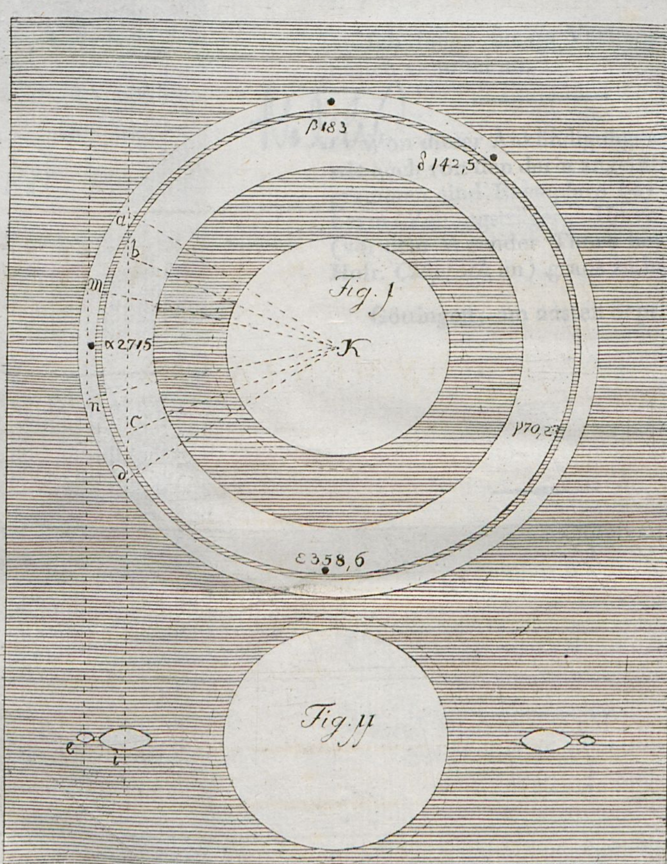
Wildt



J. C. D. Wildt del. et sc.

I. C. D. WILDTII, AA. LL. M.
ET PHILOSOPHIAE IN GEORGIA AVGVSTA DOCTORIS

DE ROTATIONE
ANNVLI SATVRNI
COMMENTATIO.

Pars prior.

Accedunt figurae aeri incisae.

HANNOVERAE,
apud fratres HAHN,
1795.

— *sin aliquando necessitas nos ad ea detruserit, quae nostri ingenii non erunt, omnis adhibenda erit cura, meditatio, diligentia, ut ea, si non decore, at quam minimum indecore facere possimus.*

CICERO.

COMMENTATIO
DE
ROTATIONE ANNVLI SATVRNI.

QVAM
AVCTORITATE
AMPLISSIMI PHILOSOPHORVM ORDINIS
IN
ACADEMIA GEORGIA AVGVSTA
PRO SVMMIS IN PHILOSOPHIA HONORIBVS OBTINENDIS

DIE X. AVGVSTI CIƆIƆCCXCIII.

PVBLICE DEFENDET

AVCTOR IOH. CHRIST. DAN. WILDT, theol. stud.
HANNOVERANVS
VICAR. AD ST. LAMBERTVM, SOCIET. PHYS. PRIV. GOTT. MEMBRVM.

Accedunt figurae aeri incisae.

HANNOVERAE,
apud fratres HAHN.

Prudens futuri temporis exitum
Caliginosa nocte premit deus;
Ridetque si mortalis ultra
Fas trepidat. Quod adest, memento

Componere aequus: — Ille potens sui
Laetusque deget, cui licet in diem
Dixisse, vixi.

Horat. Od. III, 29, 29-43.

DE
ROTATIONE ANNVLI SATVRNI.

§. 1.

Scribenda erat commentatio vel philosophica, vel physica, vel mathematica. Quum de materia quaererem, casu nescio quo in hanc incidi, eoque lubentius illius elaborationi tempus impendi, quo magis mihi persuasum erat, rem aeque ad philosophos pertinere ac physicos et mathematicos. Opella iam tota erat conscripta, quum in illa limanda occupatus adhuc haesitarem, utrum evulganda esset, nec ne. Nam initio quum rem aggrederer, non praevideram, quousque tenderet inquisitio, quaeque inde consequerentur. Tandem commentatio hac de re, una cum philosophicis ab Ill. Eberhardo nuperrime edita, fecit ut haec promerem. Timeo ne quis in malam ducat partem, quae veritatis studio sunt conscripta, attamen in purae mentis conscientia acquiesco.

§. 2.

Saturni igitur annuli rotatio est commentationis argumentum. Rei conditio hanc in duas dispescere iussit partes, quarum altera exponet, unde Ill. Kantius de annuli rotatione

con-

coniecturam ceperit, altera Cel. Herschelii observationes scrutabitur, quae hanc ratam fecisse visae sunt. Ex parte priore, in qua Ill. Kantii de computanda annuli rotatione hypothesis ex locis corruptis restituetur, et ad Kepleri legem reducetur, apparebit, hancce V. I. sententiam non eodem iure, quo illam b. Neutoni sententiam de ratione axeos terrae ad aequatoris diametrum, nominandam esse praedictionem, quod aeque validis non firmata sit argumentis. In´altera parte, recensis Cel. Herschelii observationibus, probabitur, huncce V. C. eodem modo quo Ill. Kantius secundum Kepleri legem ex distantia computasse annuli rotationem, neque hanc hucusque secundum Kantianam hypothesin ex Saturni motu diurno posse elici, quod hic neque observatus sit, neque, ut Ill. voluit Buggeus, ex ratione axeos Saturni ad illius aequatoris diametrum possit computari, quum de hac nondum constet.

§. 3.

Duos excursus lubenter dissertationi addidissem, quod ad dilucidandam meam rem plurimum fecissent, attamen voto annuere haud licuit, quod tunc neque unitas materiae esset servata, neque opella dissertationis tenuisset fines. Brevi autem alio loco vulgabuntur. Quorum in priore commentatione, quae de viribus centralibus conscripta est, probare studui, vis centripetae rationem ad centrifugam aequalem esse sinui verso anguli percursi ad sinum anguli istius dimidii, Galilaei hypothesin de motu gravium negavi, et in difficultatibus solvendis operam locavi, quarum priorem Ricciolus in XIX

capite

capite sect. IV. libr. IX. Almagesti novi movet; in altera sese occupat Ill. KAESTNERUS in mechanicae sublimioris principiis; (in sectionis primae §. 51. seqq.) tertia debetur GRENIO negativam phlogisti gravitatem defendenti, atque in quartam KANTIUS quoque incurrit virium definiens mensuram.

Commentatio posterior in eo occupata est, ut persuadeat lectoribus, hypothesin Hugenianam, Saturnum annulo cingi, plurimas figuras ab astronomis observatas nullo explicare modo, ideoque esse reiiciendam. Ex observationibus planetarum praesertim Saturni inter se comparatis deducuntur quaedam de vi et indole tuborum et telescopiorum theses, hucusque non satis ponderatae, ex quibus haec profluit sententia, atque, ne de me valeat, quod vulgo dicitur: «facilius destruitur quam exstruitur», his nova superstruitur hypothesis.

§. 4.

Annulo Saturnum cingi, ut inter omnes constat astronomos, HUGENIUS voluit. Post illum omnes fere inter se dissentiebant. Aliam fovebat sententiam CASSINIUS, aliam HEVELIUS, aliam HODIERNA. Attamen omnes fere hypothesin secuti sunt, quam HUGENIUS, ne alius honorem sibi vindicaret, primum litteris descriptis deinde vero libello, huic inquisitioni dicato, promulgavit. Quod magna ex parte effecit, ut nullus de hac postea dubitaverit explicatione, quamquam et id multum contulit, quod P. FABRIUM, qui sub nomine Eustachius de Divinis illum aggressus est, bene refelleret, atque hypothesis ipsa ceteris omnibus ad hanc usque cognitis longe esset praestantior, quippe qua plures phaenomeni conditiones optime explicantur. Immo hypothesin hucusque adeo pro vera habuerunt astronomi, ut quorundam pericula, illos de nova admonendi inquisitione, plane contemnerent, neque ad Saturni amplius respicerent figuras. Alio loco de his. Nunc brevi tantum ea, quae hypotheseos Hugenianae summam efficiunt.

