

Simulation der Schwingfestigkeit von Elastomerbauteilen

Dissertation

zur Erlangung des
Doktorgrades der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

des

Zentrums für Ingenieurwissenschaften

der Martin-Luther-Universität
Halle-Wittenberg,

vorgelegt

von Dipl.-Ing.(FH) Stefan Kaindl
geb. am 05.08.1977 in Waidhofen/Ybbs, Österreich

Gutachter:

1. Prof. Dr.-Ing. habil. Holm Altenbach
2. Prof. Dr.-Ing. Manuela Waltz
3. Univ. Doz. DI Dr. techn. Peter Fotiu

Tag der mündlichen Verteidigung: 10.04.2014

Eidesstattliche Erklärung / *Declaration under Oath*

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die Arbeit selbstständig und ohne fremde Hilfe verfasst, keine anderen als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und die den benutzten Werken wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

I declare under penalty of perjury that this thesis is my own work entirely and has been written without any help from other people. I used only the sources mentioned and included all the citations correctly both in word or content.

Datum / *Date*

Unterschrift des Antragstellers / *Signature of the applicant*

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Zuge meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für angewandte Forschung (IAF) an der Hochschule Ingolstadt in den Jahren 2009 bis 2012 im Rahmen eines Forschungsprojekts, welches in Kooperation mit der Audi AG und der ZF Friedrichshafen AG durchgeführt wurde.

Ich möchte mich bei meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Holm Altenbach, für die Möglichkeit zur Durchführung dieser Arbeit und für die zu jeder Zeit gute Betreuung ganz herzlich bedanken. Besonderer Dank gilt auch Prof. Dr.-Ing. Manuela Waltz von der Hochschule Ingolstadt für die Übernahme des Zweitgutachtens und vor allem für die intensive Betreuung und Unterstützung während des gesamten Forschungsprojekts. Danken möchte ich auch Herrn Univ. Doz. DI Dr. techn. Peter Fotiu für die Übernahme des Drittgutachtens.

Den Großteil meiner Arbeitszeit habe ich bei der Audi AG in Ingolstadt in der Abteilung I/EF-35 Aggregatelagerung verbracht. Meinen dortigen „Audi-Kollegen“ und deren Leiter Torsten Kolkhorst möchte ich an dieser Stelle ganz herzlich für die freundliche und kollegiale Atmosphäre danken, die neben vielen fachlichen Diskussionen sicherlich viel dazu beigetragen hat, dass manche Lösung eines Problems leichter gefallen ist. Stellvertretend sei an dieser Stelle meinem Simulationskollegen, Herrn Peter Hougardy besonders gedankt!

Weiterer Dank gilt den Kollegen in der Abteilung Festigkeit Gesamtfahrzeug, von denen ich stellvertretend dem Leiter, Herrn Dr. Paul Heuler für viele fachliche Diskussionen und die kritische Betrachtung von Simulations- und Prüfergebnissen besonders danken möchte.

Auch bei meinen Kollegen und Vorgesetzten an meiner Wirkstätte am Institut für angewandte Forschung und für die Unterstützung durch Studienarbeiten möchte ich mich sehr herzlich bedanken!

Ein wichtiger Teil dieser Arbeit sind Ergebnisse verschiedener Messungen und Versuche. Ein guter Teil davon ist auf Prüfständen der ZF Friedrichshafen AG in Bonn und Damme gelaufen. Für die gute Zusammenarbeit danke ich stellvertretend Herrn Thomas Hansen aus der Niederlassung in Bonn für die Unterstützung bei den Messungen von Spannungs-Dehnungskurven und für die Schwingfestigkeitsprüfungen der Motorlager. Herrn Frank Duisen möchte ich stellvertretend für Messungen rund um Lebensdauerparameter und Schwingfestigkeitsprüfungen von Fahrwerkslagern in der Niederlassung Damme danken.

Der größte Dank gilt jenen Menschen, die mir am nächsten stehen: meiner Familie, allen voran meine Eltern, meinen Freunden und dir, liebe Melanie für die große Geduld und Nachsicht an so manchen Abenden und Wochenenden.

St.Peter/Au, April 2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Elastomerbauteile in der Automobilindustrie	1
1.2	Zielsetzung, Zieldefinition	3
1.3	Gliederung der Arbeit.....	4
2	Stand der Technik, Grundlagen	7
2.1	Eigenschaften von Elastomeren	7
2.1.1	Einteilung und globales mechanisches Verhalten	7
2.1.2	Herstellprozess von Naturkautschuk	8
2.1.3	Füllstoffe	10
2.1.3.1	Hydrodynamische Verstärkung	11
2.1.3.2	Füllstoff-Elastomer-Kopplung	11
2.1.3.3	Füllstoff-Füllstoff-Kopplung.....	12
2.1.4	Verformungsverhalten von Gummi	12
2.1.4.1	Quasistatisches Spannungs-Dehnungsverhalten	13
2.1.4.2	Inkompressibilität	16
2.1.4.3	Dehnungskristallisation	16
2.1.4.4	Viskoelastizität	17
2.1.4.5	Temperatureinflüsse.....	21
2.2	Materialmodelle zur Beschreibung der hyperelastischen Eigenschaften	23
2.2.1	Simulation großer Verformungen mittels FEM	23
2.2.2	Phänomenologische Modelle.....	25
2.2.3	Molekular-statistische Basis	27
2.3	Modelle zur Beschreibung des Mullins-Effekts.....	31
2.3.1	Physikalisch motivierte Modelle.....	31
2.3.1.1	Bruch von Bindungen	31
2.3.1.2	Kettengleiten	32
2.3.1.3	Füllstoffbruch.....	32
2.3.2	Phänomenologische Modelle.....	32
2.3.2.1	2-Phasen Netzwerk Ansatz	32
2.3.2.2	Kontinuums-Schädigungsmechanik Ansatz (CDM)	33
3	Stand der Forschung auf dem Gebiet der Lebensdaueruntersuchungen.....	36
3.1	Schwingfestigkeit und Alterung	36
3.2	Konzepte zur Berechnung der Schwingfestigkeit.....	37
3.2.1	Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzepte	37
3.2.1.1	Grundsätzlicher Ablauf.....	37
3.2.1.2	Schadensakkumulation.....	38
3.2.1.3	Zählverfahren	39
3.2.1.4	Methoden zur Lebensdauerrechnung bei multiaxialer Belastung.....	40
3.2.2	Bruchmechanikkonzept	41
3.2.2.1	Linear-elastische Bruchmechanik	41
3.2.2.2	Nichtlineare Bruchmechanik	43
3.2.2.3	Dynamisch-zyklische Belastung	44
3.3	Einflussfaktoren auf die Schwingfestigkeit	46
3.3.1	Mittellasteinfluss	46
3.3.2	Temperatureinfluss.....	48
3.3.3	Alterungszustand	49
3.3.4	Überlast, Unterbrechungen und Verformungsgeschwindigkeit.....	50

3.3.5	Beanspruchungszustand und Mehrachsigkeit	50
3.4	Anwendungsbeispiele	51
3.4.1	Nennspannungskonzept	51
3.4.2	Örtliches Konzept	51
3.4.3	Bruchmechanikkonzept	53
3.5	Konzeptentscheidung unter Berücksichtigung des Entwicklungsprozesses	55
4	Materialparameter für die FEM-Simulation	57
4.1	Vorgehensweise zur Materialparameterbestimmung	57
4.2	Versuche zur Materialparameterabstimmung	59
4.2.1	Probekörper	59
4.2.1.1	Uniaxial	59
4.2.1.2	Planar (Pure Shear).....	62
4.2.2	Messplan	63
4.2.3	Ergebnisse	64
4.2.3.1	Raumtemperatur	64
4.2.3.2	Temperatureinfluss	65
4.2.3.3	Einfluss der Wärmealterung	66
4.3	Auswahl von geeigneten hyperelastischen Materialmodellen	67
4.4	Berücksichtigung des Mullins-Effekts	71
4.4.1	Motivation	71
4.4.2	Umsetzung	71
4.4.3	Vorgehensweise.....	72
4.4.4	Schädigungsparameter	73
4.4.4.1	Unterscheidung des Beanspruchungszustands.....	75
4.4.4.2	Ermittlung von ε^M	77
4.4.5	Vergleich Messung - Simulation	79
5	Lebensdauersimulation auf Basis eines örtlichen Konzepts.....	82
5.1	Methode.....	82
5.1.1	Ablauf.....	82
5.1.2	Festigkeitshypothese.....	83
5.1.3	Methode der kritischen Schnittebene.....	85
5.1.4	Kanalbasierte Lebensdaueranalyse.....	86
5.1.5	Schadensakkumulation und Zählverfahren.....	87
5.1.6	Reduktion von Belastungszeitverläufen.....	87
5.2	Bestimmung der Beanspruchbarkeit durch Einstufenversuche.....	88
5.2.1	Probekörper, Prüfstand, Prüfmethodik.....	88
5.2.2	Versuchsergebnisse	89
5.3	Ermittlung der Beanspruchung.....	93
5.3.1	Kurze und einfache Belastungen	94
5.3.2	Lange stochastische Belastungsverläufe	95
5.3.2.1	Lineare Interpolation des Verformungszustandes.....	95
5.3.2.2	Methode zur Interpolation des lokalen Beanspruchungsverlaufs.....	97
6	Verifikation an Motorlagern mit 1K-Belastung.....	100
6.1	Beschreibung der Motorlager.....	100
6.2	Schwingfestigkeitsversuche.....	102
6.2.1	Versuchsaufbau	102
6.2.2	Versuchsdurchführung.....	103
6.3	Versuchsergebnisse.....	104
6.4	Lebensdauersimulation	105

6.4.1	Simulation der Verformungen	105
6.4.2	Ermittlung der Betriebsfestigkeit und Vergleich mit Versuchsergebnissen	107
6.4.2.1	Ergebnisse Lager A	108
6.4.2.2	Ergebnisse Lager B	109
6.4.2.3	Ergebnisse Lager C	109
7	Anwendung der Lebensdauersimulation an einem Fahrwerkslager	111
7.1	Beschreibung des Fahrwerkslagers	111
7.2	Prüfstandsversuche	111
7.2.1	Versuchsaufbau und -durchführung:	111
7.2.2	Ergebnisse	112
7.3	Lebensdauersimulation	115
7.3.1	Simulation der Verformungen	115
7.3.2	Ermittlung der Betriebsfestigkeit	118
8	Anwendung an Motorlagern mit 3K-Belastungskollektiv.....	120
8.1	Versuchsaufbau	120
8.2	Ergebnisse als Referenz für die Lebensdauersimulation	122
8.3	Lebensdauersimulationen.....	124
8.3.1	Vorgehensweise.....	124
8.3.2	Ergebnisse	125
9	Fazit.....	129
9.1	Zusammenfassung.....	129
9.2	Ausblick.....	130

Abkürzungen und Formelzeichen

Abkürzungen

BF	Beschaffungsfreigabe
BR	Butadienkautschuk
DE	Designentscheid
EPDM	Ethylen-Propylen-Dien-Kautschuk
ES0 – ES3	Entwicklungsstand 0 bis Entwicklungsstand 3
EV	Efficient Vulcanisation: Vernetzungssystem für Elastomere
FE	Finite Elemente
FEM	Finite Elemente Methode
KE	Konzeptentscheid
KF	Konzeptfahrzeug
NL	Nominierung Serienlieferant
NR	Naturkautschuk
NR-BR	Blend aus Naturkautschuk und Butadienkautschuk
phr	parts per hundred rubber
PD	Produktdefinition
PF	Project-Feasability
PS	Prüfstandserprobung
SOP	Start of Production
ST	Serienteil
VFF	Vorserien-Freigabe-Fahrzeug
WLF	Williams-Landel-Ferry
1D, 2D, 3D	ein-, zwei-, dreidimensional
1K, 2K, 3K	ein-, zwei-, dreikomponentig

Symbole

a	Risslänge/Risstiefe
a_1, a_2, a_3	Koeffizienten (materialabhängig)
A_{ges}	Gesamtfläche
A_i	i-te Teilfläche
b	Materialparameter
B	Materialkonstante
\mathbf{B}	linker Cauchy-Greenscher Deformationstensor

BZ	Kennzahl für den Beanspruchungszustand
\mathbf{C}	rechter Cauchy-Greenscher Deformationstensor
$C_i, C_{ij}, C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{30}$	Werkstoffparameter
C_P	Materialkonstante
C_T	maximale Differenz zweier Eigenwerte des linken Cauchy-Green-Tensors
d	Dicke
D	Schädigungsparameter
D_D	diskontinuierlicher Anteil der Schädigung
D_i	Schädigung des i -ten Schwingspiels
D_K	kontinuierlicher Anteil der Schädigung
da	Änderung der Rissfläche
dl	Längenänderung
dQ	Wärmeänderung
dS	Änderung der Entropie
dU	Änderung der inneren Energie
dV	Volumenänderung
dW	Änderung der Arbeit
E	Elastizitätsmodul
E	relativer Fehler
f	Frequenz
f	Kraft
f_i	Interpolationsfaktor
F_A	Amplitudenkraft
F_D	Druckkraft
F_M	Mittelkraft
F_Z	Zugkraft
\mathbf{F}	Deformationsgradient
$\mathbf{F}_{UNI}, \mathbf{F}_{PS}, \mathbf{F}_{BIA}$	Deformationsgradient des uniaxial, planaren und äqui-biaxialen Verformungszustandes
\mathbf{G}	Green-Lagrangischer Verzerrungstensor
G	Schubmodul
G	Energiefreisetzungsrate
G'	Speichermodul

G''	Verlustmodul
G_c	Modulanteil der chemischen Netzknoten
G_e	Modulanteil aus den topologischen Behinderungen
i	imaginäre Zahl $\sqrt{-1}$
I	Einheitstensor
I_1	erste Invariante des Cauchy-Greenschen Deformationstensors
I_2	zweite Invariante des Cauchy-Greenschen Deformationstensors
I_3	dritte Invariante des Cauchy-Greenschen Deformationstensors
I_1^{uni}	erste Invariante für den uniaxialen Deformationszustand
J	volumetrischer Anteil des Deformationszustandes
J	Wert des J-Integrals
J_C	kritischer Wert des J-Integrals
k	Steifigkeit, Federkonstante
k	Steigung der Wöhlerlinie
k_B	Boltzmannkonstante
k_{dym}	dynamische Steifigkeit
$k(\lambda)$	dehnungsabhängiger Proportionalitätsfaktor
k'	Speichersteifigkeit
k''	Verluststeifigkeit
K	Kompressionsmodul
K_I, K_{II}, K_{III}	Spannungsintensitätsfaktoren
K_{iC}	kritischer Wert des Spannungsintensitätsfaktors K_i
l	Länge
L	momentane Länge
L_0	Ausgangslänge
$L_k(t)$	Last-Zeitverlauf
m	Materialparameter (Ogden-Roxburgh)
m_P	Materialkonstante
M	Mittelspannungsempfindlichkeit
n_i	Anzahl von Schwingspielen mit gleicher Amplitude
n_k	Anzahl von Kanälen
n_{SE}	Anzahl der Schnittebenen
N	Anzahl der Ketten pro Volumseinheit
N_D	ertragbare Lastwechselanzahl für die Spannungsamplitude σ_{aD}

N_i	ertragbare Schwingpielanzahl
\vec{n}	Normalvektor einer Schnittebene
p	hydrostatischer Druck
r	Abstand zweier Punkte einer Polymerkette
r	Abstand zur Rissspitze
r	Materialparameter (Ogden-Roxburgh)
s	Schwingweg
Q	Transformationsmatrix
R	Beanspruchungsverhältnis (Unterlast zur Oberlast)
R^z	Bestimmtheitsmaß
S	Entropie
S_i	2. Piola-Kirchhoff Spannung (Hauptrichtungen $i=1, 2, 3$)
t	Zeit
T	Temperatur
T	Energiefreisetzungsrate
T_C	kritische Weiterreißenergie
T_G	Glasübergangstemperatur
T_M	Kristallisationstemperatur
\vec{u}	Verschiebungsvektor
\mathbf{u}_L	Verschiebungsvektor
V_{ges}	Gesamtvolumen
V_i	i-tes Teilvolumen
W	freie Energie
W	Formänderungsenergiedichte
W_0	Formänderungsenergiedichte
W_{HR}	Formänderungsenergiedichte in Hauptbeanspruchungsrichtung
x_L	x-Koordinate eines Lastzeitverlaufs
X	hydrodynamischer Verstärkungsfaktor
\mathbf{x}	Ortsvektor eines verformten Körpers
X	Ortsvektor eines unverformten Körpers
y_L	y-Koordinate eines Lastzeitverlaufs
Y_I, Y_{II}, Y_{III}	Geometriefaktoren
z_L	z-Koordinate eines Lastzeitverlaufs
ΔQ	Wärmefluss

