Gesetze
zur Bestimmung
der
Geschwindigkeit
derer Körper
in der
geradlinichten Bewegung

entworfen von

Henrich Valentin Becker.

Rostock und Wismar,

bei Joh. Andr. Berger und Jacob Boedner.

1756.

Vorrede.

Ich wage es, meinen Lesern ein besonderes Stück der Mechanik vorzulegen, nehmlich die Lehre von der Geschwindigkeit, welche bisher nur beiläufig vorgetragen ist, wenn von der Bewegung überhaupt gehandelt worden. Die krummlinichte Bewegung der Körper geschiehet nach ganz andern Gesetzen als die geradlinichte; und bei dieser folgen die Körper anderen Regeln, wenn sie sich gleichförmig bewegen, als wenn ihre Geschwindigkeit wächset oder abnimmt. Meine Absicht ist nur diejenigen Gesetze vorzutragen, nach welchen man in allen Fällen die Geschwindigkeit der Körper, welche sich geradlinicht bewegen, bestimmen kan. Und dieser Abschnitt handelt von der Geschwindigkeit in der gleichförmigen Bewegung. Die Beweise deren ich mich bediene, beruhen fast alle auf die leichtesten Wahrheiten der Geometrie und Rechenkunst. Denn ich sehe dies als die Ursache an, warum so wenige an der Mechanik einen Geschmack finden, daß eine größere mathematische Erkenntniß, als viele besitzen, dazu erfordert wird, die fürtreflichen Schriften der großen Verbesserer dieser Wissenschaft zu verstehen. Vieleicht ist es eine tadelnswürdige Vorsichtigkeit, daß ich bei manchen ganz bekannten Sätzen, einen kurzen Beweis hinzugefüget habe. Wenn meine Leser mir das Zeugniß geben, daß ich bei einem deutlichen Vortrage eine solche Wahl der Materie getroffen habe, daß nichts, was nothwendig zu meinem Zwecke gehöret, vorbeigelassen sei: so sind meine Wünsche erfüllet; und so wird mich dieser Beifall ermuntern, die Geschwindigkeit der Körper in der ungleichförmigen geradlinichten Bewegung, auf eine ähnliche Art abzuhandeln. Lübeck im Aprilmonate 1756.

Inhalt derer Paragraphen.

Von der Gleichförmigen Bewegung.

Die

Inhalt der Paragraphen.

Wenn

Inhalt der Paragraphen.

Wenn

Inhalt der Paragraphen.

§ 1.

§ 1.

Bei den mehresten Würkungen und Begebenheiten, welche wir wahrnehmen, können wir sinnlich erkennen, daß dieselben aus anderen kleineren Würkungen, welche auf einander folgen, bestehen. Und sind die Würkungen so klein, daß wir keine Folge sinnlich darin bemerken können: so läßt sie sich doch in Gedanken vorstellen. Auch bei den allerkleinsten Begebenheiten, wie zum Beispiel die Entzündung eines Pulverhaufens und der Lauf der Lichtstrahlen ist, (und kleinere lassen sich doch kaum gedenken) folgen unzählige Würkungen auf einander. Ein einziges Pulverkorn muß zuerst brennen, dieses zündet das am näheſten an ihm liegende Korn, dieses wieder das näheste und so ferner, an. Sie fangen also alle nach und nach an zu brennen, und es sind so viel verschiedene Entzündungen, als Körner in dem Pulverhaufen sind. Die Lichtstrahlen, welche bei Eröfnung eines dunklen Zimmers dasselbe helle machen, scheinen es mit einmahl zu erleuchten. Denn die entfernten Gegenstände werden uns eben so bald sichtbar als die nahen: Und doch können die Lichtstrahlen nicht an die äußerste Wand fallen, bevor sie die dazwischen stehende Lufttheile nach und nach erleuchtet haben. Es ist also das Einfallen der Strahlen keine einfache Würkung; sondern aus vielen tausend kleinern zusammen gesetzet, deren Folge man in einer großen Entfernung des leuchtenden Körpers sehr wohl bemerken kan. Da nun die Zeit durch die Folge der Begebenheiten, die in derselben würklich werden bestimmet wird: so können wir sicher schließen; weil bei allen Handlungen eine Folge ist: so müssen alle Handlungen in einer Zeit geschehen. Aber weiter ist auch nichts hieraus zu schließen. Wollte man die Größe der Zeit, worin eine Würkung geschiehet, durch die Vielheit der Folgen aus welchen diese Würkung zusammen gesetzt ist, bestimmen: so würde man sich sehr irren. Man zünde um das angenommene Beispiel zu behalten, einen Pulverhaufen an, man zünde zugleich einen anderen an der um die Helfte so klein, aber angefeuchtet ist. Jener wird in kürzerer Zeit auffliegen als dieser; obgleich bei jenem sich mehrere Theile nach und nach anbrennen müssen, als bei diesem. Die Regel ist also nicht allgemein; je mehrere Folgen in einer Handlung sind, desto größer ist die Zeit, in welcher sie geschiehet. Man muß um die Größe der Zeit zu bestimmen, auch auf die Art sehen, wie die verschiedenen Begebenheiten in einer Handlung oder Würkung auf einander

ander folgen. Weil wir nun diese so wenig, als die Vielheit der auf einander folgenden Begebenheiten, jederzeit anzugeben im Stande sind: so messen wir die Größe der Zeit bey allen Handlungen und Begebenheiten nach einem gemeinschaftlichen Maaße. Der Zeiger an einer Uhr ist ein sehr bekanntes und vollkommenes Maaß der Zeit. Er beweget sich immer auf eine gleiche Weise. Theilen wir den Raum, den er beschreibt, indem er sich um seinen Mittelpunct drehet, in lauter gleiche Theile: so folgen bei der Bewegung des Zeigers immer gleiche Dinge auf einerlei Art. Je mehr Räume also der Zeiger durchläuft, desto größer ist die Zeit. Und eine Handlung welche geschiehet, indem der Zeiger viele Räume durchläuft, geschiehet in einer größeren Zeit, als diejenige welche verrichtet wird, indem durch die Bewegung des Zeigers nur wenige Räume sind beschrieben worden.

§ 2.

So wie die Zeiten, in welchen einerlei Handlungen geschehen, an Größe unterschieden sind: also werden auch denen Handlungen selbst verschiedene Eigenschaften beigeleget. Man setze, A gehe in einer Stunde denselben Weg, welchen B in 2 Stunden zurückgeleget hat, jener schreibe das in einer Stunde ab, was dieser in 3 Stunden niedergeschrieben hat, er überdenke eine Reihe von Schlüßen in 5 Minuten, welche einzusehen dieser eine halbe

Stunde gebraucht. Ein jeder wird sagen, daß A geschwinder gehe, geschwinder schreibe, geschwinder denke als B. Sie haben beide einerlei Handlungen verrichtet, nur mit dem Unterscheid, daß jener eine kürzere, dieser eine längere Zeit darauf gewendet hat. Man muß also die **Geschwindigkeit** durch eine **Eigenschaft** erklären, die einer **Handlung** in **Ansehung der Kürze der Zeit, in welcher sie würklich geworden, beigeleget wird.** Und je kürzer die Zeit ist, in welcher dieselbe Handlung verrichtet wird, desto größer ist die Geschwindigkeit, womit sie geschiehet.

§ 3.

Wollen wir uns einen unermeßlichen Raum gedenken, worin die ganze Welt, existiret: so ist der Theil des unermeßlichen Raums, darin ein Körper existiret, sein Ort. Wenn der Körper in diesem Theil des unermeßlichen Raums bleibet, und seinen Ort behält: so **ruhet** er; nimmt er einen andern Theil ein, und verändert seinen Ort: so **beweget er sich.** Wir können den Ort eines Körpers nicht anders bezeichnen, als durch die Lage, welche er gegen andere Körper hat, die ihn von allen Seiten umgeben. So bald der Körper diese Lage ändert, so bald ändert er seinen Ort. Und er behält seinen Ort, so lange diese Lage nicht durch ihn verändert wird; wenn er auch durch die Bewegung anderer Körper eine andere Lage erhält. Wir können also sagen, ein

Körper

Körper ruhe, wenn er seine Lage gegen andere Körper nicht würklich ändert; und er bewege sich, wenn er eine andere Lage, in Ansehung der ihn umgebenden Körper, annimmt. So bald der Körper aufhöret seinen Ort zu ändern, so bald höret auch seine Bewegung auf. Es ist demnach die **Bewegung eine fortdaurende Veränderung des Orts**, so daß nicht zwei unmittelbar auf einander folgende Augenblicke anzugeben sind, in welchen der Körper einerlei Ort einnähme.

§ 4.

Aus dem Begrif der Bewegung, daß sie eine beständig fortdaurende Veränderung des Orts ist, folget zweierlei. Zuerst, daß eine jede Bewegung in einer gewissen Zeit geschiehet. Denn da der Ort stets verändert wird: so wird immer ein Ort nach dem andern, von dem Körper eingenommen. Es ist also bei der Bewegung eine Folge der Oerter, welche der Körper einnimmt. Sie muß deswegen nothwendig in einer Zeit geschehen. Ferner, da eine Reihe von Oertern, die in einem fortgehen, ein Raum ist: so beschreibet der Körper, indem er sich beweget, einen Raum.

So wenig die Zeit allein, welche zu der Bewegung angewendet wird, als der Raum allein, durch welchen sich der Körper beweget, ist genug mir die Geschwindigkeit der Bewegung anzuzeigen. Es kan A 2 Meilen und B eine halbe Meile gehen; und doch ist die Geschwindigkeit des ersteren kleiner als des letzteren, wenn jener 4 Stunden, und dieser eine halbe Stunde angewendet hat. Man lasse A eine Stunde und B 2 Stunden laufen; dieser wird sich geschwinder bewegen, wenn er 4 Meilen und jener nur eine zurück leget. Man muß also nicht allein auf die Kürze der Zeit, in welcher die Bewegung geschiehet, auch nicht auf die Größe des Raums allein sehen, wenn man die Geschwindigkeit bestimmen will; sondern beides zusammen nehmen. **Die Geschwindigkeit der Bewegung** ist die Eigenschaft, welche ihr in Ansehung der Kürze der Zeit zukommt, mit welcher der Körper einen bestimmten Raum durchläuft, oder wie sich andere ausdrücken, eine Bestimmung der Bewegung in Ansehung des Raums und der Zeit.

§. 5.

Wenn ein Körper in seiner Bewegung dieselbe Direction behält, und sein Weg eine gerade Linie ist: so heißt die Bewegung **geradlinicht**. Verändert er aber beständig seine Direction und sein Weg ist eine krumme Linie: so heißt sie **krummlinicht**. Bewegt sich ein Körper beständig mit einerlei Geschwindigkeit, daß er in gleichen Theilen der Zeit einen gleichen Raum beschreibt: so ist seine Bewegung **gleichförmig**. Sind hingegen die Räume nicht gleich, welche er in gleichen Theilen der Zeit beschreibt: so ist sie **ungleichförmig**. Es kan also die geradlinichte Bewegung entweder gleichförmig oder ungleichförmig sein.

Von

Von der Geschwindigkeit in der geradlinichten gleichförmigen Bewegung.

§ 6.

Es ist keine Bewegung eines Körpers möglich, welche nicht mit einer gewissen Geschwindigkeit geschiehet. Denn eine jede Bewegung § 4 geschiehet in einer gewissen Zeit. Bei einer jeden Bewegung beschreibt der Körper einen Raum. Er beschreibet also einen bestimmten Raum in einer gewissen Zeit. Das ist, er bewegt sich mit einer Geschwindigkeit.

Wir behalten die gewöhnliche Art, die Geschwindigkeit und den Raum mit den Anfangs-Buchstaben der Wörter Celeritas und Spatium zu bezeichnen. Wir werden den einen Körper mit A, seine Geschwindigkeit mit C, seinen Raum mit S; und den andern Körper mit B, seine Geschwindigkeit mit c, und seinen Raum mit s bezeichnen.

§ 7.

Wenn sich die Körper A und B bewegen; der Raum welchen A durchläuft ist so groß, als der Raum welchen B durchläuft ($S=s$); die Zeit in welcher A diesen Raum beschreibt, ist so groß, als die Zeit in welcher B den Raum beschreibt ($T=t$), alsdenn hat B in eben so kurzer Zeit eben den Raum beschrieben, als in welcher Zeit A denselben beschrieben hat. Die Bewegung des B hat also eben die Eigenschaft in Ansehung der Kürze der Zeit und der Größe des Raums, welche die Bewegung von A hat. Folglich kan sich A nicht mit einer größern Ge- § 4 schwindigkeit bewegen als B; sondern die Geschwindigkeit des Körpers A ist gleich der Geschwindigkeit des Körpers B (C=c). **Wenn zween Körper in gleichen Zeiten, gleiche Räume beschreiben: so sind ihre Geschwindigkeiten gleich.**

§ 8.

Wenn sich A und B bewegen, und ihre Zeiten sind gleich aber die Räume ungleich, alsdenn können die Geschwindigkeiten nicht gleich sein. Sollte C=c sein: so müßte nicht nur T=t, sondern auch S=s sein. Denn alsdenn wäre nur eine gleiche Bestimmung beider Bewegungen in Ansehung der Zeit und des Raums. Da aber S größer ist als s: so ist auch C größer als c. Wenn sich A in einer Minute durch den Raum von 3 Schuhen, B in derselben Zeit, durch einen Schuh beweget: so bewegt sich A nicht nur eben so geschwinde als B: sondern da er überdiß in derselben Zeit den Raum noch zweimahl durchläuft: so bewegt er sich dreimahl so geschwinde als B. So vielmahl also s in S enthalten ist: so vielmahl ist auch c in C enthalten. Die Räume und Geschwindigkeiten stehen folglich in einer geometrischen Proportion C; c=S: s. **Es verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Räume, wenn die Zeiten gleich sind.**

§ 9.

Wenn in der Bewegung von A und B, die Räume welche beschrieben werden, gleich sind, die Zeiten aber ungleich sind: so können die

Geschwindigkeiten nicht gleich sein. Sollte C=c sein: so müßte nicht nur S=s sondern auch T=t sein. Da aber T kleiner ist als t, und A in einer kürzeren Zeit eben denselben Raum beschreibet, welchen B in einer längern Zeit durchläufet: so ist C größer als c. Der Grund der Ungleichheit der Geschwindigkeiten liegt allein in den verschiedenen Zeiten. Je kürzer also die Zeit ist, welche A zu der Bewegung braucht, als die Zeit welche B anwendet; desto größer ist die Geschwindigkeit womit sich A beweget gegen der Geschwindigkeit des Körpers B. Läuft B in einer Zeit von 4 Minuten durch einen Raum von 2 Schuhen, und A in 2 Minuten durch denselben Raum: so ist die Geschwindigkeit von A nochmahl so groß als von B, und C: c=2: 1. Würde A denselben Raum in einer Minute durchlaufen: so würde seine Geschwindigkeit viermahl so groß sein, als die Geschwindigkeit des Körpers B, und C: c= 4: 1. Da nun die Zeit welche B zu der Bewegung braucht, im ersten Fall nochmahl so groß ist, und im zweiten Fall viermahl so groß ist, als die Zeit mit welcher A sich beweget: so ist t: T=2: 1. und ferner t: T=4: 1. Folglich ist C: c=t: T und die Geschwindigkeiten stehen mit den verkehrten Zeiten in einer geometrischen Proportion. **Die Geschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Zeiten, wenn die Räume gleich sind.**

§ 10.

Wenn sich A und B bewegen; und ihre Zeiten so wohl als ihre Räume sind ungleich: so läßt sich das Verhältniß ihrer Geschwindigkeiten desto leichter bestimmen, wenn man weiß, daß die Räume jederzeit in einer zusamengesetzten Verhältniß der Zeiten und Geschwindigkeiten stehen.

Daß aber $S:s = TC:tc$ erhellet auf folgen-
F. 1. de Weise. Man nehme eine gerade Linie AB, welche um den Punct r beweglich ist. Man befestige an dieser Linie die Körper A und B, und in der Entfernung r B auch den Körper D. A durchläuft den Bogen S in der Zeit T mit der Geschwindigkeit C. B durchläuft s in der Zeit t mit der Geschwindigkeit c. D durchläuft g mit der Geschwindigkeit e. $g = s$, weil es Bogen sind, die zwischen gleichen Schenkeln gezogen worden. $T = T$ weil in eben der Zeit da sich A durch S beweget, D den Bogen g beschreibet.

Bei der Bewegung der Körper D und B ist
§ 9 $g = s$, folglich $e:c = t:T$.

Bei der Bewegung der Körper D und A ist $T = T$

§ 8 folgl. $C:e = S:g$, weil $g = s$ so ist auch

$C:e = S:s$

und also $Ce:ec = St:sT$.

folgl. $C:c = St:sT$.

weil nun $CsT = cSt$, so ist

$S:s = CT:ct$.

Dieser Satz kan viel kürzer erwiesen werden, wenn man voraussetzt, wenn $C = c$ so ist $T:t = S:s$.

Wer

Wer daran ein Aergerniß nimt, daß wir den Satz $C:c = St:sT$, welchen wir im nachfolgenden § aus dem Schlußsatz folgern, hier im Beweise gebrauchen, der kan auch also schließen:

$$e:c = t:T$$
$$C:e = S:s$$
$$Ce:ec = St:sT.$$
$$CesT = ecSt$$
$$S:s = CTe:cte$$
$$S:s = CT:ct.$$

§ 11.

Wenn sich nun A und B mit **ungleichen Zeiten und Räumen** bewegen: so ist

$S:s = CT:ct.$ § 10

folglich $Sct = sCT$

und $C:c = St:sT$. **Ihre Geschwindigkeiten stehen in einem zusammengesetzten Verhältniße, aus dem Verhältniß der Räume und verkehrten Verhältniß der Zeiten.** Wenn sich A in 4 Minuten durch 8 Schuhe, B in 3 Minuten durch 6 Schuhe beweget; so ist $S:s = 8:6$, $T:t = 4:3$. folglich $C:c = 8 \times 3 : 6 \times 4$. Die Geschwindigkeiten sind gleich. Wenn $S:s = 8:6$, $T:t = 2:3$ so ist $C:c = 8 \times 3 : 6 \times 2 = 24:12$. C ist nochmahl so groß als c.

§ 12.

Dieses Maaß der Geschwindigkeiten zwoer Bewegungen, daß sie sich verhalten, wie das Verhältniß der Räume und verkehrten Zeiten, ist so allgemein, daß in einem jeden Fall dadurch

durch die Geschwindigkeit kan bestimmet werden.

§ 7 Es sein bei der Bewegung beider Körper die Zeiten und Räume gleich: so sind die Geschwindigkeiten gleich. Man multiplicire die Zeiten und Räume: so ist $ST = st$. Weil $T = t$: so ist auch $St = sT$. C ist $= c$, folglich $Stc = sTC$, und $C:c = St:sT$.

§ 8 Es sein die Zeiten allein gleich: so ist $C:c = S:s$, und $Cs = cS$. Da nun $T = t$: so ist $CsT = cSt$ und also $C:c = St:sT$.

§ 9 Es sein die Räume allein gleich: so ist $C:c = t:T$ und $CT = ct$. Da $S = s$, so ist $CTs = ctS$ und also $C:c = St:sT$.

Da nun auch dieses Verhältniß der Geschwindigkeiten staat findet, wenn Zeiten und Räume ungleich sind; außer diesen Fällen aber keine Bewegung zweener Körper möglich ist: so ist es eine allgemeine Regel bei allen sich bewegenden Körpern, daß sich die Geschwindigkeiten zweener Körper gegen einander verhalten, wie ihre Räume mit den verkehrten Zeiten multipliciret.

§ 13.

Man findet die Geschwindigkeit eines Körpers, wenn man seinen **Raum** durch die Zeit **dividiret**;

$$C:c = St:sT$$

$$St:sT = \frac{St}{T}:s$$

folgl.

folgl. $C:c=\frac{St}{T}:s$

$\frac{St}{T}:s=\frac{S}{T}:\frac{s}{t}$

folgl. $C:c=\frac{S}{T}:\frac{s}{t}$.

Man erkennet die Richtigkeit dieser Regel auch auf folgende Art. Gesetzt es bewege sich A in 4 Minuten durch 16 Schuhe, B in 2 Minuten durch 8 Schuhe: so sind die Geschwindigkeiten beider Körper gleich. Denn das Product $Ts=4\times 8$ ist gleich dem Producte $tS=2\times 16$. Will ich die Größe der Geschwindigkeit beider Körper wissen: so muß ich auf den Raum und die Zeit eines jeden Körpers sehen. Ich muß aber den Raum und die Zeit eines jeden Körpers auf solche Art verbinden, daß die Zahlen welche die Geschwindigkeiten ausdrücken sollen, gleich sind, weil ich weiß, daß die Geschwindigkeiten gleich sind. Durch keine von den 4 Rechnungs-Arten kan ich die Größe 16 mit 4, und 8 mit 2 also verbinden, daß die daraus entstehenden Zahlen gleiche Größen sind, außer durch die Division: $\frac{16}{4}=\frac{8}{2}=4$. Durch die Division kan ich also allein die Geschwindigkeit eines Körpers finden, wenn ich nehmlich seinen Raum durch seine Zeit dividire.

§ 4

§ 14.

Aus dem Satze $C:c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$, fließen alle die Regeln der Bewegung, welche bishero erwiesen sind.

Es sei $S = s$, und $T = t$: so ist $C = c$, weil die Qwotienten gleich sind, wenn gleiche Größen durch gleiche gemessen worden.

Es sei $T = t$: so ist $C:c = S:s$, weil wann ungleiche Größen durch gleiche gemessen worden, sich die Qwotienten wie die dividirten Zahlen verhalten.

Es sei $S = s$: so ist $C:c = t:T$, weil, wenn gleiche Größen durch ungleiche gemessen werden, die Qwotienten sich umgekehrt verhalten, wie die Divisores.

Es ist ferner $C:c = St:sT$, weil $\frac{S}{T} : \frac{s}{t} = \frac{St}{Tt} : \frac{sT}{tT} = St:sT$, indem Brüche, welche von einerlei Benennung sind, sich verhalten wie ihre Zehler.

S ist $= TC$, weil $S:T = C:1$. indem sich das Dividendum zum Divisore, wie die Einheit zum Qwoto verhält.

§ 15.

Wenn sich ein Körper beweget: so beschreibet er einen Raum. Bei dem Raum den der Körper beschreibet, kömmt seine Größe in keiner Betrachtung. Wir können den Körper

als

als einen Punct gedenken, und seinen Raum als eine Ausdehnung ohne Breite und Dicke, das ist als eine Linie. Der Raum welchen A F. 2
beschreibt, verhält sich zu dem Raum welchen B durchläuft, wie die Linie Aa zu der Linie Bb.

Die Geschwindigkeiten können ebenfals durch Linien ausgedrücket werden.

