J. F. Pfaff

Juristisch-mathematische Abhandlung

über

Anatocismus und Interusurium.

Zu Erlangung der höchsten Würde in der Rechtsgelahrtheit
der hochlöblichen Juristen-Fakultät zu Giesen

als

Probeschrift

vorgelegt

von

Carl Zimmermann.

Frankfurt am Main 1797,
gedruckt bei Varrentrapp und Wenner.

I.

Rechnung der Zinsen von Zinsen.

1) Wenn ein Kapital $= C$ so verzinset werden soll, daß die Interessen $= \frac{r}{m}$ immer, nach Verlauf einer bestimmten Zeit, zum Beyspiele eines Jahres, zum Kapital geschlagen, und ebenfalls in dem Verhältniß $\frac{r}{m}$ verzinset werden sollen; so findet sich die ganze Summe, wozu das Kapital in t Zeit angewachsen ist, auf folgende Weise.

2) Man setze $C = 1$, so wird dasselbe nach Verlauf der ersten Zeit $= 1 + \frac{r}{m}$. Will man also wissen wie groß 1 nach Verlauf der zweyten Zeit seyn wird; so setze man

$1 : 1 + \frac{r}{m} = 1 + \frac{r}{m} : x$, oder, unter einerley Benennung gebracht,

$$1 : \frac{m + r}{m} = \frac{m + r}{m} : x = \frac{(m + r)^2}{m^2}.$$

Man spricht hier 1 giebt $\frac{m+r}{m}$, was giebt $\frac{m+r}{m}$, und muß also nach der Regel de Tri $\frac{m+r}{m}$ durch $\frac{m+r}{m}$, das heißt, durch sich selbst multipliciren. Man erhält also, weil 1 nicht dividirt, $x =$ dem Quadrate von $\frac{m+r}{m}$, oder $\left(\frac{m+r}{m}\right)^2$.

3) Eben so findet man die Summe für die dritte Zeit, durch den Ansatz

$$1 : \frac{m+r}{m} = \frac{(m+r)^2}{m^2} : x = \frac{(m+r)^3}{m^3}.$$

Hier wird wieder das Quadrat von $\frac{m+r}{m}$ mit der Wurzel multiplicirt, man erhält also $x = \frac{m+r}{m}$ in der dritten Potenz.

4) Für die vierte Zeit würde man also $\frac{(m+r)^4}{m^4}$, für die fünfte $\frac{(m+r)^5}{m^5}$ und überhaupt für die $n$te Zeit $\frac{(m+r)^n}{m^n}$ erhalten, das heißt, die Größe $\frac{m+r}{m}$ wird gefunden, wenn man sie zu der so vielten Potenz erhebt, als die Zahl der Zeit ist, wofür sie gesucht wird.

5) In dem Ausdruck $\frac{m+r}{m}$ bedeutet m jede mögliche Größe, weil C als eine Einheit angesehen wurde. Will man also x in der Anwendung bestimmen; so muß der dafür gefundene Ausdruck mit der Summe C multiplicirt werden, wodurch die Formel entsteht

$$\frac{(m+r)^n}{m^n} . \ C$$

Um den Ausdruck abzukürzen setze man $r = 1$, also $\frac{r}{m} = \frac{1}{m}$, welches anzeigt, den wievielsten Theil des Kapitals die Interessen ausmachen; daher $\frac{m+r}{m} = \frac{m+1}{m}$, wofür ich μ schreiben will. Hiernach wäre die obige Formel $= \mu^n . \ C$.

6) Wäre $C = 100$, $\frac{1}{m} = \frac{1}{20}$; so wäre $\frac{m+1}{m} . C = \frac{21}{20} . 100 = \frac{2100}{20}$ $= 105$. Die Summe des Kapitals und der Interessen vom ersten Jahre.

Sollte die Summe, wozu das Kapital mit den Zinsen und Zinseszinsen im 2ten Jahre angewachsen ist, gefunden werden, so wäre, nach der Formel, $x = (\frac{21}{20})^2 . 100 = \frac{441}{400} . 100 = \frac{44100}{400} = 110\frac{1}{4}$.

Für $\left(\frac{m+1}{m}\right)^3 . C$ ist x, unter den vorigen Bedingungen, $= \frac{9261}{8000}$. $100 = \frac{926100}{8000} = 115\frac{61}{80}$ u. s. w.

7) Hieraus ergiebt sich also die Regel:

> x wird gefunden, wenn man: a) $\frac{m+1}{m}$ zu der so vielten Potenz erhebt, als die Zahl der gegebenen Jahre ist;
>
> b) dieses mit dem Kapital multiplicirt, und
>
> c) den Zähler durch den Nenner dividirt.

8) Exempel. Es sey $C = 100$; die Interessen $= 5$ p. c. also $m = 20$; $n = 3$, so ist die Rechnung

Nenner		Zähler.	
1)	20	1)	21
	20		21
2)	400	2)	441
	20		21
3)	8000	3)	9261 dieß multiplicirt mit
			100

$$8000 \,\Big|\, \cancel{9}\cancel{2}\cancel{6},100 \,\Big|\, \text{dieß durch den Nenner dividirt}$$
$$\cancel{1}\cancel{4}\cancel{8} \quad 115\tfrac{61}{80}$$

Das Kapital = 100 fl. wächst also mit Zins und Zinseszins in 3 Jahren zu 115 fl. 45 kr. 3 pf. an.

9) Da ein Kapital = 100, zu 5 p. c. ausgeliehen, am Ende des Jahres mit den Interessen 105 beträgt; so ist klar, daß man x auch durch ein einfaches Proportionsexempel für jedes gegebene Jahr folgendergestalt finden kann.

$$100 : 105 = 105 : x = 110\tfrac{1}{4}$$

$$\begin{array}{r} 105 \\ \hline 525 \\ 1050 \\ \hline \end{array}$$

$$100 \,|\, 110{,}25 \,|\; 110\tfrac{25}{100} = 110\tfrac{1}{4}$$

Für das dritte Jahr schließt man

$$\begin{array}{l} 100 : 105 = 110\tfrac{1}{4} : x = 115\tfrac{61}{80} \\ \overline{400} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 441 \\ 105 \\ \hline 2205 \\ 4410 \\ \hline \end{array}$$

$$400 \,\left|\, \begin{array}{c} 4\cancel{6}\cancel{3},05 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right|\; 115\tfrac{305}{400} = \tfrac{61}{80},$$ die oben gefundene Summe.

10) Da 5 der 20te Theil von 100 ist; so könnte man sich den Wachsthum eines Kapitals, das zu 5 p. c. ausgeliehen wäre, stückweise also vorstellen:

Jahr.	Kapital und Zinsen,
I.	$1 + \frac{1}{20}$
II.	$1 + \frac{2}{20} + \frac{1}{400}$
III.	$1 + \frac{3}{20} + \frac{3}{400} + \frac{1}{8000}$
IV.	$1 + \frac{4}{20} + \frac{6}{400} + \frac{4}{8000} + \frac{1}{160000}$
V.	$1 + \frac{5}{20} + \frac{10}{400} + \frac{10}{8000} + \frac{5}{160000} + \frac{1}{3200000}$

Das heißt; das Kapital = 1 hat im ersten Jahre eingetragen $\frac{1}{20}$, es ist also mit den Interessen $= 1 + \frac{1}{20}$. Im zweyten Jahre giebt 1 wieder $\frac{1}{20}$; 1 ist also im 2ten Jahre $= 1 + \frac{2}{20}$. Da aber auch das $\frac{1}{20}$, das im vorigen Jahre zum Kapital gekommen war, wieder Interessen trägt; so kommt zu dem $1 + \frac{2}{20}$ noch ein $\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{20} = \frac{1}{400}$; 1 ist also mit Zins und Zinseszins zu $1 + \frac{2}{20} + \frac{1}{400}$ angewachsen.

Eben so ist in dem 3ten Jahre zum Kapital gekommen a) der dreyfache Zins von $1 = \frac{3}{20}$, b) der Zins von dem $\frac{1}{20}$ des ersten, und von den $\frac{2}{20}$ des zweyten Jahres $= \frac{3}{400}$, und endlich noch c) der Zins von dem $\frac{1}{400}$ des zweyten Jahres $= \frac{1}{8000}$, u. s. w.

11) Wollte man also nach dieser Vorstellung die Summe von x nach Verlauf von n Jahren finden; so dürfte man nur die neben der gegebenen Jahreszahl in der Tafel befindliche Reihe summiren. Man sucht z. B. x für 3 Jahre, wenn C = 100.

Man nehme die Reihe neben III $= 1 + \frac{3}{20} + \frac{3}{400} + \frac{1}{8000}$, giebt, unter einerley Benennung gebracht,

$$\begin{array}{rcl} 1 & = & 1{,}000000 \\ \frac{3}{20} & = & 0{,}150000 \\ \frac{3}{400} & = & 0{,}007500 \\ \frac{1}{8000} & = & 0{,}000125 \\ \hline & & 1{,}157625 \end{array}$$

C ist also = 1,157625, worin C als eine Einheit betrachtet ist. Wäre C = 100; so müßte die gefundene Summe damit multiplicirt werden. Man erhielte also in dem gegebenen Beyspiele 115,7625, beträgt in Gulden 115 fl. 45 kr. 3 pf., welches die obige Summe ist*).

*) Die Tabelle in (10) wird leicht entworfen, wenn man nur bemerkt, daß die Zähler der ersten Bruchspalte die natürlichen Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. . . die Zähler der zweyten die Triangularzahlen 1. 3. 6. 10. 15. . ., die Zähler

12) Weil diese Rechnung, nach den bisher vorgetragenen Methoden, äusserst weitläuftig wird, sobald die gegebene Jahreszahl größer, als in den angeführten Beyspielen ist; so bedient man sich besser der Logarithmen, mit deren Hülfe man jedes Exempel, wenn die Jahreszahl auch noch so groß ist, leicht ausrechnen kann.

13) Aus der Formel $\left(\frac{m+1}{m}\right)^n . C$ fließt die Regel: man subtrahire den Log. m von dem Log. $m+1$, multiplicire die Differenz mit n, und addire zu dem Produkt den Log. C. Die Summe ist $=$ Log. x.

14) Exempl. Es sey $C = 100$; $m = 20$; $n = 3$; so ist

Log. $m+1 = L.\ 21 =$	1,3222192947
Log. $m = L.\ 20 =$	1,3010299957
Log. $\frac{21}{20} =$	0,0211892990
	3
	0,0635678970
Log. $100 =$	2,
Log. $x =$	2,0635678970

Diesem Logarithmus entspricht in den Tafeln die Zahl 115. Weil aber Log. x größer ist, als Log. 115; so ist x durch 115 noch nicht genau ausgedrückt. Es gehört noch ein Bruch dazu, welcher folgendermaßen gefunden wird.

a) Man sehe die logarithmische Differenz, welche mit den gefundenen ersten Ziffern zusammen gehört, als den Nenner eines Bruchs an, dessen Zähler erhalten wird, wenn man

der dritten die Pyramidalzahlen 1. 4. 10. 20. 35. . . die Zähler der vierten die Triangular-pyramidalzahlen 1. 5. 15. 35. 70. u. s. w. sind.

b) Die sieben letzten Ziffern der nächst kleinern Mantisse von den sieben letzten Ziffern der gegebenen Mantisse subtrahirt, und

c) Den dadurch entstandenen Bruch in einen Decimalbruch verwandelt, welcher die gesuchten Ziffern ausdrückt.

