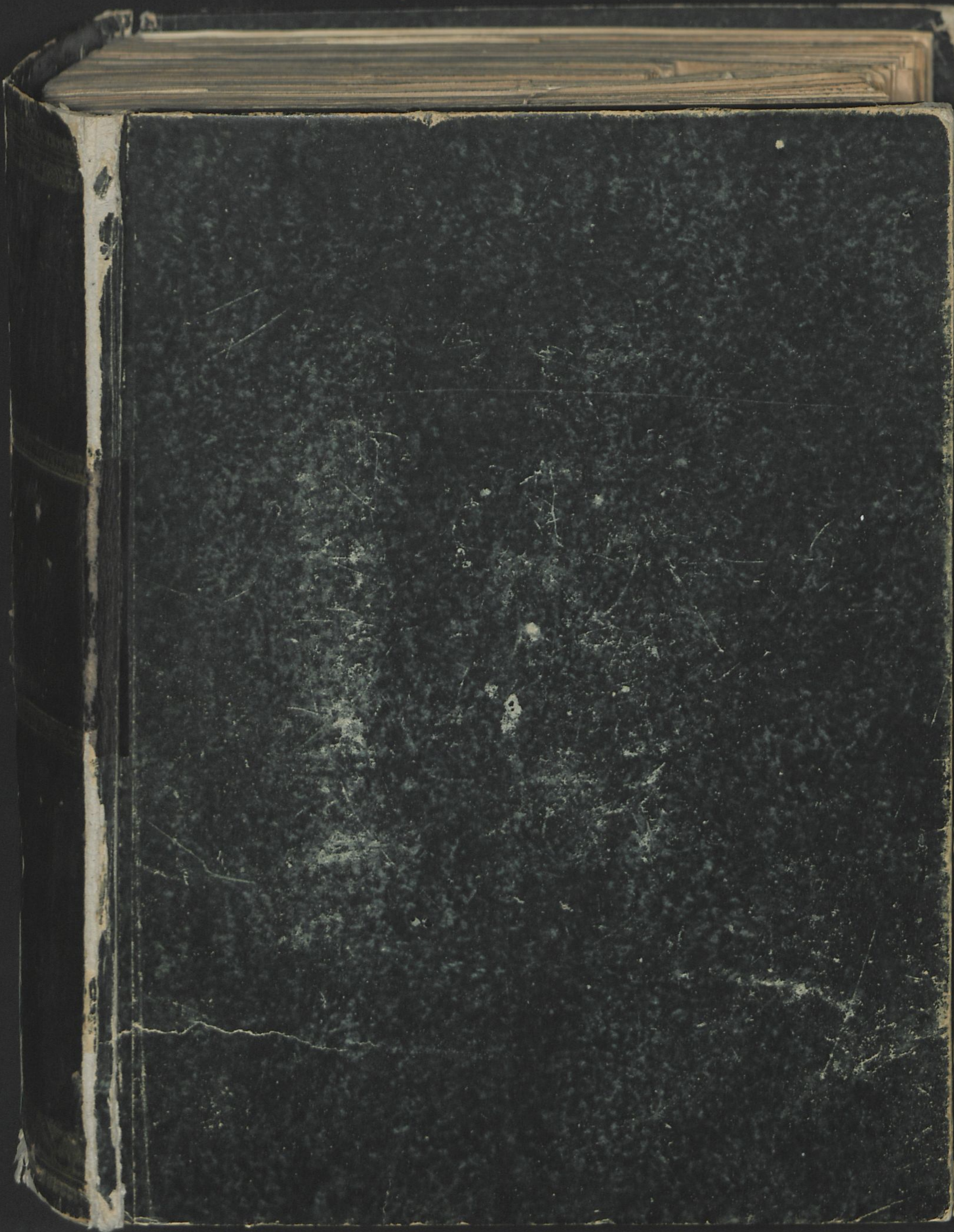


MEMORIAM BESTVCHEFFIAM

SOLEMNI ORATIONE

DIE XXX IVNII CIƆIƆCCXCI.

HORA IX.

IN AVDITORIO PHILOSOPHORVM

CELEBRANDAM

INDICVNT

DECANI SENIORES

CETERIQVE ASSESSORES QVATVOR

FACVLTATVM IN ACADEMIA LIPSIENSI.

Ineſt diſquiſitio I.