ΔS Entropie

Griechische Symbole

α	Valenzwinkel
α	Materialparameter (Kilian-Modell, Tube-Modell)
α_k	Formzahl
α_i	Werkstoffparameter (Ogden-Modell)
α_T	Verschiebungsfaktor der WLF-Gleichung
β	Materialkonstante
β	Materialparameter
ε	Dehnung
ε_{el}	elastischer Anteil der Dehnung
ε_{in}	inelastischer Anteil der Dehnung
ε_i^{\log}	Henckysche Dehnung (Hauptrichtungen $i=1, 2, 3$)
ε_i^{tech}	technische Dehnung (Hauptrichtungen $i=1, 2, 3$)
$\bar{\varepsilon}_{\max}^{\log}$	Maximale Henckysche Dehnung (deviatorischer Beanspruchungszustand)
$\bar{\varepsilon}_{\min}^{\log}$	Minimale Henckysche Dehnung (deviatorischer Beanspruchungszustand)
$\mathbf{\varepsilon}_L$	Dehnungstensor zufolge eines Lastzeitverlaufs
ε^{nl}	skalare Feldvariable zur Bestimmung der maximalen Vorbelastung
ε_T	charakteristische Dehnung (Marlow-Modell)
ε_V	Vergleichsdehnung
η	viskose Dämpfung
η	Materialparameter
η	Schädigungsvariable (Ogden-Roxburgh)
η_f	Viskosität eines gefüllten Systems
η_u	Viskosität eines ungefüllten Systems
ϑ	Winkel eines Kugelkoordinatensystems
λ	intrinsischer Verstreckgrad
$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	Streckungen in die Hauptrichtungen 1, 2 und 3
$\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3$	deviatorische Streckungen in die Hauptrichtungen 1, 2 und 3
λ_M	Materialparameter (maximale Verstreckbarkeit)
λ_T	charakteristische Streckung (Marlow-Modell)
μ	Materialparameter

μ_i	Werkstoffparameter (Ogden-Modell)
ν	Querdehnungszahl
ξ_i	Dehnungskomponenten des Green-Lagrangischen Verzerrungstensors (Hauptrichtungen $i=1, 2, 3$)
ξ_V	Green-Lagrangische Vergleichsdehnung
σ	Spannung
σ_A	Amplitudenspannung
σ_{aD}	Spannungsamplitude für die ertragbare Lastwechselanzahl N_D
σ_{ai}	auftretende Amplitudenspannung des i -ten Schwingspiels
$\sigma_{i, Cauchy}$	Cauchy-Spannung (Hauptrichtungen $i=1, 2, 3$)
$\sigma_{i, Nenn}$	Nennspannung (Hauptrichtungen $i=1, 2, 3$)
σ_k^{\wedge}	Kanalspannung
σ_L	Spannungstensor zufolge eines Lastzeitverlaufs
σ_M	Mittelspannung
σ_O	Oberspannung
σ_U	Unterspannung
σ_V	Vergleichsspannung
$\vec{\sigma}$	Spannungsvektor
τ	Abklingkonstante
τ	Schubspannung
φ	Füllstoffvolumenanteil
φ	Verlustwinkel
φ	Winkel eines Kugelkoordinatensystems
$\Phi(\eta)$	Schädigungsfunktion (Ogden-Roxburgh)
ω	Kreisfrequenz

1 Einleitung

1.1 Elastomerbauteile in der Automobilindustrie

Elastomerbauteile spielen in der Automobilindustrie, wie auch im Maschinen- und Anlagenbau eine wichtige Rolle. So werden Elastomere zur Herstellung von Reifen, Schläuchen, Dichtungen, Riemen, Kupplungen, Bälgen usw. eingesetzt. Entscheidende Faktoren für den Einsatz von Elastomeren sind ihre Elastizitäts-, Dichtungs- und Reibungseigenschaften. Im automotiven Einsatz spielen Elastomerbauteile vor allem auch für die Schwingungsisolation und -dämpfung eine wichtige Rolle. In dieser Funktion werden sie für Kupplungen, Schwingungsdämpfer, Fahrwerks- und Aggregatelager eingesetzt [100], [83]. Abbildung 1.1 zeigt beispielhaft einige Gummi-Metall-Lager. *Motor-* und *Getriebelager* haben die Aufgabe, den Motorgetriebeverband elastisch zu positionieren, die aus dem Motorbetrieb und der Fahrbahnanregung auftretenden Schwingungen aufzunehmen und Geräusche zu isolieren. Die dafür notwendigen Elastizitäten werden im Allgemeinen durch Elastomerfedern erreicht, welche funktionsbedingt vor allem bei Motorlagern sehr komplexe Geometrien aufweisen können und im Betrieb schwingenden Belastungen mit Amplituden bis zu 20 mm ausgesetzt sind [92]. Die Aufgabe von *Differentiallagern* ist neben der elastischen Lagerung des Differentialgehäuses vor allem analog zu Getriebelagern die Isolierung von durch Verzahnungen hervorgerufenen Geräuschen. *Fahrwerkslager* prägen die dynamischen Fahreigenschaften von Fahrzeugen durch speziell definierte Steifigkeiten, welche so eingestellt sind, dass ein möglichst guter Kompromiss zwischen Straßenlage und Komfort für ein Fahrzeug erreicht wird.

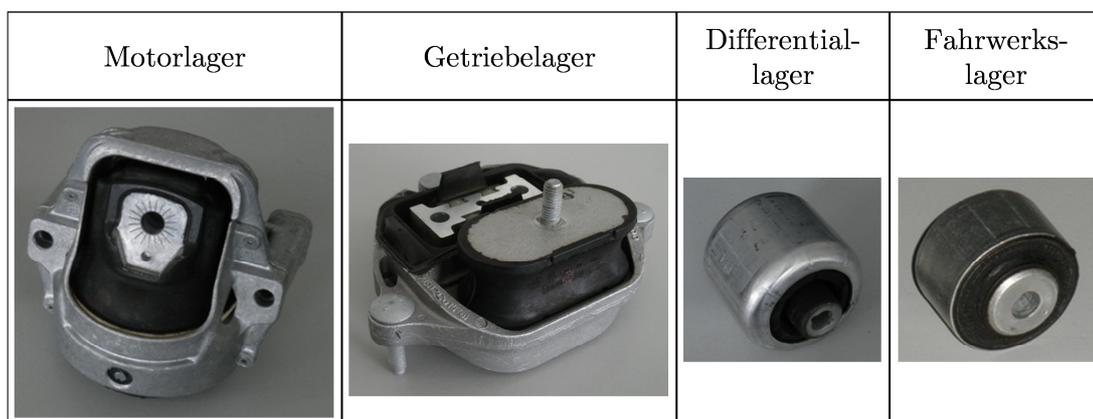


Abbildung 1.1: Elastomerbauteile im Automobilbau

Die Elastomerkomponenten ermöglichen bei den Lagern eine hohe Funktionsintegration auf vergleichsweise geringem Bauraum [64]. Dabei werden die mechanischen Eigenschaften von Elastomeren ausgenutzt, große Verformungen bei geringen Kräften elastisch aufnehmen zu können. Dafür steht eine Reihe von unterschiedlichen Elastomerwerkstoffen mit unterschiedlichem Materialverhalten zur Verfügung, welche gezielte Beeinflussungen des Schwingverhaltens ermöglichen. Das komplexe Verhalten unterschiedlicher Werkstoffe stellt jedoch zugleich große Herausforderungen an die Bauteilauslegung. Neben dem nichtlinearen Steifigkeits- und Dämpfungsverhalten sind auch chemische Eigenschaften und fertigungsbedingte Streuungen der Eigenschaften zu beachten [83].

Die Anforderungen an Elastomerbauteile werden zunehmend höher. Aufgrund der hohen Anzahl von Elastomerbauteilen insbesondere in Automobilen, sollen diese im Sinne des

Leichtbaus möglichst leicht sein, um die Gesamtmasse zu reduzieren und damit Treibstoff und CO₂ Emissionen zu sparen. Weiterhin werden immer mehr Funktionen in Automobile integriert, wodurch die Anzahl der Bauteile steigt und die vorhandenen Bauräume tendenziell kleiner werden. Somit müssen die gewünschten Eigenschaften in immer kleiner werdenden Bauräumen realisiert werden, was zu erhöhten Kräften und lokalen Beanspruchungen in den Bauteilen führt.

Parallel dazu werden die Entwicklungszeiten kürzer, sodass der Zeitrahmen, welcher für die Erprobung der Bauteile zur Verfügung steht, kleiner wird. Weiterhin besteht bei Automobilherstellern der Wunsch, die vorgegebenen Eigenschaften von Lagern wie statische und dynamische Steifigkeit, Dämpfungs-, Kriech- und Alterungsverhalten und nicht zuletzt die Schwingfestigkeit für die Produktlebensdauer im Vorhinein gut prognostizieren zu können [25]. Dies ist nur zu gewährleisten, wenn durch den Einsatz von Simulationsmethoden ein besseres Verständnis der Bauteile gewonnen und damit eine Verringerung der Prüfumfänge ermöglicht werden kann. Diese Arbeit soll eine Methode liefern, die Schwingfestigkeit von Elastomerbauteilen bereits vor dem Bau erster Prototypen prognostizieren zu können um anschließend gemeinsam mit Versuchen eine zielgerichtete Optimierung im Laufe des Entwicklungsprozesses zu ermöglichen. Da sich eine derartige Simulationsmethode in den etablierten Entwicklungsablauf integrieren muss [20], wird im Folgenden auf den Entwicklungsprozess in der Automobilindustrie am Beispiel der Audi AG kurz eingegangen.

Der Entwicklungsprozess besteht grundsätzlich aus den zwei Phasen *Produktdefinition* und *Produktentstehung* (siehe Abbildung 1.2 links) [129] und endet mit bzw. kurz nach dem Produktionsstart (SOP – *Start of Production*), wobei im Laufe der Entwicklung einige wichtige Meilensteine des allgemeinen Prozessablaufs durchlaufen werden. Die Phase *Produktdefinition* beginnt in der Regel ca. 54 Monate vor SOP und endet mit dem Meilenstein *Project-Feasibility* (PF), bei dem die Machbarkeit eines Gesamtfahrzeugprojekts entschieden wird. Bereits innerhalb dieser Phase kann die *Komponentenentwicklung* ab dem Zeitpunkt der *Produkt-Definition* (PD) anlaufen. Die eigentliche Produktentwicklung findet jedoch in der Phase *Produktentstehung* statt. Diese führt zunächst zum *Konzeptentscheid* (KE) und später zum *Designentscheid* (DE). Zu diesem Zeitpunkt ist die *Komponentenentwicklungsphase* abgeschlossen und die Phase *Serienentwicklung* und *-vorbereitung* beginnt. Wichtige Meilensteine in dieser Phase sind die *Beschaffungsfreigabe* (BF), bei der die Werkzeuge für die Serienentwicklung angestoßen werden, und die *Vorserien-Freigabe-Fahrzeuge* (VFF), welche bereits mit Serienteilen bestückt werden sollen. Das bedeutet, dass zu diesem Zeitpunkt die Entwicklung der Bauteile abgeschlossen ist.

Der Prozessablauf für die Fachabteilungen zur Entwicklung der Bauteile bzw. Baugruppen [134] leitet sich vom allgemeinen Entwicklungsprozess ab. Zum Meilenstein *Project-Feasibility* (PF) wird ein Lastenheft an potentielle Lieferanten verteilt, was voraussetzt, dass zu diesem Zeitpunkt Bauräume und damit die maximalen Abmaße einzelner Komponenten bereits festgelegt sind. Genaue Lasten sind noch nicht vorhanden und müssen aus Vorgängerfahrzeugen und grundsätzlichen Auslegungsrechnungen abgeschätzt werden. Bis zum Konzeptentscheid findet auf Basis des Lastenhefts ein Konzeptwettbewerb mit unterschiedlichen Lieferanten (Konzeptphase) statt, welcher zum *Konzeptentscheid* mit Nominierung von Serienlieferanten (NL) führt. Erst ab diesem Zeitpunkt stehen die Lieferanten und somit Entwicklungspartner für einzelne Bauteile und Komponenten fest.

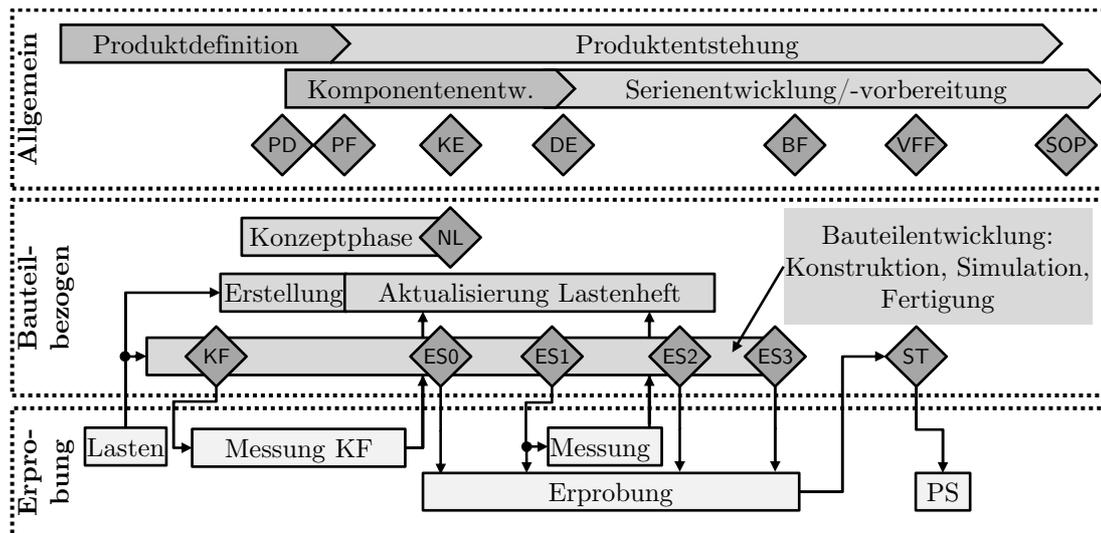


Abbildung 1.2: Ablauf Entwicklungsprozess mit Fokus Konstruktion und Simulation, nach [129], [134]

Für die Entwicklung der Bauteile bis zur Serienreife stehen im Prozess die Schleifen *Konzeptfahrzeug* (KF) und mehrere Entwicklungsstände (ES0 bis ES3 in Abbildung 1.2) zur Verfügung. Wie dem Prozessablauf in Abbildung 1.2 zu entnehmen ist, wird das Konzeptfahrzeug bereits in der frühen *Produktdefinitionsphase* aufgebaut. Es hat die Aufgabe, erste Lastmessungen zu ermöglichen, welche bis zum Konzeptentscheid vorliegen, um diese in die Entscheidung mit einfließen lassen zu können. Die Fachabteilungen haben die Aufgabe, das Konzeptfahrzeug zu bestücken, wobei die Entwicklung der Bauteile auf Basis von Abschätzungen in Kombination mit Daten von Vorgängerfahrzeugen erfolgen muss. Weiterhin wird meist ein weiterer Entwicklungsstand (ES0) noch vor dem *Konzeptentscheid* und damit noch vor der Nominierung von Serienlieferanten aufgebaut. Erst ab dem Entwicklungsstand ES1 sind die späteren Serienlieferanten intensiv eingebunden. Konstruktion und Simulation verlagern sich in dieser Phase zu den Serienlieferanten. Auch Messungen und Betriebsfestigkeitsprüfungen auf Bauteilebene werden von und bei den Lieferanten durchgeführt. Parallel dazu erfolgen Prüfstandserprobungen und Messungen an Versuchsfahrzeugen beim Automobilhersteller, deren Erkenntnisse laufend in das Lastenheft und damit in die Bauteilentwicklung einfließen. Mit der Abnahme des letzten Entwicklungssandes (ES3) kann die Beschaffungsfreigabe (BF) für die Serienwerkzeuge erteilt werden mit dem die ersten Serienteile (ST) erzeugt werden. Dieser Vorgang beschließt die Bauteilentwicklung. Die Teile aus den Serienwerkzeugen werden anschließend durch Prüfstandserprobungen (PS) abgesichert und im Rahmen der Qualitätssicherung laufend kontrolliert.

1.2 Zielsetzung, Zieldefinition

Für die Entwicklung einer Methode zur Betriebsfestigkeitssimulation von Elastomerbauteilen ergeben sich aus dem Entwicklungsprozess aus Kapitel 1.1 folgende Randbedingungen:

- Die Bauräume müssen in einem sehr frühen Entwicklungsstadium definiert werden. Erprobungs- und Messergebnisse von Bauteilen sind in dieser Phase noch nicht oder nur in sehr geringem Maße vorhanden. Trotzdem besteht naturgemäß der Wunsch,

die Definition der Bauräume auf eine möglichst breite Basis zu stellen. Hier soll die Simulation der Betriebsfestigkeit Entscheidungsgrundlagen liefern.

- Im Zuge des Konzeptwettbewerbs entwickeln unterschiedliche Lieferanten Konzepte, welche auch im Hinblick auf die Betriebsfestigkeit verglichen und beurteilt werden sollen. Durch den straffen Ablauf des Entwicklungsprozesses ist eine Beurteilung in Hardware nicht möglich. Hier soll die Betriebsfestigkeitssimulation ein Werkzeug liefern, um unterschiedliche Geometrien vergleichend bewerten zu können.
- Während der Entwicklungsphase der Entwicklungsstände ES1 bis ES3 laufen Konstruktion und Simulation hauptsächlich beim Lieferanten. In dieser Phase werden die Entwicklungsfortschritte durch Prüfstandserprobungen laufend beobachtet und beurteilt. Dabei soll die Betriebsfestigkeitssimulation unterstützend wirken. Während die Prüfstandserprobung einen Zusammenhang zwischen den äußeren Lasten und möglichen Ausfällen herstellen kann, soll die Simulation die Ergründung von Ausfallsursachen durch die Berechnung der lokalen Beanspruchungen ermöglichen. So soll das Zusammenspiel von Prüfstand und Simulation eine methodische und zielgerichtete Entwicklung sicherstellen, um teure und zeitaufwändige Entwicklungsschleifen in Hardware einzusparen.
- Eine abschließende Betriebsfestigkeitssimulation parallel zur Prüfstandserprobung des Entwicklungsstands ES3 für die Beschaffungsfreigabe ermöglicht eine saubere Dokumentation des Serienbauteils hinsichtlich Schwingfestigkeit.

