Die
Abtheilung derer Gehölze
in jährliche Gehaue.

Eine Rechnungs-Aufgabe.

§. 1.

Ein Forst, von dem jährlich ein bestimmter Theil oder Gehau durch Holzschlag abgetrieben, und dessen Waldbestand solchergestalt, in einer gewissen Anzahl Jahre, abgeholzet werden soll, kann, in dieser Absicht, auf verschiedene Art abgetheilet werden.

Sollen dergleichen Abtheilungen vor jährliche Holzschläge, in Ansicht des abzuholzenden Grund-Flächen-Raums, einander gleich groß gemacht werden; So wird daraus ein mühsames Geschäfte des Feldmessers; Die Obachtnehmung und Erneuerung derer, mit deutlichen, jedoch nicht unzerstöhrlichen, Merkmahlen, zu bezeichnenden Absonderungs-Linien solcher Räume erfordert eigene Aufmerksamkeit. Das allerunbehülflichste bey dieser Art der Holz-Abtreibung und Holz-Benuzung aber bestehet darinnen, daß sie sich, nach einem festgesetzten jährlichen Holz-Bedürfniß, am allerwenigsten richtet, vielmehr [nach dem Unterscheide des mehr oder weniger holztragenden Bodens, und derer vorhergegangenen sowohl als derer noch beyzubehaltenden, mit Vorschub oder Abbruch der wilden Baumzucht, des Holzes gleichen Wieder- und Fortwuchs befördernden oder hemmenden Forst-Einrichtungen] den besondern Holzschlag eines jeden Jahres, auf einen besondern Holzbetrag setzet, der, von einem solchen Betrage vor ein anderes Jahr, eben so viel abweichet, als die daher zu berechnende Forst-Nuzungen einen sehr veränderlichen Ausfall erhalten. Nimmt man auch an, daß ein ganzer Wald durchaus gleichbestandenes und gleich- fortwachsendes Holz habe; so wird doch dessen, auf gleich- grosse Refieren angewiesene jährliche Beholzung, ein nothwendiges Ansteigen des jährlichen Niederschlags, und eben so auch einen beträchtlichen Anwachs derer Forst-Nuzungen, zu Anfange aber einen Gebruch an beyden, so lange mit sich bringen, als der noch stehende Theil des also zuerst abgetheilten Waldbestandes einen noch fortdaurenden Zuwachs hat.

Ein anderes Verhalten, eine mehr wirthschaftliche, und denen gemeinen Benöthigungen mehr angemessene, Abtheilung derer jährlichen Holzschläge zu erlangen, ist folgende. Man setzet eine gewisse, auf so viel Jahre, als, zur gänzlichen Abholzung des gegenwärtigen Waldbestandes einer vorgegebenen Wald-Refier, vorsichtig angenommen werden, unveränderliche Holz-Klafter-Zahl aus; bringet nach solcher die Summe des in jedem dieser Jahre zufällenden Scheit- Stamm- und andern Nutzholzes in bestimmten Ansaz; und läßt das Gehau eines jeden Jahres so groß machen, als zu Erreichung der beschriebenen Klafter-Summe hinreichet. Es wird also dabey, die Begränzung des in einem Jahre abzutreibenden Gehölzes, jedesmahl, ohne Betracht auf die Grösse des mit selbigem bestandenen Platzes, lediglich durch den festgesetzten Holz-Betrag bestimmet, der jährlich zu fällen ist. Auf welche Maasse denn der in einem Jahre abzuholzende Platz, bey seinem guten austräglichen Waldbestande, kleiner, bey weniger bewachsenen Räumen desselben aber, welche in der Ordnung der schlagbaren die Reyhe trift, grösser genommen wird. Und in diesem Falle kommt die gar erhebliche Frage vor: Welche Menge Holzes, die am füglichsten in einer Anzahl Scheit-Klaftern von bestimmter Ausmessung angegeben wird, kann jährlich gefället werden, damit ein gegenwärtig vorgefundener Waldbestand eines Forstes, nebst dem noch zuerwartenden Nachwuchse des jedesmahl stehen bleibenden Theils desselben, auf eine gegebene Anzahl Jahre zureiche? Die Beantwortung dieser Frage ist ein Werk des Rechenmeisters. Genaue Regeln davor können ohnfehlbar nicht anders als durch Hülfe der Buchstabenrechenkunst gefunden werden. Und die Versuche, welche, um die Regeln einer solchen Berechnung zu erfinden, ohne diese Beyhülfe gemacht worden sind, dürften kaum einen andern Werth haben, als daß durch selbige weitschweifige Wege entdeckt worden, auf denen allenfalls, die Richtigkeit eines allgemeinern sehr abgekürzten Verfahrens, gepfrüfet werden kann.

§. 2.

Man siehet gar bald, daß

1) die Abtheilung des vorhandenen Waldbestandes eines Forstes, in so viel einander gleiche Theile, als Jahre mit dessen Niederschlage ausgelanget werden soll, unserer Aufgabe nicht genung thue. Denn hierbey würde aller nöthige Bedacht auf fernern Zuwachs, des von Jahr zu Jahr seinem weitern Wachsthum überlassenen Holzes, aus den Augen gelassen werden, und mit Ablauf gedachter Jahre, die ganze Summe des Nachwuchses des von Jahr zu Jahr ungefällt gelassenen Holzes, oder vielmehr ein dieser Summe gleicher noch nachzuholender Holzbestand, rückständig verbleiben.

2) Daß die, nach einem jährlich zufällenden Holz-Betrage, eingerichtete Abtheilung derer Holzschläge eines ganzen Forstes, der durchaus von gleich- tragbarem Boden ist, vor dessen Heegung und Wiederwuchs

durch

durch Besaamung und sonst gleiche Vorsorge getragen, und welcher nach Verflus derer, zu dessen gänzlicher auf nur beschriebene weise betriebenen Abholzung, erforderlich gewesenen Jahre, und in weiterer Zeitfolge, da dessen sodenn vorhandener neue Anwuchs, in einerley bis dahin beobachteter Ordnung derer auf einander folgenden jährlichen Holzschläge, nach einem seinem neuen ganzen Waldbestande gemässen jährlichen Ertrage, auf eben dieselbe Anzahl Jahre eingetheilet und von neuen abgetrieben wird, dem im Eingange des 1 §. gedachten ersten Falle, in welchem dergleichen jährliche Holzschläge gleich=grosse Plätze beräumen, immer näher, und endlich durch ebenmässiges noch weiter fortgesetztes Verhalten, auf die Abtheilung in ganz gleiche Waldräume von selbst gebracht werde, ohne eine besondere Ausmessung dieser Räume, zu ihrer gleichen Abtheilung, nöthig zu haben.

3) Daß der von Zeit zu Zeit stehend verbleibende Waldbestand, von dem noch Zuwachs in die hier anzustellende Berechnung gebracht werden muß, um den Betrag der jährlich gefället wird, jährlich gemindert, zugleich aber auch durch seinen hinzukommenden Holz=Zuwachs jährlich gemehret werde; Einfolglich auch, der Betrag dieses jährlichen Zuwachses derer jedes Jahr ungefällt zurückbleibenden Holzbestände, zwar durch jedesmaligen Niederschlag Abbruch leide, dagegen aber um den fernern Zuwachs eines Theils des vorherigen Zuwachses wieder ansteige. Und daß

4) wenn die, über Wald= und Forst=Abtheilungen in jährliche Holzschläge, vor uns zunehmende Berechnungen auf besondere Waldungen gerichtet werden, und nicht trügen sollen, am meisten daran gelegen sey, daß deren ganzer würkliche Waldbestand, sowohl als um wie viel ein allgemein angenommener Theil des auf dem Stamme fortwachsenden Gehölzes, durch seinen Zuwachs, der, ein Jahr dem andern, eine Gattung Holz der andern, und ein Wald=Bezirk dem andern zu Hülfe gerechnet, überhaupt auf eine vorgegebene Anzahl Jahre zu erwarten ist, jährlich gemehret wird? von Forst=Verständigen richtig und also an Hand gegeben werde, wie solche Angabe, auf die ganze in jährliche Gehaue zuvertheilende Waldung oder Forst=Refier, die sicherste Anwendung leidet.

§. 3.

§. 3.

Es sey b ein in Scheit-Klaftern angegebener Wald- oder Holzbestand eines in jährliche Gehaue einzutheilenden Forstes, welcher Waldbestand eben zu der Zeit vorhanden ist, da sich, mit dem ersten derer jährlich ihm zugetheilten Holzschläge, auf selbigen eingeleget wird.

Ein solcher Waldbestand b sowohl, als ein jeder künftiger Theil desselben, stehe, während der bis zu seiner gänzlichen Abholzung ausgesetzten Zeit, mit seinem ihm in einem Jahre zugehenden Zuwachse, in der Verhältniß wie m zu 1. Das ist es geben m Klaftern in einem Jahre, eine Klafter Zuwachs, in solchem Verstande, als die letzte Vorerinnerung des 2 §. verlanget.

Es sey zugleich g eine Klafter Zahl, welche von dem gegenwärtigen Waldbestande b einmal sogleich, und weiterhin jährlich, gefället werden soll.

Und der Betrag, des künftig in jedem Jahre ungefällt stehen bleibenden Waldbestandes, soll durch Rechnung bestimmt und angegeben werden.

Nun ist, unter diesen Umständen, der nach dem ersten Holzschlage verbleibende Waldbestand $= b - g$;

Dessen Zuwachs oder Nachwuchs bis zum zweyten Holzschlage $= (b-g) : m$;

der vor diesem zweyten Schlage vorhandene Waldbestand $= (m+1)(b-g) : m$;

der nach dem zweyten Holzschlage verbleibende Waldbestand $= (m+1)(b-g) : m - g =$

$= mg - (m+1)[(m+1)g - b] : m$;

Dieses Bestandes Zuwachs bis zum dritten Holzschlage $= g - (m+1)[(m+1)g - b] : m^2$;

Der Waldbestand nach dem dritten Schlage $= mg - (m+1)^2[(m+1)g - b] : m^2$;

Des letztern Zuwachs bis zum vierten Schlage $= g - (m+1)^2[(m+1)g - b] : m^3$;

Der ungefällte Bestand nach diesem vierten Schlage $= mg - (m+1)^3[(m+1)g - b] : m^3$; und so weiter;

Unter

Unter einem allgemeinern Ausdruck aber, der sich aus denen hier leicht wahrzunehmenden Gesezen der Gleichförmigkeit ergiebet, ist der lezte Jahres-Zuwachs bis zum xten Holzschlage

$= g-(m+1)^{x-2}\,[(m+1)g-b] : m^{x-1}$

und der, nach dem x mahl, und zwar jährlich, wiederholten Holzschlage, ungefällt verbleibende Waldbestand V

$= mg-(m+1)^{x-1}\,[(m+1)g-b] : m^{x-1}.$

§. 4.

Man gelanget, bey einem andern Ausdruck dieser besondern, und derer von denenselben hergenommenen allgemeinen Werthe, eben so leicht, und eben so richtig, zu folgenden:

$$m^{x-1}V = (m+1)^{x-1}(b-g) - m(m+1)^{x-2}g - m^2(m+1)^{x-3}g$$
$$\text{etc.} - m^{x-3}(m+1)^2 g - m^{x-2}(m+1)g - m^{x-1}g.$$

Wie aber die Glieder der darinnen vorkommenden, mit g multiplicirten, Reyhe in einer geometrischen Verhältniß stehen; mithin summiret werden können; So wird, durch ihre Zusammenziehung, eben wie auf dem hier, mit weniger Umschweif, genommenen Wege, die Gleichung erhalten:

$$m^{x-1}V = m^x g - (m+1)^x g + (m+1)^{x-1}b.$$

§. 5.

Werden die, im dritten §. bestimmten, von Jahr zu Jahr sich ergebenden Zuwachs-Beträge in eine Summe geworfen, so ist solche

$(x-1)\,g - [m^{-1} + (m+1)m^{-2} + (m+1)^2 m^{-3}$ etc. $+ (m+1)^{x-3}m^{2-x} + (m+1)^{x-2}m^{1-x}]\;[(m+1)g-b] = S$, oder

$S = (x-1)\,g - \left[\dfrac{(m+1)^{x-1}}{m^{x-1}} - 1\right][(m+1)g-b]$, und nach weiterer Entwickelung

$b+S = xg + mg - (m+1)^{x-1}[(m+1)g-b] : m^{x-1}$, oder $b+S = xg+V.$

Welches auch, da $V = S$ ist, so bald als $xg = b$ gesetzt wird, mit der ersten Anmerkung des 2 §. übereinstimmet.

§. 6.

§. 6.

Da bey Anwendung obiger Gleichungen auf gewisse Jahre des fortzusetzenden Holzschlags, besonderer Bedacht zu nehmen ist, damit der lezte mit Ablauf einiger Jahre erfolgende Holzschlag nicht zugleich auch als der erste, derer darauf folgenden Jahre, angesehen werde; und nach dem Unterscheide des Anhaltens, von dem die Holzschlags Jahre zu zehlen angefangen werden, in n Jahren nur n, oder auch, mit Einrechnung der Fällung des ersten Gehaues, $n+1$ Holzschläge erfolgen können; So ist, mit Unterscheidung derer Fälle, in denen die Jahre des fortdaurenden jährlichen Holzschlags durch n angegeben werden, die Anzahl derer Holzschläge x theils $= n$, theils $x = n+1$ zu nehmen.

§. 7.

Wird in denen Gleichungen des 4 und 5 §. $b = a$, $g = 0$ und $x = h+1$ gesezt; So giebt $a+S = V = (m+1)^h a : m^h$ einen Waldbestand V, auf welchen ein, zu Anfange derer Jahre h, vorhandener Wald-Bestand a, eben in Zeit von h Jahren, durch eigenen ungestöhrten Zuwachs S ansteiget.

Es erwächset demnach ein vorgegebener Waldbestand a, wenn solcher mit seinem sich selbst ergebenden Zuwachse, h Jahre hindurch, geschonet wird, und auf so lange Zeit durch Holzschlag keinen Abbruch leidet, bis zu Endigung derer Jahre h, zu einem neuen vermehrten Waldbestande b, der durch die Gleichung $m^h b = (m+1)^h a$ bestimmet wird.

§. 8.

Soll nun ein vorgegebener Wald-Bestand a, in der Dauer von h Jahren, seinem eigenen Wachsthume überlassen, mit Holzschlage gänzlich verschonet, nach deren Ablauf aber, mit einem Holzschlage, dessen unabänderlicher Betrag g ist, jährlich angegriffen werden; So ist der, nach dem Verlaufe von h Jahren, vorhandene Waldbestand

$b = (m+1)^h a : m^h$, nach dem 7 §.,

und der, nach dem Ablaufe von $h+n$ Jahren, und nach $n+1$ verrichteten Holzschlägen, verbleibende Waldbestand, nach dem 3 §.,

$U = mg - (m+1)^n [(m+1)g - b] : m^n$, das ist, wenn a vor b eingeführet wird,

$U = mg - (m+1)^{n+1} [m^h g - (m+1)^{h-1} a] : m^{h+n}$.

§. 9.

§. 9.

Wenn ein vorgegebener Waldbestand a, seinem, in der Verhältnis wie m zu 1 jährlich fortgehenden, Wuchse ungestöhrt überlassen, h Jahre geschonet, nach deren Verlauf aber, in denen darauf folgenden n Jahren, durch jährlichen, einfolglich $n+1$ mahl wiederholten, Holzschlag von dem Betrage g, gänzlich abgetrieben werden soll; So wird in der lezten Gleichung des 8 §. $U = 0$, mithin

$$m^h[(m+1)^{n+1} - m^{n+1}]g = (m+1)^{h+n}a.$$ Siehe §. 39.

Wäre aber, wie im 3 §., $h = 0$, und von dem gegenwärtigen Waldbestande a sollte sogleich eine Klafter-Zahl g gefället, mit gleichem Holzschlage jährlich fortgefahren, und die Eintheilung dabey also gemacht werden, daß der zur Zeit der ersten Holzung vorhandene Waldbestand a, nebst dem immer hinzukommenden Zuwachse des von Jahr zu Jahr ungefällt bleibenden Bestandes, eben auf n Jahre, und zugleich auf eben so viel Holzschläge zureichet; So ist

$$(m+1)^n g - m^n g = (m+1)^{n-1}a.$$ Siehe §. 41.

§. 10.

Wird x oder n unendlich gros angenommen; So ist $m^h g = (m+1)^{h-1}a$, oder wenn $h = 0$, $(m+1)g = a$; Der nach jedem Holz-Schlage ungefällt bleibende Waldbestand, wird auf einen beständigen unveränderlichen Betrag mg gebracht; Und der, von einem solchen, in dem Laufe derer n Jahre, stehend verbleibenden Bestande, in dem nächstfolgenden Jahre seines Fortwuchses, zuerwartende Zuwachs muß, dem ebenfalls unveränderlichen Holzschlags-Betrage g, gleich seyn.

Nach diesem Lehrsaze, wird der gegenwärtige Waldbestand a eines zubenuzenden Forstes, dessen Zuwachs in einerley unabgeänderter Verhältnis fortdauert, auf ewige Zeiten hinreichen, und davon bey jedem, nach dem Ablaufe von h Jahren, auch unendliche mahl, jedoch nur ein mahl in jedem Jahre, wiederholten Niederschlage von g Klaftern, allemahl ein noch stehender Waldbestand mg übrig verbleiben, so bald als g zum jährlichen Holzschlage also genommen wird, daß $m^h g = (m+1)^{h-1}a$, oder gesezt $h = 0$, daß $(m+1)g = a$.

§. 11.

Wie aber dabey vorausgesezt wird, daß das in Gehaue einzutheilende Gehölze, auch nach dem spätesten Zeit-Verlaufe, so wenig absterbe, daß es vielmehr das Ende seines ohne Aufhören und Abnahme, in der Verhältnis wie m zu 1, gleich fortwährenden Wachsthums niemahls erreiche; So leidet zwar die im 10 §. angenommene Unendlichkeit der Zeit, und der in selbiger als unabänderlich fortgehend angesehene Nachwuchs, auf die wahre natürliche Beschaffenheit derer Strauch- und Baum-Gewächse keine Anwendung. Nichts destoweniger ziehen wir, aus dem, durch diese Einbringung des unendlichen, entblösten Wiederspruch, die sehr nuzbare Folgerung, daß bey einem mit schlagbaren Holze bestandenen, und wirthschafftlich zu behandelnden, Forste, der zum Gehaue jeden Jahres auszusezende Holzschlags Betrag grösser als $a:(m+1)$ oder, wenn dessen Gehölze erst in h Jahren schlagbar wird, grösser als $(m+1)^{h-1}a:m^h$, das ist, Log g grösser als
$\text{Log}\,a + (h-1)\,\text{Log}\,(m+1) - h\,\text{Log}\,m$ seyn solle.

Und die Erwägung, daß die Gültigkeit der Auflösung des 9 §. nur auf eine gewisse Anzahl Jahre eingeschränkt wird, in denen stehendes Gehölze, sich selbst überlassen, merklich mehr Zuwachs als Abgang hat, giebt die Veranlassung, eben diese Auflösung, vor besondere, obwohl seltene und in angebaueten Gegenden, bey eingeführter guten Forst-Verwaltung, kaum vorkommende jedoch nicht unmögliche Fälle, noch weiter reichend zu fassen.

§. 12.

Man wird, bey dieser allgemeinen Ansicht, annehmen, daß überständig stehendes Gehölze, durch neuen Auf- und Wiederwuchs, immerzu eben so viel Zugang erhalte, als ihm, durch Absterben, und andern, auch ohne Einlegung mit Holzschlage, sich gewöhnlich ereignenden Abbruch, in gleicher Zeit abgehet.

Es sey daher, wie erst angenommen worden, a ein, nach richtigem Klafter-Anschlage, gegenwärtig vorgefundener Waldbestand eines Forstes,

h eine Anzahl auf einander folgender Jahre, in denen dieser Waldbestand nicht angegriffen, vielmehr mit Holzschlage verschonet, nach deren Endi-

Endigung aber dieser bis dahin geschonte Waldbestand, und zwar in der Dauer von mehrern Jahren, als in denen noch auf merklichen Zuwachs desselben Rechnung gemacht werden kan, durch jährliche Fortstellung eines Holzschlags, dessen unveränderter Ertrag g Klaftern gleichet, gänzlich abgetrieben werden soll.

Es sey $i+k$ die Anzahl dieser leztern, zur würklichen Abholzung ausgesezten Jahre, und zwar $h+i$ diejenige, in deren Zeit Laufe der Waldbestand a noch merklichen Zuwachs haben wird, k aber eine Anzahl darauf folgender Jahre, in denen dergleichen Zuwachs nicht weiter statt findet, bis zu deren Endigung jedoch der Bestand a, mit seinem $h+i$ Jahre noch fortdaurenden Zutriebe, auslangen soll.

