

# Mesoskopische Beschreibung stochastischer und retardierter Magnetisierungsdynamik

D i s s e r t a t i o n

---

zur Erlangung des akademischen Grades  
*doctor rerum naturalium* (Dr. rer. nat.)

vorgelegt von

Diplom-Physiker (Medizinphysik)

Thomas Bose

geboren am 22.06.1982 in Halle (Saale)

angefertigt am

Institut für Physik

Naturwissenschaftliche Fakultät II

Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg



Halle (Saale), den 28. Juni 2012

1. Gutachter: Prof. Dr. Steffen Trimper
2. Gutachter: Prof. Dr. Jamal Berakdar
3. Gutachter: Prof. Dr. Riccardo Hertel

Tag der öffentlichen Verteidigung: 30.01.2013

„JE PLANMÄSSIGER DIE MENSCHEN VORGEHEN,  
DESTO WIRKSAMER VERMAG SIE DER ZUFALL ZU TREFFEN.“

aus *21 Punkte zu den Physikern*  
von Friedrich Dürrenmatt (1921-1990)



# Inhaltsverzeichnis

<b>Abkürzungs- und Symbolverzeichnis</b>	<b>v</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1. Magnetisches Moment und Magnetisierung . . . . .	5
2.2. Austauschwechselwirkung . . . . .	8
2.3. Energiebeiträge . . . . .	11
2.3.1. Austauschenergie . . . . .	11
2.3.2. Magnetostatische Energie . . . . .	12
2.3.3. Anisotropie . . . . .	13
2.3.4. Zeeman-Energie . . . . .	14
2.4. Magnetisierungsdynamik . . . . .	15
2.4.1. Magnetische Anregungen . . . . .	15
2.4.2. Bewegungsgleichungen . . . . .	18
2.4.2.1. Reversible Bewegungsgleichung . . . . .	18
2.4.2.2. Dissipation in der Bewegungsgleichung . . . . .	19
2.4.3. Relaxationsmechanismen . . . . .	22
2.4.4. Experimentelle Methoden . . . . .	24
2.4.5. Ferromagnetische Resonanz in dünnen Filmen . . . . .	26
2.5. Stochastische Dynamik . . . . .	29
2.5.1. Weißes und farbiges Rauschen . . . . .	29
2.5.2. Langevin-Gleichung und Wahrscheinlichkeitsverteilung . . . . .	31
<b>3. Korrelationszeit-Effekte in der stochastischen LLG</b>	<b>35</b>
3.1. Einleitung zum stochastischen Modell . . . . .	35
3.2. Stochastisches Modell . . . . .	36
3.3. Ergebnisse und Diskussion des stochastischen Modells . . . . .	40
<b>4. Retardierungseffekte in der LLG</b>	<b>51</b>
4.1. Modell mit Retardierung . . . . .	51
4.2. Ergebnisse und Diskussion des Retardierungsmodells . . . . .	55
4.3. Retardierungsmodell mit stochastischen Einflüssen . . . . .	61
<b>5. Nichtlokale Rückkopplung in der ferromagnetischen Resonanz</b>	<b>67</b>
5.1. Vorbetrachtungen . . . . .	67
5.2. Herleitung der Bewegungsgleichung . . . . .	68

---

5.3. Suszeptibilität und FMR–Linienbreite . . . . .	71
5.4. Diskussion der Ergebnisse . . . . .	77
<b>6. Einfluss von Temperaturprofilen auf die Magnetisierungsdynamik</b>	<b>85</b>
6.1. Vorbetrachtungen . . . . .	85
6.2. Herleitung der Bewegungsgleichung . . . . .	86
6.3. Anwendung auf ferromagnetische Nanodrähte . . . . .	89
6.3.1. Isolierter Draht . . . . .	90
6.3.2. Feste Temperaturen an den Drahtenden . . . . .	92
<b>7. Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>97</b>
<b>A. Anhang</b>	<b>101</b>
A.1. Symmetrie in magnetischen Systemen . . . . .	101
A.2. Paramagnetismus . . . . .	102
A.3. Ferromagnetismus . . . . .	104
A.4. Kontinuumsapproximation des Heisenbergmodells . . . . .	106
A.5. Poisson–Klammern für Drehimpulse . . . . .	107
A.6. Funktionalableitungen . . . . .	109
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>111</b>
<b>Publikationsliste</b>	<b>125</b>
<b>Konferenzbeiträge und Sonstiges</b>	<b>127</b>
<b>Danksagung</b>	<b>129</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>131</b>
<b>Eidesstattliche Erklärung</b>	<b>133</b>

# Abkürzungs- und Symbolverzeichnis

## Abkürzungen

Abb.	Abbildung
BB	Bloch–Bloembergen–Gleichung
BLS	Brillouin–Lichtstreuung
FDT	Fluktuations–Dissipations–Theorem
FMR	Ferromagnetische Resonanz
FPE	Fokker–Planck–Gleichung (Fokker–Planck–equation)
Gl.	Gleichung
HWHM	half–width–at–half–maximum
LG	Langevin–Gleichung
LL	Landau–Lifshitz–Gleichung
LLB	Landau–Lifshitz–Bloch–Gleichung
LLG	Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung
MOKE	magneto–optischer–Kerr–Effekt
SSE	Spin–Seebeck–Effekt
Tab.	Tabelle
TR–XMCD	time–resolved x–ray magnetic circular dichroism

## Symbole

$a$	Gitterkonstante
$\alpha$	Gilbert–Dämpfungsparameter
$B_0$	äußeres statisches Magnetfeld
$B_{\text{eff}}$	effektives Magnetfeld
$B_J$	Brillouin–Funktion
$B_{\text{mf}}$	Molekularfeld
$d$	Filmdicke
$D$	Spinwellen–Austauschsteifigkeit
$\Delta H$	Peak–zu–Peak–Linienbreite
$\mathcal{FT}\{\dots\}$	Fourier–Transformation
$g_J$	Landé–Faktor
$\gamma$	gyromagnetisches Verhältnis
$\Gamma_0$	Retardierungsstärke

$\mathbf{h}_{\text{rf}}$	Radiofrequenz-Feld
$\mathcal{H}$ ( $\hat{\mathcal{H}}$ )	Hamilton-Funktion (Hamilton-Operator)
$\mathbf{H}_0$	äußeres statisches Magnetfeld
$\mathbf{H}_d$	magnetisches Dipolfeld (magnetostatisches Feld)
$\mathbf{H}_{\text{res}}$	Resonanzfeld
$\hbar$	Plancksches Wirkungsquantum
$\mathbf{J}$ ( $\hat{\mathbf{J}}$ ), $J_z$ ( $\hat{J}_z$ )	Gesamtdrehimpuls (Operator)
$J$	Konstante der Austauschkopplung
$\mathbf{k}$	Wellenvektor
$k_B$	Boltzmann-Konstante
$K_u$	Konstante der uniaxialen Anisotropie
$\kappa$	Temperaturleitfähigkeit
$l_0$	charakteristische magnetische Länge
$\mathbf{L}$ ( $\hat{\mathbf{L}}$ ), $L_z$ ( $\hat{L}_z$ )	Bahndrehimpuls (Operator)
$\mathcal{L}\mathcal{T}\{\dots\}$	Laplace-Transformation
$\lambda$	Korrelationsstärke des stochastischen Feldes
$\mathbf{M}$ , $\mathbf{m}$	Magnetisierung
$M_S$ , $m_s$	Sättigungsmagnetisierung
$\mathbf{S}$ ( $\hat{\mathbf{S}}$ ), $S_z$ ( $\hat{S}_z$ )	Spindrehimpuls (Operator), in Kapitel 6 steht $S$ für die Wirkung
$\boldsymbol{\mu}$ ( $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ )	magnetisches Moment (Operator)
$\mu_0$	magnetische Feldkonstante
$\mu_B$	Bohrsches Magneton
$\nu$	Anisotropieachse
$P_s$	stationäre Wahrscheinlichkeitsverteilung
$\hat{\mathcal{P}}$	Paritätsoperator
$T_C$	Curie-Temperatur
$T_2$	transversale Relaxationszeit
$\hat{\mathcal{T}}$	Zeitinversionsoperator
$\tau$	Korrelationszeit des stochastischen Feldes
$\tau_{\text{ret}}$	Retardierungszeit
$\tau_R$	Relaxationszeit
$\xi$	Retardierungslänge
$\chi$	magnetische Suszeptibilität



# Abbildungsverzeichnis

1.1. Zeit- und Längenskalen physikalischer Festkörpersysteme . . . . .	2
2.1. Mikroskopisches und mesoskopisches Bild . . . . .	7
2.2. Anregungen in einer linearen Spinkette . . . . .	16
2.3. Vergleich von magnetostatischen Moden . . . . .	18
2.4. Drehmomente in der LLG . . . . .	21
2.5. Präzedierende Magnetisierung . . . . .	22
2.6. Energiefluss in angeregten magnetischen Systemen . . . . .	23
2.7. Absorptionssignal in FMR-Experimenten . . . . .	25
2.8. Frequenzabhängigkeit der Linienbreite in FMR-Experimenten . . . . .	27
2.9. Streuung der uniformen $k = 0$ - Mode . . . . .	28
3.1. Einfluss von stochastischen Feldern . . . . .	37
3.2. Energielücke in Abhängigkeit von $\lambda$ . . . . .	41
3.3. Energielücke in Abhängigkeit von $\tau$ . . . . .	42
3.4. Abhängigkeit $\tau = \tau(\lambda)$ für $\omega(k = 0) = 0$ . . . . .	42
3.5. $\alpha$ - $\lambda$ -Phasenraum für $b_0 = 0$ . . . . .	43
3.6. $\alpha$ - $\lambda$ -Phasenraum für $b_0 = 5$ . . . . .	44
3.7. Transversale Magnetisierung für variierende Rauschkorrelationszeiten . . . . .	45
3.8. Effekt der Korrelationszeit $\tau$ auf die Relaxationszeit $\tau_R$ . . . . .	47
3.9. Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen $C_{\alpha\beta}$ für verschiedene Korrelationszeiten $\tau$ . . . . .	48
3.10. Effekt von $\tau$ auf die Korrelationsfunktion . . . . .	49
4.1. Verhältnis der Retardierungsstärken . . . . .	54
4.2. Wellenvektor in Abhängigkeit verschiedener Modellparameter . . . . .	56
4.3. Dynamische Lösung des Retardierungsmodells . . . . .	57
4.4. Relaxationszeit der magnetischen Anregungen . . . . .	58
4.5. Veranschaulichung der Dämpfung durch Retardierung . . . . .	60
4.6. Vergleich von Austauschkopplung und Retardierung . . . . .	63
4.7. Effekte der stochastischen Einflüsse . . . . .	65
4.8. Effekte der räumlichen Retardierung . . . . .	65
5.1. Koordinatensysteme bezüglich des Films und der Magnetisierung . . . . .	68
5.2. Abhängigkeit $\Theta_M = f(\Theta_H)$ . . . . .	74
5.3. Effekt der Retardierungsstärke auf die uniaxiale Anisotropie . . . . .	75
5.4. Einfluss der Retardierungsstärke auf die Linienbreite . . . . .	77
5.5. Einfluss der Retardierungslänge auf die Linienbreite . . . . .	78
5.6. Einfluss der Retardierungszeit auf die Linienbreite . . . . .	79

---

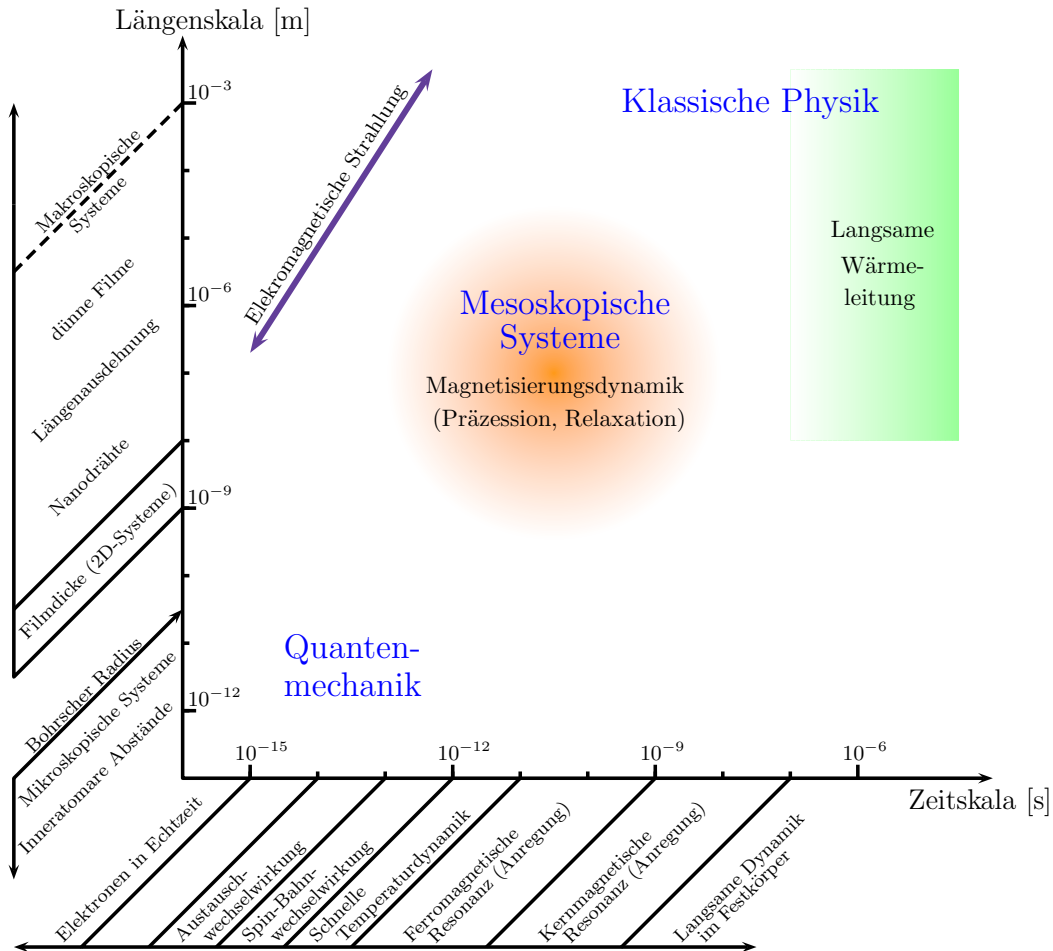
5.7.	Frequenzabhängigkeit der Linienbreite . . . . .	80
5.8.	Vergleich mit 2-Magnonen-Modell . . . . .	82
5.9.	Winkelabhängigkeit der Linienbreite . . . . .	83
6.1.	Nanodraht mit lokal variierender Temperatur. . . . .	90
6.2.	$t$ - und $k$ -abhängige Lösung für den isolierten Draht . . . . .	92
6.3.	$t$ -abhängige Lösung mit festem $k$ für den isolierten Draht . . . . .	93
6.4.	$t$ - und $k$ -abhängige Lösung für feste Temperaturen an den Drahtenden	94
6.5.	$t$ -abhängige Lösung mit festem $k$ für feste Temperaturen an den Draht- enden . . . . .	95
A.1.	Vergleich von paramagnetischer und ferromagnetischer Phase . . . . .	101
A.2.	Brillouin-Funktion . . . . .	104
A.3.	Spontane Magnetisierung und Phasenübergang . . . . .	105
A.4.	Änderung der Richtung der magnetischen Momente zwischen nächsten Nachbarn . . . . .	107

# 1. Einleitung

Magnetismus fasziniert die Menschen seit über 2000 Jahren und spielt heute eine wichtige Rolle in Wissenschaft und Technik. Ernsthaft wissenschaftliche Untersuchungen dieses Naturphänomens begannen erstmalig im 15. Jahrhundert mit der Abhandlung über magnetische Erscheinungen von W. Gilbert [1]. Zunächst wurden Magnetismus und Elektrizität lange Zeit getrennt voneinander erforscht. Bedeutende Beiträge zur Verknüpfung beider Phänomene stammen aus dem 19. Jahrhundert und sind namentlich besonders auf H. C. Oerstedt, A. M. Ampère und M. Faraday zurückzuführen. Das Konzept, Magnetismus und Elektrizität nicht losgelöst voneinander zu betrachten, vollendete J. C. Maxwell mit seiner Theorie des Elektromagnetismus [2]. Der mikroskopische Ursprung des Magnetismus konnte jedoch erst im 20. Jahrhundert mit der Entstehung der Quantenmechanik aufgeklärt werden. Die Idee, dass ein Elektron ein inneres magnetisches Moment besitzt, wurde von A. H. Compton Anfang der 1920er Jahre geäußert [3]. Zusätzlich lieferte der Stern–Gerlach–Versuch kurz darauf den entsprechenden experimentellen Hinweis [4]. Im Jahr 1925 führte W. Pauli in seiner Beschreibung des Elektrons einen neuen Freiheitsgrad ein [5], der wenig später von G. E. Uhlenbeck und S. Goudsmit als Elektronenspin interpretiert wurde [6, 7]. Richten sich die Spins der Elektronen in einem Vielteilchensystem parallel aus, entsteht der ferromagnetische Ordnungszustand. Entscheidend für die Parallelstellung der Elektronenspins ist die quantenmechanischen Austauschwechselwirkung, die von W. Heisenberg [8, 9] und J. Frenkel [10] theoretisch beschrieben wurde.

Da das Vorhandensein des Elektronenspins die Grundlage für magnetische Phänomene bildet, scheint es intuitiv zu sein sich für die zugehörige Beschreibung auf die Elektronentheorie zu stützen. Die riesige Zahl der Freiheitsgrade macht es jedoch unmöglich, Ferromagneten mit einer rein elektronischen Theorie exakt zu beschreiben. Man ist auf Näherungen angewiesen. In diesem Zusammenhang brachte die Dichtefunktionaltheorie entscheidende Fortschritte für numerische Berechnungen [11, 12]. Das Vernachlässigen der Elektronenstruktur führt auf eine atomistische Beschreibung. Ein adäquater Ansatz auf dieser Ebene ist das *Heisenberg-Modell*, in dem die elektronischen Eigenschaften durch effektive Spins ausgedrückt werden und die Summe über die elektronischen Zustände durch die Summation über magnetische Momente ersetzt wird [13]. Typischerweise bezieht sich diese Art der Beschreibung auf Abstände im Sub–Nanometerbereich.

Führt man eine weitere Vergrößerung durch, geht man von einer diskreten, atomistischen Beschreibung zu Größen über, die kontinuierlich im Raum definiert sind. Zugehörige Längenausdehnungen liegen im Bereich von Nano– bis Mikrometer. Anstelle der mikroskopischen magnetischen Momente wird die Magnetisierung, eine gemittelte Größe, betrachtet. Diese Theorie, welche die Magnetisierung als kontinuierliches, orts– und zeitabhängiges Vektorfeld einschließt, wird *mikromagnetische Näherung* oder kurz *Mikromagnetismus* genannt [14, 15]. Auf dieser Ebene sind Demagnetisierungseffek-



**Abbildung 1.1.** – Zeit- und Längenskalen physikalischer Festkörpersysteme. Klassische, mesoskopische und quantenmechanische Beschreibungen sind nicht als strikt getrennt voneinander zu betrachten. In dieser Darstellung sollen nur die Längen- und Zeitbereiche angedeutet werden, in denen die verschiedenen Theorien hauptsächlich angewendet werden.

te und Anisotropiebeiträge wichtig für die Beschreibung magnetischer Systeme [16]. Betrachtet man Gebiete in ferromagnetischen Materialien mit Ausdehnungen von Mikro- bis Millimeter, wird eine Domänenstruktur sichtbar [17–20]. Ist es dagegen möglich, die Magnetisierungsverteilung über die gesamte Probe als homogen anzusehen, so muss die Ortsabhängigkeit der Magnetisierung nicht berücksichtigt werden. In diesem Makrospin-Modell ist die Magnetisierung nur noch zeitabhängig und eine rein dynamische Größe. Diese Näherung ist beispielsweise für ferromagnetische Nanopartikel geeignet.

Demzufolge kann sich die Beschreibung von magnetischen Erscheinungen auf verschiedene Längenskalen beziehen. Eine entsprechende Einordnung von magnetischen Systemen und Prozessen findet man in Abb. 1.1. Zu den häufig untersuchten Geometrien magnetischer Materialien zählen Strukturen, deren Längenausdehnung in mindestens

einer Dimension kleiner als 100 nm ist [21]. Unter anderem werden in dieser Arbeit magnetische dünne Filme und Nanodrähte untersucht.

In Abb. 1.1 sind ebenfalls Zeitskalen bezüglich dynamischer Prozesse im Festkörper angeführt. Wie diese Grafik zeigt, erstrecken sich entsprechende Phänomene über den ausgedehnten Bereich von Atto- bis Mikrosekunden. Die Bezeichnung langsame Dynamik ist dabei im Vergleich mit den Prozessen zu verstehen, deren charakteristische Zeiten um mehrere Größenordnungen kleiner sind. Speziell ist in dieser Darstellung die Wärmeleitung gemeint, welche über eine räumliche Distanz von Mikro- bis Millimeter beobachtet wird [22]. Im Vergleich dazu ist die schnelle Temperaturdynamik angegeben, welche sich auf den Temperatúrausgleich zwischen verschiedenen Subsystemen bezieht. Diesbezüglich wurde in [23] ein 3-Temperaturen-Modell, welches auf einem Ansatz aus [24] aufbaut, vorgestellt um die ultraschnelle Demagnetisierung in Nickel nach Anregung mit einem 60 fs-Laser-Puls zu erklären. Dabei wurden das Elektronensystem, das Spinsystem und das Phononensystem jeweils als separates Reservoir mit zugehöriger Temperatur betrachtet. Der Temperatúrausgleich zwischen den Reservoirs erfolgt innerhalb weniger Pikosekunden.

Dagegen ereignen sich Prozesse, die mit der Spin-Bahn-Wechselwirkung zusammenhängen, innerhalb von 100–1000 fs [25]. Mit 10–100 fs ist die Zeitskala der Austauschwechselwirkung noch eine Größenordnung kleiner [25]. Auch auf dieser Zeitskala können magnetische Ordnungszustände manipuliert werden [26]. Darüber hinaus finden experimentelle Untersuchungen im Attosekundenbereich statt, wie beispielsweise die Beobachtung des Elektronentunnels in Atomen in Echtzeit [27].

Die Dynamik schwach angeregter magnetischer Zustände, bei denen sich die Orientierung des Magnetisierungsvektors im Raum nur wenig ändert, während der Betrag konstant bleibt, bezieht sich auf das Zeitintervall von Piko- bis Nanosekunden. Das Untersuchen dieser Zustände ist das zentrale Thema dieser Promotionsarbeit. Der Piko- bis Nanosekundenbereich ist sowohl für die Magnetisierungsdynamik, d. h. die Präzession und Relaxation, als auch für die Erzeugung der schwach angeregten Zustände mittels magnetischer Wechselfelder relevant. Letzteres bezieht sich auf ferromagnetische Resonanzexperimente. Üblicherweise liegen die zugehörigen Anregungsfrequenzen im Bereich von 1–100 GHz. Dieses Intervall ist deutlich abgegrenzt zur kernmagnetischen Resonanz. Bei dieser Technik werden Frequenzen von 10–1000 MHz für das magnetische Wechselfeld verwendet.

In der vorliegenden Dissertation werden Modelle zur nichtlokalen Magnetisierungsdynamik [28] präsentiert, die sich auf mesoskopischer Ebene untersuchen lassen. Zunächst werden die zum Verständnis wichtigen Grundlagen in Kapitel 2 vorgestellt. Als Ausgangspunkt der anschließenden Untersuchungen in den Kapiteln 3 und 4 dient die Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung [17, 29]. Diese dynamische Gleichung wird um zusätzliche Mechanismen erweitert. Zum einen werden in Kapitel 3 stochastische Magnetfelder mit endlichen Korrelationszeiten betrachtet und zum anderen wird die Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung durch das Einführen einer Retardierungsfunktion in Kapitel 4 verallgemeinert. Die Retardierungsfunktion wird durch eine Retardierungszeit und durch eine Retardierungslänge charakterisiert. Auf diese Weise werden neue Zeit- und Längenskalen, die von der Stochastizität oder der Retardierung im magnetischen System herrühren, in die dynamischen Modelle eingeführt. Es ist das Ziel dieser Promotionsarbeit deren Auswirkung sowohl auf die dynamischen Lösungen

der Bewegungsgleichungen, als auch auf experimentell zugängliche Größen aus ferromagnetischen Resonanzexperimenten zu untersuchen. In diesem Zusammenhang wird die Abhängigkeit der Präzessionsbewegung und der magnetischen Dämpfung von den neu eingeführten charakteristischen Zeiten und Längen näher beleuchtet. Diese Parameter werden dabei über die in Abb. 1.1 erwähnten Größenordnungen variiert. Zudem wird eine Kombination von stochastischen Einflüssen und Retardierungseffekten auf die Dynamik in magnetischen Systemen in Abschnitt 4.3 untersucht.

Darüber hinaus wird in Kapitel 5 eine Bewegungsgleichung betrachtet, die sowohl einen Term entsprechend der Gilbert–Dämpfung als auch einen Bloch–Bloembergen–Dämpfungsterm [30, 31] enthält. Diese dynamische Gleichung wird ebenfalls mittels einer Retardierungsfunktion verallgemeinert. Die Ergebnisse werden mit der ferromagnetischen Resonanz (FMR) in Verbindung gebracht. Es werden Ausdrücke für die Resonanzbedingung und die FMR–Linienbreite gefunden, deren Form von den Retardierungsparametern bestimmt wird.

Angeregt durch Untersuchungen zu magneto–thermischen Effekten [32, 33], gehört es zudem zur Zielstellung dieser Dissertation, den Einfluss von Temperaturprofilen auf die Magnetisierungsdynamik in ferromagnetischen Nanodrähten zu analysieren. Diese Fragestellung wird in Kapitel 6 ergründet. Mittels Variationsprinzipien wird aus einem Energiefunktional, in dem die Gradienten der Temperatur und der Magnetisierung aneinander koppeln, eine Bewegungsgleichung vom Bloch–Bloembergen–Typ gefunden. Die Lösungen dieser Bewegungsgleichung werden für verschiedenen Anfangs– und Randbedingungen der Temperaturverteilung berechnet und miteinander verglichen.

Abschließend werden die wichtigsten Ergebnisse in Kapitel 7 zusammengefasst und ein Ausblick für deren Anwendungen gegeben.

## 2. Grundlagen

Diese Arbeit behandelt die Dynamik der Magnetisierung im Festkörper, d. h. es handelt sich um eine makroskopische Größe eines Vielteilchensystems. Um die Bewegungsgleichung für die Magnetisierung zu erhalten, wird zunächst das Elektron im Einzelatom betrachtet und diesem ein elementares magnetisches Moment zugeordnet – das *Bohrsche Magneton*. Im Festkörper gibt es im Gegensatz zum isolierten Atom bedeutende Unterschiede. Die Atome sind einerseits dem Einfluss des Kristallfeldes ausgesetzt, was sich auch auf die magnetischen Eigenschaften auswirkt. Andererseits können die den Atomen zugeordneten magnetischen Momente untereinander wechselwirken. Dadurch kann ein langreichweitiger magnetischer Ordnungszustand entstehen. In diesem Zustand addieren sich atomare magnetische Momente zur Magnetisierung, welche durch externe Magnetfelder manipuliert werden kann. Dabei entsteht ein Nichtgleichgewichtszustand. Die Anregungen im magnetischen System können theoretisch beschrieben und experimentell gemessen werden. In diesem Kapitel werden zunächst rein deterministische Ansätze für geeignete Bewegungsgleichungen vorgestellt. Anschließend gehen wir auch auf experimentelle Realisierungen ein. Im weiteren Verlauf der vorliegenden Arbeit werden stochastische Magnetfelder betrachtet. Deshalb wird am Ende dieses Abschnitts ein generisches Verfahren vorgestellt, wie man aus einer *Langevin-Gleichung* (LG) die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung herleiten kann.

### 2.1. Magnetisches Moment und Magnetisierung

In der quantenmechanischen Beschreibung<sup>1</sup> bewegt sich ein Elektron in Orbitalen um den Atomkern. Mit dieser Bewegung ist der Bahndrehimpuls-Operator  $\hat{\mathbf{L}}$  verknüpft. Messbar ist jedoch nur die Komponente von  $\hat{\mathbf{L}}$ , die parallel zur Quantisierungsachse, im Folgenden die  $z$ -Achse, orientiert ist. Die entsprechenden Erwartungswerte, die mit geeigneten Wellenfunktionen zu bestimmen sind, lauten  $\langle \hat{L}_z \rangle = \hbar m_L$  mit der *Planck-Konstante*  $\hbar = h/(2\pi)$ . Dabei wurde vorausgesetzt, dass  $\hbar m_L$  der Eigenwert des Operators  $\hat{L}_z$  ist. Die Eigenfunktionen von  $\hat{L}_z$  sind auch gleichzeitig Eigenfunktionen des Operators  $\hat{\mathbf{L}}^2$ , dessen Eigenwerte durch  $\hbar^2 L(L+1)$  gegeben sind. Demzufolge wird die Orbitalbewegung des Elektrons durch die Quantenzahlen  $L$  und  $m_L$  charakterisiert. Für das Eigenwertspektrum gilt  $L \geq 0$  und  $m_L = -L, \dots, L$ , wobei  $L$  ganzzahlig ist. Zusätzlich besitzt das Elektron einen intrinsischen Spin, welcher sich durch die Spin-Operatoren  $\hat{\mathbf{S}} = (\hat{S}_x, \hat{S}_y, \hat{S}_z)$  darstellen lässt. Analog zum Bahndrehimpuls kann man nur  $\hat{\mathbf{S}}^2$  und  $\hat{S}_z$  gemeinsam diagonalisieren. Die Eigenwerte sind  $\hbar^2 S(S+1)$  für  $\hat{\mathbf{S}}^2$  und  $\hbar m_S$  für  $\hat{S}_z$ . Der Spin des Elektrons wird somit durch die Spin-

<sup>1</sup> Für ausführliche quantenmechanische Beschreibungen siehe z. B. [34, 35].

Quantenzahlen  $S$  und  $m_S$  beschrieben. Weiter ist bekannt, dass Elektronen Fermionen mit  $S = 1/2$  sind. Damit folgt  $m_S = \pm 1/2$ .

Der Bahndrehimpuls und der Spin des Elektrons bestimmen das magnetische Moment des Elektrons über die Beziehung [36]

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \hat{\boldsymbol{\mu}}_L + \hat{\boldsymbol{\mu}}_S = -\frac{\mu_B}{\hbar} \left( g_L \hat{\mathbf{L}} + g_S \hat{\mathbf{S}} \right). \quad (2.1)$$

Hierbei sind  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_L$ ,  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_S$  und  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  die Operatoren des magnetischen Moments zum Bahndrehimpuls, des magnetischen Spinnmoments und des gesamten magnetischen Moments. Das Minuszeichen in Gl. (2.1) zeigt an, dass sich magnetisches Moment und Drehmoment beim Elektron immer antiparallel ausrichten. Des Weiteren wurden die  $g$ -Faktoren bezüglich des Spins,  $g_S$ , und bezüglich des Bahndrehimpuls,  $g_L$ , mit den Werten

$$g_L = 1, \quad g_S = 2 \left( 1 + \frac{\alpha}{2\pi} - 0.328 \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + \mathcal{O} \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^3 \right) \quad (2.2)$$

eingeführt. Hier ist  $\alpha = e^2/(\hbar c) \simeq 1/137$  die Sommerfeldsche Feinstrukturkonstante. Damit ergibt sich als Zahlenwert  $g_S \simeq 2.002319$ . Bei Untersuchungen bezüglich des Magnetismus ist es häufig ausreichend von  $g_S = 2$  auszugehen, um eine akzeptable Genauigkeit zu bekommen [36]. Außerdem taucht in Gl. (2.1) das Bohrsche Magneton auf, welches wie folgt definiert ist

$$\mu_B = \frac{|e|\hbar}{2m_e} = 9.27 \times 10^{-24} \text{ A m}^2. \quad (2.3)$$

Dabei sind  $e$  und  $m_e$  die Ladung und die Masse des Elektrons. Führt man jetzt den Operator des Gesamtspins  $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$  ein, so kann Gl. (2.1) auch in der Form

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = -\gamma \hat{\mathbf{J}}, \quad \gamma = \frac{g_J \mu_B}{\hbar}, \quad (2.4)$$

mit dem gyromagnetischen Verhältnis  $\gamma$  und dem *Landé-Faktor*  $g_J$ , geschrieben werden. Zu den Operatoren des Gesamtdrehimpulses  $\hat{\mathbf{J}}^2$  und  $\hat{J}_z$  findet man die Eigenwerte  $\hbar^2 J(J+1)$  und  $\hbar m_J$ . Die Quantenzahl  $J$  kann die Werte  $(S+L)$ ,  $(S+L-1)$ , ...,  $|S-L|$  annehmen [37]. Daraus folgt der Wertebereich  $-J, \dots, J$  für die zugehörigen Quantenzahlen  $m_J$ . Der Landé-Faktor  $g_J$  kann nun mittels der Quantenzahlen  $L$ ,  $S$  und  $J$  ausgedrückt werden. Mit  $g_L = 1$  und  $g_S = 2$  folgt [38]

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (2.5)$$

Betrachtet man den Fall  $L = 0$  so ergibt sich  $g_J = 2 = g_S$  und das magnetische Moment wird nur durch den Spin bestimmt. Dies ist der Fall, wenn magnetische Atome im Festkörper unter starkem Einfluss des Kristallfeldes stehen [39–41]. Der Beitrag des Bahndrehimpuls kann dann beinahe vollständig unterdrückt werden (*quenching*). Eine wichtige Materialklasse, welche in diese Kategorie fällt, wird von den 3d-Übergangsmetallen gebildet. Experimentell ist es möglich den materialspezifischen Landé-Faktor  $g_{\text{exp}}$  u. a. mit Methoden der ferromagnetischen Resonanz zu



bestimmen. Dieses Verfahren wird später in diesem Kapitel vorgestellt. Für kleine Bahndrehimpuls–Beiträge gilt die Formel nach Kittel [39, 40, 42]

$$\frac{g_{\text{exp}} - 2}{2} = \frac{\langle \hat{\mu}_L^z \rangle}{\langle \hat{\mu}_S^z \rangle}. \quad (2.6)$$

Die Größen  $\langle \hat{\mu}_L^z \rangle$  und  $\langle \hat{\mu}_S^z \rangle$  sind die Erwartungswerte der Projektionen von  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_L$  und  $\hat{\boldsymbol{\mu}}_S$  aus Gl. (2.1) auf die Quantisierungsachse. Prominente Vertreter der 3d–Übergangsmetalle sind Fe, Co und Ni mit den experimentell ermittelten bulk–Landé–Faktoren [36, 43]  $g_{\text{Fe}} = 2.09$ ,  $g_{\text{Co}} = 2.18$  und  $g_{\text{Ni}} = 2.21$ . Mit Gl. (2.6) ergibt sich somit, dass das Verhältnis des magnetischen Bahnmoments zum magnetischen Spinnmoment kleiner als 11% für diese Beispiele ist.

Um dynamische Prozesse wie beispielsweise langwellige Anregungen im Ferromagneten theoretisch zu beschreiben, kann der Übergang zu einer Kontinuumsbeschreibung vollzogen werden. Dabei soll der Operator  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  für ein elementares magnetisches Moment von nun an als klassischer magnetischer Dipol  $\boldsymbol{\mu}$  betrachtet werden. Bezogen auf ein Volumen  $\Delta V$ , das groß gegenüber atomaren Abmessungen aber klein gegenüber der makroskopischen Längenskala ist, lässt sich die Magnetisierung als

$$\mathbf{M} = \frac{\sum_i \boldsymbol{\mu}_i}{\Delta V} \quad (2.7)$$

definieren. Weil das Bohrsche Magneton  $\mu_B$  und damit auch das magnetische Moment  $\boldsymbol{\mu}$  in der Einheit  $[\text{A m}^2]$  angegeben sind, ist die Einheit der Magnetisierung  $[\text{A m}^{-1}]$ . Damit trägt  $\mathbf{M}$  dieselbe Einheit wie die magnetische Feldstärke und ist somit identisch mit der Magnetisierung in den makroskopischen Maxwell–Gleichungen in SI–Einheiten.

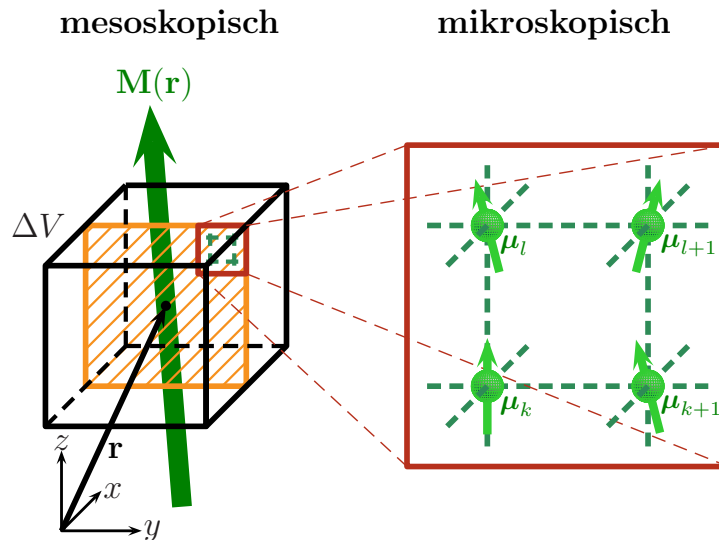


Abbildung 2.1. – Mikroskopisches und mesoskopisches Bild. Erläuterung im Text.

Die Situation ist schematisch in Abb. 2.1 dargestellt. Hier repräsentiert die Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  die magnetischen Eigenschaften innerhalb des Volumens  $\Delta V$ , welches

um den Punkt  $\mathbf{r}$  gebildet wird. Bei einer Vergrößerung wird die mikroskopische Struktur sichtbar. Die große Anzahl der mikroskopischen Freiheitsgrade innerhalb von  $\Delta V$  wird durch einen einzigen vektoriellen Freiheitsgrad – die mesoskopische Magnetisierung – ersetzt. Reiht man mehrere der Volumina  $\Delta V$  aneinander, so ist das Vektorfeld  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  kontinuierlich im Raum definiert. Diese Annahme bildet die Basis für alle weiteren Betrachtungen.

## 2.2. Austauschwechselwirkung

Um kollektive magnetische Phänomene wie den Ferromagnetismus<sup>2</sup> zu erklären, müssen Wechselwirkungen zwischen den einzelnen magnetischen Momenten existieren. Im Folgenden wird zunächst die Größenordnung der magnetischen Dipol–Dipol–Wechselwirkung abgeschätzt. Betrachtet werden zwei magnetische Dipole  $\mathbf{M}_1$  und  $\mathbf{M}_2$ , die um  $\mathbf{r}$  auseinander liegen. Ein magnetischer Dipol besitzt im Magnetfeldes des anderen Dipols die potentielle Energie [41]

$$\epsilon_{\text{dd}} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[ \mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{M}_2 - \frac{3}{r^2} (\mathbf{M}_1 \cdot \mathbf{r}) (\mathbf{M}_2 \cdot \mathbf{r}) \right]. \quad (2.8)$$

Setzt man für  $\mathbf{M}_1$  und  $\mathbf{M}_2$  jeweils das Bohrsche Magneton  $\mu_B$  und für  $r = 1 \text{ \AA}$  ein, so ist  $\epsilon_{\text{dd}} \sim \mu_0 \mu_B^2 / (4\pi r^3) \sim 10^{-23} \text{ J}$ . Verglichen mit  $k_B T_C$ , der thermischen Energie am Phasenübergang, ergäbe dies eine Curie–Temperatur von  $T_C \simeq 1 \text{ K}$ . Somit kann die Dipol–Dipol–Wechselwirkung nicht als Ursache für die ferromagnetische Ordnung in Frage kommen, da beispielsweise bei Fe und Co die Curie–Temperaturen in der Größenordnung  $\sim 10^3 \text{ K}$  liegen. Eine Erklärung des Ferromagnetismus auf Ebene der klassischen Physik führt nicht zum Erfolg. Dieses Phänomen ist rein quantenmechanischer Natur und außerdem elektrostatischen Ursprungs, d. h. das Pauli–Prinzip und die Coulomb–Wechselwirkung bestimmen die magnetische Ordnung. Das unterstreicht auch folgende Abschätzung [41]. Man stelle sich vor, dass sich zwei Atome mit jeweils einem ungepaarten Elektron räumlich nahe kommen. Sind die Spins der beiden Elektronen antiparallel ausgerichtet, können sie ein gemeinsames Orbital besetzen. Besitzen die Elektronen jedoch zueinander parallele Spins, ist dies aufgrund des Pauli–Prinzips nicht möglich. Um die Coulomb–Energie abzusenken, werden die Elektronen dann unterschiedliche Orbitale besetzen. Die Größenordnung der Coulomb–Energie  $\epsilon_c$  kann zu  $\epsilon_c \simeq e^2 / (4\pi\epsilon_0 r) \sim 10^{-18} \text{ J}$  abgeschätzt werden. Hierbei wurde für den mittleren Abstand zwischen den beiden Elektronen  $r = 1 \text{ \AA}$  angenommen. Die durch das Pauli–Prinzip bewirkte Änderung in der Coulomb–Energie wird nachfolgend Austauschenergie  $\Delta\epsilon_c$  genannt. Ist diese nur ein Bruchteil der Coulomb–Energie, beispielsweise  $\Delta\epsilon_c \simeq \epsilon_c / 100$ , so ergibt sich  $\Delta\epsilon_c \sim 10^{-20} \text{ J}$ . Setzt man diese Energie gleich der thermischen Energie beim Phasenübergang, d. h.  $k_B T_C = \Delta\epsilon_c$ , so findet man  $T_C \sim 10^3 \text{ K}$ . Die Curie–Temperatur kann mit dem *Molekular–* bzw. *Austauschfeld*  $B_{\text{mf}}$  aus der *Weiss–Theorie* in Verbindung gebracht werden, siehe dazu Anhang A.3. Aus der Curie–Temperatur findet man demzufolge  $B_{\text{mf}} \sim 10^3 \text{ T}$ . Damit könnten die

<sup>2</sup> Eine Einführung zu para– und ferromagnetischem Verhalten findet man in den Anhängen A.1–A.3.

Größenordnung des Molekularfeldes und die real beobachteten Curie–Temperaturen in ferromagnetischen Materialien wie Fe und Co abgeschätzt werden. Es sei angemerkt, dass es sich bei dem Molekularfeld  $B_{\text{mf}}$  um eine fiktive Größe handelt. Die Austauschwechselwirkung zwischen den Elektronen ist so stark als würde auf die atomaren magnetischen Momente ein Magnetfeld wirken, das von der Größenordnung von  $B_{\text{mf}}$  ist.

Die quantenmechanische Austauschwechselwirkung ist dabei sehr kurzreichweitig. Eine Beschreibung, die diese Wechselwirkung mit einbezieht, liefert das Heisenberg–Modell [9]

$$\hat{\mathcal{H}} = - \sum_{i,j} J_{ij} \hat{\mathbf{S}}_i \cdot \hat{\mathbf{S}}_j . \quad (2.9)$$

In diesem mikroskopischen Modell befinden sich an den Gitterplätzen  $i$  und  $j$  Atome, deren Spins durch die Operatoren  $\hat{\mathbf{S}}_i$  und  $\hat{\mathbf{S}}_j$  repräsentiert werden. Zwischen beiden besteht eine Wechselwirkung, die durch die Kopplungskonstante  $J_{ij}$  charakterisiert ist.

Um den Ursprung der Kopplung besser zu verstehen, soll zunächst ein einfaches Modell aus zwei Elektronen betrachtet werden [44], die sich an den Orten  $\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{r}_2$  befinden mögen. Wir nehmen diesbezüglich an, dass sich das erste Elektron im Zustand  $\phi_1(\mathbf{r}_1)$  und das zweite Elektron im Zustand  $\phi_2(\mathbf{r}_2)$  befindet. Zulässige Gesamtwellenfunktionen können durch die Kombination von Produktzuständen, die entweder symmetrisch oder antisymmetrisch sind, aus den Einzelwellenfunktionen erhalten werden. Die Gesamtwellenfunktion muss dabei antisymmetrisch sein. Wir führen an dieser Stelle den durch  $\hbar$  dividierten Gesamtspin  $\hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{S}}_1 + \hat{\mathbf{S}}_2$  ein und können die Umformung

$$\hat{\mathbf{S}}^2 = \hat{\mathbf{S}}_1^2 + \hat{\mathbf{S}}_2^2 + 2\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2 \quad (2.10)$$

im Folgenden verwenden. Zu den Spins  $\hat{\mathbf{S}}_1$  und  $\hat{\mathbf{S}}_2$  gehören die Quantenzahlen  $S_{1,2} = 1/2$ . Die Gesamtspinquantenzahl wird mit  $S$  bezeichnet und kann die Werte  $S = 0$  oder  $S = 1$  annehmen. Das System aus beiden Elektronen kann sich nun entweder im Singulett–Zustand ( $S = 0$ ) oder im Triplett–Zustand ( $S = 1$ ) befinden. Der Singulett–Zustand wird durch den antisymmetrischen Spinanteil  $\chi_S$  der Gesamtwellenfunktion und der Triplett–Zustand durch den symmetrischen Anteil  $\chi_T$  charakterisiert. Somit lassen sich die Gesamtwellenfunktionen bezüglich der beiden Zustände  $S = 0$  und  $S = 1$  als [44]

$$\begin{aligned} \Psi_S(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_1(\mathbf{r}_1) \phi_2(\mathbf{r}_2) - \phi_1(\mathbf{r}_2) \phi_2(\mathbf{r}_1)] \chi_S, \\ \Psi_T(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi_1(\mathbf{r}_1) \phi_2(\mathbf{r}_2) + \phi_1(\mathbf{r}_2) \phi_2(\mathbf{r}_1)] \chi_T \end{aligned} \quad (2.11)$$

konstruieren. Die zugehörigen Energien lauten

$$\begin{aligned} E_S &= \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \Psi_S^* \hat{\mathcal{H}} \Psi_S, \\ E_T &= \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \Psi_T^* \hat{\mathcal{H}} \Psi_T, \end{aligned} \quad (2.12)$$

mit dem Gesamt-Hamiltonoperator  $\hat{\mathcal{H}}$ . Beide Energien haben eine Differenz von

$$E_S - E_T = 2 \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \phi_1^*(\mathbf{r}_1) \phi_2^*(\mathbf{r}_2) \hat{\mathcal{H}} \phi_1(\mathbf{r}_2) \phi_2(\mathbf{r}_1). \quad (2.13)$$

Dabei wurde davon ausgegangen, dass die Spinanteile  $\chi_S$  und  $\chi_T$  der Wellenfunktion normiert sind. Analog zu den Betrachtungen in Abschnitt 2.1 ergeben sich die Eigenwerte  $S_{1,2}(S_{1,2} + 1) = 3/4$  für  $\hat{\mathbf{S}}_{1,2}$  und  $S(S + 1)$  für  $\hat{\mathbf{S}}^2$ . Im Falle des Singulett-Zustandes ist der Eigenwert von  $\hat{\mathbf{S}}^2$  daher 0 und für den Triplett-Zustand ist der Eigenwert 2. Anhand von Gl. (2.10) folgt damit für die Eigenwerte von  $\hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2$  im Singulett-Zustand ein Wert von  $-3/4$  und im Triplett-Zustand der Wert  $1/4$ . Damit lässt sich der Hamiltonoperator, den man als effektiven Operator auffassen kann, wie folgt parametrisieren

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{1}{4} (E_S + 3 E_T) - (E_S - E_T) \hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2. \quad (2.14)$$

Der konstante Term wird nachfolgend nicht weiter beachtet. Ein konstanter Beitrag kann immer in anderen Konstanten absorbiert werden. Führt man jetzt weiter

$$J = E_S - E_T \quad (2.15)$$

ein, wobei die Differenz  $E_S - E_T$  in Gl. (2.13) gegeben ist, so kann der spinabhängige Anteil im effektiven Hamilton-Operator als

$$\hat{\mathcal{H}}^{(S)} = -J \hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2 \quad (2.16)$$

geschrieben werden. Daran wird deutlich, dass die Stärke der Kopplung zwischen den Spins durch die Größe des Überlapps der den Elektronen zugeordneten Wellenfunktionen bestimmt ist. Deswegen wird  $J$  auch Austauschintegral genannt. Ist  $E_S > E_T$ , dann ist  $J > 0$  und der Triplett-Zustand mit  $S = 1$  ist energetisch günstiger. Im Fall  $E_S < E_T$  ist  $J < 0$  und der Singulett-Zustand mit  $S = 0$  wird begünstigt.

Diese Betrachtungen beziehen sich nur auf ein System aus zwei Elektronen und lassen sich nicht ohne Weiteres für ein Vielteilchensystem verallgemeinern. Hier soll das betrachtete Beispiel jedoch als Motivation für das in Gl. (2.9) vorgestellte Heisenberg-Modell dienen, welches ein komplexes Vielteilchensystem darstellt. Das Vorzeichen in Gl. (2.9) ist so gewählt, dass für  $J_{ij} > 0$  eine parallele Ausrichtung der Spins bevorzugt und somit eine ferromagnetische Ordnung eingenommen wird. Im Fall  $J_{ij} < 0$  ist eine antiferromagnetische Ordnung energetisch günstiger. Das Heisenberg-Modell ist isotrop, d. h. es gibt keine Vorzugsrichtung für die Ausrichtung der Spins. Da die Austauschwechselwirkung kurzreichweitig ist, sind die Werte für  $J_{ij}$  am größten, wenn  $\hat{\mathbf{S}}_i$  und  $\hat{\mathbf{S}}_j$  nächste Nachbarn sind. Umso weiter die Gitterplätze  $i$  und  $j$  auseinander liegen, desto kleiner ist der Wert des entsprechenden Austauschintegrals. Die bisher besprochenen Mechanismen beziehen sich auf die *direkte* Austauschwechselwirkung. Oftmals sind magnetische Ionen im Kristall jedoch so weit voneinander entfernt, dass der Überlapp der Wellenfunktionen zu gering ist, um eine ausreichend starke Kopplung zu erklären. In solchen Fällen ist es notwendig *indirekte* Austauschwechselwirkungen zu berücksichtigen [38, 41, 45]. Beispielsweise übernehmen die Leitungselektronen diese Aufgabe in metallischen Systemen.

Das Heisenberg–Modell beinhaltet zwei wichtige Annahmen:

- (1) Die betrachteten Spins  $\hat{\mathbf{S}}_i$  sind vollständig lokalisiert an den Gitterplätzen  $i$ .
- (2) Bahndrehimpulse werden vernachlässigt, d. h. alle  $\hat{\mathbf{L}}_i = 0$ .

Die erste Annahme ist gut erfüllt in Isolatoren und Halbleitern. Für Metalle hingegen, bei denen der Hauptbeitrag zum Magnetismus von Leitungselektronen stammt, ist das Heisenberg–Modell nicht geeignet. Des Weiteren wird in den  $4f$ -Systemen der Seltenen Erden der Bahndrehimpuls nicht unterdrückt, sodass ein resultierender Gesamtspin entsteht und die Spin–Bahn–Wechselwirkung mit berücksichtigt werden muss.

Dies schränkt die Anwendbarkeit des Modells ein bzw. erfordert Modifikationen des Hamiltonoperators in Gl. (2.9) um reale Systeme zu beschreiben.

## 2.3. Energiebeiträge

Die magnetische Struktur eines Ferromagneten wird durch die Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  beschrieben. Diesem Vektorfeld kann eine Energie zugeordnet werden. Im Gleichgewicht wird sich  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  dann so einstellen, dass die Gesamtenergie minimal wird. Im Folgenden werden die wichtigsten Beiträge zur Gesamtenergie kurz betrachtet. Eine umfassende Beschreibung findet man beispielsweise in [36, 38, 41].

### 2.3.1. Austauschenergie

Eine angemessene Repräsentation der quantenmechanischen Austauschenergie auf mesoskopischer Ebene kann durch folgende Überlegung erhalten werden. Die starke, kurzreichweitige Austauschwechselwirkung verhindert große Inhomogenitäten des Magnetisierungsfeldes auf einer Längenskala, die vergleichbar mit interatomaren Abständen ist. Man kann deshalb davon ausgehen, dass eine wesentliche Richtungsänderung der magnetischen Momente nur in Entfernungen zustande kommt, die groß gegenüber den Atomabständen sind. Eine solche ortsabhängige Änderung der Orientierung ist durch die Ableitung der Magnetisierung nach den Koordinaten  $\partial M_\alpha / \partial x_\beta$  gegeben. Die zugehörige Energie lässt sich nun in Potenzen dieser Ableitungen angeben. Es kann dabei keine linearen Terme geben, da die Austauschenergie dann nach Gl. (A.4) nicht invariant gegenüber Zeitspiegelung wäre. Außerdem muss der gesuchte Ausdruck auch invariant gegenüber Drehungen des gesamten Spinsystems sein. Damit ergibt sich die Austauschenergie in niedrigster Ordnung zu [46, 47]

$$\mathcal{H}_{\text{aus}} = \frac{1}{2} \int d^3r A_{\alpha\beta} \frac{\partial M_\alpha}{\partial x_\alpha} \frac{\partial M_\beta}{\partial x_\beta}, \quad (2.17)$$

wobei  $A_{\alpha\beta}$  ein symmetrischer Tensor ist, der die Stärke der Austauschwechselwirkung bezüglich einer allgemeinen Kristallsymmetrie widerspiegelt. Das Vorzeichen in Gl. (2.17) ist so gewählt, dass die in den Ableitungen quadratische Form positiv definit sein muss. Dann wird jede Inhomogenität des Magnetisierungsfeldes zu einer Erhöhung der Austauschenergie führen.

Alternativ kann ein Energieterm analog zu (2.17) auch aus einer Kontinuumsapproximation des Heisenberg–Hamiltonians in Gl. (2.9) hergeleitet werden [38, 44]. Wir

führen diesen Übergang in eine kontinuierliche Beschreibung in Anhang A.4 durch. Für die hexagonale und die drei kubischen Kristallstrukturen gilt  $A_{\alpha\beta} = A \delta_{\alpha\beta}$  für den symmetrischen Tensor [38,47]. Dabei ergibt sich, dass  $A \propto J$ , wobei  $J$  das Austauschintegral für die Wechselwirkung zwischen nächsten Nachbarn im Heisenberg-Modell ist, siehe Gl. (A.19) und (A.20) im Anhang A.4.

### 2.3.2. Magnetostatische Energie

In diesem Abschnitt wird die Energie betrachtet, die in der Magnetisierungsverteilung selbst ihren Ursprung hat. Durch klassische Wechselwirkungen zwischen den magnetischen Dipolen entsteht so eine *magnetostatische Selbstenergie* innerhalb des Materials. Damit verbunden ist ein magnetostatisches Feld, das auch *Streufeld* oder *Demagnetisierungsfeld* genannt wird. Wir werden es im Folgenden als *Dipolfeld*<sup>3</sup>  $\mathbf{H}_d$  bezeichnen. Da mit diesem Feld weder freie noch gebundene Ströme verknüpft sind, lauten die zugehörigen Maxwellgleichungen [38,48]

$$\nabla \times \mathbf{H}_d = 0, \quad (2.18a)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{H}_d + \mathbf{M}) = 0, \quad (2.18b)$$

mit  $\mathbf{B}_d = \mu_0 (\mathbf{H}_d + \mathbf{M})$ . Aufgrund von Gl. (2.18a) kann ein skalares Potential über

$$\mathbf{H}_d = -\nabla\Phi \quad (2.19)$$

eingeführt werden. Bezeichnet man mit  $\Phi_a$  ( $\Phi_i$ ) das Potential außerhalb (innerhalb) des magnetisierten Körpers so liefert das Einsetzen von Gl. (2.19) in Gl. (2.18b) die *Laplace-Gleichung*

$$\nabla^2 \Phi_a = 0 \quad (2.20)$$

für den Bereich außerhalb und die *Poisson-Gleichung*

$$\nabla^2 \Phi_i = \nabla \cdot \mathbf{M} \quad (2.21)$$

für das Gebiet innerhalb des Ferromagneten. Hierbei wird durch  $-\nabla \cdot \mathbf{M}$  eine magnetische Ladungsdichte definiert. An der Oberfläche müssen die Normalkomponente von  $\mathbf{B}_d$  und die Tangentialkomponente von  $\mathbf{H}_d$  stetig sein. Das führt auf die Randbedingungen [38,48]

$$\Phi_i = \Phi_a, \quad (2.22a)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_a}{\partial n} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}, \quad (2.22b)$$

wobei  $\mathbf{n}$  die nach außen gerichtete Oberflächennormale ist. Analog zur Ladungsdichte im Volumen wird in Gl. (2.22b) über  $\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$  eine magnetische Oberflächenladungsdichte beschrieben. Eine weitere Anforderung an das Potential ist, dass sowohl  $\Phi$  als auch  $\nabla\Phi$  im Unendlichen verschwinden. Hat man die Lösung für das skalare Potential  $\Phi$

<sup>3</sup> In der vorliegenden Arbeit wird die Bezeichnung Magnetfeld sowohl für die magnetische Feldstärke  $\mathbf{H}$  als auch für die magnetische Flussdichte  $\mathbf{B}$  verwendet.

ermittelt, lässt sich nach Gl. (2.19) das Dipolfeld  $\mathbf{H}_d$  finden. Die zugehörige dipolare Energie kann nun mittels

$$\mathcal{H}_d = -\frac{\mu_0}{2} \int d^3r \mathbf{H}_d(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}) \quad (2.23)$$

ausgedrückt werden. Der Faktor  $1/2$  vermeidet, dass Energiebeiträge zu  $\mathcal{H}_d$  doppelt gezählt werden.

### 2.3.3. Anisotropie

Wie bereits besprochen ist die Austauschwechselwirkung isotrop. Sie beschreibt die parallele Ausrichtung der magnetischen Momente für Temperaturen kleiner als  $T_C$ , gibt aber keine Richtung vor. Die Orientierung der magnetischen Momente wird durch die Anisotropie bestimmt. Die Anisotropie kann verschiedene Ursachen haben. Ein Beispiel ist die *magnetokristalline Anisotropie*, deren Ursprung in der Spin–Bahn–Wechselwirkung liegt. Die Elektronenbahnen, und damit auch deren Bahndrehimpulse, sind an die Kristallstruktur gekoppelt. Über die Wechselwirkung des Bahndrehimpulses mit dem Elektronenspin wird sich der Spin entlang kristallographischer Achsen bevorzugt ausrichten. Diese Quantisierungsachse wird sich so im Raum orientieren, dass die Anisotropieenergie minimal ist.

