Tabelle über die Werthe der Buchstaben C und B — C vor den Fall $a = b + 25$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 65 | 0, 01410 | 0, 01410 | 1, 36385 | 5, 72355 |
| 60 | 0, 11858 | 0, 13268 | 1, 97598 | 6, 13774 |
| 55 | 0, 57802 | 0, 71070 | 3, 00831 | 6, 02201 |
| 50 | 1, 80570 | 2, 51640 | 4, 04009 | 5, 80288 |
| 45 | 4, 23850 | 6, 75490 | 5, 23868 | 5, 38509 |
| 40 | 8, 33426 | 15, 08916 | 6, 29752 | 5, 06651 |
| 35 | 15, 13260 | 30, 22176 | 7, 17050 | 4, 67040 |
| 30 | 25, 96460 | 56, 18636 | 7, 86940 | 4, 28854 |
| 25 | 43, 74920 | 99, 93556 | 8, 46550 | 3, 87340 |
| 20 | 70, 88300 | 170, 81856 | 9, 24937 | 3, 52589 |
| 15 | 109, 32705 | 280, 14561 | 10, 03181 | 3, 18795 |

§. 24.

§. 24. Der Mann sey 30 Jahre älter als seine Frau, oder d sey = 30, so werden wir vor die Rechnung der folgenden Tabelle bekommen:

$$V = 5(b+3)K^{n-2} \cdot (b+33) \quad \text{und} \quad W = (b)K^{n+1} \cdot (b+30),$$

so ist hier die Tabelle:

## VII. Tabelle über die Werthe der Buchstaben C und B — C

vor den Fall a = b + 30.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 60 | 0, 02372 | 0, 02372 | 1, 41303 | 6, 70069 |
| 55 | 0, 18848 | 0, 21220 | 2, 02099 | 7, 00933 |
| 50 | 0, 89314 | 1, 10534 | 3, 08096 | 6, 76201 |
| 45 | 2, 71849 | 3, 82383 | 4, 15173 | 6, 47204 |
| 40 | 6, 19727 | 10, 02110 | 5, 37729 | 5, 98674 |
| 35 | 12, 04430 | 22, 06540 | 6, 35219 | 5, 48871 |
| 30 | 21, 88540 | 43, 95080 | 7, 19292 | 4, 96502 |
| 25 | 37, 89000 | 81, 84080 | 7, 86720 | 4, 47170 |
| 20 | 63, 00700 | 144, 84780 | 8, 66642 | 4, 10884 |
| 15 | 100, 06232 | 244, 91012 | 9, 47166 | 3, 74810 |

§. 25. Wir wollen noch einige Fälle entwickeln, wo die Frauen älter sind als die Männer, und zu Anfange soll d seyn = — 5, oder, a = b — 5, und wir werden vor die folgende Rechnung bekommen:

$$V = 5(b+3)K^{n-2} \cdot (b-2) \quad \text{und} \quad W = (b)K^{n+1}(b-5),$$

woraus folgende Tabelle gemacht wird:

## VIII. Tabelle über die Werthe der Buchstaben C und B — C vor den Fall $a = b - 5$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 90 | 0, 00025 | 0, 00025 | 0, 72974 | 0, 84456 |
| 85 | 0, 00519 | 0, 00544 | 1, 31843 | 0, 99610 |
| 80 | 0, 04304 | 0, 04848 | 2, 24766 | 1, 18567 |
| 75 | 0, 18156 | 0, 23004 | 3, 27895 | 1, 32221 |
| 70 | 0, 50945 | 0, 73949 | 4, 37585 | 1, 55849 |
| 65 | 1, 15195 | 1, 89144 | 5, 36127 | 1, 72613 |
| 60 | 2, 30050 | 4, 19194 | 6, 26254 | 1, 85118 |
| 55 | 4, 22206 | 8, 41400 | 7, 08373 | 1, 94659 |
| 50 | 7, 33930 | 15, 75300 | 7, 90375 | 1, 93922 |
| 45 | 12, 07241 | 27, 82571 | 8, 74182 | 1, 88195 |
| 40 | 19, 06192 | 46, 88763 | 9, 38639 | 1, 97764 |
| 35 | 29, 77107 | 76, 65870 | 9, 79370 | 2, 04720 |
| 30 | 46, 89732 | 123, 55602 | 10, 00063 | 2, 15731 |
| 25 | 73, 56683 | 197, 12285 | 10, 35060 | 1, 98830 |

§. 26. Es sey $d = -10$, so werden wir erhalten:

$$V = 5(b+3)K^{n-2}(b-7) \quad \text{und} \quad W = (b)K^{n+1}(b-10),$$

woraus wir folgende Tabelle ziehen:

## IX. Tabelle über die Werthe der Buchstaben C und B — C. vor den Fall $a = b - 10$.

| b | V | T | C | B — C |
|---|---|---|---|---|
| 90 | 0, 00077 | 0, 00077 | 0, 99894 | 0, 57536 |
| 85 | 0, 01049 | 0, 01126 | 1, 57187 | 0, 74266 |
| 80 | 0, 06711 | 0, 07837 | 2, 59531 | 0, 83802 |
| 75 | 0, 24417 | 0, 32254 | 3, 57579 | 1, 02537 |
| 70 | 0, 64008 | 0, 96262 | 4, 69465 | 1, 23969 |
| 65 | 1, 36823 | 2, 33085 | 5, 65406 | 1, 43334 |
| 60 | 2, 65624 | 4, 98709 | 6, 56546 | 1, 54826 |
| 55 | 4, 74982 | 9, 73691 | 7, 41872 | 1, 61160 |
| 50 | 8, 01884 | 17, 75575 | 8, 24852 | 1, 59445 |
| 45 | 13, 03703 | 30, 79278 | 8, 92982 | 1, 69395 |
| 40 | 20, 60057 | 51, 39335 | 9, 51886 | 1, 84517 |
| 35 | 34, 74608 | 86, 13943 | 10, 10782 | 1, 73308 |
| 30 | 50, 47047 | 136, 60990 | 10, 45131 | 1, 70663 |

§. 27. Nachdem man die Werthe der Buchstaben B und C und ihres Unterschiedes $B - C$ vor alle Alter, sowohl der Männer als der Frauen, gefunden hat, wird es leicht seyn, die oben §. 12. gefundene Gleichung $2 + Cz = (B - C)p$ aufzulösen, wenn man die eine oder die andere von beyden Größen x oder z nach Belieben vornimmt. Nun aber wird es vor die Ausübung gut seyn, zwey Fälle festzusetzen: den einen, wo der Mann bey dem Anfange den ganzen Werth vor die Pension p bezahlt, die er seiner Frau nach seinem Tode verschaffen will, und auf diesen Fall, weil $z = 0$, wird man sogleich bekommen $x = (B - C)p$, oder x bedeutet die Summe, die man zu Anfange bezahlen muß; der andere Fall wird statt haben, wenn man setzet $x = z$, wo z die Zahlung bedeutet, die der Mann Lebenslang leisten muß, damit seine Frau nach seinem Tode eine jährliche Pension $= p$ während ihres Lebens erhalten könne. In diesem Fall also wird man erhalten $z = \left(\frac{B - C}{1 + C}\right)p$. Vor diese beyden Fälle haben wir die beyden folgenden Tabellen berechnet, wobey wir die jährliche Pension der Witwe auf 100 Rubel setzen, woraus es leicht seyn wird, die Preise vor jede andere entweder größere oder kleinere Pension zu bestimmen.

# I. Tabelle

über die Preise, welche jeder Ehemann bey dem Anfang auf einmal bezahlen muß, sowohl in Ansehung seines, als seiner Frauen Alters, um ihr eine Pension von 100 Rubel zu versichern.

| Alter der Frau. | Höheres Alter des Mannes über das von der Frau. | | | | | | | Höheres Alter der Frau über das von dem Manne. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 5 | 10 |
| Jahre | Rub. Copek. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. |
| 90 | 98. 39 | | | | | | | 84. 46 | 57. 54 |
| 85 | 134. 33 | 157. 29 | | | | | | 99. 61 | 74. 27 |
| 80 | 157. 96 | 211. 49 | 242. 64 | | | | | 118. 57 | 83. 80 |
| 75 | 181. 78 | 235. 34 | 302. 89 | 342. 88 | | | | 132. 22 | 102. 54 |
| 70 | 199. 11 | 265. 53 | 333. 90 | 414. 73 | 462. 96 | | | 155. 85 | 123. 97 |
| 65 | 215. 15 | 271. 15 | 351. 16 | 430. 13 | 519. 23 | 572. 35 | | 172. 61 | 143. 33 |
| 60 | 222. 73 | 275. 25 | 341. 90 | 432. 23 | 518. 80 | 613. 77 | 670. 7 | 185. 12 | 154. 83 |
| 55 | 231. 53 | 276. 78 | 337. 63 | 412. 54 | 510. 34 | 602. 20 | 700 93 | 194. 66 | 161. 16 |
| 50 | 232. 97 | 275. 92 | 327. 75 | 395. 38 | 476. 73 | 580. 29 | 676. 20 | 193. 92 | 159. 44 |
| 45 | 227. 65 | 272. 0 | 320. 50 | 378. 11 | 451. 58 | 538. 54 | 647. 20 | 188. 19 | 169. 39 |
| 40 | 217. 94 | 264. 57 | 311. 55 | 365. 11 | 427. 92 | 506. 65 | 598. 67 | 197. 76 | 184. 52 |
| 35 | 218. 2 | 244. 79 | 291. 11 | 343. 93 | 400. 91 | 467. 4 | 548. 87 | 204. 72 | 173. 31 |
| 30 | 221. 25 | 237. 38 | 263. 91 | 314. 17 | 369. 30 | 428. 85 | 496. 50 | 215. 73 | 170. 66 |
| 25 | 227. 20 | 234. 43 | 250. 32 | 279. 19 | 330. 78 | 387. 34 | 447. 17 | 198. 83 | |
| 20 | 212. 52 | 242. 86 | 250. 14 | 268. 2 | 298. 62 | 352. 59 | 410. 88 | | |
| 15 | 195. 47 | 227. 29 | 258. 52 | 267. 11 | 286. 33 | 318. 70 | 374. 81 | | |

# II. Tabelle

über die Preise, welche jeder Ehemann während seines und seiner Frauen Lebens jährlich bezahlen muß, um seiner Frau nach seinem Tode eine Pension von 100 Rubel zu versichern.

| Jahre der Frau. | Höheres Alter des Mannes über das von der Frau. | | | | | | | Höheres Alter der Frau über das von dem Manne. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 5 | 10 |
| | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. |
| 90 | 61. 87 | | | | | | | 48. 83 | 28. 78 |
| 85 | 68. 14 | 90. 31 | | | | | | 42. 96 | 28. 88 |
| 80 | 55. 35 | 91. 22 | 120. 90 | | | | | 36. 51 | 23. 31 |
| 75 | 48. 5 | 72. 46 | 117. 75 | 157. 83 | | | | 30. 90 | 22. 41 |
| 70 | 40. 28 | 62. 5 | 92. 87 | 148. 81 | 200. 87 | | | 28. 99 | 21. 77 |
| 65 | 36. 25 | 50. 44 | 76. 74 | 113. 61 | 179. 34 | 242. 13 | | 27. 13 | 21. 54 |
| 60 | 32. 34 | 43. 27 | 60. 4 | 90. 21 | 132. 15 | 206. 24 | 277. 69 | 25. 49 | 20. 46 |
| 55 | 30. 1 | 38. 11 | 50. 74 | 69. 86 | 103. 58 | 150. 24 | 272. 2 | 24. 8 | 19. 14 |
| 50 | 27. 37 | 34. 13 | 43. 32 | 57. 39 | 78. 47 | 115. 13 | 165. 70 | 21. 78 | 17. 24 |
| 45 | 24. 35 | 30. 55 | 38. 7 | 48. 21 | 63. 53 | 86. 32 | 125. 63 | 19. 32 | 17. 6 |
| 40 | 21. 40 | 27. 22 | 33. 69 | 41. 90 | 52. 93 | 69. 43 | 93. 88 | 19. 4 | 17. 54 |
| 35 | 20. 45 | 23. 55 | 29. 32 | 36. 58 | 45. 39 | 57. 16 | 74. 65 | 18. 97 | 15. 60 |
| 30 | 19. 94 | 21. 73 | 24. 80 | 31. 6 | 38. 70 | 48. 1 | 60. 23 | 19. 34 | 14. 64 |
| 25 | 20. 25 | 21. 32 | 22. 82 | 26. 18 | 32. 67 | 40. 60 | 50. 8 | 17. 25 | |
| 20 | 18. 24 | 21. 40 | 22. 19 | 24. 16 | 27. 68 | 34. 40 | 42. 51 | | |
| 15 | 15. 94 | 19. 3 | 22. 22 | 23. 13 | 25. 50 | 28. 90 | 35. 79 | | |

§. 28. Hier ist also eine zweyfache Bestimmung des Preises, den jeder Ehemann bezahlen muß, um seiner Witwe eine Pension von 100 Rubel zu verschaffen; die erste Tabelle enthält den Werth von x, oder die zu Anfange zu bezahlende Summe, und die zweyte den Werth von z, oder das, was der Mann alle Jahre in die Casse liefern muß, so lange als er mit seiner Frau leben wird. Hieraus begreift man leichtlich, daß man die zu leistende Zahlung auf unzählig viele verschiedene Arten verändern kann, um sich einer solchen Pension von 100 Rubel zu versichern. Also wenn der Mann bey dem Anfange bezahlen will die Summe $\frac{1}{2}x$, welche der Werth einer Pension von 50 Rubeln ist, so muß außer diesem noch alle Jahre bezahlet werden $\frac{1}{2}z$, als der gleiche Werth der andern Hälfte von 50 Rubel, und überhaupt, wenn er will bey dem Anfange bezahlen die Summe $= nx$, wo das n einen jeden Bruch bedeutet, so wird er verbunden seyn, ausserdem noch alle Jahre die Summe von $(1 - n)z$ zu bezahlen, und es kann der Anstalt gleich gelten, einen jeden Ehemann wählen zu lassen, welchen Werth er dem Bruch n geben will.