Hiernächst m eine Anzahl Klaftern, welche, im Durchschnitte derer des Holzes-Bestand mit seinem Alter mehrenden Jahre $h+i$, und derer mit ungleicher Tragbarkeit sich erweisenden, auch mit unterschiedenen Holz-Arten bewachsenen, Wald-Räume, mit Rücksicht auf alle des Holzes Fortwuchs befördernde oder hemmende besondere Umstände, also anzunehmen ist, daß jeder Theil m des unangegriffenen Waldbestandes, der in dem Laufe derer $h+i$ Jahre vorhanden seyn wird, in dem nächsten Jahre seiner weitern Schonung, mit einer Klafter Nachwuchs gemehret werde.

Hier fällt nun zwar der Werth, des mit dem Ablaufe derer i Jahre, und mit dem Aufhören seines Fortwuchses, verbleibenden Waldbestandes, nach dem 8 §. also aus, daß selbiger

$$U = mg - (m+1)^{i+1}[m^h g - (m+1)^{h-1} a] : m^{h+i};$$

Er wird aber keinesweges, so wie im 9 §. geschehen, auf Nichts gebracht, sondern er muß, nach Erforderung der Aufgabe, dem, bey Aufhören seines Wachsthums, der eigenen Mehrung oder Minderung nicht weiter unterworfen bleibenden, Waldbestande kg, gleich gesetzt werden. Daher denn die Gleichung entstehet:

$$m^h[(m+1)^{i+1} - m^i(m-k)]\,g = (m+1)^{h+i} a, \text{ oder}$$

$$g = (m+1)^{h-1} a : m^h \left[1 - \frac{(m-k)\,m^i}{(m+1)^{i+1}}\right].$$

§. 13.

Man findet den Weg, den jährlichen Holzschlags-Betrag g zu finden, wenn auch vor jedes derer Jahre, welche zur gänzlichen Abholzung des Waldbestandes b ausgesetzt sind, ein besonderer Werth vor m gegeben würde, eben so offen.

Zum Beyspiel seyen diese Werthe, nach der Ordnung derer auf einander folgenden Jahre, $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, u. s. w. Und, bey dieser Annehmung, ist

der Waldbestand nach dem ersten Holzschlage $= b-g$,

nach dem zweyten $= [(\beta+1)(b-g)-\beta g]:\beta$,

nach dem dritten $= [(\beta+1)(\gamma+1)(b-g)-\beta(\gamma+1)g-\beta\gamma g]:\beta\gamma$,

nach dem vierten $= [(\beta+1)(\gamma+1)(\delta+1)(b-g)-\beta(\gamma+1)(\delta+1)g$ $-\beta\gamma(\delta+1)g-\beta\gamma\delta g]:\beta\gamma\delta$,

nach dem fünften $= [(\beta+1)(\gamma+1)(\delta+1)(\varepsilon+1)(b-g)$ $-\beta(\gamma+1)(\delta+1)(\varepsilon+1)g-\beta\gamma(\delta+1)(\varepsilon+1)g-\beta\gamma\delta(\varepsilon+1)g-\beta\gamma\delta\varepsilon g]:\beta\gamma\delta\varepsilon$

u. s. w.

Man kommt aber, bey diesem Fortgehen auf eine gute Reyhe Jahre, auf eine so weit ausgedehnte Auflösung, daß solche dem Rechenmeister fast eben so mühsam ist, als dem Forstverständigen schwer werden wird, die hier als bekannt angenommenen Werthe $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, etc. genau an Hand zu geben, und dadurch die Zu- und Abnahme des Wachsthums vorgegebener Gehölze von Jahr zu Jahr festzusetzen.

Um beyden diese Mühe zu erleichtern, und doch der physicalischen Wahrheit näher zu kommen, wollen wir eine weniger zergliederte Absonderung derer, von einander unterschiedenen, Jahrwüchse besonders vor uns nehmen.

§. 14.

Es sey daher, wie im 12 §. $h+i$ die Summe derer Jahre, in denen ein vorgegebener Waldbestand a noch merklichen Zuwachs haben wird. Und dieser Waldbestand soll, in der Dauer von h Jahren, mit Holzschlage annoch verschonet, nach deren Ablauf aber, in $i+k$ Jahren, durch $i+k+1$ Holzschläge, deren jährlicher Betrag g ist, gänzlich abgetrieben werden.

Anbey

Anbey aber sey auch $h = c$, und $i = d + e + f$. Und solchergestalt höre mit denen leztern f Jahren aller merkliche Nachtrieb oder Nachwuchs des Holzes auf.

Vor c Jahre werde der vorige Werth m beybehalten. In denen d Jahren aber betrage von p Klaftern, in denen darauf folgenden e Jahren von q Klaftern, und in denen leztern f Jahren von r Klaftern des vorhandenen Waldbestandes, und zwar in dem nächsten Jahre seines Fortwuchses, der Zuwachs eine Klafter.

Unter diesen Umständen nun, und dem 8 §. zu Folge, wird seyn der Betrag des Waldbestandes, mit dem Ablaufe seiner gänzlichen Schonung in c Jahren, und zwar nach dem 7 §.,

$= (m+1)^c a : m^c = b$,

ferner nach dem 3 §., der Waldbestand, nach $d+1$ Holzschlägen,

$= [(p+1)^d b + p^{d+1} g - (p+1)^{d+1} g] : p^d = P$,

der Waldbestand, vor dem darauf nächstfolgenden Holzschlage, $= (q+1) P : q$,

der Waldbestand, nach $d+e+1$ vollbrachten Holzschlägen,

$= [(q+1)^e P + q^{e+1} g - q(q+1)^e g] : q^e = Q$,

der übrige Waldbestand, nach $i+1$ Holzschlägen,

$= [(r+1)^f Q + r^{f+1} g - r(r+1)^f g] : r^f = R$.

Und wird dieser leztere, bey denen wie im 12 §. vorliegenden Bedingungen, $= kg$ gesezt; So kommt, wenn vor A, B, C, D die Werthe also genommen werden, daß

$\text{Log } A = \text{Log } 10000 - c[\text{Log}(m+1) - \text{Log } m]$

$\text{Log } B = \text{Log } A - d[\text{Log}(p+1) - \text{Log } p]$

$\text{Log } C = \text{Log } B - e[\text{Log}(q+1) - \text{Log } q]$

$\text{Log } D = \text{Log } C - f[\text{Log}(r+1) - \text{Log } r]$,

nach gehöriger Behandlung,

$g = 10000 a : [(p+1)A - (p-q)B - (q-r)C - (r-k)D]$.

§. 15.

Bey allen diesen Annehmungen, und wenn noch überdieses

$\text{Log } H = f[\text{Log}(r+1) - \text{Log } r]$

Log

$$\mathrm{Log}\,G = \mathrm{Log}\,H + e\,[\mathrm{Log}\,(q+1) - \mathrm{Log}\,q]$$
$$\mathrm{Log}\,F = \mathrm{Log}\,G + d\,[\mathrm{Log}\,(p+1) - \mathrm{Log}\,p]$$
$$\mathrm{Log}\,E = \mathrm{Log}\,F + c\,[\mathrm{Log}\,(m+1) - \mathrm{Log}\,m]$$

gesezt wird, ist der, nach dem Ablaufe von $c+d+e+f$ Jahren, noch ungefällte Waldbestand

$$R = Ea - (p+1)Fg + (p-q)Gg + (q-r)Hg + rg;$$

und wird dieser Werth von $R = kg$ gemacht; So kommt der Ausdruck vor g unter einer neuen Gestalt:

$$g = Ea : [(p+1)F - (p-q)G - (q-r)H - r + k],$$

dessen Berechnung, zur Prüfung eines nach dem 14 §. erhaltenen Rechnungs-Ausfalls, am füglichsten dienen kan.

§. 16.

Sind der Waldbestand a, g der Betrag des mit Ablauf von c Jahren jährlich erfolgenden Holzschlags, und die Beschaffenheit des Fortwuchses desselben, durch die, denen auf einander folgenden Jahren c, d, e, f zugeordneten, Werthe m, p, q, r bekannt gemacht; Man soll berechnen, auf wieviel Jahre y der Waldbestand a, mit seinem noch künftigen Zuwachse, bey einem jährlich wiederholten Holzschlage g ausreichen werde, das ist, mit deren Endigung der lezte Holzschlag erfolgen wird; So dienet folgendes:

$$k = [10000\,a : g - (p+1)A + (p-q)B + (q-r)C + rD] : D, \text{ oder}$$
$$k = Ea : g - (p+1)F + (p-q)G + (q-r)H + r.$$

$$(f) = \frac{\mathrm{Log}\,r + \mathrm{Log}\,C - \mathrm{Log}\,[(p+1)A - (p-q)B - (q-r)C - 10000\,a : g]}{\mathrm{Log}\,(r+1) - \mathrm{Log}\,r}$$

$$(e) = \frac{\mathrm{Log}\,q + \mathrm{Log}\,B - \mathrm{Log}\,[(p+1)A - (p-q)B - 10000\,a : g].}{\mathrm{Log}\,(q+1) - \mathrm{Log}\,q}$$

$$(d) = \frac{\mathrm{Log}\,p + \mathrm{Log}\,A - \mathrm{Log}\,[(p+1)A - 10000\,a : g].}{\mathrm{Log}\,(p+1) - \mathrm{Log}\,p}$$

$$(c) = [\mathrm{Log}\,g - \mathrm{Log}\,a] : [\mathrm{Log}\,(m+1) - \mathrm{Log}\,m].$$

Die

Die Jahre c, d, e, f werden, durch Angabe derer Forstverständigen, blos in Beziehung auf das in denenselben zuerwartende Wachsthum, sowohl als die Verhältnisse dieses Wachsthums durch $m:1$, $p:1$, $q:1$, $r:1$, bekannt gemacht, die Anzahl derer Jahre (c), (d), (e), (f) und k aber zum Theil durch Rechnung gefunden. Und wie dabey (c) nur einen Theil derer Jahre c, (d) nur einen Theil derer gegebenen Jahre d, (e) nur einen noch unbekannten Theil derer Jahre e, und eben so (f) einen Theil derer angegebenen Jahre f, ausmachen kan; So werden hier (c), (d), (e), (f) als Werthe noch unbekannter Zahlen, welche von denen gegebenen c, d, e, f eben so wohl abweichen, als mit ihnen übereinstimmen können, von denen leztern, bey jener Berechnung als bekannt vorausgesezten, durch die Einschlüsse ( ) unterschieden.

Fällt der hier vor k ausgeworfene Werth bejahend aus; So ist $y = c+d+e+f+k$, und g ist kleiner angenommen, als es die im 19 §. vorkommende Regel verstattet.

Ist hingegen k verneinend; So werden die Jahre des Holzschlags sich noch eher endigen, als des Gehölzes Vermehrung durch Zuwachs aufhöret; und es ist zu weiterer Berechnung anderer Werthe fortzugehen.

Wird hierauf der Werth vor (f) bejahend befunden; So ist $y = c+d+e+(f)$.

Ist (f) verneinend, das ist weniger als Nichts, (e) aber bejahend; So wird $y = c+d+(e)$.

Ist (e) verneinend, und dagegen (d) bejahend; So ist die gesuchte Anzahl Jahre $y = c+(d)$.

Wäre auch (d) verneinend; So würde, mit Ablauf von (c) Jahren, das ganze Gehölze durch einen einigen Holzschlag abzutreiben seyn.

§. 17.

Es kan hier auch in umgekehrter Ordnung verfahren, wenn (c) grösser als c gefunden wird, zur Berechnung von (d), wen $(d) > d$ zur Berechnung von (e), wenn $(e) > e$ zur Berechnung von (f), und wenn auch $(f) > f$ ist, zur Berechnung von k verschritten werden.

Welches denn auch im nächstfolgenden §. statt findet.

§. 18.

Der, in der Summe derer $c+d+e+f+k$ Jahre, mit Holzschlage gänzlich verschonte Waldbestand a, erwächset in solcher Zeit zu einem Waldbestande

$$b = (m+1)^c (p+1)^d (q+1)^e (r+1)^f a : m^c p^d q^e r^f = 10000\,a : D = aE.$$

Wird nun a und b gegeben, und man soll die Jahre u finden, in denen a, bey seiner gänzlichen Schonung, bis auf den grössern Waldbestand b anwachsen wird; So ist

$$(f) = \frac{\text{Log } b - \text{Log } a + \text{Log } C - \text{Log } 10000}{\text{Log } (r+1) - \text{Log } r}$$

Ist nun (f) grösser als f; und es sind f die lezten Jahre des bis zu deren Endigung noch statt findenden Holz-Zuwachses; So wird der Waldbestand a, eine Vermehrung durch eigenen Zuwachs bis auf den Betrag b, niemahls erreichen.

Ist (f) zwar bejahend aber kleiner als f; So ist $u = c+d+e+(f)$.

Wird aber (f) verneinend, (e) jedoch bejahend befunden; So ist $u = c+d+(e)$; und

$$(e) = \frac{\text{Log } b - \text{Log } a + \text{Log } B - \text{Log } 10000.}{\text{Log } (q+1) - \text{Log } q}$$

Fällt (e) verneinend, (d) aber bejahend aus; So ist $u = c+(d)$; und

$$(d) = \frac{\text{Log } b - \text{Log } a + \text{Log } A - \text{Log } 10000}{\text{Log } (p+1) - \text{Log } p}$$

Und ist auch (d) verneinend; So ist

$$u = (c) = [\text{Log } b - \text{Log } a] : [\text{Log } (m+1) - \text{Log } m]$$

§. 19.

Bey der vom 13 §. bis hieher verabhandelten genauern Absonderung ungleicher Jahrwüchse, wird auch die im 11 §. gegebene Regel genauer und allgemeiner bestimmet, und, in gleichmässig wirthschaftlicher Betrachtung, wird hier gefunden, daß bey Abtheilung eines schlagbar werdenden Forsts in ordentliche Gehaue, und damit ein Waldbestand noch eher abgeholzet werde, als er das Ende seines Wachsthums völlig erreichet,

erreichet, der jährliche Holzschlags=Betrag g also angenommen werden solle, daß solcher grösser als

$10000a : [(p+1)A-(p-q)B-(q-r)C-rD]$, das ist, grösser als

$Ea : [(p+1)F-(p-q)G-(q-r)H-r]$ ist.

§. 20.

Wie in folgenden die Obachtnehmung dieser lezten Regel voraus gesezt werden wird; So wird die Bestimmung derer Jahre c, d, e, f und derer ihnen zugeordneten Werthe m, p, q, r, die ganze natürliche Geschichte des Wachsthums vorgegebener Gehölze nicht weiter wie bisher enthalten dürfen. Vielmehr wird von f und r der Begrif getrennet und abgesondert bleiben, daß mit Verlauf derer f Jahre des Holzes Mehrung durch eigenen Zuwachs gänzlich aufhöre, und $r:1$ die Verhältnis dieses leztern Zuwachses sey.

Eben so wenig aber wird auch auf c die, in denen vorigen 14, 15, 16 und 19 §. eigentlich darauf ruhende, Bedingung weiter haften, daß in dem Laufe derer c Jahre ein Waldbestand geschonet, und eben nach ihrem Zeitverlaufe denselben mit einem jährlichen Holzschlage anzugreifen angefangen werden müsse.

Und wie im 16. §. die Zeit des letzten Holzschlags als noch unbestimmt angesehen wurde; So wird in denen nächstfolgenden §. dieser Zeitpunkt auf den Ablauf gewisser Jahre allerdings festgesetzt seyn, dagegen aber der erste Holzschlag als einer Verrückung fähig angesehen werden.

§. 21.

Würde ein Waldbestand a mit denen Verhältnißen seines Zuwachses in denen Jahren l, also gegeben, daß $l = c+d+e+f$, und vor jede dieser vier besondern Anzahlen Jahre, worein l zerleget wird, eine besondere Verhältnis des in der Ordnung ihres Zeitlaufes zuerwarten habenden jährlichen Zuwachses durch $m:1$, $p:1$, $q:1$, $r:1$ bekannt gemacht wird; Und man sollte die Anzahl z derer Jahre finden, in deren Dauer der Waldbestand a gänzlich geschonet werden muß, damit dieser, von jener Ablaufe an bis zum gänzlichen Ablaufe derer l Jahre, einen jährlichen Holzschlag g also ertragen kan, daß, nach Vollbringung dieser $l-z+1$ Holzschläge, ein noch ungefällter Waldbestand t übrig verbleibet; Und

 zwar

zwar würden a und t, auf vorhin erforderte Weise, in Klaftern von einerley Ausmessung angegeben;

So gelanget man darzu wie folget.

Wäre $z < c$; So würde seyn der Waldbestand nach z Jahren $= (m+1)^{z} m^{-z} a = b$,

derselbe nach c Jahren

$$= (m+1)^{c-z} m^{-c+z} b + mg - (m+1)^{c-z+1} m^{-c+z} g$$

$$= (m+1)^{c} m^{-c} a + mg - (m+1)^{c-z+1} m^{-c+z} g = O,$$

nach $c+d$ Jahren

$$= (p+1)^{d} p^{-d} O + pg - (p+1)^{d} p^{1-d} g = P,$$

nach $c+d+e$ Jahren

$$= (q+1)^{e} q^{-e} P + qg - (q+1)^{e} q^{1-e} g = Q,$$

und nach l Jahren

$$= (r+1)^{f} r^{-f} Q + rg - (r+1)^{f} r^{1-f} g = R,$$

endlich $R = t$, und nach gehöriger Aufwickelung, bey welcher E, F, G, H eben so wie im 15 §. gelten,

$$Ea + (m-p) Fg + (p-q) Gg + (q-r) Hg + rg - t = m^{z} (m+1)^{1-z} Eg.$$

Wie aber diese Gleichung nur auf den Fall gerichtet ist, in welchem z kleiner als c ist; So werden wir noch eine solche Gleichung vor einen andern Fall finden, und aus beyden Gleichungen, auch auf alle übrige Fälle das nöthige, mit aller Sicherheit, folgern können.

Es sey daher $z > c+d+e$; Und sodenn ist der mit Endigung derer z Jahre vorhandene Waldbestand

$$= (m+1)^{c} (p+1)^{d} (q+1)^{e} (r+1)^{z-c-d-e} m^{-c} p^{-d} q^{-e} r^{c+d+e-z} a = b,$$

der Waldbestand nach l Jahren aber

$$= (r+1)^{l-z} r^{z-l} b + rg - (r+1)^{l-z+1} r^{z-l} g = t, \text{ und}$$

$$Ea + rg - t = r^{z+f-l} (r+1)^{l-f-z+1} Hg.$$

Und aus diesen Gleichungen, sowohl als aus denen übrigen, deren nothwendige Gestalt man hieraus sogleich übersiehet, werden die folgenden Ausdrücke genommen, welche die wahre Auflösung unserer Aufgabe enthalten.

Man

Man berechne nehmlich

$$z-c-d-e = \frac{\text{Log.}g + \text{Log}(r+1) + \text{Log}H - \text{Log}[Ea+rg-t]}{\text{Log}(r+1)-\text{Log}\,r}.$$

Wird dieser Werth vor $z-c-d-e$ grösser als f befunden; So ist dieses ein gewisses Kennzeichen, daß g zu groß und also angenommen worden, daß der immerzu geschonte Waldbestand a, den Betrag g, in l Jahren gar nicht erreichen wird.

Ist eben dieser Werth bejahend, jedoch kleiner als f; So findet der dadurch vor z bestimmte Werth würklich statt.

Findet sich aber, daß $z-c-d-e$ kleiner als Nichts, das ist verneinend, ausfällt; So nimmt folgender Werth, in so ferne er bejahend ist, des gesuchten Stelle ein:

$$z-c-d = \frac{\text{Log.}g + \text{Log}(q+1) + \text{Log}G - \text{Log}[Ea+(q-r)Hg+rg-t]}{\text{Log}(q+1)-\text{Log}\,q}$$

Wäre aber auch dieser Werth vor $z-c-d$ verneinend, so wird zur Berechnung des folgenden, der wenn er bejahend ist statt findet, fortgegangen:

$$z-c = \frac{\text{Log.}g + \text{Log}(p+1) + \text{Log}F - \text{Log}[Ea+(p-q)Gg+(q-r)Hg+rg-t]}{\text{Log}(p+1)-\text{Log}\,p}$$

Wird endlich hierbey auch $z-c$ verneinend befunden; So ist $c > z$, und

$$z = \frac{\text{Log.}g + \text{Log}(m+1) + \text{Log}E - \text{Log}[Ea+(m-p)Fg+(p-q)Gg+(q-r)Hg+rg-t]}{\text{Log}(m+1)-\text{Log}\,m}$$

Befindet sich

$$Ea-(m+1)Eg + (m-p)Fg + (p-q)Gg + (q-r)Hg + rg-t = 0;$$

So ist $z = 0$, und es wird sogleich mit dem ersten Holzschlage, ohne Aufschub, der Anfang gemacht.

Und ist

$$[Ea-t]:g > (m+1)E-(m-p)F-(p-q)G-(q-r)H-r;$$

So wird die ganze Auflösung ohnmöglich, und es ist entweder g, oder t, oder auch l zu klein vorgegeben. Oder aber die Berechnung kan nur bey einem Waldbestande angestellet werden, welcher kleiner als a ist.

§. 22.