Die hier genannten Einsatzanforderungen erfordern, dass die Methode so gestaltet sein soll, dass sie

- in unterschiedlichen Detaillierungstiefen eingesetzt werden kann (von einer einfachen Grundauslegung bis zur „Abnahmesimulation“).
- von Berechnungsingenieuren mit kurzer Einschulung angewendet werden kann, da nicht davon auszugehen ist, dass im gesamten Entwicklungszeitraum von ca. 4 Jahren die Methode vom gleichen Berechnungsingenieur angewendet wird.
- mit unterschiedlicher Genauigkeit der Eingangsdaten funktioniert. Zu Beginn der Entwicklung stehen weder die genauen Materialdaten noch die Lasten zur Verfügung. Auch im späteren Entwicklungsstadium ist nicht gesichert, dass umfangreiche Materialdaten zur Verfügung stehen, da Elastomerhersteller sie sehr oft unter Verschluss halten. Grundsätzliche Aussagen sollten also auf Basis von „Master-Materialdaten“ möglich sein.

1.3 Gliederung der Arbeit

Die Arbeit ist abgesehen von Einleitung und Fazit grundsätzlich in drei Abschnitte unterteilbar, welche als

- Grundlagen (Kapitel 2 und 3),
- Entwicklung von Simulationsmethoden (Kapitel 4 und 5) und deren
- Anwendung an Elastomerbauteilen (Kapitel 6 bis 8)

bezeichnet werden können. In Kapitel 2 sind die Grundlagen aus der Literatur und der Stand der Technik hinsichtlich der mechanischen Eigenschaften von Elastomeren zusammengefasst. Der Fokus liegt hierbei auf Elastomerwerkstoffen auf Naturkautschukbasis, bedingt durch die große Bedeutung in der Schwingungstechnik im

Automobilbau. Zu Beginn werden die grundlegenden Eigenschaften, der Herstellprozess und das globale Verformungsverhalten behandelt. Anschließend werden Möglichkeiten der mathematischen Beschreibung mit unterschiedlichen Materialmodellen aus der Literatur zusammengefasst. Ziel dieses Kapitels ist eine möglichst breite Aufstellung um daraus eine geeignete Auswahl treffen zu können, welche Modelle im industriellen Einsatz praktikabel einsetzbar sind. Voraussetzungen dafür sind zum einen eine ausreichende Genauigkeit, zum anderen müssen aber auch die Randbedingungen, welche sich durch den Entwicklungsprozess ergeben, berücksichtigt werden. Bezüglich der Genauigkeit gilt es die Frage zu klären, welche aus der Literatur bekannten Phänomene berücksichtigt werden müssen und welche im Sinne einer ingenieurmäßigen Herangehensweise vernachlässigt werden können.

Kapitel 3 widmet sich dem Stand der Forschung auf dem Gebiet der Lebensdaueruntersuchungen von Elastomeren. Nach der Abgrenzung des Begriffs Schwingfestigkeit von der Alterung werden die zwei grundlegenden Konzepte zur Berechnung der Schwingfestigkeit aus der Literatur

- Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzept
- Bruchmechanikkonzept

beschrieben. Weiterhin werden Einflüsse auf die Schwingfestigkeit von Elastomeren und Anwendungsbeispiele aus der Literatur zusammengefasst. Ziel dieses Kapitels ist die Schaffung einer Basis für den Konzeptentscheid, welcher am Ende dieses Kapitels unter Einbeziehung zusätzlicher Randbedingungen aus dem Entwicklungsprozess vorgenommen wird.

Kapitel 4 zeigt die Vorgehensweise und die Versuche zur Materialparameterabstimmung. Auf Basis der Erkenntnisse aus der Literatur (Kapitel 2) wurden eine Reihe von Probekörperversuchen zur Aufnahme von Kraft-Weg bzw. Spannungs-Dehnungs Kennlinien definiert und abgearbeitet, wobei unterschiedliche Einflüsse wie Temperatur und Wärmealterung exemplarisch abgeprüft wurden. Die Ergebnisse der Untersuchungen führen zur Auswahl von geeigneten hyperelastischen Materialmodellen für den Einsatz in der Schwingfestigkeitssimulation. Weiterhin zeigt Kapitel 4 die Entwicklung eines Verfahrens zur Berücksichtigung der Spannungserweichung, des sogenannten Mullins-Effekts und die Verifikation mit Messungen auf Probekörperebene.

In Kapitel 5 erfolgt die Entwicklung der Methode zur Berechnung der Schwingfestigkeit unter multiaxialer Belastung. Diese beruht basierend auf dem Konzeptentscheid am Ende des 3. Kapitels grundsätzlich auf dem örtlichen Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzept, welches im Wesentlichen örtliche Beanspruchungen mit werkstoff-spezifischen Beanspruchbarkeiten vergleicht. Um geeignete Materialkennwerte hinsichtlich der Schwingfestigkeit zu erhalten, wurden Einstufenversuche an Probekörpern für unterschiedliche Mittellasten und Lastniveaus durchgeführt, deren Ergebnisse in Kapitel 5 dokumentiert sind. Der Großteil der Untersuchungen erfolgte bei Raumtemperatur, wobei exemplarisch auch Temperatur- und Alterungseinflüsse untersucht wurden. Die Ergebnisse der Untersuchungen liefern Beanspruchbarkeiten für die untersuchten Elastomerwerkstoffe, welche als Basis für spätere Schwingfestigkeitsberechnungen dienen. Für die Simulation der Beanspruchungen von Elastomerbauteilen ist es erforderlich mehr-achsige stochastische Belastungen berücksichtigen zu können, weil in der Regel erst die Überlagerung unterschiedlicher Richtungskomponenten zum Ausfall führt. Durch die hochgradig nichtlinearen Eigenschaften von Elastomeren ist jedoch eine häufig bei Metallen angewandte Methode nicht möglich, bei der Einheitslastfälle berechnet und durch Signalverläufe skaliert und

superponiert werden. Auch eine separate Betrachtung unterschiedlicher Richtungskomponenten ist nicht zielführend. Die Berechnungsmethode muss daher diese nichtlinearen elastomerspezifischen Eigenschaften berücksichtigen können. Je nach Art von Belastungssignalen können unterschiedliche Abläufe vorteilhaft sein, sodass in Kapitel 5 zwei Wege dokumentiert sind.

Kapitel 6 zeigt die Verifikation der Berechnungsmethode an Motorlagern mit einkomponentiger Belastung. Dazu wurden Schwingfestigkeitsversuche an drei unterschiedlichen Motorlagern durchgeführt und parallel dazu simulativ untersucht. Die Ergebnisse zwischen Versuch und Simulation werden für jede der drei Lagertypen gegenübergestellt und diskutiert. Es zeigt sich, dass die Berechnungsmethode Rissstellen grundsätzlich gut prognostizieren kann.

Kapitel 7 zeigt die Anwendung der Schwingfestigkeitsberechnung an Fahrwerkslagern mit zweikomponentiger Belastung. Auch hier werden die Ergebnisse einer Versuchsreihe mit Simulationen verglichen, wobei eine Fahrwerkslagergeometrie mit drei unterschiedlichen Werkstoffen untersucht wurde. Die Simulation kann hier die Ausfälle erklären, wobei die Simulationsergebnisse zeigen, dass hierbei kein klassisches Schwingfestigkeitsproblem vorliegt, sondern es bei großen Verformungen zu einem Aufschneiden des Elastomers durch die Außenhülse kommt.

In Kapitel 8 erfolgt die Anwendung der Lebensdauersimulation an Motorlagern mit dreikomponentigen stochastischen Belastungsverläufen, welche sowohl Motor- als auch Fahrbananregungen enthalten. Als Referenz für die Lebensdauersimulation dienen Ergebnisse von durchgeführten Prüfstandsläufen von den drei Lagertypen aus Kapitel 6. Die Ergebnisse der parallel zu den Versuchen durchgeführten Schwingfestigkeitssimulationen der Lager sind den Prüfstandsergebnissen gegenübergestellt.

Kapitel 9 fasst die gewonnenen Erkenntnisse zusammen und gibt einen Ausblick über mögliche weitere Untersuchungen.

2 Stand der Technik, Grundlagen

2.1 Eigenschaften von Elastomeren

Die Eigenschaften der Elastomere ergeben sich aus ihrem molekularen Aufbau, den ihnen zugegebenen Füllstoffen und dem Herstellprozess. Im folgenden Kapitel werden daher zunächst die wesentlichen strukturellen Merkmale und die daraus resultierenden mechanischen Eigenschaften dargestellt.

2.1.1 Einteilung und globales mechanisches Verhalten

Elastomere gehören zu den polymeren Werkstoffen. Diese werden nach DIN 7724 [47] aufgrund ihres molekularen Aufbaus und dem daraus resultierenden Verhalten klassifiziert. Es wird zwischen Thermoplasten, Duroplasten, Elastomeren und thermoplastischen Elastomeren unterschieden. Abbildung 2.1 zeigt schematisch die grundlegenden Strukturen der einzelnen Werkstoffgruppen. Allen gemein ist, dass sie aus langen Makromolekülen bestehen. Während Thermoplaste und thermoplastische Elastomere keine chemische Verbindung zwischen den Makromolekülen aufweisen, sind Duroplaste und Elastomere chemisch „vernetzt“, sodass die Bewegung der einzelnen Molekülketten zueinander eingeschränkt ist. Die engmaschige Vernetzung der Duroplaste macht sie zu einem im Vergleich zu den übrigen Kunststoffen harten und nicht schmelzbaren Werkstoff [49].

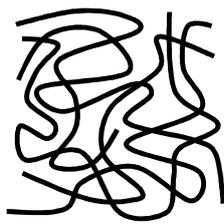
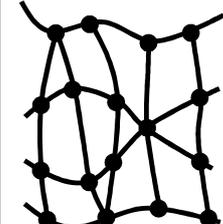
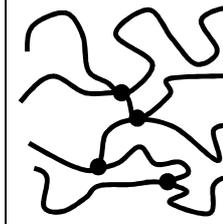
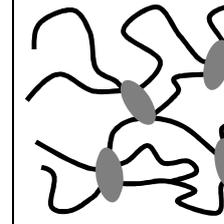
Thermoplast	Duroplast	Elastomer	thermo- plastisches Elastomer
unvernetzt	engmaschig chemisch vernetzt	weitmaschig chemisch vernetzt	weitmaschig physikalisch vernetzt
			

Abbildung 2.1: Einteilung der Polymere nach DIN 7724 [47]

Elastomere sind hingegen nur sehr weitmaschig vernetzt, sodass die einzelnen Kettensegmente zwischen den Vernetzungsstellen sehr beweglich sind. Die Kettenmoleküle liegen im spannungsfreien Zustand stark geknäult vor. Dies ergibt sich daraus, dass thermodynamisch-statistisch betrachtet eine maximale Unordnung der Molekülketten am wahrscheinlichsten ist, weil dabei die Entropie ein Maximum besitzt¹ [117]. Bringt man von außen eine erzwungene Verformung auf, werden diese Knäuelstrukturen gereckt. Bei Entlastung kehren die Kettenmoleküle wieder in den Zustand der maximalen Entropie zurück. Dieser Vorgang ist im Allgemeinen reversibel, sodass elastische Verformungen die

¹ Eine thermodynamische Herleitung zur Entropieelastizität befindet sich in Kapitel 2.2.3.

Folge sind. Man spricht durch dieses elastische Verhalten, welches von der Entropie abhängt, von entropie-elastischem Verhalten. Da die Rückstellkräfte auf Basis der Entropieänderung im Vergleich zu energie-elastischem Verhalten verhältnismäßig klein sind, besitzen Elastomere sehr geringe Steifigkeiten [179]. Bereits kleine Kräfte führen zu großen Deformationen bis zu mehreren hundert Prozent Dehnung.

2.1.2 Herstellprozess von Naturkautschuk

Im Bereich der Fahrwerks- und Aggregatelagerung im Automobilbereich sind überwiegend Schwefel vernetzte mit Ruß gefüllte Naturkautschukmischungen zu finden. Aus diesem Grund sollen hier Aufbau und Herstellprozess am Beispiel von Naturkautschuk erläutert werden.

Naturkautschuk (NR) wird aus dem Harz des Latexbaums mit dem Namen *Hevea brasiliensis* hergestellt [159]. Die sehr zähe Flüssigkeit besteht aus dem chemischen Grundbaustein Polyisopren in der *cis*-Form, siehe Abbildung 2.2. Diese zeichnet sich dadurch aus, dass sie im Gegensatz zur *trans*-Form stark gekrümmte Polymerketten aufweist, die eine dichte Packung verhindern und eine amorphe, gummiartige Substanz ergeben [10]. Die einzelnen Kettenmoleküle sind nicht miteinander verbunden. Dies führt dazu, dass bei einwirkenden Spannungen die Ketten aneinander vorbeigleiten können. Das Material zeigt somit thermoplastisches Verhalten und ist deshalb technisch nicht nutzbar.

Dieses plastische Verhalten lässt sich durch Quervernetzung der Ketten mittels Vulkanisieren² unterdrücken. Dabei werden die einzelnen Kettenmoleküle durch Schwefelbrücken miteinander verbunden. Abbildung 2.2 unten zeigt die Wirkweise des Mechanismus, welcher unter Druck bei Temperaturen ab 140°C abläuft [49]. Dabei werden Schwefelbrücken durch Aufbruch von Doppelbindungen und Umlagerung von H-Atomen erzeugt. Die Elastizität des vernetzten Gummis hängt von der Dichte der Vernetzungsstellen und damit vom Schwefelgehalt ab, welcher üblicherweise zwischen 0.5 und 5% liegt [10]. Ein geringerer Schwefelanteil ergibt einen weichen und flexiblen Gummi. Mit zunehmendem Schwefelgehalt wird der Gummi härter, starrer und auch spröder.

² Neben der Schwefelvernetzung beim Vulkanisieren wird auch die Peroxidvernetzung eingesetzt. Diese spielt bei Naturkautschuk jedoch eine untergeordnete Rolle und wird hier deshalb nicht näher beschrieben. An dieser Stelle sei auf die Literatur verwiesen, z.B. [3], [49], [159], [176].

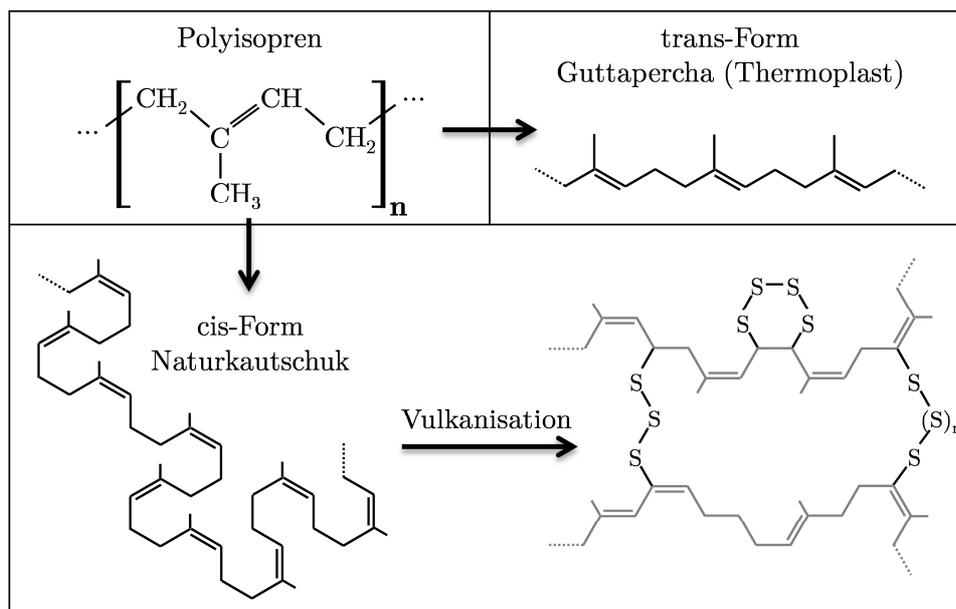


Abbildung 2.2: Chemische Zusammensetzung des Polyisopren in *cis*- und *trans*-Form, Vulkanisation durch Schwefelbrücken, mod. nach [10], [49], [176]

Aber auch andere Eigenschaften werden von der Vernetzungsdichte beeinflusst. Abbildung 2.3 zeigt den Einfluss der Vernetzungsdichte auf Weiterreißfestigkeit und Ermüdung, Shore-A Härte, Zugfestigkeit, Fläche der Hysterese (Dämpfung), Setzverhalten, Reibungskoeffizient und Reißdehnung. Die Weiterreißfestigkeit besitzt ein Maximum bei moderaten Vernetzungsdichten. Die Shore-A Härte und die Zugfestigkeit steigen mit zunehmender Vernetzungsdichte tendenziell, die viskoelastischen Eigenschaften, wie Dämpfung (Fläche der Hysterese) und Setzverhalten nehmen mit zunehmender Vernetzungsdichte ab.

