KEPLERI
METHODUS SOLIDA QUÆDAM SUA DIMETIENDI ILLUSTRATA
ET CUM
METHODIS GEOMETRARUM POSTERIORUM COMPARATA

12.

DISSERTATIONE

QUAM

PRÆSIDE

CHRISTOPH. FRID. PFLEIDERER

UNIVERSITATIS ET COLLEGII ILLUSTRIS PROFESSORE PHYSICES ET MATHESEOS PUBL. ORD.

PRO CONSEQUENDO GRADU MAGISTERII

D. SEPT. MDCCXCV.

PUBLICE DEFENDENT

IOANNES FRIDER. CHRISTOPH. HARTMANN, *Wildbergensis*,

THEOPHILUS FRIDER. FERDIN. KORNBEK, *Bavarifontanus*;

IOANNES CHRISTIANUS FLATT, *Stuttgardiensis*,

CANDIDATI MAGISTERII PHILOSOPHICI IN ILLUSTRI STIPENDIO THEOLOGICO.

Gartz Wfr.

12

TUBINGÆ

LITERIS SCHRAMMIANIS.

§. 1.

Sat celebris eſt modus, quo KEPLERUS in *Nova Stereometria doliorum* (*Lincii* 1615.) P. I. *Stereometriae Archimedeae Theor.* II. demonſtrationem *Prop.* I. *Archimedis De circuli dimenſione* informavit. Sequentium gratia ipſiusmet verba tranſcribere expediet: " Archimedes utitur demonſtratione indirecta, quæ ad impoſſibile ducit; de qua multi multa: mihi „ ſenſus hic eſſe videtur. Circuli *BG* [*Fig.* 1.] circumferentia partes „ habet totidem, quot puncta, puta infinitas; quarum quælibet conſideratur ut baſis alicujus trianguli æquicruri cruribus *AB*: ut ita triangula in area circuli inſint infinita, omnia verticibus in centro *A* coëuntia. Extendatur igitur circumferentia circuli *BG* in rectum; & ſit *BC* „ æqualis illi, & *AB* ad illam perpendicularis. Erunt igitur infinitorum „ illorum triangulorum ſeu ſectorum baſes imaginatæ omnes in una recta „ *BC* juxta invicem ordinatæ. Sit una talium baſium *BF* quantulacunque; eique æqualis *CE*: connectantur autem puncta *F*, *E*, *C* cum *A*. „ Quia igitur triangula *ABF*, *AEC* totidem ſunt ſuper recta *BC*, quot „ ſectores in area circuli; & baſes *BF*, *EC* æquales illis; & omnium „ communis altitudo *BA*, quæ etiam eſt ſectorum: triangula igitur „ *EAC*, *BAF* erunt æqualia, & quodlibet æquabit unum ſectorem circuli; & omnia ſimul in linea *BC* baſes habentia, id eſt, triangulum „ *BAC* ex omnibus illis conſtans æquabit ſectores circuli omnes, id eſt, „ aream circuli ex omnibus conſtantem. Hoc ſibi vult illa Archimedea „ ad impoſſibile deductio." ([1])

§. 2.

---

(1) Similiter *Theor.* XI. corpus cylindri eſſe ad corpus ſphæræ, quam ſtringit, in proportione ſesquialtera, duobus oſtendit modis: utroque conſiderans corpus ſphæræ ad analogiam dictorum *Theor.* II. tanquam poteſtate in ſe continens infinitos veluti conos, verticibus in centro ſphæræ coëun-

§. 2.

Eadem ſors haud obtigit conatibus, quibus in adjuncto *Stereometriae Archimedeae Supplemento* ſolidorum in limine ejus recens propoſitorum quædam, ad rationes doliorum proprie pertinentia, dimetiri KEPLERUS ſategit: ea nimirum, quæ rotatione circa baſes ſeu chordas ſuas tum ſegmentorum circuli quorumcunque, tum ellipſis ſegmentorum recta axi alterutri parallela abſciſſorum, generantur; quæ *Mala* ſeu *Poma*, *Citria*, *Cotonea*, *Olivas* vel *Pruna*, *Cucurbitas* vel *Melones ſeſſiles*, *Pruna craſſa* appellavit (2): præmiſſis, ob uſum ſpeciei eorum ad hæc dimetienda,

---

coëuntes, baſibus, quarum vicem ſuſtineant puncta, in ſuperficie ſtantibus; & curvam ſuperficiem ſphæræ extenſam concipiens in planum circulare, cujus diameter ſit dupla diametri ſphæræ; atque ſuper hoc conſtituens conum rectum, cujus altitudo æqualis ſemidiametro ſphæræ: tum priore modo conum hunc ſphæræ æqualem (quippe ex totidem, quot ſphæra, æqualibus utrinque conis conſtantem) cum cylindro æquealto ſuper eadem baſi, & hunc cum cylindro ſphæræ circumſcripto comparans juxta *Elem.* XII, 10. 11. 14: altero fingens etiam cylindrum ſphæræ circumſcriptum ſecari in infinita priſmata in axe cylindri coëuntia, pro baſibus habentia lineas rectas æquales axi, quæ omnes juxta invicem ordinentur in curva cylindri ſuperficie; atque hanc ad analogiam *Theor.* II. in rectangulum planum extenſam imaginans; baſes vero cylindri in triangula uti *ABC* (*Fig.* 1.); ut priſma oriatur triangulare rectum, æquale corpori cylindri.

Pariter *Theor.* IV. demonſtrationem propoſitionis: quod columna recta parallelarum baſium tripla ſit pyramidis æquealtæ ſuper eadem baſi; analogice applicari ad cylindrum & conum poſſe monet, ſi perpendatur: "circulum, qui baſis eſt cylindri & coni, in infinita triangula ex centro „dividi; quibus totidem priſmata, totidemque partes coni ſuperſtent, „illa in axe cylindri, hæ in axe coni convenientes."

(2) "Si majus circuli ſegmentum *MDN* [*Fig.* 2.] circa ſectionem *MN* ſit „circumagendum: gignitur figura in duobus locis oppoſitis cava, ſcilicet „circa *M* & *N*; quæ *Mali* fructus arborei forma eſt. Si minus ſegmen- „tum

tienda, solidis, circuli, ellipsis, aliusve cujuslibet figuræ duabus diametris invicem normalibus præditæ, rotatione circa axem alterutri diametro parallelum, eumque vel extra figuram situm, vel ipsam contingentem aut terminantem, ortis; quæ *Annulos laxos*, *strictos*, *Cylindracea* nominavit (3). Ipsæ tamen methodi ac subsidia, quibus ad dimensio-

---

tum [$M\Delta N$] sit circumagendum circa sectionem suam [MN]; gignitur „ figura in locis duobus oppositis acuta, quam a *citrii mali* figura possis „ denominare."

Sit (*Fig.* 3.) ellipsis axis major CE, minor $D\Delta$; & sit MN recta priori, MI posteriori parallela. Segmentum majus MDN circa MN circumactum dicit figuram creare similem *Mali cotonei*; segmentum minus $M\Delta N$ circa eandem MN circumactum dare figuram *Olivae* vel *Pruni*. Altero segmento majore MEI circa MI circumacto; provenit, inquit, tali forma genus quoddam *Melonis* vel *Cucurbitae sessilis*; figuram autem solidam, quæ minore segmento MCI circa MI circumacto fit, a *Pruno crasso* non inepte denominaveris.

(3) Sit (*Fig.* 4.) $EBDH$ figura plana, quam utraque recta ED, BH dividat in duas partes similes, æquales, ac similiter dispositas; ambæ igitur simul in quatuor: quæ proinde in puncto sectionis F, quod centrum figuræ dicitur, invicem erunt normales. In alterutra DE sit punctum A extra figuram; per quod concipiatur recta alteri BH parallela. Circa hanc tanquam axem in circulum FCG circumacta figura DE, cum latitudine sua BH erecta (seu axi semper parallela), creat *Annulum laxum* (*patentem*); in quo spatium est intermedium, cujus centrum A.

Axe autem geneseos tangente figuram $EBDH$ in E; simili ejus circumductu gignitur *Annulus strictus* (*clausus*), sine spatio intermedio.

Quodsi (*Fig.* 2. 3.) figuram planam $MCIKEN$, duabus diametris invicem normalibus AO, CE (similiter ac $EBDH$) præditam, ex una parte terminat recta MN alterutri diametro CE parallela; ideoque ex opposito, recta IK parallela lateri MN, & æque ab centro figuræ F distans: solidum figuræ $MCIKEN$ circa MN rotatione genitum *Cylindraceum* vocat Keplerus nomine, quod etiam applicat solidis, quadrilaterorum mixtilineorum ut $CIKE$, quorum duo latera CE, KI sunt rectæ invicem parallelæ inæquales, rotatione circa majus horum laterum CE ortis.

mensionem solidorum horum enixus est vir sagacissimus, pariter ac theoremata, quæ elicuit, vel quorum certe fundamenta jecit, insignem per scripta geometrarum posteriorum nacta sunt celebritatem. Quo magis illa Kepleri molimina, sui generis, quod constet, prima, ab oblivione vindicari merentur.

§. 3.

De *Annulis* & *Cylindraceis* illis *Theor.* XVIII. (primo *Supplementi Stereom. Archim.*) ac sequenti hæc tradit:

Theor. XVIII. "Omnis annulus sectionis circularis vel ellipticæ „ est æqualis cylindro, cujus altitudo æquat longitudinem circumferen- „ tiæ, quam centrum figuræ circumactæ describit, basis vero eadem est „ cum sectione annuli."

"Intelligo sectionem, quæ fit plano traducto per centrum spatii „ annularis, ad superficiem annularem recto."

"Hujus theorematis demonstratio — iisdem elementis institui „ potest, quibus Archimedes Stereometriæ principia tradidit. Annulo „ enim *GCD* [*Fig.* 4.], sed integro, ex centro spatii *A* secto in orbiculos „ infinitos *ED*, eoque minimos: quilibet eorum tanto erit tenuior „ versus centrum *A*, quanto pars ejus, ut *E*, fuerit propior centro, „ quam est *F* & recta per *F* ipsi *ED* perpendicularis in plano secante; tanto „ etiam crassior versus exteriora *D*: extremis vero dictis, scilicet *D*, *E*, „ simul sumtis, duplum sumitur ejus crassitiei, quæ est in orbiculorum „ medio."

"Hæc ratio locum non haberet, si orbiculorum *ED* partes cis & „ ultra circumferentiam *FG*, lineasque per *F*, *G* perpendiculares, non „ æquales æqualiterque sitæ essent." (4)

Coroll.

(4) Sit orbiculi, resecti planis *EBD*, *ebd*, per centrum rotationis *A* ductis, atque ad rectas *AD*, *Ad* normalibus, semissis *EBDdbe*; cujus basis, sector annuli plani *EDde*.

Fiant

Coroll. "Hæc ratio dimensionis valet tam in circulari forma „ annuli, quam in elliptica — tam in laxis annulis, quam in strictis: „ quin imo in omnibus annulis, quæcunque ejus pro circulo ED existat „ figura ex sectione ejus recta; dummodo in plano per AD ad annulum „ recto partes cis & ultra F fuerint æquales æqualiterque sitæ hinc & „ inde — "

§. 4.

Fiant $FP = FQ = fX = fZ$, $Fp = Fq = fx = fz$. In punctis P, p, Q, q, X, x, Z, z constituantur rectis AD, Ad normales PU, pu, QR, qr, XV, xv, ZS, zs.

Erunt (supp.) trapezia $PpuU$, $QqrR$, $XxvV$, $ZzsS$ æqualia.

Solidi cavi rotatione integra quadrilateri $PpuU$ circa axem plano ADd in A normalem geniti sectorem $PXxpuvVU$ (cujus basis est sector $PpxX$ annuli plani, & cujus ad sectorem cylindri cavi circumscripti $= \frac{1}{2}(PX + px)\, Pp \times PU$ rationis limes est ratio æqualitatis) metitur $PX \times PpuU$.

Pariter sector $QZzqrsSR = QZ \times QqrR = QZ \times PpuU$.

Itaque ambo hi sectores simul $= (PX + QZ)\, PpuU = \frac{1}{2}(PX + QZ)\,(PpuU + QqrR)$.

Sed ob $FP = FQ$ est $AF = \frac{1}{2}(AP + AQ)$; pariterque arcus $Ff = \frac{1}{2}(PX + QZ)$.

Quare duo illi sectores solidi simul $= Ff \times (PpuU + QqrR)$:

& hinc semiorbiculus $EBDdbe$ $= Ff \times EBD$

orbiculus integer $= Ff \times EBDHE$

atque Annulus $=$ periph. rad. $AF \times EBDHE$.