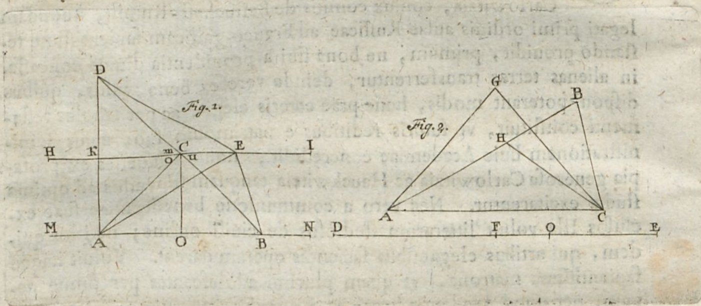
De figuris rectilineis Triangulis et Quadrangulis Iſoperimetris.

Generosissima ac illustrissima Iohanna Henrietta Louisa ex gente Carlowitzia, coniux comitis de Bestucheff-Rumin, quondam legati primi ordinis aulae Russicae ad Franco-gallicam sapientissime testando prouidit, primum, ne bona sibi a prouidentia diuina concessa, in alienas terras transferrentur, deinde vero ex bene multis, quibus disponi poterant modis, hunc prae ceteris elegit, ac per tabulas testamenti constituit, vt futuris reditibus e patrimonio suo, cuius administrationem huic Academiae concredidit, nonnisi iuuenes ex prosapia generosa Carlowitzia ac Hauckwitzia tanquam stipendiis ad optima studia excitarentur. Nec vero a communione beneficentiae suae exclusos Illa voluit litterarum studiosos de ciuili ordine; ne illos quidem, qui artibus elegantibus faciendis operam darent. Voluit itaque sapientissima matrona, vt quam plurimi adolescentes per omne aevum, per quod Academia haec, vt omnes boni mecum exoptant, stabit ac florebit, ea, quibus Rempublicam iuuare ac ornare possint, addiscant; In quo Illa sane maximum quid ac dignum se maioribusque suis vidit et obtinuit. Quae cum animo meo obuersarentur, suborta est in eo cogitatio, vtrum eadem figurarum geometricarum perimeter seu idem earum ambitus tam varie distribui ac disponi possit, vt altera sit maior spatio ac capacior altera atque vna omnium capacissima. Vocari solent eiusmodi figurae, figurae Isoperimetrae, et doctrina de iis arctissimo nexu coniuncta est cum methodo de maximis ac minimis, quae alia erat antiquis temporibus quam recentioribus.

§. 1.

Veteres geometrae, vt ex Pappi Alexandrini coll. lib. V, atque Clauii Geometr. pract. Lib. VII. constat, si mente concipiebant figuram constante vna vel pluribus cum variabilium vna vel pluribus, ac obseruabant, variabiles figurae eius primo decrescere, in limite quodam stare h. e. neque decrescere neque crescere, illum trangressas iterum crescere: vel a termino aliquo crescere, in limite stare, postea vero denuo decrescere:

tum ope propositionum Geometriae cognitarum in primo casu minimum, in altero vero maximum obtinere demonstrabant. Vtar horum illustrandorum causa exemplo, quod in sequentibus simul vsui erit. Notissima est propositio: Omnia triangula, quae eidem lineae inter easdem rectas parallelas insistunt, esse aequalia:



Sed quodnam eorum omnium minimam habebit perimetrum? Constans est linea, cui insistunt, variabilia sunt duo crura quae ex infinita regione H versus C decrescunt, in limite C stant, ab eo incipiunt iterum crescere. Facile itaque praesupposita elementari geometria veteres id, quod quaesitum est, inueniebant: Erecta in puncto A recta AK eaque donec AD = AK atque BC productis ac praeterea ductis EB atque ED.

Erit tr. ACK = tr. KCD, rect DC = AC, o = m

Ergo DC + CB = AC + CB; eadem ex ratione sequitur tr. KDE = tr. KAE

Ergo AE + EB = DE + EB

non potest non itaque AC + CB < AE + EB esse, AB = AB

Ergo AB + CB + AC < est AE + EB + AB. Cumque id valeat de omni alio triangulo ac o = m, m = u atque HI, MN parallelae sunt lineae, triangulum ACB est triangulum aequicrurum. Omnium proinde triangulorum sub conditionibus positis descriptorum isosceles minimam habet perimetrum. Nemo mihi ex recentioribus, quibus

se

se haec methodus in exponendis figuris Isoperimetris commendauit, innotuit, nisi Eluius Geometra Suecus III. Volumine Commentariorum Academiae Regiae, qui quam plurimis aucti annotationibus germanico idiomate cura ill. Kaestneri prodierunt; atque Thom. Simpsonius, Anglus in elementis geometriae, (quibus in Franco-Gallicam linguam conuersis vtor) ac ex nostratibus B. Karstenius in elementis vniuersae Matheseos Tom. II.