§. 29. Um ein Beyspiel davon zu geben, so wollen wir das Alter des Mannes von 40 Jahren und der Frau auf 30 Jahr annehmen, so giebt die erste Tabelle die Zahlung, die auf einmal zu leisten ist, = 263 R. 91 C. und die zweyte Tabelle giebt die alle Jahre zu leistende Zahlung = 24 R. 80 C. Also kann er überhaupt seiner Witwe die Pension von 100 Rubel verschaffen, wenn er sogleich die Summe von $n(263^{R.}\ 91^{C.})$, und ausserdem noch alle Jahre die Summe von $(1 - n)\,24^{R.}\ 80^{C.}$ bezahlt. Also wenn er nimmt $n = \frac{1}{2}$, so wird er zu Anfange bezahlen müssen die Summe $131^{R.}\ 95^{C.}$, und hernach noch alle Jahre $12^{R.}\ 40^{C.}$ Es ist auch nichts im Wege, daß man nicht sollte n größer als die Einheit annehmen, zum Beyspiel $n = 2$, so daß man gleich zu Anfange bezahlen kann die Summe von $527^{R.}\ 82^{C.}$, und daß hernach, anstatt noch etwas beyzutragen, die Anstalt alle Jahre zurückzahle $24^{R.}\ 80^{C.}$ selbst von dem ersten Jahre anzufangen; aber diese Zahlung kann nur so lange dauren, als der Mann und seine Frau am Leben sind, weil mit dem Tode der Frau alles erloschen ist, da indessen nach dem Tode des Mannes die Witwe zu dem Genuß der Pension von 100 Rubel gelanget.

§. 30. Nun kann man nach dem Tode des Mannes auch der Witwe die Freyheit bewilligen, anstatt ihrer Pension einen gleichgeltenden Werth in baarem Gelde zu nehmen, welches leichtlich zu bestimmen seyn wird, weil es nur von dem einzigen Alter der Frau abhanget, und selbst der Werth des Buchstaben B, der in der Tabelle §. 16. vorgestellet worden, zeiget uns diesen gleichgeltenden Werth, wenn man B mit 100 multipliciret. In dieser Absicht wollen wir noch folgende Tabelle hinzufügen:

# Tabelle

über den gleichgeltenden Werth, den jede Witwe in Ansehung ihres Alters auf einmal verlangen kann, anstatt der Pension von 100 Rubel, welche sie berechtiget ist alle Jahre zu genießen.

| Alter der Witwe. | Gleichgeltender Werth ihrer Pension. | |
|---|---|---|
| 90 | 157 R. | 43 C. |
| 85 | 231 | 45 |
| 80 | 343 | 33 |
| 75 | 460 | 12 |
| 70 | 593 | 43 |
| 65 | 708 | 74 |
| 60 | 811 | 37 |
| 55 | 903 | 3 |
| 50 | 984 | 30 |
| 45 | 1062 | 38 |
| 40 | 1136 | 40 |
| 35 | 1184 | 9 |
| 30 | 1215 | 79 |
| 25 | 1233 | 89 |
| 20 | 1277 | 53 |
| 15 | 1321 | 98 |

§. 31. Diese letztere Tabelle kann auch dienen, die Leibrenten festzustellen, welche die Anstalt einer jeden Person bewilligen kann, die ein gewisses Capital hineinliefern wollte, indem dieser Werth einzig von dem Alter der Person abhanget. Denn wenn man das Alter dieser Person $= b$ annimt, mit welcher Zahl der Buchstaben B übereinkommt, weil $Bp$ der gegenwärtige Werth einer jährlichen Pension $= p$ ist, so sey C das Capital, welches diese Person sogleich an die Casse bezahlet, alsdenn wird man die Pension oder Leibrente finden durch die Proportion $Bp : p = C : \frac{C}{B}$. Folglich wenn man dieses Capital C zu 100 Rubel annimmt, so wird die Formel $\frac{100}{B}$ die Leibrente ausdrücken, indem sie anzeiget, auf wie viel vors Hundert diese Rente steigen wird. Zu diesem Zweck wollen wir hier annoch folgende Tabelle beyfügen:

## Tabelle

über die Leibrenten, welche die Anstalt an Personen von jedem gegebenen Alter bewilligen kann vor ein Capital von 100 Rubel, das sogleich an die Casse bezahlet wird.

| Alter der Person. | Leibrente vor dies Capital. | |
|---|---|---|
| 90 | 63 R. | 52 C. |
| 85 | 43 | 20 |
| 80 | 29 | 13 |
| 75 | 21 | 73 |
| 70 | 16 | 85 |
| 65 | 14 | 11 |
| 60 | 12 | 32 |
| 55 | 11 | 7 |
| 50 | 10 | 16 |
| 45 | 9 | 41 |
| 40 | 8 | 0 |
| 35 | 8 | 44 |
| 30 | 8 | 22 |
| 25 | 8 | 10 |
| 20 | 7 | 83 |
| 15 | 7 | 56 |

§. 32. Da alle diese Tabellen auf eine vollkommene Gleichheit zwischen der Einnahme und Ausgabe berechnet sind, ohne auf die Kosten gesehen zu haben, welche die Verwaltung einer solchen Anstalt erfordert, so begreift man leichtlich, daß man in diesem Betracht entweder die Einnahme um einige Procent vermehren, oder die Ausgabe um so viel vermindern müsse, nach der Größe der Kosten, die nöthig seyn werden. Dieses ist es also, worauf man sich einzurichten hat bey jedem Fall, entweder die Einnahme zu erhöhen, oder die Ausgabe zu erniedrigen; welches um so vielmehr nöthig seyn wird, weil alle diese Rechnungen nur auf die Regeln der Wahrscheinlichkeit gebauet sind, so, daß es sehr möglich

lich seyn könnte, daß die Anstalt am Ende ziemlich wichtig gewönne oder auch verlöhre. Man muß also zu diesem Mittel seine Zuflucht nehmen, sowohl um die Kosten der Verwaltung zu bestreiten, als auch allen ausserordentlichen Zufällen zuvor zu kommen, die nicht berechnet werden können.

§. 33. Ob gleich die beyden Generaltabellen, welche die Preise einer jeden Pension von 100 Rubel darlegen, sowohl wenn man sie sogleich auf einmal, als nach und nach jährlich, während dem Zusammenleben des Mannes und der Frau bezahlt, auf eine solche Art eingerichtet sind, daß man daraus leicht die Anwendung auf alle vorgelegte Fälle machen kann; so wird es doch gut seyn, sie unter einer etwas verschiedenen Gestalt vorzustellen, um sich nach dem angenommenen Gebrauch in dergleichen Fällen zu richten, indem man bey den niedrigen Altern anfänget, und das würkliche Alter des Mannes, anstatt seines Unterschiedes über das Alter der Frau, ausdrücket. Auf diese Art werden unsere Tabellen auf die hier beygefügte Form gebracht seyn:



I. Tabelle

I. Ta-
über die Preise, welche jeder Ehemann auf einmal bey dem
ner Frauen Alter, um dieser eine Pension von 100

| Alter der Frau. | Alter | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jahre. | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. |
| 15 | 227. 29 | 258. 52 | 267. 11 | 286. 33 | 318. 79 | 374. 81 | |
| 20 | 212. 52 | 242. 86 | 250. 14 | 268. 2 | 298. 62 | 352. 59 | 410. 88 |
| 25 | 198. 83 | 227. 20 | 234. 43 | 250. 32 | 279. 19 | 330. 78 | 387. 34 |
| 30 | 170. 66 | 215. 73 | 221. 25 | 237. 38 | 263. 91 | 314. 17 | 369. 30 |
| 35 | | 173. 31 | 204. 72 | 218. 2 | 244. 79 | 291. 11 | 343. 93 |
| 40 | | | 184. 52 | 197. 76 | 217. 94 | 264. 57 | 311. 55 |
| 45 | | | | 169. 39 | 188. 19 | 227. 65 | 272. 0 |
| 50 | | | | | 159. 44 | 193. 92 | 232. 97 |
| 55 | | | | | | 161. 16 | 194. 66 |
| 60 | | | | | | | 154. 83 |
| 65 | | | | | | | |
| 70 | | | | | | | |
| 75 | | | | | | | |
| 80 | | | | | | | |
| 85 | | | | | | | |
| 90 | | | | | | | |

belle

Anfange bezahlen muß, sowohl in Rücksicht auf sein als sei-
Rubel zu versichern.

des Mannes.

| 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| 447. 17 | | | | | | | |
| 428. 85 | 496. 50 | | | | | | |
| 400. 91 | 467. 4 | 548. 87 | | | | | |
| 365. 11 | 427. 92 | 506. 65 | 598. 67 | | | | |
| 320. 50 | 378. 11 | 451. 58 | 538. 51 | 647. 20 | | | |
| 275. 92 | 327. 75 | 395. 38 | 476. 73 | 580. 29 | 676. 20 | | |
| 231. 53 | 276. 78 | 337. 63 | 412. 54 | 510. 34 | 602. 20 | 700. 93 | |
| 185. 12 | 222. 73 | 275. 24 | 341. 90 | 432. 23 | 518. 80 | 613. 77 | 670. 7 |
| 143. 33 | 172. 61 | 215. 16 | 271. 15 | 351. 16 | 430. 13 | 519. 23 | 572. 35 |
| | 123. 97 | 155. 85 | 199. 11 | 265. 53 | 333. 90 | 414. 73 | 462. 96 |
| | | 102. 54 | 132. 22 | 181. 78 | 235. 34 | 302. 89 | 342. 88 |
| | | | 83. 80 | 118. 57 | 157. 96 | 211. 49 | 242. 64 |
| | | | | 74. 27 | 99. 61 | 134. 33 | 157. 29 |
| | | | | | 57. 54 | 84. 46 | 98. 39 |

II. Ta=

über die Preise, welche jeder Ehemann jährlich während sei=
nach seinem Tode eine jährliche Pension von 100 Ru=

| Alter der Frau. | Alter | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Jahre. | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
| | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. |
| 15 | 19. 3 | 22. 22 | 23. 13 | 25. 50 | 28. 90 | 35. 79 | |
| 20 | 18. 24 | 21. 40 | 22. 19 | 24. 16 | 27. 68 | 34. 40 | 42. 51 |
| 25 | 17. 25 | 20. 25 | 21. 32 | 22. 82 | 26. 18 | 32. 67 | 40. 60 |
| 30 | 14. 64 | 19. 34 | 19. 94 | 21. 73 | 24. 80 | 31. 6 | 38. 70 |
| 35 | | 15. 60 | 18. 97 | 20. 45 | 23. 55 | 29. 32 | 36. 58 |
| 40 | | | 17. 54 | 19. 4 | 21. 40 | 27. 22 | 33. 69 |
| 45 | | | | 17. 6 | 19. 32 | 24. 35 | 30. 55 |
| 50 | | | | | 17. 24 | 21. 78 | 27. 37 |
| 55 | | | | | | 19. 14 | 24. 8 |
| 60 | | | | | | | 20. 46 |
| 65 | | | | | | | |
| 70 | | | | | | | |
| 75 | | | | | | | |
| 80 | | | | | | | |
| 85 | | | | | | | |
| 90 | | | | | | | |

## belle

### nes und seiner Frauen Leben bezahlen muß, um derselben
### bel zu verschaffen.

des Mannes.

| 55 | 60 | 65 | 70 | 75 | 80 | 85 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. | R. C. |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| 50. 8 | | | | | | | |
| 48. 1 | 60. 23 | | | | | | |
| 45. 39 | 57. 16 | 74. 65 | | | | | |
| 41. 90 | 52. 93 | 69. 43 | 93. 88 | | | | |
| 38. 7 | 48. 21 | 63. 53 | 86. 32 | 125. 63 | | | |
| 34. 13 | 43. 32 | 57. 39 | 78. 47 | 115. 13 | 165. 70 | | |
| 30. 1 | 38. 11 | 50. 74 | 69. 86 | 103. 58 | 150. 24 | 232. 2 | |
| 25. 49 | 32. 34 | 43. 27 | 60. 4 | 90. 21 | 132. 15 | 206. 24 | 277. 69 |
| 21. 54 | 27. 13 | 36. 25 | 50. 44 | 76. 74 | 113. 61 | 179. 34 | 242. 13 |
| | 21. 77 | 28. 99 | 40. 28 | 62. 5 | 92. 87 | 148. 81 | 200. 87 |
| | | 22. 41 | 30. 90 | 48. 5 | 72. 46 | 117. 75 | 157. 83 |
| | | | 23. 31 | 36. 51 | 55. 35 | 91. 22 | 120. 90 |
| | | | | 28. 88 | 42. 96 | 68. 14 | 90. 31 |
| | | | | | 28. 78 | 48. 83 | 61. 87 |

§. 34. Wenn man diese beyden Tabellen betrachtet, so siehet man sogleich, daß die in jeder Horizontallinie verzeichneten Zahlen, wachsend fortgehen, und wenn wir die letzte Verticalcolonne vor das Alter des Mannes 95 Jahr hinzugefüget hätten, welches wir als die letzte Gränze des menschlichen Lebens betrachten, so müßte sie den ganzen Preiß der Pension einer Witwe enthalten, die ihrem Alter gebühret, welchen wir oben in der Tabelle §. 30. aufgeführet haben. Also, wenn die Frau 30 Jahr und der Mann 95 Jahr alt wäre, so würde er bezahlen müssen $1215^{R.}$ $79^{C.}$, und wenn die Frau 60 Jahre und der Mann 95 Jahre alt wäre, so müßte er bezahlen $811^{R.}$ $37^{C.}$, und eben diese Zahlen würden auch die

Werthe

Werthe von z in der zweyten Tabelle seyn. Denn weil wir den Mann von 95 Jahren als sterbend ansehen, so wird der Werth von z mit dem von x gleich werden.

§. 35. Hernach siehet man auch, daß die Verticalcolonnen herunterwärts abnehmende Zahlen enthalten, und wenn wir noch ein horizontales Feld vor das Alter der Frau 95 Jahre hinzugefüget hätten, so würde der Preiß der Pension auf nichts gebracht seyn sowohl vor das x als vor z, weil wir eine Frau von 95 Jahren als auf dem Punkt zu sterben betrachten. Aber weil eine solche Frau, die 95 Jahre erreichet hat, noch einige Jahre leben könnte, so würde die Anstalt ohne Zweifel zu viel wagen, wenn sie einer solchen Frau eine Pension bewilligen wollte; aus dieser Ursache ist es nöthig, die gar zu alten Personen von einer solchen Anstalt auszuschließen, oder man hätte den letzten Termin des menschlichen Lebens weiter ausdehnen müssen, welches vor die nicht so hohen Alter fast gar keine Veränderung würde verursachet haben.