Positis $AE = c$, $FE = FD = a$, $FP = FQ = x$, $PU = QR = y$; itaque $AF = c + a$, $AP = c + a - x$, $AQ = c + a + x$; radii 1 peripheria $= 2\pi$, & ejusdem peripheriæ arcu angulum DAd metiente $= \varphi$: sunt semissis orbiculi sectores

$$Pv = \varphi\,(c + a - x)\, y dx$$

$$Qs = \varphi\,(c + a + x)\, y dx$$

$$Pv + Qs = 2\varphi\,(c + a)\, y dx$$

semiorbiculus $= \int (Pv + Qs) = 2\varphi\,(c + a) \int y dx$

integrali $\int y dx$ ita sumto, ut incipiat seu evanescat pro $x = o$, & extendatur usque ad $x = a$; quo facto exhibet aream $BFE = BFD$;

Unde semiorbiculus $= \varphi\,(c+a) \times EBD$; orbiculus $= \varphi\,(c+a)\, EBDHE$; & annulus $= 2\pi(c + a)\, EBDHE$.

§. 4.

Theor. XIX. "Annulus strictus est æqualis cylindro, qui habet „basin circulum sectionis annuli, altitudinem æqualem ejus circuli „longitudini."

"Valet enim modus iste in omni proportione ipsius AE ad AF; „valetque adhuc in annulo stricto (5), ubi circuli ED circumacti centrum F describit circulum FG æqualem ipsi DE circumacto. Nam „secatur tale strictum ex E in orbiculos, qui in E habent crassitiem „nullam, in D duplam ipsius crassitiei in F; sicuti circulus per D duplus „est ad circulum per F."

Coroll. I. "Corpus cylindraceum, quod fit circumacto quadri- „latero mixtilineo $MIKN$ [*circa* MN], vi ejusdem demonstrationis „æquale est columnæ, quæ hoc quadrilaterum habet pro basi, & lon- „gitudinem circuli per F, G, pro altitudine." (6)

Coroll. II. "Globus est ad annulum strictum eodem circulo „crea-

---

(5) Nempe, pro $AE = c = 0$, generatim fit annulus $= 2a\pi \times EBDHE$.

(6) Factis $FL = FO$; & per puncta L, O ductis rectæ BH parallelis MN, IK: annuli, qui rotatione quadrilateri mixtilinei $MBIKHN$, duabus diametris invicem normalibus LO, BH præditi, circa axem per A diametro BH parallelum oritur, semiorbiculus $LloOIimM$ pariter constat sectoribus, quorum bini quicunque Pv, Qs, æque ab F distantes, simul sunt $= Ff(PpuU + QqrR)$.

Unde semiorbiculus $LloOIimM = Ff \times MLOI$

orbiculus integer $= Ff \times MBIKHN$

atque annulus $=$ periph. rad. $AF \times MBIKHN$.

Positis $AL = c$, $FL = FO = a$, ceterisque manentibus: fit, uti nº 4. semiorbiculus $= \int(Pv + Qs) = \phi\,(c+a) \times 2\int y\,dx$; integrali $\int y\,dx$ ita sumto, ut evanescat seu incipiat pro $x = 0$, & extendatur usque ad $x = a$, quo facto exhibet aream $FLMB = FOIB$. Itaque annulus $= 2\pi\,(c+a)\; MBIKHN$.

Et pro $AL = c = 0$; corpus cylindraceum, figuræ $MBIKHN$ circa MN circumductu ortum, fit $= 2a\pi \times MBIKHN$.

creatum, ut 7 ad 33. Nam tertia pars ſemidiametri ducta in quadru- „ plum circuli maximi, vel duæ tertiæ diametri in aream circuli maximi, „ creant cylindrum æqualem globo. At cylinder æqualis ſtricto habet „ baſin quidem eandem; altitudinem vero, circumferentiam. Ergo „ ut circumferentia ad beſſem diametri "[$\frac{3}{2}$ *circumferent. ad diam.*]" 33 ad 7; ita ſtrictum ad globum."

§. 5.

Solida, rotatione ſegmentorum circuli & ellipſis majorum *MDN*, *MEI* (*Fig.* 2. 3.) circa baſes ſuas *MN*,*MI* genita, h. e. *Mala*, *Cotonea*, *Melones ſeſſiles*, ad quæ pergit, KEPLERUS (abſciſſis ab $D\Delta$, *CE* rectis $FO = FA$, $Fe = Fc$, & per puncta *O*, *e* actis *IK*, *NK* ipſis *MN*, *MI* parallelis) dividit in *Cylindracea*, rotatione quadrilaterorum mixtilineorum *MCIKEN*,$M\Delta NKDI$ circa *MN*,*MI* genita, quorum dimenſionem docuit *Coroll.* I. *Theor.* XIX; atque in *limbos exteriores*, cylindracea exterius ambientes, rotatione ſegmentorum reſiduorum *IDK*,*NEK* circa *MN*,*MI* genitos, quos *Zonas mali*, *cotonei*, *cucurbitae* appellat.

Pariter in globo, rotatione ſemicirculi *CDE* circa diametrum *CE* genito (*Fig.* 2.), atque in ſphæroidibus, rotatione ſemiellipſis circa alterutrum axem *CE*,$D\Delta$ (*Fig.* 3.) ortis, *Cylindracea* diſtinguit, facta rotatione circa *CE*,$D\Delta$ quadrilaterorum mixtilineorum *CIKE*,$DKN\Delta$, ab ſemicirculo vel ſemiellipſi per chordas *IK*,*NK*, axi rotationis *CE*,$D\Delta$ parallelas, abſciſſorum; & *limbos exteriores*, rotatione ſegmentorum reſiduorum *IDK*,*NEK* circa eundem axem genitos, quos *Zonas globi*, *ſphaeroidum* vocat.

De quibus *Zonis* jam ſequentia adſtruit.

§. 6.

THEOR. XX. "Zona mali componitur ex zona globi, & ſegmento „ recto cylindri, cujus ſegmenti baſis eſt ſegmentum, quod deficit in „

 figura „

„ figura, quæ gignit malum, altitudo vero æqualis circulo, quem cen-
„ trum segmenti majoris describit." (7)

Demonstr. "Explicetur corpus mali iisdem legibus in cylindri-
„ cum segmentum (8), quibus Archimedes *Theor.* II. explicavit circuli
„ aream in triangulum rectangulum: & sit [*Fig.* 2. 5.] *AD* semidiameter
„ circuli maximi in corpore mali; ex cujus puncto *D* erigatur *DS* ejus
„ circuli maximi longitudo in rectum extensa, quæ concipiatur in super-
ficie

---

(7) H. e. (*Fig.* 2 5.) mali, geniti rotatione segmenti semicirculo majoris *MDN* circa chordam suam *MN*, limbus exterior, rotatione circa eundem axem *MN* segmenti *IDK* (quod $= M\Delta N$ ob $FO = FA$) ortus, æqualis est duobus solidis simul: quorum unum est globi, rotatione semicirculi *CDE* circa diametrum *CE* geniti, limbus exterior, rotatione segmenti *IDK* circa eandem diametrum *CE* ortus; alterum, segmentum cylindri recti, eidem segmento $IDK = M\Delta N$ insistens, & cujus altitudo æquatur circumferentiæ semidiametri *AF*.

(8) Idem *cylindri prisma* dein vocatur a Keplero, pariterque ab Wallisio (*Tractatus duo de Cycloide & Cissoide Oxon.* 1659. p. 3. 16.). Gregorius a S. Vincentio (*Opus geometr. quadraturae circuli & sectionum coni. Antverp.* 1647.) Libro IX. cujus Partes priores quinque illius tractationi impenduntur, *Ungulam* appellavit, *quod ungularem formam non usque adeo respuat* (p. 955.); quod nomen servatum ab Pascalio (*Lettres de Dettonville contenant quelques unes de ses inventions de geometrie. Paris* 1659.); Steph. de Angelis (*De superficie ungulae. Venet.* 1661.) Wallisio (*Mechanica. Lond.* 1670. p. 191. *sqq.*), plerumque nunc usurpatur. (Cfr. ill. Kæstneri *Anal. des Unendl.* §. 617. *sqq.*). Cavalerius & Torricellius (*Cavalerii Exercitationes geometr. Bonon.* 1647. p. 361. sqq.), Steph de Angelis (*De infinitis parabolis Venet.* 1659. Lib. II. p. 142. *sqq. Miscellaneum geometricum. Venet.* 1660. P. II. p. 89. *sqq.* P. III. p. 221. *sqq.*), Slusius (*Mesolabum. Leod.* 1668. p. 104.), *Truncum cylindricum*; Tacquet (*Cylindrica & Annularia. Antverp.* 1651. Lib. I. & II.) *Portionem cylindri*; Lalovera (*Veterum geometria promota in septem de cycloide libris. Tolosae* 1660 Præfat. p. 2.), Hugenius (*Horolog oscillator. Paris.* 1673. *Opp. varia. Lugd. Bat.* 1724. *Vol.* I. p. 132. sqq.) *Cuneum* dixerunt.

ficie cylindrica. Nam linea MN est veluti communis acies, ad quam „ terminantur omnia segmenta solida circularia (9). Extensa vero „ maxima circuli circumferentia in rectum DS; segmenta illa solida „ circularia simul extenduntur, & fiunt elliptica MSN, præterquam „ primum (10). Sed clarius elucescet vis hujus transformationis in „ sequentibus."

Secetur area MDN lineis parallelis ipsi MN "[*uti* QZ, qz]" in „ aliquot segmenta "[*trapezia mixtilinea, uti* $QqzZ$]" æque lata minima, „ quasi linearia; & connectantur A, S puncta: & in lineam AS "[*ad rectam usque* AS]" ex diametri punctis [F, O, P, p] per sectiones areæ „ factis ducantur "[*rectae* AD]" perpendiculares FG, OL [Pf, pg]. Sit „ autem F centrum "[*circuli, cujus segmentum est* MDN]"; &, quæ ex „ F perpendicularis, secet AS in G: & per G ducatur ipsi FD parallela „ GT. Sit denique O punctum medium sectionis IK; & ex illo per- „ pendicularis OL, secans AS in L: & per L ducatur ipsi OD parallela LR."

Cum igitur figura [MDN] circa MN circumagitur; nihil fere „ creat areola MN, quia minimum movetur: at ejus parallela per F[CE] „ jam movetur in circulum longitudine FG; linea per O [IK] in circu- „ lum longitudine OL; & sic omnes (11). Et partes corporis cylindrici „ [$MNDS$] per FG, OL signatæ sunt æquales cylindraceis illis veluti „ tunicis in malo, quas gignunt lineæ [CE, IK] in circumactu figuræ „

 MDN „

(9) Quasi cuneiformia; segmentum MDN ipsum in variis sitibus, quos rotando circa MN obtinet.

(10) MDN, quod ut primum consideratur, seu ab cujus situ rotatio circa MN inchoari concipitur. Idem rediens ad primum suum situm fit MSN.

(11) Scilicet peripheriæ radiorum AD, AF, AO, pariterque radiorum AP, Ap, GV, GX, Gx, GT, Ll, Lr, LR, sunt ut radii; igitur uti DS, FG, OL, Pf, pg, VL, Xf, xg, TS, lf, rg, RS. Quare cum sit $DS =$ periph. radii AD (constr.); etiam FG, OL, Pf, pg, VL, Xf, xg, TS, lf, rg, RS sunt peripheriis radiorum AF, AO, AP, Ap, GV, GX, Gx, GT, Ll, Lr, LR respective æquales.

„ *MDN* circa *MN* ([12]); per XVII. *Theor.* Tota igitur figura, ſcilicet „ cylindri priſma *MNDS*, conſtans ex omnium "[*mali*]" tunicarum cor- „ poribus in rectum extenſis, æqualis eſt toti corpori mali ex tunicis „ conſtanti."

„ Amplius cylindricum corpus ſuper baſi *IMNK* usque in *L*, cylin- „ dro ſecto per planitiem, in qua ſunt *OL* & *KI* lineæ, erit æquale „ cylindraceo mali, cui demta eſt zona exterior ([13]). Et igitur par- „ ticula cylindri reſecta per hoc planum [*IKda*], ſcilicet *LSDO*, erit „ æqualis zonæ mali."