Es gibt verschiedene Typen magnetokristalliner Anisotropie. Betrachtet wird zunächst die *uniaxiale Anisotropie*. Diesen Typ findet man bei hexagonalen Kristallen wie beispielsweise Co. Wir bezeichnen mit  $\boldsymbol{\nu}$  einen Einheitsvektor entlang der  $c$ -Achse, der Hauptsymmetrieachse des Kristalls. Die uniaxiale Anisotropieenergie kann als eine Entwicklung nach Potenzen von  $\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\nu} / M_S = \cos \Theta$  angegeben werden. Dabei ist  $M_S = |\mathbf{M}|$  und  $\Theta$  der Winkel zwischen  $\mathbf{M}$  und  $\boldsymbol{\nu}$ . Es ist dann möglich, die Energie der uniaxialen Anisotropie  $\mathcal{H}_{\text{an}}$  in der Form [38, 41]

$$\mathcal{H}_{\text{an}}^{(u)} = -\frac{1}{M_S^2} \int d^3r \left\{ [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}]^2 \left( K_{u1} - \frac{K_{u2}}{M_S^2} [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}]^2 \right) + \dots \right\} \quad (2.24)$$

mit den Anisotropiekonstanten  $K_{u1,2}$  auszudrücken. Die uniaxiale Anisotropie ist symmetrisch zur Ebene senkrecht zur  $c$ -Achse. In der Entwicklung in Gl. (2.24) dürfen daher nur gerade Potenzen von  $\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\nu} \propto \cos \Theta$  auftauchen. Üblicherweise werden höhere Terme nicht berücksichtigt. Für viele Materialien ist auch  $|K_{u2}| \ll |K_{u1}|$ . Die uniaxiale Anisotropie wird damit hauptsächlich durch  $K_{u1}$  bestimmt. Vernachlässigt man den  $K_{u2}$ -Term, dann zeigt für  $K_{u1} > 0$  die *leichte Achse* in Richtung der  $c$ -Achse des Kristalls. Im Fall  $K_{u1} < 0$  liegt dagegen die *schwere Achse* parallel zur  $c$ -Achse. Dann gibt es eine *leichte Ebene* der Magnetisierung senkrecht zur  $c$ -Achse.

In Materialien mit kubischer Symmetrie wie Eisen (bcc) und Nickel (fcc)<sup>4</sup> gibt es mehrere äquivalente kristallographische Symmetrieachsen. Die entsprechenden Energiebeiträge werden in diesem Fall durch die *kubische Anisotropie* beschrieben. Die Energie kann man ebenso in Form einer Entwicklung angeben. Dabei werden aus

<sup>4</sup> Diese Gitterstrukturen beziehen sich auf das *bulk*-Material im thermischen Gleichgewicht bei Raumtemperatur.

Symmetriegründen wieder ungerade Potenzen vernachlässigt. Angenommen  $\boldsymbol{\nu}_1, \boldsymbol{\nu}_2, \boldsymbol{\nu}_3$  sind Einheitsvektoren entlang der drei Symmetrieachsen im kubischen Kristall (und gleichzeitig entlang der Achsen des räumlichen Koordinatensystems), dann muss die Entwicklung auch invariant unter Vertauschung der  $\boldsymbol{\nu}_i$  untereinander bleiben. Da die Kombination  $\sum_i (\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\nu}_i)^2 / M_S^2$  nur eine Konstante ist, beginnt die Entwicklung für die Energie der kubischen Anisotropie mit der vierten Ordnung [38, 41] und lässt sich als

$$\mathcal{H}_{\text{an}}^{(k)} = \int d^3r \left\{ \frac{K_{k1}}{2 M_S^4} \sum_{i \neq n} \sum_n [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}_i]^2 [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}_n]^2 + \frac{K_{k2}}{M_S^6} [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}_1]^2 [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}_2]^2 [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \boldsymbol{\nu}_3]^2 + \dots \right\} \quad (2.25)$$

mit den Anisotropiekonstanten  $K_{k1,2}$  schreiben. Berücksichtigt man nur den niedrigsten Term (4. Ordnung), dann zeigt die Magnetisierung im Gleichgewicht für  $K_{k1} > 0$  entlang einer Kante der kubischen Zelle und für  $K_{k1} < 0$  entlang der Raumdiagonalen. Ein weiterer Anisotropieterm kann, vor allem für niedrigdimensionale magnetische Systeme, von Bedeutung sein. Direkt an der Grenzfläche des Ferromagneten entstehen sogenannte Oberflächenanisotropien. Für dünne Filme ist die Oberflächenanisotropie normalerweise uniaxial [49] und kann deshalb geschrieben werden als

$$\mathcal{H}_{\text{an}}^{(S)} = - \int_{\text{Oberfläche}} dS \frac{K_{uS}(\mathbf{n})}{M_S^2} [\mathbf{M}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r})]^2, \quad (2.26)$$

mit der ortsabhängigen Oberflächennormalen  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ , die von der Oberfläche nach außen gerichtet ist. Für  $K_{uS}(\mathbf{n}) > 0$ , ist die Normale  $\mathbf{n}(\mathbf{r})$  parallel zur lokalen leichten Achse der Magnetisierung. Im Fall  $K_{uS}(\mathbf{n}) < 0$  handelt es sich um eine lokale schwere Achse. Diese zusätzliche Anisotropie in dünnen Filmen hat ihre Ursache in den unterschiedlichen Kristallstrukturen von Film und Substrat. Dadurch deformiert sich das Gitter im Film. Das Wachstum von dünnen Filmen (Fe, Co, Ni, Gd) auf Trägermaterialien mit kubischer Struktur führt häufig zu tetragonaler oder hexagonaler Symmetrie im magnetischen Film. Dabei wird neben der eben betrachteten uniaxialen Anisotropie auch eine vierzählige Anisotropie (*four-fold in-plane anisotropy*) in der Filmebene beobachtet. Entsprechende Energieterme und eine allgemeine Diskussion der Anisotropie in dünnen Filmen findet man beispielsweise in [50, 51]. Die in-plane-Anisotropie spielt in der vorliegenden Arbeit jedoch keine Rolle.

### 2.3.4. Zeeman-Energie

Bringt man einen Ferromagneten in ein externes statisches Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$ , dann gibt es noch einen Beitrag zur Gesamtenergie, der von der Orientierung der Magnetisierung  $\mathbf{M}$  bezüglich  $\mathbf{H}_0$  abhängt. Dies ist die Zeeman-Energie

$$\mathcal{H}_Z = -\mu_0 \int d^3r \mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{M}(\mathbf{r}). \quad (2.27)$$



## 2.4. Magnetisierungsdynamik

In ferromagnetischen Materialien können Nichtgleichgewichtszustände erzeugt werden. Dabei weicht die Magnetisierung vom Gleichgewichtswert ab und wird zu einer dynamischen Variablen  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ . Es folgt zunächst eine kurze Einführung bezüglich magnetischer Anregungen. Danach werden Bewegungsgleichungen vorgestellt, welche sowohl die *reversible* als auch die *irreversible* Dynamik beschreiben. Anschließend wird der Bezug zu experimentellen Methoden, speziell zur ferromagnetischen Resonanz (FMR), hergestellt.

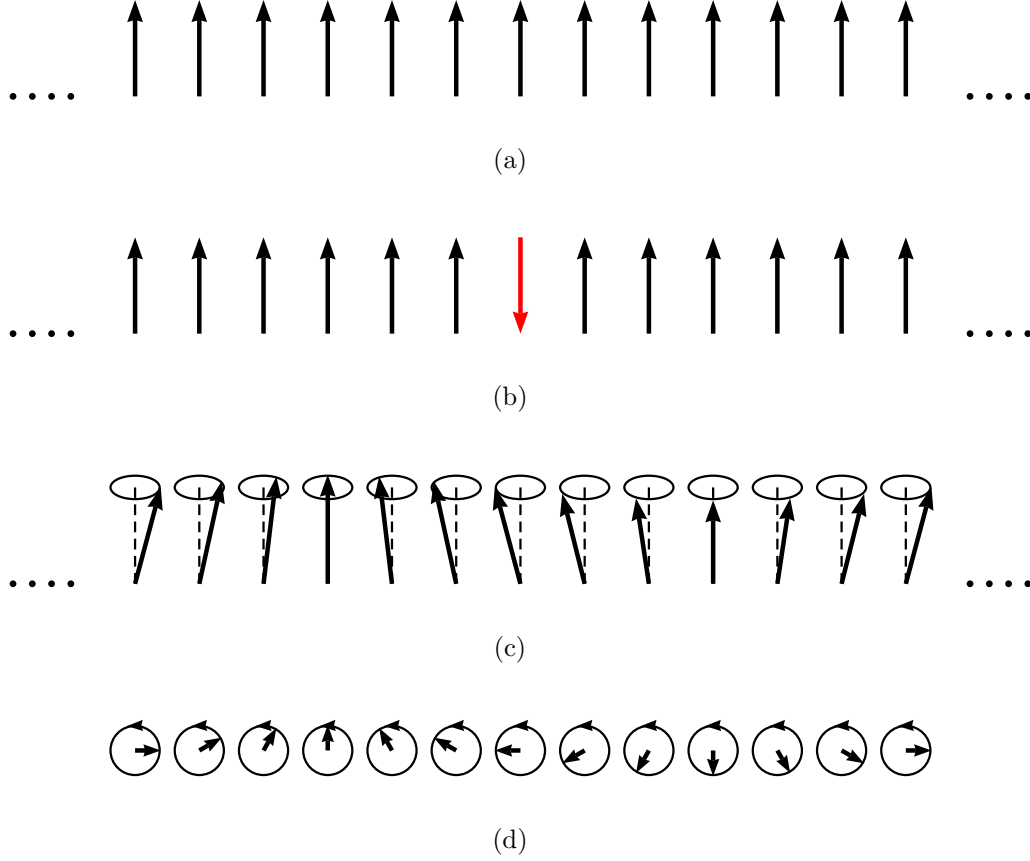
### 2.4.1. Magnetische Anregungen

Zuerst werden magnetische Anregungen in einem einfachen Modellsystem betrachtet [52]. Dabei handelt es sich um eine Spinkette gebildet aus  $N$  Spins. Wechselwirkungen sollen nur zwischen nächsten Nachbarn bestehen und durch das Austauschintegral  $J > 0$  charakterisiert sein. Auf Basis des Heisenberg-Modells in Gl. (2.9) findet man für die Energie des Systems

$$E = -J \sum_{n=1}^{N-1} \mathbf{S}_n \cdot \mathbf{S}_{n+1}. \quad (2.28)$$

Hier sollen die Spins  $\mathbf{S}_n$  als klassische Vektoren aufgefasst werden. Des Weiteren wird der Grundzustand bei  $T = 0$  betrachtet. Die Spins sind dann alle parallel orientiert, siehe Abb. 2.2(a), und es gilt  $\mathbf{S}_n \cdot \mathbf{S}_{n+1} = S^2$ . Die Austauschenergie des Grundzustands ergibt sich dann zu  $E_0 = -NJS^2$ . Als Anregung im System könnte man sich, wie in Abb. 2.2(b) dargestellt, das Umklappen eines Spins innerhalb der Spinkette vorstellen. Wird die zugehörige Energie des Systems mit  $E_1$  bezeichnet, so findet man für die Differenz  $\Delta E = E_1 - E_0 = 4JS^2$ . Würde Gl. (2.28) ein quantenmechanisches System beschreiben, wären solche Umklapp-Prozesse die einzig möglichen Anregungen. In klassischen Systemen hingegen gibt es noch Anregungen niedrigerer Energie. Dabei sind alle Spins involviert und die magnetische Anregung wird über die gesamte Kette verteilt. Grafisch dargestellt ist diese Situation in den Abbn. 2.2(c) und 2.2(d). Wie man in diesen Abbildungen erkennen kann, scheint sich die magnetische Anregung wie eine Welle im Raum auszubreiten. Daher werden Anregungen dieser Art als *Spinwellen* oder *Magnonen* bezeichnet. Streng genommen ist der Begriff Magnon für eine Elementaranregung vergeben und besitzt damit Quasiteilchencharakter. Magnonen unterliegen der *Bose*-Statistik. Im klassischen Grenzfall, d. h. große Besetzungszahlen der Magnonenzustände, spricht man von Spinwellen<sup>5</sup>. Dabei handelt es sich um schwach angeregte Zustände, die durch  $ka \ll 1$  charakterisiert sind. Hierbei ist  $k$  der Wellenvektor der Spinwelle und  $a$  die Gitterkonstante. Für die Energie dieser Anregungen findet man für das oben betrachtete Modell im langwelligen Grenzfall das kontinuierliche Anregungsspektrum  $\Delta E^* = JSa^2 k^2$  [52]. Vergleicht man diese Energie mit der Anregungsenergie  $\Delta E = 4JS^2$  für das Umklappen eines Spins, so

<sup>5</sup> Innerhalb dieser Arbeit wird zwischen den Begriffen Magnon und Spinwelle nicht unterschieden. Es wird stets angenommen, dass es sich um langwellige magnetische Anregungen handelt, die klassisch beschrieben werden können.



**Abbildung 2.2.** – (a) Grundzustand der linearen Spinkette bei  $T = 0$ ; (b) Elementaranregung durch Umklappen eines Spins; (c) Kollektive Anregung des Gesamtsystems und (d) Draufsicht der Anregung in (c).

gibt es  $k$ -abhängige Anregungen mit  $\Delta E^* < \Delta E$  wenn  $k < 2\sqrt{S}/a$ . Ganz allgemein führt die Austauschwechselwirkung immer auf einen Beitrag zur Spinwellen-Dispersionsrelation von  $\omega(\mathbf{k}) \propto k^2$  für  $ka \ll 1$ . In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich langwellige magnetische Anregungen untersucht.

Als weiteres Beispiel wird ein unendlich ausgedehnter dreidimensionaler Ferromagnet betrachtet, dessen Sättigungsmagnetisierung  $M_S$  entlang einer leichten Achse ausgerichtet ist. Dieser Ferromagnet befindet sich in einem äußeren Magnetfeld  $H_0$ , das ebenfalls parallel zur leichten Achse ist. Für die Spinwellen-Dispersionsbeziehung findet man die sogenannte Herring-Kittel-Formel [53]

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma \left[ (H + Dk^2)(H + Dk^2 + 4\pi M_S \sin^2 \phi_k) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

für eine sich unter dem Winkel  $\phi_k$ , dem Winkel zwischen Magnetisierung und Wellenvektor, ausbreitenden Welle. Folglich hängt die Dispersionsbeziehung auch von der Ausbreitungsrichtung der Spinwelle ab. In dem Ausdruck in Gl. (2.29) beschreibt  $H$  ein resultierendes Magnetfeld aus externem Magnetfeld  $H_0$  und einem effektiven Anisotropiefeld  $H_{an}$ . Außerdem wurde die *Austauschsteifigkeit*  $D$  (engl: *spin wave exchange stiffness*) eingeführt, die proportional zum Austauschintegral  $J$  ist.

Wird die Dimension des Systems reduziert, können neue Effekte auftreten. Spinwellen bezüglich der Geometrie dünner Filme, in denen die Magnetisierung parallel zur Oberfläche liegt, wurden unter Vernachlässigung der Austauschwechselwirkung ( $D = 0$ ) von Damon und Eshbach theoretisch untersucht [54] und später experimentell beobachtet [55]. Propagiert die Spinwelle in einem Film der Dicke  $d$  senkrecht zur Sättigungsmagnetisierung  $M_S$  aber parallel zur Filmebene, so ist die  $k$ -Abhängigkeit der Oberflächen-Mode gegeben durch [49, 54]

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma \left[ (H_0 + 2\pi M_S)^2 - 4\pi^2 M_S^2 \exp[-2k_{\parallel} d] \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.30)$$

Diese Mode ist asymmetrisch, denn ihre Amplitude ist für die eine Oberfläche größer als für die Gegenüberliegende. Wird der Wellenvektor invertiert, d. h.  $\mathbf{k}_{\parallel} \rightarrow -\mathbf{k}_{\parallel}$ , so kehrt sich diese Asymmetrie bezüglich der Amplitude ebenfalls um. Betrachtet man den Übergang von großen zu kleinen Filmdicken, so nimmt die Frequenz von  $\gamma(H_0 + 2\pi M_S)$  auf  $\gamma[H_0(H_0 + 4\pi M_S)]^{1/2}$  ab. Der erste Fall entspricht dem halbusendlichen Kristall und der zweite dem ultradünnen Film. Für  $k_{\parallel} d \ll 1$  ist die eben besprochene Asymmetrie unerheblich. Ein anderes Ergebnis erhält man, wenn der Wellenvektor  $\mathbf{k}_{\parallel}$  parallel zur Sättigungsmagnetisierung  $\mathbf{M}_S$  orientiert ist und beide nach wie vor in der Filmebene liegen. Unter Vernachlässigung von Anisotropien und für  $k_{\parallel} d \ll 1$  findet man nach [56] (und Referenzen darin) den Ausdruck

$$\omega(\mathbf{k}) = \gamma \left[ H_0 \left( H_0 + 4\pi M_S \left( \frac{1 - \exp[-k_{\parallel} d]}{k_{\parallel} d} \right) \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (2.31)$$

welcher die so genannte magnetostatische *Backward-Volume-Mode* beschreibt. Die besondere Charakteristik dieser Mode ist der negative Anstieg in der Dispersionsrelation. Demzufolge ist auch die zugehörige Gruppengeschwindigkeit kleiner Null und zeigt in die Richtung entgegengesetzt der Phasengeschwindigkeit. Ein Vergleich von Damon-Eshbach-Mode nach Gl. (2.30) und Backward-Volume-Mode nach Gl. (2.31) ist in Abb. 2.3 dargestellt.

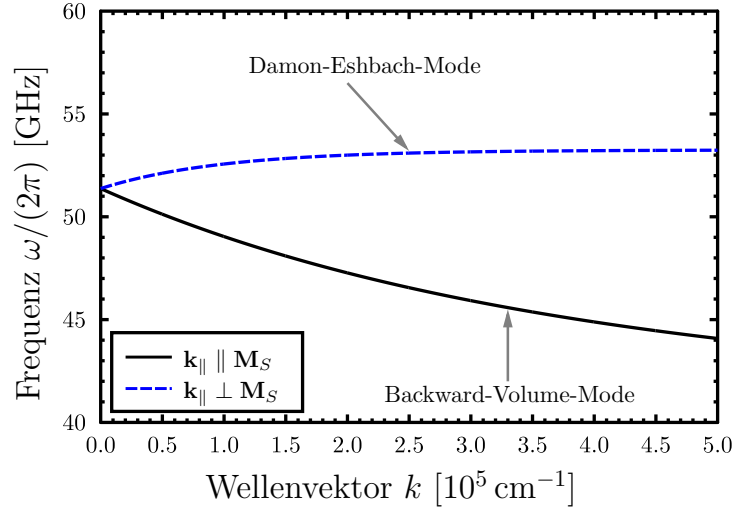
Kann die Austauschwechselwirkung in dünnen Filmen nicht vernachlässigt werden, muss man zusätzliche Randbedingungen berücksichtigen. Sind die Abweichungen von der Sättigungsmagnetisierung klein, ist der Ansatz

$$\mathbf{M} = M_S \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} + \mathbf{m}_{\perp} \quad (2.32)$$

möglich, wobei  $\mathbf{m}_{\perp}$  die Relationen  $\mathbf{m}_{\perp} \cdot \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} = 0$  und  $|\mathbf{m}_{\perp}| \ll M_S$  erfüllt. Führt man außerdem den Einheitsvektor entlang der Oberflächennormalen  $\mathbf{n}$  ein, so lässt sich die Randbedingung in der allgemeinen Form [57]

$$D \hat{\mathbf{e}}_{\alpha} \times \frac{\partial \mathbf{m}_{\perp}}{\partial n} + \mathbf{T}_{\text{OF}} = 0 \quad (2.33)$$

schreiben. Dabei bezeichnen  $D$  wieder die Austauschsteifigkeit und  $\partial/\partial n$  die Ableitung in Richtung der Normalen  $\mathbf{n}$ .  $\mathbf{T}_{\text{OF}}$  ist die Summe über alle Drehmomente an der Filmoberfläche. Dieses resultierende Drehmoment hat seinen Ursprung in der Oberflächen-Anisotropie [57, 58]. Im Fall einer uniaxialen Oberflächenanisotropie ist  $\mathbf{T}_{\text{OF}}$  mit der Energie in Gl. (2.26) verknüpft. Die Dispersionsrelation dünner Filme wird in Kapitel 5 anhand eines konkreten Beispiels besprochen.



**Abbildung 2.3.** – Vergleich der magnetostatischen Moden nach Gln. (2.30) und (2.31). Als Parameter wurden hier  $H_0 = 14$  kG,  $4\pi M_S = 10$  kG und  $d = 5$  nm gewählt.

## 2.4.2. Bewegungsgleichungen

### 2.4.2.1. Reversible Bewegungsgleichung

Zunächst vernachlässigen wir die Dissipation in der Bewegungsgleichung. Den Ausdruck für die reversible Dynamik leiten wir dabei aus sehr allgemeinen Betrachtungen her. Angenommen  $\hat{\Phi}_\alpha(\mathbf{x}, t)$  ist ein mikroskopisches Feld, dann wird eine Mittelung über diese Größe zu dem Feld  $\Phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$  führen.  $\Phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$  wird makroskopisches, hydrodynamisches oder quasi-hydrodynamisches Feld genannt. In diesem Zusammenhang spricht man auch von einer *Vergrößerung* der mikroskopischen Struktur (engl: *coarse-graining*). Der Hamiltonian  $\mathcal{H}$  ist dann eine Funktion dieser im Kontinuum definierten Felder  $\Phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$ . Der reversible Anteil der Bewegungsgleichung kann über die Poisson-Klammer [59, 60]

$$\frac{\partial \Phi_\alpha(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = \{\mathcal{H}, \Phi_\alpha(\mathbf{x}, t)\} = - \int d^d y Q_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \Phi_\beta(\mathbf{x})} \quad (2.34)$$

mit

$$Q_{\alpha\beta}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = -Q_{\beta\alpha}(\mathbf{y}, \mathbf{x}) = \{\Phi_\alpha(\mathbf{x}), \Phi_\beta(\mathbf{y})\} \quad (2.35)$$

erhalten werden. Die so beschriebene Dynamik bezieht sich auf langwellige Anregungen  $k\lambda \ll 1$ , sodass sich die Größe  $\Phi_\alpha(\mathbf{x}, t)$  nur langsam im Raum ändert. Dies trifft genau für die Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$  und die schwach angeregten Zustände im Ferromagneten zu. Setzt man demzufolge  $\Phi_\alpha = M_\alpha$  und verwendet die in Anhang A.5 hergeleiteten Poisson-Klammern für die Komponenten der Magnetisierung

$$\{M_\alpha(\mathbf{x}), M_\beta(\mathbf{y})\} = -u_0 \gamma \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} M_\gamma(\mathbf{y}), \quad (2.36)$$

dann findet man für die reversible Dynamik aus den Gln. (2.34)–(2.35)

$$\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = u_0 \gamma \mathbf{M}(\mathbf{x}, t) \times \mathbf{B}_{\text{eff}}(\mathbf{x}, t). \quad (2.37)$$

Hierbei ist  $\gamma = g|e|/2m$  wieder das gyromagnetische Verhältnis und  $u_0$  eine Konstante, die ihren Ursprung in Gl.(A.25) hat und weiter unten bestimmt wird. Außerdem wurde das effektive Magnetfeld

$$\mathbf{B}_{\text{eff}} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \mathbf{M}} \quad (2.38)$$

eingeführt. Der Ausdruck  $\delta/\delta \mathbf{M} = \hat{\mathbf{e}}_\alpha \delta/\delta M_\alpha$  ist als Funktionalableitung oder Variation zu verstehen. Explizit wird dieser Ausdruck mittels [61]

$$\frac{\delta \mathcal{H}}{\delta M_\alpha(\mathbf{x})} = \frac{\partial \rho}{\partial M_\alpha(\mathbf{x})} - \frac{\partial}{\partial x_\beta} \frac{\partial \rho}{\partial (\partial M_\alpha / \partial x_\beta)} \quad (2.39)$$

berechnet, wobei die Energiedichte  $\rho$  über

$$\mathcal{H}[\mathbf{M}(\mathbf{x})] = \int d^d x \rho \left( M_\alpha(\mathbf{x}), \frac{\partial M_\alpha(\mathbf{x})}{\partial x_\beta} \right) \quad (2.40)$$

definiert ist. Mehr Details zu Funktionalableitungen und eine Herleitung von Gl. (2.39) findet man in Anhang A.6. Der Faktor  $u_0$  in Gl. (2.37) wird nun wie folgt ermittelt. Ausgehend von Gl. (2.4) ergibt sich für die Beziehung zwischen  $\mathbf{M}$  und dem Gesamtdrehimpuls  $\mathbf{J}$

$$\mathbf{M} = -\gamma \mathbf{J}. \quad (2.41)$$

Dabei sollen  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{J}$  als klassische Vektorfelder betrachtet werden. Das gyromagnetische Verhältnis  $\gamma$  ist in dieser Definition positiv. Befindet sich  $\mathbf{M}$  in einem Magnetfeld  $\mathbf{B}_{\text{eff}} \nparallel \mathbf{M}$ , dann wirkt das Drehmoment [36, 62]

$$\mathbf{T} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}} \quad (2.42)$$

auf die Magnetisierung. Das Drehmoment ist außerdem gleich der zeitlichen Änderung des Gesamtdrehimpulses. Damit ergibt sich aus den Gln. (2.41)–(2.42) die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial \mathbf{M}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M}(\mathbf{x}, t) \times \mathbf{B}_{\text{eff}}(\mathbf{x}, t), \quad \mathbf{B}_{\text{eff}} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}. \quad (2.43)$$

Der Vergleich mit Gl. (2.37) zeigt, dass der Parameter  $u_0 = -1$  sein muss.

#### 2.4.2.2. Dissipation in der Bewegungsgleichung

Die Gl. (2.43) beschreibt eine Nichtgleichgewichtsdynamik. Im Gleichgewicht wäre  $\mathbf{M} \parallel \mathbf{B}_{\text{eff}}$ . In realistischen Systemen wird die Magnetisierung im Langzeitlimit ins Gleichgewicht relaxieren und sich entlang des effektiven Feldes ausrichten. Um solche Energieverluste, die zu einer gedämpften Bewegung führen, mit einzubeziehen

gibt es verschiedene Ansätze. Alle haben gemeinsam, dass zu dem durch Gl. (2.43) gegebenen reversiblen Anteil ein irreversibler Anteil hinzukommt. Die vollständige Bewegungsgleichung ist dann von der Form

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}} + \mathbf{D}, \quad (2.44)$$

wobei  $\mathbf{D}$  den dissipativen Beitrag beschreibt. Auf Landau und Lifshitz [17] geht der phänomenologische Ansatz

$$\mathbf{D}_{\text{LL}} = -\frac{\lambda_L}{M_S} \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}] \quad (2.45)$$

mit der Dämpfungskonstanten  $\lambda_L$  zurück. Hier ist  $M_S = |\mathbf{M}|$  die Sättigungsmagnetisierung. Die Kombination von Gl. (2.44) und Gl. (2.45) wird *Landau–Lifshitz–Gleichung* (LL) genannt. Für  $\lambda_L \rightarrow \infty$  liefert diese Gleichung jedoch keine realistischen Ergebnisse. Es kann dann der Fall eintreten, dass der irreversible Term größer wird als der Reversible [63]. Ein weiterer phänomenologischer Ansatz stammt von Gilbert [29], der einen viskosen Dämpfungsterm proportional zur verallgemeinerten Geschwindigkeit  $\partial \mathbf{M} / \partial t$  annahm. Dieser lässt sich als

$$\mathbf{D}_G = \frac{\alpha}{M_S} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \quad (2.46)$$

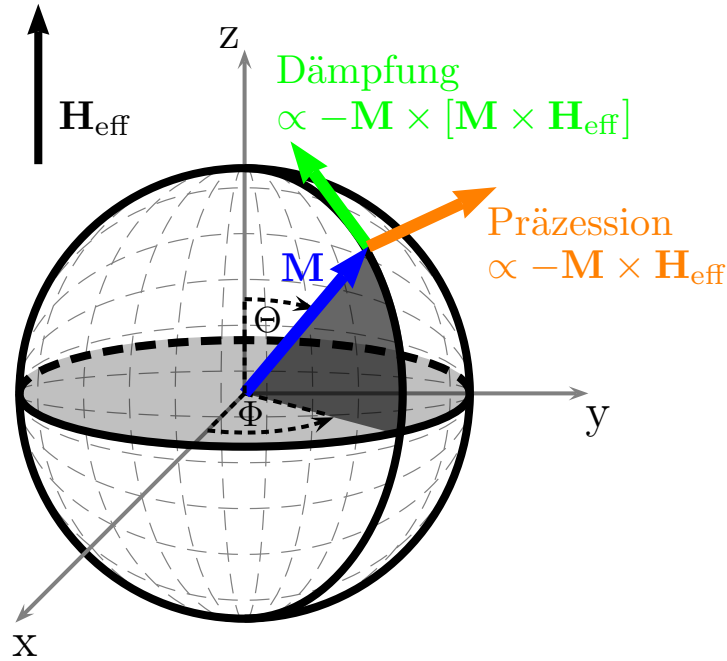
mit dem dimensionslosen Gilbert–Parameter  $\alpha$  schreiben. Zusammen mit Gl. (2.44) ergibt dieser Ansatz die *Gilbert–Gleichung*. Sowohl die Landau–Lifshitz–Gleichung als auch die Gilbert–Gleichung erhalten die Spinlänge, d. h.  $|\mathbf{M}| = \text{const.}$  Zeigen kann man diesen Sachverhalt durch die skalare Multiplikation der Bewegungsgleichungen mit  $\mathbf{M}$ . Dies führt auf  $\mathbf{M} \cdot \partial \mathbf{M} / \partial t \propto \partial \mathbf{M}^2 / \partial t = 0$ . Wir wollen noch eine Umformung vornehmen indem wir die Gilbert–Gleichung vektoriell mit  $\mathbf{M} \times \dots$  multiplizieren. Das ergibt

$$\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}] + \frac{\alpha}{M_S} \mathbf{M} \times \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right]. \quad (2.47)$$

Durch Anwenden der Vektoridentität  $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$  und unter der Berücksichtigung, dass die Spinlänge erhalten bleibt, findet man nach Modifizieren und Einsetzen von Gl. (2.47) in die Gilbert–Gleichung

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}} - \frac{\gamma \alpha}{(1 + \alpha^2) M_S} \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}]. \quad (2.48)$$

Diese Bewegungsgleichung wird *Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung* (LLG) genannt<sup>6</sup>. Die formale Ähnlichkeit mit der Landau–Lifshitz–Gleichung ist offensichtlich. Die Vorfaktoren sind jedoch modifiziert, wie am Vergleich von Gl. (2.48) mit Gl. (2.44) kombiniert mit Gl. (2.45) erkennbar ist, d. h.  $\gamma_L = \gamma_G / (1 + \alpha^2)$  und  $\lambda_L = \gamma_G \alpha / (1 + \alpha^2)$ . Auch für große Dämpfungskonstanten  $\alpha$  behält die LLG ihre Gültigkeit. In Abb. 2.4 ist die Bewegung der Magnetisierung unter dem Einfluss des effektiven Feldes  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{eff}} / \mu_0$



**Abbildung 2.4.** – Drehmomente in der Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung aufgrund des effektiven Magnetfeldes  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{B}_{\text{eff}}/\mu_0$ .

dargestellt. Da der Betrag der Magnetisierung erhalten bleibt, bewegt sich die Spitze des Magnetisierungsvektors auf einer Kugeloberfläche. Blickt man von oben, entgegen der positiven  $z$ -Achse, auf die Bewegung der Magnetisierung, stellt sich ein Verlauf entsprechend Abb. 2.5 dar. Während die rein reversible Dynamik die Magnetisierung um das parallel zur  $z$ -Achse orientierte effektive Feld präzedieren lässt, sorgt der irreversible Term dafür, dass die transversalen Komponenten der Magnetisierung mit der Zeit kleiner werden.

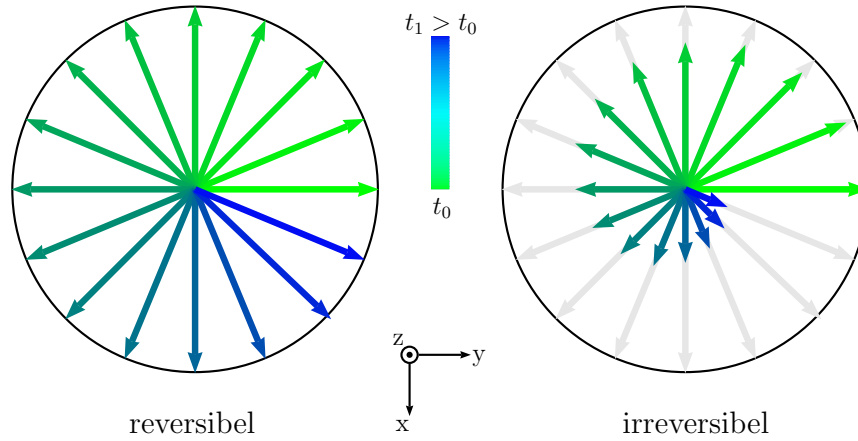
Ein alternativer Ansatz für einen Dämpfungsterm, welcher die Spinlänge nicht erhält, ist durch [30, 31]

$$\mathbf{D}_{\text{BB}} = -\frac{1}{T_1} (M_z - M_S) \hat{\mathbf{e}}_z - \frac{1}{T_2} M_x \hat{\mathbf{e}}_x - \frac{1}{T_2} M_y \hat{\mathbf{e}}_y \quad (2.49)$$

gegeben. Gl. (2.44) kombiniert mit diesem Ansatz wird *Bloch–Bloembergen–Gleichung* (BB) genannt. Wir werden sie in der vorliegenden Arbeit auch gelegentlich nur Bloch–Gleichung nennen. Diese Gleichung besitzt zwei verschiedene Zeitskalen, die longitudinale Relaxationszeit  $T_1$  und transversale Relaxationszeit  $T_2$ . Verallgemeinerte Formen dieser Gleichung sind ebenfalls in der Literatur erwähnt [65, 66].

Eine weitere Gleichung, welche den Betrag von  $\mathbf{M}$  nicht konstant lässt, ist die *Landau–Lifshitz–Bloch–Gleichung* (LLB). Diese Gleichung erhält man, indem der Dämpfungsterm

<sup>6</sup> Im Rahmen dieser Doktorarbeit ist es ebenfalls gelungen die Gilbert– bzw. Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung mittels Variationsmethoden aus einem Lagrangefunktional abzuleiten. Die Ergebnisse sind in [64] veröffentlicht.



**Abbildung 2.5.** – Sicht auf die präzedierende Magnetisierung entgegen der positiven  $z$ -Richtung.

term  $\mathbf{D}$  in Gl. (2.44) durch [67, 68]

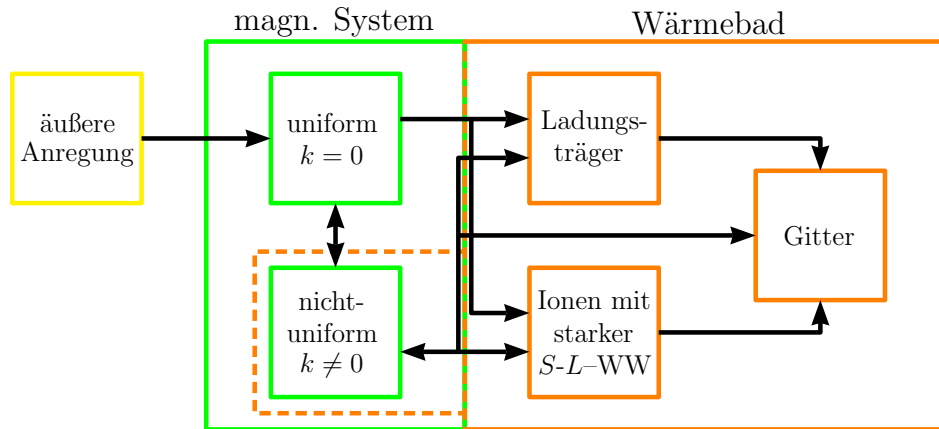
$$\mathbf{D}_{\text{LLB}} = \frac{L_1}{M_S^2} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}_{\text{eff}}) \mathbf{M} - \frac{L_2}{M_S^2} \mathbf{M} \times [\mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}] \quad (2.50)$$

ersetzt wird. Die Konstanten  $L_1$  und  $L_2$  sind der longitudinale und der transversale kinetische Koeffizient. Somit werden in der LLB ebenfalls zwei verschiedene Relaxationszeiten berücksichtigt.

### 2.4.3. Relaxationsmechanismen

In den soeben vorgestellten Ansätzen wird die Dissipation in magnetischen Systemen über die phänomenologischen Dämpfungsparameter charakterisiert. Die tatsächlichen Ursachen, die zur Relaxation führen, bleiben in solchen mesoskopischen Modellen jedoch verborgen. Es werden in der Literatur, siehe z. B. [37, 69–72], zahlreiche Relaxationsmechanismen vorgestellt, worüber hier nur eine kurze Übersicht gegeben werden kann. Wird ein magnetisch geordnetes System angeregt, so kann jede Spinwelle mit einem Wärmebad wechselwirken, welches aus Phononen, Gitterfehlern, Magnonen, Leitungselektronen und anderen Subsystemen besteht. Die Prozesse, die zur Relaxation führen, lassen sich zunächst in *intrinsische* und *extrinsische* Dämpfungsbeiträge unterteilen. Geht man von einer sehr reinen Probe aus, so entspricht der intrinsischen Dämpfung der kleinste experimentell bestimmbare Wert für den Dämpfungsparameter [70]. Alle äußeren Einflüsse, die eine geometrische und strukturelle Änderung der Probe erzeugen, führen zu extrinsischer Dämpfung. Darüber hinaus ist eine Einteilung in *direkte* und *indirekte* Prozesse möglich [37, 73]. Die direkten Prozesse beinhalten die unmittelbare Energieübertragung von der uniformen Mode auf das Kristallgitter (Spin–Gitter–Relaxation). Der Energiefluss ins Gitter erfolgt bei Metallen über die Leitungselektronen. In diesem Prozess wird ein Magnon vernichtet und gleichzeitig ein Phonon erzeugt. Bei indirekten Relaxationsprozessen wird Energie über ein Subsystem ins Gitter transportiert. Ein Beispiel für indirekte Dämpfung ist die Streuung





**Abbildung 2.6.** – Energiefluss in einem uniform angeregten magnetischen Systemen nach [37].

der uniformen Mode, die mittels ferromagnetischer Resonanz erzeugt werden kann, in Moden mit  $k \neq 0$  (Spin–Spin–Relaxation). Dieser Prozess kann reversibel sein. Damit solche indirekten Prozesse auftreten, muss die Probe so groß sein, dass die Austauschwechselwirkung die Entstehung von Spinwellen nicht unterdrückt. Eine Übersicht über den Energiefluss in einem angeregten magnetischen System ist in Abb. 2.6 dargestellt. Wir wollen noch etwas näher auf die direkten Dämpfungsmechanismen eingehen. Wichtig für direkte Dämpfungsprozesse ist die Spin–Bahn–Kopplung. Auf phänomenologischer Ebene wurde beispielsweise in [73] die Magnetisierung an den Spannungstensor des Gitters angekoppelt. Aus dem resultierenden magneto–elastischen Energiefunktional wurde die Bewegungsgleichung für die Magnetisierung hergeleitet. Diese beinhaltet einen Gilbert–Dämpfungsterm entsprechend Gl. (2.46) und zusätzliche Relaxationsterme mit höheren Zeitableitungen. Dieses Modell zur magneto–elastischen Kopplung bezieht die Spin–Bahn–Wechselwirkung implizit mit ein [74]. Ein weiteres Beispiel für direkte Dämpfung sind die Wirbelströme in Metallen. Dabei entstehen durch die sich bewegenden atomaren magnetischen Momente elektrische Felder, die an andere Leitungselektronen koppeln. Der zugehörige Beitrag zur Dämpfung ist in dünnen Filmen  $\propto d^2$  [70], wobei  $d$  die Filmdicke ist. Mit abnehmender Dicke des Films nimmt daher auch dieser Beitrag ab.

Abschließend werden zwei wichtige quantitative Modelle genannt. Das *s–d–Modell* (siehe z. B. [75, 76]) ist durch eine Einteilung in zwei Typen von Elektronen charakterisiert. Einerseits gibt es die itineranten s–Elektronen, die sich nahe der Fermi–Kante befinden und für den spinabhängigen Transport verantwortlich sind. Andererseits werden lokalisierte d–Elektronen berücksichtigt, die sich weit unterhalb der Fermi–Energie befinden. Es kommt zur s–d–Austauschwechselwirkung zwischen den Spins der itineranten und lokalisierten Elektronen. Die Leitungselektronen werden an den lokalisierten Momenten auf einer charakteristischen Zeitskala gestreut. Es kommt zum Spin–Flip. Die entsprechende Spin–Flip–Zeit bestimmt die Dämpfung des angeregten magnetischen Zustands. Außerdem wollen wir noch das sogenannte *breathing Fermi surface–Modell* erwähnen [77, 78]. Der Name basiert darauf, dass die Bandstruktur

zeitabhängig ist und sich damit auch die Form der Fermi-Oberfläche stetig ändert. Dies ist auf die zeitlichen Änderung der Orientierungen der magnetischen Momente zurückzuführen. Die Abhängigkeit der Energielevel von den Orientierungen der magnetischen Momente rührt für eine homogene Magnetisierung von der Spin–Bahn–Kopplung her. Die Nichtgleichgewichtszustände nahe der Fermi-Energie relaxieren während einer charakteristischen Zeit wieder ins Gleichgewicht. Aus dieser Relaxationszeit und der Änderung der einzelnen Energielevel mit der Änderung der Ausrichtung der magnetischen Momente ergibt sich die magnetische Dämpfung in diesem Modell.

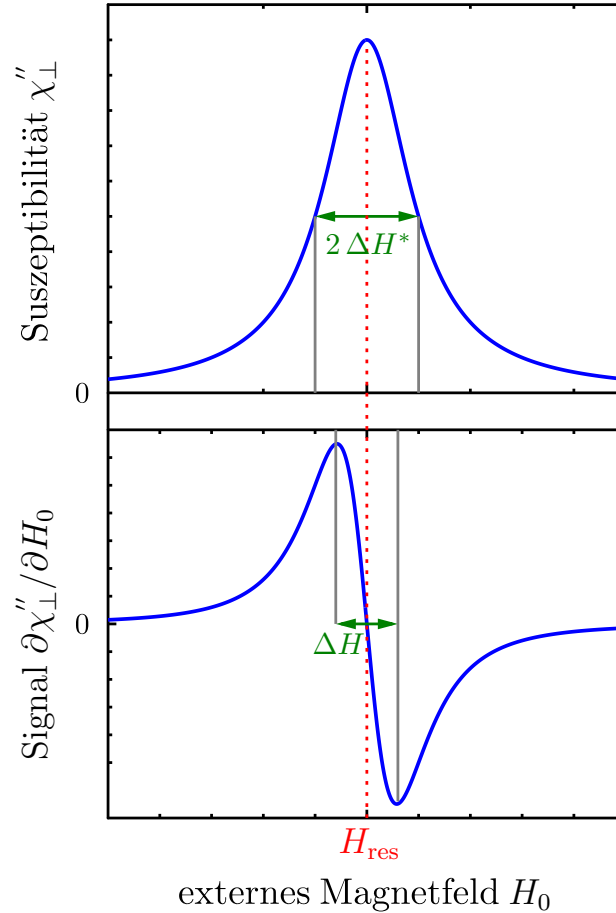
#### 2.4.4. Experimentelle Methoden

Es existieren verschiedene experimentelle Verfahren, die anhand der Gilbert– bzw. Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung analysiert werden können. Der dimensionslose Gilbert–Dämpfungsparameter  $\alpha$ , der manchmal auch in den Parameter  $G = \alpha\gamma M_S$  mit der Einheit  $\text{s}^{-1}$  konvertiert wird, ist damit experimentell zugänglich. Entsprechende Methoden, deren Interpretation mittels LLG möglich ist, sollen im Folgenden kurz vorgestellt werden.

Eine häufig angewendete Technik ist die ferromagnetische Resonanz (FMR). Dieses Phänomen wurde zuerst 1946 experimentell beobachtet [79] und kurze Zeit später theoretisch beschrieben [80, 81]. Eine ferromagnetische Probe wird zunächst einem statischen Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$  ausgesetzt. Dadurch wird die Magnetisierung ausgerichtet. Mittels eines zeitabhängigen Magnetfeldes  $\mathbf{h}(t) \perp \mathbf{H}_0$  wird Energie in das System gepumpt und eine uniforme Mode mit  $k = 0$  erzeugt. Da  $h(t) \ll H_0$  ist und nur zu geringen Abweichungen vom Gleichgewichtszustand der Magnetisierung führt, kann das magnetische Wechselfeld als kleine Störung betrachtet werden. Deshalb ist die Antwort des magnetischen Systems durch die dynamische Suszeptibilität  $\chi(\omega)$  gegeben. Die absorbierte Energie ist proportional zum Imaginärteil der transversalen Suszeptibilität  $\chi''_{\perp}$  und in guter Näherung durch eine Lorentzkurve der Form  $A/(1 + [\delta H/\Delta H^*]^2)$  beschrieben [82]. Dabei sind  $\delta H = H_0 - H_{\text{res}}$  und  $H_{\text{res}}$  das statische Magnetfeld, bei dem es zur Resonanz kommt. Die zugehörige Resonanzfrequenz ergibt sich dann aus  $\omega_{\text{res}} = \gamma H_{\text{res}}$ . Die Größe  $\Delta H^*$  ist die halbe Linienbreite bei halbem Maximum (engl: *half-width at half-maximum* (HWHM)) der Lorentzkurve. Oftmals wird in der Auswertung aber nicht  $\Delta H^*$  verwendet sondern die *Peak-zu-Peak-Linienbreite*  $\Delta H$  der Ableitung des Imaginärteils  $\partial\chi''_{\perp}/\partial H_0$ , siehe Abb. 2.7. Würde die Dynamik der Magnetisierung rein reversibel sein, wäre das Resonanzsignal eine  $\delta$ -Funktion. Durch Relaxationsprozesse entsteht jedoch eine endliche Linienbreite, welche die Dämpfung im System widerspiegelt. Üblicherweise wird bei fester Frequenz gearbeitet und das statische Magnetfeld variiert, so dass  $H_0 = H_{\text{res}}$ . Bezüglich dieses Messverfahrens ergibt sich in der Gilbert–Phänomenologie eine lineare Frequenzabhängigkeit der Linienbreite von der Frequenz [72, 82] zu

$$\Delta H^{(G)}(\omega) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Delta H^*(\omega) = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\alpha\omega}{\gamma}. \quad (2.51)$$

Diese Formel gilt für den Fall, dass im Gleichgewicht das äußere Magnetfeld und die Sättigungsmagnetisierung parallel sind. Gibt es hingegen einen Winkel  $\theta \neq 0$  zwischen



**Abbildung 2.7.** – Typisches Absorptionssignal in FMR-Experimenten in Form einer Lorentzkurve.

$\mathbf{H}_0$  und  $\mathbf{M}_S$ , dann muss die Substitution  $\Delta H^* \rightarrow \Delta H^* / \cos \theta$  in Gl. (2.51) durchgeführt werden. Damit lässt sich  $\alpha$  bestimmen. Typische Werte für  $\alpha$  werden mittels FMR im Bereich  $\sim 10^{-3} - 10^{-2}$  gemessen [83, 84]. Generell muss beachtet werden, dass die Linienbreite und damit auch der Dämpfungsparameter temperaturabhängig sind [85]. Neben der Relaxation lassen sich mit ferromagnetischen Resonanzexperimenten auch Anisotropien untersuchen [50, 86, 87]. Ferromagnetische Resonanz wird vor allem zur Charakterisierung dünner Filme angewendet. Darauf werden wir im nachfolgenden Abschnitt näher eingehen.

Es existieren ebenfalls *optische Methoden* zur Untersuchung der Spindynamik in magnetischen Systemen. Generell lässt sich bezüglich optischer Techniken eine Einteilung in zwei verschiedene Klassen vornehmen. Die Erste bezieht sich auf Experimente, deren Analyse in der Frequenzdomäne durchgeführt wird, und somit eine direkte Bestimmung der Spinwellen-Dispersionsrelation ermöglicht. Hier findet vor allem die spektroskopische Methode der *Brillouin-Lichtstreuung* (BLS) Anwendung. Diese Technik kann als komplementär zu FMR-Experimenten angesehen werden. Im Gegensatz zur FMR wird in der BLS-Spektroskopie das äußere Magnetfeld konstant gehalten und die Frequenz der Spinwelle gemessen. Die Frequenzen des einfallenden Lichts liegen

dabei im sichtbaren Bereich. Damit lässt sich die Dispersionsbeziehung für Spinwellenfrequenzen im Bereich von 2–500 GHz bestimmen. Ein einfallendes Photon mit dem Impuls  $\hbar\mathbf{k}_e$  und der Energie  $\hbar\omega_e$  kann ein Magnon mit  $\hbar\mathbf{k}_m$  und  $\hbar\omega_m$  erzeugen oder von einem solchen absorbiert werden. Impuls und Energie des gestreuten Photons sind anschließend durch  $\hbar\mathbf{k}_s = \hbar(\mathbf{k}_e \mp \mathbf{k}_m)$  und  $\hbar\omega_s = \hbar(\omega_e \mp \omega_m)$  gegeben. Das negative Vorzeichen bezieht sich auf einen Stokes–Prozess, bei dem es zur Erzeugung eines Magnons kommt und das positive Vorzeichen gehört zu einem Anti–Stokes–Prozess, bei dem ein Magnon vernichtet wird. Das Auftreten beider Ereignisse ist nahezu gleich wahrscheinlich und deshalb auch im Spektrum sichtbar. Ausführlichere Einführungen in die BLS–Spektroskopie sind z. B. in [86, 88] nachzulesen.

Die zweite Klasse beinhaltet experimentelle Methoden, die in der Zeitdomäne stattfinden, wie beispielsweise der zeitaufgelöste *magneto–optische Kerr–Effekt* (MOKE) [56, 89]. Bei diesem wird die Probe durch einen Pump–Puls ( $\sim 100$  fs) angeregt, siehe z. B. [90]. Die Antwort des magnetischen Systems wird über die Kerr–Rotation des Probe–Pulses (ebenfalls  $\sim 100$  fs) bestimmt. Die Antwortsignale können zeitlich aufgelöst werden. Damit lässt sich die Dynamik der Magnetisierung darstellen. Passt man an diese Kurve die Lösung der LLG–Gleichung an, so kann der Dämpfungsparameter bestimmt werden. Es zeigt sich, dass die Daten für  $\alpha$  aus optischen Messungen gut mit den in FMR–Experimenten ermittelten Werten übereinstimmen [90, 91].

Außerdem lassen sich Dämpfungsparameter auch mittels *time–resolved x–ray magnetic circular dichroism* (TR–XMCD) bestimmen [92]. Die XMCD–Technik basiert darauf, dass die Absorption von links– und rechtszirkular polarisiertem Röntgenlicht in magnetischen Materialien unterschiedlich ist. Diese Methode ist elementspezifisch und erlaubt daher die Untersuchung von Filmen, die aus unterschiedlichen magnetischen Materialien bestehen [93].

Abschließend wollen wir noch erwähnen, dass der Wert  $\alpha = 0.22$  mittels Spin–aufgelöster Elektronenmikroskopie nach Anregung von Co–Filmen mit ultrakurzen Magnetfeld–Pulsen ermittelt wurde [94].

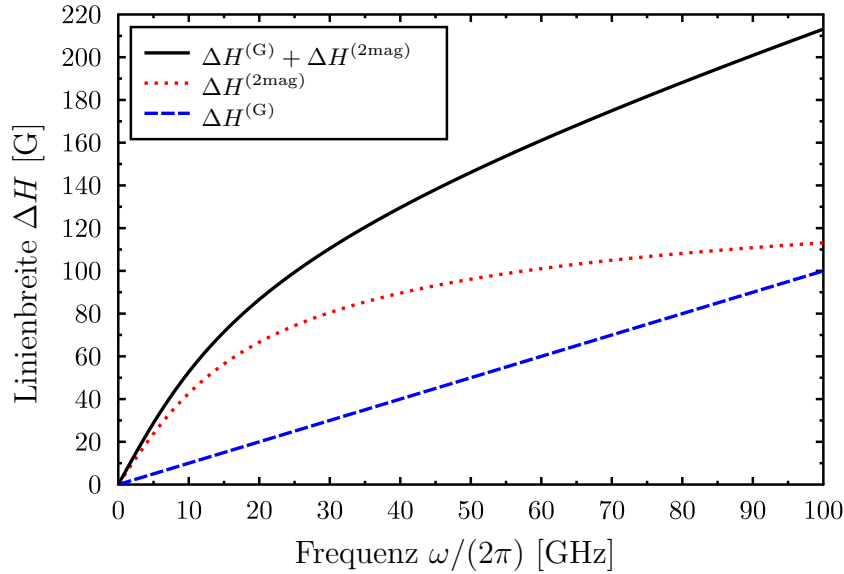
### 2.4.5. Ferromagnetische Resonanz in dünnen Filmen

Umfassende Einführungen und Übersichtsartikel zum Thema ferromagnetische Resonanz findet man beispielsweise in [69, 95] für bulk–Materialien und in [50, 70, 86] für dünne Filme.

In dieser kurzen Einführung in die Untersuchung der FMR–Linienbreite dünner Filme betrachten wir einen magnetischen Film bei einer Temperatur  $T \ll T_C$ . Wir gehen außerdem davon aus, dass das äußere Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$  und die Sättigungsmagnetisierung  $\mathbf{M}_S$  vor der Anregung durch das zeitabhängige Magnetfeld  $\mathbf{h}(t)$  parallel zur Filmebene sind. Außerdem soll  $\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{M}_S$  und  $\mathbf{h} \perp \mathbf{H}_0$  gelten. Bei der Auswertung der Frequenzabhängigkeit der Linienbreite werden üblicherweise mehrere Beiträge addiert. Für die Gesamtlinienbreite  $\Delta H$  schreibt man [84, 96]

$$\Delta H(\omega) = \Delta H^{(0)} + \Delta H^{(G)}(\omega) + \Delta H^{(2\text{mag})}(\omega). \quad (2.52)$$

Hier haben wir den Gilbert–Beitrag  $\Delta H^{(G)}$  und den Beitrag  $\Delta H^{(2\text{mag})}$ , der auf die sogenannte *Magnon–Magnon–Streuung* zurückzuführen ist, berücksichtigt. Der fre-

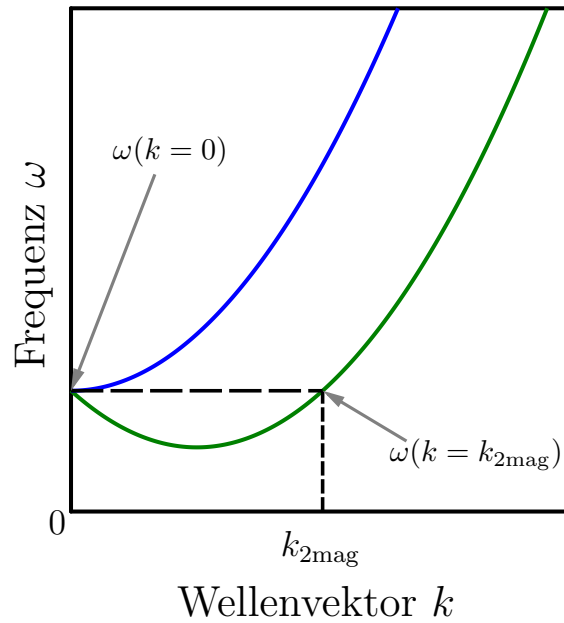


**Abbildung 2.8.** – Frequenzabhängigkeit der Linienbreite in FMR-Experimenten an dünnen Filmen. Dargestellt ist die Überlagerung aus Gilbert- und Magnon-Magnon-Beitrag in den typischen Messbereichen der Frequenz und der Linienbreite in der cgs-Einheit Gauß.

quenzunabhängige Term  $\Delta H^{(0)}$  beinhaltet zusätzliche Inhomogenitäten. Der Gilbert-Anteil  $\Delta H^{(G)}$  ist in Gl. (2.51) gegeben und  $\Delta H^{(2mag)}$  hat die Form [87, 97, 98]

$$\Delta H^{(2mag)}(\omega) = \Gamma \sin^{-1} \left( \sqrt{\frac{\sqrt{\omega^2 + (\omega_0/2)^2} - \omega_0/2}{\sqrt{\omega^2 + (\omega_0/2)^2} + \omega_0/2}} \right) \quad (2.53)$$

mit  $\Gamma$  als Parameter, welcher die Stärke der Dämpfung charakterisiert. Diese nichtlineare Funktion von  $\omega$  geht für große Frequenzen in eine Sättigung über. Eine Überlagerung von Gilbert-Dämpfung und 2-Magnonen-Prozess bezüglich der Gln. (2.51)–(2.53) ist für  $\Delta H^{(0)} = 0$  in Abb. 2.8 grafisch dargestellt. Theoretische Kurven dieser Art wurden experimentell bestätigt [84, 96, 99, 100]. Beide Anteile,  $\Delta H^{(G)}$  und  $\Delta H^{(2mag)}$ , können mit den in Abschnitt 2.4.3 vorgestellten Relaxationsmechanismen in Verbindung gebracht werden [87]. Dabei entspricht die viskose Gilbert-Dämpfung dem direkten Relaxationspfad von der uniformen Mode mit  $k = 0$  ins Gitter, siehe Abb. 2.6. In diesem Schema sind ebenfalls die Übergänge innerhalb des magnetischen Systems angedeutet. Diese beinhalten die 2-Magnonen-Prozesse, bei denen die uniforme Bewegung der Magnetisierung in angeregte Zustände, d. h. Spinwellen mit  $k \neq 0$ , gestreut wird. Dies ist in Abb. 2.9 verdeutlicht. Auch die Energie dieser Anregungen wird im weiteren Verlauf auf das Gitter übergehen. Präzediert die Magnetisierung um die  $z$ -Achse, dann wird bei 2-Magnonen-Prozessen die Energie auf  $M_x$  und  $M_y$  übertragen, d. h. auf die transversalen Komponenten der Magnetisierung. Die Projektion von  $\mathbf{M}$  auf die  $z$ -Achse bleibt dabei konstant. Eine dynamische Beschreibung für diesen Prozess ist durch die Bloch-Bloembergen-Gleichungen gegeben, siehe Gl. (2.44) zusammen mit Gl. (2.49).



**Abbildung 2.9.** – Streuung der uniformen  $k = 0$ -Mode in eine  $k \neq 0$ -Mode der selben Energie. Die blaue Kurve ergibt sich unter Berücksichtigung von konstanten Termen und der Austauschwechselwirkung während die grüne Kurve zusätzlich die Dipol-Dipol-Wechselwirkungen mit einbezieht. Letzteres kann in der Dispersionsbeziehung zu linearen Termen in  $k$  mit negativem Vorzeichen führen, siehe z. B. [97].