§. 36. Endlich ist es klar, daß bey allen diesen Bestimmungen, das Band der Ehe zwischen den beyden Personen, wovon die Rede ist, gar in keine Betrachtung kommt; und diese beyden Tabellen können ebenfalls dienen, wenn zum Beyspiel ein Vater einem von seinen Kindern oder jeder andern Person nach seinem Tode eine Leibrente von 100 Rubel versichern wollte, und in diesem Fall darf man nur das Alter des Vaters in der Rubrik der Männer, und das Alter des Kindes oder einer andern Person in der von den Frauen aufsuchen, und mit Hülfe dieser Tabellen kann man selbst folgende allgemeine Aufgabe auflösen:

## Allgemeine Aufgabe.

Wenn es darauf ankommt, einer Person B, deren Alter b Jahre ist, eine Leibrente von 100 Rubel jährlich zu verschaffen, die aber erst nach dem Tode einer andern Person A anfangen soll, deren Alter a Jahre ist, so fragt man: zu welchem Preise anjetzo die Hofnung besagter Person B, um zu dieser Pension zu gelangen, müsse angeschlagen werden?

Hier ist es sogleich klar, daß man nur das Alter der Person A unter dem von den Männern, und das Alter der Person B unter dem von den Frauen suchen müsse, so werden unsere Tabellen den gesuchten Preis anzeigen, und zwar auf eine doppelte Art, weil die erste den Werth dieses Preises vor die gegenwärtige Zeit angiebt, und die zweyte anzeiget, wie viel man alle Jahre bezahlen müsse während des Lebens der Person A, vorausgesetzt, daß die Person B noch im Leben sey.

Ueber

# Ueber die Errichtung einer Todtencasse.

## §. 1.

Man spricht seit einiger Zeit viel von einer solchen Anstalt, welche aus 550 Mitgliedern bestehen soll, von denen sich ein jeder verpflichtet, allemal, wenn jemand von ihnen gestorben seyn wird, 2 Rubel in die Casse zu bezahlen, um den Erben des Verstorbenen die Summe von 1000 Rubel zu bezahlen, da indessen der Rest angewandt werden soll, sowohl zur Unterhaltung einer Kirche, als zu den nothwendigen Kosten, welche eine solche Anstalt erfordert.

Hieraus ist es alsobald klar, daß diejenigen, die bald sterben möchten, einen sehr wichtigen Vortheil genießen werden, ohne daß sie etwas an die Gesellschaft beygetragen haben, und weil jede ledige Stelle sogleich wieder durch ein neues Mitglied besetzt werden soll, damit die Zahl aller wirklichen Mitglieder beständig 550 bleibe, so wird die Zahl derer, die eine so wichtige Wohlthat genießen, je länger je mehr wachsen; woraus man leicht begreift, daß endlich diese Beysteuer denen, die die andern überleben, sehr zur Last fallen müsse. Aber da es hier auf ein gleichsam gutes Werk ankommt, so darf man auch nicht so genau auf die Regeln einer völligen Billigkeit sehen.

§. 2. Damit man aber alle Folgen besser begreifen möge, welche eine solche Gesellschaft mit der Zeit nothwendig nach sich ziehen muß, so bemerke ich anfänglich, daß eine solche Gesellschaft nur Statt haben kann unter Personen, die beynahe gleichen Alters sind, weil junge Leute wohl niemals sich in eine solche Gesellschaft mit alten werden einlassen wollen. Gesetzt also, daß die Gesellschaft jetzo aus 550 Gliedern von 30 Jahren zusammengesetzt sey, so wollen wir nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit sehen, was vor eine Erscheinung aus dieser Verbindung herauskommen müsse, wenn man derselben von 10 Jahren zu 10 Jahren nachfolget. Also zu Anfange kann man rechnen, daß während dem ersten Zeitlauf von 10 Jahren 81 von ihnen sterben werden, deren Stellen ersetzt seyn werden durch Personen von eben dem Alter, und folglich wird ein jeder der ersten Mitglieder, die noch im Leben sind, schon in die Casse bezahlt haben wenigstens 162 Rubel, weil auch von den neu aufgenommenen Gliedern einige wahrscheinlich werden gestorben seyn.

§. 3. Nun laßt uns jetzo den Zustand dieser Einrichtung nach 10 Jahren betrachten, wo sie wird zusammengesetzt seyn aus 550 Gliedern, alle zu 40 Jahren alt, unter welchen sich noch 469 von den ersten finden werden, und während einer Zeit von 10 Jahren, die seit diesem Termin verflossen sind, wird die Zahl der Todten wahrscheinlich auf 89 gestiegen seyn, welche wieder durch neue Mitglieder von dem nemlichen Alter werden ersetzet seyn; folglich wird ein jeder der Ueberlebenden genöthiget seyn, während dieser Zeit zu bezahlen 178 Rubel. Nun wird von den erstern Gliedern am Ende von 20 Jahren noch am Leben seyn die Zahl von 393, deren jeder schon an die Casse wird bezahlt haben wenigstens 340 Rubel.

§. 4. Nach diesen 20 Jahren wird die Gesellschaft bestehen aus 550 Personen, alle ohngefähr 50 Jahr alt, und wenn man jetzo von diesem Termin durch einen neuen Zeitraum von 10 Jahren fortspringet, so werden von ihnen während dieser Zeit, nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit, sterben 135, so, daß ein jeder der andern wird genöthiget gewesen seyn, während diesen 10 Jahren die Summe von 270 Rubel zu bezahlen. Nun wird von den ersten Gliedern annoch im Leben seyn die Zahl 296, deren jeder schon wird in die Casse beygetragen haben die Summe von 610 Rubel aufs wenigste, weil die Zahl derer, die von den neu aufgenommenen gestorben seyn werden, auch sehr beträchtlich seyn kann.

§. 5. Unsere Gesellschaft von 550 Männern soll nun gegenwärtig aus sechzigjährigen bestehen, von welchen in den Lauf von 10 folgenden Jahren gestorben seyn wird die Zahl 198, welches den Ueberlebenden die Summe von 396 Rubel kosten wird. Nun werden unter diesen Beytragenden annoch von den anfänglichen Mitgliedern vorhanden seyn 190 Personen, von denen ein jeder seit seinem Eintritt in die Casse bezahlet haben wird die Summe von 1006 Rubel.

§. 6. Weil nun seit dem Alter von 60 bis zu 70 Jahren 198 Personen gestorben sind, so ist es klar, daß die Wiederbesetzung dieser Todten immer schwerer werden wird, und es ist gar wenig wahrscheinlich, daß man eben so viel neue Glieder von diesem Alter finden wird, die in diese Gesellschaft treten wollten, ob sie gleich darinn eben dieselben Rechte genießen mit denen, die schon über 1000 Rubel beygetragen haben, und man siehet wohl, daß eine hinlängliche Zahl von solchen Alten am Ende nothwendig fehlen müsse. Wenn aber dieses sich zuträgt, so können die würklichen Mitglieder nicht mehr hoffen, nach ihrem Tode die festgesetzte Summe von 1000 Rubel zu erhalten, ob sie gleich so treulich die Bedingungen der Gesellschaft erfüllet und vielleicht das gedoppelte dieser Summe ausgebeutelt haben, welches sehr ungerecht ist.

§. 7. Um dieses Uebel desto merklicher vorzustellen, wollen wir noch einen Zwischenraum von 10 Jahren, von 70 zu 80 Jahren durchlaufen, während welchen die Zahl der Todten wahrscheinlich 324 seyn wird, so, daß ein jeder der andern wird genöthiget seyn, binnen dieser Zeit 648 Rubel zu bezahlen, ohne fast die geringste Wiederbezahlung nach seinem eigenen Tode hoffen zu können, weil es unmöglich seyn wird, so viel neue Rekruten zu kriegen, und unter diesen muß man hauptsächlich die 78 Personen beklagen, die seit dem Anfange der Gesellschaft annoch im Leben seyn werden, und welche würklich jeder 1654 Rubel bezahlet haben.

§. 8. Indessen ist es unsere Meynung nicht, jemand von denen, die in diese Gesellschaft treten wollen, von seinem löblichen Vorhaben abzuwenden, weil es auf das gemeine Beste und hauptsächlich auf den Vortheil einer Kirche ankommt, und wir haben alle diese widrigen Umstände nur deswegen vorgestellet, damit wir einen neuen Plan einer solchen Einrichtung machen könnten, der auf die festesten Grundsätze der Wahrscheinlichkeit gebauet wäre, so, daß niemand Ursache haben könnte, sich zu beschweren, daß er zu viel oder zu wenig zum Besten der Gesellschaft beytrüge, weil ein jeder entweder sogleich oder nach und nach genau so viel bezahlen wird, als der Nutzen, den er nach seinem Tode zu hoffen haben soll, nach den Regeln der strengsten Billigkeit, kann in Anschlag gebracht werden.

§. 9. Zu Anfange ist zu bemerken, daß es nicht nöthig ist, eine solche Gesellschaft auf eine gewisse Anzahl von Personen einzuschränken, ob es gleich in der That nöthig ist, daß ihre Zahl beträchtlich genug sey, damit die aus den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeit hergenommenen Bestimmungen, sich desto genauer der Wahrheit nähern. Hernach ist es ebenfalls unnöthig, daß das Einkommen, welches ein jeder nach seinem Tode wünschet, auf eine gewisse Summe, als 1000 Rubel, festgesetzet sey; sondern man kann einem jeden die Freyheit lassen, eine größere oder kleinere Summe zu erwählen, wofern nur die Summe, die er entweder sogleich oder nach und nach bezahlen soll, eine gerechte Beziehung auf das Einkommen hat, das er erwerben will. Endlich ist es eben so wenig nothwendig, daß alle Glieder ohngefähr von gleichem Alter seyen, sondern man kann Personen zulassen von welchem Alter sie auch seyen, weil es hier nur darauf ankommt, den richtigen Preis genau zu bestimmen, den jede Person, von welchem Alter sie auch sey, verbunden seyn wird in die Casse zu bezahlen, in Rücksicht auf das Einkommen, worauf sie zielet; woraus es alsobald klar ist, daß Personen von einem niedrigen Alter weit weniger bezahlen werden als die Alten.

§. 10. Nach diesen Bemerkungen kömmt gegenwärtig alles auf die Auflösung dieser Aufgabe an: **Wenn das Alter einer Person gegeben ist, welches sey $= a$ Jahre, desgleichen auch die Summe, welche die Casse** nach seinem Tode bezahlen soll, welche wir beständig auf 100 Rubel setzen wollen, den Preiß zu bestimmen, den sie wird bezahlen müssen entweder auf einmal bey dem Antritt, oder nach und nach, vermöge der Regeln der strengsten Billigkeit.

§. 11. Zu Anfange muß man voraussetzen, daß eine solche Anstalt im Stande sey, die Summen auf Zinsen zu setzen, die ihr in die Casse werden geliefert werden, welche wir hier auf 6 pro cent setzen wollen. Diese Voraussetzung ist durchaus nöthig, um die Preise zu vermindern, die ein jeder wird genöthiget seyn in jedem Falle zu bezahlen, und welche ohne diese Bedingung gar zu beträchtlich werden würden, als daß eine solche Anstalt dem Publikum gefallen könnte. Also wird jede Summe von 100 Rubel, die in die Casse geliefert ist, während einem Jahre vermehret seyn auf 106 Rubel. Nun wollen wir zur Bequemlichkeit der Rechnung setzen $\frac{106}{100} = \lambda$, woraus denn folget, daß eine jede Summe S nach n Jahren werden wird $= \lambda^n S$. Aber auch umgekehrt, eine Summe $= S$, die die Anstalt nach n Jahren bezahlen soll, würde gegenwärtig nur den Werth haben von $\frac{S}{\lambda^n}$.

§. 12. Weil das Alter der Person, wovon die Rede ist, auf a Jahre gesetzt worden, so wollen wir, um desto sicherer den Preiß zu bestimmen, den sie wird bezahlen müssen, voraussetzen, daß sich zu gleicher Zeit eine große Menge Personen von gleichem Alter anfinde, welche wir durch den Buchstaben N bezeichnen wollen; und da wir Gebrauch machen von den schon angewandten Zeichen bey den Untersuchungen über die Anstalt einer Witwencasse, so wird die Anzahl derer, die annoch nach einem Jahre leben werden seyn $= \frac{(a+1)}{(a)}N$, nach 2 Jahren $= \frac{(a+2)}{(a)}N$, und überhaupt nach n Jahren $\frac{(a+n)}{(a)}N$. Nun kann man nur wegen des Zahlenwerths dieser Zeichen die Tabelle zu Rathe ziehen, die in §. 5. der bemeldeten Untersuchungen aufgeführet worden.

§. 13. Weil wir so eben von einer zweyfachen Bezahlung geredet haben, welche entweder sogleich bey dem Anfang oder nach und nach alle Jahre geschehen soll, so wollen wir, um unsere Rechnung auf beydes einzurichten, voraussetzen, daß die vorgestellte Person sogleich in die Casse bezahle die Summe $= x$, und hernach noch alle Jahre eine Summe $= z$, so lange sie leben wird, so wird man die beyden Größen x und z so bestimmen müssen, daß sie zusammengenommen in einem vollkommenen Gleichgewichte stehen mit dem gegenwärtigen Werth der

Summe

Summe von 100 Rubel, welche die Casse schuldig seyn wird nach seinem Tode zu bezahlen.

Wenn man nun diese Größen nach den Regeln der vollkommensten Billigkeit bestimmet hat, so begreift man leichtlich, daß man selbige, wenn man sie in Ausübung bringen will, um einige pro cent vermehren müsse, sowohl wegen der Kosten, die die Anstalt erfordert, als auch, um denen ausserordentlichen Vorfällen zu begegnen, die sich zutragen könnten.

§. 14. Wir wollen gegenwärtig denen obbemeldeten N Personen folgen, während dem ganzen Lauf ihres Lebens von einem Jahre zum andern, so werden sie sogleich bey ihrem Antritt in die Casse bezahlet haben die Summe $Nx$, weil wir annehmen, daß ein jeder zu Anfange die Summe $x$ bezahle, und also wird das baare Geld, das sich seit dem Anfange in der Casse befindet, seyn $Nx$; und wir setzen voraus, daß diese Summe alsobald so gut angebracht werden könne, daß man alle Jahre davon 6 pro cent ziehen könne.