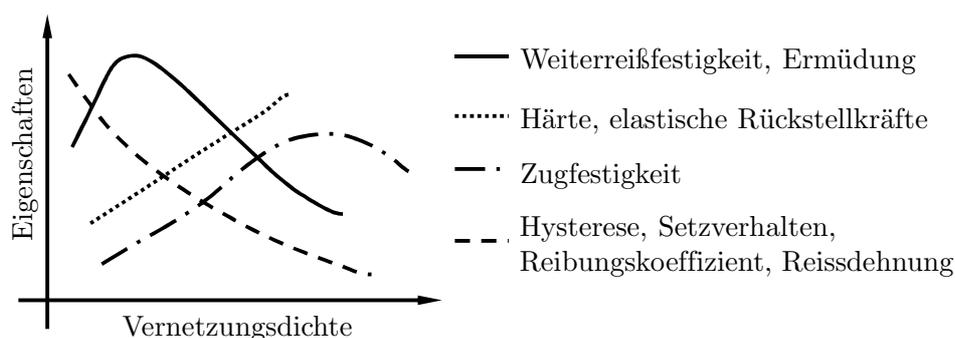


Abbildung 2.3: Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften von der Vernetzungsdichte, nach [49], [155]

Neben Schwefel werden bei der Vulkanisation noch weitere Zusatzstoffe verwendet. Es handelt sich dabei um Hilfsstoffe wie Vulkanisationsbeschleunigern und -verzögerern, Weichmachern und Alterungsschutzmittel und Füllstoffe. Tabelle 1 zeigt gängige Mischverhältnisse dieser Stoffe und deren Einfluss auf die Eigenschaften des Elastomers. Vor allem Füllstoffe prägen die mechanischen Eigenschaften des Gummis entscheidend, sodass im folgenden Kapitel näher darauf eingegangen wird.

Tabelle 1: Übliche Bestandteile von Elastormischungen, nach [176]

Bestandteilgruppe	Masse in [phr] ³	Einfluss auf
Polymer (Kautschuk)	100	Elastisches Verhalten, Alterung
Vernetzungskemikalien	<1 – 12	Dynamische Eigenschaften, Alterung
Füllstoffe	20 – 200	Festigkeit, Härte, (Alterung)
Weichmacher	2 – 100	Härte, Kälteeignung
Verarbeitungshilfen	1 – 20	Homogenität, Verarbeitung
Treibmittel	1 – 20	Dichte, Härte
Innere Haftmittel	5 – 15	Bindung zu Metall, Textil

2.1.3 Füllstoffe

Füllstoffe werden zugegeben, um die mechanischen Eigenschaften von Elastomeren zu verbessern. Grundsätzlich kann zwischen aktiven bzw. verstärkenden und inaktiven Füllstoffen unterschieden werden.

- Aktive Füllstoffe wechselwirken mit der Kautschukmatrix und beeinflussen so maßgeblich Eigenschaften wie Steifigkeit, Reißfestigkeit, Weiterreißwiderstand und Abrieb. Durch Art, Menge und Teilchengröße lassen sich dem Verwendungszweck angepasste Eigenschaften erzielen [49]. Zu den aktiven Füllstoffen zählen Ruß und Kieselsäure. Die Füllpartikel haben üblicherweise eine Größe von 10 bis 100 nm und weisen eine Oberfläche von bis zu mehreren hundert Quadratmetern pro Gramm auf [176].
- Inaktive Füllstoffe haben keine Wechselwirkung mit der Kautschukmatrix. Die Durchmesser der Partikel liegen im Bereich von 500 bis 1000 nm [159]. Ihre Hauptaufgabe ist es, das Volumen des Werkstoffs zu vergrößern und ihn damit zu verbilligen. Als inaktive Füllstoffe finden z. B. Kieselkreide, Talkum und Kaolin Anwendung [176]. Aber auch Ruße verhalten sich bei diesen Partikelgrößen nur noch sehr schwach aktiv [49].

Die Auswirkung von aktiven und inaktiven Füllstoffen auf Härte⁴, Viskosität⁵ und Reißfestigkeit ist in Abbildung 2.4 schematisch dargestellt.

³ Die Massen der Zuschläge werden in der Kautschukindustrie auf 100 Teile Kautschuk (parts per hundred rubber [phr]) bezogen

⁴ Die Härte ist ein Maß für die Steifigkeit des Werkstoffs und wird meist in Shore-A, aber auch Shore-D nach DIN 7743 [43] oder IRHD nach DIN ISO 48 [42] bestimmt und angegeben. Für kleine Dehnungen ist es möglich, die Shore-Härte direkt in einen Schubmodul umzurechnen [17], [42], [64].

⁵ Die Viskosität beschreibt den viskosen Anteil der viskoelastischen Materialeigenschaften von Elastomeren. Zur Messung von rheologischen Eigenschaften siehe z.B. [150].

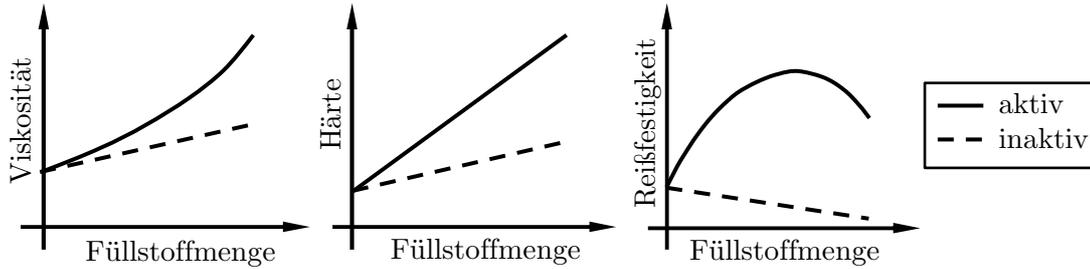


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der Wirkung aktiver und inaktiver Füllstoffe auf ausgewählte Eigenschaften eines amorphen Kautschuks, nach [159]

Bei Elastomerlagern in der Automobilindustrie werden vorwiegend rußgefüllte Elastomere verwendet. Es sollen deshalb an dieser Stelle einige Mechanismen der Füllung mit aktiven Füllstoffen aufgezeigt werden. Die genauen chemischen und physikalischen Wechselwirkungen zwischen Ruß und den Polymerketten ist bis heute nicht umfassend verstanden [186], es sollen daher an dieser Stelle lediglich grundlegende Aspekte vorgestellt werden.

2.1.3.1 Hydrodynamische Verstärkung

Unter hydrodynamischer Verstärkung versteht man Füllstoff-Kautschuk-Wechselwirkungen, welche sowohl im vernetzten als auch im unvernetzten Zustand auftreten. Deren Beschreibung basiert darauf, dass bei einem gefüllten Werkstoff ein bestimmter Volumenanteil aus nicht deformierbarem Füllstoff besteht⁶. Somit müssen sich die Kettenmoleküle der Kautschukmatrix bei aufgebrachter Belastung um diese Füllstoffpartikel herum verformen, womit eine Erhöhung der Viskosität einhergeht. Das Verständnis dieses Effekts geht auf Untersuchungen von Einstein [55] zurück, der die hydrodynamische Verstärkung von Flüssigkeiten, in der kleine starre Kugeln suspendiert sind, untersucht und beschrieben hat. Guth und Gold [74] haben später die gefundenen Beziehungen um einen weiteren Term ergänzt, der die gegenseitige Behinderung der sphärischen Partikel berücksichtigt. Smallwood [169] hat die Beziehungen der hydrodynamischen Verstärkung zur Berechnung des E-Moduls von vernetzten Elastomeren angewandt und deren Gültigkeit nachgewiesen. Die Guth-Gold-Beziehung wird immer noch verwendet, um die hydrodynamische Verstärkung von gefüllten Elastomeren abzuschätzen. Sie gilt bis zu einem Füllstoffanteil von ca. 20% und lautet [159]:

$$\eta_f = \eta_u \left(1 + 2.5\varphi + 14.1\varphi^2 \right) \quad (2.1)$$

η_u ist dabei die Viskosität des ungefüllten und η_f die Viskosität des gefüllten Systems, φ bezeichnet den Volumenanteil des Füllstoffs. Anstatt der Viskositäten kann bei Elastomeren nach [169] auch direkt der Elastizitäts- bzw. Schubmodul eingesetzt werden. Die hydrodynamische Verstärkung tritt bei aktiven und auch inaktiven Füllstoffen auf.

2.1.3.2 Füllstoff-Elastomer-Kopplung

Zwischen Elastomerketten und Rußpartikel treten sowohl physikalische als auch chemische Kopplungen auf. Physikalische Bindungen entstehen zum einen durch Nebenvalenzkräfte,

⁶ Da Ruß um Größenordnungen steifer ist als Kautschuk, ist diese Modellvorstellung gerechtfertigt.

mit denen Kettenmoleküle an freie Rußoberflächen gebunden sind, zum anderen verschlaufen sich die Ketten in Hohlräumen der Rußpartikel. Zusätzlich zu diesen physikalischen Bindungen entstehen durch mechanische Beanspruchungen beim Aufbereitungs- und Verarbeitungsprozess freie Kettenenden, welche mit freien Radikalen an der Rußoberfläche reagieren können. Diese physikalischen und chemischen Bindungen bewirken eine höhere Vernetzungsdichte und daher kürzere Kettenlängen, wodurch der Werkstoff steifer wird [68].

2.1.3.3 Füllstoff-Füllstoff-Kopplung

Bei höheren Füllgraden treten zusätzlich Füllstoff-Füllstoff Wechselwirkungen auf. Es kommt zur Bildung von Füllstoff-Clustern bzw. bei weiterer Erhöhung der Konzentration über die sogenannte Perkolationschwelle [194] zur Ausbildung von Füllstoff-Netzwerken, siehe Abbildung 2.5. Im Gegensatz zu den hydrodynamischen Effekten und den Füllstoff-Kautschuk-Wechselwirkungen besteht eine ausgeprägte Verformungsabhängigkeit des Füllstoff-Netzwerkes bei hohen Füllgraden. Mit zunehmenden Verformungen bricht das Füllstoff-Netzwerk und die dynamische Steifigkeit nimmt ab. Diese Verformungsabhängigkeit wird als Payne-Effekt bezeichnet⁷ [159].

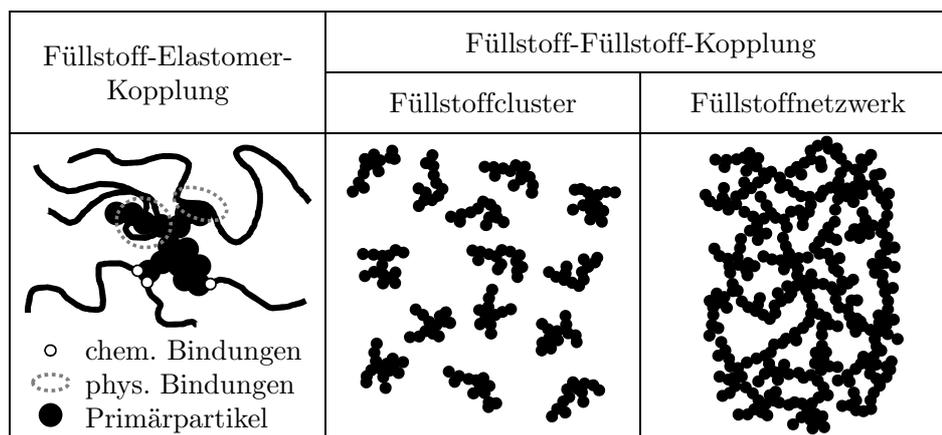


Abbildung 2.5: Füllstoffe: Füllstoff-Elastomer-Kopplung, Füllstoff-Füllstoff-Kopplung, mod. aus [68], [159]

2.1.4 Verformungsverhalten von Gummi

In diesem Kapitel sollen die typischen mechanischen Eigenschaften, die sich aufgrund des in 2.1.1 bis 2.1.3 gezeigten Aufbaus ergeben, dargestellt werden. Wie schon in Kapitel 2.1.1 erwähnt, ist die grundlegendste Eigenschaft von Gummi bei Einsatztemperatur⁸ die Entropieelastizität, welche zu den typisch hohen Elastizitäten führt. Bei aufgezwungenen Verformungen kommt es zwischen den Polymerketten zu Reibungsprozessen, wodurch Energie dissipiert, also Bewegungsenergie in Wärme umgewandelt wird [28]. In einer Spannungs-Dehnungskurve zeigt sich dieses Phänomen durch eine Hysterese. Be- und

⁷ Die Auswirkungen des Payne-Effekts auf das Verformungsverhalten sind in Kapitel 2.1.4.4 dargestellt.

⁸ Die Entropieelastizität herrscht nur bei Temperaturen über der sogenannten Glasübergangstemperatur vor. Zur Temperaturabhängigkeit von Elastomeren siehe Kapitel 2.1.4.5.

Entlastungspfad sind nicht deckungsgleich. Dieses Verhalten kann durch viskose Dämpfungen beschrieben werden. Man spricht daher bei Elastomeren von einem viskoelastischen Materialverhalten.

2.1.4.1 Quasistatisches Spannungs-Dehnungsverhalten

Durch die viskoelastischen Eigenschaften von Elastomeren ist das Spannungs-Dehnungsverhalten von der Dehngeschwindigkeit abhängig. Als quasistatisches Verhalten werden dabei Dehngeschwindigkeiten verstanden, welche um Größenordnungen kleiner liegen als jene, die im praktischen Einsatz entstehen. Typischerweise werden für die Ermittlung von quasistatischen Spannungs-Dehnungskurven Dehngeschwindigkeiten von weniger als 1 mm/sec verwendet.

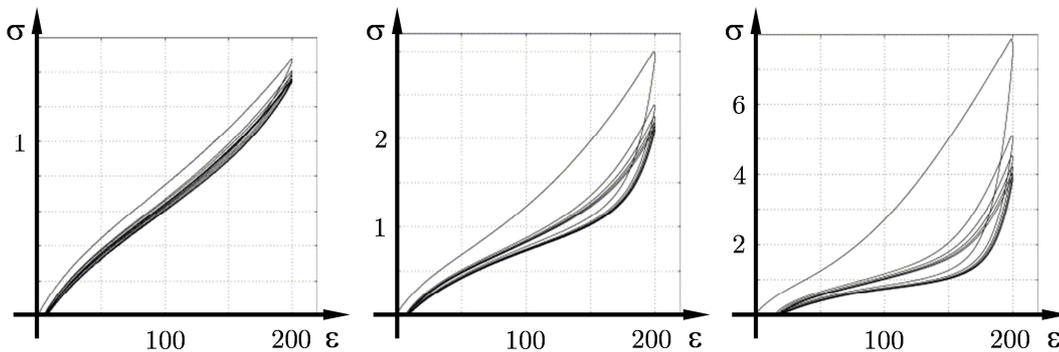


Abbildung 2.6: Spannungs-Dehnungsverlauf rußgefüllter Elastomere mit unterschiedlichen Füllgraden [51], links 1 phr, Mitte 20 phr, rechts 60 phr

Abbildung 2.6 zeigt drei typische Spannungs-Dehnungskurven rußgefüllter Elastomere für unterschiedliche Füllgrade. Diese wurden durch mehrmaliges Be- und Entlasten auf 200% Dehnung erzeugt. Es zeigen sich bei allen Kurven abhängig vom Füllgrad die für Elastomere typischen Eigenschaften

- Nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung
- Spannungserweichung
- Hysterese
- Bleibende Verformung

Die wahrscheinlich auffälligste Eigenschaft ist die Spannungserweichung. Diese bezeichnet den Effekt, dass die Be- und Entlastungskurven der ersten Zyklen sukzessive flacher werden. Werden also mehrere Zyklen mit der gleichen Belastung hintereinander gefahren, so verhält sich der Elastomerwerkstoff beim ersten Zyklus am steifsten. Bei den anschließenden Zyklen wird der Werkstoff zunehmend weicher. Nach wenigen Zyklen (3-4) stellt sich ein (annähernd) konstantes Werkstoffverhalten ein und man bezeichnet den Werkstoff als „vorkonditioniert“. Dieser Effekt wurde von Mullins [122] bereits 1947 dokumentiert und ist deshalb in der Literatur auch unter Mullins-Effekt bekannt.

Für den Mullins-Effekt werden folgende Ursachen angegeben [38] (Abbildung 2.7):

- Maximal verstreckte Polymerketten brechen bei der ersten Beanspruchung auf und orientieren sich im Werkstoffgefüge neu. Diese Ketten liefern bei erneuter Deformation keinen Widerstand mehr, die Werkstoffsteifigkeit sinkt [21].

- Verschlaufungen in den Polymerketten entknäueln sich bei einer ersten Belastung und falten sich bei Entlastung geordneter [78].
- Physikalische Kontakte zwischen Polymerketten und Füllstoffoberflächen gleiten ab [86].
- Es findet ein sukzessiver Bruch des Füllstoffnetzwerks statt [101].

Die in den Werkstoff eingebrachte Schädigung führt dazu, dass gefüllte Elastomere bei Entlastung nicht mehr vollständig in den Ausgangszustand zurückkehren und sich somit eine bleibende Verformung ergibt. Da einige Ursachen des Mullins-Effekts im Füllstoff begründet sind, wird dieser Effekt bei zunehmendem Füllgrad stärker.