Würde eine Anzahl Jahre h und eine grössere Anzahl Jahre l vorgegeben, welche beyde von dem Zeitpunckte zu zehlen angefangen werden, in dem ein bekannt gemachter Waldbestand eines Forstes $= a$ ist, welcher Waldbestand in dem Laufe derer h Jahre gänzlich geschonet, in denen darauf folgenden $l-h$ Jahren aber mit einem Holzschlage jährlich angegriffen, und, nach $l-h+1$ dergleichen Holzschlägen von gleichem Ertrage, und demnach mit Ablauf derer l Jahre, bis auf einen ebenfalls gegebenen Holzbetrag t, abgeholzet werden soll; und es würde zugleich die Zerlegung derer Jahre l in c, d, e, f Jahre, mit denen Verhältnissen $m:1$, $p:1$, $q:1$, $r:1$ des in denenselben zuerwartenden Holz-Zuwachses, eben so wie im 21 §. an Hand gegeben; Man soll den Betrag g, des, nach h Jahren bis zum Ablauf derer l Jahre, jährlich erfolgenden Holzschlags, durch Rechnung bestimmen; So ist,

wenn h kleiner als c,

$\mathrm{Log}\,J = \mathrm{Log}(m+1) + (c-h)[\mathrm{Log}(m+1) - \mathrm{Log}\,m]$, und

$g = [Ea-t]:[FJ-(m-p)F-(p-q)G-(q-r)H-r]$.

Wenn h grösser als c, jedoch kleiner als $c+d$,

$\mathrm{Log}\,K = \mathrm{Log}(p+1) + (c+d-h)[\mathrm{Log}(p+1) - \mathrm{Log}\,p]$, und

$g = [Ea-t]:[GK-(p-q)G-(q-r)H-r]$.

Wenn h grösser als $c+d$ und kleiner als $c+d+e$

$\mathrm{Log}\,L = \mathrm{Log}(q+1) + (c+d+e-h)[\mathrm{Log}(q+1) - \mathrm{Log}\,q]$, und

$g = [Ea-t]:[HL-(q-r)H-r]$.

Wenn aber $h > c+d+e$ ist,

$\mathrm{Log}\,M = \mathrm{Log}(r+1) + (l-h)[\mathrm{Log}(r+1) - \mathrm{Log}\,r]$, und

$g = [Ea-t]:(M-r)$

Wobey die Werthe E, F, G, H eben dieselben sind, welche im 15 §. eingeführet worden.

§. 23.

Wird der Betrag g eines Holzschlags, dergleichen Beträge in denen 12, 14, 15 und 22 §. ihre Bestimmung erhalten haben, mit der, aus denen Bedingungen vorstehender Aufgaben sich ergebenden, Anzahl aller stattfindenden Holzschläge multipliciret; So bekommt man die Klafter

Summe

Summe alles, in denen zur Abtreibung eines Forstes ausgesetzten Jahren, zufällenden Holzes. Und wird eine solche Summe gegen den jedesmahl vorgegebenen Waldbestand a gehalten; So wird aus dieser Vergleichung auf das deutlichste einleuchten, wie wichtig es sey, den jährlichen Holz-Zuwachs, bey Berechnung eines künftigen Forst-Ertrags, mit in richtigen Anschlag zu bringen.

§. 24.

Eben so werden die vorstehenden Säze die Ueberzeugung würken, daß die Buchstaben-Rechenkunst alles hier zubestimmende gewiß in ihrer Gewalt habe. Sie versaget Nichts von allem, was einer Berechnung unterworfen, und dessen Bestimmung, aus angegebenen Waldbeständen, deren noch künftigem Zuwachse, Holzschlags-Beträgen, und Zeiten, von ihr gefordert werden kan. Ja sie wird dabey allemahl weniger schuldig verbleiben, als derjenige, der, als ein geübter Forst-Wirthschafter, einen vorhandenen Waldbestand, und, als ein Forstgerechter Naturkündiger, die Verhältnisse des vorhergegangenen oder noch künftigen Zuwachses eines solchen Bestandes, auf bestimmte, oder von ihm selbst schiklich abzutheilende, Zeiten, dem Rechenmeister richtig angeben soll.

Es können zwar ausser denen hier abgehandelten noch viele Fragen und Aufgaben, besonders in Ansehung ungleicher Holzschläge, und des zu einerley Zeit bey verschiedenen Wald-Räumen in unterschiedenen Verhältnissen sich ergebenden Zuwachses, aufgeworfen werden, denen die Rechenkunst auf eben so zulängliche Weise Genüge thut, und zu deren Auflösung auch hier der Weg nicht wenig gebahnet worden; Wie aber die Absicht dieses kurz gefasten Aufsazes sich nur auf die, bey einem guten Forst-Haushalt, oder bey Einrichtung desselben, am gewöhnlichsten vorkommende Fälle einschränket; So werden wir nur noch, von denen leztern, ziemlich zusammen gesezte Bedingungen zu ihrem Gegenstande habenden, Auflösungen, auf mehr einfach vorgegebene Fälle wieder zurükkehren, anbey von jenen einige nicht unfruchtbare Anwendungen machen, und vorerst zeigen, wie unentbehrlich, einem des Forst-Wesens Beflissenen, diese ihm leicht allzugekünstelt anscheinende Art derer Ausrechnungen, auch selbst sodenn werde, wenn selbiger, in Bestimmung derer bisher durch $m:1$, $p:1$, $q:1$, $r:1$ ausgedrukten Verhältnisse, des auf eine gewisse Reyhe Jahre stattfindenden Holz-Zuwachses, sicher gehen und einige Fertigkeit erlangen will. Eben diese, der Beschaffenheit derer Gehölze

und

und des mit ihnen bewachsenen Bodens, gemässe Bestimmung solcher Verhältnisse ist es ohnfehlbar, welche hierbey einem Forst-Verständigen leicht das meiste Nachdenken machen und aufzurathen geben wird. Und alle, über die Mehrung derer Gehölze durch eigenen Zuwachs, auf das genaueste gemachte Wahrnehmungen, und deshalb auch sorgfältigst fortgesezte Beobachtungen, können kaum genuzet werden, wenn man nicht die Rechenkunst dabey noch besonders zu Hülfe nimmt.

§. 25.

Unter denen Bedingungen des 14 §. ist ein nach $c+d+e+f+k$ Jahren ungefällt verbleibender Waldbestand

$$T = [10000a - (p+1)Ag + (p-q)Bg + (q-r)Cg + (r-k)Dg] : D,$$

oder, unter einem andern gleichgeltenden Ausdruck,

$$T = Ea - (p+1)Fg + (p-q)Gg + (q-r)Hg + (r-k)g.$$

Bey denen Bedingungen des 22 §. hat ein dergleichen Waldbestand, nach $c+d+e+f$ Jahren, eben denselben Werth, wenn nur $k = 0$ und $h = c$ gesezt wird.

Ist aber $h < c$; So ist der Waldbestand, nach Verlauf von l oder $c+d+e+f$ Jahren,

$$T = [10000a - AJg + (m-p)Ag + (p-q)Bg + (q-r)Cg + rDg] : D,$$

oder,

$$T = Ea - FJg + (m-p)Fg + (p-q)Gg + (q-r)Hg + rg.$$

Ist $c < h < c+d$; So ist

$$T = [10000a - BKg + (p-q)Bg + (q-r)Cg + rDg] : D,$$

$$T = Ea - GKg + (p-q)Gg + (q-r)Hg + rg.$$

Ist $c+d < h < c+d+e$; So ist

$$T = [10000a - CLg + (q-r)Cg + rDg] : D,$$

$$T = Ea - HLg + (q-r)Hg + rg$$

Ist $c+d+e < h$; So ist

$$T = Ea - Mg + rg.$$

Ist endlich $h = l$; So ist

$$T = 10000a : D, \text{ oder}$$

$$T = Ea.$$

Und

Und diese Werthe geben, nach dem Unterscheide derer Jahre h, in denen der Waldbestand a vor dem ersten erlittenen Holzschlage geschonet worden, den Waldbestand T, der, mit dem Verlaufe von l Jahren, und nachdem der jährliche Holzschlag, von dem Betrage g, $l-h+1$ mahl wiederholet worden, noch stehend gelassen wird.

§. 26.

Wäre $h=0$; So würde seyn

$$T=[10000(a-g-mg)+(m-p)Ag+(p-q)Bg+(q-r)Cg+rDg]:D$$

$$T=Ea-(m+1)Eg+(m-p)Fg+(p-q)Gg+(q-r)Hg+rg.$$

Und wäre $h=1$, welches ebenfalls ein öfters vorkommender Fall seyn dürfte, so würde

$$T=[10000(a-m)+(m-p)Ag+(p-q)Bg+(q-r)Cg+rDg]:D,$$

$$T=(a-m)E+(m-p)Fg+(p-q)Gg+(q-r)Hg+rg.$$

§. 27.

Wird in allen vorstehenden Gleichungen eine oder mehrere derer Anzahlen Jahre c, d, e, f, h, i, k gleich Nichts, oder auch zwey oder mehrere derer Zahlen m, p, q, r einander gleich gesezt; So werden diese Gleichungen mehr einfach vorgegebenen Fällen angemessen. Niemahls aber ist hierzu die Vernichtung eines derer Werthe m, p, q, r erforderlich. Und wenn ja eine derer Anzahlen Jahre c, d, e, f, h, i, k, l der andern gleich gemacht, und in unsern Gleichungen an deren Stelle gesezt werden soll; So ist dabey wenigstens einige Vorsicht zu gebrauchen, damit unterschiedene Zeit-Räume, die nach denen hier angenommenen Bedingungen nicht einerley Anfang haben können, nicht mit einander verwechselt, und andere von dem gemeinschaftlichen Zeit-Punkte ihres Anfangs nicht verrükt werden.

Wenn die Jahre l in weniger als vier besondere Zeit-Läufte abgetheilt vorgegeben werden, und daher eine Vernichtung einer oder mehrerer derer Zahlen c, d, e, f vorfällt; kan doch diejenige Anzahl Jahre von denen z einen Theil noch in sich nimmt, das ist in deren Laufe sich die h Jahre endigen, niemahls $=0$ genommen werden.

Am wenigsten aber ist, bey denen Abänderungen, welche die aus denen 14 und 15 §. entlehnten Werthe A, B, C, D, E, F, G, H und

ferner

ferner I, K, L, M im 22 §. bey solchen Bringungen auf Nichts leiden, aus der Acht zu lassen, daß eine Logarithme, oder auch der Unterscheid zweyer Logarithmen, mit 0 multipliciret, allemahl die Logarithme von 1 eben so hervorbringe, als eine jede Zahl zur Dignität von 0 erhoben der Einheit gleichet, und x^0 so wohl als $x^0 : y^0 = 1$ ist.

Wir werden weiter unten (siehe §. 39) einige leichte Beyspiele, der Anwendung hiervon vor uns nehmen, haben aber hier die Einschaltung dieser Regeln nicht zurüklassen können, da ihre Gültigkeit besonders auch im nächst folgenden §. nicht aus den Augen gelassen werden darf.

§. 28.

Soll nach denen im 25 und 26 §. vor T ausgefallenen Werthen, der künftige Waldbestand berechnet werden, der von dem gegenwärtigen, auf daselbst bedungene Art zubehandelnden, Bestande a, in v Jahren, vorhanden seyn wird, und $v < c$; So wird in gedachten Werthen v vor c, und zugleich $d = e = f = 0$ gesezt.

Verlanget man in gleichem Verstande, den künftigen Ausfall eines Waldbestandes, der nach $c + v$ Jahren verbleiben wird, und v ist kleiner als d; So wird v als ein Theil von d an die Stelle von d, zugleich aber auch $e = f = 0$ gesezt.

Wäre von dem in $c + d + v$ Jahren ungefällt bleibenden Waldbestande die Frage, und v wäre kleiner als e; So nimmt in denen Gleichungen des 25 und 26 §. v die Stelle von e ein, und $f = 0$.

Um den Waldbestand zu finden, der mit Ablauf von $c + d + e + v$ Jahren noch nicht niedergeleget worden seyn wird, wenn $v < f$ ist, darf man nur, in eben diesen, nach dem Unterscheide derer Schonungs-Jahre h statt findenden, Gleichungen, v vor f sezen.

Daß $k = 0$ ist, so bald als $f = 0$, verstehet sich zugleich von selbst.

Und auf solche Maase kan der, in einer jeden Anzahl Jahre, die kleiner als l ist, und welche von der Zeit an, da der in Rechnung zubringende Waldbestand, a Klaftern, betrug, gezehlet wird, ungefällt stehen bleibende künftige Bestand T zum voraus berechnet werden.

§. 29.

Wenn $h = c + d + e + f = l$; So ist

$m^c p^d q^e r^f T = (m+1)^c (p+1)^d (q+1)^e (r+1)^f a$, oder

$r^f CT$

$r^f CT = 10000 (r+1)^f a$;

$[CT : 10000 a]^{\frac{1}{f}} = (r+1) : r$; und

wenn N also genommen wird, daß

$\text{Log}\, N = \text{Log}\, 1000 + [\text{Log}\, T - \text{Log}.\, a - c(\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m) - d(\text{Log}(p+1) - \text{Log}.\, p) - e(\text{Log}(q+1) - \text{Log}.\, q)] : f$; So ist

$r = 1000 : [N - 1000]$.

Wäre nun ausgemacht, daß ein völlig geschonter Waldbestand a, in c Jahren nach der Verhältnis m:1, in andern d Jahren nach der Verhältnis p:1, und in e Jahren nach der Verhältnis q:1, seinen jährlichen Zuwachs erhalten hat, und in der Summe derer $c+d+e+f$ Jahre, durch eigenen ungestöhrten Nachwuchs zu einem Waldbestande T angewachsen ist; So wird die unbekannte Verhältnis des jährlichen Zuwachses, welche in denen f Jahren statt gefunden r:1 also seyn, daß $r = 1000 : [N - 1000]$.

§. 30.

Wird hier $c = d = e = 0$ gesezt; So wird

$\text{Log}\, N = \text{Log}\, 1000 + (\text{Log}\, T - \text{Log}.\, a) : f$, und

$r = 1000 : (N - 1000)$.

Und nach Anweisung dieser Formul wird durch r gefunden, wieviel Klaftern Waldbestand, in einem jeden derer Jahre f eine Klafter Zuwachs gehabt, wenn ein in diesen f Jahren gänzlich geschonter Waldbestand a, in eben solcher Zeit, zu einem Waldbestande T erwachsen ist. Wenn nehmlich r nicht genauer als nach dem Sinne der vierten Bemerkung des 2 §. bestimmt werden darf.

§. 31.

Hat ein Waldbestand a, n Jahre hindurch seinem ungestöhrten Wachsthume überlassen, in solcher Zeit auf einen doppelten Betrag 2a sich gemehret; So ist, wenn π also genommen wird, daß

$\text{Log}\, \pi = \text{Log}\, 10000 + \frac{1}{n} \text{Log}.\, 2$, oder nach denen gewöhnlichen logarithmischen Tafeln, daß

$\text{Log}\, \pi = 3.0000000 + 0.3010300 : n$,

die gewesene Verhältnis seines jährlichen Zuwachses

$m:1 = 1000 : (\pi - 1000)$.

Ist ferner eben dieser doppelte Betrag 2a des ehemahligen Waldbestandes a, bey weiterer gänzlichen Schonung in ν Jahren, auf den Betrag 3a angewachsen; und ϱ wird also angenommen daß

$Log.\,\varrho = Log\,1000 + \frac{1}{\nu}(Log\,3 - Log\,2)$, das ist

$Log.\,\varrho = 3.0000000 + 0.1760912 : \nu$;

So ist die Verhältnis eines jeden Theils des Waldbestandes, zu seinem jährlichen Zuwachse, in denen ν Jahren,

$\mu : 1 = 1000 : (\varrho - 1000)$ gewesen.

Und, bey einem allgemeinern Vortrage dieser Regel, ist

$Log\,\varsigma = Log\,1000 + \frac{1}{\nu}(Log\,\omega - Log\,\alpha)$,

$m : 1 = 1000 : (\varsigma - 1000)$,

und m : 1 die Verhältnis des Holzbetrags zu seinem jährlichen Zuwachse, in denen Jahren ν, wenn die Erfahrung ausweiset, daß ein Waldbestand αa, in ν Jahren, durch gänzliche Verschonung mit Holzschlage, zu einem Waldbestande ωa gebracht worden.

§. 32.

Im Fall bekannt wäre, daß gewisse Waldbestände in c Jahren in der Verhältnis m:1, in d Jahren wie p:1, in e Jahren wie q:1, und in f Jahren wie r:1, durch eigenen Zuwachs sich gemehret haben; Und man wollte vor alle diese Jahre eine mittlere Verhältnis dieses Zuwachses s:1 annehmen; So würde seyn

$s^{c+d+e+f} = m^c p^d q^e r^f$, und

$$Log.\,s = \frac{c\,Log.\,m + d\,Log.\,p + e\,Log.\,q + f\,Log.\,r}{c+d+e+f}$$

Oder es wird auch

$Log\,N = Log\,1000 + Log\,E : (c+d+e+f)$, und

$s = 1000 : (N - 1000)$ genommen.

§. 33.

Wie nun die öftere Anstellung aller obigen Berechnungen überhaupt, in so ferne die dabey als bekannt angenommenen Werthe m, p, q, r, durch würklichen Erfolg und richtige Erfahrung, an Hand gegeben und bestätiget, oder auch durch nachherige Beobachtungen wiederleget werden, am ehesten zu der Fertigkeit verhelfen wird, vor jedes Alter einer

Gat-

Gattung Holzes, welches auf dem ihm zuzueignenden Boden stehet, die Verhältnisse seines jährlichen Zuwachses in vergangenen oder noch künftigen Zeiten, denen wahren Verhältnissen dieses Zuwachses anzunähern; So dienet hierzu am allermeisten, wenn die Formuln des 25 §. nach dem 28 §. also genuzet werden, daß theils der aus selbigen sich als zukünftig ergebende Waldbestand T, eines vom Holzschlage entweder gänzlich noch freygelassen, oder auch mit jährlichen gleich= starken Gehauen bereits angegriffenen, Forstes, auf folgende Jahre zum voraus berechnet, theils der von Zeit zu Zeit stehen verbleibende würkliche Bestand desselben an die Stelle von a gesezt, zum Anhalten neuer dergleichen Berechnungen vor künftige Waldbestände genommen, und, in wie weit die also erhaltenen Rechnungs=Ausfälle mit nachherigen glaubwürdigen Anschlägen dieser sich würklich erweisenden Bestände übereinkommen, aufmerksam nachgesehen werde. Denn alle diese Rechnungs=Regeln, stehen auf einem so zuverlässig festen Grunde, daß sie einen andern als der Wahrheit und dem würklichem Erfolg gemäsen Ausfall nur sodenn bringen können, wenn die darein eingeführten Waldbestände, oder die Verhältniße ihres in bestimmten Zeiten anzuhoffenden Zuwachses, unrichtig angegeben worden.

Vornehmlich aber ist anbey zu erinnern, daß man, bey Ermangelung einer deshalb besonders ausfündig zumachenden Richtschnur, von dem auf eine gewisse Zeit beobachteten Wuchse eines Gehölzes, auf die Beschaffenheit seines Fortwuchses in denen darauf folgenden Jahren, den Schluß nicht allzu getrost machen könne. Indem der jährliche Trieb des jungen Anflugs und aufgeschossener Sommerlatten ohnfehlbar weit stärker als bey länger gestandenen Holze befunden wird; und überhaupt die Werthe m, p, q, r, nach ihrer bisherigen Geltung, mit dem Alter des Holzes vergrössert werden. Welcher Vermehrung richtige Geseze zu entdeken, dergleichen beobachtete Geseze durch Erfahrung so wohl als Rechnung zu prüfen, und zu berichtigen, auch solche so viel möglich auf einige Allgemeinheit zu bringen, allemahl als eine edle Beschäftigung derer Naturkündiger, welche dem Forst=Wesen nüzlich seyn wollen, anzusehen seyn wird.

§. 34.

Durch den 28 und folgende §§. wird man auf das Verhalten geführet, welches man beobachten soll, um zu einer ausübenden Kenntnis derer Verhältniße zu gelangen, nach denen vorgegebenes Gehölze durch eigenen Zuwachs, in festgesezten, auf des Holzes Alter sich beziehenden, Zeiten, gemehret wird. Es werden dabey, und zwar im 29, 30, und 31 §. richtige Anschläge derer auf verschiedene Zeiten geschonten Waldbestände vorausgesezt, zur Vergleichung aber mit denen Bestimmungen des 28 §. glaubwürdige Anschläge von noch stehenden Theilen eines mit jährlich- gleich- austräglichen Gehauen allbereits angegriffenen Forstes erfordert. In welchem Betracht noch zu berühren ist, was die geometrischen Ausmessungen derer Wald-Räume und gute Grund-Risse derer Forst-Refieren hierbey noch vor besonderm Nuzen schaffen.