„ Cum autem *GT* ſit æqualis ipſi *FD*; & ſit ſemidiameter illius „ globi, cujus maximus circulus eſt *MIDKN*Δ; & *TS* ſit longitudo illius „ circuli maximi ([11]) (quia ut *AD* ad *DS*, ſic *GT* ad *TS*): priſma cylindri „ ſupra *GT* usque in *S* erit æquale globo "[*genito rotatione ſemicirculi CDE circa diametrum CE, ſeu ſemicirculi BTb circa Bb*]"; & pars *GVL* ſimiliter „ erit æqualis cylindraceo corpori globi "[*cujus ſemidiameter*]" *FD* "[*ſeu GT*]", per circumactum lineæ *IK* ad *FO* rectæ "[*ſpatii CIKE circa CE, ſeu*

(12) Nempe ſolidum cavum ſeu tunicam mali, genitam rotatione trapezii $QqzZ$ circa MN, (cujus ad cylindrum cavum circumſcriptum $= \pi(AP + Ap)Pp \times QZ = \frac{1}{2}(Pf + pg)Pp \times QZ$ rationis limes eſt ratio æqualitatis) metitur $Pf \times Pp \times QZ$. Pariter portionem $QqzZnmst$ ungulæ $MNDS$, abſciſſam planis $QZnm$, $qzts$, per rectas QZ & Pf, qz & pg transeuntibus, (cujus ad priſma inſcriptum rationis limes eſt ratio æqualitatis) metitur $QZ \times Pp \times Pf$. Quævis igitur portio ungulæ, uti $QqzZnmst$, æqualis eſt tunicæ reſpondenti mali, genitæ circumductu circa MN trapezii $QqzZ$, cui portio ungulæ inſiſtit.

(13) Quippe per præcedentia (nº 12.) portio ungulæ $MNdaIK$, abſciſſa plano $IKda$ per IK & OL transeunte, æquatur portioni mali, rotatione quadrilateri $MCIKEN$ circa MN genitæ. Quod etiam ex *Coroll.* 1. *Theor.* XIX (§. 4.) conſequitur: cum portio ungulæ $MNdaIK$ ſemiſſis ſit corporis cylindrici æquealti ſuper baſi $MCIKEN$; &, ob $AF = \frac{1}{2}AO$ (conſtr.), pariter radii AF circumferentia, ſeu FG, ſit $= \frac{1}{2}OL$.

seu Bbki circa Bb]" descripto (14). Et igitur particula cylindri *LSTV* „
reliqua erit æqualis zonæ globi hujus, cujus sectio est segmentum *KDI* „
[*seu iTk*].

Sed *ODSL* [*seu IDKdaS*] componitur ex *VTSL* [*seu iTkdaS*], & „
ex *ODTV* [*seu IDKkTi*] segmento cylindrico, cujus basis *IDK* segmen- „
tum, & [*DT* =] *FG* altitudo æqualis (11) circulo, quem *F* centrum „
segmenti majoris *MIDKN* describit, si figura circa *MN* circumagitur. „
Ergo etiam horum æqualia sic sunt: scilicet ut zona mali "[*quae* =
segmento IDKdaS ungulae]" componatur ex zona globi ab eodem se- „
gmento [*IDK*] descripta "[*quae* = *portioni ungulae iTkdaS*]", & ex „
dicto segmento cylindrico "[*IDKkFi*].

§. 7.

Coroll. I. et Praxis Stereometrica. "Malum mensuri sic „
agemus. Datam oportet esse longitudinem *MN* deficientis segmenti „
apud *A*, in proportione ad diametrum circuli seu semidiametrum *FD*; „
ex qua datur sector *MFN* ac *IFK* per *Coroll.* ad *Theor.* II. Nam si „
dimidia *MN*, hoc est *IO*, explicetur numero, qualium *FD* est 100000; „
IO erit sinus rectus arcus *DI*: quo dato, datur & *OF* sinus comple- „
menti, & *OD* altitudo segmenti deficientis, seu sagitta aut sinus „
versus, in tabula sinuum. Multiplicato igitur *FO* in *IO*, prodit area „
trianguli *IFK*; qua ablata a sectore *IFK*, relinquitur segmentum „
IDK: „

---

(14) Scilicet, ob TS = periph. circuli ejus maximi, seu periph. radii GT, globus rotatione semicirculi BTb circa diametrum Bb genitus æqualis esse ostenditur ungulæ $BTbS$ eodem modo, quo ungula $MDNS$ asserta fuit = malo genito rotatione segmenti MDN circa MN. Nempe tunica quævis globi, rotatione trapezii $UuwW$ circa Bb orta = Lim. $\pi(GX+Gx)Xx \times UW = 2\pi \times GX \times Xx \times UW = Xf \times Xx \times UW =$ portioni respondenti $UuwWnmst$ ungulæ $BTbS$.

Pariterque de portione *Bbkiad* hujus ungulæ, ac de globi cylindraceo respondente, valent notata n° 13.

„ *IDK*: quod duc in circumferentiam ſemidiametri *AF* [$= OF$] per „ *Theor.* præſens, & creabitur ſegmentum cylindri [*IDKkTi*] ſuper „ baſi [*IDK*] ſegmento circuli, & altitudine *FG*; quæ eſt pars una mali, „ pars ſcilicet zonæ mali."

„ Auferatur duplum ſegmentum [$IDK = M\Delta N$] circuli ab area „ circuli; reſtabit ſegmentum circuli inter *IK* & *MN*: quod duc in „ eandem circumferentiam circuli per *AF* deſcripti, & creabis ([13]) cy- „ lindraceum mali; quæ eſt pars altera."

"Et quia ſcitur *IK*; ſcitur igitur & *IM* [$= AO = 2OF$]. Quære „ ergo globi "[*DC*Δ*E*, *geniti rotatione ſemicirculi CDE circa diametrum CE*]" ſegmentum *ICM* "[*rotatione ſemiſegmenti ICc circa CE ortum*] „ cujus baſeos diameter *IM*, per *Theor.* XIV. Eandem vero baſin [*circulum diametri IM*]" duc in altitudinem *MN*; creabisque cylin- „ drum "[*IMNK*, *genitum rotatione rectanguli IceK circa CE*]" ſub hoc „ globi ſegmento, per *Theor.* III. Cui adde duo ſegmenta globi inventa [*ICM*, *KEN*];" conflabisque cylindraceum globi inter *IK* & *MN*. Id „ aufer a corpore globi noto per *Theor.* XIII: reſtabitque zona globi, cujus „ ſectio *IDK*; quæ eſt pars tertia mali; pars ſcilicet altera zonæ mali."

" Tribus vero partibus compoſitis, totum repræſentabitur corpus „ mali." ([15]) §. 8.

---

(15) Itaque Malum $= \left\{ \begin{array}{l} IDK \times FG + MCIKEN \times FG \\ 2\pi \times AF \times MDN \\ \pi \times AO \times MDN \end{array} \right\}$ + limb. ſphær. ortus rotat. ſegm. *IDK* circa *CE*

Globi *DC*Δ*E* ſegment. $ICM = \frac{1}{3}\pi \times \overline{Ic}^q \times \frac{FC+cE}{cE} Cc$ (*Archimed. ſph. & cyl. II, 3 Kepleri Th. XVI. Karſtens Lehrb. II Th. I Abth.* §. 625.)

$= \frac{1}{3}\pi \times \overline{Cc}^q (2FC+AM)$ ob $\overline{Ic}^q = Cc \times cE$

Igitur ſegm. $ICM + NEK = \frac{2}{3}\pi \times \overline{Cc}^q (2FC + AM) = \frac{4}{3}\pi \times \overline{Cc}^q \times FC + \frac{2}{3}\pi \times \overline{Cc}^q \times AM$

Cylindrus $IMNK = \pi \times \overline{Ic}^q \times ce = \pi \times Cc \times cE \times MN = 2\pi \times Cc(FC+Fc)AM$

Hine globi cylindraceum $= \frac{4}{3}\pi \times \overline{Cc}^q \times FC + \frac{2}{3}\pi \times Cc(3FC+3Fc+Cc)AM$

$= \frac{4}{3}\pi \times \overline{Cc}^q \times FC + \frac{2}{3}\pi \times Cc(4FC+2Fc)AM = \frac{4}{3}\pi \times Cc(FC \times Cc + (2FC+Fc)AM)$

$= \frac{4}{3}\pi(FC-AM)(\overline{FC}^q + FC \times AM + \overline{AM}^q) = \frac{4}{3}\pi(\overline{FC}^c - \overline{AM}^c)$

Sed

§. 8.

Coroll. II. "Sic zona cotonei & zona cucurbitæ seſſilis com- „ ponuntur ex zonis, illa ſphæroidis longi, hæc ſphæroidis lati, & „ ex cylindri preſſi ſeu elliptici ſegmentis, illa ex planiori, hæc ex „ dorſuali; quorum ſegmentorum baſes ſunt ellipſeos ſegmenta, defi- „ cientia in figuris, quæ cotoneum & ſeſſilem cucurbitam creaverant; „ altitudines vero æquales circumferentiis in longum extenſis, quas „ centra figurarum in circumactu deſcribunt." [16]

§. 9.

Sed globus $DC\Delta E = \frac{4}{3}\pi \times \overline{FC}^c$

Ergo zona globi $= \frac{4}{3}\pi \times \overline{AM}^c = \frac{1}{6}\pi \times \overline{MN}^c$

& Malum $= \pi(AO \times MDN + \frac{1}{6}\overline{MN}^c)$.

Poſitis Malo $= S, FD = r, MN = 2c, FP = x$;

itaque $AF = \sqrt{r^2 - c^2}$, $PQ = \sqrt{r^2 - x^2}$:

Kepleri methodo conformiter fit

$dS = 2\pi \times AP \times Pp \times QZ$ (conf. Lhuilier *Expoſitio princip. calc. diff. & int.* §. 113.)

$$= 4\pi(\sqrt{r^2-c^2}+x)dx\sqrt{r^2-x^2} = 2\pi(\sqrt{r^2-c^2} \times 2dx\sqrt{r^2-x^2} + 2xdx\sqrt{r^2-x^2})$$

$$S = 2\pi(\sqrt{r^2-c^2} \times CQZE - \tfrac{2}{3}(r^2-x^2)^{\frac{3}{2}}) + \text{Const.}$$

ubi Conſtans ita eſt determinanda, ut S evaneſcat ſeu incipiat pro $FP = -FA$, $x = -\sqrt{r^2-c^2}$, adeoque pro $x^2 = r^2 - c^2$, $c^2 = r^2 - x^2$; quo caſu fit $CQZE = -CMNE$: proinde

$$o = 2\pi(-\sqrt{r^2-c^2} \times CMNE - \tfrac{2}{3}c^3) + \text{Conſt}; \ \& \ \text{Conſt} = 2\pi(\sqrt{r^2-c^2} \times CMNE + \tfrac{2}{3}c^3).$$

Quare ſolidi S pars indefinita, rotatione ſpatii $MCQZEN$ circa MN genita,

$$= 2\pi(\sqrt{r^2-c^2} \times MCQZEN + \tfrac{2}{3}c^3 - \tfrac{2}{3}(r^2-x^2)^{\frac{3}{2}});$$

& poſita $FP = FD, x = r$; Malum $S = 2\pi(\sqrt{r^2-c^2} \times MDN + \frac{2}{3}c^3) = \pi(AO \times MDN + \frac{1}{6}\overline{MN}^3)$.

(16) Eadem nimirum demonſtratione, quæ expoſita fuit §. 6. conficitur: tam ſolidum, rotatione ſegmenti ellipſis IDK (*Fig.* 3.) circa MN, parallelam axi majori CE, genitum, æquari ſolido rotatione ſegmenti hujus circa axem CE orto, + ſegmento cylindri elliptici ſuper eodem ſegmento IDK & ſub altitudine = circumferentiæ ſemidiametri AF; quam ſolidum, rotatione ſegmenti elliptici NEK circa MI parallelam

axi

§. 9.

Theor. XXI. "Corpus citrii est differentia inter zonam globi & „dictum segmentum cylindri." (17) De-

axi minori $D\Delta$ genitum, simul æquale esse solido circumductu segmenti hujus circa axem $D\Delta$ orto, ac segmento cylindri elliptici super eodem segmento NEK & sub altitudine = peripheriæ radii cF.

Unde Cotoneum rotatione segmenti MDN circa MN genitum $= \pi \times AO \times MDN +$ limbus exterior sphæroidis oblongi, ortus rotatione segmenti IDK-circa CE;

& Cucurbita sessilis, rotatione segmenti MEI circa MI genita, $= \pi \times ce \times MEI +$ limbus exterior sphæroidis lati, ortus rotatione segmenti NEK circa $D\Delta$.