§. 5.

Quas litteras in ordine alphabeti scripserat HUGENIUS, quum coaevos provocasset, ut promulgarent, si novi quid in Saturno apprehendissent, postea in hasce conscripsit voces. Annulo cingitur tenui, plano, nusquam cohaerente (nimirum cum Saturno) ad eclipticam inclinato. Addidit annuli superficiem necessario planam esse censendam, atque annulum aliqua quidem crassitie esse praeditum, verum exteriorem illius ambitum eius naturae, ut solis lumen vel nihil prorsus vel certe leviter admodum reflectat.

Inclinatio annuli ad eclipticam est $31^{\circ}\,23'\,17''$, et quum situs plani annuli respectu fixarum haud mutatur, semper annulus ad planum eclipticae eodem inclinabitur angulo.

Nodus annuli ascendens heliocentricus ad eclipticam assignatur $16^{\circ}\,36'\,30''$ virginis, et descendens eidem piscium. Ubi in his locis Saturnus versatur, per aliquod tempus annulus conspici haud potest.

Inclinationem orbitae Saturni ad eclipticam CASSINIUS in tabulis $2^{\circ}\,30'\,36''$ ponit, ut iuxta illius tabulas nodus orbitae ascendens ad initium anni 1744 in 21° 55′ cancri, et descendens in eodem capri versatur.

Ex his inclinatio annuli ad orbitam Saturni est 30°, et nodi inclinationis annuli pro initio anni 1744 erant in 20° 8′ virginis et eodem piscium gradu; et quoque nunc sunt, quum ex observationibus nondum colligere licuit, utrum nodis motus competat proprius. Quod si esset, nodorum tamen praecessio nil mutaret, nisi quod puncta diverso tempore ad alios aliosque signorum gradus referrentur.

§. 6.

Nunc, ne postea rerum nexus interrumpatur, rationes diametri annuli ad diametrum Saturni ab astronomis prolatas conscribamus. Quam HERSCHELII observationes efficiunt rationem sic investigavi.

Annuli diametrum ad mediam a Sole distantiam redactam (Phil. Transact. 82. 1. 12.) 46″,677 esse contendit. Saturni diametrum aequatorealem, quem 14 die Sept. 1789 una cum illius axi emensus est, 22″,81 observavit. Quae Saturni diameter, si ad mediam a Sole distantiam redacta erit, alteram praebebit rationis partem, quae sine labore tunc commodius potest exprimi. Ex diametro observata illam, quam in media a Sole distantia habet Saturnus, sic elicui. Ex calendario astronomico ad annum 1789, cui nomen est Nautical Almanac, loca heliocentrica Terrae et Saturni depromsi, neque non ex MAYERI tabulis Terrae, et ex novis de LAMBRII tabulis Saturni a Sole distantiam. Ex his et angulo incluso, (qui ex

 locis

locis heliocentricis facillime computari poterat) secundum ea, quae Ill. Kaestnerus in thesi 15 trigonometriae planae exposuit, Saturni a Terra distantia definita est: ex qua denique, duce de la Landio, (in §. 1384. Ed. II.) ea cum media Saturni a Sole distantia inverse posita, per proportionem geometricam Saturni diametrum in tali, qualis media illius a Sole est distantia, 20″,605 inveni. Adeoque ratio diametri annuli ad hanc secundum Herschelii observationes est

46,677 : 20,605 = 2,16 : 1
Hugenii = 2,25 : 1
Poundii, aliorumque = 2,333 : 1
de Zachii = 2,676 : 1

Secundum usitatam rationem (7 : 3) figura I. delineata est. Puncta ista, quae maiorem Saturno diametrum tribuunt, ut Herschelii rationem exprimerent anno abhinc volui. Statueram nimirum diametrum Saturni aequatorealem, una cum axi die 14 Sept. emensam, ab Herschelio ad mediam a Sole distantiam iam fuisse redactam. Hoc mihi nunc autem a vero abhorrere videtur, quod inanem sane in ratione diametrum investiganda susceperit laborem, ideoque redegi ad mediam a Sole distantiam diametrum Saturni aequatorealem. In tabula aenea igitur per puncta ista Saturni discum iusto maiorem delineavi; statueram nimirum rationem Herschelianam esse 2,046 : 1 est autem 2,16 : 1.

Rationem diametri interioris annuli ad exteriorem statuit

Hu-

HUGENIUS = 9:6,5 = 1,3846 : 1
alii = 7:5 = 1,4 : 1
HERSCHELIUS = 83:59 = 1,40678 : 1

Ex his facillime ratio diametri annuli interioris ad diametrum Saturni deducitur. Est nimirum secundum

HUGENIUM = 6,5:4 = 1,625 : 1
alios = 5:3 = 1,666 : 1
HERSCHELIUM = 1,539 : 1

§. 7.

Divisum annulum plures observarunt, unus HERSCHELIUS est emensus. Hunc in figura prima secutus sum. Micrometri istius partium tegebat

annuli	ext.	diameter	ext.	8300
—	—	—	int.	7740
—	int.	—	ext.	7510
—	—	—	int.	5900

Ex annuli diametro, ad mediam Saturni a Sole distantiam redacta, reliquae per rationes definiri possunt diametri. Est nimirum

annuli	ext.	diameter	ext.	46″,677
—	—	—	int.	43″,528
—	int.	—	ext.	42″,234
—	—	—	int.	33″,18

Latitudo annuli ext. = 280 partibus micrometri, et latitudo annuli interioris = 805, ut spatium inter utrumque = 115.

Ean-

Eandem annuli divisionem observavit Hadleius teste Herschelio. Cassinio autem, teste de la Landio (Ed. II, 3228) et de la Placio, (in libro de theoria annuli) annulus in partes duas sibi aequales erat divisus. Shortus plures annuli divisiones apprehendit, at ex mea sententia haec observata, ut illa de quibus Herschelius (Phil. Transact. 82, 1. 8) locutus est, ad ea referenda sunt, quae ex hypothesi Hugeniana nullo explicari possunt modo.

§. 8.

Investigandum nunc est quanta sit distantia, quae periodus quarti satellitis, qui ex causis inter astronomos valde notis semper eligendus est, si secundum Kepleri legem quidquam in systemate Saturnio computatur.

Secundum ea, quae Cassinius (Mem. de l'Acad. des Sc. 1716. p. 218) profert, distat 8 semidiametros annuli et 18,666 Saturni. Poundius distantiam (Phil. Transact. 1718) 8,7 semidiametrorum annuli esse contendit. Berolinensis astronomicarum tabularum collectio Cassianam definitionem paullum tantum mutavit, illam 18,67 definiens. Herschelius ex observationibus (Phil. Transact. 1790. p. 488) mediam quarti distantiam 3′ 8″,918 esse statuit. Si alio haec exprimitur modo apparet, illam cum Cassiniana fere esse eandem. Nam

$$3'8'',918 : 46'',677 = \text{dist. IV sat.} : \text{diam. ann.}$$
$$\overline{188'',918 : 46'',677 = \text{dist. IV sat.} : \text{diam. ann.}}$$
$$46'',677 : 20'',605 = \text{diam. ann.} : \text{diam. Sat.}$$
$$\overline{188'',918 : 20'',605 = \text{dist. IV sat.} : \text{diam. Sat.}}$$

Igitur

Igitur dist. IV satellitis $= \frac{188,918}{20,605}$ diam. Sat. $= \frac{2.188,918}{20,606}$ illius radios

$$\begin{array}{rl} \log. 2 = & 0,3010300 \\ \log. 188,918 = & 2,2762733 \\ \hline & 2,5773033 \\ \log. 20,605 = & 1,3139726 \\ \hline & 1,2633307 = \log. 18,337 \end{array}$$

Ergo secundum HERSCHELII data IV Saturni satelles distat 18,337 radios.

