LECTIONES
SVAS AESTIVALES
AVDITORIBVS SVIS
INDICAT,

ATQVE

DE VIBRATIONE CHORDARVM

ALIQVA PRAEFATVR

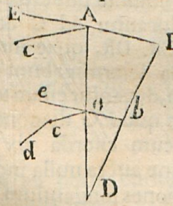
IO. LVD. OEDERVS, A. M.

PROF. PVB. ORD.

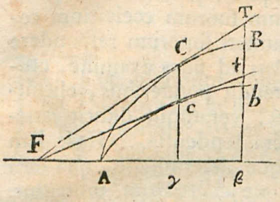
BRVNSVIGAE TYPIS MEYERIANIS.

Non ingratum vobis fore confido, auditores suauissimi, si pauca hic de tonis musicis vobiscum disputem. Vos enim plerique artem musicam ab omni tempore nobilissimam habitam, sic vt vel diis suis imponerent antiqui lyras tibiasq., calletis, reliqui omnes frequentia vestra in ludis musicis, quibus honestissima aurium oblectamenta nobis procurauit magnus Euergeta noster, significatis, vestro iudicio dignam eam esse liberali atque eleganti homine. In doctrina de sono generatim, ad quam nostra tractatio pertinet, tria considerari debent, primo quid accidat in corpore sonoro, tum, qua ratione ad aures nostras perferatur sonus, & quomodo is denique percipiatur ab animo. Hoc vltimum fugit intelligentiae humanae vim, neque enim quidquam aliud, vt de omnibus in vniuersum sensationibus, constat, quam agitari organa quaedam auditus motu quodam tremulo, at qui inde sensatio in animo excitetur, ob ignotum nobis vinculum, quo animus atque corpus inter se continentur, semper in obscuro latebit. Secundam partem felicissime absoluit ingens Neutonus, qui, facem praeferente mathesi, particulam vnam quamque aeris, per quem sonus propagatur, ire docuit per breuissimum spatium atque redire, vt corpus graue in cycloide mouetur, vndarumque sonorarum definiuit velocitatem, quae semper aequat velocitatem casu a dimidia altitudine atmosphaerae acquisitam, si haec ad eandem vbique densitatem redigatur, quae est aeris nos ambientis. Prima pars veterum, graecorum maxime, iam exercuit ingenium, apud quos summopere floruit Musica, tractata quippe a principibus viris, nec sine dedecore quodam ignorata. Sic legimus inter laudes Epaminondae, praeclare eum fidibus sciuisse, Themistoclem indoctiorem habitum esse, quod in epulis lyram recusasset. Sed Pythagoras, geras, quod sciam, primus inquisiuit, a qua ratione neruorum dispares sonos edentium penderet concordia. Nam, quae est Macrobii fabula, nescio an vera, Samius ille philosophus, praeteriens aliquando fabros ferrarios, consonantiasque orbium suorum coelestium cogitans, animaduertit acumini atque grauitati sonorum respondere pondera malleorum, tum, verso ex malleis ad fides examine, ouium intestina, boumque neruos variis tetendit ponderibus, elicuitque inde concentum, quem expectauerat, veramque didicit rationem, quae esset inter sonos atque pondera tendentia. Haec iam contemplari vobiscum aggredior, legemque determinare, qua toni musici a longitudine, crassitie et tensione chordarum mutantur. Per tonos autem intelligere oportet numeros vibrationum, quas chordae certo quodam tempore peragunt. Eo enim acutius sonat chorda, quo citius vibratur, eo grauius, quo lentius mouetur. Sed video praemonenda esse aliqua, quo sequentia recte a vobis capiantur.