Positis Cotoneo $= S, CE = 2a, D\Delta = 2b, MN = 2c, FP = x$;

itaque $AF = \frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2}$, quia $\overline{CF}^q : \overline{AM}^q = \overline{F\Delta}^q : \overline{F\Delta}^q - \overline{AF}^q, \overline{CF}^q : \overline{CF}^q - \overline{AM}^q = \overline{F\Delta}^q : \overline{AF}^q$

$PQ = \frac{a}{b}\sqrt{b^2-x^2}$, quia $\overline{FD}^q : \overline{CF}^q = \overline{FD}^q - \overline{FP}^q : \overline{PQ}^q$:

fit $$dS = 2\pi \times AP \times Pp \times QZ \,(15) = 4\pi\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2}+x\right)dx \times \frac{a}{b}\sqrt{b^2-x^2}$$

$$= 2\pi\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2} \times 2dx \times \frac{a}{b}\sqrt{b^2-x^2} + \frac{a}{b} \times 2x dx \sqrt{b^2-x^2}\right)$$

$$S = 2\pi\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2} \times CQZE - \frac{2}{3} \times \frac{a}{b}(b^2-x^2)^{\frac{3}{2}}\right) + \mathit{Const.}$$

Et ob $S = 0$ pro $FP = -FA, x = -\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2}$,

igitur $x^2 = b^2 - \frac{b^2}{a^2}c^2$, $b^2 - x^2 = \frac{b^2}{a^2}c^2$, ac $CQZE = -CMNE$,

adeoque Const. $= 2\pi\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2} \times CMNE + \frac{2}{3} \times \frac{b^2}{a^2}c^3\right)$: fit

solidi S pars indefinita, rotatione spatii $MCQZEN$ circa MN genita,

$$= 2\pi\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2} \times MCQZEN + \frac{2}{3} \times \frac{b^2}{a^2}c^3 - \frac{2}{3}\frac{a}{b}(b^2-x^2)^{\frac{3}{2}}\right);$$

& posita $FP = FD, x = b$, Cotoneum $S = 2\pi\left(\frac{b}{a}\sqrt{a^2-c^2} \times MDN + \frac{2}{3} \times \frac{b^2}{a^2}c^3\right)$

$$= \pi\left(AO \times MDN + \frac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2 \overline{MN}^3\right).$$

Pariter invenitur Cucurbita sessilis $= \pi\left(ce \times MEI + \frac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2 \overline{MI}^3\right)$.

(17) H. e. solidum rotatione segmenti IDK (Fig. 2. 5.) semicirculo minoris

Demonstr. "Nam eodem modo, ut prius, cum figura *IDK*„ [*Fig.* 2. 5.] circa *IK* circumagitur "[*vel aRd circa ad*]"; segmentum areolæ in ipsam *IK* [*vel ad*] terminans fere nihil creat, quia„ pene nihil movetur: at partes remotiores jam moventur per longitudinem circumferentiarum suarum; donec ultima *D*, vel ei respondens *R*, moveatur in longitudinem *RS*, quanta est circumferentia„ circuli amplissimi per corpus citrii (11). Ex quibus elementis conficitur, ut corpus citrii sit æquale segmento cylindri *LRS*. (18)

At cum *AO* dupla sit ipsius *FO* id est, *GV*; erit & *OL* [= *DR*]„ dupla ipsius *VL* [= *TR*]. Corpus igitur *ODRL* rectum, duplum„ ipsius *VTRL*; & pars igitur *ODTV* æqualis parti *VTRL*.

Sed *LRS* est differentia inter *LSTV* & *LRTV* "[*seu inter iTkdaS & iTkdRa*]"; quorum illud æquale zonæ globi (14), hoc æquale„ segmento cylindri *ODTV*" [*seu IDKkTi*].

§. 10.

Coroll. I. et praxis. "Oportet datam esse longitudinem axis„ [*IK*] citrii, & diametri [2*OD*] circuli maximi per corpus medium.„ Multiplicato igitur axe in se ipsum, & facto diviso per diametrum hujus„ circuli maximi in corpore citrii, prodit aliquid " $\left[\frac{\overline{IK}^q}{2OD} = 2\frac{\overline{IO}^q}{OD} = 2O\Delta\right]$ adji- "

minoris circa basin suam *IK*, seu segmenti *aRd* circa *ad* genitum, æquale est excessui, quo globi rotatione semicirculi *CDE* circa diametrum *CE*, seu *BTb* circa *Bb* geniti limbus exterior, segmenti *IDK* circa *CE*, seu *iTk* circa *Bb* circumductu genitus, superat segmentum cylindri, cujus basis est idem segmentum $IDK = iTk = aRd$, & altitudo = circumferentiæ semidiametri $AF = FO = GV$.

(18) Nempe tunica quævis citrii, rotatione trapezii *hyvo* circa *ad* genita, = Lim. $\pi(Ll + Lr) \times lr \times hy = 2\pi \times Ll \times lr \times hy = lf \times lr \times hy =$ portioni respondenti *hyvostnm* ungulæ *adRS*.

„ adjiciendum diametro citrii [$2OD$]. Ut hoc aggregatum [$2D\Delta$] „ eſt ad diametrum circuli 200000: ſic axis [IK] ad ſinum "[*dimidii arcus* DI]" ſegmenti [IDK], quod creat citrium; ſic & diameter „ [$2OD$] citrii ad ſinum verſum (19). Ex eo ſimilis, ſed tamen bre- „ vior eſt calculus una operatione, quam prius [§. 7.]. Non enim in- „ digemus cylindraceo mali: ſed invento primum ſegmento $VTDO$, „ deinde zona globi $LSTV$, aufertur illud ab hac; & reſtat LRS cor- „ pus citrii." (20)

§. 11.

Coroll. II. "Sic corpus olivæ vel pruni elliptici eſt differentia „ inter zonam ſphæroidis, illic longi, hic lati, & inter dictum ſe- „ gmentum cylindri elliptici." (21)

§. 12.

---

(19) Nempe
$$\left.\begin{matrix} FD : IO : OD \\ D\Delta : IK : 2OD \end{matrix}\right\} = \left\{\begin{matrix} \text{ſin. tot.} \\ 100000 \end{matrix}\right\} : \text{ſin. } DI : \text{ſin. verſ. } DI$$
$$\text{ideoque } 2D\Delta : IK : 2OD = 200000 : \text{ſin. } DI : \text{ſin. verſ. } DI.$$

(20) Itaque Citrium $= \frac{1}{6}\pi \times \overline{IK}^c$ (15) $- 2\pi \times AF \times IDK = \pi(\frac{1}{6}\overline{IK}^c - 2(FD - OD)IDK)$.

Poſitis Citrio $= S, FD = r, IK = 2c, FP = x$;

itaque $FO = \sqrt{r^2 - c^2},\ PQ = \sqrt{r^2 - x^2}$:

fit $dS = 2OP \times Pp \times QZ = 4\pi(x - \sqrt{r^2 - c^2})dx\sqrt{r^2 - x^2}$
$$= 2\pi(2xdx\sqrt{r^2 - x^2} - \sqrt{r^2 - c^2} \times 2dx\sqrt{r^2 - x^2})$$
$$S = \text{Const.} - 2\pi(\tfrac{2}{3}(r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} + \sqrt{r^2 - c^2} \times CQZE)$$

ſed $S = 0$ pro $FP = FO, x = \sqrt{r^2 - c^2}$, igitur $c^2 = r^2 - x^2$, & $CQZE = CIKE$.

Quare Conſt. $= 2\pi(\frac{2}{3}c^3 + \sqrt{r^2 - c^2} \times CIKE)$;

& ſolidi S pars indefinita, rotatione trapezii $IQZK$ circa IK genita,
$$= 2\pi(\tfrac{2}{3}c^3 - \tfrac{2}{3}(r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{r^2 - c^2} \times IQZK).$$

Unde poſita $FP = FD, x = r$;

Citrium $S = 2\pi(\frac{2}{3}c^3 - \sqrt{r^2 - c^2} \times IDK) = \pi(\frac{1}{6}\overline{IK}^3 - 2FO \times IDK)$.

(21) Scilicet demonſtratio §. 10. rurſus quoque applicatur ſegmentis ellipticis ſemiellipſi minoribus & zonis ſphæroidum. Unde (*Fig.* 3.) ſolidum, rota-

§. 12.

Citrium, olivam, prunum ellipticum, æqualibus utrinque circulis truncata, h. e. quæ (*Fig.* 2. 3. ab IK, NK abſciſſis $OB = OH$, $eG = eL$, ductisque Bb, Hh rectæ $D\Delta$, & Gg, Ll rectæ CE parallelis) rotatione quadrilaterorum mixtilineorum $BbDhH$ circa BH, $GgElL$ circa GL generantur, ac quorum primum & tertium proxime ad dolii figuram accedere KEPLERUS cenſet, idem *Theor.* XXI. *Coroll.* I. dividit in cylindros rotatione rectangulorum $BbhH$ circa BH, $GglL$ circa GL ortos: atque in limbos exteriores, ſegmentorum bDh circa BH, gEl circa GL cir-

---

rotatione ſegmenti ellipſis IDK circa baſin IK genitum, h. e. Oliva, $=$ limbo exter. ſphæroidis oblongi, orto rotatione ſegm. IDK circa $CE - 2\pi \times FO \times IDK$; & ſolidum rotatione ſegmenti ellipſis NEK circa NK ortum, ſeu Prunum craſſum, $=$ limbo exter. ſphæroidis lati, orto rotatione ſegm. NEK circa $CE - 2\pi \times Fe \times NEK$.

Poſitis Oliva $= S$, $CE = 2a$, $D\Delta = 2b$, $IK = 2c$, $FP = x$;

itaque $FO = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2}$, $PQ = \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - x^2}$ (16):

fit $dS = 4\pi(x - \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2})dx \times \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - x^2}$

$$= 2\pi\left(2xdx \times \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - x^2} - \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2} \times 2dx \times \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - x^2}\right)$$

$$S = \text{Conſt} - 2\pi\left(\tfrac{2}{3} \times \frac{a}{b}(b^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} + \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2} \times CQZE\right)$$

Atqui $S = 0$ pro $FP = FO$, $x = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2}$, igitur $\frac{b^2}{a^2}c^2 = b^2 - x^2$, & $CQZE = CIKE$.

Ergo Const $= 2\pi\left(\tfrac{2}{3} \times \frac{b^2}{a^2}c^3 + \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2} \times CIKE\right)$;

& ſolidi S pars indefinita, rotatione ſpatii $IQZK$ genita,

$$= 2\pi\left(\tfrac{2}{3} \times \frac{b^2}{a^2}c^3 - \tfrac{2}{3} \times \frac{a}{b}(b^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2} \times IQZK\right)$$

Unde poſita $FP = FD$, $x = b$;

Oliva $S = 2\pi\left(\tfrac{2}{3} \times \frac{b^2}{a^2}c^3 - \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - c^2} \times IDK\right) = \pi\left(\tfrac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2 \overline{IK}^3 - 2FO \times IDK\right)$.

Pariter invenitur Prunum craſſum $= \pi\left(\tfrac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2 \overline{NK}^3 - 2Fe \times NEK\right)$.

cumductu ortos, quos *zonas citrii*, *olivæ*, *pruni truncati* vocat; & similiter ac de zonis mali, cotonei, cucurbitæ sessilis, vel potius sphæræ & sphæroidum, de illis infert:

Theor. XXII. "Zona citrii truncati utrinque æqualibus circulis „componitur ex corpore minoris citrii, quod creatur ab eodem cir„culi segmento, quo & zona proposita creata est; & ex segmento „cylindri, cujus basis est idem minus segmentum circuli, altitudo „æqualis circumferentiæ circuli truncantis."

Coroll. II. "Zona olivæ aut pruni elliptici truncati componi„tur similiter ex corpore olivæ aut pruni minoris, quod eodem elli„pseos segmento creatur; & ex segmento cylindri pressi, quod eidem „ellipseos segmento superstat, altitudinem habens æqualem circum„ferentiæ circuli truncantis olivam aut prunum."

H. e. solidum, rotatione segmenti bDh circa BH genitum, æquale est duobus solidis simul: quorum unum rotatione ejusdem segmenti bDh circa basin suam bh oritur; alterum est cylindrus rectus, insistens basi bDh, & cujus altitudo æqualis circumferentiæ radii $Oo = Bb = Hh$. Nempe uti (*Fig.* 5. §. 6. 8.) ungula $BbTS =$ globo vel sphæroidi oblongo secabatur in portionem $Bbdaik =$ cylindraceo globi vel sphæroidis; in segmentum cylindricum $iTkdRa$ super basi iTk & altitudinis $RT =$ periph. radii GV; atque in ungulam $adRS =$ citrio vel olivæ, rotatione segmentorum IDK circa IK ortis (§. 9. 11.): ita hæc ungula $adRS$ dividetur in solidum = cylindraceo citrii vel olivæ, trapezii mixtilinei $IbhK$ circa IK circumductu orto; in segmentum cylindricum altitudinis = periph. radii Oo, super basi $= bDh$; & in ungulam = citrio vel olivæ minori, seu solido rotatione segmenti bDh circa bh genito. Quare quod, ablato cylindraceo, restat ab corpore citrii vel olivæ æqualis ungulæ $adRS$, h. e. limbus exterior seu zona citrii vel olivæ, quæ eadem zona est solidorum horum truncatorum, æquabitur duobus posterioribus ungulæ hujus partibus simul.

Pariter-

Pariterque oſtenditur: zonam pruni truncati, rotatione ſegmenti gEl circa GL genitam eſſe = pruno minori, rotatione ejusdem ſegmenti gEl circa gl orto + cylindro recto, cujus baſis idem ſegmentum gEl, altitudo = periph. radii ef.