§. 15. Laßt uns zu dem zweyten Jahre gehen, wo das Alter unserer Personen wird seyn $= a + 1$, und folglich die Zahl derer, die noch im Leben seyn werden, $\frac{(a+1)}{a}N$, woraus denn folget, daß die Zahl der Todten während des ersten Jahres seyn wird $1 - \frac{(a+1)}{(a)}N$. Die Casse wird also schuldig seyn, einem jeden von diesen 100 Rubel zu bezahlen, und die ganze Ausgabe vor dieses Jahr wird seyn $100(1 - \frac{(a+1)}{(a)}N)$ Rubel, welche auf der Stelle bey dem Tode eines jeden Interessenten muß bezahlet werden, woraus man begreift, daß man sie nicht vermindern kann unter dem Titel der Zinsen, so, daß diese Ausgabe, wenn sie auf den Anfang zurückgeführet wird, noch seyn wird $100(1 - \frac{(a+1)}{(a)}N)$. Aber weil ein jeder der Lebenden von neuen die Summe $= z$ bezahlt, so wird diese neue Einnahme, wenn sie auf den Anfang zurückgeführet wird, nur werth seyn $\frac{(a+1)}{(a)} N \frac{z}{\lambda}$, welches man also zu dem Hauptcapital $Nx$ hinzufügen muß.

§. 16. Weil bey dem Anfang des zweyten Jahres die Zahl der Lebenden ist $\frac{(a+1)}{(a)}N$, und am Ende $= \frac{(a+2)}{(a)}N$, so wird von ihnen gestorben seyn während dem Lauf dieses Jahres $\frac{(a+1)-(a+2)}{(a)}N$, und folglich die Ausgabe der

der Casse in Ansehung ihrer, wenn sie auf den Anfang zurückgeführet wird, wegen der Zinsen von einem Jahre, wird geschätzet werden müssen auf $\frac{100}{\lambda}\left(\frac{(a+1)-(a+2)}{(a)}\right)N$. Aber weil ein jeder der lebenden am Ende dieses Jahres noch die Summe z bezahlet, so muß diese Einnahme, wenn sie auf den Anfang zurückgeführet wird, wegen der Zinsen von zwey Jahren, geschätzet werden auf $\frac{(a+2)}{(a)}\frac{Nz}{\lambda^2}$.

§. 17. Nun sind wir gegenwärtig bey dem Anfange des dritten Jahres, wo die Zahl der Lebenden ist $\frac{(a+2)}{(a)}N$. Weil nun ihre Zahl am Ende dieses Jahres ist $\frac{(a+3)}{(a)}N$, so wird von ihnen indessen gestorben seyn $\frac{(a+2)-(a+3)}{(a)}N$, deren jeder der Casse 100 Rubel kostet; also wird diese ganze Ausgabe, wenn sie auf den Anfang zurückgebracht wird, seyn $\frac{100}{\lambda^2}\left(\frac{(a+2)\ (a+3)}{(a)}\right)N$. Aber von denen, die noch im Leben seyn werden, weil jeder die Summe $= z$ bezahlt, wird diese neue Einnahme, wenn sie auf den Anfang zurückgeführet wird, seyn $\frac{(a+3)}{(a)}\frac{Nz}{\lambda^3}$.

§. 18. Da wir gegenwärtig bey dem Anfang des 4ten Jahres sind, wo die Zahl der noch lebenden Glieder ist $\frac{(a+3)}{(a)}N$, so wird diese Zahl am Ende des 4ten Jahres seyn $\frac{(a+4)}{(a)}N$, so, daß die Zahl derer, die in diesem Jahre gestorben seyn werden, seyn wird $\frac{(a+3)-(a+4)}{(a)}N$, und da ein jeder der Casse 100 Rubel kostet, so muß diese Ausgabe, auf den Anfang zurückgeführet, geschätzet werden auf $\frac{100}{\lambda^3}\left(\frac{(a+3)-(a+4)}{(a)}\right)N$. Aber die Ueberlebenden, da sie ein jeder z bezahlen, werden der Casse eine neue Einnahme liefern, welche auf den Anfang zurückgeführt, sich befindet $= \frac{(a+4)}{(a)}\frac{Nz}{\lambda^4}$.

§. 19.

§. 19. Diese Entwickelung wird genug seyn, um uns die Gesetze der Progreßion, sowohl der Einnahmen als der Ausgaben, zu erkennen zu geben, welche man so lange fortsetzen muß, bis alle diese Personen tod seyn werden, welches man annehmen kann, daß es in dem Alter von 95 Jahren geschehe; denn es würde fast nichts betragen, wenn man diesen Termin noch weiter entfernen wollte. Wir wollen also anfänglich die ganze Einnahme betrachten, und weil der Hauptfond $= Nx$, so muß man noch alle jährliche Zuwachse hinzufügen, welche auf den Zeitpunkt des Anfangs zurückgeführet, folgende Progreßion ausmachen werden:

$$\frac{Nz}{(a)}\left(\frac{(a+1)}{\lambda}+\frac{(a+2)}{\lambda^2}+\frac{(a+3)}{\lambda^3}+\frac{(a+4)}{\lambda^4}+\frac{(a+5)}{\lambda^5}+\text{etc.}\right)$$

Wenn wir also, um abzukürzen, setzen:

$$P=\frac{(a+1)}{\lambda}+\frac{(a+2)}{\lambda^2}+\frac{(a+3)}{\lambda^3}+\frac{(a+4)}{\lambda^4}+\text{etc.}$$

so wird die ganze Einnahme der Casse seyn $Nx+N\frac{Pz}{(a)}$, mit welcher gleich kommen muß die Ausgabe, auf den nemlichen Zeitpunkt zurückgeführt.

§. 20. Wir wollen also alle Ausgaben zusammen sammlen, die schon auf den Zeitpunkt des Anfangs zurückgeführet sind, so werden wir folgende Progresion erhalten:

$$\frac{100\,N}{(a)}\left((a)-(a+1)+\frac{(a+1)-(a+2)}{\lambda}+\frac{(a+2)-(a+3)}{\lambda^2}\right.$$
$$\left.+\frac{(a+3)-(a+4)}{\lambda^3}+\text{etc.}\right)$$

Dieser Ausdruck setzet sich von selbst auseinander in zwey Progreßionen, wovon die eine bejahend, die andere verneinend ist:

$$\frac{100\,N}{(a)}\left((a)+\frac{(a+1)}{\lambda}+\frac{(a+2)}{\lambda^2}+\frac{(a+3)}{\lambda^3}+\frac{(a+4)}{\lambda^4}+\text{etc.}\right)$$
$$-\frac{100\,N}{(a)}\left((a+1)+\frac{(a+2)}{\lambda}+\frac{(a+3)}{\lambda^2}+\frac{(a+4)}{\lambda^3}+\text{etc.}\right)$$

Nun aber kann diese Formel durch den eingeführten Werth von P reduciret werden auf diese hier $\left((a)+P-\lambda P\right)\frac{100\,N}{(a)}$.

§. 21.

§. 21. Weil nach den Regeln der Billigkeit die ganze Einnahme gleich seyn muß mit der Ausgabe, so haben wir folgende Gleichung zu erfüllen:

$$Nx + \frac{NPz}{(a)} = \frac{100\,N}{(a)}\Big((a) + (1 - \lambda)P\Big)$$

welche, wenn sie durch N dividirt und mit (a) multiplicirt wird, sich auf folgende zurückbringen lässet:

$$(a)\,x + Pz = 100\Big((a) + (1 - \lambda)P\Big) = 100\,(a) - 6P.$$

Aus dieser Gleichung also muß man schicklich die beyden Buchstaben x und z bestimmen. Denn wenn man die ganze Summe auf einmal bezahlen will, so darf man nur setzen $z = 0$, und wenn man alle Jahre gleich bezahlen will, so muß man setzen $x = z$, und hieraus begreift man leicht, daß man diese verschiedene Bezahlung miteinander verbinden kann.

§. 22. Unsere ganze Rechnung ist also darauf zurückgebracht, daß man den wahren Werth der Größe P suche vor jedes angegebene Alter a. Nun aber, da P ausgedruckt ist durch eine Reihe, wovon das letzte Glied angenommen werden kann $\frac{(95)}{\lambda^{95-a}}$, so werden wir bekommen, wenn wir diese Reihe umkehren, indem wir bey dem letzten Gliede anfangen:

$$P = \frac{(95)}{\lambda^{95-a}} + \frac{(94)}{\lambda^{94-a}} + \frac{(93)}{\lambda^{93-a}} + \text{etc.} \cdots + \frac{(a+1)}{\lambda},$$

und wenn wir alle diese Brüche auf einerley Nenner $\lambda^{95-a}$ bringen, so werden wir bekommen:

$$P = \frac{1}{\lambda^{95-a}}\Big((95) + (94)\lambda + (93)\lambda^2 + (92)\lambda^3 + \cdots (a+1)\lambda^{94-a}\Big)$$

und folglich, wenn wir die Summe dieser Reihe setzen $= Q$, so daß

$$Q = (95) + (94)\lambda + (93)\lambda^2 + \cdots (a+1)\lambda^{94-a}$$

so wird man daraus leichtlich herleiten den Werth $P = \frac{Q}{\lambda^{95-a}}$.

§. 23. Jetzt also ist nichts übrig, als die Summe dieser Reihe Q zu suchen vor ein jedes gegebenes Alter a, wobey es augenscheinlich ist, daß wenn das gegebene Alter a von 94 Jahren wäre, so würde man haben $P = (95)$, aber wenn a wäre 93 Jahre, so würde Q seyn $(95) + 94\lambda$ und also weiter. Wenn man also nach und nach die Glieder dieser Reihe zusammen bringet, so wird man den Werth von der Größe Q vor alle gegebene Alter finden, und daraus wird man jederzeit erhalten $P = \frac{Q}{\lambda^{95-a}}$.

§. 24. Aber es ist selbst nicht nöthig, diese Rechnung von einem Jahre zum andern durch alle Alter fortzuführen, sondern man kann sich begnügen, 5 Glieder zusammen zu nehmen, indem man nur das mittlere Glied 5mal nimmt, und also anstatt der ersten 5 Glieder

$$(95) + (94)\lambda + (93)\lambda^2 + (92)\lambda^3 + (91)\lambda^4$$

kann man nur das 5fache des mitlern Gliedes $5(93)\lambda^2$ ansetzen. Durch dieses Mittel wird die Zahl der Glieder, die man zusammen zählen will, auf den 5ten Theil zurückgebracht, indem man bekommen wird

$$Q = 5(93)\lambda^2 + 5(88)\lambda^7 + 5(83)\lambda^{12} + \cdots 5(a+3)\lambda^{92-a}$$

woraus man sogleich erhält $Q = 5R$, und folglich $P = \frac{5R}{\lambda^{95-a}}$, wenn man die Reihe $(93)\lambda^2 + (88)\lambda^7 + \text{etc.} = R$ setzet. Aber anjetzt darf man vor a keine andere Zahlen nehmen, als die in 5 theilbar sind, die im Herabsteigen seyn werden 90, 85, 80, 75 etc. welches man fortsetzen kann bis zu den neugebohrnen Kindern.

§. 25. Hernach, wenn man erst den Werth der Größe P vor jedes gegebene Alter gefunden hat, so ist zur Auflösung unserer Frage weiter nichts übrig, als die beyden vornehmsten Fälle zu entwickeln, in Ansehung der Zahlung, die ein jeder leisten muß. Denn wenn man will, daß ein jeder sogleich bey dem Anfang den ganzen Werth der Summe von 100 Rubel bezahle, welche die Casse nach seinem Tode bezahlen muß, so darf man nur annehmen $z = 0$, und der gesuchte Werth wird seyn $x = 100 - \frac{6P}{(a)}$. Aber wenn man die zu leistende Zahlung auf alle Jahre des Lebens vertheilen will, so darf man nur setzen $x = z$, und dieser jährliche Beytrag wird seyn $z = \frac{100(a) - 6P}{(a) + P}$. Da man nun diese beyden vornehmsten Fälle vor jedes Alter entwickelt hat, so kann man sie mit einander vermengen, wie es einem jeden gut dünket. Also kann man bey dem Antritt verlangen die Summe $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}z$, und überdem noch alle Jahre die Summe $\frac{1}{2}z$ bis an den Tod.

§. 26. Ob wir gleich vorausgesetzt haben, daß eine solche Anstalt ihre Capitalien zu 6 pro cent jährlich unterbringen könne, so muß man doch bedenken, daß die Casse jederzeit mit einer ansehnlichen Summe baaren Geldes versehen seyn

 muß,

muß, um im Stande zu seyn, auf der Stelle, die auf jeden Todesfall versprochenen 100 Rubel zu bezahlen, und daß diese Summe keine Zinsen bringen könne. Wir werden also genöthiget seyn, die oben festgesetzten Zinsen zu vermindern, und deswegen wollen wir sie in der Folge auf 5 pro cent festsetzen, so, daß wir haben werden $\lambda = \frac{105}{100}$. Auf diese Art werden wir der Casse einen genug wichtigen Vortheil verschaffen, daß sie die Kosten tragen könne, welche eine solche Anstalt erfordert, so, daß sie es in der Folge leiden kann, die Preise um etwas weniges zu erhöhen, die unsere Rechnung uns entdecket, um die Casse völlig vor ausserordentlichen Zufällen in Sicherheit zu setzen. Auf diese Grundsätze hat man die folgende Tabelle erbauet, welche den Ausfall derjenigen Rechnung enthält, die in einem lateinischen Aufsatz aufgeführet worden, unter dem Titel: Solutio quaestionis ad calculum probabilitatis pertinentis, quantum duo Coniuges persolvere debeant, vt suis haeredibus post utriusque mortem certa argenti summa resolvatur.

Ta-

# Tabelle,

welche vor ein jedes Alter anzeiget, wie viel man bezahlen müsse, entweder auf einmal, oder nach und nach jährlich, um bey dem Tode die Summe von 100 Rubel zu erhalten.

| Alter der Person. | Preiß auf einmal zu bezahlen. | Preiß alle Jahre zu bezahlen. |
|---|---|---|
| Jahre | R. C. | R. C. |
| 0 | 42. 65 | 3. 42 |
| 5 | 23. 10 | 1. 41 |
| 10 | 22. 50 | 1. 36 |
| 15 | 24. 73 | 1. 54 |
| 20 | 27. 40 | 1. 76 |
| 25 | 30. 18 | 2. 2 |
| 30 | 31. 52 | 2. 14 |
| 35 | 33. 86 | 2. 39 |
| 40 | 36. 80 | 2. 70 |
| 45 | 41. 34 | 3. 25 |
| 50 | 46. 6 | 3. 91 |
| 55 | 50. 91 | 4. 71 |
| 60 | 56. 17 | 5. 75 |
| 65 | 62. 15 | 7. 25 |
| 70 | 68. 60 | 9. 42 |
| 75 | 75. 86 | 13. 2 |
| 80 | 82. 12 | 17. 95 |
| 85 | 88. 29 | 26. 41 |
| 90 | 91. 89 | 35. 6 |

# Plan
einer
# neuen Art von Tontine.

Diese neue Art von Tontine ist so sehr von der gemeinen unterschieden, und ist ihr so sehr vorzuziehen, daß wir selbige nur wegen der wachsenden Renten also benennen. Man weis, daß bey den gewöhnlichen Tontinen die Zahl der Interessenten eingeschränkt ist, auf eine gewisse Menge Personen von beynahe gleichem Alter, deren eine jede eine gewisse Summe Geldes in die Casse niedergelegt, um einen Theil der Zinsen des ganzen Capitals zu erwerben, welche zunehmen, je nachdem einige von den Mitgliedern der Gesellschaft absterben, da indessen das Capital selbst dem Staat anheim fällt, wenn die Societät gänzlich ausgestorben ist.