Da eine Interpretation der experimentell ermittelten Linienbreite als Funktion der Frequenz für dünne Filme ein nichtlineares Verhalten zeigt, welches mittels Gilbert-Phänomenologie nicht erklärbar ist, wird die Anwendbarkeit der Gilbert- bzw. Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung zur Beschreibung der Dynamik in magnetischen dünnen Filmen in Frage gestellt. Dieses Problem wird in [72] ausführlich diskutiert und geschlussfolgert, dass die Bloch-Bloembergen-Gleichungen als Grundlage zur Beschreibung der Magnetisierungsdynamik berücksichtigt werden sollten. Darüber hinaus wird in [87] vorgeschlagen, die Gilbert-Gleichung und die Bloch-Bloembergen-Dämpfung zu kombinieren. Diesen Ansatz werden wir in Kapitel 5 als Grundlage für unser Modell verwenden und die Bewegungsgleichung (2.44) mit der Summe der beiden Dämpfungsterme in Gl. (2.46) und Gl. (2.49) kombinieren.

Der 2-Magnonen-Mechanismus ist abhängig vom Winkel zwischen externem Magnetfeld bzw. Magnetisierung und Filmoberfläche. So wird für eine senkrechte Konfiguration, wobei sowohl das äußere Magnetfeld als auch die Sättigungsmagnetisierung einen rechten Winkel mit dem Film bilden, eine rein lineare Abhängigkeit der Linienbreite von der Frequenz gefunden [86]. Die theoretischen Rechnungen sagen ebenfalls voraus, dass für diese Konfiguration die Magnon-Magnon-Prozesse inaktiv sind [97, 101]. Auf die Situation für beliebige Winkel gehen wir ebenfalls in Kapitel 5 genauer ein. Ist dieser Mechanismus jedoch operativ, so wurde experimentell beobachtet, dass der entsprechende Beitrag zur Dämpfung um einen Faktor 10 – 50 größer sein kann als die Gilbert-Dämpfung [84].

## 2.5. Stochastische Dynamik

Bisher wurden in den Abschnitten 2.4.2.1 und 2.4.2.2 rein deterministische Ansätze für die Bewegungsgleichung der Magnetisierung betrachtet. Im Folgenden werden diese um eine stochastische Komponente erweitert. Dabei gehen wir zunächst ganz allgemein von einer dynamischen Variablen aus und stellen später die Verbindung zu magnetischen Systemen her.

### 2.5.1. Weißes und farbiges Rauschen

Die *stochastische* Bewegungsgleichung für eine dynamische Variable  $x = x(t)$  sei von der Gestalt

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x(t), \eta(t)), \quad (2.54)$$

wobei  $\eta(t)$  *stochastische Kraft* oder *Rauschen* genannt wird. Für weitere Untersuchungen wird dieses Rauschen zunächst näher charakterisiert. Dafür nehmen wir als Modell an, dass die Zufallsvariable  $\eta(t)$  der Gaußverteilung [102]

$$W[\eta(t)] = \exp \left[ - \int_{t_A}^{t_E} dt \frac{\eta^2(t)}{4\lambda} \right] \quad (2.55)$$

genügt. Das Funktional  $W[\eta(t)]$  ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Werte von  $\eta(t)$  im Zeitintervall  $t_A \leq t \leq t_E$  mit der Anfangszeit  $t_A$  und der Endzeit  $t_E$ . Das Intervall  $[t_A, t_E]$  lässt sich in  $N$  kleine Teilintervalle  $\Delta$  mit  $t_E - t_A = N \Delta$  zerlegen. Die zugehörigen diskreten Zeiten sind dann  $t_n = t_A + (n - 1) \Delta$ ,  $n = 1, \dots, N + 1$  mit  $t_1 = t_A$  und  $t_{N+1} = t_E$ . Damit lässt sich das Element der Funktionalintegration angeben als

$$\mathcal{D}[\eta] = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \prod_{n=1}^N [d\eta(s_n) C(\Delta)], \quad (2.56)$$

wobei  $s_n$  eine Zwischenstelle im Teilintervall  $[t_n, t_{n+1}]$  ist. Die Konstante  $C$  kann selbst von  $\Delta = t_{n+1} - t_n$  abhängen und ergibt sich aus der Normierung von  $W[\eta(t)]$ , d. h.

$$\int \mathcal{D}[\eta] W[\eta(t)] = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \prod_{n=1}^N \int [d\eta(s_n) C(\Delta)] \exp \left( - \sum_{n=1}^N \frac{\Delta}{4\lambda} \eta^2(s_n) \right) = 1. \quad (2.57)$$

Die Normierung der Wahrscheinlichkeit führt damit auf

$$C(\Delta) = \sqrt{\frac{\Delta}{4\pi\lambda}}. \quad (2.58)$$

Schließlich findet man für den Mittelwert

$$\langle \eta(t_i) \rangle = 0 \quad (2.59)$$

und für Korrelationsfunktion

$$\langle \eta(t_i)\eta(t_k) \rangle = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{2\lambda}{\Delta} \delta_{ik} \quad (2.60)$$

mit dem Kronecker-Symbol  $\delta_{ik}$ . Als nächsten Zwischenschritt führen wir für  $\Delta \rightarrow 0$  die alternativen Repräsentationen der  $\delta$ -Funktion

$$\delta_{\Delta}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & -\frac{\Delta}{2} \leq t \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.61)$$

und

$$\delta_{\Delta}(t) = \frac{1}{2\Delta} \exp \left[ -\frac{|t|}{\Delta} \right] \quad (2.62)$$

ein. Beide Ausdrücke verschwinden im Fall  $\Delta \rightarrow 0$  für alle  $t \neq 0$ , streben aber für  $t \rightarrow 0$  gegen unendlich. Außerdem ist das Integral über diese Ersatzfunktionen der  $\delta$ -Funktion jeweils 1. Damit ergibt sich aus den Gln. (2.60) und (2.61)

$$\langle \eta(t_i)\eta(t_k) \rangle = 2\lambda \delta_{\Delta}(t_i - t_k). \quad (2.63)$$

Möchte man hingegen kleine endliche Korrelationszeiten im Modell zulassen, kann man Gl. (2.63) wiederum mit Gl. (2.62) kombinieren und erhält

$$\langle \eta(t_i)\eta(t_k) \rangle = \frac{\lambda}{\Delta} \exp \left[ -\frac{|t_i - t_k|}{\Delta} \right]. \quad (2.64)$$

Stochastische Kräfte, die über eine  $\delta$ -Funktion miteinander korreliert sind nennt man *weißes Rauschen*. Fluktuationen, deren Korrelationsfunktion durch eine endliche Korrelationszeit charakterisiert sind, werden als *farbiges Rauschen* bezeichnet.

Wir fassen die Ergebnisse für den Fall zusammen, dass die stochastische Kraft mehrere Komponenten  $\eta_{\alpha}$  hat. Identifiziert man das oben eingeführte Intervall  $\Delta$  als charakteristische Zeitskala  $\tau$  für die Fluktuationen, d. h. man substituiert  $\Delta \rightarrow \tau$ , dann lassen sich die statistischen Eigenschaften als

$$\begin{aligned} \langle \eta_{\alpha}(t) \rangle &= 0, \\ \phi_{\alpha\beta}(t - t') &= \langle \eta_{\alpha}(t)\eta_{\beta}(t') \rangle = \frac{\lambda_{\alpha\beta}}{\tau_{\alpha\beta}} \exp \left[ -\frac{|t - t'|}{\tau_{\alpha\beta}} \right], \end{aligned} \quad (2.65)$$

mit dem Grenzfall

$$\phi_{\alpha\beta}(t - t') = \frac{\lambda_{\alpha\beta}}{\tau_{\alpha\beta}} \exp \left[ -\frac{|t - t'|}{\tau_{\alpha\beta}} \right] \xrightarrow{\tau_{\alpha\beta} \rightarrow 0} 2\lambda_{\alpha\beta} \delta(t - t') \quad (2.66)$$

ausdrücken, wobei durch  $\lambda_{\alpha\beta}$  die Rauschstärken und durch  $\tau_{\alpha\beta}$  die Korrelationszeiten gegeben sind. In den Gln. (2.65) und (2.66) wird nicht über doppelt auftretende Indizes summiert. Es ist jeweils nur die Komponente von  $\lambda_{\alpha\beta}$  und  $\tau_{\alpha\beta}$  gemeint, deren Indizes mit denen auf der linken Seite der Gleichung übereinstimmen.  $\phi_{\alpha\beta}(t, t')$  heißt *Autokorrelationsfunktion* für  $\alpha = \beta$  und *Kreuzkorrelationsfunktion* für  $\alpha \neq \beta$ . Wir



werden in Kapitel 3 davon ausgehen, dass die relevanten stochastischen Felder gaußverteilt sind und eine von Null verschiedene Korrelationszeit besitzen. Diese Prozesse lassen sich wie folgt einordnen. Dazu gehen wir der Einfachheit halber wieder vom eindimensionalen Fall aus, d. h.  $\alpha = \beta = 1$ ,  $\eta_\alpha = \eta$  und  $\tau_{11} = \tau$ . Einen Prozess  $\eta(t)$ , der durch Gl. (2.65) bestimmt ist, nennt man *Ornstein–Uhlenbeck–Prozess* [103]. Dieser wird durch eine stochastische Differentialgleichung der Form  $\dot{\eta} = f(\eta, t) + g(\eta, t)\zeta(t)$  beschrieben. Hierbei ist  $\zeta(t)$  ein weißes Rauschen, dessen zeitliche Korrelation durch  $\langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle \propto \delta(t - t')$  gegeben ist. Die eben genannte Differentialgleichung für  $\eta(t)$  ist von 1. Ordnung in der Zeit und somit durch ihren Anfangswert bestimmt. Außerdem kann das  $\delta$ -korrelierte Rauschen  $\zeta(t)$  zu einer Zeit  $t < t_n$  die bedingte Wahrscheinlichkeit  $p(\eta_{n+1}, t_{n+1} | \eta_n, t_n)$  für den Prozess  $\eta(t)$  zur späteren Zeit  $t > t_{n+1}$  nicht ändern. Damit ist der Ornstein–Uhlenbeck–Prozess selbst ein *Markov–Prozess* [104, 105]. Darüber hinaus ist er auch *stationär* [104, 106].

### 2.5.2. Langevin–Gleichung und Wahrscheinlichkeitsverteilung

Nachfolgend betrachten wir für die dynamische Variable  $\boldsymbol{\psi}(t) = \psi_1(t), \dots, \psi_M(t)$  und das stochastische Feld  $\boldsymbol{\eta}(t) = \eta_1(t), \dots, \eta_N(t)$  die Langevin–Gleichung

$$\frac{d}{dt}\psi_\alpha(t) = \Upsilon_\alpha[\boldsymbol{\psi}(t)] + \Lambda_{\alpha\beta}[\boldsymbol{\psi}(t)]\eta_\beta(t), \quad (2.67)$$

wobei hier und im Folgenden immer über doppelt auftretende Indizes summiert wird. Der Vektor  $\boldsymbol{\Upsilon}$  und die Matrix  $\Lambda_{\alpha\beta}$  können in nichtlinearer Weise von  $\boldsymbol{\psi}$  abhängen. Ist  $\Lambda_{\alpha\beta}$  unabhängig von  $\boldsymbol{\psi}$ , dann ist  $\boldsymbol{\eta}(t)$  ein *additives* Rauschen. Ansonsten koppelt es *multiplikativ* an die Dynamik von  $\boldsymbol{\psi}(t)$ . Der erste Term auf der rechten Seite von Gl. (2.67) beschreibt den deterministischen Anteil der Bewegungsgleichung und der zweite Term den Beitrag durch die Stochastik. Das  $N$ -dimensionale Ornstein–Uhlenbeck–Rauschen  $\boldsymbol{\eta}(t)$  soll durch die statistischen Eigenschaften in Gl. (2.65) charakterisiert sein, wobei nachfolgend der allgemeine Fall  $\lambda_{\alpha\beta} > 0$  und  $\tau_{\alpha\beta} > 0$  für alle  $\{\alpha, \beta\} = 1, \dots, N$  betrachtet wird. Wie am Ende des letzten Abschnitts angesprochen, wird die Dynamik von  $\boldsymbol{\eta}(t)$  durch einen Markov–Prozess beschrieben. Durch die endliche Korrelationszeit in  $\phi_{\alpha\beta}(t - t')$  in Gl. (2.65) gilt diese Eigenschaft jedoch nicht für die durch Gl. (2.67) beschriebene Dynamik von  $\boldsymbol{\psi}(t)$ . Es handelt sich hierbei um einen *Nicht–Markov–Prozess*. Wie später noch deutlich wird, ist dieser außerdem *nichtstationär*. Diese beiden Eigenschaften sind über die von Null verschiedene Korrelationszeit eng miteinander verbunden. Das ist auch daran erkennbar, dass im Grenzfall  $\tau_{\alpha\beta} \rightarrow 0$  durch Gl. (2.67) ein Markov–Prozess definiert wird, welcher durch eine geeignete Wahl der Anfangsbedingungen ebenfalls stationär ist [107].

In der vorliegenden Arbeit konzentrieren wir uns auf den Fall des farbigen Rauschens. Dadurch wird eine zusätzliche Zeitskala, die ihren Ursprung in den Fluktuationen der stochastischen Felder hat, in die dynamische Beschreibung eingeführt. Für diese Situation benötigen wir eine passende Wahrscheinlichkeitsverteilung, welche die in Gl. (2.67) und Gl. (2.65) definierten Prozesse wiedergibt. Insbesondere ist es das Ziel, neben der Herleitung einer Bewegungsgleichung für die Mittelwerte  $\langle \psi_\alpha(t) \rangle$ , auch eine Evolutionsgleichung für Korrelationsfunktionen der Art  $\langle \psi_\alpha(t)\psi_\beta(t') \rangle$  zu berechnen. Für diese Situation ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung für ein Einzelereignis der

Form  $P(\boldsymbol{\psi}, t)$  nicht ausreichend. Man benötigt eine Verteilung für die *Verbundwahrscheinlichkeit*  $P(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t')$  [108–110], die sich nach [104, 109] als

$$P(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t') = \langle \delta[\boldsymbol{\psi}(t) - \boldsymbol{\psi}] \delta[\boldsymbol{\psi}(t') - \boldsymbol{\psi}'] \rangle. \quad (2.68)$$

definieren lässt. Die Mittelung erfolgt hierbei über alle möglichen Realisierungen des stochastischen Prozesses (Ensemblemittelwert). In dieser Definition folgen wir der üblichen Notation. Die Variablen mit dem Zeitargument kennzeichnen die stochastischen Prozesse, wohingegen die Größen ohne Zeitabhängigkeit spezielle Werte sind, die von den stochastischen Variablen angenommen werden können. Die folgende Ableitung bezieht sich hauptsächlich auf Referenz [108]. Wir werden hier nur die wichtigsten Resultate und Zwischenschritte wiedergeben und verweisen für Einzelheiten auf die Literatur. Für die Bewegungsgleichung der Verbundwahrscheinlichkeit findet man

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t') &= - \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \Upsilon_\alpha(\boldsymbol{\psi}) P(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t') \\ &\quad - \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \Lambda_{\alpha\beta} \langle \eta_\beta(t) \delta[\boldsymbol{\psi}(t) - \boldsymbol{\psi}] \delta[\boldsymbol{\psi}(t') - \boldsymbol{\psi}'] \rangle. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Für ein gaußverteiltes Rauschen kann der Mittelwert auf der rechten Seite durch Anwendung des Novikov–Theorems [111]

$$\langle \eta_\beta \Phi[\eta_1, \dots, \eta_N] \rangle = \int_{t_0}^t dt' \phi_{\beta\gamma}(t, t') \left\langle \frac{\delta \Phi[\eta_1, \dots, \eta_N]}{\delta \eta_\gamma} \right\rangle \quad (2.70)$$

berechnet werden. Hier ist  $\Phi[\eta_1, \dots, \eta_N]$  ein Funktional der  $\eta_1, \dots, \eta_N$  und die  $\phi_{\beta\gamma}(t, t') = \langle \eta_\beta(t) \eta_\gamma(t') \rangle$  sind die zugehörigen Korrelationsfunktionen. Damit ergibt sich

$$\begin{aligned} \langle \eta_\beta(t) \delta[\boldsymbol{\psi}(t) - \boldsymbol{\psi}] \delta[\boldsymbol{\psi}(t') - \boldsymbol{\psi}'] \rangle &= \\ &- \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \int_0^t \phi_{\beta\gamma}(t, t_1) \left\langle \left[ \frac{\delta \psi_\alpha(t)}{\delta \eta_\gamma(t_1)} \right]_{\boldsymbol{\psi}(t)=\boldsymbol{\psi}} \delta[\boldsymbol{\psi}(t) - \boldsymbol{\psi}] \delta[\boldsymbol{\psi}(t') - \boldsymbol{\psi}'] \right\rangle dt_1 \\ &- \frac{\partial}{\partial \psi'_\alpha} \int_0^{t'} \phi_{\beta\gamma}(t, t_1) \left\langle \left[ \frac{\delta \psi_\alpha(t')}{\delta \eta_\gamma(t_1)} \right]_{\boldsymbol{\psi}(t')=\boldsymbol{\psi}'} \delta[\boldsymbol{\psi}(t) - \boldsymbol{\psi}] \delta[\boldsymbol{\psi}(t') - \boldsymbol{\psi}'] \right\rangle dt_1. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Ausdrücke für die Antwortfunktionen  $\delta\psi_\alpha(t)/\delta\eta_\gamma(t_1)$  und  $\delta\psi_\alpha(t')/\delta\eta_\gamma(t_1)$  können nach formaler Integration der Bewegungsgleichung (2.67) gefunden werden. Nach einer umfangreichen Rechnung, welche die Bestimmung der Antwortfunktionen in erster Ordnung in  $(t - t_1)$  und  $(t' - t_1)$  sowie die Berechnung diverser Korrelationsintegrale mit  $\Phi_{\alpha\beta}$  aus Gl. (2.65) beinhaltet, kann Gl. (2.69) umgeschrieben werden zu [108]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P_s(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t') &= \\ &\left\{ L^{(0)} + \exp \left[ -\frac{t-t'}{\tau_{\gamma\beta}} \right] \lambda_{\gamma\beta} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \Lambda_{\alpha\gamma}(\boldsymbol{\psi}) \frac{\partial}{\partial \psi'_\nu} \Lambda_{\nu\beta}(\boldsymbol{\psi}') \right\} P_s(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t'). \end{aligned} \quad (2.72)$$

Dieses Ergebnis gilt für den Grenzfall kleiner Korrelationszeiten  $\tau_{\gamma\beta}$ . Genauer gesagt, wurden in Gl. (2.72) bereits alle Terme vernachlässigt, die später in den Bewegungsgleichungen (2.76) und (2.77) zu Termen  $\propto \tau_{\gamma\beta}^2$  führen würden. Des Weiteren hat Gl. (2.72) nur Gültigkeit für den stationären Fall. Dieser ist charakterisiert durch  $t \rightarrow \infty$  und  $t' \rightarrow \infty$  mit der endlichen Differenz  $s = t - t'$ . Die zugehörige stationäre Verteilung wird mit  $P_s$  bezeichnet.  $L^{(0)} = L^{(0)}(\boldsymbol{\psi}, \{\tau_{\gamma\beta}\}, t \rightarrow \infty)$  ist der Operator aus der Bewegungsgleichung der Wahrscheinlichkeitsverteilung  $P_s(\boldsymbol{\psi}, t)$  für ein Einzelereignis. Der Ausdruck für diesen Operator ist [108, 112, 113]

$$\begin{aligned} L^{(0)}(\boldsymbol{\psi}, \{\tau_{\gamma\beta}\}, t \rightarrow \infty) = & \\ & - \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \Upsilon_\alpha(\boldsymbol{\psi}) + \lambda_{\gamma\beta} \frac{\partial}{\partial \psi_\alpha} \Lambda_{\alpha\gamma}(\boldsymbol{\psi}) \frac{\partial}{\partial \psi_\nu} \left\{ [\Lambda_{\nu\beta}(\boldsymbol{\psi}) - \tau_{\gamma\beta} M_{\nu\beta}(\boldsymbol{\psi})] \right. \\ & \left. + \lambda_{\mu\rho} \tau_{\gamma\beta} \left[ K_{\nu\beta\mu}(\boldsymbol{\psi}) \frac{\partial}{\partial \psi_\sigma} \Lambda_{\sigma\rho}(\boldsymbol{\psi}) + \frac{\tau_{\gamma\beta}}{\tau_{\gamma\beta} + \tau_{\mu\rho}} \Lambda_{\nu\mu}(\boldsymbol{\psi}) \frac{\partial}{\partial \psi_\sigma} K_{\sigma\beta\rho}(\boldsymbol{\psi}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.73)$$

mit

$$\begin{aligned} M_{\nu\beta} &= \Upsilon_\rho \frac{\partial \Lambda_{\nu\beta}}{\partial \psi_\rho} - \Lambda_{\rho\beta} \frac{\partial \Upsilon_\nu}{\partial \psi_\rho}, \\ K_{\nu\beta\gamma} &= \Lambda_{\rho\gamma} \frac{\partial \Lambda_{\nu\beta}}{\partial \psi_\rho} - \frac{\partial \Lambda_{\nu\gamma}}{\partial \psi_\rho} \Lambda_{\rho\beta}. \end{aligned} \quad (2.74)$$

Für den Grenzfall des weißen Rauschens, d. h.  $\tau_{\gamma\beta} = 0$  für alle  $\{\gamma, \beta\} = 1, \dots, N$ , ist  $L^{(0)}(\{\tau_{\gamma\beta}\} = 0) = L^{(FPE)}$ . Dabei kennzeichnet  $L^{(FPE)}$  den Operator in der Fokker–Planck–Gleichung (FPE)  $\partial P(\boldsymbol{\psi}, t)/\partial t = L^{(FPE)} P(\boldsymbol{\psi}, t)$ , siehe z. B. [105]. Die übliche Darstellung für  $L^{(FPE)}$  ergibt sich nach einfacher Umformung.

Betrachtet man hingegen endliche Korrelationszeiten, so erhält man für die Wahrscheinlichkeitsverteilung des Einzelereignisses für den weiter oben beschriebenen stationären Fall die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} P_s(\boldsymbol{\psi}, t) = L^{(0)} P_s(\boldsymbol{\psi}, t). \quad (2.75)$$

Diese Gleichung hat nicht die Form einer FPE, wie an dem Ausdruck für den Operator  $L^{(0)}$  in den Gln. (2.73)–(2.74) deutlich wird. Anhand von Gl. (2.75) kann die Bewegungsgleichung für die Mittelwerte von  $\psi_i(t)$  hergeleitet werden. Man findet

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \psi_\alpha(t) \rangle_s &= \langle \Upsilon_\alpha \rangle_s + \lambda_{\gamma\beta} \left\langle \frac{\partial \Lambda_{\alpha\gamma}}{\partial \psi_\nu} (\Lambda_{\nu\beta} - \tau_{\gamma\beta} M_{\nu\beta}) \right\rangle_s \\ &\quad - \lambda_{\gamma\beta} \lambda_{\mu\rho} \tau_{\gamma\beta} \left\langle \frac{\partial}{\partial \psi_\sigma} \left( \frac{\partial \Lambda_{\alpha\gamma}}{\partial \psi_\nu} K_{\nu\beta\mu} \right) \Lambda_{\sigma\rho} \right\rangle_s \\ &\quad \left. + \frac{\tau_{\gamma\beta}}{\tau_{\gamma\beta} + \tau_{\mu\rho}} \left\langle \frac{\partial}{\partial \psi_\sigma} \left( \frac{\partial \Lambda_{\alpha\gamma}}{\partial \psi_\nu} \Lambda_{\nu\mu} \right) K_{\sigma\beta\rho} \right\rangle_s \right\}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

Der Index  $s$  deutet an, dass der Mittelwert mit  $P_s$  gebildet wird. Die Evolutionsgleichung für die Verbundwahrscheinlichkeit  $P_s(\boldsymbol{\psi}, t; \boldsymbol{\psi}', t')$  erlaubt es, die zugehörige

Bewegungsgleichung für die Korrelationsfunktionen zu erhalten. Das Ergebnis ist [108]

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \langle \psi_\alpha(t) \psi_\beta(t') \rangle_s &= \langle \Upsilon_\alpha[\boldsymbol{\psi}(t)] \psi_\beta(t') \rangle_s \\
&+ \lambda_{\gamma\kappa} \left\langle \left[ \frac{\partial \Lambda_{\alpha\gamma}}{\partial \psi_\nu} (\Lambda_{\nu\kappa} - \tau_{\gamma\kappa} M_{\nu\kappa}) \right]_t \psi_\beta(t') \right\rangle_s \\
&- \lambda_{\gamma\kappa} \lambda_{\mu\rho} \tau_{\gamma\kappa} \left\{ \left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial \psi_\sigma} \left( \frac{\partial \Lambda_{\alpha\gamma}}{\partial \psi_\nu} K_{\nu\kappa\mu} \right) \Lambda_{\sigma\rho} \right]_t \psi_\beta(t') \right\rangle_s \right. \\
&+ \left. \frac{\tau_{\gamma\kappa}}{\tau_{\gamma\kappa} + \tau_{\mu\rho}} \left\langle \left[ \frac{\partial}{\partial \psi_\sigma} \left( \frac{\partial \Lambda_{\alpha\gamma}}{\partial \psi_\nu} \Lambda_{\nu\mu} \right) K_{\sigma\kappa\rho} \right]_t \psi_\beta(t') \right\rangle_s \right\} \\
&+ \lambda_{\gamma\kappa} \exp \left[ -\frac{t-t'}{\tau_{\gamma\kappa}} \right] \langle \Lambda_{\alpha\gamma}(\boldsymbol{\psi}(t)) \Lambda_{\beta\kappa}(\boldsymbol{\psi}(t')) \rangle_s,
\end{aligned} \tag{2.77}$$

wobei  $[\dots]_t$  die Größe  $[\dots]$  zur Zeit  $t$  kennzeichnet. Es sei nochmals erwähnt, dass die Ergebnisse in den Gln. (2.76) und (2.77) Gültigkeit besitzen, wenn  $t, t' \rightarrow \infty$  während  $s = t - t' > 0$  endlich bleibt. Für den Spezialfall  $t' = 0$  würde der Term  $\propto \exp[-(t - t')/\tau]$  in Gl. (2.77) verschwinden. Das Auftreten eines solchen Terms spiegelt die Nichtstationarität des Prozesses wider [107]. Generell muss man deshalb für nichtstationäre Prozesse annehmen, dass

$$\langle \psi_\alpha(t' + s) \psi_\beta(t') \rangle_s \neq \langle \psi_\alpha(s) \psi_\beta(0) \rangle_s. \tag{2.78}$$

Sind sowohl  $\Upsilon(\boldsymbol{\psi})$  als auch  $\Lambda_{\alpha\beta}(\boldsymbol{\psi})$  maximal von linearer Ordnung in  $\boldsymbol{\psi}$ , dann erhält man jeweils geschlossene Gleichungen für den Mittelwert und die Korrelationsfunktion. Wir werden im nächsten Kapitel die linearisierte Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung untersuchen, die genau diese Eigenschaften erfüllt. Würden Abhängigkeiten höherer Ordnung bestehen, gäbe es eine Hierarchie von Gleichungen.

Abschließend weisen wir noch darauf hin, dass der in diesem Abschnitt vorgestellte Formalismus ganz allgemein auf dynamische Systeme anwendbar ist. So ist im Rahmen dieser Promotion ebenfalls ein stochastisches Modell zur Wechselwirkung zwischen Tumor- und Immunzellen entstanden. Der Ausgangspunkt ist auch dort eine Differentialgleichung mit der Struktur von Gl. (2.67). Es zeigt sich in diesem Modell, dass die Korrelationen zwischen den verschiedenen stochastischen Kräften erheblichen Einfluss auf das Ergebnis der Tumor–Immun–Wechselwirkung entfalten können. Die kompletten Resultate sind in [114] publiziert.

# 3. Korrelationszeit–Effekte in der stochastischen Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung

## 3.1. Einleitung zum stochastischen Modell

Basis der Untersuchungen in diesem Kapitel ist die Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung (LLG), siehe Gl. (2.48), welche die Präzession und die Dämpfung der Magnetisierung in einem effektiven Magnetfeld beschreibt. Diese Bewegungsgleichung steht in einer Vielzahl von Arbeiten über das dynamische Verhalten der Magnetisierung im Fokus. Ganz unterschiedliche Gesichtspunkte werden dabei betrachtet. Beispielsweise wurde der Ursprung des Dämpfungsterms auf eine nicht–relativistische Entwicklung der Dirac–Gleichung zurückgeführt [115] und eine Verallgemeinerung der LLG für leitende Ferromagneten präsentiert [116]. Die Form der Dämpfung in der LLG scheint von allgemeiner Natur zu sein, wie in [117] auf Basis von Symmetrieüberlegungen für ferroelektrische Systeme gezeigt wurde.

Außerdem findet eine um den sogenannten Spin–Transfer–Torque [118,119] erweiterte LLG häufig Anwendung [28]. Dieses Drehmoment resultiert aus der Wechselwirkung von lokalisierten Momenten mit den magnetischen Momenten der Leitungselektronen. Die Anwendbarkeit der LLG wird auch kritisch in der Literatur diskutiert. In diesem Zusammenhang wird in [120] anhand von Simulationen gefunden, dass die Spinlänge in der Nähe des Phasenübergangs nicht konstant bleibt. Dies steht im Widerspruch zu der Eigenschaft der LLG den Betrag der Magnetisierung zu erhalten. Wir werden davon ausgehen, dass sich das magnetische System weit unterhalb von  $T_C$  befindet. Im Mittelpunkt unserer Untersuchung steht der Einfluss von stochastischen Beiträgen zum effektiven Magnetfeld. Generell können stochastische Einflüsse zu unerwartetem Verhalten im System führen. Beispielsweise wurde in [121] die Rauschunterdrückung durch Rauschen demonstriert. Die Effekte von Rauschen in magnetischen Nanosystemen, die einer Spin–Torque–Dynamik folgen, wurden in [122,123] untersucht. Experimentelle Studien über die Rolle von Rauschen in magnetischen Systemen findet man in [124,125]. Darüber hinaus wurde die stochastische Dynamik der Magnetisierung in ferromagnetischen Nanopartikeln in [126] und die stochastisch induzierten Übergänge zwischen verschiedenen Zuständen im Zusammenhang mit der Relaxation magnetischer Momente in [127] analysiert. Während diese beiden Arbeiten sich auf weißes Rauschen konzentrieren, wird über die Auswirkung von farbigem Rauschen in [128] berichtet, wobei der Spin–Freiheitsgrad an ein Wärmebad gekoppelt wird. Ebenso wurde die Antwort eines magnetischen Spinsystems auf das Erwärmen der Probe mittels Laserpulsen anhand der stochastischen LLG in [129] analysiert. Eine

stochastische LLG ist auch der Ausgangspunkt unserer Betrachtungen. Im Gegensatz zu [129] ist das stochastische Feld in unserem Modell durch eine Korrelationsfunktion mit endlicher Korrelationszeit  $\tau$  charakterisiert. Dadurch wird eine zusätzliche Zeitskala ins System eingeführt. Genauer gesagt diskutieren wir im Folgenden das Wechselspiel zwischen inhärenter, deterministischer Relaxation und der durch stochastische Felder bedingten Dämpfung. Letzteres kann eine dekohärente Präzession der magnetischen Momente zur Folge haben. Außerdem zeigen die Ergebnisse, dass die Überlagerung von deterministischer und stochastischer Dämpfung zur Vergrößerung der Gesamtrelaxationszeit bis hin zur Kompensation beider Mechanismen führen kann.

Die zur Analyse der Mittelwerte und Korrelationsfunktionen der magnetischen Anregungen notwendigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen werden nachfolgend ermittelt. Daraufhin wird die Existenz von Lösungen in einem  $\alpha$ - $\lambda$ -Phasendiagramm, mit dem Gilbert-Dämpfungsparameter  $\alpha$  und der Rauschstärke  $\lambda$ , für verschiedene Korrelationszeiten  $\tau$  bestimmt. Die dargestellten Ergebnisse sind in ähnlicher Form in [130] veröffentlicht.

## 3.2. Stochastisches Modell

Es wird die Magnetisierung  $\mathbf{M} = M_S \mathbf{m}$  betrachtet. Dabei beschreibt der Einheitsvektor  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  die zeit- und ortsabhängige Orientierung der Magnetisierung. Die schwachen magnetischen Anregungen im System sind durch  $ka \ll 1$  charakterisiert,  $a$  ist die Gitterkonstante und  $k$  der Wellenvektor der langwelligen Anregung. In diesem Fall variiert die Magnetisierung nur langsam im Ort während die Länge des Magnetisierungsvektors  $|\mathbf{M}| = M_S$  erhalten bleibt. Die LLG für  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  hat dann die Form

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \mathbf{m} \times [\mathbf{B}_{\text{eff}} + \alpha [\mathbf{m} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}]] , \quad (3.1)$$

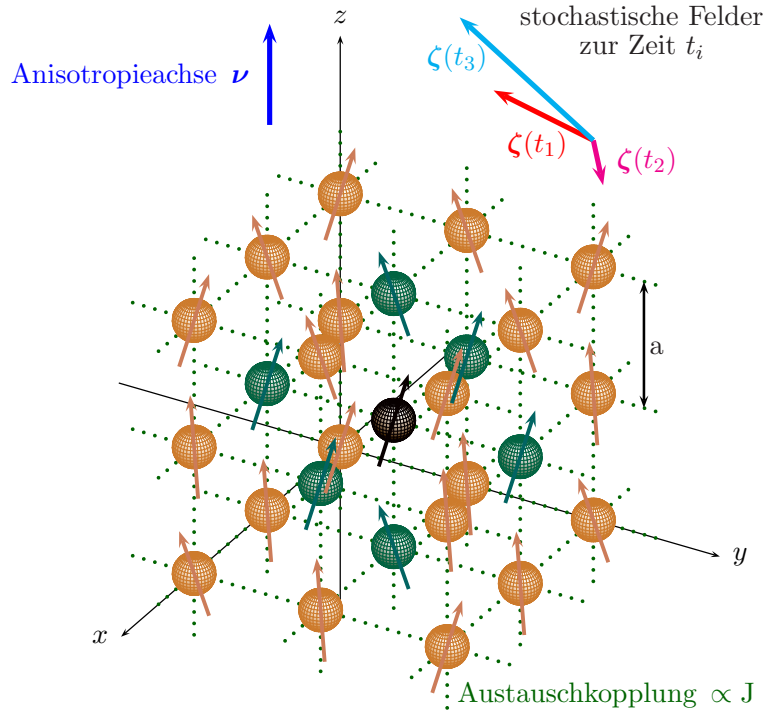
mit dem effektiven Feld  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}$ . Nach Gl. (2.38) ergibt sich das effektive Feld zu  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = -M_S^{-1} \delta \mathcal{H} / \delta \mathbf{m}$ . Wir betrachten in diesem Modell die Beiträge zur Energie, die von der Austauschwechselwirkung nach Gl. (2.17), einem konstanten äußeren Feld  $\mathbf{B}_0$  nach Gl. (2.27) und einer uniaxialen Anisotropie nach Gl. (2.24) herrühren. Wir berücksichtigen nur den führenden Term in der Anisotropie und schreiben

$$\mathcal{H} = \int d^3 r \{w_{\text{aus}} + w_Z + w_{\text{an}}^{(u)}\} \quad (3.2)$$

mit den Energiedichten

$$\begin{aligned} w_{\text{aus}} &= \frac{1}{2} M_s D (\nabla \mathbf{m})^2, & w_Z &= -M_S \mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{m}, \\ w_{\text{an}}^{(u)} &= -\frac{1}{2} M_s K_u (\mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\nu})^2 = \text{const.} + \frac{1}{2} M_s K_u \mathbf{m}_{\perp}^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Hierbei sind  $D$  die Austauschsteifigkeit,  $K_u$  die Konstante der uniaxialen Anisotropie,  $\boldsymbol{\nu}$  die Anisotropieachse und  $\mathbf{m}_{\perp}$  die Komponenten der Magnetisierung senkrecht zu



**Abbildung 3.1.** – Einfluss von stochastischen Feldern auf die Spinorientierung. Gezeigt ist ein Ausschnitt aus einer ferromagnetischen Domäne im mikroskopischen Bild. Der mittlere Spin (schwarz) wechselwirkt nur mit seinen nächsten Nachbarn (grün). Diese Wechselwirkung ist durch  $J$  gekennzeichnet. Im mesoskopischen Modell betrachten wir die Austauschsteifigkeit  $D$ , wobei  $D \propto J$ .

$\nu$ .  $D$  und  $K_u$  haben die Einheit eines Magnetfeldes, wenn die zugehörigen Energiedichten wie in Gl. (3.3) angegeben werden. Für  $K_u > 0$  zeigt die leichte Achse der Magnetisierung in Richtung der Anisotropieachse. Der letzte Ausdruck in Gl. (3.3) ergibt sich aus  $(\mathbf{m} \cdot \nu)^2 = 1 - \mathbf{m}_\perp^2$ . Als nächsten Schritt unterteilen wir  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t)$  in einen statischen und dynamischen Anteil und gehen davon aus, dass die Anisotropieachse  $\nu$  in  $z$ -Richtung zeigt. Daraus folgt der Ansatz

$$\begin{aligned} \mathbf{m}(\mathbf{r}, t) &= m_z(\mathbf{r}, t) \nu + \mathbf{m}_\perp(\mathbf{r}, t) \\ &= [m_s + \tilde{m}_z(\mathbf{r}, t)] \hat{\mathbf{e}}_z + m_x(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{e}}_x + m_y(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{e}}_y, \end{aligned} \quad (3.4)$$

mit  $\mathbf{m}^2 = 1$ . Mit Sicht auf ein stochastisches Modell lassen wir auf diese Weise auch zeitabhängige Auslenkungen der Magnetisierung in  $z$ -Richtung zu. Angenommen wird dabei, dass  $m_{x,y} \ll m_s$  und auch  $\tilde{m}_z \ll m_s$ . Für das effektive Feld ergibt sich somit

$$\mathbf{B}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}_0 + D \nabla^2 [\tilde{m}_z(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{e}}_z + \mathbf{m}_\perp(\mathbf{r}, t)] - K_u \mathbf{m}_\perp(\mathbf{r}, t). \quad (3.5)$$

Um den Einfluss von stochastischen Feldern zu berücksichtigen, substituieren wir  $\mathbf{B}_{\text{eff}} \rightarrow \mathbf{B}_{\text{eff}} + \zeta(t)$ . Dabei ist  $\zeta(t)$  das stochastische Feld. Mikroskopisch kann dieses Feld seinen Ursprung in einer zeitlich fluktuierenden Kopplungsstärke der magnetischen Momente oder einer schwankenden Anisotropie haben. Der Einfluss eines

stochastischen Vektorfeldes auf ein magnetisches System ist in Abb. 3.1 dargestellt. Das Rauschen  $\boldsymbol{\zeta}(t)$  kann das effektive Magnetfeld und damit die Orientierung der verschiedenen magnetischen Momente zu verschiedenen Zeiten ändern. Eine mögliche Folge davon ist die Zerstörung von festen Phasenbeziehungen zwischen benachbarten Spins. Es wird angenommen, dass das stochastische Feld rein dynamischen Ursprungs ist und somit auch nur an die dynamischen Komponenten der Magnetisierung koppelt, d. h.  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) \times \boldsymbol{\zeta}(t) = [\tilde{m}_z(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{e}}_z + \mathbf{m}_\perp(\mathbf{r}, t)] \times \boldsymbol{\zeta}(t)$ . Damit wird die Dynamik des Systems durch eine stochastische partielle Differentialgleichung beschrieben. Des Weiteren normieren wir das effektive Feld auf die Anisotropie. Es ergibt sich

$$\mathbf{b}_{\text{eff}} = \mathbf{b}_0 + l_0^2 \nabla^2 [\tilde{m}_z \hat{\mathbf{e}}_z + \mathbf{m}_\perp] - \mathbf{m}_\perp + \boldsymbol{\eta}(t). \quad (3.6)$$

Die Größe  $l_0$  wird charakteristische magnetische Länge genannt [131]. Das normierte statische Magnetfeld  $\mathbf{b}_0$ , das stochastische Feld  $\boldsymbol{\eta}(t)$  sowie  $l_0$  sind weiter unten in Gl. (3.7) angegeben. Um das Problem zu vereinfachen, betrachten wir nun die fouriertransformierten Komponenten der Magnetisierung  $m_{x,y}(\mathbf{k}, t) = \mathcal{FT}\{m_{x,y}(\mathbf{r}, t)\}$  und  $m_z(\mathbf{k}, t) = \mathcal{FT}\{\tilde{m}_z(\mathbf{r}, t)\}$ . Die dimensionslosen Größen lauten

$$\begin{aligned} \beta &= (l_0 k)^2 + 1, & l_0^2 &= \frac{D}{K_u}, & \Omega &= \gamma K_u, \\ \mathbf{b}_0 &= \frac{\mathbf{B}_0}{K_u} = b_0 \hat{\mathbf{e}}_z, & \bar{t} &= \Omega t, & \boldsymbol{\eta}(t) &= \frac{\boldsymbol{\zeta}(t)}{K_u}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Nachfolgend ersetzen wir wieder  $\bar{t} \rightarrow t$ . Für die linearisierte LLG ergibt sich schließlich

$$\frac{d}{dt} m_\alpha(\mathbf{k}, t) = \Upsilon_\alpha [\mathbf{m}(\mathbf{k}, t)] + \Lambda_{\alpha\beta} [\mathbf{m}(\mathbf{k}, t)] \eta_\beta(t), \quad \{\alpha, \beta\} = \{x, y, z\}. \quad (3.8)$$

Diese Gleichung hat formal dieselbe Struktur wie die Langevin-Gleichung (2.67). Hier sind

$$\boldsymbol{\Upsilon} = \frac{m_s \beta + b_0}{1 + \alpha^2} \begin{pmatrix} -(\alpha m_s m_x + m_y) \\ m_x - \alpha m_s m_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

und

$$\Lambda = \frac{1}{1 + \alpha^2} \begin{pmatrix} \alpha m_s m_z & m_z & -(m_y + \alpha m_s m_x) \\ -m_z & \alpha m_s m_z & m_x - \alpha m_s m_y \\ m_y & -m_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

Hieran wird deutlich, dass die Dynamik der Komponente der Magnetisierung in  $z$ -Richtung ihren Ursprung in der Kopplung der Magnetisierung an das stochastische Feld  $\boldsymbol{\eta}(t)$  hat. Dahingegen ist die Dynamik von  $m_{x,y}$  sowohl durch einen deterministischen als auch durch einen stochastischen Anteil gekennzeichnet. Für  $\boldsymbol{\eta}$  nehmen wir ein gaußverteiltes Rauschen an, welches durch Gl. (2.65) charakterisiert ist. Unter der Annahme, dass

$$\tau_{\alpha\beta} = \tau \delta_{\alpha\beta}, \quad \lambda_{\alpha\beta} = \lambda \delta_{\alpha\beta}, \quad (3.11)$$



vereinfacht sich der dortige Ausdruck zu

$$\begin{aligned} \langle \eta_\alpha(t) \rangle &= 0, \\ \phi_{\alpha\beta}(t-t') &= \langle \eta_\alpha(t) \eta_\beta(t') \rangle = \frac{\lambda}{\tau} \exp \left[ -\frac{|t-t'|}{\tau} \right] \delta_{\alpha\beta}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Wir merken an, dass man im Falle des weißen Rauschens ( $\tau \rightarrow 0$ ), die Fluktuationen des stochastischen Feldes mit der Dämpfung im magnetischen System über das *Fluktuations–Dissipations–Theorem* (FDT) [132, 133] in Form eines einfachen Ausdrucks miteinander verknüpfen kann. Koppelt das Rauschen in der Bewegungsgleichung nur an die statische Komponente der Magnetisierung, ergibt sich für die linearisierte LLG  $\lambda \propto k_B T \alpha$ , wobei  $k_B$  die Boltzmann–Konstante ist. Diesen Ausdruck kann man folgendermaßen interpretieren. Das magnetische System ist an ein Wärmebad der Temperatur  $T$  gekoppelt, und die stochastischen Magnetfelder entstehen durch thermische Anregungen. Solche thermischen Anregungen sind beispielsweise bei der Beschreibung des superparamagnetischen Verhaltens von ferromagnetischen Nanopartikeln von Bedeutung [134, 135]. Unser Modell unterscheidet sich von dieser Situation hinsichtlich zweier Gesichtspunkte. Erstens betrachten wir eine endliche Korrelationszeit und zweitens koppelt das Rauschen in unserem Modell an die dynamischen Komponenten der Magnetisierung. Für diesen Fall führt das FDT nicht auf eine einfache Relation zwischen den zeitlich schwankenden stochastischen Feldern, der Dämpfung der Magnetisierung und der Temperatur des Wärmebades. Wir werden deshalb die Dynamik der Magnetisierung in Abhängigkeit der Parameter  $\lambda$  und  $\tau$  untersuchen ohne explizit die Temperaturabhängigkeit zu betrachten.

Mit der Annahme in Gl. (3.11) findet man aus Gl. (2.74) und den Gln. (3.9)–(3.10) zusammen mit Gl. (2.76) die Bewegungsgleichung für die Mittelwerte

$$\frac{d}{dt} \langle m_\alpha(k, t) \rangle_s = G_{\alpha\beta} \langle m_\beta(k, t) \rangle_s \quad (3.13)$$

und zusammen mit Gl. (2.77) die Bewegungsgleichung für die Korrelationsfunktionen

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \mathcal{C}_{\alpha\beta}(s, t') &= \frac{d}{ds} \langle m_\alpha(k, t' + s) m_\beta(k, t') \rangle_s \\ &= G_{\alpha\gamma} \langle m_\gamma(k, t' + s) m_\beta(k, t') \rangle_s \\ &\quad + \lambda \exp \left[ -\frac{s}{\tau} \right] \langle \Lambda_{\alpha\gamma}(\mathbf{m}(k, t' + s)) \Lambda_{\beta\gamma}(\mathbf{m}(k, t')) \rangle_s. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Hier wurde die Differenz  $s = t - t'$  eingeführt und berücksichtigt, dass  $\mathbf{m}(\mathbf{k}, t) = \mathbf{m}(k, t)$  nur noch vom Betrag  $k = |\mathbf{k}|$  des Wellenvektors abhängt. Die  $G_{\alpha\beta}$  sind Kom-

ponenten einer  $3 \times 3$ -Matrix und gegeben durch

$$\begin{aligned}
G_{xx} &= -\alpha m_s \frac{m_s \beta + b_0}{1 + \alpha^2} + \lambda \frac{\alpha^2 m_s^2 - 2}{(1 + \alpha^2)^2} \\
&\quad - 2 \lambda \tau \alpha m_s \frac{m_s \beta + b_0}{(1 + \alpha^2)^3} + \lambda^2 \tau \frac{6 \alpha^2 m_s^2 - 1}{(1 + \alpha^2)^4}, \\
G_{xy} &= -\frac{m_s \beta + b_0}{1 + \alpha^2} + \frac{3 m_s \lambda \alpha}{(1 + \alpha^2)^2} \\
&\quad + (m_s \beta + b_0) \lambda \tau \frac{m_s^2 \alpha^2 - 1}{(1 + \alpha^2)^3} + m_s \alpha \lambda^2 \tau \frac{11 - 3 m_s^2 \alpha^2}{2 (1 + \alpha^2)^4}, \\
G_{zz} &= -\frac{2 \lambda}{(1 + \alpha^2)^2} + 4 \lambda \tau \alpha m_s \frac{m_s \beta + b_0}{(1 + \alpha^2)^3} - \lambda^2 \tau \frac{3 \alpha^2 m_s^2 + 1}{(1 + \alpha^2)^4}, \\
G_{yx} &= -G_{xy}, \quad G_{yy} = G_{xx}, \quad G_{xz} = G_{yz} = G_{zx} = G_{zy} = 0.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

### 3.3. Ergebnisse und Diskussion des stochastischen Modells

Als Lösung für Gl. (3.13) mit Gl. (3.15) finden wir

$$\langle \mathbf{m}(k, t) \rangle = \begin{pmatrix} e^{-\delta(k)t} \cos[\omega(k)t] & e^{-\delta(k)t} \sin[\omega(k)t] & 0 \\ -e^{-\delta(k)t} \sin[\omega(k)t] & e^{-\delta(k)t} \cos[\omega(k)t] & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\sigma(k)t} \end{pmatrix} \cdot \langle \mathbf{m}_0 \rangle \tag{3.16}$$

mit der Frequenz  $\omega$  und den Dämpfungskonstanten bzw. inversen Lebenszeiten der Magnonen  $\delta$  und  $\sigma$ . Diese ergeben sich jeweils aus den Komponenten  $G_{\alpha\beta}$  in Gl. (3.15) zu

$$\omega = \sqrt{-G_{xy}G_{yx}} = |G_{xy}|, \quad \delta = -G_{xx}, \quad \sigma = -G_{zz}. \tag{3.17}$$

Alle drei Parameter sind sowohl von der deterministischen Dämpfung  $\alpha$  als auch von den stochastischen Größen, der Korrelationsstärke des Rauschens  $\lambda$  und der zugehörigen Korrelationszeit  $\tau$ , bestimmt. Die Lösung von Gl. (3.14) für die Korrelationsfunktionen im Fall  $t' = 0$  ist formal identisch zu Gl. (3.16). Dagegen erlaubt der allgemeine Fall  $t' \neq 0$  keine einfache analytische Lösung. Deshalb wird das Verhalten der  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}(s, t' \neq 0)$  mit numerischen Methoden untersucht.

Für die quantitativen Berechnungen nennen wir noch die Werte für die verwendeten Parameter. Dabei beziehen wir uns auf Gl. (3.7). Das Anisotropiefeld  $K_u$  kann durch folgende Überlegung abgeschätzt werden. Typischerweise ist die Austauschwechselwirkung um einen Faktor  $10^4$  größer als relativistische Wechselwirkungen, welche für die Anisotropie verantwortlich sind [46]. Da, wie in Abschnitt 2.2 besprochen, das Molekularfeld Werte um  $10^3$  T annehmen kann, wählen wir für  $K_u = 0.1$  T. Außerdem interessieren uns kleine transversale Auslenkungen der Magnetisierung. Wir nehmen deshalb  $m_s = 0.9$  für die Sättigungsmagnetisierung an. Das gyromagnetische Verhältnis hat den Wert  $\gamma \simeq 1.76 \times 10^{11} \text{ T}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Die charakteristische magnetische Länge ist  $l_0^2 = \sqrt{D/K_u} = \sqrt{Ja^2/K_u} \simeq 10^{-8} \text{ m}$ .

Außerdem ist das externe Magnetfeld  $b_0$  in Einheiten des Anisotropiefeldes angegeben. Beispielsweise entspricht  $b_0 = 5$  einem Feld  $B_0 = 0.5$  T. Des Weiteren werden wir den Gilbert–Parameter im ausgedehnten Bereich  $0 \leq \alpha \leq 3$  variieren. Den Effekt der Korrelationsstärke untersuchen wir für  $-30 \leq \lambda \leq 30$ . Negative  $\lambda$  können dabei als eine Art Antikorrelation interpretiert werden. Als Intervall für die Korrelationszeiten betrachten wir  $0 \leq \tau \leq 17.6$ . Dies entspricht  $0 \leq \tau \leq 1$  ns in SI–Einheiten.

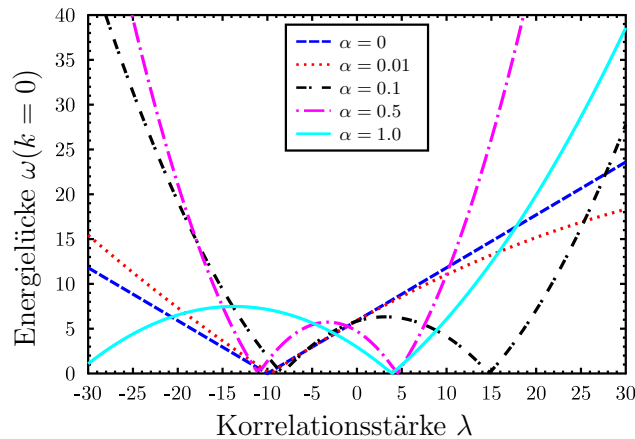
### Energielücke im Spektrum

Zunächst betrachten wir die Dispersionsbeziehung genauer. Die Kombination von Gl. (3.17) mit den Gln. (3.15) und (3.7) führt auf

$$\omega = \left| \frac{m_s (l_0^2 k^2 + 1) + b_0}{1 + \alpha^2} \left( 1 + \tau \lambda \frac{1 - m_s^2 \alpha^2}{(1 + \alpha^2)^2} \right) + \frac{m_s \alpha \lambda}{(1 + \alpha^2)^2} \left( \tau \lambda \frac{3m_s^2 \alpha^2 - 11}{2(1 + \alpha^2)^4} - 3 \right) \right|. \quad (3.18)$$

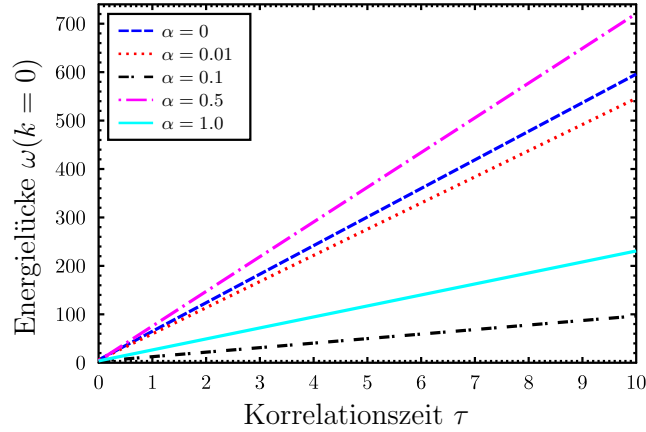
Diese Relation kann im Fall  $\alpha = 0$  mit der Herrings–Kittel–Formel in Gl. (2.29) verglichen werden, wenn dort der Winkel  $\phi_k = 0$  oder  $\phi_k = \pi$  gesetzt wird. Vernachlässigen wir in Gl. (3.18) zusätzlich das Rauschen, d. h.  $\lambda = 0$  und  $\tau = 0$ , dann sind beide Ausdrücke identisch. Die Dispersionsbeziehung ist dann jeweils zusammengesetzt aus einem konstanten Term, der Energielücke bei  $k = 0$ , und einem Term  $\propto k^2$ . Berücksichtigt man jedoch  $\lambda \neq 0$  und  $\tau > 0$ , so wird die Energielücke bei  $k = 0$  verändert. Ebenfalls wird der Anstieg im  $k^2$ –Term modifiziert. Im Folgenden lassen wir  $\alpha > 0$  und für eine allgemeinere Beschreibung auch  $\lambda \gtrsim 0$  zu.

Die Abhängigkeit der Energielücke  $\omega = \omega(k = 0, \lambda)$  ist in Abb. 3.2 dargestellt. Der

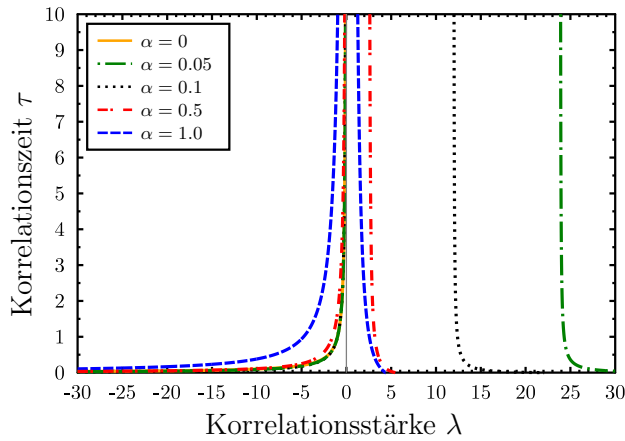


**Abbildung 3.2.** – Energielücke in Abhängigkeit von der Korrelationsstärke  $\lambda$  für verschiedene  $\alpha$  mit  $b_0 = 5$  und  $\tau = 0.1$ .

Einfluss der Korrelationsstärke  $\lambda$  bewirkt, dass die Größe der Lücke zu- oder abnehmen kann. Für bestimmte Werte kann die Energielücke sogar verschwinden. Dies würde bedeuten, dass aufgrund der Korrelation die Anregungsenergie für Spinwellen



**Abbildung 3.3.** – Energielücke in Abhängigkeit von der Korrelationszeit  $\tau$  für verschiedene  $\alpha$  mit  $b_0 = 5$  und  $\lambda = 10$ .



**Abbildung 3.4.** – Abhängigkeit  $\tau = \tau(\lambda)$ , so dass  $\omega(k = 0) = 0$  für verschiedene  $\alpha$  mit  $b_0 = 5$ . Für Wertepaare direkt auf den dargestellten Kurven gibt es keine Energielücke bei  $k = 0$ .

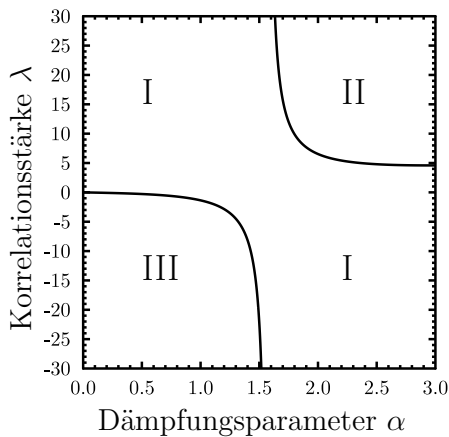
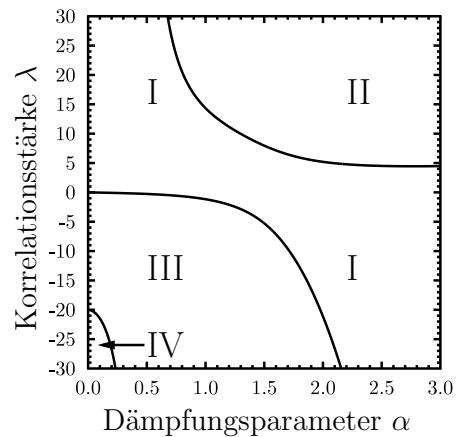
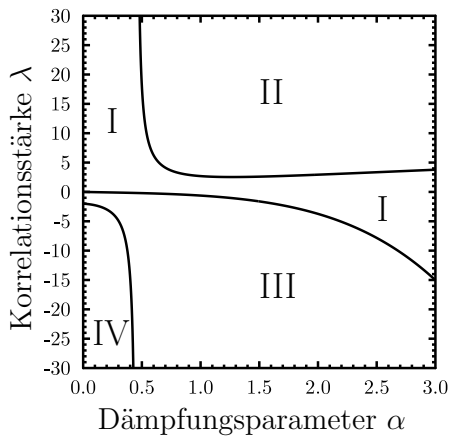
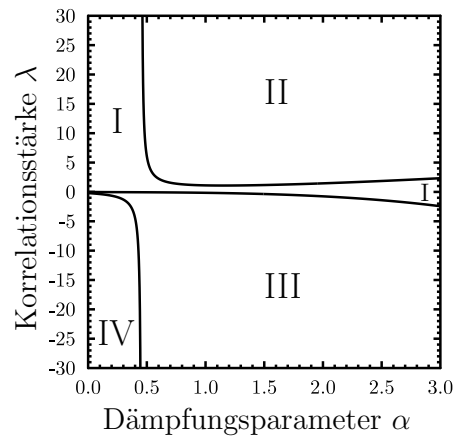
im magnetischen System gegen Null geht. Außerdem ist das genaue Verhalten von  $\omega(k = 0, \lambda)$  abhängig von dem Wert des Gilbert-Parameters  $\alpha$ . Für  $\alpha > 0$  zeigt sich ein nichtlineares Verhalten. Die Ergebnisse für  $\omega = \omega(k = 0, \tau)$  sieht man in Abb. 3.3. Es ist ein linearer Zusammenhang erkennbar. Die Energielücke ist in dieser Darstellung am kleinsten bei  $\tau = 0$ , aber immer noch größer als Null. Trotzdem kann auch in Abhängigkeit von  $\tau$  die Energielücke  $\omega(k = 0)$  verschwinden. Für welche Kombinationen von Parametern dies eintritt, ist in Abb. 3.4 abgebildet. Man erkennt zunächst, dass das Verschwinden der Energielücke für positive  $\lambda$  nur bei vergleichsweise großen Werten von  $\alpha$  auftritt. Dahingegen ist für  $\alpha < 10^{-2}$  immer eine endliche Energielücke vorhanden. Darüber hinaus ist die Funktion  $\tau = \tau(\lambda)$  unsymmetrisch um  $\lambda = 0$  verteilt.