§. 13.

Hinc zona citrii truncati $=\pi(\frac{1}{6}\overline{bh}^3 - 2\,Fo \times bDh)$ (20) $+ 2\pi \times Oo \times bDh$ (*Fig.* 2.)

$$=\pi(\tfrac{1}{6}\overline{BH}^3 - 2\,FO \times bDh)$$

zona olivæ truncatæ $=\pi\left(\frac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2 \overline{bh}^3 - 2Fo \times bDh\right)$ (21) $+ 2\pi \times Oo \times bDh$ (*Fig.* 3.)

$$=\pi\left(\tfrac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2 \overline{BH}^3 - 2\,FO \times bDh\right)$$

zona pruni craſſi truncati $=\pi\left(\frac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2 \overline{gl}^3 - 2Ff \times gEl\right)$ (21) $+ 2\pi \times ef \times gEl$

$$=\pi\left(\tfrac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2 \overline{GL}^3 - 2\,Fe \times gEl\right).$$

Poſitis zona citrii truncati $= S$, $FD = r$, $IK = 2c$, $BH = bh = 2g$, $FP = x$ (*Fig.* 2.); ideoque $FO = \sqrt{r^2 - c^2}$, $Fo = \sqrt{r^2 - g^2}$, $PQ = \sqrt{r^2 - x^2}$:

$$\left.\begin{aligned} &\text{eſt } dS = 2\pi \times OP \times Pp \times QZ = 4\pi(x - \sqrt{r^2 - c^2})\, dx \sqrt{r^2 - x^2} \\ &S = \text{Conſt} - 2\pi(\tfrac{2}{3}(r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} + \sqrt{r^2 - c^2} \times CQZE \end{aligned}\right\} \text{uti n° 20.}$$

Sed $S = o$ pro $FP = Fo$, $x = \sqrt{r^2 - g^2}$, $g^2 = r^2 - x^2$, & $CQZE = CbhE$. Igitur $\text{Conſt} = 2\pi(\frac{2}{3}g^3 + \sqrt{r^2 - c^2} \times CbhE)$;

ſolidi S pars indefinita, rotatione quadrilateri $bQZh$ circa BH genita,

$$= 2\pi(\tfrac{2}{3}g^3 - \tfrac{2}{3}(r^2 - x^2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{r^2 - c^2} \times bQZh);$$

& pro $FP = FD$, $x = r$, zona integra $S = 2\pi(\frac{2}{3}g^3 - \sqrt{r^2 - c^2} \times bDh)$

$$= \pi(\tfrac{1}{6}\overline{BH}^3 - 2\,FO \times bDh.)$$

Similique modo calculus n° 21. ad zonas olivæ & pruni craſſi truncati applicatur.

§. 14.

§. 14.

Atqui cylindri rotatione rectangulorum $\left\{\begin{matrix} BbhH \text{ circa } BH \\ GglL \text{ circa } GL \end{matrix}\right\}$ geniti

$$=\left\{\begin{matrix} \pi\times\overline{Oo}^2\times BH \\ \pi\times\overline{ef}^2\times GL \end{matrix}\right.$$

Ergo citrium truncatum $=\pi(\overline{Oo}^2\times BH+\frac{1}{6}\overline{BH}^3-2FO\times bDh)$ *Fig.* 2.

oliva truncata $=\pi(\overline{Oo}^2\times BH+\frac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2\overline{BH}^3-2FO\times bDh)$ *Fig.* 3.

prunum crassum truncatum $=\pi(\overline{ef}^2\times GL+\frac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2\overline{GL}^3-2Fe\times gEl)$

§. 15.

Sphæroidis zonam, rotatione ſegmenti IDK circa axem majorem CE, vel ſegmenti NEK circa axem minorem $D\Delta$ (*Fig.* 3.) genitam, eſſe, priorem $=\frac{1}{6}\pi\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2\overline{IK}^3$, poſteriorem $=\frac{1}{6}\pi\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2\overline{NK}^3$, vel immediate methodis n° 15. 21. oſtenditur, vel ex olivæ & pruni craſſi expreſſionibus n° 21. infertur.

Methodo igitur Kepleriana erit.

Sphæroides oblongum truncatum, rotatione quadrilateri $cIDKe$ circa ce genitum, $=$ cylindro, rectanguli $cIKe$ circa ce circumductu orto + zonæ ſphæroidis

$$=\pi\times\overline{FO}^2\times ce+\tfrac{1}{6}\pi\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2\overline{IK}^3=\pi\times ce(\overline{FO}^2+\tfrac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2\overline{IK}^2)$$

$$=\pi\times ce(\overline{FO}^2+\tfrac{2}{3}(\overline{FD}^2-\overline{FO}^2)\text{ ob }\overline{CE}^2:\overline{D\Delta}^2=\overline{IO}^2:\overline{FD}^2-\overline{FO}^2$$
$$=\overline{IK}^2:4(\overline{FD}^2-\overline{FO}^2)$$

$$=\tfrac{1}{3}\pi\times ce(2\overline{FD}^2+\overline{FO}^2);$$

& Sphæroides latum truncatum, rotatione quadrilateri $ANEKO$ circa AO genitum,

$$=\pi\times\overline{Fe}^2\times AO+\tfrac{1}{6}\pi\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2\overline{NK}^3=\pi\times AO(\overline{Fe}^2+\tfrac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2\overline{NK}^2)$$

$$=\pi\times AO(\overline{Fe}^2+\tfrac{2}{3}(\overline{FE}^2-\overline{Fe}^2)\text{ ob }\overline{D\Delta}^2:\overline{CE}^2=\overline{Ne}^2:\overline{FE}^2-\overline{Fe}^2$$
$$=\overline{NK}^2:4(\overline{FE}^2-\overline{Fe}^2)$$

$$=\tfrac{1}{3}\pi\times AO(2\overline{FE}^2+\overline{Fe}^2).$$

§. 16.

§. 16.

Pariter ſphæra æqualibus utrinque circulis parallelis truncata, quam trapezium mixtilimeum *cIDKe* circa *ce* circumactum generat (*Fig.* 2.), prodit

$$=\pi\times\overline{FO}^2\times ce+\tfrac{1}{6}\pi\times\overline{IK}^3\ (^{15})=\pi\times ce(\overline{FO}^2+\tfrac{2}{3}(\overline{FD}^2-\overline{FO}^2)$$
$$=\tfrac{1}{3}\pi\times ce(2\overline{FD}^2+\overline{FO}^2):$$

malum ſimiliter utrinque truncatum, rotatione quadrilateri *RbDbS* circa *RS* genitum,

$$=\pi(\overline{Ao}^2\times RS+\tfrac{1}{6}\overline{RS}^3+2AF\times bDb)\ (\S.\ 6.\ \&\ n^o\ 15.):$$

cotoneum truncatum, rotatione quadrilateri *RbDbS* circa *RS* genitum (*Fig.* 3.)

$$=\pi(\overline{Ao}^2\times RS+\tfrac{1}{6}\left(\frac{D\Delta}{CE}\right)^2\overline{RS}^3+2AF\times bDb)\ (\S.\ 8.\ 15.):$$

cucurbita ſeſſilis truncata, rotatione quadrilateri *TgElU* circa *TU* genita,

$$=\pi(\overline{cf}^2\times TU+\tfrac{1}{6}\left(\frac{CE}{D\Delta}\right)^2\overline{TU}^3+2Fc\times gEl)\ (\S.\ 8.\ 15.).$$

§. 17.

Ceteris, quæ de citriis, olivis, prunis, aliisque ſolidis ad dolii figuram accuratius etiam accedentibus, agitat, ſed non æque expedit Keplerus, ob ſcriptionis hujus limites miſſis, commemorare etiamnum huc pertinet, quæ *Theoremati* XVII. adjunxit: " Segmentum„ ſegmenti cylindrici *GST* [*Fig.* 5.], contentum tribus ſuperficiebus,„ ſemicirculo *GT* [*BTb*], ſemiellipſi *GS* [*BSb*] planis, & curva cy-„ lindrica [*BTbSB*], ſic ut ſectionis planorum linea [*Bb*] perpendi-„ culariter incidat in *G* punctum axis *HF* [*cylindri*], hoc, inquam,„ ſegmentum ſe habet ad totum cylindrum *TY* æquealtum, ut 7 ad„ 33 vel 14 ad 66 fere; ad ſegmentum vero *HGS* reſiduum ad ſemi-„ cylindrum *HGTS* (plano ſcilicet per axem *HG* ducto reſciſſum),„ ut 14 ad 19.

Nam infra in Supplemento Archimedeo demonſtrabitur hoc de„ una ſpecie cylindri, quando ſcil. ejus altitudo æquat circumferen-„ tiam„

„tiam baſis (22). At cum non tantum totus globus “[*rotatione ſemicirculi BTb circa diametrum Bb genitus*]” ſit æqualis toti ſemicy„lindro “[*ungulæ BbTS*]”, & totum ſtrictum “[*ſeu cylindraceum, rotatione trapezii Bbki circa Bb ortum*]” toti ſegmento [*Bbkiad*] cy„lindri, ubi vertices [*B*, *b*] ellipſis ſectricis tangunt baſes; ſed etiam „partes globi & ſtricti æquales ſecundum aliquotam circumferentiæ par„tem, quibus ſunt proportionales, ſint æquales partibus ſegmentorum ſe„micylindri & cylindri dictorum ſecundum eandem quotam altitudinis, vi „ejusdem explicationis corporum rotundorum in rectum: ſequitur, ut & „ſegmenta iſta ſegmentorum, quorum unius baſis eſt circulus, alte„rius ſemicirculus, ſint altitudinibus ſuis proportionalia; & ſic inter „ſe in omni altitudine retineant proportionem eandem, quæ eſt toto„rum, ſcil. 7 ad 33. Quibus vero baſes non ſunt circulus & ſemi„circulus, ſed alia circuli ſegmenta, illa miſcent proportionem baſium „huic proportioni 7 ad 33. Itaque etiam de his cylindricorum ſe„gmentorum ſegmentis valet axioma — quod, quæ inſiſtant eidem „baſi, ſint inter ſe ut altitudines” (23).

§. 18.

---

(22) Nempe globus rotatione ſemicirculi BTb circa diametrum Bb genitus, æqualis eſt ungulæ $BbTS$ (§. 6. nº 14.)

$$\begin{array}{lll}
\text{Atqui globus hic} & : \text{cylindr. circumſcript.} & = 2 : 3 \\
\text{cylindr. ille circumſcr} & : \text{cylindr. } T\Upsilon & = 1 : \pi \\
\hline
\end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
\text{Ergo} & & & \\
\left.\begin{array}{l}\text{globus} \\ \text{ungula } BbTS\end{array}\right] & : \text{cylindr. } T\Upsilon & = 2 : 3\pi = 2\times 7 : 3\times 22 & = 14 : 66 \\
\text{ungula } BbTS & : \tfrac{1}{2}\,\text{cylindr. } T\Upsilon & = 4 : 3\pi & = 14 : 33 \\
\text{ungula } BbTS & : \ HGS & = 4 : 3\pi - 4 & = 14 : 19
\end{array}$$

(23) Quæcunque nimirum ſit altitudo TS ungulæ $BbTS$: cum (14) tunica quævis globi, cujus ſemidiameter GT, ſit $= 2\pi\times GX\times Xx\times UW$, & portio reſpondens $UuwWnmst$ ungulæ $BbTS = UW\times Xx\times Xf$; eſt

§. 18.

Quod ad alterum tractationis propoſitæ caput attinet: primo Keplerus in demonſtratione *Theor.* XX. (§. 6. *Fig.* 5.) tam aream *MDN* lineis ipſi *MN* parallelis ſecat in ſegmenta æquelata minima, quaſi linearia; quam cylindri priſma *MNDS* componit ex partibus per rectas invicem parallelas *FG*,*OL* ſignatis, h. e. ex planis *CEbB*, *IKda* invicem, atque plano, ungulam juxta rectam *DS* tangenti, parallelis: prouti dein Cavalerius in *Geometria indiviſibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (*Bonon.* 1635. iterumque ibid. 1653.) comparandis invicem figuris planis inſcriptas lineas rectas, determinatæ alicui rectæ parallelas; ſolidis, plana deſignato cuidam plano parallela, tam illas, quam hæc numero indefinita, tanquam indiviſibilia eorum elementa adhibuit. (24)

Jam

---

eſt portio quævis ungulæ $BbTS$: tunicam reſpond. globi radii $GT = Xf$: $2\pi \times GX = TS$: $2\pi \times GT$
itaque etiam ungula $BbTS$: globum radii $GT = TS$: $2\pi \times GT$ = altitudo ung: periph. circ. max. globi.
Sed globus radii GT : cylindr. circumſcr. = 2 : 3
& cylindr. hic circumſcr. : cylindr. $T\Upsilon = 2GT : TS$
Quare rurſus ungula $BbTS$: cylindr. $T\Upsilon = 2 : 3\pi$

Ungulæ igitur, ab cylindro recto per centrum baſis & puncta in latere cylindri abſciſſæ, ſunt uti cylindri, ab eodem cylindro per eadem in latere ipſius puncta abſciſſi; proinde uti altitudines.

