IO. AND. SEGNERI. D
MED. PHILOS. NAT. ET MATHEM. P. P. O
E SOCIETATIBVS REGIIS
LONDINENSI ET BORVSSICA,

EXERCITATIONVM HYDRAVLICARVM FASCICVLVS.

GOTTINGAE
APVD ABRAM VANDENHOECK, ACAD. TYPOGR.
MDCCXXXXVII.

1747

Instituti rationem, LECTOR BENEVOLE, *occasionemque exercitationes istas edendi, earum prima aperit. Programmata fuere, praeter vltimam omnes, inuitationibus ad dissertationes inaugurales, commendationibusque doctorum medicinae, superiori anno apud nos creatorum, praemissa. Noui parum continent: verum potissimum in illustrandis digerendisque iis versantur, quae a* VIRIS *reperta sunt, non vno earum loco laudatis.*

De celeritate, qua liquidum in quauis eiusdem tubi parte fluit.

§. 1.

Animus est programmatibus, quibus medicinae candidati hoc decanatu commendandi erunt, *Hydraulica* illustrare; eaque potissimum, vel eorum aliqua, quae supra laudem meam positus BERNOVLLIVS *pater*, * *& filius patre dignus*, ** per subtiles oppido analyses detexerunt, & si quae forte occurrerint alia, quantum ingenio adsequi, ea temporis, inter plura partiendi, parte potero, quae harum rerum meditationi superrerit, breui & concinna exponere synthesi. Etsi enim parum instructus ad hanc scriptionem accedo; spem tamen iniiciunt, quae feci, eius tentamina, satis, vt mihi quidem videntur, felicia, haud aegre ad illa, quae adhuc perficere licuit, & alia esse accessura. Verum, siue in illis subsistendum erit, siue ad alia me perduxerint praemonstrata a tantis viris principia: non nisi examinata recoctaque, & ad summam, quae sese inquirenti obtulerit, simplicitatem reducta, proponam.

§. 2. Auget coepti difficultatem, quod per capita edenda erunt dogmata inter se arctissime connexa, ea, quorum quodlibet separatum magis a reliquis, quam auulsum possit videri, quodque praefinito, si non versuum, paginarum certe, numero constet: qua re fieri non posse videtur, quin necessitas imponatur scribenti, arctandi aliqua magis, alia extendendi, quam constans sibi ab omni parte tractatio requirit. Verum, quemadmodum conaturus sum omni studio, vt, si aliquid ex ea re ad lectorem peruenire molestiae omnino

* Oper. Tom. IV. ** Hydrodynam.

omnino necesse est, id quam minimum sit: si tamen maius fortasse, quam vellem, futurum est, eius mihi aequam veniam, petenti, promitto.

§. 3. Est *Hydraulica* scientia motus liquidorum, qui ex liquidi natura sequuntur. Liquidum enim omne cum corpus sit, ab iisdem viribus impelli, & secundum easdem leges moueri potest, quibus obediunt corpora cohaerentia. Sed sunt etiam, praeter illas, motibus fluidorum priuatae suae leges, quae consistentium naturae repugnant. Solutae sunt liquidorum partes, & prorsus lubricae; sique sese mutuo trahunt, trahunturque a corporibus, quibus proxime adiacent, vel repelluntur; vis ea quamlibet liquidi particulam, quam vndique ambiunt eiusdem liquidi partes aliae, versus omnem partem aequaliter vrget: solae eae, quas ab vna parte corpus contingit, a liquido illo diuersum, versus eam partem magis plerumque vel minus impelluntur, quam versus oppositam. Verum parua haec vis, vel virium differentia, est, & saepe contemnenda, remouenda certe a consideratione reliquorum, ne multitudine obruamur. Eo facto nihil est, quod prohibeat, quo minus per quantumlibet angustas & tortuosas vias liquida fluant, cedentibus eorum partibus, atque inter se varie motis, prout id amplitudo viae atque directio requirit. Id vnum cauet attractio, vt ne in motu hoc partes liquidorum facile secedant; tubus autem, si & ipse liquidum trahat, vacuum relinqui spatium aliquod inter eius concauum, motumque in eo liquidum, prohibet. Solida e contrario corpora vel non admittuntur ab ostiis viarum angustiorum, vel si admittuntur, in arctiora delata, vel impedita anfractibus, sistuntur.

§. 4. Vis autem eius, qua liquidorum motorum partes se mutuo trahunt, effectus manifeste cernitur, si e vase repando aqua delabatur, vel, quod magis in hanc rem conuenit, venit, oleum. Cum enim ſecedere a ſe inuicem,in eo lapſu, fluidi partes eo magis deberent, quo cecidere altius; quod partes antecedentes, vtpote quas grauitas diutius mouit, celerius feruntur, quam conſequentes: id ſolum euenit, vt liquidum e magna latitudine in filamentum contrahatur, ſenſim gracileſcens, quod ſcilicet in ſpatiola, quae relinquerent inter ſe liquidi partes, ſi diuellerentur, a vi attractrice liquidum rapitur ab ambitu, ſimul atque formari incipiunt. Qua re fit, vt liquidum eiusmodi filum in guttas non ante ſoluatur, quam, poſtquam celeritas, qua anteriores eius partes a poſterioribus diſcedunt, continuato lapſu tantum creuit, vt iam potentia, a relatiua ea celeritate pendens, vim attractricem earundem partium ſuperet. Verum, ſi per tubum fluat liquidum,contractio ea locum habere non poteſt. Si enim vel maxime adeo amplus is ſumatur, vt flumini cuiuscunque figurae generando eius anguſtia nihil officiat: liquidi tamen, quo repletus ponitur, particula quaeuis aequaliter quaquauerſum trahetur, neque cauſſa erit, quae, poſtquam fluere per tubum eum liquidum occoepit, magis id, quam pro amplitudine tubi, coarctet.

§. 5. Adiuuat eam tuborum, per quos liquidum fluit, plenitudinem, & pondus aëris, quo, oppoſitis fluidi ſuperficiebus, quas aër contingit, verſus ſe mutuo ea vi preſſis, quae notior eſt, quam vt repeti hic debeat, vacuum inter eas fieri prohibetur. Poteſt ea preſſio a pondere fluidi ſuperari, vt in ſiphonibus altioribus & barometro: poteſt etiam, ſi anteriores fluidi tubum replentis partes celeritate a ſequentibus recedant, quae maior eſt illa, quam ſequentibus interea addere aër premens potuit. Verum tamen haec iis caſibus locum non habent, qui inprimis conſiderandi erunt.

§. 6. Ex hac autem liquidorum connexione ſequitur, ſi tubus liquido plenus, & vtrinque patens, ſectus intelligatur,

tur plano vtcunque posito, vim quamlibet, quae partes liquidi in eo plano positas vniuersas vrget, per omnes liquidi in tubo contenti partes reliquas distribui, siue eae anteriores sint plano illo, si ad directionem motus respicias, siue posteriores. Neque enim posteriores partes ab anterioribus minus trahuntur, quam anteriores premuntur a posterioribus.

§. 7. Id iam quibus legibus fiat, quiue e viribus ita distributis motus sequantur, ostendendum erit. Quod vt fieri possit, *Celeritates* primum considerandae sunt, quibus fluidum in diuersis eiusdem tubi ABCD partibus mouetur, cuiuscunque is figurae sit, & inter se comparandae. Ponimus liquidi superficies, quae aërem contingunt, AB, CD & planas esse, & parallelas, sectoque tubo per aliud planum quodcunque EF, parallelum iisdem superficiebus, omnes liquidi partes, in eo plano positas, eadem celeritate ferri: quod quibus casibus locum habeat, deinde inquiremus. His autem positis, constans est celeritatis, in quacunque sectione EF, ad celeritatem in alia eiusdem tubi sectione CD, ratio, quacunque celeritate in vna earum sectionum, vel in sectione quacunque alia AB, liquidum incedat, eaque ante omnia inuestiganda.

Fig. I.

§. 8. Vt autem breuior sit sermo, *Corpus prismaticum* dicemus omne, quod vel prisma est, vel cylindrus, vel ad prismata aut cylindros potest referri: quodque adeo bases oppositas parallelas, similes, aequales, & eodem modo positas, habet. *Axem* autem corporis prismatici dicemus rectam, quae centra grauitatis basium oppositarum connectit. *Tubus* ergo *prismaticus* erit is, in cuius cauum corpus prismaticum congruit: & *axis* eius *tubi*, axis huius corporis.

§. 9. Tubos autem vel vasa vt ABCD, qui prismatici non sunt, sed tamen basibus oppositis AB, CD parallelis terminantur, inter quas liquido pleni sunt, sectos concipiemus planis EF, & infinitis aliis, basibus AB, CD parallelis, earumrumque sectionum signata centra grauitatis, G, H, I, tum lineam ductam GHI, per omnia haec puncta, quae vel recta erit, vel curua, vel ex rectis & curuis composita, pro tubi figura. Ea linea GHI *Axis* huius tubi non incongrue dici posse videtur, nec sensu ab illo alieno, quo cylindri vel coni obliqui axis vulgo ita dicitur. BERNOVLLIVS centricam vocat.

THEOREMA I.

§. 10. *Si liquidum per tubum ABCD ita fluat, vt huius cauitatem inter bases oppositas AB, CD perpetuo repleat, vtque omnes eius particulae in eadem tubi sectione EF, basibus parallela, eadem celeritate incedant, quaecunque sit haec sectio, neque tamen circa centrum grauitatis eius H voluantur: erit directio omnium particularum in sectione FF eadem, recta nempe HK, quae axem in puncto H contingit.*

Si enim PQ planum, plano EF parallelum, eidem proximum intelligatur, pars tubi EQ a tubo prismatico tanto minus diuersa erit, quo minor est plani PQ a plano EF distantia; & euanescente hac distantia, in tubum prismaticum mutabitur, cuius axis est HR, quae producta tangentem HK exhibet. Particulae autem fluidae in EQ si non moueantur omnes eadem directione, vel vacuum inter aliquas earum relinquitur, vel aliae cedunt aliis, quod fieri non potest, nisi diuersa celeritate moueantur. Vtrumque cum iis repugnet, quae posita sunt, diuersa non est harum particularum directio, sed eadem. Iam particulae interiori superficiei tubi EP, FQ proximae, cum circa HR non rotentur, nisi motu huic axi HR parallelo incederent, recederent a superficie EP, FQ ad hanc vel illam partem; quare cum iterum vacuum aliquod intra EF & PQ spatium relinqueretur, omnes eae particulae secundum directiones axi HR, vel tangenti HK, parallelas incedent. Q. E. D.

LEMMA.

§. 11. *Corpora prismatica quaeuis esse in ratione composita, ex ratione basium, & ex ratione rectarum, inter bases oppositas, aequaliter ad bases inclinatarum: sique corpora prismatica aequalia sint, rationem basium rationi inuersae rectarum, inter earum bases, aequaliter ad bases inclinatarum, aequalem esse.*

Sunt enim corpora prismatica in ratione composita, ex ratione basium, & ex ratione altitudinum. Altitudinum vero rationem aequalem esse rationi rectarum inter bases, ad bases aequaliter inclinatarum, ex Prop. XVII. Element. XI. *Euclidis* facile colligitur. Cumque, in corporibus prismaticis aequalibus, bases sint, vt altitudines inuerse, erunt quoque horum corporum bases inuerse vt rectae, inter oppositas eorum bases ad has aequaliter inclinatae. Q. E. D.

THEOREMA II.

§. 12. *Positis quae ponebantur in theoremate I, & ducta OK, inter plana basium, AB, CD, quae axem GHI apud H in plano sectionis EF contingat, vt & NI, iisdem planis terminata, quae axem contingat in plano CD apud I: dico rationem celeritatis, qua liquidum in sectione EF incedit, ad celeritatem, qua in CD mouetur, componi e ratione tangentium OK, NI directa, & ex inuersa ipsarum sectionum EF, CD.*

Sumpto enim plano PQ vt prius, (I, 10) productoque, si opus sit, & tubo & eius axe in directum, sectioni CD fiat parallela sectio LM, ab illa eo interuallo distans, vt LD parti tubi EQ aequalis sit: quae spatia, si interuallum inter sectiones longius ab inuicem remotas, quae hic sunt LM, CD, omni dabili minus sit, prismaticae erunt. Mota iam cum fluido sectione EF versus R, vniuersum fluidum EFCD loco cedere necesse est, tantumque spatii pone se relinquere, quantum ante se occupat. Eodem ergo tempore sectio CD, in LM peruenit, quo EF in PQ translata est. Cumque directiones particularum in iis sectionibus sint HK, NI, (I, 10) quarum partes euanescentes sunt HR, IS, erit cele-

celeritas liquidi in ſectione EF, ad celeritatem liquidi in ſectione CD, vt HR ad IS. Per I agatur IT inter plana LM, CD tangenti OK parallela, erunt HR, IT rectae, inter oppoſitas baſes prismatum aequalium EQ, LD, eodem modo ad baſes inclinatae. Ratio vero HR: IS componetur ex rationibus HR: IT, & IT: IS. Eſt autem ratio HR: IT aequalis rationi ſectionis CD ad ſectionem EF (I. 11), & ratio IT: IS aequalis rationi OK: NI (*Euclid.* XI, 17). Ergo & ratio celeritatis in EF ad celeritatem in CD componetur e ratione tangentium OK, NI & e ratione ſectionis CD ad ſectionem EF, id eſt, e ratione tangentium directa, & ſectionum inuerſa. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

§. 13. Ab O agatur recta OV, tangenti IN parallela, terminata plano baſeos CD, ſi opus ſit, producto, quae tangenti IN aequalis erit. Eritque ratio OK: OV, ſiue OK: NI aequalis rationi ſinus angulorum apud V vel I, ad ſinum angulorum apud K, qui anguli ſunt inclinationes tangentium OK, NI, ad plana baſium. Eſt ergo ratio tangentium OK, NI, aequalis rationi ſinuum earum inclinationum inuerſae: &, ſubſtituta hac ratione ſinuum in locum rationis tangentium OK, NI, ratio celeritatum in EF, CD e ratione ſectionum EF, CD, & ſinuum inclinationum K, I, vtraque inuerſa, componitur.

COROLLARIVM II.

§. 14. Si axis GHI ſit rectus, coincidunt OK, NI cum ipſo axe, & ratio OK: NI eſt ratio aequalitatis, vnde ratio celeritatis in EF, ad celeritatem in CD, fit aequalis ipſi rationi harum ſectionum inuerſae. Sin axis GHI quidem curuus eſt, vel certe non rectus, ſectiones autem tubi vel vaſis baſibus parallelae, omnes aequales: celeritates in duabus quibusuis earum ſectionum EF, CD ſunt vti tangentes OK, NI directe, vel vti ſinus inclinationum K, I, inuerſe.

COROLLARIVM III.

§. 15. Si fuerit EF: CD = OK: NI, id eſt, ſi duae

quae-

quaelibet eiusdem tubi sectiones fuerint, vt rectae inter bases tubi oppositas, quae axem in earum sectionum planis contingunt; ratio composita, ex directa earum tangentium, & inuersa sectionum, sit ratio aequalitatis, & liquidum per quamuis eius tubi sectionem eadem celeritate fluit.

COROLLARIVM IV.

§. 16. Hinc curua construetur *bfd*, inter quam, & rectam *ac*, positione datam, si in plano curuae adplicentur rectae *ef*, *cd*, quaecunque, in planis EF, CD productis; sit recta *ef* ad rectam *cd*, vt celeritas, qua fluidum in plano EF mouetur, ad celeritatem, qua in CD fluit. Sumpta *cd* vtcunque, inuestigetur *ef*, quae sit ad *cd* in ratione composita, ex ratione sectionis CD ad sectionem EF, & ex ratione tangentis OK ad tangentem IN. Erit *cd*: *ef*, ut celeritas liquidi in sectione CD, ad celeritatem, qua in EF fluit. Idem fiat & ad puncta reliqua.

COROLLARIVM V.

§. 17. Erit & vsus alterius curuae *ghd*, quam si *ef*, quoties opus est, producta, secet in *h*, agaturque & *prq* in plano PQ: parallelogrammum nascens *ph*, sit aequale parallelogrammo, ex lateribus *ef*, HR ita construendo, vt eius anguli angulis parallelogrammi *ph* aequales sint. Cum ergo aequiangulorum & aequalium parallelogrammorum duo quaeuis latera, *ep*, HR sint vti latera reliqua *eh*, *ef* inuerse, ratio autem *ep*: HR rationi *ac*: OK aequalis sit, fiat, vt *ac* ad OK, ita *ef* ad quartam, quae erit *eh*.

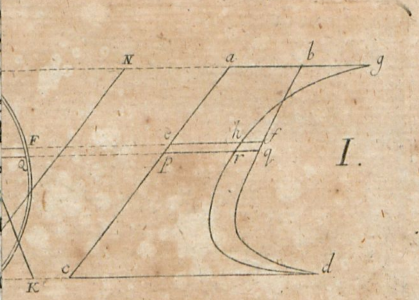
COROLLARIVM VI.

§. 18. Si *ac* tangenti NI parallela sumatur, quemadmodum nos parallelam fecimus, eidem NI aequalis est. Cum ergo ratio *cd*: *ef* componatur e rationibus EF^s: CD^s & NI: OK, factaque sit & *ef*: *eh* = NI: OK, & ex aequo ratio *cd*: *eh* e ratione EF^s: CD^s & NI^q: OK^q componetur; id est, e ratione sectionum inuersa, & quadratorum tangentium directa.

Motus liquidorum per tubos vlterior consideratio.

§. 1.

Quibus legibus fluidum
eius superficies, quas a
sint, si omnes fluidi p
sectione basibus parallela, ead
sique circa centrum grauitatis e
uantur, vidimus. Proximum est
do per eos tubos liquida fluant,
earum conditionum deficit: ne
dorum fluxu omnes eas condit



§. 2. Quod enim ad superfici
ab aëre ambiente dirimunt,
horizonti parallela semper est
quem solo suo pondere liquid
Neque enim leuis illa superfici
bitum tubi, hic considerari n
perturbare hunc grauitatis ef
plures sunt; & inter has maxi
lis liquidi ad eam superficiem adfluxus, & motus vniuersi circa axem tubi, quo liquidae partes versus ambitum pressae, hic adsurgunt super medias, adeo vt profundam saepe foueam, saepe tubum circa axem forment, liquido vacuum. In angustioribus vero tubis ne pars quidem vlla dabilis superioris huius superficiei horizonti parallela dici potest, cum manifeste vel concaua sit, vel conuexa.