Sind die Zeiten worin sich A durch den Raum Aa und B durch Bb beweget, gleich: so verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Räu- § 8
me, und also wie die Linie Aa zu der Linie Bb.

Sind die Zeiten ungleich: so setze man die Zeit, in welcher A den Raum Aa beschreibt, sei dreimahl so groß als die Zeit, in welcher B den Raum Bb durchläuft. Man theile Aa in 3 gleiche Theile, und Ac wird in dem dritten Theil der Zeit beschrieben, in welcher Aa durchlaufen wird. Dies ist aber eben die Zeit in welcher Bb beschrieben wird. Ac und Bb sind also zwo Räume, welche in gleichen Zeiten beschrieben werden. Es verhält sich also die Geschwindigkeit womit sich A durch Ac beweget, zu der Geschwindigkeit von B, wie Ac zu Bb. Die Geschwindigkeit ist in dem Raum Ac nicht größer oder kleiner als sie in dem übrigen Raume ca ist, weil die Bewegung des Körpers gleichförmig ist. Deswegen verhält sich überhaupt die Geschwindigkeit des Körpers A, zu der Geschwindigkeit des Körpers B, wie die Linie Ac zu Bb.

Man setze ferner die Zeit des A sei dreimahl

mahl so kurz als des Körpers B; oder B habe eine 3mahl größere Zeit. Man theile Bb in 3 gleiche Theile, und Bd wird in dem dritten Theil der Zeit beschrieben, in welcher Bb beschrieben wird. Das ist aber eben die Zeit in welcher A den Raum Aa durchläuft. Folglich verhalten sich die Geschwindigkeiten von A und B, wie die Linien Aa : Bd.

§ 16.

Wenn ein Körper ruhet: so bleibet er in der Ruhe, bis er durch eine Kraft in Bewegung gesetzt wird. Wenn der Körper in Bewegung gesetzet ist: so behält er dieselbe ohne Veränderung, er beweget sich nach einerlei Direction, mit einerlei Geschwindigkeit, bis eine Kraft die Bewegung ändert. Dieses Gesetz der Bewegung folget unmittelbar aus dem Satze, daß eine jede Wütkung eine würkende Ursache erfordere, und ohne derselben nicht geschehen könne. Die Kräfte welche den Zustand der Ruhe oder der Bewegung derer Körper auf diese oder jene Art ändern, heißen die **bewegenden Kräfte.**

§ 17.

Die Größe der Bewegung eines Körpers (quantitas motus) das ist, die Größe der Würkung eines Körpers, wenn er sich beweget, hänget von seiner **Geschwindigkeit** ab. Man lasse eine Kugel durch eine bestimmte Höhe auf ein Brett fallen; man schieße dieselbe Kugel in der vorigen Entfernung gegen das

das Brett: Im letzten Falle wird die Würkung größer sein als im ersteren; und also ist auch ihre Bewegung größer. Da nun keine Veränderung mit der Kugel vorgenommen worden, als daß ihr im letzten Falle eine größere Geschwindigkeit gegeben worden; indem sie denselben Raum in einer kürzern Zeit durchlaufen hat: so ist offenbar, daß je größer die Geschwindigkeit eines bewegten Körpers ist, desto größer auch seine Bewegung sei.

Aber die Geschwindigkeit macht allein die Größe der Bewegung nicht aus. Wir wollen eine hölzerne und bleierne Kugel von gleicher Größe, mit gleicher Geschwindigkeit gegen einen Gegenstand werfen. Ihre Würkungen sind sehr ungleich; und sie haben doch beide gleiche Größe und Geschwindigkeit. — Wir wollen eine große und eine kleine Kugel aus einem Rohre schießen. Die letzte richtet lange nicht so viel aus als jene; obgleich beide von einerlei Materie sind, und gleiche Geschwindigkeit haben. — Worin liegt denn hier der Unterscheid der Bewegungen? Die hölzerne Kugel hat gleiche Größe mit der bleiernen; aber sie ist in Ansehung ihrer Theile nicht so dichte, und hat eine geringere Anzahl der Theile als diese. Die kleine bleierne Kugel hat eben die Dichtigkeit welche die große hat; aber sie hat eine geringere Größe, und also auch eine geringere Anzahl der Theile. Der Unterscheid der beschriebenen Würkungen hänget folglich von der Masse der Körper ab. Und je größer die Masse eines bewegten Körpers ist; desto größer ist seine Bewegung. Denn die Anzahl der Theile in einem Körper, nennet man seine Masse, welche man bestimmet, wenn man seine Größe mit seiner Dichtigkeit multipliciret.

§ 18.

Wollen wir also von der Größe der Würkung eines Körpers der sich beweget, oder von der Größe der Bewegung des Körpers urtheilen: so müssen wir so wohl auf seine Masse als auch auf seine Geschwindigkeit sehen. Wollen wir die Größe der Bewegung mit Zahlen ausdrücken: so müssen wir die Zahl, welche die Größe der Masse anzeiget, mit der Zahl verknüpfen, welche die Geschwindigkeit bezeichnet. Aber wie sollen wir diese Zahlen verknüpfen? Daß wir so wenig durch die Subtraction, als durch die Division dieser Zahlen, die Größe der Bewegung erhalten werden, ist offenbar. Denn die Größe der Bewegung übertrifft die Masse allein, und die Geschwindigkeit allein genommen. Und durch die Subtraction, und Division, würde man eine Zahl erhalten welche kleiner wäre als die Masse oder Geschwindigkeit. Diese Verknüpfungen fallen hier von selbst weg. Nur das ist nöthig, zu untersuchen, ob man die Masse und Geschwindigkeit durch die Addition oder durch die Multiplication verknüpfen müße;

ob man sagen müsse, die Größe der Bewegung ist $= M + C$, oder sie ist $= MC$.

M bedeutet die Masse des Körpers A, und m die Masse des Körpers B; V die bewegende Kraft des Körpers A und v die bewegende Kraft des Körpers B.

§ 19.

Um dieses zu erkennen, lasse man 2 Kugeln F. 3. von Wachs oder Thon, oder andere weiche Körper A und B, die vollkommen gleiche Massen haben, mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegen gesetzten Directionen, A nach de, und B nach ed gerade gegen einander laufen. Sie werden sich in r begegnen und nach dem Stoße beide ruhen. Daß die Größe der Bewegung bei beiden Körpern gleich sei, erkennen wir so wohl daraus, weil die Masse A der Masse B, und die Geschwindigkeit A der Geschwindigkeit B gleich ist; als auch daraus, § 18 daß beide Körper nach dem Stoße ruhen. Denn sie würden nicht beide ruhen, wenn nicht A den Lauf B nach ed, und B den Lauf A nach de völlig aufhielte. Derowegen ist die Bewegung des Körpers B, welcher A in seinem Laufe aufzuhalten vermögend ist, eben so groß als die Bewegung A, welcher B in seinem Laufe aufhält.

Man lasse die Massen der beiden Körper gleich, und verringere die Geschwindigkeit des Körpers B. Alsdenn ruhen sie nicht nach dem Stoße; sondern sie bewegen sich beide nach de.

Man lasse die Geschwindigkeiten gleich, und setze anstatt des Körpers B einen der eine kleinere Masse hat. Auch alsdenn ruhen sie nicht nach dem Stoße, sondern sie bewegen sich beide nach de. In beiden Fällen hat die Größe der Bewegung des Körpers A, die Größe der Bewegung des Körpers B übertroffen. Wir können also hieraus den allgemeinen Satz folgern: Wenn 2 weiche Körper nach entgegen gesetzten Directionen gerade an einander stoßen, und nach dem Stoße ruhen: so ist die Größe der Bewegung bei beiden gleich.

F. 4 Nun nehme man ferner 2 weiche Körper, deren einer, eine um die Helfte größere Masse hat als der andere. Die Masse A sei = 2, die Masse B = 1. Man gebe A die Geschwindigkeit 2, und B die Geschwindigkeit 4. Man lasse beide nach entgegen gesetzten Richtungen gerade an einander stoßen. Die Erfahrung lehret, daß beide nach dem Stoße ruhen. Vermöge des jetzt erwiesenen Satzes ist die Bewegung des Körpers A so groß als des Körpers B. Und die Zahlen welche die Größe der Bewegung beider Körper ausdrücken, müssen gleich sein. Da wir nun diese Zahlen erhalten durch Verknüpfung der Masse und Geschwindigkeit: so muß die Masse 2 mit der Geschwindigkeit 2, und die Masse 1 mit der Geschwindigkeit 4 also verknüpft werden, daß gleiche Größen entstehen. Da nun 2 + 2 kleiner ist als 1 + 4; hingegen 2 × 2 = 1 × 4:

so

so erhellet hieraus, daß die Geschwindigkeit nicht zur Masse addiret, sondern beide in einander multipliciret werden müssen, und daß die **Größe der Bewegung** eines Körpers sei = MC.

§ 20.

Daß sich bei der gleichförmigen Bewegung die bewegende Kräfte ebenfals verhalten, wie die Producte aus den Massen und Geschwindigkeiten der Körper, welche sie in Bewegung setzen, pfleget gemeiniglich aus dem Satz erwiesen zu werden: Eine jede Würkung ist der Ursache gleich, welche allein angewendet wird sie hervorzubringen, und welche ganz dazu angewendet wird. Hieraus schließet man: Die Größe der Bewegung eines Körpers hänget bei der gleichförmigen Bewegung, allein von der bewegenden Kraft ab. Denn wir wissen von keinem andern Grunde der Bewegung außer dem Körper, als von der bewegenden Kraft. In dem Körper ist auch nichts, welches eine Veränderung der Bewegung hervorbringen könnte. Denn wir nehmen den Körper, bevor die Kraft in ihm würket, als ruhend an, und seine Schweere kan in der Bewegung keinen Einfluß haben, wenn sie gleichförmig bleiben soll. Es wird ferner die bewegende Kraft ganz angewendet, den Körper in Bewegung zu setzen. Denn keine andere, als die Kraft welche würklich angewendet wird, heißet die bewegende Kraft. Diese aber hat nichts als

die Bewegung des Körpers zu würken. Die Hindernisse der Bewegung räumet sie nicht aus dem Wege. Denn von der Friction des Körpers müssen wir nothwendig abstrahiren, wenn wir eine gleichförmige Bewegung gedenken wollen. Die Luft wiederstehet auch der Bewegung des Körpers nicht, wenn wir uns die gleichförmige Bewegung also vorstellen, wie sie im leeren Raume geschehen sollte. Oder wenn auch der Körper mit Luft umgeben ist: so kan doch seine Geschwindigkeit weder beschleuniget noch vermindert werden, weil er in gleichen Zeiten gleiche Räume beschreibet. Es ist also die Bewegung eines Körpers eben so groß, als seine bewegende Kraft. Da
§ 19 man nun die Größe der Bewegung eines Körpers erhält, wenn man seine Masse mit seiner Geschwindigkeit multipliciret: so muß dieses auch das Maaß seiner bewegenden Kraft sein. Es verhalten sich also die **bewegende Kräfte wie die Facta aus den Massen und Geschwindigkeiten** der Körper welche sie in Bewegung setzen. $V : v = MC : mc$.

Wem dieser Beweis nicht gefällt, der mag ihn überschlagen, und dem Beispiele vieler berühmter und, zum Theil noch lebender Mathematicorum folgen, welche diesen Satz als einen Grundsatz angenommen haben. Hätte ich es mir nicht zu einer Regel gemacht, in dieser kleinen Schrift gar nicht polemisch zu verfahren: so würde ich Gelegenheit haben, die Gründe derer großen Männer zu untersuchen, welche diesen Satz verwerfen, und die Kraft in allen Fällen, dem Facto aus der Masse und dem Qvadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers gleich halten. Man findet diese Gründe in den Actis Eruditorum Lipsiens.; Comment. Academiae Scientiar. Petropol.; Wolfii Elementis Mechan.; Gravesandii Elem. Phys.; Hermanni Phoronomia und andren berühmten Werken. Ich will nur dieses anmerken, daß aus allen Beweisen nichts weiter geschloßen werden könne, als daß bei der ungleichförmigen Bewegung die Kräfte sich verhalten, wie die Massen mit dem Qvadrate der Geschwindigkeit multipliciret. Dieses stößt aber den im 20 § erwiesenen Satz noch nicht um. Selbst **Leibnitz** der große Erfinder dieses Maaßes der Kräfte, hat daßelbe auf die bewegenden Kräfte in der gleichförmigen Bewegung nicht angewendet wißen wollen. Wenigstens kan man dieses weder aus seinen ausdrücklichen Worten, noch aus seiner Art zu beweisen, daß $V = MC^2$, erkennen. Der gelehrte **Bülffinger** hat sich, meiner geringen Erkenntniß nach, bisher allein bemühet, mit der ihm eigenen Gründlichkeit zu zeigen, daß auch in der gleichförmigen Bewegung die Kräfte sich verhalten, wie die Qvadrate der Geschwindigkeiten. Er beweiset dieses in den demonstrationibus mechanicis de viribus corpori moto insitis. Vieleicht aber, könnte eine geschicktere Feder gegen diesen Beweis wichtige Einwendungen machen.

§ 21.

Wenn die bewegende Kraft V einen Körper A in einer bestimmten Zeit durch den Raum A a treibet; und eine andere Kraft v, welche völlig so groß ist als V, treibet den Körper B der gleiche Masse mit A hat. Alsdenn wird auch v den Körper B in eben derselben be- F. 5. 6

stimmten Zeit durch den Raum Ba = Aa treiben. Und die Geschwindigkeit womit sich B beweget, ist eben so groß, als mit welcher sich A beweget. Ueberhaupt, wenn zween Körper die gleiche Massen haben, von gleichen Kräften getrieben werden: so sind ihre Geschwindigkeiten gleich.

§20 Denn $V : v = MC : mc$.

Weil nun $V = v$, so ist $MC = mc$, und $M : m = c : C$. $M = m$ folglich $C = c$.

§ 22.

F. 5. Wenn die Kraft V den Körper A in einer
7 bestimmten Zeit durch den Raum Aa treibet; und eine andere Kraft v welche jener gleich, den Körper B, dessen Masse nochmahl so groß ist als die Masse A, in Bewegung setzen soll: so wird sie ihn in derselben Zeit nur durch den Raum Bb, welcher die Helfte von Aa ist, treiben. Wenn die Zeiten gleich sind: so verhal-
§ 8 ten sich die Geschwindigkeiten wie die Räume. Die Geschwindigkeit des Körpers B ist folglich nur halb so groß als die Geschwindigkeit des A, da seine Masse nochmahl so groß ist als die Masse A. Wäre die Masse des B 3 mahl so groß als die Masse A: so müßte sich B nur mit ein Drittheil der Geschwindigkeit bewegen. Und überhaupt nehmen, wenn die bewegende Kräfte gleich bleiben, die Geschwindigkeiten ab, wie die Massen wachsen. Derowegen, wenn zween Körper von gleichen Kräften

getrie-

getrieben werden: so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten, wie die verkehrten Massen.

Weil $V : v = MC : mc$

und $V = v$: so ist $MC = mc$ und

$C : c = m : M$.

§ 23.

Wenn die Kraft V welche A in Bewegung setzet, nochmahl so groß ist als v, welche B in Bewegung setzet, B und A aber ihrer Masse nach gleich sind: so wird sich A in derselben Zeit durch den Raum Aa bewegen, in welcher B durch Bb läuft. Die Geschwindigkeit des Körpers A verhält sich zur Geschwindigkeit des Körpers B, wie Aa zu Bb, das ist, jene ist nochmahl so groß als diese. Wäre V 4mahl so groß als v: so müßte sich A 4mahl geschwinder bewegen als B. Und überhaupt nehmen die Geschwindigkeiten der Körper deren Massen gleich bleiben, also zu, wie die bewegende Kräfte wachsen. Wenn also zween Körper welche gleiche Massen haben, von ungleichen Kräften getrieben werden: so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten wie die bewegende Kräfte F. 5. 6

$V : v = MC : mc$

$Vmc = vMC$

$M : m = Vc : vC$

Da nun $M = m$ so ist $Vc = vC$

folglich $C : c = V : v$

§ 24.

F. 5. 7 Wenn die bewegende Kraft des Körpers A halb so groß ist, als die bewegende Kraft des Körpers B, und die Masse A ist auch halb so groß als die Masse B: so bewegen sich beide Körper mit gleicher Geschwindigkeit. Denn §20 die Producte aus den Massen und Geschwindigkeiten zweener Körper verhalten sich wie ihre Kräfte. Da nun V:v=1:2 und auch M:m=1:2: so müssen die Geschwindigkeiten als Multiplicatores der Massen, gleiche Größen sein, weil sonst nicht dasselbe Verhältniß bliebe. A läuft also mit der Geschwindigkeit Aa und B mit der Geschwindigkeit Ba=Aa.

Es bleibe das Verhältniß der Massen A und B wie 1:2. Aber die bewegende Kraft des Körpers A, sei nochmahl so groß als des Körpers B. Alsdenn beweget sich B nur mit dem vierten Theil der Geschwindigkeit welche A hat. Denn V:v=2:1. M:m=1:2. Hier können keine andere Multiplicatores der Massen gefunden werden, als 4:1, wenn die Producte sich verhalten sollen wie die Kräfte. $1 \times 4 : 2 \times 1 = 4:2 = 2:1$. Wenn A sich mit der Geschwindigkeit Aa beweget: so hat B die Geschwindigkeit Bd, welche dem vierten Theil von Aa gleich ist.

Nun war im ersten Fall V:v=1:2. M:m=1:2, und die Geschwindigkeiten waren gleich. Wir werden diese Geschwindigkeiten erlangen, wenn wir die bewegende Kraft des

einen

einen Körpers mit der Masse des andern multipliciren. $1 \times 2 = 2 \times 1$. Im andern Fall war $V : v = 2 : 1$, $M : m = 1 : 2$ und $C : c = 4 : 1$. Auch dieses Verhältniß der Geschwindigkeiten erlangen wir, wenn wir die Kräfte mit den verkehrten Massen multipliciren $2 \times 2 = 4$, $1 \times 1 = 1$. Ueberhaupt, wenn zween Körper von ungleicher Masse, von ungleichen Kräften beweget werden: so stehen ihre Geschwindigkeiten in einer zusammengesetzten Verhältniß, aus dem Verhältniße der bewegenden Kräfte, und verkehrten Verhältniße der Massen

$$V : v = MC : mc$$

$$Vmc = vMC$$

$$C : c = Vm : vM.$$

§ 25.

Die Geschwindigkeiten zweener Körper verhalten sich in allen Fällen, wie ihre bewegende Kräfte, wenn solche mit den verkehrten Massen multipliciret sind. Wenn die bewegende Kräfte und Massen zweener Körper gleich sind: so sind ihre Geschwindigkeiten gleich. Man multiplicire die Kräfte mit denen Massen: so ist $VM = vm$. Weil $V = v$, so ist $vM = Vm$. $C = c$ folglich $CvM = cVm$ und also $C : c = Vm : vM$. §21

Sind die bewegende Kräfte allein gleich: so ist $C : c = m : M$, und $CM = cm$. Weil $V = v$, so ist $CMv = cmV$ und $C : c = Vm : vM$. §22

Sind

§ 23 Sind die Massen allein gleich: so ist $C:c = V:v$ und $Cv = cV$. Da nun $M = m$, so ist $CvM = cVm$ und $C:c = Vm:vM$.

Weil nun auch die Geschwindigkeiten in diesem Verhältniße stehen, wenn so wohl die bewegende Kräfte als die Massen ungleich sind: so ist es eine allgemeine Regel, daß sich die Geschwindigkeiten zweener Körper verhalten, wie die Producte aus ihren bewegenden Kräften in die verkehrten Massen.

§ 26.

Die Geschwindigkeiten zweener Körper verhalten sich wie die Qwotienten welche entstehen, wenn man die **bewegende Kräfte** mit den **Massen** der Körper **dividiret.**

$$C : c = Vm : vM$$

$$\frac{C}{m} : \frac{c}{m} = V : \frac{vM}{m}$$

$$\frac{C}{m} : \frac{c}{m} = C : c$$

$$C : c = V : \frac{vM}{m}$$

$$V : \frac{vM}{m} = \frac{V}{M} : \frac{v}{m}$$

$$C : c = \frac{V}{M} : \frac{v}{m}.$$

Es sei $V:v = 1:2$, $M:m = 1:2$ und es ist $C = c$ weil $1 \times 2 = 2 \times 1$. Nun ist $\frac{V}{M} : \frac{v}{m} = \frac{1}{1} : \frac{2}{2} = 1 : 1$, die Qwoti verhalten

sich

sich wie die Geschwindigkeiten. Es sei $V:v = 2:1$, $M:m = 1:2$ und $C:c = 2 \times 2 : 1 \times 1 = 4:1$. Es verhält sich aber $\frac{V}{M} : \frac{v}{m} = \frac{2}{1} : \frac{1}{2} = \frac{4}{2} : \frac{1}{2} = 4:1$, und also wie $C:c$.

§ 27.

Aus diesem Satze $C : c = \frac{V}{M} : \frac{v}{m}$ fließen die jetzt erwiesenen Regeln der Bewegung.

Ist $V = v$ und $M = m$, so ist $C = c$, weil die Qwotienten gleich sind, wenn gleiche Größen durch gleiche gemessen worden.

Ist $M = m$, so ist $C:c = V:v$, weil, wenn ungleiche Größen durch gleiche gemessen worden, sich die Qwotienten wie die dividirten Zahlen verhalten.

Ist $V = v$, so ist $C:c = m:M$, weil, wenn ungleiche Größen durch gleiche gemessen sind, sich die Qwotienten wie die verkehrten Divisores verhalten.

Und $C : c = Vm : vM$, weil $\frac{V}{M} : \frac{v}{m} = \frac{Vm}{Mm} : \frac{Mv}{mM} = Vm : vM$, indem Brüche, welche einerlei Nenner haben, sich verhalten wie die Zehler.

§ 28.

Wenn zwo gleiche Kräfte den Körper A F. 5
zugleich nach einerlei Direction treiben, deren eine ihn schon würde mit der Geschwindigkeit Ab beweget haben: so muß der Körper entweder

entweder den Raum A b in einer halb so kurzen Zeit durchlaufen; oder in derselben Zeit den Raum A a, welcher nochmahl so groß ist als Ab, durchlaufen. Denn weil seine Masse unverändert bleibet: so nimmt seine Geschwin-
§ 23 digkeit zu, wie die bewegende Kraft. Da diese noch einmahl so groß geworden ist: so wird auch seine Geschwindigkeit noch einmahl so groß. Es muß folglich der Körper in derselben Zeit einen gedoppelten Raum; oder den vorigen Raum in der Helfte der Zeit beschreiben. Treiben 3 gleiche Kräfte den Körper zugleich nach einer Direction: so muß seine Geschwindigkeit dreifach so groß werden, als die erste ist, da er nur von einer Kraft beweget wurde, und so ferner.