Seu cum (*dem.*) ungula altitud. H ſuper baſi BTb : ſphæram baſis $= H$: periph. circ. max. ſph.
eademque ſphæra baſis : ung. altitud. h ſuper BTb = eadem periph : h
Ungulæ altitudinum H, h, ſuper baſi BTb ſunt ut altitudines H, h.

Pariter portio quævis ſegmenti $adikTS$ ungulæ : tunicam reſpond. zonæ globi $= TS$: $2\pi \times GT$
& hinc ſegmentum $adikTS$ ungulæ $BbTS$: zonam ſphæricam baſis $iTk = TS$: $2\pi \times GT$

Unde, uti modo, infertur: ungularum altitudinum H, h, ſuper baſi BTb, ſegmenta, eidem ſemicirculi BTb ſegmento iTk inſiſtentia, eodemque plano axi cylindri parallelo abſciſſa, eſſe uti altitudines H, h ungularum ſeu ſegmentorum.

(24) Librum ſuum ante annum 1629. jam conſcriptum fuiſſe Cavalerius (*Exercitat.* p. 182. ſeq.) pluribus teſtimoniis aſſerit. Doctrinam ſuam

indi-

Jam GULDINUS quidem *Centrobarycae Lib.* II. *Praef.* p. 4. & *Lib.* IV. p. 325. seq. (*Viennae*, 1640. 1641.) asseruit: CAVALERIUM ex KEP-

---

indivisibilium ab ipso jam sub anni 1626. initium conceptam, pluribusque *Kepleri* problematibus applicatam fuisse, ex literis ejus ad *Galileum* constare FRISIUS refert (*Elogi di Galileo Galilei e di Bonav. Cavalieri. Milano* 1778. *Elog. del Cavalieri.* p. 19.)

Fundamenta methodi indivisibilium ad dimetiendas figuras planas ac solidas applicatæ continentur iis, quæ cel. LHUILIER *l. c.* § 1. *Ex.* 3. & § 100. 101. 103. 112. tradit. Methodum ipsam pluribus describit MONTUCLA *Hist. des mathemat. Paris*, 1758. T. II. p. 26. seqq.

CAVALERIUS (*Geometr. Praefat.*) occasionem inveniendæ methodi suæ admirationem suppeditasse refert: quod solida revolutione circa axem orta ab figurarum planarum gignentium conditione adeo degenerarent, ut aliam omnino ab eisdem rationem sequerentur; cylindrus ex. gr. in eadem basi & circa eundem axem cum cono constitutus esset ejusdem triplus, cum tamen ex paralellogrammo trianguli dictum conum generantis duplo oriatur. Ubi itaque prius ex. gr. cylindrum ex indefinitis numero parallelogrammis, conum vero, in eadem basi & circa eundem axem cum cylindro constitutum, ex indefinitis numero triangulis per axem transeuntibus veluti compactum effingens, habita dictorum planorum mutua ratione, illico & ipsorum solidorum ab ipsis genitorum emergere rationem existimasset: cum jam plane constaret, planorum rationi genitorum ab iisdem solidorum rationem minime concordare; figurarum mensuram tali ratione inquirentem oleum & operam perdere sibi jure censendum ait visum fuisse. Verum paulo profundius rem contemplatum in hanc tandem devenisse sententiam: ad rem suam lineas & plana non ad invicem coincidentia, sed æquidistantia assumenda esse; sic enim in plurimis ratione investigata se reperisse: tum corporum proportioni ipsorum planorum in corpore omnium, tum planorum proportioni ipsarum linearum in plano omnium proportionem ad amussim in omnibus respondere; plana ex. gr. cylindri omnia ad omnia plana coni, basi communi parallela (nempe circulorum congeriem, quæ intra cylindrum & conum veluti vestigia plani a basi ad oppositam basin continuo illi æquidistanter fluentis quodammodo relinqui intelligantur), ei, quam habet cylindrus ad conum.

Usum

KEPLERO, nominatim ex demonſtrationibus *Theorem.* II. III. IV. *Stereom.* ejus *Archimed.* anſam arripuiſſe & occaſionem ſuam metho-

 dum

Uſum horum indiviſibilium juxta ARCHIMEDIS ſtylum per figuras inſcriptas & circumſcriptas demonſtrationemque ad impoſſibile ducentem confirmari poſſe, CAVALERIUS non demum (uti MONTUCLA narrat *l. c.* p. 27. 31.) in *Exercitationibus* & ad *Guldini* repellendas objectiones, ſed jam in ipſa *Geometria* (*Lib.* VII. Edit. 2dæ p. 488. ſeqq. Conf. *Exercitat.* p. 93. ſeqq.) de figuris planis oſtendit; in *Exercitationibus* (*Exerc.* II. p. 116. ſeqq.) demonſtrationem *Geometr.* p. 504. de ſolidis tantum indicatam expoſuit: ad quæ dein generatim ad calcem *Exercit. III. in Guldinum* provocavit.

Simile quid indiviſibilium methodo molitus eſt SOVERUS (*Curvi ac recti proportio promota. Patav.* 1630. *Lib.* V. p. 276. ſeqq.) motu, quem vocavit ad datam figuram inter duas parallelas æquidiſtanter proportionali, & figuris analogis eo creatis; ſed in ſimpliciſſimis tantum ſubſtitit. Conf. CAVALERII *Exercitat.* p. 182. ſeq.

GALILEUS in *Diſcurſu & demonſtrationibus circa duas novas ſcientias pertinentes ad mechanicam & motum localem*, primum *Lugd. Bat.* 1634. Italice, tum ibid. 1699. Latine editis, non ſolum in *Dial.* I. p. 25. ſeqq. edit poſter. ſed & in *Dial.* III. *Prop.* I. p. 152. ſeq. indiviſibilibus Cavalerianis ad demonſtrandum uſus eſt. Prius notat FRISIUS (*Elog. del Galileo* p. 77. ſeq. *Elog. del Cavalieri.* p. 18. ſeq.): atque ex KEPLERI *Stereometria* (ad quam generatim, cum MONTUCLA l. c. p. 16. ſeqq. primum geometriæ promovendæ impulſum magnifico, ſed potiſſimum infiniti ſolum formulæ uſum in geometriam introductum & ad exempla §. I. recenſita applicatum celebrante præconio refert) notionem horum indiviſibilium hauſiſſe GALILEUM tradit; de quibus integrum Tractatum conſcribere in animo quidem habuerit, ſed quamvis iteratis excitatus CAVALERII literis propoſitum haud effecerit. Hunc ideo *Geometriae* ſuæ editionem diſtuliſſe addit JAGEMANN (*Geſchichte des Lebens und der Schriften des Galileo Galilei.* S. 137.)

FERMATIUS in Diſſ. *De aequationum localium transmutatione & emendatione ad multimodam curvilineorum inter ſe vel cum rectilineis* dum indivisibilium producendi; ut ipsemet in *Praefatione Geometriae* suæ

---

neis comparationem, cui annectitur proportionis geometricae in quadrandis infinitis parabolis & hyperbolis usus (*Varia opera mathemat. Tolosae* 1679. p. 44 seqq.) eandem indivisibilium methodum, cum calculo etiam conjunctam, tanquam compendium Archimedeæ per circumscriptiones & inscriptiones adhibet: quam in epist. ad *Robervallium* 22 Sept. 1636. data (p. 136. seq.) jam septem circiter abhinc annis cum amico communicasse scribit; &, præter solida, ad problemata de maximis & minimis, centrorum gravitatis, tangentium ac rectificationis curvarum, aliaque, sub methodi maximorum & minimorum nomine tum ab initio statim, tum postea extendit. Conf. *L'influence de Fermat sur son siecle relativement aux progres de la haute geometrie & du calcul, par Genty*. 1784. p. 52. seqq.

Indivisibilium doctrina, quam ex attentiori scriptorum ARCHIMEDIS consideratione sibi comparaverit, se integro quinquennio, antequam in lucem CAVALERIUS eum emiserit, usum fuisse in multis iisque plane arduis propositionibus, ROBERVALLIUS contendit in *Epist. ad Torricellium* anno 1644. data. (*Divers ouvrages de math. & de phys. par Mss. de l'Acad. roy. des. sc. Paris* 1693. p. 285. Conf. *Montucla* p. 34. seq.) Exstat etiam in citata Collectione (p. 190-245.) ipsius *De indivisibilibus Tractatus*, Gallico idiomate, tunc primum publici juris factus.

CARTESIUS in *Epist. ad Mersennum* circa annum 1638. scripta (*Ren. Des Cartes Epistolae. Pars* III. *Amst.* 1683. *Ep.* 58. p. 228.), quo tempore CAVALERII *Geometriam* nondum viderat (*ibid. Ep.* 85. p. 343.), in propositionis de area cycloidum demonstratione diversa duo triangula mixtilinea æqualia esse concludit, quorum omnes rectas lineas, eodem sensu in utroque ductas, æquales esse ostenderat.

Constructio solidorum ex *ductu*, quem GREGORIUS a S. VINCENTIO (*Op. geometr. Lib.* VII. p. 704.) vocat, *plani in planum*, Cavalerianis indivisibilibus simili nititur idea (conf. CAVALERII *Exercitat.* VI. p. 536. seq.): demonstrationes autem non per indivisibilia, sed Archimedea exhaustione GREGORIUS perficit; quare eatenus verum est, quod contra *Mersennum* AYNSCOMIUS (*Expositio ac deductio geometrica quadraturarum circuli Gregorii a S. Vincentio. Antverp.* 1656. p. 128.

suæ innuat. (25) Sed CAVALERIUS (*Exercitat.* III. p. 192. 180. 193.) jure ad hæc regerit: tum, quod innuat in *Praefat. Geom.* non esse, ansam

128. contendit: nil esse GREGORII ductibus cum CAVALERII per indivisibilia methodo commune, imo nec affine. Idem *l. c.* GREGORIUM ductus suos composuisse anno 1621, & biennio post Romam censendos misisse *Grienbergero*, literis hujus aliisque testibus asserit. GREGORIUS ipse, præter *Lib.* VII. de proportionalitatibus, cetera, quæ in *Opere* suo continentur, parata se habuisse anno 1625; ipsumque *Opus* a viginti quinque annis, antequam ederetur, concepisse, in *Praefat.* ejus p. 2. seq. refert.

Qui tot geometrarum coævorum in eundem compositionis continuorum conceptum ad geometriam promovendam applicandum, plerorumque etiam in eandem veterum de curvilineis demonstrationes prolixiores & indirectas in compendium atque ad ratiocinationem directam & analysi magis accommodatam redigendi rationem, consensus suspicionem haud improbabilem communis cujusdam originis specialioris potest movere.

Methodi ipsius veterum, quam singulis tantum propositionibus applicatam sistunt, partem potissimam ac frequentatissimam ad generalia theoremata (eadem, quæ tradit LHUILIER l. c. §. 1. Ex. 3. & §. 4.) LUCAS VALERIUS (*De centro gravitatis Libri tres. Romae*, 1603. *Lib.* II. *Prop.* 6. 11. & *Lib.* III. *Prop.* 1. 2. 3.) redactam primus, quod sciam, exposuerat.

(25) Eodem tenore WOLFIUS (*Elem. Mathes. univ.* T. I. *Geom.* §. 411.) demonstrationi Keplerianæ theorematis de area circuli subjunxit: „Hac demonstrandi methodo primus usus est KEPLERUS (in *Nova Stereom.*„ *dolior.* P. I. *Theor.* II.) Eam exemplo ejus excitatus (vid. *Praefat.*„ ad *Geometr. indivisibil.* p. b. 2.) sub nomine indivisibilium magis ex-„ coluit CAVALERIUS. Et. T. V. *Commentat. de praecipuis scriptis ma-*„ *themat. Cap.* III. §. 12. „Archimedea," inquit, „promovere studuit„ KEPLERUS in *Nova Stereom. doliorum* — Ejus exemplo excitatus„ CAVALERIUS (quemadmodum ipse in *Praefatione* fatetur) ulterius„ adhuc progressus, plurium quam ARCHIMEDES & KEPLERUS solido-„ rum „[mensuram]" dedit nova methodo indivisibilium, a KEPLERO„ P. I. *Theor.* II. *Stereom.* indicata.

ansam se & occasionem arripuisse ex KEPLERO methodum suam inveniendi, sed tantum de ea jam inventa periculum faciendi in iis solidis, quæ a KEPLERO in *Stereometria* sua fuerant promulgata; tum diversa omnino esse utriusque methodi fundamenta, cum KEPLERUS ex minutissimis corporibus majora componat, iisque utatur tanquam concurrentibus, ipse tantum dicat, plana esse ut aggregata omnium linearum æquidistantium, & corpora ut aggregata omnium planorum pariter æquidistantium; ac plana corporata *Theorematis* IV. KEPLERI longe ab iis planis basi parallelis abesse, quæ in sua *Geometria* tradantur.