Longe alia methodo eadem propositio per analysin infinitorum demonstratur. Cum omnium horum triangulorum area seu capacitas sit eadem: sit ea $= a^2$, eorum communis altitudo $= b$, erit necessario basis $= \frac{2a^2}{b}$; demissa ex C perpendiculari CO et posita $AM = x$ erit $MB = b - x$. Quibus positis erit $AC = \sqrt{x^2 + \frac{4a^4}{b^2}}$, $CB = \sqrt{(b-x)^2 + \frac{4a^4}{b^2}}$. Dicta perimetro y, erit

$$y = AB + AC + CB = b + \sqrt{x^2 + \frac{4a^4}{b^2}} + \sqrt{(b-x)^2 + \frac{4a^4}{b^2}}$$

Sumtis differentialibus consequetur

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{4a^4}{b^2}}} - \frac{(b-x)^2}{\sqrt{(b-x)^2 + \frac{4a^4}{b^2}}}$$

ac per § 115 Analys. Infin. ill. Kaestneri, vt obtineatur vel maximum vel minimum, ponitur $\frac{dy}{dx} = 0$ factaque reductione erit

$$b^2x^2 - 2bx^3 + x^4 + \frac{4a^4x^2}{b^2} = b^2x^2 - 2bx^3 + x^4 + 4a^4 - \frac{8a^4x}{b} + \frac{4a^4x^2}{b^2}$$

$$0 = 4a^4 - \frac{8a^4x}{b}$$

$$x = \frac{b}{2}$$

vtrum

vtrum vero y = minimo, denuo differentianda est differentalis aequatio prima factisque reductionibus erit

$$\frac{ddy}{dx^2} = \frac{4a^4}{b^2\sqrt{\left(x^2+\frac{4a^4}{b^2}\right)^3}} + \frac{4a^4}{b^2\sqrt{\left((b-x)^2+\frac{4a^4}{b}\right)^3}}$$

vnde si substituatur $x = \frac{1}{2}b$ obtinebitur

$$\frac{ddy}{dx^2} = \frac{8a^4}{b^2\sqrt{\left(\frac{b^2}{4}+\frac{4a^4}{b^2}\right)^3}}$$ quae, cum positiua y est, minimum exhibet. Hac itaque methodo idem, quod veterum, eruitur ac demonstratur.

Scriptores qui hac methodo et quidem expresse de figuris Isoperimetris egerunt et quibus vsus sum, sunt Fridericus Moula in commentario de maximis in figuris rectilineis, inserto commentar. Petropolitan. Tom IX et Paulus Frisius Tom I operum Cap. IX, quod inscribitur de Geometria Isoperimetrica. Ego vero in hac prolusione de figuris Isoperimetricis rectilineis tantum pertexturus quantum breuitas eius permittit: reliqua vna cum tractatu de solidis Isoperimetris continuabo duabus aliis prolusionibus, quae hoc et futuro semestri muneris causa scribendae sunt, vtriusque methodi dabo specimina, vt et iis, qui non nisi elementarem Geometriam norunt et aliis, quibus Analysis infinitorum nota est, vtilis sim ac materiam meditandi suppeditem. De vtilitate huius partis Geometriae, ne iudicium meum suspectum videatur, nihil addo. Qui vero, quanta ea in vita communi, in oeconomica ac in bene multis disciplinis sit, cognoscere velint, adeant quaeso Quintilianum, qui eam Lib. I. Cap. 10. a. no. 39—45 instit. Orat. eleganter et copiose declarat.

§. 2.

Notissimum est datis pro quolibet triangulo construendo tribus partibus, non nisi vnicum ambitu et capacitate construi posse; datam vero infinitam rectam, vt perimetrum totam, secari posse, quisque aeque facile concedet, 1) in tres eiusmodi partes inaequales ex quibus triangulum fieri potest 2) in duas aequales tertia inaequali et 3) in tres aequales, Isoperimetra itaque erunt inde orta triangula.

§. 3.

§. 3.