Es ist natürlich, daß ein Staat zuweilen Bedürfnisse habe, und daß alsdenn gewisse Umstände, der Mangel des Geldes, und die Nothwendigkeit, solches zu haben, ihn nöthigen, zu diesem Hülfsmittel der Finanz seine Zuflucht zu nehmen; aber es ist wunderbar, daß man noch nicht auf andere Mittel gefallen ist, die sich dem Publikum durch eben so viele ansehnliche und noch gründlichere Vortheile empfehlen.

Die gewöhnlichen Tontinen empfehlen sich in der That sowohl dem Publikum, durch die übergroßen Renten, welche die letzten Mitglieder, die die andern überlebt haben, genießen können, als auch dem Staat, durch die Einrichtung, kraft welcher er so zu sagen der Erbe einer großen Menge Familien wird. Aber diese Vortheile leiden ein Gegengewicht durch die Ungewißheit des Interessenten, der niemals vorher wissen kann, wie viel er vor sein verlohren gegebenes Capital im nächsten Jahre empfangen werde; ferner durch die Einschränkung auf eine gewisse Anzahl Personen, die dem Staate eben so nachtheilig, als dem Publikum unangenehm ist; ferner durch die Nothwendigkeit, worinn sich diejenigen, die gerne daran Theil nehmen wollten, befinden, ein gewisses Alter abzuwarten, damit sie eintreten und in Classen geordnet werden können; und endlich durch die Bestimmung der Summe, die man anwenden muß, welches dem Staat als

Bürgen eben so nachtheilig ist, als der Gesellschaft selbst, indem ein solcher Zwang nicht geschickt ist, eine große Menge Personen aufzumuntern, deren Stand und Glück so verschieden ist.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen über die gewöhnlichen Tontinen, werden wir völlige Ursache haben, uns zu schmeicheln, daß der folgende Plan geneigt werde aufgenommen werden; weil eine auf desselben Grundsätze erbauete Anstalt dem Staate eben so gründliche und dauerhafte Vortheile verschaffen könnte, und dem Publikum in vielerley Hinsicht anzuempfehlen seyn möchte, indem man darinn alle Personen, von welchem Alter und in welcher Anzahl man will, aufnehmen kann, und ein jeder Interessent im voraus wissen würde, auf wie viel Einkünfte er jedes Jahr, von der Niederlegung seines Capitals an, Rechnung machen kann, dessen Summe gänzlich von seinem Willen abhanget, und gedoppelt, dreyfach, vierfach und so weiter seyn kann, oder auch auf den 4ten, 3ten oder auf den halben Theil derjenigen Summe gesetzt werden mag, die in der folgenden Tabelle angenommen worden.

## Tabelle,

welche anzeiget, wie viel an jährlich wachsenden Zinsen eine Person von jedem Alter ziehen kann, vor ein Capital von 1000 Rubel, das nach Art der Tontinen verlohren gegeben wird.

| Nach Jahren | Alter der Person. 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 62. | 20 | 50. | 70 | 50. | 40 | 50. | 40 |
| 2 | 65. | 10 | 51. | 50 | 50. | 90 | 50. | 90 |
| 3 | 67. | 90 | 52. | 30 | 51. | 30 | 51. | 30 |
| 4 | 70. | 50 | 53. | 0 | 51. | 80 | 52. | 80 |
| 5 | 72. | 60 | 53. | 80 | 52. | 30 | 52. | 30 |
| 6 | 73. | 80 | 54. | 30 | 52. | 70 | 52. | 90 |
| 7 | 75. | 0 | 54. | 80 | 53. | 20 | 53. | 50 |
| 8 | 76. | 20 | 55. | 30 | 53. | 70 | 54. | 10 |
| 9 | 77. | 40 | 55. | 80 | 54. | 22 | 54. | 70 |
| 10 | 78. | 20 | 56. | 30 | 54. | 70 | 55. | 30 |
| 11 | 78. | 90 | 56. | 80 | 55. | 30 | 56. | 30 |
| 12 | 79. | 60 | 57. | 30 | 55. | 90 | 57. | 30 |
| 13 | 80. | 30 | 57. | 80 | 56. | 60 | 58. | 20 |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 14 | 81. | 10 | 58. | 30 | 57. | 20 | 59. | 20 |
| 15 | 81. | 80 | 59. | 50 | 57. | 80 | 60. | 20 |
| 16 | 82. | 50 | 60. | 20 | 58. | 90 | 61. | 20 |
| 17 | 83. | 30 | 60. | 90 | 59. | 90 | 62. | 20 |
| 18 | 84. | 0 | 61. | 60 | 60. | 90 | 63. | 20 |
| 19 | 84. | 80 | 62. | 30 | 62. | 0 | 64. | 20 |
| 20 | 85. | 60 | 63. | 40 | 63. | 0 | 65. | 20 |
| 21 | 86. | 50 | 63. | 40 | 64. | 0 | 66. | 30 |
| 22 | 87. | 50 | 64. | 50 | 65. | 10 | 67. | 40 |
| 23 | 88. | 50 | 65. | 60 | 66. | 10 | 68. | 50 |
| 24 | 89. | 50 | 66. | 70 | 67. | 20 | 69. | 60 |
| 25 | 90. | 50 | 67. | 80 | 68. | 20 | 70. | 70 |
| 26 | 92. | 20 | 68. | 90 | 69. | 40 | 71. | 80 |
| 27 | 93. | 80 | 70. | 10 | 70. | 50 | 72. | 90 |
| 28 | 95. | 40 | 71. | 20 | 71. | 70 | 74. | 10 |
| 29 | 97. | 0 | 72. | 30 | 72. | 80 | 75. | 20 |
| 30 | 98. | 60 | 73. | 50 | 73. | 90 | 76. | 30 |
| 31 | 100. | 20 | 74. | 70 | 75. | 10 | 77. | 90 |
| 32 | 101. | 90 | 75. | 90 | 76. | 30 | 79. | 50 |
| 33 | 103. | 50 | 77. | 10 | 77. | 50 | 81. | 10 |
| 34 | 105. | 10 | 78. | 30 | 78. | 60 | 82. | 70 |
| 35 | 106. | 80 | 79. | 60 | 79. | 80 | 84. | 30 |
| 36 | 108. | 60 | 80. | 90 | 81. | 50 | 86. | 60 |
| 37 | 110. | 40 | 82. | 10 | 83. | 20 | 88. | 90 |
| 38 | 112. | 10 | 83. | 40 | 84. | 80 | 91. | 20 |
| 39 | 113. | 90 | 84. | 70 | 86. | 50 | 93. | 40 |
| 40 | 115. | 70 | 86. | 0 | 88. | 20 | 95. | 70 |
| 41 | 117. | 60 | 87. | 80 | 90. | 60 | 98. | 90 |
| 42 | 119. | 40 | 89. | 60 | 93. | 0 | 102. | 20 |
| 43 | 121. | 20 | 91. | 40 | 95. | 40 | 105. | 40 |
| 44 | 123. | 10 | 93. | 20 | 97. | 70 | 108. | 60 |
| 45 | 125. | 0 | 95. | 0 | 100. | 10 | 111. | 90 |
| 46 | 127. | 60 | 97. | 50 | 103. | 50 | 116. | 60 |
| 47 | 130. | 20 | 100. | 10 | 106. | 80 | 121. | 40 |
| 48 | 132. | 80 | 102. | 70 | 110. | 20 | 126. | 20 |