Ut KEPLERI *Theorema* XX. penitius penetraret, sibi frangere, quod ajunt, caput aut cerebrum noluisse GULDINUS profitetur. Nec, quod sciam, nisi MONTUCLA (*l. c.* p. 18.), & post ipsum FRISIUS (*Elog. del Cavalieri.* p. 18.) methodi Cavalerianæ, quæ demonstratio ejus exhibet, vestigia commemorarunt; prior disertius, his verbis: „C'est ici, que Kepler employoit un procedé fort ressemblant „à celui de la methode des indivisibles.“

Ceterum CAVALERIUS (*l. c.* p. 193. seq.) contra *Guldinum* adhuc monet: etsi concederet, sibi aliquid luminis ex *Stereometria* KEPLERI ad procedendum per hæc indivisibilia suppeditatum fuisse (quod tamen omnino neget); hanc summam totius artificii suæ methodi nequaquam esse. Et re ipsa modus, quo dimensiones mali, citrii, olivæ CAVALERIUS *Geom. Lib.* III. *Theor.* 33. *Coroll.* 19. 20. 22. per indivisibilia consecutus est, prorsus est ab Kepleriana easdem investigandi methodo diversus.

§. 19.

Nempe KEPLERUS tum orbiculos annulorum *Theoremate* XVIII. seq. in partes rotundas, quasi sectores cylindrorum cavorum, dividit; tum *Theoremate* XX. ejusque applicationibus, ac *Theor.* XVII. malum, sphæram, ceteraque solida rotunda ibi tractata ex cylindraceis veluti tunicis seu superficiebus rotundis componit, quas singulas singulis quadrilateris planis ungulæ æquales esse ostendit: eadem methodo ([26]), quam postea TORRICELLIUS (*De dimensione parabolae solidique hyperbolici acuti problemata duo. Opera geometrica. Florent.* 1644.) præter alias figuras, dimetiendo uni ex solidis ab KEPLERO promulgatis, 50mo scil. seu ei, quod rotatione hyperbolæ circa asymptotum generatur, adhibuit, atque in *Prooemio* Diss. suæ de solido illo hyperbolico acuto (p. 94.) his commendavit verbis: „Methodus nostra, quam usurpaturi sumus, procedet per in-„ divisibilia curva, sine aliorum exemplo. Considerabimus enim„ omnes cylindricas superficies in nostro solido descriptibiles. Cujus„ rei cum nullum CAVALERIUS ipse tradiderit in sua *Geometria* ex-„ emplum ([27]); existimavimus nostram arguendi rationem exemplis„ aliquot esse corroborandam — Præmittemus itaque ante ipsum opus,„ sub exemplorum nomine, quasdam geometriæ propositiones jam„ pridem notas, sed a nobis per indivisibilia curva demonstratas.„ Sic enim magis manifestum fiet, hunc modum demonstrandi non„ esse negligendum, præsertim cum in rebus difficillimis maximum„ ipsius momentum reperiatur." Quibus conformiter HERMANNUS in *Oratione de ortu & progressu geometriae* (*Sermones in secundo solenni Acad. sc. imper. conventu 1726. recitati. Petrop.* p. 39.), nulla KEPLERI facta mentione, de TORRICELLIO prædicavit: „Invenio„ TORRICELLIUM multo felicius, quam ab ipso CAVALERIO præsti-„ tum sit, hanc methodum „[*indivisibilium*]" explicuisse, atque ad„ plura invenienda adhibuisse; introductis etiam indivisibilibus cur-„ vis, de quibus apud CAVALERIUM nulla mentio occurrebat."

§. 20.

---

(26) Vid. de ea LHUILIER *l. c.* §. 113. seq.

(27) Exstat tamen ejus exemplum ad figuras planas applicatum in CAVALERII *Geom. Lib.* VI. *Prop.* 4. 5. 6. 9;. quarum priores tres *Exemplo* 1, quarta *Ex.* 8. TORRICELLII analogæ sunt.

§. 20.

Porro audaci, quam *Theoremate* XX. seq. instituit, solidorum suorum in prismata cylindrica explicatione, acriter quidem in *Vindiciis Archimedis* (*Paris.* 1616. p. 2. seqq.) ab ANDERSONO reprehensa, KEPLERUS præivit fœcundissimis prismatum illorum ad solida rotunda quam plurima dimetienda, superficies ipsorum quadrandas, centra gravitatis tam solidorum quam superficierum determinanda, aliasque investigationes, applicationibus, quæ in scriptis mathematicorum supra (n° 8.) nominatorum inveniuntur ([28]): itaque geometris non materiam & ansam solum industriam exercendi solidis recens ab se propositis suggessit; sed & novum ad ea tractanda subsidium pandit, de cujus ubertate STEPH. DE ANGELIS in *Praefat. Partis* III. *Miscellanei geometr.* p. 221. prædicat: „Quot sint ea symp„tomata, quæ ex analogia inter solida rotunda & inter truncos cy„lindricos existentes super figuris genetricibus ipsorum emanent, „licuit lectori videre ex his, quæ passim exposuimus in nostris ope„ribus, ac præsertim in tota antecedenti Parte. Sed ne cogitet in „his pedem sistendum. Quam plurima etenim remanent, quorum „aliqua tangemus in Parte præsenti; simulque campum longe late„que patentem ad innumera nova indaganda aperiemus." Et ductum tam semicirculi, quam segmentorum circuli, in se mutuo ad ungulas cylindricas deducere ipse GREGORIUS A S. VINCENTIO *l. c.* p. 717. 969. seqq. notavit.

§. 21.

---

(28) MONTUCLA *l. c.* p. 18. tantum refert: „Parmi les problemes, dont „Kepler se tire heureusement, le seul, où il y ait quelque difficulté, est „celui, où il s'agit de mesurer le solide formé par un segment de cer„cle ou d'ellipse tournant autour de sa corde. Il le developpoit en un „autre corps formé en coin." Quæ ceterum addit, nonnisi ad *Theorema* XXI. pertinent; nec mentem KEPLERI usquequaque exhibent, & ad mera indivisibilia Cavaleriana comparationem solidi rotundi atque ungulæ reducunt.

§. 21.

Ipſo præterea modo, quo priſmata ſua cylindrica eorumque ſegmenta concepit, dimetiendisque ſolidis ſuis rotundis adhibuit, Keplerus præcipuas quasdam illorum proprietates ac cum ſolidis rotundis analogias vel diſerte §. 6. ſeqq. 17. ſtabilivit, vel inferre poſteriori loco docuit.

Sic, quæ Gregorius a S. Vincentio *Lib.* IX. *Prop.* 7. 17; Tacquet *l. c. Lib.* I. *Prop.* 11. 12. 13. 14. 15. earumque Corollariis primis, parte *Prop.* 18, porro *Prop.* 40; Steph. de Angelis *De inf. Parab. Lib.* II. *Prop.* 10, *Miscellan. geometr.* P. II. *Prop.* 1. habent, eadem ſunt cum Keplerianis ſupra §. 6. 8. 9. 17. expoſitis: & Tacquet demonſtrationes poſteriores *Prop.* 12. 14. 15. earumque *Coroll.* 1, pariterque Steph. de Angelis demonſtrationem *Prop.* 10. *Lib.* II. *De inf. parab.* (29) eadem, qua Keplerus §. 6. 17, methodo ſtruunt (30).

Palma-

(29) Quod ſolidum rotundum baſis æquale ſit ungulæ, cujus altitudo æqualis circumferentiæ circuli maximi ſolidi; & generatim ungula ſit ad ſolidum rotundum baſis, uti altitudo prioris ad circumferentiam circuli maximi in poſteriore.

Aynscom. *l. c.* p. 129. ſeq. cenſuræ *Merſenni*: nihil, quod ad rem faciat, novi Gregorium a S. Vincentio protuliſſe; præter alia opponit: "Quis ſphæram ad corpus non ſphæricum, ad portionem nimirum cylindricam, quam ungulam vocat, ante vel præter auctorem redu-„ xit?" Expreſſe vero hoc, quod de corpore ſphæræ Keplerus (§. 6. n° 14.), de ſuperficie tantum Gregorius *Lib.* IX. *Prop.* 74. docuit: ubi ungulæ, cujus baſis ſemicirculus, altitudo par circumferentiæ circuli, pariter ac ſphæræ eodem ſemicirculo genitæ, ſuperficiem quadruplam ejusdem circuli eſſe oſtendit. Notari autem analogiæ cum *Keplerianis* (*Theor.* II. XI. XX.) gratia *Gregorianum* pronunciatum *Prop.* 76. ſubjunctum meretur: „Manifeſtum igitur eſt, ungularem ſuperficiem a ſphæræ rotunditate nullo alio differre, niſi ſecundum lineas,„

 ex-„

Palmaria vero GREGORII de cubatura ungulæ theoremata, ſcilicet: ungulam, cujus altitudo ſit æqualis diametro ſemicirculi, qui baſis eſt ungulæ, æqualem eſſe pyramidi, cujus altitudo eſt ſemidiameter, baſis vero quadratum diametri (*l. c. Prop.* 24. 70.); & omnem ungulam a cylindro recto per centrum ac punctum in latere abſciſſam eſſe inſcriptæ ſibi pyramidis maximæ duplum, priſmatis vero circumſcripti beſſem (*Prop.* 71. 72. TACQUET *l. c. Lib. I. Prop.* 20.); facili conſequentia ex KEPLERI *Theor.* XVII. (§. 17.) deducuntur. Nempe (*Fig.* 5.)

	ejusmodi quævis ungula $BbTS$	: $\frac{1}{2}$ cylindr. $T\Upsilon$	$= 4 : 3\pi$
	$\frac{1}{2}$ Cylindr. $T\Upsilon$	: parallelepip. $\frac{1}{2}$ cylindro $T\Upsilon$ circumſcript.	$= \pi : 4$
	parallelep. $\frac{1}{2}$ cyl. $T\Upsilon$ circumſcript.	: priſma ungulæ $BbTS$ circumſcript.	$= 2 : 1$
Igitur	ungula $BbTS$	: priſma ipſi circumſcriptum	$= 2 : 3$

Proinde ungula $BbTS$ $= \frac{2}{3}$ priſm. circumſcript. ideoque $= 2$ Pyram. max. inſcript.

Sed pyramidis maximæ inſcriptæ baſis (triangulum rectilineum BbT) $= \frac{1}{4}\ \overline{\text{Diam. } Bb}^{q}$.

Ergo ungula $BbTS$ $= \frac{1}{2}$ pyram. æquealtæ ſuper $\overline{\text{diam. } Bb}^{q}$

$=$ pyram. cujus baſis $= \overline{\text{diam.}}^{q}$ altitudo $= \frac{1}{2}$ altitud. ungulæ.

§. 22.

Par eſt ratio *Theorematum* XVIII. ſq. KEPLERI ad TACQUETI *Cylindric. & annular. Lib.* III. *Partem* I. & *Partis* IV. propoſitiones quatuor priores.

Nempe

„expanſas & circulares; unde ſi quis hac ratione aſſerat ARCHIMEDEM „deveniſſe in notitiam demonſtrationum, quibus in materia ſphæræ & „cylindri uſus eſt, non videtur a vero aberraturus."

(30) Priores earundem propoſitionum demonſtrationes TACQUETI, & STEPH. DE ANGELIS demonſtratio *Prop.* I. P. II. *Miſcellan. geom.* pariterque PASCALII (*l. c. Lettre à Mr. de Carcavy.* p. 19. ſeq.) demonſtratio propoſitionis ab Prop. 13. 14. 15. TACQUETI & citatis STEPH. DE ANGELIS (poſteriore n° 29.) enunciato tantum diverſæ, ea procedunt methodo, quam indicat MONTUCLA p. 18. (n° 28.) Conf. LHUILIER §. 132. Methodo Keplerianæ analoga ſoliditatem ungularum inveſtigat ill. KAESTNERUS *l. c.* §. 618 ſeq.

Nempe TACQUETI *Propositio* 5. *Partis* I. primaria, & cujus ceteræ 6—33. facilia sunt consectaria, idem, quod KEPLERI *Theoremata* illa & Corollarium prioris, docet; ac tertia ejus demonstratio (p. 61.) eodem cum Kepleriana principio nititur.