Sind die Kräfte **ungleich**, welche den Körper nach einerlei Direction zugleich treiben: so können alle diese Kräfte als eine bewegende Kraft angesehen werden. Wie diese bewegende Kraft gewachsen ist: so muß auch die Geschwindigkeit des Körpers wachsen. Es verhält sich die Geschwindigkeit mit welcher der Körper von einer Kraft beweget wird, zu der Geschwindigkeit mit welcher er von allen Kräften getrieben wird, wie die Zahl, welche die Größe einer Kraft ausdrücket, zu der Summe der Zahlen, welche die Größen aller bewegenden Kräfte bezeichnen.

§ 29.

Wird ein Körper von zwoen Kräften zugleich,

gleich,

gleich, aber nicht nach einerlei Direction getrieben: so sind die Directions-Linien beider Kräfte entweder einander gerade entgegen gesetzet; oder sie sind nicht entgegen gesetzet, sondern nur verschieden.

Sind die **Directions-Linien** beider Kräfte einander gerade **entgegen** gesetzet, und die entgegen gesetzten **Kräfte** sind **ungleich**; die grössere Kraft treibet den Körper nach Aa mit der Geschwindigkeit Aa, die kleinere präget ihm nach der Gegend Ab die Geschwindigkeit Ab ein: so bewegt sich der Körper nach **der Direction** nach welcher er von der **grösseren Kraft** getrieben wird, mit der **Geschwindigkeit** welche übrig bleibet, **wenn man die kleine Geschwindigkeit von der grösseren abziehet.** Denn A soll sich mit der Geschwindigkeit Aa bewegen. Weil er sich aber auch nach der entgegen gesetzten Richtung mit der Geschwindigkeit Ab bewegen soll: so muß die Geschwindigkeit Aa um so viel geschwächet werden, als Ab groß ist. Folglich muß sich der Körper nach der Direction Aa mit der Geschwindigkeit Ad bewegen, welche übrig bleibet, wenn man Ab (= da) von Aa abziehet. F. 8

§ 30.

Ist der Unterscheid der Geschwindigkeiten Aa — Ab kleiner als die kleine Geschwindigkeit Ab: so ist Ad kleiner als Ab. Der Körper bewegt sich nach der Direction Aa mit einer geringern Geschwindigkeit, als welche

er

er durch die kleine Kraft allein würde erlanget haben. Je größer der Unterscheid beider Geschwindigkeiten ist, desto größer ist Ad, und desto schneller bewegt sich der Körper nach der Gegend Aa. Ist Aa — Ab = Ab, so ist Ad = Ab. Der Körper beweget sich nach der Directions-Linie der größeren Kraft, und seine Geschwindigkeit ist derjenigen gleich, welche er durch die kleine Kraft allein erhalten würde. Ist Aa — Ab > Ab, so ist Ad > Ab. Der Körper beweget sich nach Aa mit einer größeren Geschwindigkeit, als mit welcher ihn die kleine Kraft bewegen kan.

Man merke, daß sich hier die Geschwindigkeiten Aa und Ab verhalten, wie die entgegen gesetzten Kräfte, weil der Körper derselbe bleibet. § 23

§ 31.

F. 9 **Sind die entgegen gesetzten Kräfte sich völlig gleich: so ruhet der Körper.** Denn A kan sich nur nach einer Direction Aa mit der Geschwindigkeit bewegen, welche übrig bleibet, wenn die Geschwindigkeit nach der entgegen gesetzten Direction abgezogen wird. Die Geschwindigkeiten sind aber gleich, weil die Kräfte gleich sind, und es bleibet also gar kein Ueberrest. Es kan sich derohalben der Körper gar nicht bewegen, weder nach Aa noch nach Ab, sondern er bleibet stille liegen.

§ 32.

§ 32.

Wenn die Kraft V den Körper A nach h F. 10 treibet: so muß er den Raum Ah durchlaufen. Wenn die Kraft v den Körper A nach ϑ treibet: so muß er den Raum Aϑ durchlaufen. Setzen nun beide Kräfte den Körper zugleich in Bewegung; und ihre Directions-Linien sind nicht gerade entgegen gesetzet, sondern schließen einen Winkel ein: so muß A in derselben Zeit durch Ah und Aϑ laufen. Daß er durch beide Räume zugleich gehe, ist unmöglich. Man theile in Gedanken die Linie Ah in lauter F. 11 unendlich kleine Theile abcd u. s. w. und die Linie Aϑ in die Theile $\alpha\beta\gamma\delta$, u. s. w. und ziehe die Parallelogramma. In dem ersten kleinsten Moment der Zeit, treibt V den Körper A nach a, und v nach α. Ferner V treibet ihn nach der Linie ar, und v nach αr. Wenn also der Körper sich beweget: so muß er in dem ersten Moment der Zeit in r sein, und Ar durchlaufen haben. Denn in r ist er so wohl zu der Linie ar als zu αr gekommen. Da ar = Aa: so ist der Körper in r, in der Entfernung Aa. Und da αr = Aα: so ist der Körper auch in der Entfernung Aα. In dem Puncte r hat folglich A die beiden Räume Aa und Aα durchlaufen. In dem andern Moment der Zeit treibet V den Körper A nach ro, und v nach rx. Es muß also A aus eben der Ursache, durch die Linie rs sich bewegen; und im dritten Moment in t, im vierten in v, u. s. w.

und in der ganzen Zeit in z kommen. Da nun A z die Diagonal-Linie des ganzen Parallelogrammi ist: so muß der Körper, wenn er von zwoen Kräften, in gleicher Zeit, durch verschiedene Räume getrieben wird, sich durch die Diagonal-Linie eines Parallelogrammi bewegen, dessen Seiten die beiden gegebenen Räume sind, und dessen Winkel demjenigen gleich ist, welchen die Directionen beider Kräfte einschließen.

§ 33.

Wir haben angenommen, daß V und v in gleicher Zeit den Körper A durch verschiedene Räume bewegen sollen. Wenn die Zeiten gleich sind, alsdenn verhalten sich die Geschwin-
§ 8 digkeiten wie die Räume. Es ist also die Geschwindigkeit, welche A von V erhält, der Linie A h gleich, und die Geschwindigkeit welche er von v erhält, der Linie A 9 gleich, und der Körper läuft mit der Geschwindigkeit A z. Deswegen, wenn ein Körper von **zwoen Kräften nach verschiedenen Directionen**, welche nicht entgegen gesetzt sind, getrieben wird: so ist die **Geschwindigkeit** mit welcher er sich beweget, gleich der **Diagonal-Linie eines Parallelogrammi, dessen Seiten die beiden gegebenen Geschwindigkeiten sind; und dessen Winkel demjenigen gleich ist, welchen die Directionen beider Kräfte einschließen.** Wie sich die Diagonal A z zu der einen Seite A h verhält; also verhält sich die Ge-

Geschwindigkeit des Körpers mit welcher er von beiden Kräften zugleich beweget wird, zu der Geschwindigkeit mit welcher ihn V allein in Bewegung setzet.

§ 34.

Wir wollen den Körper in d setzen. Als- denn sind da und dc die beiden Geschwindigkeiten, mit welchen ihn beide Kräfte zugleich treiben. Das Parallelogrammum adcb ist den beiden Triangeln adc und abc gleich. F.12

In dem Dreiecke adc ist $o+x+d=180$ Grad.

Je größer der Winkel d, desto kleiner ist $o+x$, je kleiner d, desto größer ist $o+x$. Nun ist $x=y$.

Daher folget: Je größer d, desto kleiner ist a $(=o+y)$ und je kleiner d desto größer ist a.

Je größer a ist, desto größer ist bd, weil diese Seite dem Winkel a gegenüber stehet.

Folglich; je kleiner d ist, desto größer ist bd.

Es kan bd niemahl so groß sein als $da+ab$. F.14

Wenn aber d unendlich klein ist: so weichen $da+ab$ nicht viel von einer geraden Linie ab.

Es ist also bd beinahe $=da+ab$. Liegen ad und dc dichte auf einander: so bd $=da+ab$.

Es ist ferner $ab=dc$.

Folglich, je spitzer der Winkel d ist, desto geringer ist der Unterscheid von db und $da+dc$.

Wenn d unendlich klein ist: so ist bd beinahe da + dc gleich. Liegen da und dc dichte auf einander: so ist bd = da + dc.

Da nun da und dc die Geschwindigkeiten sind, mit welchen zwo Kräfte den Körper in gleicher Zeit nach verschiedenen Richtungen treiben, und bd die Geschwindigkeit ist, mit welcher sich der Körper würklich beweget: so fließen hieraus die Regeln:

Je spitzer der Winkel d ist, welchen die Directionen zwoer Kräfte, die einen Körper zu gleicher Zeit treiben, einschließen; desto größer ist die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper würklich beweget. Und desto näher kommt die Größe dieser Geschwindigkeit, der Summe der beiden Geschwindigkeiten da und dc, mit welchen sich der Körper bewegen sollte.

Wenn dieser Winkel bei d gar verschwindet: so ist die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung, der Summe der Geschwindigkeiten da und dc vollkommen gleich. Der Körper läuft mit der Geschwindigkeit, mit welcher er sich bewegen muß, wenn ihn beide Kräfte nach einer
§ 28 Direction treiben.

§ 35.

F. 13 Setzen wir den Körper in a: so sind ad und ab die beiden Geschwindigkeiten mit welchen sich der Körper zugleich bewegen soll.

Wir wollen zuerst annehmen, es sei ab = ad.
Je größer a ist, desto kleiner ist d.
Es sei a (= o + y) = 120 Grad.

Weil

Weil $x=y$, so ist $o+x=120$ Grad, und also $d=60$ Grad.

Weil $ab=ad$, so ist auch $dc=ad$, und $o=x$, und ein jeder Winkel des Triangels adc 60 Grad.

Wenn in einem Triangel alle Winkel gleich sind: so sind auch die Seiten gleich. Es ist also $ac=ad=dc$.

Je mehr der Winkel a wächst und größer wird als 120 Grad, desto kleiner wird d, und desto kleiner wird auch die ihm gegenüber stehende Seite ac.

Wird der Winkel a so groß, daß die Linien ad und ab beinahe eine gerade Linie machen: so wird ac unendlich klein. Und wenn die Linien ad und ab würklich gerade ausliegen: so fällt der Winkel d, und also auch ac ganz weg.

Wir wollen zweitens setzen, daß ab kleiner sei als ad. Der Unterscheid von $ad-ab$ ist entweder eben so groß, und größer als ab; oder er ist kleiner als ab.

Wenn $ad-ab=ab$, oder $ab:ad=1:2$, so wird zwar die Linie ac kleiner, je größer der Winkel a ist, weil d kleiner wird; aber ac kan nie kleiner werden als ab. Denn sollte dieses geschehen: so müßten, da $dc=ab$, die Linien $ac+dc$ kleiner sein als ad, welches unmöglich ist.

Aus eben der Ursache kan ac nie kleiner werden als ab, wenn der Unterscheid $ad-ab$ größer als ab ist.

Wenn der Unterscheid ad — ab kleiner ist als ab: so wird, wie der Winkel a größer wird, die Linie ac kleiner als ab. Je kleiner ac wird, desto mehr nähert sich diese Linie dem Unterscheide ad — ab. Ist der Winkel a sehr groß: so ist ac beinahe dem Unterscheide ad — ab gleich. Liegen ab und ad gerade aus: so ist ac = ad — ab, und weil der Winkel d alsdenn verschwindet: so fällt ac auf die Linie ab.

§ 36.

Hierauf gründen sich die Regeln:

Wenn zwo Kräfte einen Körper zu gleicher Zeit nach verschiedenen Directionen treiben: und die **Geschwindigkeiten** mit welchen der Körper sich bewegen sollte, sind **gleich**: so ist die Geschwindigkeit mit welcher sich der Körper würklich beweget, um so viel kleiner, je **stumpfer** der Winkel a ist, welchen die Directionen beider Kräfte einschließen.

Ist der Winkel a = 120 Grad: so ist die würkliche Geschwindigkeit eben so groß, als sie würde gewesen sein, wenn ihn eine der Kräfte allein in Bewegung gesetzt hätte. Je mehr der Winkel a größer wird als 120 Grad, desto kleiner wird die Geschwindigkeit des Körpers. Wenn die Kräfte würklich gerade auf einan-
§ 31 der stoßen: so ruhet der Körper.

Sind die Geschwindigkeiten mit welchen der Körper, von beiden Kräften, nach verschiedenen Directionen sollte beweget werden, un-

gleich:

gleich: und der Unterscheid der Geschwindigkeiten ist eben so groß als die kleine Geschwindigkeit: so wird sich, so stumpf der Winkel a auch ist, dennoch der Körper geschwinder bewegen, als die kleine Geschwindigkeit ist, mit welcher ihn die kleine Kraft allein in Bewegung gesetzet hätte.

Stoßen die Kräfte gerade auf einander: so bewegt sich der Körper nach der Directions-Linie der größeren Kraft, mit dem Unterschiede der Geschwindigkeiten, und folglich auch §§29 mit der kleinen Geschwindigkeit. 30

Ist der Unterscheid der Geschwindigkeiten größer als die kleine Geschwindigkeit: so kan auch die Geschwindigkeit mit welcher sich der Körper würklich beweget, nicht geringer sein, als die Geschwindigkeit der kleinen Kraft. Und wenn beide Kräfte gerade auf einander stoßen: so ist auch die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers, größer als die kleine Geschwindigkeit; denn sie ist dem Unterscheide beider Geschwindigkeiten gleich. §§cit.

Wenn endlich der Unterscheid der Geschwindigkeiten kleiner ist, als die kleine Geschwindigkeit: so wird, wenn der Winkel a sehr stumpf ist, die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers geringer als die Geschwindigkeit der kleinen Kraft. Und wenn die Kräfte gerade auf einander stoßen: so ist die Geschwindigkeit mit welcher sich der Körper nach der Direction der größeren Kraft bewe-

get, dem Unterscheide beider Geschwindigkei-
§ 29 ten gleich.

§ 37.

F. 10 Wir wollen den Körper in A setzen. Alsdenn sind die Seiten Ah und Aϑ, welche in einem rechten Winkel zusammen stoßen, die Geschwindigkeiten, mit welchen beide Kräfte den Körper nach h und ϑ zugleich treiben. Und Az ist die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers. In einem rechtwinklichten Dreiecke, ist das Qvadrat der Hypotenuse, der Summe von den Qvadraten der beiden übrigen Seiten gleich. Es ist also $Az^2 = Ah^2 + hz^2$. Weil $A\vartheta = hz$, so ist $Az^2 = Ah^2 + A\vartheta^2$. und $Az = \sqrt{(Ah^2 + A\vartheta^2)}$.

Hieraus folget; Wenn zwo Kräfte, welche einen Körper nach verschiedenen Directionen, zugleich in Bewegung zu setzen suchen, in ihren Directionen einen rechten Winkel einschließen: so ist die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers so groß, als die Qvadrat-Wurzel aus der Summe von den Qvadraten der beiden Geschwindigkeiten, mit welchen die Kräfte den Körper nach verschiedenen Directionen treiben.

§ 38.

Die Geschwindigkeit der Bewegung eines Körpers kan allezeit durch eine Linie ausge-
§ 15 drücket werden. Wo mir eine gerade Linie gegeben ist, da kan ich ein Parallelogrammum um derselben

derselben beschreiben. Kan es mir also helfen die Größe der Geschwindigkeit in der Bewegung zu bestimmen: so kan ich eine jede Geschwindigkeit ansehen als die Diagonal-Linie eines Parallelogrammi. Das heißt, ich kan sie also betrachten, als wäre sie entstanden, indem zwo verschiedene Kräfte den Körper nach verschiedenen Richtungen, mit verschiedener Geschwindigkeit, zu gleicher Zeit getrieben hätten.

§ 39.

Es ist aber unmöglich, aus der bekannten Geschwindigkeit, mit welcher sich ein Körper würklich beweget, da ihn zwo Kräfte nach verschiedenen Directionen treiben, zu bestimmen, welche Geschwindigkeit er von jeder Kraft allein genommen, würde erhalten haben. Aus der bekannten Diagonal-Linie bd, kan ich so wenig ad als dc finden. F. 12

Wir wollen zuerst setzen, der eingeschloßene Winkel d sei bekannt.

Man schlage um den Triangel bad einen F. 15
Cirkelbogen, und ziehe die Dreiecke ba2d, ba3d. u. s. w. Alle diese Triangel haben die gemeinschaftliche Hypotenuse bd. Alle Winkel a stehen auf gleiche Bogen, und sind also gleich. Daß aber die Seiten ba und ad in jedem Dreiecke ein anderes Verhältniß erhalten, erkennet man schon durch die Sinne. Es kan also bd die Hypotenuse verschiedener Trian- F. 12
gel werden, deren Winkel a beständig gleiche

Größe hat, deren Seiten ba und ad sich aber sehr verändern.

Nun ist ja ein Triangel die Helfte eines Parallelogrammi; und die Hypotenuse des Triangels kan die Diagonal eines Parallelogrammi sein, welches noch einmahl so groß ist als der Triangel. Es kan also bd die Diagonal verschiedener Parallelogrammorum sein, deren Winkel a beständig gleiche Größe behält, und deren Seiten ba und ad sich veränderen. So lange der Winkel a seine Größe behält, so lange bleibt auch der Winkel d unverändert. Denn $a = 180^{0} - (m + n)$. $n = z$. Folglich ist $a = 180^{0} - (m + z)$ $m + z = d$. Folgl. $a = 180^{0} - d$.

Und wie sich die Seite eines Parallelogrammi ba verändert, also wird auch die Seite dc größer oder kleiner, weil $dc = ab$.

Derowegen kan bd die Diagonal-Linie von verschiedenen Parallelogrammis werden, deren Winkel d stets seine Größe behält, von welchen aber die Seiten ad und dc die den Winkel einschließen, ihre Größe verändern.

Weil nun die Seiten da und dc die Geschwindigkeiten ausdrücken, mit welchen sich der Körper von jeder Kraft allein würde beweget haben: so sehe ich hieraus, daß es unmöglich sei diese Geschwindigkeiten, aus der Geschwindigkeit bd mit welcher sich der Körper würklich beweget, da ihn beide Kräfte zugleich treiben; und aus dem Winkel d, welchen

chen die Directionen der zwo Kräfte einschließen, zu finden.

§ 40.

Ist mir nun der eingeschloßene Winkel d nicht bekannt; sondern allein die Diagonal bd: so siehet ein jeder, daß es viel weniger möglich sei die Seiten ad und dc zu finden. Denn auf einer geraden Linie können ja alle mögliche Dreiecke beschrieben, und unendlich viele Parallelogramma darum gezogen werden.

§ 41.

Wenn mir die Linien da und dc gegeben F. 12 werden, welche die Geschwindigkeiten ausdrücken, mit welchen sich der Körper von jeglicher Kraft allein bewegen würde; wenn mir zugleich der Winkel d gegeben wird, welchen die Directionen beider Kräfte einschließen: so bin ich vermögend dadurch die Linie bd zu finden, oder die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers, welcher von beiden Kräften zugleich getrieben wird.

Wären mir allein ad und dc gegeben, und nicht der Winkel d: so würde ich db nicht finden können.

Dieses ist eine unmittelbare Folge der §§ 34. 36. Je spitzer der Winkel ist, welchen zwo Kräfte, von denen der Körper zugleich beweget wird, in ihren Directionen einschließen, desto größer ist die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers. Je stumpfer dieser Winkel ist, desto kleiner ist die Geschwinschwindigkeit des Körpers. Es können also eben dieselben Kräfte, deren jegliche allein genommen, dem Körper eine gewisse Geschwindigkeit würde mitgetheilet haben, dem Körper, wenn sie ihn zugleich nach verschiedenen Directionen treiben, eine große und kleine Geschwindigkeit geben, nachdem der Winkel spitz oder stumpf ist, welchen die Derectionen der Kräfte einschließen.

F. 16 Es erhellet dieses auch auf folgende Art: In den Parallelogrammis abcd und abef ist ab eine gemeinschaftliche Seite, und bc = be. Es haben also diese Parallelogramma gleiche Seiten. Weil aber der Winkel abc viel größer ist als der Winkel abe, so ist auch die Diagonal bd viel kleiner als bf.

§ 42.

F. 12 Wird mir zugleich der Winkel d mit den Seiten da und dc gegeben: so lehret die Trigonometrie wie die Diagonal db zu finden sei.

Da der Winkel d bekannt ist: so erlanget man die Größe des Winkels a, wenn man d von 180 Grad abziehet.

Denn $a + n + m = 180^\circ$. Weil $z = n$, so ist $a + z + m = 180^\circ$. $n + m = z + m = d$. Folglich $a + d = 180^\circ$ und $180^\circ - d = a$.

Da ferner $dc = ab$, und mir die Größe der Seite dc gegeben ist: so ist auch die Größe der Seite ab bekannt.

In dem Triangel bad verhält sich also: Wie die Summe der beiden Seiten ad und ab

zu

zu ihrer Differenz; also der Tangent der halben Summe der beiden Winkel n und m, zu dem Tangenten der halben Differenz derselben.*

Nun ist es leichte, zu dem gefundenen Tangenten der halben Differenz der Winkel n und m, in den Tafeln der Tangenten, die halbe Differenz selbst zu suchen. Wird diese halbe Differenz zu der halben Summe der Winkel addiret: so erlanget man die Größe des Winkels n; und wenn die halbe Differenz von der halben Summe subtrahiret wird; die Größe des Winkels m. Denn $\frac{1}{2}(n+m) + \frac{1}{2}(n-m) = n$, und $\frac{1}{2}(n+m) - \frac{1}{2}(n-m) = m$.

Die Sinus der Winkel eines Dreiecks verhalten sich wie die gegenüber stehende Seiten. Folglich verhält sich der Sinus des Winkels n, zu ad; wie der Sinus des Winkels a, zu bd. Und ferner: Wie der Sinus des Winkels m, zu ab; also auch der Sinus des Winkels a, zu bd.

Auf diese Art ist man also im Stande in einem jeden Falle die Geschwindigkeit eines Körpers in der zusammengesetzten Bewegung genau auszumessen, wenn die Geschwindigkeiten bekannt sind, mit welchen der Körper von jeglicher Kraft allein, würde fortbeweget sein, und wenn die Größe des Winkels bekannt ist, welchen die Directionen beider Kräfte einschließen.

§ 43.

* Den Beweis dieses Satzes kan man finden in Wolfii Elem. Trigonom. § 38. p. 230. in den Anfangs: Gr. § 41 der Trigon. p. 253. in Weidleri institut. mathem. § 53. Trigon. p. 172. in Daries erst. Gr. der Mathemat. § 214 der Geomet. p. 254. &c.

§ 43.