15) In dem gegebenen Exempel kann man die zwey ersten Ziffern des, zu der Zahl gehörigen, Decimalbruchs sogleich unter der Kennziffer 4 finden, und es dabey bewenden lassen, weil der dadurch entstehende Fehler nicht mehr, als ungefähr $\frac{2}{3}$ Pf. betragen würde.

16) Sollte indessen der Decimalbruch ganz genau gefunden werden; so setze man nach den obigen Regeln

Die gefundene Mantisse =	5678970	Zahl
Die nächst kleinere =	5585181	11576
Diff. log. 11576=375152	93789	0,25
..	75020	
	18769	
	18755	
	14	

Folglich die gesuchte Zahl=1157625, worin wegen der gefundenen Charakteristik = 2 die drey ersten Zahlen, als Ganze, von den Decimalstellen abzusondern sind, wodurch man 115, 7625, und für ein Capital von 100 fl. wie in (11), 115 fl. 45 kr. 3 Pf. erhält.

17) Nach diesen Grundsätzen sind die Tafeln I. II. III. berechnet worden. Ihr Gebrauch wird aus folgenden Beyspielen erhellen.

18) Exempel. Es sey C = 10000; m = 20; n = 8; so ist die Regel: man nehme die neben der Jahreszahl 8 befindliche Summe, und multiplicire dieselbe mit dem gegebenen Kapital

1 4 7 7 4 5 5 4 4 3 7 8 dieß multiplicirt mit
10000

1 4 7 7 4,5 5 4 4 3 7 8 beträgt in Gulden
14774 fl. 33 kr. 1 $\frac{1}{10}$ Pf.

19) Wie viel betragen 425 fl. zu 4 p. C. in zwey Jahren? Man setze
100 : 108,16 = 425 : n = 459 fl. 40 kr. $3\frac{1}{5}$ Pf.

```
     425
   -----
   54080
  21632
 43264
 --------
 459,0100
```

20) Eben so leicht läßt sich die Größe eines Kapitals nach mehr als 30 Jahren durch diese Tafeln finden. Sind die Jahre über $30 = t$, so ist klar, daß C nach $n + t$ Jahren zu $\mu^{n+t} C = Z$ anwächst. Denn in n Jahren wächst C zu $\mu^n . C$, und in t Jahren zu $\mu^t . C$ an, Z ist daher $= \frac{\mu^n . C . \mu^t . C}{C}$

21) Es sey z. B. $n + t = 50$ Jahren; so wird nach der oben gefundenen Formel Z gefunden, wenn man die neben zwey Jahreszahlen stehende Summen (welche zusammen 50 ausmachen) ineinander multiplicirt, und in dem Produkt die Decimalstellen gehörig absondert.

22) Noch mehr ist diese Rechnung durch die Wuchererschen Tafeln, wovon in Nr. IV. V. VI. Proben enthalten sind, erleichtert worden *).
Sie werden folgendergestalt gebraucht.

23) Exem-

*) Beyträge zum allgemeinen Gebrauch der Decimalbrüche. Ein Buch, das jedem Rechner, der seine Zeit schont, nicht genug empfohlen werden kann.

23) Exempel: C = 100; m = 20; n = 3. Man nehme aus A die neben 3 befindliche Zahl

= 11576250000 dieß multiplicirt mit
100 giebt

Der Decimalbruch in B aufgesucht 115,76250000 = 115 fl.
und hiervon abgezogen, giebt 76250000 = 45 kr. 3 Pf.
welches die Summe in (11) ist.

24) Exempel: Es sey C = 5705 fl. 15 kr. 2 ½ Pf. zu 4 p. C. ausgeliehen. Wie viel beträgt das Kapital nach n = 4 Jahren mit Zins und Zinseszinsen?

5705 fl. = 5705,000000000
15 kr. = 0,250000000
2 pf. = 0,008333333
½ pf. = 0,002083333

Also das ganze Kapital = 5705,260416666
1,169858560

342315 624999960
2852630 2083330
45642113 333328
285263020 83330
4564211333 3328
51347343749 994
342315624999 96
570526041666 6
5705260416666

6674,34773849588670960 = 6674 fl. Hiervon aus
T. II. abgezogen ,34583333333333333 = 20 kr. 3 pf.

,00190516255337627
Ferner abgezogen ,00138333333333333 = ⅓ pf.

,00052182922004294

Die ganze Summe beträgt also 6674 fl. 20 kr. 3 ⅓ pf.

Dieses Exempel ist freylich etwas weitläuftig, es hätte aber weit kürzer werden können, wenn, statt neun, etwa nur 6 Decimalstellen genommen worden wären. Der Fehler, welcher dadurch veranlaßt worden wäre, hätte höchstens $\frac{5}{8}$ eines Pfennigs betragen.

26) Um auch diejenigen, welche sich mit der Decimalrechnung nicht bekannt gemacht haben, von der Richtigkeit und Kürze der, eben vorgetragenen, Methode zu überzeugen, soll das Exempel durch die Regel de Tri berechnet werden.

$$\begin{array}{l}
\qquad\qquad\qquad\quad \text{fl.} \quad \text{kr.} \quad \text{pf.} \qquad\qquad\quad \text{pf.} \\
27)\ 100 : 4 = 5705.\ 15.\ 2\tfrac{1}{2} : x = 54770\tfrac{1}{2}
\end{array}$$

$$\begin{array}{r}
60 \\ \hline
342315 \\
4 \\ \hline
1369262\tfrac{1}{2} \\
4 \\ \hline
100 \,|\, 54770{,}50 \,|\, 54770\tfrac{1}{2} = x \\
(\tfrac{1}{2}
\end{array}$$

Die Interessen des ersten Jahres zum Kapital geschlagen, giebt für das 2te Jahr

$$100 : 4 = 1369262\tfrac{1}{2} : x = 56961\tfrac{8}{25}$$

$$\begin{array}{r}
1369262\tfrac{1}{2} \\
54770\tfrac{1}{2} \\ \hline
1424033 \\
4 \\ \hline
100 \,|\, 56961{,}32 \,|\, 56961\tfrac{8}{25}
\end{array}$$

Man hat also im dritten Jahre

$$100 : 4 = 1424033 : x = 59239\tfrac{483}{625}$$

$$\begin{array}{r} 56961\tfrac{8}{25} \\ \hline 1480999\tfrac{8}{25} \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$100 \,\big|\, 59239{,}77\tfrac{7}{25} \,\big|\, 59239\tfrac{483}{625} = x$$

Dieß giebt endlich nach Verlauf des vierten Jahres

$$100 : 4 = 1480994\tfrac{8}{25} : x = 61609\tfrac{5683}{15625}$$

$$\begin{array}{r} 59239\tfrac{483}{625} \\ \hline 1540234\tfrac{58}{625} \\ 4 \\ \hline \end{array}$$

$$100 \,\big|\, 6160936\tfrac{2332}{625} \,\big|\, 61609$$

Beträgt, zu der vorjährigen Summe addirt:

$$\begin{array}{r} 1540234\tfrac{58}{625} \\ 61689\tfrac{5683}{15625} \\ \hline \end{array} \qquad \overset{\smile}{6{,}0}$$

$$4 \,\Big|\, \begin{array}{r} 1601843\tfrac{9}{25} \\ (3\tfrac{9}{25} \end{array} \,\Big|\, \begin{array}{r} \cancel{4}\cancel{0}\cancel{0}\cancel{4}\cancel{6}{,}0 \\ \cancel{4}\cancel{6}22 \\ (20 \end{array} \,\Big|\, 6674$$

fl.	kr.	pf.
6674	20	$3\tfrac{9}{25}$, welches ganz genau

die Summe in (24) ist.

28) Aus (5) erhält man

I) $n = \dfrac{\log.\ x - \log.\ C}{\log.\ \mu} = \dfrac{\log.\ a}{\log.\ \mu}$,

wenn $x = a\,C$,

II) $C = \frac{x}{\mu^n}$

III) $\mu = \sqrt[n]{\frac{x}{C}} = \frac{m+1}{m} = 1 + \frac{1}{m}$

IV) $\frac{1}{m} = \sqrt[n]{\frac{x}{C}} - 1.$

29) Exempel: Es sey $C = 10000$ und $x = 11025$. Man will die Zeit wissen, worin C zu der Summe $= x$ angewachsen ist. Daher aus (28. I)

$$\log. x = 4{,}042378598$$
$$\log. C = 4,$$

$$\log. \mu = 0{,}021189299 \quad \begin{array}{|l|l} 0{,}042378598 & 2 \\ 0{,}042378598 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Giebt $n =$ zwey Jahre.

30) Man erhält ferner aus (28. II) unter den Bedingungen in (29)

$$\log. x = 4{,}042378598$$
$$\log. \mu^2 = 0{,}042378598$$
$$\log. C = 4{,}000000000$$
Also $C = 10000.$

31) Ist $x = 11025$; $C = 10000$; $n = 2$; so erhält man aus (28. III) $\frac{m+1}{m}$ folgendergestalt

$$\log. x = 4{,}042378598$$
$$\log. C = 4{,}000000000$$
$$2 \,|\, 0{,}042378598 \,|\, 0{,}021189299$$

$$= \log. \frac{m+1}{m} = \log. \tfrac{21}{20} = 1 + \tfrac{1}{20}.$$

32) Aus (28. IV) erhält man endlich

$$\frac{1}{m} = \log.\ x = 4{,}042378598$$

$$\log.\ C = 4{,}$$

$$2\,|\,0{,}042378598\,|\,0{,}021189299$$

$$= \log.\ \frac{m+1}{m};\ \text{folglich } \log.\ \frac{1}{m} = 0{,}021189299 - 1$$

$$= \log.\ \tfrac{1}{20}.$$

Anatocismus *).

31) In der l. 28. C. de usur. ist das Nehmen der Zinsen von Zinsen durchaus verboten:

Ut nullo modo usurae usurarum a debitoribus exigantur, et veteribus quidem legibus constitutum fuerat, sed non perfectissime cautum; si enim usuras in sortem redigere fuerat concessum, et totius summae usuras stipulari: quae differentia erat debitoribus, a quibus revera usurae usurarum exigebantur? Hoc certe erat *non rebus, sed verbis tantummodo legem ponere.* Quapropter hac apertissima lege definimus, nullo modo cuiquam licere usuras praeteriti temporis, vel futuri in sortem redigere et earum iterum usuras stipulari. Sed et si hoc fuerit subsecutum: usuras quidem semper usuras manere, et nullum usurarum aliarum incrementum sentire: sorti autem antiquae tantummodo incrementum usurarum accedere.