Nach

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 49 | 135. | 40 | 105. | 20 | 113. | 60 | 130. | 90 |
| 50 | 138. | 10 | 107. | 80 | 117. | 0 | 135. | 70 |
| 51 | 141. | 80 | 111. | 40 | 122. | 0 | 143. | 50 |
| 52 | 145. | 50 | 115. | 0 | 127. | 0 | 151. | 20 |
| 53 | 149. | 20 | 118. | 70 | 132. | 0 | 159. | 0 |
| 54 | 153. | 0 | 122. | 30 | 137. | 0 | 166. | 80 |
| 55 | 156. | 70 | 126. | 0 | 142. | 0 | 174. | 50 |
| 56 | 162. | 0 | 131. | 30 | 150. | 0 | 188. | 50 |
| 57 | 167. | 20 | 136. | 70 | 158. | 20 | 202. | 40 |
| 58 | 172. | 50 | 142. | 10 | 166. | 30 | 216. | 40 |
| 59 | 177. | 80 | 147. | 40 | 174. | 40 | 230. | 40 |
| 60 | 183. | 10 | 152. | 80 | 182. | 50 | 244. | 40 |
| 61 | 190. | 90 | 161. | 60 | 197. | 10 | 280. | 30 |
| 62 | 198. | 70 | 170. | 30 | 211. | 70 | 316. | 30 |
| 63 | 206. | 50 | 179. | 0 | 226. | 30 | 352. | 30 |
| 64 | 214. | 30 | 187. | 80 | 240. | 90 | 388. | 30 |
| 65 | 222. | 20 | 196. | 50 | 255. | 50 | 424. | 30 |
| 66 | 234. | 90 | 212. | 20 | 293. | 10 | 530. | 30 |
| 67 | 247. | 60 | 228. | 0 | 330. | 80 | 636. | 40 |
| 68 | 260. | 20 | 243. | 70 | 368. | 40 | 742. | 50 |
| 69 | 272. | 90 | 259. | 40 | 406. | 10 | 848. | 50 |
| 70 | 285. | 70 | 275. | 20 | 443. | 70 | 954. | 60 |
| 71 | 308. | 55 | 315. | 70 | 554. | 60 | 1527. | 40 |
| 72 | 331. | 40 | 356. | 20 | 665. | 60 | 2100. | 30 |
| 73 | 354. | 20 | 396. | 70 | 776. | 50 | 2673. | 10 |
| 74 | 377. | 10 | 437. | 20 | 887. | 40 | 3245. | 90 |
| 75 | 400. | 0 | 477. | 70 | 998. | 40 | 3818. | 70 |
| 76 | 458. | 80 | 597. | 20 | 1597. | 40 | | |
| 77 | 517. | 70 | 716. | 60 | 2196. | 50 | | |
| 78 | 576. | 60 | 836. | 0 | 2795. | 60 | | |
| 79 | 635. | 50 | 955. | 50 | 3394. | 60 | | |
| 80 | 694. | 40 | 1075. | 0 | 3993. | 70 | | |
| 81 | 868. | 0 | 1720. | 0 | | | | |
| 82 | 1041. | 60 | 2365. | 0 | | | | |
| 83 | 1215. | 20 | 3010. | 0 | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R, | C. |
| 84 | 1388. | 80 | 3655. | 0 | | | | |
| 85 | 1562. | 50 | 4300. | 0 | | | | |
| 86 | 2500. | 0 | | | | | | |
| 87 | 3437. | 50 | | | | | | |
| 88 | 4375. | 0 | | | | | | |
| 89 | 5312. | 50 | | | | | | |
| 90 | 6250. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20 | | 25 | | 30 | | 35 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 50. | 50 | 50. | 80 | 50. | 80 | 50. | 80 |
| 2 | 51. | 10 | 51. | 70 | 51. | 60 | 51. | 60 |
| 3 | 51. | 70 | 52. | 60 | 52. | 40 | 52. | 40 |
| 4 | 52. | 30 | 53. | 50 | 53. | 30 | 53. | 30 |
| 5 | 52. | 90 | 54. | 40 | 54. | 10 | 54. | 10 |
| 6 | 53. | 80 | 55. | 30 | 55. | 0 | 55. | 0 |
| 7 | 54. | 70 | 56. | 20 | 55. | 90 | 55. | 80 |
| 8 | 55. | 70 | 57. | 10 | 56. | 80 | 56. | 70 |
| 9 | 56. | 60 | 58. | 0 | 57. | 70 | 57. | 60 |
| 10 | 57. | 60 | 58. | 90 | 58. | 60 | 58. | 50 |
| 11 | 58. | 50 | 59. | 90 | 59. | 60 | 59. | 70 |
| 12 | 59. | 50 | 60. | 90 | 60. | 50 | 60. | 90 |
| 13 | 60. | 40 | 61. | 90 | 61. | 50 | 62. | 10 |
| 14 | 61. | 40 | 62. | 80 | 62. | 40 | 63. | 40 |
| 15 | 62. | 40 | 63. | 80 | 63. | 30 | 64. | 60 |
| 16 | 63. | 40 | 64. | 90 | 64. | 70 | 66. | 30 |
| 17 | 64. | 40 | 65. | 90 | 66. | 0 | 68. | 10 |
| 18 | 65. | 50 | 66. | 90 | 67. | 30 | 69. | 80 |
| 19 | 66. | 50 | 67. | 90 | 68. | 70 | 71. | 60 |
| 20 | 67. | 60 | 69. | 0 | 70. | 0 | 73. | 30 |
| 21 | 68. | 60 | 70. | 40 | 71. | 90 | 75. | 80 |
| 22 | 69. | 70 | 71. | 90 | 73. | 70 | 78. | 20 |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20 | | 25 | | 30 | | 35 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 23 | 70. | 80 | 73. | 30 | 75. | 60 | 80. | 70 |
| 24 | 71. | 90 | 74. | 80 | 77. | 50 | 83. | 20 |
| 25 | 73. | 0 | 76. | 20 | 79. | 40 | 85. | 70 |
| 26 | 74. | 50 | 78. | 20 | 82. | 10 | 89. | 30 |
| 27 | 76. | 0 | 80. | 30 | 84. | 80 | 93. | 0 |
| 28 | 77. | 50 | 82. | 30 | 87. | 50 | 96. | 60 |
| 29 | 79. | 10 | 84. | 40 | 90. | 10 | 100 | 30 |
| 30 | 80. | 60 | 86. | 50 | 92. | 80 | 104 | 0 |
| 31 | 82. | 80 | 89. | 40 | 96. | 80 | 109. | 90 |
| 32 | 85. | 0 | 92. | 30 | 100. | 70 | 115. | 80 |
| 33 | 87. | 10 | 95. | 20 | 104. | 70 | 121. | 82 |
| 34 | 89. | 30 | 98. | 10 | 108. | 70 | 127. | 70 |
| 35 | 91. | 50 | 101. | 10 | 112. | 60 | 133. | 70 |
| 36 | 94. | 60 | 105. | 40 | 119. | 0 | 144. | 30 |
| 37 | 97. | 60 | 109. | 70 | 125. | 50 | 155. | 18 |
| 38 | 100. | 70 | 114. | 0 | 131. | 90 | 165. | 70 |
| 39 | 103. | 80 | 118. | 30 | 138. | 40 | 176. | 40 |
| 40 | 106. | 90 | 122. | 60 | 144. | 80 | 187. | 20 |
| 41 | 111. | 50 | 129. | 60 | 156. | 40 | 214. | 70 |
| 42 | 116. | 0 | 136. | 60 | 168. | 0 | 242. | 30 |
| 43 | 120. | 60 | 143. | 60 | 179. | 60 | 269. | 80 |
| 44 | 125. | 20 | 150. | 70 | 191. | 20 | 297. | 40 |
| 45 | 129. | 70 | 157. | 70 | 202. | 80 | 325. | 0 |
| 46 | 137. | 10 | 170. | 30 | 232. | 60 | 406. | 20 |
| 47 | 144. | 50 | 182. | 90 | 262. | 50 | 487. | 50 |
| 48 | 152. | 0 | 195. | 50 | 292. | 30 | 568. | 70 |
| 49 | 159. | 40 | 208. | 10 | 322. | 20 | 650. | 0 |
| 50 | 166. | 80 | 220. | 80 | 352. | 0 | 731. | 20 |
| 51 | 180. | 20 | 253. | 30 | 440. | 10 | 1170. | 0 |
| 52 | 193. | 50 | 285. | 80 | 528. | 10 | 1608. | 70 |
| 53 | 206. | 90 | 318. | 30 | 616. | 10 | 2047. | 50 |
| 54 | 220. | 20 | 350. | 80 | 704. | 10 | 2486. | 20 |
| 55 | 233. | 60 | 383. | 30 | 792. | 10 | 2925. | 0 |
| 56 | 267. | 90 | 479. | 10 | 1267. | 40 | | |
| 57 | 302. | 30 | 574. | 90 | 1742. | 80 | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20 | | 25 | | 30 | | 35 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 58 | 336. | 70 | 670. | 80 | 2218. | 10 | | |
| 59 | 371. | 10 | 766. | 60 | 2693. | 40 | | |
| 60 | 405. | 50 | 862. | 50 | 3168. | 70 | | |
| 61 | 506. | 90 | 1380. | 0 | | | | |
| 62 | 608. | 30 | 1897. | 50 | | | | |
| 63 | 709. | 70 | 2415. | 0 | | | | |
| 64 | 811. | 10 | 2932. | 50 | | | | |
| 65 | 912. | 50 | 3450. | 0 | | | | |
| 66 | 1460. | 0 | | | | | | |
| 67 | 2007. | 50 | | | | | | |
| 68 | 2555. | 0 | | | | | | |
| 69 | 3102. | 50 | | | | | | |
| 70 | 3650. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 40 | | 45 | | 50 | | 55 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 50. | 80 | 51. | 0 | 51. | 30 | 51. | 60 |
| 2 | 51. | 60 | 52. | 10 | 52. | 70 | 53. | 30 |
| 3 | 52. | 40 | 53. | 10 | 54. | 0 | 55. | 0 |
| 4 | 53. | 20 | 54. | 20 | 55. | 40 | 56. | 70 |
| 5 | 54. | 0 | 55. | 20 | 56. | 70 | 58. | 40 |
| 6 | 55. | 10 | 56. | 70 | 58. | 60 | 60. | 90 |
| 7 | 56. | 20 | 58. | 20 | 60. | 50 | 63. | 40 |
| 8 | 57. | 30 | 59. | 70 | 62. | 40 | 65. | 80 |
| 9 | 58. | 50 | 61. | 20 | 64. | 30 | 68. | 30 |
| 10 | 59. | 60 | 62. | 70 | 66. | 30 | 70. | 80 |
| 11 | 61. | 20 | 64. | 80 | 69. | 10 | 74. | 90 |
| 12 | 62. | 80 | 66. | 90 | 71. | 90 | 78. | 90 |
| 13 | 64. | 40 | 69. | 0 | 74. | 70 | 83. | 0 |
| 14 | 66. | 10 | 71. | 10 | 77. | 60 | 87. | 0 |
| 15 | 67. | 70 | 73. | 20 | 80. | 40 | 91. | 10 |
| 16 | 69. | 90 | 76. | 30 | 85. | 0 | 98. | 40 |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 40 | | 45 | | 50 | | 55 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 17 | 72. | 20 | 79. | 50 | 89. | 60 | 105. | 70 |
| 18 | 74. | 50 | 82. | 60 | 94. | 20 | 113. | 0 |
| 19 | 76. | 80 | 85. | 70 | 98. | 80 | 120. | 30 |
| 20 | 79. | 10 | 88. | 80 | 103. | 40 | 127. | 50 |
| 21 | 82. | 40 | 93. | 90 | 111. | 60 | 146. | 30 |
| 22 | 85. | 80 | 99. | 0 | 119. | 90 | 165. | 10 |
| 23 | 89. | 20 | 104. | 10 | 128. | 20 | 183. | 90 |
| 24 | 92. | 60 | 109. | 20 | 136. | 50 | 202. | 70 |
| 25 | 96. | 0 | 114. | 20 | 144. | 80 | 221. | 50 |
| 26 | 101. | 40 | 123. | 40 | 166. | 10 | 276. | 90 |
| 27 | 106. | 90 | 132. | 50 | 187. | 40 | 332. | 20 |
| 28 | 112. | 40 | 141. | 70 | 208. | 70 | 387. | 60 |
| 29 | 117. | 90 | 150. | 80 | 230. | 0 | 443. | 0 |
| 30 | 123. | 40 | 160. | 0 | 251. | 30 | 498. | 40 |
| 31 | 133. | 20 | 183. | 50 | 314. | 20 | 797. | 40 |
| 32 | 143. | 10 | 207. | 10 | 377. | 0 | 1096. | 50 |
| 33 | 153. | 0 | 230. | 60 | 439. | 90 | 1395. | 60 |
| 34 | 162. | 90 | 254. | 20 | 502. | 70 | 1694. | 60 |
| 35 | 172. | 80 | 277. | 70 | 565. | 60 | 1993. | 70 |
| 36 | 198. | 20 | 347. | 20 | 905. | 0 | | |
| 37 | 223. | 60 | 416. | 60 | 1244. | 30 | | |
| 38 | 249. | 10 | 486. | 0 | 1583. | 70 | | |
| 39 | 274. | 50 | 555. | 50 | 1923. | 10 | | |
| 40 | 300. | 0 | 625. | 0 | 2262. | 40 | | |
| 41 | 375. | 0 | 1000. | 0 | | | | |
| 42 | 450. | 0 | 1375. | 0 | | | | |
| 43 | 525. | 0 | 1750. | 0 | | | | |
| 44 | 600. | 0 | 2125. | 0 | | | | |
| 45 | 675. | 0 | 2500. | 0 | | | | |
| 46 | 1080. | 0 | | | | | | |
| 47 | 1485. | 0 | | | | | | |
| 48 | 1890. | 0 | | | | | | |
| 49 | 2295. | 0 | | | | | | |
| 50 | 2700. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 60 | | 65 | | 70 | | 75 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 52. | 10 | 52. | 80 | 54. | 0 | 57. | 30 |
| 2 | 54. | 20 | 55. | 70 | 58. | 0 | 64. | 70 |
| 3 | 56. | 30 | 58. | 50 | 62. | 0 | 72. | 0 |
| 4 | 58. | 50 | 61. | 40 | 66. | 0 | 79. | 40 |
| 5 | 60. | 60 | 64. | 20 | 70. | 0 | 86. | 80 |
| 6 | 64. | 10 | 69. | 40 | 80. | 30 | 108. | 50 |
| 7 | 67. | 50 | 74. | 50 | 90. | 60 | 130. | 20 |
| 8 | 71. | 0 | 79. | 70 | 100. | 90 | 151. | 90 |
| 9 | 74. | 50 | 84. | 80 | 111. | 20 | 173. | 60 |
| 10 | 78. | 0 | 90. | 0 | 121. | 50 | 195. | 30 |
| 11 | 84. | 20 | 103. | 20 | 151. | 90 | 312. | 40 |
| 12 | 90. | 40 | 116. | 50 | 182. | 20 | 429. | 60 |
| 13 | 96. | 70 | 129. | 70 | 212. | 60 | 546. | 80 |
| 14 | 102. | 90 | 143. | 0 | 243. | 0 | 664. | 0 |
| 15 | 109. | 20 | 156. | 20 | 273. | 40 | 781. | 20 |
| 16 | 125. | 30 | 195. | 30 | 337. | 40 | | |
| 17 | 141. | 40 | 234. | 30 | 601. | 50 | | |
| 18 | 157. | 50 | 273. | 40 | 765. | 60 | | |
| 19 | 173. | 60 | 312. | 40 | 929. | 60 | | |
| 20 | 189. | 80 | 351. | 50 | 1093. | 70 | | |
| 21 | 237. | 10 | 506. | 20 | | | | |
| 22 | 284. | 50 | 660. | 90 | | | | |
| 23 | 331. | 80 | 815. | 60 | | | | |
| 24 | 379. | 20 | 970. | 20 | | | | |
| 25 | 426. | 50 | 1125. | 0 | | | | |
| 26 | 682. | 40 | | | | | | |
| 27 | 938. | 40 | | | | | | |
| 28 | 1194. | 30 | | | | | | |
| 29 | 1450. | 20 | | | | | | |
| 30 | 1706. | 20 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 80 | | 85 | | 90 | | | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 62. | 50 | 80. | 0 | 120. | 0 | | |
| 2 | 75. | 0 | 110. | 0 | 190. | 0 | | |
| 3 | 87. | 50 | 140. | 0 | 260. | 0 | | |
| 4 | 100. | 0 | 170. | 0 | 330. | 0 | | |
| 5 | 112. | 50 | 200. | 0 | 400. | 0 | | |
| 6 | 180. | 0 | 480. | 0 | | | | |
| 7 | 247. | 50 | 760. | 0 | | | | |
| 8 | 315. | 0 | 1040. | 0 | | | | |
| 9 | 382. | 50 | 1320. | 0 | | | | |
| 10 | 450. | 0 | 1000. | 0 | | | | |
| 11 | 1080. | 0 | | | | | | |
| 12 | 1710. | 0 | | | | | | |
| 13 | 2340. | 0 | | | | | | |
| 14 | 2970. | 0 | | | | | | |
| 15 | 3600. | 0 | | | | | | |

Die Zahlen dieser Tabellen sind berechnet nach den Regeln der Sterblichkeit, die in den Anmerkungen über eine Anstalt zu Witwen=Renten vorgetragen worden, und zwar auf folgende Art: Wenn man das Alter der Person, wovon die Rede ist, überhaupt ansetzet = a, welche sogleich in die Casse bezahlen soll die Summe von 1000 Rubel, so darf man nur eine große Menge dergleichen Personen von einerley Alter sich vorstellen, deren Zahl seyn mag = N, so, daß die ganze Summe, die von ihnen in die Casse geliefert worden, sey 1000 N Rubel, wovon die jährlichen Zinsen seyn werden 50 N Rubel, welche in jedem Jahre vertheilet werden müssen unter die Zahl derer, die noch im Leben sind. Nun aber wird nach den Regeln der oben festgesetzten Sterblichkeit die Zahl derer, die noch im Leben seyn werden, nach n Jahren seyn $\frac{(a+n)}{(a)}$ N. Wenn man nun den ganzen Zinß 50 N Rubel durch diese Zahl theilet, so wird in dieser Zeit ein jeder der lebenden bekommen die Summe $\frac{50\,(a)}{(a+n)}$, und da diese beständig gleich bleibet, die Zahl N mag seyn was sie will, so ist es klar, daß die Casse nichts verliehren wird, wenn sie sich verpflichtet, an die bemeldete Person nach verflossenen n Jahren

ren diese Summe von $\frac{50\ (a)}{(a+n)}$ Rubel zu bezahlen. Nach eben diesen Formeln sind die vorhergehenden Tabellen berechnet.

Weil aber die bemeldeten Regeln der Sterblichkeit immer einiger Ungewißheit unterworfen bleiben, so wird es nöthig seyn, die in den Tabellen aufgeführten Renten, etwas zu vermindern, damit die Casse nichts von dieser Ungewißheit zu fürchten habe. Dieserwegen kann man fest setzen, daß der fünfte Theil von allen versterbenden Mitgliedern zum Vortheil der Anstalt gereiche, und folglich müssen alle Zahlen der vorhergehenden Tabellen vermindert werden um den fünften Theil des Ueberschusses einer jeden Zahl über 50. Wenn man also diese Regel festsetzet, so wird es leicht seyn, die vorhergehenden Tabellen zu berichtigen, und sie zur Ausübung einzurichten, indem man die Renten, die auf 55 steigen, vermindert um 1 Rubel, die auf 60 steigen, um 2 Rubel, die auf 65 steigen, um 3 Rubel, und so weiter, und weil man leicht begreift, daß eine zu sorgfältige Genauigkeit keine Statt haben kann, so kann man die Zahlen, die herauskommen, rund machen, um der Fortschreitung dieser Renten mehr Gleichförmigkeit zu geben. Endlich haben wir diese Tabelle bis zu dem Alter von 95 Jahren fortgesetzt, theils, weil wir durchgehends diesen Zeitpunkt als den letzten des menschlichen Lebens festgesetzt haben, theils, um zu zeigen, auf was Art der Anwachs der Renten in den letzten fünf Jahren vor sich gehet.

## Berichtigte Tabelle zum öffentlichen Gebrauch,

welche zeiget, wie viel eine Person von jedem Alter an wachsenden jährlichen Renten ziehen kann, vor ein Capital von 1000 Rubel, das verlohren gegeben wird, nach Art der Tontinen.