Indem von einem, nach seiner Grund-Fläche, genau ausgemessenen, und zwar durchaus gleichbestandenen, Forste, oder von einer besondern Abtheilung desselben, ein nach seiner Grund-Fläche eben so bestimmter Theil abgeholzet, das also niedergelegte Holz auf seine richtige Klafter- oder Malter-Zahl gebracht, und, von dem genauen Ertrage einer solchen Holzung, auf den Bestand des ganzen Forstes, oder doch einer ganz gleichbestandenen Abtheilung desselben, die Ausrechnung gemacht werden kan. Welche Würderung des gefällten und ungefällten Holzes leicht sicherer ist, als andere darüber gefertigte ohngefehre Anschläge, und zu unserm Behuf um so mehr gehöret, als wir unter dem Betrage eines Waldbestandes nicht nur schlagbares Bau- und Stamm-Holz, sondern auch alle geringere Sorten, an Stangen und Unterholz, auch Gipfel- und Afterholz, womit ein Forst bestanden ist, begreifen, und die Anschläge darauf mit zu richten, billig verlanget wird.

Und in zweyerley Absicht kan es auch dienlich seyn, nicht nur einen durch jährliche Holzschläge von gleichem Ertrage abzutreibenden ganzen Forst auf einen Riß in Grund legen, sondern auch, nach dem Erfolge eines jeden Holzschlags, den durch diesen abgeholzten Wald-Raum (dessen Begränzung jedoch, anderswo als auf dem Haupt-Risse, zur weitern Nachricht zu bemerken nicht nöthig ist) eben so richtig abmessen, und seinen Grund-Flächen-Inhalt bestimmen zu lassen. Wodurch denn zugleich der Grund-Flächen-Raum des, nach jedem vollbrachten Holzschlage noch stehenden Gehölzes bekannt gemacht wird. Denn sodenn lassen sich folgende Regeln anwenden.

§. 35.

1) Ist der Grund-Flächen Inhalt eines Gehaues = $\mathfrak{G}$, der gefällte Holz-Betrag desselben = g, und der mit noch stehenden Gehölze bewachsene Grund-Flächen-Raum = $\mathfrak{T}$; So ist, wenn $\mathfrak{T}$, mit dem noch stehenden gleich schlagbaren Forst-Betrage T, eben so austräglich bestanden ist, als es der Wald-Raum $\mathfrak{G}$ mit dem gefällten Holz-Betrage g gewesen, $T = g\,\mathfrak{T} : \mathfrak{G}$.

2) Werden zwey gleich grosse, mit einerley, in gleicher Zeit, gleich- dicht aufgewachsenen Gehölze, bestandene, gleich- tragbare Wald-Räume, zu unterschiedenen Zeiten abgeholzet, und der von diesen Holzschlägen zuerst erfolgende hat g Klaftern, die in n Jahren darauf bewerkstelligte Abholzung des zweyten eben dieser Räume aber hat $\mathfrak{g}$ Klaftern Austrag gegeben; So ist, vermöge des 29 §.

Log N = Log 1000 † [Log. $\mathfrak{g}$ — Log. g] : n,

m = 1000 : (N — 1000), und

m Klaftern des zulezt niedergeschlagenen Holz-Bestandes g haben, in jedem derer n Jahre, und nach einem gemeinen Durchschnitte auf diese Jahre gerechnet, eine Klafter Zuwachs gehabt.

Wäre nun n = 1; So wäre auch

m = g : ($\mathfrak{g}$ — g).

3) Wird von dem Bestande eines Forstes, dessen unterschiedene Räume, in Ansicht des Alters und des Wachsthums seines gleich- dicht auferwachsenen Holzes, merklich nicht unterschieden sind, eine gewisse Klafter-Zahl g niedergeschlagen, und dadurch ein Raum abgetrieben, dessen Grund-Flächen Inhalt = $\mathfrak{A}$ ist; Nach Verschub darauf folgender n Jahre aber, würde, zu Erlangung eben desselben Holzschlag-Betrags g von eben demselben Waldbestande, nur die Beräumung eines kleinern Wald-Grund-Flächen-Raums $\mathfrak{B}$ erfordert; So wird die in denen n Jahren, mit Aufhebung des mehrern und wenigern von unterschiedenen Jahren gegen einander, statt gefundenen Verhältnis m : 1 des jährlichen Zuwachses dieses Forstes also gefunden

Log N = Log 1000 † [Log $\mathfrak{A}$ — Log $\mathfrak{B}$] : n, und

m = 1000 : (N — 1000).

Wäre nun $n = 1$; So wäre auch

$m = B : (A - B)$.

§. 36.

Wie die, in der lezten dritten Regel, gemachte Bedingung derer Holzschläge nach gleichem Ertrage, durch Beobachtung aller übrigen hier gegebenen Vorschriften, von selbst zur Erfüllung gebracht, dabey auch einer ohngefehren Beurtheilung nach dem Augenscheine, Nichts, als die hier ohnehin überall vorausgesezte Entscheidung überlassen wird, daß die einzele Räume eines Forstes, den obige Berechnungen zum Gegenstande nehmen, in einerley Zeit-Laufe gleichwüchsiges Gehölze tragen; und hier nur noch dieses hinzukommt, daß solche Wald-Räume, zu der Zeit da der erstere abgeholzet wird, auch mit gleich- starkem Holze gleich- dichte bewachsen seyn sollen; So übersiehet man bald, nicht nur in welchen Fällen die Anwendung dieser dritten Regel statt habe? sondern daß sie auch, in solchen würklich vorkommenden Fällen, leicht sicherer als einige andere zu gebrauchen sey.

§. 37.

In einer, der unsrigen ähnlichen, Absicht, hat in denen Schriften der königlichen Academie der Wissenschaften zu Paris, vom Jahr 1721, der Herr von Reaumur den Vorschlag gethan, und Herr Moser denselben auf der 94 Seite des ersten Bandes seiner Grundsäze der Forst-Oeconomie eingerüket, daß man einen genau ausgemessenen Theil eines mit gleichwüchsigem Gehölze gleich bewachsenen Forstes wieder in kleinere Abtheilungen bringe, mit jedesmahligem Aufschub von einigen Jahren, das Gehölze einer solchen kleinern Abtheilung niederlegen lasse, und von dem genauen Ertrage solcher einzeln Holzungen auf das Alter den Schluß mache, welches das Schlag-Holz einer mit ihm bestandenen Waldung erreichen soll, in dem es am nuzbaresten gefället wird.

Sonst ist, in Ansehung derer hier erforderten Wald-Ausmessungen, noch anzumerken, daß allenthalben, unter der Grund-Fläche eines bergigen und abhängigen Forst-Bezirks, keinesweges dessen mit Holz bewachsene schiefe Oberfläche, sondern derjenige Flächen-Raum zu verstehen, und hier mit andern dergleichen Flächen zu vergleichen sey, welche auf einem wahren Grundrisse, oder nach der Mundart derer Markscheider, nach denen Regeln einer söhligen Zulage, richtig verzeichnet werden.

§. 38.

§. 38.

Willkührliche und noch ganz unbekräftigte Annehmungen können öfters zu Entdekung der Wahrheit wenigstens in so weit beförderlich seyn, als aus Beobachtung ihrer Abweichungen von wahren Natur-Gesezen, diese wahren Geseze selbst leichter kennbar werden. Wer durch ein noch undurchreisetes Land einen Weg finden, und öfters wieder betreten will, thut wohl, wenn er darinnen, nach eigenen Gutdünken, einige auch unrichtig führende Wege durch Merkmahle bezeichnet, und seine Aufmerksamkeit auf die Entfernungen richtet, welche der neu anzulegende, und nach seiner Richtung noch auszuspührende Weg, von jenen verlohren ausgestekten, sich deutlich auszeichnenden, Merkmahlen bekommen muß. Wer seine Muthmasungen als Geseze des Fortwuchses derer Strauch- und Baum-Gewächse, auf Recht und Unrecht, gelten läst, um sie mit dem wahren Verhalten der Natur zu vergleichen, wird ebenfalls solche Wege absteken, mit deren Richtigkeit es sehr mißlich aussiehet, die aber zu Bezeichnung des rechten Weges um so mehr dienen können, wenn sie sich diesem also nähern sollten, daß man auf demselben jene nicht ganz aus dem Gesichte verliehret. Vielleicht lassen sich die Geseze der Abweichung eines unrecht gewählten Weges hier leichter als der richtige Weg vor sich selbst, ohne jener Beyhülfe, entdeken. Und auf solche Art dürfte, durch genaue Bemerkung der Geseze dieser Abweichungen, die Bahn des rechten Weges sich am ehesten und eigentlichsten bezeichnen lassen. Wie es aber auch gewisse Kennzeichen der Wahrscheinlichkeit geben muß, daß man, auf einem nach Willkühr angenommenen Wege, eine zum Ziele desselben vorgegebene Gegend nicht allzu weit verfehlen werde; So werden wir, noch in diesem Absaze, theils auf diese Kennzeichen einiges Absehen richten, theils, wie man einen solcher Wege würklich verfolgen solle, kürzlich berühren.

Damit die, denen natürlichen Veränderungen so eigene, Geseze der fortgehenden Gleichförmigkeit nicht beleidiget werden; So muß die Formul, welche ein ganz allgemeines Gesez des Fortwuchses derer Holz-Arten ausdruket, auf jedes Alter des Holzes, folglich auch auf die Zeit der ersten Auskäumung des Holz-Saamens, mit Beyfall der Wahrheit, angewendet werden können. Und da zu Anfange des Wachsthums kein anderer Holzbestand vorhanden ist, als der in der Menge des ausgestreueten Saamens bestehet, so muß, bey einer, nach solchen allgemei-

nen

nen Gesezen, vor Hand zu nehmenden Berechnung eines würklichen Holzbestandes, allemahl auf die Menge des Saamens, aus dem jener erwachsen ist, und bis auf die Zeit seiner Ausstreuung zurük gegangen werden. Wird demnach dieser Saamen nach seinem Gewichte dabey angegeben, so giebt auch die Ausrechnung, des daraus in gewissen Jahren erwachsenen Holzbestandes, diesen Bestand ebenfalls in solchem Gewichte an. Welches Gewichte jedoch auch auf die Benennung des damit besäeten Flächen-Raums gebracht werden kan. Und die hier nöthige Allgemeinheit derer Regeln erfordert, das erstere 1 gelten zu lassen.

Es sey daher η die Menge des Saamens der aufgegangen und zu Holze erwachsen ist, und $= 1$ gesezt werden soll;

υ eine Anzahl Jahre, welche des Holzes Alter von Zeit seiner Saamen-Auskäumung angiebt;

λ eine ganze oder gebrochene, vor jede Gattung derer Holz-Arten, durch besondere Erfahrungen, besonders zu bestimmende Zahl;

Es sey endlich μ eine, mit jedem Jahre des Fortwuchses sich abändernde solche Zahl, daß der, bey des Holzes Alter von υ Jahren, vorhandene Waldbestand sich, zu seinem Zuwachse in dem sodenn laufenden Jahre, wie μ zu 1 verhält.

Sollte nun ein hier anzunehmendes Gesez folgendes seyn $\mu = \upsilon\lambda$; So müste, bey dessen bestehender Richtigkeit, ein Waldbestand zu der Zeit, da das Holz das Alter von υ Jahren erreichet, folgender seyn:

$$\frac{(\lambda+1)(2\lambda+1)(4\lambda+1)(5\lambda+1)(\ldots\ldots\ldots\ldots)(\upsilon\lambda+1)\,\eta.}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ \ldots\ldots\ldots\ \upsilon\lambda^{\upsilon}}$$

Würde zum Versuch angenommen, daß $\mu = \upsilon\lambda^{\upsilon-1}$; So wird eben dadurch voraus gesezt, daß der zu einem jeden Alter von υ Jahren erwachsene Waldbestand dem Werthe

$$\frac{2(2\lambda+1)(3\lambda^2+1)(4\lambda^3+1)(5\lambda^4+1)(\ldots\ldots\ldots)(\upsilon\lambda^{\upsilon-1}+1)\,\eta}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.\ \ldots\ldots\ldots\ \upsilon\lambda^{(\upsilon-1)\upsilon:2}}$$

gleiche.

Will man die Formul $\mu = (\lambda^{\upsilon}-1):(\lambda-1)$, nach welcher

im ersten Jahre $\mu = 1$,

zweyten $\mu = 1+\lambda$,

dritten $\mu = 1+\lambda+\lambda^2$,

vierten $\mu = 1+\lambda+\lambda^2+\lambda^3$, u. s. w. ist,

prüfen;

prüfen; So hat man nachzusehen, ob das vorgenommene Gehölze, mit Verflus jeden υten Jahres seines Alters, den Bestand

$$\frac{2(\lambda^2+\lambda-2)(\lambda^3+\lambda-2)(\lambda^4+\lambda-2)(\,\ldots\ldots\,)(\lambda^\upsilon+\lambda-2)\eta}{(\lambda^2-1)(\lambda^3-1)(\lambda^4-1)(\,\ldots\ldots\ldots\,)(\lambda^\upsilon-1)}$$

erreiche.

Sollte die Formul $\mu=(\lambda^\upsilon-1):(\lambda-1)\lambda^{\upsilon-1}$ auf die Probe gestellet werden; So würde seyn

im ersten Jahre $\mu=1$,
zweyten $\mu=(1+\lambda):\lambda$,
dritten $\mu=(1+\lambda+\lambda^2):\lambda^2$,
vierten $\mu=(1+\lambda+\lambda^2+\lambda^3):\lambda^3$, u. s. w.

und der, von der Zeit des Saamen Aufgehens, bis mit jedem υten Jahre, aufgewachsene Waldbestand würde, bey durchgängig befundener Richtigkeit dieser veränderlichen Verhältniße $\mu:1$,

$$\frac{2(2\lambda^2-\lambda-1)(2\lambda^3-\lambda^2-1)(2\lambda^4-\lambda^3-1)(\,\ldots\ldots\,)(2\lambda^\upsilon-\lambda^{\upsilon-1}-1)\eta}{(\lambda^2-1)(\lambda^3-1)(\lambda^4-1)(\lambda^5-1)(\,\ldots\ldots\,)(\lambda^\upsilon-1)}$$

betragen müssen.

Würde aber $\mu=(\lambda^\upsilon-1):(\lambda+1)$ die Probe aushalten; So würde auch befunden werden,

im ersten Jahre $\mu=(\lambda-1):(\lambda+1)$,
zweyten $\mu=\lambda-1$,
dritten $\mu=(1+\lambda+\lambda^2)(\lambda-1):(\lambda+1)$,
vierten $\mu=(1+\lambda^2)(\lambda-1)$,
fünften $\mu=(1+\lambda+\lambda^2+\lambda^3+\lambda^4)(\lambda-1):(\lambda+1)$,
sechsten $\mu=(1+\lambda^2+\lambda^4)(\lambda-1)$,
siebenden $\mu=(1+\lambda+\lambda^2+\lambda^3+\lambda^4+\lambda^5+\lambda^6)(\lambda-1):(\lambda+1)$,
achten $\mu=(1+\lambda^2+\lambda^4+\lambda^6)(\lambda-1)$, u. s. w.

und der Waldbestand, nach jedem derer υ Jahre seines Alters

$$=\frac{2(\lambda+1)(\lambda^2+1)(\lambda^3+1)(\lambda^4+1)(\,\ldots\ldots\,)(\lambda^{\upsilon-1}+1)\lambda^\upsilon\eta}{(\lambda-1)(\lambda^2-1)(\lambda^3-1)(\lambda^4-1)(\,\ldots\ldots\,)(\lambda^\upsilon-1)}$$

Die Hauptsache kommt, bey Prüfung dieser oder anderer Geseze, darauf an, daß man vorerst die Zahl λ also geschikt annimmt, daß sie dem wahren Betrage ganz jungen Anflugs, einer damit zuvergleichenden Gattung Holzes, genau angemessen ist; (denn, bey denen in einer guten Anzahl Jahre aufgeschossenen Holz-Gewächsen, dürfte diese Anmessung etwas schwer werden, und die Berechnung von λ, aus einem in bestimmten Jahren erwachsenen Holz-Betrage, im Fall λ grösser oder kleiner als 1 wäre, mehr Kunstgriffe erfordern, als in eines jeden Gewalt sind;) daß man hierauf den in mehrern künftigen Jahren, nach selbigen Gesezen, zu erwartenden Holzbetrag berechnet; welche dieser Berechnungen mit nachherigem Erfolge würklich übereinstimmen? und eben dadurch, welches Geseze des Wachsthums durch diese Beobachtungen am meisten bestätiget werde? sorgfältig wahrnimmt. Wobey, in Absicht auf vorkommenden Gebrauch, nicht nur das Verhalten des Aufwuchses aus Holz-Saamen, sondern auch den Wiederwuchs lebendigen Schlag-Holzes, auf gewisse Regeln zu bringen von gleicher Erheblichkeit ist.

Es gehöret aber freylich zu dergleichen Verfahren eben so viel vorzügliche Geschiklichkeit und mühsam fortgesezter Fleiß eines Naturforschers, als Herr Hales in seiner Statik der Gewächse erwiesen hat. Und da die Anforderungen, welche an einen des Forst-Wesens besonders Beflissenen deshalb billig gemacht werden können, wohl nicht weiter als auf fleissige Anwendung derer im 31, 33 und 35 §. gegebenen Regeln zu treiben seyn dürften; So wollen, wir, ehe wir diese hier eingeschobene besondere Betrachtung abbrechen, nur noch das einzige anmerken, daß vielleicht die Geseze des ungestöhrt fortgehenden Wachsthums eines Baums, und die Geseze des Wachsthums eines dicht bestandenen Forstes, wo der Trieb mehr in die Höhe gerichtet ist, und wo die im horizontalen Durchschnitte derer Bäume zu erkennende Jahrwüchse dichter zusammen gedrungen erscheinen, besonders in Ansehung dessen nicht ganz eben dieselben seyn möchten, weil, in jeder wohlbestandenen Waldung, der gesundeste Theil derer Stämme die übrigen dämpfet, unterdrükt, und also überwältiget, daß diese nur auf gewisse Zeiten einen Theil des Waldbestandes ausmachen. Siehe hiervon weiter den 55. §.

§. 39.

Es ist, wie im 9 §. ein gegenwärtig vorhandener Waldbestand a vorgegeben, der nach genommenen Anstande von h Jahren, durch n + 1

jährliche

jährliche Holzschläge, von gleichem Betrage, in denen darauf folgenden n Jahren gänzlich abgetrieben zu werden bestimmet ist. Zugleich wird bekannt gemacht, daß jeder Theil dieses Waldbestandes, in dem Laufe derer h†n Jahre, sich zu seinem jährlichen Zuwachse wie m zu 1 verhalten werde. Man soll den Betrag g des in jedem derer n†1 Jahre erfolgen sollenden Holzschlags finden.

Unter diesen also bedungenen Umständen, ist in denen Gleichungen des 22 §. $a = a$, $h = h$, $l = c = h + n$, $d = e = f = 0$, $m = m$, $t = 0$,

$H = G = F = 1$

$\text{Log}\, E = (h+n)[\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m]$

$\text{Log}\, J = \text{Log}(m+1) + n[\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m]$, und solchergestalt

$g = Ea : [J - (m-p)1 - (p-q)1 - (q-r)1 - r]$, das ist

I) $g = Ea : (J - m)$

Bey Anwendung derer Gleichungen des 14 §. aber ist $c = h$, $d = n$, $e = f = k = 0$, $p = m$,

$\text{Log}\, A = \text{Log}\, 10000 - h[\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m]$

$\text{Log}\, B = \text{Log}\, A - n[\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m]$

$C = D = B$, mithin

$g = 10000a : [(m+1)A - (m-q)B - (q-r)B - rB]$, das ist

I) $g = 10000a : [(m+1)A - mB]$

Und nach dem 15 §.

$H = G = 1$

$\text{Log}\, F = n[\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m]$

$\text{Log}\, E = \text{Log}\, F + h[\text{Log}(m+1) - \text{Log}.\, m]$

$g = Ea : [(m+1)F - (m-q)1 - (q-r)1 - r]$, das ist

I) $g = Ea : [(m+1)F - m]$

Welche drey Werthe vor g alle einerley Austrag geben.

Wäre g, sowohl als $h+n = c$, unter denen hier festgesezten Bedingungen gegeben, die Anzahl derer Jahre h aber zu finden; So wäre nach dem 21 §.

$\text{Log}\, E = c[\text{Log}(m+1) - \text{Log}\, m]$, und

$$z = h = \frac{Log.g + Log(m+1) + Log E - Log[Ea + (m-p)g + (q-q)g + (q-r)g + rg]}{Log(m+1) - Log.m}$$

$$\text{II)}\quad h = \frac{Log.g + Log(m+1) + Log E - Log[Ea + mg]}{Log(m+1) - Log.m}$$

Sind g und h vorgegeben, und es wird dabey vorausgesezt, daß in denen, obschon unbekannten, Jahren n die Verhältnis des Zuwachses m:1 immer fort dauren werde; So sind in dem 16 §.

$c = h,\ (d) = n,\ e = f = k = 0,\ p = m,\ y = c + n,$

$Log A = Log 10000 - h[Log(m+1) - Log m]$, und

$$\text{III)}\quad n = \frac{Log.m + Log A - Log[(m+1)A - 10000a : g]}{Log(m+1) - Log.m}.$$

Und sind g, h, n, zugleich nach diesen vorstehenden Werthen bestimmt und also bekannt gemacht; So ist in dem 25 §.