§. 3. Sunt perturbationum harum aliae ex earum genere, quas a consideratione nostra supra (I. 3.) remouimus; aliae

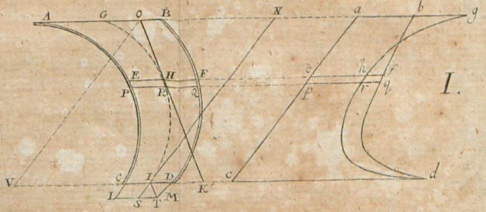
Motus liquidorum per tubos vlterior consideratio.

§. 1.

Quibus legibus fluidum in tubo moueatur, si eius superficies, quas aër contingit, parallelae sint, si omnes fluidi partes, in quauis tubi sectione basibus parallela, eadem celeritate incedant, sique circa centrum grauitatis eius sectionis non reuoluantur, vidimus. Proximum est, vt dispiciamus, quomodo per eos tubos liquida fluant, apud quos vna alteraue earum conditionum deficit: neque enim in omni liquidorum fluxu omnes eas conditiones adesse, vltro patet.

§. 2. Quod enim ad superficies attinet, quae liquidum ab aëre ambiente dirimunt; earum quidem superior horizonti parallela semper est in ampliori tubo, per quem solo suo pondere liquidum deorsum impellitur. Neque enim leuis illa superficiei curuatura prope ambitum tubi, hic considerari meretur. Verum, quae perturbare hunc grauitatis effectum possunt, caussae plures sunt; & inter has maxime manifestae, inaequalis liquidi ad eam superficiem adfluxus, & motus vniuersi circa axem tubi, quo liquidae partes versus ambitum pressae, hic adsurgunt super medias, adeo vt profundam saepe foueam, saepe tubum circa axem forment, liquido vacuum. In angustioribus vero tubis ne pars quidem vlla dabilis superioris huius superficiei horizonti parallela dici potest, cum manifeste vel concaua sit, vel conuexa.

§. 3. Sunt perturbationum harum aliae ex earum genere, quas a consideratione nostra supra (I. 3.) remouimus; alíae



I.

aliae ita variae videntur, vt dubitari possit, an sub certas leges sese reduci vnquam sint passurae. Verum planum luminis, per quod liquidum e vase vel tubo effluit, ab horizonte saepe recedit, saepe circumferentia luminis ne quidem in eodem plano est; quibus casibus lumen vasis vel tubi basis dici, eo sensu, quo vocabulum (I. 9.) vsurpauimus, non potest; neque liquidum in tubo planis, quae basibus oppositis parallela sint, sectum intelligi. Huius autem generis tubos, quasi regulam certam respuerent, seponere nequaquam licet.

§.4. Porro, siue parallelae sint horizonti liquidi superficies aëri contiguae, siue vna earum vel vtraque ab eo positu declinet: ita tamen formatus esse tubus potest, vti liquidum per eum descendere non aliter possit, quam vt simul circa axem tubi, aliquibus saltim in locis, voluatur. Id fieri debere, si cochleae in modum contortus, circa axem vtcunque positum, tubus sit, vel obstaculis in ambitu impeditus, vel si axis partes quaecunque in diuersis planis positae sint, vltro patet. Fluidi autem in eadem tubi sectione positi partes, si circa centrum grauitatis eius sectionis rotentur, omnes secundum eandem directionem progredi nullo modo possunt.

§.5. Quin, si conicus sit tubus, vtcunque tenuis sumatur eius lamella inter duo plana basi parallela comprehensa; dummodo latus eius coni respectu diametri basis infiniti rationem non habeat: omnes liquidae partes, in ea lamella comprehensae, secundum directionem axis fluere non possunt. Idemque verum est de lamella EFPQ (Fig. I.), si cum lamella alicuius coni ita secti congruat. Et generatim, si plana, quae interiorem tubi superficiem apud E & F contingunt,

re-aliae ita variae videntur, vt dubitari possit, an sub certas leges sese reduci vnquam sint passurae. Verum planum luminis, per quod liquidum e vase vel tubo effluit, ab horizonte saepe recedit, saepe circumferentia luminis ne quidem in eodem plano est; quibus casibus lumen vasis vel tubi basis dici, eo sensu, quo vocabulum (I. 9.) vsurpauimus, non potest; neque liquidum in tubo planis, quae basibus oppositis parallela sint, sectum intelligi. Huius autem generis tubos, quasi regulam certam respuerent, seponere nequaquam licet.

§. 4. Porro, siue parallelae sint horizonti liquidi superficies aëri contiguae, siue vna earum vel vtraque ab eo positu declinet: ita tamen formatus esse tubus potest, vti liquidum per eum descendere non aliter possit, quam vt simul circa axem tubi, aliquibus saltim in locis, voluatur. Id fieri debere, si cochleae in modum contortus, circa axem vtcunque positum, tubus sit, vel obstaculis in ambitu impeditus, vel si axis partes quaecunque in diuersis planis positae sint, vltro patet. Fluidi autem in eadem tubi sectione positi partes, si circa centrum grauitatis eius sectionis rotentur, omnes secundum eandem directionem progredi nullo modo possunt.

§. 5. Quin, si conicus sit tubus, vtcunque tenuis sumatur eius lamella inter duo plana basi parallela comprehensa; dummodo latus eius coni respectu diametri basis infiniti rationem non habeat: omnes liquidae partes, in ea lamella comprehensae, secundum directionem axis fluere non possunt. Idemque verum est de lamella EFPQ (Fig. I.), si cum lamella alicuius coni ita secti congruat. Et generatim, si plana, quae interiorem tubi superficiem apud E & F contingunt,

re-

rectae OK, quae axem in plano EF apud H tangit, parallelae non sint: partes fluidae, inter EF, PQ positae, omnes secundum directionem tangentis OK ferri non possunt. Cum enim vniuersum spatium EFPQ a fluido moto repleatur, partes fluidi, quae interiori superficiei tubi adiacent, apud E, F in planis moueri necesse est, quae superficiem eam in iis locis contingunt. Quaecunque autem sit puncti, in iis planis moti, directio, eam directionem rectae OK parallelam esse non posse, si ipsa plana huic rectae parallela non sint, facile perspicitur.

§.6. Consequens est, nisi de tubis sermo sit, quorum amplitudo omni dabili minor est, quae in superioribus theorematibus (I. 10. 12.) proposita sunt, de iis solum tubis valere, qui basibus oppositis similibus, similiter positis & aequalibus, terminantur; & quorum sectiones basibus parallelae omnes basibus itidem similes & aequales sunt, eodemque, quo illae, modo positae: axes autem vniuersi in idem planum cadunt. Neque adeo, quae in illis theorematibus posita sunt, ad tubos vel vasa alterius figurae adplicari aliter possunt, quam, prout saepe fit in quaestionibus physicis, neglecta, quasi re nullius momenti, diuersitate celeritatis fluidi in eadem tubi sectione basibus parallela, atque erroribus, qui ex eo neglectu profluunt, vilipensis.

§.7. Verum omnes eae aberrationes, imminuta amplitudine tubi, imminuuntur, tandemque minores fiunt, quam quarum ratio haberi ulla potest. Rectas duas intellige, a terminis rectae tertiae versus aliquod punctum conuergentes; ad quod productae concurrent, & triangulum formabunt, cuius tertia ea recta basis dicatur, duae autem rectae ad punctum illud concurrentes, latera. Manente ergo hoc puncto, imminuta autem basi, conuergentia laterum simul imminuitur, quippe cuius quantitas ex angulo aestimanda est, quem comprehendunt. Eius imminutionis conuergentiae laterum terminus est nihilum, quem attingunt euanescente basi: vnde sequitur, cum basis omni dabili minor est, & conuergentiam omni dabili minorem esse; id est, latera esse parallela. Sic & conus truncatus & pyramis truncata a prismate non differunt, si quaelibet diametrorum basium, respectu axis coni vel pyramidis integrae, infinite parua sit; estque, his positis, quaelibet recta ab apice coni vel pyramidis ad peripheriam baseos ducta, parallela corporis axi, vel cuilibet rectae alteri, inter eundem apicem, & punctum quodlibet baseos, positae. Potest autem tubulus quilibet angustissimus ex infinitis pyramidulis conulisue truncatis compositus intelligi, quorum axes secundum rectam quamuis, vel curuam, vel ex rectis aut curuis compositam, deinceps positi sunt. Vnde sequitur, in his tubulis eam saltim celeritatis mutationem, quae oritur ex conuergentia laterum tubi (II. 5.), euanescere.

§. 8. Sed & superficies fluidi per angustissimum tubulum decurrentis, quae illud ab aëre dirimunt, minimae cum sint, & fere pro punctis habendae, planae intelligi & horizonti parallelae, vel aliter vtcunque positae, possunt. Motus autem particularum liquidi, quo circa axem tubuli reuoluuntur, si omnino aliquis ponatur, eius tamen effectus concipi nullus potest. Consistit is in vi centrifugi, quae in tantilla massa, ad tantillam a centro distantiam reuoluta, prorsus euanescit. Sunt ergo celeritates liquidorum per angustissimos tubulos, cuiuscunque ii figurae sint, & vtcuncunque positi eorum axes, legibus expositis prorsus conformes.

§. 9. Fluente autem per tubum vel vas quantumuis amplum liquido, quaelibet eius guttula minima ita moueatur, vt, dum grauitatis eius centrum lineam describit, ipsa gutta elongetur modo secundum directionem eius lineae, modo contrahatur, expandaturque e contrario versus ambitum, prout id amplitudo vasis requirit, quam diuersam ad diuersa axeos puncta ponimus. In angustias enim delata comprimitur a partibus liquidi, quae easdem angustias superare contendunt; vbi amplior fit tubus, ea quidem compressio imminuitur, guttula autem ab iis, quae pone sequuntur, vrgetur, eademque anteriores vrget. Describit ergo guttula quandam veluti semitam, angustiorem alibi, alibi ampliorem, quam, simulatque ad statum, quem manentem vocant, liquidi fluxus peruenit, & illa guttula tenet, quae antecedentem proxime sequitur, & deinceps omnes reliquae, quae ab eodem puncto motum inchoant. Cum enim status ille manens continuam actionem caussarum sub iisdem conditionibus ponat, motus guttularum aequalium ab eodem termino, diuersi esse nequeunt. Hoc ergo rerum statu liquidum per amplum tubum non aliter mouetur, quam quasi is e minutissimis tubulis compositus foret, iuxta se mutuo extensis, sed contortis saepe, inflexisque varium in modum. Neque enim fluidum ambiens quamlibet guttulam in semita sua minus continet, quam id efficeret ambitus tubuli, si quis adesset, solidi. Nos imaginarios hosce tubulos, id est, semitam, qua, liquidi guttulae ex eodem loco digressae, per tubum mouentur, *filamentum* dicemus, in eoque, vbi opus erit, & axem concipiemus, & reliqua, prout in amplis tubis.

§. 10. Qui ſit axis filamenti cuiusque in tubo dato, quaeue filamenti figura, difficulter determinari videtur, tum etiam, poſtquam ad ſtatum manentem fluxus liquidi peruenit; difficilius etiam, antequam id contigit. Videtur enim poſitus axis atque figura filamenti continuo mutari, antequam ad aequalitatem eam actionis partes liquidi per tubum fluentes peruenere, quae ſtatum manentem conſtituit. Neque obſeruatio adcurati quid in his docere poteſt: etſi aqua puluere aliquo tenui turbida, quae per vitreum tubum, varie inflexum, decurrit, quae de flexibus filamentorum atque figuris diximus, oculis aliqua ex parte ſpectanda proponat.

§. 11. Verum de determinanda filamentorum figura ad quemuis tubum tum erimus ſolliciti, cum perſpexerimus, quid quantumue ea ad mutandum liquidi fluxum conferat. Id vt eliciatur, ſumenda eſt tubuli anguſtiſſimi figura, per quem ſcilicet eodem modo liquidum fluit, quo filamentum mouetur, & quaſi data foret, conſideranda. Eo facto, celeritas liquidi in quauis tubuli parte, cum celeritate, qua in alia quauis eiusdem tubuli parte incedit, per oſtenſa comparari poteſt: eſt vero eiusdem rei & modus alius, isque illo aliquantum ſimplicior.

§. 12. Sit ABCD eiusmodi tubulus, intelliganturque plana AD, BC, GH & alia infinita, ad axem tubuli EF recta, quae eadem & ambitum eius ad rectos ſecabunt, quippe qui axi ubique parallelus eſt (II. 7.). Celeritas partium liquidarum in quouis horum planorum, vt GH, eodem tempore motarum, diuerſa non erit. Id cum

in-

inter ea referri possit, quae nullo labore patescunt, ex hydrostaticae etiam principiis genuinis facile elicitur. Et, si eadem sit celeritas particularum in plano gH horizonti parallelo, diuersa esse celeritas, qua particulae mouentur, quae simul in planum GH peruenerunt, non potest. Cum enim, propter summam tubuli angustiam, spatium gG minus sit, quam cuius ratio vlla possit haberi: quod in celeritate particularum mutatur, eo tempore, quo ex g in G decurrunt, itidem respectu cuiusuis celeritatis datae pro nihilo reputandum est. His autem positis curua construetur, eiusdem vsus, quem duae praestant, quas superiori sectione construximus, sequentem in modum.

P R O B L E M A.

§. 13. *Datur tubus ABCD vtcunque figuratus, cuius axis est EF, & in quo fluidum mouetur inter plana AD, BC, axi tubi perpendicularia, ita, vt omnes eius partes, quae quamlibet tubi sectionem GH, axi itidem perpendicularem, simul attingunt, eadem celeritate incedant secundum directionem rectae, quae axim in eo plano apud I tangit: estque curua describenda, quae rationem celeritatis particularum in duabus quibusuis earum sectionum GH, AD per lineas rectas exhibeat.*

Fac rectam ef aequalem axi EF, adplicataque ad eam rectam recta quacunque ed, fac etiam ei = EI. Adplica ad hoc punctum rectam ih rectae ed parallelam, quae sit ad rectam ed, vt sectio AD ad sectionem GH. Idem fac ad punctum f, & intellige factum ad omnia puncta reliqua rectae ef. Describe curuam dhc, quae terminos harum rectarum connectat.

Si enim plana intelligantur KM, NP, axi EF itidem recta, & planis AD, GH adeo propinqua, vt spatia AM, GP pro prismaticis possint haberi; accedatque pla-

num

num KM ad planum AD, donec haec spatia aequalia fiant: ex dictis in demonstratione I,12. patet, celeritatem particularum fluidarum in sectione AD, qua secundum axem prismatis AM feruntur, id est, secundum rectam, quae axem EF apud E contingit, fore ad celeritatem particularum in sectione GH motarum, secundum rectam, quae axem apud I tangit, vt EL est ad IO. Est vero EL ad IO vt sectio GH ad sectionem AD (I.11.). Si ergo *ed* exponat celeritatem fluidi in sectione AD, vtique *ih*, quae est ad *ed* vt AD ad GH, erit ad eandem *ed*, vt IO ad EL, id est, vt celeritas particularum fluidarum in GH ad celeritatem, qua particulae fluidae in AD incedunt. Et sic quaeuis alia *fc*, hac lege reperta, exponet celeritatem particularum in sectione respondente BC. Erit ergo & ex aequo *ih* ad *fc*, vt celeritas particularum in GH ad celeritatem in BC.

COROLLARIVM.

§. 14. Cum ratio celeritatis, qua feruntur particulae in sectione AD, ad celeritatem, qua particulae in sectione GH incedunt, maneat, quacunque celeritate in alterutra earum sectionum liquidum incedat, exponaturque semper per rationem rectarum $ed : ih$; si celeritas in sectione AD ponatur C, & celeritas in sectione GH dicatur K, aucta autem vtraque earum celeritatum vel imminuta, celeritas in sectione AD sit iam $C \mp c$ & celeritas in sectione $GH = K \mp k$: erit $C : K = ed : ih$ & $C \mp c : K \mp k = ed : ih$, hinc sumpta summa vel differentia terminorum rationum antecedentium, $c : k = ed : ih$. ergo & $c : k = C : K$. Id est, incrementa quaeuis c, k, quibus celeritates, in duabus eiusdem tubuli sectionibus axi rectis, simul augentur, vel decrementa, quibus eae celeritates simul imminuuntur, sunt vt ipsae celeritates, quibus liquidum in iis sectionibus incedit.

De viribus motricibus theoremata

accessionibus aucta, leges, quibus corpora consistentia a grauitate mouentur, siue libere cadant, siue a resistente aliquo, secundum lineam horizonti rectam, ire prohibeantur; neque dubium est, quin liquida iisdem legibus obediant, quoties conditiones praesto sunt, quae in illarum legum demonstratione supponuntur. Est autem inter eas praecipua, totam grauitatem ad mouen-

De viribus motricibus theoremata generalia.

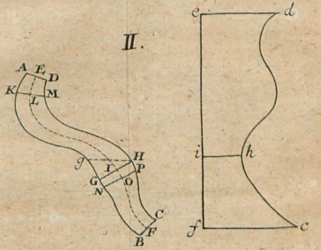
§. 1.

Comparatis celeritatibus, quibus liquidum per duas quasuis eiusdem tubi sectiones fluit; restat, vt earum vna ad mensuram reuocetur, id est, vt celeritas, qua vel per lumen effluit liquidum, vel qua in quauis tubi sectione alia fertur, cum data aliqua celeritate comparetur: quo facto generatim patescet, qua celeritate, per quamuis eiusdem tubi sectionem aliam, liquidum perfluat. Sumetur autem commodissime celeritas ea, qua graue fertur, postquam ex data aliqua altitudine cecidit, quae & alias pro celeritatum mensura solet adhiberi.

§. 2. Celeritas autem, qua liquidum per lumen tubi effluit, vel qua in quacunque tubi sectione alia incedit, a vi pendet, qua per tubum agitur, a tempore, quo ea actio durat, & ab tubi figura. Vis autem, quam hic supponimus, est grauitas.