Wir haben in dieser Diskussion auch negative Werte für die Korrelationsstärke  $\lambda$  berücksichtigt. Ob und unter welchen Umständen es zu einer solchen Antikorrelation

kommen kann, bedarf weiteren Untersuchungen. Es steht jedoch fest, dass es im Falle eines weißen Rauschens negative Werte für  $\lambda$  nicht geben kann. Dieser Parameter wäre dann über das Fluktuations–Dissipations–Theorem mit rein positiven Größen verknüpft. Das Auftreten negativer Korrelationsstärken ist damit ein Effekt des farbigen Rauschens.

Außerdem sind nicht beliebige Kombinationen der Parameter  $\alpha$ ,  $\lambda$  und  $\tau$  möglich, wie die nachfolgende Analyse zeigt.

### Existenz der Lösungen

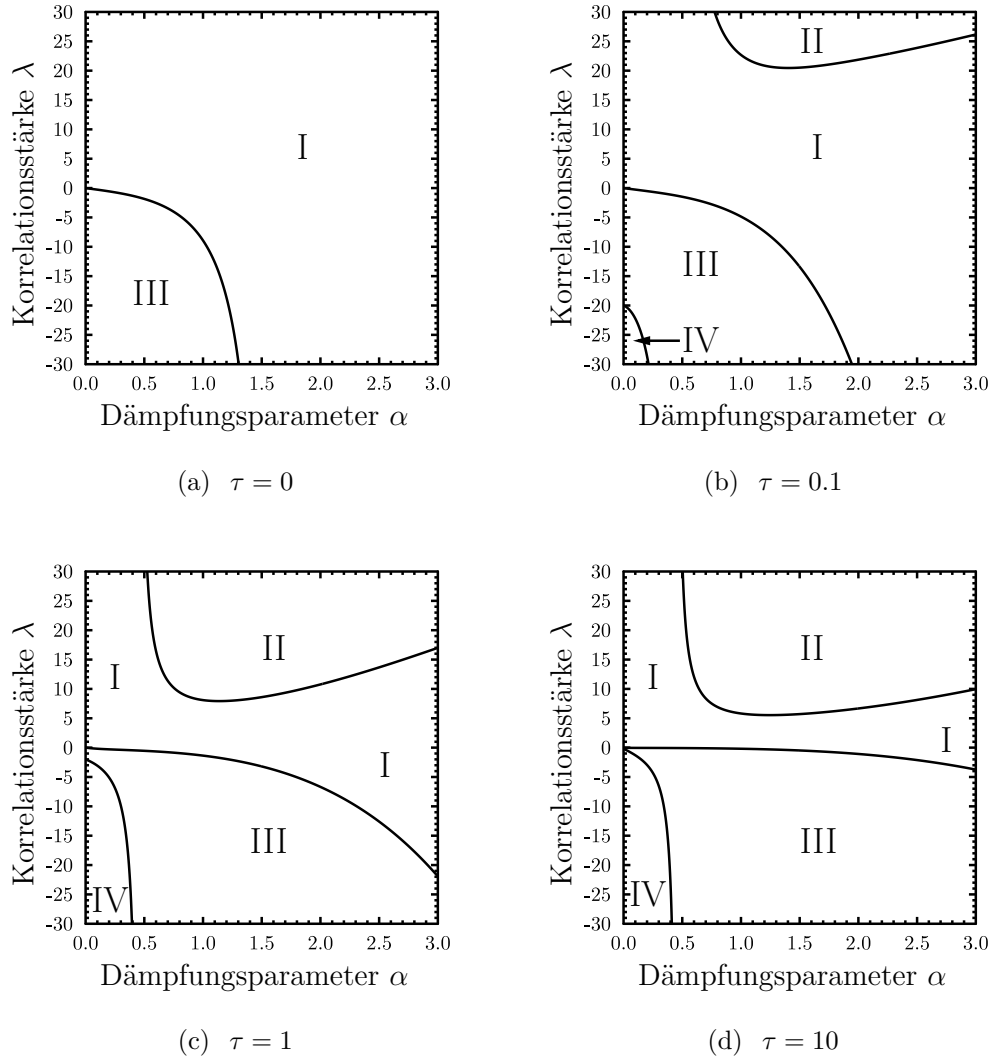
(a)  $\tau = 0$ (b)  $\tau = 0.1$ (c)  $\tau = 1$ (d)  $\tau = 10$ 

**Abbildung 3.5.** – Existenz von Lösungen im  $\alpha$ – $\lambda$ –Phasenraum für  $b_0 = 0$  und  $k = 0$ .

In den Bereichen I und IV existieren gedämpfte Spinwellen–Lösungen. Die Lösungen in II und III sind unphysikalisch, siehe Erläuterung im Text.

Es werden jetzt die Parameterbereiche charakterisiert, in denen physikalisch zugängliche Lösungen existieren. Für die Anfangsbedingungen in Gl. (3.16) wählen wir

$\langle m_x(t=0) \rangle = \langle m_y(t=0) \rangle = \langle m_0 \rangle$  und für  $\langle m_z(t=0) \rangle = 0$ , da die Lösungen für  $\langle m_{x,y}(t) \rangle$  und für  $\langle m_z(t) \rangle$  entkoppelt sind. Damit wird die Existenz von physikalisch relevanten Lösungen durch die Dämpfung  $\delta \geq 0$  bestimmt, siehe Gl. (3.16). Lösungen mit negativer Dämpfung werden ausgeschlossen. Die Separation zwischen stabilen und instabilen Lösungen ist durch  $\delta = 0$  gegeben, mit  $\delta$  aus Gl. (3.17) zusammen mit Gl. (3.15). Das  $\alpha$ - $\lambda$ -Phasenraumdiagramm ist für unterschiedliche Korrelationszeiten  $\tau$  in Abb. 3.5 für  $b_0 = 0$  und in Abb. 3.6 für  $b_0 = 5$  dargestellt. Es bilden sich vier



**Abbildung 3.6.** – Existenz von Lösungen im  $\alpha$ - $\lambda$ -Phasenraum für  $b_0 = 5$  und  $k = 0$ .

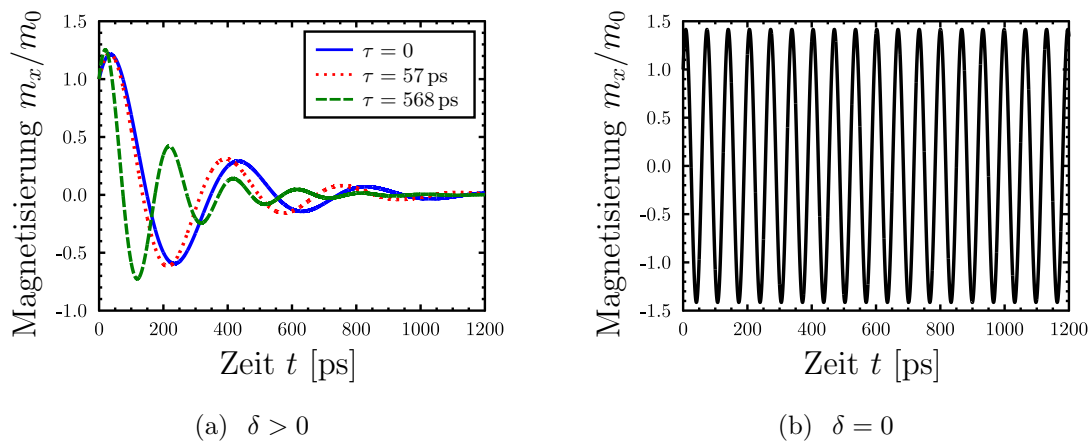
In den Bereichen I und IV existieren gedämpfte Spinwellen-Lösungen. Die Lösungen in II und III sind unphysikalisch, siehe Erläuterung im Text.

verschiedene Bereiche, in denen jeweils ein unterschiedliches Verhalten der Lösung aus Gl. (3.16) beobachtet wird. Diese Bereiche sind in Tab. 3.1 zusammengefasst. In den Gebieten II und III wird die Dämpfungskonstante negativ, was zu einer exponentiell anwachsenden Lösung führt. Dagegen sind die Lösungen in den Sektoren I und IV durch gedämpfte Spinwellen gegeben. Betrachtet wird zunächst die Situati-

Bereich	Dämpfung $\delta$	Spinwellen-Lösung
I	$> 0$	gedämpft
II	$< 0$	unphysikalisch
III	$< 0$	unphysikalisch
IV	$> 0$	gedämpft

**Tabelle 3.1.** – Charakterisierung der Bereiche I-IV bezüglich den Abbn. 3.5 und 3.6.

on ohne externes Magnetfeld in Abb. 3.5. Man erkennt, dass Bereich IV für  $\tau = 0$  nicht vorhanden ist. Für  $\tau > 0$  vergrößert sich dieser mit wachsender Korrelationszeit. Ein ansteigender Wert für  $\tau$  bringt aber gleichzeitig eine Verkleinerung des Bereichs I mit sich. Für den Fall mit einem äußeren Magnetfeld  $b_0 = 5$  in Abb. 3.6 lässt sich Folgendes feststellen. Ebenso wie für  $b_0 = 0$  existiert auch hier der Bereich IV für  $\tau = 0$  nicht. Darüber hinaus bildet sich in dem betrachteten  $\alpha$ - $\lambda$ -Parameterraum auch kein Gebiet II heraus. Beim Vergleich von Abb. 3.5 mit Abb. 3.6 kann man allgemein sagen, dass das Vorhandensein eines äußeren statischen Magnetfeldes für eine Vergrößerung der Bereiche sorgt, in denen physikalisch relevante Lösungen existieren. Weiterhin lässt sich feststellen, dass für positive Korrelationsstärken  $\lambda$  und hinreichend kleine Gilbert-Parameter  $\alpha$  immer Lösungen mit  $\delta > 0$  vorkommen. Üblicherweise liegen die Werte für  $\alpha$  im Bereich  $10^{-3}$ – $10^{-2}$ . Allerdings wurden auch schon Werte von  $\alpha \simeq 0.8$  bestimmt [136]. Für  $\alpha$ -Werte dieser Größe können dann im Fall ausreichender Rauschstärken  $\lambda$  langlebige Spinwellenlösungen entstehen. Befindet man sich genau auf den Separationslinien in den  $\alpha$ - $\lambda$ -Diagrammen, so ist die Gesamtdämpfung im System Null und die Spinwellenamplitude klingt nicht ab.



**Abbildung 3.7.** – Transversale Magnetisierung für variierende Rauschkorrelationszeiten mit  $k = 0$  und  $b_0 = 0$ . (a) Gedämpfte Spinwellenlösungen mit  $\alpha = 0.005$  und  $\lambda = 0.5$ . (b) Ungedämpfte Spinwellenlösungen mit  $\alpha = 0.8$ ,  $\lambda = 2$  und  $\tau = \tau_c = 147$  ps, siehe Gl. (3.19).

Dieser Effekt kann auf das Zusammenspiel von deterministischer Dämpfung und den stochastischen Feldern zurückgeführt werden. Beide Dämpfungsmechanismen kompensieren sich gegenseitig, was an eine Art Resonanzphänomen erinnert. Die notwen-

dige Energie, die es dem System ermöglicht die deterministische Dämpfung aufzuheben, wird durch die stochastischen Felder bereitgestellt. Wir beschränken uns jetzt auf positive  $\lambda$ ,  $\alpha$  und  $\tau$  und betrachten folgende drei Fälle genauer: (i)  $\lambda = 0 = \tau$  und  $\alpha > 0$ . Aus Gl. (3.17) zusammen mit Gl. (3.15) findet man, dass die Gesamtdämpfung  $\delta$  immer positiv ist. (ii)  $\alpha \geq 0$ ,  $\lambda > 0$  und  $\tau = 0$ . In diesem Fall gibt es ebenfalls keinen Vorzeichenwechsel in der Gesamtdämpfung  $\delta$ , da sowohl  $\alpha < 1$  als auch  $m_s < 1$ . (iii)  $\alpha > 0$ ,  $\lambda > 0$  und  $\tau > 0$ . Diese Situation ermöglicht ein Verschwinden der Gesamtdämpfung. Diese Betrachtung zeigt, dass rein deterministische Dämpfung genauso wie rein stochastische Dämpfung als Folge von weißem Rauschen oder deterministischer Dämpfung kombiniert mit weißem Rauschen zu strikt positiven Dämpfungskonstanten  $\delta$  führt. Jeder Mechanismus für sich allein wird zu einer Dephasierung der Einzelspins führen. Lässt man hingegen auch endliche Korrelationszeiten  $\tau > 0$  zu, so ist  $\delta = 0$  möglich. In diesem Fall wird der Verlust der festen Phasenbeziehung basierend auf der inhärenten Gilbert-Dämpfung gerade durch die Dephasierung aufgrund der stochastischen Felder wieder aufgehoben. Für die kritische Rauschkorrelationszeit  $\tau_c$ , bei welcher dieses Ereignis eintritt, finden wir

$$\tau_c = \frac{[m_s \alpha (\lambda \alpha m_s - (m_s \beta + b_0)(1 + \alpha^2)) - 2\lambda](1 + \alpha^2)^2}{2 \lambda \alpha m_s ((m_s \beta + b_0)(1 + \alpha^2) - 3 \lambda \alpha m_s) + \lambda^2}. \quad (3.19)$$

Dieses Resultat deutet auf eine mögliche gegenseitige Auslöschung der deterministischen und stochastischen Dämpfungsszenarien in magnetischen Systemen mit korrelierten stochastischen Einflüssen hin. Dies ist ein weiterer Effekt der Berücksichtigung der Korrelationszeit  $\tau$ . Gedämpfte und ungedämpfte Spinwellenlösungen sind in Abb. 3.7 gezeigt.

### Verhalten der Relaxationszeit $\tau_R$ der magnetischen Anregung in Abhängigkeit der Korrelationszeit $\tau$

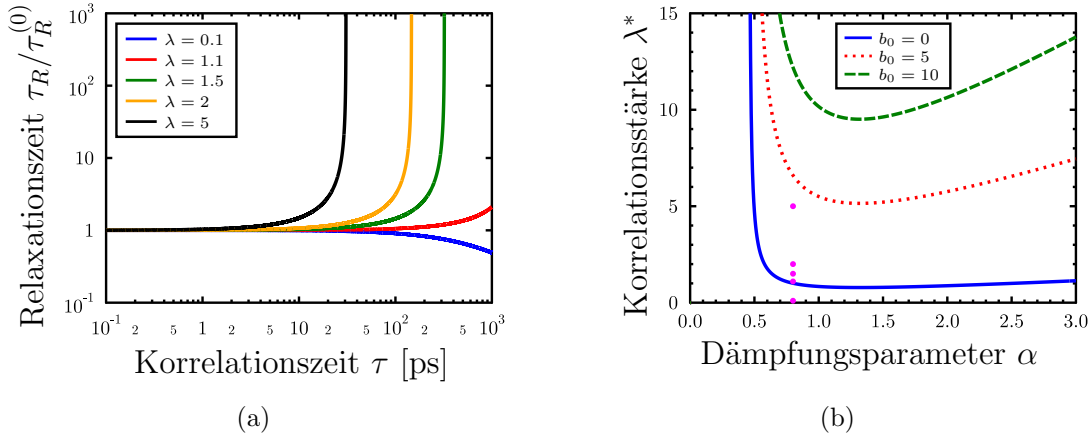
Wir definieren zunächst die Relaxationszeit als

$$\tau_R = \delta^{-1} = -G_{xx}^{-1}, \quad (3.20)$$

mit  $G_{xx}$  aus Gl. (3.15). Der Effekt der Korrelationszeit  $\tau$  auf die Relaxationszeit  $\tau_R$  ist in Abb. 3.8 dargestellt. In Abb. 3.8(a) wird deutlich, dass zwei prinzipiell verschiedene Kurvenverläufe auftreten können. Einmal gibt es das Verhalten, dass ein Anwachsen von  $\tau$  zu einer Abnahme von  $\tau_R$  führt. Der andere Fall zeigt ein asymptotisches Anwachsen der Relaxationszeit mit größer werdender Korrelationszeit. Der Übergang zwischen diesen beiden Situationen ist durch die Wertepaare  $(\lambda, \alpha)$  gegeben. Es existiert die triviale Lösung  $\lambda = 0$  und  $\alpha$  beliebig, die im Folgenden nicht weiter beachtet wird. Als zweite Lösung für die Separation des unterschiedlichen Verhaltens finden wir  $\lambda = \lambda^*$  mit

$$\lambda^* = \frac{2 \alpha m_s}{6 \alpha^2 m_s^2 - 1} (m_s \beta + b_0)(1 + \alpha^2). \quad (3.21)$$



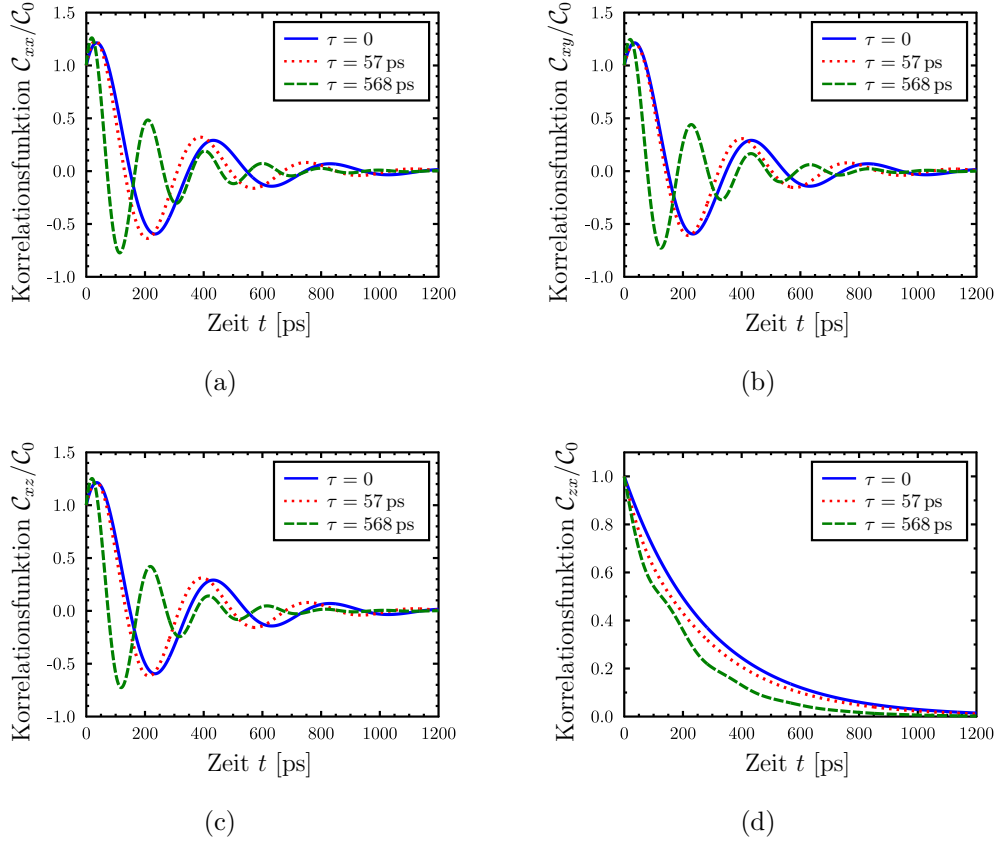


**Abbildung 3.8.** – Effekt der Korrelationszeit  $\tau$  auf die Relaxationszeit  $\tau_R$  mit  $k = 0$ . (a) Verhalten der auf  $\tau_R^{(0)} = \tau_R(\tau = 0)$  normierten Relaxationszeit für unterschiedliche  $\lambda$  mit  $b_0 = 0$  und  $\alpha = 0.8$ . (b) Darstellung der Separationslinie, welche die Bereiche positiven und negativen Anstiegs von  $\tau_R(\tau)$  aus (a) trennt. Die eingezeichneten Punkte entsprechen den verschiedenen Kurven in (a).

Da wir  $\lambda > 0$  betrachten, gilt nachfolgend die Einschränkung  $\alpha > 1/(\sqrt{6} m_s)$ . Die Trennlinie  $\lambda^* = \lambda^*(\alpha)$  ist in Abb. 3.8(b) für unterschiedliche externe Magnetfelder  $b_0$  veranschaulicht. Unterhalb und links von den gezeichneten Kurven beobachtet man immer ein Abfallen der Relaxationszeit  $\tau_R$  mit steigender Korrelationszeit  $\tau$ , d. h. ein Verhalten entsprechend der Kurve für  $\lambda = 0.1$  in Abb. 3.8(a). Oberhalb und rechts der Kurven in Abb. 3.8(b) entspricht das Verhalten von  $\tau_R(\tau)$  den übrigen Kurvenverläufen in Abb. 3.8(a). Diese sind durch einen strikt positiven, asymptotisch steilen Anstieg gekennzeichnet. Aus dieser Betrachtung folgt, dass die Korrelationszeit  $\tau$  wesentlichen Einfluss auf die Relaxationszeit hat. Es besteht jedoch auch eine Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\lambda$ , durch die das genaue Verhalten gesteuert wird. Allgemein lässt sich sagen, dass für die üblichen Werte von  $10^{-3} \leq \alpha \leq 10^{-2}$  nur ein Absinken der Relaxationszeit mit ansteigender Korrelationszeit auftritt. Um das gegensätzliche Verhalten zu beobachten sind vergleichsweise große deterministische Dämpfungen nötig. In unserem Beispiel haben wir  $\alpha = 0.8$  gewählt. Es sei noch angemerkt, dass ein Verhalten entsprechend der Kurvenverläufe für  $\lambda = 1.5$ ,  $\lambda = 2$  und  $\lambda = 5$  in unserer Abb. 3.8(a) ebenfalls in [128] gefunden wurde. Dort wurden die Relaxationszeiten anhand von numerischen Berechnungen ermittelt, während das hier vorgestellte Modell einen analytischen Ausdruck für die Relaxationszeit liefert. Des Weiteren unterscheiden sich die Ansätze für die stochastische Bewegungsgleichung in [128] verglichen mit unserem Modell. Die Analyse in [128] beruht auf einem gekoppelten Differentialgleichungssystem für die Spinvariable und das stochastische Feld, wobei letzteres selbst von einem weißen Rauschen beeinflusst wird [137]. In der Bewegungsgleichung für die Magnetisierung gibt es dabei keinen deterministischen Dämpfungsterm. Dahingegen berücksichtigen wir neben den stochastischen Einflüssen auch die deterministische Dämpfung und haben somit zwei verschiedene Relaxationsmechanismen in unserem Modell.

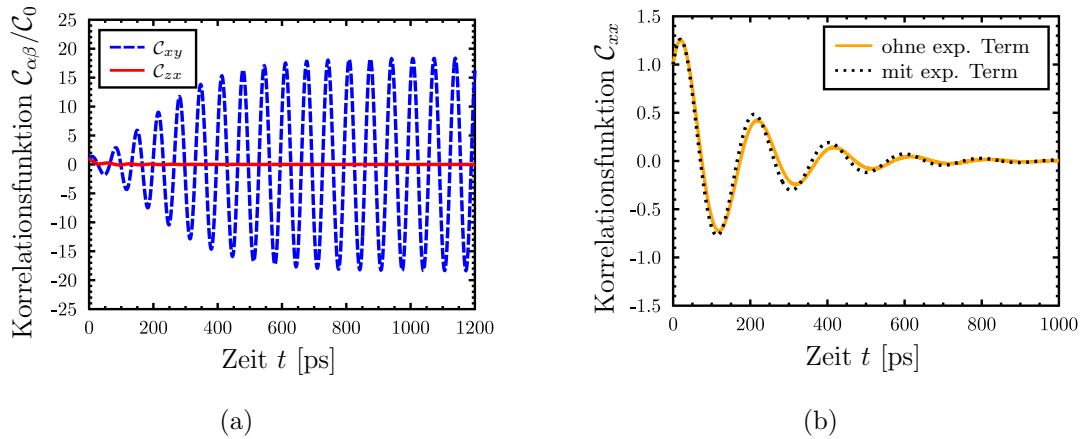
## Korrelationsfunktionen

Wir fahren fort mit der Analyse der Korrelationsfunktionen  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}(s, t')$  aus Gl. (3.14).



**Abbildung 3.9.** – Auto- und Kreuzkorrelationsfunktionen  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}$  aus Gl. 3.14 für verschiedene Korrelationszeiten  $\tau$ .

Dazu wurde die Bewegungsgleichung (3.14) zusammen mit Gl. (3.15) numerisch gelöst. Als Anfangsbedingungen haben wir  $\mathcal{C}_{\alpha\beta}(t = t', t') = \mathcal{C}_{\alpha\beta}(s = 0) = \mathcal{C}_0$  für jede Kombination  $\alpha, \beta = \{x, y, z\}$  gewählt. Die Ergebnisse sind in den Abbn. 3.9 und 3.10 wiedergegeben. Beim Betrachten der Abbn. 3.9(a)–3.9(c) wird deutlich, dass ein Ansteigen der Korrelationszeit  $\tau$  ebenfalls zu einem Anstieg der Oszillationsfrequenz bei den  $\mathcal{C}_{x\beta}$  ( $\beta = \{x, y, z\}$ ) führt. Darüber hinaus zeigt Abb. 3.9(d), dass das Schwingungsverhalten von  $\mathcal{C}_{zx}$  unterdrückt wird. Dieser Effekt ist für kleinere  $\tau$  stärker ausgeprägt. Der rein periodische Fall, welcher Abb. 3.7(b) entspricht, ist in Abb. 3.10(a) wiedergegeben. Als Beispiele sind  $\mathcal{C}_{xy}$  und  $\mathcal{C}_{zx}$  dargestellt. Das Verhalten von  $\mathcal{C}_{zx}$  ist dem in Abb. 3.9(d) sehr ähnlich. Vergleicht man jedoch  $\mathcal{C}_{xy}$  in den Abbn. 3.9(b) und 3.10(a) so werden wesentliche Unterschiede sichtbar. Die Amplitude der Korrelationsfunktion für den ungedämpften Fall wächst auf das nahezu 20-fache an, verglichen mit  $\mathcal{C}_0$ , während die gedämpfte Korrelationsfunktion mit der Zeit auf Null abklingt. Außerdem ist die Korrelationsfunktion  $\mathcal{C}_{xy}$  in Abb. 3.10(a) periodisch und oszilliert für alle Zeiten  $s = t - t' > 0$  um den Mittelwert Null. Die Korrelationszeit  $\tau$  der



**Abbildung 3.10.** – Effekt von  $\tau$  auf die Korrelationsfunktion mit  $k = 0$  und  $b_0 = 0$ . (a) Lösung für die kritische Korrelationszeit  $\tau_c = 147$  ps, sodass die Gesamtdämpfung  $\delta = 0$  wird.  $\alpha = 0.8$  und  $\lambda = 2$ . (b) Vergleich der Lösungen für die Korrelationsfunktion mit und ohne den exponentiellen Term in Gl. (3.14).  $\alpha = 0.005$ ,  $\lambda = 0.1$  und  $\tau = 568$  ps.

stochastischen Kräfte kann somit unter bestimmten Parameterkombinationen auch zu Langzeitkorrelationen für die Komponenten der Magnetisierung führen.

Abschließend wollen wir noch die Relevanz des exponentiellen Terms in Gl. (3.14) diskutieren. Dieser hat seinen Ursprung darin, dass für die Herleitung der Bewegungsgleichung der Korrelationsfunktionen die Verbundwahrscheinlichkeit  $P(\mathbf{m}, t; \mathbf{m}', t')$  verwendet wurde. Geht man schon in dieser Herleitung von  $t' = 0$  aus, dann erscheint dieser exponentielle Term in Gl. (3.14) nicht. Die Lösung für die Bewegungsgleichung der Korrelationsfunktionen wäre dann formal identisch mit der Lösung für die Mittelwerte. Ein Vergleich beider Fälle ist in Abb. 3.10(b) dargestellt. Kleine Abweichungen sind sichtbar. Diese Unterschiede werden jedoch kleiner, wenn die Korrelationszeit  $\tau \rightarrow 0$  geht (nicht dargestellt).



# 4. Retardierungseffekte in der Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung

Wie bereits zu Beginn des letzten Kapitels beschrieben, wird die Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung erfolgreich auf die Untersuchung der Magnetisierungsdynamik in einer Vielzahl physikalischer Systeme angewendet. Der Rolle von Retardierungseffekten wurde dabei bisher wenig Aufmerksamkeit gewidmet. Dieses Problem soll im Mittelpunkt dieses Kapitels stehen. Insbesondere wird in den Abschnitten 4.1 und 4.2 die Auswirkung zeitlicher Retardierung betrachtet. Die entsprechenden Resultate sind in ähnlicher Form in [138] publiziert. Daraufhin untersuchen wir die Effekte räumlicher Retardierung in Abschnitt 4.3. Diese räumliche Retardierung wird zusätzlich mit stochastischen, zeitlich veränderlichen Feldern überlagert. Abschließend wird ein Bezug zu Messgrößen der ferromagnetischen Resonanz hergestellt. Die dargestellten Ergebnisse sind ebenfalls veröffentlicht und in [139] nachzulesen.

## 4.1. Modell mit Retardierung

Der Ausgangspunkt für das Retardierungsmodell ist erneut die LLG für  $\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = M_S^{-1} \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  in der im letzten Kapitel eingeführten Form

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \mathbf{m} \times [\mathbf{B}_{\text{eff}} + \alpha [\mathbf{m} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}]] , \quad (4.1)$$

mit dem effektiven Feld  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}$ . Dieses findet man ebenfalls über die funktionale Ableitung  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = -M_S^{-1} \delta \mathcal{H} / \delta \mathbf{m}$ . In der Energie werden im Folgenden die Austauschwechselwirkung, ein statisches externes Magnetfeld und eine uniaxiale Anisotropie entlang der Anisotropieachse  $\boldsymbol{\nu}$  nach Gln. (3.2)–(3.3) betrachtet. Die dortigen Ausdrücke werden für dieses Modell übernommen. Auch hier unterteilen wir nachfolgend die Magnetisierung in einen statischen und einen dynamischen Anteil,

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}, t) = m_z \boldsymbol{\nu} + \mathbf{m}_{\perp}(\mathbf{r}, t) = m_s \hat{\mathbf{e}}_z + m_x(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{e}}_x + m_y(\mathbf{r}, t) \hat{\mathbf{e}}_y , \quad (4.2)$$

mit  $\mathbf{m}^2 = 1$ . In diesem Fall betrachten wir die Magnetisierung in  $z$ -Richtung als konstant und durch die Sättigungsmagnetisierung  $m_s$  gegeben, während die dazu transversalen Komponenten zeitabhängig sind.

Die LLG liefert eine Gleichung um die Magnetisierungsdynamik zu beschreiben, bei welcher die Änderung der Magnetisierung gleichzeitig mit deren Ursache auftritt. Demzufolge berücksichtigt diese Gleichung nicht das notwendige, endliche Zeitintervall, während Ursache und Wirkung miteinander verknüpft werden. Um diesen Aspekt

näher zu beleuchten führen wir die Retardierungsfunktion  $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, t')$  ein und untersuchen folgende verallgemeinerte Form der LLG

$$\frac{\partial \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \int_0^t dt' \int d^d \mathbf{r}' \Gamma(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; t - t') \left\{ -\frac{1}{1 + \alpha^2} \mathbf{m}(\mathbf{r}', t') \times [\mathbf{b}_{\text{eff}}(\mathbf{r}', t') + \alpha [\mathbf{m}(\mathbf{r}', t') \times \mathbf{b}_{\text{eff}}(\mathbf{r}', t')]] \right\}. \quad (4.3)$$

Ein expliziter Ausdruck für die Retardierungsfunktion  $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t, t')$  wird in Gl. (4.8) angegeben.

Das dimensionslose effektive Feld lautet

$$\mathbf{b}_{\text{eff}} = \mathbf{b}_0 + [l_0^2 \nabla^2 - 1] \mathbf{m}_\perp. \quad (4.4)$$

Die übrigen dimensionslosen Parameter sind gegeben durch

$$l_0^2 = \frac{D}{K_u}, \quad \Omega = \gamma K_u, \quad \mathbf{b}_0 = \frac{\mathbf{B}_0}{K_u} = b_0 \hat{\mathbf{e}}_z, \quad \bar{t} = \Omega t. \quad (4.5)$$

Alle Größen haben dieselbe Bedeutung wie in Abschnitt 3.2. Im Speziellen sind  $K_u$  die Konstante der uniaxialen Anisotropie und  $D$  die Austauschsteifigkeit.

Mittels Fourier- und Laplace-Transformation, d. h.  $\mathbf{m}_\perp(\mathbf{k}, t) = \mathcal{FT}\{\mathbf{m}_\perp(\mathbf{r}, t)\}$  und  $\mathbf{m}_\perp(\mathbf{k}, s) = \mathcal{LT}\{\mathbf{m}_\perp(\mathbf{k}, t)\}$  finden wir aus den Gln. (4.2)–(4.5) die Bewegungsgleichung

$$\begin{aligned} s m_x(\mathbf{k}, s) - m_x(\mathbf{k}, t = 0) &= -\delta(\mathbf{k}, s) m_x(\mathbf{k}, s) - \omega(\mathbf{k}, s) m_y(\mathbf{k}, s), \\ s m_y(\mathbf{k}, s) - m_y(\mathbf{k}, t = 0) &= \omega(\mathbf{k}, s) m_x(\mathbf{k}, s) - \delta(\mathbf{k}, s) m_y(\mathbf{k}, s) \end{aligned} \quad (4.6)$$

in Komponentennotation. Die Frequenz  $\omega(\mathbf{k}, s)$  und der Dämpfungsparameter  $\delta(\mathbf{k}, s)$ <sup>1</sup> sind gegeben durch

$$\begin{aligned} \omega(\mathbf{k}, s) &= \Gamma(\mathbf{k}, s) \beta [m_s (1 + l_0^2 k^2) + b_0], \\ \delta(\mathbf{k}, s) &= \alpha m_s \omega(\mathbf{k}, s), \quad \beta = \frac{1}{1 + \alpha^2}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Die Größe  $\Gamma(\mathbf{k}, s)$  resultiert aus der Fourier- und Laplace-Transformation der Retardierungsfunktion  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$ . Im allgemeinsten Fall sollte  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$  sowohl räumlich als auch zeitlich durch eine endliche Retardierung charakterisiert sein. Diese Situation wird im nachfolgenden Kapitel für den Fall dünner Filme genauer betrachtet. Hier wollen wir zunächst auf den Einfluss einer zeitlichen Retardierung näher eingehen. Für die Retardierungsfunktion nehmen wir deshalb

$$\Gamma(\mathbf{r}, t) = \delta(\mathbf{r}) \{ \Gamma_0 \delta(t) + \Gamma_1 \exp[-\lambda t] \} \xrightarrow[\mathcal{FT}]{\mathcal{LT}} \Gamma(\mathbf{k}, s) = \Gamma_0 + \frac{\Gamma_1}{\lambda + s} \quad (4.8)$$

an. Dabei wird mittels  $\lambda^{-1}$  die Zeitskala definiert, auf der Retardierungs- bzw. Memory-Effekte auftreten. Die Annahme für  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$  beschreibt eine idealisierte Situation, in welcher die räumliche Retardierung durch eine  $\delta$ -Funktion beschrieben

<sup>1</sup> Der Dämpfungsparameter  $\delta(\mathbf{k}, s)$  sollte nicht mit der  $\delta$ -Funktion verwechselt werden.

wird. Der zeitabhängige Anteil wird hingegen durch eine Exponentialfunktion wiedergegeben. Für die Präzession und die Dämpfung wird dieselbe Retardierungsfunktion angenommen, da beide Terme in der LLG jeweils durch die Kopplung der magnetischen Momente an das effektive Feld in der Form  $\mathbf{m} \times \mathbf{b}_{\text{eff}}$  beschrieben werden.

Die Gln. (4.6)–(4.8) liefern einen vollständigen Satz algebraischer Gleichungen. Es sei angemerkt, dass im Fall  $\Gamma_1 = 0$  und damit  $\Gamma(\mathbf{k}, s) = \Gamma_0 = \text{const.}$  die übliche Spinwellen–Dispersionsbeziehung erhalten wird. Für das generelle Problem ist es hingegen erforderlich, angemessene Ausdrücke für  $\omega(\mathbf{k}, s)$  und  $\delta(\mathbf{k}, s)$  in Gl. (4.7) zu finden. Da wir an langwelligen Anregungen interessiert sind, entwickeln wir  $\omega(\mathbf{k})$  in eine Potenzreihe. Mit der analytischen Fortsetzung  $s \rightarrow i\omega^*$  schreiben wir

$$\omega(\mathbf{k}) = A_0 + A_1 k^2 + A_2 k^4, \quad \omega^*(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k}) - A_0, \quad (4.9)$$

wobei die Koeffizienten  $A_n$  komplexe Größen sein können. Weil  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$  im Ortsraum durch eine  $\delta$ -Funktion gekennzeichnet ist, kann man erwarten, dass Retardierungseffekte nur für genügend große  $\mathbf{k}$  relevant sind. Deshalb wurde der konstante Anteil  $A_0$  in der Potenzreihe für  $\omega$  in dem Ausdruck für  $\omega^*$  in Gl. (4.9) wieder abgezogen. Dieser Ansatz stellt sicher, dass der Koeffizient  $A_0$  in  $\omega$  keinen Imaginärteil bei  $\mathbf{k} = 0$  bildet. Demzufolge gibt es keinen Beitrag zur Gesamtdämpfung der Spinwellen bei verschwindendem Wellenvektor, die auf Rückkopplungsprozesse in der Zeitdomäne zurückzuführen wären. Ansonsten würde  $A_0$  auch einen Imaginärteil besitzen, welcher sich auf die Dämpfung auswirken würde. Diese Betrachtungen beziehen sich auf die selbstkonsistente Lösung von

$$\omega(\mathbf{k}) = \beta \left[ \Gamma_0 + \frac{\Gamma_1}{\lambda + i\omega^*(\mathbf{k})} \right] [m_s (l_0^2 k^2 + 1) + b_0]. \quad (4.10)$$

Aus dem Einsetzen von Gl. (4.9) in Gl. (4.10) folgen die Koeffizienten

$$A_0 = \beta (m_s + b_0) \left[ \Gamma_0 + \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right], \quad A_1 = A'_1 + i A''_1, \quad A_2 = A'_2 + i A''_2. \quad (4.11)$$

Die Real- und Imaginärteile von  $A_1$  und  $A_2$  lauten

$$\begin{aligned} A'_1 &= \frac{\beta m_s l_0^2 \lambda^2 \left( \Gamma_0 + \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right)}{\lambda^2 + \left( \beta (m_s + b_0) \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right)^2}, & A''_1 &= -\frac{\beta^2 m_s (m_s + b_0) l_0^2 \Gamma_1 \left( \Gamma_0 + \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right)}{\lambda^2 + \left( \beta (m_s + b_0) \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right)^2}, \\ A'_2 &= \frac{A''_1 (2 A'_1 - \beta \Gamma_0 m_s l_0^2) \lambda + \beta (m_s + b_0) \frac{\Gamma_1}{\lambda} (A_1''^2 - A_1'^2 + \beta \Gamma_0 m_s l_0^2 A'_1)}{\lambda^2 + \left( \beta (m_s + b_0) \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right)^2}, & (4.12) \\ A''_2 &= \frac{(A_1''^2 - A_1'^2 + \beta \Gamma_0 m_s l_0^2 A'_1) \lambda - \beta (m_s + b_0) \frac{\Gamma_1}{\lambda} A_1'' (2 A'_1 - \beta \Gamma_0 m_s l_0^2)}{\lambda^2 + \left( \beta (m_s + b_0) \frac{\Gamma_1}{\lambda} \right)^2}. \end{aligned}$$

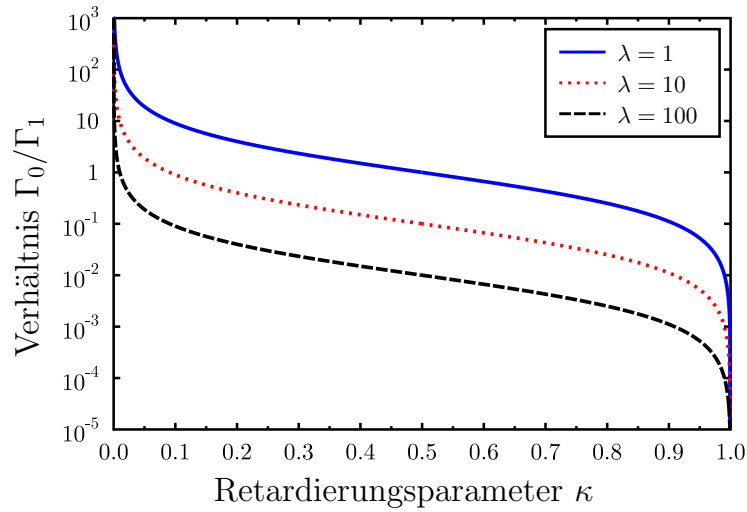
Setzt man nun die Gln.(4.11)–(4.12) in die Gln. (4.7) und (4.9) ein, so wird deutlich, dass sowohl die Frequenz als auch der Dämpfungsparameter Imaginärteile entwickeln. Jetzt können  $\omega(\mathbf{k})$  und  $\delta(\mathbf{k})$  in ihre Real- und Imaginärteile zerlegt werden. Das Ergebnis ist

$$\begin{aligned} \omega(k) &= \omega'(k) + i\omega''(k), \\ \omega'(k) &= A_0 + A'_1 k^2 + A'_2 k^4, \quad \omega''(k) = A_1'' k^2 + A_2'' k^4, \\ \delta(k) &= \delta'(k) + i\delta''(k) = \alpha m_s \omega'(k) + i\alpha m_s \omega''(k). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Die Dispersionsrelation wird somit durch ein Lücke bei  $k = 0$  charakterisiert. Wir betrachten die Retardierungsfunktion in Gl. (4.8) noch einmal genauer, die wir im Folgenden in der mittels

$$\Gamma_0 = 1 - \kappa, \quad \Gamma_1 = \kappa \lambda, \quad 0 < \kappa < 1 \quad (4.14)$$

parametrisierten Form untersuchen. Der Retardierungsparameter  $\kappa$  kennzeichnet die zeitliche Rückkopplung im System. Für kleine  $\kappa$  ist der  $\Gamma_0$ -Term stärker betont, wohingegen der  $\Gamma_1$ -Term für große Werte von  $\kappa$  begünstigt wird. Dieses Verhalten ist in Abb. 4.1 dargestellt.



**Abbildung 4.1.** – Verhältnis der Retardierungsstärken aus der Retardierungsfunktion.

Der Ansatz in Gl. (4.14) scheint noch von einem anderen Gesichtspunkt aus vernünftig. Betrachtet man nämlich den Spezialfall verschwindender Gilbert-Dämpfung, abgeschaltetem äußeren Feld und vernachlässigt die Anisotropie, so sollte Gl. (4.1) mit  $\alpha = 0$ ,  $b_0 = 0$ ,  $K_u = 0$  und  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = D \nabla^2 \mathbf{m}$  die Landau-Lifshitz-Gleichung ohne Dämpfung ergeben. Diese findet man beispielsweise in [46]. Betrachtet man die Laplace-Transformierte der Retardierungsfunktion, so sollte demzufolge  $\Gamma(k, s) \rightarrow \Gamma_{LL} = 1$ , wenn  $\lambda \rightarrow \infty$ . Es ergibt sich

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} \Gamma(k, s) = \lim_{\lambda \rightarrow \infty} \left\{ (1 - \kappa) + \frac{\kappa}{1 + \frac{s}{\lambda}} \right\} = \Gamma_{LL} = 1.$$

Außerdem bleibt das Integral über die Retardierungsfunktion endlich. Die Rechnung liefert

$$\int_V d\mathbf{r} \int_0^\infty dt \Gamma(\mathbf{r}, t) = \int_V d\mathbf{r} \delta(\mathbf{r}) \int_0^\infty dt \{ \Gamma_0 \delta(t) + \Gamma_1 \exp[-\lambda t] \} = \frac{1}{2} (1 + \kappa).$$



## 4.2. Ergebnisse und Diskussion des Retardierungsmodells

Das Gleichungssystem (4.6) kann analytisch gelöst werden. Nach inverser Laplace-Transformation findet man schließlich die  $(k, t)$ -abhängige Lösung. Setzt man darin die Ausdrücke aus den Gln. (4.11)–(4.13) ein, so zeigt sich, dass auch die Lösung Real- und Imaginärteile ausbildet. Im Folgenden betrachten wir nur den Realteil, d. h.  $\mathbf{m}(k, t) = \text{Re}\{\mathcal{LT}^{-1}\{\mathbf{m}(k, s)\}\}$ . Wir finden

$$\mathbf{m}(k, t) = \begin{pmatrix} \cos[(\omega' + \delta'') t] & -\sin[(\omega' + \delta'') t] \\ \sin[(\omega' + \delta'') t] & +\cos[(\omega' + \delta'') t] \end{pmatrix} \cdot \mathbf{m}_0 \exp[-(\delta' - \omega'') t], \quad (4.15)$$

wobei wir für den Anfangswert  $\mathbf{m}_0 = (m_0, m_0)^T$  wählen. Zur Gesamtdämpfung tragen  $\omega''$  und  $\delta'$  bei. Außerdem ist die Frequenz eine Überlagerung aus  $\omega'$  und  $\delta''$ .

Nachfolgend wird die Gesamtdämpfung der Spinwellen, welche ihren Ursprung in der intrinsischen Gilbert-Dämpfung und in der durch Retardierung induzierten Dämpfung hat, betrachtet. In diesem Zusammenhang werden die folgenden Fragestellungen untersucht.

- (1) Gibt es spezielle Wellenvektoren, bei denen sich beide Dämpfungsmechanismen, repräsentiert durch  $\omega''$  und  $\delta'$ , gegenseitig aufheben?
- (2) Können überdämpfte Lösungen auftreten?

Um dies zu quantifizieren müssen die Bedingungen

$$(i) \quad \delta_{\text{ges}} = \delta' - \omega'' = 0, \quad (ii) \quad \eta = \left| \frac{\delta' - \omega''}{\omega' + \delta''} \right| = \left| \frac{\delta_{\text{ges}}}{\omega_{\text{ges}}} \right| = 1 \quad (4.16)$$

analysiert werden. Die neuen Größen sind definiert als die Gesamtdämpfung  $\delta_{\text{ges}}$  und als das Verhältnis  $\eta$  von  $\delta_{\text{ges}}$  zur Gesamtfrequenz  $\omega_{\text{ges}}$ . Weiter unten wird die Bedeutung von  $\eta$  noch einmal näher erläutert.

Zunächst betrachten wir noch die Wertebereiche für die Modellparameter. Dabei beziehen wir uns auf Gl. (4.5). Die Gitterkonstante wird  $a = 10^{-10}$  m gesetzt. Der Gilbert-Parameter  $\alpha$  soll Werte aus dem Intervall  $[10^{-3}, 10^{-2}]$  annehmen. Für die Anisotropie wählen wir  $K_u = 0.1$  T. Hieraus folgt, dass die dimensionslose Zeit,  $\bar{t}$  in Gl. (4.5), den Wert  $\bar{t} = \gamma K t[\text{s}] \simeq 1.76 \times 10^{10} \text{s}^{-1} t[\text{s}]$  annimmt. Erneut ist  $\gamma$  das gyromagnetische Verhältnis. Der Retardierungsparameter erfüllt  $0 < \kappa < 1$  wegen Gl. (4.14). An dieser Stelle führen wir die Retardierungszeit  $\tau_{\text{ret}}$ , welche mit  $\lambda$  aus der Retardierungsfunktion in Gl.(4.8) in Verbindung steht, und die Relaxationszeit  $\tau_R$  der magnetischen Anregungen, bezogen auf die Gesamtdämpfung  $\delta_{\text{ges}}$  aus Gl. (4.16), ein. Diese charakteristischen Zeiten sind in SI-Einheiten

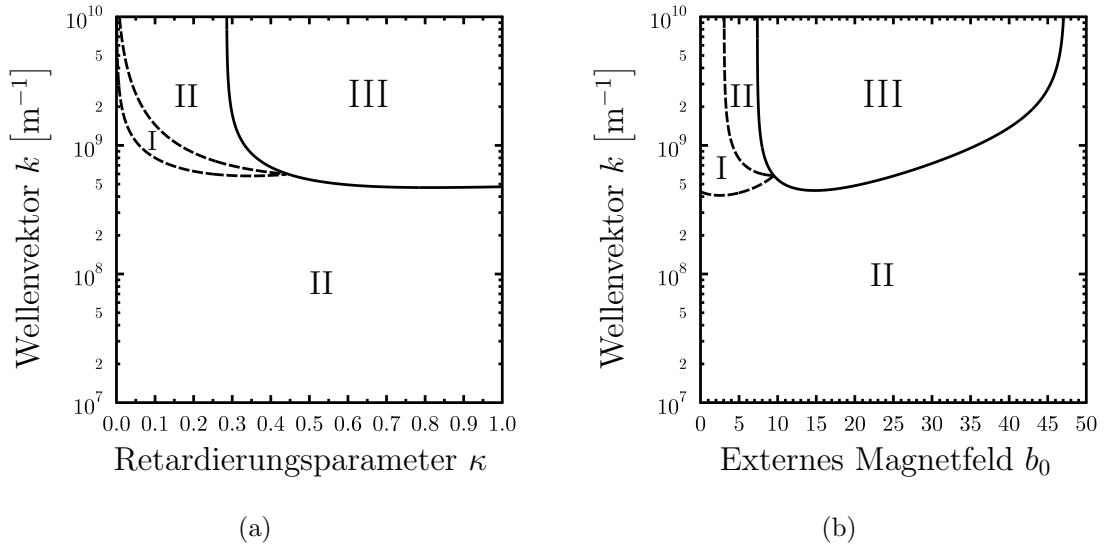
$$\tau_{\text{ret}} = \frac{1}{\lambda \gamma K_u} [\text{s}] \simeq 56.8 \times \lambda^{-1} [\text{ps}], \quad \tau_R = \frac{1}{\delta_{\text{ges}} \gamma K_u} [\text{s}] \simeq 56.8 \times \delta_{\text{ges}}^{-1} [\text{ps}]. \quad (4.17)$$

Die charakteristische Zeitskala für die Magnetisierungsdynamik bewegt sich typischerweise im Bereich Piko- bis Nanosekunden, siehe z. B. [13, 25]. Darüber hinaus kann Spindynamik auch auf der Femtosekunden-Zeitskala auftreten [140]. Wenn überhaupt, sollte die mesoskopische LLG auf dieser ultraschnellen Zeitskala nur als

Näherung anwendbar sein. Da die Retardierungszeit ein Maß für die Zeitspanne ist, während der die Spins miteinander kommunizieren und wechselwirken, nehmen wir als obere Grenze 1 Nanosekunde und als untere Grenze 1 Femtosekunde an. In der folgenden Analyse werden wir für fixierte  $\lambda$  immer  $\lambda = 10$  verwenden, was zu einer Retardierungszeit von  $\tau_{\text{ret}} = 5.7$  ps führt. Für das externe Magnetfeld betrachten wir den Bereich zwischen 0.1 T und 5 T, womit  $b_0$  im Intervall  $[1, 50]$  rangiert. Weiterhin wählen wir  $l_0 = 1 \times 10^{-8}$  m und  $m_s = 0.9$ .

### Existenz der Lösungen

Wir suchen nach Wellenvektoren, für die physikalisch zugängliche Lösungen auftreten. Die Betrachtung geschieht auf Basis von Gl. (4.16) unter der Variation des Retardierungsparameters  $\kappa$  und des äußeren Feldes  $b_0$ . In Abb. 4.2 sind die Resultate veranschaulicht. Die Abbn. 4.2(a) und 4.2(b) sind in die Regionen I–III unterteilt, in



**Abbildung 4.2.** – Wellenvektor in Abhängigkeit verschiedener Modellparameter mit  $l_0 = 1 \times 10^{-8}$  m,  $m_s = 0.9$ ,  $\lambda = 10$ ,  $\alpha = 0.005$  und (a)  $b_0 = 10$ ; (b)  $\kappa = 0.5$ . In beiden Teilabbildungen beziehen sich jeweils die durchgezogenen Linien auf Bedingung (i) und die gestrichelten Linien auf Bedingung (ii) aus Gl. (4.16). Die Linien unterteilen das Diagramm in drei Bereiche: I: überdämpfte Lösung; II: gedämpfte Lösung; III: Lösung ausgeschlossen.

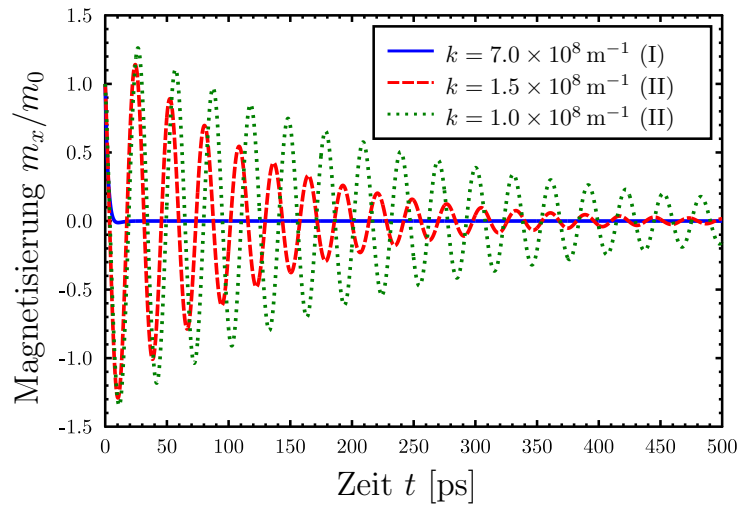
denen das dynamische System unterschiedliches Verhalten zeigt. Die durchgezogene Linie folgt aus Bedingung (i) und die gestrichelte Linie aus Bedingung (ii) in Gl. (4.16). In den Regionen I und II existieren physikalisch zugängliche Lösungen, weil dort die Gesamtdämpfung  $\delta_{\text{ges}} > 0$  ist. Dagegen ist der Bereich III durch  $\delta_{\text{ges}} < 0$  charakterisiert und muss demzufolge ausgeschlossen werden. Genau auf der Trennlinie zwischen den Bereichen II und III verschwindet die Gesamtdämpfung, d. h.  $\delta_{\text{ges}} = 0$ . Die Region II liefert gedämpfte Spinwellenlösungen der transversalen Magnetisierung,

deren Verhalten von dem Wellenvektor  $k$ , dem Parameter  $\kappa$  aus der Retardierungsfunktion  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$  und dem externen Feld  $b_0$  abhängig ist. Im Gegensatz dazu wird in Sektor II kein oszillatorisches Verhalten beobachtet. Die Spinwellen  $\mathbf{m}_\perp(k, t)$  sind hier mit  $\eta > 1$  überdämpft. Eine Übersicht über die verschiedenen Bereiche ist in Tab. 4.1 gegeben. Beispiellösungen sind in Abb. 4.3 gezeichnet. Es ist erkennbar, dass

Bereich	$\delta_{\text{ges}}$	$\eta$	Verhalten der Lösung
I	$> 0$	$> 1$	überdämpft
II	$> 0$	$< 1$	gedämpft
III	$< 0$	—	unphysikalisch

**Tabelle 4.1.** – Charakterisierung der Bereiche I–III mit Bezug auf Abb. 4.2. Die Parameter sind in Gl. (4.16) definiert. Überdämpfte Lösungen kommen in Bereich I vor. Der Bereich II ist durch gedämpfte Spinwellen-Lösungen gekennzeichnet, während der Bereich III physikalisch unzugängliche Lösungen liefert, weil die Gesamtdämpfung hier negativ ist.