$Log A = Log 10000 - (h+n)[Log(m+1) - Log.m]$,

$B = C = D = A$,

$H = G = F = 1$

$Log E = (h+n)[Log(m+1) - Log.m]$,

$Log J = Log(m+1) + n[Log(m+1) - Log.m]$,

$T = [10000a - AJg + (m-p)Ag + (p-q)Ag + (q-r)Ag + rAg] : A$

IV) $T = 10000a : A - Jg + mg$, oder auch

$T = Ea - Jg + (m-p)g + (p-q)g + (q-r)g + rg$, das ist

IV) $T = Ea - Jg + mg$.

und diese Werthe vor T geben, mit Anwendung des 28 §. den Waldbestand, der in jedem derer $h+n$ Jahre noch ungefällt verbleiben wird.

§. 40.

Wird alles wie im letzten §, und zugleich $h = 1$ vorgegeben; So ist:

$Log A = Log.10000 + Log.m - Log(m+1)$,

$Log E = (n+1)[Log(m+1) - Log.m]$,

$Log J = Log E + Log.m$, und die erste und dritte Auflösung des vorigen §. werden in folgende verwandelt

g = Ea

$$g = Ea : (J - m), \text{ und}$$

$$n = \frac{\text{Log.}\,10000 + 2\,\text{Log.}\,m - \text{Log}(m+1) - \text{Log}[(m+1)A - 10000\,a:g]}{\text{Log}(m+1) - \text{Log.}\,m}.$$

§. 41.

Wird aber im 39 §. $h = 0$ gesezt, und dem ersten Holzschlage kein Aufschub gegeben; So ist

$$A = 10000,\ E = F,$$

$$\text{Log}\,E = n[\text{Log}(m+1) - \text{Log.}\,m]$$

$$\text{Log}\,J = \text{Log}\,E + \text{Log}(m+1)$$

$$g = Ea : (J - m), \text{ und}$$

$$n = \frac{\text{Log.}\,m - \text{Log}[(m+1) - a:g].}{\text{Log}(m+1) - \text{Log.}\,m}$$

wobey, auf n Jahre, $n+1$ Holzschläge gerechnet werden.

§. 42.

Wird im 39 §. $n = 0$, mithin die Anzahl derer Holzschläge $= 1$ gesezt; So ist

$$\text{Log}\,E = h[\text{Log}(m+1) - \text{Log.}\,m],$$

$$J = m+1,$$

$$T = g = Ea. \quad \text{Oder}$$

$$\text{Log}\,g = \text{Log.}\,a + h[\text{Log}(m+1) - \text{Log.}\,m].$$

Und eben dieser Betrag g ist es, bis auf welchen ein Waldbestand a, in h Jahren, durch eigenen ungestöhrten Zuwachs, der sich jährlich zu dem geschonten Waldbestande wie 1 zu m verhält, ansteiget.

Will man aber die Anzahl h derer Jahre wissen, in denen a den Betrag g, durch eigenen ungestöhrten Zuwachs erreichen wird; So ist

$$h = (\text{Log.}\,g - \text{Log.}\,a) : [\text{Log}(m+1) - \text{Log.}\,m]$$

Ferner ist nach dem 30. §.

$$\text{Log}\,N = \tfrac{1}{h}[\text{Log.}\,g. - \text{Log.}\,a], \text{ und}$$

$$m = 1 : (N - 1)$$

§. 43.

§. 43.

Zum fernern Beyspiel, sey $h = 0$, $n = 124$, $a = 40000$ Klaftern, $m = 66\frac{2}{3}$ oder $200 : 3$. Hierbey ist nun,

$\text{Log}\, m = 2.3010300 - 0.4771212 = 1.8239088$

$\text{Log}(m+1) = 2.3074960 - 0.4771212 = 1.8303748$

und nach dem 41 §.

$$\begin{aligned} \text{Log}\, E &= 124(1.8303748 - 1.8239088) \\ &= 124 \times 0.0064660 \\ &= 0.8017840, \text{ und daher} \end{aligned}$$

$E = 6,335$

$$\begin{aligned} \text{Log}\, J &= 0.8017840 + 1.8303740 \\ &= 2.6321580, \end{aligned}$$

$J = 428,7$, und

$$\begin{aligned} g &= 6335a : \left(428700 - \frac{200000}{3}\right) \\ &= 19005a : (1286100 - 200000) \\ &= 19005a : 1086100 \\ &= 7602000 : 10861, \end{aligned}$$

$g = 700$ Klaftern.

Es wird also ein Waldbestand von 40000 Klaftern, von dem 100 Klaftern immerzu $1\frac{1}{2}$ Klafter, oder $66\frac{2}{3}$ Klaftern eine Klafter, jährlichen Zuwachs haben, zu 125 jährlichen Holzschlägen ausreichen, wenn zum Betrage eines jeden solchen Holzschlags 700 Klaftern angenommen werden. Da er sonst, wenn sein Zuwachs in gänzlichen Wegfall gerechnet werden dürfte, noch nicht zu 58 dergleichen Holzschlägen hinlangen könnte.

Herr Bekman hat, in seiner Anweisung zu einer pfleglichen Forstwirthschaft, auf der 139 Seite, den eben hier gefundenen Rechnungs-Ausfall erhalten. Da man aber seine Rechnung nicht anstellen kan, ohne a, g und m in solche Rechnung als bekannt einzuführen; So kan selbige nur alsdenn, als ein zulangender Weg das unbekannte zu finden, gelten, wenn, aus a, g und m, die Jahre n gefunden werden sollen, mit deren Endigung der Waldbestand a, durch jährlich wiederholten Holz-

schlag

schlag g, gänzlich abgetrieben seyn wird. In diesem Falle aber ist unsere Art der Berechnung, nach dem 41 §. folgende, und zwar wenn

$a = 40000$, $g = 700\emptyset$, und $m = 200 : 3$ ist,

$m + 1 - a : g = 221 : 21$,

$\mathrm{Log}(m + 1 - a : g) = 2.3443923 - 1.322193 = 1.0221730$,

$n = (18239088 - 10221730) : (18303748 - 1823088)$

$= 8017358 : 64660$

$n = 124$

Ueberhaupt wird die hier vorgetragene Art zu rechnen, auch denjenigen, dem sie am allerunerwartesten vorkommen dürfte, am wenigsten beleidigen, wenn nur, der Richtigkeit und der möglichsten Kürze, das Recht auf einige Anpreisung nicht abgesprochen wird.

§. 44.

Wird im 39 und denen darauf folgenden §§. an die Stelle des Waldbestandes a eine auf Zinsen also ausgeliehene Geld-Summe gesezt, daß von jedem Hundert derselben 100 : m, das ist von m Thalern ein Thaler zur jährlichen Verzinsung, und zugleich dieses bündig bedungen werde, daß von allen unabgehobenen Zinsen, bis zu deren Erhebung neue jährliche Zinsen, in eben derselben Verhältnis m : 1, laufen und zahlbar werden sollen; Anbey sind h die Jahre, in denen einige Abhebung von Capital und Zinsen gänzlich unterbleiben, nach deren Endigung aber so wohl als in jedem derer darauf folgenden n Jahre, der Geld-Betrag g an den Gläubiger davon abgezahlet, und durch solche jährlich und $n + 1$ mahl wiederholte einander gleiche Zahlungen, die ganze Schuld-Forderung, an Capital und Zinsen auch Zinsen von Zinsen, abgetragen werden soll; So werden alle in eben angezogenen §§. enthaltene Gleichungen und Auflösungen, auf eben diesen nur vorgetragenen Fall, mit der strengsten Richtigkeit, angewendet.

Und die im 14 und 21 §. vorgegebene Bestimmungen werden eben auf solche Schuld- und Zins-Rechnungen gebracht, in so ferne die auszuleihende Summe a, in unterschiedenen Zeiten, Zins-Nuzungen nach unterschiedener Verhältnis abwerfen soll.

Welche Erwägung nicht nur zu einer deutlichen Vorstellung alles dessen, was überall, in Ansicht derer Forst-Nuzungen, hier eigentlich gesucht

sucht und gefunden wird, gar viel beyträgt, sondern auch den Beweis derer folgenden wirthschaftlichen Lehrsäze unmittelbar bey sich führet.

§. 45.

Hat Jemand eine in h Jahren zahlbare Geld-Summe b zu fordern; nimmt aber, mit Begebung auf diese künftige Schuld-Zahlung und an deren Stelle, gegenwärtig den Geld-Betrag $b:E$, bey welchem $\mathrm{Log}\,E = h[\mathrm{Log}(m+1) - \mathrm{Log}\,m]$ ist, in Empfang; leihet solchen Betrag auf Zinsen also aus, daß von m Thalern ihm jährlich ein Thaler solcher Zinsen zufliesse; und verhält sich mit Ausleihung dieser mit Schlus jeden Jahres zu erhebenden Zinsen, sogleich bey deren Erhebung, auf ganz ebenmäsige Weise; So wird er, dem 42 §. zu Folge, mit Ablauf von h Jahren, das Capital $b:E$, durch die von Zeit zu Zeit hinzugekommene Zinsen, und erhaltene jährliche Verzinsung aller jährlich ihm angefallenen Zinsen, zu eben der zu solcher Zeit zu fordern gehabten Summe b erhöhet haben.

Wer daher ein Capital zu $100:\xi$ pro Cent jährlich nuzen, und, mit solcher Absicht, zu Erkaufung eines Waldbestandes anlegen will, welcher erst in h Jahren schlagbar seyn und, zu eben derselben künftigen Zeit, den Werth an Gelde b erreichen wird, derselbe kan gegenwärtig diesen in h Jahren ihm erst zum Nuzen kommenden Waldbestand, ohne Schaden und ohne Vortheil, um den Kauf-Preis $b:E$, zum voraus an sich bringen, wenn $\mathrm{Log}\,E = h[\mathrm{Log}(\xi+1) - \mathrm{Log}\,\xi]$ genommen wird.

§. 46.

Wäre nun, neben eben diesen Umständen, ausgemacht, daß nicht nur in h Jahren, sondern auch mit jedesmahligem neuen Ablauf einer Anzahl w, auf h und sich selbst folgender Jahre, das ist in h, in $h+w$, in $h+2w$, in $h+3w$ Jahren u. s. w. von einem Zeit-Puncte angerechnet, ein vorgegebener Forst einen solchen Waldbestand, von einem Alter in dem er am nuzbaresten gefället wird, jedesmahl von neuen erreichen, und solchergestalt, mit jedesmahligen Zwischenraum von w Jahren, eine Holz-Nuzung, die dem Werthe an Gelde b gleich zu rechnen ist, abwerfen werde; So können alle diese künftige Holz-Nuzungen desselben Forstes um den Kauf-Preis

$$\Sigma = \mathfrak{C} + \mathfrak{D} + \mathfrak{E} + \mathfrak{F} + \mathfrak{G} + \mathfrak{H} + \text{ꝛc.},$$

erhandelt und käuflich verlassen werden; wenn

Log

$\text{Log}\,\mathfrak{z} = \text{Log}(\xi + 1) - \text{Log}\,\xi$, und
$\text{Log}\,\mathfrak{C} = \text{Log}\,b - h\,\text{Log}\,\mathfrak{z}$,
$\text{Log}\,\mathfrak{D} = \text{Log}\,\mathfrak{C} - w\,\text{Log}\,\mathfrak{z}$,
$\text{Log}\,\mathfrak{E} = \text{Log}\,\mathfrak{D} - w\,\text{Log}\,\mathfrak{z}$,
$\text{Log}\,\mathfrak{F} = \text{Log}\,\mathfrak{E} - w\,\text{Log}\,\mathfrak{z}$, und so weiter ins unendliche fortgehend genommen werden, und wenn der Käufer davon eben den Gewinst ziehen soll, als wenn er den Kauf Schilling Σ sich, mit $100 : \xi$ von Hunderten, jährlich verzinsen liese, die ihm also jährlich anfallende Zinsen, auf gleiche jährliche Verzinsung, immerzu ausleihen, und solche jährliche Zinsen-Erhebung und Zinsen-Ausleihung, von noch nicht gezogenen Holz-Nuzungs-Beträgen, niemahls unterbrochen würde.

Die hier vorkommende Reyhe $\mathfrak{C} + \mathfrak{D} + \mathfrak{E} + \mathfrak{F} +$ ꝛc. ist zwar unendlich, jedoch zusammengehend, und wird in folgenden Werth summirt:
$\Sigma = \mathfrak{M}b : (\mathfrak{N} - 1)$, in welchem
$\text{Log}\,\mathfrak{M} = (w - h)[\text{Log}(\xi + 1) - \text{Log}\,\xi]$, und
$\text{Log}\,\mathfrak{N} = w[\text{Log}(\xi + 1) - \text{Log}\,\xi]$ anzunehmen ist.

§. 47.

Wird $h = w$ gesezt; So ist $\mathfrak{M} = 1$, und $\Sigma = b : (\mathfrak{N} - 1)$.

Wird $h = 0$ genommen; So ist $\mathfrak{N} = \mathfrak{M}$, und $\Sigma = \mathfrak{N}b : (\mathfrak{N} - 1)$

Ist aber $h = w = 1$, und $b = g$; So ist $\Sigma = \xi g$. Und dieser leztere Werth Σ gilt vor den Fall, da ein Forst, von Stund an, in denen Umständen ist, daß er, bey seiner wirthschaftlichen Benuzung, auf immerwährende Zeiten, und zwar in jedem Jahre einen Holzschlag erträgt, der zu einem Geld-Werthe g, nach billiger Würderung, angeschlagen wird.

§. 48.

Ist Jemand gesonnen einen Forst anzukaufen, die darzu anzulegende Kauf-Summe Σ, mit denen davon zu rechnenden jährlichen Zinsen, zu $100 : \xi$ pro Cent zu nüzen, und der zu erkaufende Forst wäre von der Beschaffenheit, daß seine wirthschaftliche Benuzung erforderte, ihn h Jahre hindurch zu schonen, hierauf selbigen mit $n + 1$ jährlich erfolgenden Holzschlägen in n Jahren gänzlich abzutreiben, ihn hierauf wieder w Jahre hindurch unbenuzt zu lassen, sodenn wiederum mit $n + 1$ jährlichen Holzschlägen abzuholzen, nochmahls w Jahre zu schonen, und mit solcher abwechselnden Beholzung und Schonung also immerwährend fortzufahren, daß der Geld-Nuzungs-Betrag eines jeden dieser künftig erfolgenden Holzschläge $= g$ gerechnet werden kan; So ist, wenn

$\text{Log}\,\mathfrak{O} = (n+w)[\text{Log}(\xi+1) - \text{Log}\,\xi]$

$\text{Log}\,\mathfrak{P} = \text{Log}\,\mathfrak{O} - (h-1)\,\text{Log}(\xi+1)$

$\text{Log}\,\mathfrak{Q} = (w-h)\,\text{Log}(\xi+1) - (w-1)\,\text{Log}\,\xi$ genommen wird,

$\Sigma = (\mathfrak{P} - \mathfrak{Q})\,g : (\mathfrak{O} - 1)$

§. 49.

Wäre aber, mit Beybehalt aller übrigen Bedingungen des 48 §, die gegenwärtige Beschaffenheit des zu erhandelnden Forstes folgende, daß in jedem derer nächst bevorstehenden n Jahre, die Holz-Nuzung g daraus wirthschaftlich genommen werden könnte, in denen darauf folgenden w Jahren aber der Forst mit Holzschlage gänzlich verschonet, nach deren Verlauf in n Jahren mit $n+1$ jährlichen Holzschlägen, von jedesmahligem Betrage g, völlig abgetrieben, hierauf w Jahre hindurch abermahls geschonet, von neuen mit jährlichen Holzschlägen, von gleichem g Nuzungs-Betrage, n Jahre hindurch niedergetrieben, und eben so, wie im 47 §. ganz ebenmäsig bedungen wurde, mit Abwechselung derer Schonungs-Jahre w, und Nuzungs-Jahre $n+1$, fortgefahren werden müste; So ist, wenn

$\text{Log}\,\mathfrak{R} = n\,\text{Log}(\xi+1) - (n-1)\,\text{Log}\,\xi$

$\text{Log}\,\mathfrak{S} = (n+1)[\text{Log}(\xi+1) - \text{Log}\,\xi]$

$\text{Log}\,\mathfrak{T} = \text{Log}\,\mathfrak{S} + (n+w-1)\,\text{Log}(\xi+1)$

$\text{Log}\,\mathfrak{V} = (n+w-w)\,\text{Log}(\xi+1) + (w-1)\,\text{Log}\,\xi$ genommen wird, der Kauf-Preis

$\Sigma = (\mathfrak{R} - \xi)\,g + (\mathfrak{S} - 1)\,g : (\mathfrak{T} - \mathfrak{V})$.

§. 50.

In denen Werthen Σ derer vorstehenden vier §§. sind laufende Zinsen von Zinsgefällen eigentlich nur auf so lange Zeit in Rechnung und Abzug gebracht worden, als künftige Holz-Nuzungen, welche bey Erkaufung eines Forstes zum voraus bezahlet werden, noch gänzlich zurükbleiben. Und von einem jeden Holzschlags-Nuzungs-Betrage wird hier einiger

einiger Zinsen-Abrechnung nicht weiter als bis auf die Zeit statt gegeben, in welcher voraus gesezt wird, daß der Käufer den erstern an sich zu nehmen habe. Derjenige, welcher sich des Gebrauchs nicht nur eines werbenden Capitals, sondern auch derer davon fallenden Zinsen, auf eine solche Zeit gänzlich begiebet, scheinet diese Entschädigung billig fordern zu können. Gehölze, dessen jährlicher Zuwachs, in jedem folgenden Jahre seiner Schonung, wieder neuen Zuwachs erhält, und welches auf diese Weise, an seinen Besitzer, Zinsen von Zinsen selbst auf dem Stamme entrichtet, muß mit andern werbendem Vermögen, das gegen Forst-Nuzungen vertauschet wird, in richtige Gleichheit gesezt werden können. Und die Vorrechte, welche hier einem Capital, das zu Erkaufung eines Forstes angewendet wird, eingeräumet werden, stehen mit denen nothwendigen Policey-Gesezen, welche derer Forst Eigenthümer freye Anmasung eigener Holz-Nuzungen, auf den nur pfleglichen Gebrauch derer Waldungen, einschränken, und eben so auch mit denen Wirthschafts-Regeln des 54 und derer folgenden §§. in der besten Verhältnis. Zumahlen auch, vor den Fall, da ein Gehölze das Alter seiner Schlagwürdigkeit in kurzen Zeitläuften immerzu von neuen erreichet, der richtige Zusammenhang unserer Regeln, den Kauf-Werth desselben, weit über den Werth des bey guter Forst-Verwaltung vorhandenen Waldbestandes, sezen kan.

Ubrigens wird einem jeden sogleich beyfallen, daß die hier zum Behuf derer Forst-Nuzungs- und Kauf-Anschläge gegebene Rechnungs-Regeln, blos auf Holzschlags-Nuzungen gerichtet sind, denen Gräserey-Trift-Mast- Streu- und andern nebengehenden Forst-Nuzungen aber so wenig, als dem bey guter Forst-Verwaltung vorkommenden Aufwande, angehen.

§. 51.

Aus vorhergehenden erhellet, daß von dem in jährliche Gehaue einzutheilenden Waldbestande a, nach v verrichteten Holzschlägen, deren jeder dem Betrage g gleichet, ein Waldbestand

$$T = [(m+1)^{v-1}a - (m+1)^{v}g + m^{v}g] : m^{v-1},$$

nach $v+1$ Holzschlägen aber, ein Waldbestand

$$(T) = [(m+1)^{v}a - (m+1)^{v+1}g + m^{v+1}g] : m^{v}$$ ungefällt übrig verbleibe.

Der Unterscheid von beyden ist

$$T - (T) = (mg + g - a)(m+1)^{v-1} : m^{v}.$$

Wäre nun X ein Werth, welcher dem Holz-Zuwachs-Betrage, des auf denen abgeholzten Pläzen, des vorhabenden nach jährlichen Gehauen zu benuzen angefangenen Forstes, wieder neu aufgewachsenen Holzes, in dem $v$ten derer Holzschlags-Jahre gleichet, und welcher daher in dem Laufe dieser Holzschlags-Jahre nach gewissen Gesezen zunimmt, da T immerzu vermindert wird; und $T-(T)$ wird $= X$ gesezt; So ist

$$g = a:(m+1) + m^v X:(m+1)^v;$$

und der Betrag g des $v$ten Holzschlags ist dadurch also bestimmt, daß, wenn g in jedem derer Holzschlags-Jahre diesem allgemeinen Werthe gemäs genommen wird, die Summe derer Waldbestände auf denen noch geschonten sowohl als denen bereits abgeholzten Pläzen, nach jedem jährlich erfolgenden Holzschlage, sich selbst gleich bleibet und unveränderlich $= a$ ist.

Allgemeine Wirthschafts-Regeln werden auch auf Forst-Nuzungen mit gutem Fug angewendet werden, wenn einem Forste, zu der Zeit, da er mit Holzschlägen am nuzbaresten angegriffen wird, jährlich eben so viel Holzschlags-Nuzungen abgefordert werden, als seinem Waldbestande durch eigenen neuen Zuwachs jährlich wieder zugehet.

Und eben diese Regel wird in genaue Erfüllung gebracht, wenn jedesmahl

$g = a:(m+1) + m^v X:(m+1)^v$ genommen wird.