Disquisitio vero vtrum eiusmodi triangula eiusdem ambitus sint etiam eiusdem capacitatis, supponit vt destincte cognoscatur

I. Dato triangulo, cuius duo latera sunt inaequalia h. e. figura 2. §. 1. AB $>$ BC: supra reliquum latus construere Isoperimetrum, quod duo aequalia habet latera.

Transferantur latera inaequalia in rectam DE, partibus rectae DE bisariam DF $=$ FE sectae ex A et C effectum triangulum erit propositum. Quoniam AB $+$ BC $>$ AC et DG $+$ GC $=$ AB $+$ BC erit semper possibile triangulum. Praeterea punctum G cadet necessario extra; etenim si caderet in punctum H lateris AB esset HC $<$ BC $+$ HB quod fieri nequit, et multo minus cadet intra triangulum ABC, cadet itaque semper extra.

Eadem arte dato tr. AGC in quo AG $=$ GC construi potest series triangulorum Isoperimetrorum scalenorum, quae per infinite parua rectarum AB et BC super AC constructa tandem in recta AC euanescunt.

II. Capacitas cuiuscunque trianguli definitur vsitatissima ratione ex rectangulo dimidio sub eadem altitudine atque basi.

§. 4.

Triangulum aequicrurum maius est quolibet Isoperimetro scaleno, quod super eadem linea constitutum.

Fig. 1.

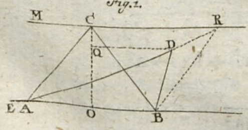


Fig. 2

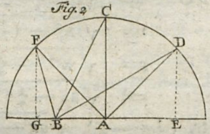
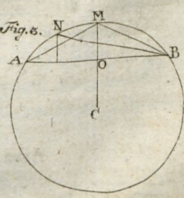


Fig. 3.



Sit

Sit tr. ABC ſuper AB inter Parallelas AB et MR aequicrurum $AC = CB$. Conſtruatur ſuper eadem linea ADB Iſoperimetrum quoduis (§. 3.) ac producatur AD, iungatur BR: $AC + CB < AR + BR$ cum vero $AQ + QB = AC + CB$ ſit, cadit itaque punctum Q neceſſario infra parallelam MR atque extra triangulum ACB. Ductis ex C perpendiculo CO atque per D parallela DQ baſi AB. Ergo

$$\begin{array}{rl} & CO > OQ \\ \text{ſed} & AB = AB \\ \hline \text{Erit} & \text{rect. } CO.\ AB > OQ.\ AB \\ & \text{h. e. } \tfrac{1}{2}(CO.\ AB) > \tfrac{1}{2}(OQ.\ AB) \end{array}$$

Omne triangulum aequicrurum conſiſtens ſuper eadem recta cum ſcalenis maius quolibet ſcaleno Iſoperimetro.

Talium triangulorum Iſoperimetrorum ſeriem minorum triangulo aequicruro cum illis ſuper eadem baſi conſiſtentibus, praebet Ellipſis, ex cuius focis ſeu vmbilicis eductis rectis ad extremitatem axis minoris, aliis ex iisdem focis ad quaeuis Ellipſis puncta. Ex natura huius curuae ſumma talium rectarum ad peripheriam ductarum aequalis.

Triangulum aequilaterum maius quolibet triangulo aequicruro Iſoperimetro.

Huius propoſitionis demonſtrationem ope analyſeos infinitorum abſoluam.

Aſſumta qualibetcunque perimetro indefinita atque figura antecedente. $AP = AB + BC + AC$

Sit $AP = a$ perimeter. Latus $AC = BC = x$

$$AB = a - 2x$$

$$\tfrac{1}{2} AB = \tfrac{1}{2} a - x$$

$$\begin{aligned} CO = \sqrt{AC^2 - AO^2} &= \sqrt{x^2 - (\tfrac{1}{2} a - x)^2} \\ &= \sqrt{x^2 - (\tfrac{1}{4} a^2 - ax + x^2)} \\ &= \sqrt{x^2 - \tfrac{1}{4} a^2 + ax - x^2} \\ &= \sqrt{ax - \tfrac{1}{4} a^2} \end{aligned}$$