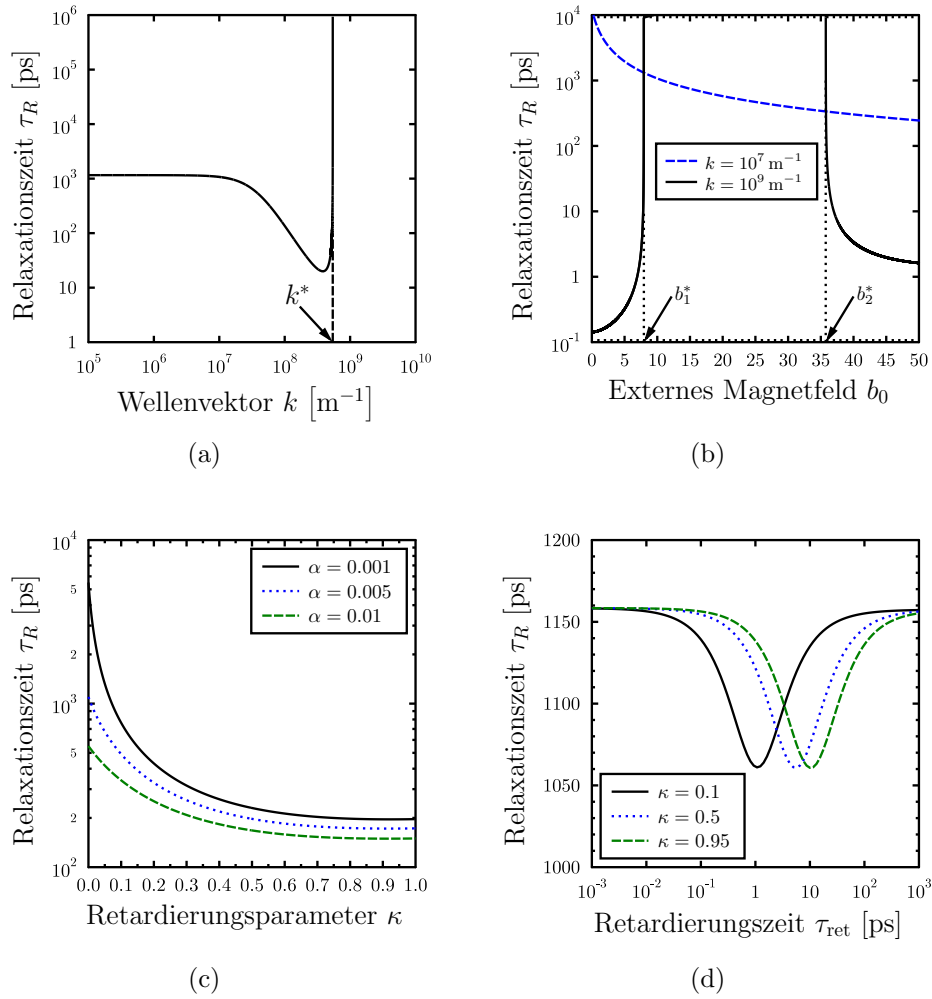
das Verhalten der Lösung vom Wellenvektor abhängt. Die Werte für  $k$  findet man in der Bildunterschrift. Für die Relaxationszeiten der dargestellten Lösungen ergibt sich  $\tau_R = 114$  ps (gestrichelte Linie) und  $\tau_R = 239$  ps (gepunktete Linie) für den gedämpften und  $\tau_R = 3$  ps (durchgezogene Linie) für den überdämpften Fall.



**Abbildung 4.3.** – Dynamische Lösung des Retardierungsmodells für unterschiedliche Wellenvektoren und  $l_0 = 1 \times 10^{-8}$  m,  $m_s = 0.9$ ,  $\lambda = 10$ ,  $b_0 = 10$ ,  $\alpha = 0.005$  und  $\kappa = 0.2$ . Die römischen Zahlen in der Legende entsprechen den verschiedenen Bereichen in Abb. 4.2 und Tab. 4.1.

### Analyse der Relaxationszeit $\tau_R$ in Abhängigkeit verschiedener Modellparameter

Die eben aufgeführten Werte zeigen, dass sich die Relaxationszeit über mehrere Größenordnungen erstrecken kann. Um das Verhalten von  $\tau_R$  genauer zu untersuchen ist die Relaxationszeit in Abhängigkeit der übrigen Modellgrößen in Abb. 4.4 grafisch veranschaulicht. Abb. 4.4(a) zeigt die Relaxationszeit als Funktion des Wellenvektors.



**Abbildung 4.4.** – Relaxationszeit der magnetischen Anregungen in Abhängigkeit verschiedener Größen. Die festen Parameter sind  $l_0 = 1 \times 10^{-8}$  m,  $m_s = 0.9$  und (a)  $\alpha = 0.005$ ,  $\lambda = 10$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $b_0 = 10$ ; (b)  $\alpha = 0.005$ ,  $\lambda = 10$ ,  $\kappa = 0.5$ ; (c)  $\lambda = 10$ ,  $b_0 = 10$ ,  $q = 8 \times 10^7$  m $^{-1}$ ; (d)  $\alpha = 0.005$ ,  $b_0 = 10$ ,  $q = 1 \times 10^7$  m $^{-1}$ .

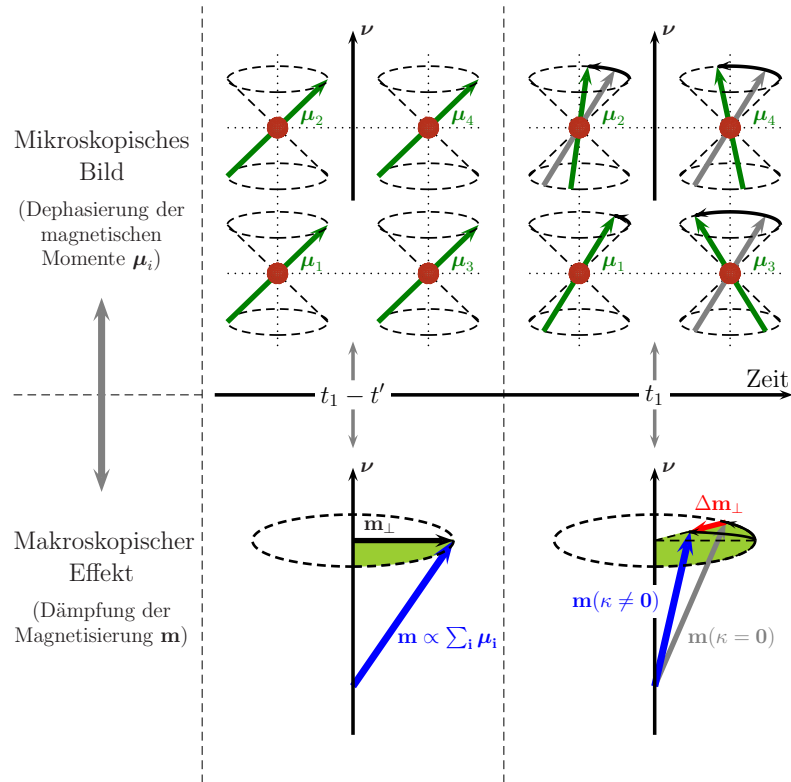
Dabei haben wir in Abb. 4.2(a) einen bestimmten Wert für  $\kappa$  gewählt und sind ein ausgedehntes Intervall an möglichen  $k$ -Vektoren durchlaufen. Für die weitere Analyse wird der Wellenvektor  $k^*$  eingeführt. Dieser ist dadurch gekennzeichnet, dass  $\tau_R \rightarrow \infty$ , wenn  $k \rightarrow k^*$ . Als Ergebnis zeigt sich in Abb. 4.4(a), dass für alle  $k > k^*$  keine physikalisch zugänglichen Lösungen existieren. Dieses Gebiet gehört zu Bereich III in

Abb. 4.2(a). Nähert man sich hingegen von links dem Wellenvektor  $k^*$  an, so geht  $\tau_R \rightarrow \infty$ . Folglich sind in einem Bereich  $k^* - k \ll 1$ , wobei  $k < k^*$ , langlebige Spinwellenlösungen möglich. Für  $k$ -Werte viel kleiner als  $k^*$  nimmt die Relaxationszeit dagegen den festen Wert  $\tau_R \simeq 1.16$  ns an. Die Relaxationszeit kann ebenfalls durch die Variation des externen Magnetfeldes  $b_0$  beeinflusst werden. Diese Abhängigkeit ist in Abb. 4.4(b) für zwei verschiedene  $k$ -Werte aufgezeichnet. Für  $k = 10^7 \text{ m}^{-1}$  (gestrichelte Linie) unterliegen die Werte von  $b_0$  keiner Einschränkung. Dagegen sind für  $k = 10^9 \text{ m}^{-1}$  (durchgezogene Linie) nur bestimmte Werte realisierbar, d. h.  $b_0 < b_1^*$  und  $b_0 > b_2^*$ , um Spinwellen zu beobachten. Das Intervall zwischen  $b_1^*$  und  $b_2^*$  gehört zu statischen Magnetfeldern zwischen 0.8 T und 3.6 T. Große Relaxationszeiten ergeben sich bei Annäherung an  $b_1^*$  und  $b_2^*$  für  $k = 10^9 \text{ m}^{-1}$ . Für kleinere  $k$  würden jedoch wachsende Magnetfelder im Allgemeinen die Relaxationszeit reduzieren, was hier am speziellen Beispiel für  $k = 10^7 \text{ m}^{-1}$  gezeigt ist.

Außerdem gehen wir noch auf den Einfluss der Parameter aus der Retardierungsfunktion,  $\kappa$  und  $\tau_{\text{ret}} \propto \lambda^{-1}$ , auf die Relaxationszeit ein. Die zugehörigen Darstellungen sind in den Abbn. 4.4(c) und 4.4(d) abgebildet. Dabei verdeutlicht Abb. 4.4(c), dass die Relaxationszeit mit ansteigendem Retardierungsparameter  $\kappa$  abnimmt. Zusätzlich wird  $\tau_R$  für wachsende Gilbert-Dämpfung  $\alpha$  reduziert. Darüber hinaus nimmt  $\tau_R(\kappa)$  für  $\kappa \rightarrow 1$  einen konstanten Wert an. Der Einfluss der Retardierungszeit ist in Abb. 4.4(d) gezeigt. Es ist ersichtlich, dass die Relaxationszeit in einem Intervall von etwa 100 ps schwankt, wobei die Werte um  $\tau_R \simeq 1.1$  ns liegen. Für  $\tau_{\text{ret}} \leq 1$  fs und  $\tau_{\text{ret}} \geq 1$  ns nimmt die Relaxationszeit  $\tau_R$  einen konstanten Wert an. Dieses Ergebnis impliziert, dass eine Variation der Retardierungszeit auf der ps-Zeitskala den signifikantesten Einfluss auf die Relaxationszeit der angeregten Magnonenzustände hat. Des Weiteren verschiebt ein wachsendes  $\kappa$  das Minimum von  $\tau_R$  zu größeren Werten von  $\tau_{\text{ret}}$ . Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Retardierungszeit die Relaxationszeit der Spinwellen in dem eben beschriebenen Ausmaß beeinflussen kann.

## Physikalisches Bild

Um ein physikalisches Bild für das beobachtete Verhalten vorzuschlagen, beziehen wir uns auf Abb. 4.5. Diese Darstellung ist in eine mikroskopische und eine mesoskopische Beschreibung unterteilt. Der obere Teil zeigt einzelne, wechselwirkende magnetische Momente, welche innerhalb des Zeitintervalls  $t'$  einen Dephasierungsprozess durchlaufen, wenn Retardierungsprozesse einbezogen werden. Genauer gesagt benötigen die Momente für die Kommunikation untereinander eine bestimmte Zeit – in unserem Modell die Retardierungszeit  $\tau_{\text{ret}}$ . Der Transfer der Information bezüglich der Bewegung eines magnetischen Moments, das am Platz  $i$  lokalisiert ist, zu einem Moment, welches sich am Ort  $j$  befindet, braucht eine endliche Zeit. Nach diesem Zeitintervall hat das magnetische Moment  $\mu_i$  schon die eigene Präzessionsbewegung fortgesetzt, wenn  $\mu_j$  die Information darüber erhält. Dies wird zu einer Dephasierung zwischen den Momenten führen, die sich mit wachsender Zeit immer weiter fortsetzt. Dahinter verbirgt sich ein komplizierter mikroskopischer Prozess, der sich in der zum effektiven Magnetfeld parallelen Ausrichtung der makroskopischen Magnetisierung widerspiegelt, siehe den unteren Teil von Abb. 4.5.



**Abbildung 4.5.** – Veranschaulichung der Dämpfung durch Retardierung. Abgebildet ist ein Ausschnitt aus einer ferromagnetischen Domäne. Der obere Teil zeigt, dass die einzelnen Spins unterschiedliche Winkelgeschwindigkeiten besitzen. Innerhalb des Intervalls  $t'$  kommt es dann zur Dephasierung, wenn der Retardierungsmechanismus operativ ist (grün). Die Situation ohne Retardierungseffekt ist zum Vergleich mit dargestellt (grau). Der untere Teil der Abbildung verdeutlicht die Auswirkung auf die makroskopische Magnetisierung.

Dieser Erklärung folgend sollte die Relaxationszeit mit wachsender Retardierungszeit monoton abfallen. Da aber  $\tau_R$  in Abhängigkeit von  $\tau_{\text{ret}}$  sowohl größer als auch kleiner werden kann, muss die eben vorgestellte Erklärung der beobachteten Ergebnisse erweitert werden. In diesem Zusammenhang betonen wir noch einmal, dass es im vorgestellten Modell zwei verschiedene Relaxationsmechanismen gibt, auf der einen Seite die Gilbert-Dämpfung und auf der anderen Seite die durch Retardierungseffekte herbeigeführte Dämpfung. Die resultierende Gesamtdämpfung  $\delta_{\text{ges}} \propto \tau_R^{-1}$  ist eine Mischung beider Relaxationsmechanismen. Weil Lösungen für Bedingung (i) in Gl. (4.16) existieren, d. h. die Gesamtdämpfung kann Null werden, ist es sinnvoll anzunehmen, dass beide Dämpfungstypen gegensätzliche Mechanismen beschreiben, wenn sie simultan auftreten.

Die erhaltenen Ergebnisse sind eine Konsequenz der Form der Retardierungsfunktion  $\Gamma(\mathbf{r}, t)$  in Gl. (4.8). Durch das Ersetzen der Variable  $s$  in der Laplace-Transformierten mit dem komplexen  $i\omega^*$  bildet auch die Dispersionsrelation  $\omega(\mathbf{k})$  einen Imaginärteil aus. Dies hat einen zusätzlichen Beitrag zur Gesamtdämpfung zur Folge. Das Zusammenspiel verschiedener Beiträge während der Relaxation kann die gegenseitige

Aufhebung einzelner Terme bewirken. Generell lässt sich schlussfolgern, dass jede Retardierungsfunktion deren Laplace-Transformierte eine komplexe Größe ist, zu zusätzlichen Beiträgen in der Gesamtdämpfung führt. Ob sich diese verschiedenen Anteile konstruktiv oder destruktiv überlagern, lässt sich im Allgemeinen nicht vorhersagen. Das unerwartete Verhalten, welches zu den langlebigen Magnonenzuständen führt, könnte folgendermaßen erklärt werden. Der Hintergrund ist das gegenseitige Wechselspiel von Gilbert-Dämpfung und Relaxation durch Retardierung. Diese können sich gegenseitig kompensieren. Verdeutlichen lässt sich ein solches Phänomen mittels eines mikroskopischen Bildes. Zwei magnetische Momente,  $\boldsymbol{\mu}_i$  und  $\boldsymbol{\mu}_j$ , sollen sich an den Gitterplätzen  $i$  und  $j$  befinden. Zwischen diesen Momenten wird es, wie oben beschrieben, zu einer Dephasierung aufgrund von Retardierungseffekten kommen. Auf der anderen Seite besitzt jedes Moment eine individuelle Umgebung und präzediert somit auch um ein leicht unterschiedliches effektives Feld. Deshalb kann es ebenso zu einer Phasenverschiebung zwischen  $\boldsymbol{\mu}_i$  und  $\boldsymbol{\mu}_j$  kommen. Diese Relaxation kann mit der Gilbert-Dämpfung verknüpft werden. Es ist die Möglichkeit gegeben, dass beide gerade beschriebenen Phasenverschiebungen entgegengesetzt verlaufen. Die Folge wäre eine Selbststabilisierung des magnetischen Systems, vorausgesetzt beide Beiträge bewegen sich in derselben Größenordnung. Mit anderen Worten, der Einfluss der Retardierung könnte zu einer Rephasierung der magnetischen Momente führen. Dieses kollektive Phänomen bezieht das gesamte magnetische System mit ein und wird in einer ungedämpften Bewegung der makroskopischen Magnetisierung reflektiert.

### 4.3. Retardierungsmodell mit stochastischen Einflüssen

Als weiterführender Aspekt wird in diesem Abschnitt ein Modell vorgestellt, das sowohl Retardierungseffekte als auch stochastische Felder einbezieht. Die Vorgehensweise entspricht dabei einer Kombination des stochastischen Modells aus Kapitel 3 und des in den letzten beiden Abschnitten dieses Kapitels besprochenen Retardierungsmodells. Die separate Untersuchung beider Modelle hat gezeigt, dass die Gesamtdämpfung der schwachen magnetischen Anregungen gegen Null gehen und langlebige Spinwellenlösungen hervorbringen kann. Die Ergebnisse dieses Abschnitts werden für Parameterbereiche gefunden, für welche das Verschwinden der Dämpfung nicht vorkommt. Um die theoretischen Resultate mit experimentellen Methoden zu vergleichen, beziehen wir uns in der Auswertung auf ferromagnetische Resonanzexperimente.

Die Energiebeiträge zur Hamiltonfunktion sind erneut in Gln. (3.2)-(3.3) gegeben, d. h. es wird die Austauschwechselwirkung, ein statisches externes Magnetfeld und eine uniaxiale Anisotropie entlang der Anisotropieachse  $\boldsymbol{\nu}$  betrachtet. Für die verallgemeinerte LLG schreiben wir entsprechend Gl. (4.3)

$$\frac{\partial \mathbf{m}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \int_0^t dt' \int d^d \mathbf{r}' \Gamma(\mathbf{r} - \mathbf{r}'; t - t') \left\{ -\frac{1}{1 + \alpha^2} \mathbf{m}(\mathbf{r}', t') \times [\mathbf{b}_{\text{eff}}(\mathbf{r}', t') + \alpha [\mathbf{m}(\mathbf{r}', t') \times \mathbf{b}_{\text{eff}}(\mathbf{r}', t')]] \right\}. \quad (4.18)$$

Das normierte effektive Feld nach Gl. (3.6) lautet

$$\mathbf{b}_{\text{eff}} = \mathbf{b}_0 + l_0^2 \nabla^2 [\tilde{m}_z \hat{\mathbf{e}}_z + \mathbf{m}_\perp] - \mathbf{m}_\perp + \boldsymbol{\eta}(t). \quad (4.19)$$

mit dem stochastischen Feld  $\boldsymbol{\eta}$ . Dafür wurden die Relationen in Gl. (3.7) und der Spinwellenansatz in Gl. (3.4) verwendet. Im Gegensatz zu den beiden vorangegangenen Abschnitten nehmen wir diesmal für die Retardierungsfunktion die Gauß-Funktion

$$\Gamma(\mathbf{r}, t) = \delta(t) \left\{ \frac{\Gamma_0}{(\sqrt{\pi} \xi)^3} \exp \left[ - \left( \frac{\mathbf{r}}{\xi} \right)^2 \right] \right\} \quad (4.20)$$

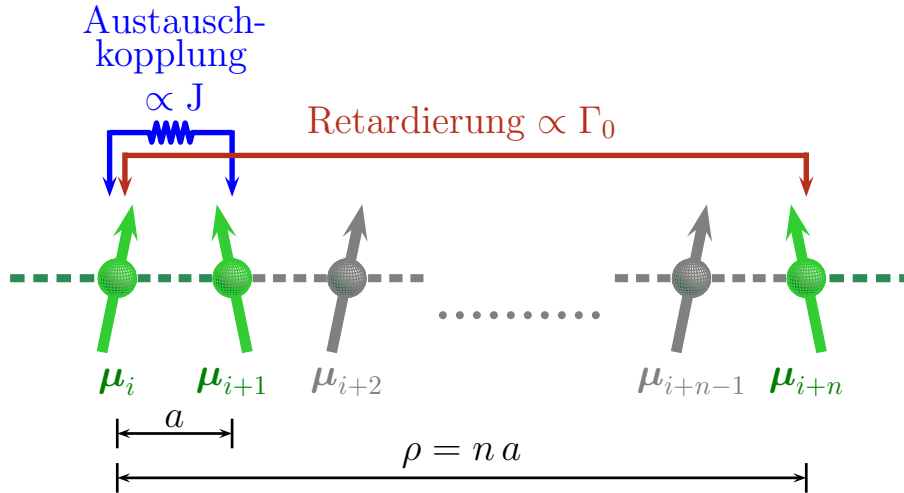
an, d. h. wir konzentrieren uns im Folgenden auf nichtlokale Rückkopplungseffekte im Ortsraum. Dadurch soll berücksichtigt werden, dass eine Änderung des Bewegungszustandes eines magnetischen Moments am Ort  $\mathbf{r}$  die Bewegung eines anderen, bei  $\mathbf{r}'$  befindlichen Moments beeinflusst, und umgekehrt. Die Retardierungslänge  $\xi$  als typischer Abstand, auf dem Retardierungsprozesse relevant werden, kann, verglichen mit der Gitterkonstante, von unterschiedlicher Größenordnung sein. Alle magnetischen Momente innerhalb eines Radius  $\xi$  tragen zu dieser Wechselwirkung mit der Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  bei. Wie in Gl. (4.19) angedeutet, kann das stochastische Feld  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}, t)$  im Allgemeinen vom Ort und von der Zeit abhängen. Hier beschränken wir uns jedoch auf zeitliche Fluktuationen und betrachten somit  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{r}, t) = \boldsymbol{\eta}(t)$ . Für die statistische Charakterisierung nehmen wir Gl. (2.65), das bedeutet, die Komponenten  $\eta_\alpha$  haben einen verschwindenden Mittelwert und sind innerhalb eines endlichen Zeitintervalls miteinander korreliert.

Da wir die Ortsabhängigkeit des Rauschens vernachlässigen, ist das gesamte System von denselben stochastischen Feldern beeinflusst. Weil die Retardierung nur im Ortsraum operativ ist und die stochastischen Felder nur von der Zeit abhängen, repräsentiert jeder Mechanismus für sich genommen ein vereinfachtes Modell der tatsächlichen Prozesse. Jedoch sorgt die Verknüpfung beider Mechanismen über die Bewegungsgleichung für ein weit komplexeres Verhalten, bei dem die Effekte des Rauschens an unterschiedlichen Positionen durch die Retardierungsfunktion im Raum übertragen werden können.

Während die Austauschwechselwirkung nur über die Entfernung einer Gitterkonstante wirksam wird, ist die Kopplung der magnetischen Momente via Retardierung bis zu einem Abstand  $\rho$  möglich, der ein Vielfaches der Gitterkonstante sein kann, siehe Abb. 4.6. Wenn dieser Abstand  $\rho$  vergleichbar mit der Retardierungslänge  $\xi$  ist, sollten Retardierungseffekte bedeutsam sein. Für die nachfolgenden Berechnungen nehmen wir für die Korrelationszeit und die Korrelationsstärke an, dass  $\tau_{\alpha\beta} = \tau \delta_{\alpha\beta}$  und  $\lambda_{\alpha\beta} = \lambda \delta_{\alpha\beta}$ . Damit sind die für das Modell wichtigen stochastischen Parameter die Größen  $\lambda$  und  $\tau$ . Die relevanten Parameter, die ihren Ursprung in der Retardierung haben, sind die Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  und die Retardierungslänge  $\xi$ . Die Ergebnisse werden in Abhängigkeit dieser Parameter untersucht. Nach Ausführen der Fourier-Transformation finden wir für die Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dt} m_\alpha(\mathbf{k}, t) = \Upsilon_\alpha [\mathbf{m}(\mathbf{k}, t)] + \Lambda_{\alpha\beta} [\mathbf{m}(\mathbf{k}, t)] \eta_\beta(t), \quad \{\alpha, \beta\} = \{x, y, z\} \quad (4.21)$$





**Abbildung 4.6.** – Vergleich von Austauschkopplung und Retardierung. Retardierungsmechanismen können über eine Distanz von  $\xi \simeq \rho = n a$  ( $n$  ist ganzzahlig) wirksam sein, während die Austauschwechselwirkung auf einen Abstand der Gitterkonstante  $a$  beschränkt ist.

mit

$$\Upsilon = f(\mathbf{k}, \xi) \frac{m_s \beta + b_0}{1 + \alpha^2} \begin{pmatrix} -(\alpha m_s m_x + m_y) \\ m_x - \alpha m_s m_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

und

$$\Lambda = \frac{f(\mathbf{k}, \xi)}{1 + \alpha^2} \begin{pmatrix} \alpha m_s m_z & m_z & -(m_y + \alpha m_s m_x) \\ -m_z & \alpha m_s m_z & m_x - \alpha m_s m_y \\ m_y & -m_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

Die Funktion  $f(\mathbf{k}, \xi)$  ist die Fourier-Transformierte der Retardierungsfunktion in Gl. (4.20). Explizit findet man

$$f(k, \xi) = \Gamma_0 \exp \left[ -\frac{1}{4} \xi^2 k^2 \right], \quad (4.24)$$

d. h.  $f(k, \xi)$  hängt nur noch vom Betrag des Wellenvektors ab. Über die Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich analog zu Abschnitt 3.2 die Bewegungsgleichung für die Mittelwerte. Wir erhalten als zeit- und  $k$ -abhängige analytische Lösung

$$\langle \mathbf{m}(k, t) \rangle = \begin{pmatrix} e^{-\delta(k)t} \cos[\omega(k)t] & e^{-\delta(k)t} \sin[\omega(k)t] & 0 \\ -e^{-\delta(k)t} \sin[\omega(k)t] & e^{-\delta(k)t} \cos[\omega(k)t] & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\sigma(k)t} \end{pmatrix} \cdot \langle \mathbf{m}_0 \rangle \quad (4.25)$$

mit der Frequenz  $\omega$  und den Dämpfungskonstanten  $\delta$  und  $\sigma$ , die durch

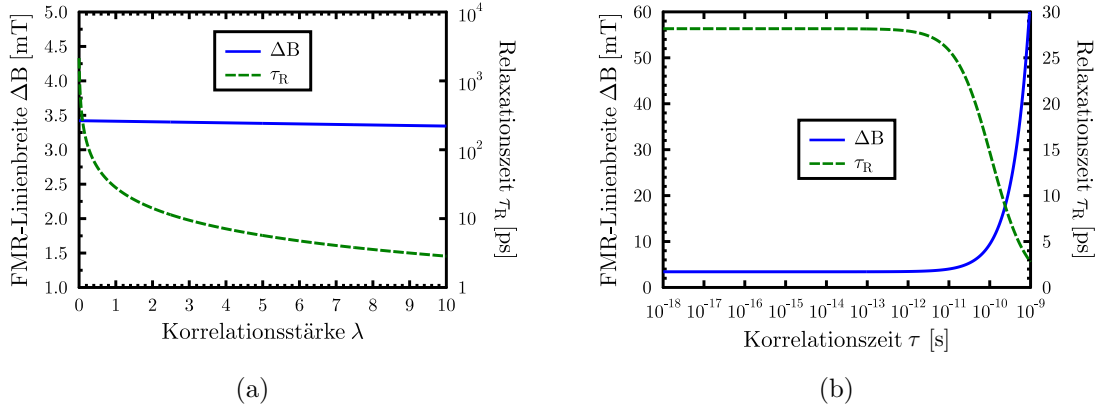
$$\begin{aligned}
\omega(k) &= - [b_0 + \beta m_s] \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} + 3 \lambda \alpha m_s \left( \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} \right)^2 \\
&\quad + \lambda \tau [\alpha^2 m_s^2 - 1] [b_0 + \beta m_s] \left( \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} \right)^3 \\
&\quad + \frac{\lambda^2 \tau}{2} \alpha m_s [11 - 3 \alpha^2 m_s^2] \left( \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} \right)^4, \\
\delta(k) &= \alpha m_s [b_0 + \beta m_s] \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} + \lambda [2 - \alpha^2 m_s^2] \left( \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} \right)^2 \\
&\quad + 2 \lambda \tau \alpha m_s [b_0 + \beta m_s] \left( \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} \right)^3 \\
&\quad + \lambda^2 \tau [1 - 6 \alpha^2 m_s^2] \left( \frac{f(k, \xi)}{1 + \alpha^2} \right)^4, \\
\sigma(k) &= 2 \lambda \frac{f(k, \xi)^2}{1 + \alpha^2} - [4 \lambda \tau \alpha m_s (b_0 + \beta m_s)] \frac{f(k, \xi)^3}{1 + \alpha^2} \\
&\quad + \lambda^2 \tau [3 \alpha^2 m_s^2 + 1] \frac{f(k, \xi)^4}{1 + \alpha^2}
\end{aligned} \tag{4.26}$$

gegeben sind. Um vergleichbar mit FMR-Experimenten zu sein, beziehen wir uns auf folgende Größen in SI-Einheiten

$$\Delta B = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\alpha \omega_{\text{res}}}{\gamma} = \frac{2}{\sqrt{3}} \alpha K \omega(k=0), \quad \tau_R = [\delta(k) \gamma K]^{-1}, \tag{4.27}$$

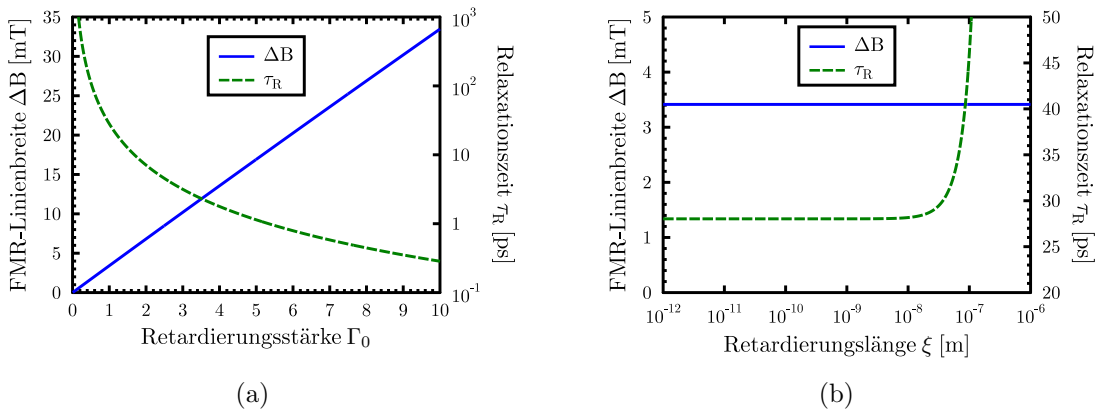
d. h. wir untersuchen die FMR-Linienbreite  $\Delta B$  und die Relaxationszeit der magnetischen Anregungen  $\tau_R$ . Hier ist  $\omega_{\text{res}} = \omega(k=0)$  die Resonanzfrequenz, da bei einem FMR-Experiment immer die uniforme Mode angeregt wird. Dahingegen folgt aus der dynamischen Lösung, dass die Relaxationszeit durchaus vom Wellenvektor abhängen kann. Wir wählen den Wellenvektor  $k = 10^7 \text{ m}^{-1}$  und damit eine Größenordnung, in welcher typischerweise  $k \neq 0$ -Moden auftreten, welche durch Streuung an Defekten entstehen [97].

Der Einfluss der stochastischen Felder auf die Linienbreite  $\Delta B$  und  $\tau_R$  ist in Abb. 4.7 gezeigt. In Abb. 4.7(a) wird deutlich, dass die Linienbreite nur schwach von einer steigenden Korrelationsstärke  $\lambda$  abhängt. Es wird ein schwach linearer Abfall bei ansteigendem  $\lambda$  beobachtet. Dahingegen zeigt die Relaxationszeit eine starke Abhängigkeit von  $\lambda$ , da  $\tau_R$  mit wachsender Korrelationsstärke mehrere Größenordnungen überstreicht. Dabei fällt  $\tau_R(\lambda)$  monoton. Die Kurvenform für die Relaxationszeit scheint verständlich, da man bei einer stärkeren Korrelation zwischen den stochastischen Feldern eine schnellere Zerstörung der kohärenten Bewegung der magnetischen Momente erwarten kann. Ein abweichendes Verhalten ist in Abb. 4.7(b) erkennbar. Die Linienbreite und die Relaxationszeit bleiben über einen weiten Bereich der Korrelationszeit, ungefähr für  $1 \text{ as} \leq \tau \leq 10 \text{ ps}$ , konstant. Rangiert die Korrelationszeit hingegen im Intervall  $10 \text{ ps} \leq \tau \leq 1 \text{ ns}$ , wächst  $\Delta B$  um einen Faktor 20 und die Lebenszeit fällt



**Abbildung 4.7.** – Effekte der stochastischen Einflüsse auf die FMR-Linienbreite und die Relaxationszeit mit  $l_0 = 10^{-8}$  m,  $b_0 = 5$ ,  $m_s = 0.9$ ,  $\alpha = 0.005$ ,  $\Gamma_0 = 1$ ,  $\xi = 10^{-8}$  m und (a)  $\tau = 568$  as und (b)  $\lambda = 1$ .

auf einen neun mal kleineren Wert. Für  $\tau > 1$  ns geht die Linienbreite gegen unendlich. Auch bei größer werdender Korrelationszeit ist anzunehmen, dass magnetische Momente schneller außer Phase geraten. Daher scheint der Kurvenverlauf plausibel. Die Auswirkung der räumlichen Retardierung sieht man in Abb. 4.8. Dabei illustriert



**Abbildung 4.8.** – Effekte der räumlichen Retardierung auf die FMR-Linienbreite und die Relaxationszeit mit  $l_0 = 10^{-8}$  m,  $b_0 = 5$ ,  $m_s = 0.9$ ,  $\alpha = 0.005$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\tau = 568$  as und (a)  $\xi = 10^{-8}$  m und (b)  $\Gamma_0 = 1$ .

Abb. 4.8(a) den Einfluss der Retardierungsstärke  $\Gamma_0$ . Die FMR-Linienbreite entwickelt eine scheinbar lineare Abhängigkeit von  $\Gamma_0$  und wächst mit ansteigender Retardierungsstärke. Im Gegensatz dazu fällt die Relaxationszeit in nichtlinearer Weise. Diese Abnahme erstreckt sich über ungefähr drei Größenordnungen. Eine mögliche Erklärung dieses Effekts könnte folgender Mechanismus sein. Stellt man sich zwei magnetische Momente an verschiedenen Positionen innerhalb der Retardierungslänge  $\xi$  vor, so kann die gegenseitige Kopplung über die räumliche Retardierung ebenfalls

zu einer Phasenverschiebung führen. Je stärker diese Kopplung der Stärke  $\Gamma_0$  ist, desto größer ist die Phasenverschiebung. Dies bringt eine Verkürzung der Relaxationszeit mit sich. Die Retardierungslänge  $\xi$  beeinflusst ebenfalls die Relaxationszeit, wie in Abb.4.8(b) dargestellt. In dieser Abbildung ist  $\Delta B$  unabhängig von  $\xi$ . Dieser Umstand ist auf die Annahme zurückzuführen, dass in der Resonanzfrequenz nur  $k$ -unabhängige Terme auftreten. Da  $\xi$  immer im Produkt mit dem Wellenvektor auftaucht, kann  $\Delta B$  als Funktion von  $\xi$  nur eine Konstante sein. Für die funktionale Abhängigkeit der Relaxationszeit von  $\xi$  findet man, dass diese über einen weiten Bereich (bis etwa 10 nm) der Retardierungslänge konstant ist. Im Bereich  $\xi > 100$  nm hingegen divergiert die Relaxationszeit  $\tau_R \rightarrow \infty$ . Abb. 4.8(b) gehört zu einer festen Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  während die Retardierungslänge variiert wird. Wir beziehen uns wieder auf das physikalische Bild, in dem das interne Feld, basierend auf der gegenseitigen Wechselwirkung der magnetischen Momente, und die Kopplung aufgrund der Retardierung als gegensätzliche Mechanismen operieren. Das Wechselspiel geschieht so, dass eine ansteigende Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  die Phasenbeziehung zwischen den magnetischen Momenten zerstört. Andererseits wirkt eine ansteigende Retardierungslänge im Bereich  $\xi > 10$  nm der Dämpfung der Spinwellen entgegen. Daraus lässt sich Folgendes schlussfolgern. Je mehr magnetische Momente involviert sind, d. h. umso größer die Retardierungslänge ist, desto stärker wird die Relaxation verlangsamt. Dieser Effekt wäre allein in der Auswertung der Linienbreite  $\Delta B$  nach Gl. (4.27) nicht sichtbar. Einen Fortschritt würde hier die Berechnung der Linienbreite aus der Bewegungsgleichung über die dynamische Suszeptibilität bringen. Dies wird im kommenden Kapitel für dünne Filme durchgeführt.

# 5. Nichtlokale Rückkopplung in der ferromagnetischen Resonanz

## 5.1. Vorbetrachtungen

Wie bereits in Abschnitt 2.4.5 erwähnt, basiert die Auswertung von Experimenten zur ferromagnetischen Resonanz auf der Integration unterschiedlicher Mechanismen. Während die intrinsische Dämpfung aus der Gilbert- bzw. Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung eine lineare Frequenzabhängigkeit der FMR-Linienbreite vorhersagt [82], zeigen die Beiträge der 2-Magnonen-Prozesse ein nichtlineares Verhalten. Theoretisch wurde die Magnon-Magnon-Streuung für den Fall analysiert, dass das statische äußere Feld in der Filmebene liegt [97,98]. Die Theorie wurde quantitativ bestätigt [141] und später erweitert auf beliebige Winkel zwischen externem Feld und Filmoberfläche [101]. Oft wird die Winkelabhängigkeit der FMR-Linienbreite durch eine Summe von Beiträgen, wie beispielsweise internen Feldinhomogenitäten [142], bestimmt. Unter anderem wurde der 2-Magnon-Mechanismus herangezogen, um experimentelle Beobachtungen [100,143–147] zu erklären. Wie in [72,100] diskutiert, verschwindet der Magnon-Magnon-Beitrag zur Linienbreite, wenn der Winkel zwischen Magnetisierung und Filmoberfläche größer als  $\Phi_M^{crit} = \pi/4$  ist. Kürzlich wurden Abweichungen von dieser Bedingung beobachtet, die durch den Vergleich experimenteller Daten mit numerischen Simulationen gefunden wurden [147].

Es stellt sich die Frage nach einer geeigneten Gleichung zur Beschreibung der Magnetisierungsdynamik in dünnen Filmen, wenn der 2-Magnonen-Mechanismus operativ ist. Unter der Annahme, dass Relaxationsmechanismen die Spinlänge nicht erhalten, könnte das Einbeziehen der Bloch-Bloembergen-Gleichungen oder der Landau-Lifshitz-Bloch-Gleichungen in das Konzept der Ferromagnetischen Resonanz ein Ausweg sein, siehe Abschnitt 2.4.2.2. Die Bedeutung von Termen in der Bewegungsgleichung, welche die Spinlänge nicht erhalten, wurde in [148,149] auf phänomenologischer Ebene untersucht.

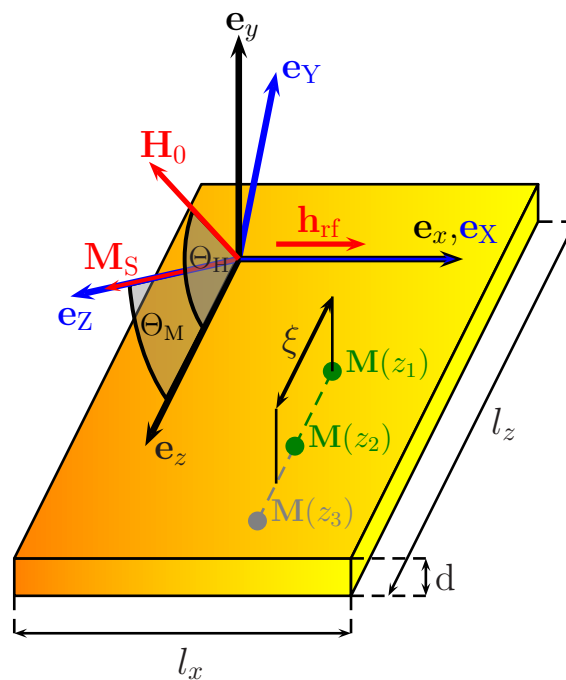
Es wäre außerdem von Vorteil, einen Ausdruck für die FMR-Linienbreite als Maß für die Dämpfung der Magnetisierung allein aus der Bewegungsgleichung zu erhalten.

Das Ziel dieses Kapitels ist die Untersuchung einer verallgemeinerten Bewegungsgleichung für die Magnetisierungsdynamik, welche Bloch- und Gilbert-Dämpfung kombiniert. Dieses Modell erlaubt es, die dynamische Suszeptibilität und die FMR-Linienbreite zu berechnen. Als Resultat erhält man Ausdrücke, welche für die Auswertung von entsprechenden FMR-Experimenten geeignet sind. Die Generalisierung schließt außerdem die Implementierung von nichtlokaler Rückkopplung sowohl Ortsraum als auch in der Zeitdomäne mit ein. Solche nichtlokalen Effekte wurden in einem anderen Kontext in [150] diskutiert. Wir führen zu diesem Zweck erneut eine Retar-

dierungsfunktion ein, welche durch charakteristische Längen- und Zeitskalen,  $\xi$  und  $\tau_{\text{ret}}$ , gekennzeichnet ist. Der Unterschied zu den Modellen im vorherigen Kapitel ist das gemeinsame Auftreten der Parameter  $\xi$  und  $\tau_{\text{ret}}$  in der Retardierungsfunktion. Als wichtiges Ergebnis erhalten wir, dass sich die FMR-Linienbreite als Summe von mehreren Beiträgen schreiben lässt. Diese beruhen auf der Gilbert-Dämpfung, der Bloch-Dämpfung, einem Mischterm aus Gilbert- und Bloch-Dämpfung sowie einen Beitrag, der von der Retardierung herrührt. Die Summe aus allen vier Beiträgen ist im typischen FMR-Frequenzbereich vergleichbar mit der Kombination von Gilbert- und 2-Magnonen-Dämpfung. Darüber hinaus wird für große Frequenzen ein nicht-lineares Verhalten vorhergesagt. Der Inhalt dieses Kapitels ist in [151] in ähnlicher Weise publiziert.

## 5.2. Herleitung der Bewegungsgleichung

Um die im Folgenden untersuchte Filmgeometrie zu definieren, übernehmen wir die in [101] vorgestellte Idee. Demnach verwenden wir zwei Koordinatensysteme, das  $xyz$ -System bezogen auf die Filmoberfläche und das  $XYZ$ -System, welches um den Winkel  $\Theta_M$  gegen die Filmebene ausgelenkt ist. Die Situation für einen Film der Dicke  $d$  ist in Abb. 5.1 gezeigt. Der Winkel  $\Theta_M$  beschreibt gleichzeitig die Richtung der



**Abbildung 5.1.** – Geometrie und Koordinatensysteme bezüglich des magnetischen Films und der Magnetisierung.

Sättigungsmagnetisierung parallel zur  $Z$ -Achse. Das statische äußere Magnetfeld  $\mathbf{H}_0$  trifft unter dem Winkel  $\Theta_H$  auf den Film. Dementsprechend wird sich  $\Theta_M$  einstellen. Es ist geeigneter das  $XYZ$ -System zur Beschreibung der Magnetisierungsdynamik zu

verwenden. Als Anregung des magnetischen Systems berücksichtigen wir das Radio-Frequenz-Feld  $h_{\text{rf}}$ , das in die  $x = X$ -Richtung zeigt. Dabei ist  $h_{\text{rf}} \ll H_0$ .

Um die Bewegungsgleichung für die Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$ ,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  zu erhalten, wird zunächst die Energie des Systems definiert. Die entsprechende Herleitung ist ausführlich in [101] beschrieben, sodass wir nur die wichtigsten Ergebnisse angeben und für Details auf die Literatur verweisen.

Wir betrachten den Film als dünn genug, dass man die Mittelung

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_{\parallel}, t) = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} dy \mathbf{M}(\mathbf{r}, t), \quad (5.1)$$

über die Filmdicke in  $y$ -Richtung ausführen kann. Dabei liegt  $\mathbf{r}_{\parallel} = (x, 0, z)$  in der Filmebene. Damit wird die räumliche Variation der Magnetisierung entlang der Filmdicke  $d$  vernachlässigt.

Die Komponenten der Magnetisierung zeigen in die Richtungen des XYZ-Systems und können als [37]

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}_{\parallel}, t) = M_X(\mathbf{r}_{\parallel}) \mathbf{e}_X + M_Y(\mathbf{r}_{\parallel}) \mathbf{e}_Y + \left( M_S - \frac{M_X^2(\mathbf{r}_{\parallel}) + M_Y^2(\mathbf{r}_{\parallel})}{2 M_S} \right) \mathbf{e}_Z. \quad (5.2)$$

geschrieben werden. Typischerweise sind in der FMR die transversalen Komponenten  $M_{X,Y}$  viel kleiner als die Sättigungsmagnetisierung  $M_S$ . Es sei außerdem angemerkt, dass Terme, die in der Energie quadratisch in  $M_{X,Y}$  sind, zu linearen Termen in der Bewegungsgleichung führen. Die Gesamtenergie des Systems kann nun über die gemittelte Magnetisierung aus Gl. (5.1) ausgedrückt werden und lautet

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_Z + \mathcal{H}_{\text{aus}} + \mathcal{H}_{\text{an}} + \mathcal{H}_d. \quad (5.3)$$

Die verschiedenen Beiträge sind die Zeeman-Energie

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_Z = & - \int d^3r H_0 \sin(\Theta_H - \Theta_M) M_Y(\mathbf{r}_{\parallel}) \\ & - \int d^3r H_0 \cos(\Theta_H - \Theta_M) \left( M_S - \frac{M_X(\mathbf{r}_{\parallel})^2 + M_Y(\mathbf{r}_{\parallel})^2}{2 M_S} \right), \end{aligned} \quad (5.4)$$

die Austauschenergie

$$\mathcal{H}_{\text{aus}} = \frac{D}{2M_S} \int d^3r \left[ \nabla M_X(\mathbf{r}_{\parallel}) \right]^2 + \left[ \nabla M_Y(\mathbf{r}_{\parallel}) \right]^2, \quad (5.5)$$

die Anisotropieenergie

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{an}} = & \frac{H_S M_S V}{2} \sin^2(\Theta_M) + \frac{H_S}{2} \sin(2\Theta_M) \int d^3r M_Y(\mathbf{r}_{\parallel}) \\ & + \frac{H_S}{2 M_S} \left( \cos(2\Theta_M) \int d^3r M_Y(\mathbf{r}_{\parallel})^2 - \sin^2(\Theta_M) \int d^3r M_X(\mathbf{r}_{\parallel})^2 \right), \end{aligned} \quad (5.6)$$

und die auf den Dipol–Dipol–Wechselwirkungen beruhende magnetostatische Energie

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_d = & 2\pi M_S^2 V \sin^2(\Theta_M) + \pi \int d^3r \left\{ 2M_S \sin(2\Theta_M) M_Y(\mathbf{r}_{\parallel}) \right. \\ & + \left( \frac{dk_z^2}{k_{\parallel}} \sin^2(\Theta_M) - (dk_{\parallel} - 2) \cos^2(\Theta_M) - 2 \sin^2(\Theta_M) \right) M_Y(\mathbf{r}_{\parallel})^2 \\ & \left. + \left( \frac{dk_x^2}{k_{\parallel}} - 2 \sin^2(\Theta_M) \right) M_X(\mathbf{r}_{\parallel})^2 - \frac{2dk_x k_z}{k_{\parallel}} \sin(\Theta_M) M_X(\mathbf{r}_{\parallel}) M_Y(\mathbf{r}_{\parallel}) \right\}. \end{aligned} \quad (5.7)$$

In diesen Ausdrücken ist  $V = l_x l_z d$  das Volumen des Films,  $D$  bezeichnet die Austauschsteifigkeit und  $H_S \propto d^{-1}$  repräsentiert das Feld der uniaxialen Anisotropie senkrecht zur Filmoberfläche. Wenn  $H_S < 0$ , so steht die leichte Achse senkrecht auf der Filmoberfläche. In der Gesamtenergie wurde die Anisotropie in der Filmebene nicht berücksichtigt. Diese Annahme ist passend für polykristalline Proben [146]. Für monokristalline Proben hängt die Stärke dieser in–plane–Anisotropie von der Kopplung des magnetischen Films an das Substrat ab. Deshalb muss in diesem Fall überprüft werden, ob eine Vernachlässigung der in–plane–Anisotropie vernünftig ist. Hier wollen wir uns auf den polykristallinen Fall beschränken.

Wir haben den Wellenvektor  $\mathbf{k}_{\parallel} = k_x \mathbf{e}_x + k_z \mathbf{e}_z$  parallel zur Filmebene eingeführt, wobei  $k_{\parallel} = |\mathbf{k}_{\parallel}|$ . Die Gln (5.3)–(5.7) beziehen sich auf den Grenzfall des dünnen Films mit  $k_{\parallel} d \ll 1$ . Für den Ausdruck für  $\mathcal{H}_d$  in Gl. (5.7) definiert man ein skalares magnetisches Potential und löst das zugehörige Randwertproblem innerhalb und außerhalb des Films [54]. Als Ergebnis [101] erhält man den Ausdruck in Gl. (5.7).

Im Allgemeinen wird sich die Magnetisierung nicht parallel zum externen Magnetfeld ausrichten, das unter dem Winkel  $\Theta_H$  einfällt, d. h.  $\Theta_M \neq \Theta_H$ . Der Winkel  $\Theta_M$  kann aus der Gleichgewichtsenergie  $\mathcal{H}_{\text{eq}} = \mathcal{H}(M_X = 0, M_Y = 0)$  hergeleitet werden. Definiert man die Dichte der Freien Energie als  $f_{\text{eq}}(\Theta_M) = \mathcal{H}_{\text{eq}}/V$  entsprechend den Gln. (5.3)–(5.7), so findet man die Bedingung

$$\sin(\Theta_H - \Theta_M) = \frac{4\pi M_S + H_S}{2H_0} \sin(2\Theta_M) \quad (5.8)$$

durch das Minimieren von  $f_{\text{eq}}$  bezüglich  $\Theta_M$ . Wir weisen darauf hin, dass sich Terme linear in  $M_Y$  in den Gln. (5.3)–(5.7) gegenseitig aufheben, wenn Gl. (5.8) angewendet wird [101]. Die Energiebeiträge in Gl. (5.3) und die geometrischen Aspekte bestimmen die dynamische Gleichung für die Magnetisierung. Wir schlagen die folgende verallgemeinerte Bewegungsgleichung vor

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M}(\mathbf{r}_{\parallel}, t) = & \iint d\mathbf{r}'_{\parallel} dt' \Gamma(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}'_{\parallel}; t - t') \left\{ \gamma [\mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}'_{\parallel}, t') \times \mathbf{M}(\mathbf{r}'_{\parallel}, t')] \right. \\ & \left. + \alpha \left[ \mathbf{M}(\mathbf{r}'_{\parallel}, t') \times \frac{\partial}{\partial t'} \mathbf{M}(\mathbf{r}'_{\parallel}, t') \right] - \frac{1}{T_2} \mathbf{M}_{\perp}(\mathbf{r}'_{\parallel}, t') \right\}, \end{aligned} \quad (5.9)$$

wobei  $\gamma = g\mu_B/\hbar$  der Betrag des gyromagnetischen Verhältnisses ist,  $T_2$  die transversale Relaxationszeit der Komponenten  $\mathbf{M}_{\perp} = M_X \mathbf{e}_X + M_Y \mathbf{e}_Y$  bezeichnet und  $\alpha$



die Gilbert–Dämpfung beschreibt. Das effektive magnetische Feld<sup>1</sup> ergibt sich aus der Gesamtenergie nach  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\delta\mathcal{H}/\delta\mathbf{M} + \mathbf{h}_{\text{rf}}$ . Hier wurde das Feld  $\mathbf{h}_{\text{rf}}(t)$ , welches das System aus dem Gleichgewicht treibt, hinzu addiert.

Ein ähnlicher Vorschlag für die Bewegungsgleichung (5.9) wurde in [143] für die Auswertung von FMR–Experimenten angewendet. Die Autoren haben in dieser Arbeit von einer Überlagerung der Landau–Lifshitz–Gleichung mit einem Bloch–artigen Relaxationsterm Gebrauch gemacht. Wir haben in Gl. (5.9) den Teil, welcher die Spinlänge erhält, in der Gilbert–Form gewählt und den nicht–erhaltenden Bloch–Term in derselben Weise hinzugefügt. Diese Kombination wurde ebenfalls in [87] vorgeschlagen. Da die Projektion der Magnetisierung auf die Z–Achse nicht von  $T_2$  beeinflusst wird, charakterisiert diese Relaxationszeit den Energietransfer in die transversalen Komponenten der Magnetisierung. Dieser Dämpfungstyp sollte der Spin–Spin–Relaxation (Magnon–Magnon–Streuung) Rechnung tragen [37, 73].

In unserem Ansatz führen wir mittels  $\Gamma(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}'_{\parallel}, t - t')$  zusätzlich noch räumlich–zeitliche Retardierung als mögliche Quelle magnetischer Dämpfung ein. Das Einbeziehen dieser Retardierungsfunktion spiegelt die Annahme wider, dass die Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r}_{\parallel}, t_2)$  abhängig vom vorherigen Wert  $\mathbf{M}(\mathbf{r}_{\parallel}, t_1)$  ist, vorausgesetzt  $t_2 - t_1 < \tau_{\text{ret}}$ . Dabei definiert  $\tau_{\text{ret}}$  die Skala, auf welcher die zeitliche Rückkopplung relevant ist. Genauso kontrolliert die räumliche Retardierung die Magnetisierungsdynamik signifikant auf einer charakteristischen Länge  $\xi$ , der Retardierungslänge. Nachfolgend nehmen wir an, dass die Retardierungslänge nur in  $z$ –Richtung merklich von Null verschieden ist, siehe Abb. 5.1. Wie dort dargestellt, wirkt sich  $\mathbf{M}(x, z_2, t)$  auf  $\mathbf{M}(x, z_1, t)$  aus, während  $\mathbf{M}(x, z_3, t)$  vernachlässigbaren Einfluss auf  $\mathbf{M}(x, z_1, t)$  ausübt, da  $|z_3 - z_1| > \xi$ . Deshalb verwenden wir die folgende Kombination von lokalen und nichtlokalen Anteilen als Retardierungsfunktion

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}'_{\parallel}; t - t') = & \Gamma_0 \delta(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{r}'_{\parallel}) \delta(t - t') \\ & + \frac{\Gamma_0}{4\xi\tau_{\text{ret}}} \delta(x - x') \exp\left[\frac{-|z - z'|}{\xi}\right] \exp\left[\frac{-(t - t')}{\tau_{\text{ret}}}\right], \quad t > t'. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Die Intensität der räumlich–zeitlichen Rückkopplung wird durch die dimensionslose Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  gesteuert. Wir haben die Form in Gl. (5.10) so gewählt, dass die Fourier–Transformierte  $\Gamma(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) \rightarrow \Gamma_0$ , wenn  $\xi \rightarrow 0$  und  $\tau_{\text{ret}} \rightarrow 0$ , und sich im Fall  $\Gamma_0 = 1$  die übliche Bewegungsgleichung ergibt. Weiter ist  $\int d\mathbf{r}_{\parallel} dt \Gamma(\mathbf{r}_{\parallel}, t) = \Gamma_0 < \infty$ , d. h. das Integral bleibt endlich.

### 5.3. Suszeptibilität und FMR–Linienbreite

Wenn das Hochfrequenzfeld, ebenso über die Filmdicke gemittelt, in X–Richtung appliziert wird, d. h.  $\mathbf{h}_{\text{rf}}(\mathbf{r}_{\parallel}, t) = h_X(\mathbf{r}_{\parallel}, t) \mathbf{e}_X$ , kann die Fourier–Transformierte von

<sup>1</sup> Aufgrund des starken experimentellen Bezugs der Ergebnisse dieses Kapitels verwenden wir zur Analyse das Magnetfeld  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  in der cgs–Einheit und nicht wie in den vorherigen Kapiteln das magnetische Feld  $\mathbf{B}_{\text{eff}} = \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}$  in der SI–Einheit.

Gl. (5.9) als

$$\begin{aligned} \left[ \frac{i\omega}{\gamma \Gamma(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega)} + \frac{1}{\gamma T_2} + H_{21}(\mathbf{k}_{\parallel}) \right] M_X(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) &= - \left[ H_1(\mathbf{k}_{\parallel}) + \frac{i\alpha\omega}{\gamma} \right] M_Y(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega), \\ \left[ \frac{i\omega}{\gamma \Gamma(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega)} + \frac{1}{\gamma T_2} + H_{12}(\mathbf{k}_{\parallel}) \right] M_Y(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) &= - M_S h_X(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) \\ &\quad + \left[ H_2(\mathbf{k}_{\parallel}) + \frac{i\alpha\omega}{\gamma} \right] M_X(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) \end{aligned} \quad (5.11)$$

geschrieben werden. Das effektive magnetische Feld lässt sich mittels

$$\begin{aligned} H_1(\mathbf{k}_{\parallel}) &= H_0 \cos(\Theta_H - \Theta_M) + (4\pi M_S + H_S) \cos(2\Theta_M) \\ &\quad + 2\pi d k_{\parallel} M_S \left( \frac{k_z^2}{k_{\parallel}^2} \sin^2(\Theta_M) - \cos^2(\Theta_M) \right) + D k_{\parallel}^2 \\ H_2(\mathbf{k}_{\parallel}) &= H_0 \cos(\Theta_H - \Theta_M) - (4\pi M_S + H_S) \sin^2(\Theta_M) \\ &\quad + 2\pi d M_S \frac{k_x^2}{k_{\parallel}} + D k_{\parallel}^2, \end{aligned} \quad (5.12)$$

und

$$H_{12}(\mathbf{k}_{\parallel}) = 2\pi d M_S \frac{k_x k_z}{k_{\parallel}} \sin(\Theta_M) = -H_{21}(\mathbf{k}_{\parallel}) \quad (5.13)$$

ausdrücken. Die Fourier-Transformierte der Retardierungsfunktion ist

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) &= \frac{\Gamma_0 (1 + i\omega\tau_{\text{ret}}) + \Gamma_1}{2(1 + i\omega\tau_{\text{ret}})} \stackrel{(\omega^2\tau_{\text{ret}}^2 \ll 1)}{\approx} \frac{\Gamma_0 + \Gamma_1}{2} - \frac{i}{2} \Gamma_1 \omega\tau_{\text{ret}}, \\ \Gamma_1 &= \frac{\Gamma_0}{1 + \beta^2}, \quad \beta = \xi k_z, \end{aligned} \quad (5.14)$$

wobei der Faktor  $1/2$  von der Bedingung  $t > t'$  in der Fourier-Transformation von der Zeit- zur Frequenzdomäne herrührt. In Gl. (5.14) haben wir Terme mit  $\omega^2\tau_{\text{ret}}^2 \ll 1$  vernachlässigt. Wie später deutlich wird, liegt die Retardierungszeit in der Größenordnung  $\tau_{\text{ret}} \sim 10$  fs. Damit ist diese Bedingung erfüllt. Da die Frequenzen in FMR-Experimenten von der Größenordnung  $1 - 100$  GHz sind, findet man  $\omega^2\tau_{\text{ret}}^2 \sim 10^{-10} - 10^{-6}$ . Der Retardierungsparameter  $\beta = \xi k_z$  aus Gl. (5.14) wird nachfolgend für die Analyse der Linienbreite des Resonanzsignals herangezogen. Mit Hinblick auf den Nenner in  $\Gamma_1$  kann  $\beta$  entscheidenden Einfluss auf die Dämpfung der Spinwellen entwickeln, wenn diese Größe nicht mehr gegen 1 vernachlässigbar ist. Wie von den 2-Magnonen-Prozessen bekannt ist, können Spinwellen-Moden mit  $k_{\parallel} \sim 10^5 \text{ cm}^{-1}$  aus der uniformen Mode entstehen. Als Abschätzung für die Retardierungslänge  $\xi$  verwenden wir die Größe von Inhomogenitäten und den Abstand von Defekten auf der Filmoberfläche. Beide Längenskalen können sich innerhalb von  $10 - 1000$  nm bewegen [152, 153]. Damit ist  $\beta \geq 1$  möglich.