Wodurch denn zugleich die Frage, um wieviel g grösser als $a:(m+1)$ seyn solle? welche im 11 §. noch zurükblieb, weiter erörtert wird.

Die genaue Bestimmung des Werths von X beruhet auf denen im 38 §. berührten, keinesweges aber noch sattsam bestimmten, Gesezen des Wachsthums. Der Mathematiker, wenn er auf den Waldbestand, von dem X der Zuwachs in dem $v$ten Jahre derer Holzschläge ist, zurükgehet, betrachtet hier den Holz-Aufwachs bey verschiedenen Wald-Räumen, die vor 1, 2, 3 u. s. w. bis $v-1$ Jahren abgeholzet worden, und bekommt ein weites Feld vor sich, auf dem er seine Rechnungs-Uebungen ausbreiten kan. Wir werden vorjezt dahin nicht ausschweifen, wohl aber aus dem hier gefundenen oeconomischen Werthe von X einige lehrreiche Folgesäze ziehen.

§. 52.

§. 52.

$$X = (mg + g - a)(m+1)^{v-1} : m^{v}.$$

Ein solcher Jahres-Zuwachs X muß, bey der Verhältnis zu seinem Waldbestande 1 : m, einem Waldbestande mX zukommen. Nach Erforderung des 51 §. aber soll $T + mX = a$ seyn. Und da diese leztere Gleichung nicht anders bestehet, als wenn $mg = a$ ist; So muß, wenn T der noch geschonte Ueberrest, des vor dem ersten derer v Holzschläge vorhanden gewesenen Waldbestandes a, zu dem, auf denen mit eben diesen v jährlichen Holzschlägen bereits abgetriebenen Pläzen, neu erwachsenen jungen Waldbestande, summirt, nach jedem unternommenen und noch zu bewerkstelligenden Holzschlage, dem ersten Holzbetrage a gleichen soll, und wenn der Werth m auf alte und junge Waldbestände aller Gehau-Pläze überhaupt gilt, jeder jährliche Holzschlags-Betrag $g = a : m$ genommen werden. Wodurch denn der Betrag a, so wohl dem zur Zeit des ersten Holzschlags vorhanden gewesenen Waldbestande (a) eines in jährliche Gehaue eingetheilten Forstes, als eben so, dem ganzen schlagbaren und unschlagwürdigen, auf sämtlichen, mit Gehauen theils angegriffenen theils noch geschonten Wald-Räumen erwachsenen, in einem jeden derer Holzschlags-Jahre vorhandenen, Waldbestande a zugeeignet, und $g = a : m$ nur in so ferne, als ein auf künftige Jahre jährlich und unverändert stattfindender Holzschlags-Betrag, wirthschaftlich bestimmet wird, als jeder dieser der Waldung jährlich entgehender Holzschlags-Beträge, theils durch eigenen Zuwachs X des gesammten auf abgeholzten Pläzen von neuen auferwachsenen jungen Holzes, theils durch $T : m$ dem Zuwachse des noch schlagwürdigen Holzes, ein Jahr wie das andere wieder ersezet wird.

Wird, in dem Werthe T des 51 §. $a : m$ an die Stelle von g, n an die Stelle von v, und $T = 0$, oder nur in der lezten Gleichung des 9 §. $a : m$ vor g gesezt; So kommt $m^{n} = (m+1)^{n-1}$, das ist

$$n : (n-1) = \text{Log}(m+1) : \text{Log}\, m,$$

$$n = \text{Log}(m+1) : [\text{Log}(m+1) - \text{Log}\, m], \text{ und}$$

$$n - 1 = \text{Log}\, m : [\text{Log}(m+1) - \text{Log}\, m].$$

Welche

Welche Gleichungen vor m und n sodenn, wenn $T = 0$ und $v = n$ wird, ihre richtigste Anwendung allhier leiden, und mit der Regel des 51 §, nach welcher $mX + T = a$ oder $X + T : m = g$ unveränderlich seyn soll, wenigstens zur Zeit des lezten Holzschlags, mit welchem der lezte Ueberrest des mit n Holzschlägen zu fällenden gesammten Waldbestandes (a) abgeholzet wird, mithin nur bey jedesmahligem Ablaufe von n Jahren, am eigentlichsten zu bestehen scheinen. Und obwohl dieselbe Regel, bis auf eben diese Bedingung, nach aller wirthschaftlichen Billigkeit, fallen gelassen werden kan; So haben wir doch, auch nur in so weit, hierunter nachzugeben nicht schlechterdings nöthig. Denn T, in welchem $v = n$ ist, wird bey jedem Holzschlage $= 0$; die Holzschlags-Jahre n werden mit jedem Holzschlage gleich richtig von neuen zu zehlen angefangen; beyderley hier eigentlich vorkommende Werthe von a werden auf einen einigen gebracht; und m wird, in Ansehung aller jedesmahl vorhandenen Waldbestände eines Forstes von unterschiedenem Alter, durch die Gleichung $m^n = (m + 1)^{n-1}$ auf das richtigste bestimmet; so bald als derselbe Forst mit einer Anzahl n jährlicher Holzschläge, nach ordentlich eingetheilten gleich- grosen Gehauen, ein oder mehrmahl abgetrieben, und dadurch in die Einrichtung gebracht worden ist, daß, bey jedem ferner jährlich erfolgenden Holzschlage, der eine derer Gehau-Pläze mit einjährigem, ein anderer mit zweyjährigem, ein dritter mit dreyjährigem Gehölze, u. s. w. auch ohne Wegfall einer Zwischenzahl, der eben sodenn abzuholzende Gehau-Plaz mit n jährigem Holze bewachsen ist. Ohne alle algebraische Einleitung kan beurtheilet werden, daß, wenn diese Forst-Behandlung unausgesezt beybehalten, und die jährliche Abholzung des jedesmahl mit n jährigem Holze bestandenen Gehau-Plazes fortgeführet wird, in jedem Jahre sowohl ein Holzschlag von unveränderlichen Ertrage g erfolgen, als auch, nach jedem solchen Holzschlage, auf allen Gehaupläzen zusammen einerley Waldbestand übrig verbleiben werde. Nur das besondere wird durch die Buchstaben-Rechenkunst hier noch festgesetzt, daß eben dieser jedesmahl beybehaltene Waldbestand dem Werthe mg also gleichen müsse, daß, wenn die Anzahl derer Gehaue n ist, $(n - 1) \operatorname{Log}(m + 1) = n \operatorname{Log} m$ seyn, die beständige Verhältnis eben dieses Waldbestandes zu seinem jährlichen Zuwachse $m : 1$, und solchergestalt der eben so unveränderliche Betrag dieses gesammten jährlichen Zuwachses $= a : m$ werden müsse, wenn a der Summe aller auf allen

Gehau-

Gehau-Pläzen, nach jedem Holzschlage, zugleich vorhandenen Waldbestände gleich genommen wird.

Daß die hier vorkommende Gleichung vor m und n nicht weiter, als eben in dem zulezt deutlich beschriebenen Falle, anzuwenden sey, ersiehet man daraus, weil sonst der Werth $(m+1)^{v} b : m^{v}$, den ein geschonter Waldbestand b in v Jahren bekommt, vor jedes derer v Jahre, in $(m+1)b$ übergehen würde, wenn $m^{v} = (m+1)^{v-1}$ gesezt werden dürfte; Und daß dadurch einiges Geseze des Wachsthums überhaupt nicht erwiesen werde, ist auch daher offenbar, weil hier n nicht das veränderliche Alter des Holzes, sondern eine bestimmte Anzahl Gehau-Pläze angiebt, die mit Holze, von jedem weniger als n Jahre betragenden Alter, bewachsen sind. Es bleibt aber wohl merkwürdig genung, daß bey einerley Anzahl dergleichen, also bewachsener, von Zeit zu Zeit gleich austräglicher Gehau-Pläze, die Verhältnis $m : 1$, das ist, die Verhältnis ihres gesammten Waldbestandes zu seinem jährlichen Zuwachse, bey allen Arten derer Gehölze einerley wird. Siehe §. 62.

Da auch, daß der jährliche Holzschlags-Betrag $a : m$ das deutlichste Kennzeichen des allerpfleglichsten Forst-Haushalts bey sich führe, um so mehr erscheinet, weil eben derselbe Betrag nach der Regel des 11 §. zu klein genommen ist, so bald als daselbst $h = 1$ gesezt wird; und die mit mehrerwehntem Holzschlags-Werthe $a : m$ vereinigte Gleichung $n \operatorname{Log} m = (n-1) \operatorname{Log} (m+1)$, bey denen in gleiche Gehaue ordentlich eingetheilten Waldungen, eine derer vornehmsten Regeln darbietet; So soll nachstehende Tabelle, die, nach selbiger Gleichung berechneten, Werthe von m, welche nicht über 100 ansteigen, mit Zuordnung derer ihnen zugehörigen Zahlen n, also enthalten, daß, in diesen Werthen vor m, die lezte Zifer allemahl den Zehler von einem Bruche abgiebt, dessen Nenner 10 ist. Und der Gebrauch davon wird im 58 und 59 §, wo, vor eine jede gegebene Anzahl gleicher Holzschläge n, einen besondern Werth m zu wissen nöthig ist, weiter gezeiget werden.

n	m	n	m	n	m	n	m	n	m
1	1, 0	48	16, 4	95	27, 8	142	38, 2	189	48, 1
2	1, 6	49	16, 7	96	28, 0	143	38, 4	190	48, 3
3	2, 1	50	16, 9	97	28, 2	144	38, 7	191	48, 5
4	2, 6	51	17, 1	98	28, 5	145	38, 9	192	48, 7
5	3, 1	52	17, 4	99	28, 7	146	39, 1	193	48, 9
6	3, 5	53	17, 7	100	29, 0	147	39, 3	194	49, 1
7	3, 9	54	17, 9	101	29, 2	148	39, 5	195	49, 3
8	4, 3	55	18, 2	102	29, 4	149	39, 7	196	49, 5
9	4, 7	56	18, 4	103	29, 6	150	39, 9	197	49, 7
10	5, 1	57	18, 7	104	29, 9	151	40, 1	198	49, 9
11	5, 5	58	18, 9	105	30, 1	152	40, 3	199	50, 1
12	5, 8	59	19, 2	106	30, 3	153	40, 5	200	50, 3
13	6, 1	60	19, 4	107	30, 6	154	40, 8	201	50, 5
14	6, 5	61	19, 7	108	30, 8	155	41, 0	202	50, 7
15	6, 9	62	19, 9	109	31, 0	156	41, 2	203	50, 9
16	7, 2	63	20, 2	110	31, 2	157	41, 4	204	51, 1
17	7, 5	64	20, 4	111	31, 4	158	41, 6	205	51, 3
18	7, 8	65	20, 7	112	31, 7	159	41, 8	206	51, 5
19	8, 1	66	20, 9	113	31, 9	160	42, 0	207	51, 7
20	8, 4	67	21, 2	114	32, 1	161	42, 2	208	51, 9
21	8, 7	68	21, 4	115	32, 3	162	42, 5	209	52, 1
22	9, 0	69	21, 7	116	32, 5	163	42, 7	210	52, 3
23	9, 3	70	21, 9	117	32, 7	164	42, 9	211	52, 5
24	9, 6	71	22, 2	118	33, 0	165	43, 1	212	52, 7
25	9, 9	72	22, 4	119	33, 2	166	43, 3	213	52, 9
26	10, 2	73	22, 7	120	33, 4	167	43, 5	214	53, 1
27	10, 5	74	22, 9	121	33, 6	168	43, 7	215	53, 3
28	10, 8	75	23, 2	122	33, 8	169	43, 9	216	53, 5
29	11, 1	76	23, 4	123	34, 1	170	44, 1	217	53, 7
30	11, 4	77	23, 6	124	34, 3	171	44, 3	218	53, 9
31	11, 7	78	23, 8	125	34, 6	172	44, 5	219	54, 1
32	12, 0	79	24, 0	126	34, 8	173	44, 8	220	54, 3
33	12, 3	80	24, 3	127	35, 0	174	45, 0	221	54, 5
34	12, 6	81	24, 5	128	35, 2	175	45, 2	222	54, 7
35	12, 9	82	24, 8	129	35, 4	176	45, 4	223	54, 9
36	13, 2	83	25, 0	130	35, 6	177	45, 6	224	55, 1
37	13, 5	84	25, 3	131	35, 8	178	45, 8	225	55, 3
38	13, 8	85	25, 6	132	36, 0	179	46, 0	226	55, 5
39	14, 1	86	25, 8	133	36, 3	180	46, 2	227	55, 7
40	14, 3	87	26, 0	134	36, 5	181	46, 4	228	55, 9
41	14, 5	88	26, 2	135	36, 7	182	46, 6	229	56, 1
42	14, 8	89	26, 4	136	36, 9	183	46, 8	230	56, 3
43	15, 1	90	26, 6	137	37, 1	184	47, 0	231	56, 5
44	15, 3	91	26, 8	138	37, 3	185	47, 2	232	56, 7
45	15, 5	92	27, 1	139	37, 5	186	47, 4	233	56, 9
46	15, 8	93	27, 3	140	37, 8	187	47, 6	234	57, 1
47	16, 1	94	27, 6	141	38, 0	188	47, 8	235	57, 3

n	m	n	m	n	m	n	m	n	m
236	57, 5	282	66, 5	328	75, 2	374	83, 7	420	92, 1
237	57, 7	283	66, 7	329	75, 4	375	83, 9	421	92, 3
238	57, 9	284	66, 9	330	75, 6	376	84, 1	422	92, 5
239	58, 1	285	67, 0	331	75, 8	377	84, 3	423	92, 7
240	58, 3	286	67, 2	332	75, 9	378	84, 5	424	92, 9
241	58, 5	287	67, 4	333	76, 1	379	84, 7	425	93, 0
242	58, 7	288	67, 6	334	76, 3	380	84, 8	426	93, 2
243	58, 9	289	67, 8	335	76, 5	381	85, 0	427	93, 4
244	59, 1	290	68, 0	336	76, 7	382	85, 2	428	93, 6
245	59, 3	291	68, 2	337	76, 9	383	85, 4	429	93, 8
246	59, 5	292	68, 4	338	77, 1	384	85, 6	430	93, 9
247	59, 7	293	68, 6	339	77, 3	385	85, 8	431	94, 1
248	59, 9	294	68, 8	340	77, 4	386	85, 9	432	94, 3
249	60, 1	295	69, 0	341	77, 6	387	86, 1	433	94, 5
250	60, 3	296	69, 2	342	77, 8	388	86, 3	434	94, 7
251	60, 5	297	69, 4	343	78, 0	389	86, 5	435	94, 9
252	60, 6	298	69, 6	344	78, 2	390	86, 7	436	95, 0
253	60, 8	299	69, 7	345	78, 4	391	86, 9	437	95, 2
254	61, 0	300	69, 9	346	78, 6	392	87, 1	438	95, 4
255	61, 2	301	70, 1	347	78, 7	393	87, 2	439	95, 6
256	61, 4	302	70, 3	348	78, 9	394	87, 4	440	95, 7
257	61, 6	303	70, 5	349	79, 1	395	87, 6	441	95, 9
258	61, 8	304	70, 7	350	79, 3	396	87, 8	442	96, 1
259	62, 0	305	70, 9	351	79, 5	397	88, 0	443	96, 3
260	62, 2	306	71, 1	352	79, 7	398	88, 1	444	96, 5
261	62, 4	307	71, 3	353	79, 9	399	88, 3	445	96, 6
262	62, 6	308	71, 5	354	80, 1	400	88, 5	446	96, 8
263	62, 8	309	71, 7	355	80, 3	401	88, 7	447	97, 0
264	63, 0	310	71, 8	356	80, 5	402	88, 9	448	97, 2
265	63, 2	311	72, 0	357	80, 7	403	89, 1	449	97, 4
266	63, 4	312	72, 2	358	80, 9	404	89, 2	450	97, 6
267	63, 6	313	72, 4	359	81, 1	405	89, 4	451	97, 7
268	63, 8	314	72, 6	360	81, 3	406	89, 6	452	97, 9
269	64, 0	315	72, 8	361	81, 4	407	89, 8	453	98, 1
270	64, 1	316	73, 0	362	81, 6	408	89, 9	454	98, 3
271	64, 3	317	73, 2	363	81, 7	409	90, 1	455	98, 5
272	64, 5	318	73, 4	364	81, 9	410	90, 2	456	98, 6
273	64, 7	319	73, 6	365	82, 1	411	90, 4	457	98, 8
274	64, 9	320	73, 8	366	82, 3	412	90, 6	458	99, 0
275	65, 1	321	73, 9	367	82, 5	413	90, 8	459	99, 2
276	65, 3	322	74, 1	368	82, 7	414	91, 0	460	99, 3
277	65, 5	323	74, 3	369	82, 9	415	91, 2	461	99, 5
278	65, 7	324	74, 4	370	83, 0	416	91, 4	462	99, 7
279	65, 9	325	74, 6	371	83, 2	417	91, 6	463	99, 9
280	66, 1	326	74, 8	372	83, 4	418	91, 8	464	100
281	66, 3	327	75, 0	373	83, 5	419	92, 0		

Der richtige Begrif von der Anwendung dieser Tabelle lässet sich auf folgende Art erläutern. Von einer Geld-Summe a behält deren Inhaber den mten Theil g an sich, leihet sogleich den Ueberrest also aus, daß jede Anzahl m (zum Beyspiel 20) Thaler ihm jährlich einen Thaler Zinsen trage; erhebet aber mit Ablauf jeden Jahres nicht nur die bis dahin davon gelaufenen Zinsen, sondern über dieselben noch so viel als jedesmahl zur Erfüllung von g, oder des Betrags $a : m$ nöthig ist; und läst nur den jedesmahligen Ueberrest, mit Bedingung weiter ihm davon gleichmässig anfallender Zinsen, ausstehen; So ist n (zum Beyspiel 62) der Zahl m (20) hier also zugeordnet, daß gedachter Ausleiher, nach nmahliger Zueignung des Betrags g, das ganze Capital a, ohne ihm weiter verbleibende Schuld-Forderung, abgezahlt erhält, und, durch jährliche Verwendung desselben Betrags g, in n (etwas mehr als 62) Jahren das ganze Capital a mit seinen Zinsen aufzehret. Es würde unter diesen Umständen das Capital a ganz unangegriffen bleiben, wenn ein Ausleiher der ganzen Summe a, nur um ein Jahr später, den Anfang machen würde, den Betrag $a : m$ jährlich an sich zu nehmen.

Die Forst-Wirthschaft, welche wir hier vor die allerpfleglichste ausgeben, ist nur darinnen von der eben erzehlten Capitals-Nuzung unterschieden, daß eben der Betrag, um welchen das Capital des Geld-Ausleihers jährlich schwindet, dem Forst-Eigenthümer durch neuen Holz-Aufwuchs alsbald wieder ersezt, und diesem, auf solche Weise, von einem ungeminderten Waldbestande, alle Jahre einerley Zins-Betrag zu Theil wird. Und a so wohl als m beziehet sich daher, bey Anwendung dieser Tabelle, nicht auf den zu Anfange derer n Holzschläge vorhanden gewesenen, sondern auf einen jeden, nach jedem Holzschlage, auf sämmtlichen Gehau-Plätzen, verbleibenden Waldbestand.

§. 53.

Wenn alles wie im 22 §. vorgegeben, anbey aber h sowohl als l noch unbestimmt gelassen, jedoch dagegen $l - h + 1 = n$ als bekannt, auch voraus gesezt würde, daß $t = 0$ sey, und $h + n - 1$ kleiner als $c + d + e + f$ ausfallen werde; So ist in denen Werthen des 22 §. $h + n - c - d - e - 1$ an die Stelle von f; wenn dadurch f verneinend würde, $f = 0$ und $h + n - c - d - 1$ an die Stelle von e; und, wenn auch diese Anzahl Jahre verneinend ausfiele, $f = e = 0$ und $h + n - c - 1$ an die Stelle von d; endlich auch, im Fall $c > h + n$ wäre, $d = e = f = 0$ und $h + n - 1$ an die Stelle von c, zu sezen. Und solchergestalt lassen sich vor jede angenom-

mene

mene Zahl h derer Jahre, in denen der gegenwärtige Waldbestand a gänzlich geheeget und geschonet werden soll, die künftigen einander gleichen Holzschlags-Beträge g berechnen, deren Anzahl $n+1$ ist, mit denen bey Ablauf von h Jahren der Anfang gemacht, und mit denen, bis zum Ablauf derer darauf folgenden n Jahre, also, daß der mit a vorjezt bestandene Wald-Raum einmahl gänzlich abgetrieben werde, fortgefahren werden könnte.

Und soll die Anzahl derer Schonungs-Jahre, auf welche n jährliche Holzschläge folgen sollen, am wirthschaftlichsten angenommen werden; So muß eben diese Zahl h sich also verhalten, daß $g:(h+n)$ den grösten Werth unter allen giebt, die bey allen andern Annehmungen vor h erlanget werden können.

§. 54.