§. 3. Notae sunt ex doctrina GALILAEI, multis deinde accessionibus aucta, leges, quibus corpora consistentia a grauitate mouentur, siue libere cadant, siue a resistente aliquo, secundum lineam horizonti rectam, ire prohibeantur; neque dubium est, quin liquida iisdem legibus obediant, quoties conditiones praesto sunt, quae in illarum legum demonstratione supponuntur. Est autem inter eas praecipua, totam grauitatem ad mouen-

II.



uendum insumi, nullam eius partem in id impendi, vti figura corporis moti mutetur. Si enim corporis mollis, a grauitate moti, figura mutetur a resistente quodam, tubum puta, per quem corpus molle adigitur, vel alia re simili: noua oritur resistentia a figura viae, & in iis legibus non considerata; quantumque actionis ad eam resistentiam superandam impenditur, tantum ei, qua mobile propellitur, decedit.

§. 4. Ea autem figurae mutatio in fluxu liquidorum per tubos semper contingit, paucissimis quibusdam casibus exceptis, de quibus, propter facilitatem, ne quaeri quidem solet, etsi ipsi quoque generali doctrinae subsint. Eos volumus, cum fluidum per tubos rectos fluit, perfecte cylindricos vel prismaticos. Ii enim, siue recti statuantur ad horizontem, siue obliqui, si repleantur fluido, id per tubos non aliter deorsum ferri, quam si esset solida glacies, palam est. Alius figurae si tubi sint vel vasa, fluidum per eos moueri non potest, nisi eius figura perpetuo mutetur.

§. 5. Quae cum ita sint, motus liquidorum ex generali virium motricium theoria optime repetuntur, adplicata ad illas conditiones, quas hic locum habere, partim ostensum est, partim ostendetur. Supponi ea doctrina poterat, nisi in illa condenda magni viri in diuersa fuissent digressi, vt obscuritas euitari non aliter potuerit, quam si ea exponeremus harum rerum principia, quae, expensis optimorum auctorum scriptis, multa meditatione nostra fecimus.

§. 6. Vires motrices nullas noui, quam quae pressione agunt, vel tractione. Omnis autem pressio vel trauendum insumi, nullam eius partem in id impendi, vti figura corporis moti mutetur. Si enim corporis mollis, a grauitate moti, figura mutetur a resistente quodam, tubum puta, per quem corpus molle adigitur, vel alia re simili: noua oritur resistentia a figura viae, & in iis legibus non considerata; quantumque actionis ad eam resistentiam superandam impenditur, tantum ei, qua mobile propellitur, decedit.

§. 4. Ea autem figurae mutatio in fluxu liquidorum per tubos semper contingit, paucissimis quibusdam casibus exceptis, de quibus, propter facilitatem, ne quaeri quidem solet, etsi ipsi quoque generali doctrinae subsint. Eos volumus, cum fluidum per tubos rectos fluit, perfecte cylindricos vel prismaticos. Ii enim, siue recti statuantur ad horizontem, siue obliqui, si repleantur fluido, id per tubos non aliter deorsum ferri, quam si esset solida glacies, palam est. Alius figurae si tubi sint vel vasa, fluidum per eos moueri non potest, nisi eius figura perpetuo mutetur.

§. 5. Quae cum ita sint, motus liquidorum ex generali virium motricium theoria optime repetuntur, adplicata ad illas conditiones, quas hic locum habere, partim ostensum est, partim ostendetur. Supponi ea doctrina poterat, nisi in illa condenda magni viri in diuersa fuissent digressi, vt obscuritas euitari non aliter potuerit, quam si ea exponeremus harum rerum principia, quae, expensis optimorum auctorum scriptis, multa meditatione nostra fecimus.

§. 6. Vires motrices nullas noui, quam quae pressione agunt, vel tractione. Omnis autem pressio vel tractio tempore aliquo continuatur, quo motum in corpore presso vel tracto datum producit; cuius scilicet celeritas, data massa, & ipsa datur. Verum pressio vel tractio, vtpote caussa veri nominis, effectum semper producit, quocunque tempore agat, qui effectus permanet etiam tum, postquam caussa agere cessauit. Ergo & pressio dimidio eius temporis, quo motum aliquem corpori impressit, motum in eodem corpore produxit, & qualibet eius temporis parte alia, quantumuis parua haec intelligatur: qui motus, siue eaedem sint eorum directiones, siue diuersae, secundum regulas componuntur, quae vulgo tradi a mechanicis solent: inter quas est, si directiones duorum motuum, eidem massae impressorum, eaedem sint, celeritatem motus ex illis compositi celeritatibus motuum, ex quibus componitur, simul sumtis aequalem fore. Inde vero sequitur, si dato aliquo tempore datae massae motus finitus imprimatur: motum eidem massae eius temporis parte infinite parua impressum & ipsum infinite paruum fore, motumque omnem, dum corpori imprimebatur, per continua incrementa creuisse, donec ad eam magnitudinem peruenit, qua mobile fertur, actione caussae cessante. Vt, antequam eam celeritatem mobile obtinuit, quo illud ferri obseruamus, omnibus successiue celeritatis gradibus, illo minoribus, sit delatum, quicunque concipi possunt: non secus quam corpora, quae grauitas deorsum impellit.

§ 7. Iam vires vel aequabiliter agunt, vel non aequabiliter. *Aequabiliter agere* vim dicimus, quando, toto actionis tempore, secundum eandem rectam mobile vr-

vrget, &, diuiso eo tempore in partes quotcunque aequales, eundem celeritatis gradum, qualibet temporis parte, mobili superaddit: *non aequabiliter*, cum vis vel secundum aliam aliamque directionem mobile impellit, vel cum, aequalibus temporis partibus, inaequalia ei celeritatis incrementa adiicit. Vires, quae aequabiliter agunt, in primis hic considerandae sunt, vtpote quae normam praebent reliquorum. Eius autem generis vi, si motus corporis acceleretur a quiete, celeritates in fine duorum quorumuis temporum, ab instanti inchoatorum eo, quo vis agere coepit, fore vt ea tempora: &, si tempora quaecunque ita assumpta sint vti celeritates, iis temporibus, in eodem mobili productae; vim, quae eas celeritates produxit, aequabiliter egisse, ex ipsa notione sequitur.

§. 8. Aequabiliter agit grauitas in iis spatiis, in quibus experimenta capere licet, ad sensum saltem. Sed & vires omnes, durante quocunque tempusculo infinite paruo, aequabiliter agunt. Cum enim pressio, si mutatur, successiue mutetur, non per saltum; tempusculo minimo minima erit pressionis mutatio, & euanescente tempusculo, pressionis quoque mutatio euanescet. Tempusculo ergo omni dabili minore & pressionis mutatio omni dabili minor erit, &, respectu integrae pressionis, pro nihilo reputanda: id est, vis durante hoc tempusculo aequabiliter aget.

§. 9. Pressionem, ad quodlibet tempusculum infinite paruum, vel vim, quae eo tempusculo egit, e quantitate motus aestimamus, eo tempore productam; id est e

mas-

massa mota, & ex gradu *celeritatis* eo tempusculo ei impresso, coniunctim, caussam scilicet, ex effectu integro. Neque ad motum pristinum mobilis attendimus, quo ferebatur, antequam premeretur. Etsi enim necesse sit, premens cum presso eadem celeritate ferri versus eandem directionem, vt in hoc agere possit, cuiuscunque generis pressio intelligatur: e communi tamen hac celeritate effectus in mobili nullus sequitur. Non id communi huic celeritati debetur, vt agat premens in pressum, sed vt agere possit. Pressiones autem & vires qui comparat, non potentiam considerat, sed actionem.

§. 10. A viribus, quae aequabiliter agunt, cum eadem celeritas in eodem mobili producatur, tempusculo quouis minimo dato: in comparatione virium huius generis nihil interest, quodnam tempusculorum infinite paruorum, ex quibus tempus integrae actionis constat, intelligatur; dummodo tempuscula aequalia sumantur. Si autem non aequabiliter agant vires, gradus celeritatis mobili tempusculo impressus, quod ab initio actionis minus remotum est, quam aliud tempusculum illi aequale, cum maior minorue esse possit, gradu celeritatis eidem mobili, altero hoc tempusculo, impresso: in huius generis viribus comparandis, tempuscula actionis promiscue sumere, non licet.

THEOREMA I.

§. 11. *Vires aequabiliter agentes sunt vt motus, quos aequalibus temporibus quibusuis producunt.*

Si enim vires V, v, tempore omni dabili minore t, mobilibus, quorum massae sunt M, m, imprimant celeritates, N, n, ratio virium $V : v$ componitur e ratione massarum $M : m$, & e ratione celeritatum $N : n$ (III, 9.) Continuato tempore actionis, donec fiat T, si C sit celeritas mobili M tempore T impressa a vi V, & c celeritas, quam, eodem tempore, vis v mobili m impressit, erit $t : T = N : C$ & $t : T = n : c$, (III, 7.) hinc $N : C = n : c$, vel $N : n = C : c$. Substituta ergo ratione posteriore in locum prioris, ratio $V : v$, ex rationibus $M : m$ & $C : c$, componitur. Q. E. D.

THEOREMA II.

§. 12. *Duae vires aequabiliter agentes, quae datis mobilibus imprimunt celeritates datas, temporibus pariter datis, sunt in ratione composita, ex directa motuum ita productorum, & ex inuersa temporum.*

Si enim vis V tempore T in massa M celeritatem C produxit; vis autem v massae m tempore t impressit celeritatem c: dicaturque K celeritas, quam vis v tempore T eidem massae m impressit: est, $V : v = M \times C : m \times K$ (III, 11.). Sed & $T : t = K : c$ (III, 7.), hinc, compositis rationibus, $T \times V : t \times v = M \times C : m \times c$, vel, si vtrinque ratio $t : T$ adponatur, $V : v = M \times C \times t : m \times c \times T$. Est autem ratio $M \times C : m \times c$ ratio motuum productorum. Virium ergo ratio componitur ex ratione horum motuum directa, & ex ratione temporum inuersa. Q. E. D.

THEO-

THEOREMA III.

§. 13. *Si in corpus motum, durante tempore T, vis aequabiliter agat, erit spatium, quod eo tempore motu accelerato descripsit, aequale spatio, quod mobile describit eodem tempore, celeritate ea, qua corpus illud in temporis T medio fertur.*

Exponat enim AB tempus T, AC vero, ad eam perpendicularis, celeritatem, qua corpus initio eius temporis incedit, BD, ipsi AC parallela, celeritatem, qua fertur, cum tempus AB finitur. Ducta ergo CE rectae AB parallela, erit ED celeritas corpori impressa a vi, quae durante tempore AB in illud egit, quod aequabiliter factum ponitur. In AB sumatur punctum quodcunque F, ducaturque FG rectae AC parallela, quae rectam CE secet in H. Cum ergo sit CE ad CH, vel AB ad AF, vt ED ad HG: exponet HG augmentum celeritatis, quod ad celeritatem corporis, AC vel FH, accessit parte temporis AF, & FG celeritatem integram, qua, tempore AF exspirante, incedit. Vnde, si AB bifariam secetur in I, agaturque IK, rectae AC pariter parallela, IK celeritas erit, qua corpus eo instanti fertur, quod tempus AB bifariam diuidit. Per K agatur rectae AB parallela LM, ad eamque producatur, AC, &, si opus sit, FG: tum, sumpta F*f* infinite parua, rectae FN parallela intelligatur recta *fn*. Erit celeritas, qua fertur mobile, cuius motus acceleratur, exspirante tempore AF, ad celeritatem, qua eodem instanti mobile incedit celeritate IK delatum, vt FG ad FN; in eademque ratione erunt spatia, tempusculo infinite paruo F*f*, ab his mobilibus descripta. Est vero FG ad

FN

FN, vt quadrilaterum fG ad rectangulum fN, cum quadrilaterum fG a rectangulo, ad FG intra parallelas FN, fn constructo, minus differat, quam vt eius differentiae ratio possit haberi. Erit ergo & fG ad fN vt spatium tempusculo Ff descriptum a corpore, cuius motus acceleratur, ad spatium, quod eodem tempore descripsit mobile constanti celeritate IK delatum. Vniuersum autem spatium, ab illo corpore, tempore dato AB, descriptum, erit ad spatium, a mobili isto eodem tempore descriptum, vt quadrilaterum AD ad rectangulum AM. Est vero quadrilaterum AD rectangulo AM aequale: ergo & dicta spatia aequalia erunt. Q.E.D.

COROLLARIVM I.

§. 14. Cum ergo spatia, motibus aequabilibus descripta, sint in ratione composita e rationibus celeritatum & temporum; si massae M, m, ferantur motibus a terminis quibuscunque aequabiliter acceleratis, sitque tempus, quo M motu ita accelerato fertur, T, celeritas, qua incedit in eius temporis medio K, & spatium, quod tempore T descripsit, S; tempus autem, quo m motu accelerato incedit, sit t, celeritas in eius temporis medio k, & spatium eo motu tempore t descriptum s: erit $S : s = T \times K : t \times k$.

COROLLARIVM II.

§. 15. Patet autem, quae ostensa sunt, de motibus aequabiliter retardatis, pariter vera esse. Si scilicet initio temporis BA corpus incedat celeritate BD, &, durante tempore BA, ea celeritas aequabiliter minuatur, sic, vt in fine eius temporis celeritas AC restet, erit spatium, tempore BA, motu ita retardato, descriptum, pariter vt quadrilaterum AD, & quae sunt reliqua.

§. 16.

§. 16. Hiſce theorematibus omnes de motibus demonſtrationes nituntur adplicantur autem plerumque multo facilius, [illegible]
rationes datae [illegible]
euaneſcant. V[illegible]
cemus, cum e[illegible]
bus his princi[illegible]
mum nitemur, [illegible]
quae ſequitur. [illegible]

§. 17. *Si du*[illegible]
temporum T, [illegible]
temporibus, a v[illegible]
celeritates adii[illegible]
vt mobilium n[illegible]
deſcripta, inuer[illegible]

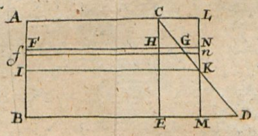
Si enim C. [illegible]
aequalia haec [illegible]
theorematis mutatur in hanc: V : v = M × t : m × T. Incrementa vero, quibus celeritates mobilium partibus dimidiis temporum T, t aucta ſunt, ſunt pariter aequalia: cum ergo & celeritates in initiis eorum temporum aequales fuerint (*per Hypoth.*), erunt & celeritates integrae, in temporum punctis mediis, aequales. Eas itaque celeritates ſi denotent K, k in cor. 1. theor. III, erit S : s = T : t, vel t : T = s : S. Subſtituta autem in locum t : T ratione s : S, in proportione V : v = M × t : m × T, fit V : v = M × s : m × S; quod demonſtrandum erat.

§. 16. Hiſce theorematibus omnes de motibus demonſtrationes nituntur, adplicantur autem plerumque multo facilius, ſi aliqui eorum terminorum, e quibus rationes datae componuntur, propter aequalitatem euaneſcant. Verum nos ſpecialiora haec tum deducemus, cum eorum vſus venerit, ne diutius generalibus his principiis immoremur: vnam, qua potiſſimum nitemur, iam addidiſſe contenti, propoſitionem, quae ſequitur.

THEOREMA IV.

§. 17. *Si duo mobilia, quorum maſſae ſunt M,* m *initio temporum T,* t *ferantur celeritatibus aequalibus, iisque temporibus, a viribus aequabiliter agentibus V,* v, *ad eorum celeritates adiiciantur augmenta aequalia; erunt vires eae vt mobilium maſſae directe, & vt ſpatia, temporibus T,* t *deſcripta, inuerſe.*

Si enim C, *c*, in theoremate II notare intelligantur aequalia haec celeritatum incrementa; proportio eius theorematis mutatur in hanc: $V : v = M \times t : m \times T$. Incrementa vero, quibus celeritates mobilium partibus dimidiis temporum T, *t* aucta ſunt, ſunt pariter aequalia: cum ergo & celeritates in initiis eorum temporum aequales fuerint (*per Hypoth.*), erunt & celeritates integrae, in temporum punctis mediis, aequales. Eas itaque celeritates ſi denotent K, *k* in cor. 1. theor. III, erit $S : s = T : t$, vel $t : T = s : S$. Subſtituta autem in locum $t : T$ ratione $s : S$, in proportione $V : v = M \times t : m \times T$, fit $V : v = M \times s : m \times S$; quod demonſtrandum erat.



III.

§. 18. Si corporum, quorum massae sunt M, *m* eadem sit densitas, sunt massae vt corporum volumina. Volumina vero, si figurae corporum prismaticae sint vel cylindricae, sunt in ratione composita e ratione basium, & ratione altitudinum, vel rectarum quarumcunque inter bases, ad has aequaliter inclinatarum: (I, 11.) ergo & massarum ratio ex his rationibus componetur. Id est, si bases prismatum aeque densorum sint vt B: *b*, & altitudines vt A: *a*, erit M: *m* = B × A: *b* × *a*. quarum ergo rationum posterior in locum prioris substitui, pro re nata, poterit.

§. 19. Sunt complures vires, quae vt massae crescunt, quas in motum concitant, & inter eas grauitas: apud quas adeo, si sola celeritas spectetur, quam dato tempore in dato mobili producunt, massae huius mobilis vt ratio habeatur, opus non est, quia, ceteris paribus, maiorem massam non aliter mouent, quam minorem. *Acceleratrices* dicuntur *vires* ita consideratae, adplicanturque ad eas theoremata tradita, massarum ratione non aliter omissa, quam si omnes massae, quae ab iis impelluntur, aequales forent.

§. 20. Sic & si premantur bases cylindrorum vel prismatum, eae pressiones cum basibus simul crescere possunt, vel decrescere; quod si sit, eadem iterum, iisdem temporibus, cylindris vel prismatibus datarum altitudinum & densitatum, ab iis viribus imprimetur celeritas, siue maiores sint horum bases, siue minores. Omitti ergo cum de eiusmodi viribus agitur, basium ratio pariter potest.