Gesetzt die Kraft welche den Körper allein nach da treibet, bewege ihn durch 75 Zoll in derselben Zeit, da ihn die andere Kraft allein, durch 58 Zoll nach dc bewegen würde. Hier verhält sich die Geschwindigkeit der Bewegung des Körpers, wenn ihn die erste Kraft treibet, zu der Geschwindigkeit, wenn ihn die andere Kraft beweget, wie da zu dc = 75 : 58. Beide Kräfte sollen den Körper zugleich nach verschiedenen Richtungen treiben, welche den Winkel d einschließen, welchen wir als 71° 36′ annehmen wollen. Hieraus kan man die Linie db die Geschwindigkeit der würklichen Bewegung des Körpers finden.

Da $d = 71^\circ 36'$ und $d = n + m$, so ist auch $n + m\ 71^\circ 36'$ und also $a = 180^\circ - 71^\circ 36' = 108^\circ 24'$.

Da $da = 75''$ und $dc = 58''$ so ist $da + dc = 133''$ und $da - dc = 17''$. Folglich auch $da + ab = 133''$, $da - ab = 17''$. Es verhält sich $da + ab$ zu $da - ab$, wie der Tang. $\frac{1}{2}(n + m)$ zum Tang. $\frac{1}{2}(n - m)$

133 : 17 = Tang. von 35° 48′ :

Der Logarithmus von 17 =	1. 2304489
Logar. Tang. 35° 48′ =	9. 7671244
Summa	10. 9975733
Man subtrahire den Logarithm. von 133 =	2. 1238516
Logar. Tang. $\frac{1}{2}(n + m)$ =	8. 8737217, und

also $\frac{1}{2}(n - m) = 4^\circ 17'$.

Weil

Weil nun $\frac{1}{2}(n+m)+\frac{1}{2}(n-m)=n$, so ist $35^\circ 48' + 4^\circ 17' = 40^\circ 5' = n$.

Es verhält sich ferner der Sinus n, zu ad, wie der Sinus a, zu bd. Weil in diesem Fall a ein stumpfer Winkel ist: so darf ich nur den Sinum des Winkels suchen, welcher mit ihm zusammen genommen 180 Grad macht. Denn zween Winkel, welche auf einer geraden Linie stehen, das heißt, welche zusammen so groß sind als 180 Grad, haben einerlei Sinum. Weil $d + a = 180^\circ$ so suche ich den Sinum des Winkels d.

Sinus n : ad = Sinus d : bd

Sin. $40^\circ 5'$: 75 = Sin. $71^\circ 36'$:

Der Logarith. von 75	=	1.8750613
Logar. Sin. $71^\circ 36'$	=	9.9772095
Summa		11.8522708
Man subtrahire den Logar. Sin. $40^\circ 5'$	=	9.8088192
		2.0434516.

Dieses ist der Logarithmus von 111. Es ist also bd = 111 Zoll.

§ 44.

Eine algemeine Regel also, die dritte Geschwindigkeit (bd) zu finden, wenn die erste (ad) und andere Geschwindigkeit (dc) und der Winkel (d) welchen die Directionen beider Kräfte einschließen, bekannt sind, ist diese:

Sinus

Sinus m:ab = Sinus a:bd. und weil ab = dc Sinus m:dc = Sinus a:bd. Das heißt:
Wie sich der Sinus des Winkels, welchen die Direction der ersten Kraft, mit der Linie der dritten Direction einschließet, zu der andern Geschwindigkeit verhält:
Also verhält sich der Sinus des Winkels, welcher entsteht, wenn ich den von den Directionen beider Kräfte eingeschloßenen Winkel, von 180 Grad abziehe, zu der dritten Geschwindigkeit.

Oder auch; Sinus n:ad = Sinus a:bd, und weil n = z Sinus z:ad = Sinus a:bd. Das heißet:
Wie sich der Sinus des Winkels, welchen die Direction der andern Kraft, mit der Linie der dritten Direction einschließet, zu der ersten Geschwindigkeit verhält:
Also verhält sich der Sinus des Winkels, welcher entstehet, wenn ich den, von den Directionen beider Kräfte eingeschloßenen gegebenen Winkel, von 180 Grad abziehe, zu der dritten Geschwindigkeit.
Nur merke man, daß wenn der gegebene eingeschloßene Winkel d ein spitzer Winkel, und also a ein stumpfer Winkel ist, ich anstatt des Sinus des Winkels a, den Sinum des Winkels welcher mit a 180 Grad ausmacht, und folglich den Sinum des eingeschloßenen Winkels selbst nehmen muß. Die Regel heißt alsdenn

Sinus m : dc = Sinus d : bd, und
Sinus z : ad = Sinus d : bd.

§ 45.

Wenn drei oder mehr Kräfte nach verschiedenen Directionen, welche sich nicht entgegen gesetzet sind, zugleich in dem Körper würken: alsdenn darf man nur immer zwo derselben als eine zusammengesetzte Bewegung ansehen; so wird man die Bewegung des Körpers zu bestimmen im Stande sein.

Es treibe die erste Kraft den Körper nach F.17 der Direction ab, mit der Geschwindigkeit ab. Die andere Kraft nach ac mit der Geschwindigkeit ac. Die dritte nach ad mit der Geschwindigkeit ad. Es schließen die Directionen ab und ac den Winkel cab ein. Folglich sollte sich der Körper nach ae mit der Geschwindigkeit ae bewegen. Weil aber noch die dritte Kraft übrig ist, deren Direction ad mit ae den Winkel dae einschließet: so muß sich der Körper nach af mit der Geschwindigkeit af bewegen.

Wenn die Directionen und Geschwindigkeiten, mit welchen 4 Kräfte den Körper zu- F.18 gleich treiben, ab, ac, ad und ae sind: so schließen die Directionen ab und ac den Winkel bac ein. Es sollte sich also der Körper nach af bewegen. Weil er aber auch nach ad getrieben wird, und ad mit af den Winkel fad einschließet: so entstehet hieraus die Bewegung ag. Der Körper wird auch nach ae getrieben. ae schließet mit ag den Winkel gae ein. Es bewegt sich folglich der Körper nach ah mit der Geschwindigkeit ah.

§ 46.

F. 19 Wenn zwo Kräfte den Körper a zugleich nach den Directionen, und mit den Geschwindigkeiten ae und ad bewegen, und ihm da-
§ 33 durch die Direction und Geschwindigkeit ac geben; und eine dritte Kraft gibt ihm in derselben Zeit die Direction und Geschwindigkeit ab welche dc gerade entgegen gesetzt ist: so können wir die beiden ersten Kräfte als eine Kraft ansehen, welche dem Körper die Bewegung ac mittheilet. Und es muß die würkliche Bewegung des Körpers nach den Regeln erfolgen, nach welchen sie bei zwo entgegen gesetzten Kräften erfolget. Ist also die Geschwindigkeit ab der Geschwindigkeit ac gleich: so muß der Kör-
§ 31 per ruhen. Ist ab > ac: so bewegt sich der Körper nach ab mit der Geschwindigkeit ab —
§ 29 ac. Ist ab < ac: so bewegt sich der Körper nach ac mit der Geschwindigkeit ac — ab.

§ 47.

F. 19 Die Geschwindigkeit ab mit welcher der Körper von einer Kraft beweget wird, kan betrachtet werden, als wäre sie entstanden, indem zwo Kräfte den Körper zugleich nach den Directionen und mit den Geschwindigkeiten af und ag getrieben hätten. Wenn also zwo Kräfte den Körper nach ac, und zwo andere nach der entgegen gesetzten Direction bewegen:

so

so ruhet der Körper, wenn die Geschwindigkeit ac, welche die beiden ersten Kräfte in ihm würken, eben so groß ist als die Geschwindigkeit ab, mit welcher er von den beiden anderen Kräften beweget wird. Ist ab > ac: so bewegt sich der Körper nach ab mit der Geschwindigkeit ab -- ac. Wenn ab < ac: so bewegt sich der Körper nach ac mit der Geschwindigkeit ac -- ab.

§ 48.

Die Gesetze nach welchen die Körper einander ihre Bewegung mittheilen, wenn sie sich auf einer horizontalen Fläche bewegen, gehören zu der Lehre von der gleichförmigen Bewegung. Es müßen deswegen hier die Regeln vorgetragen werden, nach welchen die Geschwindigkeit der Körper zu bestimmen ist, welche in ihrem horizontalen Laufe an einander stoßen. Es ist zwar keine völlig gleichförmige Bewegung bei dem horizontalen Laufe der Körper, indem der Wiederstand der Luft, und die Friction des Körpers auf der Fläche, worauf er sich beweget, seine Bewegung nach und nach schwächet, und gar aufhören macht. Aber man kan doch bei den Versuchen mit Kugeln, welche auf einer sehr glatten Fläche laufen, oder an lange Faden hängen, mehrentheils eine gleichförmige Bewegung erhalten. Und je länger, im letzten Fall, die Faden sind, an welchen man die Kugeln befestiget, desto näher kommt die Bewegung des Körpers der geradlinichten Bewegung.

§ 49.

F.20 Wenn ein Körper A also an den Körper B stößet, daß die Directions-Linie von A auf der Fläche cb perpendiculär stehet: so stößt A gerade auf B. Wenn aber die Directions-Linie ac nicht auf der Fläche des Körpers perpendiculär stehet: so stößet A schief auf B. Wir wollen anstatt der beiden Körper die Kugeln A und B setzen. Alle Linien welche perpendiculär auf einer Kugel stehen, gehen, wenn sie verlängert werden, durch den Mittelpunct
F.21 der Kugel. A stößt also gerade auf B, wenn seine verlängerte Directions-Linie durch den Mittelpunct von B gehet. Und wenn die Directions-Linie nicht durch den Mittelpunct von
F.22 B gehet: so ist der Stoß schief.

§ 50.

Wenn eine Kraft nach einer gewissen Direction in einem Körper würket: so muß die Bewegung des Körpers nach der geraden Linie erfolgen, nach welcher die Kraft in dem Kör-
F.21 per würket. Stößt A gerade auf B: so steht seine Directions-Linie perpendiculär auf B. Die Bewegung von B muß folglich nach der Perpendicul-Linie Bd erfolgen, welche die Di-
F.22 rections-Linie von A ist. Stößt A nicht gerade auf B: so kan die Bewegung des Körpers B nicht nach der Directions-Linie des A erfolgen. Denn sonst müßte A den Körper B

mit

mit dem Punct e berühren. Dieses geschiehet aber eben so wenig als A, bei der 20sten Figur, wenn er schief auf die Fläche cb stößet, dieselbe mit dem Punct e berühret. A berühret B bloß mit dem Punct i. Nach welcher Linie muß deswegen die Bewegung von B erfolgen? A würket nicht mit seiner ganzen Kraft in B. Denn die ganze Kraft des Körpers A = Ac ist anzusehen als die Kräfte Af § 32
und fc. Af würket nicht in B, und dadurch kan B nicht in Bewegung gesetzet werden. fc aber würket in B, und A berühret die Fläche des Körpers B mit dem Punct i, welcher nach der Direction der Kraft fc würket. Weil nun die Linie fc auf B perpendiculär stehet: so muß die Bewegung des Körpers B nach der Perpendicul-Linie Bg erfolgen.

Folglich wenn ein Körper an dem andern gerade oder schief anstößt; so geschiehet die Würkung allemahl nach einer Linie, welche auf dem andern Körper perpendiculär stehet; und nach dieser Linie beweget sich der gestoßene Körper.

Wir werden zuerst zeigen, wie die Körper einander ihre Bewegung mittheilen, welche gerade an einander stoßen.

§ 51.

Die Regeln der mitgetheilten Bewegung sind verschieden, wie die Körper, welche an einander stoßen, verschieden sind. Bei allen Körpern geschiehet ein Eindruck der Theile,

 wenn

wenn sie an einander stoßen. Die Lage der Theile wird durch den Stoß verändert. Es sind aber einige Körper, welche die durch den Stoß veränderte Figur nicht behalten, sondern ihre Theile wieder in die vorige Lage setzen; und diese heißen **elastische Körper**. Andere hingegen, welche die durch den Stoß veränderte Figur behalten, und die Theile nicht wieder in die vorige Lage setzen, heißen **nicht elastische oder weiche Körper**. Die Körper, welche die durch den Stoß veränderte Figur zum Theil wieder erlangen, und ihre Theile in etwas wieder in die vorige Lage setzen, sind **unvollkommen elastisch**. Diese sind mehr oder weniger elastisch, nachdem sie einen großen oder kleinen Grad der Federkraft besitzen. Und zu dieser Art gehören alle Körper auf der Welt, weil so wenig vollkommen elastische als vollkommen weiche Körper gefunden werden. Man unterscheidet auch die Körper in Ansehung ihrer Härte. Es ist ein Körper **härter** als der andere, wenn seine Theile von derselben Kraft, weniger eingedrücket werden, als die Theile des andren Körpers. Und ein Körper ist **vollkommen hart**, wenn er von der allergrößten endlichen Kraft, nur einen sehr geringen Eindruck erhält. Es macht aber die Härte keine besondere Arten der Körper, weil alle Körper auf der Welt eine Härte besitzen. Alle harte Körper, auch die vollkommen harten, gehören entweder zu den ela-

stischen,

stischen, oder zu den nicht elastischen, nachdem sie entweder ihre eingedruckten Theile wieder in die vorige Lage versetzen, oder nicht.

Diese Erklärungen giebt der große Euler de communicatione motus in collisione corporum. Tom. V. Comment. Acad. Scient. Petrop.

§ 52.

Wenn vollkommen weiche Körper gerade an einander stoßen: so drücket A die Theile des B ein. B wiederstehet der Handlung und drücket also die Theile des A ein. Ist nun die ganze Bewegung der Körper nicht größer als die Kraft, welche angewendet wird, ihre Theile außer der rechten Lage zu bringen: so höret die Bewegung gar auf. Ist aber die Bewegung größer als die Kraft, womit sie ihre Theile eindrücken: so geschiehet die Bewegung nach dem Stoße nach der Direction desjenigen Körpers, dessen Kraft die größte ist. F. 23

Wenn vollkommen elastische Körper an einander stoßen: so drücken sie ebenfalls ihre Theile zusammen. Aber sie setzen die Theile mit eben solcher Kraft wieder in die vorige Lage, als mit welcher sie zusammen gedrücket sind. Und dadurch werden die Körper von einander getrieben. So groß also der Stoß der Körper A und B auf einander ist, so sehr werden die Theile beider Körper eingedrücket. Da sie sich aber wieder in die vorige völlige Lage versetzen; so wird dem Körper B dadurch eine solche Bewegung nach Be gegeben, welche dem Stoße gleich ist. Und der Körper A wird so sehr nach d getrieben, oder wenigstens wird dessen Bewegung nach Ae, um so viel vermindert als die Größe des Stoßes beträgt.

Wenn unvollkommen elastische Körper an einander stoßen: so ist ihre Kraft die Theile wieder in die vorige Lage zu setzen, kleiner als die Kraft, welche ihre Theile zusammen gedrücket hat. Die Federkraft giebt also zwar dem B eine neue Geschwindigkeit nach e, und vermindert die Geschwindigkeit des Körpers A nach e, und treibet also beide Körper von einander. Aber diese Kraft, durch welche die Körper von einander getrieben werden, ist geringer als der Stoß, und deswegen werden A und B weniger von einander getrieben, als sie durch den Stoß zusammengedrücket sind.

§ 53.

F.23 Wenn zween weiche Körper A und B gerade an einander stoßen: so ist vor dem Stoße die Summe der Bewegungen nach einer Direction, eben so groß als die Summe der Bewegungen nach eben der Direction, nach dem Stoße ist.

Denn wenn A nach der Direction de an B stößt; so würket er in B, und treibt ihn nach de. In jedem Augenblicke da A in B würket, erhält B einen neuen Grad der Bewegung nach de. B würket eben so stark wieder in A, mithin entzieht er dem A, in jedem Augenblicke

der

der Würkung, einen neuen Grad der Bewegung nach de. Es ist deswegen der Grad der Bewegung nach de, welcher dem Körper B in jedem Augenblicke beigebracht wird, demjenigen gleich, welcher dem Körper A in eben dem Augenblicke entzogen wird. Es bleibet also die Summe der Bewegungen beider Körper nach der Direction de immer gleich; und sie ist nach dem Stoße so groß, als sie vor dem Stoße gewesen ist.

Wir wollen die ganze Bewegung der beiden Körper A und B nach der Direction de, vor dem Stoße M nennen, und nach dem Stoße m; die Geschwindigkeit des Körpers A vor dem Stoße C, nach dem Stoße x; und die Geschwindigkeit des Körpers B vor dem Stoße c, und nach dem Stoße y.

§ 54.

Körper welche nicht elastisch sind, bewegen sich nach dem Stoße, mit gleicher Geschwindigkeit nach einerlei Direction.

Wenn A durch den Stoß in B würket: so nimmt, so lange die Würkung dauret, die Bewegung des A ab, wie die Bewegung des B zunimmt. Die Bewegung eines jeden Körpers ist das Product aus seiner Masse in seine Geschwindigkeit. Da dieses Product bei A abnehmen und bei B wachsen soll, die Massen der Körper aber unverändert bleiben: so muß nothwendig die Geschwindigkeit nach e bei A abnehmen, wie die Geschwindigkeit nach e bei B zunimmt. So bald die Geschwindigkeiten beider Körper gleich sind: so höret die Würkung des Stoßes auf, weil sonst der langsamere Körper A den geschwindern forttreiben müßte; welches unmöglich. Es müssen sich also beide Körper mit gleicher Geschwindigkeit bewegen, und es ist x = y.

§ 55.

Wenn A an B stößt: so nimmt die Geschwin-
§ 54 digkeit C so lange ab, bis sich A und B mit gleicher Geschwindigkeit bewegen. Es ist also die Geschwindigkeit des Körpers A nach dem Stoße allezeit kleiner als sie vor dem Stoße gewesen ist. Und die Geschwindigkeit des Körpers A wird so viel vermindert, bis die Geschwindigkeit x, mit welcher sich beide Körper nach dem Stoß bewegen, übrig bleibt. Deswegen ist die Geschwindigkeit, welche dem A durch den Stoß entzogen wird, jederzeit = C-x.

§ 56.

Man findet die Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoße, wenn man die Summe der Bewegungen vor dem Stoße durch die Summe der Massen der bewegten Körper theilet.

Denn: die Sum̃e der Bewegungen vor dem Stoße ist der Summe der Bewegungen nach
§ 53 dem Stoße gleich. Nun ist die Summe der Bewegungen nach dem Stoße, die Summe des Products aus der Masse des Körpers A in seine Geschwindigkeit, und des Products aus der Masse des Körpers B in seine Ge-
§ 19 schwindigkeit. Und die Geschwindigkeiten der

Körper

Körper A und B sind nach dem Stoße gleich. § 54
Folglich ist die Summe der Bewegungen nach dem Stoße, das Product aus der Summe der Massen A und B in die Geschwindigkeit nach dem Stoße. Wenn man also die Summe der Bewegungen vor dem Stoße, durch die Summe der Massen beider Körper dividiret: so erhält man die Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoße.

Es wird dieser Beweis leichter, wenn man ihn durch Buchstaben ausdrücket

$$M = m$$

nun ist $m = Ax + By$, und weil $x = y$

so ist $m = Ax + Bx = (A + B)\,x$.

folglich $M = (A + B)\,x$ und $\frac{M}{A+B} = x$.

§ 57.

Die Massen der Körper nehmen wir als bekannt an. Wenn wir also die Summe der Bewegungen vor dem Stoße bestimmet haben: so können wir durch Hülfe des vorhergehenden §, die Geschwindigkeit nach dem Stoße leicht finden. Diese Summe der Bewegungen vor dem Stoße zu finden, lehret uns der berühmte Segner in dem 463 § seiner Naturlehre. Wir wollen der Regel folgen, welche er hier in vollkommnen Lichte setzet.

Wir nehmen an, daß A in seiner Bewegung nach de an B stößet. Es ist also die Summe der Bewegungen vor dem Stoße, das Product aus der Masse A, und der Geschwin- F. 23

digkeit mit welcher A nach de gehet, zu dem Product aus der Masse B und der Geschwindigkeit mit welcher B nach de gehet, addiret. Der Körper B kan vor dem Stoße entweder ruhen; oder sich nach der Direction de mit einer kleinern Geschwindigkeit als A bewegen; (denn wäre seine Geschwindigkeit nach eben der Direction größer, oder nur eben so groß als die Geschwindigkeit des A, so könnten die Körper nicht an einander stoßen) oder B kan sich auch nach der entgegengesetzten Direction ed bewegen. 1) Wenn sich A allein nach de beweget, und B ruhet: so machet die Bewegung des Körpers A, vor dem Stoße allein die Summe der Bewegungen aus. Und nach dem Stoße gehen A und B nach der Direction de mit einer Geschwindigkeit, welche dem Qwoto gleich ist, welchen ich durch die Division der Summe der Massen in die Bewegung A bekomme. $M = AC$ und $x = \frac{AC}{A+B}$.

2) Beweget sich B vor dem Stoße auch nach der Direction de: so muß man diese Bewegung zu der Bewegung des Körpers A addiren, wenn man die Summe der Bewegungen vor dem Stoße haben will. Und die Geschwindigkeit mit welcher beide Körper nach dem Stoße nach de gehen, ist gleich dem Qwoto, welchen man durch die Division der Summe der Massen, in die Summe der Bewegungen beider Körper vor dem Stoße, erhält.

M =

$M = AC + Bc$, und $x = \frac{AC + Bc}{A + B}$.

3) Wenn sich aber A nach de und B nach ed beweget: so erhält man nicht durch die Addition dieser Bewegungen, die ganze Bewegung mit welcher beide Körper vor dem Stoß nach de gehen. Denn B beweget sich keinesweges nach de, sondern er vermindert vielmehr die Bewegung mit welcher beide Körper zusammen nach de gehen, indem er sich nach der gerade entgegengesetzten Direction ed beweget. Man muß also hier die kleine Bewegung von der größern abziehen, wenn man die ganze Bewegung vor dem Stoße wissen will. Und die Geschwindigkeit, mit welcher (wenn B die kleineste Bewegung hat) beide Körper nach dem Stoße nach de gehen, ist gleich dem Qwotienten, welcher durch die Division der Summe der Massen, in die Differenz der Bewegungen beider Körper entstehet. $M = AC - Bc$. $x = \frac{AC - Bc}{A + B}$.

§ 58.

Wir wollen setzen, daß zween weiche Körper A und B gerade an einander stoßen. Wenn beide Körper **gleiche Massen** haben, und B ruhet vor dem Stoße: so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoße halb so groß als die Geschwindigkeit des Körpers A vor dem Stoße.

Denn $M = AC$ und $x = \frac{AC}{A + B}$. Da nun $A = B$ so ist $x = \frac{AC}{2A} = \frac{C}{2}$.