Periodus quarti satellitis vario definitur modo. Secundum CASSINII et Berolinenses tabulas est

	15 d. 22 h 34′ 38″
HUGENII systema	15 — 22 — 39′
P. HELLII tabulas	15 — 22 — 41′
HERSCHELII tabulas	15 — 22 — 41′ 13″,4
Conn. des temps 1773	15 — 22 — 41′ 23″

Harum Herscheliana veritati proxima videtur, quod ex longiori deducta est intervallo. Illius logarithmus, si in secundis expressa est minutis, $= 6,1391463$.

Quum in sequentibus saepius ex novissimis observationibus secundum KEPLERI legem rationes ducendae sunt, laborem levabimus, si nunc logarithmum computamus, qui postea logarithmo distantiae plus dimidio addendus est, si de tempore periodico satellitis quaeritur. Ex KEPLERI lege $(R^3 : r^3 = T^2 : t^2)$ est $t^2 = \frac{r^3\, T^2}{R^3}$ vel log. temporis periodici

satel-

satellitis est $= 2\log.T - 3\log.R + 3\log.r = \log.T - \log.R - \frac{1}{2}\log.R + \log.r + \frac{1}{2}\log.r$. Ex his est logarithmus sibi constans $= \log.T - \log.R - \frac{1}{2}\log.R$

$$\begin{array}{r} \log.R = 1,2633307 \\ \frac{1}{2}\log.R = 0,6316653 \\ \hline 1,8949960 \\ \log.T = 6,1391463 \\ \frac{3}{2}\log.R = 1,8949960 \\ \hline 4,2441503 \end{array}$$

Cui si postea $\log.r + \frac{1}{2}\log.r$ additur, statim log. temp. periodici istius adest satellitis, cuius posuimus distantiam.

PARS PRIOR.

§. 9.

His praemissis ad priorem dissertationis partem progredimur. In qua, ut supra iam monui, lex ex locis corruptis restituitur, secundum quam Ill. KANTIUS in libro «Allg. Naturg. und Theorie des Himmels» inde a pag. 74 usque ad 97 definiendam esse annuli rotationem statuit.

Auctoris consilium erat, universi originem ex paucissimis explicare positionibus. Magno ingenii acumine omnia phaenomena ex punctis attractionis ortis in spatio infinito, atomis materiae repleto, explicaverat, quum in Saturno haereret. Unicus ille planeta figuram representabat, quae non nisi

nisi per annulum explicari posse visa est. Dubius erat unde causam derivaret, quae unico Saturno annulum dederit. Optimam tamen pro tempore quo libellus prodiit, posuit causam.

§. 10.

Statuit nimirum Saturnum ceterosque planetas antea cometas fuisse. Qua de thesi pro eo tempore merito excusandus est auctor. Erat nimirum tunc Saturnus ultimus systematis nostri solaris planeta, atque auctori persuasum erat, cometas omni respectu cum planetis imminuta orbitae excentricitate convenire. Ad quam opinionem altera accedebat, excentricitatem una cum distantia a Sole maiorem fieri, primo, ut mihi videtur, per tabulam excentricitatis in radii partibus orbitae terrestris expressam

Mercurius	0,07960
Venus	0,00510
Terra	0,01680
Mars	0,14218
Iupiter	0,25277
Saturnus	0,53210
Uranus	0,89556

deductus, et postea quum hanc in ipsarum orbitae radii partibus definitam

Mercurius	0,205630
Venus	0,007060
Terra	0,016802
Mars	0,093310

 Iu-

Iupiter 0, 048600
Saturnus 0, 055779
Uranus 0, 046684

deprehenderit, Mercurii et Martis maiorem excentricitatem, ne hypotheseos fundamentum cadat, in harum minore massa inveniens. Donemus illi thesin hanc, ut de reliquis quid affirmandum sit videamus.

§. 11.

Ponit Saturnum circa axin rotari. Haec thesis neque tunc poterat, neque nunc potest negari, quum analogia illam nobis confirmet. Antequam KANTIUS librum vulgaverat CASSINIUS filius iam contra BIANCHINII librum «Hesperi et Phosphori nova phaenomena» sententiam patris defenderat, atque Veneris rotationem 24 fere horarum spatio absolvi contenderat. Sic MARALDIUS cum eiusdem CASSINII effatis de Martis rotatione (Mem. de Paris 1704) consenserat. Neque Solis rotationem quisquam negabat, etsi in lite res erat utrum macularum rotatio, his nimirum in illius superficie constitutis, eadem sit cum Solis rotatione, an haec ex illa primum sit derivanda. Lunae, quamvis nonnulli rotationem illi haud assignare voluerint, quia hanc aeque ac illius librationem a partis ad nos conversae maiore gravitate derivabant, tamen maior pars rotationem tribuebat, et KANTIUS, nisi id fecit, aperte enim non loquitur (pg. 67) tamen illam hanc habuisse concedit. Iovis rotationem CASSINIUS tam velocem esse statuerat, ut KANTIUS (pg. 66) ius sibi tribueret, rotationis vim in massa quaerendi; ita quidem, ut maioris massae planeta maiore vi rotaretur. (Hancce legem multo tardiorem Saturni rotationem poscere, quam in hypothesi huic tribuit, illum fugisse videtur.) Quod in Mercurio, Saturno et Urano nondum erat observata rotatio, neque nunc nisi secundum quosdam astronomos in Saturno definita est, ab instrumentorum pendet conditione; ergo thesis haecce, quod ex analogia probari potest, illi danda est.

§. 12.

Videamus thesin tertiam quae ex ista Saturni rotatione annuli originem deducit. Ponit nimirum, quum Saturnus ex cometa planeta factus, et illius orbita circulo similior facta fuerit, calorem planetam hunc recens factum paulatim deseruisse, quod Soli non amplius appropinquaret, et partes istas, quae antea caudam formaverint, nunc omne circa Saturnum spatium implevisse, et exinde, quod denuo in Saturnum graves esse inceperint, annulum formasse. Cuius originis modum tribus absolvit thesibus, quarum *prima* quae pag. 76 legitur, sic sese habet. Illae partes, quae neque sub aequatore neque prope illum erant, in rotatione sua circa axin Saturni secundum leges centrales aequatoris planum petierunt, ibique ex duabus partibus progressae, in unam eandem molem coierunt. Mihi contra videtur, illam vim, quae legibus centralibus tribuitur, maiorem harum particularum numerum nullo modo in aequatorem ducere potuisse, neque annulum ortum fuisse, nisi illae partes, quae in poli regione sursum

 la-

latae sunt, gravitationis causa in Saturnum concidissent; quod illis per Saturni rotationem non tam velox motus sit impertitus. Quum autem hoc modo planum saltem formari potuerit, cohaerens in aequatore cum Saturno, videamus quoque illius thesin *secundam* qua annuli a Saturno distantiam explicare studuit. Pg. 77 et 78 suae hypothesi convenienter ait, partes, quae annulum in aequatore cum Saturno iungere debuissent, istam non habent vim centrifugam, eam celeritatem a Saturni motu diurno additam, quae centripetae vi satisfaciat; ergo, quae hoc spatium implere, annulumque cohaerentem cum Saturno facere debuissent, in Saturnum relapsae sunt. Contra haec nil monendum est, quod cum aliis bene cohaereant, atque profluant ex Neutoni systemate gravitationis universalis. Nam qui concessit fieri posse, ut partes modo assumto sursum latae denuo in Saturnum graves sint, atque eandem semper teneant celeritatem, haud negabit illas particulas, quae non habent illam quam lex Kepleri postulat celeritatem, in Saturnum concidere. Ne computata distantia alia sit ac observata, prohibuit ipse rotationem Saturni exinde definiens; ut postea apparebit. Annuli nimirum distantia a Saturno et augeri et minui potest, siquidem Saturno vel maior vel minor rotationis velocitas tribuatur. Annuli latitudinem, vel marginis exterioris a centro Saturni distantiam in thesi *tertia* explicans, propriam radiorum Solis vim, ut mihi videtur, sine necessitate posuit, quum illam ex concessis facillime derivare potuisset, si solummodo adiecerit, non adfuisse particulas in Saturno, quae hunc locum tenere potuerint.