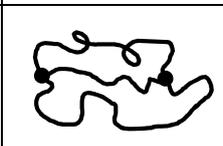
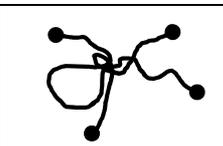
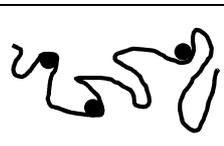
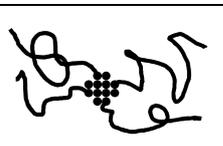
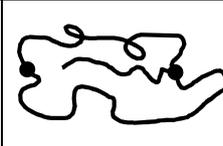
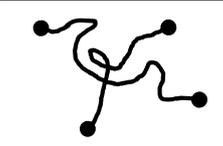
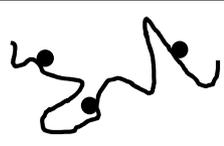
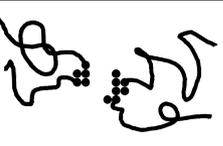
	Kettenbruch	Lösen von Verschlaufungen	Ableiten von Füllstoff-Polymerketten-Kontakten	Füllstoffbruch
Ursprungszustand				
spannungserweicht				

Abbildung 2.7: Physikalische Ursachen des Mullins-Effekts, nach [38]

Für die praktische Anwendung ist im Allgemeinen nur der spannungserweichte Zustand von Interesse. Die Erstbelastungen werden bei Elastomerbauteilen meist durch Vorkonditionieren schon unmittelbar nach der Herstellung absolviert. In diesem Zustand zeigt der Gummi eine Hysterese, welche in den viskoelastischen Eigenschaften begründet liegt. Be- und Entlastungspfad sind also nicht identisch, bleiben jedoch bei gleichen Verformungen stabil. Dies macht eine von der Zeit unabhängige (mathematische) Beschreibung der quasi-statischen Hysterese möglich [185], das mechanische Verhalten kann dann unabhängig von der Vorgeschichte beschrieben werden.

Die nichtlinearen Belastungsverläufe zeigen bei Elastomeren typischerweise von einem Anfangsschubmodul ausgehend zunächst degressives Verhalten der Steifigkeit. Dies liegt darin begründet, dass mit zunehmender Dehnung die Entropie kleiner wird und dadurch der Widerstand gegenüber einer aufgezwungenen Dehnung sinkt. Ab einer gewissen Verformung bewirkt die endliche Verstreckbarkeit der Makromoleküle bei weiterer Dehnung wieder eine Versteifung, welche sich durch eine Krümmungsumkehr in der Spannungs-Dehnungskurve zeigt [179]. Dieses Verhalten kann sowohl bei einer Erstbelastung also auch bei vorkonditionierten Materialproben beobachtet werden.

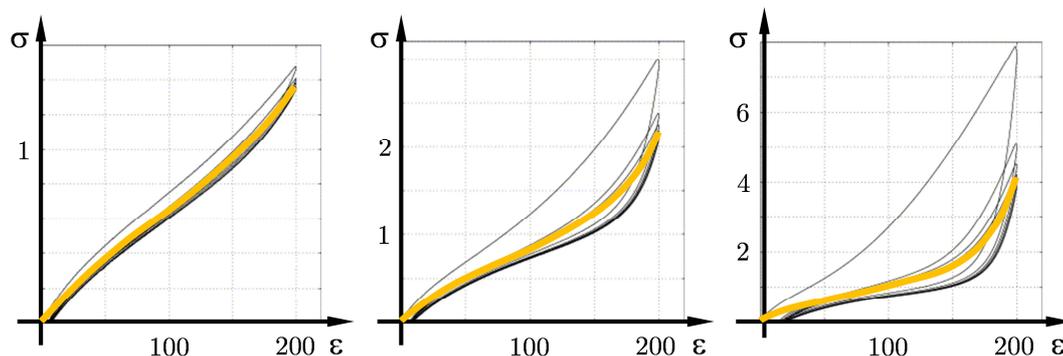


Abbildung 2.8: Quasistatische Spannungs-Dehnungsverläufe rußgefüllter Elastomere, orange: Basis für Materialparameterbestimmung (Quelle für gemessene Kurven: [51])

In der Praxis wird der Entlastungspfad der Verformung sehr oft vernachlässigt und man erhält Kurven, welche in Abbildung 2.8 orange dargestellt sind. Das Materialmodell hinter diesen Kurven befindet sich zu jeder Zeit in einem Gleichgewichtszustand und ist von der Belastungsrichtung (Be- oder Entlastung) unabhängig.

Der Mullins-Effekt ist von der maximal aufgebrauchten Spannung bzw. Dehnung abhängig. Wird eine Probe über die bisherige Maximaldehnung hinaus belastet folgt der Spannungsdehnungsverlauf erneut einer Erstbelastungskurve. Bei anschließenden Zyklen auf demselben Niveau stellt sich wiederum eine stabile, „konditionierte“ Spannungs-Dehnungskurve ein.

In Abbildung 2.9 ist ein Spannungs-Dehnungsverlauf einer Werkstoffprobe dargestellt. Dieser Verlauf wurde erzeugt, indem nacheinander drei Dehnniveaus beginnend mit dem kleinsten mit jeweils mehreren Belastungszyklen gefahren wurden. Die Spannungserweichung führt nun dazu, dass sich für jedes Dehnungsniveau eine eigene Spannungs-Dehnungskurve einstellt. Für die Simulation von Elastomerteilen sollte also die maximale Vorbelastung bekannt sein, um das Materialverhalten richtig vorhersagen zu können.

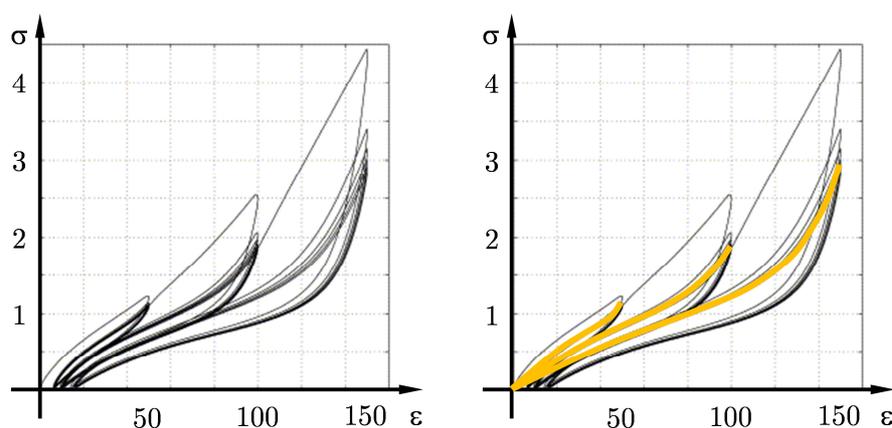


Abbildung 2.9: Spannungs-Dehnungsverlauf für unterschiedliche Dehnungsniveaus (Quelle für gemessene Kurven: [51])

Für die Berechnung der Beanspruchungen für Lebensdaueruntersuchungen wird der Mullins-Effekt mit dem Argument, dass Elastomerbauteile vor dem Einsatz

vorkonditioniert werden und somit bereits spannungserweicht sind, bisher meist nicht berücksichtigt [57]. Wenn die Vorkonditionierung zu homogenen Beanspruchungen über das gesamte Bauteil führen, ist dies sicherlich gerechtfertigt. Es muss jedoch bedacht werden, dass es bei komplexeren Geometrien zu nicht homogen verteilten Beanspruchungen kommen kann. Somit erfährt jede Stelle eines Elastomerbauteils eine unterschiedliche Vorbeanspruchung, sodass sich folglich unterschiedliche Spannungs-Dehnungskurven einstellen. Diese Auswirkung der Spannungserweichung kann daher abhängig von der Bauteilgeometrie mehr oder weniger großen Einfluss auf Spannungen und Verformungen haben.

2.1.4.2 Inkompressibilität

Elastomere besitzen einen im Vergleich zum Schubmodul, welcher für die im Automobilbau eingesetzten Shore-A Härten im Bereich von 0.5 bis 2 N/mm² liegt, einen um Faktor 10³ bis 10⁴ höheren Kompressionsmodul. Daher wird Gummi im Allgemeinen als (annähernd) inkompressibel bezeichnet. Das bedeutet, dass das Volumen bei Verformung konstant bleibt. So zeigt zum Beispiel Le Cam in [107] bei gefüllten Naturkautschukmischungen bei 200% Dehnung eine Volumenänderung von weniger als 1%. Da der Kompressionsmodul weiterhin aufwändig zu messen ist, wird bei industriellen Anwendungen meist von inkompressiblem Materialverhalten ausgegangen. Das bedeutet, dass die Querdehnungszahl ν als 0.5 angenommen wird. Somit besteht zwischen E-Modul und Schubmodul G der Zusammenhang

$$E = 2G(1 + \nu) = 3G \quad (2.2)$$

Der Kompressionsmodul

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} = \frac{G}{1 - 2\nu} \quad (2.3)$$

geht für $\nu = 0.5$ gegen unendlich.

2.1.4.3 Dehnungskristallisation

Unter Dehnungskristallisation wird das Phänomen verstanden, dass Elastomere bei Dehnung teilweise kristallisieren können. Grund dafür ist, dass die Entropie bei Dehnung kleiner wird und sich der Abstand der Molekülketten, welche sich grundsätzlich mit maximaler Unordnung verteilen, durch die aufgezwungene Dehnung kleiner wird. Ab einer gewissen Dehnung kristallisieren einzelne Molekülketten [179]. Der grundsätzliche Zusammenhang kann durch die Beziehung

$$T_m = \frac{\Delta Q}{\Delta S}. \quad (2.4)$$

für die Kristallisationstemperatur⁹ T_m beschrieben werden [28]. Aus Gleichung (2.4) folgt unmittelbar, dass bei sinkender Entropie ΔS und konstantem Wärmefluss ΔQ die Kristallisationstemperatur steigt. Da die Entropie selbst auch von der Temperatur abhängig ist, wird die Neigung zu Dehnungskristallisation mit steigender Temperatur

⁹ Gleichung (2.4) ist von Gleichung (2.46) in Kapitel 2.2.3 unter der Voraussetzung abgeleitet, dass sich bei der Glasübergangstemperatur kristalline und amorphe Bereiche im Gleichgewicht befinden und demnach die Änderung der freien Energie $dW = 0$ ist.

kleiner. Der Kristallisationsvorgang ist im Allgemeinen reversibel [107], die kristallinen Bereiche zerfallen also bei Entlastung oder bei Temperaturerhöhung wieder. Bei Dauerbelastung im Zugbereich beeinflusst die Dehnungskristallisation die Schwingfestigkeit positiv (vgl. Haighdiagramme in Kapitel 5.2). Auch die Weiterreißeeigenschaften von Elastomeren werden von der Neigung zu Dehnungskristallisation positiv beeinflusst [159]. Der Grund liegt an den sehr hohen Zugdehnungen in einer Rissspitze, die das Material örtlich durch den Kristallisationsvorgang stark verfestigen.

2.1.4.4 Viskoelastizität

Unter Viskoelastizität wird zeitabhängiges Werkstoffverhalten verstanden [161]. Es entsteht daraus, dass sich einzelne Molekülketten nach Auftreten einer aufgezwungenen Deformation unterschiedlich schnell relaxieren. Die beweglichsten und kleinsten Strukturen verformen sich am schnellsten, die unbeweglicheren größeren Molekülstrukturen verformen sich langsamer. Je nach Dauer und Temperatur handelt es sich somit um chemische (Aufbrechen und Neuvernetzung von Ketten etc.) und physikalische Prozesse (Abgleiten von Partikeln etc.). Bartenev [15] beschreibt 8 unterschiedliche Mechanismen, die die Relaxation verursachen können.

Im Falle einer *statischen Beanspruchung* zeigt sich das viskoelastische Verhalten als Relaxation und Retardation. Nach dem Aufbringen einer statischen Dehnung auf einen Probekörper relaxiert die Spannung über die Zeit. Dieser Vorgang ist nichtlinear von der aufgetragenen Dehnung abhängig, was sich durch nicht-parallele Relaxationskurven zweier unterschiedlicher Dehnungen äußert. Parallel dazu retardiert Gummi, wenn eine konstante Kraft auf einen Probekörper aufgebracht wird. Durch den nichtlinearen Zusammenhang zwischen aufgetragener Belastung und den Relaxations- bzw. Retardationskurven ist das Werkstoffverhalten von Gummi grundsätzlich *nichtlinear*-viskoelastisch.

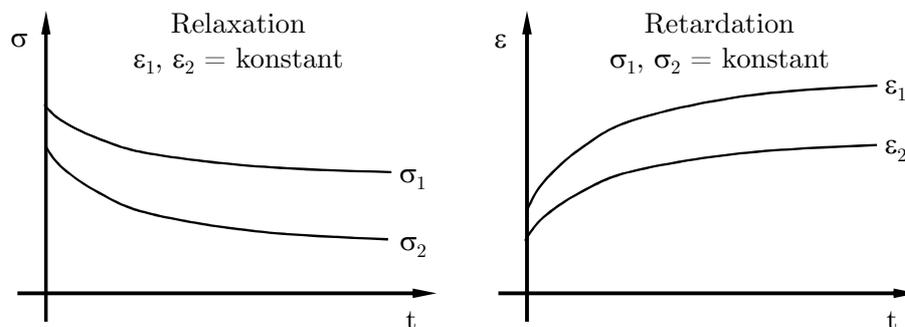


Abbildung 2.10: Viskoelastisches Werkstoffverhalten (links Relaxation, rechts Retardation), mod. nach [71]

Die Ermittlung der viskoelastischen Eigenschaften durch statische Versuche ist in den folgenden DIN-Normen standardisiert:

- Spannungsrelaxation: DIN ISO 3384 [48]
- Retardation: ISO 8013 [88]

Eine vereinfachte Möglichkeit zur Bestimmung des Relaxier- und Kriechverhaltens ist die Ermittlung des Druck- bzw. Zugverformungsrestes, welche in den Normen DIN ISO 815 [40] bzw. DIN ISO 2285 [41] standardisiert sind.

Bei einer *zyklisch dynamischen Beanspruchung* zeigt sich das viskoelastische Materialverhalten durch eine Zunahme der dynamischen Steifigkeit mit der Frequenz (Abbildung 2.11 links). Die dynamische Steifigkeit ist dabei durch die Steigung der Gerade durch Umkehrpunkte der sich einstellenden Hysteresen definiert. Weiterhin zeigt sich bei Elastomeren eine Abhängigkeit der dynamischen Steifigkeit von der Amplitude (Abbildung 2.11 Mitte). Mit zunehmender Amplitude nimmt die dynamische Steifigkeit ab. Dieses Verhalten wurde von Payne in den 60er Jahren des vorigen Jahrhunderts eingehend studiert und in zahlreichen Veröffentlichungen beschrieben ([143], [144], [145], [146], [147]), weshalb dieses Verhalten auch als Payne-Effekt bezeichnet wird.

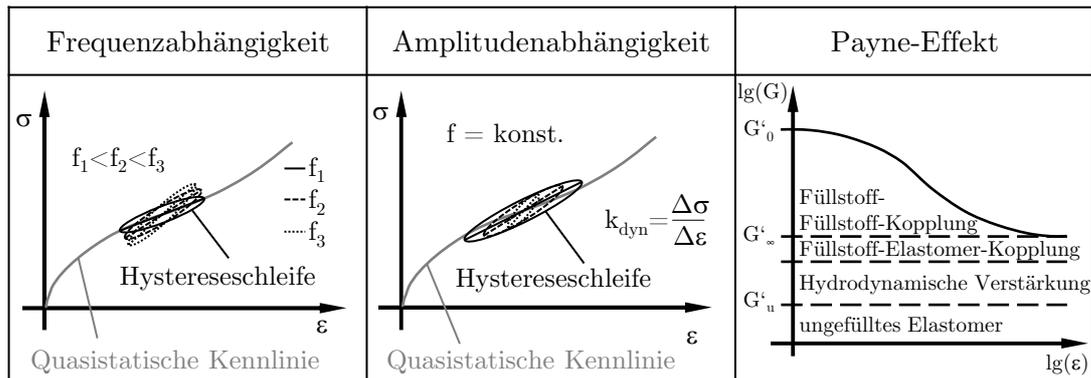


Abbildung 2.11: links, Mitte: Viskoelastisches Verhalten gefüllter Elastomere (schematisch), rechts: Qualitative Interpretation der Amplitudenabhängigkeit der dynamischen Steifigkeit nach Payne [147]

Eine Erklärung der Amplitudenabhängigkeit liefert Payne durch ein Modell, welches in Abbildung 2.11 rechts dargestellt ist. Es zeigt schematisch den Schubmodul in Abhängigkeit von der Amplitude bei dynamischer Beanspruchung von gefüllten Elastomeren. Die Steifigkeit von gefüllten Elastomeren setzt sich nach Payne aus der Grundsteifigkeit des ungefüllten Elastomers und den in Kapitel 2.1.3 beschriebenen versteifenden Wirkungen des Füllstoffs zusammen. Der Abfall der Steifigkeit für größer werdende Amplituden wird dem Aufbrechen des Rußnetzwerks der Füllstoff/Füllstoff-Kopplung zugeschrieben [147].

Zur Beschreibung der viskoelastischen Materialeigenschaften von Elastomeren gibt es eine Fülle an Modellen mit unterschiedlichen Modellierungstiefen, welche sich von linearen Modellen bis zur nichtlinearen Beschreibung von Hysterese und Setzvorgängen erstrecken (siehe z.B. [81], [110], [175], [181], [185], [189]). Im Rahmen dieser Arbeit wird die einfache und häufig verwendete Methode der linearen Viskoelastizität mittels Maxwell-Elementen eingesetzt, welche aus einer Serienschaltung einer Feder mit der linearen Steifigkeit k und eines viskosen Dämpfers mit der viskosen Dämpfung η bestehen, siehe Abbildung 2.12.