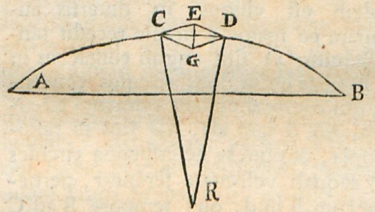
Curuatura in circulo eadem est vbique, in diuersis autem inuerse vt radii. Et quoniam eo magis a circulo recedit tangens, quo minor est radius, sequitur vt sint anguli contactus in eadem ratione curuaturarum. Fingite enim duos circulos concentricos, duosque radios AD, DB, qui comprehendant elementa circulorum ab, AB, si iam aD, AD sint in ratione subdupla, & puncta describentia circulos ex b, B aequali velocitate ferantur, perueniet punctum b in d, quo tempore B ad C pertingit, & via puncti b bis inflexa est in a & c, sed puncti B semel tantum in A. Cum ergo angulus cae sit = CAE, erit ang. dae non diuersus a duplo angulo CAE. Reliquae curuae cogitantur oriri ex infinite paruis arcubus circulorum, variis radiis descriptorum, & curuatura earum in dato puncto determinatur inuento radio circuli, qui ibi cum curua congruit, qui adeo radius ad curuam normalis est. Radium osculi vocant.



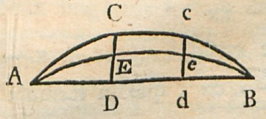
Iam si sint duae curuae AB, ab, quarum eaedem abscissae, ordinatarum autem Cγ, cγ ratio constans sit & curuae quam minimum ab axe $F\beta$ distent, sic vt ordinatae & ad curuam normales haberi queant, erit ratio curuaturarum in his punctis eadem, quae ordinatarum. Tangentes enim ad duo puncta respondentia C, c, quae semper in eodem axis puncto F concurrent, productae secent aliam ordinatam $B\beta$ in T, t, erit $C\gamma : c\gamma = T\beta - B\beta : t\beta - b\beta = TB : tb$. Accedat $T\beta$ ad $C\gamma$ quam proxime, non discrepabunt CB, cb a rectis lineis, & BT, bt ab arcubus circulorum, & cum quiuis anguli sequantur rationem arcuum directam & radiorum inuersam, erunt anguli contactus TCB, tcb, vt $\frac{TB}{CB}, \frac{tb}{cb}$ vel quia CB, cb pro aequalibus haberi possunt, vt $TB, tb, = C\gamma : c\gamma$ adeoque & curuaturae erunt vt ordinatae.



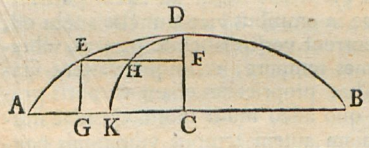
Porro patet punctum quoduis C in chorda tensa per minima spatia oscillante ACB, vrgeri a vi acceleratrice, quae sit vt curuatura in eo puncto. Nam, assumto puncto proximo D, ducantur ad C & D normales CR, DR, quae intersectione sua determinabunt radium osculi, ducantur etiam tangentes CE, ED & fiat parallelogrammum CD, in quo EG diagonalis sit. Si tensio nerui, quae vbique eadem est, cum chorda vix ab axe AB recedat, adeoque vi tendenti a longitudine aucta nulla inducatur mutatio, repraesentetur per CE, vel ED portiones tangentium inter se aequales, erit vis, qua particula CD chordae versus EG vel CR vrgetur, vti EG. Sunt vero Δ^a. EGD, CRD similia (nam angulus $EDG = CRD$, quia vterque complementum est anguli CED ad duos rectos) hinc $ED : EG = CR : CD$, & tensio ad vim qua vrgetur CD in



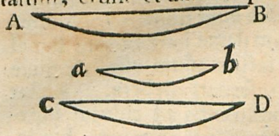
in directione CR, vt CR ad CD, seu vis haec est vti $\frac{CD}{CR}$, vel propter CD constantem, vti $\frac{1}{CR}$ hoc est vt curuatura in C. Ex his coniunctis efficitur, neruum talem tensum per minima spatia oscillantem moueri sic, vt vis acceleratrix & velocitas initialis sit vbique vti distantia ab axe, dummodo sit ea curuae natura, vt CD, cd quaeuis sint proportionales curuaturis in C, c. Dico autem mox in hanc speciem conformatum iri neruum percussum. Sint enim curuaturae seu vires accelerantes in C, c in maiori ratione quam CD : cd, erit etiam celeritatum & spatiorum primo tempusculo descriptorum CE, ce ratio maior, adeoque ED : CD < ed : cd, quod ipsum etiam de curuaturis in his punctis valet, quae minuuntur cum distantiis ab axe. Ergo curuatura in E iam minor erit respectu eius in e quam ante, et sic perpetuo, donec ad dictam proportionem reducantur. Similiter ostenditur, non posse esse minorem rationem CD, cd ratione curuaturarum in C, c. Constat ergo propositum.