Area tr. $(\tfrac{1}{2} a - x) . \sqrt{ax - \tfrac{1}{4} a^2}$

Quae differentiata $-dx\sqrt{(ax-\frac{1}{4}a^2)} + \frac{adx(\frac{1}{2}a-x)}{2\sqrt{(ax-\frac{1}{4}a^2)}}$

reducta $-3ax-a=0$

$x=\frac{1}{3}a$ cum $AC=BC=x$, quaelibet $= \frac{1}{3}a$ necessario inde resultabit et tertiam rectam non posse non esse $\frac{1}{3}a$; h. e. triangulum aequilaterum. Esse vero maximum quantitatem inuentam patet ex eo, quod iterum differentiata atque in hac pro x $\frac{1}{3}a$ posita fit negatiua

$$d.\left(-^2dx\frac{(ax-\frac{1}{2}a^2) + \frac{1}{2}a^2 - ax)}{2\sqrt{ax-\frac{1}{4}a^2}}\right) \text{ reducta } =$$

$$-\frac{dx^2(\frac{1}{2}a-x)}{4(ax-\frac{1}{4}a^2)^2}$$

substituto pro $x=\frac{1}{3}a$ non euanescit sed negatiua fit $= -\frac{\frac{3}{2}a^3dx^2}{4\left(\frac{a^2}{3}-\frac{1}{4}a^2\right)^{\frac{3}{2}}}$

Adeoque area seu capacitas trianguli aequilateri $>$ est tr. isoscele et scaleno isoperimetris. §. 4.

Quamquam vero haec rite demonstrata triangulorum proprietas euidens est, quisque vero in computanda ex data perimetro eorum area in primis, si paulo ea maior fuerit, minus commodam esse sentiet cum quaaerendum est perpendiculum ex ea. Recentiores itaque ex Euclideis Elem. II. prop. 12 et 13. rationem capacitatis eam deduxerunt vt non opus sit perpendiculo. Comprehenditur ea sequenti, quam illustris Kaestnerus in Elementis Trigonometriae demonstrauit, formula: Dicta enim Area $=A$. et secta ex praeceptis perimetro in tres partes, quarum vna $=a$ altera $=b$ tertia $=c$, quae omnes sunt 1) inaequales, 2) duae aequales et tandem 3) omnes aequales, erit

$$A=\frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c).(a+b-c)(a+c-b).(b+c-a)}$$

vt euidenter cuiuis veritas tam §. 3. quam 4. constet. Non erit supervacneum exemplo eam et paragraphos antecedentes illustrare. Sit tota perimeter.

339, 7057 ponatur

1, a = 157, 4157, b = 54, 76 et c = 127, 53

Facta

Facta computatione erit capacitas huius tr. scaleni
$3207,808 \square^{\circ}$

posita vero basi $82,2013^{\circ}$
$2b = 2c = 257,5044^{\circ}$
$b = c = 128,7522^{\circ}$

Capacitas tr. aequicruri priori Isoperimetri
prodit $5014,932 \square^{\circ}$

Sumta $\frac{1}{3}(339,7057^{\circ}) = 113,2352^{\circ}$
erit capacitas $5594,710 \square^{\circ}$

Qui vero desiderat demonstrationem, huic formulae accomodatam et independenter ab ea, quam §. antecedentibus dedi ac ex qua patet: triangulorum isoperimetrorum aquilaterum maius esse aequicruro, postremum vero maius scaleno: is consulere potest Karstenium l. c.

Ex his itaque liquet, ex data qualibetcunque perimetro tota constructorum triangulorum aequilaterum esse maximum, quod referri solet inter figuras regulares.

§. 5.

Alia ex praeceptis Geometriae proponi solent data, ex quibus construi debent triangula prae ceteris maxima, quae demonstrandis sequentibus propositionibus potissimum inseruient. Si

I. datis duobus lateribus, non determinato plane angulo, desideretur triangulum maximum.

Cum capacitas triangulorum ex dimidio rectangulo sub basi atque perpendiculo aestimetur, iunctis sub angulo recto (fig. 2. §.) datis rectis, atque crure vno descripto semicirculo ac ducta hypothenusa: triangulum hoc ACB maximum est eorum, quae ex datis et AB, AC, describuntur super AB. Data enim latera in omnibus triangulis sunt aequalia, basis AB in omnibus vero eadem ita vt

$$\tfrac{1}{2}(AB.\ AC) > \tfrac{1}{2}(AB.\ FG)$$

II. Si Dato Circuli segmento ac super chorda descriptis triangulis (fig. 3. §.) AMB, ANB cum triangulum AMB sit aequicrurum a ANB scalenum, illud maius erit hoc ac reliquis quae eidem segmento inscribentur, et

III. hinc

III. hinc eodem ratiocinio adiuncta inspectione (fig. 2. §. 6.) facile quisque conficiet: omnium triangulorum in eodem semicirculo descriptorum aequicrurum esse maximum.