Wir

Wir können die Massen beider Körper durch 1 ausdrücken. $A = 1$ $B = 1$. Es sei C die Geschwindigkeit mit welcher sich A gegen B beweget $= 4$, so ist M die ganze Bewegung nach de vor dem Stoße $= 1 \times 4 = 4$. Wird diese Bewegung durch die Summe der Massen getheilet: so entstehet die Geschwindigkeit nach dem Stoße. Die Summe der Massen $A + B$ ist $= 2$. Folglich ist x die Geschwindigkeit nach dem Stoße $= \frac{4}{2} = 2$. Und diese Größe ist die Helfte von C.

§ 59.

Wenn A und B gleiche Massen haben, und sich vor dem Stoße nach einerlei Direction bewegen: so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoße so groß, als die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoße, oder sie ist die mittlere arithmetische Proportional-Zahl der Geschwindigkeiten mit welchen sich A und B vor dem Stoße bewegen.

§ 57 n. 2. Denn $M = AC + Bc$ und $x = \frac{AC + Bc}{A + B}$. Da nun $A = B$: so ist $x = \frac{AC + Bc}{2A} = \frac{A(C + c)}{2A} = \frac{C + c}{2}$.

Es sei $A = 1$ $B = 1$ $C = 4$ $c = 2$: so ist $M = 4 \times 1 + 2 \times 1 = 6$ und $x = \frac{6}{2} = 3$. Diese Größe 3 ist die mittlere Proportional-Zahl von C und c, weil $4:3 = 3:2$.

§ 60.

Wenn diese beide Körper von gleicher Masse, sich nach entgegen gesetzten Directionen

mit

mit gleicher Geschwindigkeit bewegen: so ruhen sie nach dem Stoße.

$M = AC - Bc$. Da nun $A = B$ und $C = c$, § 57 n. 3. so ist $M = 0$ und $\frac{AC - Bc}{A + B} = C - c = 0$. Es hat also x gar keine Größe.

Wenn $A = 1$ $B = 1$ $C = 2$ $c = 2$: so ist die Bewegung nach ed so groß als nach de. Wird jene von dieser abgezogen: so bleibt gar keine Größe übrig. Es kan also auch keine Bewegung nach dem Stoße sein, weil $2 - 2$ nicht durch die Summe der Massen gemessen werden kan.

§ 61.

Bewegen sich aber A und B mit ungleichen Geschwindigkeiten nach entgegen gesetzten Directionen: so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoß, der halben Differenz der Geschwindigkeiten vor dem Stoße gleich.

$M = AC - Bc$. $x = \frac{AC - Bc}{A + B}$. Weil $A = B$ so ist $x = \frac{A(C - c)}{2A} = \frac{C - c}{2}$.

Wenn $C = 6$ $c = 2$, so ist $M = 6 \times 1 - 2 \times 1 = 4$. $x = \frac{4}{2} = 2$.

Mit dieser Geschwindigkeit gehen beide Körper nach de, weil wir dem Körper A vor dem Stoße die größte Geschwindigkeit beigeleget haben.

§ 62.

Wir wollen annehmen, daß die Massen

der Körper ungleich sind, und daß der kleine Körper B vor dem Stoße ruhe. Alsdenn ist die Geschwindigkeit nach dem Stoße kleiner als die Geschwindigkeit des Körpers A vor dem Stoße, doch übertrift sie allezeit die Helfte dieser Geschwindigkeit.

$M = AC$ und $x = \frac{AC}{A+B}$. Wäre $A + B = A$ so wäre $x = \frac{AC}{A} = C$. Da aber $A + B > A$ so ist $x < C$. Und dieses findet in allen Fällen statt, wo nicht B in Ansehung A sehr klein ist. In diesem Falle allein wird $A + B = A$ angenommen, es ist also $x = \frac{AC}{A} = C$. Die Körper bewegen sich nach dem Stoße so geschwinde als sich A vor dem Stoße beweget hat. 2) Wir nehmen an, daß $B < A$, folglich $A + B < 2A$. Da nun $\frac{AC}{2A} = \frac{C}{2}$, so ist nothwendig $\frac{AC}{A+B} > \frac{C}{2}$. Weil der Divisor kleiner ist muß der Qwotus größer sein. Es ist also auch $x > \frac{C}{2}$.

Die Größe von x beruhet derowegen auf das Verhältniß welches B gegen A hat. Je geringer der Unterscheid der beiden Maßen ist, desto weniger übertrift x die Helfte von C. Je größer der Unterscheid der Maßen ist, desto näher komt x der ganzen Geschwindigkeit C. Und wie sich die Summe der Massen, zu

der

der Masse A verhält, also verhält sich die Geschwindigkeit C zu x. Denn $A+B:A=C:\frac{AC}{A+B}$. Da nun $x=\frac{AC}{A+B}$ so ist $A+B:A=C:x$.

Es sei $A=8$ $C=5$ $B=1$. Und es ist $M=8\times5=40$, $x=\frac{40}{9}=4\frac{4}{9}$. Weil der Unterscheid der Massen sehr groß ist: so ist beinahe $x=C$. Es bleibe $A=8$ $C=5$ und es sei $B=7$. M ist $=40$ und $x=\frac{40}{15}=2\frac{2}{3}$. Weil der Unterscheid der Massen sehr geringe ist: so ist x nur um ein sehr weniges, nehmlich um $\frac{1}{6}$ größer als die Helfte von C.

§ 63.

Wenn aber der Körper B welcher vor dem Stoße ruhet, größer ist, als der sich bewegende A: so nimmt die Geschwindigkeit nach dem Stoße ab, wie der Unterscheid der Massen beider Körper wächst. Ist B in Ansehung A sehr groß: so ist nach dem Stoße gar keine Bewegung zu spüren.

Weil $M=AC$ und $x=\frac{AC}{A+B}$, so ist $A+B:A=C:x$. Je kleiner der Unterscheid der Massen ist, desto näher kommt A der Helfte von $A+B$. Desto näher kommt also auch x der Helfte von C. x kan aber nie so groß sein als $\frac{C}{2}$ weil $A<B$. Je größer der Unterscheid der Massen ist, eine desto geringere Größe hat A in Ansehung $A+B$, und folglich x in Ansehung C. Wie also der Unterschied der Mas-

sen wächst, also nimmt die Geschwindigkeit nach dem Stoße ab. Wenn nun B in Ansehung A sehr groß ist: so kan A mit $A + B$, und also auch x mit C in gar keiner Vergleichung kommen. Die Geschwindigkeit nach dem Stoße ist alsdenn so klein, daß sie gar nicht kan bemerket werden.

Es sei $A = 1$. $C = 4$. $B = 2$ und es ist $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. x ist wenig kleiner als $\frac{C}{2}$ weil der Unterscheid der Massen sehr geringe ist. Man setze B sei $= 19$, und es ist $x = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$. Hier ist x zwanzig mahl kleiner als C, weil der Unterscheid der Massen groß ist.

§ 64.

Wenn ein weicher Körper an eine unbewegliche Fläche stößt: so stößt er an einen ruhenden Körper, dessen Masse in Ansehung seiner Masse unendlich groß ist. Nach dem Stoße muß also die Bewegung des Körpers gänzlich aufhören.

§ 65.

Sind **beide** Körper vor dem Stoß in Bewegung und zwar also, daß sie nach einer **Direction** gehen; und der Körper A welcher die **größte** Geschwindigkeit hat, hat auch eine **größere Masse** als B: so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoß größer als die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Und je größer der Unterscheid der Massen beider Körper ist; desto näher kommt die Geschwindigkeit nach dem Stoße, der Geschwindigkeit mit welcher sich A allein vor dem Stoße bewegete.

$M = AC + Bc$ und $x = \frac{AC + Bc}{A + B}$. Da beide Körper sich nach dem Stoße mit gleicher Geschwindigkeit bewegen; so muß x nothwendig § 54
größer als c und kleiner als C sein. Hätten die Körper gleiche Massen, und wäre $A = B$: so wäre $\frac{AC + Bc}{A + B} = \frac{A(C + c)}{2A} = \frac{C + c}{2}$. Da aber $A > B$ und also $A + B < 2A$, und je kleiner der Divisor ist, desto größer der Qwotient ist: so ist auch $\frac{AC + Bc}{A + B} > \frac{C + c}{2}$. x ist größer als die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Je mehr $A + B$ kleiner ist als $2A$, oder je größer der Unterscheid der Massen ist; desto mehr übertrift x die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß, und desto näher kommt sie der Geschwindigkeit C.

Es sei $C : c = 3 : 1$ und also $\frac{C + c}{2} = 2$. Wenn $A : B = 2 : 1$, so ist $M = 6 + 1 = 7$ und $x = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$. Wenn $A : B = 4 : 1$; so ist $M = 13$ und $x = \frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$. Ist $A : B = 8 : 1$; so ist M 25 und $x = \frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$. Alle diese Zahlen welche die Größe x ausdrücken, sind zwar größer als 2, aber geringer als 3. Sie kommen indeß dieser Zahl immer näher, wie der Unterscheid der Massen wächst. Wenn nun $A : B =$

100 : 1 so ist $M = 301$ und $x = \frac{301}{101} = 2\frac{99}{101}$. Dieser Bruch ist fast gar nicht von der ganzen Zahl unterschieden, deswegen ist x anzusehen als $3 = C$. Wenn also der Unterscheid der Massen sehr groß ist: so verlieret A durch den Stoß nichts von seiner Geschwindigkeit, und mit eben dieser Geschwindigkeit gehet auch B zugleich nach de.

§ 66.

Hat der Körper A welcher sich vor dem Stoße mit der **größeren Geschwindigkeit** beweget, eine **kleinere Masse** als B: so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoß kleiner als die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoße. Und je größer der Unterscheid der beiden Massen ist, desto näher kommt die Geschwindigkeit nach dem Stoße, der Geschwindigkeit mit welcher sich B vor dem Stoße beweget.

Es ist $M = AC + Bc$ und $x = \frac{AC + Bc}{A + B}$. Wäre $A = B$ so wäre $\frac{AC + Bc}{A + B} = \frac{A(C + c)}{2A} = \frac{C + c}{2}$.

Da aber $A < B$ und also $A + B > 2A$, so ist $\frac{AC + Bc}{A + B} < \frac{C + c}{2}$, x ist kleiner als die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Je mehr $A + B$ größer ist als $2A$, oder je größer der Unterscheid der Massen ist; desto mehr ist x kleiner als die halbe Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß, und desto

weniger

weniger ist x größer als c. Wir wollen das Verhältniß $C:c = 3:1$ und $\frac{C+c}{2} = 2$ behalten. Es sei $A:B = 1:2$, alsdenn ist $M = 3 + 2 = 5$, und $x = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Wenn $A:B = 1:4$, so ist $M = 7$ und $x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$. Ist $A:B = 1:8$, so ist $M = 11$, und $x = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$. Die Zahlen welche die Größe x ausdrücken, sind kleiner als 2 aber größer als 1. Je größer der Unterscheid der Massen ist, desto kleiner ist x und desto näher kommt dieselbe der Geschwindigkeit des Körpers B. Wenn $A:B = 1:100$, so ist $M = 103$ und $x = \frac{103}{101} = 1\frac{2}{101}$. Da dieser Bruch gar nicht zu rechnen ist: so ist x anzusehen als $1 = c$. Wenn B in Ansehung A sehr groß ist: so verlieret A seine ganze Geschwindigkeit, und beweget sich eben so langsam als B nach der Direction de.

§ 67.

Wenn beide Körper von ungleicher Masse, mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzten Directionen gerade auf einander stoßen: so verhält sich die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße, zu der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit vor dem Stoße, wie der Unterscheid der Massen zu ihrer Summe. Man findet deswegen die Geschwindigkeit nach dem Stoße, wenn man das Factum aus der Geschwindigkeit eines Körpers und dem Unterscheid der Massen, durch die Summe der Massen dividiret.

Wenn A die größeste Masse hat: so ist M oder die Bewegung nach de = AC − Bc und $x = \frac{AC - Bc}{A + B}$. Weil C = c, so ist $x = \frac{(A - B)C}{A + B}$. Es verhält sich aber $A + B : A - B = C : \frac{(A - B)C}{A + B}$, indem die Facta der mittleren und äußeren Glieder gleiche Größe haben. Folglich auch $A + B : A - B = C : x$, und die Bewegung beider Körper geschiehet nach de. Es sei $A = 8$, $B = 4$, $C = c = 6$. So ist M $= 48 - 24 = 24$ $x = \frac{24}{12} = 2$. Dieser Qwotient ist das vierte Glied in der Proportion $8 + 4 : 8 - 4 = 6 : 2$.

Wenn der Unterscheid der Massen sehr groß ist, oder B in Ansehung A fast gar keine Größe hat: so geschiehet die Bewegung nach de beinahe mit der ganzen Geschwindigkeit, welche die Körper vor dem Stoße hatten. Denn in diesem Fall ist A − B nicht kleiner, und A + B nicht größer als A. An statt der Proportion $A + B : A - B = C : x$ kan man also setzen $A : A = C : x$, das ist $C = x$. Es sei $A : B = 50 : 1$ und $C = 2$, so ist $x = \frac{98}{51} = 1\frac{47}{51} = 2$. Ist der Unterscheid der Massen sehr klein; so ist nach dem Stoße fast gar keine Bewegung zu spüren, weil Körper von gleicher Masse, welche mit gleicher Geschwindigkeit gerade auf einander
§ 60 stoßen, nach dem Stoße ruhen.

Es ist sehr leicht diese Sätze also zu verändern, daß man x wisse, wenn B die größte

Masse

Masse hat. M oder die Bewegung nach ed ist $=Bc - AC$ und $x = \frac{(B-A)C}{B+A}$ mit welcher Geschwindigkeit beide Körper nach ed gehen.

§ 68.

Stoßen diese Körper mit ungleicher Geschwindigkeit gerade auf einander; und die Geschwindigkeit des größeren Körpers A ist auch größer als die Geschwindigkeit des Körpers B welcher eine geringere Masse hat: so ist die Geschwindigkeit nach dem Stoße größer als die halbe Differenz der Geschwindigkeiten vor dem Stoße. Und je größer der Unterscheid der Massen beider Körper ist, desto näher kommt die Geschwindigkeit nach dem Stoße der Geschwindigkeit des größeren Körpers.

Es ist $x = \frac{AC - Bc}{A+B}$.

Wenn $A = B$ und $C > c$ wären: so würde $\frac{AC - Bc}{A+B} = \frac{A(C-c)}{2A} = \frac{C-c}{2}$ sein.

Weil aber B kleiner ist als A, so ist nicht nur $AC - Bc > A(C-c)$ sondern auch $A + B < 2A$. Wo das Dividendum größer, und der Divisor kleiner ist, da muß nothwendig ein größerer Qwotient entstehen. Es ist also $x > \frac{C-c}{2}$ Es sei $A:B = 2:1$. $C:c = 3:2$ und also $\frac{C-c}{2} = \frac{1}{2}$. M ist $6 - 2 = 4$ und $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$, welches größer als $\frac{1}{2}$. Je größer der Unterscheid der Massen ist, desto größer ist x, und desto weniger verlieret A von seiner Geschwindigkeit. Wenn A in Ansehung des B sehr groß ist, so ist AC--Bc als $= AC$ und $A + B = A$ anzusehen. x ist folglich $= \frac{AC}{A} = C$.

§ 69.

Wenn aber die Geschwindigkeit des **kleineren Körpers** B, **größer** ist als die Geschwindigkeit des Körpers A, welcher die größere Masse hat, und die Geschwindigkeiten der Körper sich verhalten wie die verkehrten Massen: so ruhen beide Körper nach dem Stoße.

Weil $C:c = B:A$, so ist $AC = Bc$ und $AC - Bc = 0$ folglich

$$\frac{AC - Bc}{A + B} = C - C = 0.$$

Wenn $A:B = 2:1$ und $C:c = 2:4$ so ist $M = 4 - 4 = 0$ folglich auch $x = 0$.

§ 70.

F. 23 Wenn die **vollkommen elastischen** Körper A und B an einander stoßen: so wird ihr Elater so lange zusammen gedrücket, als die Körper von dem Stoße zusammen gedrücket werden. Durch den Stoß werden die Körper so lange zusammen gedrücket, bis sich beide mit gleicher Geschwindigkeit nach einer Direction bewegen, Denn wenn die Geschwindigkeit des Körpers B nach de so viel vermehret, und die Geschwindigkeit des Körpers A nach eben

dieser

dieser Direction so viel vermindert worden ist, daß die Geschwindigkeiten beider Körper gleich sind: so müssen sie aufhören durch den Stoß in einander zu würken. Und sie würden sich § 54
beide mit gleicher Geschwindigkeit nach e bewegen, wenn sie keine Federkraft hätten. Da sie aber vollkommen elastisch sind: so werden die durch den Stoß zusammen gedruckten Theile wieder in die vorige Lage gesetzet. Hiedurch § 51
wird die Bewegung des Körpers B nach de aufs neue vermehret, und die Bewegung des Körpers A nach eben der Direction aufs neue gemindert. Die Körper werden folglich von einander getrieben. Weil nun bei vollkommen elastischen Körpern, die Kraft welche die Theile wieder in die vorige Lage bringet, dem Drucke welcher sie aus ihrer Lage gebracht hat, vollkommen gleich ist: so muß auch die Federkraft eben eine solche Veränderung der Geschwindigkeit der Körper hervorbringen, als der Druck gemacht hat. Es wird folglich von dieser Kraft die Geschwindigkeit des Körpers B nach de so stark vermehret, als sie durch den Druck der an einander stoßenden Körper ist vermehret worden. Und die Geschwindigkeit des Körpers A nach de wird durch dieselbe so stark vermindert, als sie vorhero vermindert ist, indem die beiden Körper einander zusammen drückten. Die elastische Kraft treibt also die Körper eben so stark von einander, als sie durch den Stoß zusammen gedrucket sind.

§ 71.

Da die elastische Kraft bei diesen Körpern eine eben so große Veränderung der Geschwindigkeit würket, als der Druck gewürket hat; da diese Kraft machet, daß die Geschwindigkeit nach der Direction de, bei dem Körper B so sehr vermehret, und bei A so stark vermindert wird, als durch den Stoß jene vermehret und diese vermindert worden ist: so kan man leicht aus den Regeln, nach welchen weiche Körper sich bewegen, wenn sie an einander gestoßen sind, die Geschwindigkeit der vollkommen elastischen Körper A und B finden. Man darf nur suchen, wie viel Grade der Geschwindigkeit A durch den Stoß verlohren hat, und seine Geschwindigkeit noch um eben so viele Grade vermindern: so ist der Ueberrest die Geschwindigkeit nach de, nach dem Stoße. Bei dem Körper B muß man suchen mit wie viel Graden der Geschwindigkeit, seine Bewegung nach de durch den Stoß ist vermehret worden; und dieser vermehrten Geschwindigkeit noch eben so viele neue Grade zu setzen: die Summe ist die ganze Geschwindigkeit mit welcher sich B
§59 nach de beweget. Z. E. Wenn $A = B$ und $C : c = 4 : 2$, so ist $x = 3$, wenn die Körper nicht elastisch sind. A hat einen Grad der Geschwindigkeit verlohren, und dem Körper B ist ein Grad der Geschwindigkeit zugesetzet worden. Weil sie elastisch sind: so wird dem Körper B noch ein Grad der Geschwindigkeit gegeben,

geben, und er bewegt sich mit der Geschwindigkeit 4. Dem Körper A wird noch ein Grad der Geschwindigkeit entzogen, und er beweget sich mit der Geschwindigkeit 2 nach de.

Weil wir die Geschwindigkeiten beider Körper durch allgemeine Regeln ausdrücken wollen: so wollen wir suchen dieselben aus einem anderen Grunde zu bestimmen.

§ 72.

Wenn die Geschwindigkeit, welche der Körper A durch den Stoß verlieret, größer ist als die Helfte der Geschwindigkeit mit welcher er sich nach de bewegete: so muß sich A nach dem Stoß zurück nach ed bewegen.

Denn es wird dem Körper durch die elastische Kraft eben so vieles von seiner Geschwindigkeit nach de entzogen, als er durch den Stoß verlohren hat. Hat nun A durch den § 70
Stoß mehr als $\frac{1}{2}$ C verlohren: so verlieret er, weil er elastisch ist, nicht nur die ganze Geschwindigkeit nach de; sondern noch mehreres. Seine Geschwindigkeit wird also — C. Das heißt, er beweget sich zurück nach der entgegen gesetzten Direction ed.

Gesetzt es sollen sich A und B deren Massen gleich sind, nach entgegen gesetzten Richtungen bewegen, A nach de mit der Geschwindigkeit 6, B nach ed mit der Geschwindigkeit 2. Es ist alsdenn 2 die Geschwindigkeit mit welcher sich beide nach dem Stoß nach de bewegen, wenn sie nicht elastisch sind. Die Ge- § 61
schwindigkeit welche A durch den Stoß verloh- § 55
ren

ren hat, ist 6 — 2 = 4. Da er nun noch 4 verlieret, weil er elastisch ist; so bleibt seine Geschwindigkeit nach de = 6 — 8 = 2, das ist, er beweget sich mit der Geschwindigkeit 2 zurück nach ed.

§ 73.

Man lasse eine elastische Kugel D, mit 3 Graden der Geschwindigkeit an eine andere Kugel E = 5D, welche ruhet, gerade anstoßen. E wird sich mit einem Grade der Geschwindigkeit fortbewegen, und D mit 2 Graden zurücke gehen. Man lasse D mit diesen 2 Graden der Geschwindigkeit an F = 3D anstoßen. F wird sich mit 1 Grade der Geschwindigkeit fortbewegen, und A mit 1 Grade zurücke gehen. Stößt D ferner mit diesem einen Grade der Geschwindigkeit an G = D, so gehet G mit einem Grade der Geschwindigkeit fort, und D ruhet nach dem Stoße.

Bei dem ersten Anstoß war die Masse D = 1, das Quadrat seiner Geschwindigkeit = 9, und das Product aus diesen beiden auch = 9. E ruhete, und also hatte das Product aus seiner Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit keine Größe. Wolte man diese beide Producte addiren: so bliebe die Summe = 9. Nach dem Stoße war das Product aus der Masse D und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit = 1 × 4 = 4. Das Product aus der Masse E und dem Quadrate seiner Geschwindigkeit = 5 × 1 = 5. Die Summe dieser Producte ist = 9

und

und der Summe vor dem Stoße gleich. Bei dem zweiten Stoß ist das Product aus der Masse D in das Qvadrat seiner Geschwindigkeit $=1 \times 4=4$. Da das Factum aus der Masse F und dem Qvadrate seiner Geschwindigkeit keine Größe hat: so bleibt die Summe dieser Producte $=4$. Nach dem Stoße ist das Factum der Masse D und des Qvadrats seiner Geschwindigkeit $=1 \times 1=1$, und das Factum der Masse F und des Qvadrats der Geschwindigkeit $=3 \times 1=3$. Die Summe dieser Factorum ist $=4$, und der Summe vor dem Stoße gleich. Bei dem dritten Stoß, ist das Factum aus der Masse D und dem Qvadrate der Geschwindigkeit $=1$. Das Factum aus der Masse G und dem Qvadrate der Geschwindigkeit hat keine Größe. Die Summe dieser Producte bleibt $=1$. Nach dem Stoße ruhet D. Das Factum aus der Masse und dem Qvadrate der Geschwindigkeit ist also bei D $=0$ und bei G $=1$. Die Summe dieser Factorum bleibt $=1$ und der Summe vor dem Stoße gleich.