Ex his innotescit natura curuae musicae ea, vt si ex C, puncto medio lineae AB ducatur normalis DC, quae sagitta erit maxima, ex C autem radio DC quadrans circuli DK describatur, & ex F puncto quouis lineae DC erigatur adplicata EF, ratio DH : EF constans sit, seu AC : KD = EF : HD. Inuertemus autem hoc, & ex posita curuae natura deducemus, curuaturas lineae ADB in quouis E esse vt EG, seu vt spatia a puncto E chordae percurrenda.



Sit DC = a, DF = x, EF = y, DE = s, AC : KD = m : 1, erit y = m, HD = m. $\int \frac{adx}{\sqrt{2ax-xx}}$. Nam elementum arcus DH inuenitur $= \frac{adx}{\sqrt{2ax-xx}}$ si ex $dx^2 +$ quadrato elementi HF seu $dx^2 + \overline{\frac{adx - xdx}{\sqrt{2ax-xx}}}^2$ extrahatur radix. Expressio generalis radii osculi, posito ds constante, est $\frac{dsdy}{ddx}$ vel hic, vbi ob curuam maxime elongatum $ds = dy$, $\frac{dy^2}{ddx}$. Ergo ds etiam poni potest $= \frac{madx}{\sqrt{2ax-xx}}$, quod ipsum adeo constans est & cuius fluxio nulla est. Hinc $maddxx\,\overline{\sqrt{2ax-xx}} - \frac{ma^2dx^2 - maxdx^2}{\sqrt{2ax-xx}} = o$, & $ddx = \frac{a-x.\,dx^2}{2ax-xx}$, quo in formula $\frac{dy^2}{ddx}$ substituto, fit $\frac{m^2a^2dx^2}{2ax-xx} : \frac{a-x.\,dx^2}{2ax-xx} = \frac{m^2a^2}{a-x} =$ radio osculi, qui adeo propter m^2a^2 constans, est reciproce vt $a - x = FC = EG$, vti supra inuenimus. Differt haec curua parum a cycloide elongata, in qua omnes EH sunt vti arcus HD. EH autem & EF propter summam quadrantis paruitatem aequales censeri possunt. Vidimus quamuis nerui tensi particulam vrgeri a vi quae semper distantiae ab axe respondet, ergo omnes particulae simul ad axem peruenient, & celeritate acquisita, quae in omnibus viae punctis aucta est, dum maxima fieret in axe, excurrent versus alteram partem, vibrationesque peragent eodem omnes tempore, vtcunque varient spatia, per quae vibrantur. Sunt hae proprietates etiam corporis grauis in cycloide oscillantis, cum quo adeo motu motus chordae musicae perfecte conuenit. Quoniam autem tempus vibrationis pendet a longitudine, crassitie & tensione nerui, dispiciamus iam, quid ea singula conferant, vt contendere inter se tempora oscillationis duarum pluriumue chordarum liceat. Sint primo duo nerui eiusdem longitudinis, & crassitiei, sed inaequalibus viribus tensi, poterunt haberi pro duobus pendulis, quae diuersis grauitatis viribus vrgeantur in cycloidibus aequalibus. Iam cum in isthoc casu tempore pora oscillationum sint reciproce in ratione subduplicata grauitatum, erunt etiam tempora vibrationis chordarum vti radices vi-