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 59. | 70 | 50. | 60 | 50. | 30 | 50. | 30 |
| 2 | 62. | 0 | 51. | 20 | 50. | 60 | 50. | 60 |
| 3 | 64. | 30 | 51. | 80 | 51. | 0 | 51. | 0 |
| 4 | 66. | 40 | 52. | 40 | 51. | 40 | 51. | 40 |
| 5 | 68. | 0 | 53. | 0 | 51. | 80 | 51. | 80 |
| 6 | 68. | 90 | 53. | 40 | 52. | 20 | 52. | 30 |
| 7 | 69. | 80 | 53. | 80 | 52. | 60 | 52. | 80 |
| 8 | 70. | 70 | 54. | 20 | 53. | 0 | 53. | 30 |
| 9 | 71. | 60 | 54. | 60 | 53. | 40 | 53. | 80 |

Nach

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 10 | 72. | 50 | 55. | 0 | 53. | 70 | 54. | 80 |
| 11 | 73. | 0 | 55. | 40 | 54. | 20 | 55. | 0 |
| 12 | 73. | 60 | 55. | 80 | 54. | 70 | 55. | 80 |
| 13 | 74. | 10 | 56. | 20 | 55. | 20 | 56. | 60 |
| 14 | 74. | 70 | 56. | 60 | 55. | 70 | 57. | 40 |
| 15 | 75. | 40 | 57. | 10 | 56. | 20 | 58. | 10 |
| 16 | 76. | 0 | 57. | 60 | 57. | 0 | 58. | 90 |
| 17 | 76. | 60 | 58. | 10 | 57. | 80 | 59. | 70 |
| 18 | 77. | 20 | 58. | 60 | 58. | 60 | 60. | 50 |
| 19 | 77. | 80 | 59. | 20 | 59. | 50 | 61. | 30 |
| 20 | 78. | 40 | 59. | 80 | 60. | 40 | 62. | 10 |
| 21 | 79. | 20 | 60. | 70 | 61. | 0 | 63. | 0 |
| 22 | 80. | 0 | 61. | 60 | 61. | 80 | 63. | 90 |
| 23 | 80. | 80 | 62. | 50 | 62. | 70 | 64. | 80 |
| 24 | 81. | 60 | 63. | 40 | 63. | 60 | 65. | 70 |
| 25 | 82. | 40 | 64. | 20 | 64. | 50 | 66. | 50 |
| 26 | 83. | 70 | 65. | 10 | 65. | 20 | 67. | 40 |
| 27 | 85. | 0 | 66. | 0 | 65. | 90 | 68. | 30 |
| 28 | 86. | 30 | 66. | 90 | 66. | 60 | 69. | 20 |
| 29 | 87. | 60 | 67. | 80 | 67. | 40 | 70. | 10 |
| 30 | 88. | 90 | 68. | 80 | 68. | 20 | 71. | 0 |
| 31 | 90. | 20 | 69. | 80 | 69. | 10 | 72. | 20 |
| 32 | 91. | 50 | 70. | 80 | 70. | 0 | 73. | 50 |
| 33 | 92. | 80 | 71. | 80 | 70. | 90 | 74. | 80 |
| 34 | 94. | 10 | 72. | 80 | 71. | 80 | 76. | 10 |
| 35 | 95. | 40 | 73. | 70 | 72. | 80 | 77. | 40 |
| 36 | 96. | 80 | 74. | 70 | 74. | 10 | 79. | 20 |
| 37 | 98. | 20 | 75. | 70 | 75. | 40 | 81. | 0 |
| 38 | 99. | 60 | 76. | 70 | 76. | 70 | 82. | 80 |
| 39 | 101. | 0 | 77. | 70 | 78. | 0 | 84. | 60 |
| 40 | 102. | 50 | 78. | 80 | 79. | 20 | 86. | 50 |
| 41 | 104. | 0 | 80. | 20 | 81. | 0 | 89. | 10 |
| 42 | 105. | 50 | 81. | 60 | 82. | 80 | 91. | 70 |
| 43 | 107. | 0 | 83. | 0 | 84. | 60 | 94. | 30 |
| 44 | 108. | 50 | 84. | 50 | 86. | 40 | 96. | 90 |
| 45 | 110. | 0 | 86. | 0 | 88. | 10 | 99. | 50 |
| 46 | 112. | 10 | 88. | 0 | 90. | 60 | 103. | 30 |
| 47 | 114. | 20 | 90. | 0 | 93. | 10 | 107. | 10 |
| 48 | 116. | 30 | 92. | 0 | 95. | 60 | 110. | 90 |
| 49 | 118. | 40 | 94. | 10 | 98. | 20 | 114. | 70 |
| 50 | 120. | 50 | 96. | 20 | 100. | 90 | 118. | 50 |
| 51 | 123. | 40 | 99. | 10 | 104. | 60 | 124. | 70 |
| 52 | 126. | 30 | 102. | 0 | 108. | 30 | 130. | 90 |

Nach

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | | 5 | | 10 | | 15 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 53 | 129. | 30 | 104. | 90 | 112. | 0 | 137. | 10 |
| 54 | 132. | 30 | 107. | 80 | 115. | 80 | 143. | 30 |
| 55 | 135. | 30 | 110. | 80 | 119. | 60 | 149. | 60 |
| 56 | 140. | 80 | 115. | 10 | 126. | 90 | 160. | 80 |
| 57 | 146. | 10 | 115. | 10 | 134. | 20 | 172. | 0 |
| 58 | 151. | 80 | 119. | 40 | 141. | 50 | 183. | 20 |
| 59 | 157. | 30 | 123. | 70 | 148. | 80 | 194. | 40 |
| 60 | 162. | 70 | 128. | 0 | 156. | 0 | 205. | 50 |
| 61 | 167. | 70 | 139. | 20 | 167. | 70 | 234. | 30 |
| 62 | 172. | 70 | 146. | 20 | 179. | 40 | 263. | 10 |
| 63 | 177. | 70 | 153. | 20 | 191. | 10 | 291. | 90 |
| 64 | 182. | 70 | 160. | 20 | 202. | 80 | 320. | 70 |
| 65 | 187. | 70 | 167. | 20 | 214. | 40 | 349. | 40 |
| 66 | 197. | 90 | 179. | 80 | 244. | 50 | 434. | 20 |
| 67 | 208. | 10 | 192. | 40 | 274. | 60 | 519. | 0 |
| 68 | 218. | 30 | 205. | 0 | 304. | 70 | 603. | 90 |
| 69 | 228. | 40 | 217. | 60 | 334. | 80 | 688. | 80 |
| 70 | 238. | 50 | 230. | 10 | 364. | 90 | 773. | 70 |
| 71 | 256. | 80 | 262. | 50 | 453. | 70 | 1232. | 20 |
| 72 | 275. | 10 | 294. | 90 | 542. | 50 | 1690. | 70 |
| 73 | 293. | 40 | 327. | 30 | 631. | 30 | 2149. | 20 |
| 74 | 311. | 70 | 359. | 70 | 720. | 0 | 2607. | 60 |
| 75 | 330. | 0 | 392. | 10 | 808. | 70 | 3065. | 0 |
| 76 | 377. | 10 | 487. | 70 | 1287. | 90 | 4083. | 0 |
| 77 | 424. | 20 | 583. | 30 | 1767. | 10 | 6120. | 0 |
| 78 | 471. | 30 | 678. | 90 | 2246. | 30 | 8156. | 0 |
| 79 | 518. | 40 | 774. | 50 | 2725. | 60 | 12230. | 0 |
| 80 | 565. | 50 | 870. | 0 | 3204. | 90 | 24450. | 0 |
| 81 | 704. | 40 | 1386. | 0 | 4270. | 0 | | |
| 82 | 843. | 30 | 1902. | 0 | 6400. | 0 | | |
| 83 | 982. | 20 | 2418. | 0 | 8530. | 0 | | |
| 84 | 1121. | 10 | 2934. | 0 | 12790. | 0 | | |
| 85 | 1260. | 0 | 3450. | 0 | 25570. | 0 | | |
| 86 | 2010. | 0 | 4596. | 0 | | | | |
| 87 | 2760. | 0 | 6890. | 0 | | | | |
| 88 | 3510. | 0 | 9183. | 0 | | | | |
| 89 | 4260. | 0 | 13720. | 0 | | | | |
| 90 | 5010. | 0 | 27530. | 0 | | | | |
| 91 | 6676. | 0 | | | | | | |
| 92 | 10010. | 0 | | | | | | |
| 93 | 13342. | 0 | | | | | | |
| 94 | 20010. | 0 | | | | | | |
| 95 | 40010. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20 | | 25 | | 30 | | 35 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 50. | 40 | 50. | 70 | 50. | 60 | 50. | 60 |
| 2 | 50. | 80 | 51. | 40 | 51. | 20 | 51. | 20 |
| 3 | 51. | 30 | 52. | 10 | 51. | 90 | 51. | 80 |
| 4 | 51. | 80 | 52. | 80 | 52. | 60 | 52. | 50 |
| 5 | 52. | 30 | 53. | 50 | 53. | 30 | 53. | 30 |
| 6 | 53. | 10 | 54. | 20 | 54. | 0 | 54. | 0 |
| 7 | 53. | 90 | 54. | 90 | 54. | 70 | 54. | 70 |
| 8 | 54. | 70 | 55. | 60 | 55. | 40 | 55. | 40 |
| 9 | 55. | 40 | 56. | 30 | 56. | 10 | 56. | 10 |
| 10 | 56. | 10 | 57. | 10 | 56. | 90 | 56. | 80 |
| 11 | 56. | 90 | 57. | 90 | 57. | 60 | 57. | 80 |
| 12 | 57. | 70 | 58. | 70 | 58. | 30 | 58. | 80 |
| 13 | 58. | 50 | 59. | 50 | 59. | 0 | 59. | 80 |
| 14 | 59. | 20 | 60. | 30 | 59. | 80 | 60. | 80 |
| 15 | 59. | 90 | 61. | 0 | 60. | 60 | 61. | 70 |
| 16 | 60. | 70 | 61. | 80 | 61. | 70 | 63. | 10 |
| 17 | 61. | 50 | 62. | 60 | 62. | 80 | 64. | 50 |
| 18 | 62. | 30 | 63. | 40 | 63. | 90 | 65. | 90 |
| 19 | 63. | 10 | 64. | 30 | 65. | 0 | 67. | 30 |
| 20 | 64. | 0 | 65. | 20 | 66. | 0 | 68. | 60 |
| 21 | 64. | 90 | 66. | 40 | 67. | 50 | 70. | 60 |
| 22 | 65. | 80 | 67. | 60 | 69. | 0 | 72. | 60 |
| 23 | 66. | 70 | 68. | 80 | 70. | 50 | 74. | 60 |
| 24 | 67. | 60 | 69. | 90 | 72. | 0 | 76. | 60 |
| 25 | 68. | 40 | 71. | 0 | 73. | 50 | 78. | 60 |
| 26 | 69. | 60 | 72. | 60 | 75. | 60 | 81. | 50 |
| 27 | 70. | 80 | 74. | 20 | 77. | 70 | 84. | 40 |
| 28 | 72. | 0 | 75. | 80 | 79. | 80 | 87. | 30 |
| 29 | 73. | 20 | 77. | 50 | 82. | 0 | 90. | 20 |
| 30 | 74. | 50 | 79. | 20 | 84. | 20 | 93. | 20 |
| 31 | 76. | 20 | 81. | 50 | 87. | 40 | 98. | 0 |
| 32 | 77. | 90 | 83. | 80 | 90. | 60 | 102. | 80 |
| 33 | 79. | 60 | 86. | 10 | 93. | 80 | 107. | 60 |
| 34 | 81. | 30 | 88. | 40 | 97. | 0 | 112. | 30 |
| 35 | 83. | 20 | 90. | 80 | 100. | 10 | 117. | 0 |
| 36 | 85. | 70 | 94. | 30 | 105. | 20 | 125. | 60 |
| 37 | 88. | 20 | 97. | 80 | 110. | 30 | 134. | 20 |
| 38 | 90. | 70 | 101. | 30 | 115. | 40 | 142. | 80 |
| 39 | 93. | 10 | 104. | 70 | 120. | 60 | 151. | 30 |
| 40 | 95. | 50 | 108. | 10 | 125. | 80 | 159. | 80 |
| 41 | 99. | 20 | 113. | 70 | 135. | 10 | 181. | 80 |
| 42 | 102. | 90 | 119. | 30 | 144. | 40 | 203. | 80 |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 20 | | 25 | | 30 | | 35 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 43 | 106. | 60 | 124. | 90 | 153. | 70 | 225. | 80 |
| 44 | 110. | 20 | 130. | 50 | 163. | 0 | 247. | 90 |
| 45 | 113. | 80 | 136. | 20 | 172. | 20 | 270. | 0 |
| 46 | 119. | 70 | 146. | 30 | 196. | 10 | 335. | 0 |
| 47 | 125. | 60 | 156. | 40 | 220. | 0 | 400. | 0 |
| 48 | 131. | 50 | 166. | 50 | 243. | 90 | 465. | 0 |
| 49 | 137. | 40 | 176. | 60 | 267. | 80 | 530. | 0 |
| 50 | 143. | 40 | 186. | 60 | 291. | 60 | 595. | 0 |
| 51 | 154. | 10 | 212. | 60 | 362. | 0 | 946. | 0 |
| 52 | 164. | 80 | 238. | 60 | 432. | 40 | 1297. | 0 |
| 53 | 175. | 50 | 264. | 60 | 502. | 80 | 1648. | 0 |
| 54 | 186. | 20 | 290. | 60 | 573. | 20 | 1999. | 0 |
| 55 | 196. | 90 | 316. | 60 | 643. | 70 | 2350. | 0 |
| 56 | 224. | 40 | 393. | 30 | 1024. | 0 | 3130. | 0 |
| 57 | 252. | 90 | 470. | 0 | 1404. | 0 | 4690. | 0 |
| 58 | 279. | 40 | 546. | 70 | 1784. | 0 | 6250. | 0 |
| 59 | 306. | 90 | 623. | 40 | 2164. | 0 | 9370. | 0 |
| 60 | 334. | 40 | 700. | 0 | 2545. | 0 | 18730. | 0 |
| 61 | 415. | 50 | 1114. | 0 | 3390. | 0 | | |
| 62 | 496. | 60 | 1528. | 0 | 5080. | 0 | | |
| 63 | 577. | 70 | 1942. | 0 | 6770. | 0 | | |
| 64 | 658. | 80 | 2356. | 0 | 10150. | 0 | | |
| 65 | 740. | 0 | 2770. | 0 | 20290. | 0 | | |
| 66 | 1178. | 0 | 3690. | 0 | | | | |
| 67 | 1616. | 0 | 5530. | 0 | | | | |
| 68 | 2054. | 0 | 7350. | 0 | | | | |
| 69 | 2492. | 0 | 11050. | 0 | | | | |
| 70 | 2930. | 0 | 22090. | 0 | | | | |
| 71 | 3903. | 0 | | | | | | |
| 72 | 5850. | 0 | | | | | | |
| 73 | 7769. | 0 | | | | | | |
| 74 | 11690. | 0 | | | | | | |
| 75 | 23370. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 40 | | 45 | | 50 | | 55 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 50. | 60 | 50. | 80 | 51. | 10 | 51. | 30 |
| 2 | 51. | 20 | 51. | 60 | 52. | 20 | 52. | 60 |
| 3 | 51. | 80 | 52. | 40 | 53. | 30 | 53. | 90 |
| 4 | 52. | 50 | 53. | 30 | 54. | 40 | 55. | 30 |
| 5 | 53. | 20 | 54. | 20 | 55. | 40 | 56. | 70 |
| 6 | 54. | 10 | 55. | 40 | 56. | 90 | 58. | 70 |
| 7 | 55. | 0 | 56. | 60 | 58. | 40 | 60. | 70 |
| 8 | 55. | 90 | 57. | 80 | 59. | 90 | 62. | 70 |
| 9 | 56. | 80 | 59. | 0 | 61. | 40 | 64. | 70 |
| 10 | 57. | 70 | 60. | 20 | 63. | 0 | 66. | 60 |
| 11 | 59. | 0 | 61. | 90 | 65. | 30 | 69. | 90 |
| 12 | 60. | 30 | 63. | 60 | 67. | 60 | 73. | 20 |
| 13 | 61. | 60 | 65. | 30 | 69. | 90 | 76. | 50 |
| 14 | 62. | 90 | 67. | 0 | 72. | 10 | 79. | 70 |
| 15 | 64. | 20 | 68. | 60 | 74. | 30 | 82. | 90 |
| 16 | 66. | 0 | 71. | 10 | 78. | 0 | 88. | 70 |
| 17 | 67. | 80 | 73. | 60 | 81. | 70 | 94. | 50 |
| 18 | 69. | 60 | 76. | 10 | 85. | 40 | 100. | 30 |
| 19 | 71. | 40 | 78. | 60 | 89. | 10 | 106. | 10 |
| 20 | 73. | 30 | 81. | 0 | 92. | 70 | 112. | 0 |
| 21 | 76. | 0 | 85. | 10 | 99. | 30 | 127. | 0 |
| 22 | 78. | 70 | 89. | 20 | 105. | 90 | 142. | 0 |
| 23 | 81. | 40 | 93. | 30 | 112. | 50 | 157. | 0 |
| 24 | 84. | 10 | 97. | 40 | 119. | 10 | 172. | 10 |
| 25 | 86. | 80 | 101. | 40 | 125. | 80 | 187. | 20 |
| 26 | 91. | 20 | 108. | 70 | 142. | 80 | 231. | 50 |
| 27 | 95. | 60 | 116. | 0 | 159. | 80 | 275. | 80 |
| 28 | 100. | 0 | 123. | 30 | 176. | 80 | 320. | 10 |
| 29 | 104. | 40 | 130. | 60 | 193. | 90 | 364. | 40 |
| 30 | 108. | 70 | 138. | 0 | 211. | 0 | 408. | 70 |
| 31 | 116. | 60 | 156. | 80 | 261. | 80 | 647. | 0 |
| 32 | 124. | 50 | 175. | 60 | 311. | 60 | 886. | 0 |
| 33 | 132. | 40 | 194. | 40 | 361. | 40 | 1125. | 0 |
| 34 | 140. | 30 | 213. | 30 | 412. | 30 | 1364. | 0 |
| 35 | 148. | 20 | 232. | 20 | 462. | 20 | 1605. | 0 |
| 36 | 168. | 60 | 287. | 80 | 734. | 80 | 2137. | 0 |
| 37 | 189. | 0 | 343. | 40 | 1006. | 40 | 3202. | 0 |
| 38 | 209. | 40 | 399. | 0 | 1278. | 0 | 4264. | 0 |
| 39 | 229. | 70 | 454. | 50 | 1549. | 0 | 6390. | 0 |
| 40 | 250. | 0 | 510. | 0 | 1820. | 0 | 12770. | 0 |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 40 | | 45 | | 50 | | 55 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 41 | 310. | 0 | 810. | 0 | 2424. | 0 | | |
| 42 | 370. | 0 | 1110. | 0 | 3630. | 0 | | |
| 43 | 430. | 0 | 1410. | 0 | 4836. | 0 | | |
| 44 | 490. | 0 | 1710. | 0 | 7250. | 0 | | |
| 45 | 550. | 0 | 2010. | 0 | 14490. | 0 | | |
| 46 | 874. | 0 | 2676. | 0 | | | | |
| 47 | 1198. | 0 | 4010. | 0 | | | | |
| 48 | 1522. | 0 | 5344. | 0 | | | | |
| 49 | 1846. | 0 | 8010. | 0 | | | | |
| 50 | 2170. | 0 | 16010. | 0 | | | | |
| 51 | 2890. | 0 | | | | | | |
| 52 | 4330. | 0 | | | | | | |
| 53 | 5770. | 0 | | | | | | |
| 54 | 8650. | 0 | | | | | | |
| 55 | 17290. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 60 | | 65 | | 70 | | 75 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 1 | 51. | 70 | 52. | 30 | 53. | 20 | 55. | 90 |
| 2 | 53. | 40 | 54. | 60 | 56. | 40 | 61. | 80 |
| 3 | 55. | 10 | 56. | 90 | 59. | 60 | 67. | 70 |
| 4 | 56. | 80 | 59. | 20 | 62. | 80 | 73. | 60 |
| 5 | 58. | 50 | 61. | 40 | 66. | 0 | 79. | 40 |
| 6 | 61. | 30 | 65. | 50 | 74. | 20 | 96. | 80 |
| 7 | 64. | 10 | 69. | 60 | 82. | 40 | 114. | 20 |
| 8 | 66. | 90 | 73. | 70 | 90. | 60 | 131. | 60 |
| 9 | 69. | 70 | 77. | 80 | 98. | 90 | 148. | 90 |
| 10 | 72. | 40 | 82. | 0 | 107. | 20 | 166. | 20 |
| 11 | 77. | 40 | 92. | 60 | 131. | 50 | 260. | 0 |
| 12 | 92. | 40 | 103. | 20 | 155. | 80 | 353. | 80 |
| 13 | 97. | 40 | 113. | 80 | 180. | 10 | 417. | 60 |
| 14 | 102. | 40 | 124. | 40 | 204. | 40 | 541. | 30 |
| 15 | 107. | 40 | 135. | 0 | 228. | 70 | 635. | 0 |
| 16 | 118. | 30 | 166. | 20 | 359. | 0 | 844. | 0 |
| 17 | 129. | 20 | 197. | 40 | 490. | 0 | 1260. | 0 |
| 18 | 140. | 10 | 228. | 60 | 622. | 0 | 1676. | 0 |
| 19 | 151. | 0 | 259. | 90 | 754. | 0 | 2510. | 0 |
| 20 | 161. | 80 | 291. | 20 | 885. | 0 | 5010. | 0 |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 60 | | 65 | | 70 | | 75 | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | R. | C. |
| 21 | 199. | 70 | 415. | 0 | 1176. | 0 | | |
| 22 | 237. | 60 | 539. | 0 | 1760. | 0 | | |
| 23 | 275. | 50 | 663. | 0 | 2344. | 0 | | |
| 24 | 313. | 40 | 787. | 0 | 3510. | 0 | | |
| 25 | 351. | 20 | 911. | 0 | 7010. | 0 | | |
| 26 | 556. | 0 | 1510. | 0 | | | | |
| 27 | 761. | 0 | 2260. | 0 | | | | |
| 28 | 966. | 0 | 3010. | 0 | | | | |
| 29 | 1171. | 0 | 4510. | 0 | | | | |
| 30 | 1376. | 0 | 9010. | 0 | | | | |
| 31 | 1830. | 0 | | | | | | |
| 32 | 2740. | 0 | | | | | | |
| 33 | 3650. | 0 | | | | | | |
| 34 | 5470. | 0 | | | | | | |
| 35 | 10930. | 0 | | | | | | |