*) Cic. Att. V. 21.

32) Dem ungeachtet hat die Jurisprudenz die vorgetragene Rechnung in ihr Gebiet aufnehmen müssen, weil dieses Gesetz, da es weniger billig, als klar ist, viele Einschränkungen leidet.

33) Der römische Gesetzgeber nimmt selbst mehrere Fälle von der Verordnung des allegirten Gesetzes aus. Er erlaubt den Anatocismus 1) so oft die Person des Schuldners geändert wird *). Der Erbe muß also von den eingeforderren debitis hereditariis dem Miterben, welchem er seine ratam vorenthalten hat, Zinsen von Zinsen bezahlen; 2) bey den annuis reditibus **); und, wenn man keine Widersprüche zugeben will, 3) bey dem Tutor, der Schuldner des Pupillen und mit der Interessenzahlung in mora ist ***).

*) Hert. T. I. res. p. 461. Cramer in observ. iur. T. III. obs. 873. Hier gilt die Regel: quoties mutatur persona debitoris, toties mutatur natura usurarum, ita, ut usurae fiant sors. — Schulden zahlen macht Hauptgeld. Indessen ließe sich diese Parömie auch auf eine Aenderung in der Person des Gläubigers anwenden, z. B. A ist dem B ein Kapital mit den Interessen zu bezahlen schuldig. Ich bezahle es, und lasse mir nun die ganze Summe von dem A verinteressiren. Berlich part. 2. dec. 268. n. 34. sqq. sagt daher: Persona creditoris mutata usurae in sortem transformantur. n. 37. sind zwey responsa erwähnt, welche die aula Elect. Saxon. und Dmni Scabini Lipsienses in ead. causa eodemque anno gegeben haben, jene für, diese wider die Berlichische Meinung. Cui accedamus? Freylich widerspricht dem Letzteren l. 12. §. 6. D. qui potior. in pignor. Man siehe überhaupt Lauterbach Disp. CXX. thes. 36. und vorzüglich l. 19. §. 4. D. de negot. gest.

**) Arg. Nov. CLX. cap. I. Berger Oecon. iur. Lib. III. Tit. VIII. th. 10. n. 9. Stryck Us. mod. D. T. de usur. et fruct. §. 38. Mich. God. Wernher lect. com. ad D. L. XXII. T. I. §. 7. Molinaeus de usur. n. 69.

***) L. 7. §. 12. D. de admin. et peric. tutor. Berger l. c. Exempel. Ein Pupill hat, ausser einem Gut, wovon er leben kann, noch ein Kapital von 100000 fl., welches der Tutor, der ein Handelsmann ist, in seiner Handlung anlegt. Anstatt die jährlichen Interessen von 5000 fl. richtig zu bezahlen, und, wie es die Schuldigkeit des Vormundes wäre, sogleich wieder auszuleihen, läßt er dieselben z. B. drey Jahre stehen. Wird er jetzt die

34) Viele Juristen sind der Meinung, daß man hiebey stehen bleiben, und in allen andern Fällen den Anatocismus für unerlaubt halten müsse *). Andere machen einen Unterschied zwischen dem Anatocismus coniunctus, (wenn die Interessen proprio ausu creditoris von Zeit zu Zeit zum Kapital geschlagen und mit jenem verzinset werden) und zwischen dem Anatocismus separatus, (wenn die Interessen von dem Gläubiger eingenommen, und nun, als ein neues Kapital, dem Schuldner zurückgegeben werden **). Diese halten nur den letztern für erlaubt, den erstern aber für ganz unzuläßig.

35) Stat contra ratio ***)! Denn es giebt viele Fälle, worin der Anatocismus durchaus keine Unbilligkeit gegen den Schuldner ent-

einfachen Zinsen (15000 fl.), oder auch die Zinseszinsen (15762 fl.) bezahlen müssen? — Carpzov behauptet das Erstere; aber, wie mich dünkt, ohne Grund, weil dem Pupillen daraus Schaden erwachsen würde. Auch ist es wirklich geradezu gegen die allegirte l. 7. §. 11. 12. D. de admin. et peric. tutor. Es ist freilich darin nur von den Zinsen die Rede, welche die Tutoren von andern Schuldnern eingefordert, und in ihren Nutzen verwendet haben. Aber es ist ja einerley, ob der Tutor die 5000 fl., welche er von einem andern einnimmt, in seinen Nutzen verwendet, oder ob er die 5000 fl., deren Nutzung er entbehren und dem Pupillen zuwenden mußte, behält und nutzt.

*) Carpzov. P. II. def. 33. 34. Lauterbach. Disp. CXX. th. 36.

**) Stryk Us. mod. Tit. de usur. §. 18. 25. Heinecc. ad Tit. de Usur. §. 94. Leyser. Vol. IV. Spec. CCXLIII. m. g. Wegen der Gesetze L. 29. D. de usur. et fruct. L. 26. §. 1. D. de condict. indeb. L. 27. D. de re iud. Auch Struben rechtl. Bed. Bd V. Bed. 64. läßt nur, wegen der l. 26. §. 1. C. de usur. den Anatocismus gegen einen Reichen zu, mit welcher Meinung Cramer in obs. iur. Obs. 432. übereinstimmt. — Wernher in lect. comm. ad D. L. XXII. T. I. §. 7. läßt aber auch diese Ausnahme nicht zu. — Man siehe überhaupt über diese streitige Materie Berger Oec. iur. L. III. T. VIII. th. X. n. 7. Struben a. a. O. Menk. Lib. XXII. Tit. I. §. 14. Horn. resp. Cl. XII. resp. 13. Brunnemann ad L. 28. C. de usur. n. 8.

***) Pers. Sat. V. 96.

hält, wo es also Unbilligkeit gegen den Gläubiger seyn würde, ihn zu untersagen. Daher lassen ihn andere Rechtsgelehrte, mit Recht, in allen Fällen zu, worin der Schuldner dadurch nicht gedrückt wird *).

36) Es ist also kein unerlaubter Anatocismus, wenn der Gläubiger dem Schuldner einen beträchtlichen Theil der schuldigen Zinsen unter der Bedingung erläßt, daß der Rest derselben zum Kapital geschlagen, und mit demselben verzinset werden soll **).

37) Eben so wenig ist es unerlaubter Anatocismus, wenn der Gläubiger geringere Zinsen nimmt, sich aber dieselben wieder verzinsen läßt.

*) Ayrer de arbitrio iud. circa usur. mutuat. Webel neue Wahrheti von der Gerechtigkeit, Zinsen von Zinsen zu nehmen. Mev. IV. 213. In dem Wechselgeschäfte wird der Anatocismus auch von denen geduldet, welche ihn sonst verwerfen. Berger Oec. iur. L. III. T. VIII. th. X. n. 9. — Ueberhaupt scheinen die Römischen Zinsgesetze bey uns nicht so sine ulla distinctione angewendet werden zu können. Bey den Römern, welche das oportet habere (Juv. Sat. III. 111.) auf der einen Seite zu jeder Bedingung willig, und das deest aliquid summae (Pers. Sat. VI. 64.) auf der andern Seite jeder Ungerechtigkeit und Härte fähig machte, waren nicht nur die allerstrengsten, sondern auch die allerunbedingtesten Gesetze nöthig, weil sie jede billige Einschränkung in fraudem legis anzuwenden wußten. (Tacit. Annal. L. VI. c. 16.) Vorzüglich aber scheint auf die große Verschiedenheit des Römischen Zinswesens von dem unsrigen Rücksicht zu nehmen zu seyn. — Die Römischen Zinsen waren nicht nur höher, als die bey uns üblichen, sondern sie mußten auch jeden Monat entrichtet werden. Man siehe Colum. de re rustica L. III. c. 3. Montesquieu esprit des Loix L. XXII. c. 22. Dieser Umstand machte sie wirklich ohnehin schon drückend genug, und der Schuldner, der fast auf keine Weise den Nutzen des geliehenen Kapitals mit den Zinsen in ein gehöriges Verhältniß bringen konnte, mußte zu Grunde gehen, wenn er von den rückständigen Zinsen auch noch die Zinseszinsen am Ende des Jahres zu bezahlen hatte. — Bey uns hingegen ist es sehr leicht, das geliehene Kapital so zu nützen, daß die Zinsen, und mehr, am Ende des Jahres herausgekommen sind. Dadurch fällt alles Drückende und also auch alles odium des Anatocismus weg.

**) Wernher T. I. P. V. Obs. VI.

läßt *). In einem Lande zum Exempel, worin es erlaubt ist 6 p. C. zu nehmen, sollen, unter der vorigen Bedingung, nur 3 bezahlt werden. Nach 10 Jahren wird der Gläubiger mit Zins und Zinseszins von 10000 fl. nur 13439 fl. erhalten, da er, wenn er 6 p. c. genommen hätte, nach Verlauf dieser Zeit 16000 erhalten haben würde.

38) Wenn ich jemand 1000 unter der Bedingung schenke, daß er nach einigen Jahren einem Andern Zins und Zinseszins davon bezahlen soll; so wird dieser Anatocismus gültig seyn, weil auch hier der Grund des Verbots desselben wegfällt **).

39) Polak (math. for. p. 99.) hat gegen die oben vorgetragene Rechnung den Einwurf gemacht, daß der Fall, welcher ihr zum Grunde liege — die ununterbrochene Benutzung des Kapitals und der Zinsen — zu den moralisch unmöglichen gehöre. Aber Banken, Landkassen, und überhaupt jede thätige Handlung beweisen, daß disser Einwurf ungegründet ist.

40) Eben so hat Hofmann ***) — vasto cum gemitu ****) — sich gegen diese Rechnung aufgelegt. Er glaubt, der Zinseszins könne noch höher berechnet werden, wenn man die Zinsen, wie die Römer, monatlich zum Kapital schlüge. Hätte ein Schuldner sich eine solche Rechnung gefallen lassen; so würde er von den zu früh bezahlten Zinsen das Interusurium abziehen können, und also doch am Ende des Jahres nicht mehr, als die gehörigen Interessen bezahlt haben. Die

*) Molinäus, Lauterbach u. a. m. behaupten indessen, unbegreiflicher Weise, auch hier das Gegentheil.

**) Beyträge zur jurist. Litteratur in den Preuß. Staaten Samml. V. S. 387.

***) Demonstration vom Interusurium, bey Polaks math. for. im Anhange.

****) Virg. Georg. L. III. v. 22.

angegebene Rechnung ist also vollkommen richtig, und völlig bestimmt, sobald $\frac{r}{m}$ durch die Gesetze bestimmt ist.

41) Wollte man indessen die höchste mögliche Größe wissen, wozu ein Kapital anwachsen könnte, wenn die Interessen von Augenblick zu Augenblick dazu geschlagen würden; so könnte man sich folgender Rechnung bedienen *).