Man addire ferner die Producte aus den Massen der Kugeln E, F, G in die Qvadrate ihrer Geschwindigkeiten nach dem Stoße $5+3+1$, zu dem Facto aus der Masse D in das Qvadrat seiner Geschwindigkeit nach dem Stoße $=0$. Die Summe 9 ist eben so groß, als die Summe des Products aus der Masse und dem Qvadrat der Geschwindigkeit D vor dem Stoße

$=9$.

=9, und der Producten der Massen E, F, G in die Qvadrate ihrer Geschwindigkeiten vor dem Stoß =0.

Diese Erfahrung lehret, daß wenn elastische Körper an einander stoßen, und man vor dem Stoße die Masse eines jeden Körpers mit dem Qvadrate seiner Geschwindigkeit multipliciret, und die Summe dieser Producte nimmt; eben diese Summe erhalten werde, wenn nach dem Stoße die Producte aus der Masse und dem Qvadrate der Geschwindigkeit eines jeglichen Körpers addiret werden. Man verändere die Versuche des Anstoßes der elastischen Körper wie man will, und es wird allezeit diese Regel gewiß bleiben.

Es ist zu merken, daß es nicht nöthig sey, hier, wie § 53. 57. geschiehet, auf die Direction zu sehen, nach welcher sich die elastischen Körper vor und nach dem Stoß bewegen.

§ 74.

Wenn also 2 elastische Körper an einander stoßen, deren Massen A und B; die Geschwindigkeiten vor dem Stoße C und c; die Geschwindigkeiten nach dem Stoße x und y sind: so ist $AC^2 + Bc^2 = Ax^2 + By^2$. Aus dieser Aeqvation können wir x und y die Geschwindigkeiten der Körper nach dem Stoße finden.

§ 75.

Man setze, daß die Bewegung und der Anstoß der Kugeln A und B, in einem beweglichen

chen Raum, zum Exempel in einem Schiffe geschehe, welches sich mit einer sehr kleinen Geschwindigkeit dv, nach der Gegend beweget, nach welcher die Kugel A gehet. Wenn nun beide Kugeln sich nach einer Direction bewegen, nach welcher sich das Schiff auch beweget: so werden von einem unbeweglichen Orte, als das Ufer des Flußes ist, auf welchem das Schiff fortgehet, die Kugeln A und B scheinen beweget zu werden, vor dem Stoße mit den Geschwindigkeiten $C + dv$ und $c + dv$; nach dem Stoße mit den Geschwindigkeiten $x + dv$ und $y + dv$. Setzen wir nun diese Geschwindigkeiten, anstatt der Geschwindigkeiten C, c, x, y: so ist das Factum aus der Masse A, und dem Qvadrate der Geschwindigkeit $C + dv$, zu dem Facto aus der Masse B und dem Qvadrate von $c + dv$ addiret, eben so groß, als die Summe des Products aus A in das Qvadrat von $x + dv$, und des Products aus B in das Qvadrat von $y + dv$. Es ist also $AC^2 + 2ACdv + Adv^2 + Bc^2 + 2Bcdv + Bdv^2 = Ax^2 + 2Axdv + Adv^2 + By^2 + 2Bydv + Bdv^2$. Nehmen wir von dieser Aeqvation, die gleichen Größen $Adv^2 + Bdv^2$ weg: so ist $AC^2 + 2ACdv + Bc^2 + 2Bcdv = Ax^2 + 2Axdv + By^2 + 2Bydv$. Da nach dem vorhergehenden § 74 $AC^2 + Bc^2 = Ax^2 + By^2$: so kan auch diese Gleichung von jener abgezogen werden, und es bleibet $2ACdv + 2Bcdv = 2Axdv + 2Bydv$. Wird diese mit 2dv gemessen: so ist $AC + Bc = Ax + By$, woraus durch die Versetzung

der

der Glieder entstehet $AC - Ax = By - Bc$.

Weil $AC^2 + Bc^2 = Ax^2 + By^2$: so ist auch $AC^2 - Ax^2 = By^2 - Bc^2$,

und $$\frac{AC^2 - Ax^2}{AC - Ax} = \frac{By^2 - Bc^2}{By - Bc},$$

folglich $C + x = y + c$.

Da $C + x = y + c$, so ist, wenn ich c subtrahire $y = C - c + x$. Wird $C - c + x$ an statt y in der Gleichung $AC + Bc = Ax + By$ gesetzet: so ist $AC + Bc = BC - Bc + Bx + Ax$. Wenn hiervon $BC - Bc$ abgezogen wird: so ist $AC - BC + 2Bc = Bx + Ax$ und

folglich $$\frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} = x,$$

welches die Geschwindigkeit des Körpers A nach dem Stoße ist.

Es ist $C + x = y + c$, und also $c - C + y = x$. Setze ich $c - C + y$ anstatt x, in der Gleichung $AC + Bc = Ax + By$: so ist $AC + Bc = Ac - AC + Ay + By$. Wenn hiervon $Ac - AC$ abgezogen wird: so ist $2AC - Ac + Bc = Ay + By$, und folglich

$$\frac{2AC - Ac + Bc}{A + B} = y,$$

welches die Geschwindigkeit des Körpers B nach dem Stoße ist.

So oft zween Körper an einander stoßen, deren Bewegung vor dem Stoße nach einerlei Direction gehet; so oft ist

$$x = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} \text{ und } y = \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}$$

Man

Man vergleiche des berühmten Hermanns Abhandlung de mensura virium corporum, im ersten Bande des Commentarii Academiae Scient. Petropolitanae p. 71.

§ 76.

Wenn nun diese Kugeln welche in dem beweglichen Raum an einander stoßen, sich nicht beide nach einer Direction bewegen; wenn A zwar nach der Gegend sich beweget, nach welcher das Schiff mit der Geschwindigkeit dv fortgehet, B aber gehet vor dem Stoße nach der gerade entgegengesetzten Direction, und nach eben dieser Gegend springet auch A nach dem Stoße zurück: so ist die scheinbare Bewegung dieser Kugeln ganz anders, als sie im vorhergehenden Fall war. A scheinet vor dem Stoße mit der Geschwindigkeit $C + dv$, nach dem Stoße mit $x - dv$, B vor dem Stoße mit $c - dv$, und nach dem Stoße mit $y + dv$ beweget zu werden. Wir wollen diese Geschwindigkeiten, an statt C, c, x, y setzen: so ist die Summe $A \times \square (C + dv) + B \times \square (c - dv)$ eben so groß als die Summe $A \times \square (x - dv) + B \times \square (y + dv)$. Es ist also $AC^2 + 2ACdv + Adv^2 + Bc^2 - 2Bcdv + Bdv^2 = Ax^2 - 2Axdv + Adv^2 + By^2 + 2Bydv + Bdv^2$. Wenn von dieser Gleichung $Adv^2 + Bdv^2$ abgezogen wird: so ist $AC^2 + 2ACdv + Bc^2 - 2Bcdv = Ax^2 - 2Axdv + By^2 + 2Bydv$. Da nun $Ac^2 + Bc^2 = Ax^2 + By^2$, § 74 so kan diese Aeqvation von jener abgezogen

 werden,

werden, und es bleibt $2ACdv - 2Bcdv = 2Bydv - 2Axdv$. Man dividire mit $2dv$: so ist $AC - Bc = By - Ax$, und wenn man diese Größen versetzet $AC + Ax = By + Bc$.

Weil $AC^2 + Bc^2 = Ax^2 + By^2$, so ist $AC^2 - Ax^2 = By^2 - Bc^2$. Wenn wir diese Gleichung durch die vorhergehende dividiren: so ist $\frac{AC^2 - Ax^2}{AC + Ax} = \frac{By^2 - Bc^2}{By + Bc}$

Folglich $C - x = y - c$; und also auch $C + c = y + x$.

Da $C + c = y + x$: so ist $C + c - x = y$. Wenn $C + c - x$ an statt y in der Gleichung $AC - Bc = By - Ax$ gesetzet wird: so ist $AC - Bc = BC + Bc - Bx - Ax$. Wird $BC + Bc$ subtrahiret, so ist $AC - BC - 2Bc = - Ax - Bx$ und folglich $\frac{AC - BC - 2Bc}{A + B} = - x$ welches die Geschwindigkeit ist, mit welcher der Körper A nach dem Stoße zurücke gehet.

Es ist $C + c = y + x$ und also $x = C + c - y$. An statt x kan ich $C + c - y$ setzen in der Aeqvation $AC - Bc = By - Ax$.
Es ist also $AC - Bc = By - AC - Ac + Ay$; und wenn man $AC + Ac$ addiret, $2AC + Ac - Bc = Ay + By$. Folglich $\frac{2AC + Ac - Bc}{A + B} = y$ welches die Geschwindigkeit ist, mit welcher B sich nach dem Stoße fortbeweget.

Wenn also Körper an einander stoßen, **welche sich nach entgegen gesetzten Directio-**

nen

nen bewegen: so ist allemahl
$$x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B} \text{ und } y = \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}.$$

§ 77.

Wer die beiden vorhergehenden §§ überdenket, der wird leicht die Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoße finden können, wenn sich B vor dem Stoße gar nicht beweget, und A in seinem Laufe an ihn stößet. Wir wollen um die Weitläuftigkeit zu vermeiden, die Geschwindigkeiten auf eine kürzere Art bestimmen. Der Unterscheid in der Größe der Geschwindigkeit, hänget allein davon ab, ob das Product aus der Geschwindigkeit c in die Massen A oder B, durch die Addition oder Subtraction mit der Größe verbunden werde, welche x oder y ausdrücken soll. Ob $x = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B}$ oder $x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$; ob $y = \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}$ oder $y = \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}$. Wenn wir nun annehmen, daß der Körper B ruhet: so hat er gar keine Geschwindigkeit, und es ist $c = 0$. Es kan deswegen das Factum aus der Masse A oder B in c auch keine Größe haben. $AC + Bc$ ist nicht größer, und $AC - Bc$ ist nicht kleiner als AC. Wir können also die Producte aus c in A oder B gar weglassen, wenn wir die Größen von x und y ausdrücken wollen.

Wenn also ein Körper A an einen andern B stößet, welcher ruhet; so ist $x = \frac{AC - BC}{A + B}$ und $y = \frac{2AC}{A + B}$.

§ 78.

Hierauf gründen sich diese Regeln: Wenn zween vollkommen elastische Körper A und B gleiche Massen haben, und A stößet gerade an B, welcher vor dem Stoße ruhet: so wird sich nach dem Stoße B mit der Geschwindigkeit welche A hatte, fortbewegen; und A ruhen.

§77 Denn $y = \frac{2AC}{A + B}$. Nun ist $A = B$, und also $A + B = 2A$. Folglich $\frac{2AC}{A + B} = \frac{2AC}{2A} = C$. Es ist $x = \frac{AC - BC}{A + B}$. $AC = BC$, folglich $AC - BC = 0$. Deswegen ist auch $\frac{AC - BC}{A + B} = 0$.

Es sei $A = B = 1$, und $C = 4$ womit A auf B stößet: so ist $y = \frac{8}{2} = 4$, welches die Größe von C war, und $x = \frac{4 - 4}{2} = 0$. Daß A nach dem Stoße ruhe, erkennet man auch daraus,
§58 weil er durch den Stoß die Helfte seiner Geschwindigkeit verlieret. Weil er elastisch ist,
§71 verliert er also seine ganze Geschwindigkeit.

§ 79.

Wenn diese beide Körper von gleicher Masse, sich vor dem Stoße nach einerlei Direction bewegen: so gehet B nach dem Stoße mit der Geschwindigkeit fort, welche A vor dem

Stoße hatte; und A folget ihm mit der Geschwindigkeit welche B hatte.

$y = \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}$. Weil $A = B$, so ist Ac §75
$= Bc$, und $-- Ac + Bc = 0$. Folglich
$y = \frac{2AC}{A+B} = \frac{2AC}{2A} = C$. $x = \frac{AC -- BC + 2Bc}{A+B}$.
Weil $A = B$; so ist auch $AC -- BC = 0$, und
$A + B = 2B$. Es ist also $x = \frac{2Bc}{2B} = c$.

Wenn $A = B$ und $C:c = 4:2$ so ist
$y = \frac{8 -- 2 + 2}{2} = \frac{8}{2} = 4 = C$. $x = \frac{4 -- 4 + 4}{2} = \frac{4}{2} = 2 = c$.

§ 80.

Bewegen sich A und B mit gleicher Geschwindigkeit nach entgegengesetzten Directionen: so springen sie nach dem Stoß mit eben derselben Geschwindigkeit zurücke, mit welcher sie zusammen stießen.

§76
$y = \frac{2AC + Ac - Bc}{A+B} = \frac{2AC}{2A} = C$. §79

$x = \frac{AC -- BC - 2Bc}{A+B} = \frac{-2Bc}{2B} = -c$.

Weil $C = c$ so ist auch $x = -C$ und $y = c$.

Es sei $A = B = 1$. $C = c = 2$ so ist
$y = \frac{4 + 2 - 2}{2} = \frac{4}{2} = 2$. $x = \frac{2 - 2 - 4}{2} = -\frac{4}{2} = --2$.
A gehet mit 2 Graden der Geschwindigkeit nach ed zurück.

§ 81.

Wenn sie sich aber mit **ungleichen Geschwindigkeiten** nach entgegen gesetzten Directionen bewegen: so springen sie mit verwechselten Geschwindigkeiten von einander.

Aus dem vorhergehenden Beweis erhellet, daß $y = C$ und $x = c$. Wenn $C = 6$ und $c = 2$: so ist $y = \frac{12 + 2 - 2}{2} = 6$ und $x = \frac{6 - 6 - 4}{2} = -\frac{4}{2} = -2$. B gehet mit 6 Graden der Geschwindigkeit nach de, welche A vor dem Stoße hatte; und A gehet mit 2 Graden zurück nach ed, welches die Geschwindigkeit des Körpers B war.

§ 82.

Wenn A und B **ungleiche Massen** haben, und der **kleine Körper** B vor dem Stoße **ruhet**: so gehet B nach de mit einer Geschwindigkeit, welche dem Duplo der Geschwindigkeit des Körpers A vor dem Stoße, desto näher kommt, je kleiner B ist. A aber setzet seine Bewegung nach derselben Direction mit einer Geschwindigkeit fort, welche desto weniger verringert wird, je kleiner B ist.

§78 $y = \frac{2AC}{A + B}$. Wäre $A = B$: so wäre $\frac{2AC}{A + B} = \frac{2AC}{2A} = C$. Folglich $y = C$. Da aber $A > B$, und also $A + B < 2A$: so ist $\frac{2AC}{A + B} > \frac{2AC}{2A}$, weil ein desto größerer Qwotient

tient entstehet, je kleiner der Divisor ist, durch welchen dieselbe Größe gemessen wird. Es ist also y größer als C. Aber y kan niemahl völlig so groß sein, als das Duplum von C. Denn es verhält sich

$\frac{2AC}{A+B} : \frac{2AC}{2A} = 2A : A + B$, indem sich die Qwoti verhalten wie die verkehrten Divisores, wenn die gemessenen Größen gleich sind. Da nun

$\frac{2AC}{A+B} = y$ und $\frac{2AC}{2A} = C$:

so ist $y : C = 2A : A + B$. Weil $2A$ nothwendig kleiner ist als $2A + 2B$, so muß auch y kleiner sein als $2C$. Wenn aber B sehr klein ist, alsdenn ist $A + B = A$, und also $y : C = 2A : A = 2 : 1$. In diesem Fall ist $y = 2C$.

$x = \frac{AC - BC}{A+B}$. Wäre $B = A$: so würde sich A nach dem Stoße nicht bewegen. Da aber $B < A$: so muß A nach dem Stoße seine § 78
Bewegung behalten. Je kleiner B ist, desto kleiner ist BC, und desto größer ist AC—BC, desto größer ist auch $\frac{AC - BC}{A+B}$, folglich auch x. Es ist aber x kleiner als C, und A muß allezeit nach dem Stoß seinen Lauf mit einer geringeren Geschwindigkeit fortsetzen, als er vor dem Stoß hatte. Denn es verhält sich

$\frac{AC - BC}{A+B} : C = A - B : A + B$, weil die Facta der mittleren und äußeren Glieder gleich sind.

Da $\frac{AC-BC}{A+B}=x$, so ist auch $x:C=A-B:A+B$. Weil $A-B$ nothwendig kleiner ist als $A+B$: so ist x kleiner als C. Wenn aber B sehr klein ist: so ist $A-B=A$ und $A+B=A$, folglich $x:C=A:A$. Da also $x=C$, so verlieret A durch den Stoß nichts von seiner Geschwindigkeit.

Es sei $A:B=8:7$. und $C=5$, so ist $x=\frac{40-35}{15}$ $=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$. und $y=\frac{80}{15}=5\frac{1}{3}$. A hat durch den Stoß vieles von seiner Geschwindigkeit verlohren, weil B sehr groß ist. Aus eben dieser Ursache ist y nur ein wenig größer als C. Wenn $C=5$ bleibt, und $A:B=8:1$, so ist $x=\frac{40-5}{9}=3\frac{8}{9}$ und $y=\frac{80}{9}=8\frac{8}{9}$. Hier hat A weniges von seiner Geschwindigkeit verlohren und y ist beinahe dem Duplo von C gleich, weil B in Ansehung A eine kleine Masse hat.

§ 83.

Ist der Körper B, welcher vor dem Stoße ruhet, größer als der sich bewegende A: so springet A mit einer Geschwindigkeit nach d zurück, welche seiner Geschwindigkeit vor dem Stoße desto näher kommt, je größer der Unterscheid der Massen ist. B beweget sich nach e mit einer Geschwindigkeit, welche so viel kleiner ist als C, je größer der Unterscheid der Massen ist. Wenn B in Ansehung A sehr groß ist; so bleibt er nach dem Stoße liegen, und A springet mit der ganzen Geschwindigkeit welche er vor dem Stoße hatte, zurück.

Wir können dieses auf eine ähnliche Art beweisen, wie der vorhergehende Satz erwiesen ist. $y = \frac{2AC}{A+B}$ Wäre $A = B$, so wäre $\frac{2AC}{A+B} = \frac{2AC}{2A}$ und $y = C$. Da aber $B > A$ und $A + B > 2A$: so ist $\frac{2AC}{A+B} < \frac{2AC}{2A}$, weil ein desto kleinerer Qwotient entstehet, je größer der Divisor ist, durch welchen dieselbe Größe gemessen wird. Es ist also y kleiner als C. Es kan aber B nach dem Stoße nicht gänzlich ruhen, woferne nicht B in Ansehung A sehr groß ist. Denn es verhält sich $\frac{2AC}{A+B} : \frac{2AC}{2A} = 2A : A + B$. und also $A + B : 2A = C : y$. Es ist zwar 2A allezeit kleiner als A + B, indeß behält es doch eine gewisse Größe. Also kan auch die Größe von y angegeben werden, obgleich y kleiner ist als C. Wenn aber der Unterscheid der Massen sehr groß ist: so ist A in Ansehung B von unerheblicher Größe, und 2 A mit A + B in keinem Verhältniße zu setzen. Folglich ist auch y nichts in Ansehung C. Es bleibet B also in diesem Falle, nach dem Stoß liegen.

$x = \frac{AC - BC}{A+B}$. Wäre $A = B$, so müßte A nach dem Stoße ruhen, weil er durch den Stoß die halbe Geschwindigkeit, und als ein elastischer Körper, die ganze Geschwindigkeit § 58

 ver-

verlieret. Da $B > A$: so verlieret A durch den Stoß mehr als die Helfte seiner Geschwin-
§ 63 digkeit. Er muß folglich, weil er elastisch ist,
§ 72 nach cd zurück laufen. Je kleiner der Unterscheid der Massen ist, desto geringer ist x. Je größer der Unterscheid, und also je größer B ist, desto größer ist x. Es verhält sich jederzeit x zu C, wie der Unterscheid der Massen zu der Summe der Massen. Denn $\frac{AC - BC}{A + B} : C = A - B : A + B$. Folglich $x : C = A - B : A + B$. Da nun der Unterscheid der Massen nicht größer sein kan als die Summe derselben ist: so kan auch x nicht größer sein als C. Und es ist x allezeit kleiner als C, wo nicht der Körper B eine sehr große Masse hat. In diesem Falle ist der Unterscheid der Massen eben so groß als B, und die Summe nicht größer als B. Mithin ist $x = C$.

Es sei $C = 4$, und $A : B = 1 : 2$. so ist $y = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$. $x = \frac{4 - 8}{3} = \frac{-4}{3} = -1\frac{1}{3}$. Hier ist y wenig kleiner, und x lange nicht so groß als C, weil der Unterscheid der Massen geringe ist. Wenn aber $A : B = 1 : 19$ so ist $y = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ und $x = \frac{4 - 76}{20} = \frac{-72}{20} = -3\frac{3}{5}$. Die Bewegung des Körpers B ist fast gar nicht merklich, und A gehet beinahe mit der ganzen Geschwindigkeit zurücke, weil der Unterscheid der Massen groß ist.

§ 84.

Wenn ein elastischer Körper an eine unbewegliche

wegliche Fläche stößt, so stößet er an einen Körper, welcher in Ansehung seiner eine unendliche Masse hat. Er muß folglich mit seiner ganzen Geschwindigkeit zurück springen, mit welcher er gegen die Fläche beweget ist.

§ 85.

Man setze, daß sich beide Körper nach einer **Direction** bewegen, und daß der Körper A welcher an B stößet, und also die **größte Geschwindigkeit** hat, auch eine **größere Masse** habe als B: so ist die Summe der Geschwindigkeiten, mit welchen beide Körper ihre Bewegung nach derselben Direction fortsetzen, größer als die Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Und je größer der Unterscheid der Massen ist, desto mehr wird die Geschwindigkeit des Körpers B vermehret, und desto weniger wird die Geschwindigkeit des Körpers A verringert.

Wenn A und B gleiche Massen hätten: so § 79
würden sich diese Körper mit verwechselten Geschwindigkeiten fortbewegen. x wäre $= c$ und $y = C$, folglich $x + y = c + C$ und die Summe der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße gleich. Da aber A größer ist als B: so wollen wir den Unterscheid der beiden Massen n nennen; und anstatt A setzen $B + n$.