§. 6.

Qui in diiudicandis figuris quadrangulis isoperimetris ea solum, quae Quintilianus l. supra c. inter faciliora, cum eius obscuriora in sequentibus exponentur, refert, nosse cupit, quo fundamento nitantur, is necesse est, vt cognitam sibi reddat prop. 5. Elem. II. Euclidis, in qua demonstratum est: Si recta, vt AB fig. 1.

Fig. 2.

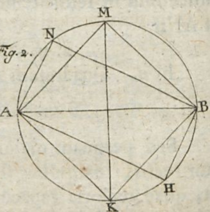
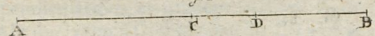


Fig. 1



in aequalia AC, CB et inaequalia AD et DB secetur; Quadratum dimidiae aequale est rectangulo sub inaequalibus segmentis contento cum quadrato rectae inter puncta sectionum h. e.

$AC^2 = AD.\ DB + CD^2$ itaque

I. $AC^2 > AD.\ DB$,

cum in Quadrato omnia latera sunt aequalia, in rectangulo vero opposita tantum: in comparatione quadrati cum rectangulis ipsi isoperimetris non nisi dimidium totius perimetri datae diuidendum in partes aequales: et quaslibetcunque inaequales. Sumta perimetro 100. erit AC = 50 et latus 25.

	AC^2 - - 625	Deest a quadrato Artae
AD , DB	AD. DB „	
26 , 24	- - - 624	1.
45 , 5	225	400.
49 , 1	49	576.

 non

non mirum proinde per quam maxime eos errare, qui ex ambitu figurarum areas earum ac capacitates aestimant.

Ex eadem propositione fluit

II. $AC^2 - CD^2 = AB\ DB$.

sumto exemplo vltimo erit $CD = 1$. et $CD^2 = 1$. et $25 - 1 = 24$. cuius quadratum $= 576$. Quare $AC^2 - CD^2 = 625 - 576 = 49$.

§. 7.

Quadratum in Circulo descriptum maius est quolibet rectangulo ei inscripto.

Etenim ducta diagonali fig. 2. §. 5. AB, tr. AMB rectangulum Isoscelium in semicirculo $>$ est quolibet alio in eodem semicirculo vt ANB

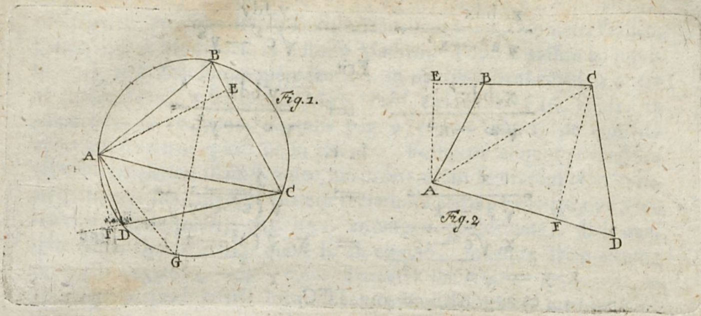
2. tr. AMB $>$ 2. tr. ANB.

h. e. Quadratum AMB. $>$ rectangulo NA.

§. 8.

Sed perquam maioris momenti est problema in quo: datis quatuor rectis, ex quibus figura quadrilatera construi potest, desideratur ea, quae maioris capacitatis est, quam alia ipsi isoperimetra. Cum enim in hoc figurarum genere latera non determinent angulos: ex datis quatuor rectis plures vna figurae construi possunt. Primus, quantum noui, illius solutionem dedit Moula in peculiari commentario inserto Com. Petrop. l. c. §. 1. et quidem per recentiorem methodum max. et min. Prodiit deinceps et quidem in commentariis Regiae Acad. Berol. ad ann. 1751. opus Posthumum Gabr. Crameri Viri post fata illustris, cui titulus: Memoire posthume de Geometrie, quod continet theorema maxime generale: Omnium figurarum rectilinearum, quae dato numero datorum laterum construi possunt, maxima est ea, quae circulo inscribi potest. Id casu primo de figuris quadrilateris cum magno elementaris Geometricae apparatu demonstrat addita alia longe breuiori eius solutione ex principiis geometriae sublimioris deducta, quam insistens eius vestigiis assumtis pro lineis, quibus illam exposuite, more solito litteris ac conuenentiore figura 1. adhibita illustratam dare conabor.