§. 13.

§. 13.

Quarto loco annuli rotationem ex sua de origine hypothesi explicavit, at secundum Kepleri legem computavit. Quod ex pag. 80. probare conabor, ubi verba quae huc pertinent sic sese habent « Man kann jene (die Geschwindigkeit, womit die Partikeln des Rings in seinem inwendigen Rande umlaufen) leicht finden, indem man sie aus der Geschwindigkeit eines von den Saturntrabanten sucht, dadurch daſs man selbige in dem Verhältniſs der Quadratwurzeln der Entfernungen von dem Mittelpunkt des Planeten nimmt. » Quam legem veram esse ut statuerem, eiusque quaererem fontem, plures physicae leges frustra percucurri. Denique in tertia Kepleri commoratus sum, et hanc Kantii legem ex Kepleri proportione deducere studui. At vero eventus me docuit hanc legem inde deduci haud posse, nisi statuamus, locum esse corruptum, illum rationem directam loco inversae posuisse (quod peccatum alio quoque commisit loco) et ante vocem *Verhältniſs* illam *umgekehrten* inserendam esse. Quod lubens feci, quum in summa libri, 1791 a M. Gensichenio ex voluntate Kantii edita, haecce vox sine notula iam adiecta sit. Lex Kantiana sic correcta ex Kepleriana proportione facillime deducitur, si in Kepleri lege loco T : t alia scribitur expressio quae huic aequalis est, $\frac{R}{C} : \frac{r}{c}$. Afferam singulas proportiones sicuti altera ex altera est consequens

$$R^3 : r^3 = T^2 : t^2$$

$$R^3 : r^3 = \frac{R^2}{C^2} : \frac{r^2}{c^2}$$

$$R^3 C^2 : r^3 c^2 = R^2 : r^2$$

$$C^2 : c^2 = \frac{R^2}{R^3} : \frac{r^2}{r^3}$$

$$C^2 : c^2 = \frac{1}{R} : \frac{1}{r}$$

$$C^2 : c^2 = \frac{r}{Rr} : \frac{R}{Rr}$$

$$C^2 : c^2 = r : R$$

$$C : c = \sqrt{r} : \sqrt{R}$$

Quarum ultima est Kanthi proportio adeoque annuli rotationem ex Kepleri lege computandam esse statuit.

§. 14.

Quae quum ita sint, videamus an partium in interiore annuli ambitu rotationis periodus, ex hac formula vel statim ex Kepleri lege computata, conveniat cum illa quam pg. 87 definivit.

Si proportio Kantiana tam diu vertitur, donec expressio appareat ex qua tempus periodicum computari potest, haec cum illa quae ex Kepleriana proportione directe consequitur una est eademque. Ut lectores sine labore sibi hanc rem persuadeant, conscribam proportiones singulas

$$\begin{array}{llll}
C & : c & = \sqrt{r} & : \sqrt{R} \\
\hline
\frac{R}{T} & : \frac{r}{t} & = \sqrt{r} & : \sqrt{R} \\
\hline
R & : r & = T\sqrt{r} & : t\sqrt{R} \\
\hline
R\sqrt{R}\sqrt{r} & : r\sqrt{R}\sqrt{r} & = T\sqrt{r} & : t\sqrt{R} \\
\hline
R\sqrt{R} & : r\sqrt{r} & = T & : t
\end{array}$$

Ergo $t = \frac{Tr\sqrt{r}}{R\sqrt{R}}$ vel log. t. = log. T − log. R − $\frac{1}{2}$ log. R + log. r + $\frac{1}{2}$ log. r. Qui logarithmus idem est, qui in §. 8 ex Kepleri lege erat deductus, adeoque logarithmus constans tantum log. r (logarithmo distantiae marginis interioris annuli) + $\frac{1}{2}$ log. r. addendus est, si de rotationis periodo quaeritur. Interior autem annuli margo distat 1,559 radiorum Saturni, adeoque log. r = 0,1872386. Partium in interiore annuli ambitu rotatio ex his sic deducitur

$$\begin{aligned}
\text{log. r} &= 0{,}1872386 \\
\tfrac{1}{2}\,\text{log. r} &= 0{,}0936193 \\
\text{add. log. const.} &= 4{,}2441503 \\
\hline
&\ 4{,}5250082 = \text{log. } 33497
\end{aligned}$$

adeo rotationis periodus est

$$9\text{ h. } 18' \ 17''$$

Quae, nisi novissimas Herschelii definitiones secuti essemus, magis cum Kantiana conveniret periodo. Nam illum statuisse si ponamus

$$\begin{aligned}
R &= 18{,}67 \\
T &= 15\text{ d. } 22\text{ h. } 34' \ 38'' \\
r &= 1{,}67
\end{aligned}$$

res sese sic habet

$$\log. R = 1,2711443$$
$$\tfrac{1}{2} \log. R = 0,6355721$$
$$1,9067164$$
$$\log. r = 0,2227165$$
$$\tfrac{1}{2} \log. r = 0,1113582$$
$$\log. T = 6,1390213$$
$$6,4730960$$
$$\tfrac{3}{2} \log. R. = 1,9067164$$
$$4,5663796 = \log. 36845$$

adeoque ex his datis rotationis periodus est

10 h. 14′ 5″

Ex sententia itaque Kantii annuli rotatio ita computatur secundum Kepleri legem ac si esset satelles.

§. 15.

Expectarent nunc sane aliqui iudicium de hac thesi, sed, ut profitear, nondum video, quomodo me hoc ex loco expediam, quum nomen Kantianae sententiae dare haud possim. Nam si ponamus veram esse istam de formatione annuli hypothesin Kantianam, non secundum Kepleri legem, sed secundum Saturni rotationem annuli rotatio computanda est. Tum autem ante omnia Saturni rotationis observationi studendum erit, quod multis obstrictum manet difficultatibus. Ex maculae motu illam definire hucusque exspectari haud poterat. Herschelius nimirum primus est, qui unam observavit. Ex cuius motu si definienda esset rotatio, labor esset multo

peri-

periculosior, maioribusque difficultatibus obnoxius, quam in Venere fuit, de cuius rotatione controversia nunc demum a Schrötero composita est. Altera methodus planetae rotationem ex ratione diametrorum inveniendi, quae ab Neutoni discipulis conceditur, quum alii contra poli axin diametro aequatoris maiorem assumant, mihi in Saturno quoque non sine magno incommodo adhiberi posse videtur, nam partim tempus hisce laboribus raro opportunum est, quum eo tantum tempore, quo terra in plano annuli versatur, diametri mensurari possunt, partim ex multis inter se collatis observationibus mihi persuasum est, nos de instrumentorum vi in longe distantibus planetis nondum rectam nobis finxisse ideam, et hoc praecipue in Saturni phasibus diiudicandis multum facere. Nam in telescopiis vel tubis, quae minore apertura praedita sunt, minor lucis intensitas haud observatur. Hoc autem istis temporibus, ubi annulus abiit, diametrum aequatoris longiorem reddit, quum contra, ubi ellipsis cuius axium ratio fere est 1 : 2 observatur, axin Saturni reddit longiorem. Quod si pro vero habendum est, apparet, nos ex ratione diametrorum rotationem secundum Neutoni principia computare haud posse, dum quae adduxi nondum exposita sint et explicita.

§. 16.