Es sei darauf hingewiesen, dass im Fall  $\beta = 0$ ,  $\tau_{\text{ret}} = 0$ ,  $\Gamma_0 = 1$  und unter der Vernachlässigung der Gilbert-Dämpfung, d. h.  $\alpha = 0$ , die Spinwellen-Dispersionsrelation

durch  $\gamma\sqrt{H_1(\mathbf{k}_{\parallel})H_2(\mathbf{k}_{\parallel}) - H_{12}^2(\mathbf{k}_{\parallel})}$  gegeben ist. Dieser Ausdruck stimmt mit denen in [97] und [101] überein.

Als nächstes definieren wir die dynamische Suszeptibilität  $\chi$  des magnetischen Systems als

$$M_{\alpha}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) = \sum_{\beta} \chi_{\alpha\beta}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) h_{\beta}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega), \quad \{\alpha, \beta\} = \{X, Y\}, \quad (5.15)$$

wobei  $h_{\beta}$  die Rolle einer kleinen Störung spielt und  $\chi_{\alpha\beta}$  die Antwort des Systems wiedergibt. Die Suszeptibilität hängt von der Richtung des Wellenvektors ab.

Da das Hochfrequenzfeld entlang  $\mathbf{e}_X$  eingestrahlt wird, ist es ausreichend sich in der folgenden Diskussion auf das Element  $\chi_{XX}$  des Suszeptibilitätstensors zu beziehen. Mit Gl. (5.11) finden wir schließlich

$$\chi_{XX}(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) = \frac{M_S \left[ H_1(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) + \frac{i\alpha\omega}{\gamma} \right]}{\left[ H_1(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) + \frac{i\alpha\omega}{\gamma} \right] \left[ H_2(\mathbf{k}_{\parallel}, \omega) + \frac{i\alpha\omega}{\gamma} \right] + \left[ \frac{i\omega}{\gamma\Gamma(\beta, \omega)} + \frac{1}{\gamma T_2} \right]^2} \quad (5.16)$$

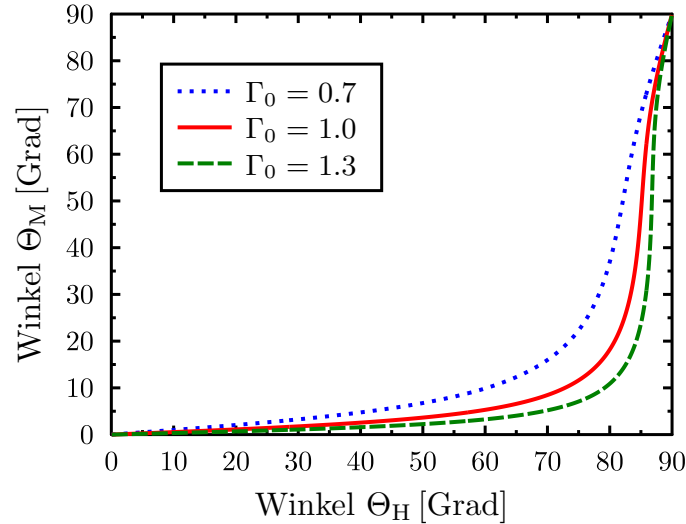
Da im Resonanzfall die uniforme Mode angeregt wird, setzen wir in den Gln. (5.12)–(5.13)  $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$ . Betrachtet man die Resonanzbedingung, so kann  $\beta = \xi k_z = 0$  angenommen werden. Aus den oben erwähnten Gründen verwenden wir jedoch  $\beta = \xi k_z \neq 0$  bei der Untersuchung der Linienbreite als Maß für die magnetische Dämpfung. Physikalisch bedeutet dies, dass Spinwellen mit von Null verschiedenen Wellenvektoren genau beim Eintreten der Resonanz noch nicht angeregt sind. Diese entstehen erst während des Relaxationsprozesses. Um die Resonanzbedingung aus Gl. (5.16) zu finden scheint es sinnvoll, die Terme, welche die Retardierungszeit  $\tau_{\text{ret}}$  beinhalten, zu vernachlässigen. Diese würden höhere Korrekturen geben. In der gleichen Weise sind alle Beiträge, die von der Dämpfung – charakterisiert durch  $\alpha$  und  $T_2$  – stammen, vernachlässigbar. Das wollen wir quantitativ abschätzen. Die Felder  $H_1$ ,  $H_2$  und  $\omega/\gamma$  sollten sich in der selben Größenordnung bewegen. Andererseits findet man, dass  $\alpha \sim 10^{-3}$ – $10^{-2}$ ,  $\omega T_2 \sim 10^{-2}$  und  $\omega\tau_{\text{ret}} \sim 10^{-4}$ . Unter diesen Näherungen lautet die Resonanzbedingung

$$\left( \frac{\omega_r}{\gamma} \right)^2 = \Gamma_0^2 H_1(\mathbf{k}_{\parallel} = 0) H_2(\mathbf{k}_{\parallel} = 0). \quad (5.17)$$

Dieses Resultat ist wohlbekannt für den Fall ohne Retardierung, welcher in unserem Modell  $\Gamma_0 = 1$  entspricht. Obwohl die Retardierungszeit  $\tau_{\text{ret}}$  und die Retardierungslänge  $\xi$  nicht in der Resonanzbedingung auftauchen, beeinflusst die Stärke der Retardierung  $\Gamma_0$  diese dennoch.

Zunächst diskutieren wir mögliche Konsequenzen bezüglich experimenteller Realisierungen. In diesem Zusammenhang stellen wir die Resonanzbedingung nach dem Resonanzfeld  $H_r = H_0(\omega = \omega_r)$  um. Das Ergebnis lautet

$$H_r = \frac{1}{2 \cos(\Theta_H - \Theta_M)} \left\{ \sqrt{(4\pi M_S + H_S)^2 \cos^4(\Theta_M) + \left( \frac{1}{\Gamma_0} \frac{2\omega_r}{\gamma} \right)^2} - (4\pi M_S + H_S)(1 - 3 \sin^2(\Theta_M)) \right\}, \quad (5.18)$$

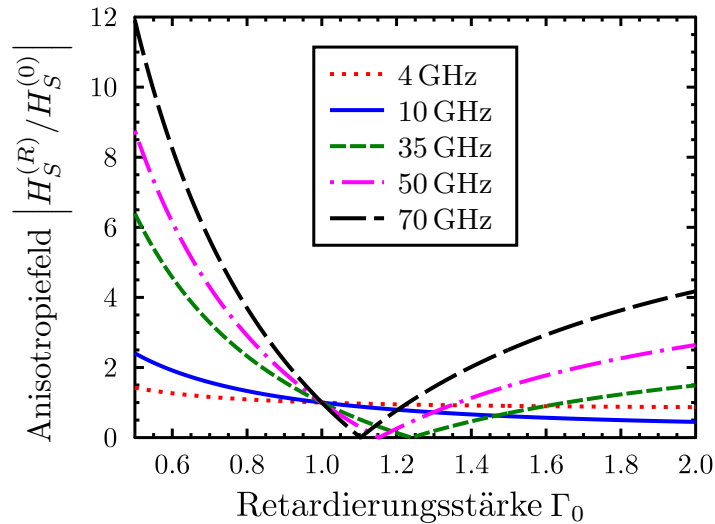


**Abbildung 5.2.** – Abhängigkeit des Magnetisierungswinkels  $\Theta_M$  vom Winkel  $\Theta_H$ , unter dem das externe Feld auf den Film trifft, mit  $\omega_r/(2\pi) = 10$  GHz. Parameterwerte aus [146]:  $4\pi M_S = 16980$  G,  $H_S = -3400$  G,  $\gamma = 0.019$  GHz/G.

und ist genauso arrangiert wie in [146]. Der Unterschied ist das Auftreten des Parameters  $\Gamma_0$  im Nenner. In [146] wurde das gyromagnetische Verhältnis  $\gamma$  und die Summe  $(4\pi M_S + H_S)$  aus  $\Theta_H$ -abhängigen Messungen und einer Anpassung der Daten mittels Gl. (5.18) erhalten, mit  $\Gamma_0 = 1$  und unter der Einbeziehung von Gl. (5.8). Ist die Sättigungsmagnetisierung bekannt, bekommt man das uniaxiale Anisotropiefeld [146]. Demzufolge würden sich sowohl die Winkelabhängigkeit  $\Theta_M(\Theta_H)$  als auch die Anpassungsparameter der Messkurve für  $\Gamma_0 \neq 1$  ändern.

In Abb. 5.2 ist  $\Theta_M(\Theta_H)$  für verschiedene Werte von  $\Gamma_0$  und einer festen Resonanzfrequenz dargestellt. Ist  $\Gamma_0 < 1$ , so wird die Kurve zu größeren  $\Theta_M$  und für  $\Gamma_0 > 1$  zu kleineren Magnetisierungswinkeln verschoben. Um Abb. 5.2 zu erstellen, haben wir quantitative Resultate aus [146] verwendet. Diese Autoren haben für Co-Filme auf GaAs die Parameter  $4\pi M_S = 16980$  G,  $H_S = -3400$  G und  $\gamma = 0.019$  GHz/G bestimmt.

Als nächstes Beispiel betrachten wir den Einfluss von  $H_S$  und meinen mit  $H_S^{(0)} = -3400$  G das Anisotropiefeld für  $\Gamma_0 = 1$  und mit  $H_S^{(R)}$  das Anisotropiefeld für  $\Gamma_0 \neq 1$ . Der Betrag des Verhältnisses  $|H_S^{(R)}/H_S^{(0)}|$ , hergeleitet mittels  $H_r(H_S^{(0)}, \Gamma_0 = 1) = H_r(H_S^{(R)}, \Gamma_0 \neq 1)$ , ist in Abb. 5.3 für verschiedene Frequenzen gezeigt. In dieser Abbildung bleiben alle anderen Größen unveränderbar. Der Effekt einer variierenden Retardierungsstärke auf das Anisotropiefeld ist erkennbar. Der Anstieg der Kurve wechselt von negativ zu positiv. Dies zeigt an, dass das Anisotropiefeld  $H_S^{(R)}$  sogar das Vorzeichen ändern kann. Daraus lässt sich schlussfolgern, dass die Richtungen von leichter und schwerer Achse der Magnetisierung vertauscht werden. Für die Frequenzen 4 GHz und 10 GHz und die gewählten Werte für  $\Gamma_0$  wird dieses Ergebnis nicht beobachtet. Darüber hinaus treten die Effekte für höhere Frequenzen stärker in Erscheinung. In Abb. 5.3 betrachten wir nur eine mögliche Änderung des Anisotropiefeldes. Andere Parameter wie das experimentell bestimmbare gyromagnetische



**Abbildung 5.3.** – Effekt der Retardierungsstärke auf das Feld der uniaxialen Anisotropie für verschiedene Frequenzen und  $\Theta_M = \pi/3$ .  $4\pi M_S = 16980$  G,  $H_S = -3400$  G,  $\gamma = 0.019$  GHz/G, siehe [146].

Verhältnis, waren hier fest vorgegeben.

Wir merken an, dass das Anisotropiefeld normalerweise ein statischer Parameter ist. Die Ursache dafür, dass der Wert der Retardierungsstärke Einfluss darauf hat, liegt an der Resonanzbedingung in Gl. (5.17). Unsere Studie der Anisotropie deutet an, dass unterschiedliche Proben durch individuelle Retardierungsstärken charakterisiert werden könnten. Daraus würden die Abweichungen in der Anisotropie resultieren.

Außerdem beziehen sich unsere Betrachtungen auf eine dynamische Methode der Bestimmung des Anisotropiefeldes. Die anhand von statischen und dynamischen Methoden ermittelten Werte für die Anisotropie können sich jedoch unterscheiden. In diesem Zusammenhang wurde in [154] gefunden, dass dynamische Messungen, verglichen mit statischen Methoden, weitaus größere Werte liefern. Unsere theoretischen Resultate können mit diesen Messungen in Verbindung gebracht werden, wobei der zusätzliche Beitrag zur Anisotropie über die Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  erklärt wird.

Wir fahren mit der Analyse der Suszeptibilität aus Gl. (5.16) fort. Da die folgende Diskussion auf die Energiedissipation im Film bezogen ist, benötigt man den Imaginärteil der Suszeptibilität  $\chi''_{XX}$ . Das Resonanzsignal kann durch eine Lorentz-Kurve beschrieben werden. Deshalb bringen wir  $\chi''_{XX}$  in die Form  $A_0/(1+u^2)$ , wobei  $A_0$  der Betrag der Amplitude und  $u$  ein kleiner sich um Null bewegender Parameter ist. Die Abbildung auf eine Lorentz-Kurve ist unter bestimmten Annahmen möglich. Zunächst führen wir  $\delta H = H_0 - H_r$  ein, wobei  $H_r$  das statische externe Feld ist, bei dem es zur Resonanz kommt. Die Größe  $\delta H$  ist klein in der Nähe der Resonanz. Folglich werden die Felder in Gl. (5.12) durch  $H_{1,2} \rightarrow H_{1,2}^{(r)} + \delta H \cos(\Theta_H - \Theta_M)$  ersetzt. Außerdem berücksichtigen wir nur Terme der Ordnung  $\sqrt{\epsilon\lambda}$  im Endergebnis für die Linienbreite. Hierbei ist  $\{\epsilon, \lambda\} \propto \{\omega/\gamma[\alpha + \omega\tau_{\text{ret}}] + 1/(\gamma T_2)\}$ . Schließlich findet man nach längerer Rechnung mit  $\delta H/H_{1,2}^{(r)} \ll 1$  und unter Beachtung der Resonanzbedin-

gung in Gl. (5.17) den Ausdruck

$$\chi''_{XX}(\omega) = \frac{A_0}{1 + \left[\frac{H_0 - H_r}{\Delta^{(\text{ges})}}\right]^2}, \quad A_0 = \frac{M_S}{(1 + \kappa) \cos(\Theta_H - \Theta_M) \Delta^{(\text{ges})}}, \quad \kappa = \frac{H_2^{(r)}}{H_1^{(r)}}. \quad (5.19)$$

Hier haben wir die gesamte HWHM (half-width at half-maximum)  $\Delta^{(\text{ges})}$  eingeführt, welche in die Form

$$\Delta^{(\text{ges})} = \frac{1}{\cos(\Theta_H - \Theta_M)} \sqrt{(\Delta^{(\text{G})})^2 + (\Delta^{(\text{B})})^2 + (\Delta^{(\text{GB})})^2 + (\Delta^{(\text{R})})^2} \quad (5.20)$$

gebracht werden kann. Die gesamte HWHM ist eine Überlagerung des Gilbert-Beitrags  $\Delta^{(\text{G})}$ , des Bloch-Beitrags  $\Delta^{(\text{B})}$ , eines kombinierten Gilbert-Bloch-Beitrags  $\Delta^{(\text{GB})}$  und eines Beitrags  $\Delta^{(\text{R})}$ , der auf die Retardierung zurückzuführen ist. Der Anteil  $\Delta^{(\text{GB})}$  resultiert aus der Kombination von Gilbert- und Bloch-Dämpfung in der Bewegungsgleichung. Explizit lauten die Ausdrücke

$$\Delta^{(\text{G})} = \frac{\omega}{\gamma} \sqrt{\alpha \left[ \alpha - \frac{16\sqrt{\kappa}}{(1 + \kappa)} \frac{\Gamma_0 \Gamma_1 \omega \tau_{\text{ret}}}{(\Gamma_0 + \Gamma_1)^3} \right]}, \quad (5.21a)$$

$$\Delta^{(\text{B})} = \frac{4\Gamma_0}{(\Gamma_0 + \Gamma_1)} \frac{\sqrt{\kappa}}{(1 + \kappa)} \sqrt{\frac{1}{(\gamma T_2)^2} - \frac{4\Gamma_1}{(\Gamma_0 + \Gamma_1)^2} \frac{\omega \omega \tau_{\text{ret}}}{\gamma \gamma T_2}}, \quad (5.21b)$$

$$\Delta^{(\text{GB})} = \sqrt{\frac{8\Gamma_0}{(\Gamma_0 + \Gamma_1)} \frac{\sqrt{\kappa}}{(1 + \kappa)} \frac{\alpha \omega}{\gamma^2 T_2}}, \quad (5.21c)$$

$$\Delta^{(\text{R})} = \frac{8\sqrt{\kappa}}{(1 + \kappa)} \frac{\omega \Gamma_0 \Gamma_1 \omega \tau_{\text{ret}}}{\gamma (\Gamma_0 + \Gamma_1)^3}. \quad (5.21d)$$

Der Parameter  $\Gamma_1$  ist in Gl. (5.14) definiert. Wenn die Ausdrücke unter den Wurzeln in den Gln. (5.21a) and (5.21b) negativ werden, betrachten wir den zugehörigen Mechanismus als inaktiv. Dann trägt dieser nicht weiter zur Gesamtliniensbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$  bei. Typischerweise werden FMR-Experimente anhand der Peak-zu-Peak-Liniensbreite der Ableitung  $d\chi''_{XX}/dH_0$  ausgewertet. Wir bezeichnen diese mit  $\Delta H^{(\eta)}$ . Man erhält

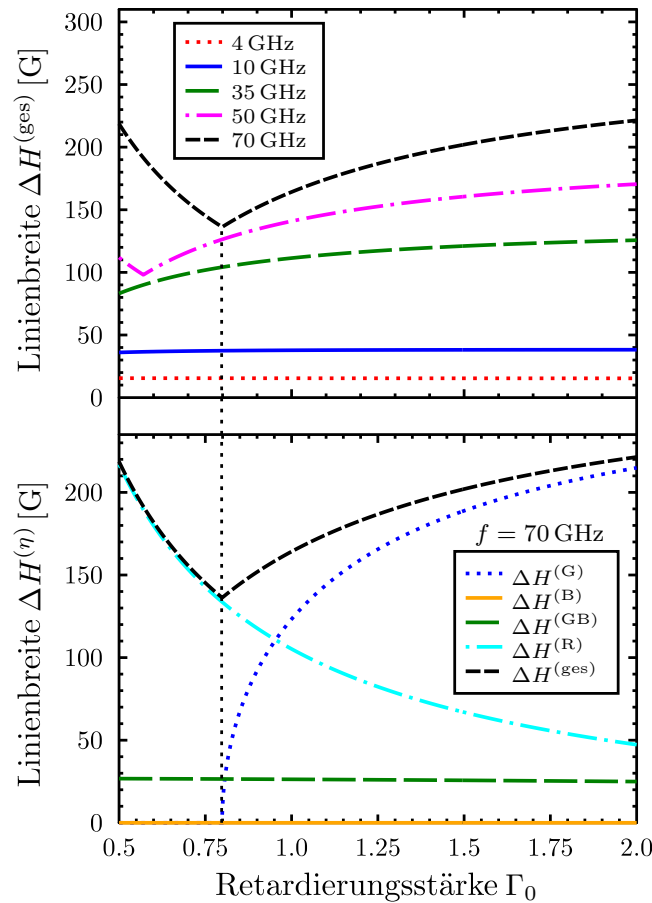
$$\Delta H^{(\eta)} = \frac{2}{\sqrt{3}} \Delta^{(\eta)}, \quad (5.22)$$

wobei der Index  $\eta$  für G (Gilbert-Beitrag), B (Bloch-Beitrag), GB (kombinierter Gilbert-Bloch-Beitrag), R (Retardierungsbeitrag) oder ges (Gesamtliniensbreite) steht. Die Gln. (5.20) und (5.21a)–(5.21d) zeigen eine nichtlineare Frequenzabhängigkeit, welche im kommenden Abschnitt genauer untersucht wird.

## 5.4. Diskussion der Ergebnisse

### Abhängigkeit der Linienbreite von den Retardierungsparametern

Wie in den Gln. (5.20)–(5.22) angedeutet, besteht  $\Delta H^{(\text{ges})}$  aus einer Summe von separierbaren Beiträgen. Das Verhalten der  $\Delta H^{(\eta)}$  ist in den Abbn. 5.4–5.6 als Funktion der Retardierungsparameter, der Stärke  $\Gamma_0$ , der dimensionslosen Länge  $\beta$  und der Zeitskala  $\tau_{\text{ret}}$ , gezeigt. In allen Abbildungen wird die Frequenz  $f = \omega/(2\pi)$  verwendet. Die Abhängigkeit von der Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  ist in Abb. 5.4 dargestellt.

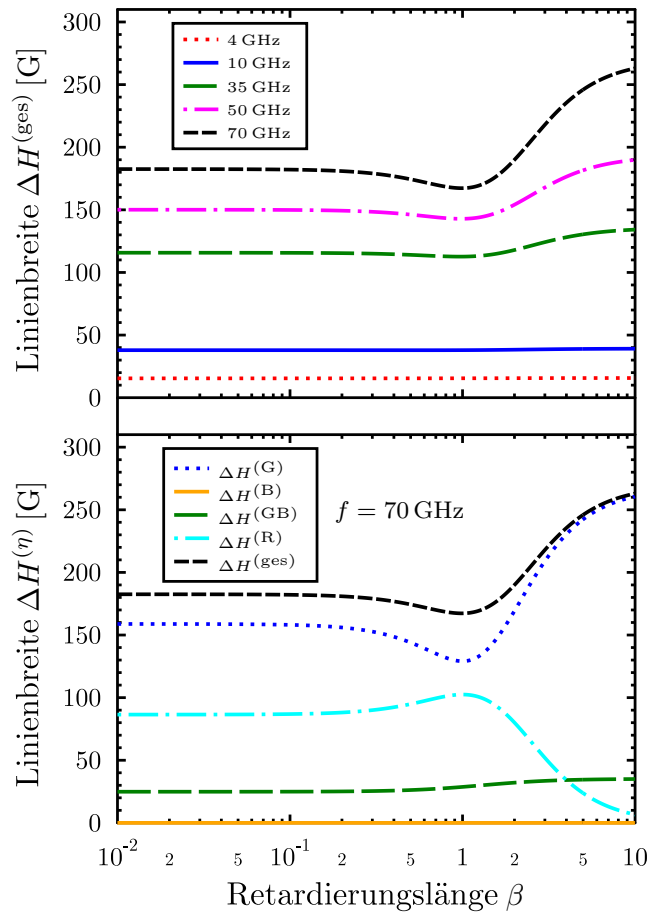


**Abbildung 5.4.** – Einfluss der Retardierungsstärke  $\Gamma_0$  auf die Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$ . Für  $f = 70$  GHz ist  $\Delta H^{(\text{B})} = 0$ . Die Parameterwerte sind  $\Theta_{\text{H}} = \Theta_{\text{M}} = 0$ ,  $\beta = 0,5$ ,  $\alpha = 0,01$ ,  $T_2 = 5 \times 10^{-8}$  s,  $\tau_{\text{ret}} = 1,7 \times 10^{-14}$  s. Werte aus [146]:  $4\pi M_{\text{S}} = 16980$  G,  $H_{\text{S}} = -3400$  G,  $\gamma = 0,019$  GHz/G.

Wie schon in den Abbn. 5.2 und 5.3 beobachtet, kann eine kleine Änderung von  $\Gamma_0$  zu bemerkenswerten Effekten führen. Deshalb variieren wir diesen Parameter in dem Bereich  $0,5 \leq \Gamma_0 \leq 2$ . Die Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$  als Funktion von  $\Gamma_0$  bleibt für  $f = 4$  GHz und  $f = 10$  GHz nahezu konstant, wohingegen für  $f = 35$  GHz ein monotonen Anwachsen gefunden wird. Lässt man die Frequenz weiter ansteigen, beobachtet

man einen Knick in den Kurven für  $f = 50$  GHz und  $70$  GHz. Die anschließende Zunahme hat ihre Ursache im Gilbert-Anteil. In der Region negativen Anstiegs setzen wir  $\Delta H^{(G)}(\Gamma_0) = 0$ , während  $\Delta H^{(G)}(\Gamma_0) > 0$  in dem Gebiet mit positivem Anstieg ist. Hier wächst  $\Delta H^{(G)}(\Gamma_0)$  auf  $2\alpha\omega/(\sqrt{3}\gamma)$  an, wenn  $\Gamma_0 \rightarrow \infty$ . Der andere wichtige Beitrag  $\Delta H^{(R)}$  zeigt dagegen einen monotonen Abfall für größer werdende  $\Gamma_0$ . Das Verhalten ist in Abb. 5.4 für  $f = 70$  GHz abgebildet.

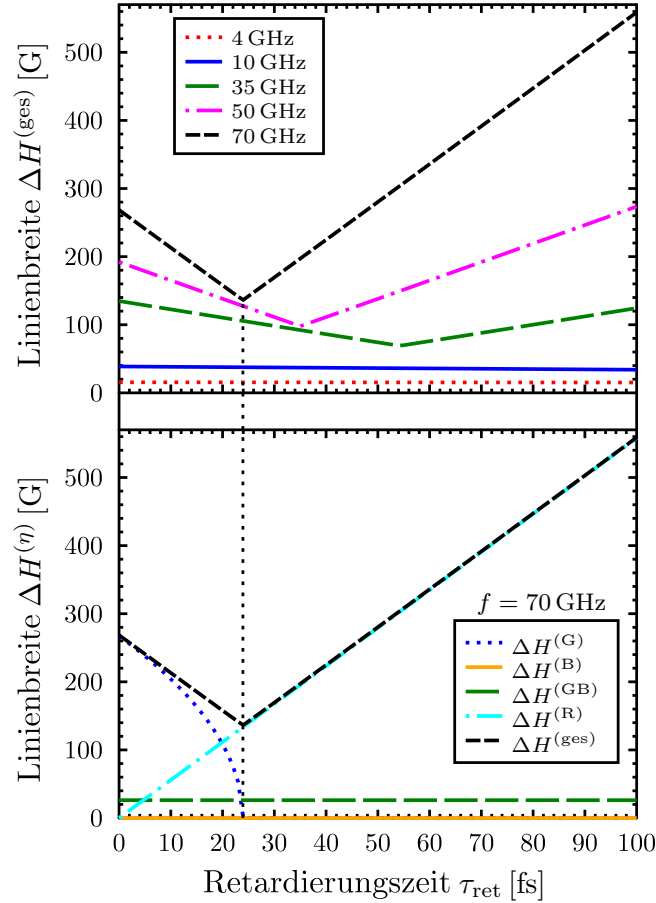
Um den Einfluss der räumlichen Retardierung zu untersuchen betrachten wir die dimensionslose Retardierungslänge  $\beta = \xi k_z$  aus Gl. (5.14). Da  $\beta$  nur verschieden von Null ist, wenn  $k_z \neq 0$ , ist in diesem Parameter der Einfluss der Anregungen mit von Null verschiedenem Wellenvektor enthalten. Wir nehmen damit an, dass der Effekt der Magnon–Magnon–Prozesse implizit in  $\beta$  berücksichtigt ist. Basierend auf der Abschätzung im vorausgegangenen Abschnitt erachten wir das Intervall  $10^{-2} \leq \beta \leq 10$  als relevant. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.5 dargestellt. Innerhalb des gewählten In-



**Abbildung 5.5.** – Einfluss der dimensionslosen Retardierungslänge  $\beta = \xi k_z$  auf die Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$ . Für  $f = 70$  GHz ist  $\Delta H^{(B)} = 0$ . Die Parameterwerte sind  $\Theta_H = \Theta_M = 0$ ,  $\Gamma_0 = 1.1$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $T_2 = 5 \times 10^{-8}$  s,  $\tau_{\text{ret}} = 1.7 \times 10^{-14}$  s. Werte aus [146]:  $4\pi M_S = 16980$  G,  $H_S = -3400$  G und  $\gamma = 0.019$  GHz/G.

tervalls zeigt die Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$  für  $f = 4$  GHz und  $f = 10$  GHz keine Änderung mit wachsendem  $\beta$ . Für höhere Frequenzen wechselt das Verhalten. Die gezeichneten





**Abbildung 5.6.** – Einfluss der Retardierungszeit  $\tau_{\text{ret}}$  auf die Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$ . Für  $f = 70 \text{ GHz}$  ist  $\Delta H^{(\text{B})} = 0$ . Die Werte der Parameter sind  $\Theta_{\text{H}} = \Theta_{\text{M}} = 0$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $T_2 = 5 \times 10^{-8} \text{ s}$ ,  $\Gamma_0 = 1.1$ ; die übrigen Werte aus [146]:  $4\pi M_{\text{S}} = 16980 \text{ G}$ ,  $H_{\text{S}} = -3400 \text{ G}$ ,  $\gamma = 0.019 \text{ GHz/G}$ .

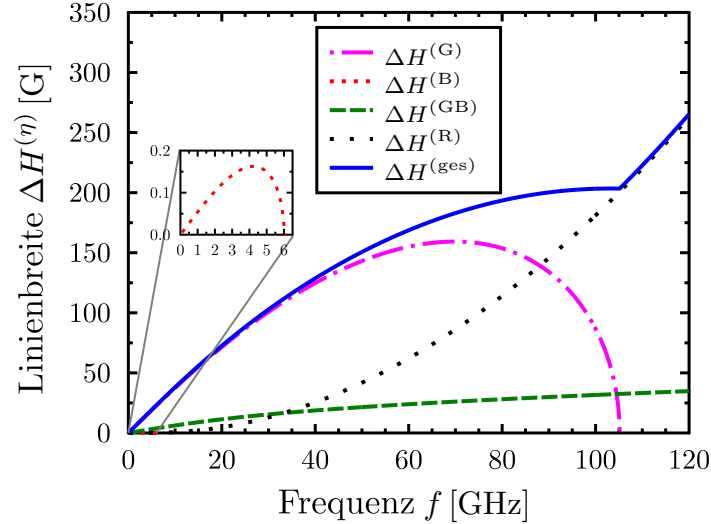
Kurven sind durch ein Minimum charakterisiert, welches von einem positiven Anstieg gefolgt wird. Dies geschieht, wenn  $\beta \approx 1$ . Je höher die Frequenz, desto ausgeprägter ist dieses Verhalten. Die Kurvenform von  $\Delta H^{(\text{ges})}(\beta)$  wird mit Blick auf die Einzelbeiträge verständlich. Während beide Anteile,  $\Delta H^{(\text{G})}(\beta)$  und  $\Delta H^{(\text{R})}(\beta)$ , für kleine  $\beta$  konstant bleiben, durchläuft  $\Delta H^{(\text{G})}(\beta)$  ein Minimum und steigt daraufhin wieder an. Die Größe  $\Delta H^{(\text{R})}(\beta)$  entwickelt stattdessen ein Maximum bei  $\beta \approx 1$ . Demzufolge offenbaren beide Beiträge ein annähernd gegensätzliches Verhalten.

Die Auswirkung der charakteristischen Retardierungszeit  $\tau_{\text{ret}}$  auf die Linienbreite zeigt Abb. 5.6. In dieser Darstellung ist eine lineare Zeitskala gewählt, da keine signifikanten Effekte im Bereich  $1 \text{ fs} \geq \tau_{\text{ret}} \geq 0$  erkennbar sind. Die Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}(\tau_{\text{ret}})$  ist erneut nahezu konstant für  $f = 4 \text{ GHz}$  und  $f = 10 \text{ GHz}$ . Im Gegensatz dazu bietet  $\Delta H^{(\text{ges})}(\tau_{\text{ret}})$  für größere Frequenzen zwei Regionen mit unterschiedlichem Verhalten. Die Gesamtliniensbreite nimmt ab bis der Gilbert–Beitrag verschwindet. Danach ist ein positiver linearer Anstieg sichtbar, der auf den Retardierungsanteil zurückzuführen ist. Diese lineare Abhängigkeit zeigt sich ebenfalls in Gl. (5.21d). Das gewählte

Intervall  $0 < \tau_{\text{ret}} < 100$  fs für die Retardierungszeit wird weiter unten im Text begründet.

### Frequenzabhängigkeit der Linienbreite

Zunächst betrachten wir die Frequenzabhängigkeit der Linienbreite detaillierter. Es zeigt sich, dass die allgemeine Form von  $\Delta H^{(\text{ges})}(\omega)$  einem Verlauf entsprechend Abb. 5.7 folgt. Dort sind sowohl die Einzelbeiträge als auch die Gesamtliniensbreite



**Abbildung 5.7.** – Frequenzabhängigkeit der Linienbreite für  $\Theta_{\text{H}} = \Theta_{\text{M}} = 0$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $T_2 = 5 \times 10^{-8}$  s,  $\tau_{\text{ret}} = 1.7 \times 10^{-14}$  s und  $\Gamma_0 = 1.2$ . Werte aus [146]:  $4\pi M_{\text{S}} = 16980$  G,  $H_{\text{S}} = -3400$  G und  $\gamma = 0.019$  GHz/G. Der Bloch–Beitrag  $\Delta H^{(\text{B})}$  ist in der eingesetzten Abbildung gezeigt.

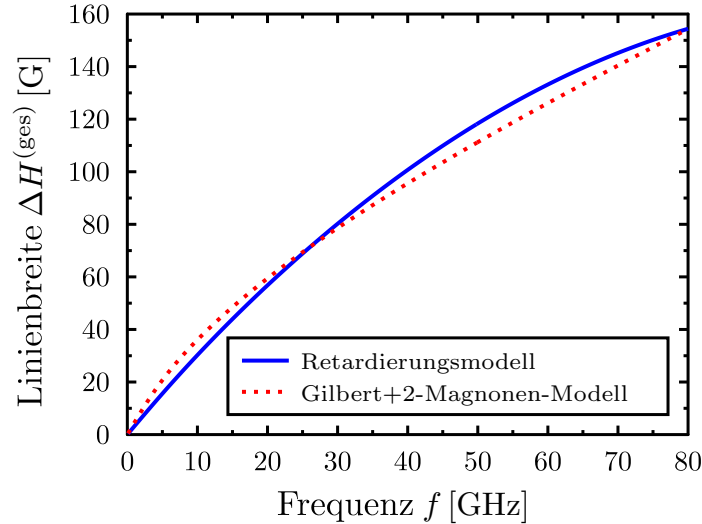
te gezeigt. Dabei ist der Bloch–Anteil  $\Delta H^{(\text{B})}$  in diesen Beispielen nur für  $f \leq 6$  GHz verschieden von Null. Dementsprechend ist auch  $\Delta H^{(\text{B})} = 0$  in den Abbn. 5.4–5.6 (unterer Teil), da diese zur Frequenz  $f = 70$  GHz gehören. Die Frequenzabhängigkeit des Gilbert–Beitrags weicht stark vom üblicherweise betrachteten linearen Verhalten ab. Darüber hinaus entwickelt  $\Delta H^{(\text{G})}$  ein Maximum und verschwindet schließlich bei der Frequenz, bei welcher die Diskriminante in Gl. (5.21a) negativ wird. Nichtsdestotrotz ist die Gesamtliniensbreite eine nahezu stetig monoton wachsende Funktion. Ausnahmen werden für bestimmte Kombinationen der Modellparameter gefunden, bei denen der Anstieg von  $\Delta H^{(\text{ges})}$  leicht negativ wird, während sich  $\Delta H^{(\text{G})}$  Null annähert. Der Verlust wegen des abfallenden Gilbert–Anteils ist nahezu kompensiert oder sogar überkompensiert von der zusätzlichen Linienverbreiterung, die von den Retardierungs– und den kombinierten Gilbert–Bloch–Beiträgen herrührt. Dabei sind  $\Delta H^{(\text{GB})} \propto \sqrt{f}$  und  $\Delta H^{(\text{R})} \propto f^2$ , siehe Gln. (5.21c)–(5.21d). In dem Frequenzbereich, in welchem  $\Delta H^{(\text{G})} = 0$ , tragen nur  $\Delta H^{(\text{GB})}$  und  $\Delta H^{(\text{R})}$  zur gesamten Linienbreite bei. Das Aussehen der Kurve wird durch  $\Delta H^{(\text{R})}$  dominiert. Diese Vorhersage ist eines unserer Hauptresultate. Das Verhalten  $\Delta H^{(\text{R})} \propto f^2$ , welches in unserem Modell

für hohe Frequenzen erhalten wird, steht im Gegensatz zur konventionellen ferromagnetischen Resonanz. Dort werden normalerweise der Gilbert–Anteil  $\propto f$  und der 2–Magnonen–Beitrag, der bei hohen Frequenzen in eine Sättigung übergeht, überlagert. Nach unserem besten Wissen liegt der ausgedehnteste Frequenzbereich, in dem bis jetzt experimentelle Messungen vorliegen, zwischen 1 GHz und 225 GHz, siehe [84]. Wir weisen darauf hin, dass die Ergebnisse in Abb. 5.7 durch eine geeignete Wahl der Zahlenwerte für die Modellparameter so angepasst werden können, dass der Gilbert–Beitrag erst bei höheren Frequenzen wegfällt. Darum lässt sich eine mögliche experimentelle Bestätigung durch Messungen in einem weiter ausgedehnten Frequenzbereich vermuten.

Anregungen mit einem von Null verschiedenen Wellenvektor könnten einen möglichen Retardierungsmechanismus repräsentieren. Betrachtet man Gln. (5.21a)–(5.21d), so wird deutlich, dass Retardierung die Linienbreite im Fall  $k_z = 0$  (d. h.  $\beta = 0$  und  $\Gamma_1 = \Gamma_0$ ) ebenso beeinflussen kann. Nur wenn  $\tau_{\text{ret}} = 0$  verschwinden die Retardierungseffekte. Deshalb wollen wir die Retardierungszeit und deren Relation zur Gilbert–Dämpfung näher beleuchten. Die Gilbert–Dämpfung und die Relaxation durch Retardierung können als konkurrierende Prozesse angesehen werden, weil die zeitliche Rückkopplung das Verschwinden des Gilbert–Beitrags verursachen kann. In diesem Sinn ist auch die Bloch–Dämpfung ein konkurrierender Prozess zur Retardierung. Auf der anderen Seite ist der Retardierungsanteil  $\Delta^{(\text{R})}$  in Gl. (5.21d) immer positiv für  $\tau_{\text{ret}} > 0$ . Demnach führt Retardierung selbst zur Linienverbreiterung und damit zur Dämpfung der Magnetisierung. Ob der Einfluss der Retardierung die Gilbert–Dämpfung übertrifft, ist stark frequenzabhängig. Mit anderen Worten entscheidet die Frequenz der magnetischen Anregung darüber, zu welchem Dämpfungsmechanismus die Anregungsenergie übertragen wird. Unsere Analyse macht deutlich, dass für ausreichend hohe Frequenzen Retardierungseffekte die Gilbert–Dämpfung dominieren und die entscheidende Rolle in der Gesamtdämpfung spielen.

### Vergleich des Retardierungsmodells mit dem 2–Magnonen–Modell

Generell ist es möglich, die theoretisch ermittelte Linienbreite in den Gln. (5.20)–(5.22) an experimentelle Daten anzupassen. Um dies zu unterstreichen verweisen wir auf Abb. 5.8. In dieser Darstellung haben wir einige Resultate aus [97] für den Fall  $\Theta_{\text{H}} = \Theta_{\text{M}} = 0$  reproduziert. Genauer gesagt haben wir Gl. (94) aus [97] verwendet, welche den Beitrag zur Linienbreite bezüglich der 2–Magnonen–Prozesse ausdrückt. Außerdem haben wir die dort angegebenen Zahlenwerte zum Erstellen des Diagramms benutzt. Als Ergebnis finden wir eine Kopie von Abb. 4 aus [97], die bis auf den Faktor  $2/\sqrt{3}$  mit unserer Darstellung identisch ist. Zusätzlich haben wir zu dieser Kurve den gewöhnlichen Gilbert–Beitrag  $\propto f$  addiert. Die Überlagerung aus beiden Beiträgen ist durch die gepunktete Linie in Abb. 5.8 dargestellt. Diese Kurve wird in der Abbildung mit der Gesamtliniensbreite unseres Retardierungsmodells (durchgezogene Linie) verglichen. Um die abgebildeten Kurvenformen zu erhalten, haben wir den Gilbert–Parameter bezüglich des Retardierungsmodells  $\alpha_2 = 0.0075$  gesetzt. Dahingegen hat der Gilbert–Parameter des linearen Beitrags, den wir mit  $\alpha_1$  bezeichnen, einen Wert von  $\alpha_1 = 0.003$ . Das bedeutet, man muss den Gilbert–Parameter im Re-

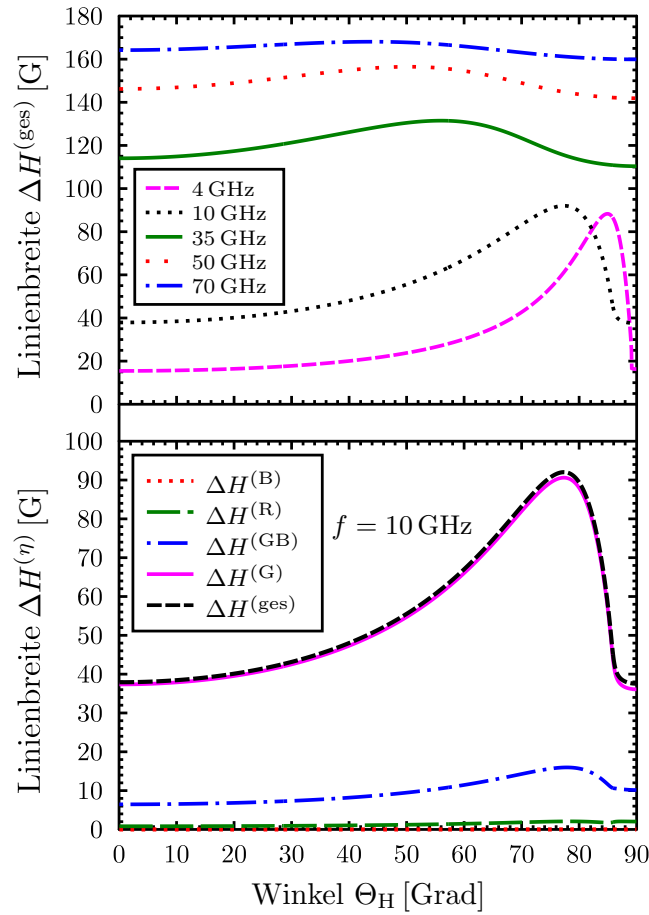


**Abbildung 5.8.** – Vergleich mit 2-Magnonen-Modell. Frequenzabhängigkeit der Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$  für  $\Theta_{\text{H}} = \Theta_{\text{M}} = 0$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\alpha_1 = 0.003$ ,  $\alpha_2 = 0.0075$ ,  $T_2 = 5 \times 10^{-8}$  s,  $\tau_{\text{ret}} = 1.22 \times 10^{-14}$  s und  $\Gamma_0 = 1.2$ . Werte aus [97]:  $4\pi M_{\text{S}} = 21000$  G,  $H_{\text{S}} = -15000$  G und aus [155]:  $\gamma = 0.018$  GHz/G ( $g = 2.09$  für bulk-Fe). Die gepunktete Kurve ist eine Überlagerung von Abb. 4 in [97], die den Magnon-Magnon-Beitrag wiedergibt, und dem Gilbert-Beitrag (bezeichnet mit  $\alpha_1$  im Text), der linear in der Frequenz ist.

tardierungsmodell mehr als doppelt so groß annehmen, um ein Verhalten von  $\Delta H^{(\text{ges})}$  in derselben Größenordnung zu bekommen.

### Winkelabhängigkeit der Linienbreite

Abschließend gehen wir noch kurz auf die  $\Theta_{\text{H}}$ -Abhängigkeit der Linienbreite ein, die in Abb. 5.9 gezeigt ist. Wir haben für diese Darstellung die Abhängigkeit von dem Winkel gewählt, der vom externen, statischen Magnetfeld mit der Filmoberfläche gebildet wird. Dieser ist im FMR-Experiment regulierbar. Im oberen Teil der Abbildung beobachtet man, dass  $\Delta H^{(\text{ges})}(\Theta_{\text{H}})$  ein Maximum ausbildet. Dieses wird zu kleineren Winkeln  $\Theta_{\text{H}}$  verschoben und ist weniger stark ausgebildet, wenn die Frequenz vergrößert wird. Der untere Teil der Abbildung, der sich auf  $f = 10$  GHz bezieht, macht deutlich, dass der Hauptbeitrag zur Linienbreite vom Gilbert-Anteil  $\Delta H^{(\text{G})}$  kommt. Dieses Resultat für  $f = 10$  GHz ist im Einklang mit den weiter oben diskutierten Resultaten, vergleiche Abb. 5.7. Für höhere Frequenzen kann der Retardierungsbeitrag den Gilbert-Anteil überschreiten.



**Abbildung 5.9.** – Winkelabhängigkeit der Linienbreite  $\Delta H^{(\text{ges})}$  für verschiedene Frequenzen (oberer Teil) und alle Beiträge  $\Delta H^{(\eta)}$  für  $f = 10$  GHz (unterer Teil) mit  $\beta = 0.5$ ,  $\alpha = 0.01$ ,  $T_2 = 5 \times 10^{-8}$  s,  $\tau_{\text{ret}} = 1.7 \times 10^{-14}$  s und  $\Gamma_0 = 1.1$ . Werte aus [146]:  $4\pi M_S = 16980$  G,  $H_S = -3400$  G and  $\gamma = 0.019$  GHz/G.



# 6. Einfluss von Temperaturprofilen auf die Magnetisierungsdynamik

## 6.1. Vorbetrachtungen

Die Manipulation des Spin-Freiheitsgrades in der Spin-basierten Elektronik ist ein wichtiges Gebiet in der aktuellen Forschung der Festkörperphysik [156]. In dieser Hinsicht ist es wünschenswert, über geeignete Methoden für die Erzeugung und die Kontrolle von Spin-Strömen zu verfügen. Wie zuerst experimentell in [157] beobachtet, kann ein Spin-Strom thermisch generiert werden, indem man ein magnetisches Metall in einen Temperaturgradienten bringt. Dieses Phänomen wird Spin-Seebeck-Effekt (SSE) genannt und kann über das Anbringen eines Platindrahtes auf dem magnetischen Metall nachgewiesen werden. Dabei misst man eine transversale elektrische Spannung im Pt-Draht über den inversen Spin-Hall-Effekt [158, 159]. Mittlerweile hat sich mit der *Spin-Kaloritronik* ein neues Teilgebiet in der Festkörperphysik herausgebildet [33], welches den SSE als lokalen Transporteffekt beinhaltet [32]. Der SSE wurde außerdem in ferromagnetischen Halbleitern [160] und Isolatoren [161] beobachtet. Zahlreiche Arbeiten sind in letzter Zeit, zur Spin-Kaloritronik im Allgemeinen und zum SSE im Speziellen, veröffentlicht worden, siehe z. B. [162–172].

Ein anderer Aspekt solcher kollektiven Anregungen in magnetischen Isolatoren ist die Übertragung von elektrischen Signalen [173]. Messungen des Seebeck-Koeffizienten und des elektrischen Widerstands von polykristallinen magnetischen Filmen findet man in [174]. Diese Ergebnisse liefern wichtige Informationen für weitere Studien des SSE in Nanomagnetten. Es wurde außerdem demonstriert, dass in strukturierten ferromagnetischen Filmen der Effekt des Substrats entscheidend für den Spin-unterstützten thermischen Transport ist [175].

Motiviert durch diese experimentellen und theoretischen Resultate zum SSE, analysieren wir in diesem Kapitel die Magnetisierungsdynamik unter dem Einfluss eines Temperaturgradienten. Unser Ansatz unterscheidet sich von der grundlegenden Theorie in [59, 176], in welcher die Kopplung zwischen Energie und Ordnungsparameter betrachtet worden ist. Der Fokus wurde dort auf das Verhalten in der Nähe des Phasenübergangs gesetzt. Diesbezüglich ist im Rahmen dieser Promotion ebenfalls eine Arbeit über ferroelektrische und multiferroische Systeme entstanden und in [177] veröffentlicht. Dahingegen untersuchen wir hier die Kopplung zwischen der Magnetisierung und der Temperatur  $T(\mathbf{x}, t)$ , einer intensiven Variable. Ein weiterer Unterschied liegt darin, dass unsere Analyse den Fall betrachtet, wenn der Temperaturgradient bevorzugt an die räumliche Variation der Magnetisierung ankoppelt. Den Effekt der Temperatur auf die Magnetisierung nehmen wir dabei als weitaus stärker ausgeprägt an als die Auswirkung der Magnetisierungsänderung auf die Temperatur. Die physi-

kalische Begründung dieser Annahme beruht auf den klar unterscheidbaren Zeitskalen der Magnetisierung verglichen mit der Dynamik des Temperaturfeldes. Unser Ziel ist es, den Einfluss von verschiedenen Temperaturprofilen und Randbedingungen auf die Magnetisierung zu untersuchen. Zu diesem Zweck werden wir ein Wirkungsfunktional einführen, welches sowohl das lokale Magnetisierungsfeld  $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$  als auch das lokale Temperaturfeld  $T(\mathbf{x}, t)$  beinhaltet. Das Funktional enthält ebenfalls eine symmetrieeerlaubte Kopplung zwischen beiden Feldern. Mittels Variationsprinzipien leiten wir die Bewegungsgleichung für die Magnetisierung ab. Diese ist vom Bloch–Typ. Als Modellsystem betrachten wir einen Nanodraht. Es sei darauf hingewiesen, dass der Fokus in diesem Kapitel auf die Methodik gerichtet ist, mit welcher Bewegungsgleichungen magnetischer System, die sich in einem nichtuniformen Temperaturgradienten befinden, hergeleitet und untersucht werden können. Aus der Vielzahl von Möglichkeiten für die Kopplung von Magnetisierung und Temperatur stellen wir eine vor und begründen diese.

## 6.2. Herleitung der Bewegungsgleichung

Wir betrachten zunächst einen Ferromagneten unterhalb der Curie–Temperatur unter dem Einfluss eines zeit– und ortsabhängigen Temperaturfeldes. Die Wirkung für das Gesamtsystem besteht aus drei Beiträgen, d. h.

$$S = S_m + S_T + S_I. \quad (6.1)$$

Der magnetische Anteil  $S_m$ , welcher die lokale Präzession der magnetischen Momente  $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$  veranlasst, lautet mit Gl. (2.17) und [64]

$$S_m = \int dt \int d^d x \left( \frac{A_{\alpha\beta}}{2} \frac{\partial m_\gamma}{\partial x_\alpha} \frac{\partial m_\gamma}{\partial x_\beta} + U_\alpha(\mathbf{m}) \frac{\partial m_\alpha}{\partial t} \right). \quad (6.2)$$

Hier charakterisiert  $A_{\alpha\beta}$  die Austauschwechselwirkung zwischen den magnetischen Momenten. Das Vektorfeld  $\mathbf{U}$  ist ein Funktional der magnetischen Momente  $\mathbf{m}$ , wie in Gl. (6.2) angedeutet. Es wird weiter unten spezifiziert.

In dem magnetischen Beitrag zur Wirkung berücksichtigen wir damit explizit nur die Austauschwechselwirkung. Beiträge von der Anisotropie, der magnetostatischen Energie oder eines externen Feldes werden in diesem Modell der Einfachheit halber nicht betrachtet. Wie bereits in den Vorbetrachtungen angekündigt, steht in diesem Kapitel die Methode im Mittelpunkt. Es ist aber ohne Probleme möglich, die hier vernachlässigten Energien in das betrachtete Modell einzubauen. Beispielsweise würden dann von der Anisotropie und dem äußeren Magnetfeld konstante Beiträge zur Spinwellen–Dispersionsbeziehung hinzukommen.

Da das System auf ein begrenztes Volumen beschränkt ist, kann das skalare Temperaturfeld durch den Separationsansatz  $T(\mathbf{x}, t) = \Phi(\mathbf{x})\Theta(t)$  zerlegt werden. Der Temperaturanteil der Wirkung lautet [178]

$$\begin{aligned} S_T &= \int dt \int d^d x \left( \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2} + \frac{1}{\kappa} \frac{\partial}{\partial t} + q^2 \right) T(\mathbf{x}, t) \\ &= \int dt \int d^d x \left( \Theta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_\alpha^2} + \frac{\Phi}{\kappa} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + q^2 \Phi \Theta \right). \end{aligned} \quad (6.3)$$



Die Konstante  $\kappa$  ist die Temperaturleitfähigkeit und  $q$  kennzeichnet den Separationsparameter, welcher die Dimension eines Wellenvektors hat. Die physikalische Bedeutung wird weiter unten im Text beschrieben. Da die Zeitskalen der Magnetisierungsdynamik und der Wärmeleitung deutlich verschieden sind, liegt der Separationsansatz für die Temperatur ebenfalls nahe. Wir nehmen weiter an, dass der Wechselwirkungsanteil  $S_I$  nur die Kopplung der Magnetisierung an die Temperatur in der Form

$$S_I = \int dt \int d^d x \left( \Gamma_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial m_\alpha}{\partial x_\beta} \frac{\partial \Phi}{\partial x_\gamma} \right) \quad (6.4)$$

enthält. Damit wird die Annahme wiedergespiegelt, dass die räumliche Änderung der Magnetisierung direkt an den Gradienten des ortsabhängigen Anteils des Temperaturfeldes  $\Phi(\mathbf{x})$  koppelt. Der Tensor  $\Gamma_{\alpha\beta\gamma}$  bestimmt dabei die Kopplungsstärke. Wie bereits angemerkt, ist der Separationsparameter  $q$  in Gl. (6.3) proportional zu einer inversen Länge, d. h.  $q \simeq l_T^{-1}$ . Dadurch wird die Längenskala definiert, auf der sich die Temperatur signifikant im Raum ändert. Denkt man an einen Nanodraht oder die Geometrie dünner Filme, kann man  $\mu\text{m} \leq l_T \leq \text{mm}$  annehmen. Die Länge  $l_T$  wird durch die Längenausdehnung der Probe bestimmt. Als charakteristische Zeit  $\tau_T$  für reine Wärmeleitung in einem begrenzten Medium findet man  $\tau_T \simeq (\kappa q^2)^{-1} \simeq \kappa^{-1} l_T^2$ . Nimmt man für die Temperaturleitfähigkeit  $\kappa = 2.51 \text{ mm}^2 \text{ s}^{-1}$  für  $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$  (YIG) an [179], lässt sich die Zeit  $\tau_T$  im Bereich  $\mu\text{s} \leq \tau_T \leq \text{s}$  abschätzen. Im Gegensatz dazu findet die Dynamik in magnetischen Systemen auf einer wesentlich kürzeren Zeitskala statt, d. h.  $\tau_m \leq \text{ns}$ . Damit kann man erwarten, dass  $\tau_T$  um mehrere Größenordnungen von  $\tau_m$  abweicht, also  $\tau_m \ll \tau_T$ . Unsere Beschreibung bezieht sich somit auf die Magnetisierungsdynamik unter dem Einfluss langsamer Wärmeleitung. Aus den Gln. (6.1)–(6.4) findet man mittels Variationsmethoden entsprechend Gl. (A.35) die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_\alpha^2} + q^2 \Phi = 0, \quad (6.5a)$$

$$\frac{1}{\kappa} \frac{\partial \Theta}{\partial t} + q^2 \Theta = \Gamma_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial^2 m_\alpha}{\partial x_\beta \partial x_\gamma}, \quad (6.5b)$$

$$F_{\alpha\beta} \frac{\partial m_\beta}{\partial t} = A_{\beta\gamma} \frac{\partial^2 m_\alpha}{\partial x_\beta \partial x_\gamma} + \Gamma_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_\beta \partial x_\gamma}; \quad F_{\alpha\beta} \equiv \left( \frac{\partial U_\beta}{\partial m_\alpha} - \frac{\partial U_\alpha}{\partial m_\beta} \right). \quad (6.5c)$$

Dieser Satz von Gleichungen schließt sowohl die Wirkung der Magnetisierung auf die Temperatur in Gl. (6.5b) als auch den Einfluss des Temperaturprofils auf die Magnetisierung in Gl. (6.5c) mit ein. Um weiter fortzufahren, machen wir folgende Näherung. Dabei gehen wir davon aus, dass die Kopplung des Temperaturprofils an die Magnetisierung den inversen Effekt, d. h. die Rückreaktion der Magnetisierung auf das Temperaturfeld, übersteigt. Deshalb vernachlässigen wir diese Rückkopplung in Gl. (6.5b), wobei die Kopplung in Gl. (6.5c) berücksichtigt wird. Diese Situation ist vergleichbar mit der Beschreibung der Thermo-Diffusion in [22]. Unter der Annahme, dass die Rückkopplung der Magnetisierung auf die Temperatur vernachlässigt wird, repräsentieren die Gln. (6.5a)–(6.5b) die gewöhnliche Wärmeleitungsgleichung nach Separation der Variablen.

Nachfolgend betrachten wir einen isotropen Magneten charakterisiert durch  $A_{\alpha\beta} = A \delta_{\alpha\beta}$ , siehe Gl. (6.5c). Bildet man das Vektorprodukt aus Gl. (6.5c) mit  $\mathbf{m}$ , so erhält man

$$\varepsilon_{\alpha\mu\nu} m_\mu F_{\nu\beta} \dot{m}_\beta = A (\mathbf{m} \times \nabla^2 \mathbf{m})_\alpha + \Lambda_{\alpha\beta\gamma\delta} m_\beta \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_\gamma \partial x_\delta}. \quad (6.6)$$

Hier taucht der Tensor  $\Lambda_{\alpha\beta\gamma\delta}$  auf, welcher die Kopplung zwischen Magnetisierung und Temperatur bezüglich Gl. (6.4) beinhaltet. Da  $\Lambda$  symmetrisch mit Bezug auf die Indizes  $\gamma$  und  $\delta$  ist, bekommt man für isotrope Systeme  $\Lambda_{\alpha\beta\gamma\delta} = C_1 \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta} + C_2 (\delta_{\alpha\gamma} \delta_{\beta\delta} + \delta_{\alpha\delta} \delta_{\beta\gamma})$ . Wenn  $\Lambda = 0$ , dann sollte Gl. (6.6) die Spinlänge  $\mathbf{m}^2 = \text{const.}$  erhalten, da es in diesem Fall keine Dissipation im System gibt. Die rein reversible Bewegungsgleichung kann dadurch erhalten werden, dass der antisymmetrische Tensor  $F_{\alpha\beta}$  äquivalent zu einem Vektorfeld  $\mathbf{M}(\mathbf{m})$  bezüglich  $F_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} M_\gamma(\mathbf{m})$  ist. Aus der Taylor-Entwicklung  $\mathbf{M} = -\gamma^{-1} \mathbf{m}$ , wobei  $\gamma$  das gyromagnetische Verhältnis ist, resultiert die Landau-Lifshitz-Gilbert-Gleichung ohne Dämpfung. Durch Anwenden eines analogen Ansatzes für ein von Null verschiedenes  $\Lambda$  erhält man in führender Ordnung mit  $C_1 = -C$  und  $C_2 = 0$  aus Gl. (6.6) die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = -\gamma A \mathbf{m}(\mathbf{x}, t) \times \nabla^2 \mathbf{m}(\mathbf{x}, t) + \gamma C [\nabla^2 \Phi(\mathbf{x})] \mathbf{m}(\mathbf{x}, t) \quad (6.7)$$

für die Magnetisierung. Diese Gleichung bricht die Zeitinversionssymmetrie und beschreibt die Entwicklung der Magnetisierung unter dem Einfluss eines nichttrivialen Temperaturprofils  $\Phi(\mathbf{x})$  und eines beliebigen, nichtuniformen Temperaturgradienten  $\nabla\Phi$ . Das Vorzeichen des Kopplungsparameters  $C$  zwischen Temperatur und Magnetisierung wird später genauer betrachtet. Die Bewegungsgleichung (6.7) erhält nun nicht mehr die Spinlänge und ist vom Bloch-Bloembergen-Typ, vergleiche Gl. (2.44) kombiniert mit Gl. (2.49).