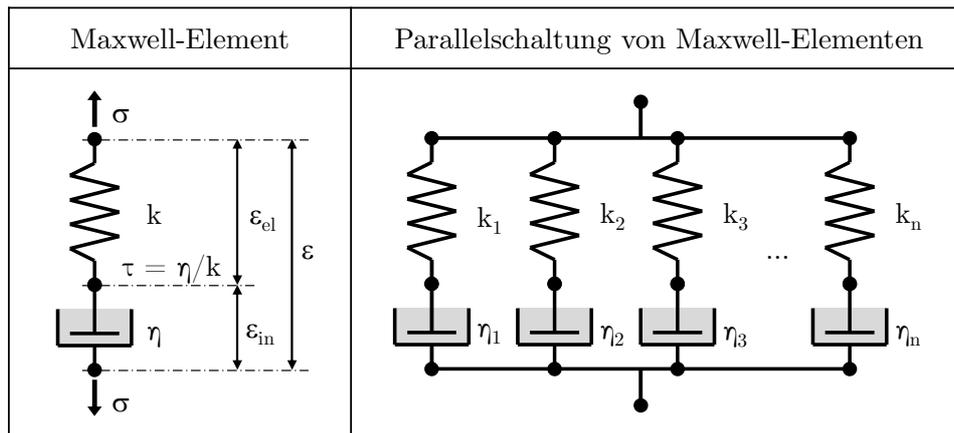


Abbildung 2.12: Maxwell-Element, Parallelschaltung von Maxwell-Elementen, mod. aus [71], [117]

Die Dehnungen des Maxwell-Elements aufgrund einer aufgetragenen Spannung σ werden aus dem elastischen Anteil des Federelements ε_{el} und dem inelastischen Anteil des Dämpferelements ε_{in} additiv zusammengesetzt:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{in} \quad (2.5)$$

Einsetzen der Federgleichung und der Dämpfergleichung in die Zeitableitung von Gleichung (2.5) führt zur Differenzialgleichung

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{k} \dot{\sigma} + \frac{1}{\eta} \sigma. \quad (2.6)$$

Diese lässt sich für beliebige Beanspruchungen analytisch lösen und führt zur Spannungsantwort [152]:

$$\sigma(t) = \int_0^t \left(k e^{-\frac{k}{\eta}(t-s)} \right) \varepsilon'(s) ds. \quad (2.7)$$

Die Spannungs-Antwort einer sprunghaft aufgetragenen Dehnung bei $t = 0$ durch eine Heaviside-Funktion ergibt sich damit zu

$$\sigma(t) = k e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2.8)$$

mit der Abklingkonstante

$$\tau = \frac{\eta}{k} \quad (2.9)$$

als Relaxationszeit. In Abbildung 2.13 links ist der Verlauf der Relaxationsfunktion dargestellt. Die Relaxationszeit ist eine charakteristische Größe, bei der die Spannung auf 36.8% der Anfangsspannung abgefallen ist. Bei 5τ beträgt die Spannung nur noch weniger als 1% des Anfangswerts.

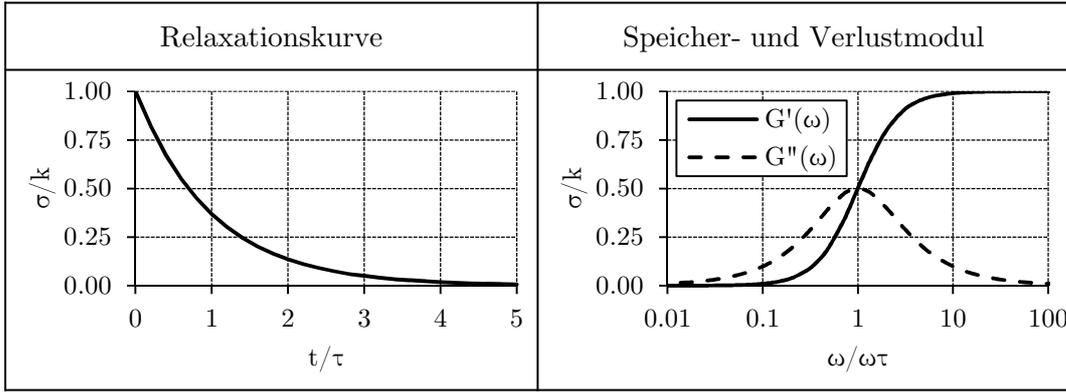


Abbildung 2.13: links: Relaxationskurve eines Maxwell-Elements im Zeitbereich, rechts: Speicher- und Verlustmodul eines Maxwell-Elements, mod. aus [185]

Bei harmonischer Sinusanregung $\varepsilon = \hat{\varepsilon} \sin(\omega t)$ lassen sich die Dehnung und die Spannungsantwort durch die komplexen Zeiger¹⁰

$$\varepsilon = \varepsilon^*(\omega) e^{i\omega t} \quad \text{und} \quad \sigma = \sigma^*(\omega) e^{i\omega t} \quad (2.10)$$

darstellen. Einsetzen in Gleichung (2.6) führt zu

$$\frac{\sigma^*(\omega)}{\varepsilon^*(\omega)} = k \frac{(\tau\omega)^2}{1 + (\tau\omega)^2} + ik \frac{\tau\omega}{1 + (\tau\omega)^2} \quad (2.11)$$

mit dem komplexen Modul

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega), \quad (2.12)$$

welcher sich aus dem Speichermodul $G'(\omega)$ und dem Verlustmodul $G''(\omega)$ zusammensetzt. Der Speichermodul läuft in Phase mit der Anregung und repräsentiert demnach den elastischen Anteil der Steifigkeit. Der Verlustmodul läuft 90° phasenverschoben und repräsentiert den dissipierten Anteil der Energie durch den Dämpfer. Der Quotient von Verlustmodul zu Speichermodul

$$d = \tan \delta = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)} \quad (2.13)$$

wird nach DIN 53513 [39] als Verlustfaktor und δ als Verlustwinkel bezeichnet. Abbildung 2.13 rechts zeigt den Frequenzverlauf von Speicher- und Verlustmodul. Es ist ersichtlich, dass der Speichermodul bzw. die Speichersteifigkeit von einer Grundsteifigkeit bei geringen Frequenzen innerhalb von zwei Dekaden auf einen Maximalwert ansteigt. Der Verlustmodul hat die Form einer Glockenkurve und besitzt sein Maximum im Wendepunkt des Speichermodulverlaufs. Mit diesen vorgegebenen Verläufen ist es nicht möglich, vorgegebene Messwerte sinnvoll abzustimmen. Dazu wird eine Parallelschaltung von Maxwell-Elementen verwendet, welche es erlaubt, die Speicher- und Verlustmodule der einzelnen Maxwell-Elemente zu addieren, sodass sich für den Speicher- und Verlustmodul die Zusammenhänge

$$G'(\omega) = \sum_{i=1}^n k_i \frac{(\tau_i\omega)^2}{1 + (\tau_i\omega)^2} \quad (2.14)$$

und

¹⁰ Ein * hinter einer Variablen kennzeichnet in Anlehnung an DIN 53513 [39] komplexe Variablen.

$$G''(\omega) = \sum_{i=1}^n k_i \frac{\tau_i \omega}{1 + (\tau_i \omega)^2} \quad (2.15)$$

mit den Abstimmparametern k_i und τ_i ergeben. Analog dazu kann die Abklingfunktion für eine Parallelschaltung von Maxwell-Elementen in Anlehnung an Gleichung (2.8) durch die Summe

$$G(t) = \sum_{i=1}^n k_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \quad (2.16)$$

beschrieben werden¹¹. Diese Summe von Exponentialfunktionen wird auch als Prony Reihe bezeichnet. Die Parameter k_i und τ_i (Prony-Parameter) können nun durch Relaxationsversuche über Gleichung (2.16) oder über Versuche mit harmonischer Anregung durch die Gleichungen (2.14) und (2.15) ermittelt werden. Bei Relaxationsversuchen ist zu bedenken, dass nur „langsame“ Prony-Parameter ermittelt werden können. Damit sind Parameter für lange Abklingzeiten und somit geringen Frequenzen gemeint. Für höhere Frequenzen limitiert die Tatsache, dass ein sprunghafter Anstieg der Dehnung in der Praxis nicht möglich ist und somit anstatt der Treppenfunktion eine Rampe aufgebracht werden muss.

2.1.4.5 Temperatureinflüsse

Abbildung 2.14 zeigt qualitativ die Temperaturabhängigkeit des mechanischen Werkstoffverhaltens von Elastomeren, welches sich wie bei allen polymeren Werkstoffen in drei Temperaturbereiche einteilen lässt. Bei tiefen Temperaturen befindet sich Gummi in einem glasartigen Zustand. Die thermische Energie ist so niedrig, dass sich die Doppelbindungen der Molekülketten nicht mehr verdrehen können und praktisch keine brownischen Molekularbewegungen mehr stattfinden. Deformationen finden nur im Nahbereich der ko- und nebenvalenten Kraftfelder der Atome statt [15]. In diesem Bereich reagiert Gummi energieelastisch. Der Schubmodul liegt hier um Zehnerpotenzen höher als im gummielastischen Bereich. Erst bei Überschreitung der Glasübergangstemperatur, welche typischerweise bei ca. -60° bis -40°C liegt, fällt die Steifigkeit stark ab und der Gummi zeigt das typische gummielastische Verhalten.

¹¹ In Gleichung (2.16) wurde anstatt der Spannung der Modul verwendet. Dieser ergibt sich direkt durch Division mit der aufgetragenen konstanten Dehnung der Heaviside-Funktion.

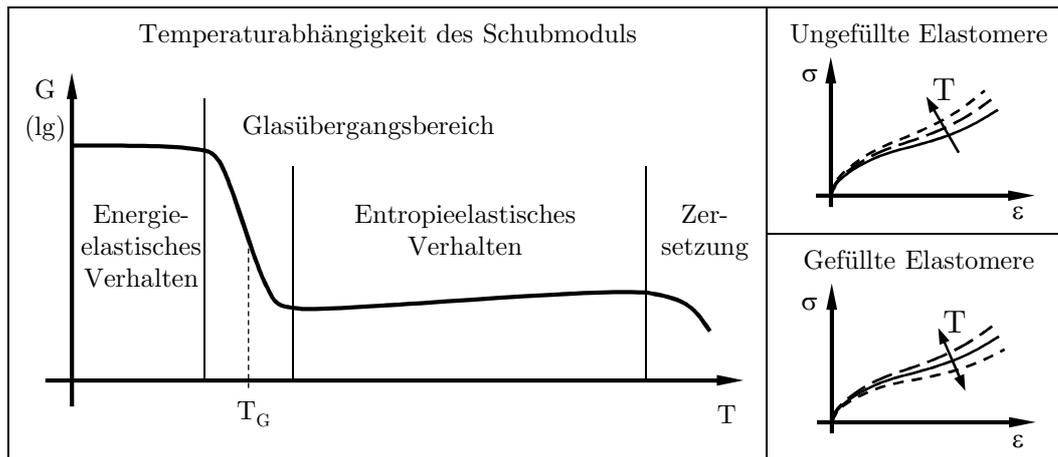


Abbildung 2.14: Temperaturabhängiges mechanisches Werkstoffverhalten nach DIN 7724 [47]

Bei ungefüllten Elastomeren nimmt die Steifigkeit im entropie-elastischen Bereich mit steigender Temperatur bis zum Erreichen der Zersetzungstemperatur zu. Der Grund dafür liegt in der Entropieelastizität. Da die Entropie mit steigender Temperatur größer wird, steigt somit auch der Widerstand gegen aufgezwungene Deformationen [179]. Gefüllte Elastomere können sich je nach Art und Menge des Füllstoffs unterschiedlich verhalten. Es ist sowohl eine Steifigkeitserhöhung als auch, bedingt durch Füllstoff/Polymer-Wechselwirkungen, eine Steifigkeitsminderung mit steigender Temperatur möglich [68].

Die viskoelastischen Eigenschaften sind ebenfalls von der Temperatur abhängig. Mit zunehmender Temperatur laufen Relaxations- und Retardationsprozesse schneller ab [68]. Von Williams, Landel und Ferry [188] wurden die viskoelastischen Eigenschaften unter Temperatureinfluss untersucht und festgestellt, dass sämtliche Relaxationszeiten auf dieselbe Weise allein von der Temperatur abhängig sind. Somit können die Verläufe von Speicher- und Verlustmodul durch eine „Masterkurve“, welche entlang der Frequenzachse verschieblich ist, beschrieben werden. Williams et al. formulieren die nach ihnen benannte WLF-Gleichung¹² für den Verschiebungsfaktor

$$\lg(\alpha_T) = -\frac{c_1 (T - T_0)}{c_2 + (T - T_0)} \quad (2.17)$$

welcher nur von der Temperaturdifferenz bezüglich einer gemessenen Referenztemperatur T_0 und den zwei empirisch zu ermittelnden Konstanten c_1 und c_2 abhängt. Bei Verwendung der Glasübergangstemperatur als Referenztemperatur werden in [62] für die Konstanten die Werte $c_1 = 16.2$ und $c_2 = 55.6$ angegeben.

Der Wärmeausdehnungskoeffizient von Elastomeren liegt etwa eine Zehnerpotenz höher als bei Stahl- oder Aluminiumwerkstoffen. Die Wärmeausdehnung kann damit eine wichtige Rolle spielen, da durch den Abkühlprozess von der Vulkanisationstemperatur bei 140° bis 160°C auf Raumtemperatur Eigenspannungen entstehen. Diese sind bei Gummi-Metall-Bauteilen meist Zugspannungen und beeinflussen daher die Festigkeit negativ. Es entsteht daraus zum einen die Notwendigkeit, die Wärmeausdehnung beim Herstellprozess zu berücksichtigen. Zum anderen müssen diese durch gezieltes Einbringen von Druckdehnungen kompensiert werden [64].

¹² Williams-Landel-Ferry-Gleichung

2.2 Materialmodelle zur Beschreibung der hyperelastischen Eigenschaften

Für die Berechnung von Verformungen, Spannungen und Dehnungen von Elastomerbauteilen werden heute vorwiegend FE-Programme eingesetzt [130], [131], [132]. Dazu ist es notwendig, die typischen Materialeigenschaften von Elastomeren in geeigneter Weise zu berücksichtigen. Im folgenden Kapitel werden daher gängige Materialmodelle und deren grundlegende Beziehungen dargestellt.

Erste Versuche, das hyperelastische Verhalten von Elastomeren und deren nichtlineare Spannungs-Dehnungsbeziehung zu beschreiben, wurden bereits in den vierziger Jahren des letzten Jahrhunderts unternommen. Mooney [120] publizierte 1940 eine Untersuchung von Elastomeren mit großen Deformationen und formulierte eine Materialgleichung für gummiartige Werkstoffe mit nichtlinearen Eigenschaften. Rivlin [156], [157] erweiterte diese und stellte eine Elastizitätstheorie großer Dehnungen für isotrope Werkstoffe vor, welcher bis heute die Basis zur Berechnung von hyperelastischen Materialien darstellt.

Grundsätzlich stellen Materialmodelle einen Zusammenhang zwischen den Verzerrungen bzw. Dehnungen und den Spannungen im Material her. Bei hyperelastischen Materialmodellen wird dies meist über eine Formulierung der Formänderungsenergiegedichte bewerkstelligt.

2.2.1 Simulation großer Verformungen mittels FEM

Die folgenden Betrachtungen basieren auf den Arbeiten von Rivlin [157] und sind in den gängigen FEM-Solvern implementiert [130], [131], [132]. Die allgemeinen kontinuumsmechanischen Gleichungen sind in unterschiedlichen Büchern hergeleitet, z.B. in [7], [16], [135].