§. 18. Si corporum, quorum massae sunt M, *m* eadem sit densitas, sunt massae vt corporum volumina. Volumina vero, si figurae corporum prismaticae sint vel cylindricae, sunt in ratione composita e ratione basium, & ratione altitudinum, vel rectarum quarumcunque inter bases, ad has aequaliter inclinatarum: (I, 11.) ergo & massarum ratio ex his rationibus componetur. Id est, si bases prismatum aeque densorum sint vt B: *b*, & altitudines vt A: *a*, erit M: *m* = B × A: *b* × *a*. quarum ergo rationum posterior in locum prioris substitui, pro re nata, poterit.

§. 19. Sunt complures vires, quae vt massae crescunt, quas in motum concitant, & inter eas grauitas: apud quas adeo, si sola celeritas spectetur, quam dato tempore in dato mobili producunt, massae huius mobilis vt ratio habeatur, opus non est, quia, ceteris paribus, maiorem massam non aliter mouent, quam minorem. *Acceleratrices* dicuntur *vires* ita consideratae, adplicanturque ad eas theoremata tradita, massarum ratione non aliter omissa, quam si omnes massae, quae ab iis impelluntur, aequales forent.

§. 20. Sic & si premantur bases cylindrorum vel prismatum, eae pressiones cum basibus simul crescere possunt, vel decrescere; quod si sit, eadem iterum, iisdem temporibus, cylindris vel prismatibus datarum altitudinum & densitatum, ab iis viribus imprimetur celeritas, siue maiores sint horum bases, siue minores. Omitti ergo cum de eiusmodi viribus agitur, basium ratio pariter potest.

De quantitate pressionis, qua particulae liquidae datus celeritatis gradus confertur.

§. 1.

Principia motuum generalia vt ad fluxum liquidorum adplicari possint, ante omnia quantitas pressionis determinanda est, qua particulae cuiuis liquidae, in tubo contentae vel vase perforato, datus celeritatis gradus inprimitur: siue quieuerit illa particula, & nunc primum in motum concitetur, siue celeritas, qua ante incedebat, nouo hoc gradu augeatur.

§. 2. In vase equidem nullo foramine pertuso si fluidum stagnet, quamuis eius particulam, secundum quamuis directionem, deorsum vrgeri a solo pondere fluidi, quod ei particulae vel incumbit, vel incumbere potest, secundum verticalem inter particulam, & planum horizontis per suprema liquidi puncta positum: in hydrostaticis ostenditur. Nituntur enim hoc casu particulae, pressa inferiores, fundo & lateribus vasis, atque particulam eam, quantumuis cum ea connexae sint, non modo deorsum non trahunt, verum & pressionem superiorum, ab eodem fundo atque lateribus, quasi reflectunt. Vnde fit, vt particula ea sursum quoque vrgeatur, & directe, & secundum obliquitatem quamcunque, vi illi prorsus aequali, qua deorsum premitur.

§. 3. Verum parte fundi vel ambitus vasis quacunque sublata, vt vas foramine pateat, particulae liquidae, quae, vase integro, parte hac fundi vel ambitus nitebantur, iam nulla re fulciuntur. Vnde non modo pressionem reflectere, vt antea, non possunt; verum etiam, simul atque moueri incipiunt, quas proxime contingunt partes mobiles, secum trahunt: sic, vt iam particula fluidi quaeuis, non prematur modo a superioribus, verum etiam ab inferioribus trahatur. Id quibus legibus fiat, cum ex hydrostaticis potuerit repeti; multum ad claritatem collaturum putauimus, si a primis principiis deduceremus.

THEOREMA I.

Fig. 1. §. 4. *Si tubus ABCDE, e partibus cylindricis eiusdem amplitudinis compositus, repletus sit sphaerulis aequaliter grauibus, eius diametri, quae est cauitatis tubi; eaeque ita inter se connexae sint, vt non modo inferiores a superioribus premantur, verum & superiores trahantur ab inferioribus: erit vis omnium sphaerularum in parte quacunque tubi AB, qua secundum eius partis axem contendunt, ad vim, qua sphaerulas in parte quacunque tubi alia DE, secundum huius axem premunt vel trahunt, in ratione composita, e rationibus radii ad sinus complementorum omnium angulorum B, C, D, inter partes eas AB, DE, interceptorum.*

Producantur axes tuborum, vel iis parallelae B*c*, C*d*, D*e*, iisdemque axibus perpendiculares statuantur C*c*, D*d*, E*e*, quae parallelas axibus in *c*, *d*, *e*, secent. Erit B*c* : BC, vt radius ad sinum complementi anguli CB*c*, vel CBA, & C*d*: CD, vt radius ad sinum complementi anguli BC*d*, vel DCB, & ita porro. Est autem vis, qua sphaerulae AB secundum axem tubi AB contendunt, ad vim ex illa deriuatam secundum BC, vt B*c* ad BC, quod ex nota resolutione virium perspicitur: vis autem

tem haec secundum BC est ad eam, quae ex illa deriuatur secundum CD, vt Cd ad CD, & vis ista secundum CD ad illam, quae ex ea secundum DE deriuatur, vt De ad DE. Ergo vis, qua sphaerulae contendunt secundum AB, est ad vim ex ea deriuatam secundum DE, in ratione composita ex rationibus Bc : BC, Cd : CD, & De : DE; quae rationes, si c sit character sinus complementi alicuius anguli, & R radii, aequales sunt istis: R : cABC, R : c. BCD, R : cCDE, vnde promte sequitur id, Q. E. D.

COROLLARIVM I.

§. 5. Producta, si lubet, DE in F, & De; ad F statue FG ad DF perpendicularem, quae De productam secet in G: per D age DH, parallelam axi tubi BC, & ad G statue GH, perpendicularem rectae DG, quae rectae DH occurrat in H: statutaque & ad H perpendiculari ad DH, age DI parallelam tubo AB, quae perpendicularem rectae DH secet in I. Erit Bc : BC = DI : DH, & Cd : CD = DH : DG, & De : DE = DG : DF : ratio ergo e rationibus Bc : BC, Cd : CD, De : DE, composita, id est ratio virium, quae in theoremate comparantur, aequalis erit compositae e rationibus DI : DH, DH : DG, DG : DF. Est vero composita haec ratio DI : DF; quae ergo rationi vis, qua sphaerulae in AB secundum AB contendunt, ad vim, qua sphaerulas in DE secundum DE premunt vel trahunt, aequalis erit.

COROLLARIVM II.

§. 6. Si ABCDE fiat curua, decrescentibus lateribus, donec fiant minora omni longitudine dabili, angulorum vero numero in infinitum aucto; FGHI sit arcus circuli, & DI = DF: vnde & ratio vis sphaerularum in AB, qua secundum AB contendunt, vel secundum rectam, quae curuam apud punctum A contingit, ad vim ex illa deriuatam, qua sphaerulae in DE vrgentur, sit ratio aequalitatis. Sphaerulae ergo DE a sphaerulis AB eadem vi secundum DE vrgentur, qua ipsae secundum AB contendunt.

COROLLARIVM III.

§. 7. Ex iis autem, quae de aequilibrio solidorum demonstrantur, vulgo constat, vim, qua sphaerulae in AB contendunt secundum AB, aequalem esse ponderi earundem sphaerularum, quae replent cylindrum eiusdem amplitudinis, quae est cylindri AB, inter horizontales AK, BL, secundum lineam verticalem KL, erectum. Quod ergo pondus, si tubus ABCDE curuus sit, vi, qua sphaerulae in AB sphaerulas in DE secundum DE vrgent, aequale erit.

COROLLARIVM IV.

§. 8. Eodem modo perspicitur, vim, qua sphaerulae in BC vrgent sphaerulas in DE, aequalem esse ponderi sphaerularum, quae cylindrum replent eiusdem illius amplitudinis, inter BL, CM secundum verticalem erectum, & ita porro. Vnde sequitur, vniuersam vim, qua in tubo curuilineo sphaerula vltima E premitur vel trahitur, aequalem esse ponderi sphaerularum eiusdem cum E diametri, secundum verticalem KN inter horizontales AK, EN in directum positarum.

§. 9. Facile patet, quae de sphaerulis demonstrata sunt, de particulis vltimis liquidorum vera esse, cuiuscunque figurae sumantur, quamuis sphaericam eam figuram physici tantum non omnes ponant. Est enim a nobis sphaerica particularum figura clarioris tantum conceptus gratia assumta, neque in demonstrationem influit. Verum magnitudo particularum ea intelligenda est, vt altera alteri de via decedere, cum in tubo mouentur, non possit. Si enim multo minores sumantur, particulae apud E, in tubo ex partibus cylindricis vel prismaticis datarum longitudinum composito, non aliter prementur vel trahentur, quam si tubus curuus foret. Id ex sequenti propositione concluditur, in qua tubulum quantumuis angustum fluido repletum ponimus, cuius adeo partes vltimae amplitudine tubi multis modis minores sunt cogitandae.

THEO-

THEOREMA II.

§. 10. *Sit tubulus ABCD utcunque figuratus, sed adeo angustus, ut eius amplitudo contemni possit: axis tubi sit EF, & huic perpendicularia plana AD, BC, inter quae contineatur fluidum graue: intelligatur & aliud quodcunque planum GH, axi perpendiculare. Erit vis, qua particula quaecunque liquidi K, in plano GH posita, urgetur secundum directionem axis apud I, aequalis ponderi eiusdem fluidi cylindro recto contenti, cuius amplitudo diametro particulae K aequalis est, altitudo vero rectae* ef, *inter horizontales per E & F verticaliter positae.* Fig. 2.

Intelligatur enim per K series curuilinea LM particularum eiusdem fluidi, particulae K aequalium, inter plana AD, CB utcunque posita; sitque recta, quae huius seriei axem apud K contingit, parallela rectae, quae axem tubi contingit apud I. Per I ducatur horizonti parallela I*i*, quae, propter angustiam tubi, non differet ab horizontali, in eodem plano per K ducta, prout nec E*e* differt ab horizontali per L, & F*f* ab horizontali per M. Erit ergo vis, qua pars seriei LK particulam K premit, secundum directionem rectae axim apud I contingenti parallelam, aequalis ponderi fluidi, quod cylindrum replet amplitudinis eius, cuius est particula K, altitudinis *ei*: & vis, qua eadem particula K secundum eandem directionem trahitur a serie KM, aequalis ponderi eiusdem fluidi, quod continetur cylindro eiusdem amplitudinis, altitudinis vero *if*. (IV, 8.) Vnde tota vis, qua particula K secundum illam directionem urgetur, aequalis erit ponderi cylindri fluidi dictae illius baseos, altitudinis vero *ef*. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

§. 11. Hinc sequitur, totam sectionem GH, a fluido ABCD, secundum directionem plano sectionis perpendicularem, vi urgeri, quae aequalis est ponderi prismatis vel cylindri eodem fluido repleti, cuius basis est GH, altitudo vero *ef*: vimque huic ponderi aequalem, quae, secundum directionem plano GH perpendicularem, illud planum agit in opposita, effecturam, vt planum, & fluidum ABCD cum eo connexum, immobile persistat. Hinc vires istae, ad diuersos tubos, vel ad diuersas eiusdem tubi sectiones axi perpendiculares, facile comparantur.

COROLLARIVM II.

Fig. 5. §. 12. Si vero plura sint plana ita posita, GH, IK, LM; & GH quidem vrgeatur, secundum directionem actioni fluidi contrariam, a vi, quae aequalis sit ponderi prismatis vel cylindri, eodem fluido pleni, cuius basis est GH, altitudo vero, quaecunque *eh*: ducta *hg* horizontali, quae axem in *g* secet, positoque per *g* plano axi recto; sola actio fluidi inter AD, & planum istud per *g*, a vi illa libramentum accipiet, pressio fluidi reliqui a planis IK, LM sustinenda erit. Et si vis plano IK ad perpendicularem adplicata, qua hoc planum, secundum directionem actioni fluidi adversam, urgetur, sit aequalis ponderi cylindri eiusdem fluidi, cuius basis est IK altitudo vero *hk*; ducta iterum horizontali *ki* ad axem, positoque plano axi perpendiculari per *i*, actio fluidi inter plana per *g* & per *i*, ab hac vi sufflaminabitur, sic, ut iam sola relinquatur actio, ex pressione atque tractione composita, fluidi inter planum per *i* & BC, a vi sustinenda, quae planum LM, secundum rectam ad id planum perpendicularem, urget, quam adeo vim ponderi prismatis vel cylindri eodem fluidi pleni, cuius basis est LM, altitudo *kf*, aequalem esse, necesse est. Sunt ergo altitudinis cylindrorum vel prismatum, quorum ponderibus pressiones in omnia plana GH, IK, LM aequalia sunt, simul sumtae altitudini *ef* aequales, quodcunque sint plana, & quomodocunque inter illa pressio liquidi distribuatur.

§. 13. Cessante iam actione virium, quae plana GH, IK, LM, urgebant secundum directionem actioni liquidi contrariam, actio, quam consideramus, non ad prementa obstacula impenditur, quae nulla sunt; sed ad mouendas liquidi particulas, augendamque sensim earum

rum celeritatem. Diſtribuitur autem haec actio inter particulas aequaliter, quando, propter figuram tubi, omnes eadem celeritate incedere neceſſe eſt; inaequaliter autem, quando, propter aliam tubi figuram, partium fluidi per eum moti aliae, aliis celerius feruntur. Reſiſtit enim hic actioni liquidi ABCD ſola inertia particularum liquidi, quae in motum concitantur: ea autem inertia, data particularum maſſa, creſcit, ut celeritas, quae dato tempore particulis imprimitur. Si ergo pars tubi AGHD prismatica ſit, partesque adeo omnes liquidi, quod continet, eadem celeritate incedant; ſit vero quantitas actionis, quae ad illud liquidum AGHD mouendum accelerandumue inpenditur, aequalis ponderi cylindri, cuius baſis eſt GH vel AD, altitudo *eh*; ducta horizontali *gh* ut prius, poteſt *g* infra planum GH cadere; poteſt incidere in ipſum planum GH, poteſt & ad oppoſitam plani partem inter AD & GH cadere; prout maior minorue eſt celeritas, quae fluido ADGH dato tempuſculo imprimitur, ſi comparetur cum celeritate, reliquo fluido GBCH eodem tempore imprimenda, ut loco cedat, concedatque fluido AGHD ſpatium liberum, in quo omni ea celeritate incedere poſſit, quae ei imprimitur. Quanta autem ſit *eh* iſta, ſiue *altitudo preſſionis* in id inſumptae, ut liquido AH aliquis celeritis gradus imprimatur, iam determinandum eſt.

THEOREMA III.

§. 14. *Moueatur liquidum per tubum ABCD, cuius axis eſt EF, ita, ut omnes eius partes, in eadem tubi ſectione axi perpendiculari GH, eadem celeritate, ſecundum directionem axis apud I, ferantur: ſitque & alia eiusdem tubi ſectio KL axi itidem recta, priori vero GH adeo propinqua, ut ſpatium GL pro prismatico debeat haberi, in quo, quae ſimul inſunt, particulae flui-* Fig. 4.

fluidae omnes eadem celeritate ferentur, secundum axem spatii IM; augeatur vero ea celeritas, dum particulae spatium huic axi IM aequale percurrunt: dico, si punctum graue libere cadens apud m *eadem celeritate feratur, quo particulae liquidae in spatio GL incedunt, dumque per* mn *cadit, ad eius celeritatem accedat gradus celeritatis ille, qui fluido GL accedit interea, dum per spatium IM mouetur: fore altitudinem pressionis in id insumtae, ut fluido GL gradus ille celeritatis adderetur, rectae* mn *aequalem.*

Per punctum *m* sit planum *kl* horizonti parallelum, & super illud statutum spatium *gl* simile & aequale spatio prismatico GL, cuius adeo axis *im* axi huius IM aequalis erit. Sit *gl* fluido plenum eius generis, quod per ABCD fluit, sitque *m* una eius fluidi particula. Si ergo *gl* eadem cum *m* celeritate moueatur, dum per *mn* libere cadit, eius motus eodem gradu accelerabitur, quo accelerabatur motus particulae *m* in eodem spatio (III, 19). Vis autem, qua motus corporis *gl* acceleratur, est ipsum eius pondus, quod est ad pressionem, quae motum fluidi GL in spatio IM accelerat, quam dico P, ut *im* siue IM, ad P (IV, 11.) Massae ergo ab his viribus motae cum sint cylindri aequales GL, *gl*, sintque adeo spatia IM, *mn*, in quibus earum massarum celeritates ab iisdem terminis aequaliter augentur, uti vires inverse (III, 17.) erit IM: *mn* = IM: P, atque adeo *mn* spatium aequale P, altitudini pressionis. Q. E. D.

COROLLARIVM.

§. 15. Facile patet, quae de pressionibus ostensa sunt, quae celeritatem particulae fluidae augent, ad eas quoque pressiones adplicari debere, quae eam imminuunt, quae quidem versus partem fluxui liquidi oppositam directae debent intelligi. Corpus autem graue ea celeritate delatum, quo fluidi particula ferebatur, antequam eius celeritas minueretur, hic ascendere debet, donec eius celeritas ab actione grauitatis eo gradu imminuatur, qui celeritati liquidi decessit. Reliqua facile capiuntur.

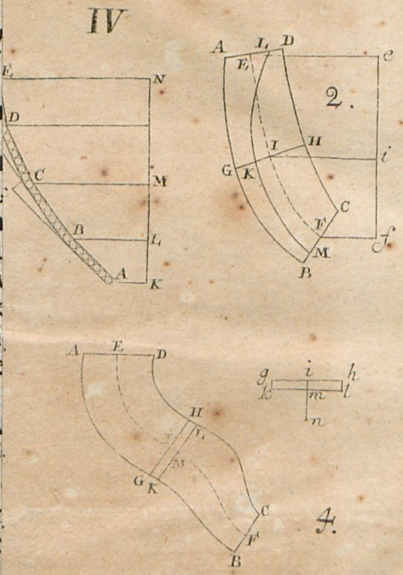
(V.

Quae sit pression
liquidi in statu
quaque auget

§.