Videamus nunc, nullo ad hypothesin Kantianam habito respectu, quo iure Kepleri legem in computandam annuli rotationem adhibuerit Kantius. Me quidem iudice physices leges nobis hancce non tribuunt potestatem, nam

a) Keplerus hancce periodicorum temporum ad intervalla proportionem ex labore septendecennali in observationes Braheanas deduxit, ut ipse in libro V Harmonices pg. 189 professus est. Ex his sequitur nos regula hac nisi in planetarum computanda vel distantia vel periodo uti debere, nisi alia adsit causa quae nobis ius tribuat.

b) 48 annos post, nimirum anno 1666 Neutonus gravitationis divinavit legem, atque, ut Pembertonius confessus est, tunc principia philosophiae naturalis iam exposuisset, nisi ignorasset Norwoodii labores anno 1635 adhibitos. D. Hookius anno 1674 in libro «an attempt to prove the motion of the earth» pg. 27 hocce iam systema vulgaverat, neque tamen gravitationis legem praemio iam proposito invenire potuit. Per hunc libellum et litteras 1676 ab Hookio acceptas denuo Neutonus ad gravitationis legem indagandam revocatus, feliciori successu rem suam egit, quod Piccardi emensa terrestris gradus longitudo illi innotuit. Neque tamen ea vulgata essent, quae 1687 edita sunt, nisi illum semper Hadleius incitasset. Ex his principiis consequitur velocitatem motus ideoque tempus periodicum pendere a vi centrifuga, et secundum quosdam renisu fluidi in quo corpora moventur. Quae si ita se habent, efficiunt in corpore moto, cuius conditio horum respectu a planetis discrepat, tempus periodicum non secundum eandem legem computari posse, qua in his omni utimur iure: vel quod idem est, annuli rotationem ad Kepleri legem haud inveniri posse, quod neque aether in annulum eandem vim exercere potest, quo satellitum motui renititur,

quum

quum ille spatium semper impleat quo movetur; neque vis adsit centripeta, quum cohaerentia partium in annulo hunc, ut pontem fulcris abiectis, physicorum sententia super aequatorem Saturni servet.

Meam igitur coniecturam illum annuli rotationem ex Kepleri lege elicuisse probavi, neque sententiam hac de re transii silentio.

§. 17.

Nunc quintam illius thesin perlustrabimus. Affirmat ex annuli rotatione Saturni rotationem posse computari, celeritate partium in margine interiore annuli et aequatore Saturni aequali posita. Haec thesis hypotheseos illius est fundamentum, ideoque et cum illa stat et labitur. Celeritatem partium in interiori annuli margine supra iam c nominavimus, ideoque celeritas partium in aequatore Saturni γ nominanda est. Ex hypothesi Kantiana est

$$c = \gamma$$

$$\text{ideoque } \frac{r}{t} = \frac{\varrho}{\tau}$$

$$\text{et } \quad r\tau = \varrho t$$

$$\text{exinde } \tau : t = \varrho : r$$

ergo $t = \frac{tr}{r}$ ut $\log.\tau = \log.t + \log.\varrho - \log.r = \log.t - \log.r$ (nam $\varrho = 1$)

$$\log.t = 4,5250082$$

$$\log.r = 0,1872386$$

$$4,3377696 = \log.21765$$

 adeo-

adeoque ex novissimis observationibus secundum Kanthii hypothesin rotatio Saturni est 6h. 2′45″. Secundum illa data, quae supra secutus sum, est

$$\begin{array}{r} \log. t = 4,5663796 \\ \log. r = \underline{0,2227165} \\ 4,3436631 = \log. 22063 \end{array}$$

rotationis periodus 6h. 7′43″. Kantius pg. 80 illam 6h. 23′ 53″ statuit: mea minor ergo est illa 16′ 10″.

§. 18.

Crediderit forsan aliquis illum alio adhuc hancce invenisse modo, quod pag. 80 profitetur, se illam directe invenisse. Hac autem voce tantum indicare voluit, se partium in interiore annuli margine celeritatem non computasse, sed statim ex proportione $C : c = \sqrt{r} : \sqrt{R}$ rotationem Saturni elicuisse. Ex indefinita rotationis partium in interiore annuli margine computatione hoc iam eluxit. Parvo labore ex proportione $C : c = \sqrt{r} : \sqrt{R}$ computatur Saturni rotatio, siquidem pro c ponitur aequale γ

$$\begin{array}{lcl} C : \gamma & = & \sqrt{r} : \sqrt{R} \\ \hline \frac{R}{T} : \frac{\varrho}{\tau} & = & \sqrt{r} : \sqrt{R} \\ \hline R : \varrho & = & T\sqrt{r} : \tau\sqrt{R} \\ \hline R\sqrt{R}\sqrt{r} : \varrho\sqrt{r}\sqrt{R} & = & T\sqrt{r} : \tau\sqrt{R} \\ \hline R\sqrt{R} : \varrho\sqrt{r} & = & T : \tau \end{array}$$

Ex his $\tau = \frac{T\varrho\sqrt{r}}{R\sqrt{R}}$ ex qua expressione eadem Saturni consequitur rotatio. Nam $\varrho = 1$, ergo log. constanti tantum $\frac{1}{2}$ log. r addendus est.

log.

$$\log. \text{ const.} = 4,2441503$$
$$\tfrac{1}{2}\log. r = 0,0936193$$
$$\overline{4,3377696}$$

Qui log. cum illo, ex quo supra iam Saturni rotatio evicta est, unus est atque idem.

§. 19.

Obiiceret aliquis eventum probasse Kantianae hypotheseos veritatem, quod Buggeana Saturni rotatio ex varia diametrorum ratione deducta, et Herschelii punctorum lucentium in annulo sese moventium periodus, cum Kantiana harum definitione consentiat. Quae de Hercheliana annuli rotatione sentio in parte posteriore operis protuli. Quae contra Buggei computatam Saturni rotationem proferenda sunt huc conferam.

Ill. Buggeus teste Bodenio in fastis ad annum 1789, quos in astronomorum usum edidit, ex emensis radiorum rationibus Saturni computavit rotationem. Initio Sept. 1789 maiorem Saturni diametrum 14″,5 minorem 10″,5, initio Dec. eiusdem anni priorem 9″,6 posteriorem 6″,4 observaverat. Ex his, quarum ratio est 148 : 100 fere 3 : 2 rotationis periodos

6 h. 7′ 5″
6 h. 9′
5 h. 59′ 4′

computavit. Quarum media est 6 h. 5′ 5″. Ponamus Buggeum sine errore numeros tractasse, tamen non solum illa quae supra exposui illum petierunt, sed etiam ab Ussherio secundum

Neu-

Neutoni principia computata Saturni periodus, quam in libro «Transact. of the Royal Irifh Academy» ad annum 1789 legimus, et illa, quam ex Herschelii d. 14 Sept. 1789 observata diametrorum ratione computavi, periodo, quam Buggeus ex observationibus deduxit, non congruunt.

Quod Ussherius micrometro nondum instructus erat ad hanc rem apto, alius quidam astronomus diametrorum rationem emensus est. Tempus quo factum est, quantum recordor, non adscriptum erat, attamen diametrorum ratio. Saturni diametrum maiorem 18″, 12 minorem 15″,855 fuisse contendit. Ex his Ussherius Saturni periodum 10 h. 12′ 30″ computavit, omnibus datis ex Neutoni principiis desumtis; quum autem Saturni densitatem a de la Landio propositam sumserat, hanc 10 h. 55′ 20″, immo rationem diametrorum terrestrium cum Bugerio statuens 14 h. 44′ 30″ esse observavit. Quanta periodi a Buggeana diversitas!

§. 20.