42) $m : 1$ sey das Verhältniß des Kapitals zum Wachsthum in einem Jahre; dn ein unendlich kleiner Zeittheil; x die Summe, wozu C in n auf diese Weise anwachsen kann; so wird

$m : xdn = 1 : \frac{xdn}{m}$ = dem Wachsthum des Kapitals x in der Zeit dn. Daher

$$dx = \frac{xdn}{m}$$

$$\frac{dx}{x} = \frac{dn}{m}$$

$$\log. x = \frac{n}{m} + \text{Const.}$$

für $n = 0$ ist $x = C$, also $\text{Const.} = \log. C.$

folglich das Integral des $\log. x = \frac{n}{m} + \log. C.$

43) Exempel. Es sey $C = 1000$; $n = 2$ Jahren; $m = 20$; so ist $\frac{n}{m} = 0{,}1$; folglich $l\,x = 0{,}1 + \log. 1000 = 3{,}1000000$ giebt $x = 1258{,}925$.

*) Florenkourt Abhandlungen aus der jur. und pol. Rechenkunst S. 9.

44) Jakob Bernoulli löset diese Aufgabe durch eine unendliche Reihe auf *).

45) Logarithmen von μ und $\frac{1}{\mu}$

1) log. $\frac{21}{20}$ = 0,0211892990 für 5 p. c.
2) log. $\frac{209}{200}$ = 0,0191162904 für $4\frac{1}{2}$ p. c.
3) log. $\frac{26}{25}$ = 0,0170333392 für 4 p. c.
4) log. $\frac{207}{200}$ = 0,0149403497 für $3\frac{1}{2}$ p. c.
5) log. $\frac{103}{100}$ = 0,0128372247 für 3 p. c.
6) log. $\frac{41}{40}$ = 0,0107238653 für $2\frac{1}{2}$ p. c.
7) log. $\frac{51}{50}$ = 0,0086001717 für 2 p. c.

1) log. $\frac{20}{21}$ = 0,9788107009 — 1
2) log. $\frac{200}{209}$ = 0,9808837095 — 1
3) log. $\frac{25}{26}$ = 0,9829666507 — 1
4) log. $\frac{200}{207}$ = 0,9850596502 — 1
5) log. $\frac{100}{103}$ = 0,9871627742 — 1
6) log. $\frac{40}{41}$ = 0,9892761346 — 1
7) log. $\frac{50}{51}$ = 0,9913998282 — 1

46) Tafeln, wie I. II. III, haben gegeben:

Simon Stevin, oeuvres mathematiques augmentées par Albert Girard. Leyd. 1634. Fol. vol. I. p. 185. für 10000000 auf 30 Jahre.

Deparcieux, essai sur la probabilité de la durée de la vie humaine. Par. 1746. 4. Tab. I. für französisches Geld.

Unger, Beyträge zur math. for. Götting. 1743. 4. in der Tab. zur 5ten Abhandlung.

*) Acta Erudit. ad ann. 1690. p. 222.

Florenkourt, Abhandlungen aus der jurist. und polit. Rechenkunst. Altenburg 1781. 4. Tab. I. für 100000000 Thlr. zu 3. 4. und 5 p. c. auf 50 Jahre.

Wucherer Beiträge zum allgemeinen Gebrauch der Decimalbrüche. Carlsruhe 1796. 8. zu 4. 5. 6 p. c. auf 100 Jahr.

---

47) Juristische Abhandlungen vom Anatonismus.

Linker de anatocismo occas. L. 28. C. de usur.

Carrach de anatocismo licito et illicito. Halae 1756.

Reinh. de usuris usurarum licitis. Erford. 1726.

Bauer progr. de usur. sort. imputand. Lips. 1760.

Menzel de anatocismo licito vel illicito.

II.

Interusurium.

48) Interusurium ist der Abzug, den sich der Gläubiger gefallen lassen muß, weil er den Zahlungstermin anticipirt *).

49) Die Wahrheit des Grundsatzes: plus petit, qui ante tempus petit, setzt die Billigkeit dieses Abzuges ausser allem Zweifel.

50) Die anticipirte Bezahlung, für welche das Interusurium abgezogen wird, heißt repraesentatio **). Daher der Ausdruck commodum repraesentationis mit Interusurium gleichbedeutend ist.

*) L. 82. pr. D. de legat. II. L. 9. §. fin. D. de pecul. Einige nennen die Zinsen, welche dem Gläubiger entrichtet werden, weil der Zahlungstermin verschoben worden ist, interusurium creditoris. Dann würde das Interusurium in (48) interusurium debitoris, oder Internsurium in sensu stricto heißen. Fratrum Beckmannorum tractatio de interusurio.

**) L. 1. C. de condict. ex lege. L. 8. §. 6. D. de transact. L. 36. §. ult. D. de condict. et demonstrat. L. 41. §. 1. de fideicomm. libert.

51) Eben so verhält es sich mit den Ausdrücken: commodum temporis; commodum medii temporis; fructus medii temporis *).

52) Da nach der l. 206. D. de diverſ. regul. iur. sich niemand mit dem Schaden eines andern einen Vortheil verschaffen darf; so muß die Rechnung, welche das Interusurium bestimmt, folgende Forderungen erfüllen: 1) Der Gläubiger muß von der repräsentirten Summe bis zum wahren Termin einen Nutzen ziehen können, der dem Interusurium vollkommen gleich ist; 2) muß der Schuldner das Interusurium, durch gehörige Nutzung, so hoch bringen können, daß es an dem wahren Termin dem Nutzen gleich ist, den er, ohne Anticipation, von dem repräsentirten Kapital gezogen haben würde. Das Interusurium muß daher das repräsentirte Kapital, je nachdem der wahre Termin näher, oder entfernter ist, mehr, oder weniger verringern, aber niemals ganz verzehren, weil sonst das erste Requisit wegfallen würde.

53) Da die Summe, welche repräsentirt werden soll, nicht als ein bloßes Kapital; sondern als ein Aggregat ihres gegenwärtigen Werthes und der, bis zum wahren Termin fallenden Zinsen anzusehen ist; da ferner das Interusurium dasjenige ist, was dem Schuldner zu seiner Entschädigung gelassen wird; so folgt, daß die Summe, ex die debita, ipso iure durch das Interusurium verringert werde **).

54) Durch den Abzug des Interusuriums wird der wahre gegenwärtige Werth der Summe bestimmt, welche erst ex die zu bezahlen

*) L. I. §. 2. D. de dot. praeleg. L. 10. §. 12. D. quae in fraud. creditor. L. 24. §. 2. D. solut. matrim. L. 82. pr. D. de legat. II. L. 88. §. fin. D. ad leg. Falc.

**) L. 24. §. 2. D. solut. matrim. - Daher dasselbe auch resegmentum anticipationis genannt wird. In der deutschen Handlungssprache bedient man sich des Namens Rabat (Rabais).

wäre *); daher die Interusurienrechnung nicht blos dann gebraucht wird, wenn eine Summe wirklich repräsentirt werden soll; sondern jedesmal, wenn der gegenwärtige Werth eine Summe angegeben werden soll **).

55) Ungeachtet die angegebenen Grundsätze aus der Natur der Sache schließen; so sind doch die Rechtsgelehrten über die Berechnung des Interusuriums nicht einig. Die zwei bekanntesten Berechnungen sind die Karpzovische ***) und die Hofmännische.

56) Wenn das Kapital, welches anticipirt werden soll = a; der Quotient der Zinsen in 100 = b; die Zahl der Jahre = m; so ist Karpzovs Formel

$$\frac{a\,(b - m)}{b}$$

57) Soll also ein Kapital von 100 fl. zwey Jahre anticipirt werden; so schließt er: 100 fl. geben in 2 Jahren 10 Intereßen. Diese sind also das Interusurium, und $y = 90$ fl. ****).

58) Wäre also $m = b$; so bekommt der Gläubiger nichts; wäre aber gar $m > b$; so muß der Gläubiger, um sich nur von seiner Forderung zu befreyen, dem Schuldner noch herausgeben.

*) Leibnitz l. c. definirt daher: interusurium est differentia inter pecuniam in certum diem debitam et praesentem eius valorem.

**) L. 45. L. 66. D. ad leg. Falc.

***) Ihr eigentlicher Ersinder ist Christophorus Pinkard. Karpzov hat sie nur vertheidigt, und durch sein Ansehen in den meisten Gerichten eingeführt.

****) Die Kaufleute rechnen freylich nach dieser Formel; aber nur, wenn auf eine kurze Zeit repräsentirt werden soll. Willig Vorstellung der Reesischen Regel. 2. Th. 5. Abschn.

59) Exempel. Es sey $a = 100$: $b = 20$; $m = 30$; so ist Karpzovs Rechnung.

$$\begin{array}{l} 20 - 30 \\ \quad\quad\;\; 100 \\ \hline 20\,|2000 - 3000|\,100 - 150 = -50. \end{array}$$

Der Gläubiger muß also jetzt dem Schuldner 50 bezahlen, um nicht in die Verlegenheit zu kommen, nach 30 Jahren 100 von ihm fordern zu dürfen *).

60) Hofmann hingegen giebt folgende Vorstellung

$y = \frac{mC}{m + n}$ **) worin C das Kapital; m den Quotienten der Interessen in 100, und n die Zahl der Jahre bedeutet.

61) Es sey $C = 1000$; $m = 20$; $n = 5$; so ist

$y = \frac{20}{20 + 5} \cdot 1000 = 800$; also des Schuldners Rabat $= 200$.

62) Wäre $n = 10$; so wäre

$y = \frac{20}{20 + 10} \cdot 1000 = 666,666 \ldots$ folglich der Rabat $= 333,333 \ldots$

63) Der Schuldner hätte unter den Bedingungen in (61) an dem wahren Termin besessen 1276,2815; in (62) aber 1628,8946. Nun aber kann er den Rabat im ersten Falle nur auf 254,2562, und

*) Wäre diese Rechnung zu Demokritus Zeiten erfunden worden; so würde sie ohne Zweifel in dem Nomophylax zu Abdera einen eifrigen Vertheiger gefunden haben. Wielands Abteriten.

**) Polak math. for. im Anhang. p. 154 sqq.

im letzten auf 600, 0515 bringen; er verliert also in jenem Falle 22, 0253, in diesem 28, 8431, welches dem Begriff des Interusuriums widerspricht.

64) Es versteht sich, daß der Gläubiger nach dieser Rechnung zu viel erhält, welches ebenfalls nicht seyn darf.

65) Indessen hat Hofmann diese Rechnung in seiner Demonstration vom Interusurium *), welche Polaks math. forens. beygedruckt ist, gegen Herrn von Claußberg animi furens **) vertheidigt.