Propositio 42. (Partis IV. prima) congruit cum KEPLERI *Coroll.* 2. *Theor.* XIX. In demonstratione ejus TACQUET immediate primum evincit: annulum clausum esse ad sphæram circuli genitoris, uti cylindrus rectus super basi huic circulo æquali ad portionem seu ungulam per latus ejus & centrum basis abscissam; unde in *Schol.* infert: quod in cylindro circulari sit portio per latus & centrum abscissa, hoc in annulo circulari clauso esse sphæram genitoris circuli ipsi annulo inscriptam; quæ pariter ex collatis invicem *Theor.* XIX. *Cor.* 2. & *Theor.* XVII. KEPLERI sponte consequuntur. *Prop.* 44. annulos clausos ellipticos ad sphæroides ellipsis genitricis eandem rationem $3\pi : 2$ habere simili modo ostendit; quod & modo Kepleriano facile concluditur (31). Propositiones 43. 45. ex ratione annulorum patentium ad clausos ab eadem figura genitos (quam suppeditant *Theor.* XVIII. sq.) & ex *Propp.* 42. 44. rationes annulorum patentium circularium atque ellipticorum ad sphæram genitoris circuli & sphæroides ellipsis genitricis componunt.

§. 23.

(31) Utraque propositio simul sic etiam potest deduci. Denotantibus A annulum circularem vel ellipticum; C cylindrum, parallelogrammi rectanguli circulo vel ellipsi circumscripti rotatione circa eundem cum annulo axem genitum; c, cylindrum sphæræ vel sphæroidi circumscriptum; S, sphæram vel sphæroidem: est

$A : C$ = figura genitrix : parallelogr. circumscr. (Th. XIX. & Cor. 1.) $= \pi : 4$

$C : c = 4 : 1$

$c : S = 3 : 2$

Itaque $A : S = 3\pi : 2$

§. 23.

Cum in figuris §. 2. nº 3. definitis centrum figuræ pariter sit centrum gravitatis: *Theoremata* XVIII. XIX. KEPLERI & *Coroll.* prioris atque *Coroll.* 1. posterioris casum exhibent adeo luculentum regulæ generalis ab GULDINO *l. c. Lib.* II. p. 147. propositæ (32); ut hic necessarium ipse duxerit, detrimento, quod inventionis suæ prærogativæ subnasci inde posset, sequenti cavere monito (*Lib.* IV. p. 322.): "Varia habet "[KEPLERUS in *Stereom.*]" quæ per nostram rotationem, qua & ipse utitur sed sine centro gravitatis (de quo ipse ni-„ „hil, nisi quando per accidens centrum figuræ idem est cum centro „gravitatis), rectius explicantur & demonstrantur." Nihilominus CAVALERIUS (*Exercitat.* III. p. 184. sq.) tum quam similia sint KEPLERI theoremata & GULDINI regula, & quam facile juxta normam ab hoc adversus se usurpatam judicari posset, ipsum ex KEPLERO suam regulam construxisse, & quod hic specialiter tradidit, tantum universaliter extendisse, notavit; tum præsertim etiam instititit: "quod ne„dum regula, sed & ratio, quam [*Lib.* II. p. 146.] affert ejusdem re„gulæ, qualiscunque sit, simillima sit Keplerianæ — Ego tamen," ait p. 185., "GULDINO talia unquam non objecissem: neque enim in„ventoris laudem omnino tollere putandum est, quod ipsius inventi „rude aliquod exemplar artifex præcognoverit"; quibus contra nimis KEPLERI scita extenuare videtur. Nimium vero illis tribuit cel. BÜSCH (*Encyklopädie der mathemat. Wiss. Hamb.* 1795. S. 88.), KEPLERUM perhibens in *Stereom.* de solidis rotundis universim ac de centro gravitatis figurarum genitricium demonstrasse, quæ de annulis tantum cylindraceisque & centro figuræ gignentium planorum docuit.

§. 24.

---

(32) Vid. de ea MONTUCLA *l. c.* p. 19. seqq. LHUILIER *l. c. Cap.* XIV.

§. 24.

Quod ad applicationes pithometricas attinet, ſtrictim obſervo:

1°. modum ab KEPLERO uſurpatum partem doliorum cylindricam & limbum ſeu zonam exteriorem diſtinguendi ut calculo etiam juxta methodum Cavalerianam applicando commodiorem alias conſueto fuiſſe ill. KÆSTNERO probatum (*Ueber die Ausmeſſung bauchichter Körper, nebſt Anwendung auf die Viſirkunſt. Leipz. Magazin für Mathemat.* 1787. I St. S. 2. f. 5. 9.);

2°. formulam, qua idem Vir cel. (S. 12. n° 22.) capacitatem dolii circularem affectantis amplitudinem accurate expreſſam ſiſtit (33), & quæ malum KEPLERI truncatum immediate exhibet, ad citrium vero truncatum applicatur mutatione ſigni indicata S. 13. n° 32, cum iis congruere, quas §. 14. 16. ex KEPLERI doctrina deduximus;

3°. regulam doliorum dimetiendorum, quam cel. LAMBERT (*Beyträge zum Gebrauche der Mathemat.* I *Th. Berlin* 1765. II. *Die Viſirkunſt.* §. 13. 19. 21. 27.) ex ſuppoſita circulari aſſerum flexura ut vero ad uſum ſatis propinquam eruit, poſteaque (*Beyträge* III *Th.* 1772. II. *Zuſätze zur Viſirkunſt.* §. 22. ſqq.) ad ellipticam aſſerum curvaturam accurate applicari deprehendit (34), coincidere cum iis, quæ §. 15. ex principiis

---

(33) Eam omnium maxime concinnam ac præſtantem eſſe prædicat cel. SPAETH (*Abhandlung von runden, ovalen, ey-und polygonal-Fäſſern. Nürnb.* 1794. S. 86. f.)

(34) Conf. LAMBERTS *Anmerkungen über die Beſtimmung des körperlichen Raums jeder Segmente von ſolchen Körpern, welche durch die Umdrehung einer coniſchen Section um ihre Axe entſtehen. Leipz. Mag.* 1786. IV St. S. 426. ff; ubi quoque notatur, eandem regulam jam tradi in MARTINI *Pithometriae theoria nova. Vitemb.* 1723.

Ceterum in ſphæram quoque truncatam ea ipſa regula exacte quadrat (§. 16.); quod & ex LAMBERTI æquatione integrali $Lg.\ x = \frac{1}{2}\ Lg.\ (b^2 - y^2) + Conſt.$ (*Beytr.* III Th. §. 25. *Leipz. Mag.* 1786. §. 5.) concipiis Keplerianis pro ſphæroidibus truncatis eliciuntur. Ipſe KEPLERUS rationem eorum non habuit, quod (*Stereom.* P. II.) numquam ullum dolium conſtitutum putabat ex ventre ſphæroidis Archimedei; " quam "[*figuram, pergit*]" ut veræ proximam (nondum notis aliis, „quarum geneſin ſupra docui) CLAVIUS [*Geometria practica. Mogunt.* 1606. p. 234.] ſubjecit. Nam ſphæroidis longi, quod in medio „juſtam & doliis aptam habeat buccoſitatem, flexura verſus truncatos vertices nimia eſt, nec ulla vincula in ea diu poſſunt hærere. „Sin autem ſumſeris medium ventrem ſphæroidis valde gracilis: „minues quidem hoc incommodum; at viciſſim ventrem dolio nullum permittis, ac ſi ex puro puto cylindro illud conſtrueres."

---

conſequitur. Scilicet *Conſt.* fit $= Lg. \frac{a}{b}$, ſi $y = o$ pro $x = a$; & *Conſt.* $= o$, ſi $y = o$ pro $x = b$. Priori caſu prodit LAMBERTI æquatio ad ellipſin $x = \frac{a}{b} \sqrt{b^2 - y^2}$; poſteriori æquatio $x = \sqrt{b^2 - y^2}$ ad circulum.

Calculus itaque juxta regulam illam inſtitutus truncum ſphæræ, ſphæroidis oblongi, vel lati repræſentabit, prouti quadratum diametri ventris dolii erit quadratis longitudinis ejus ac diametri fundi ſimul æquale, minus, vel majus. Communiter ſecundum obtinet ob longitudinem dolii diametro ventris majorem.

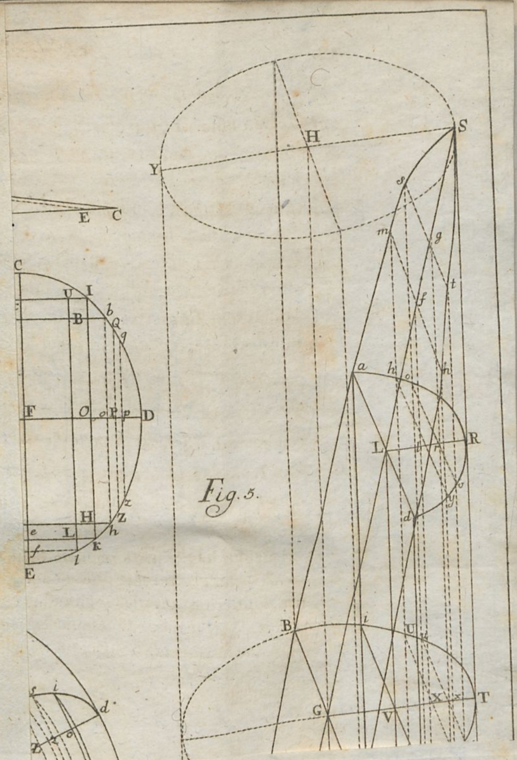
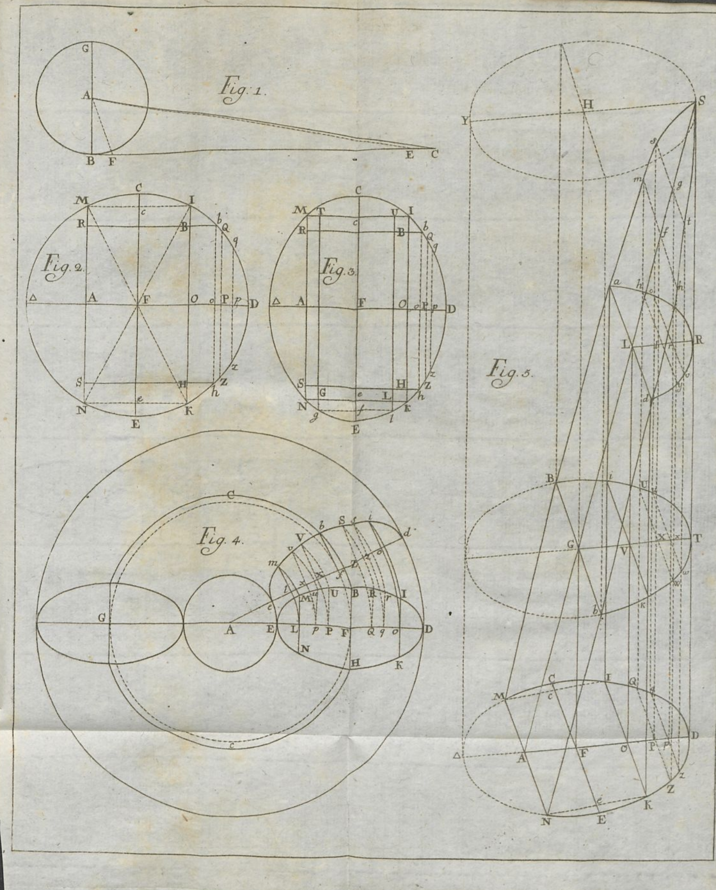


Fig. 5.

ſe KEPLE-
numquam
himedei;
otis aliis,
. *Mogunt.*
n medio
ſus trun-
hærere.
gracilis:
olio nul-
res."

$=a$; &
ri æqua-
$-y^2$ ad

e, ſphæ-
etri ven-
æquale,
tudinem



C

i

pr

in U

N

KEPLERI
METHODUS SOLIDA QUÆDAM SUA DIMETIENDI ILLUSTRATA
ET CUM
METHODIS GEOMETRARUM POSTERIORUM COMPARATA

12

DISSERTATIONE

QUAM

PRÆSIDE

CHRISTOPH. FRID. PFLEIDERER

UNIVERSITATIS ET COLLEGII ILLUSTRIS PROFESSORE PHYSICES ET MATHESEOS PUBL. ORD.

PRO CONSEQUENDO GRADU MAGISTERII

D. SEPT. MDCCXCV.

PUBLICE DEFENDENT

IOANNES FRIDER. CHRISTOPH. HARTMANN, *Wildbergensis*,
THEOPHILUS FRIDER. FERDIN. KORNBEK, *Bavarifontanus*,
IOANNES CHRISTIANUS FLATT, *Stuttgardiensis*,

Gartz

CANDIDATI MAGISTERII PHILOSOPHICI IN ILLUSTRI STIPENDIO THEOLOGICO.

12

TUBINGÆ

LITERIS SCHRAMMIANIS.