Hershelius teste Bodenio maiorem 22″,81 minorem 20″,61 die 14 Sept. fuisse contendit. Ex qua ratione, secundum prop. 19 libri III principiorum Neutoni, Saturni rotatio sic computatur. Nominatur

	Terrae		Saturni
periodus sideralis	t^2	—	T^2
densitas	d	—	D
maior diameter	$r + x$	—	$\varrho + y$
minor —	r	—	ϱ
differentia igitur	x	—	y

Pro-

Proportio ex Neutoni principiis desumta nostris expressa litteris

$$\frac{t^2}{T^2}.\ \frac{d}{D}.\ \frac{x}{r} : 1 = y : \varrho$$

$$t^2\ d\ x : T^2\ D\ r = y : \varrho$$

$$\frac{t^2\ d\ x\ \varrho}{D\ r\ y} = T^2$$

$$t \surd \left(\frac{d}{D}.\ \frac{\varrho}{r}.\ \frac{x}{y}\right) = T$$

Ex his log. T = (log. d + log. ϱ + log. x — log. D — log. r — log. y) : 2 + log. t

log. d = 0,0000000
log. ϱ = 1,3140780
log. x = 0,0000000

1,3140780

log. D = 0,2648178 — 1
log. r = 2,3598355
log. y = 0,3424227

1,9670760

log. d ϱ x = 1,3140780
log. D r y = 1,9670760

0,3470020 — 1

1,3470020 — 2

0,6735010 — 1

log. t = 4,9353234

4,6088244 = l. 40628

Ergo ex ratione ab Herschelio observata periodus Saturni est 11 h. 17′ 8″. quae Kantiana longe maior. Quodsi autem

 cum

cum KLUGELIO rationem diametrorum terrestrium (187 : 186) posuerim, periodus illa 12h. 31′ 20″ esset. Nam dimidia pars differentiae logarithmorum adhuc summae addenda est, quod secundum hanc propositionem iusto maior esset detracta.

$$\begin{array}{rl} \log. 229 = & 2,3598355 \\ \log. 186 = & \underline{2,2695129} \\ & \underline{0,0903226} \\ & 0,0451613 \\ \log. T = & \underline{4,6088244} \\ & 4,6539857 \end{array}$$

Ex quo log. periodus sequitur quam iam dedi.

Satis est, ut opinor. Apparet BUGGEANAM Saturni periodum KANTII hypothesin nullo modo probare. Cui enim a BUGGEO computata periodus probat KANTIUM veram invenisse viam, et USSHERII et mea comprobat computatio illum errasse, nisi quae supra tetigi pro eo pugnant, quod hucusque ex emensa radiorum Saturni ratione illa neque probari neque everti possit.

§. 21.

Transeamus ad thesin sextam, qua lineas obscuriores in annulo tunc temporis iam observatas explicare studuit. Non solum CASSINII commentatio (Mem. de l'Acad. des Sc. 1705.) sed Anglorum quoque observationes (KANTII Allg. Naturg. pg. 90) KANTIUM de harum existentia fecerant certiorem. Quam dedit explicationem illa opinionis meae veritatem, KANTII legem veram esse KEPLERI, quodam comprobat modo. Assumit nimirum plures concentricos annulos, atque contendit horum

rota-

rotationem Keplerianae legis causa inter se discrepare. Kepleri legem tardiorem particularum in exteriore annuli margine motum poscere quam Kantii hypothesis his tribuit in aprico est. Computabo, ut convincam lectores, partium in exteriore annuli margine rotationem secundum Kepleri legem, et secundum Kantii hypothesin. Ex priore est 15 h. 28′ 17″

$$\begin{aligned} \log. \mathfrak{R} &= 0,3344538 \\ \tfrac{1}{2} \log. \mathfrak{R} &= 0,1672269 \\ \text{add. log. const.} &= 4,2441503 \\ \hline & 4,7458310 = \log. 55697 \end{aligned}$$

Ex posteriore autem 13 h. 3′ 44″

$$\begin{aligned} \tau : \mathfrak{T} &= \varrho : \mathfrak{R} \\ \log. \tau &= 4,3377696 \\ \log. \mathfrak{R} &= 0,3344538 \\ \hline & 4,6722234 = \log. 47014 \end{aligned}$$

Quod si itaque partium in exteriore annuli margine rotatio ex Kepleri lege deducitur, celeritatis quinta fere pars abiit; nam 0,844 celeritatis partes iam sufficiunt, ut partes in exteriore annuli margine illam habeant periodum, quam lex Kepleri postulat; quod sic definitur.

$$4,6722234 - 4,7458310 = \log. x - \log. 1$$

$$\begin{aligned} & 4,6722234 \\ & 4,7458310 \\ \hline & 0,9263924 - 1 = \log. 0,8441 \end{aligned}$$

Hypotheseos auctor de causa qua hoc effici potuerit haud respondet, (Ex resistentia fluidi, quo gyrantur planetae, non deducenda est causa, quod haec et in partes quae interiorem annuli marginem obtinent vim exercet.) quamquam illam ex hypothesi, omni deducere potuisset iure. Contenderat nimirum, ut supra iam monui, particulas, quae in aequatore non sursum latae essent, tamen aequatoris planum petiisse. Quod de quadam latitudine illi concedendum est, neque de causa amplius quaeri potest, si particulae ex $32^{\circ}\ 25'$ latitudinis adhuc aequatoris planum atque hanc attingere potuissent altitudinem ubi Kepleri lex illarum postulat celeritatem. Nimirum nunc a log. $\mathfrak{T}$ adhuc log. ϱ subtrahendus est, quod ϱ non amplius radium, sed cosinum istius designat latitudinis

$$\begin{aligned} \log.\ \mathfrak{T} &= 4,6722234 \\ \log.\ \varrho &= \underline{0,9264310 - 1} \\ & \ 4,7457924 = \log.\ 55692 \end{aligned}$$

Quae periodus tantum 5 minutis secundis differt ab illa quam lex Kepleri postulat. Haud negarem ex hac latitudine particulas in unam coire potuisse massam atque formare annulum; neque annulum sic potuisse dividi, nam si annuli particulae non unam eandemque habent celeritatem, ut in plures dividatur annulus, quae diversa moveantur celeritate, necesse est.

§. 23.

Septima adhuc reliqua est thesis, quam nunc aggrediar. Exposui hucusque quomodo ex sententia Kantii planetae annulo cingi potuerint. Nunc suum erat nos edocere, cur in Saturno tantum annulus sese formaverit. Bene causam ex originis modo deduxit. Contenderat nimirum particulas, quae altitudinem adipiscantur in qua celeritatis impressae causa secundum Kepleri legem moveri possint, formare annulum.

Nunc

Nunc probare studet, hanc legem in ceteris planetis talem poscere annuli altitudinem, ut particulae annulum amplius formare haud potuissent.

Quod in quibusdam planetis vis centripeta ex Kepleri lege haud deduci potest, quum nullus illis satelles adsit, aliam proponit proportionem, ut etiam in his de annuli distantia rationem reddere possit. Annuli distantiam pendere a vi centrifuga particularum in aequatore, et vi centripeta in aprico est. Vis centripeta secundum Neutoni principia (III, 7) cum massa eandem ad terram habet rationem, ideoque ex hac potest deduci. Quae quamquam difficile definiri possit, tamen ab astronomis perturbationum causa magna investigatur diligentia. Quodsi nunc ex macularum motu in superficie planetarum rotationis motus definitur, iam de distantia annuli respondere licet, quod ex hac vis centrifuga partium in aequatore potest definiri. Ut ex his annuli distantiam deducamus, Kantius proposuit proportionem

$$r : \varrho = \text{vis centrifuga} : \text{centripetam}.$$

Dummodo ponamus veram esse hancce proportionem, facile perspicitur, de vi centrifuga non Neutoni sed vulgarem amplectendam esse notionem: nam hoc solum modo partium in interiori annuli margine distantia semidiametro planetae maior esse potest; at neque tum Kantii asserta ex hac deduci possunt proportione, neque ipsa proportio ex Kepleri lege.

§. 24.

Ex istis quae mox editurus sum apparebit gravitatis vim vel centripetam effectui duplo esse maiorem. (Respicias quaeso ad ea, quae de LA LANDIUS in §. 3539 Ed. III protulit). In alia de viribus centralibus commentatione, quae etiam proxime vulgabitur, probare conabor, centrifugam vim (sensu nimirum vulgari) aequare chordam anguli, cuius arcum planeta dato percurrit tempore. Quae si iam supponere liceat nobis de ratione vis centripetae ad centrifugam persuadent: nam secundum BUGERII observationes penduli longitudo correcta, quod in maris superficie sub aequatore minuta vibrat secunda, est 3 pedum et 7,21 linearum Parisiensium, (vid. Fig. de la Terre, pag. 342) vel 3,05007 pedum. Quae cum ad spatium, quod corpus grave in minuto secundo percurrit, eandem habeat rationem, quam radius quadratus ad dimidiam circumferentiae quadratae partem, nos docet in aequatore corpora gravia per 15,0515 cadere pedes Parisienses (ut de LA LANDIUS iam contendit in §. 3373 Ed. II vel 3543 Ed. III): nam

$$
\begin{array}{rl}
\log. 3,1415929 = & \underline{0,4971499} \\
 & 0,9942998 \\
\log. 2 = & \underline{0,3010300} \\
 & 0,6932698 \\
\log. 3,05007 = & \underline{0,4843096} \\
 & 1,1775794 = \log. 15,0515
\end{array}
$$

Quodsi autem cum GALILEO ponamus, terram corpora gravia per hoc spatium in minuto secundo attrahere, est secuncundum ea, quae mox expositurus sum, vis centripeta terrae effectui duplo maior. Terra nimirum attraheret corpus grave quiescens, cui aer haud resisteret, in minuto secundo per $2 \cdot 15{,}0515 = 30{,}103$ pedes.