Soll ein Gehölze, mit jedesmahligem noch unbestimmten Zeit-Zwischen-Raum von l Jahren, in denen es mit Holzschlage verschonet wird, durch einen einigen Holzschlag gänzlich abgetrieben werden; So sind entweder aus denen, auf die vorgegebene Tragbarkeit des Bodens und die auf demselben stehende Holzarten richtig angewendeten, Gesezen des Wachsthums, und mit Beyhülfe derer 25 und 42 §§, die, nach jedem solchen Niederschlage, bey neuem Aufwuchs, von Jahr zu Jahr sich ergebende unangegriffene Waldbestände zu berechnen, oder aus richtigen Erfahrungen zu bestimmen. Und wie sodenn einem jeden solchen Waldbestands-Betrage a eine besondere Anzahl l derer Schonungs-Jahre zugeordnet ist; So wird nach solchen unterschiedenen Beträgen von l und a, die Anzahl derer am wirthschaftlichsten festzusezenden Schonungs-Jahre l also genommen, daß $a:l$, das ist, ein Waldbestands-Betrag mit denen Jahren seiner Schonung getheilt, den grösten Austrag giebt. Die Anzahl dieser den grösten Austrag $a:l$ gebenden Jahre l, welche von der lezten vorhergegangenen Abholzung, des mit dem schlagwürdigsten Holzbetrage a bestandenen Plazes, zu zehlen angefangen werden, und deren Ausmessung daher gemeiniglich grösser als das wahre Alter des Holzes ist, werden wir das Alter seiner Schlagwürdigkeit nennen. Siehe §. 62.

Wollten wir bey dieser Anweisung, das Alter der Schlagwürdigkeit durch blose Rechnungs-Versuche zu finden, stehen bleiben; So würden wir uns eines beträchtlichen Vortheils begeben, den uns die Grössenlehre durch eine viel nähere Bestimmung darbietet. Und dieses Vortheils bemächtigen wir uns auf folgende Weise.

Es sey a ein Waldbestand, bey welchem die Jahre l seiner Schlagwürdigkeit eben erfüllet worden. Es sey ein gewisses, durch die Erfahrung bekräftigtes, Gesez des Wachsthums vor eben diesen Waldbestand bekannt gemacht, welches Gesez aber, nach Beschaffenheit vorkommender Forst-Einrichtungen, vor den neuen Aufwuchs eines Wald-Raums nicht eher zu gelten anfängt, als bis, nach Abholzung des leztern, φ Jahre verflossen sind. Geben nun hierbey υ Jahre das wahre Alter des von seiner Aufkäumung an bis zu seiner grösten Schlagwürdigkeit gelangten Holzes; So ist $\varphi + \upsilon = l$; und nurgedachtes Gesez weiset, vor des Holzes wahre Alter oder vor $l - \varphi$ Jahre, eine Zahl μ von der Eigenschaft an, daß der vorgegebene Waldbestand, in demselben Jahre da er seine gröste Schlagwürdigkeit erlanget, zu seinem Jahres-Zuwachse, sich wie μ zu 1 verhält. Zugleich sey $\mu + \sigma$ eben eine solche Zahl, welche, nach eben demselben Geseze des Wachsthums, vor das nächst folgende $(l - \varphi + 1)$te Jahr des Fortwuchses statt findet. Hierauf nun kan der Werth $a : l$ mit einem ihm ähnlichen, der aber denen Jahren des Alters $\upsilon - 1$ zukommt, so wohl als mit einem solchen, der dem Alter von $\upsilon + 1$ Jahren zugehöret, verglichen werden. Der erstere nehmlich ist

$$\mu a : (\mu + 1)(l - 1),$$

der leztere aber

$$(\mu + \sigma + 1)\, a : (\mu + \sigma)(l + 1).$$

Ein jeder dieser Werthe soll kleiner als $a : l$ seyn. Eben daher ist, nach aller Strenge, $\mu + 1 < l$, und $\mu + \sigma > l$. Die lezte Forderung wird vollkommen erfüllet, und der erstern wird wenig abgebrochen, wenn $\mu + 1 = l$ ist, denn beyde können nicht zugleich bestehen, wenn nicht $\sigma > 1$ ist.

Daß σ grösser als 1 ist, giebt kein genung bestimmendes Kennzeichen des Alters der Schlagwürdigkeit. Denn so bald sich ereignete daß $\mu + 1 = l$ und $\sigma = 1$ wäre, so würde diese Schlagwürdigkeit eben so auf υ als auf $\upsilon + 1$ Jahre des wahren Alters fallen. Ganz sicher aber sind folgende Lehrsäze.

Wenn φ eine Anzahl Jahre ist, welche von der Abholzung eines Wald-Raums, bis zu dem nächsten Aufgehen des auf selbigen wieder ausgestreueten Holz-Saamens, und bis dahin verstreichen, da ein, auf diesen Saamen und die Tragbarkeit des Bodens sich richtig beziehendes, Gesez des Wachsthums zu gelten anfängt; und dieses Gesez giebt, nach dem Sinne des 38 §. vor jedes υte Jahr des Alters eine besondere Zahl μ an;

So hat dieses Gehölze das Alter seiner Schlagwürdigkeit noch nicht erreichet, so lange als $\mu + 1$ kleiner als $\varphi + \upsilon$ bleibet.

Eben

Eben dieses Gehölze kan überständig seyn und das Alter seiner Schlagwürdigkeit schon überstiegen haben, wenn μ grösser als $\varphi + \upsilon$ wird.

Zwischen beyde dieser Ereignungen aber fällt diejenige, bey welcher $\mu + 1$ dem Werthe $\varphi + \upsilon$ am nächsten kommt. Eben dieser Zeit-Punkt giebt hier $\varphi + \upsilon = l$. Und l ist, mit Rüksicht auf nächst angefügte Bemerkung, das gesuchte Alter der Schlagwürdigkeit des vorgegebenen Gehölzes.

Zu einigen Rechnungs-Versuchen aber, bey einer solchen Bestimmung, seine Zuflucht zu nehmen, kan man nur alsdenn nöthig haben, wenn ein dabey anzuwendendes Gesez des Wachsthums entweder die veränderliche Verhältnis des jährlichen Zuwachses nicht ganz genau von einzeln zu einzeln Jahren enthielte, oder aber also beschaffen wäre, daß nach selbigem mehr als ein Zeit-Punkt sich ereignete, in welchem $\mu + 1 = \varphi + \upsilon$ ist. Denn auch im leztern Falle würden immernoch, vor solche unterschiedene Zeiten, unterschiedene Waldbestände a zu berechnen, und vor die Gleichung $\varphi + \upsilon = l$ die Anzahl Jahre υ zu erwählen seyn, welche den Werth $a : (\varphi + \upsilon)$ am grösten macht.

§. 55.

Wie die Berechnung derer Werthe $a : (\varphi + \upsilon)$ auch zur Beurtheilung des Nachtheils dienet, den zu zeitige oder zu viel verspätigte Abholzungen bringen; So wird ein Beyspiel davon hier seine Stelle einnehmen.

In dieser Absicht wollen wir annehmen, als ob die Tabelle des 52 §. die Geseze des Wachsthums einer Art Holzes also enthalte, daß darinnen überall $m : 1$ die Verhältnis des Waldbestandes zu seinem Zuwachse in jedem $n$ten Jahre seines Alters angebe, einfolglich, nach der Meynung des 38 §, $n = \upsilon$, und $m = \mu$ sey. Und zugleich sey $\varphi = 3$.

Bey diesen Annehmungen, stellet die erste Reyhe nachfolgender Zahlen die Jahre des würklichen Alters eines Gehölzes dar; Die zweyte Reyhe die Werthe von $(\mu + 1) : \mu$, wie solche aus nur gedachter Tabelle genommen werden; Die dritte Reyhe die Unterscheide derer $\mathrm{Log}\,(\mu + 1)$ und $\mathrm{Log}\,\mu$; Die vierte Reyhe die Summen jeder zwey Logarithmen, wovon die eine einer solchen Summe unmittelbar vorgehet, die andere aber ihr selbst in der dritten Reyhe zur Seite stehet; Die fünfte Reyhe enthält die Unterscheide derer in der vierten Reyhe stehenden Logarithmen, und derer ihnen zugehörigen Logarithmen von $\upsilon + 3$. Und in der sechsten Reyhe sind die würklichen Zahlen angesezt, welche denen in der fünften Reyhe stehenden Logarithmen zukommen.

Die

Die Aufschriften dieser Reyhen zeigen die wahren Werthe gedachter Zahlen und Logarithmen an. Und, zu einiger Abkürzung, sind diese nur bis dahin, da $\upsilon + \varphi = 20$ ist, in einer ununterbrochenen Ordnung, die darauf folgenden aber von 10 zu 10 Jahren, eingetragen.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	
υ	$(\mu+1):\mu$	Log. $\frac{\mu+1}{\mu}$	Log. derer Waldbestände a	Log. $\frac{a}{\upsilon+3}$	$a:(\upsilon+3)$	(μ)
1	2 : 1	0. 3010300	0. 3010300			
2	26 : 16	0. 2108533	0. 5118833			
3	31 : 21	0. 1691424	0. 6810257			
4	36 : 26	0. 1413292	0. 8223549			2, 11
5	41 : 31	0. 1214222	0. 9437771			
6	45 : 35	0. 1091445	1. 0529216			
7	49 : 39	0. 0991315	1. 1520531	0. 1520531	1	
8	53 : 43	0. 0908074	1. 2428605			
9	57 : 47	0. 0837770	1. 3266375			
10	61 : 51	0. 0777596	1. 4043971			
11	65 : 55	0. 0725507	1. 4769478			5, 07
12	68 : 58	0. 0690809	1. 5460287			
13	71 : 61	0. 0659285	1. 6119572			
14	75 : 65	0. 0621479	1. 6741051			
15	79 : 69	0. 0587780	1. 7328831			
16	82 : 72	0. 0564814	1. 7893645			
17	85 : 75	0. 0543576	1. 8437221	0. 5426921	3	
=	= = = =	= = = =	= = = = =			9, 08
27	115 : 105	0. 0395085	2. 2978316	0. 8207104	7	
37	145 : 135	0. 0310342	2. 6429376	1. 0408776	11	12, 09
47	171 : 161	0. 0261702	2. 9251123	1. 2261423	17	14, 90
57	197 : 187	0. 0226246	3. 1663072	1. 3881560	24	17, 51
67	222 : 212	0. 0200171	3. 3779469	1. 5328489	34	20, 24
77	246 : 236	0. 0180231	3. 5666508	1. 6581658	46	22, 88
87	27 : 26	0. 0163905	3. 7376764	1. 7834339	61	24, 87
97	292 : 282	0. 0151338	3. 8945674	1. 8945674	78	27, 17
107	316 : 306	0. 0139657	4. 0392709	1. 9978782	99	29, 50
117	337 : 327	0. 0130821	4. 1739542	2. 0947730	124	31, 75
127	36 : 35	0. 0122345	4. 2999639	2. 1860206	154	34, 05
137	381 : 371	0. 0115511	4. 4185029	2. 2723749	187	36, 10
147	403 : 393	0. 0109124	4. 5304137	2. 3543224	226	38, 31
157	424 : 414	0. 0103656	4. 6365239	2. 4324039	271	40, 32
167	445 : 435	0. 0098707	4. 7374070	2. 5069581	321	42, 55
177	466 : 456	0. 0094211	4. 8336183	2. 5783458	379	44, 68
187	486 : 476	0. 0090293	4. 9256469	2. 6468933	443	46, 73
197	507 : 497	0. 0086516	5. 0137726	2. 7127426	516	48, 78

Die Logarithmen der vierten Reyhe kommen nur in so ferne denen von Jahr zu Jahr sich ergebenden Waldbeständen a zu, als der Waldbestand a zum Anfange derer υ Jahre = 1 gesezt wird.

Eben diese Beträge a geben die wahren Verhältnisse derer Nuzungen, welche von einem Wald-Raume, nach dessen jedesmahliger Schonung von $\upsilon + \varphi$ Jahren, und bey seiner während derer φ Jahre besorgten Besaamung, genommen werden können.

Die sechste Reyhe Zahlen aber giebt die genauen Verhältnisse derer, auf alle einzele Jahre der Schonung gleich vertheilten, Nuzungen, die von einem Wald-Raume, auf welchen diese Rechnung richtig anzuwenden seyn müste, erlanget werden könnten, wenn dessen gänzliche Abholzungen von 10 zu 10, von 20 zu 20, von 30 zu 30 Jahren, und so weiter von 200 zu 200 Jahren erfolgen sollten. Und die eben hier angewiesene Berechnung wird, auf die Nuzbarkeit der Wald-Abtheilungen in viel oder wenig gleich austrägliche Gehau-Pläze, wovon ein jeder in viel oder wenig Jahren von neuen abgeholzet wird, auf das richtigste angewendet.

Da die, denen Logarithmen 3. 8945674 und 5. 0137726 zugehörigen, Zahlen, 7845 und 103220 sind; So würde, wenn alle in vorstehender Berechnung angenommenen Voraussezungen würklich statt finden könnten, der Betrag von einem Holzschlage, der alle 100 Jahre erfolget, den 7845 : 103220ten oder den 1569 : 20644ten Theil von demjenigen ausmachen, der nur alle 200 Jahre auf eben demselben Wald-Raume wiederholet werden kan.

Die sechste Reyhe Zahlen hingegen besaget, daß, unter gleichen Bedingungen, die, hier vornehmlich in Erwägung zu ziehenden jährlichen Nuzungen, von denen nach Ablauf jeder 100 Jahre bewürkten Abholzungen, sich, zu denen jährlichen Nuzungen, welche, nach jedesmahligem Zwischenraum von 200 Jahren, durch solche Niederschläge erlanget werden können, wie 78 zu 516, oder wie 13 zu 86 verhalten.

In einer siebenden Reyhe Zahlen, sind zugleich beyläufig die, nach dem 30 §. berechneten, mittlern Werthe von μ, mit hundert- theiligen Brüchen, angesezt, welche, bey denen hier willkührlich vorausgesezten Annehmungen, in denen ersten 7, und hierauf von 10 zu 10 derer υ Jahre gelten können. Denn eine erträgliche Annehmung solcher mittlern Zahlen erfordert gleichfalls die eben angewiesene Berechnung derer Logarithmen der vierten Reyhe. Und werden diese mittleren Zahlen hier an ihre gehörigen Stellen in der zweyten Reyhe vor μ, ihre, mit 10 multiplicirten,

Loga-

Logarithmen aber in die dritte Reyhe gehörig gebracht; So bekommt unsere Berechnung ihren völligen, durch vorerwehnte Auslassungen getrennten, Zusammenhang.

Da jedoch, bey dem hier angenommenen Geseze der Zuwachs-Verminderung, $\mu + 1$ allemahl kleiner bleibet als $\varphi + \upsilon$; So kan man, nach selbigem, zu einem grösten Werthe von $a : (\varphi + \upsilon)$, oder, in der fünften Reyhe unsers Rechnungs-Exempels, zu einer Logarithme, die grösser als jede ihr nachfolgende ist, niemahls gelangen; Das hier, zum blosen Beyspiel einer Berechnung angenommene, kan, nach denen im 11 und 54 §. erwogenen Umständen, kein wahres Gesez des Wachsthums derer Gehölze seyn; Und ein solches richtiges Gesez, bey welchem ein Zeit-Punct der grösten Schlagwürdigkeit statt finden soll, muß also geartet seyn, daß μ in Ansehung einiger Werthe von υ geschwinder ansteiget, als in der Tabelle des 52 §. m gegen n.

§. 56.

Würde der Waldbestand eines Wald-Raums, zur Zeit seines nuzbaresten Niederschlags, und zwar bey dem Alter seiner Schlagwürdigkeit von l Jahren, nach dem 54 §, gleich a Klaftern befunden; Eines andern schlagwürdigster Waldbestand aber betrüge, bey einem solchen Alter von (l) Jahren, (a) Klaftern; So entscheidet der 46 §, oder vielmehr die erste Gleichung des 47 §, die unterschiedene Nuzbarkeit beyder Wald-Räume.

Wären diese beyden Wald-Räume gleich- gros, und mit einerley Art Gehölze bewachsen; So wird sich die Tragbarkeit des erstern, zu der Tragbarkeit des leztern, wie a (l) zu (a) l verhalten.

Und sind beyde dieser Wald-Räume nicht nur gleich- gros, sondern können auch als gleich- tragbar erachtet werden, sind aber dabey mit zweyerley Gehölze gleich gut bewachsen; So verhält sich die Nuzbarkeit der einen Holz-Art auf dem erstern Raume, zu der Nuzbarkeit des Gehölzes auf dem leztern Raume, wie der Geldes-Werth von a : l, zu dem Geldes-Werthe von (a) : (l).

§. 57.

Sind nach Anweisung des 54 §. die Jahre l gefunden, nach deren jedesmahligem Ablauf das Gehölze eines Forsts am nuzbarsten abgeholzet wird; So giebt auch eben dieselbe Anzahl Jahre l die Anzahl derer jähr-

jährlichen Gehaue, in welche derselbe Forst bey seiner allerpfleglichsten Benuzung einzutheilen ist. Denn, bey dieser Annehmung, wird in jedem derer künftigen Jahre, welche der ersten, l Jahre fortdaurenden, Abholzung des ganzen Forsts nachgehen, nur derjenige Theil seines Gehölzes haubar, welcher das Alter seiner Schlagwürdigkeit erreichet hat.

§. 58.

Ist der gegenwärtige Betrag des, mit seinem ihm künftig noch zugehenden Zuwachse, in n Gehaue zu vertheilenden Waldbestandes $= a$; So wird der erste Werth vor g des 22 §. den Betrag des diesjährigen und eines jeden in denen ersten n Jahren jährlich erfolgenden Holzschlags darbieten, wenn daselbst $l = n - 1$, und h so wohl als $t = 0$ gesezt wird. Wobey n, wenigstens in Absicht auf künftige Holzungen, durch den 57. §. seine vorträglichste Bestimmung erhalten, und nicht willkührlich angenommen werden soll.

Werden nun n Holzschläge von gleichem Holz-Ausbringen, in jedem eben so vieler n Jahre, so oft immerwährend wiederholet, als n Jahre vorüber gehen; und es wird, vor jedesmahligen nach n Jahren von neuen erwachsenen Waldbestand a, der ferner auf jedes derer darauf von neuen fortlaufenden n Jahre, stattfindende Holzschlags-Betrag nach dem 22. §. richtig angenommen; So werden die Gehau-Pläze, nach der zweyten Bemerkung des 2 §, einander immer gleicher, oder doch derjenigen Gröse immer näher gebracht, welche bey fernern Abholzungen beyzubehalten ist; In jedem Jahre wird ein neuer mit n jährigem Holze bestandener Gehau schlagbar; Der, nach jedem vollbrachten Holzschlage, auf sämmtlichen Gehau-Pläzen jedesmahl verbleibende Waldbestand, wird einen unveränderlichen Betrag a erhalten; Der jährliche auf immerhin eben so unveränderliche Holzschlags-Betrag g wird dem, dem ganzen Forste in dem eben vorhergegangenen Jahre von neuen zugewachsenen Holz-Betrage gleichen; Und wird, aus der Tabelle des 52 §. der, denen n Holzschlägen zugehörige, Werth m genommen, so dienen, zu genauer Beybehaltung derer auf jedes künftige Jahr einander gleich verbleibenden Holzschlags-Beträge, folgende Verhältniße

$m : 1 = a : g$, und

$(m + 1) : 1 = (a + g) : g$,

in denen $a + g$ der, vor jedem erfolgen sollenden Holzschlage, auf gesammten

ten Gehau-Pläzen vorhandene, a aber der, nach jedem dieser Holzschläge, ungefällt verbleibende Waldbestand ist.

§. 59.

Daß ein Gehölze weder eher noch später als bey erlangtem Alter seiner Schlagwürdigkeit, wie solches im 54 §. seine Ausmessung erhalten, gefället werden solle, ist eine so allgemeine Wirthschafts-Regel, daß sie auch den Fall unter sich ziehet, bey dem im 53. §. nicht alle Vorsehung auf den unsern Zeiten anzunähernden Wiederwuchs angewendet wurde.

Wenn daher l die Jahre des schlagwürdigsten Alters, nach dem 54 §. h die Jahre der Schonung eben desselben Gehölzes eines ganzen Forsts, und n die Anzahl derer jährlichen Gehaue, welche, nach jedesmahligem Zeit-Zwischen-Raum von h Jahren, abgeholzet werden, andeutet; So sind die Zahlen h und n am allerwirthschaftlichsten also anzunehmen, daß $h + n - 1 = l$ wird.

Der 22 §. giebt, auf die zum erstenmahle laufende Holzschlags-Jahre n, den jährlichen Holzschlags-Betrag g, wenn nur daselbst $t = 0$ gesezt wird.