| Nach Jahren | Alter der Person. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 80 | | 85 | | 90 | | | |
| | R. | C. | R. | C. | R. | C. | | |
| 1 | 60. | 0 | 74. | 0 | 63 | | | |
| 2 | 70. | 0 | 98. | 0 | 90 | | | |
| 3 | 80. | 0 | 122. | 0 | 116 | | | |
| 4 | 90. | 0 | 146. | 0 | 170 | | | |
| 5 | 100. | 0 | 170. | 0 | 330 | | | |
| 6 | 154. | 0 | 224. | 0 | | | | |
| 7 | 208. | 0 | 330. | 0 | | | | |
| 8 | 262. | 0 | 436. | 0 | | | | |
| 9 | 316. | 0 | 650. | 0 | | | | |
| 10 | 370. | 0 | 1290. | 0 | | | | |
| 11 | 490. | 0 | | | | | | |
| 12 | 730. | 0 | | | | | | |
| 13 | 970. | 0 | | | | | | |
| 14 | 1450. | 0 | | | | | | |
| 15 | 2890. | 0 | | | | | | |

Diese Verminderung der in der ersten Tabelle aufgeführten Preise, muß die Anstalt gänzlich sicher stellen wider alle ausserordentliche Zufälle und beschwerliche Folgen, die entstehen könnten aus der Ungewißheit der Beobachtungen, und der auf die Verschiedenheit der Länder und Lebensarten gegründeten Register der Sterblichkeit, weil es augenscheinlich ist, daß alle diese Umstände nicht auf $\frac{1}{7}$ steigen können, wie wir vorausgesetzt haben. Aber wird denn diese Berichtigung nicht die Anstalt weniger annehmlich machen? Um hierauf zu antworten, darf man nur betrachten, daß die Sicherheit der Casse, um derentwillen diese Verbesserung angebracht worden, vor allen Dingen in Rechnung kommen muß; hernach, daß dieselbe bey den geringen Preisen fast unmerklich ist, und daß demohngeachtet bey den großen Preisen noch genugsame Anreizung übrig bleibe, um diejenigen anzulocken, die sich ein genugsames Leben versprechen, um den Genuß davon zu hoffen.

Ob nun gleich das Capital, auf welches die vorhergehenden Tabellen berechnet worden, zu 1000 Rubel angenommen ist, so begreift man doch leichtlich aus dem, was wir davon vorhin gesagt haben, daß es gänzlich von dem Willen und Glücksstande eines jeden Interessenten abhange, eine größere oder kleinere Summe anzuwenden, und es wird leicht seyn, hiernach die Preiße vor jede Summe zu bestimmen. Zum Beyspiel, wenn jemand wachsende Renten kaufen wollte, vermittelst einer Summe von 500 Rubel, so dürfte man nur die Hälfte der in der vorhergehenden Tabelle angesetzten Preise nehmen, oder auch dieselben verdoppeln, wenn die Summe 2000 Rubel ist, und so weiter.

Es ist auch klar, daß durch diese Bewerkstelligung sowohl die Anstalt als ein jeder Interessent insbesondere, im Stande ist, vorher zu wissen, welches der Preiß seyn werde, den man bezahlen oder empfangen wird vor jedes Jahr bis an den Tod, ohne daß man sich bekümmern darf weder um die Zahl solcher Käufer, noch um die Zahl derer, die absterben.

Ferner ist es augenscheinlich, daß der freye Zutritt, den man zu jederzeit allen Personen vergönnet, die sich anfinden, ohne Rücksicht weder auf ihr Alter, noch auf ihre Anzahl, noch selbst auf die Summe, die sie einlegen, sehr geschickt sey, eine sehr große Menge Interessenten herbey zu ziehen, welche wahrscheinlich sich beständig vermehren wird, anstatt abzunehmen; indem die Zahl der neu aufgenommenen beständig die Zahl der Todten übertreffen, oder doch mit denselben im Gleichgewichte stehen wird. Aus dieser Ursache wird der Staat, (er mag nun dieses Finanzmittel eingeführet haben, um in weniger Zeit eine gewisse Summe Geldes zu haben, oder um seine Einkünfte zu vermehren,) nicht nur das Capital

pital an sich ziehen, sondern es werden ihm auch die Zinsen, die er zur Bezahlung der Renten hergegeben hat, in weniger Zeit wieder erstattet werden durch die Dauer dieser Anstalt, die beständig bleibt, anstatt daß die gewöhnlichen Tontinen mit dem Tode des letzten Gliedes erlöschen.

Es ist also eine unerschöpfliche Quelle, woraus der Staat beständig Nutzen ziehen kann. Jedoch mit der Bedingung, daß die Casse niemals so sehr entblösset sey, daß sie ausser Stande wäre, die Renten zu bezahlen, und daß sie ihr Zutrauen in den Gemüthern des Publikums erhalte.

Uebrigens muß man noch bemerken, daß, obgleich diese Tabellen nur auf das Alter von 95 Jahren fortgesetzet sind, man dennoch denenjenigen, die dieses Alter überleben, wenigstens die Summe bezahlen müsse, die vor 95 Jahre angesetzet worden. In der That müßte man die Preise hiernach erhöhen; aber weil sie schon sehr beträchtlich sind, so kann man es dabey bewenden lassen vor die wenigen Jahre, die auf diesen Termin folgen möchten.

# Erläuterungen
über die
# öffentlichen Anstalten
zum Besten
sowohl der Witwen als Sterbefälle
nebst
der Beschreibung
einer
## neuen Art von Tontine
die für das Publikum eben so bequem
als vor den Staat nützlich ist.

Berechnet unter der Aufsicht
des Herrn Leonard Euler
durch
Herrn Nicolas Fuß
Adjunktus der Kaiserl. Akademie der Wissenschafften zu Petersburg.

Aus dem Französischen übersetzt
und mit einer Einleitung versehen
von
Johann Augustin Kritter
Senat. und Camerar. in Göttingen.

---

Altenburg
in der Richterischen Buchhandlung. 1782.