66) Dagegen sind die Fehler derselben von den geübtesten Federn hinlänglich gerügt worden. Ich führe hier folgende Abhandlungen als die vorzüglichsten an: von Bilfinger ***) Abhandlung vom Interusurio; Florenkourt ****) Rechnung der Zinsen auf Zinsen und Berechnung des Interusuriums; Artikel Interusurium in der allgemeinen deutschen Encyclopädie; Fratrum Becmannorum tractatio mathematico-iuridica de Interusurio.

67) Non audeo de meo aliquid addere *****). Ich komme vielmehr auf die richtigen Grundsätze, welche der große Polyhistor Leibnitz:

Solvens nodosi et penetrans aenigmata iuris,
Quae nullus potuit solvere adusque labor.

in den Act. eruditor. ad anm. 1683. p. 425. sqq. zuerst bekannt gemacht hat.

68) Er

*) Verbosa et grandis epistola! Juv. 10. 71.
**) Virg. Aen. V. 202.
***) Polaks math. forens. im Anhange. p. 141.
****) Abhandlungen aus der pol. und jur. Rechenkunst. p. 1. sqq.
*****) Plaut. Men. I. 2. 40.

68) Er schließt so: Das Kapital, welches der Gläubiger nach einer gewißen Zeit zu fordern hat, ist ihm gegenwärtig so viel werth, als eine Summe, welche in dieser Zeit mit den Interessen zu einer Summe anwächst, die dem Kapital, das er nach Verlauf dieser Zeit zu fordern hat, gleich ist. Das folgende wird zeigen, daß dieser Grundsatz aus dem Begriff des Interusuriums genommen, und also unwidersprechlich ist.

69) Es sey C ein Kapital, welches Ein Jahr anticipirt werden soll.

Zieht der Schuldner die ganze Zinsen $= \frac{C}{m}$ ab, bezahlt er also nur $C - \frac{C}{m}$; so verliert der Gläubiger die jährige Nutzung dieses $\frac{C}{m} = \frac{C}{m^2}$, und der Schuldner gewinnt sie dagegen unrechtmäßiger Weise. Denn der letztere hätte das Kapital bis zum wahren Termin nur auf $C + \frac{C}{m}$ (s. oben 2) bringen können; er wird es aber, wenn er sogleich $\frac{C}{m}$ abzieht, eigentlich auf $C + \frac{C}{m} + \frac{C}{m^2}$ bringen, welches zu viel ist.

Bezahlt aber der Schuldner $C - \frac{C}{m} + \frac{C}{m^2}$; so verliert er die Nutzung des $\frac{C}{m^2}$, und der Gläubiger hat am wahren Termine mehr, als ihm gebührt. Denn er bringt sein Kapital $= C - \frac{C}{m} + \frac{C}{m^3}$

Schuldner

auf $C + \frac{C}{m^3}$, er nimmt also dem Gläubiger zu viel ab, er macht sich der usurariae pravitatis schuldig *).

Bezahlt ferner der Schuldner $C - \frac{C}{m} + \frac{C}{m^2} - \frac{C}{m^3}$; so verliert der Gläubiger wieder den Nutzen von $\frac{C}{m^3} = \frac{C}{m^4}$; denn er kann sein Kapital bis zum wahren Termin nur auf $C - \frac{C}{m^4}$ bringen u. s. w.

70) Die Aufgabe kann indessen durch eine unendliche Reihe aufgelöset werden. Sie giebt die Summe, welche der Schuldner jetzo zahlen muß,

$$= C\left(1 - \frac{1}{m} + \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^3} + \frac{1}{m^4} - \frac{1}{m^5} + \text{etc.}\right)$$

71) Summirt man diese Reihe gehörig, so erhält man

$$y = \frac{C\,m}{m+1} = \frac{C}{\mu} \;\; **)$$

72) Setzt man $C = 100$; $\frac{1}{m} = \frac{1}{20}$; so ist, nach (71)

$$y = 100\left(1 - \tfrac{1}{20} + \tfrac{1}{400} - \tfrac{1}{8000} + \tfrac{1}{160000} - \tfrac{1}{3200000} + \text{etc.}\right)$$
$$= \tfrac{20}{21} \cdot 100$$

73) Zum Ueberfluß will ich den Beweiß, welchen Leibnitz a. a. O. gegeben hat, hierhersetzen.

$\frac{20}{21} \cdot 21 = 20$. Eben so ist die Reihe in (72) $= 20$, wenn man sie mit 21 multiplicirt. Die Operation ist folgende:

*) Becmanni l. c. §. 5.
**) Leonhard Eulers vollständ. Anleitung zur Algebra, herausgegeben von Grüson. 1796. §. 298. Kästners Anal. endl. Gr. 13.

$$1 - \tfrac{1}{20} + \tfrac{1}{400} - \tfrac{1}{8000} + \tfrac{1}{160000} - \tfrac{1}{3200000} \text{ etc.}$$

multiplicirt mit 20

$$\text{a) } 20 - 1 + \tfrac{1}{20} - \tfrac{1}{400} + \tfrac{1}{8000} - \tfrac{1}{160000} \text{ etc.}$$

$$1 - \tfrac{1}{20} + \tfrac{1}{400} - \tfrac{1}{8000} + \tfrac{1}{160000} \text{ etc.}$$

multiplicirt mit 1

$$\text{b) } 1 - \tfrac{1}{20} + \tfrac{1}{400} - \tfrac{1}{8000} + \tfrac{1}{160000} \text{ etc.}$$

hierzu a addirt $20 - 1 + \tfrac{1}{20} - \tfrac{1}{400} + \tfrac{1}{8000} - \tfrac{1}{160000}$ etc.

giebt $a + b = 20 = \tfrac{20}{21} \cdot 21$, und daher die Reihe in (72) $= \tfrac{20}{21}$.

74) Soll also C ein Jahr anticipirt werden; so erhält der Gläubiger $\tfrac{20}{21} \cdot C$.

75) Dieß giebt, wie in (7) die Regel:

y wird gefunden, wenn man

a) den Bruch $\tfrac{20}{21}$ zu der Potenz erhebt, welche der Zahl des gegebenen Jahres gleich ist;

b) den Zähler mit dem Kapital multipliciret, und

c) die Summe durch den Nenner dividirt.

76) Doch bedient man sich besser der Logarithmen, oder der Leibnitzischen *) Tabellen.

77) Exempel. Es sey $C = 1000$; $m = 20$; $n = 5$; so ist nach der Formel in (71)

$$\begin{aligned}
\log.\ 20 &= 1{,}3010299957 \\
\log.\ 21 &= 1{,}3222192947 \\
\log.\ \tfrac{20}{21} &= -\ 0{,}0211892990 \\
&\phantom{= -\ 0{,}021189299}5 \\
\log.\ (\tfrac{20}{21})^5 &= -\ 0{,}1059464950 \\
\log.\ 1000 &= 3, \\
\log.\ y &= 2{,}8940535040.
\end{aligned}$$

*) Act. erud. l. c.

Diesem Logarithmus entspricht in den Tabellen 783,526166; welches in Gulden betragen würde 783 fl. 31 kr. $2\frac{1}{4}$ Pf.

78) Zur großen Erleichterung dieser Rechnung hat der gelehrte Hr. Verfasser des trefflichen Artikels Interusurium in der allgemeinen deutschen Encyklopädie folgende Tafel entworfen, worin der Logarithme des Bruchs $\frac{m}{m+1}$ für 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$ und 5 p. c. von 1 — 25 Jahre enthalten ist; das ist: für $m = \frac{100}{103}, \frac{200}{207}, \frac{25}{26}, \frac{200}{209}, \frac{20}{21}$, von $n = 1$ bis $n = 25$.

J. n	3 p. C.	$3\frac{1}{2}$ p. C.	4 p. C.	$4\frac{1}{2}$ p. C.	5 p. C.
1	0,0128372	0,0149403	0,0170333	0,0191163	0,0211892
2	0,0256744	0,0298806	0,0340666	0,0382326	0,0423784
3	0,0385116	0,0448209	0,0510999	0,0573489	0,0635676
4	0,0513488	0,0597612	0,0681332	0,0764652	0,0847578
5	0,0641860	0,0747015	0,0851665	0,0955815	0,1059460
6	0,0770232	0,0896418	0,1021998	0,1146978	0,1271352
7	0,0898604	0,1045821	0,1192331	0,1338141	0,1483244
8	0,1026976	0,1195224	0,1362664	0,1529304	0,1695126
9	0,1155348	0,1344627	0,1532997	0,1720467	0,1907028
10	0,1283720	0,1494030	0,1703330	0,1911630	0,2118920
11	0,1412092	0,1643433	0,1873663	0,2102793	0,2330812
12	0,1540464	0,1792836	0,2043996	0,2293956	0,2542704
13	0,1668836	0,1942239	0,2214329	0,2485119	0,2754596
14	0,1797208	0,2091642	0,2384662	0,2676282	0,2966498
15	0,1925580	0,2241045	0,2867445	0,2867445	0,3178380
16	0,2053952	0,2390448	0,2725328	0,3058608	0,3390272
17	0,2182324	0,2539851	0,2895661	0,3249771	0,3602181
18	0,2310696	0,2689254	0,3065994	0,3440934	0,3814056
19	0,2439068	0,2838657	0,3236327	0,3632097	0,4025948
20	0,2567440	0,2988060	0,3406660	0,3823260	0,4239840

79) Es ist überflüssig, zu bemerken, daß man, um y zu erhalten, den, unter dem vorgeschriebenen Werte von m, und n gefundenen, negativen Logarithmen zu dem des Kapitals addirt, oder, welches einerlei ist, als positiv betrachtet davon subtrahirt.

80) Exempel. Es sey $C = 10000$; $m = \frac{200}{207}$; $n = 6$; so ist

$$\begin{aligned} \log.\ (\tfrac{200}{207})^6 &= 0{,}0896418 \\ \log.\ 1000 &= 4, \\ \hline \log.\ \ y &= 3{,}9103572 \end{aligned}$$

Giebt $y = 8135{,}0645$, oder 8135 fl. 3 kr. $3\frac{1}{3}$ Pf.

81) Eben so könnte man auch aus dieser Tabelle die Summe finden, worauf ein, heute schuldiges, Kapital mit Zins und Zinseszins in n Jahren anwächst, wenn man zu dem Logarithmen des gegebenen Kapitals, den unter dem bestimmten Werth von m und n aufgesuchten Logarithmen, als positiv betrachtet, addirt.

82) Wäre C ein aus dem Stammkapital $x = \mu^n . C$ in n aufgewachsenes Kapital; so würde dasselbe, wie oben erwiesen werden, in $n + t$ zu $\mu^{n+t} . C$ anwachsen. Hieraus folgt, daß C in $n - t$ Jahren gleich seyn wird $\mu^{n-t} . C$. Soll also der Zahlungstermin verändert werden, so wird man den Logarithmus $\left(\frac{m}{m+1}\right)^t$ zu dem Logarithmus des Kapitals addiren, oder subtrahiren; je nachdem der Termin verlängert oder verkürzt werden soll.