rium tendentium. Sit chordarum AB, ab, eadem tensio ac crassities sed dispar longitudo, possunt eae comparari cum pendulis, quorum longitudines sint vt AB, ab & quae a grauitatis viribus agitantur, quae sint inter se, vti ab : AB. Nam fingamus tertiam chordam CD, cuius longitudo sit $=$ AB, pondus autem aequale ponderi chordae ab. Si iam sint AB, CD ab eadem vi inflexae et elatere suo restituantur, erunt velocitates nascentes vti pondera inuerse, seu vti ab : AB. Nam quando obstacula inaequalia a viribus aequalibus promouentur, spatia quaeuis eodem tempore descripta seu celeritates sunt inuerse vti obstacula. Sed in pendulis aequalibus velocitates nascentes sunt vt grauitates, et tempora oscillationum in ratione subduplicata inuersa grauitatum, ergo et tempora, quibus AB, CD vibrantur, erunt vt $\sqrt{ab} : \sqrt{AB}$ inuerse, hoc est vt $\sqrt{AB} : \sqrt{ab}$. Porro chordae CD, ab, oscillant vt pendula, quorum longitudines sunt vti CD, ab, temporibus, quae sunt vt radices longitudinum seu vt $\sqrt{CD} = \sqrt{AB} : \sqrt{ab}$, ergo tempus oscillationis chordae AB est ad illud chordae ab coniunctim vt $\overline{\sqrt{AB} : \sqrt{ab}} \times \overline{\sqrt{AB} : \sqrt{ab}} = AB : ab$. Tandem sint duae chordae aequaliter longae et tensae, non autem aequaliter crassae, constat ex antecedentibus, moueri eas vt pendula grauitatibus agitata, quae sint vt massae chordarum reciproce. Habentur chordae pro cylindris eiusdem longitudinis, quarum adeo massae erunt vt quadrata diametrorum. Ergo tempora oscillationum, quae sunt vt radices virium grauitatis reciproce, erunt vti diametri chordarum directe. Hinc si chordas ponamus tensione longitudine & crassitie differre, componetur ratio temporum oscillationis ex reciproca subduplicata ratione virium tendentium, & directa diametrorum atque longitudinum chordarum. Numeri autem vibrationum dato tempore peragendarum, qui sunt inuerse vti tempora vibrationis vni-

us,

us, erunt vt radices tenſionum directe, et vti diametri atque longitudines chordarum inuerſe. Et in hac ratione ſunt toni duarum chordarum. Poteram hic addere, quomodo inueniendus eſſet numerus vibrationum chordae cuiuscunque, dum pendulum datae longitudinis ſemel oſcillat. Sed noſtis ſummopere mihi feſtinandum eſſe, & quae forte dicenda ſuperſunt, alii occaſioni reſeruari debere. Reſtat vt vobis, cariſſimi auditores, qui huc confluxiſtis ad cultum ingenii capiendum, imbuendumque vtili cognitione animum, hic lectiones indicem his proximis ſex menſibus a me habendas. Proponam matheſin puram, duce Cel. Segnero, Gottingenſium Euclide, & eiusdem eruditiſſimi viri Phyſicam, quam magno Germaniae commodo lingua vernacula ſcriptam cum maxime euulgat, explicabo, eo vtramque ſtudio, vt blandam demonſtrationum geometricarum vim ipſi perpeſſi in aliis ſcientis facilius deinde conſtituere queatis, quid certum verumque ſit, quid probabile, naturae autem phaenomena oculis atque mente perſpecta vobis fiant. Tandem & ſtaticam ſeu doctrinam de aequilibrio ſolidorum & fluidorum ſic exponere conabor, vt procliue vobis ſit praecepta diſciplinae vtiliſſimae ad vſum in vita communi transferre.

Scrib. a. d. 1. Maii 1746.

18

14

LECTIONES SVAS AESTIVALES

AVDITORIBVS SVIS

INDICAT,

ATQVE

DE VIBRATIONE CHORDARVM

ALIQVA PRAEFATVR

IO. LVD. OEDERVS, A. M.

PROF. PVB. ORD.

BRVNSVIGAE TYPIS MEYERIANIS.

Wß

1746

13