Fluente liquido per tubu
gustissimum ponimus,
particulam, inter plana
cularia, continua est; motu
continuo vel acceleratur, v
vniuersa liquidi actio versus
sit, versus quam fluit: celeri
culae, a resistentia praece
vel consequentium, quas
nuitur: quae resistentia v
versus partem fluxui opposi
celeritatis gradus, quem acti
culae, quolibet tempusculo
mit: verumtamen summo c
partes diuiditur a IO. BERN
celeritatis incrementum, vel

§. 2. Scilicet, si mobil
directionem ferri dicas aliqua
dum eandem directionem, a
dere: nihil aliud dixeris, qua
directionem celeritate mou
summam collectis conficitur. Neque interest qua
sint partes, in quas tota celeritas ita diuiditur. Vis au-
tem,

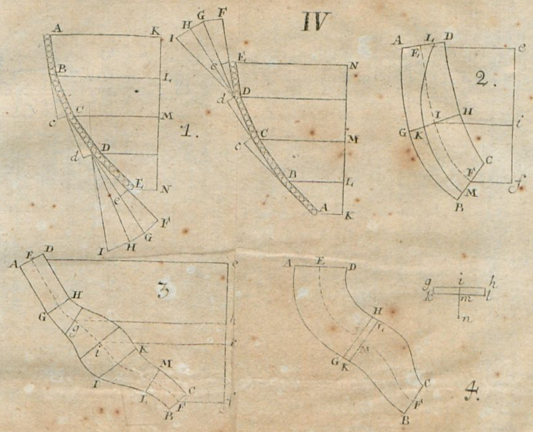


Quae sit pressionum, qua fluxus liquidi in statu conseruatur, quaque augetur, altitudo.

§. 1.

Fluente liquido per tubum, quem nunc quoque angustissimum ponimus, actio in quamlibet eius particulam, inter plana contentam axi perpendicularia, continua est; motusque adeo particulae eius continuo vel acceleratur, vel retardatur. Etsi enim vniuersa liquidi actio versus eam semper partem directa sit, versus quam fluit: celeritas tamen cuiuslibet particulae, a resistentia praecedentium, quas propellit, vel consequentium, quas secum trahit, saepe minuitur: quae resistentia vt vis considerari debet, versus partem fluxui oppositam directa. Simplex est celeritatis gradus, quem actio illa ad celeritatem particulae, quolibet tempusculo minimo, adiicit, vel ab ea demit: verumtamen summo cum fructu in duas veluti partes diuiditur a IO. BERNOVLLIO, quae totum illud celeritatis incrementum, vel decrementum, conficiunt.

§. 2. Scilicet, si mobile secundum quamcunque directionem ferri dicas aliqua celeritate, idemque, secundum eandem directionem, alia insuper celeritate incedere: nihil aliud dixeris, quam, mobile secundum illam directionem celeritate moueri, quae ex duabus illis in summam collectis conficitur. Neque interest quantae sint partes, in quas tota celeritas ita diuiditur. Vis autem,



tem, quae aequabili actione totam celeritatem mobili dato tempore impressit, aequalis est summae duarum virium, quarum quaelibet, actione itidem aequabili, vnam illarum celeritatis partium mobili ei, eodem tempore, imprimit. Contra, si mobile secundum aliquam directionem ferri dicas celeritate quadam, &, secundum directionem illi oppositam, alia quacunque; sensus erit, mobile, excessu maioris earum celeritatum super minorem, versus eam partem progredi, versus quam maior celeritas dirigitur: neque in hac celeritate quidquam mutabitur, quaecunque sit celeritatum oppositarum quantitas, dummodo aequaliter differant. Vis autem, quae actione aequabili eam mobili celeritatem impressit, qua fertur, aequalis erit differentiae virium, versus oppositas partes directarum, quae eidem mobili, eodem tempore, actione aequabili, celeritates impressere, quarum minor a maiori subtracta fuit. Oppositae hae celeritates, a viribus oppositis pendentes, cum partes non sint eius celeritatis, qua mobile incedit: partes tamen dici, breuioris sermonis gratia, possunt; vtpote quarum vnione celeritas haec conficitur, etsi vnio ista subtractionem, non additionem, requirat.

§. 3. Secundum haec ergo, celeritatis incrementum, quod particulae liquidae figurae prismaticae, in tubo angustissimo, per longitudinem suam motae, accedit, vel decrementum, quod ei interea, dum per longitudinem suam mouetur, decedit, ita componetur. Sit AB tubus,
Fig. 1. in quo liquidum fluit ab A versus B, sectiones autem tubi axi perpendiculares CD, EF, GH adeo vicinae intelligantur, vt spatia CF, EH, quae aequalia ponimus, pro prismaticis debeant haberi. Erit incrementum, quod ad celeritatem particulae CF accessit, dum ex spatio CF translata est in spatium EH, vel decrementum, quod eius celeritati eo tempore

tem, quae aequabili actione totam celeritatem mobili dato tempore impressit, aequalis est summae duarum virium, quarum quaelibet, actione itidem aequabili, vnam illarum celeritatis partium mobili ei, eodem tempore, imprimit. Contra, si mobile secundum aliquam directionem ferri dicas celeritate quadam, &, secundum directionem illi oppositam, alia quacunque; sensus erit, mobile, excessu maioris earum celeritatum super minorem, versus eam partem progredi, versus quam maior celeritas dirigitur: neque in hac celeritate quidquam mutabitur, quaecunque sit celeritatum oppositarum quantitas, dummodo aequaliter differant. Vis autem, quae actione aequabili eam mobili celeritatem impressit, qua fertur, aequalis erit differentiae virium, versus oppositas partes directarum, quae eidem mobili, eodem tempore, actione aequabili, celeritates impressere, quarum minor a maiori subtracta fuit. Oppositae hae celeritates, a viribus oppositis pendentes, cum partes non sint eius celeritatis, qua mobile incedit: partes tamen dici, breuioris sermonis gratia, possunt; vtpote quarum vnione celeritas haec conficitur, etsi vnio ista subtractionem, non additionem, requirat.

§. 3. Secundum haec ergo, celeritatis incrementum, quod particulae liquidae figurae prismaticae, in tubo angustissimo, per longitudinem suam motae, accedit, vel decrementum, quod ei interea, dum per longitudinem suam mouetur, decedit, ita componetur. Sit AB tubus, Fig. 1. in quo liquidum fluit ab A versus B, sectiones autem tubi axi perpendiculares CD, EF, GH adeo vicinae intelligantur, vt spatia CF, EH, quae aequalia ponimus, pro prismaticis debeant haberi. Erit incrementum, quod ad celeritatem particulae CF accessit, dum ex spatio CF translata est in spatium EH, vel decrementum, quod eius celeritati eo tempore

re

re deceſſit, differentia celeritatis, eius, qua ferebatur in ſpatio CF, ab illa, qua in ſpatio EH incedit. Dum autem particula CF in ſpatio CF mouebatur, vtique particula EH aliqua celeritate mouebatur in ſpatio EH. Earum celeritatum differentia primam incrementi illius, vel decrementi, partem conſtituit. Altera eſt differentia celeritatis, qua particula CF in ſpatio EH fertur, ab illa, qua particula eam antecedens EH, in eodem ſpatio EH, incedebat.

§. 4. Priori incrementi vel decrementi parte motus liquidi in ſtatu conſeruatur, efficiturque, vt eadem maneat fluxus liquidi, per quamlibet tubi ſectionem, celeritas: altera incrementi vel decrementi parte, fluxus is, vel acceleratur vel retardatur. Si enim ſola prior illa pars vniuerſum celeritatis incrementum vel decrementum abſoluat, euaneſcente altera: vtique liquidum, quolibet temporis momento, per quamlibet tubi ſectionem, eadem celeritate fluit, qua fluebat momento temporis proxime praecedente; neque adeo in eius motu mutatio vlla contingit.

§. 5. In vtramque partem incrementi celeritatis, quod quolibet temporis momento capiunt omnes partes liquidae, per tubum motae, vniuerſa eius fluidi actio inſumitur. Quid enim impedit, vel, quid actionem fluidi reliqui ſufflaminat, ſi pars tantum eius agere, non vniuerſum, dicatur? Poteſt autem actio illa in duas quaſi partes diuidi, eadem lege, qua celeritatis incrementa diuiſa ſunt. Primam, quae in id inſumitur, vti celeritas fluxus in quauis tubi ſectione conſeruetur; quaeque adeo cuilibet particulae liquidae, in parte tubi, quamcunque ſumere libet, motae, dum per longitudinem ſuam mouetur, celeritatem addit vel detrahit, eam, vt, poſtquam in ſpatium proxime praecedens tranſiit, eadem

dem in hoc ſpatio celeritate incedat, qua in eodem ſpatio incedebat particula, quae id modo reliquit. Alteram, qua fluxus liquidi per quamlibet tubi ſectionem mutatur. Quaerenda primum eſt altitudo preſſionis in id inſumptae, vt fluxus liquidi in tubo, vel in qualibet eius parte, inter plana axi perpendicularia comprehenſa, in ſtatu conſeruetur. Ea data et altitudo preſſionis dabitur, qua celeritas eius fluxus mutatur. Inde augmentum ipſum celeritatis illius, vel imminutio, colligetur, ipſaque celeritas, qua liquidum quolibet tempore per datam tubi ſectionem mouetur, quaque ex tubo profluit.

THEOREMA.

§. 6. *In tubo anguſtiſſimo vel parte tubi AB, ſi liquidum*
Fig. 2. *fluat ab A verſus B, ſintque per puncta eius extrema A, B poſita plana axi tubi recta; punctum vero graue ex I libere cadens, apud M feratur celeritate, qua liquidum fluit per ſectionem A, & apud N ea, qua liquidum apud B incedit: erit altitudo preſſionis, qua fluxus liquidi in parte tubi AB conſeruatur, aequalis altitudini MN; eaque preſſio ſecundum AB directa erit, ſi apud B celerius fluat liquidum, quam apud A, & ſecundum BA, ſi apud B tardius, quam apud A, incedat.*

Intelligatur enim tubus vel pars tubi AB per plana axi perpendicularia C, D, E in partes priſmaticas aequales diuiſa. In linea vero verticali IMN, quam graue libere cadens deſcribit, ſignentur puncta *c*, *d*, *e*, apud quae graue cadens eadem celeritate fertur, qua fluidum mouetur in quauis ſectionum C, D, E: quorum quidem punctorum *c*, *d*, *e*, vt & eorum, quae antea ſignata ſunt, M, N, ſuperiora erunt, quae ſpectant ad ſectiones tubi, in quibus fluidum minori celeritate mouetur;

inſeinferiora, quae ad ſectiones tubi pertinent, in quibus celeritas fluxus maior eſt. Jam, quia particula fluida AC, poſtquam tranſiit in ſpatium CD, eadem celeritate ferri ponitur, quo in hoc ſpatio ferebatur particula antecedens, id eſt, ea, qua graue cadens incedit apud *c*: ad particulam AC, per longitudinem ſuam motam, idem gradus celeritatis acceſſit, qui acceſſit ad graue, apud M ea celeritate motum, qua particula in ſpatio AC ferebatur, interea, dum per M*c* cecidit. Eſt ergo altitudo preſſionis in id inſumptae, vt gradus ille celeritatis particulae AC adderetur, M*c* (IV, 14). Similem in modum euincitur, altitudinem preſſionis, qua particula CD, dum longitudinem ſuam percurrit, ita acceleratur vel retardatur, vt in ſpatio DE ea celeritate incedat, qua in eo ſpatio incedebat particula proxime praecedens, eſſe *cd*; & altitudinem preſſionis, qua particula DE ita acceleratur, eſſe *de*, eamque, quae apud particulam EB ſimilia praeſtat, *e*N. Suntque rectarum harum M*c*, *cd*, *de*, *e*N, illae, quibus celeritates particularum minuuntur, ſurſum directae, illae vero, quibus celeritates particularum augentur, deorſum (IV, 15). Neglectis ergo preſſionibus, quae, quod in oppoſitas partes diriguntur, ſeſe deſtruunt, reliquis, quae conſpirant, in ſummam collectis, erit MN altitudo vniuerſae preſſionis, quae fluxum liquidi in parte tubi AB in ſtatu conſeruat, omnes eius particulas, quantum in eam rem opus eſt, accelerando vel retardando; eaque ſecundam AB directa, ſi celerior ſit fluxus apud B, quam apud A, & ſecundum BA, ſi liquidum tardius apud B, quam apud A, incedat, Q.E.D.

COROLLARIVM I.

§. 7. Si celeritas, qua liquidum incedit apud punctum tubi A, ſit ad celeritatem, qua apud B fluit, vt *c*A ad *c*B; erit & celeritas, qua graue, quod ex I libere cecidit, apud M mouetur, ad ad celeritatem, qua apud N fertur, vt cA ad cB. Quadrata ergo harum celeritatum sunt vt spatia IM, IN, quod & ex vulgari grauium theoria notum est, ex iis sequitur, quae III, 14, 7 de viribus motricibus generatim demonstrauimus: estque adeo $cAq : cBq = IM : IN$, vel inuerse $cBq : cAq = IN : IM$.

COROLLARIVM II.

§. 8. Pendet autem ratio $cB : cA$ a solis magnitudinibus sectionum tubi axi rectarum, per puncta, B, A; sique ratio $A : B$ rationi sectionis per A ad sectionem per B aequalis ponatur, est $cB : cA = A : B$ (II, 13), & hinc $cBq : cAq = Aq : Bq$. Quae ergo posterior ratio, si in locum prioris substituatur, in analogia, quam modo vidimus, fit $Aq : Bq = IN : IM$. Vnde, si sectio tubi per A maior sit eius sectione per B, diuidendo elicitur, $Aq : Aq - Bq = IN : IN - IM$, siue MN, vel $Bq : Aq - Bq = IM : MN$; & si sectio A sectione B minor sit, $Aq : Bq - Aq = IN : IM - IN$, siue MN, vel $Bq : Bq - Aq = IM : MN$.

COROLLARIVM III.

§. 9. Per haec ergo altitudo pressionis in id insumptae, vt fluxus liquidi in tubo vel parte tubi AB in statu conseruetur, facile reperitur, data ratione sectionum extremarum per A & B, & celeritate, qua per vnam earum liquidum perfluit. Hac enim celeritate data, & altitudo datur, ex qua si cadat graue, illa celeritate fertur. Est scilicet, vt quadratum alterutrius sectionum tubi, vel partis tubi, extremarum Aq vel Bq, ad differentium quadratorum sectionum, siue ad rectangulum ex summa sectionum atque differentia, $Aq - Bq$ vel $Bq - Aq$; vt altitudo casus, quae debetur celeritati fluxus per sectionem tubi alteram B vel A, ad altitudinem pressionis.

COROLLARIVM IV.

§. 10. Data ergo celeritate, qua liquidum per vnam sectionum tubi extremarum A, B fluit; altitudo pressionis MN, quae ad eum fluxum conseruandum insumitur, tota a ratione $A : B$ pendet, neque vel longitudo tubi, vel amplitudo vel figura, quidquam in ea mutant. Estque altitudo haec MN tanto maior, quo magis sectiones tubi extremae magnitudine differunt: euanescente

au-

autem differentia illa magnitudinis ſectionum extremarum, & ipſa euaneſcit; nullaque penitus fluidi actio, ad conſeruandum fluxum per tubum vel partem tubi, cuius ſectiones extremae aequales ſunt, inſumitur, cuiuscunque is figurae ſit, vel longitudinis.

COROLLARIVM V.

§. 11. Manente tubo, manenteque adeo ratione A: B, ſi celeritas, qua liquidum per eius ſectionem B fluit, mutetur, ſitque *in* altitudo, ex qua poſtquam graue cecidit, eadem celeritate mouetur, qua liquidum iam fluit apud B, & *mn* altitudo preſſionis, in id inſumendae, vt is fluxus conſeruetur; erit, ſiquidem ſectio B ſectione A minor ſit, $Aq : Aq - Bq = in : mn$. Fuit autem & $Aq : Aq - Bq = IN : MN$, ergo & $in : mn = IN : MN$, & alternando, $in : IN = mn : MN$: id eſt, altitudines preſſionum ad conſeruandos fluxus hos inſumendarum erunt vt altitudines *in*, IN, vel vt quadrata celeritatum, quibus liquidum per B fluit.

COROLLARIVM VI.

§. 12. Facile perſpicitur, idem verum eſſe, ſi ſectio A ſectione B minor ſit. Eſt enim hic $Aq : Bq - Aq = IN : MN$, & $Aq : Bq - Aq = in : mn$. Verum hic preſſio inſumenda in oppoſita fluxui directa eſſe debet. Si autem ſectiones A, B aequales ſint, cum nulla ſit preſſio ad conſeruandum fluxum impenſa, comparari diuerſae preſſiones ſub hac conditione nequeunt.

COROLLARIVM VII.

§. 13. Porro, quae ita reperitur altitudo preſſionis verſus eam partem directae, verſus quam liquidum fluit, in fluxum liquidi conſeruandum inſumpta, altitudini preſſionis integrae, ſiue verticali intra extremas tubi ſectiones axi perpendiculares, vel aequalis eſt, vel ea minor, vel maior. Primum ſi ſit, vniuerſa fluidi actio ad conſeruandum in ſtatu fluxum impenditur, qui ergo neque augetur, neque minuitur, quamdiu ea conditio obtinet. Tollitur

autem

autem saepe aequalitas ea ipso liquidi fluxu, vel altitudine fluidi in tubo mutata, per effluens, vel influens superne, liquidum, vel mutata tubi sectione A, quam mutari in tubo necesse est, cuius diuersa in diuersis locis est amplitudo, & cum subsidet liquidum, & eum ultra limitem, quo antea terminabatur, adsurgit.

COROLLARIVM VIII.

§. 14. Maior autem si fuerit altitudo pressionis liquidi vniuersae, altitudine pressionis eius, quae ad conseruandum fluxum impendenda est: quo altitudo pressionis eam superat, quae ita impendenda est, eo liquidi fluxus acceleratur. Contra, si altitudo pressionis ad conseruandum liquidi fluxum impendenda, maior sit vniuersa pressionis altitudine: conseruari fluxus per pressionem eam non potest, nisi caussa effectum se ipsa maiorem producat. Retardabitur ergo, eritque vis retardans excessui altitudinis pressionis ad conseruandum fluxum insumendae, supra pressionem fluidi integram, aequalis. Si scilicet directio pressionis ad conseruandum fluxum impendenda, cum directione fluxus eadem sit, id indicio est, tubum fluxui resistere, ad eamque resistentiam superandam impenditur pressio, qua fluxus liquidi in statu conseruatur. Si ergo resistentia maior sit vniuersa pressione liquidi: quo resistentia pressionem excedit, id rationem habet vis fluxui liquidi oppositae, eumque adeo fluxum imminuit.