83) Exempel. Es sey C ein Kapital, das in $n = 5$ zu 9000 fl. anwächst, wenn $m = 20$. Man will die Summe für $n = 3$ und $n = 7$ wissen.

$$\log. 9000 = 3{,}9542425094$$
$$\log. \left(\tfrac{20}{21}\right)^2 = 0{,}0423795980$$
Subtrahirt $3{,}9118629114$ für $n = 3$
Addirt $3{,}9966225074$ für $n = 7$

Sucht man diese Logarithmen in den Tabellen auf, so findet sich, daß man in 3 Jahren etwas über 8163, und in 7 Jahren etwas über 9923 zu bezahlen hätte.

84) Hätte daher A nach 3 Jahren 8163 fl. B, nach 5 Jahren 9000 fl., C nach 7 Jahren 9923, und D jetzt gleich 7051 geboten; so hätten sie alle vollkommen gleiche Gebote gethan *).

85) Nach den Wuchererschen Tabellen würde das Exempel in (76) so ausgeführt werden:

$$1 : 0{,}783562166 = 1000 : y$$
$$\underline{\phantom{0{,}783562166}\;1000 =}$$
$$y = 783{,}562166 = 783 \text{ fl. } 31 \text{ kr. } 2\tfrac{1}{4} \text{ Pf.}$$

86) In den angeführten Fällen war angenommen, daß der Schuldner den usum gratuitum von C habe. Müßte aber C verinteressirt werden, so wären drey Fälle zu unterscheiden.

87) Der Zinsfuß, nach welchem C verinteressirt werden muß $= p : 1$; der, welcher der Berechnung des Interusuriums zum Grunde gelegt werden soll, wie oben $= m : 1$; so ist entweder 1) $p > m$; oder 2) $p = m$; oder 3) $p < m$.

*) Die Brüche, welche zu jeder der obigen Zahlen gehören, sind, der Kürze wegen, ausgelassen worden.

88) Zur Abkürzung des Ausdrucks sey $\frac{p+1}{p} = \varrho$. Daher die Formel ~~für die Formel~~ für die Ausgabe in (85)

$$\frac{\varrho^n \,.\, C}{\mu^n} = y.$$

89) **Beweis.** Bezahlte der Schuldner bis zu dem Termin, an welchen C abgetragen werden soll, keine Zinsen, so müßte er alsdann

$$\varrho^n \,.\, C \text{ (s. oben 5)}$$

bezahlen, welches das x in (5) wäre. Bezahlt er aber jetzt, so erhält der Gläubiger $\mu^n \,.\, C$. Setzt man also

$\mu^n \,.\, C : \frac{C}{\mu^n} = \varrho^n \,.\, C : y$; so erhält man y für die gegebene Formel $\frac{\varrho^n \,.\, C}{\mu^n}$.

90) Wäre nun $C = 1000$; $p = 25$; $n = 5$; so ist

$$\begin{aligned} \log.\ \varrho^n &= 0{,}0851666965 \\ \log.\ C &= 3, \\ \hline \log.\ \varrho^n\, C &= 3{,}0851666965 \\ \log.\ \mu^n &= 0{,}1059464950 \\ \hline \log.\ y &= 2{,}9792202015 \end{aligned}$$

Giebt $y = 953$ und etwas drüber, also den Rabat etwas unter 47.

91) Ist $p = m$; so ist $y = C$.

92) Ist aber $p < m$, z. B. 10; so ist unter den Bedingungen in (89)

$$\log.\ \varrho^n = 0{,}2069634260$$
$$\log.\ C = 3,$$
$$\log.\ \varrho^n \cdot C = 3{,}2069634260$$
$$\log.\ \mu^n = 0{,}1059464950$$
$$\log.\ y = 3{,}1010169310$$

Diesem entspricht in den Tabellen 1261; der Schuldner muß also, natürlicher Weise, jetzt mehr zahlen, als er an dem wahren Termin bezahlt haben würde.

93) Es ist offenbar, daß der Schuldner, unter den Bedingungen in (87), das Kapital auf $\mu^n \cdot C - \varrho^n \cdot C = (\mu^n - \varrho^n)\, C$ bringen könne. Wird aber anticipirt; so muß der Rabat, der R heißen soll, jener Größe gleich werden; folglich ist

$$\mu^n R = (\mu^n - \varrho^n)\, C, \text{ und } R = \frac{(\mu^n - \varrho^n)}{\mu^n}\, C.$$

94) Für $p = 0$ ist $\varrho = 1$; also $R = (1 - \frac{1}{\mu^n}\, C.)$

95) Von der Berechnung des Interusuriums hängt die Auflösung mehrerer Rechtsfragen ab. Z. B.

a) Das Vermögen des Cajus beträgt 12000 Thlr. Er vermacht davon an Legaten 10000 Thlr., welche aber der Erbe erst nach 5 Jahren bezahlen soll. Geht dies an nach L. 1. pr. D. ad leg. Falc.? — Allerdings *).

b) Cajus ist dem Titius nach 12 Jahren 100000 Thlr. zu bezahlen schuldig. Er vermacht ihm jetzt diese Summe, will ihn aber mit einem

*) L. 66. pr. D. ad leg. Falc.

einem Legat beschweren *). Wie groß darf dieses seyn? — Auch kann jetzt der Erbe seine Quartam Falcidiam abziehen **).

c) Ist Cajus ein debitor obaeratus, und bezahlt er, kurz vor dem Ausbruch des Concurses, die Summe S, welche er erst in n Jahren dem Titius zu bezahlen hätte; so können die Gläubiger actionem paullianam anstellen. — Wie viel können sie zurückfordern? — Das Commodum medii temporis ***).

d) Cajus hat zwey Söhne aus verschiedenen Ehen, und ein Vermögen von 100000 fl. Handelt er der l. b. C. de Sec. nupt. entgegen, wenn er seinen ersten Sohn in sextante, den zweyten in dextante einsetzt, seiner Frau aber 20,000 fl. hinterläßt, welche jedoch der Sohn zweyter Ehe erst nach 5 Jahren auszahlen soll? — Nein.

e) Cajus verkauft dem Titius einen Garten sub pacto addictionis in diem: so, daß er ihm für sein Gebot von 6000 Thlr. überlassen werden soll, wenn, innerhalb eines Monates keine melior conditio angeboten wird. Sempronius bietet 10,000 Thlr., welche er jedoch erst in 12 Jahren bezahlen will. — Wem muß der Garten zugeschlagen werden? — Dem Ersteren ****).

Zusammengesetzte Rabatrechnung.

96) Die bisher vorgetragene Rechnung setzt voraus, daß das Kapital nach einer gewissen Zeit auf Ein Mahl abgetragen werden soll.

*) L. 7. §. 2. de legat. 3.
**) L. 1. §. 10. ad leg. Falc.
***) L. 10. §. 12. l. 17. §. 2. D. quae in fraud. Creditor.
****) L. 4. §. 6. L. 15. §. 1. D. de in diem addict.

97) Da auch auf Termine gehandelt werden, und dann der Fall eintretten kann, daß die verschiedene Zieler, nach Abzug des Rabat's, auf Ein Mahl bezahlt werden sollen; so bedarf man einer Rechnung, welche diesen Rabat bestimmt. Dieß ist die zusammengesetzte Rabatrechnung.

98) Nach der obigen Tafel kann diese Aufgabe, die Termine und Zahlungen mögen gleich, oder ungleich seyn, folgendergestalt aufgelöset werden:

Exemp. 9000 fl. wären in 3 Terminen so zu bezahlen, daß nach Verlauf von Einem Jahr 4000, nach 3 Jahren 3000, und nach 7 Jahren 2000 fl. entrichtet werden müßten. Wie viel ist zu erlegen, wenn die ganze Zahlung heute geschehen soll? —

log. 4000	=	3,6020599913	
1 Jahr	=	0,0211892990	
		3,5808706923	giebt 3809,55
log. 3000	=	3,4771212547	
3 Jahre	=	0,0635678970	
		3,4135533577	giebt 2591,51
log. 2000	=	3,3010299957	
7 Jahre	=	3,1483250930	
		3,1527049027	giebt 1421,36.

Also die Summe aller Termine

3809,55
2591,51
1421,36
7822,42 = 7822 fl. 25 kr.

welches das gesuchte y wäre.

99) In allgemeinen Ausdrücken würde diese Rechnung so geführt werden. Es sey nämlich die Zeit zwischen jedem Termin $= t$, die Zahl der Termine $= n$; die erste Zahlung geschähe also am Ende des $(q + t)$ Jahres, die letzte aber am Ende des $(q + nt)$ Jahres.

100) Man muß also den Rabat R angeben für $n = q + nt$, $q + nt - t$, $q + nt - 2t$ — — — — $q + nt - nt$. Die Summe von allen diesen R ist der gesuchte Rabat $= P$.

101) Also ist, wenn die jedesmalige Zahlung $= S$,

$$P = S\,\frac{\mu^{q+nt} - 1}{\mu^{q+nt}} + S\,\frac{\mu^{q+nt-t} - 1}{\mu^{q+nt-t}} +$$

$$S\,\frac{\mu^{q+nt-2t} - 1}{\mu^{q+nt-2t}} - - - - + S\,\frac{\mu^{q+nt-nt} - 1}{\mu^{q+nt-nt}}$$

$$= \frac{S}{\mu^{q+nt}}\left(\mu^{q+nt} - 1 + \mu^{q+nt} - \mu^{t}\right.$$

$$\left. + \mu^{q+nt} - \mu^{2t} - - + \mu^{q+nt} - \mu^{nt}\right) =$$

$$\frac{S}{\mu^{q+nt}}\left((n+1)\mu^{q+nt} - (1 + \mu^{t} + \mu^{2t} - - - + \mu^{nt})\right)$$

102) Summirt man nun die geometrische Reihe

$1 + \mu^{t} + \mu^{2t} - - - - + \mu^{nt}$; so erhält man

$$P = \frac{S}{\mu^{q+nt}}\left((n+1)\,\mu^{q+nt} - \frac{\mu^{(n+1)t} - 1}{\mu^{t} - 1}\right)$$

$$= S\left(n + 1 - \frac{\mu^{(n+1)t} - 1}{(\mu^{t} - 1)\,\mu^{q+nt}}\right)$$

103) Wird Y gesucht; so ist offenbar, daß dasselbe gleich ist der Summe aller S weniger P; daher der allgemeine Ausdruck

$$S \frac{\mu^{(n+1)t} - 1}{(\mu^t - 1)\mu^{q+nt}} = Y$$

104) Sind die Termine einjährig; so ist

$t = 1$, und $Y = S \frac{\mu^{(n+1)} - 1}{(\mu - 1)\mu^{q+n}}$ *).