Sieht man sich Gl. (6.7) an, so fällt auf, dass ein konstanter Temperaturgradient den Dämpfungsterm verschwinden lässt. Die Situation mit einem uniformen Temperaturgradienten wird üblicherweise im Zusammenhang mit dem Spin-Seebeck-Effekt untersucht. Bei diesem Effekt wirkt ein konstanter Temperaturgradient erzeugend auf Magnonen bzw. Spinwellen. Unser Modell ist mit dem SSE insofern im Einklang, als dass die Dämpfung von Spinwellen für konstante Temperaturgradienten nach Gl. (6.7) wegfällt.

Wir weisen darauf hin, dass sich unser Modell von dem etablierten Ansatz aus [59], wo der Ordnungsparameter entweder erhalten oder nicht erhalten bleibt, unterscheidet. Wir betrachten die Kopplung der Gradienten von der Temperatur, einer intensiven Größe, und der Magnetisierung. Das entsprechende physikalische Problem ist in Abb. 6.1 grafisch veranschaulicht. Um das Resultat in Gl. (6.7) zu bestätigen, zeigen wir kurz einen alternativen Weg dessen Herleitung auf. Dabei beziehen wir uns auf den Ansatz der Modenkopplung aus [59, 176], der mittlerweile auch in neueren Textbüchern wie [60] zu finden ist. Der Startpunkt ist das Funktional der Gesamtenergie

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_m + \mathcal{F}_T + \mathcal{F}_I, \quad (6.8)$$

wobei dieses ebenfalls in einen magnetischen Anteil  $\mathcal{F}_m$ , einen Temperaturbeitrag  $\mathcal{F}_T$  und einen Wechselwirkungsbeitrag  $\mathcal{F}_I$  unterteilt ist. Die Gesamtenergie ist gegeben

durch

$$\mathcal{F} = \int d^d x \left( \frac{A_{\alpha\beta}}{2} \frac{\partial m_\gamma}{\partial x_\alpha} \frac{\partial m_\gamma}{\partial x_\beta} + \frac{\chi_{\alpha\beta}}{2} \frac{\partial T}{\partial x_\alpha} \frac{\partial T}{\partial x_\beta} + \Gamma_{\alpha\beta\gamma} \frac{\partial m_\alpha}{\partial x_\beta} \frac{\partial \Phi}{\partial x_\gamma} \right). \quad (6.9)$$

Die Kopplungstensoren  $A_{\alpha\beta}$  und  $\Gamma_{\alpha\beta\gamma}$  sind dieselben wie zuvor in den Gln. (6.2) und (6.4). Darüber hinaus haben wir eine quadratische Kopplung des Temperaturgradienten charakterisiert durch  $\chi_{\alpha\beta}$ . Die Funktion  $\Phi = \Phi(\mathbf{x})$  ist erneut der ortsabhängige Anteil des skalaren Temperaturfeldes  $T(\mathbf{x}, t) = \Phi(\mathbf{x})\Theta(t)$ . Für die gewünschten dynamischen Gleichungen finden wir nach [60]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\rho_T \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta T}, \quad (6.10a)$$

$$\frac{\partial m_\alpha}{\partial t} = -\rho_m \int d^d y \{m_\alpha(x), m_\beta(y)\} \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta m_\beta(y)} = \rho_m \gamma \epsilon_{\alpha\beta\gamma} m_\beta \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta m_\gamma}. \quad (6.10b)$$

Hier wurden die Poisson-Klammern  $\{m_\alpha(x), m_\beta(y)\} = \gamma \delta(x-y) \epsilon_{\alpha\beta\gamma} m_\gamma(y)$  entsprechend Gl. (A.28) und der Herleitung des Vorfaktors  $u_0$  in Abschnitt 2.4.2.1 angewendet. Jetzt machen wir den Separationsansatz und beschränken die Rechnung auf den isotropen Fall, d. h.  $A_{\alpha\beta} = A \delta_{\alpha\beta}$ ,  $\Lambda_{\alpha\beta\gamma\delta} = -C \delta_{\alpha\beta} \delta_{\gamma\delta}$  und außerdem  $\chi_{\alpha\beta} = \chi \delta_{\alpha\beta}$ . Identifiziert man weiter  $\chi \rho_T = \kappa$  und  $\rho_m = -1$ , so stimmen die resultierenden Bewegungsgleichungen für die Temperatur und die Magnetisierung exakt mit den Gln. (6.5a), (6.5b) und (6.7) überein, welche aus der Wirkung entsprechend Gln. (6.1)–(6.4) hergeleitet worden sind. Der Vorteil der zweiten Methode liegt darin, dass die zunächst unbekannte Größe  $\mathbf{U}(\mathbf{m})$  bzw. der zugehörige Feldstärketensor  $F_{\alpha\beta}$  nicht benötigt werden. Andererseits zeigt die Übereinstimmung beider Resultate, dass die Annahmen für das Vektorfeld  $\mathbf{U}$  bzw. den Tensor  $F_{\alpha\beta}$  sinnvoll sind.

### 6.3. Anwendung auf ferromagnetische Nanodrähte

In diesem Abschnitt wird Gl. (6.7) für einen ferromagnetischen Nanodraht als ein-dimensionales Modellsystem untersucht. Die Situation ist schematisch in Abb. 6.1 dargestellt. Da sich unser Modell auf die ferromagnetische Phase weit weg vom Phasenübergang bezieht, zerlegen wir wieder die Magnetisierung in einen statischen und einen dynamischen Anteil, d. h.  $\mathbf{m}(x, t) = \mathbf{m}_\perp(x, t) + m_s \mathbf{e}_z \equiv m_x(x, t) \mathbf{e}_x + m_y(x, t) \mathbf{e}_y + m_s \mathbf{e}_z$ . Dabei ist  $m_s$  die Sättigungsmagnetisierung. Für die Spinwellen-Amplituden  $m_x, m_y$ , d. h. die transversale Magnetisierung, finden wir die gekoppelten Gleichungen

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_x}{\partial t} &= \gamma A m_s \frac{\partial^2 m_y}{\partial x^2} + \gamma C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} m_x, \\ \frac{\partial m_y}{\partial t} &= -\gamma A m_s \frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \gamma C \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} m_y. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Damit wird die zeitliche Evolution der Magnetisierung nur durch den räumlich veränderlichen Anteil der Temperatur  $\Phi(x)$  beeinflusst. Die vollständige Dynamik für das Temperaturfeld ist in einer Dimension durch

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = -q^2 \Phi, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\kappa q^2 \Theta \quad (6.12)$$

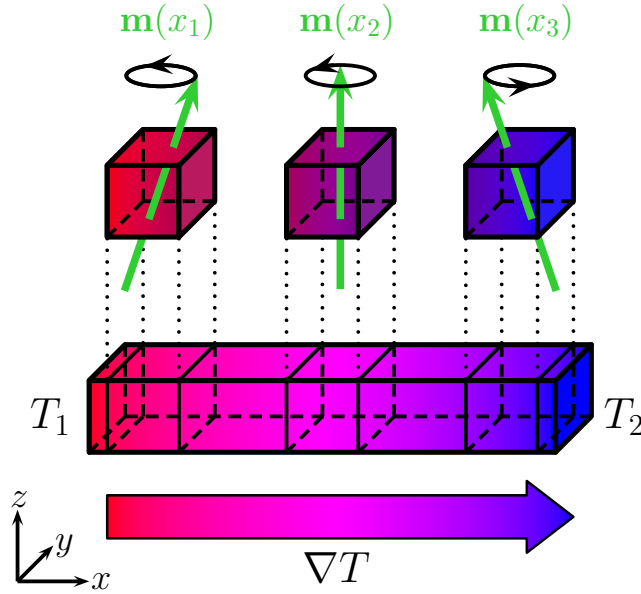


Abbildung 6.1. – Nanodraht mit lokal variierender Temperatur.

gegeben. Die Lösung für  $\Phi(x)$  in Gl. (6.12) kann als Überlagerung  $\Phi(x) = \sum_n \Phi_n(x)$  geschrieben werden. Folglich kann  $\partial^2 \Phi / \partial x^2 = -\sum_n q_n^2 \Phi_n$  in Gl. (6.11) ersetzt werden. Mittels der fouriertransformierten Größen  $\tilde{\Phi}_n(k, t) = \mathcal{FT}\{\Phi_n(x, t)\}$  und  $m_\alpha(k, t) = \mathcal{FT}\{m_\alpha(x, t)\}$  kann Gl. (6.11) als

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} m_x(k, t) &= -a^2 k^2 m_y(k, t) - r a^2 \sum_n \left( q_n^2 \int dq' m_x(k - k', t) \tilde{\Phi}_n(k') \right), \\ \frac{\partial}{\partial t} m_y(k, t) &= a^2 k^2 m_x(k, t) - r a^2 \sum_n \left( q_n^2 \int dq' m_y(k - k', t) \tilde{\Phi}_n(k') \right) \end{aligned} \quad (6.13)$$

geschrieben werden. Hier wird die Zeit in der dimensionslosen Zeit  $\bar{t} = \gamma \tilde{A} m_s t$  gemessen, wobei in Gl. (6.13) der Balken nicht mehr mit geschrieben wurde. Später werden wir genau zwischen der dimensionslosen Zeit  $\bar{t}$  und der Zeit in SI-Einheiten unterscheiden. Die anderen dimensionslosen Größen sind definiert durch

$$A = \tilde{A} a^2, \quad C = K m_s a^2, \quad r = K / \tilde{A}, \quad (6.14)$$

mit der Gitterkonstanten  $a$ . Der Separationsparameter  $q_n$  und die  $\tilde{\Phi}_n(k)$  werden durch die Lösung von Gl. (6.12) unter Beachtung der relevanten Randbedingungen bestimmt.

### 6.3.1. Isolierter Draht

Zunächst untersuchen wir den Fall, wenn kein Wärmestrom durch die Enden des Drahtes fließt. Die Anfangs- und Randbedingungen für die Wärmeleitungsgleichung (6.12) lauten

$$T(x, t = 0) = \Theta_0 \sum_n \Phi_n(x), \quad \left. \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0, L} = 0, \quad (6.15)$$

wobei  $L$  die Länge des Nanodrahtes kennzeichnet. Eine Lösung von Gl. (6.12), welche die Randbedingungen in Gl. (6.15) erfüllt, ist

$$\Phi_n(x) = u_n \cos(q_n x), \quad q_n = \frac{n\pi}{L}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6.16)$$

Nach Fourier–Transformation erhält man

$$\tilde{\Phi}_n(k) = u_n \pi [\delta(k + q_n) + \delta(k - q_n)]. \quad (6.17)$$

Das Einsetzen dieser Relation in Gl. (6.13) führt auf Terme der Form  $m_\alpha(k \pm q_n)$ , welche mit Bezug auf den kleinen Parameter  $q_n$  entwickelt werden können, d. h.

$$m_\alpha(k \pm q_n) \simeq m_\alpha(k) \pm \frac{\partial m_\alpha}{\partial k} q_n + \mathcal{O}(q_n^2). \quad (6.18)$$

Ist  $\lambda$  die Wellenlänge der niederenergetischen Anregungen im Ferromagneten mit dem zugehörigen Wellenvektor  $k \sim 1/\lambda$  und setzt man zusätzlich  $q_n \sim 1/L$ , dann ist die Entwicklung in Gl. (6.18) gültig für  $q_n \ll k \ll 1/a$  bzw.  $L \gg \lambda \gg a$ .

Führt man nun  $\eta = m_x + i m_y$  ein und kombiniert Gln. (6.17)–(6.18) mit Gl. (6.13), so erhält man die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t} \eta(k, \bar{t}) = (i a^2 k^2 - \bar{\alpha}) \eta(k, \bar{t}), \quad \bar{\alpha} = 2\pi r a^2 \sum_n q_n^2 u_n \quad (6.19)$$

für  $\eta$ . Die Lösung für  $\mathbf{m}_\perp = (m_x, m_y)^T$  mit den Anfangsbedingungen  $\mathbf{m}_\perp(k, t = 0) = \mathbf{m}_0 = (m_0, m_0)^T$  schreiben wir mittels der realen Zeit  $t$  in Sekunden als

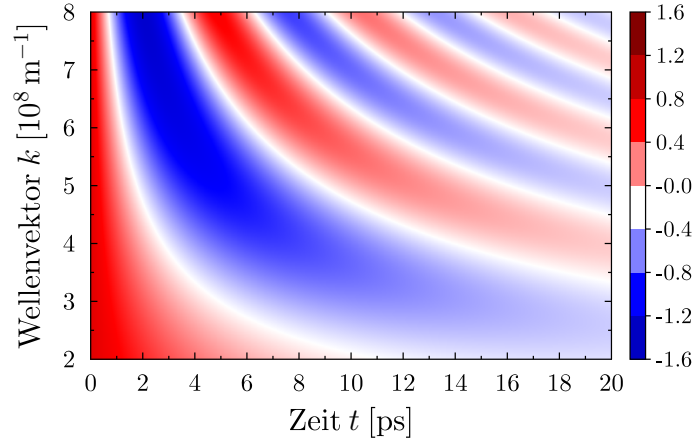
$$\mathbf{m}_\perp(k, t) = \begin{pmatrix} \cos[\omega(k)t] & -\sin[\omega(k)t] \\ \sin[\omega(k)t] & \cos[\omega(k)t] \end{pmatrix} \mathbf{m}_0 \exp[-\alpha t]. \quad (6.20)$$

Die hier auftauchende Dispersionsbeziehung  $\omega(k)$  und die Dämpfungskonstante  $\alpha$  sind definiert durch

$$\omega(k) = \gamma A m_s k^2, \quad \alpha = 2\pi r A \gamma m_s \sum_n q_n^2 u_n. \quad (6.21)$$

In dem Ausdruck für die Frequenz  $\omega(k)$  erkennt man die typische quadratische Abhängigkeit vom Wellenvektor, die von der Austauschwechselwirkung herrührt. Der Temperaturgradient liefert die Dämpfung über den in Gl. (6.21) definierten Parameter  $\alpha$ . Die Stärke der Dämpfung kann anhand der Gl. (6.21) und Gl. (6.14) abgeschätzt werden. Es zeigt sich, dass  $\alpha \propto C \sum_n q_n^2 u_n$ . Damit die physikalische Dämpfung realisiert ist, muss das Vorzeichen des Parameters  $C \propto r$  aus Gl. (6.7) noch näher betrachtet werden. Dieser charakterisiert die Stärke der magneto–thermischen Kopplung. Das Vorzeichen von  $\sum_n q_n^2 u_n$  ist durch die Vorzeichen der Koeffizienten  $u_n$  bestimmt, die über die Anfangstemperaturverteilung gegeben sind, siehe Gln. (6.15) und (6.16). Ein positiver Dämpfungsparameter  $\alpha$  ergibt sich durch die Zuordnung

$$\sum_n q_n^2 u_n \leq 0 \quad \implies \quad r \leq 0. \quad (6.22)$$



**Abbildung 6.2.** – Spinwellen-Lösung  $m_x(k, t)/m_0$  (farbkodiert) für  $a = 1 \text{ \AA}$ ,  $L = 1 \text{ \mu m}$  und  $r = 100$  für den Fall des verschwindenden Wärmestroms an den Drahtenden bezüglich des Temperaturprofils I in der eingesetzten Grafik in Abb. 6.3.

Die  $t$ - und  $k$ -abhängige Magnetisierungskomponente  $m_x/m_0$  ist in Abb. 6.2 gezeigt. Wie erwartet vergrößert sich die Frequenz für höhere Werte von  $k$ . Des Weiteren sollte die Dämpfung auf der ps- bis ns-Zeitskala erfolgen. Um dies zu demonstrieren verweisen wir auf Abb. 6.3, in der wir die dynamischen Lösungen mit festem Wellenvektor für verschiedene Temperaturprofile präsentieren. Die Anfangstemperaturverteilung wird als

$$T_0/\Theta_0 = u_0 + \sum_n u_n \cos[q_n x] \quad (6.23)$$

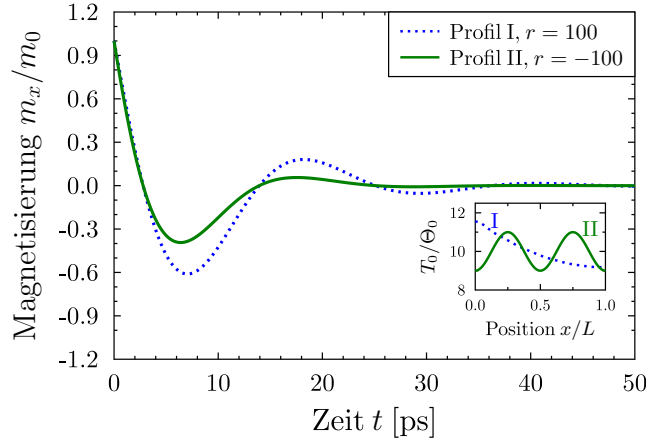
gewählt und ist in Abb. 6.3 illustriert. Um eine Dämpfung der Spinwellen im ps-Bereich zu erhalten, setzen wir  $|r| = K/\text{\AA} = 100$ , wobei  $r$  ein Maß für das Verhältnis der Kopplungsstärke zwischen Temperatur und Magnetisierung (d. h.  $\nabla\Phi\nabla\mathbf{m}$ ) zur Stärke der Kopplung von  $\nabla\mathbf{m}\nabla\mathbf{m}$  ist. Siehe dazu auch Gl. (6.14). Hier zeigt sich demnach eine starke Kopplung zwischen den Gradienten der Temperatur und der Magnetisierung.

### 6.3.2. Feste Temperaturen an den Drahtenden

Als zweite Realisierung betrachten wir den Fall, dass die Enden des Nanodrahtes auf festen Temperaturen gehalten werden:

$$T(x, t = 0) = \Theta_0 \sum_n \Phi_n(x), \quad \Phi(x = 0) = \Phi(x = L) = 0. \quad (6.24)$$

Diese Gleichung bezieht sich auf das transformierte Temperaturfeld  $T(x, t) = \tilde{T}(x, t) - (1 - x/L)T_1 - x/L T_2$ , wobei  $T_1 = \tilde{T}(x = 0, t)$  und  $T_2 = \tilde{T}(x = L, t)$  fixiert sind und  $\tilde{T}(x, t)$  das reale Temperaturprofil im Nanodraht ist. Der ortsabhängige Anteil  $\Phi(x)$  kann aus Gl. (6.12) zusammen mit den Randbedingungen in Gl. (6.24) berechnet



**Abbildung 6.3.** – Spinwellen–Lösung mit  $a = 1 \text{ \AA}$ ,  $L = 1 \mu\text{m}$  und  $k = 4 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$  für den Fall des verschwindenden Wärmestroms an den Drahtenden für die Anfangs–temperaturprofile I ( $u_n = 1/n^2$ ,  $u_0 = 10$ ) und II ( $u_n = u_4 = -1$ ,  $u_0 = 10$ ) in der eingesetzten Grafik bezüglich Gl. (6.23).

werden. Die Lösung ist eine Überlagerung von

$$\Phi_n(x) = v_n \sin(q_n x), \quad q_n = \frac{n\pi}{L}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6.25)$$

Die Fourier–Transformierte von  $\Phi_n(x)$  lautet

$$\tilde{\Phi}_n(k) = i v_n \pi [\delta(k + q_n) - \delta(k - q_n)]. \quad (6.26)$$

Verwendet man wieder die Entwicklung in Gl. (6.18) und die Transformation  $\eta = m_x + i m_y$ , ergibt sich nach Einsetzen von Gl. (6.26) in Gl. (6.13) die partielle Differentialgleichung erster Ordnung

$$\frac{\partial}{\partial \bar{t}} \eta(k, \bar{t}) + i \bar{\beta} \frac{\partial}{\partial k} \eta(k, \bar{t}) = i a^2 k^2 \eta(k, \bar{t}), \quad \bar{\beta} = 2\pi r a^2 \sum_n q_n^3 v_n. \quad (6.27)$$

Diese kann durch Anwenden der Methode der Charakteristiken [180] gelöst werden. Als Lösung für  $\mathbf{m}_\perp = (m_x, m_y)^T$  finden wir

$$\mathbf{m}_\perp(k, t) = \begin{pmatrix} \cos[\Omega(k, t) t] & -\sin[\Omega(k, t) t] \\ \sin[\Omega(k, t) t] & \cos[\Omega(k, t) t] \end{pmatrix} \mathbf{m}_0 \exp[A\gamma m_s \beta(t) k t] \quad (6.28)$$

mit der Anfangsbedingung  $\mathbf{m}_\perp(t = 0) = \mathbf{m}_0 = (m_0, m_0)^T$ . Die Spinwellen–Dispersionsbeziehung  $\Omega(k, t)$  und der Dämpfungsparameter  $\beta(t)$  sind durch

$$\Omega(k, t) = A\gamma m_s \left( k^2 - \frac{\beta^2(t)}{3} \right), \quad \beta(t) = 2\pi r A\gamma m_s t \sum_n q_n^3 v_n \quad (6.29)$$

gegeben. Offensichtlich wird die quadratische Dispersionsrelation jetzt durch den zeit–abhängigen Term  $A\gamma m_s \beta^2(t)/3$  modifiziert, d. h. die Spinwellen–Dispersionsbeziehung

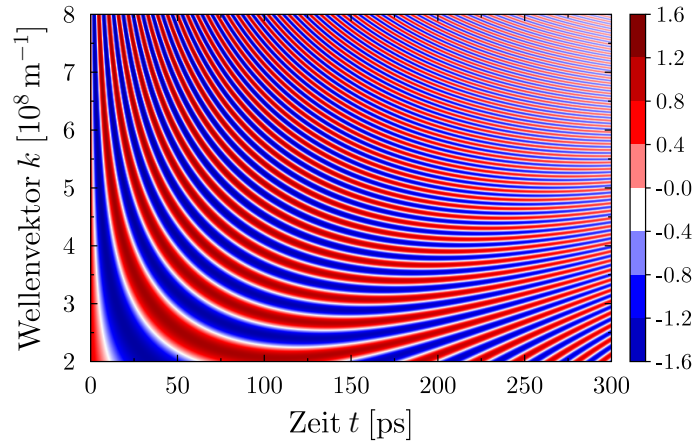
wird durch den Dämpfungsparameter geändert. Dieser erscheint ebenfalls in der Exponentialfunktion in Gl. (6.28). Das Abklingen dieser Funktion ist für negative  $\beta(t)$  sichergestellt. In der gleichen Weise wie zuvor, unter Verwendung von Gl. (6.29) und Gl. (6.14), ergibt sich  $\beta \propto C \sum_n q_n^3 v_n$ . Deshalb müssen die Fälle

$$\sum_n q_n^3 v_n \leq 0 \quad \implies \quad r \geq 0 \quad (6.30)$$

unterschieden werden. Bezüglich der Anfangsbedingungen ( $\tilde{T}$  wurde unterhalb von Gl. (6.24) eingeführt) nehmen wir

$$\tilde{T}_0/\Theta_0 = (1 - x/L)T_1/\Theta_0 + xT_2/L\Theta_0 + \sum v_n \sin[q_n x], \quad (6.31)$$

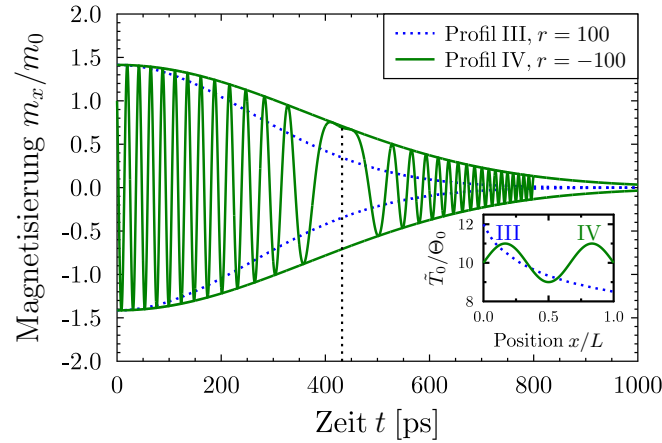
an, siehe dazu auch die eingesetzte Grafik in Abb. 6.5. Die Lösung  $m_x(k, t)/m_0$  ist in Abb. 6.4 dargestellt. Verglichen mit dem Fall des isolierten Drahtes lässt sich nun



**Abbildung 6.4.** – Spinwellen-Lösung  $m_x(k, t)/m_0$  (farbkodiert) für  $a = 1 \text{ \AA}$ ,  $L = 1 \text{ \mu m}$  und  $r = 100$  für den Fall, dass die Temperaturen an den Drahtenden fest sind bezüglich des Temperaturprofils III in der eingesetzten Grafik in Abb. 6.4.

eine Erhöhung der Relaxations- bzw. Lebenszeit der Spinwellen beobachten. Dies wird anhand des Vergleichs der Zeitskalen in den Abbn. 6.2 und 6.4 deutlich. Der Effekt einer erhöhten Relaxationszeit der Spinwellen ist ebenfalls in den Abbn. 6.3 und 6.5 erkennbar. Dort ist die Lösung für  $k = 4 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$  bezogen auf verschiedene Temperaturprofile aber identischen Werten des Verhältnisses der Kopplungsstärken  $r$  gezeigt. Die gezeigte Kurve ist durch ein Abfallen der Frequenz bis zu einer Zeit von  $\sim 430 \text{ ps}$  gekennzeichnet. Dieser Zeitpunkt ergibt sich aus dem Maximum des Arguments der periodischen Funktionen  $\Omega(k, t)t$ . Danach nimmt die Frequenz stetig mit der Zeit zu. Ein quantitativer Vergleich der Relaxationszeiten für vergleichbare Temperaturprofile in den Abbn. 6.3 und 6.5 zeigt, dass die charakteristische Zeitskala, verglichen mit dem isolierten Draht, für den Draht mit festen Temperaturen an den Enden ca. 40 – 90 mal größer ist. Der Grund dafür ist in der Entwicklung in Gl. (6.18) zu finden. Da sich in Gl.(6.27) alle geraden Terme in der Kombination  $m_\alpha(k + q_n) - m_\alpha(k - q_n)$  gegenseitig aufheben, bleiben nur die ungeraden Terme





**Abbildung 6.5.** – Spinwellen-Lösung mit  $a = 1 \text{ \AA}$ ,  $L = 1 \mu\text{m}$  und  $k = 4 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$  für den Fall, dass die Temperaturen an den Drahtenden fest sind für die Anfangstemperaturprofile III ( $v_n = -1/n^2$ ,  $T_1/\Theta_0 = 12$ ,  $T_2/\Theta_0 = 8.5$ ) und IV ( $v_n = v_3$ ,  $T_1/\Theta_0 = 10 = T_2/\Theta_0$ ) in der eingesetzten Grafik bezüglich Gl. (6.31). Hier ist nur die Einhüllende der Lösung bezogen auf das Profil III gezeichnet.

übrig. Das führt zu einer Veränderung der Dämpfungskonstanten in den Gln. (6.28)–(6.29) verglichen mit  $\alpha$  in den Gln. (6.20)–(6.21). Das physikalische Bild dahinter könnte man sich wie folgt vorstellen. Wie weiter oben diskutiert, bestimmt die Art des Temperaturprofils  $\Phi(x)$  die Stärke der Kopplung. In unserem Modell wird die Lösung für  $\Phi(x)$  über die Randbedingungen in Gl. (6.15) oder Gl. (6.24) ausgesucht. Die vollständige Isolierung des Nanodrahtes erlegt dem magneto-thermischen System eine Beschränkung auf. Mit der Umgebung kann keine Energie ausgetauscht werden. Das führt zu einer Limitierung der Möglichkeiten für die Selbstorganisation des magneto-kalorischen Verhaltens. Im anderen Fall, wenn Wärme durch die Enden des Nanodrahtes fließen kann, ist das magnetische Material in Kontakt mit der Umgebung. Deshalb kann der Selbstorganisationsprozess durch eine vermehrte Anzahl von Möglichkeiten realisiert werden. Dies bedeutet, dass der angeregte Zustand im nicht-abgeschlossenen System eine längere Lebensdauer hat als im isolierten System.



# 7. Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde die Nichtgleichgewichtsdynamik in magnetischen Systemen untersucht. Die vorgestellten mesoskopischen Modelle behandeln dabei allesamt die schwach angeregten Zustände in ferromagnetischen Systemen, deren Lebensdauer durch die operativen Dämpfungsmechanismen bestimmt wird.

In dieser Dissertation wurden die Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung und die Bloch–Bloembergen–Gleichung, die sich in den jeweiligen Dämpfungstermen unterscheiden, verallgemeinert. Diese Bewegungsgleichungen werden häufig in wissenschaftlichen Arbeiten in ihrer bekannten Form zur Analyse herangezogen. Die Untersuchungen in der vorliegenden Arbeit bilden dahingehend eine Erweiterung, als dass zusätzliche Dämpfungsmechanismen betrachtet werden, welche durch innere und äußere stochastische Kräfte, durch Retardierungsmechanismen zwischen räumlich voneinander getrennten magnetischen Momenten und durch lokal veränderliche Temperaturfelder hervorgerufen werden. Durch das Einbeziehen von korrelierten stochastischen Magnetfeldern und deterministischen Laufzeiteffekten wird die Magnetisierungsdynamik durch zusätzliche charakteristische Zeit- und Längenskalen gekennzeichnet. Das Wechselspiel mit der deterministischen Gilbert- bzw. Bloch–Dämpfung führt zu einem komplexen Relaxationsverhalten der Spinwellen. Außerdem eröffnet die vorliegende Arbeit Möglichkeiten einer experimentellen Überprüfung der theoretischen Untersuchungen durch ferromagnetische Resonanzmessungen.

In Kapitel 3 wurde das effektive Magnetfeld in der Landau–Lifshitz–Gilbert–Gleichung mit einem stochastischen Feld überlagert. Während die stochastischen Felder in der Literatur üblicherweise als weißes Rauschen ohne eigene charakteristische Zeitskala modelliert werden, wurde das stochastische Magnetfeld in dem hier vorgestellten Modell als farbiges Rauschen betrachtet. In diesem erweiterten Ansatz beeinflussen sich die fluktuierenden Magnetfelder innerhalb einer endlichen Korrelationszeit gegenseitig. Der Effekt von farbigem Rauschen auf magnetische Anregungen wurde ebenfalls in [128] untersucht. Während diese Autoren das Hauptaugenmerk auf die Laser-induzierte Demagnetisierung in magnetischen Systemen gerichtet haben, wurde in Kapitel 3 eine detaillierte Studie von Korrelationszeiteffekten auf Spinwellen–Anregungen präsentiert. Des Weiteren ist in [128] auf numerische Methoden zurückgegriffen worden, wohingegen das hier vorgestellte stochastische Modell die Möglichkeit bietet, die Wirkung der Korrelationszeit stochastischer Magnetfelder auf analytischer Ebene zu untersuchen. Die Korrelationszeit des Rauschens wirkt sich sowohl auf die Spinwellen–Dispersionsbeziehung als auch auf die Relaxationszeit der magnetischen Anregungen aus. In diesem Zusammenhang ergab sich, dass die Energielücke bei verschwindendem Wellenvektor für bestimmte Parameterkombinationen gegen Null geht, wobei auch die Korrelationsstärke eine wichtige Rolle spielt. Um das magnetische System anzuregen, ist dann keine Energiezufuhr von außen nötig. Die benötigte Energie wird von den stochastischen Feldern geliefert. Neben diesem Effekt

hat die berücksichtigte Korrelationszeit ebenfalls Lösungen hervorgebracht, welche durch lange Relaxationszeiten gekennzeichnet sind. Als Spezialfälle ergaben sich dynamische Spinwellen-Lösungen, deren Gesamtdämpfung verschwindet. Entsprechend dieser Situation wurde ein analytischer Ausdruck für die zugehörige kritische Korrelationszeit hergeleitet. Tritt der Fall ein, so ist auch die Bewegung der Magnetisierungskomponenten untereinander langzeitkorreliert.

Der Effekt der Retardierung, welche die Dämpfung im magnetischen System ebenfalls beeinflusst, wurde in den Kapiteln 4 analysiert. Dazu wurde eine Verallgemeinerung der Bewegungsgleichung für die Magnetisierung mit einer Retardierungsfunktion durchgeführt, welche durch eigene Zeiten und Längen charakterisiert ist. Dieser Ansatz ist zuvor nicht untersucht worden. Die zur Analyse angewendete Spinwellen-Näherung beinhaltet die Linearisierung der ursprünglich nichtlinearen Bewegungsgleichung. Von nichtlinearen Systemen ist bekannt, dass deren Dynamik auf inhärenten Zeitskalen abläuft. Innerhalb der linearen Näherung wird diese selbstorganisierte Zeitskala zunächst vernachlässigt. Durch die Berücksichtigung von Retardierungsmechanismen wird aber andererseits eine zusätzliche Zeitskala in das System eingebracht. Diese gestattet es unterschiedliche Zeitbereiche aufzulösen. Damit stellt der Retardierungsansatz ein realistisches Modell dar, welches Laufzeiteffekte in der dynamischen Beschreibung magnetischer Systeme zulässt. Genau wie beim stochastischen Modell sind langlebige und ungedämpfte Spinwellen-Lösungen möglich. Hier wurde das Eintreten dieser Situationen in Abhängigkeit des Wellenvektors und des externen statischen Magnetfeldes untersucht. In einem Modell, in welchem die zeitliche Rückkopplung gegenüber der räumlichen Retardierung dominant ist, wurde gezeigt, dass physikalisch zugängliche dynamische Lösungen nicht für beliebige Wellenvektoren vorkommen. Für bestimmte Werte des äußeren Feldes kommt es ebenfalls zu diesem Phänomen. Da es sich beim statischen Magnetfeld um einen leicht von außen steuerbaren Parameter handelt, sollte es möglich sein, die vorgestellten Ergebnisse experimentell nachzuprüfen.

Zusätzlich wurden Retardierungseffekte und Stochastizität in einem weiteren Modell gemeinsam berücksichtigt. Die entsprechende Dispersionsrelation und die Gesamtdämpfung sind durch eine Mischung beider Effekte charakterisiert. Um experimentell vergleichbar zu sein, wurden die Ergebnisse auf die Linienbreite des Signals aus ferromagnetischen Resonanzexperimenten bezogen.

Außerdem wurden Retardierungseffekte in dünnen Filmen in Kapitel 5 untersucht. Hierbei wurde ein Ausdruck für die FMR-Linienbreite direkt aus der Bewegungsgleichung für die Magnetisierung hergeleitet. Diese dynamische Gleichung schließt sowohl die Gilbert- als auch die Bloch-Dämpfung mit ein. Als Hauptresultat wurde gefunden, dass sich die FMR-Linienbreite als Summe des Gilbert-Anteils, des Bloch-Anteils, eines gemischten Gilbert-Bloch-Anteils und eines Retardierungsbeitrags schreiben lässt. Das Ergebnis ist in einem intermediären Frequenzbereich für die Auswertung von FMR-Experimenten anwendbar. Erstmals konnte damit ein experimentell verifizierbarer Ausdruck für die FMR-Linienbreite gefunden werden, der sich ausschließlich aus der Bewegungsgleichung für die Magnetisierung ableiten lässt. Darüber hinaus wird für hohe Frequenzen ein nichtlineares Verhalten proportional zum Quadrat der Frequenz vorhergesagt. Eine entsprechende experimentelle Durchführung für hohe Frequenzen sollte sich aber besonders bei metallischen Filmen als

anspruchsvoll gestalten, da nach der Resonanzbedingung mit wachsender Frequenz ebenfalls die Stärke des statischen Magnetfeldes zunimmt, welches zum Erzeugen der Resonanz notwendig ist. Die Anpassung der hier gefundenen analytischen Formel für die Linienbreite an Messergebnisse liefert materialspezifische Werte für die Retardierungsstärke, die Retardierungslänge und die Retardierungszeit. Alle drei Größen beeinflussen die FMR-Linienbreite und somit die magnetische Dämpfung.

Der Einfluss eines Temperaturgradienten auf das Verhalten der Magnetisierung wurde am Beispiel eines Nanodrahtes in Kapitel 6 untersucht. Dazu wurde der Temperaturgradient in einem Energiefunktional an die räumliche Änderung der Magnetisierung gekoppelt. Auf dem Forschungsgebiet der Spin-Kaloritronik werden linear mit dem Ort veränderliche Temperaturfelder, d. h. konstante, uniforme Temperaturgradienten, betrachtet. Als weiterführender Aspekt wurde in dieser Arbeit die Auswirkung eines nichtuniformen Temperaturgradienten analysiert. Es ergab sich dabei eine Bewegungsgleichung vom Bloch-Bloembergen-Typ für die Magnetisierung. Die Kopplung zwischen den Gradienten der Magnetisierung und der Temperatur bestimmt die Dämpfung. Dabei ist die Form der Bewegungsgleichung für die Magnetisierung abhängig davon, ob es sich um einen isolierten Nanodraht handelt oder ob ein Wärmefluss durch die Drahtenden erlaubt ist. Somit spielen die Randbedingungen für das Temperaturfeld eine wichtige Rolle für die Dynamik der Magnetisierung. Darüber hinaus wird die Stärke der Kopplung zwischen Magnetisierung und Temperatur durch das Anfangstemperaturprofil entscheidend beeinflusst.

Als mögliche Erweiterung der in der vorliegenden Arbeit präsentierten Modelle kann das stochastische Magnetfeld auch räumlich korreliert sein. Die hier verwendete zeitliche Korrelationsfunktion muss dann um diesen räumlichen Anteil ergänzt werden. Damit wird eine weitere Längenskala in das Modell eingeführt. Eine nächster Fortschritt ist ein kombiniertes Modell, in dem Stochastizität und Retardierung gleichermaßen durch endliche Korrelationszeiten und Korrelationslängen charakterisiert sind. Das kontrollierte Aufbringen von Strukturen auf die Oberfläche dünner Filme ist ein zusätzlicher Aspekt. Für die theoretische Beschreibung dieses Problems kann eine passende Retardierungsfunktion gefunden werden, welche die tatsächliche Struktur auf dem Film repräsentiert. Analog zur Herleitung in Kapitel 5 lässt sich dann ein Ausdruck für die FMR-Linienbreite finden, was wiederum einen Vergleich von Experiment und Theorie ermöglicht.

Bei der Analyse der schwach angeregten magnetischen Zustände kann die Sättigungsmagnetisierung als zeitunabhängig angesehen werden. Untersucht man hingegen das Umschalten der Magnetisierung, ist jede Magnetisierungskomponente zeitlich veränderlich. Als interessante Fragestellung ergibt sich, wie sich Retardierung und stochastische Felder auf den Prozess der Magnetisierungsumkehr auswirken. Diese Manipulation von magnetischen Materialien ist auf dem Gebiet der Datenspeicherung von Bedeutung. Hierbei sollte der Umschaltprozess schnellstmöglich realisiert werden und die Ausdehnung des Raumgebiets, auf welches sich die lokale Magnetisierung bezieht, möglichst klein sein. Darüber hinaus ist es erforderlich einen langlebigen Speicherzustand zu erzeugen. Zeitliche und räumliche Einflüsse, die ihren Ursprung in korrelierten stochastischen Feldern oder in Retardierungsmechanismen haben, können auch in diesem Zusammenhang zu unerwarteten Effekten führen. Die kontrollierte Manipulation von Probenoberflächen ist eine Möglichkeit räumliche Rückkopplung

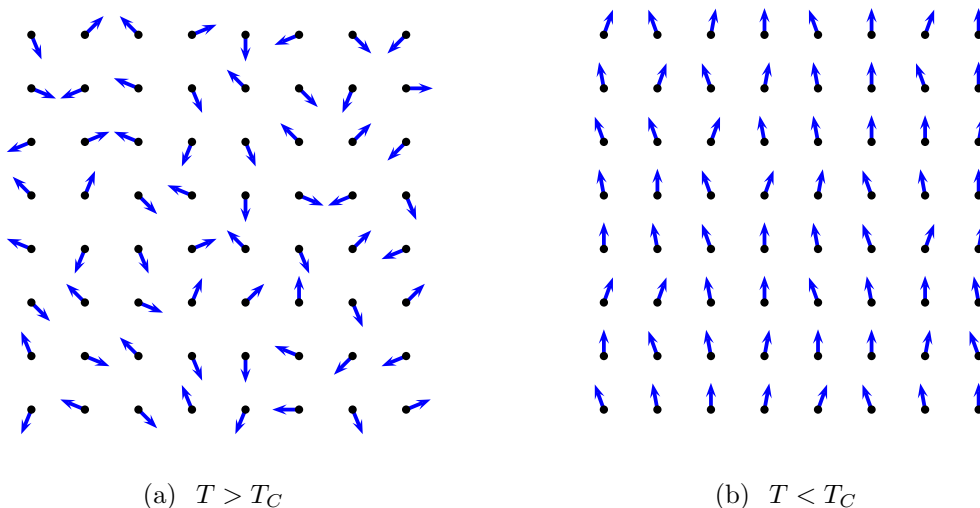
im magnetischen System zu induzieren. Eine theoretische Analyse des manipulierten Materials unter der Einbeziehung von Retardierung kann dann ermöglichen, neue relevante Oberflächenstrukturen zu finden oder ungeeignete auszuschließen. Zudem ist es in Bezug auf die Grundlagenforschung interessant, das Umschalten der Magnetisierung mittels korrelierter stochastischer Felder zu verwirklichen. Mathematisch kompliziert sich die Beschreibung in diesem Fall, da es sich nicht mehr um schwach angeregte Zustände sondern um große Auslenkungen der Magnetisierung handelt. Eine Linearisierung der Bewegungsgleichung für die Magnetisierung ist dann nicht mehr geeignet. Darum muss man zur Untersuchung des Problems auf numerische Methoden zurückgreifen.

Bezüglich des magneto–thermischen Modells aus Kapitel 6 lassen sich in dem Energiefunktional, aus welchem die Bewegungsgleichung hergeleitet wird, unterschiedliche Kopplungen zwischen Magnetisierung und Temperatur realisieren. Vorstellbar sind Kombinationen aus höheren Ableitungen der Magnetisierung und der Temperatur. Ebenso können nichtlineare Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden. Mit dieser Methode lässt sich möglicherweise eine Theorie finden, die einerseits den Spin–Seebeck–Effekt, bei dem der Temperaturgradient entlang der Probe konstant ist, explizit einbezieht und andererseits Effekte vorhersagt, bei denen die Manipulation der magnetischen Ordnung durch die Veränderung von Temperaturfeldern gesteuert werden kann.

# A. Anhang

## A.1. Symmetrie in magnetischen Systemen

Ein endlicher Wert der Magnetisierung setzt implizit voraus, dass es eine magnetische Vorzugsrichtung im System gibt. Wäre dies nicht der Fall, dann würde die Summe über alle elementaren magnetischen Momente nach Gl. (2.7) Null ergeben, weil jede Orientierung der Einzelspins äquivalent wäre. Beide Zustände kommen in realen Systemen vor. Bestimmt wird die magnetische Ordnung durch die Temperatur. Die Übergangstemperatur zwischen beiden Phasen wird *Curie-Temperatur*  $T_C$  genannt. Für  $T > T_C$  spricht man von der paramagnetischen und für  $T < T_C$  von der ferromagnetischen Phase. Demzufolge wird durch  $T_C$  die Temperatur des Phasenübergangs Paramagnetismus  $\leftrightarrow$  Ferromagnetismus definiert. Auf beide Zustände wird im nächsten Teilabschnitt noch näher eingegangen. Am Beispiel eines zweidimensio-



**Abbildung A.1.** – (a) Vergleich von paramagnetischer und (b) ferromagnetischer Phase.

nenen Gitters mit lokalisierten magnetischen Momenten ist der Unterschied zwischen paramagnetischer und ferromagnetischer Phase in Abb. A.1 verdeutlicht. Wie man in Abb. A.1(a) erkennt, kann man das paramagnetische System um beliebige Winkel rotieren und das System bleibt unter dieser Symmetrioperation invariant. Dahingegen ist die Rotationssymmetrie in der ferromagnetischen Phase reduziert, siehe Abb. A.1(b). Der Phasenübergang ist also mit einer Symmetriebrechung verknüpft. Ganz allgemein gibt es fundamentale Symmetrien in physikalischen Theorien. Zunächst wird das Verhalten einer Größe  $A$  unter Inversion der räumlichen Koordinaten

$\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$  (Parität) näher betrachtet. Dazu definieren wir den Paritätsoperator  $\hat{\mathcal{P}}$  mit den zugehörigen Eigenwerten  $\lambda_{\mathcal{P}}$  über die Funktion  $A = A(\mathbf{r})$  als

$$\hat{\mathcal{P}} A = \lambda_{\mathcal{P}} A, \quad \lambda_{\mathcal{P}} = \pm 1. \quad (\text{A.1})$$

Ist  $\lambda_{\mathcal{P}} = +1$ , dann spricht man von gerader Parität und die Größe  $A$  bleibt invariant unter Rauminversion. Ändert  $A$  hingegen das Vorzeichen nach Anwenden des Paritätsoperators ( $\lambda_{\mathcal{P}} = -1$ ) dann ist diese Größe von ungerader Parität. Sei  $\Phi$  eine Funktion die von der Magnetisierung  $\mathbf{M}$  und dem Magnetfeld  $\mathbf{H}$  bzw. der magnetischen Flussdichte  $\mathbf{B}$  abhängt. Die Anwendung des Paritätsoperators auf diese Größen liefert

$$\hat{\mathcal{P}} \Phi(\mathbf{M}, \mathbf{H}, \mathbf{B}) = \Phi(\mathbf{M}, \mathbf{H}, \mathbf{B}), \quad (\text{A.2})$$

d. h. bei  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{H}$  und  $\mathbf{B}$  handelt es sich um axiale Vektoren. Im Gegensatz dazu sind das elektrische Feld  $\mathbf{E}$ , die Polarisation  $\mathbf{P}$  und die Verschiebungsdichte  $\mathbf{D}$  polare Vektoren, d. h. angewendet auf diese Größen hat  $\hat{\mathcal{P}}$  den Eigenwert  $\lambda_{\mathcal{P}} = -1$ .

Analoge Symmetriebetrachtungen können mit Bezug auf Umkehr der Bewegungsrichtung durchgeführt werden. Dazu wird der Zeitinversionsoperator  $\hat{\mathcal{T}}$ , der die Transformation  $t \rightarrow -t$  charakterisiert, mit den zugehörigen Eigenwerten  $\lambda_{\mathcal{T}}$  über  $A = A(t)$  wie folgt definiert

$$\hat{\mathcal{T}} A = \lambda_{\mathcal{T}} A, \quad \lambda_{\mathcal{T}} = \pm 1. \quad (\text{A.3})$$

Setzt man für  $A$  die typischen magnetischen Größen ein, so ist

$$\hat{\mathcal{T}} \Phi(\mathbf{M}, \mathbf{H}, \mathbf{B}) = \Phi(-\mathbf{M}, -\mathbf{H}, -\mathbf{B}). \quad (\text{A.4})$$

Demzufolge ist  $\lambda_{\mathcal{T}} = -1$  und  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{H}$  und  $\mathbf{B}$  ändern das Vorzeichen unter Zeitumkehr. Invariant bei Zeitspiegelung ( $\lambda_{\mathcal{T}} = +1$ ) bleiben dagegen die Kenngrößen des elektrischen Feldes  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{P}$  und  $\mathbf{D}$ .

In Abschnitt 2.4.2 wird die Bewegungsgleichung für die Magnetisierung näher besprochen. Terme die invariant unter Zeitinversion sind werden den reversiblen Anteil der Bewegung beschreiben. Die Terme, die nicht invariant unter Zeitumkehr sind, werden zu Dämpfungseffekten führen.

## A.2. Paramagnetismus

Phänomene wie Paramagnetismus und Ferromagnetismus setzen das Vorhandensein permanenter magnetischer Momente voraus. Dies ist der Fall, wenn Elemente nur teilweise besetzte Elektronenorbitale besitzen. Als Beispiele dafür seien die Übergangsmetalle mit einem unvollständig gefüllten 3d-Orbital, die Seltenen Erden, bei denen die 4f-Schale nicht vollständig besetzt ist, und die Aktinide mit nicht vollständig gefülltem 5f-Orbital genannt.

Im Folgenden wird das Verhalten eines paramagnetischen Systems für  $T > T_C$  am Beispiel eines wechselwirkungsfreien Spinsystems, das durch die Quantenzahl  $J$  charakterisiert ist, näher beleuchtet. Die Spins sollen an Gitterplätzen lokalisiert sein.



Betrachtet man Abb. A.1(a) so wird deutlich, dass der paramagnetische Zustand aufgrund der statistischen Verteilung der elementaren magnetischen Momente nicht erkennbar ist. Das Anlegen eines äußeren Magnetfeldes richtet die Momente aus. Ein elementares magnetisches Moment  $\boldsymbol{\mu} = -g_J\mu_B/\hbar\mathbf{J}$  besitzt in diesem Feld die Zeeman-Energie

$$\epsilon_Z = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = g_J\mu_B m_J B. \quad (\text{A.5})$$

Die Richtung des  $\mathbf{B}$ -Feldes gibt hierbei die Quantisierungsachse vor. Dies soll hier o.B.d.A. die  $z$ -Achse sein. Die Projektion des Gesamtspins  $\mathbf{J}$  auf die  $z$ -Achse ist durch die Werte  $\hbar m_J$  gegeben. Durch das Magnetfeld wird auch die  $(2J+1)$ -fache Entartung der Energieniveaus aufgehoben. Zwei nebeneinander liegende Energielevel haben einen Abstand von  $g_J\mu_B B$ , mit  $g_J$  aus Gl. (2.5). Angenommen das betrachtete System wird von  $N$  Spins gebildet, so findet man für die Magnetisierung<sup>1</sup>  $\tilde{M} = N\langle\mu_z\rangle$  über die Berechnung der quantenstatistischen Zustandssumme das Ergebnis [52]

$$\tilde{M} = \tilde{M}_S B_J(y), \quad \tilde{M}_S = N g_J \mu_B J, \quad y = \frac{\tilde{M}_S B}{N k_B T}, \quad (\text{A.6})$$

wobei  $k_B$  die Boltzmann-Konstante ist. Des Weiteren wurde in Gl. (A.6) die *Brillouin-Funktion*

$$B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \coth\left[\frac{2J+1}{2J}y\right] - \frac{1}{2J} \coth\left[\frac{y}{2J}\right] \quad (\text{A.7})$$

eingeführt. Diese ist in Abb. A.2 für verschiedene  $J$  dargestellt. Der Fall  $J = 1/2$  entspricht einem Zwei-Zustände-System mit Spin  $S = 1/2$  und  $L = 0$ , d. h. einem verschwindenden Bahndrehimpuls. Für  $J \rightarrow \infty$  erhält man den klassischen Grenzfall, bei dem beliebige Orientierungen zwischen den magnetischen Momenten und dem äußeren Magnetfeld möglich sind. Werden große Magnetfelder angewendet bzw. Spinsysteme bei niedrigen Temperaturen betrachtet, so dass  $y \rightarrow \infty$ , dann richten sich alle magnetischen Momente entlang des äußeren Feldes aus und  $B_J(y) \rightarrow 1$ . Betrachtet man hingegen kleine  $y$  so lässt sich die Brillouin-Funktion  $B_J(y)$  in eine Potenzreihe entwickeln und die paramagnetische Suszeptibilität  $\chi_{\text{para}}$  für kleine äußere Magnetfelder  $H \simeq B/\mu_0$  über die Beziehung

$$M = \frac{\tilde{M}}{V} = \chi_{\text{para}} H \simeq \chi_{\text{para}} \frac{B}{\mu_0} \quad (\text{A.8})$$

definieren. Die Größe  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$  ist die magnetische Feldkonstante. Für die paramagnetische Suszeptibilität findet man

$$V \chi_{\text{para}} = \frac{C}{T}, \quad C = \frac{N \mu_0 g_J^2 \mu_B^2 J(J+1)}{3k_B}. \quad (\text{A.9})$$

Das Ergebnis in Gl. (A.9) ist als *Curie-Gesetz* bekannt. Der Parameter  $C$  wird *Curie-Konstante* genannt. Mittels Multiplikation mit dem Volumen  $V$  wird erreicht, dass die Suszeptibilität dimensionslos wird.

<sup>1</sup> Die hier eingeführte Magnetisierung  $\tilde{M}$  steht mit der in Gl. (2.7) definierten Magnetisierung  $M$  über  $\tilde{M} = MV$  in Zusammenhang.  $V$  umfasst hierbei das Volumen aller beitragenden elementaren magnetischen Momente.

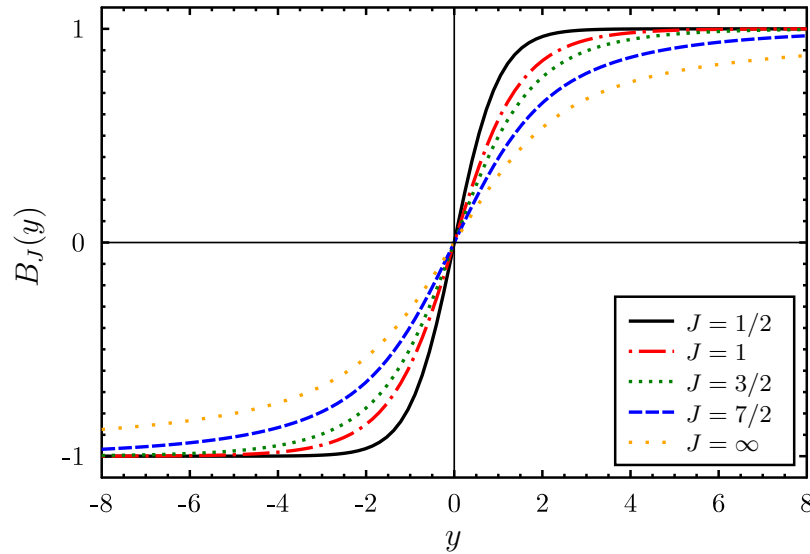


Abbildung A.2. – Die Brillouin-Funktion für verschiedene Werte für  $J$ .

### A.3. Ferromagnetismus

Im Paramagnetismus wird die magnetische Ordnung durch ein externes Magnetfeld hergestellt. Dagegen gibt es in der ferromagnetischen Phase eine magnetische Fernordnung auch ohne externes Magnetfeld sobald  $T < T_C$ . Daher ist es sinnvoll innerhalb eines Ferromagneten von einem internen Magnetfeld auszugehen, welches die elementaren magnetischen Momente dazu zwingt sich entlang einer Vorzugsrichtung zu orientieren. Diese Idee geht auf *P. Weiss* zurück. Das interne Feld wird *Austauschfeld* oder *Molekularfeld* genannt und im Folgenden mit  $\mathbf{B}_{\text{mf}}$  bezeichnet. Um die Stärke eines solchen Molekularfeldes abzuschätzen kann man die Freie Energie  $F = U - TS$  betrachten. Die Ordnung im System stellt sich nun so ein, dass  $F$  minimal wird. Für niedrige Temperaturen wird das magnetische System deshalb seinen niedrigsten Energiezustand bevorzugt einnehmen, d. h. die innere Energie  $U$  wird minimiert. Dies geht mit einer größeren Ordnung im System einher. Bei steigenden Temperaturen, wird die Minimierung der Freien Energie ab einer bestimmten Temperatur durch das Maximieren der Entropie  $S$  bestimmt. Dies bedeutet gleichzeitig, dass das System einen ungeordneten Zustand einnehmen wird. Die Temperatur bei der es zum Phasenübergang geordnet  $\leftrightarrow$  ungeordnet kommt, ist die Curie-Temperatur  $T_C$ . An diesem Punkt werden sich die Energie, welche bestrebt ist einen Ordnungszustand herzustellen, und die thermische Energie gerade die Waage halten, d. h.  $\mu_B B_{\text{mf}} = k_B T_C$ . Damit folgt für Fe, Co und Ni, dass  $B_{\text{mf}} \sim 10^3$  T. Diese Abschätzung deutet die enorme Stärke des Molekular- oder Austauschfeldes an. Durch das Einführen des Molekularfeldes  $B_{\text{mf}}$  kann die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung beschrieben werden. Für  $\mathbf{B}_{\text{mf}}$  nahm Weiss an, dass es proportional zur Magnetisierung ist und sich mit dem externen Magnetfeld  $B$  überlagert. Das Molekularfeld, das auf alle magnetischen Momente

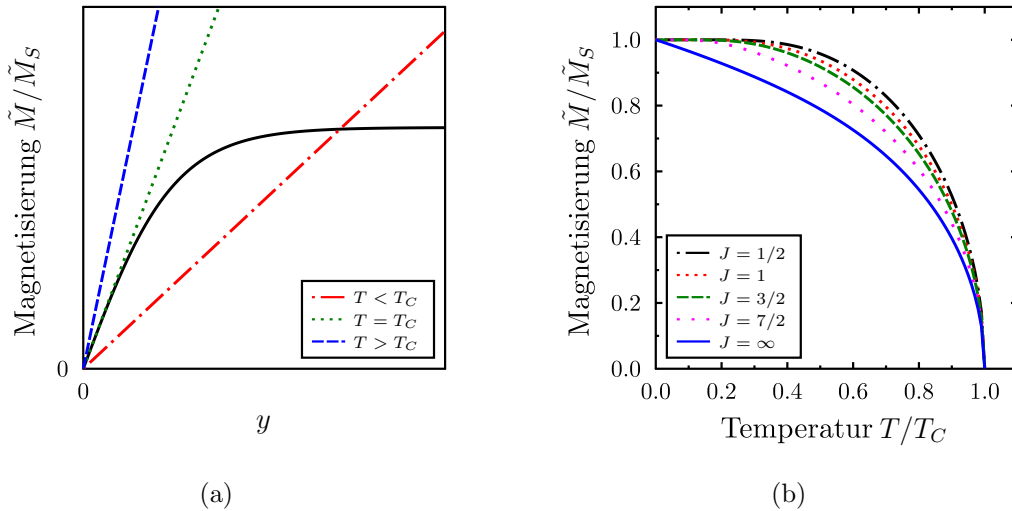
gleichermaßen wirkt, lässt sich somit schreiben als

$$B_{\text{mf}} = \Lambda \mu_0 \tilde{M}, \quad (\text{A.10})$$

mit dem Proportionalitätsfaktor  $\Lambda$ . In dieser Definition des Molekularfeldes mit  $\tilde{M}$  trägt  $\Lambda$  die Einheit  $[\text{m}^{-3}]$ . Geht man jetzt davon aus, dass die magnetischen Momente im Ferromagneten auf das Molekularfeld genauso reagieren wie die Momente im Paramagneten auf ein externes Magnetfeld, so findet man mit der Substitution  $B \rightarrow B + B_{\text{mf}}$  in Gl. (A.6) den Ausdruck<sup>2</sup>

$$\tilde{M} = \tilde{M}_S B_J(y), \quad \tilde{M}_S = Ng_J \mu_B J, \quad y = \frac{\tilde{M}_S (B + \Lambda \mu_0 \tilde{M})}{Nk_B T} \quad (\text{A.11})$$

für die Temperaturabhängigkeit der Magnetisierung. Die Brillouin-Funktion  $B_J$  ist erneut definiert wie in Gl. (A.7). Ergebnisse für das Weiss-Modell lassen sich durch gleichzeitiges Lösen der Ausdrücke für  $\tilde{M}$  und  $y$  in Gl. (A.11) finden. Die grafische Lösung für den Fall  $B = 0$  ist in Abb. (A.3(a)) dargestellt. Es ist erkennbar, dass das Weiss-Modell für  $T < T_C$  eine von Null verschiedene Magnetisierung liefert. Die



**Abbildung A.3.** – (a) Das Vorhandensein einer von Null verschiedenen spontanen Magnetisierung und (b) der Phasenübergang paramagnetisch  $\leftrightarrow$  ferromagnetisch.