Es ist also $x = \frac{BC + nC - BC + 2Bc}{2B + n} = \frac{2Bc + nC}{2B + n}.$ § 75

und $y = \frac{2BC + 2nC - Bc - nc + Bc}{2B + n} = \frac{2BC + 2nC - nc}{2B + n},$

$x +$

$x + y = \frac{2BC + 2Bc + 3nC - nc}{2B + n}$. Wenn wir diese Größe würklich dividiren: so ist

$$\frac{2BC + 2Bc + 3nC - nc}{2B + n} = C + c + \frac{2nC - 2nc}{2B + n}.$$

Da nun dieser Qwotient, welcher die Größe $x + y$ ausdrücket, größer ist als $C + c$: so erhellet hieraus, daß die Summe der Geschwindigkeiten nach dem Stoß, größer ist als die Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß.

Ferner ist $y = \frac{2BC + 2nC - nc}{2B + n} = C + \frac{nC - nc}{2B + n}$. n drücket den Unterscheid der Massen aus. Je größer n, desto größer ist $\frac{nC - nc}{2B + n}$. Es ist also y oder die Geschwindigkeit, mit welcher sich B nach dem Stoß beweget, nicht nur größer als C, mit welcher sich A vor dem Stoß bewegete, sondern sie wird auch desto mehr vermehret, je größer der Unterscheid der Massen ist. Da nun auch $x = \frac{2Bc + nC}{2B + n} = c + \frac{nC - nc}{2B + n}$, und je größer n ist, desto größer $\frac{nC - nc}{2B + n}$, so erkennet man hieraus, daß A durch den Stoß weniger von seiner Geschwindigkeit verlieret, als daß er sich nach dem Stoß mit c bewegen sollte. Und je größer der Unterscheid der Massen ist, desto größer ist die Geschwindigkeit des Körpers A nach dem Stoß, desto weniger verlieret er also von seiner Geschwindigkeit vor dem Stoß.

Es sei $C:c = 3:1$. Wenn $A:B = 2:1$ so ist $x = \frac{6-3+2}{3} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ $y = \frac{12-2+1}{3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$. Es ist $1\frac{2}{3} + 3\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3}$ größer als $3+1$. A hat $1\frac{1}{3}$ seiner Geschwindigkeit verlohren, und die Geschwindigkeit des Körpers B ist um $2\frac{2}{3}$ größer geworden. Wenn $A:B = 8:1$, so ist $x = \frac{24-3+2}{9} = \frac{23}{9} = 2\frac{5}{9}$, und $y = \frac{48-8+1}{9} = \frac{41}{9} = 4\frac{5}{9}$. Hier ist $2\frac{5}{9} + 4\frac{5}{9} = 7\frac{1}{9}$ nicht nur weit größer als $3+1$; sondern A hat nur $\frac{4}{9}$ seiner Geschwindigkeit verlohren, und bei B ist die Geschwindigkeit um $3\frac{5}{9}$ größer geworden, weil der Unterscheid der Massen groß ist.

§ 86.

Hat der Körper A, welcher sich vor dem Stoß mit der **größeren Geschwindigkeit** beweget, die **kleineste Masse**: so ist die Summe der Geschwindigkeiten, mit welchen beide Körper ihre Bewegung nach derselben Direction fortsetzen, kleiner als die Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Je größer der Unterscheid der Massen ist, desto mehr verlieret A von seiner Geschwindigkeit, und desto weniger wird die Geschwindigkeit des Körpers B vermehret.

B ist größer als A. Wenn wir den Unterscheid der Massen n nennen: so ist $A = B - n$. Wir wollen $B - n$ anstatt A setzen, und es ist

$$x = \frac{BC - nC - BC + 2Bc}{2B - n} = \frac{2Bc - nC}{2B - n}.$$

y=

$$y = \frac{2BC - 2nC - Bc + nc + Bc}{2B - n} = \frac{2BC - 2nC + nc}{2B - n}$$

und $x + y$

$$= \frac{2BC - 3nC + 2Bc + nc}{2B - n} = C + c \frac{-2nC + 2nc}{2B - n}.$$

Weil $C > c$ so ist $\frac{-2nC + 2nc}{2B - n}$ eine negative Größe, und deswegen ist der Qwotient, welcher die Größe $x + y$ ausdrücket, kleiner als $C + c$. Hieraus erhellet, daß die Summe der Geschwindigkeiten nach dem Stoß, kleiner sei als die Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß.

Es ist $y = \frac{2BC - 2nC + nc}{2B - n} = C - \frac{nC + nc}{2B - n}$.

Je größer n ist, desto größer wird die negative Größe $\frac{-nC + nc}{2B - n}$, und desto kleiner wird also $C - \frac{nC + nc}{2B - n}$. Folglich ist y nicht nur kleiner als C, oder die Geschwindigkeit des Körpers A; sondern y ist desto kleiner, je größer der Unterscheid der Massen ist. Und desto geringer ist also auch der Zuwachs, welchen die Geschwindigkeit des Körpers B erhält. Wenn der Unterscheid der Massen sehr groß ist: so wird die Geschwindigkeit des Körpers B gar nicht vermehret, und $y = c$.

$x = \frac{2Bc - nC}{2B - n} = c \frac{-nC + nc}{2B - n}$. A verlieret so viel von seiner Geschwindigkeit nach de, daß sie

sie auch kleiner wird als c, die Geschwindigkeit des Körpers B. Und je größer der Unterscheid der Massen ist, desto mehr verlieret A von seiner Geschwindigkeit. Wenn also der Unterscheid der Massen groß ist: so muß A zurück nach ed gehen. Und die Geschwindigkeit, mit welcher er nach ed gehet, wird immer größer, wie der Unterscheid der Massen wächst.

Es sei $C:c = 3:1$. Wenn $A:B = 1:2$, so ist $x = \frac{3-6+4}{3} = \frac{1}{3}$. $y = \frac{6-1+2}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$. Es ist $\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$ kleiner als $3 + 1$. A hat $2\frac{2}{3}$ seiner Geschwindigkeit verlohren, und die Geschwindigkeit des B ist um $1\frac{1}{3}$ größer geworden. Wenn $A:B = 1:8$ so ist $x = \frac{3-24+16}{9} = -\frac{5}{9}$ und $y = \frac{6-1+8}{9} = \frac{13}{9} = 1\frac{4}{9}$. Da hier der Unterscheid der Massen groß ist: so ist $-\frac{5}{9} + 1\frac{4}{9} = \frac{8}{9}$ viel kleiner als $3 + 1$. Und A hat $\frac{5}{9}$ mehr als seine ganze Geschwindigkeit verlohren, bei B aber ist die Geschwindigkeit nur um $\frac{4}{9}$ größer geworden.

§ 87.

Der Unterscheid der Geschwindigkeiten bleibet inzwischen vor und nach dem Stoße gleich, es mag nun die Masse des Körpers A, welcher die größte Geschwindigkeit hat, größer oder kleiner sein als die Masse des Körpers B.

Denn in beiden Fällen ist

$$x = \frac{AC - BC + 2Bc}{A + B} \text{ und } y = \frac{2AC - Ac + Bc}{A + B}.$$

Wenn

Wenn wir jene Größe von dieser subtrahiren: so ist $y - x = \frac{AC + BC - Ac - Bc}{A + B} = C - c$.

§85 Wenn $C : c = 3 : 1$. und $A : B = 8 : 1$, so ist
$y = 4\frac{5}{9}$ $x = 2\frac{5}{9}$. und $y - x = 2 = C - c$.
Wenn $C : c = 3 : 1$, und $A : B = 1 : 8$, so ist
§86 $y = 1\frac{4}{9}$ $x = -\frac{5}{9}$. Diese letztere Zahl muß als eine negative Größe zu $1\frac{4}{9}$ addiret werden, wenn man sie von jener abziehen will. Es ist also $y - x = 1\frac{9}{9} = 2 = C - c$.

§ 88.

Wenn diese Körper von ungleicher Masse, mit **gleicher Geschwindigkeit nach entgegen gesetzten Directionen** auf einander stoßen: so ist der Unterscheid der Geschwindigkeiten mit welchen sie von einander springen, eben so groß, als die Summe der Geschwindigkeiten vor dem Stoß war. Je größer der Unterscheid der Massen ist, desto größer ist die Geschwindigkeit mit welcher sich B nach der Direction de, und desto kleiner die Geschwindigkeit mit welcher sich der große Körper A nach ed zurück beweget.

$$x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B} \qquad y = \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}$$

$$y - x = \frac{AC + BC - Ac - Bc}{A + B} = C + c.$$

Weil A größer ist als B und n den Unterscheid der Massen bedeutet: so ist

$$x = \frac{BC + nC - BC - 2Bc}{2B + n} = \frac{-2Bc + nC}{2B + n}.$$

Da

Da $C=c$ so ist auch

$$x=-\frac{2BC+nC}{2B+n}=-C+\frac{2nC}{2B+n}.$$

$$y=\frac{2BC+2nC+Bc+nc-Bc}{2B+n}=\frac{2BC+3nC}{2B+n}=C+\frac{2nC}{2B+n}$$

Je größer n ist, desto größer ist $\frac{2nC}{2B+n}$. Desto größer ist folglich $C+\frac{2nC}{2B+n}$ und desto kleiner $-C+\frac{2nC}{2B+n}$. Je größer also der Unterscheid der Massen ist; desto größer ist die Geschwindigkeit mit welcher der kleine Körper B nach e, und desto kleiner die Geschwindigkeit, mit welcher der große Körper A nach d zurück getrieben wird. Wenn n so groß ist daß $\frac{2nC}{2B+n}>C$, so wird A gar nicht nach d zurück getrieben; sondern er setzet seinen Lauf nach de fort; und er verlieret desto weniger von seiner Geschwindigkeit vor dem Stoß, je größer seine Masse ist. Ist nun A in Ansehung des B sehr groß: so ist $2B+n=n$, und $x=-C+\frac{2nC}{n}=-C+2C=C$. $y=C+\frac{2nC}{n}=C+2C=3C$. Mithin wird die Direction des Körpers A durch den Stoß gar nicht geändert, und er verlieret auch nichts von seiner Geschwindigkeit. B aber gehet nach de mit einer dreimahl so großen Geschwindigkeit, als er vor dem Stoß in seinem Laufe nach ed hatte.

Wenn A:B=8:4 und C=c=6, so ist
$x=\frac{48-24-48}{12}=\frac{-24}{12}=-2.$

$y=\frac{96+48-24}{12}=\frac{120}{12}=10.$ Wenn wir -2 von 10 subtrahiren: so ist die Differenz 12 so groß als 6+6. A hat in diesem Fall mehr als seine ganze Geschwindigkeit welche er vor dem Stoße hatte, verlohren, indem er mit 2 Graden zurück nach ed gehet. Wenn A : B =8:1, und die Geschwindigkeit bleibet: so ist
$x=\frac{48-6-12}{9}=\frac{30}{9}=3\frac{1}{3}.$

$y=\frac{96+48-6}{9}=\frac{138}{9}=15\frac{1}{3}.$ Hier ist $15\frac{1}{3}-3\frac{1}{3}=12.$
A beweget sich nicht zurücke nach ed; sondern er gehet nach de, obgleich seine Geschwindigkeit kleiner ist als sie vor dem Stoß war. Die Geschwindigkeit des Körpers B ist schon weit größer geworden als sie vor dem Stoß nach der entgegengesetzten Direction war. Wäre A:B =50:1, so würde $x=\frac{300-6-12}{51}=5\frac{27}{51}$ sein, und also beinahe 6. Und y wäre $=\frac{600+300-6}{51}=17\frac{27}{51}$ und also beinahe 18 oder das Triplum von 6.

§ 89.

Sind die Geschwindigkeiten dieser Körper, welche nach entgegengesetzten Directionen an einander stoßen **ungleich**, und A welcher eine **größere Masse** hat, hat auch die **größte Geschwindigkeit**: so ist die Geschwindigkeit mit welcher B zurück nach de gehet, desto größer, je kleiner B ist. Die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper A nach derselben Direction de gehet, wird desto weniger verringert, je größer der Unterscheid der Massen ist.

Weil $y = \frac{2BC+2nC+Bc+nc-Bc}{2B+n} = C + \frac{nC+nc}{2B+n}$, so ist hieraus offenbar, daß y nicht nur die Geschwindigkeit des Körpers A vor dem Stoße, übertreffe; sondern auch desto mehr übertreffe, je größer der Unterscheid der Massen ist.

$$x = \frac{BC+nC-BC-2Bc}{2B+n} = -c + \frac{nC+nc}{2B+n}.$$

Weil $-c$ eine negative Größe ist: so müsste sich A nach ed zurückbewegen, wenn $\frac{nC+nc}{2B+n}$ kleiner wäre als c. Und es geschiehet dieses auch, A gehet nach ed zurück, wenn der Unterscheid der Massen A und B geringe ist. Denn in diesem Falle ist $\frac{nC+nc}{2B+n}$ kleiner als c, und es bleibet $-c + \frac{nC+nc}{2B+n}$ eine negative Größe. Indeß hat A allezeit eine geringere Geschwindigkeit als B vor dem Stoß hatte. Wenn aber der Unterscheid der Massen groß ist: so wird $-c$ von $\frac{nC+nc}{2B+n}$ überwogen, und wenn beide addiret werden, so entstehet eine positive Größe. A behält folglich seine Bewegung nach de. Je größer der Unterscheid der Massen ist, desto größer ist die Geschwindigkeit des

Körpers A nach de. Ist der Unterscheid sehr groß: so ist $2B+n=n$ und also $x=-c+\frac{nC+nc}{n}=-c+C+c=C$, und A verändert nicht nur seine Direction gar nicht, sondern er behält auch die ganze Geschwindigkeit mit welcher er sich vor dem Stoß bewegete.

Wir wollen annehmen, daß $C:c=3:2$. Wenn $A:B=2:1$, so ist $y=\frac{12+4-2}{3}=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$ und also größer als C. x ist $=\frac{6-3-4}{3}=-\frac{1}{3}$. A gehet nach cd zurück, aber mit einer kleineren Geschwindigkeit als c ist. Wenn $A:B=8:1$, so ist $y=\frac{48+16-4}{9}=\frac{60}{9}=6\frac{6}{9}$ und $x=\frac{24-3-4}{9}=\frac{17}{9}=1\frac{8}{9}$. Da diese Größe positiv ist: so zeiget sie die Geschwindigkeit an, mit welcher A nach de fortgehet. Ist nun $A:B=50:1$ so ist $x=2\frac{4}{51}$ und also beinahe so groß als C. $y=7\frac{4}{51}$.

§ 90.

Wenn endlich der Körper B, dessen **Masse** die **kleinste** ist, eine **größere Geschwindigkeit** hat, als A, und die Geschwindigkeiten dieser Körper sich verhalten wie die verkehrten Massen: so springen beide, B nach de und A nach cd mit eben den Geschwindigkeiten zurück, mit welchen sie an einander gestoßen sind.

Weil $C:c=B:A$, so ist $AC=Bc$. Da nun

$x=$

$x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ so setze man anstatt 2Bc die Größe 2AC, und es ist

$x = \frac{AC - BC - 2AC}{A + B} = \frac{-AC - BC}{A + B} = -C.$

y ist $= \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B} = \frac{2Bc + Ac - Bc}{A + B} = \frac{Ac + Bc}{A + B} = c.$

Es sei $A : B = 2 : 1$ und $C : c = 2 : 4$, so ist $y = \frac{8 + 8 - 4}{3} = \frac{12}{3} = 4$. $x = \frac{4 - 2 - 8}{3} = \frac{-6}{3} = -2.$

A gehet zurück nach d, und B nach e mit eben der Geschwindigkeit, welche diese Körper vor dem Stoß hatten.

§ 91.

Auch in diesen beiden letzten Fällen ist der Unterscheid der Geschwindigkeiten mit welchen sich die Körper nach dem Stoß bewegen, eben so groß als die Summe ihrer Geschwindigkeiten vor dem Stoß. Denn der Beweis im 88 § ist allgemein. Wenn

$x = \frac{AC - BC - 2Bc}{A + B}$ und $y = \frac{2AC + Ac - Bc}{A + B}$, so ist

$y - x = C + c$. Derowegen so ofte zween Kör- § 76
per nach entgegengesetzten Directionen gerade an einander stoßen, so muß auch der Unterscheid ihrer Geschwindigkeiten nach dem Stoß, so groß sein als die Summe derselben vor dem Stoß ist. Wenn $A : B = 2 : 1$, $C : c = 2 : 4$ so § 90
ist $y = 4$, $x = -2$. $y - x = 6 = 2 + 4$.

§ 92.

Diejenigen Körper heißen **unvollkommen** §§ 51

 ela- 52.

elastisch, deren Kraft die Theile wieder in die vorige Lage zu bringen, kleiner ist als der Druck welcher sie aus ihrer Lage gebracht hat. Da die Federkraft die vollkommen elastischen Körper eben so stark von einander treibet, als sie
§70 durch den Druck zusammen getrieben sind: so können unvollkommen elastische Körper nicht so weit von einander getrieben werden, als sie
F. 23 durch den Stoß zusammen gedrückt sind. Mithin ist die Kraft, welche die Bewegung des Körpers B nach e vermehret, und die Bewegung des Körpers A nach e vermindert, kleiner als die Kraft, welche ihre Theile zusammengedrücket hat. So verschieden die Arten der Körper sind, so verschieden ist auch der Grad der Elasticität welchen sie besitzen. Daher müssen die Erscheinungen in der Bewegung der Körper nach dem Stoß so verschieden sein, so mancherlei Arten der Körper wir haben. Und es ist unmöglich von der Größe der Geschwindigkeit ihrer Bewegung nach dem Stoße, allgemeine Regeln zu geben.

§ 93.

Wenn man im Stande ist die Größe der Elasticität zweener unvollkommen elastischen Körper zu bestimmen: so kan man ohne Schwürigkeit die Geschwindigkeit finden, mit welcher diese Körper sich bewegen, wenn sie an einander gestoßen sind. Wenn die Federkraft der Körper A und B der Helfte des Druckes gleich ist, welcher ihre Theile aus ihrer Lage gebracht

hat:

hat: so wird die Geschwindigkeit des Körpers B nach de noch um die Helfte so viel vermehret, und die Geschwindigkeit des Körpers A nach eben der Direction noch um die Helfte so viel vermindert, als durch den Stoß geschehen ist. Ist die elastische Kraft der Körper so groß als ein Drittel, ein Viertel, ein Fünftel ꝛc. des Drucks: so wird die Geschwindigkeit des Körpers B nach der Direction de noch um $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ so stark vermehret, als sie durch den Stoß vermehret ist; und die Geschwindigkeit des A nach de wird um $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ so viel vermindert, als sie durch den Stoß vermindert worden ist. Wenn man also weiß wie viel A von seiner Geschwindigkeit nach e durch den Stoß verlieret, und wie viel Grade der Geschwindigkeit nach eben der Direction B durch den Stoß erhält; oder wenn man die Regeln der Geschwindigkeit weiß, nach welchen sich vollkommen weiche Körper nach dem Stoß bewegen: so kan die Geschwindigkeit der unvollkommen elastischen Körper durch eine bloße Addition oder Subtraction herausgebracht werden.

§ 94.

Wir wollen annehmen, daß die Federkraft der Körper A und B der Helfte des Druckes gleich sei, welcher die Theile der Körper aus ihrer Lage gebracht hat. Es wird alsdenn dem Körper B noch die Helfte der Geschwindigkeit nach de zugesetzet, welche ihm durch den Stoß zugesetzet worden ist; und A verlieret noch die

Helfte der Geschwindigkeit nach de, welche er schon durch den Stoß verlohren hat. Die Geschwindigkeiten mit welchen sich beide Körper nach dem Stoß bewegen, sind sehr leicht zu finden.

Wenn $A = B$, und $C = 4$: so ist nach dem 58 §, 2 die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoß. Folglich ist $x = 2$ und $y = 2$. Es hat also A durch den Stoß 2 Grade der Geschwindigkeit verlohren, und B 2 Grade erhalten. Wenn nun die Körper unvollkommen elastisch und von der Beschaffenheit sind, als wir annehmen: so verlieret A noch einen Grad von seiner Geschwindigkeit; und eben so viel wird die Geschwindigkeit des B vermehret. Es ist also $y = 2 + 1 = 3$ und $x = 2 - 1 = 1$.

Wenn $A = B$ und $C : c = 4 : 2$, so ist nach dem 59 §, $x = 3$ und $y = 3$. A hat also durch den Stoß einen Grad der Geschwindigkeit verlohren, und B einen Grad erhalten. Da die Körper unvollkommen elastisch sind: so ist $y = 1 + \frac{1}{2}$ und $x = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Wenn $A = B$ und $C : c = 2 : 2$, so müssen nach dem 60 § beide Körper nach dem Stoße ruhen. Es hat also A durch den Stoß 2 Grade der Geschwindigkeit verlohren. B hat ebenfalls 2 Grade der Geschwindigkeit nach de erhalten. Denn weil sich B vor dem Stoß mit der Geschwindigkeit 2 nach ed bewegete: so war seine Geschwindigkeit nach de $= -2$. Da er nach dem Stoß ruhet: so hat er 2 Grade

der

der Geschwindigkeit nach de erhalten, indem $-2+2=0$. Nun bekömmt B noch einen Grad der Geschwindigkeit, und $y=1$. A verlieret noch einen Grad und $x=-1$. A beweget sich mit der Geschwindigkeit 1 nach d zurück.

Wenn $A=B$ und $C:c=6:2$, so ist nach dem 61 §, $x=2$ und $y=2$. A hat 4 Grade der Geschwindigkeit durch den Stoß verlohren. B hat auch 4 Grade erhalten. Denn weil er sich vor dem Stoß nach ed bewegte: so war seine Geschwindigkeit nach $de=-2$; und $-2+4=2$. Nun verlieret A noch 2 Grade seiner Geschwindigkeit. $x=2-2=0$, dieser Körper ruhet nach dem Stoße. B erhält noch 2 neue Grade der Geschwindigkeit nach de. $y=2+2=4$.

Auf eben die Art können in allen übrigen Fällen, da zween unvollkommen elastische Körper, welche so beschaffen sind, als wir angenommen haben, an einander stoßen, ihre Geschwindigkeiten nach dem Stoß gefunden werden; wenn man zu y, der Geschwindigkeit des Körpers B ohne Federkraft betrachtet, noch die Helfte der Zahl addiret, welche anzeiget um wie viel Grade y größer sei als c, oder um wie viel Grade die Geschwindigkeit dieses Körpers durch den Stoß vermehret worden; und wenn man von x, der Geschwindigkeit des Körpers A ohne Federkraft betrachtet, noch die Helfte der Zahl subtrahiret, welche anzeiget, wie viel Grade x kleiner sei als C, oder um wie viel Grade die Geschwindigkeit des Körpers A durch den Stoß sei vermindert worden.

§ 95.