105) Exempel. Es sey $C = 9000$; $q = 5$; $n = 3$; $\mu = \frac{21}{20}$; $S = 2250$; folglich $Y = 2250 \frac{(\frac{21}{20})^4 - 1}{\frac{1}{20}(\frac{21}{20})^8}$

log. $\frac{21}{20} = 0{,}0211892$, daher

log. $(\frac{21}{20})^4 = 0{,}0847568$, welchem entspricht $1{,}2155$, also $(\frac{21}{20})^4 - 1 = 0{,}2155$.

log. $(\frac{21}{20})^8 = 0{,}1695136$, giebt in den Tafeln $1{,}4774$, also $(\frac{21}{20})^8 \cdot \frac{1}{20} = 0{,}07382$, folglich $Y = 2250 \frac{0{,}2155}{0{,}07382} = 2250 \frac{21550}{7382} = 6568{,}415 = 6568$ fl. 6 kr. wofür Hr. Langsdorf 5757 fl, 42 kr. herausbringt **).

106) Für $n = 0$, $t = 0$ ist

$$Y = S \frac{1 - 1}{(1 - 1)\mu^q} = \frac{S}{\mu^q}$$

107) Ist $q = t$; so ist $Y = S \frac{\mu^{(n+1)t} - 1}{(\mu^t - 1)\mu^{(n+1)t}}$

*) Langsdorf 1te Fortsetzung der Erläuterungen u. s. w. p. 287.
**) a. a. O. p. 288.

108) Nach dieser Formel wäre das Exempel welches Polach in seiner math. for. giebt *), also zu berechnen:

Es ist nämlich $S = 1600$; $t = 2$; $n = 6$; $\mu = \frac{21}{20}$; folglich

$$Y = \frac{1600\,(\frac{21}{20})^{14} - 1}{((\frac{21}{20})^{2} - 1)\,(\frac{21}{20})^{14}}$$

log. $(\frac{21}{20})^{14} = 0{,}2966498$, welchem entspricht 1,98; also $(\frac{21}{40})^{14} - 1 = 0{,}98$.

log. $(\frac{21}{20})^{2} = 0{,}0423784$, welchem entspricht 1,1025, daher $(\frac{21}{20})^{2} - 1 = 0{,}1025$; folglich giebt $((\frac{21}{20})^{2} - 1)\,(\frac{21}{20})^{14}$

$Y = 1600\,\frac{98000}{20295}$	=	7726.
Hierzu kommt die baare Angabe	=	4000
und die letzte Zahlung von 600	=	274
also die ganze Zahlung	=	12000

ohne einen Bruch, welcher ungefähr 57 kr. beträgt, wofür Polak 10840 Thlr. herausbringt.

109) A ist dem B heute ein Kapital = Q zu bezahlen schuldig. Sie kommen überein, daß es in gleichen Zahlungen terminweise abgetragen werden soll.

Wäre die erste Zahlung nach q Jahren, die folgenden in t jährigen Terminen n mahl nach einander zu entrichten; so müßte dieß nach folgender Formel geschehen:

$$Q = \frac{S\,\mu^{(n+1)t} - 1}{(\mu^{t} - 1)\,\mu^{q+nt}}$$

$$\frac{Q\,(\mu^{t} - 1)\,\mu^{q+nt}}{\mu^{(n+1)t} - 1} = S$$

*) Abtheil. 1. §. 51.

110) Wären die Termine einjährig; so ist

$$S = \frac{Q\,(\mu - 1)\,\mu^{q+n}}{\mu^{(n+1)} - 1.}$$

111) Ist auch $q = 1$; so ist $S = \frac{Q\,(\mu - 1)\,\mu^{n+1}}{\mu^{n+1} - 1.}$

112) Wäre nur S bestimmt; so würde n gefunden, wenn man bedenkt, daß das Kapital Q erst $= \mu^{q-1}\,Q$. Dieß heisse anfänglich D, und soll in $n + 1$ gleichen Terminen abgetragen werden.

113) Aus (110) erhält man also

$$\frac{D\,(\mu - 1)\,\mu^{n+1}}{\mu^{n+1} - 1} = S$$

$$D\,(\mu - 1)\,\mu^{n+1} = S\,\mu^{n+1} - S$$

$$S = (S - D\,(\mu - 1))\,\mu^{n+1}$$

$$\log.\left(\frac{S}{S - D\,(\mu - 1)}\right) = n\,\log.\,\mu + \log.\,\mu$$

$$\log.\left(\frac{S}{S - D\,(\mu - 1)}\right) - \log.\,\mu = n\,\log.\,\mu$$

$$\frac{\log.\left(\frac{S}{S - D\,(\mu - 1)}\right)}{\log.\,\mu} - 1 = n$$

Q für D substituirt, giebt

$$n = \frac{\log.\left(\frac{S}{S - Q\,(\mu - 1)\,\mu^{q-1}}\right) - 1}{\log.\,\mu}$$

Daher n + 1

$$= \frac{\log.\left(\frac{S}{S - Q(\mu - 1)\mu^{q-1}}\right)}{\log.\ \mu.}$$

114) Exempel. Es sey $\mu = \frac{21}{20}$, also $\mu - 1 = \frac{1}{20}$; $q = 5$, also $\mu^{q-1}.\ (\frac{21}{20})^4 = 1{,}2155$ (104). Daher $(\mu - 1)\mu^{q-1} = \frac{1{,}2155}{20} = 0{,}06077$; $Q = 6568{,}415$, und $S = 2250$; so ist

$$\frac{\log.\left(\frac{2250}{2250 - 6568{,}415 .\ 0{,}06077}\right)}{\log.\ \frac{21}{20}} = n + 1$$

Nun aber kommt $6568{,}415 .\ 0{,}06077$ der Zahl 399 sehr nahe. Also $2250 - 399 = 1851$, und $\frac{2250}{1851}$ sehr nahe 1,2155. Daher

log. 1,2155 = 0,0847568 dividirt durch

log. $\frac{21}{20}$ = 0,0211892 giebt m + 1 = 4, wie in (104).

115) Soll die Aufgabe in (108) so verändert werden, daß das Kapital, anstatt in n, nunmehr in ν auch t jährigen Terminen, wovon der erste ebenfalls nach q Jahren fällt, bezahlt werden soll; so ist die jedesmahlige Summe = Σ folgender gestalt zu finden.

$$\frac{S\,\mu^{(n+1)t} - 1}{(\mu^t - 1)\,\mu^{q+nt}} = \frac{\Sigma\,\mu^{(\nu+1)t} - 1}{(\mu^t - 1)\,\mu^{q+\nu t}}$$

$$\frac{S\,(\mu^{(n+1)t} - 1)\,\mu^{q+\nu t}}{\mu^{q+\nu t}} = \Sigma\,(\mu^{(\nu+1)t} - 1)$$

$$S\,(\mu^{(n+1)t} - 1)\,\mu^{(\nu-n)t} = \Sigma\,(\mu^{(\nu+1)t} - 1)$$

$$\Sigma = \frac{S\,(\mu^{(n+1)t} - 1)\,\mu^{(\nu-n)t}}{\mu^{(\nu+1)t} - 1}$$

116) Soll in (108) nur t verändert werden; so wird das jedesmahl zu erlegende ς durch folgende Schlüße gefunden.

$$\frac{S\,\mu^{(n+1)t} - 1}{(\mu^{t} - 1)\,\mu^{q+nt}} = \frac{\varsigma\,\mu^{(n+1)\tau} - 1}{(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{q+n\tau}}$$

$$\frac{S\,(\mu^{(n+1)t} - 1)\,(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{q+n\tau}}{(\mu^{t} - 1)\,\mu^{q+nt}} = \varsigma\,(\mu^{(n+1)\tau} - 1)$$

$$\frac{S\,(\mu^{(n+1)\tau} - 1)\,(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{n(\tau-t)}}{\mu^{\tau} - 1} = \varsigma\,(\mu^{(n+1)\tau} - 1)$$

$$\varsigma = S\,\frac{(\mu^{(n+1)t} - 1)\,(\mu^{\tau} - 1)\,\mu^{n(\tau-t)}}{(\mu^{(n+1)\tau} - 1)\,(\mu^{t} - 1)}$$

117) Müßte das, in Terminen zu bezahlende Kapital, wie in (87) verzinset werden; so würde Y nach folgender Vorstellung gefunden.

Das Kapital soll mit jährigen Terminen bezahlt werden, und die erste Zahlung = S am Ende des (q + t) Jahres, also die letzte am Ende des (q + n t) Jahres geschehen. Also

Nach Jahren	erhält der Gläubiger	dieses ist jetzt werth
$q + t$	$\varrho^{q+t} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+t} \cdot S$
$q + 2t$	$\varrho^{q+2t} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+2t} \cdot S$
|	|	|
$q + (n-1)$	$\varrho^{q+(n-1)t} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+(n-1)t} \cdot S$
$q + nt$	$\varrho^{q+nt} \cdot S$	$\left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{q+nt} \cdot S$

118) Es ist offenbar, daß Y = der Summe der letzten Columne. Diese muß also gehörig gesucht werden, wodurch man erhält

$$Y = \frac{(\mu^{nt} - \varrho^{nt})\varrho^{q+t}}{(\mu^{t} - \varrho^{t})\,\mu^{q+nt}}\,S$$

119) Hier ist angenommen, daß die Summe aller Zinsen, die für das ganze Kapital, weniger den schon bezahlten Terminen, vom Anfange an jährlich hätten bezahlt werden müssen, für jedes S besonders, bey Abtragung jedes Termins auf Ein Mahl bezahlt werden soll.

120) Soll ein Kapital zu 5 p. c. verinteressirt werden, so darf der Schulder, nach Verlauf eines halben Jahres, nicht 2,5 bezahlen, weil er sonst davon das commodum medii temporis verlieren, und also in Schaden kommen würde.

121) Will daher der Gläubiger die Zinsen in Terminen ziehen, welche kürzer sind, als ein Jahr; so muß er sich das Interusurium davon abziehen lassen.

122) Das Kapital, mit Zinsen und Zinseszinsen, beträgt nach q Jahren $\mu^q \,.\, C$; nach $q+1$, $\mu^{q+1} \,.\, C$; also nach t Terminen, welche n mahl dazwischen fallen $\mu^{q+\frac{n}{t}} \,.\, C$, der wahre Nutzen aber $\left(\mu^{q+\frac{n}{t}} - 1\right) C$.

123) Ist $q = 0$; $n = 1$; $t = 2$; so sind die Termine halbhalbjährig; $t = 4$ viertheiljährig.

124) Exempel. Es sey $C = 100000$; $q = 0$; $n = 1$; $t = 2$; so wären, nach der gewöhnlichen Annahme, die Zinsen 2500; wird aber, wie billig, das Interusurium abgezogen; so ist

$\mu^{\frac{1}{2}} - 1 = 0{,}02469476$; also

$C(\mu^{\frac{1}{2}} - 1) =$ 2469,476, welches 30,524 weniger beträgt, als 2500.

125) Hätten die Gesetze allenfalls dem Gläubiger andere Interessen erlaubt als dem Schuldner, so wäre, bey der Bestimmung des Münzfußes, welcher der Berechnung des Interusuriums zum Grunde gelegt werden soll, auf die Interessen Rücksicht zu nehmen, welche der Schuldner zu nehmen befugt ist.