Unsere Tabelle aber wird hierbey am sichersten also angewendet. Es werden zweyerley Waldbestände in Anschlag gebracht. Der eine, welcher nach h verrichteten Holzschlägen, auf denen durch selbige beräumten h Gehau-Pläzen, an neu auferwachsenen Holze, vorhanden ist, sey b. Der andere, welcher nach jedesmahligem Verlauf von $h + n$ Jahren eben zu der Zeit, da zu dem ersten derer n Holzschläge von neuen verschritten werden soll, auf sämmtlichen n Gehau-Pläzen sich befindet, sey c. Die Zahl m, welche in der Tabelle des 52 §. der Zahl $h + n$ als einer Anzahl Holzschläge zugeordnet ist, sey (m). Und so lange als, nach jedesmahliger Schonung von h Jahren, der ganze Forst mit n Holzschlägen, deren jährlicher unveränderlicher Betrag (g) ist, von neuen abgetrieben wird, gilt die Verhältnis: $(m) : 1 = (b + c) : (g)$

Es wird zwar hierbey vorausgesezt, daß die Zahl h kleiner oder wenigstens nicht grösser als n sey. Wenn aber auch $h = xn + y$ also wäre, daß x und y ganze Zahlen, und zwar y eine solche andeutete, welche kleiner als n ist; So würde sodenn b, der Summe aller Waldbestände, gleich gemacht werden müssen, welche eben nach y Holzschlägen auf denen damit abgeholzten y Gehau-Pläzen, sowohl als, in der Dauer derer Schonungs-

Jahre

Jahre h, welche in $xn+y$ Jahre zerleget werden, jedesmahl nach n, nach 2n, nach 3n . . . . . bis nach xn Jahren, auf sämmtlichen n Gehau-Pläzen vorhanden sind.

§. 60.

Werden aus der Gleichung $mg = a$ des 58 §. die Werthe a, m und g genommen, zugleich auch alle in dem 59 §. vorkommende Werthe bey ihrer Geltung gelassen, und mit jenen auf einerley und eben dieselbe Forst-Refier angewendet; So ist $(h+n)g = n(g)$, das ist, weil sodenn $m = (m)$, $(h+n)a = n(b+c)$. Welche Gleichung auf verschiedene Weise genuzet werden kan.

Hiernächst ist nichts leichter als die Entdekung folgender, vor beyde Fälle des 58 und 59 §. gleich-brauchbaren, Regel. Wenn A der Grund-Flächen-Raum des in n gleich-austrägliche Gehau-Pläze einzutheilenden Forstes ist; und l Jahre das Alter der Schlagwürdigkeit des darauf aufwachsenden Holzes geben; So ist entweder $n = l$, oder $n = l+1-h$, und $A : n$ ein Theil des Flächen-Raums A, der nach seiner Grösse $A : n$ also auszusehen ist, daß selbiger mit dem ganzen Forste, von dem er einen Theil ausmacht, einerley Gehölze gleich-tragbar hervorbringet. Wird nun, entweder aus bloser Erfahrung, oder mit Beyhülfe der Anwendung des 28 §. auf die lezte Gleichung des 25 §, ein Waldbestands-Betrag bestimmet, der nach gänzlicher Abholzung des Wald-Raums $A : n$, auf eben diesem und demselben Wald-Raume, in l Jahren, bey gewöhnlicher Heegung, und Freylassung von Holzschlage, nach gewöhnlichen Erfolge erwächset; So giebt eben dieser erforschte Waldbestand den jährlichen Holzschlags-Betrag, der bey der ordentlichsten und wirthschaftlichsten Eintheilung des ganzen Forstes in n Gehaue, in jedem derer fortgehenden oder auch absezenden Holzschlags-Jahre, zu fällen ist.

§. 61.

Welche von denen im 54, 58 und 59 §. beschriebenen dreyerley Arten der Forstbenuzung vor der andern als die vorzüglich beste von einem Forst-Eigenthümer zu erwählen sey? darüber können allgemeine Betrachtungen nichts festsezen, da dieses lediglich von der Beyhülfe abhängt, welche mehrere eigenthümliche oder fremde Waldungen zu dessen eigener und gemeiner Benöthigung darreichen. Wenn nur allemahl beobachtet wird, daß nach dem Sinne des 59 §. $h+n-1 = l$ sey, h und n mögen nun gegen einander gros oder klein, $n = 1$ oder auch $h = 0$ angenommen werden. Nur ist, nach dem 57 §. das einzige dabey wahrzunehmen, daß $n = l$ wird, so bald $h = 0$ ist. Und die Einschiebung der 1, wenn h einen würklichen Werth hat, rühret wie an mehrern Stellen, so auch hier, daher, weil das lezte derer Schonungs-Jahre h den ersten derer n Holzschläge noch in sich nimmt.

Eben so allgemein aber, als daß $h + n = l + 1$ seyn soll, ist auch die Regel, nach welcher von nuzbar anzugreifenden Gehölze der jährliche Holzschlags-Betrag g jedesmahl dem, in dem darauf nächstfolgenden Jahre, sich ergebenden Holz-Zuwachs-Betrage $a : m$ gleich zu machen ist. Auch bey einem Forste, der in jährliche Gehaue niemahls abgetheilet werden soll, verliehret sie nichts von ihrer Gültigkeit. Nur ist in diesem Falle der Werth von $a : m$, das ist der mit m getheilte Waldbestand, etwas schwerer zu bestimmen, und man muß sich des Vortheils begeben, daß in jedem Jahre, ein sich auszeichnender Gehau-Plaz, den schlagwürdigsten Theil des ganzen Forstes, und zugleich den Holz-Betrag $a : m$ von selbst anweiset. Würden jedoch, mit Wegfall solcher Gehau-Abtheilungen, l Jahre das, durch dabey zurükgesezten Aufwuchs jungen Anflugs, verlängerte Alter der Schlagwürdigkeit ausmachen (siehe §. 63); so giebt freylich $l = n$ eine Zahl n an, mit welcher der Grund-Flächen-Inhalt des ganzen Forstes getheilt, die Grösse eines Wald-Raums darbietet, dessen Waldbestand, man durch ohngefehren, oder mehr sichern Ueberschlag, auf einen solchen bringen kan, welcher l Jahre hindurch gänzlich geschonet worden. Und dieser Wald-Bestands-Betrag würde auch hier zum jährlichen Holzschlags-Betrage angenommen werden, und der leztere auf immerwährende Zeiten gesichert bleiben können; wenn nur dabey auch die Gewähr geleistet werden könnte, daß ein jeder solcher jährlichen Holzschlags-Beträge, ohne Beschädigung des jungen Aufschusses, blos und allein von dem einzeln zerstreueten Gehölze des ganzen Forstes, welches eben ein l jähriges Alter erreichet hat, genommen werde. Alle Abweichung aber von dieser Voraussezung erfordert allerdings, daß die Zahl n noch etwas grösser als l, mithin auch die ihr nach dem 52 §. zukommende (und, wenigstens nach Verlauf derer ersten l Jahre, den Werth $g = a : m$ auch hier richtig bestimmende) Zahl m grösser angenommen werde, als es bey der Forst-Abtheilung in abgesonderte gleich- austrägliche Gehau-Pläze nöthig seyn würde.

§. 62.

Noch verdienet, zu Vermeidung alles Anstosses, in Erwägung gezogen zu werden; Wie aus der Anwendung der Tabelle des 52 §. zwar so viel einleuchte, daß, bey Annehmung einer geringern Anzahl Gehaue, mit jedesmahligem Holzschlage ein grösserer Theil des Waldbestandes zur Jahres-Nuzung ausfalle; Daher aber, auf den uneingeschränkten Vortheil beschleunigter und oft wiederholter Abholzungen, nichts weniger als richtig geschlossen werden könne. Es verhält sich damit eben so, als mit einem kleinen Capital, welches auf hohe Zinsen, und mit einem grösserm Capital, welches auf mindere Verzinsung ausgeliehen wird. Von jedem dieser beyden kan der jährliche Gewinst grösser als von dem andern, und, bey der Wahl solcher Nuzungen, kan es eben so unrathsam seyn, von einem kleinen Capital hohe Zins-Gefälle, als von einer grossen Geld-Summe zu kleine Vortheile zu ziehen, wenn man, bey Ergreifung der einen Nuzung, auf die andere Verzicht leisten muß. Zuverlässig und unumstößlich ist es, daß hier die Jahre l des schlagwürdigsten Alters, die, neben denen willkührlich doch minder oder nicht grösser als l anzunehmenden Schonungs-Jahren b, stattfindende Anzahl n derer Holzschläge, die gedachte Tabelle aber, den sodenn nothwendigen Werth vor m, also bestimmen, daß in dem 58 §. $g = a : m$ oder, in dem 59 § $(g) = (b + c) : (m)$, auf jede von neuen laufende l Jahre, und demnach immerwährend, eine jährliche Forst-Nuzung giebt, welche grösser ist, als jede andere, die von einem vorgegebenen Gehölze, ohne künftigen Abfall, genommen werden kan.

Und damit an dieser Gewißheit nirgend etwas zurükbleibe; So soll noch ein deutlich zergliederter Beweis folgen, daß die im 54 §. gegebene Erklährung der grösten Schlagwürdigkeit die richtigste, und diese Schlagwürdigkeit derer Gehölze einer andern wahren, von derselben Erklährung abweichenden, Bestimmung nicht fähig sey.

Es erfolge, mit jedesmahligem Zwischen-Raum von l Jahren, ein Holzschlag des Betrags a, p mahl, in τ Jahren.

Auf gleiche Weise werde, nach jedesmahligem Verlauf von (l) Jahren, ein Holz-Betrag (a), q mahl, eben in τ Jahren niedergelegt.

So sind die Summen derer, durch beyderley p und q mahl wiederholte Abholzungen, in einerley Zeitlaufe derer τ Jahre, erlangten Holzschlags-Beträge pa und $q(a)$.

Nach

Nach eben diesen angenommenen Bedingungen ist aber auch, $pl = q\,(l) = \tau$, demnach $p = \tau : l$, und $q = \tau : (l)$.

Mithin verhalten sich die Nuzungs-Summen pa und $q\,(a)$, wie $[a:l]$ zu $[(a):(l)]$.

Also ist pa grösser als $q\,(a)$, wenn $a:l$ grösser als $(a):(l)$ ist.

Und die Summe aller Holzschlags-Beträge wird, in jedem auch allerlängsten Zeitlaufe, grösser als jede andere mögliche seyn, wenn alle diese einzeln Beträge, in Vergleichung mit denen, von einem Niederschlage zum andern, daurenden Schonungs-Zeiten, die grösten, und eben diese Schonungs-Zeiten, in solcher Vergleichung am kürzesten sind, das ist, wenn a und l immerwährend also genommen werden, daß $a:l$ grösser ist, als jeder anderer, nach seiner Entstehung ihm ähnlicher Werth $(a):(l)$.

Mehr zusammen gesezt, aber eben so überzeugend, ist der Erweis hiervon, welcher daher genommen wird, daß im 45 §, wenn daselbst $h = w$ ist und ξ als unveränderlich angesehen wird, Σ den möglich grösten Werth bekommt, wenn $b:w$ am grösten ist.

§. 63.

Bey denen im 52, 54, 58 und 59 §. abgehandelten Forst-Benuzungen ist der Niederschlag am vortheilhaftesten, das ist auf alle künftige Jahre am ergiebigsten, wenn zu jeder Zeit so wohl $a:l$, als $a:m$, den grösten Werth erhält, mithin, wenn a also am grösten ist, daß zugleich l und m in ihrer gegen a habenden Verhältnis am kleinsten sind. Und eben dadurch wird das nuzbare aller Forst-Einrichtungen, welche zu einer vortheilhaften Bestimmung dieser Verhältnise beytragen, mathematisch erwiesen. Wohin, ausser denen im 54 und folgenden §§. gegebenen Anweisungen, unter andern gehöret:

Man soll das jüngste Holz, bey welchem m den kleinsten Werth hat, am spätesten fällen, und bey jährlichem Holzschlage allemahl dasjenige Gehau vor andern angreifen, dessen Gehölze das gröste Alter hat.

Welchem Verhalten hier nicht nachzusezen ist, daß alles, was das Aufwachsen neuer Waldbestände auf denen abgetriebenen Wald-Räumen beschleuniget, und die Jahre des zu erlangenden schlagwürdigsten Alters verkürzet, sorgfältigst vorgekehret, besonders, in dieser Absicht, der beräumte Boden, durch Ausroden derer Stöke, und durch andere diensame Bearbeitung, zeitig aufgelokert, mit dem ihm gemässesten Holz-Saamen besäet,

der

der neue Anflug behörig geheeget und vor allem verderblichen Abbruch sicher gestellet, bey lebendigem Schlagholze aber das gleichwüchsige Aufkommen jungen Strauchholzes, und, auf solche Maase, überhaupt der baldige Wiederwuchs, und Ersatz des durch Holzschläge erfolgenden Abgangs, möglichst befördert werden solle.

Und wie diesen beyden Regeln am meisten entgegen stehen dürfte, wenn, aus einem in ordentliche einander folgende Gehaue nicht eingetheilten Forste, jährlich eine gewisse Anzahl Stämme einzeln ausgehoben, der Aufwuchs neuer Stämme an die Stelle derer abgehenden, von dem Schiksaal des von selbst, auf unbearbeitetem Boden, auffallenden Saamens, erwartet, und die auch also glüklich aufkommende Reiser, mannigfaltigen dabey nicht abzuwendenden Beschädigungen, ausgesezt werden; So erhält dadurch die Eintheilung derer Gehölze in jährliche Gehaue ihre gröste Rechtfertigung.

Uebrigens wird die Absicht, zu einer nuzbaren und auf immer beyzubehaltenden Abtheilung eines Forstes in ordentliche Gehaue zu gelangen, bey nahe in allen vorkommenden Fällen eine vorhergehende Abweichung von der Regel erfordern, nach welcher jeder Theil eines Gehölzes nicht anders als zur Zeit, da er am schlagwürdigsten ist, gefället werden soll. Und in so ferne ist hierbey der künftigen Nuzbarkeit gegenwärtig allemahl etwas aufzuopfern.

So wie auch, zwar keinesweges die Absicht auf Erlangung mehr austräglicher Holzschläge, wohl aber die Nothwendigkeit Stammholz von besonderer Stärke an Handen zu haben, eine Ausnahme von der Regel mit sich bringen kan, nach welcher das Holz nicht später als nach erlangter Schlagwürdigkeit gefället werden darf. Und die deshalb ausserordentlich zu schonenden Wald-Räume dürften zu einer ordentlichen Eintheilung in jährliche Gehaue sehr unfüglich zu bringen seyn.

In wie weit es anneben auch sonst rathsam sey, von denen, nach hieselbst gegebenen Regeln wirthschaftlich anfallenden Forst-Nuzungen, etwas zurük zu lassen, um auf ausserordentliche Beschädigungs- und Unglüks-Fälle mehr gefast zu bleiben, und damit wenigstens drokene Witterung, und daher zurükbleibender Holz-Zuwachs, künftigen Nuzungen nicht allzu nachtheilig fallen mögen? Dieses ist der Rechenkunst eben so, als anderm menschlichen Wissen, verborgen. Wenigstens druket sich, eine allgemeine moralische Vorsicht, darüber in keinen Zahlen aus.

§. 64.

Zu Ergänzung derer im 46 bis zum 50 §. gegebenen Regeln ist noch das kürzeste Verfahren nachzubringen, den richtigen Kauf-Anschlag eines, bis zu seiner Veräusserung, auf das wirthschaftlichste benuzten Forsts, mit der Voraussezung zu machen, daß der Ankäufer die noch weiter, und zwar von Jahr zu Jahr, ohne künftigen Abfall, davon zunehmende gröste Holzschlags-Nuzung, mit ξ erhöhet, als eine baare Kauf-Summe Σ davor zu erlegen habe.

Es sey daher A der Grundflächen-Raum des ganzen, gegen den Werth Σ, käuflich zuüberlassenden Gehölzes.

B eine kleinere Abtheilung desselben, welche mit der ganze Fläche A gleich- tragbaren Boden hat, und bey einerley, in Ansicht des ganzen Forsts, noch weiter ohne Behinderung stattfindenden Heegung, mit Holze von eben derselben Nuzbarkeit bewachsen ist, als sich solche, von der austräglichen Nuzbarkeit des auf denen übrigen Theilen von A stehenden und noch aufkommenden Holzes, nicht unterscheidet.

Es habe zugleich der Waldbestand des Raums B, nachdem er, mit Erfüllung von l Jahren, das Alter seiner Schlagwürdigkeit nach dem 54 §. erreichet hat, und, bey seiner alsdenn erfolgten Fällung, den Geld-Nuzungs-Betrag b hergegeben.

Und sodenn ist $\Sigma = \xi b A : l B$.

Denn, ist der hier beschriebene Waldbestand, des Werths b, so wohl bey der sorgfältigsten Heegung erwachsen, als, zu Verkürzung derer Jahre l seiner Schlagwürdigkeit, besonders aber des im 54 §. mit φ benennten Theils dererselben, alles mögliche beygetragen, auch sonst der ganze Forst, wenigstens die nächst vorhergegangenen l Jahre über, am allerwirthschaftlichsten, und zwar nach Anweisung des 58 §, mit jährlichen Holzschlägen pfleglichst behandelt worden; So ist, die von diesem Forste noch ferner immerwährend jährlich zunehmende Holzschlags-Nuzung $= b A : l B$, grösser als jede andere, die mit solchem Nachhalt daher erlanget werden kan.

§. 65.

§. 65.

Vermisset Jemand die nähern Bestimmungen, welche, zur richtigen Anwendung derer hier vorgetragenen Berechnungen auf besonders vorgegebene Fälle, mehr zureichend sind, der wird sich gefallen lassen, daß ich der Verfasser dieses Aufsazes ihn, eben so als meine eigene Lehrbegierde, bis auf die Zeiten verweise, da die mehr erforschten Geseze des Wachsthums eine genauere Bestimmung deshalb verstatten werden, oder da wenigstens aufgezeichnete untadelhafte Erfahrungen, über das Zunehmen derer Waldbestände, und über das Abnehmen ihres Zuwachses, mit genüglichen Anwendungen einiger hier gegebenen Rechnungs-Regeln, auch die übrigen dieser Regeln gemein- nüziger machen, und die Nothwendigkeit aufheben werden, sich, bey Bestimmung der Schlagwürdigkeit derer Gehölze, blos mit dem allgemeinen Ausdruk des grösten Werths von $a : l$ zu behelfen.

Ein Forst-Verständiger beobachtet, bey Abtheilung derer Gehölze in jährliche Gehaue, noch mancherley wichtige Regeln. Es dürften aber wohl die wenigsten dererselben zur Auflösung einer Rechnungs-Aufgabe gehören.

§. 66.

Zu Befriedigung dererjenigen, welche an den Gebrauch derer Zeichen der Buchstaben-Rechenkunst, und an die Kürze ihrer Ausdrüke, nicht gewohnt sind, und doch die hier vorgetragenen Regeln anwendungswürdig erachten, wird noch angefüget, daß zu dieser Anwendung, neben einer zur Ausübung aufgelegten Fähigkeit, und ausser der gemeinen Zahlen-Rechenkunst, etwas anders kaum nöthig sey, als zu wissen; daß, zum Beyspiel, $a = b$ so viel heisse, als a ist gleich b; $a > b$ besage, a ist grösser als b; $a < b$ zeige an, a sey kleiner als b; $a + b$ heisse, b werde zu a addirt; $a - b$ aber, b werde von a abgezogen; ab sey das, aus der Multiplication von a mit b, entstehende Product; $(a + b)(a - b)$ erfordere, daß die Summe von a und b, mit dem Unterscheide von a und b, multipliciret werde; $\frac{a+b}{a-b}$ oder $(a + b) : (a - b)$ zeige einen Bruch an, dessen Zehler $a + b$, und dessen Nenner $a - b$ ist; a^n sey der Werth von a, $n - 1$ mahl mit sich selbst multiplicirt; daß $+ (p - q) g$ eben so viel gelte als $- (q - p) g$, und

—(p—q) g eben so viel sey als †(q—p) g; daß Log (m†1) die Logarithme von m † 1 andeute; daß in denen Buchhandlungen logarithmische Tabellen verkaufet werden, in denen, vor eine gute Reyhe Zahlen, die ihnen zugehörigen Logarithmen sogleich aufgefunden, und aus denen, vor eine durch Rechnung gefundene Logarithme, die ihr zugehörige Zahl eben so leicht ersehen werden kan; daß die Logarithme eines Bruchs gleich sey der Logarithme seines Zehlers, weniger der Logarithme seines Nenners; daß, wenn die Abziehung einer Logarithme von einer kleinern Logarithme vorkommt, der Unterscheid von beyden die Logarithme des Nenners von einem Bruche sey, dessen Zehler = 1 ist; daß die Veränderungen der ersten Bezeichnungs- oder Kenn-Zifer einer Logarithme, bey der Angabe zehntheiliger Brüche und sonst, noch einige sehr leicht zu fassende Vortheile geben; und daß besonders eine durch Rechnung gefundene Logarithme, deren Kenn-Zifer mit r Einheiten vermehret wird, einer gesuchten Zahl zukomme, deren lezte r Zifern den Zehler eines Bruchs angeben, dessen Nenner aus der 1 und r nachstehenden Nullen zusammen gesezt ist. Obwohl etwas mehr Vorbereitung verlanget wird, um die Wahrheit derer, vor die Richtigkeit unserer Rechnungen, allhier zugleich geführten Beweise, einzusehen.

Freyberg, 1760.
gedruckt mit Matthäischen Schriften.

Die

lung derer Gehölze

jährliche Gehaue.

Rechnungs-Aufgabe.