Basis der Betrachtungen ist der Deformationsgradient \mathbf{F} , welcher den Übergang von einem Ausgangszustand zu einem verformten Zustand beschreibt:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{X}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial X_1} & \frac{\partial x_1}{\partial X_2} & \frac{\partial x_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial X_1} & \frac{\partial x_2}{\partial X_2} & \frac{\partial x_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial X_1} & \frac{\partial x_3}{\partial X_2} & \frac{\partial x_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

\mathbf{X} ist dabei der Ortsvektor eines Körperpunktes des unverformten Körpers und \mathbf{x} der Ortsvektor des verformten Körpers. Durch Multiplikation von \mathbf{F} mit der transponierten Matrix \mathbf{F}^T von links bzw. von rechts erhält man den rechten Cauchy-Greenschen Deformationstensor \mathbf{C} bzw. den linken Cauchy-Greenschen Deformationstensor \mathbf{B}

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{F} \quad (2.19)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T \quad (2.20)$$

\mathbf{C} enthält nun die Quadrate der Streckungen bezüglich der Ausgangskonfiguration und \mathbf{B} die Quadrate der Streckungen bezüglich der Momentankonfiguration. Beide Tensoren besitzen die gleichen drei Invarianten. Liegt das Bezugskordinatensystem in Hauptrichtung, können diese folgendermaßen bestimmt werden:

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2.21)$$

$$I_2 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_2^2 \lambda_3^2 + \lambda_1^2 \lambda_3^2 \quad (2.22)$$

$$I_3 = \lambda_1^2 \lambda_2^2 \lambda_3^2 \quad (2.23)$$

Dabei bezeichnen λ_1 , λ_2 und λ_3 die Streckungen in die drei Hauptrichtungen. Eine Streckung λ_i ist definiert als Quotient von momentaner Länge L_i zur Ausgangslänge L_{0i} :

$$\lambda_i = \frac{L_i}{L_{0i}} = \frac{L_{0i} + \Delta L_i}{L_{0i}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.24)$$

Betrachtet man ein infinitesimal kleines Würfelstück, können die Invarianten geometrisch interpretiert werden. I_1 stellt die Längenänderung der Diagonale dar, I_2 setzt sich aus den Quadraten der Oberflächenänderungen zusammen und I_3 ist das Quadrat der Volumenänderung. Bei inkompressiblem Verhalten bleibt das Volumen konstant und $I_3 = 1$. In diesem Fall kann Gleichung (2.22) auch als Summe der Kehrwerte der quadrierten Streckungen formuliert werden

$$I_2 = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} \quad (2.25)$$

Aus dem rechten Cauchy-Greenschen Deformationstensor lässt sich unmittelbar der Green-Lagrangische Verzerrungstensor

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2}(\mathbf{C} - \mathbf{I}) \quad (2.26)$$

ermitteln. Dabei ist \mathbf{I} der Einheitstensor. Dieser ist für die Simulation mit großen Rotationen gut geeignet, weil er gegenüber Starrkörperrotationen invariant ist. Die Dehnungskomponenten ξ_i der Hauptrichtungen ergeben sich zu

$$\xi_i = \frac{1}{2}(\lambda_i^2 - 1) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.27)$$

Die für die Auswertung üblichen Dehnungsmaße technische Dehnung ε^{tech} und logarithmische oder Henckysche Dehnung ε^{log} können aus den Streckungen ermittelt werden¹³

$$\varepsilon_i^{tech} = \lambda_i - 1 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_i^{log} = \ln(\lambda_i) \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.29)$$

Spannungen können bei hyperelastischen Materialmodellen durch partielle Ableitung der Formänderungsenergiedichte W nach den Verstreckgraden ermittelt werden. Der Zusammenhänge für Nennspannungen $\sigma_{i, Nenn}$ und Cauchy-Spannungen in Hauptrichtungen lauten

¹³ Für eine tensorielle Darstellung sei auf die Literatur verwiesen, z.B. [7], [16].

$$\sigma_{i, Nenn} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} + p \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.30)$$

$$\sigma_{i, Cauchy} = \lambda_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} + p \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.31)$$

p ist ein hydrostatischer Druck, der deshalb notwendig ist, weil durch das inkompressible Materialverhalten ein hydrostatischer Druck keine Verformung erzeugt. Unterschiedliche Materialmodelle unterscheiden sich durch die Formulierung der Formänderungsenergiedichte W .

Kapitel 2.2.2 und 2.2.3 zeigen Ansätze zur Formulierung der Formänderungsenergiedichte zur Materialbeschreibung. Dabei wird implizit von inkompressiblem Materialverhalten ausgegangen. Um die Gleichungen für inkompressibles Material auch für kompressibles Verhalten anwenden zu können müssen anstatt der tatsächlich auftretenden Streckungen λ_i die deviatorischen Streckungen $\bar{\lambda}_i$ verwendet werden. Dies ist durch Elimination der Volumenänderung möglich.

$$\bar{\lambda}_i = \frac{1}{\sqrt[3]{J}} \lambda_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.32)$$

In Gleichung (2.32) ist $J = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = \sqrt{I_3}$ der volumetrische Anteil eines Deformationszustandes.

2.2.2 Phänomenologische Modelle

Der polynomische Ansatz zur Beschreibung der Formänderungsenergiedichte geht zurück auf Arbeiten von Mooney [120]. Er formulierte die Beziehung

$$W = C_1 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_2 \left(\frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2} - 3 \right) \quad (2.33)$$

mit den zwei Werkstoffparametern C_1 und C_2 . Rivlin entwickelte eine verallgemeinerte Form dieses Ansatzes

$$W = \sum_{i=0, j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (2.34)$$

mit den Materialparametern C_{ij} . Einige Materialmodelle sind Sonderfälle dieser allgemeinen Formulierung. Das einfachste ist das Neo-Hooke Modell, welches durch nur einen Parameter C_{10} beschrieben wird. Alle anderen werden zu 0 gesetzt.

$$W = C_{10} (I_1 - 3) \quad (2.35)$$

Durch die einfache Formulierung ist das Neo-Hooke Modell weit verbreitet. Es wird vor allem dann eingesetzt, wenn gemessene Materialkurven zur Abstimmung von Materialparametern fehlen. Der Parameter C_{10} kann direkt aus dem Schubmodul G durch

$$C_{10} = \frac{G}{2} \quad (2.36)$$

bestimmt werden. Unabhängig vom Parameter ist das Neo-Hooke-Modell grundsätzlich stabil [130]. Weiterhin kann das Neo-Hooke Modell auch physikalisch interpretiert werden. Die Formulierung der Formänderungsenergiedichte repräsentiert die freie Helmholtz Energie

eines molekularen Netzwerks mit Gaußverteilten Kettenlängen [179], siehe auch Gleichung (2.51) in Kapitel 2.2.3.

Das Modell von Mooney (Gleichung (2.33)) ist ebenfalls ein Sonderfall des Rivlin-Modells. Durch die Gleichungen (2.21) und (2.25) können die Streckungen durch die Invarianten ersetzt werden sodass sich die Formulierung des sogenannten Mooney-Rivlin Modells ergibt.

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) \quad (2.37)$$

Dieses Materialmodell ist im Gegensatz zum Neo-Hooke-Modell auch von der zweiten Invariante abhängig, wodurch es nicht mehr grundsätzlich numerisch stabil ist und ungünstige Parameterkombinationen zu Materialinstabilitäten führen [130].

Die linearen Formulierungen der beiden Materialmodelle Neo-Hooke und Mooney-Rivlin können nur den ersten degressiven Teil der Spannungs-Dehnungs-Kennlinie abbilden. Der Anstieg der Steifigkeit bei höheren Dehnungen aufgrund der maximalen Streckungen können nicht abgebildet werden. Dazu ist die Berücksichtigung höherer Potenzen erforderlich. Ein Beispiel dafür ist das Modell von Yeoh [192].

$$W = \sum_{i=1}^3 C_{i0}(I_1 - 3)^i = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3 \quad (2.38)$$

Yeoh begründet die Vernachlässigung von I_2 damit, dass die Abhängigkeit der Formänderungsenergiegedichte von der zweiten Invariante sehr gering und überdies schwer zu messen ist. Daher sollte die Abhängigkeit von I_2 eher vernachlässigt werden als Materialparameter auf Basis inkorrektur Messungen zu bestimmen. Weiterhin scheint es, dass Verformungszustände, welche nicht von vornherein in die Materialparameterermittlung eingeflossen sind, bei Vernachlässigung von I_2 besser prognostiziert werden [192]. Messungen, welche diese These bestätigen finden sich auch in [177]. Kaliske und Rothert zeigen in [93] ebenfalls, dass Materialmodelle, welche nur auf uniaxialen Messungen beruhen, das allgemeine Materialverhalten besser prognostizieren, wenn I_2 vernachlässigt wird.

Diesen Betrachtungen folgend können zur Abstimmung von Materialparametern aus dem allgemeinen Polynomansatz aus Gleichung (2.34) alle Glieder mit Abhängigkeit von I_2 eliminiert werden und man erhält den sogenannten reduziert polynomischen Ansatz

$$W = \sum_{i=0}^n C_{i0}(I_1 - 3)^i \quad (2.39)$$

Ein Materialgesetz mit phänomenologischem Ansatz, welcher nicht von den Invarianten sondern von den Streckungen selbst abhängt, wurde von Ogden entwickelt [135]. Das nach ihm benannte Ogden-Modell ergibt für den inkompressiblen Fall den Zusammenhang

$$W = \sum_{i=1}^n \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) \quad (2.40)$$

mit den Parametern α_i und μ_i . Dieses Modell erlaubt ein sehr genaues Nachfahren von Messkurven. Allerdings führen limitierte Testdaten zu unplausiblen Verformungen für nicht vorab gemessene Verformungszustände. Für $n = 1$, $\alpha_1 = 2$ und $\mu_1 = 2C_{10} = G$ ist das Ogden-Modell mit dem Neo-Hooke-Modell identisch.

Ein Ansatz, welcher frei von der Ermittlung von Materialparametern eines Materialmodells ist, wird von Marlow in [112] vorgeschlagen. Marlow nützt dabei die Tatsache, dass ein Materialmodell, welches nur von I_1 abhängt, vollständig durch einen Materialtest bestimmbar ist. Unterschiedliche Verformungszustände sind eindeutig über die erste Invariante miteinander verknüpft. Marlow zeigt in [112] die Vorgehensweise für inkompressibles Materialverhalten basierend auf einer gemessenen uniaxialen Spannungs-Dehnungsbeziehung. Analog dazu funktioniert die Methode auch für planare oder äquibiaxiale Messkurven. Für den uniaxialen, inkompressiblen Fall lautet die Formel zur Berechnung der ersten Invarianten ausgehend von Gleichung (2.21)

$$I_1^{uni} = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \quad (2.41)$$

λ ist dabei die Streckung in axialer Richtung. Bei gegebener ersten Invarianten kann durch die kubische Gleichung

$$\lambda_T^3 - I_1^{uni} \lambda_T + 2 = 0 \quad (2.42)$$

eindeutig eine zugehörige uniaxiale Streckung λ_T bestimmt werden. Unter Berücksichtigung von Gleichung (2.28) stehen damit die zugehörigen Dehnungen ε_T zur Verfügung. Diese Dehnungen sind durch die gemessene uniaxiale Spannungs-Dehnungsbeziehung mit den Spannungen direkt verknüpft. Durch Integration dieser Kurve von 0 bis ε_T steht nun die Verzerrungsenergiegedichte, welche nur von I_1 abhängt, zur Verfügung.

$$W(I_1) = \int_0^{\varepsilon_T = \lambda_T^{-1}} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (2.43)$$

I_1 kann für beliebige Verformungszustände nach Gleichung (2.21) bestimmt werden. Somit stellt Gleichung (2.43) eine allgemeine Beziehung zwischen beliebigen Verformungszuständen und gemessenen uniaxialen Spannungs-Dehnungskurven auf Basis der ersten Invarianten dar. Das Materialgesetz kommt also ohne mathematischen Zusammenhang für die Formänderungsenergiegedichte aus. Die Materialbeziehung wird direkt aus der tabellarischen Spannungs-Dehnungskurve ermittelt.

2.2.3 Molekular-statistische Basis

Mit dem Verständnis des molekularen Aufbaus von Elastomeren wurden Werkstoffmodelle entwickelt, welche auf dem ersten und zweiten Hauptsatz der Thermodynamik von reversiblen Prozessen basieren [15], [179]. Darauf aufbauend kann ein Zusammenhang zwischen der freien Entropie und der Längenänderung von Molekülketten durch statistische Überlegungen hergestellt werden. Der Ablauf ist im Folgenden unter der Annahme von inkompressiblem Materialverhalten dargestellt.

Ausgangsbasis ist der erste Hauptsatz der Thermodynamik, welcher besagt, dass sich eine Änderung der inneren Energie dU eines Prozesses aus der Wärmeänderung dQ und der Arbeit dW , welche durch äußere Kräfte verrichtet wird, zusammensetzt.

$$dU = dQ + dW \quad (2.44)$$

Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik definiert die Wärmeänderung dQ eines reversiblen Prozesses mit

$$dQ = T dS, \quad (2.45)$$

wobei T die absolute Temperatur und dS die Änderung der Entropie ist. Damit ergibt sich der grundsätzliche Zusammenhang für die Änderung der durch äußere Kräfte verrichteten Arbeit

$$dW = dU - T dS \quad (2.46)$$

Wird eine Arbeit aufgrund einer äußeren Kraft f und einem Druck p verrichtet, so lautet der Zusammenhang

$$dW = f dl - p dV, \quad (2.47)$$

wobei bei Inkompressibilität von Gummi der Druckanteil vernachlässigt werden kann ($dV = 0$). Einsetzen der Gleichung (2.47) in (2.46) führt schließlich zur Gleichung

$$f = \left(\frac{\partial W}{\partial l} \right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial l} \right)_T - T \left(\frac{\partial S}{\partial l} \right)_T \quad (2.48)$$

Die Kraft f setzt sich aus dem energieelastischen Anteil $\frac{\partial U}{\partial l}$ und dem entropieelastischen Anteil $\frac{\partial S}{\partial l}$ zusammen. Bei Gummi ist oberhalb der Glasübergangstemperatur der energieelastische Anteil vernachlässigbar, sodass eine Kraft direkt von Entropie hergeleitet werden kann. Ein Zusammenhang zwischen der Entropie und einer äußeren Kraft wird im Folgenden unter der Annahme hergeleitet, dass einzelne Segmente einer Molekülkette (Monomere) mit einer Länge l zueinander in einem gewissen Winkel (Valenzwinkel α) verbunden sind und sich um die Segmentachse frei rotieren können (siehe Abbildung 2.15 links) [179]. Die einzelnen Gelenke haben dadurch die Möglichkeit, sich kraftfrei in Kreisbahnen zu bewegen. Durch die bei Makromolekülen hohe Anzahl an verbundenen Monomeren ergibt sich eine fast grenzenlose Anzahl an Möglichkeiten die einzelnen Monomere zueinander auszurichten. Somit entsteht eine zufällige Anordnung der gesamten Molekülkette.

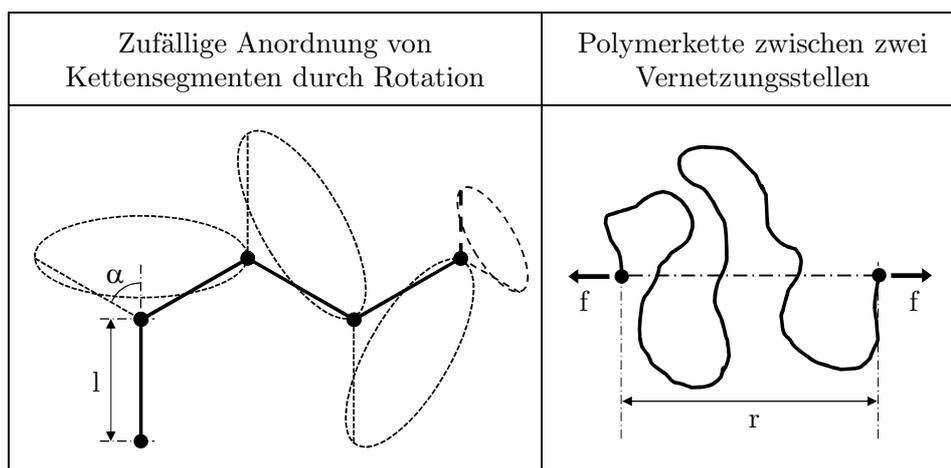


Abbildung 2.15: links: Rotation einzelner Kettensegmente (mod. aus [15]), rechts: Länge einer Polymerkette (mod. aus [179])

Der Abstand r von zwei Punkten der Kette (Vernetzungsstellen) ergibt sich somit ebenfalls zufällig und ist durch eine Gauß-Wahrscheinlichkeitsverteilung beschreibbar. Nach Anwendung der Theorien ergibt sich das Kraft-Längenverhältnis eines Moleküls zu

$$f = \frac{dW}{dr} = 2k_B T b^2 r \quad \text{mit} \quad b^2 = \frac{3}{2nl^2} \quad (2.49)$$

k_B ist die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur, n ist die Anzahl der Verbindungen und l die Länge der Abschnitte. Die Erweiterung der Theorie von einzelnen Ketten auf ein Netzwerk basiert auf folgenden fundamentale Annahmen [179]:

- Das Netzwerk enthält N Ketten pro Volumseinheit. Eine Kette ist dabei definiert als das Segment eines Moleküls zwischen zwei Vernetzungsstellen.
- Der (quadratische) Mittelwert des Abstands aller Ketten im unverformten Zustand ist gleich wie für ein vergleichbares Netzwerk freier Ketten. Die Ketten beeinflussen sich gegenseitig nicht. Man spricht auch von einem Phantomnetzwerk [175].
- Das Volumen ändert sich bei Deformation nicht, der Gummi ist inkompressibel.
- Die Vernetzungspunkte bewegen sich bei Verformung, wie wenn sie im elastischen Kontinuum eingebettet wären. Als Folge dehnen sich alle Ketten im gleichen Verhältnis wie das gesamte betrachtete Volumen (affine Deformation).
- Die Entropie des Netzwerks ist die Summe der Entropien der einzelnen Ketten.

Die Entropiedifferenz ΔS eines Gummivolumens bei Deformation $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ergibt sich zu

$$\Delta S = -\frac{1}{2} N k_B (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (2.50)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Deformationen keine Änderung der inneren Energie hervorrufen gilt $W = -T \cdot \Delta S$ und somit

$$W = \frac{1}{2} N k_B T (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (2.51)$$

Die Gleichung (2.51) ist ident mit dem Neo-Hooke Modell (Gleichung (2.35)) für $G = N k_B T$. N ist dabei die Anzahl der Ketten im Netzwerk pro Volumseinheit. Der Zusammenhang gilt für ungefüllte Elastomere, ist also für gefüllte nur eingeschränkt gültig. Auf Basis der getroffenen Annahmen funktioniert die Theorie bis zu mittleren Verstreckgraden zufriedenstellend. Bei größeren Verstreckgraden stimmt die Annahme der Gauß-Statistik nicht mehr, da die Ketten eine endliche Verstreckbarkeit aufweisen. Weiterhin ist auch die Annahme des Phantomnetzwerks nicht ganz zutreffend, da sich die Polymerketten in der Realität nicht durchdringen können und sich somit gegenseitig beeinflussen.