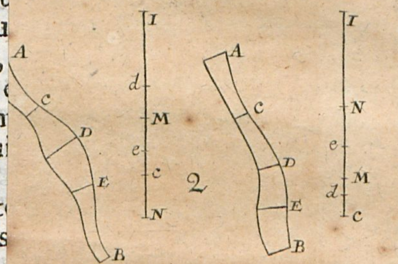
COROLLARIVM VIIII.

§. 15. Dirigitur autem pressio ad conseruandum fluxum impendenda, versus eam partem, versus quam liquidum fluit, eo solo casu, quo sectio versus quam fluit, sectione opposita minor est. Si enim minor sit sectio a qua liquidum fluit, illa, versus quam fluit, pressio, ad conseruandum fluxum impendenda, fluxui opposita esse debet. Vnde sequitur tubum non modo non resistere fluxui, verum etiam fluxum promouere. Haec autem vis, qua tubus fluxum promouet, cum addenda sit illi, qua pressio fluidi eundem fluxum accederat, palam est, liquidum in eiusmodi tubis accelerari a pressione, cuius altitudo obtinetur, altitudine pressionis, quae ad fluxum conseruandum impendenda est, ad altitudinem pressionis integram, adiecta.

De augmento, quod ad celeri-tatem fluxus … *ne a* …

§ …

Preſſio, qua fluxus liqu… puſculo minimo au… partes diſtribuitur, … uatur. Inſumitur … culae liquidae in tubo n… gradus celeritatis ille, qu… pro tubi figura, debet. … celeritatis, quae eodem t… tes particularum, per duas… pendiculares motarum, … per eas ſectiones mouent… neae rectae, quibus in Fig… rationes expreſſae ſunt. … figura II, vtpote ſimplici… ex ea deducemus, & ex fi…



§. 2. Curua ergo *a*… adnexa eſt VI, 1. legem exhibet, ſecundum quam fluxus liquidi in tubo ABCD acceleratur. Si ſcilicet per punctum axis quodcunque I poſitum ſit planum axi rectum GH, ſumaturque *ei* recta aequalis parti axis EI, per *i* vero ponatur *ih*, inter rectam *ef* & curuam *dhc*, extremis *ed*, *fc* parallela: erit *ed* recta ad rectam *ih*, vt gradus celeritatis, qui celeritati particularum fluidarum in plano AD additur, tempuſculo quocunque infinite

 paruo

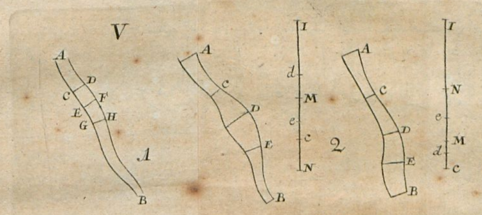
De augmento, quod ad celeritatem fluxus a data pressione accedit.

§. 1.

Pressio, qua fluxus liquidi per tubum quolibet tempusculo minimo augetur, non secus in omnes eius partes distribuitur, quam, qua in statu conseruatur. Insumitur enim in id, vt cuilibet particulae liquidae in tubo motae eo tempusculo accedat gradus celeritatis ille, qui ei accedere a data pressione, pro tubi figura, debet. Sunt nempe augmenta haec celeritatis, quae eodem tempore accedunt ad celeritates particularum, per duas quasuis tubi sectiones axi perpendiculares motarum, vt ipsae celeritates, quibus per eas sectiones mouentur (II, 14); atque adeo vt lineae rectae, quibus in Figuris I, & II earum celeritatum rationes expressae sunt. Vtemur autem potissimum figura II, vtpote simpliciore. Facile autem est, quae ex ea deducemus, & ex figura I colligere.

§. 2. Curua ergo *dhc* eius figurae II, vel, quae hic adnexa est VI, 1. legem exhibet, secundum quam fluxus liquidi in tubo ABCD acceleratur. Si scilicet per punctum axis quodcunque I positum sit planum axi rectum GH, sumaturque *ei* recta aequalis parti axis EI, per *i* vero ponatur *ih*, inter rectam *ef* & curuam *dhc*, extremis *ed*, *fc* parallela: erit *ed* recta ad rectam *ih*, vt gradus celeritatis, qui celeritati particularum fluidarum in plano AD additur, tempusculo quocunque infinite Fig. 1.

G paruo



paruo, ad gradum celeritatis, qui ad celeritatem particularum in plano GH eodem tempore accedit. Data autem hac lege accelerationis, ratio pressionum, quae insumuntur ad celeritatem duarum quarumuis partium liquidi prismaticarum, quarum bases axi tubi perpendiculares sunt, simul augendam, prompte elicitur: a qua vicissim ad comparanda augmenta celeritatis, quae particulis per eandem tubi sectionem motis, a diuersis pressionibus accedunt, regredi licet.

THEOREMA.

§. 3. *Per tubum angustissimum ABCD, cuius axis est EF, moueatur liquidum, vi aliqua eius fluxum in statu conseruante. Sit autem & alia pressio, quae eius liquidi fluxum accelerat, cuius accelerationis legem exprimat curua* dhc *ad rectam* ef *relata. Sumptis ergo duabus quibuscunque fluidi particulis prismaticis GP, KC, inter plana per I, O, L, F axi perpendicularia contentis; si fiant rectae* ei, eo, el, ef, *aequales partibus axis EI, EO, EL, EF, aganturque rectae* ih, op, lm, *rectis* ed, fc *parellelae: erit altitudo pressionis, a qua motus particulae KC acceleratur, ad altitudinem pressionis, quae motum particulae GP eodem tempore accelerat, vt rectangulum nascens* lc, *ad rectangulum itidem nascens* ip.

Particulae enim rectae *lf, io* infinite paruae sunt, vtpote lineolis LF, IO aequales, quae omni longitudine dabili minores sumi, vt spatia KC, GP figuram prismatis nanciscantur, siquidem conicus sit tubus ABCD vel vtcunque incuruatus, debent, sin prismaticus vel cylindricus, possunt. Si autem vis, quae motum particulae KC auget, dicatur V, gradus celeritatis ei particulae a vi illa tempore aliquo additus C, & massa particulae M; vis autem, quae auget motum particulae GP, sit paruo, ad gradum celeritatis, qui ad celeritatem particularum in plano GH eodem tempore accedit. Data autem hac lege accelerationis, ratio pressionum, quae insumuntur ad celeritatem duarum quarumuis partium liquidi prismaticarum, quarum bases axi tubi perpendiculares sunt, simul augendam, prompte elicitur: a qua vicissim ad comparanda augmenta celeritatis, quae particulis per eandem tubi sectionem motis, a diuersis pressionibus accedunt, regredi licet.

THEOREMA.

§. 3. *Per tubum angustissimum ABCD, cuius axis est EF, moueatur liquidum, vi aliqua eius fluxum in statu conseruante. Sit autem & alia pressio, quae eius liquidi fluxum accelerat, cuius accelerationis legem exprimat curua* dhc *ad rectam* ef *relata. Sumptis ergo duabus quibuscunque fluidi particulis prismaticis GP, KC, inter plana per I, O, L, F axi perpendicularia contentis; si fiant rectae* ei, eo, el, ef, *aequales partibus axis EI, EO, EL, EF, aganturque rectae* ih, op, lm, *rectis* ed, fc *parellelae: erit altitudo pressionis, a qua motus particulae KC acceleratur, ad altitudinem pressionis, quae motum particulae GP eodem tempore accelerat, vt rectangulum nascens* lc, *ad rectangulum itidem nascens* ip.

Particulae enim rectae *lf*, *io* infinite paruae sunt, vtpote lineolis LF, IO aequales, quae omni longitudine dabili minores sumi, vt spatia KC, GP figuram prismatis nanciscantur, siquidem conicus sit tubus ABCD vel vtcunque incuruatus, debent, sin prismaticus vel cylindricus, possunt. Si autem vis, quae motum particulae KC auget, dicatur V, gradus celeritatis ei particulae a vi illa tempore aliquo additus C, & massa particulae M; vis autem, quae auget motum particulae GP, sit

ſit v, gradus celeritatis, quae illi ab hac vi additur eodem tempore, c, & maſſa particulae, m: ratio V: v componitur ex rationibus C: c & M: m (III, 11). Eſt autem ratio C: c aequalis rationi lm: ib, cumque particulae KC, GP priſmaticae ſint & aequidenſae: maſſarum ratio e ratione baſium, quam dicemus B: b, & ex ratione altitudinum LF: IO ſiue lf: io, componetur. Ratio ergo V: v ex rationibus lm: ib, B: b & lf: io componetur. Sunt autem vires, quas hic conſideramus, preſſiones fluidorum, quae cum baſi preſſa pariter creſcunt. Negle&#x1F;cta ergo (III, 20) ratione baſium, altitudo preſſionis, qua motus particulae KC augetur, erit ad altitudinem preſſionis, quae motum particulae GP eodem tempore auget, in ratione compoſita e rationibus lm: ib & lf: io. Quae cum ſit ratio rect anguli lc ad rectangulum ip; erunt vtique altitudines dictarum preſſionum vt haec rectangula. Q. E. D.

COROLLARIVM I.

§. 4. Hinc ſequitur ſpatium $ifcb$ altitudinem preſſionis exponere, in omnes partes liquidas inter plana BC, GH inſumptam, qua earum motus ſit celerior. Reſpondet enim cuilibet particulae fluidae, in tubo inter plana axi perpendicularia contentae, parallelogrammum, prout ip particulae GP reſpondet, quod altitudinem preſſionis, in motum eius particulae augendum inſumptae, exponit: vniuerſa autem ea parallelogramma ſpatium $ifcb$ conficiunt. Eſtque adeo generaliter, ſi figura conſtruatur vt in theoremate; ſiue lf infinite parua intelligatur, ſiue datae alicuius ſumatur magnitudinis, ſpatium $lfcm$ ad ſpatium $ifcb$, vt altitudo preſſionis, qua celeritas fluidi KBCM augetur, ad altitudinem preſſionis, quae celeritatem fluidi GBCH eodem tempore auget. Et vt ſpatium $ifcb$ ad ſpatium $efcd$, ſic altitudo preſſionis inſumptae ad augendam celeritatem fluidi GBCH ad preſſionis, in augmentum celeritatis fluidi ABCD, eodem tempore inſumptae, altitudinem.

COROLLARIVM II.

§. 5. Sit *lfcm* rectangulum, quod futurum est, si prismatica fuerit pars tubi KBCM, siue finita sit eius altitudo LF, siue omni dabili minor; construaturque super rectam *fc* & aliud rectangulum *qfcr* spatio *ifch* aequale. Erit ergo *fl*: *fq* = *lfcm* : *qfcr* = *lfcm* : *ifch*. Sique ratio pressionis ad accelerandum fluidum KBCM insumptae, ad eam, qua eodem tempore celeritas fluidi GBCH augetur, dicatur *a* : A; erit haec ratio *a*: A, quam rationi *lfcm*: *ifch* aequalem esse ostendimus, & rationi *lf*: *qf* aequalis, id est, *a*: A = *lf*:*qf*. Hanc autem *qf*, quae data figura tubi, dataque adeo lege, qua partes per quasuis eius sectiones fluentes accelerantur, datur ad quamlibet partem axis IF vel integrum axem EF, dicemus Q: quo facto, terminisque proportionis alterne sumptis, est *a*: *fl* siue FL = A: Q.

COROLLARIVM III.

§. 6. Si punctum graue, a termino T libere cadens in verticali TS, apud S ea celeritate incedat, qua particula fluida KC ferebatur, cum primum in spatium KC transiret, intereaque, dum per S*s* cadere pergit, eodem celeritatis gradu augeatur, qui ad particulam KC accedit, dum longitudinem suam LF percurrit; est (IV, 14) S*s* altitudo pressionis in id insumptae, vt is celeritatis gradus particulae adderetur, quam altitudinem modo nominauimus *a*. Hac ergo S*s* in eius denominationis locum substituta, fit S*s*: *fl* siue FL = A: Q.

§. 7. Haec sunt elementa, quibus omnes de fluxu liquidi demonstrationes nituntur. Vsi in illis stabiliendis sumus iisdem principiis, quibus magnus BERNOVLLIVS in analysibus suis vsus est, concessis ab omnibus, vel si recte intelligantur, concedendis, siue Leibnitiano sermone de viribus motricibus agere consueuerint, siue Cartesiano. Possunt enim vtroque sermone vera tradi, traditaque sunt ab vtraque certantium

tium parte, ea ſola differentia, quod, quae virium viuarum theoria nituntur demonſtrationes, per ambages ſaepe decurrant, certe, ipſo Bernoulliano iudicio minus ſint directae. Supereſt, vt aliqua iis, quae modo oſtenſa ſunt, illuſtrationis gratia, addantur.

§. 8. Quod ergo ad rectam attinet, quam diximus Q, ea ex parte ſpatii curuilinei *efchd*, inter rectas baſi *fc* parallelas poſita, determinatur, quae ad partem tubi refertur, cuius fluidum acceleratur ab altitudine preſſionis A. Vnde ſi de altitudine preſſionis agatur, qua motus fluidi in toto tubo ABCD fit celerior; recta iſta Q ex toto ſpatio *efchd*, ad baſin *fc* adplicato, elicitur. Eſt vero totus tubus is, qui fluido plenus eſt. Si enim tubi ABCD pars AGHD fluido vacua ſit; ea pars in cenſum non magis venire poteſt, quam ſi plane abeſſet: nihil enim in fluxu liquidi mutat; eſtque hoc caſu Q, ad altitudinem preſſionis, quae vniuerſum fluidum GBCH accelerat, recta *qf*, ſecundum dicta reperiunda.

§. 9. Eſt autem recta haec Q conſtantis & determinatae magnitudinis ad quamlibet partem tubi, quae durante fluxu plane repleta manet. Etſi enim in conſtructione curuae *dhc* recta *fc* ſumi poſſit pro arbitrio: ſumpta tamen loco *fc*, quam figura exhibet, alia, quae, exempli gratia, eius dupla ſit; cum ratio *fc*: *ih* per figuram tubi detur, & recta in locum *ih* ſubſtituenda dupla erit rectae *ih*, & quaelibet alia recta, inter *ef* & curuam nouam adplicanda, dupla eius, quae in ſchemate deſcripto inter *ef* & *dhc*, ad idem punctum rectae *ef*, adplicata eſt. Erit ergo & ſpatium curuilineum nouum, inter parallelus *ih*, *fc* productas poſitum, duplum ſpatii *ifch*, & rectangulum illi ſpatio aequale, duplum rectanguli *qfcr*. Atque generatim, creſcente *fc*, rectangulum *qfcr* creſcet in eadem ratione; quod fieri nequit, niſi altitudo rectanguli *qf* ſiue Q, maneat. Verum ſi, effluente per BC liquido, tubus ſenſim euacuetur, Q iſta, quae refertur ad altitudinem preſſionis, qua celeritas vniuerſi liquidi in tubo ſuperſtitis augetur, & ipſa decreſcit. Decreſcit enim ſpatium curuilineum, atque ex *efchd*, quod fuit tubo ABCD pleno, tandem fit *ifch*, baſi *fc* manente.

§. 10. Particula vero fluida KC cum in initio ſpatii LF ea celeritate moueri ponatur, qua graue cadit apud S, & in fine, ea, qua graue apud *s* cadit: ſunt tempora, quibus ſpatia LF, S*s* deſcribuntur, vt ipſa ſpatia (III, 14); atque adeo tempus, quo graue cadens deſcendit per S*s*, ad tempus, quo particula fluida mouetur per LF, vt altitudo preſſionis A ad rectam Q.

§. 11. Porro corporis cadentis motus, quo fertur apud punctum S, ſi ſurſum conuertatur, corpus aſcendit ad T vsque, deſcribendoque hoc ſpatium omnem eum motum amittit. Particula autem fluida KC eo ſitu, quo picta eſt, eadem celeritate incedit, quo graue apud S fertur. Si ergo directe ſurſum ſaliat, eandem altitudinem ST ſupra ſectionem tubi BF, attingit. Verum, poſtquam per longitudinem ſuam LF mota eſt, celeritate progreditur ea, qua graue cadens apud *s* fertur, eademque celeritate & particula fluida ex tubo progreditur, quae illam KC proxime ſequitur. Eſt ergo altitudo, quam conſequens haec particula ſaliendo attingere poteſt, *s*T; & S*s* eſt incrementum, quod capit altitudo ſaltus fluidi ex tubo progredientis, interea, dum particula KC per longitudinem ſuam LF mouetur.

§ 12. Haec autem longitudo LF pro menſura incrementi quantitatis fluidi, quod inde a fluxus initio

e tubo

e tubo prodiit, sumi potest. Si enim particula quaevis fluida, vt KC, simulatque e tubo prodit, grauitatem suam atque inertiam amittere fingatur, manente solo eius volumine, & figura prismatica: eorumque solidorum geometricorum quae posteriora sunt, anteriora secundum lineam rectam protrudere; facile patescit, volumen vniuersi fluidi, quod inde a fluxus initio e tubo prodiit, prismati recto aequale fore, cuius basis est sectio tubi BC, altitudo vero summa altitudinum LF omnium particularum KC, quaecunque e tubo prodierunt. Sunt vero duae quaevis eiusdem fluidi quantitates, vt earum quantitatum volumina; volumina autem prismatum rectorum eiusdem baseos, vt prismatum altitudines.

§. 13. Per analogiam ergo $Ss : LF = A : Q$ augmentum, quod ad celeritatem fluxus liquidi per BC accedit a pressione A, ex quantitate liquidi datur, quod interea ex tubo effluxit. Data enim hac liquidi quantitate & FL datur, & Ss, cuius ad FL ratio datae $A : Q$ aequalis est. Per Ss vero hanc & TS incrementum illud celeritatis fluxus determinatur: verum haec lucem ab applicatione clariorem exspectant.