126) Obgleich das Interusurium, wie die Interessen, die Aestimation des Nichtgebrauchs eines Kapitals ist; so ist jenes doch von diesen gänzlich verschieden. 1) Die Interessen finden nur bey fungibelen, das Interusurium auch bey nicht fungibelen Sachen statt. 2) Die Interessen kommen dem Gläubiger zu gut, weil er dem Schuldner den Gebrauch seines Kapitals überläßt; das Interusurium aber kommt dem Schuldner zu gut, weil er dem Gläubiger eine, erst ex die schuldige, Sache schon jetzt überläßt. 3) Die Interessen werden zuweilen für den Verzug, das Interusurium immer für die Anticipation entrichtet. 4) Der Gläubiger kann in vielen Fällen dem Schuldner keine Zinsen von Zinsen anrechnen, da im Gegentheil, bey dem Abzug des Interusuriums dem Schuldner die Zinsen der repräsentirten Zinsen zu gut kommen müssen, wenn sich der Gläubiger keines unerlaubten Anatocismus schuldig machen will.

127) Schon hieraus folgt die Nichtigkeit des Einwurfs, daß durch die Leibnitzische Rechnung gegen die l. 28. C. de usur. l. 26. §. 1. D. de condict. indeb. Reichsabschied d. a. 1530 und 1548 tit. von wucherlichen Kontrakten ein unerlaubter Anatocismus gestattet werde, weil dieß nur dann geschehen kann, wenn der Gläubiger den Schuldner rückständige Zinsen zu dem Schaden desselben *proprio ausu* verzinsen läßt.

128) Bey allem dem können sich viele Rechtsgelehrte nicht entschliessen, die Leibnitzische Rechnung anzunehmen. Man kann die verschiedenen Meynungen über diesen Gegenstand in Philippi tr. de subhastationibus p. 230 sqq. lesen.

129, Weil aber aus dem Vorgetragenen die Genauigkeit dieser Rechnung klar hervorgeht; so wird sie so lange in den Gerichten angenommen werden müssen, als durch die Gesetze keine andere eingeführt ist.

130) Sie ist daher auch, in den meisten Gerichten, als die alleinwahre erkannt. Unter andern in denen des Churfürstenthums Sachsen per rescriptum ad praefectum Schwarzenberg dd. 25 Oct. 1724 *).

131) Die Frage: ob der Schuldner den Gläubiger zur Anticipation, mit Abzug des Rabat's, zwingen könne? wird von Horn **) bejahet, wenn der Termin in favorem debitoris gesetzt ist, welches Letztere im zweifelhaften Falle präsumirt wird ***).

132) Kann aber, im Gegentheil, der Schuldner von dem Gläubiger zur Repräsentation gezwungen werden? — Hier unterscheidet man wieder, ob der Zahlungstermin in favorem creditoris gesetzt ist, oder nicht. Im ersten Falle wird die Frage bejaht, im leßten verneint. Man siehe indessen l. 1. C. de condict. ex leg.

133) Da ferner das, ex die schuldige, C aus y, als dem gegenwärtigen Werth desselben, und den, von den Letzteren bis zu dem gesetzten Termin fallenden, Zinsen besteht; so kann der, welcher bey der Anti-

*) Rotheri pract. jurispr. judic. forens. cap. III. pos. V. Ludovici Entwurf einer Historie der Leibnitzischen Philosophie. II. Th. §. 420. Hommel. Rhaps. Obs. CCCVI.

**) Diss. de interusur. §. 21.

***) L. 41. §. 1. D. de V. O.

cipation das ganze C bezahlt hätte, das Interusurium condictione indebiti zurückfordern *).

*) Godofr. ad L. 10. D. de condict. indeb. Hornius de interusur. §. 24. Doch behaupten das Gegentheil: Lauterb. Colleg. Th. P. Tit. de condict. indeb. §. 10. Cocceji controv. de cond. indeb. C. 9. Man siehe aber: L. 10. §. 12. L. 17. §. 2. D. quae in fraud. cred.

Abhandlungen von dem Interusurium.

Kaestner programma pro iustitia calculi interusurii Leibnitziani. Lips. 1747.

Müller Gedanken über des Freyherrn von Leibnitz und Herrn Lic. Gottfr. Aug. Hofmann verschiedene calculos interusurii. Dresden 1788.

Von richtiger Berechnung des Interusurii. Leipz. 1735.

von Klausberg Berechnung des Interusurii, in seiner demonstrativen Rechenkunst. Ausg. von 1795. S. 1349. u. f.

Deutsches Museum Jahrg. 1783. Sept. S. 256 — 274. und Oct. S. 294 — 307.

Schneidt specimen arithmeticae, ad materiam de usur. antichresi, interusur. et redit. annuis applicatae. Herbipol. 1784.

Joh. Niklas Müller Auseinandersetzung eines der schwersten Fälle aus der Interusurien-Rechnung. Götting. 1785.

Ein Gulden bringt Zinsen von Zinsen am Ende

des Jahres	I. zu 3 p. C.		II. zu 4 p. C.		III. zu 5 p. C.	
1	1,030...	....	1,040..	....	1,050..	....
2	1,0909..	....	1,08160	....	1,1025.	....
3	1,09272	7...	1,12486	4...	1,157625	....
4	1,12550	88..	1,16985	856..	1,215506	25..
5	1,15927	40743	1,21665	29024	1,276281	5625..
6	1,19405	229652	1,26531	901849	1,340095	640625
7	1,12298	738654	1,31593	177923	1,407100	422656
8	1,26677	008138	1,36856	905040	1,477455	443789
9	1,30477	318382	1,42331	181242	1,551328	215978
10	1,34491	637943	1,48024	428491	1,628894	626777
11	1,38423	387072	1,53945	405631	1,171033	935811
12	1,42576	088684	1,60103	221856	1,795856	326022
13	1,46853	371345	1,66507	350731	1,885649	142323
14	1,51258	972485	1,73167	644760	1,979931	599439
15	1,55796	741660	1,80094	350550	2,078928	179411
16	1,60470	643909	1,87298	124572	2,182874	588381
17	1,65284	763227	1,94790	049555	2,292018	317801
18	1,70243	306123	2,02581	651537	2,406619	233691
19	1,75350	605307	2,10684	917599	2,526950	195375
20	1,80611	123466	2,19112	314303	2,653297	705144
21	1,86029	457170	2,27876	806875	2,785962	590401
22	1,91610	340886	2,36991	879150	2,925260	719921
23	1,97358	651112	2,46471	554316	3,071523	755917
24	2,03279	410646	2,56330	416489	3,225099	943713
25	2,09377	792965	2,66583	633148	3,386354	940899
26	2,15659	126754	2,77246	978474	3,555672	687944
27	2,22128	900557	2,88336	857613	3,733456	322341
28	2,28792	767573	2,99870	331918	3,920129	138458
29	2,35656	550600	3,11865	145194	4,116135	595381
30	2,42726	247118	3,24339	751002	4,321942	375150

nach Jahren	3 p. c.	4 p. c.	5 p. c.
1	0,9708731	0,9615384	0,9523809
2	0,942596	0,9245564	0,907029
3	0,9151418	0,8889979	0,8638375
4	0,8884872	0,8548026	0,822703
5	0,862609	0,8219276	0,783526
6	0,8374866	0,790315	0,746215
7	0,81309198	0,7599182	0,71068125
8	0,7894098	0,7306908	0,67683928
9	0,76641533	0,7025877	0,644609
10	0,74409383	0,6755649	0,613913
11	0,72242166	0,6495817	0,584679
12	0,7013799	0,6245979	0,556837
13	0,6809515	0,6005749	0,53032136
14	0,66111173	0,5774759	0,505068
15	0,641862	0,5552013	0,481017
16	0,62316714	0,533909	0,4581115
17	0,60501671	0,513374	0,436296
18	0,587395	0,493629	0,4155207
19	0,57028625	0,4746432	0,395734
20	0,553676	0,4563879	0,376899
21	0,53757447	0,4388345	0,358942
22	0,52191687	0,4219562	0,341850
23	0,50671533	0,4057272	0,325571
24	0,49195667	0,3901222	0,310068
25	0,477628	0,3751177	0,295302
26	0,46371644	0,3606901	0,2812408
27	0,450212	0,3468175	0,2678483
28	0,4370973	0,3334782	0,255594
29	0,4243663	0,3206523	0,242946
30	0,41198655	0,3083195	0,2313775

A. Kreutzer.				B. Pfennig.	
g. Gr.	Kr.	Pf.	Decimal-Bruch.	g. Gr.	Decimal-Bruch.
4/240	1	0	0,0166666666	1/1	0,0041666666
5/	1	1	,0208333333	1/2	,0020833333
6/	1	2	,0250000000	1/3	,0013888888
7/	1	3	,0291666666	1/4	,0010416666
8/	2	0	,0333333333	1/5	,0008333333
9/	2	1	,0375000000	1/6	,0006944444
10/	2	2	,0416666666	1/7	,0005952380
				1/8	,0005208333
12/	3	0	,050000000	1/9	,0004629629
16/	4	0	,066666666	1/10	,0004166666
20/	5	0	,083333333	1/11	,0003787878
24/	6	0	,100000000	1/12	,0003472222
28/	7	0	,116666666	1/13	,0003205128
32/	8	0	,133333333	1/14	,0002976180
36/	9	0	,150000000	1/15	,0002777777
40/	10	0	,166666666	1/16	,0002604166
44/	11	0	,183333333	1/17	,0002450980
48/	12	0	,200000000	1/18	,0002314814
52/	13	0	,216666666	1/19	,0002192982
56/	14	0	,233333333	1/20	,0002083333
60/	15	0	,250000000		

Druckfehler.

p. 8.	Zeile 6	statt	: n	lese man : x
p. 11.	— 5 v. u.	—	ganz	— — fast
p. 20.	— 5	—	Anatonismus	— — Anatocismus
p. 21.	— 20	—	Summe, ex	— — Summa ex
p. 22.	— 3	—	jedesmal	— — jedes Mahl
— —	— 6	—	schließen	— — fließen
p. 23.	— 2	—	A	— — III
— —	— 5 v. u.	—	II	— — A
p. 23. not. *)	— 3	—	Abteriten	— — Abderiten
p. 25.	— 5	—	folgende	— — Folgende
p. 29.	— 2	—	Werte	— — Werthe
p. 33.	— 9	—	1. b.	— — 1. 6.
p. 42.	— 21	—	Leibnißische	— — Leibnitzische

Juristisch-mathematische Abhandlung

über

Anatocismus und Interusurium.

Zu Erlangung der höchsten Würde in der Rechtsgelahrtheit
der hochlöblichen Juristen-Fakultät zu Giesen

als

Probeschrift

vorgelegt

von

Carl Zimmermann.

Frankfurt am Main 1797.
gedruckt bei Varrentrapp und Wenner.