Curie-Temperatur ist dabei gegeben durch

$$T_C = \frac{g_J \mu_B \mu_0 (J + 1) \Lambda \tilde{M}_S}{3k_B} = \Lambda C. \quad (\text{A.12})$$

Hierbei ist  $C$  die Curie-Konstante aus Gl. A.9. Das Verhalten der Magnetisierung beim Übergang von der paramagnetischen in die ferromagnetische Phase ist in Abb. A.3(b) für verschiedene  $J$  veranschaulicht. Im Bereich  $T > T_C$  ist die Magnetisierung Null. Dagegen nimmt sie einen endlichen Wert für  $T < T_C$  an. Außerdem

<sup>2</sup> In seinem Modell hatte P. Weiss die klassische Langevin-Funktion verwendet. Hier wurden die Brillouin-Funktionen eingeführt  $B_J$  eingeführt. Für  $J \rightarrow \infty$  stimmen beide Ergebnisse überein.

ist die Magnetisierung kontinuierlich bei  $T = T_C$ . Demzufolge handelt es sich im betrachteten Modell um einen Phasenübergang zweiter Ordnung. Betrachtet man die Annäherung an den Curie-Punkt  $T \rightarrow T_C$  für  $T > T_C$  so findet man für die Suszeptibilität [37]

$$V\chi_{\text{cw}} = \frac{C}{T - T_C}. \quad (\text{A.13})$$

Dies ist das *Curie-Weiss-Gesetz*. Dabei wurde wieder von der Entwicklung der Brillouin-Funktion  $B_J(y)$  für  $y \ll 1$  in eine Potenzreihe Gebrauch gemacht. Das Modell von Weiss liefert qualitativ eine gute Beschreibung. Für eine quantitative Übereinstimmung mit Experimenten ist es jedoch nicht geeignet. Die Ursache dafür ist die vereinfachte Annahme, dass alle magnetischen Momente das gleiche Molekularfeld spüren, welches als proportional zur Magnetisierung angenommen wird. Über den Ursprung und die Natur dieses Molekularfeldes wird keine nähere Aussage gemacht.

## A.4. Kontinuumsapproximation des Heisenbergmodells

Wir betrachten im Folgenden das Heisenberg-Modell, welches schon in Gl. (2.9) vorgestellt worden ist. Diesmal berücksichtigen wir nur die Austauschwechselwirkung zwischen nächsten Nachbarn, d. h.  $J_{ij} = J > 0$  falls  $i$  und  $j$  nächste Nachbarn sind, andernfalls  $J = 0$ . Der Hamilton-Operator lässt sich dann schreiben als

$$\mathcal{H} = - \sum_{\langle ij \rangle} J \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j. \quad (\text{A.14})$$

Mit  $J > 0$  nehmen damit an, dass das durch Gl. A.14 beschriebene System ferromagnetisch ist. Für die Kontinuumsapproximation ist es notwendig von klassischen Spins  $\mathbf{S}_i$  auszugehen. Des Weiteren betrachten wir im Folgenden benachbarte Spins, welche in einer Ebene liegen sollen. Bei endlichen Temperaturen oder gezielten äußeren Anregungen werden sich, wie in Abb. A.4 dargestellt, die Orientierungen der Spins um den Winkel  $|\Theta_{ij}| \ll 1$  unterscheiden. Die Energie des Systems lässt sich somit durch

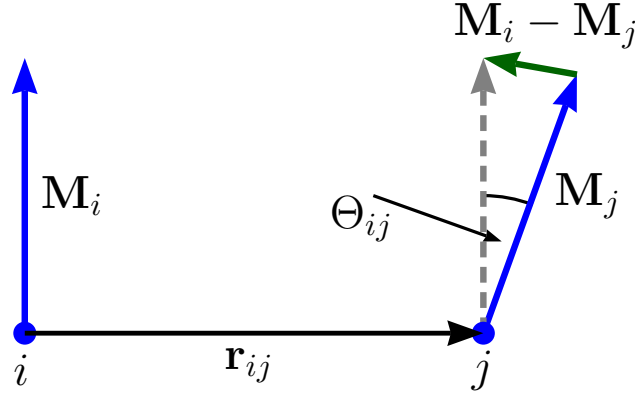
$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \frac{J S^2}{2} \sum_{\langle ij \rangle} \Theta_{ij}^2 \quad (\text{A.15})$$

ausdrücken. Diesen Ausdruck erhält man über die Entwicklung  $\cos x \simeq 1 - x^2/2$ . Dadurch entsteht der konstante Term  $\mathcal{H}_0$ , der im Folgenden nicht weiter berücksichtigt wird. Der Winkel  $\Theta_{ij}$  kann außerdem unter der Annahme  $|\Theta_{ij}| \ll 1$  durch

$$|\Theta_{ij}| \simeq \frac{1}{M_S} |\mathbf{M}_i - \mathbf{M}_j| \simeq \frac{1}{M_S} |(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{M}| \quad (\text{A.16})$$

ersetzt werden. Hier ist  $M_S$  die Sättigungsmagnetisierung und somit  $\mathbf{M}/M_S$  der auf eins normierte zugehörige Richtungsvektor. Für die Energie ergibt sich

$$\mathcal{H} = \frac{J S^2}{2 M_S^2} \sum_{\langle ij \rangle} [(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{M}]^2. \quad (\text{A.17})$$



**Abbildung A.4.** – Betrachtet man nächste Nachbarn, so unterscheiden sich die Orientierungen der magnetischen Momente  $\mathbf{M}_i$  und  $\mathbf{M}_j$  um einen kleinen Winkel  $\Theta_{ij}$ .

Jetzt kann die Summe über die Gittervektoren ausgeführt und der Übergang von der Summe zum Integral, d. h.  $\sum \dots \rightarrow a^{-3} \int d^3r \dots$  vollzogen werden, wobei  $a$  der Abstand zwischen nächsten Nachbarn ist. Die Austauschenergie in der Kontinuumsapproximation hat damit die Form [38]

$$\mathcal{H} = A \int d^3r [(\nabla M_x)^2 + (\nabla M_y)^2 + (\nabla M_z)^2], \quad (\text{A.18})$$

mit

$$A = \frac{J S^2 c}{a M_S^2}. \quad (\text{A.19})$$

Die Energie in Gl. A.18 stimmt mit Gl. (2.17) für den Fall überein, dass der dort auftretende Tensor diagonal ist, d. h.  $A_{\alpha\beta} = A \delta_{\alpha\beta}$ . Der Ausdruck für  $A$  in Gl. (A.19) trifft für die drei kubischen Kristallgitter zu. Die Konstante  $c$  ist die Anzahl von Gitterplätzen in der Einheitszelle und hat die Werte  $c = 1$  (sc),  $c = 2$  (bcc) und  $c = 4$  (fcc). Im Falle der hexagonalen Kristallstruktur ist die Austauschenergie ebenfalls durch Gl. (A.18) gegeben, die Summation über die Gittervektoren  $\mathbf{r}_{ij}$  liefert jedoch den modifizierten Vorfaktor

$$A = \frac{2\sqrt{2} J S^2}{a M_S^2}. \quad (\text{A.20})$$

## A.5. Poisson–Klammern für Drehimpulse

Wir beginnen mit einer sehr allgemeinen Definition der Poisson–Klammern [181]

$$\{A, B\} = \sum_{\alpha, \beta} W_{\alpha\beta} \frac{\partial A}{\partial \varphi_\alpha} \frac{\partial B}{\partial \varphi_\beta}. \quad (\text{A.21})$$

Dabei sind  $A$  und  $B$  zwei Variablen, die von dem Satz der dynamischen Variablen  $\{\varphi_\alpha\}$  abhängen sollen. Die Matrixelemente  $W_{\alpha\beta}$  sind antisymmetrisch, d. h.

$$W_{\alpha\beta} = -W_{\beta\alpha}. \quad (\text{A.22})$$

Außerdem können die Größen  $W_{\alpha\beta}$  von den  $\varphi_\alpha$  abhängen. Dann muss die Bedingung

$$\frac{\partial}{\partial \varphi_\alpha} W_{\alpha\beta} = 0 \quad (\text{A.23})$$

erfüllt sein.

Jetzt wird ein System von Spins  $\mathbf{J}(\mathbf{R})$ , die sich an den Orten  $\mathbf{R}$  befinden, betrachtet. Für die beiden Größen  $A$  und  $B$ , die jeweils Funktionen dieser  $\mathbf{J}(\mathbf{R})$  sein sollen, lauten die Poisson-Klammern nach Gl. (A.21)

$$\{A(\mathbf{J}), B(\mathbf{J})\} = \sum_{\alpha,\beta} \sum_{\mathbf{R}} W_{\alpha\beta}(\mathbf{J}) \frac{\partial A}{\partial J_\alpha(\mathbf{R})} \frac{\partial B}{\partial J_\beta(\mathbf{R})}. \quad (\text{A.24})$$

Die Matrix  $W_{\alpha\beta}$  nimmt die Form

$$W_{\alpha\beta} = u_0 \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma(\mathbf{R}) \quad (\text{A.25})$$

an. Hier wurde im Rahmen eines allgemeinen Ansatzes die Konstante  $u_0$  eingeführt, deren Wert am Ende des Abschnitts 2.4.2.1 bestimmt wird. Bei  $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$  handelt es sich um den gewöhnlichen antisymmetrischen Tensor. Damit ist auch  $W_{\alpha\beta}$  antisymmetrisch. Des Weiteren ist  $\partial W_{\alpha\beta} / \partial J_\alpha = u_0 \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \delta_{\alpha\gamma} = 0$ . Demzufolge sind die Bedingungen in den Gln. (A.22)–(A.23) erfüllt. Aus den Gln. (A.24)–(A.25) findet man dann die Poisson-Klammern

$$\{J_\alpha(\mathbf{R}), J_\beta(\mathbf{R}')\} = u_0 \delta_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma(\mathbf{R}) \quad (\text{A.26})$$

für den Gesamtspin  $\mathbf{J}$ . Analog zu Gl. (2.41) lässt sich die Magnetisierungsdichte  $\mathbf{M}$  mittels

$$\mathbf{M}(\mathbf{x}) = -\gamma \sum_{\mathbf{R}} \mathbf{J}(\mathbf{R}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}) \quad (\text{A.27})$$

definieren. Die Poisson-Klammern für die Komponenten der Magnetisierung lassen sich nun wie folgt berechnen

$$\begin{aligned} \{M_\alpha(\mathbf{x}), M_\beta(\mathbf{y})\} &= \gamma^2 \sum_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}) \delta(\mathbf{y} - \mathbf{R}') \{J_\alpha(\mathbf{R}), J_\beta(\mathbf{R}')\} \\ &= u_0 \gamma^2 \sum_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{R}) \delta(\mathbf{y} - \mathbf{R}') \delta_{\mathbf{R},\mathbf{R}'} \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma(\mathbf{R}) \\ &= -u_0 \gamma \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} M_\gamma(\mathbf{y}). \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Dieser Ausdruck ist identisch mit den in Gl. (2.36) verwendeten Poisson-Klammern für die Komponenten der Magnetisierung.

## A.6. Funktionalableitungen

Zunächst wird die Funktionalableitung definiert. Wir wollen von einem Funktional  $\Phi[g(\mathbf{x})]$  ausgehen. Dabei ist  $g(\mathbf{x})$  eine Funktion im üblichen Sinne. Wenn sich  $g(\mathbf{x})$  ändert wird dies zu einer Änderung in  $\Phi$  führen. Damit lässt sich die Funktionalableitung definieren als [60]

$$\frac{\delta\Phi}{\delta g(\mathbf{y})} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\Phi[g(\mathbf{x}) + \epsilon \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y})] - \Phi[g(\mathbf{x})]}{\epsilon}. \quad (\text{A.29})$$

Das bedeutet, dass  $\delta\Phi/\delta g(\mathbf{y})$  nur verschieden von Null ist, wenn  $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ . Anhand dieser Definition wird deutlich, dass man die gewöhnlichen Regeln der Differentiation auch auf Funktionale anwenden kann. Als einfaches Beispiel folgt direkt aus Gl. (A.29), dass

$$\frac{\delta g(\mathbf{x})}{\delta g(\mathbf{y})} = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad (\text{A.30})$$

und die allgemeinere Beziehung

$$\frac{\delta g^n(\mathbf{x})}{\delta g(\mathbf{y})} = n g^{n-1}(\mathbf{x}) \frac{\delta g(\mathbf{x})}{\delta g(\mathbf{y})} = n g^{n-1}(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (\text{A.31})$$

Betrachtet man weiter eine Funktion  $f = f(g(\mathbf{x}))$ , dann ist

$$\frac{\delta f(g(\mathbf{x}))}{\delta g(\mathbf{y})} = \frac{\partial f}{\partial g} \frac{\delta g(\mathbf{x})}{\delta g(\mathbf{y})} = f' \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (\text{A.32})$$

Abschließend soll noch ein wichtiger Spezialfall näher untersucht werden. Wir nehmen an, dass sich das Funktional  $\Phi = \Phi[\varphi(\mathbf{x})]$  als Integral einer Funktion  $f = f(\varphi(\mathbf{x}), \nabla\varphi(\mathbf{x}))$  ausdrücken lässt, d. h.

$$\Phi[\varphi(\mathbf{x})] = \int d^d x f(\varphi(\mathbf{x}), \nabla\varphi(\mathbf{x})). \quad (\text{A.33})$$

Dann findet man für die Ableitung

$$\begin{aligned} \frac{\delta\Phi}{\delta\varphi(\mathbf{y})} &= \int d^d x \frac{\delta f}{\delta\varphi(\mathbf{y})} \\ &= \int d^d x \left[ \frac{\partial f}{\partial\varphi(\mathbf{x})} \frac{\delta\varphi(\mathbf{x})}{\delta\varphi(\mathbf{y})} + \frac{\partial f}{\partial(\nabla\varphi(\mathbf{x}))} \frac{\delta(\nabla\varphi(\mathbf{x}))}{\delta\varphi(\mathbf{y})} \right] \\ &= \int d^d x \left[ \frac{\partial f}{\partial\varphi(\mathbf{x})} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \frac{\partial f}{\partial(\nabla\varphi(\mathbf{x}))} \nabla\delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

Wenn man den letzten Term partiell integriert und anschließend die komplette Integration über  $\mathbf{x}$  ausführt, erhält man

$$\frac{\delta\Phi}{\delta\varphi(\mathbf{y})} = \frac{\partial f}{\partial\varphi(\mathbf{y})} - \nabla \cdot \frac{\partial f}{\partial(\nabla\varphi(\mathbf{y}))}. \quad (\text{A.35})$$

Diese Formel wird häufig in der Lagrange-Mechanik angewendet. Dann ist  $\Phi = L$  das Lagrange-Funktional und  $f = \mathcal{L}$  die Lagrangedichte.  $\Phi$  muss aber nicht das Lagrange-Funktional sein, sondern kann ganz allgemein die Energie eines Systems repräsentieren. Ist beispielsweise  $\Phi = \mathcal{H}$  die Energie eines magnetischen Systems mit der zugehörigen Energiedichte  $f = \rho$ , so erhält man den Ausdruck für das effektive Magnetfeld in Gl. (2.39), wenn man zusätzlich noch  $\varphi = M_\alpha$  setzt.



# Literaturverzeichnis

- [1] Gilbert, W.: *De Magnete*. Dover Publications, New York, 1958.
- [2] Maxwell, J. C.: *Treatise of Electricity and Magnetism*. Dover Publications, New York, 3. Auflage, Nachdruck, 1954.
- [3] Compton, A. H.: *The magnetic electron*. J. Franklin Inst., **192**: 145, 1921.
- [4] Gerlach, W. und O. Stern: *Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld*. Zeitschr. f. Phys. A: Hadrons and Nuclei, **9**: 349, 1922.
- [5] Pauli, W.: *Über den Einfluß der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektronenmasse auf den Zeemaneffekt*. Zeitschr. f. Phys. A: Hadrons and Nuclei, **31**: 373, 1925.
- [6] Uhlenbeck, G. E. und S. Goudsmit: *Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons*. Naturwiss., **13**: 953, 1925.
- [7] Uhlenbeck, G. E. und S. Goudsmit: *Spinning Electrons and the Structure of Spectra*. Nature, **117**: 264, 1926.
- [8] Heisenberg, W.: *Mehrkörperproblem und Resonanz in der Quantenmechanik*. Zeitschr. f. Phys. A: Hadrons and Nuclei, **38**: 411, 1926.
- [9] Heisenberg, W.: *Zur Theorie des Ferromagnetismus*. Zeitschr. f. Phys. A: Hadrons and Nuclei, **49**: 619, 1928.
- [10] Frenkel, J.: *Elementare Theorie magnetischer und elektrischer Eigenschaften der Metalle beim absoluten Nullpunkt der Temperatur*. Zeitschr. f. Phys. A: Hadrons and Nuclei, **49**: 31, 1928.
- [11] Hohenberg, P. und W. Kohn: *Inhomogeneous Electron Gas*. Phys. Rev., **136**: B864–B871, 1964.
- [12] Kohn, W. und L. J. Sham: *Self-Consistent Equations Including Exchange and Correlation Effects*. Phys. Rev., **140**: A1133–A1138, 1965.
- [13] Hertel, R.: *Micromagnetism*. In: Blügel, S., D. Bürgler, M. Morgenstern, C. M. Schneider und R. Waser (Herausgeber): *Spintronics: From GMR to Quantum Information*, Lecture Notes of the 40th IFF Spring School 2009, Seiten D1.1–D1.43. Forschungszentrum Jülich GmbH, 2009.

- [14] Brown, W. F.: *Magnetostatic principles in ferromagnetism*. Selected topics in solid state physics. North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1962.
- [15] Brown, W. F.: *Micromagnetics*. Interscience Publishers, New York, 1963.
- [16] Becker, R. und W. Döring: *Ferromagnetismus*. Springer, Berlin, 1939.
- [17] Landau, L. und E. Lifshitz: *On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies*. Zeitschr. d. Sowj., **8**: 153, 1935.
- [18] Néel, L.: *Les lois de l'aimantation et de la subdivision en domaines élémentaires d'un monocristal de fer*. J. de Phys., **5**: 265, 1944.
- [19] Néel, L.: *Effet des cavités et des inclusions sur le champ coercitif*. Cahiers de Phys., **25**: 21, 1944.
- [20] Hubert, A. und R. Schäfer: *Magnetic Domains: The Analysis of Magnetic Microstructures*. Springer, Berlin, 1998.
- [21] Nasirpour, F. und A. Nogaret: *Nanomagnetism and Spintronics: Fabrication, Materials, Characterization and Applications*. World Scientific, Singapur, 2010.
- [22] Landau, L. D. und E. M. Lifshitz: *Fluid Mechanics Vol. 6*. Pergamon Press Oxford, 1959.
- [23] Beaurepaire, E., J. C. Merle, A. Daunois und J. Y. Bigot: *Ultrafast Spin Dynamics in Ferromagnetic Nickel*. Phys. Rev. Lett., **76**: 4250, 1996.
- [24] Anisimov, S.I., B. L. Kapeliovitch und T. L. Perel'man: *Electron emission from metal surfaces exposed to ultrashort laser pulses*. Sov. Phys. JETP, **39**: 375, 1974.
- [25] Kirilyuk, A., A.V. Kimel und T. Rasing: *Ultrafast optical manipulation of magnetic order*. Rev. Mod. Phys., **82**: 2731–2784, 2010.
- [26] Radu, I., K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H. A. Durr, T. A. Ostler, J. Barker, R. F. L. Evans, R. W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing und A. V. Kimel: *Transient ferromagnetic-like state mediating ultrafast reversal of antiferromagnetically coupled spins*. Nature, **472**: 205, 2011.
- [27] Uiberacker, M., Th. Uphues, M. Schultze, A. J. Verhoef, V. Yakovlev, M. F. Kling, J. Rauschenberger, N. M. Kabachnik, H. Schroder, M. Lezius, K. L. Kompa, H. G. Muller, M. J. J. Vrakking, S. Hendel, U. Kleineberg, U. Heinzmann, M. Drescher und F. Krausz: *Attosecond real-time observation of electron tunnelling in atoms*. Nature, **446**: 627, 2007.
- [28] Tserkovnyak, Y., A. Brataas, G. E. W. Bauer und B. I. Halperin: *Nonlocal magnetization dynamics in ferromagnetic heterostructures*. Rev. Mod. Phys., **77**: 1375–1421, 2005.

- [29] Gilbert, T. L.: *A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials*. IEEE Trans. Magn., **40**: 3443, 2004.
- [30] Bloch, F.: *Nuclear Induction*. Phys. Rev., **70**: 460–474, 1946.
- [31] Bloembergen, N.: *On the Ferromagnetic Resonance in Nickel and Supermalloy*. Phys. Rev., **78**: 572–580, 1950.
- [32] Sinova, Jairo: *Spin Seebeck effect: Thinks globally but acts locally*. Nature Mater., **9**: 880, 2010, ISSN 1476-1122.
- [33] Bauer, Gerrit E.W., Allan H. MacDonald und Sadamichi Maekawa: *Spin Caloritronics*. Solid State Commun., **150**: 459, 2010.
- [34] Sakurai, J. J.: *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wiley, New-York, 2. Auflage, 1994.
- [35] Shankar, R.: *Principles of Quantum Mechanics*. Springer, New York, 2. Auflage, 1994.
- [36] Stöhr, J. und H. C. Siegmann: *Magnetism - From Fundamentals to Nanoscale Dynamics*. Springer, Berlin, 2006.
- [37] Gurevich, A. G. und G. A. Melkov: *Magnetization Oscillations and Waves*. CRC Press, Boca Raton, 1996.
- [38] Aharoni, A.: *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*. International Series of Monographs on Physics. Oxford University Press, Oxford, 2. Auflage, 2000.
- [39] Kittel, Charles: *On the Gyromagnetic Ratio and Spectroscopic Splitting Factor of Ferromagnetic Substances*. Phys. Rev., **76**: 743, 1949.
- [40] Van Vleck, J. H.: *Concerning the Theory of Ferromagnetic Resonance Absorption*. Phys. Rev., **78**: 266, 1950.
- [41] Chikazumi, S. und C.D. Graham: *Physics of Ferromagnetism*. International Series of Monographs on Physics. Oxford University Press, Oxford, 2. Auflage, 2009.
- [42] Pelzl, J., R. Meckenstock, D. Spoddig, F. Schreiber, J. Pflaum und Z. Frait: *Spin-orbit-coupling effects on g-value and damping factor of the ferromagnetic resonance in Co and Fe films*. J. Phys.: Cond. Mat., **15**: S451, 2003.
- [43] Meyer, A. J. P. und G. Asch: *Experimental g' and g Values of Fe, Co, Ni, and Their Alloys*. J. Appl. Phys., **32**: S330, 1961.
- [44] Blundell, S.: *Magnetism in Condensed Matter*. Oxford University Press, Oxford, 2007.
- [45] Nolting, W. und A. Ramakanth: *Quantum Theory of Magnetism*. Springer, Heidelberg, 2009.

- [46] Landau, L. D., E.M. Lifshitz und L.P. Pitaevskii: *Statistical Physics Part 2: Theory of the Condensed State*. Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [47] Kittel, C. und C. Y. Fong: *Quantentheorie der Festkörper*. Oldenbourg Verlag, München, 3. Auflage, 1989.
- [48] Jackson, J. D.: *Classical Electrodynamics*. Wiley, New York, 3. Auflage, 1999.
- [49] Mills, D.L.: *Spin Waves: History and a Summary of Recent Developments*. In: Kronmüller, H. und S. Parkin (Herausgeber): *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, Band 1: Fundamentals and Theory. John Wiley & Sons, Ltd, New Jersey, 2007.
- [50] Farle, M.: *Ferromagnetic resonance of ultrathin metallic layers*. Rep. Prog. Phys., **61**: 755, 1998.
- [51] Heinrich, B. und J. F. Cochran: *Magnetic Ultrathin Films*. In: Kronmüller, H. und S. Parkin (Herausgeber): *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, Band 1: Fundamentals and Theory. John Wiley & Sons, Ltd, New Jersey, 2007.
- [52] Kittel, C.: *Einführung in die Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, München, 14. Auflage, 2005.
- [53] Herring, C. und C. Kittel: *On the Theory of Spin Waves in Ferromagnetic Media*. Phys. Rev., **81**: 869, 1951.
- [54] Damon, R. W. und J. R. Eshbach: *Magnetostatic modes of ferromagnet slab*. J. Phys. Chem. Sol., **19**: 303, 1961.
- [55] Grünberg, P. und F. Metawe: *Light Scattering from Bulk and Surface Spin Waves in EuO*. Phys. Rev. Lett., **39**: 1561, 1977.
- [56] Hillebrands, B. und J. Hamrle: *Investigation of Spin Waves and Spin Dynamics by Optical Techniques*. In: Kronmüller, H. und S. Parkin (Herausgeber): *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, Band 3: Novel Techniques for Characterizing and Preparing Samples. John Wiley & Sons, Ltd, New Jersey, 2007.
- [57] Rado, G. T. und J. R. Weertman: *Spin-wave resonance in a ferromagnetic metal*. J. Phys.Chem. Sol., **11**: 315, 1959.
- [58] Heinrich, B., J. F. Cochran, A. S. Arrott, S. T. Purcell, K. B. Urquhart, J. R. Dutcher und W. F. Egelhoff: *Development of magnetic anisotropies in ultrathin epitaxial films of Fe(001) and Ni(001)*. Appl. Phys. A, **49**: 473, 1989, ISSN 0947-8396.
- [59] Halperin, B. I., P. C. Hohenberg und Shang keng Ma: *Renormalization-group methods for critical dynamics: I. Recursion relations and effects of energy conservation*. Phys. Rev. B, **10**: 139, 1974.

- [60] Chaikin, P. und T. Lubensky: *Principles of condensed matter physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.
- [61] Macdonald, J. R.: *Ferromagnetic Resonance and the Internal Field in Ferromagnetic Materials*. Proc. Phys. Soc., **64**: 968, 1951.
- [62] Schrefl, T., J. Fidler, R. Dittrich, D. Suess, W. Scholz, V. Tsiantos und H. Vienna: *Fast Switching of Mesoscopic Magnets*. In: Hillebrands, B. und K. Ounadjela (Herausgeber): *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures II*, Band 87 der Reihe *Topics in Applied Physics*, Seiten 1–27. Springer, Berlin, 2003, ISBN 978-3-540-44084-0.
- [63] Iida, S.: *The difference between Gilbert's and Landau-Lifshitz's equations*. J. Phys. Chem. Sol., **24**: 625, 1963.
- [64] Bose, T. und S. Trimper: *Lagrangian approach and dissipative magnetic systems*. Phys. Lett. A, **375**: 2452, 2011.
- [65] Wangsness, R. K.: *Magnetic Resonance for Arbitrary Field Strengths*. Phys. Rev., **98**: 927, 1955.
- [66] Callen, H. B.: *A ferromagnetic dynamical equation*. J. Phys. Chem. Sol., **4**: 256, 1958.
- [67] Garanin, D. A., V. V. Ishchenko und L. V. Panina: *Dynamics of an ensemble of single-domain magnetic particles*. Theor. Math. Phys., **82**: 169, 1990.
- [68] Garanin, D. A.: *Fokker-Planck and Landau-Lifshitz-Bloch equations for classical ferromagnets*. Phys. Rev. B, **55**: 3050–3057, 1997.
- [69] Sparks, M.: *Ferromagnetic-Relaxation theory*. Advanced Physics Monograph Series. McGraw-Hill, New York, 1964.
- [70] Heinrich, B.: *Spin Relaxation in Magnetic Metallic Layers and Multilayers*. In: Bland, J. A. C. und B. Heinrich (Herausgeber): *Ultrathin Magnetic Structures III*, Seiten 143–210. Springer, Berlin, 2005.
- [71] Suhl, H.: *Relaxation processes in micromagnetics*. International series of monographs on physics. Oxford University Press, Oxford, 2007.
- [72] Mills, D. L. und S. M. Rezende: *Spin Damping in Ultrathin Magnetic Films*. In: Hillebrands, B. und K. Ounadjela (Herausgeber): *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures II*, Seiten 27–59. Springer, Berlin, 2003.
- [73] Suhl, H.: *Theory of the magnetic damping constant*. IEEE Trans. Magn., **34**: 1834, 1998.
- [74] Fähnle, M. und D. Steiauf: *Dissipative Magnetization Dynamics Close to the Adiabatic Regime*. In: Kronmüller, H. und S. Parkin (Herausgeber): *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, Band 1: Fundamentals and Theory. John Wiley & Sons, Ltd, New Jersey, 2007.

- [75] Yosida, K.: *Theory of Magnetism*. Springer Series in Solid-State Sciences. Springer, Heidelberg, 1996.
- [76] Zhang, S. und Z. Li: *Roles of Nonequilibrium Conduction Electrons on the Magnetization Dynamics of Ferromagnets*. Phys. Rev. Lett., **93**: 127204, 2004.
- [77] Kambersky, V.: *On the Landau-Lifshitz relaxation in ferromagnetic metals*. Can. J. Phys., **48**: 2906, 1970.
- [78] Steiauf, D. und M. Fähnle: *Damping of spin dynamics in nanostructures: An ab initio study*. Phys. Rev. B, **72**: 064450, 2005.
- [79] Griffiths, J. H. E.: *Anomalous High-frequency Resistance of Ferromagnetic Metals*. Nature, **158**: 670, 1946.
- [80] Kittel, C.: *Interpretation of Anomalous Larmor Frequencies in Ferromagnetic Resonance Experiment*. Phys. Rev., **71**: 270, 1947.
- [81] Kittel, C.: *On the Theory of Ferromagnetic Resonance Absorption*. Phys. Rev., **73**: 155, 1948.
- [82] Celinski, Z., K. B. Urquhart und B. Heinrich: *Using ferromagnetic resonance to measure the magnetic moments of ultrathin films*. J. Mag. Mag. Mat., **166**: 6, 1997.
- [83] Schreiber, F., J. Pflaum, Z. Frait, Th. Mühge und J. Pelzl: *Gilbert damping and g-factor in  $\text{Fe}_x\text{Co}_{1-x}$  alloy films*. Solid State Communications, **93**: 965, 1995.
- [84] Lenz, K., H. Wende, W. Kuch, K. Baberschke, K. Nagy und A. Jánossy: *Two-magnon scattering and viscous Gilbert damping in ultrathin ferromagnets*. Phys. Rev. B, **73**: 144424, 2006.
- [85] Bhagat, S. M. und P. Lubitz: *Temperature variation of ferromagnetic relaxation in the 3d transition metals*. Phys. Rev. B, **10**: 179, 1974.
- [86] Heinrich, B. *et al.*: *Radio Frequency Techniques*. In: Heinrich, B. und J. Bland (Herausgeber): *Ultrathin Magnetic Structures II*, Seiten 195–296. Springer, Berlin, 2005.
- [87] Baberschke, K.: *Investigation of Ultrathin Ferromagnetic Films by Magnetic Resonance*. In: Kronmüller, H. und S. Parkin (Herausgeber): *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*, Band 3: Novel Techniques for Characterizing and Preparing Samples. John Wiley & Sons, Ltd, New Jersey, 2007.
- [88] Demokritov, S. O., B. Hillebrands und A. N. Slavin: *Brillouin light scattering studies of confined spin waves: linear and nonlinear confinement*. Phys. Rep., **348**: 441, 2001.

- [89] Fassbender, J.: *Magnetization Dynamics Investigated by Time-Resolved Kerr Effect Magnetometry*. In: Hillebrands, B. und K. Ounadjela (Herausgeber): *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures II*, Band 87 der Reihe *Topics in Applied Physics*, Seiten 59–92. Springer, Berlin, 2003, ISBN 978-3-540-44084-0.
- [90] Gerrits, Th., J. Hohlfeld, O. Gielkens, K. J. Veenstra, K. Bal, Th. Rasing und H. A. M. van den Berg: *Magnetization dynamics in NiFe thin films induced by short in-plane magnetic field pulses*. *J. Appl. Phys.*, **89**: 7648, 2001.
- [91] Kampen, M. van, C. Jozsa, J. T. Kohlhepp, P. LeClair, L. Lagae, W. J. M. de Jonge und B. Koopmans: *All-Optical Probe of Coherent Spin Waves*. *Phys. Rev. Lett.*, **88**: 227201, 2002.
- [92] Bailey, W. E., L. Cheng, D. J. Keavney, C. C. Kao, E. Vescovo und D. A. Arena: *Precessional dynamics of elemental moments in a ferromagnetic alloy*. *Phys. Rev. B*, **70**: 172403, 2004.
- [93] Chakarian V., Idzerda Y. U., Meigs C. und Chen C. T.: *Applications of soft X-ray magnetic circular dichroism*. *IEEE Trans. Magn*, **31**: 3307, 1995.
- [94] Back, C. H., R. Allenspach, W. Weber, S. S. P. Parkin, D. Weller, E. L. Garwin und H. C. Siegmann: *Minimum Field Strength in Precessional Magnetization Reversal*. *Science*, **285**: 864, 1999.
- [95] Vonsovskii, S. V.: *Ferromagnetic Resonance*. International series of monographs on solid state physics. Pergamon Press, Oxford, 1966.
- [96] Lindner, J., K. Lenz, E. Kosubek, K. Baberschke, D. Spoddig, R. Meckenstock, J. Pelzl, Z. Frait und D. L. Mills: *Non-Gilbert-type damping of the magnetic relaxation in ultrathin ferromagnets: Importance of magnon-magnon scattering*. *Phys. Rev. B*, **68**: 060102, 2003.
- [97] Arias, R. und D. L. Mills: *Extrinsic contributions to the ferromagnetic resonance response of ultrathin films*. *Phys. Rev. B*, **60**: 7395–7409, 1999.
- [98] Arias, R. und D. L. Mills: *Extrinsic contributions to the ferromagnetic resonance response of ultrathin films*. *J. Appl. Phys.*, **87**: 5455, 2000.
- [99] Zakeri, Kh., J. Lindner, I. Barsukov, R. Meckenstock, M. Farle, U. von Hörsten, H. Wende, W. Keune, J. Rocker, S. S. Kalarickal, K. Lenz, W. Kuch, K. Baberschke und Z. Frait: *Spin dynamics in ferromagnets: Gilbert damping and two-magnon scattering*. *Phys. Rev. B*, **76**: 104416, 2007.
- [100] Woltersdorf, G. und B. Heinrich: *Two-magnon scattering in a self-assembled nanoscale network of misfit dislocations*. *Phys. Rev. B*, **69**: 184417, 2004.
- [101] Landeros, P., R. E. Arias und D. L. Mills: *Two magnon scattering in ultrathin ferromagnets: The case where the magnetization is out of plane*. *Phys. Rev. B*, **77**: 214405, 2008.

- 
- [102] Schwabl, F.: *Statistische Mechanik*. Springer, Berlin, 3. Auflage, 2006.
- [103] Uhlenbeck, G. E. und L. S. Ornstein: *On the Theory of the Brownian Motion*. Phys. Rev., **36**: 823, 1930.
- [104] Kampen, N. G. van: *Stochastic Processes in Physics and Chemistry*. North-Holland, Amsterdam, 1981.
- [105] Risken, H.: *The Fokker-Planck Equation: Methods of Solution and Applications*. Springer Series in Synergetics. Springer, Berlin, 2. Auflage, 1996.
- [106] Gardiner, C. W.: *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences*. Springer, Berlin, 2. Auflage, 1990.
- [107] Hernandez-Machado, A. und M. San Miguel: *Dynamical Properties of Non-markovian Stochastic Differential-equations*. J. Math. Phys., **25**: 1066, 1984.
- [108] Hernandez-Machado, A., J. M. Sancho, M. San Miguel und L. Pesquera: *Joint Probability-distribution of Nonmarkovian Sde*. Zeitschr. f. Phys. B, **52**: 335–343, 1983.
- [109] Sancho, J. M. und M. San Miguel: *Langevin equations with colored noise*. In: Moss, F. und P. V. E. McClintock (Herausgeber): *Noise in Nonlinear Dynamical Systems*, Band 1: Theory of continuous Fokker-Planck systems, Kapitel 3. Cambridge University Press, Cambridge, 1989.
- [110] Kampen, N. G. van: *Remarks on non-Markov processes*. Braz. J. Phys., **28**: 90–96, 1998.
- [111] Novikov, E. A.: *Functionals and Random-Force Method In Turbulence Theory*. Sov. Phys. JETP, **20**: 1290, 1965.
- [112] Dekker, H.: *Correlation Time Expansion For Multidimensional Weakly Non-markovian Gaussian-processes*. Phys. Lett. A, **90**: 26, 1982.
- [113] Fox, Ronald F.: *Correlation time expansion for non-markovian, gaussian, stochastic processes*. Phys. Lett. A, **94**: 281, 1983.
- [114] Bose, T. und S. Trimper: *Noise-assisted interactions of tumor and immune cells*. Phys. Rev. E, **84**: 021927, 2011.
- [115] Hickey, M. C. und J. S. Moodera: *Origin of Intrinsic Gilbert Damping*. Phys. Rev. Lett., **102**: 137601, 2009.
- [116] Zhang, S. F. und S. S. L. Zhang: *Generalization of the Landau-Lifshitz-Gilbert Equation for Conducting Ferromagnets*. Phys. Rev. Lett., **102**: 086601, 2009.
- [117] Trimper, S., T. Michael und J. M. Wesselinowa: *Ferroelectric soft modes and Gilbert damping*. Phys. Rev. B, **76**: 094108, 2007.



- 
- [118] Slonczewski, J. C.: *Current-driven excitation of magnetic multilayers*. J. Magn. and Mag. Mat., **159**: L1–L7, 1996.
- [119] Berger, L.: *Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current*. Phys. Rev. B, **54**: 9353–9358, 1996.
- [120] Chubykalo-Fesenko, O., U. Nowak, R. W. Chantrell und D. Garanin: *Dynamic approach for micromagnetics close to the Curie temperature*. Phys. Rev. B, **74**: 094436, 2006.
- [121] Vilar, J. M. G. und J. M. Rubí: *Noise Suppression by Noise*. Phys. Rev. Lett., **86**: 950–953, 2001.
- [122] Foros, J., A. Brataas, G. E. W. Bauer und Y. Tserkovnyak: *Noise and dissipation in magnetoelectronic nanostructures*. Phys. Rev. B, **79**: 214407, 2009.
- [123] Swiebodzinski, J., A. Chudnovskiy, T. Dunn und A. Kamenev: *Spin torque dynamics with noise in magnetic nanosystems*. Phys. Rev. B, **82**: 144404, 2010.
- [124] Diao, Zhu, E. R. Nowak, G. Feng und J. M. D. Coey: *Magnetic Noise in Structured Hard Magnets*. Phys. Rev. Lett., **104**: 047202, 2010.
- [125] Hartmann, F., D. Hartmann, P. Kowalzik, L. Gammaitoni, A. Forchel und L. Worschech: *Magnetic-field-controlled noise-activated switching in a nonlinear three-terminal nanojunction*. Appl. Phys. Lett., **96**: 082108, 2010.
- [126] Basko, D. M. und M. G. Vavilov: *Stochastic dynamics of magnetization in a ferromagnetic nanoparticle out of equilibrium*. Phys. Rev. B, **79**: 064418, 2009.
- [127] Denisov, S. I., K. Sakmann, P. Talkner und P. Hänggi: *Rapidly driven nanoparticles: Mean first-passage times and relaxation of the magnetic moment*. Phys. Rev. B, **75**: 184432, 2007.
- [128] Atxitia, U., O. Chubykalo-Fesenko, R. W. Chantrell, U. Nowak und A. Rebei: *Ultrafast Spin Dynamics: The Effect of Colored Noise*. Phys. Rev. Lett., **102**: 057203, 2009.
- [129] Kazantseva, N., U. Nowak, R. W. Chantrell, J. Hohlfeld und A. Rebei: *Slow recovery of the magnetisation after a sub-picosecond heat pulse*. EPL, **81**: 27004, 2008.
- [130] Bose, T. und S. Trimper: *Correlation effects in the stochastic Landau-Lifshitz-Gilbert equation*. Phys. Rev. B, **81**: 104413, 2010.
- [131] Kosevich, A. M., B. A. Ivanov und A. S. Kovalev: *Magnetic Solitons*. Phys. Rep., **194**: 117–238, 1990.
- [132] Callen, H. B. und T. A. Welton: *Irreversibility and Generalized Noise*. Phys. Rev., **83**: 34, 1951.

- [133] Landau, L.D., E.M. Lifshitz und L.P. Pitaevskii: *Statistical physics*. Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [134] Brown, W. F.: *Thermal Fluctuations of a Single-Domain Particle*. Phys. Rev., **130**: 1677, 1963.
- [135] Coffey, William T., Yu. P. Kalmykov und J. T. Waldron: *The Langevin Equation: With Applications in Physics, Chemistry and Electrical Engineering (Series in Contemporary Chemical Physics, Vol. 11)*. World Scientific Pub. Co. Inc., 1996.
- [136] Malinowski, G., K. C. Kuiper, R. Lavrijsen, H. J. M. Swagten und B. Koopmans: *Magnetization dynamics and Gilbert damping in ultrathin  $\text{Co}_{48}\text{Fe}_{32}\text{B}_{20}$  films with out-of-plane anisotropy*. Appl. Phys. Lett., **94**: 102501, 2009.
- [137] Miyazaki, K. und K. Seki: *Brownian motion of spins revisited*. J. Chem. Phys., **108**: 7052, 1998.
- [138] Bose, T. und S. Trimper: *Retardation effects in the Landau-Lifshitz-Gilbert equation*. Phys. Rev. B, **83**: 134434, 2011.
- [139] Bose, T. und S. Trimper: *Influence of randomness and retardation on the FMR-linewidth*. phys. stat. sol. (b), **249**: 172, 2012.
- [140] Boeglin, C., E. Beaurepaire, V. Halte, V. Lopez-Flores, C. Stamm, N. Pontius, H. A. Durr und J. Y. Bigot: *Distinguishing the ultrafast dynamics of spin and orbital moments in solids*. Nature, **465**: 458–U78, 2010.
- [141] Azevedo, Antonio, A. B. Oliveira, F. M. de Aguiar und S. M. Rezende: *Extrinsic contributions to spin-wave damping and renormalization in thin  $\text{Ni}_{50}\text{Fe}_{50}$  films*. Phys. Rev. B, **62**: 5331, 2000.
- [142] Chappert, C., K. Le Dang, P. Beauvillain, H. Hurdequint und D. Renard: *Ferromagnetic resonance studies of very thin cobalt films on a gold substrate*. Phys. Rev. B, **34**: 3192, 1986.
- [143] Hurben, M. J., D. R. Franklin und C. E. Patton: *Angle dependence of the ferromagnetic resonance linewidth in easy-axis and easy-plane single crystal hexagonal ferrite disks*. J. Appl. Phys., **81**: 7458, 1997.
- [144] McMichael, R. D., M. D. Stiles, P. J. Chen und Jr. W. F. Egelhoff: *Ferromagnetic resonance linewidth in thin films coupled to  $\text{NiO}$* . J. Appl. Phys., **83**: 7037, 1998.
- [145] Krivosik, Pavol, Sangita S. Kalarickal, Nan Mo, Stella Wu und Carl E. Patton: *Ferromagnetic resonance and damping in granular  $\text{Co-Cr}$  films with perpendicular anisotropy*. Appl. Phys. Lett., **95**: 052509, 2009.
- [146] Lindner, J., I. Barsukov, C. Raeder, C. Hassel, O. Posth, R. Meckenstock, P. Landeros und D. L. Mills: *Two-magnon damping in thin films in case of canted magnetization: Theory versus experiment*. Phys. Rev. B, **80**: 224421, 2009.

- [147] Dubowik, J., K. Załęski, H. Głowiński und I. Gościańska: *Angular dependence of ferromagnetic resonance linewidth in thin films*. Phys. Rev. B, **84**: 184438, 2011.
- [148] Bar'yakhtar, V. G.: *Phenomenological description of relaxation processes in magnetic materials*. Sov. Phys. JETP, **60**: 863, 1984.
- [149] Bar'yakhtar, V. G.: *Crystal symmetry and the structure of the relaxation terms in the dynamic equations of motion for magnetization*. Physica B: Cond. Matt., **159**: 20, 1989.
- [150] Bhattacharjee, S., L. Nordström und J. Fransson: *Atomistic Spin Dynamic Method with both Damping and Moment of Inertia Effects Included from First Principles*. Phys. Rev. Lett., **108**: 057204, 2012.
- [151] Bose, T. und S. Trimper: *Nonlocal feedback in ferromagnetic resonance*. Phys. Rev. B, **85**: 214412, 2012.
- [152] McMichael, R. D., D. J. Twisselmann und Andrew Kunz: *Localized Ferromagnetic Resonance in Inhomogeneous Thin Films*. Phys. Rev. Lett., **90**: 227601, 2003.
- [153] Barsukov, I., F. M. Römer, R. Meckenstock, K. Lenz, J. Lindner, S. Hemken to Krax, A. Banholzer, M. Körner, J. Grebing, J. Fassbender und M. Farle: *Frequency dependence of spin relaxation in periodic systems*. Phys. Rev. B, **84**: 140410, 2011.
- [154] Lopusnik, R., J. P. Nibarger, T. J. Silva und Z. Celinski: *Different dynamic and static magnetic anisotropy in thin Permalloy[trademark sign] films*. Appl. Phys. Lett., **83**: 96, 2003.
- [155] Farle, M., A. N. Anisimov, K. Baberschke, J. Langer und H. Maletta: *Gyromagnetic ratio and magnetization in Fe/V superlattices*. Europhys. Lett., **49**: 658, 2000.
- [156] Žutić, I., J. Fabian und S. Das Sarma: *Spintronics: Fundamentals and applications*. Rev. Mod. Phys., **76**: 323, 2004.
- [157] Uchida, K., S. Takahashi, K. Harii, J. Ieda, W. Koshihara, K. Ando, S. Maekawa und E. Saitoh: *Observation of the spin Seebeck effect*. Nature, **455**: 778, 2008.
- [158] Saitoh, E., M. Ueda, H. Miyajima und G. Tatara: *Conversion of spin current into charge current at room temperature: Inverse spin-Hall effect*. Appl. Phys. Lett., **88**: 182509, 2006.
- [159] Valenzuela, S. O. und M. Tinkham: *Direct electronic measurement of the spin Hall effect*. Nature, **442**: 176, 2006.
- [160] Jaworski, C. M., J. Yang, S. Mack, D. D. Awschalom, J. P. Heremans und R. C. Myers: *Observation of the spin-Seebeck effect in a ferromagnetic semiconductor*. Nature Mater., **9**: 898, 2010.

- [161] Uchida, K., J. Xiao, H. Adachi, J. Ohe, S. Takahashi, J. Ieda, T. Ota, Y. Kajiwara, H. Umezawa, H. Kawai, G. E. W. Bauer, S. Maekawa und E. Saitoh: *Spin Seebeck insulator*. Nature Mater., **9**: 894, 2010.
- [162] Uchida, K. i., H. Adachi, T. Ota, H. Nakayama, S. Maekawa und E. Saitoh: *Observation of longitudinal spin-Seebeck effect in magnetic insulators*. Appl. Phys. Lett., **97**: 172505, 2010.
- [163] Xiao, Jiang, Gerrit E. W. Bauer, Ken chi Uchida, Eiji Saitoh und Sadamichi Maekawa: *Theory of magnon-driven spin Seebeck effect*. Phys. Rev. B, **81**: 214418, 2010.
- [164] Takezoe, Yuu, Kazuhiro Hosono, Akihito Takeuchi und Gen Tatara: *Theory of spin transport induced by a temperature gradient*. Phys. Rev. B, **82**: 094451, 2010.
- [165] Adachi, Hiroto, Jun ichiro Ohe, Saburo Takahashi und Sadamichi Maekawa: *Linear-response theory of spin Seebeck effect in ferromagnetic insulators*. Phys. Rev. B, **83**: 094410, 2011.
- [166] Ohe, Jun ichiro, Hiroto Adachi, Saburo Takahashi und Sadamichi Maekawa: *Numerical study on the spin Seebeck effect*. Phys. Rev. B, **83**: 115118, 2011.
- [167] Jia, Chenglong und Jamal Berakdar: *Magnetic dynamics driven by the spin current generated via the spin Seebeck effect*. Phys. Rev. B, **83**: 180401, 2011.
- [168] Hinzke, D. und U. Nowak: *Domain Wall Motion by the Magnonic Spin Seebeck Effect*. Phys. Rev. Lett., **107**: 027205, 2011.
- [169] Slonczewski, John C.: *Initiation of spin-transfer torque by thermal transport from magnons*. Phys. Rev. B, **82**: 054403, 2010.
- [170] Adachi, H., K. i. Uchida, E. Saitoh, J. i. Ohe, S. Takahashi und S. Maekawa: *Gigantic enhancement of spin Seebeck effect by phonon drag*. Appl. Phys. Lett., **97**: 252506, 2010.
- [171] Jaworski, C. M., J. Yang, S. Mack, D. D. Awschalom, R. C. Myers und J. P. Heremans: *Spin-Seebeck Effect: A Phonon Driven Spin Distribution*. Phys. Rev. Lett., **106**: 186601, 2011.
- [172] Padrón-Hernández, E., A. Azevedo und S. M. Rezende: *Amplification of Spin Waves by Thermal Spin-Transfer Torque*. Phys. Rev. Lett., **107**: 197203, 2011.
- [173] Kajiwara, Y., K. Harii, S. Takahashi, J. Ohe, K. Uchida, M. Mizuguchi, H. Umezawa, H. Kawai, K. Ando, K. Takanashi, S. Maekawa und E. Saitoh: *Transmission of electrical signals by spin-wave interconversion in a magnetic insulator*. Nature, **464**: 262, 2010.
- [174] Avery, A. D., Rubina Sultan, D. Bassett, D. Wei und B. L. Zink: *Thermopower and resistivity in ferromagnetic thin films near room temperature*. Phys. Rev. B, **83**: 100401, 2011.

- 
- [175] Huang, S. Y., W. G. Wang, S. F. Lee, J. Kwo und C. L. Chien: *Intrinsic Spin-Dependent Thermal Transport*. Phys. Rev. Lett., **107**: 216604, 2011.
- [176] Ma, Shang keng: *Modern Theory of Critical Phenomena*. W. A. Benjamin, Inc, 1976.
- [177] Bose, T. und S. Trimper: *Mesoscopic Modeling of Ferroelectric and Multiferroic Systems*. In: Lallart, M. (Herausgeber): *Ferroelectrics - Characterization and Modeling*. InTech, 2011.
- [178] He, Ji Huan und E.W.M. Lee: *A constrained variational principle for heat conduction*. Phys. Lett. A, **373**: 2614, 2009.
- [179] Shen, Hui, Jiayue Xu, Anhua Wu, Jingtai Zhao und Minli Shi: *Magnetic and thermal properties of perovskite  $YFeO_3$  single crystals*. Mater. Science Engin. B, **157**: 77, 2009.
- [180] Evans, L.C.: *Partial differential equations*. American Mathematical Society, 1998, ISBN 9780821807729.
- [181] Mazenko, G.: *Fluctuations, order, and defects*. Wiley-Interscience, New Jersey, 2003.



# Publikationsliste

1. Bose, T. und S. Trimper: Stochastic model for tumor growth with immunization. *Phys. Rev. E*, **79**: 051903, 2009.
2. Bose, T. und S. Trimper: *Correlation effects in the stochastic Landau-Lifshitz-Gilbert equation*. *Phys. Rev. B*, **81**: 104413, 2010.
3. Bose, T. und S. Trimper: *Retardation effects in the Landau-Lifshitz-Gilbert equation*. *Phys. Rev. B*, **83**: 134434, 2011.
4. Bose, T. und S. Trimper: *Lagrangian approach and dissipative magnetic systems*. *Phys. Lett. A*, **375**: 2452, 2011.
5. Bose, T. und S. Trimper: *Mesoscopic Modeling of Ferroelectric and Multiferroic Systems*. In: Lallart, M. (Herausgeber): *Ferroelectrics - Characterization and Modeling*. InTech, 2011.
6. Bose, T. und S. Trimper: *Noise-assisted interactions of tumor and immune cells*. *Phys. Rev. E*, **84**: 021927, 2011.
7. Bose, T. und S. Trimper: *Influence of randomness and retardation on the FMR-linewidth*. *phys. stat. sol. (b)*, **249**: 172, 2012.
8. Bose, T. und S. Trimper: *Nonlocal feedback in ferromagnetic resonance*. *Phys. Rev. B*, **85**: 214412, 2012.
9. Bose, T. und S. Trimper: *Temperature gradient assisted magnetodynamics*. *Phys. Lett. A*, **376**: 3386, 2012.





# Konferenzen und Sonstiges

## Konferenzbeiträge:

- DPG Frühjahrstagung (22.03.–27.03.2009): *A stochastic model for tumor growth with immunization* (Vortrag). Dresden.
- MECO 34 – Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (30.03.–01.04.2009): *Stochastic tumor growth with immunization* (Poster). Leipzig.
- DPG Frühjahrstagung (21.03.–26.03.2010): *Noise effects in ferromagnetic systems* (Poster). Regensburg.
- MECO 36 – Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (05.04.–07.04.2011): *Noise and retardation effects in the Landau–Lifshitz–Gilbert equation* (Poster). Lviv, Ukraine.
- SigmaPhi – International Conference on Statistical Physics (11.07.–15.07.2011): *Noise-assisted tumor-immune cells reaction* (Poster). Larnaca, Zypern.
- IEEE ICMM – International Conference on Microwave Magnetics (26.08.–29.08.2012): *Nonlocal feedback in ferromagnetic resonance* (Poster). Kaiserslautern.

## Teilnahmen:

- 41st IFF Spring School – *Electronic Oxides - Correlation Phenomena, Exotic Phases and Novel Functionalities* (08.03.–19.03.2010), Forschungszentrum Jülich.
- IEEE INTERMAG – International Magnetics Conference (07.05.–11.05.2012), Vancouver, Kanada.
- 62nd Lindau Nobel Laureate Meeting (01.07.–06.07.2012), Lindau.



# Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die durch ihre Unterstützung zum Entstehen der Arbeit beigetragen haben.

Besonderer Dank gebührt dabei Prof. Dr. Steffen Trimper für seine hervorragende Betreuung während meiner Promotion. Seine Sichtweise auf die Physik, seine ständig neuen Ideen und seine hilfreichen Hinweise bei physikalischen Problemen haben einen erheblichen Beitrag zum Gelingen der Arbeit geleistet. Ebenfalls bin ich für die Freiheit eigene Vorstellungen umsetzen zu können sehr dankbar. Außerdem habe ich stets Unterstützung genossen, um an wissenschaftlichen Konferenzen teilzunehmen und somit wertvolle Erfahrungen zu sammeln.

Weiterhin gilt mein Dank Dr. Thomas Michael, Benno Werlich, Robert Zierold und meiner Schwester Katrin für das sorgfältige und kritische Lesen der Arbeit und die wertvollen Verbesserungsvorschläge.

Zudem bedanke ich mich auch bei Dr. Knud Zabrocki und Dr. Marian Brandau, die mir vor allem in der Anfangsphase der Promotion bei technischen Fragen hilfreich zur Seite standen.

Des Weiteren hatte ich das Glück eine sehr angenehme Arbeitsatmosphäre im Büro erleben zu dürfen. Dafür bedanke ich mich sehr bei allen zuvor Genannten und bei Safa Golrokh Bahoosh und Malte Berthold.

Darüber hinaus möchte ich mich für die Ermöglichung der Finanzierung meiner Doktorandenstelle aus den Mitteln des Forschungsnetzwerks Nanostrukturierte Materialien, welches durch das Land Sachsen-Anhalt gefördert wird, herzlich bei Prof. Dr. Ingrid Mertig bedanken.

Zuletzt gilt mein Dank ebenso Marina und Leon – meiner eigenen kleinen Familie und meinen Eltern und Freunden für die Unterstützung und die Abwechslung außerhalb der Physik.



# Lebenslauf

## Persönliche Daten:

Name: Bose  
Vorname: Thomas  
Geburtsdatum: 22.06.1982  
Geburtsort: Halle (Saale)  
Nationalität: deutsch

## Ausbildung:

06/2002: Abitur am Gymnasium Hanns Eisler in Halle (Saale)  
09/2002-06/2003: Zivildienst im Klinikum Bergmannstrost in Halle (Saale)  
10/2003-12/2008: Studium an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg,  
Studiengang: Medizinische Physik,  
Thema der Diplomarbeit: *Wachstumsmodelle für Tumorzellen*,  
Abschluss: Diplom-Physiker (Medizinphysik)  
seit 01/2009: Promotion an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg,  
Fachgruppe: Statistische Physik,  
Fachgruppenleiter: Prof. Dr. Steffen Trimper,  
Thema der Dissertation: *Mesoskopische Beschreibung stochastischer  
und retardierter Magnetisierungsdynamik*

Halle (Saale), den 28. Juni 2012

---

*Thomas Bose*



# Eidesstattliche Erklärung

Hiermit erkläre ich gemäß §5 Abs. 2b der Promotionsordnung der Naturwissenschaftlichen Fakultät II der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg vom 03.02.2004, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe verfasst, sowie keine anderen als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet und die den verwendeten Werken wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

Weiterhin erkläre ich die Angaben wahrheitsgemäß gemacht und die vorliegende Dissertation in gleicher oder ähnlicher Form bisher bei keiner anderen wissenschaftlichen Einrichtung zur Erlangung des Doktorgrades eingereicht sowie keine vorherigen Promotionsversuche unternommen zu haben.

Halle(Saale), den 28. Juni 2012

---

*Thomas Bose*