§. 14. Quae hucusque demonstrauimus, si ad figuram I referenda sint, quae eadem & hic adnexa est, ita procedemus. Sumpto plano LM basibus AB, CD parallelo, inter quod & basin CD pars axis NI intercipitur adeo parua, vt eius curuatura euanescat: sit *ac* huic NI parallela, planum autem LM secet planum, in quo sunt curuae *bd*, *gd* secundum dicta (I, 16, 17) constructae, in *lm*. Cum ergo *ef*, *pq*, *lm*, *cd* celeritates exponant, quibus fluidum in planis EF, PQ, LM, CD incedit secundum directionem axis, sitque parallelogrammum *eprb* aequale parallelogrammo, in quo angulus, angulo *epr* Fig. 1.

vel

vel *acd* aequalis, includitur a lateribus *pq*, HR, & parallelogrammum *lcdn*, quod a parallelogrammo *lcdm* non differt, aequale parallelogrammo, cuius iidem ſunt anguli, latera vero *cd*, Nl, erunt parallelogramma *eprh*, *lcdn* in ratione compoſita ex ratione *pq*: *cd*, quae eſt ratio celeritatis in parte tubi EQ ad celeritatem in parte eius LD; & ex ratione HR: Nl. Oſtenſum autem eſt in demonſtratione theorematis VI, 3, compoſitam ex his eſſe rationem altitudinis preſſionis, qua motus fluidi EQ acceleratur, ad altitudinem preſſionis, quae motum fluidi LD accelerat. Exponunt ergo parallelogramma *ephr*, *lcdn* illas altitudines, figura autem *ecdh* altitudinem preſſionis, qua celeritas vniuerſi fluidi ECDF augetur; eſtque adeo parallelogrammum naſcens *lcdn* ad ſpatium *ecdh* vt *a* ad A.

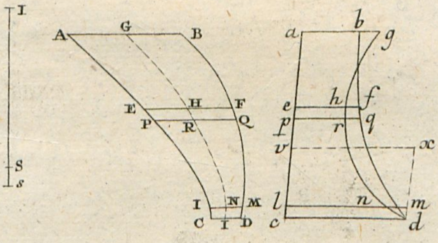
§. 15. Si *ecdh* ſpatium ad *cd* applicetur ſub angulo *acd*, ſitque parallelogrammum *vcdx* ſpatio *ecdh* aequale; erit *lcdn*: *vcdx* = *lc* ſiue Nl: *vc*. Quam *vc* ſi nunc quoque dicamus Q; fit denuo *a*: A = Nl: Q, vel *a*: Nl = A: Q. Recta vero Q, ob datam rationem *cd*: *pr*, hic quoque datur ad quemlibet tubum; *a* altitudini S aequalis eſt; Nl autem augmentum fluidi, quod e tubo per CD prodiit, non minus menſurat, quam ſi baſi priſmatis CD recta foret. Generatim enim corporis priſmatici volumen vt eius axis creſcit, ſiue rectus hic ſit baſibus, ſiue obliquus.

§. 16. Caeterum in hac conſtructione ea commoditas ineſt, quod ſpatium *ecdh*, cuius magnitudo altitudinem preſſionis exponit ad celeritatem fluidi ECDF augendam inſumptae, per quod recta Q datur, prompte admodum exhibeat; quippe quod inter eadem plana EF, CD producta continetur, quae liquidum illud ab vtraque parte terminant.

De fluxu liquidorum per tubos con-
st...

Declaratis elemen
de motibus l
potissimum p
dae forent; nisi, quod
tunitatem subministr
versamur, exspirasset.
quo vel pergere in h
quo animus nos, ab
reuocauerit; quod f
problematum de mo
ne omni fructu dispu
lectores cariturae vid
qua celeritas fluidi, f
e tubo prodit angusti
inde a quiete, sensim
quoque per altitudin
dere debet, vt eam a
ticula corporis grauis
termino apud superfi

VI,2



§. 2. Conseruari a
fluit, plenitudo non aliter potest, quam si dato quocunque tempusculo tantundem in eum superne influat, quantum inferne effluit. Adfluxus autem ille, ne aliquid in motu liquidi turbet, ita fieri intelligendus est, vt in locum cuiusuis particulae liquidae, quae punctum aliquod supremae tubi sectionis occupat, alia particula illi aequalis succedat, simulatque illa ex eo loco decedit: quod continget, si succedens

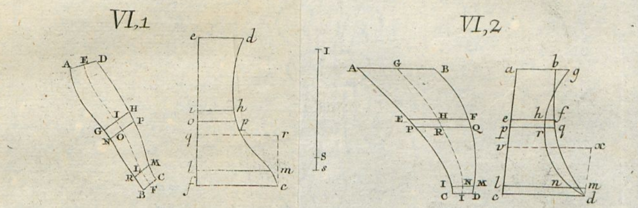
parti

De fluxu liquidorum per tubos constanter plenos.

§. 1.

Declaratis elementis, a quibus solutio quaestionum, quae de motibus liquidorum per tubos agitari possunt, potissimum pendet; ipsae iam quaestiones adgrediendae forent; nisi, quod ad edendas has exercitationes opportunitatem subministrauit, tempus interea, dum in initiis versamur, exspirasset. Reliquis ergo in aliud tempus dilatis, quo vel pergere in his per muneris rationem cogemur, vel quo animus nos, ab aliis otiosus, ad earum meditationem reuocauerit; quod solum iam facere licet, simplicissimum problematum de motibus fluidorum per tubos attingemus: ne omni fructu disputationes istae, in praesens certe, apud lectores cariturae videantur. Legem considerabimus scilicet, qua celeritas fluidi, sola grauitate sua deorsum nitentis, qua e tubo prodit angustissimo, & perpetuo aequaliter pleno, inde a quiete, sensim augetur. Celeritatem vero istam nunc quoque per altitudinem dabimus, e qua corpus graue cadere debet, vt eam adipiscatur; vel ad quam pertingit particula corporis grauis quaecunque, quae ea celeritate, a termino apud superficiem terrae dato, sursum adscendit.

§. 2. Conseruari autem tubi, e quo liquidum inferne effluit, plenitudo non aliter potest, quam si dato quocunque tempusculo tantundem in eum superne influat, quantum inferne effluit. Adfluxus autem ille, ne aliquid in motu liquidi turbet, ita fieri intelligendus est, vt in locum cuiusuis particulae liquidae, quae punctum aliquod supremae tubi sectionis occupat, alia particula illi aequalis succedat, simulatque illa ex eo loco decedit: quod continget, si succedens



particula eadem celeritate, & ſecundum eandem, cum decedente, directionem moueatur. Verum ſi ampliſſima fuerit ſuperior tubi ſectio, in qua ſupremae fluidi particulae locantur, prae ea, per quam id effluit; minima erit celeritas, qua ex ea ſectione particulae decedunt: minima ergo erit & ea celeritas, quae in particulis ſuccedentibus requiritur, & quaſi nulla, neque, vt plenitudo eius generis tuborum ad ſenſum conſeruetur, adfluxu vllo opus erit.

§. 3. Conſeruata autem tubi, per quem liquidum fluit, plenitudine, recta Q, cuius reperiundae rationem (VI, 5, 15) oſtendimus, ad totum tubum refertur, conſtantisque adeo eſt magnitudinis (VI, 9). Altitudo autem preſſionis liquidi, quod tubo continetur, vel vniuerſae potius actionis, ex preſſione atque tractione compoſitae, ſi dicatur P, huius etiam P magnitudo, augmenti vel diminutionis expers, durante fluxu, perſiſtet. Atque id ipſum eſt, quod quaeſtiones, quae ad hunc caſum ſpectant, faciles in primis reddit & expeditas.

Fig. VI. 1. §. 4. Iam ſi ſectionum tubi ABCD, axi EF perpendicularium, ſuprema AD nunc quoque dicatur A, infima BC vero B: ſitque TS altitudo caſus, quae debetur celeritati, qua particula liquidi infima KC longitudinem ſuam LF deſcribit, quaque ex tubo prodit: a qua celeritas omnium particularum reliquarum pendet, quaecunque in tubo inſunt: erit (V, 8) pars preſſionis P in id inſumpta, vt motus hic in vniuerſo liquido ABCD conſeruetur, ad altitudinem TS, vt $A^2 - B^2$ ad A^2, ſiquidem A quam B maior fuerit, & vt $B^2 - A^2$ ad A^2, ſi B maior fuerit quam A. Priori ergo caſu altitudo eius preſſionis per $\frac{A^2 - B^2}{A^2} \times TS$ exprimitur; altero per $\frac{B^2 - A^2}{A^2} \times TS$. Cum ergo, ſi A

maior

particula eadem celeritate, & secundum eandem, cum decedente, directionem moueatur. Verum si amplissima fuerit superior tubi sectio, in qua supremae fluidi particulae locantur, prae ea, per quam id effluit; minima erit celeritas, qua ex ea sectione particulae decedunt: minima ergo erit & ea celeritas, quae in particulis succedentibus requiritur, & quasi nulla, neque, vt plenitudo eius generis tuborum ad sensum conseruetur, adfluxu vllo opus erit.

§. 3. Conseruata autem tubi, per quem liquidum fluit, plenitudine, recta Q, cuius reperiundae rationem (VI, 5, 15) ostendimus, ad totum tubum refertur, constantisque adeo est magnitudinis (VI, 9). Altitudo autem pressionis liquidi, quod tubo continetur, vel vniuersae potius actionis, ex pressione atque tractione compositae, si dicatur P, huius etiam P magnitudo, augmenti vel diminutionis expers, durante fluxu, persistet. Atque id ipsum est, quod quaestiones, quae ad hunc casum spectant, faciles in primis reddit & expeditas.

Fig. VI. 1. §. 4. Iam si sectionum tubi ABCD, axi EF perpendicularium, suprema AD nunc quoque dicatur A, infima BC vero B: sitque TS altitudo casus, quae debetur celeritati, qua particula liquidi infima KC longitudinem suam LF describit, quaque ex tubo prodit: a qua celeritas omnium particularum reliquarum pendet, quaecunque in tubo insunt: erit (V, 8) pars pressionis P in id insumpta, vt motus hic in vniuerso liquido ABCD conseruetur, ad altitudinem TS, vt $A^2 - B^2$ ad A^2, siquidem A quam B maior fuerit, & vt $B^2 - A^2$ ad A^2, si B maior fuerit quam A. Priori ergo casu altitudo eius pressionis per $\frac{A^2 - B^2}{A^2} \times TS$ exprimitur; altero per $\frac{B^2 - A^2}{A^2} \times TS$. Cum ergo, si A

maior

maior sit quam B; pressio, qua motus liquidi per tubum fit celerior, sit excessus altitudinis pressionis integrae, super pressionem insumptam (V, 14, 15): erit hoc primo casu pressio fluxum accelerans $= P - \frac{A^2 - B^2}{A^2} \times TS$: altero vero casu, quo A minor est quam B, pressio fluxum accelerans pressionis P & eius, quae ad conseruandum fluxum impenditur, summa est (V, 15.), exprimiturque adeo per $P + \frac{B^2 - A^2}{A^2} \times TS$. Vtroque ergo casu pressionis huius fluxum accelerantis altitudo per $\frac{A^2 P + B^2\ TS - A^2\ TS}{A^2}$ exhibetur.

§. 5. Procedente autem particula KC, si interea, dum longitudinem axis sui LF describit, a vi, cuius quantitatem ita expressimus, gradus ei celeritatis addatur, illi aequalis, qui ad celeritatem corporis grauis, quod per TS cecidit, accedit, dum porro per Ss descendit: vidimus (VI, 6.) esse altitudinem pressionis, qua motus fluidi ABCD fit celerior, ad rectam Q, vt Ss ad LF; quae LF incrementum est longitudinis filamenti liquidi, quod inde a fluxus initio e tubo prodiit (VI, 12). Erit ergo in omni eiusmodi fluxu $(A^2 P + B^2 TS - A^2 TS) : A^2 Q = Ss : LF$; & figura, quae hanc analogiam vniuersaliter exhibet ad quamlibet TS, eius fluxus legem exponet. Dicemus autem TS altitudinem saltus, & Ss illius altitudinis incrementum; eam ob rationem, quam supra (VI, 11.) declarauimus. Data hac altitudine saltus ad quamlibet longitudinem filamenti fluidi, quod inde ab initio e tubo prorupit, & lex datur, secundum quam celeritas, qua liquidum e tubo profluit, continuo augetur. Omnem enim liquidi fluxum, quacunque celeritate fiat, per omnes, qui concipi possunt, celeritatis gradus transiisse, an-

 tequam

cequam ad eam celeritatem peruenit, ex iis patet, quae (III, 6.) ostendimus.

PROBLEMA.

§. 6. *Datis ad tubum angustissimum, ratione A:B, recta Q, & altitudine pressionis, siue verticali inter plana horizontalia per sectiones tubi extremas, P; si per eum tubum liquidum ita fluat, vt nulla tubi pars vnquam relinquatur vacua: describere legem accelerationis.*

Fig. VII. 1. 2. Ad C terminum rectae infinitae CD statue ei rectae perpendicularem CE, quae sit ad P, vt A^2 ad differentiam quadratorum A^2 & B^2; sursum quidem, si A maior sit quam B, deorsum vero, si B sectionem A excedat. Per E duc EF rectae CD parallelam, in eaque a termino E sume EG, quae sit ad CE, vt Q ad P. Sit autem EG, rectae EC dextra, si A maior sit quam B, sinistra, si minor. Connecte GC, atque a puncto C, ad asymptotum EF describe logarithmicam CH, quam GC apud C contingat. Data ergo longitudine filamenti liquidi, quod e tubo prodiit inde a fluxus initio, si CT ei longitudini aequalis fiat, ducaturque per T recta TS, ab initio ductae CE parallela, quae logarithmicae CH occurat apud S; erit TS altitudo saltus, ad quam scilicet pertingere potest particula fluidi ea, quae iam e tubo prodit, motu eo, quo prodit, sursum conuerso.

Cum enim GC logarithmicam apud C contingat, EF vero eius asymptotus sit, & CE a puncto contactus asymptoto perpendicularis: GE subtangens erit logarithmicae, aequalis modulo (HAVSEN *Conic. Prop. L. Schol.* 9, γ). Pone rectam TS, aequalem rectae TS in figura VI. inter rectam CD & logarithmicam CH, rectae CD ad perpendiculum, eamque produc, donec asymptoto occurrat in V. Fluat haec TV motu parallelo, donec quan-

quantitate Ss creuerit, quae incremento Ss in eadem figura VI aequalis sit: quod factum ponitur, postquam in tv transiit: erit $Tt = Vv$. Cum ergo apud logarithmicam vbique sit $SV : EG = Ss : Vv$ (HAUSEN *Conic. Prop. L. Schol.* 9, *e*); in figura autem VII, 1 sit $SV = VT - ST = CE - ST$; & $CE = \frac{A^2}{A^2 - B^2} \times P$; EG vero $= \frac{Q \times CE}{P} = \frac{A^2}{A^2 - B} \times Q$. (*per constr.*): erit vtique ad hanc figuram, VII, 1, $\frac{A^2}{A^2 - B^2} \times P - ST : \frac{A^2}{A^2 - B^2} \times Q = Ss : Vv$: in figura autem VII, 2 est $SV = VT + ST = CE + ST$, & $CE = \frac{A^2}{B^2 - A^2} \times P$, EG vero $= \frac{A^2}{B^2 - A^2} \times Q$, hinc $\frac{A^2}{B^2 - A^2} \times P + ST : \frac{A^2}{B^2 - A^2} \times Q = Ss : Vv$; e quorum vtroque elicitur $(A^2 P + B^2 ST - A^2 ST) : A^2 Q = Ss : Vv$. Patet autem ex ostensis (VII, 5) analogiam hanc non turbari, si in locum Vv substituatur LF e figura VI, 1; vnde sequitur, rectam hanc Vv, vel ei aequalem Tt, aequalem esse LF, incremento, quod ad longitudinem filamenti e tubo prorumpentis eo tempore accedit, quo altitudo saltus quantitate Ss augetur. Id autem cum semper eodem hoc modo sese habeat; sitque CT, summa omnium incrementorum longitudinis filamenti, inde a fluxus initio, & TS summa incrementorum, quae altitudo saltus accepit eodem tempore: erit vtique quaeuis CT longitudo filamenti ad altitudinem saltus aequalem rectae TS, per eius extremum T, rectae CD ad perpendiculum, inter hanc rectam & curuam logarithmicam CH, adplicatae; sicque ex longitudine filamenti altitudo saltus dabitur.

COROLLARIVM I.

§. 7. Sunt ergo in casibus propositis, in quibus sectiones A, B magnitudine differunt, longitudines filamentorum CT, vt logarithmi rationum CE : SV, id est CE : CE $\pm$ ST. Sique in tubo quocuuque altitudo saltus TS ad longitudinem filamenti CT detur, reperietur altitudo saltus NM ad aliam quamcunque filamenti longitudinem CN, faciendo, vt CT ad CN, sic logarithmus rationis CE : CE $\mp$ ST, ad logarithmum rationis CE : CE $\mp$ MN; ea autem ratione per tabulas data, & MN dabitur. Adhibebitur vero in altitudine saltus ex CE $\mp$ MN reperienda, subtractio, in casu figurae VII, 1; additio in altero, ad quem figura VII, 2 pertinet.

COROLLARIVM II.

§. 8. Pendet autem magnitudo rectae CE a sola altitudine P & a ratione A : B; estque tanto minor, quo minor est P, quoque magis sectiones tubi extremae A, B magnitudine differunt. Vtrumque ex analogia $A^2 - B^2$ vel $B^2 - A^2$: A^2 = P : CE facile colligitur: ex qua praeterea sequitur, si A sit = B, euanescente differentia $A^2 - B^2$ vel $B^2 - A^2$, rectam CE omni dabili maiorem fieri: si vero B adeo parua sit, vt prae sectione A fere euanescat, esse CE fere = P: & si A ad B fere nihili rationem habeat, esse B^2 : A^2 = P : CE, rectamque adeo CE adeo paruam, vt & ipsa prae P quasi euanescat.

COROLLARIVM III.