Vis centrifuga particularum in aequatore terrae aequat chordae anguli. Ponamus arcum, duce de LA LANDIO in §. 3353 Ed. II Astronomiae, quem corpus eodem tempore respectu centri terrestris percurrit, loco chordae. Si cum Cel. KLUGELIO radium terrae sub aequatore 3279991. 6 pedum Par. esse ponamus, hic statuendus est 1453,086 pedum, nam

$$
\begin{aligned}
\log. 3279991 &= 6{,}5158726 \\
\log. 6 &= \underline{0{,}7781513} \\
\log. \text{rad. terr.} &= 7{,}2940239 \\
\log. 2. &= \underline{0{,}3010300} \\
& \ 7{,}5950539 \\
\log. 3{,}1415929 &= \underline{0{,}4971499} \\
\log. \text{circumf.} &= 8{,}0922038 \\
\log. \text{temp. per.} &= \underline{4{,}9353259} \\
& \ 3{,}1568779 = \log. 1435{,}086
\end{aligned}
$$

Quae vis centrifuga, si ad centripetam in eadem ratione est ac distantia partium in interiori annuli margine ad radium, nobis persuadet, annulum qui terram cingeret 47,6725 radios terrestres distaturum, neque 289 ut KANTIUS voluit, nam

$$30 : 1435 = \varrho : r$$

$$
\begin{aligned}
\log. 1435 &= 3{,}1568779 \\
\log. 30 &= \underline{1{,}4786094} \\
& \ 1{,}6782673 = \log. 47{,}6725
\end{aligned}
$$

§. 25.

§. 25.

Neque tamen ex his deducimus, falsam esse hanc illius de distantia terrestris annuli assertionem, sed superest altera adhuc thesis, quam amplectimur, ex qua vim centrifugam sensu NEUTONI ponere licet. Ne autem saltem ex aliqua parte inutilem suscipiamus laborem, antea hancce definiamus legem. Apparebit KANTIUM iterum falsam scripsisse proportionem, et quartum cum tertio commutasse membrum. Ponamus esse

		in aequatore		in distantia, ubi annulus moveri potest
vim centrifugam vulgarem	$=$	$\alpha\beta$	—	x
vim centrifugam NEUTONI	$=$	n	—	q
vim centripetam	$=$	m	—	p

planetae radium $= \varrho$

annuli distantiam $= r$

Erit $p = \frac{\varrho^2 m}{r^2}$ nam $m : p = r^2 : \varrho^2$

Ex istis quae supra citavi est quoque $p = \frac{x^2}{r}$ ergo

$$\frac{x^2}{r} = \frac{\varrho^2 m}{r^2}$$

$$x^2 = \frac{\varrho^2 m}{r}$$

$$x^2 r = \varrho^2 m$$

$$r = \frac{\varrho^2 m}{x^2}$$

Ex suppositione V. III. etiam celeritas partium in aequatore planetae et interiori annuli margine sibi aequales sunt, vel

x =

$x = \alpha\beta$ (arcu in aequatore planetae pro chorda posito). Ex eadem causa, qua $q = \frac{x^2}{r}$ (nam $q = p$) est quoque $n = \frac{\alpha\beta^2}{\varrho}$ ergo

$$\frac{n\varrho = \alpha\beta^2}{n\varrho = x^2}$$

Si $n\varrho$ in aequatione $r = \frac{\varrho^2 m}{x^2}$ pro x^2 substituitur, est

$$r = \frac{\varrho^2 m}{\varrho n}$$

$$r = \frac{\varrho m}{n}$$

$$r n = \varrho m$$

$$r : \varrho = m : n$$

Q. E. D.

Ex his annuli terrestris distantia est 286,923 radiorum terrestrium, quam KANTIUS 289 radios definivit, nam ratio vis centrifugae ad centripetam est in terra $= 1 : 287$.

Centrifuga nimirum terrae vis, (sensu vulgari) quadrata, et per radium terrae divisa est centrifuga vis NEUTONI sensu, ut iam monui. Illius itaque logarithmus ex vulgari deducendus est.

$$\begin{array}{rl} \text{log. cfugae} = & 3,1568779 \\ & \overline{6,3137558} \\ \text{log. rad. terr.} = & 7,2929111 \\ & \overline{0,0208447 - 1} \end{array}$$

Qui centrifugae sensu NEUTONI log., si a logarithmo vis centripetae subtrahitur, illius relinquit logarithmum, centrifuga unitati aequali posita.

$$\begin{array}{l} \text{log. cpet. Terrae} = 1,4786094 \\ \text{log. cfug. Terrae} = \underline{0,0208447 - 1} \\ \qquad\qquad\qquad\quad 2,4577647 = \text{lg. } 286,923 \end{array}$$

Ergo ratio centripetae vis ad centrifugam est 286,923 : 1 quam de LA LANDIUS 288,26 : 1 et KANTIUS 289 : 1 esse posuerunt.

§. 26.

Secundum proportionem

$$r : \varrho = \text{cpeta} : \text{cfugam}$$

et in aliis planetis annuli distantia definiri potest, quorum massam et tempus periodicum cognovimus. Computamus secundum illam annuli in Iove distantiam, quum verosimile sit, nostris temporibus in illis planetis quorum causa proportio adscripta est, neque massam neque rotationis periodum istis, quibus KANTIUS usus est, respondere. Vestigamus itaque rationem in Iove secundum verba NEUTONI

« Vis centrifugae ad centripetam manente densitate et tem-
« pore periodico manebit. At si motus diurnus in ratione
« quacunque acceleretur vel retardetur, augebitur vel mi-
« nuetur vis centrifuga in duplicata illa ratione, et si den-
« sitas planetae augeatur vel minuatur in ratione quavis et-
« iam gravitas in ipsum tendens augebitur vel minuetur in
« eadem ratione.

Ratio in Terra est 286,923 : 1. Motus diurnus Iovis acceleratur in ratione 3,3631 : 1 seu 2,4095 : 1 nam temporis periodici Terrae logarithmus est 4,9353259 et Iovis tempus periodicum vel 7 h. 7′ vel 9′ 56″. (vide SCHRÖTERUM in libro « Beyträge zu zu den neuesten astronomischen Entdeckungen»). Ex his rationes accelerationis sic deduxi

$$\begin{array}{rl} \text{log. temp. per. Terrae} = & 4{,}9353259 \\ \text{log. } 7\text{ h. } 7' = & \underline{4{,}4085791} \\ & 0{,}5267468 = \text{log. } 3{,}3631 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{log. temp. per. Terrae} = & 4{,}9353259 \\ \text{log. } 9\text{ h. } 56' = & \underline{4{,}5533975} \\ & 0{,}3819284 = \text{log. } 2{,}4095 \end{array}$$

Densitas Iovis minuitur in ratione 1 : 0,292 (quem numerum densitatis ex Gehleri lexico depromsi) ergo in Iove est centripetae vis logarithmus 1,9231476 nam

$$\begin{array}{rl} \text{log. Terr. cpet.} = & 2{,}4577647 \\ \text{log. dens. Iov.} = & \underline{0{,}4653829 - 1} \\ & 1{,}9231476 \end{array}$$

et logarithmus centrifugae vis vel 1,0534936 vel 0,7638568. Itaque ratio centripetae vis ad centrifugam in Iove est 7,4072 : 1 vel 14,431 : 1 nam

$$\begin{array}{rl} \text{log. cpet. Iov.} = & 1{,}9231476 \\ \text{log. cfug. Iov.} = & \underline{1{,}0534936} \\ & 0{,}8696540 = \text{log. } 7{,}4072 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{log. cpet. Iov.} = & 1{,}9231476 \\ \text{log. cfug. Iov.} = & \underline{0{,}7638568} \\ & 1{,}1592908 = \text{log. } 14{,}431 \end{array}$$

Quarum ex priore (quae ex mea sententia praeferenda est, quod multo verosimilius videtur, maculas in atmosphaera suppositas et per motum Iovis diurnum rotatas, per renisum retineri, quam maiori adhuc impelli vi) secundum Kanthii proportionem

$$r : \varrho = m : n$$

an-

annuli distantia est 7,4072 rad. Iovis. Ex posteriore hanc 14,431 invenimus.