§ 50 Bisher ist allein von der Bewegung der Körper gehandelt worden, welche perpendiculär oder gerade an einander stoßen. Wir müssen auch zeigen, mit welcher Geschwindigkeit sich die Körper bewegen, wenn sie schief an einander gestoßen sind. Durch allgemeine Regeln kan die Geschwindigkeit der Körper bei dem **schiefen Stoße** unmöglich bestimmet werden, indem zu den verschiedenen Verhältnissen der Massen der an einander stoßenden Körper, und ihrer Geschwindigkeiten vor dem Stoß, noch dies hinzukömmt, daß der Winkel mit welchem sich die Körper berühren, verschieden sein kan. Wir wollen die Geschwindigkeit der Körper in den wichtigsten Fällen untersuchen, da sie sich schief berühren; und zwar zuerst setzen, daß **vollkommen elastische** Körper schief an einander stoßen.

§ 96.

Es gründen sich hier alle Regeln auf zween leichte Sätze, von welchen der erste im 50 § erwiesen ist: Wenn ein Körper an den andern stößet: so geschiehet die Würkung des Stoßes
F.22 allemahl nach der Perpendicular-Linie. Wenn also A mit der Geschwindigkeit und Direction Ac und dem Winkel x an B stößet: so ist seine ganze Kraft Ac eben so groß als die beiden

den Kräfte $Ad+dc=Af+fc$. A würket nicht weiter in B als mit der Kraft $Ad=fc$, weil die andere Bewegung mit der Fläche des Körpers B parallel läuft. Es beweget sich also B nach der Direction Bg mit der Geschwindigkeit welche er erhalten muß, wenn A mit der Geschwindigkeit fc allein gerade an ihn stößet.

Der andere Satz ist: Wenn ein elastischer Körper an eine unbewegliche Fläche schief anstößt: so springet er mit eben der Geschwindigkeit, welche er vor dem Stoß hatte also zurück, daß der Einfalls-Winkel dem Reflexions-Winkel gleich ist. F.24 Denn wenn A mit der Geschwindigkeit fe auf die Fläche Bd also stößet, daß sein Einfalls-Winkel x, oder der Winkel welchen seine Direction mit der Fläche macht, ein spitzer Winkel ist: so würket er nicht mit seiner ganzen Bewegung, und folglich auch nicht mit der ganzen Geschwindigkeit in die Fläche. Die ganze Bewegung fe kan angesehen werden als die Bewegung ge, welche mit der Fläche parallel läuft, und ca welche auf die Fläche perpendiculär stehet. Die Bewegung ge wird durch den Stoß nicht geändert, und es behält A seinen Lauf nach eh mit der Geschwindigkeit eh, wenn nehmlich $eh=ge$. Mit ce stößt A gerade auf die Fläche, und A muß also nach c mit eben der Geschwindigkeit zurückkehren, mit welcher er an die Fläche gestoßen ist. Er muß folglich nach ec gehen. §84

Da er sich nun zugleich nach ec und eh bewegen soll: so gehet er die Diagonal em, mit der Geschwindigkeit em. Weil der △ mhe dem △ fge gleich ist: so ist x=y und der Einfalls-Winkel dem Reflexions-Winkel gleich.

F.25 Setzet man an statt der unbeweglichen Fläche eine Kugel B, welche in Ansehung der Kugel A so groß ist, daß sie durch den Stoß derselben gar nicht in Bewegung gesetzet wird: so muß A nach d mit der Geschwindigkeit ed =ce zurück springen.

§ 97.

F.22 Gesetzt, es stoßen zwo elastische Kugeln von gleicher **Masse**, schief an einander. B ruhe vor dem Stoße und A bewege sich mit der Geschwindigkeit Ac. Die ganze Bewegung des Körpers A ist so groß als Af + fc. A würket allein mit fc in B. Folglich beweget sich B nach der Direction cg mit der Geschwindigkeit
§ 78 cg=fc. Bei dem Körper A wird die Bewewegung fc völlig durch den Stoß gehemmet.
§ 96 Aber die Bewegung Af=dc wird durch den Stoß gar nicht geändert. Folglich setzet A dieselbe nach dem Stoße fort, und beweget sich nach e, mit der Geschwindigkeit ce=dc.

§ 98.

F.26 Sind **beide** Kugeln vor dem Stoß in **Bewegung**, und die **Geschwindigkeiten** Ac und Bc mit welchen sie an einander stoßen, sind

gleich:

gleich: *) so ist wiederum $Ac = Ag + gc$ und $Bc = Bf + fc$, und die Körper würken mit gc und fc in einander. Sie springen also mit § 80 gleichen Geschwindigkeiten von einander, A mit cg und B mit cf. Da die Bewegung Ag des Körpers A durch den Stoß nicht geändert wird, so setzet er dieselbe fort, und beweget sich auch nach der Direction und mit der Geschwindigkeit ge. Der Körper B setzt die Bewegung Bf fort, und beweget sich nach der Direction und mit der Geschwindigkeit fd. Weil sich nun A zugleich nach cg und nach ge; und B nach cf und fd bewegen soll: so gehet A die Diagonal ce mit der Geschwindigkeit $ce = Ac$ und B die Diagonal cd mit der Geschwindigkeit $cd = Bc$.

Wird die eine Kugel vor dem Stoß in d gesetzet, daß beide mit den Geschwindigkeiten Ac und dc, welche gleich sind, an einander stoßen: so erhellet von selbst, daß sich nach dem Stoße A mit der Geschwindigkeit ce nach e, und die andere Kugel mit der Geschwindigkeit cB nach B bewegen.

§ 99.

Es sollen beide Kugeln gleiche Massen be- F. 27 halten; aber die Geschwindigkeiten Ac und Bc womit sie sich vor dem Stoße bewegen, ver-

*) Es wird hier und im folgenden vorausgesetzet, daß der Winkel Acg so groß sei als der Winkel Bcf. Weil nun auch $g = f$ so ist $\triangle Agc \sim \triangle Bfc$, und $Ac : Bc = gc : fc$.

verschieden sein. Alsdenn ist die Bewegung Ac=Ad+dc und Bc=Be+ec; und die Körper würken mit den ungleichen Geschwindigkeiten dc und ec auf einander. Es muß des-
§ 81 wegen A nach f zurückspringen mit der Geschwindigkeit fc=ec, und B nach g mit der Geschwindigkeit cg=dc. Weil A vor dem Stoß die Bewegung Ad, und B die Bewegung Be hatte, welche durch den Stoß nicht geändert worden sind: so setzen sie dieselben fort. A gehet nach h mit der Geschwindigkeit fh=Ad. B gehet nach k mit der Geschwindigkeit gk=Be. Da A sich nun zugleich nach cf und fh; B aber zugleich nach cg und gk bewegen soll: so muß A die Diagonal ch mit der Geschwindigkeit ch, und B die Diagonal ck mit der Geschwindigkeit ck durchlaufen.

§ 100.

F.28 Wir wollen ferner annehmen, daß diese beide Körper **ungleiche Massen** haben. Es mag der **große** Körper B **ruhen**, und A an ihn mit der Geschwindigkeit Ac stoßen. Wären die Massen dieser Körper gleich: so würde sich nach dem Stoß, B mit der Geschwindigkeit cg=dc bewegen; und A mit der Geschwin-
§ 97 digkeit ce=hc nach e gehen. Wäre B in Ansehung des A sehr groß: so würde B gar nicht durch den Stoß beweget werden, und A würde mit der Geschwindigkeit cf=Ac nach f
§ 96 zurückspringen. Weil nun B zwar größer als A, aber nicht so groß angenommen wird, daß

er nicht könte durch A in Bewegung gesetzet werden: so beweget sich B nach dem Stoß mit einer kleinern Geschwindigkeit als cg ist, indeß § 83
kan er nicht gänzlich in Ruhe bleiben. Und A behält zwar eine größere Geschwindigkeit als ce ist; aber er kan nicht mit der Geschwindigkeit cf zurück gehen. Je größer der Unterscheid der Massen ist; desto kleiner ist die Geschwindigkeit des Körpers B, und desto größer die Geschwindigkeit des Körpers A nach dem Stoße. Wenn die Geschwindigkeit des B $=c3$: so beweget sich A mit der Geschwindigkeit $c\alpha$. Und wenn jene $=c1$: so beweget sich A mit der Geschwindigkeit $c\gamma$.

§ 101.

Es sei die **Masse** des Körpers B **welcher** F.29
ruhet, kleiner als die Masse A. Wäre B=A; so müßte sich B nach dem Stoß mit der Geschwindigkeit ck=dc, und A mit ce =hc fortbewegen. Wäre A in Ansehung des § 97
B sehr groß: so müßte B durch den Stoß die Geschwindigkeit cg=2dc erhalten, und A würde seine Direction gar nicht ändern, sondern mit der Geschwindigkeit cf=Ac seine § 82
Bewegung nach f fortsetzen. Da wir A größer als B, aber den Unterscheid der Massen nicht gar zu groß annehmen: so muß die Geschwindigkeit des B größer als ck, aber kleiner als cg oder 2dc sein. Und die Geschwindigkeit des Körpers A muß nach dem Stoß größer sein als ce, obgleich sie allezeit kleiner bleibt als

cf.

cf. Je größer der Unterscheid der Massen ist: desto größer ist die Geschwindigkeit beider Körper. Gehet B mit der Geschwindigkeit c1: so hat A die Geschwindigkeit cα. Und wenn B die Geschwindigkeit c3 erhält: so behält A die Geschwindigkeit cγ.

§ 102.

F.30 Sind **beide** Körper A und B **in Bewegung** und ihre **Geschwindigkeiten** vor dem Stoß sind **gleich**, Ac=Bc: so stoßen sie mit den
§ 96 gleichen Geschwindigkeiten dc und ec gerade auf einander. Je größer der Unterscheid der Massen ist, desto größer ist die Geschwindigkeit mit welcher B nach e, und desto kleiner die Geschwindigkeit mit welcher A nach d zurück
§ 88 gehet. Wenn nun die Masse B in Ansehung der Masse A sehr geringe ist: so gehet B mit der Geschwindigkeit ch welche 3mahl so groß als ce, zurück, und die Bewegnng des A wird durch den Stoß gar nicht geändert, mithin folget A dem
§ 88 andern Körper mit der Geschwindigkeit ce nach. Es hatte aber B vor dem Stoß, außer ec, noch die Bewegung Be. Diese setzet er nach dem Stoß fort und gehet also auch nach hk=Be. A hatte außer dc noch die Bewegung Ad. Da er diese nach dem Stoße behält: so muß er auch nach cg gehen. Weil sich nun B zugleich nach den Directionen und mit den Geschwindigkeiten ch und hk bewegen soll: so muß dieser Körper die Linie ck mit der Geschwindigkeit ck durchlaufen. Und A welcher sich zugleich nach

nach den Directionen und mit den Geschwindigkeiten ce und cg bewegen soll, durchläuft die Linie cf mit der Geschwindigkeit cf=Ac. Es setzet also A seinen Lauf fort, ohne daß seine Direction oder seine Geschwindigkeit geändert wird.

§ 103.

Es sollen endlich die **Geschwindigkeiten** beider Körper **ungleich** sein, und sich umgekehrt verhalten wie die Massen. Es verhält sich also Ac: Bc=B: A. Weil nun △Adc ∽ △Bec und deswegen Ac:Bc=dc: ec so ist auch dc: ec=B:A, und die Körper stoßen gerade mit den Geschwindigkeiten dc und ec auf einander, welche sich wie ihre verkehrte Massen verhalten. Folglich muß B nach ce mit der Geschwindigkeit ce und A nach cd mit der Geschwindigkeit cd zurückspringen. Weil sich vor dem Stoß B nach Be und A nach Ad bewegete: so setzen sie diese Bewegung fort. B gehet zugleich nach den Directionen und mit den Geschwindigkeiten ce und eg=Be. Folglich durchläuft er die Diagonal-Linie cg mit der Geschwindigkeit cg=cB. Und A gehet zugleich nach den Directionen und mit den Geschwindigkeiten cd und df=Ad. Folglich beweget er sich durch die Linie cf mit der Geschwindigkeit cf=Ac.

F. 31 § 98 Anmerk. § 90

§ 104.

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich **weiche Körper** bewegen, wenn sie mit einem gewissen Winkel schief an einander gestoßen sind, kan auf eine ähnliche Art, wie die Geschwindigkeit der elastischen Körper, gefunden werden. Es wird nehmlich
F.22 die würkliche Geschwindigkeit Ac des Körpers A vor dem Stoße, als die Hypotenuse eines rechtwinklichten Dreiecks Adc angesehen, dessen Winkel Acd so groß ist, als der gegebene spitze Winkel mit welchen A an B stößt. Man untersucht wie groß die Geschwindigkeit Ad = fc sei, mit welcher A perpendiculär auf B stößet; und wie groß die Geschwindigkeit dc = Af sei, welche durch den Stoß nicht verändert wird. Durch die Anwendung des 50 §, und der in den 58 bis 69 §§ gegebenen Regeln kan man die Größe der Geschwindigkeit der Körper nach dem Stoß bestimmen.

F.22 Wenn wir also statt der elastischen Körper, weiche setzen: so muß sich in dem Falle des 97 §, B nach dem Stoße nach der Direction cg mit einer Geschwindigkeit, welche halb so groß ist als fc bewe-
58 gen; und A durchläuft die Diagonal eines rechtwinklichten Parallelogrammi, davon

die

die eine Seite so groß ist als dc, oder Af, und die andere der Helfte von fc gleich ist.

In dem Fall des 98 § laufen beide Kör- F.26
per nach dem Stoß parallel neben einander weg. Ihre Directions-Linien stehen auf der Linie gf perpendiculär, und die Ge- § 60
schwindigkeit eines jeden Körpers ist so groß als Ag=Bf.

In dem Falle des 99 § wird nach dem F.27
Stoße die Geschwindigkeit des Körpers B, durch die Diagonal eines rechtwinklichten Parallelogrammi ausgedrücket, dessen eine Seite so groß ist als die halbe Differenz der Linien dc und ce; und die andere so § 61
groß als Be. Die Geschwindigkeit des Körpers A ist der Diagonal eines rechtwinklichten Parallelogrammi gleich, dessen eine Seite ebenfalls so groß ist als die halbe Differenz der Linien dc und ec, davon aber die andere Seite der Linie Ad gleich ist.

Es ist sehr leicht, die Geschwindigkeit der Körper A und B in allen übrigen Fällen zu finden.

Die Veränderungen in der Bewegung, wenn **viele** elastische oder weiche **Körper**, perpendiculär oder schief an einander stoßen, können aus dem was ich bisher vorgetragen habe, ohne Mühe erkläret werden. Alle diese Fälle ausführlich abzuhandeln, würde die Grenzen dieser Schrift überschreiten. Wer des Herrn **Gravesand** Elementa Physices mathematica Tom. I. p. 158. 174 seq. der neuern Ausgabe, nachlieset, der wird diese Materie fürtrefflich ausgeführet finden.

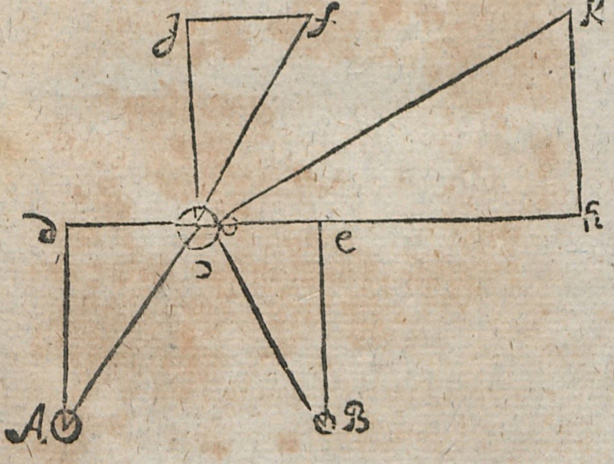
Lübeck,
gedruckt bei Johann Daniel August Fuchs.

Druckfehler.

Seite 12. Lin. 16 soll stehen **statt** für **staat.** S. 14. Lin. 11. und S. 29. Lin. 14 Größen für Zahlen. S. 38. Lin. 10 ad für ab. S. 50. Lin. 11 ac für dc. S. 76. Lin. 3, — 2 für 2. S. 96. Lin. 24

$$\frac{AC+BC+Ac+Bc}{A+B} \text{ für } \frac{AC+BC-Ac-Bc}{A+B.}$$

S. 104. Lin. 22 $y=3+\frac{1}{2}$ und $x=3-\frac{1}{2}$ für $y=1+\frac{1}{2}$ und $x=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$. S. 107. Lin. 23 ce für ca. In dem Kupfer sind weil es an einem andern Orte gestochen, einige Fehler, welche der Leser leicht selbst verbessern wird. Die 30ste Figur ist ganz falsch gezeichnet, an deren Stelle beliebe man diese zu setzen



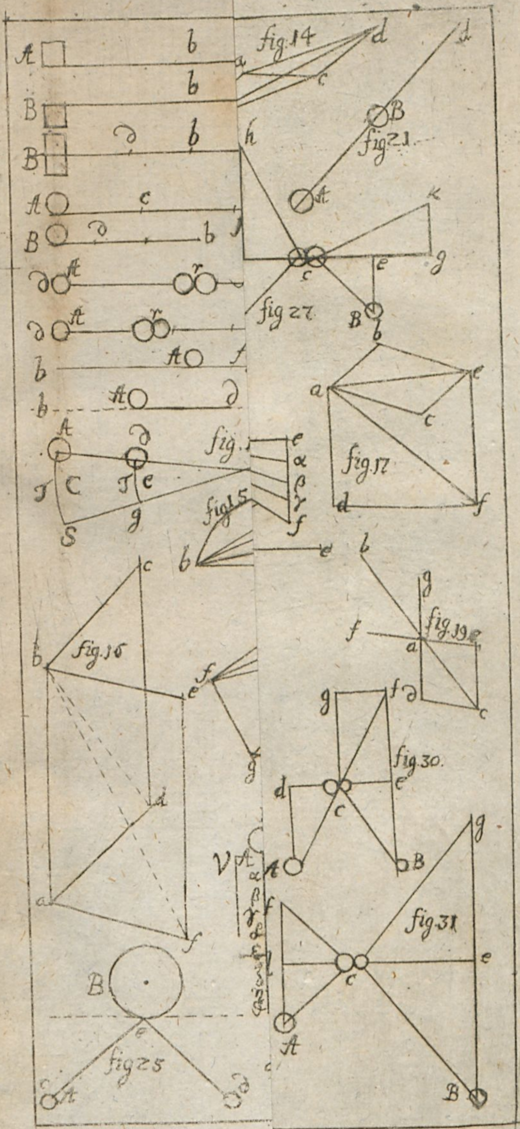


fig.14
fig.21
fig.27
fig.15
fig.17
fig.16
fig.19
fig.30
fig.31
fig.25

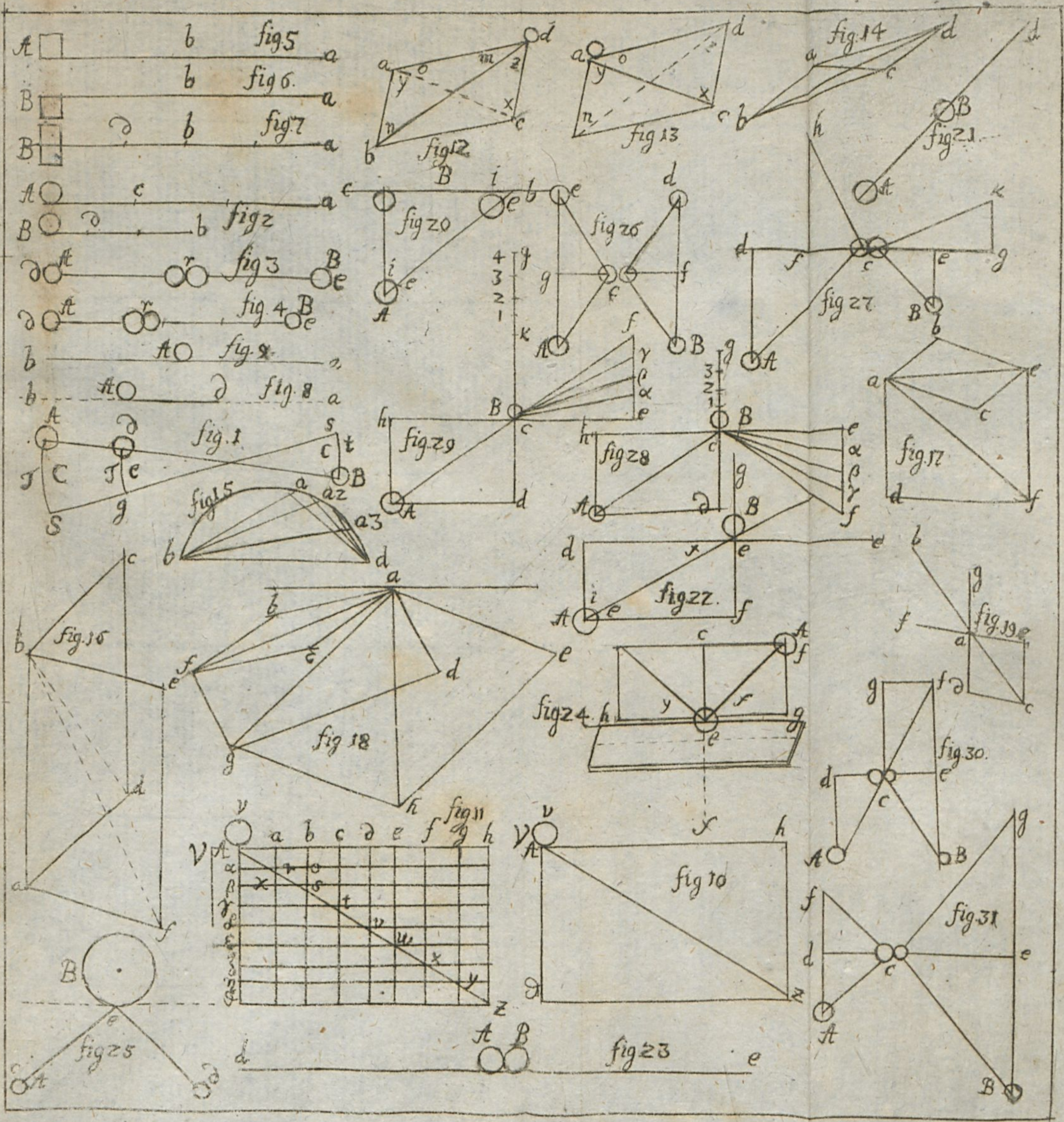


fig 5
fig 6
fig 7
fig 2
fig 3
fig 4
fig 8
fig 1
fig 15
fig 16
fig 18
fig 11
fig 25
fig 12
fig 20
fig 29
fig 13
fig 26
fig 28
fig 22
fig 24
fig 10
fig 23
fig 14
fig 21
fig 27
fig 17
fig 19
fig 30
fig 31

Gesetze
zur Bestimmung
der
Geschwindigkeit
derer Körper
in der
geradlinichten Bewegung

entworfen von

Henrich Valentin Becker.

Rostock und Wismar,
bei Joh. Andr. Berger und Jacob Boedner.
1756.