Sit



Sit itaque datarum $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = f$, demiſſis perpendicularibus et quidem AE ex A in productam BC, CF ex C in AD ductaque AC diagonali ſit $BE = x$ et $CF = y$

$$\text{hinc erit } AE = \sqrt{a^2 - x^2}$$
$$CF = \sqrt{c^2 - y^2}$$

Et per principia Geometriae:

Ar.. trapezii $ABCD = \frac{1}{2}(BC.\,EA) + \frac{1}{2}(AD.\,CF)$ Erit ergo

Area trap. $= \frac{1}{2}(b\sqrt{a^2 - x^2}) + \frac{1}{2} f\sqrt{c^2 - y^2}$.

differentiata area ponatur $= 0$

Erit

$$\frac{bx\,dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{-\,fy\,dy}{\sqrt{c^2 - y^2}}$$

$$\frac{bx\,dx}{\sqrt{(a^2 - y^2)}} = -\frac{fy\,dy}{\sqrt{x^2 - y^2}}$$

$$\text{Eſt vero} \quad AC^2 = \begin{cases} c^2 + b^2 + 2bx \\ c^2 + f - 2fy \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 + 2bx = c^2 + f^2 - 2fy$$

different. ſumtis

$$b\,dx = -\,f\,dy$$

et ſacta ſubſtit. in

$$\frac{x.\,bdx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\frac{y\,fdy}{\sqrt{c^2-y^2}}$$

Erit

$$\frac{x.\,bdx}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{y\,bdx}{\sqrt{c^2-y^2}}$$

h. e.

$$\frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{y}{\sqrt{(c^2-y^2)}}$$

$$x.\sqrt{c^2-y^2} = y.\sqrt{(a^2-x^2)} \quad \text{hinc}$$

$$x:y = \sqrt{a^2-x^2} : \sqrt{c^2-y^2}$$

et ang. AEB = ang. DFC.

tr. AEB $\backsim$ tr. DFC

Ergo ang. AEA = ang. CFI

ſed Ang. ABE + ang. ABC = 2 R.

Ergo ang. ABC + ang. FDC = 2 R.

Ergo quadrilaterum, quod eſt maius omnibus ipſi Iſoperimetris illud eſt, cuius anguli oppoſiti ſimul ſumti conficiunt duos rectos. Poteſt itaque eſſe in Circulo.

§. 9.

Haec proprietas figurarum Quadrilaterarum, circulo quae inſcribi nos ſunt, euidens eſt in quadratis ac rectangulis, quorum oppoſitorum angulorum quilibet eſt rectus: Rhomborum vero ac rhomboidum naturae plane repugnat. Sola itaque reſtant accuratius conſideranda trapezia, quorum anguli oppoſiti ſunt obliqui. Cum vero duorum rectorum ſumma multifaria ratione in duas partes inaequales diſpeſci poſſit et quisque facile intelligat, quatuor datas rectas pro conſtruendo trapezio circulo inſcriptibili, non ſub quibuslibet aſſumtis duobus angulis deſignatae conditionis ita diſponi poſſe, vt circulum expleant; nouum ſe menti offert problema, quod eo redit: datis quatuor rectis tapezii, circulo quod inſcribi poteſt, inuenire illum circulum ſeu eius diametrum vel radium. Recentiore aetate Klingenſtirna Vpſalienſis Mathematum Profeſſor tradidit Tom. IV. Comment. Acad. Regiae ſuecae edit. ſupra c. formulam ſuppreſſa Methodo, qua eam inuenit, ope cuius radius ac proinde et diameter ex eiusmodi quatuor rectis determinari poteſt. Illuſtr. Kaeſtnerus in annot. viam luculentiſſime deſignauit, eam

eam inueniendi, demonſtrandi et ad figuras numero plurium laterum extendendi. Proxime elapſo saeculo Franciſcus Vieta, Geometra Francogallus, quem Montucla, in hiſtoria Mathem. Tom. I. paſſim ac inprimis pag, 275. ſeq. ſummopere laudat, in operibus mathematicis opera ac ſtudio Franc. a Schooten Math. Prof. Leidenſis 1646. editis, in adiunctis, vti vocantur, capitulis pag. 275. agit Cap. 1. de conſtruendo quadrilatero, quod ſit in circulo. Poſtquam aliquot propoſitionibus proprietatem illam §. antec. quadrilaterarum figurarum circulo inſcriptibilium ſub ſuppoſita quatuor rectarum datarum varietate, ope geometriae demonſtrauit, pag. 252. enuntiato problemate: datis quatuor rectis Quadrilateri, quod ſit in circulo, inuenire Diametrum; proponit regulam, ope cuius diameter inueniatur quae licet in ſolis figuris quadrilateris locum habeat, ſimplicitate ſe, meo iudicio, commendat, atque ex iis, quae antecedenti §. demonſtrata ſunt, eam ſequenti ratione deducam:

Seruata denominatione datarum rectarum, quoniam illae eiusmodi ſunt, vt ex iis trapezium fieri poſſit, quod ſit in Circulo, vnicam ſumo incognitam BE = x et ſupponi poteſt ſimilitudo triangulorum AEB, CFD in §. 8. demonſtrata, ex ea conſequitur:

$$AB : BE = DC : DF$$
$$a : x = c : DF$$

igitur $DF = \frac{cx}{a}$

Eſtque praeterea

$$a^2 + b^2 - 2bx = c^2 + d^2 + \frac{2dcx}{a}$$

proinde $a^2 + b^2 - c^2 - d^2 = \frac{(2ab + 2dc)\,x}{a}$

$$x = \frac{(a^2 + b^2 - c^2 - d^2).\,a}{2ab + 2fc}$$

incognita itaque in terminis cognitis datur,

Cumque $AE = \sqrt{a^2 - x^2}$

ac $AC = \sqrt{(a^2 + b^2 - 2bx)}$

Ac

Ac in triangulis AEC et BAG rectangulis vt in figura expressa Ang. AEC et quem cum crure altero diameter efficit, eidem arcui circuli insistunt et sunt aequales, hinc triang. AEC $\backsim$ tr. ABG. est que

$$AE : AC = AB \text{ ad Diametrum}$$

$$\sqrt{a^2 - x^2} : \sqrt{a^2 + b^2 - 2bx} = a : \text{Diam.}$$

$$\text{Diam.} = \frac{a. \sqrt{a^2 + b^2 - 2bx}}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

facta itaque substitutione ad terminos simpliciores reducenda esset haec diametri expressio, nisi et breuitas scriptorum huius generis moneret in his subsistere, et indicenda esset, cuius causa haec scripta sunt, memoria DE BESTVCHEFF, MATRONNAE ILLVSTRISSIMAE, quae, quam honorifice senserit, cum de hac Musarum sede ac inprimis de ordinis Professorii Seniore, cui administrationem pecuniae testamento legatae redituumque concredidit, tum de vi ac potestate litterarum disciplinarumque, quibus Viros-iuuenes nobilitate conspicuos exornatos voluit, perenne et indubitatum reliquit monumentum. Merito itaque recolet Eius memoriam proxima Iouis die, quae est huius mensis XXX, Generosissimus Vir-iuuenis IOHANNES GEORGIVS DE CARLOWITZ atque praemissa oratione, *de vtilitate, quam litterae ex ordinum in republica diuersita perceperunt*, munificentiam Eius erga litterarum cultores dignissimis prosequetur laudibus. Omni obseruantia vero rogamus, Vos, RECTOR MAGNIFICE, PRINCEPS CELSISSIME, COMITES ILLVSTRISSIMI, PROCERES VTRIVSQVE REIPVBLICAE GRAVISSIMI, COMMILITONES GENEROSISSIMI ET HVMANISSIMI, vt dicta die beneuole conueniatis et oratorem, maiorum suorum ac inprimis PERILLVSTRIS PARENTIS sui gloriae aemulum, omnibusque Professoribus, quorum opera in addiscendis varii generis disciplinis per biennium, per quod in Academia commoratus est, vtebatur, perquam charum et commendatissimum, praesentia Vestra ornetis. Quam Vestram beneuolentiam nos perpetuo cultu prosecuturos et quauis occasione demerituros esse spondemus.

P. P. Dom. I. post Festum Trinit. A. R. S. cIɔIɔccxci.

LIPSIAE

EX OFFICINA KLAVBARTHIA.

MEMORIAM
BESTVCHEFFIAM
SOLEMNI ORATIONE

DIE XXX IVNII cIↄIↄccxcI.

HORA IX.

IN AVDITORIO PHILOSOPHORVM

CELEBRANDAM

INDICVNT

DECANI SENIORES

CETERIQVE ASSESSORES QVATVOR

FACVLTATVM IN ACADEMIA LIPSIENSI.

Inest disquisitio I.

De figuris rectilineis Triangulis et Quadrangulis Isoperimetris.