Haec autem necessario cum Kantiana congruere deberet, nisi alter uter male rem suam gessisset. Tamen hanc decem radios definivit, neque video ubi a recta aberraverim via. De experimento non longe haesitavi: mox in rectum incidi, quod me certiorem fecit, meas rationes salvo errore esse ductas, quandoquidem unum datorum non recte sit constitutum. Densitas nimirum Iovis non est 0,292, si Terrae densitas unitati aequalis ponitur, sed 0,23423, ut ex hisce rationibus apparet. (Neutonus in principiis hanc 0,197 esse contendit, et de la Landius in §. 1398 Ed. II 0,23147.) Ideoque rationes nunc sic conscribendae sunt,

$$\begin{array}{rl} \text{log. Terr. cpet.} = & 2,4577647 \\ \text{log. dens. Iov.} = & \underline{0,3696449 - 1} \\ & 1,8274096 \end{array}$$

et ex priore proportione est annuli distantia in Iove 5,9418 radiorum

$$\begin{array}{rl} \text{log. cpet. Iov.} = & 1,8274096 \\ \text{log. cfug. Iov.} = & \underline{1,0534936} \\ & 0,7739160 = \text{log. } 5,9418 \end{array}$$

Ex altera autem 11,576

$$\begin{array}{rl} \text{log. cpet. Iov.} = & 1,8274096 \\ \text{log. cfug. Iov.} = & \underline{0,7638568} \\ & 1,0635528 = \text{log. } 11,576 \end{array}$$

§. 27.

§. 27.

Quibus de distantiis nunc facillime demonstrari potest esse veras. Tempus nimirum periodicum annuli suppositi, ex Kantiana hypothesi computatum est quoque secundum Kepleri legem. Tempus periodicum particularum in interiori annuli margine deduci potest ex proportione

$$\tau : t = \varrho : r$$

Logarithmus t = log. τ + log. r — log. ϱ = log. τ + log. ϱ (r = 1). Ex Kantiana hypothesi igitur log. t sic deducitur

$$\begin{array}{lll} \log. r = 0{,}7739160 & \text{vel} & 1{,}0635528 \\ \log. \tau = 4{,}4085791 & \text{vel} & 4{,}5533975 \\ \hline \log. t = 5{,}1824951 & \text{vel} & 5{,}6169503 \end{array}$$

Idem tempus periodicum lex Kepleri postulat. Quarti satellitis

$$\begin{aligned} \log. \text{temp. per.} &= 6{,}1589435 \\ \text{ergo } \log. T^2 &= 12{,}3178870 \\ \log. \text{dist.} &= 1{,}4248816 \\ \text{ergo } \log. R^3 &= 4{,}2746448 \end{aligned}$$

Itaque annuli tempus periodicum ex Kepleri lege computatum illi respondet, quod ex Kantiana elicui hypothesi. Ex Kepleri nimirum lege

$$R^3 : r^3 = T^2 : t^2$$

est log. t = (log. T^2 + log. r^3 — log. R^3) : 2 = 5,1824951 vel 5,6169503. Nam

log.

$$\begin{array}{lcl}
\log. r = 0{,}7739160 & \text{vel} & 1{,}0635528 \\
\hline
\log. r^3 = 2{,}3217480 & & 3{,}1906584 \\
\log. T^2 = 12{,}3178870 & = & 12{,}3178870 \\
\hline
\quad 14{,}6396350 & & 15{,}5085454 \\
\log. R^3 = 4{,}2746448 & = & 4{,}2746448 \\
\hline
\quad 10{,}3649902 & & 11{,}2339006 \\
\hline
\log. t = 5{,}1824951 & \text{vel} & 5{,}6169503
\end{array}$$

Meae rationes igitur salvo errore sunt conscriptae, et annuli in Iove distantia esset vel 5,9418 vel 11,576 radiorum.

Liceat mihi his duas adhuc addere notulas.

1) Eo quod minuenda erat densitas Iovis directe probatur planetarum magnitudinem iusto minorem a nobis apprehendi; nam

$$\text{magnitudo} = \frac{\text{massa}}{\text{densitas}}$$

Quod ad commentationem pertinet quam supra iam laudavi.

2) nisi aliae adsunt causae, quae id prohibeant, nam Schröteri observationes non ad manus sunt, hae maculae in Iovis facie tribus comitibus interioribus tribuendae sunt.

Sufficiat. Exposui Kantianam sententiam et quantum potui diiudicavi. Saltem conscripsi ea quae sic dictis vaticiniis sunt fundamento. Videamus quomodo Herschelii observationes his respondeant.

GOTTINGAE,

typis I. G. Rosenbusch.

POSITIONES.

I.

Unitatem in serie geometrica per X° exprimere haud licet.

II.

Ad Noachi tempora magna illa terrae commutatio referenda est, cuius monumenta petrefactorum notitia et mineralogia praebent.

III.

Ex ratione diametrorum Saturni, quos micrometri ope emensi sumus, illius rotationem definire nequimus.

IV.

Montes ex lapide tragimontano non sunt primarii.

V.

Harmonica Euphoni praeferenda est.

VI.

Spatium existit cum corporibus variis, ſpatii autem notionem sensus externi praebent.

VII.

Hugenius primus non est, qui quartam Saturni lunam observaverit.

VIII.

Tempus eorum, quae perdurant, mutabilitas efficit, temporis autem notionem recordatio status prioris.

IX.

Globis terrestribus eadem cum coelestibus male est data conditio.

X.

Teleſcopii inventor neque Janssenius, neque Lippenſus, ſed Jacobus Metius habendus est.

XI.

Luna caret rotatione circa propriam axin.

XII.

Annuli Saturni rotatio nondum evicta est.

XIII.

Hypothesis Hugeniana de annulo Saturni locum non habet.

XIV.

Aqua fortis duplex, si diluatur, optime adhibetur ad figuras aeri incidendas.

XV.

Ex theoria Frankliniana omnia electricitatis phaenomena explicari possunt.

XVI.

In iudicio de planetarum facie, de Jovis satellitum defectu, de fixarum stellarum fulgore, quoque obiectivi vitri aperturae ratio est habenda.

XVII.

In ethica philosophica omnium hominum reſpectus non est habendus.

XVIII.

Terra est res omnium.

XIX.

Notiones generales ex singulis in rebus observatis capitibus sunt abstractae, earumque univerſalitas et necessitas inde pendet, quod capita quae designant universalia sunt et necessaria.

XX.

XX.

In computando loco heliocentrico planetarum illa aequatio non contemnenda est, quae a luna, terram e plano eccipticae trahente, originem ducit, quum et lunae et terrae centrum gravitatis orbitam annuam proprie percurrat.

XXI.

Planetarum massa ex sinu verso angulorum, quos eodem tempore percurrunt planetae, inveniri potest.

Sl

I. C. D. WILDTII, AA. LL. M.

ET PHILOSOPHIAE IN GEORGIA AVGVSTA DOCTORIS

DE ROTATIONE

ANNVLI SATVRNI

COMMENTATIO.

Pars prior.

Accedunt figurae aeri incisae.

HANNOVERAE,
apud fratres HAHN,
1795.