§. 9. Recta autem Q aequalis rectae *fq* (Fig. VI, 1) tanto maior est, quo minor est *fc*, quoque maius spatium *efcd*, cui aequale rectangulum *fr* ad *fc* adplicatur (VI, 5). Verum *fc* pro arbitrio sumi potest: spatium autem *efcd*, manente altitudine pressionis P, eo maius est, quo longior est *ef*, aequalis axi tubi EF, id est, quo magis hic axis ad horizontem obliquus est, vel quo magis flexus: tum, quo maiores sunt *ih*, *ed*, id est, quo minores sunt sectiones tubi GH, AD, quaecunque, prae sectione BC (II. 13). Generatim ergo ratio *fq* siue Q ad P eo maior est, quo longior est tubi axis, quoque amplitudines ad quaeuis axis puncta, ratione amplitudinis infimae BC, minores; & contra eo minor, quo breuior est axis, quoque amplitudo tubi, ratione amplitudinis B, maior. Breuior autem quam P, axis esse nequit. Hinc si B minima fuerit prae A, & ratio Q : P admodum parua erit, inprimis si & axis rectae P aequalis, vel ea non multo maior fuerit, & tubus cylindricus, vel ventricosus. Contra si A prae B minima fuerit, ratio

Q : P

Q : P admodum magna erit, maiorque etiam, si & tubus angustus fuerit, & axis longus.

COROLLARIVM IV.

§. 10. Si recta CD diuisa concipiatur in particulas aequales, minutissimas, quarum vna sit Tt, quae aequalia incrementa longitudinis filamenti fluidi notabunt, quod e tubo prorupit: erit earum particularum a puncto C prima, ad altitudinem saltus, quae postremis eius punctis debetur, vt GE ad EC, id est vt Q ad P. Inde, si sectio A sectione B maior sit, quod positum est apud figuram VI, 1; Ss continuo decrescit, eoque minor fit, quo magis particula Tt a puncto C recedit. Crescenteque adeo longitudine filamenti aequaliter, altitudo saltus eo minus crescit, quo diutius fluxus durauit. Contra, si B maior est quam A, ad quem casum figura VII, 2 pertinet, recedente T a puncto C, Ss crescit, crescenteque adeo longitudine filamenti aequaliter, altitudo saltus eo maiora capit incrementa, quo filamentum fit longius. Hinc sequitur, si B neque maius sit quam A, neque minus, id est, si A = B: crescente longitudine filamenti per aequalia incrementa Tt, incrementa altitudinis Ss neque crescere, neque decrescere, esseque adeo GE ad EC id est Q ad P, vt quaelibet Tt est ad Ss ei respondentem: quam legem vt figura exhibeat, loco curuae CH intelligenda est recta, rectae GC in directum posita. Verum & ex eo patet, hoc casu logarithmicam in rectam mutari, quia posita A = B, CE infinita fit (VII, 7) & hinc SV = TV = CE. Cum ergo vbique sit Ss : Tt = SV : EG; erit iam Ss : Tt = CE : EG. Si ergo B sectio sectioni A aequalis sit, altitudines saltus in eadem ratione crescunt, in qua crescunt longitudines filamentorum; si B maior sit quam A, in ratione maiore, & si B minor sit quam A, in minore.

COROLLARIVM V.

§. 11. Et ergo si B = A, altitudo saltus continuo maior maiorque fit, tandemque procedente fluxu, omnem altitudinem debilem superat: idemque multo magis contingit, si B quam A maior est. Recedit enim logarithmica CH, quae altitudinem saltus terminat, ab asymptoto suo CD, magis, quam pro quacunque distantia data. Verum, si B minor sit quam A, altitudo saltus semper intra parallelas EF, CD continetur, neque rectae CE aequalis vnquam fit; quia logarithmica CE asymptotum suum EF attingere nunquam potest. Accedit tamen

alti-

altitudo ſaltus ad rectam CE adeo prope, vt defectus eius ab ea recta SV, minor tandem fiat omni quantitate dabili. Eam autem CE, ſi B prae A minima ſit, altitudini preſſionis P aequalem eſſe vidimus (VII. 8); tantoque maiorem, quo magis ſectiones A, B ad aequalitatem accedunt.

COROLLARIVM VI.

§. 12. Si per G in figura VII, 1 agatur recta GK rectae EC parallela, quae logarithmicam ſecet in I, in figura autem VII, 2, EF rectae EG aequalis fiat, perque F recta FK rectae EC itidem parallela ducatur, quae producta logarithmicae in in I occurrat; erit ratio GI : EC, vel CE : FI, ea, quam modularem dicunt, quaeque eadem eſt, ad omnem logarithmicam (HAVSEN *Conic. Prop. L Schol.* 4). Ex ea autem ratione colligitur, ſi CE vtrinque dicatur 1, fore GI = 0, 36788 ..., & FI = 2, 71828 ..., Hinc facile colliguntur magnitudines rectarum, rectae EF ad perpendiculum adplicatarum, inter eam rectam EF, & logarithmicam, quae a recta EF abſcindunt partes, rectae EG vtcunque multiplices vel ſubmultiplices. Eſt autem, ſi LE intelligatur rectae EG decupla, LM non maior 0, 00004, atque adeo altitudo ſaltus MN = 0, 99996 vix quatuor centies milleſimis rectae EC ab ea deficit. Contra ſi in figura VII, 2 recta vt EL rectae GE decupla fiat, eſt LM = 22026; altitudo vero ſaltus MN, eo numero vnitate minor. Atque hinc perſpicitur, quam celeriter ad altitudinem rectae CE fere aequalem, fluxus liquidi adſurgat eo caſu, quo B minor eſt quam A, vel ad altitudinem admodum ingentem, ſi B quam A maior eſt.

COROLLARIVM VII.

§. 13. Si & alia figura intelligatur ad normam figurae VII, 1 conſtructa pro alio tubo; ſitque ratio ST : EC in vtraque figura eadem, &, quae diuidendo ex illa elicitur ratio SV : EC, vtrinque eadem erit, eruntque adeo EV in duabus illis figuris, logarithmi ſuae menſurae rationum aequalium. Cum ergo hae EV ſint longitudines filamentorum, quae e tubis, ad quas figurae pertinent, interea effluxerunt, dum rationes ST : EC ad aequalitatem peruenere: erunt longitudines hae vt menſurae rationum aequalium, ad diuerſas logarithmicas. Quae cum ſint vt logarithmicarum moduli (HAVSEN *Conic. Prop. L. Schol.* 2.): erunt & longitudines filamentorum dictorum vti moduli EG, atque adeo vt

A2

$\frac{A^2}{A^2 - B^2} \times Q$. Idem *simili* ratiocinio de iis tubis colligitur, ad quos figura VII, 2 pertinet; verum hic $EG = \frac{A^2}{B^2 - A^2} \times Q$.

nis EC : LM (VII, 7). Cum erg

$\frac{Q}{P} \times CE$; dabitur & logarithmus rationis EC : LM, ad quamuis longitudinem filamenti EL, & ipsa ratio. Atque viciſſim data ratione EC : LM, & ratio EC ad altitudinem ſaltus MN datur & ipſa altitudo ſaltus. Contra in Fig. VII, 2 logarithmus Briggianus rationis CE : IF, eſt 0, 4342945, qui ſi iterum dicatur M, eſt nunc quoque EF ſiue EG ad EL vt M ad logarithmum rationis CE : ML, qua data, & ratio CE ad altitudinem ſaltus MN datur. EL nunc etiam longitudo eſt filamenti, quod e tubo prorupit, dum altitudo ſaltus in magnitudinem MN creuit, & EG data, vtpote quae hic quoque quarta proportionalis eſt, ad datas P, Q & CE.

*) *Conf. Einleit. in die Natur-Lehre* §. 429 *ſeq.*

$\frac{A^2}{A^2 - B^2} \times Q$. Idem simili ratiocinio de iis tubis colligitur, ad quos figura VII, 2 pertinet; verum hic $EG = \frac{A^2}{B^2 - A^2} \times Q$.

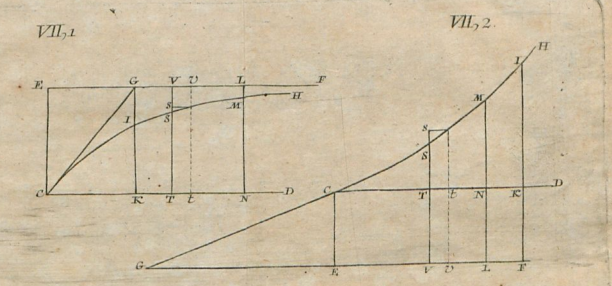
COROLLARIUM VIII.

§. 14. Vel, quia ratio GE : EC rationi Q : P aequalis est, manenteque adeo EC, modulus GE tanto maior fit, quo maior est ratio Q : P; longitudo filamenti fluidi, quod interea ex tubo prorumpit, dum altitudo saltus cuicunque parti altitudinis CE aequalis fit, verbi caussa, dimidiae, eo minor est, quo minor est ratio Q : P. Est vero pars illa rectae EC tanto maior, quo ipsa haec recta maior est. Generatim ergo longitudo filamenti quod interea e tubo prorumpit, dum altitudo saltus ad quamcunque altitudinem datam pervenit, eo minor est, quo minor est CE, quoque ratio Q : P minor. Potest autem eo casu, quo A maior est quam B, ratio Q : P fere in infinitum imminui (VII, 9); quod si fiat, postquam insensibilis filamenti longitudo e tubo prorupit, altitudo saltus a recta CE minus, differet, quam vt eius differentiae ratio possit haberi. *)

COROLLARIUM VIIII.

§. 15. In systemate Briggiano logarithmus rationis modularis inuersae EC : GI (Fig. VII, 1) est = 0, 4342945, qui si breuitatis caussa dicatur M, est EG ad quamuis longitudinem filamenti EL, quod inde a fluxus initio ex tubo prodiit, vt M ad logarithmum Briggianum rationis EC : LM (VII, 7). Cum ergo EG detur, aequalis quippe $\frac{Q}{P} \times CE$; dabitur & logarithmus rationis EC : LM, ad quamuis longitudinem filamenti EL, & ipsa ratio. Atque vicissim data ratione EC : LM, & ratio EC ad altitudinem saltus MN datur & ipsa altitudo saltus. Contra in Fig. VII, 2 logarithmus Briggianus rationis CE : IF, est 0, 4342945, qui si iterum dicatur M, est nunc quoque EF siue EG ad EL vt M ad logarithmum rationis CE : ML, qua data, & ratio CE ad altitudinem saltus MN datur. EL nunc etiam longitudo est filamenti, quod e tubo prorupit, dum altitudo saltus in magnitudinem MN creuit, & EG data, vtpote quae hic quoque quarta proportionalis est, ad datas P, Q & CE. §. 16.

*) *Conf. Einleit. in die Natur-Lehre §. 429 seq.*



§. 16. Caeterum quae adhuc oſtenſa ſunt, etſi de tubis anguſtiſſimis ſolis ſtricte vera ſint; poſſunt tamen ad tubos finitae cuiuſuis amplitudinis, admodum paruo errore, adplicari, quem experimentum nunquam coarguet, dummodo, extra terminos ſuos non extendantur. Multum enim abeſt vt tentamina circa haec adeo adcurata inſtitui poſſint, vti minutias iſtas detegant; quorum euentus in nulla fortaſſe phyſicae parte magis, quam in hac, a demonſtratis recedit; propter obſtacula, quae profluens ex tubo liquidum offendit, nulla arte ſeparanda. Sed de his alias, ſi DEVS vires concesſerit, ſique, haec ſapientibus non diſplicuiſſe, ſenſero.

An den Buchbinder.

Ein iedes der ſieben kleinen Kupferblättchen iſt mit einer der Römiſchen Zahlen, I, II, III, und ſofort bezeichnet, und gehöret zu dem Bogen, welcher oben mit eben der Römiſchen Zahl bezeichnet iſt. Es muß alſo ein iedes derſelben an den Rand des erſten oder letzten Blats des Bogens, welcher mit eben der Römiſchen Zahl bezeichnet iſt, die auf dem Blättchen ſtehet, dergeſtalt angeklebet werden, daß man es herausſchlagen, und ſo lange vor Augen haben kan, als man mit Durchleſung dieſes Bogens beſchäftiget iſt.

)o(

§. 16. Caeterum quae adhuc ostensa sunt, etsi de tubis angustissimis solis stricte vera sint; possunt tamen ad tubos finitae cuiusuis amplitudinis, admodum paruo errore, adplicari, quem experimentum nunquam coarguet, dummodo, extra terminos suos non extendantur. Multum enim abest vt tentamina circa haec adeo adcurata institui possint, vti minutias istas detegant; quorum euentus in nulla fortasse physicae parte magis, quam in hac, a demonstratis recedit; propter obstacula, quae profluens ex tubo liquidum offendit, nulla arte separanda. Sed de his alias, si DEVS vires concesserit, sique, haec sapientibus non displicuisse, sensero.

An den Buchbinder.

Ein iedes der sieben kleinen Kupferblättchen ist mit einer der Römischen Zahlen, I, II, III, und sofort bezeichnet, und gehöret zu dem Bogen, welcher oben mit eben der Römischen Zahl bezeichnet ist. Es muß also ein iedes derselben an den Rand des ersten oder letzten Blats des Bogens, welcher mit eben der Römischen Zahl bezeichnet ist, die auf dem Blättchen stehet, dergestalt angeklebet werden, daß man es herausschlagen, und so lange vor Augen haben kan, als man mit Durchlesung dieses Bogens beschäftiget ist.

)o(

IOAN. ANDR. SEGNER D.

FAC. MED. h. t. DECANVS

DISSERTATIONEM INAVGVRALEM MEDICAM

IN DIEM XII. SEPTEMBRIS CIƆ IƆCC XLVI.

INDICIT

PRAEMISSA

VIRIVM MOTRICIVM THEORIA GENERALI.

GOTTINGAE

APVD A. VANDENHOECK, ACAD. TYPOGR.

) o (

Addenda haec pro more erant, descriptioni vitae academicae atque commendationi Clarissimi Candidati

IOAN. CHRIST. LVDOLPHI KOENIGII

quam his verbis conceptam nobis tradidit:

Ut nemo tam infeliciter nascitur, quin eo ipso, quod nascitur, quod ex aeterna, qua multi premuntur, nocte, qui nasci qui vivere tam digni, quam qui vivunt, videri poterant, veluti una cripitur ex naufragio tabula, felicitatem consequatur maximam: ita mihi providentiae beneficio, non solum haec felicitas A. CIↃ IↃCC XXIII. contigit; sed ab eiusmodi etiam Parentibus contigit, qui omnem in probam educationem meam curam & opem, conferre & possent & vellent. In lucem enim me ediderunt IOHANNES AVGVSTVS KOENIGIVS, quem Reverendissimus Elector Moguntinus Praefecturae Bodensteinensi, ditionis Eisfeldicae, reique venatoriae, praefecerat, & MARIA HEINSIA, HEINSII, praedii Ussinghausensis in ducatu Gottingensi hereditarii, quondam filia, quorum vero Parentum Optimorum de me curis & consiliis tristius & praematurum intercessit mortalitatis fatum: Patris quidem, matre iam antea erepta, tempore, quo me, litterarum, quas domestica Magistrorum opera hucdum tractaueram, vlterius colendarum, & pietatis caussa, vix e complexu suo in Orphanotropheum Hallense, ignarus quo omine, & quod mihi, primum ad peregrinos proficiscenti, ultimum dederit osculum, securus, miserat. Verum etsi mihi dexteram cum Patre carissimo ante extremum funeris eius diem iungere non licebat: absentis tamen etiam curam habuerat, nec prius exspirauerat, vt mihi epistola lacrumosi luctus nuntia perferebat, quam me communi salutis humanae patronae providentiae, amicisque suis enixissime commendasset. Horum secutus arbitrium, in Gymnasium, quod *Northusae* floret, ut reliqua pararentur studiorum Academicorum adminicula, aedesque Celeberrimi GOLDHAGENII, illius Gymnasii Rectoris meritissimi,

tissimi, cuius fidei & amicis consiliis multa debeo, immigravi. Ex hoc melioris doctrinae seminario me in Academiam *Hallensem* digredi iusserunt, quos mihi Pater moriens praefecerat, & reliqui meorum in litteris profectuum arbitri, ubi per duos, & quod excurrit, annos, viris in arte sua Excellentissimis atque Celeberrimis, B. SCHVLZIO, BOEHMERO & KRÜGERO praecepta medica theoretica tradentibus, diligenter adhaesi. Ab his praeparatus lateribus Illustrium Virorum me applicui, qui in felicissima *Georgia Augusta* scientias omnes medicas ita docent ac profitentur, ut, quos aetas nostra eruditiores & fideliores tulerit harum scientiarum promotores, inuidia ipsa, & ipsi etiam ingrati nesciant discipuli. De me quidem omnes sub annuo meae hic commorationis spatio, & sub hoc ipso, quo honores petebam medicos, momento, paterne meriti sunt, summaque Excellentissimus praesertim BRENDELIVS, per priuatissimas institutiones practicas in me contulit eruditionis suae & benignissimae voluntatis documenta, quibus per omnem vitam par esse vix potero.

Haec ille. Probauit autem facultati profectus in arte medica, probabitque, vt speramus publice, vbi ad d. XII. Septembris, de *Catarrho Suffocatiuo*, sub praesidio Exc. BRENDELII, disseruerit publice. Ad quem actum solemnem Magnificum academiae PRORECTOREM, Illustrissimum S. R. I. COMITEM, PATRES academiae, HOSPITES, CIVES omnium ordinum honoratissimos, nomine collegii medici, qua decet reuerentia atque humanitate, inuito. P.P. sub sigillo facultatis d. X. Septembr. CIƆ IƆCC XLVI.

(L.S.)

IO. AND. SEGNERI. D

MED. PHILOS. NAT. ET MATHEM. P. P. O
E SOCIETATIBVS REGIIS
LONDINENSI ET BORVSSICA,

EXERCITATIONVM
HYDRAVLICARVM
FASCICVLVS.

GOTTINGAE
APVD ABRAM VANDENHOECK, ACAD. TYPOGR.
MDCCXXXXVII.

1747