Die endliche Verstreckbarkeit von Molekülketten kann berücksichtigt werden, wenn anstatt der Gauß- die Langevin-Statistik angewendet wird. Diese führt jedoch zu mathematisch schwer handhabbaren Ausdrücken, sodass man sich auf die Betrachtung von vereinfachten Kettenstrukturen sogenannter Elementarzellen beschränkt [179]. Die einfachsten dabei sind das Drei- und Vierkettenmodell (siehe Abbildung 2.16 links und Mitte). Während diese Modelle große Verformungen durch die Berücksichtigung der endlichen Verstreckbarkeit von Polymerketten gut beschreiben können, treten bei kleinen Deformationen Abweichungen zur Realität auf, sodass diese in der praktischen Anwendung kaum zu finden sind [179].

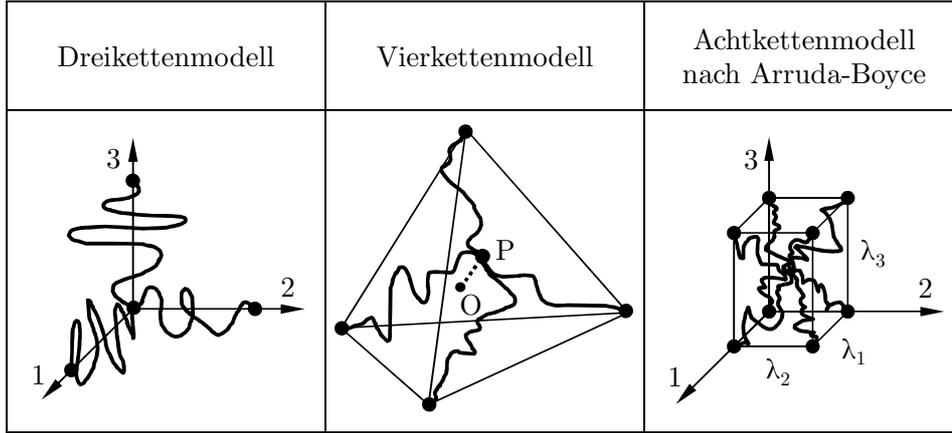


Abbildung 2.16: Drei-, Vier und Acht-Ketten-Modell nach Arruda-Boyce [9]

Als Erweiterung wurde von Arruda und Boyce [9] ein Materialmodell erarbeitet, welches auf einem 8-Ketten-Modell beruht (siehe Abbildung 2.16 rechts). Für die Formänderungsenergiedichte erhalten sie den Zusammenhang

$$W = \mu \sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} (I_1^i - 3^i) \quad (2.52)$$

mit

$$C_1 = \frac{1}{2}; C_2 = \frac{1}{20}; C_3 = \frac{11}{1050}; C_4 = \frac{19}{7000}; C_5 = \frac{519}{673750} \quad (2.53)$$

Wie in Gleichung (2.52) ersichtlich ist, hängt das Arruda-Boyce Modell nur von der ersten Invarianten I_1 ab. Der Parameter λ_m steht für die endliche Verstreckbarkeit der Ketten. Für große λ_m nähert sich das Arruda-Boyce Modell dem Neo-Hooke Modell an. Es gilt

$$\lim_{\lambda_m \rightarrow \infty} \left(\sum_{i=1}^5 \frac{C_i}{\lambda_m^{2i-2}} (I_1^i - 3^i) \right) = C_1 (I_1 - 3) \quad (2.54)$$

Eine andere Herangehensweise wird von Kilian und Mitarbeitern verfolgt. Ihr Modell stellt eine Analogie zur van der Waals-Zustandsgleichung für reale Gase her¹⁴, weshalb das Materialmodell auch als van der Waals-Modell bekannt ist. Die Gummielastizität der Netzwerke wird mit einer van der Waals-Zustandsgleichung für ein ungefülltes Netzwerk beschrieben [94], [96], [97]. Für die Formänderungsenergiedichte ergibt sich

$$W = G \left\{ -(\lambda_m^2 - 3) [\ln(1 - \eta) + \eta] - \frac{2}{3} \alpha \left(\frac{\tilde{I} - 3}{2} \right)^2 \right\} \quad (2.55)$$

$$\tilde{I} = (1 - \beta)\bar{I}_1 + \beta\bar{I}_2, \quad \eta = \sqrt{\frac{\tilde{I} - 3}{\lambda_m^2 - 3}}$$

Für ungefüllte Elastomere sind die Materialparameter physikalisch interpretierbar. Der Schubmodul ergibt sich aus der Entropieelastizität. Der Parameter α beschreibt die Wechselwirkungen zwischen den Molekülketten und λ_m die maximale Verstreckbarkeit. Für große λ_m und $\alpha = \beta = 0$ nähert sich das van der Waals Modell dem Neo-Hooke an.

¹⁴ Im Vergleich dazu würde die Herleitung durch die Gauß-Statistik dem idealen Gas entsprechen.

Mit dem Ziel, die gegenseitige Undurchdringlichkeit der Polymerketten, welche durch die Annahme des Phantomnetzwerks vernachlässigt wurde, zu berücksichtigen, wurden das Slip-Link-Modell und das Tube-Modell¹⁵ entwickelt. Bei beiden Modellen schränken benachbarte Ketten die Möglichkeiten einer Polymerkette ein, bestimmte Konformationen einzunehmen, wodurch ein zusätzlicher Beitrag zur Formänderungsenergie entsteht. Die Modelle unterscheiden sich durch die Art der Modellbetrachtung, mit der die Behinderung von Kettenbewegungen charakterisiert wird [175]. Stellvertretend für den Tube-Modell-Ansatz sei hier die von Stommel abgeleitete Beziehung für die Formänderungsenergiedichte aufgeführt:

$$W = \frac{1}{2} G_c \left\{ \frac{I_1(1-\alpha^2)}{1-\alpha^2 I_1} + \ln(1-\alpha^2 I_1) \right\} + \frac{2}{\beta^2} G_e (\lambda_1^{-\beta} + \lambda_2^{-\beta} + \lambda_3^{-\beta} - 3) \quad (2.56)$$

- G_c Modulanteil der chemischen Netzknoten
- G_e Modulanteil aus den topologischen Behinderungen
- α Materialparameter für die maximale Verstreckbarkeit
- β Materialparameter für die topologischen Behinderungen

Neben den in diesem Kapitel gezeigten Materialmodellen gibt es noch eine Vielzahl weiterer Modelle, welche sich meist aus einem der genannten Ansätze ergeben. Es sei an dieser Stelle sowohl für die phänomenologischen Modelle als auch für die Modelle auf molekular-statistischer Basis auf die umfangreiche Literatur verwiesen. So beschäftigt sich zum Beispiel eine internationale Konferenzreihe mit der Entwicklung von Materialmodellen für Elastomere [19], [29], [50], [82].

2.3 Modelle zur Beschreibung des Mullins-Effekts

Im Laufe der Zeit wurden unterschiedliche Ansätze für die Modellierung des Mullins-Effekts entwickelt und angewandt. Zum einen wurde versucht, die physikalischen Effekte wie Bruch von Bindungen, Kettengleiten oder Füllstoffbruch (siehe Abbildung 2.7) direkt zu beschreiben und daraus physikalisch motivierte Modelle zu entwickeln. Zum anderen wurden phänomenologische Modelle wie die 2-Phasen Netzwerk Theorie oder die Kontinuums-Schädigungsmechanik entwickelt. Die 2-Phasen Netzwerk Theorie geht davon aus, dass das Material aus einer weichen und harten Phase besteht. Die Kontinuums-Schädigungsmechanik fasst die Spannungserweichung als Schädigungsphänomen auf.

2.3.1 Physikalisch motivierte Modelle

2.3.1.1 Bruch von Bindungen

Govindjee und Simo entwickeln in [67] ein Modell, welches die Spannungserweichung als Bruch von Bindungen auffasst. Die Formänderungsenergiedichte wird in zwei Teile aufgespalten. Einen Teil tragen Polymerketten zwischen zwei Vernetzungsstellen bei, der zweite Teil wird durch Ketten zwischen zwei Füllerpartikeln aufgefasst. Das Modell basiert auf dem Drei-Kettenmodell, der Schädigungsparameter ist vom größten Eigenwert des Deformationsgradienten abhängig. Obwohl das Modell physikalisch motiviert ist sind die Materialparameter phänomenologisch. Göktepe und Simo erweitern in [66] das Modell von

¹⁵ Auch als Röhrenmodell bezeichnet

drei auf 21 Materialrichtungen und sind damit in der Lage anisotropische Materialeigenschaften zu berücksichtigen.

2.3.1.2 Kettengleiten

Kilian et al. entwickeln in [95] ein Materialmodell, welches den Mullins-Effekt durch irreversibles Abgleiten von Ketten an Füllstoffpartikeln beschreibt. Das Modell basiert auf der Beschreibung von Ketten, die an Füllstoffpartikeln anliegen und an Ketten, welche mit Füllstoffpartikel chemisch verbunden sind. Das Materialmodell hat 12 Parameter, welche durch Fitfunktionen angepasst werden müssen und nach [38] schwierig zu interpretieren sind.

2.3.1.3 Füllstoffbruch

Klüppel und Schramm gehen in [99] davon aus, dass die Spannungserweichung von einem spannungsinduzierten Füllstoffclusterbruch herrührt. Für die Implementierung in ein Materialmodell erweitern sie ein Tube-Modell (analog zu Gleichung (2.56)) indem sie die hydrodynamische Verstärkung durch den Füllstoff von der Maximaldehnung abhängig machen. Der hydrodynamische Verstärkungsfaktor X verknüpft durch die Beziehung

$$\lambda = 1 + X \varepsilon \quad (2.57)$$

den intrinsischen Verstreckgrad λ mit der makroskopischen Dehnung ε . Dieser wird nun durch die Gleichung

$$X_{\max} = X_{\infty} + (X_0 - X_{\infty}) e^{-z \varepsilon_{\max}} \quad (2.58)$$

von der bisher maximal aufgetretenen Dehnung ε_{\max} abhängig gemacht. Die Funktion impliziert einen exponentiellen Abfall des Verstärkungsfaktors mit steigender Maximaldehnung. Die Ergebnisse für den uniaxialen Fall zeigen gute Übereinstimmung. Die durch Curve-Fitting zu bestimmenden Materialparameter erlauben durch den mikromechanischen Ansatz eine physikalische Deutung. In [98] erweitern Klüppel und Meier das Modell um auch einen reversiblen Füllstoffclusterbruch beschreiben zu können.

2.3.2 Phänomenologische Modelle

2.3.2.1 2-Phasen Netzwerk Ansatz

Der 2-Phasen-Netzwerkansatz geht zurück auf die „Zwei-Netzwerke-Theorie“ von Green & Tobolsky [69] und das Zwei-Phasen-Modell von Mullins & Tobin [123], [182]. Der Ansatz geht davon aus, dass das Material weiche und harte Gummiphasen enthält. Unter Last findet eine Transformation von harter zur weichen Gummiphasen statt. Das Polymernetzwerk verändert sich also bei Deformation. Gemäß diesem Ansatz wird die Spannung auf Basis einer skalaren Funktion, welche die mikroskopischen Zustände beschreibt, angepasst. Ein Modell von Beatty und Zuniga [196] ist in [34] angegeben. Die Formänderungsenergie-dichte wird durch die Funktion

$$W = F(m, M) W_0 \quad (2.59)$$

berechnet, wobei W_0 eine klassische hyperelastische Formänderungsenergie-dichtefunktion darstellt. Die Anpassungsfunktion F ist gegeben durch

$$F(m, M) = e^{-b\sqrt{M-m}}. \quad (2.60)$$

b ist ein Materialparameter, m und M repräsentieren Deformationszustände, welche von den Invarianten des Verstreckungstensors abhängen:

$$m = \sqrt{I_1^2 - 2I_2} \quad \text{und} \quad M = \max_{0 \leq s \leq t} (m(s)). \quad (2.61)$$

Die Spannungserweichung ist hierbei also durch die Differenz zwischen derzeitigem Zustand und dem maximal verformten Zustand beschrieben.

2.3.2.2 *Kontinuums-Schädigungsmechanik Ansatz (CDM)*

Obwohl der Mullins-Effekt streng genommen kein Schädigungsphänomen ist, kann er durch einen kontinuumsmechanischen Ansatz beschrieben werden [34]. Ausgegangen wird dabei meist von der Gleichung

$$W = (1 - D) W_0, \quad (2.62)$$

wobei D eine skalare Schädigungsvariable darstellt, welche den Wert der Formänderungsenergiedichte W_0 , berechnet durch ein hyperelastisches Materialgesetz, abmindert. Miehe teilt in [118] den Schädigungsparameter D in einen *kontinuierlichen* und einen *diskontinuierlichen* Anteil auf.

$$D = D_D + D_K \quad (2.63)$$

Der diskontinuierliche Anteil D_D ist vom maximalen Wert der Formänderungsenergiedichte W_0 in der Vergangenheit abhängig und verändert sich erst dann, wenn dieser Wert überschritten wird. Der kontinuierliche Anteil D_K wird vom zeitlichen Verlauf der Formänderungsenergiedichte beeinflusst. Damit ist die kontinuierliche Spannungserweichung während der ersten Zyklen grundsätzlich darstellbar. In der Praxis wird auf den kontinuierlichen Anteil der Schädigung verzichtet, da die ersten Zyklen bei Elastomerbauteilen von untergeordneter Bedeutung sind.

Laiarinandrasana et al. vergleichen in [102] für den schädigungsbasierten Ansatz aus Gleichung (2.62) die Schädigungsparameter basierend auf der maximal aufgetretenen Streckung λ_T^{\max}

$$D = D_\infty \left(1 - e^{-\frac{\lambda_T^{\max} - 1}{\eta}} \right) \quad (2.64)$$

bzw. der maximal aufgetretenen Formänderungsenergiedichte W_0^{\max}

$$D = D_\infty \left(1 - e^{-\frac{W_0^{\max}}{\eta}} \right) \quad (2.65)$$

Eine abschließende Klärung, welcher Ansatz sich zur Beschreibung besser eignet, können die Autoren nicht geben. Sie ziehen jedoch folgende Schlüsse:

- Es gibt keine offensichtliche Äquivalenz zwischen den beiden Ansätzen.
- Der Parameter W_0^{\max} hat eine thermodynamische Grundlage. Die Schädigungsformulierung inkludiert auch die hyperelastischen Materialparameter. Eine getrennte Abstimmung der hyperelastischen und der Mullins-Effekt-Parameter ist deshalb nicht möglich.

- Der Parameter λ_I^{\max} ist einfach und gut interpretier- und beherrschbar. Er ist von der Formulierung des hyperelastischen Materialgesetzes unabhängig. Eine Abstimmung von Materialparametern für den Mullins-Effekt ist deshalb unabhängig von den hyperelastischen Materialparametern möglich.

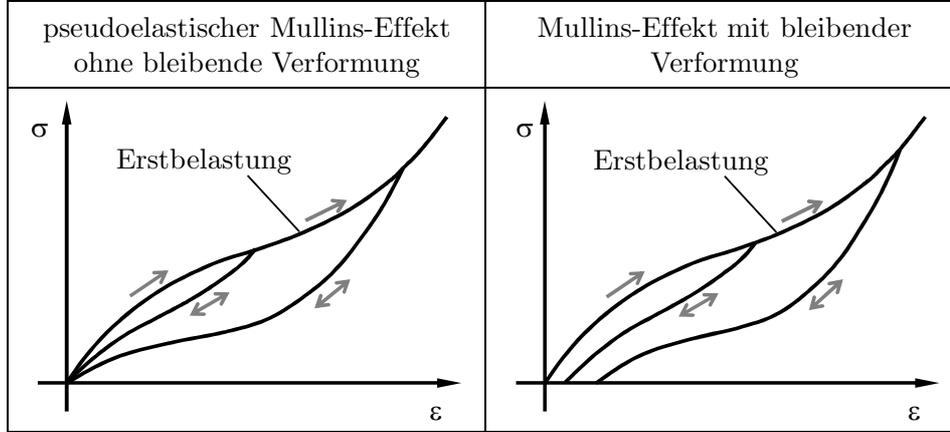


Abbildung 2.17: Idealisierter Mullins-Effekt, ohne (links) und mit (rechts) bleibender Verformung [136], [137]

Ogden und Roxburgh entwickeln in [136] ein „pseudo-elastisches“ Materialmodell, basierend auf dem schädigungsmechanischen Ansatz. Pseudo-elastisch bezieht sich darauf, dass bleibende Verformungen nicht berücksichtigt werden, sondern dass alle Materialkurven durch den Nullpunkt der Spannungs-Dehnungskurve verlaufen, siehe Abbildung 2.17 links. Ogden und Roxburgh führen eine Schädigungsvariable η ein und machen die Formänderungsenergiedichtefunktion neben den Hauptstreckungen λ_1 und λ_2 ¹⁶ auch von dieser durch die Funktion

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \eta) = \eta \tilde{W}(\lambda_1, \lambda_2) + \Phi(\eta) \quad (2.66)$$

abhängig. η hat dabei einen Wertebereich von 0 bis 1. $\Phi(\eta)$ ist eine kontinuierliche Funktion mit $\Phi(1) = 0$, sodass für den „jungfräulichen“ Zustand der Spannungs-Dehnungskurve gilt:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \eta) = \tilde{W}(\lambda_1, \lambda_2) \quad (2.67)$$

Dies ist im ersten Zyklus immer der Fall. In allen weiteren Zyklen gilt dies nur, wenn $\tilde{W}(\lambda_1, \lambda_2) \geq \tilde{W}_m$, wobei \tilde{W}_m die in der Historie maximal aufgetretene Formänderungsenergiedichte darstellt. Die Cauchy-Spannungen berechnen sich mit

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \eta \lambda_1 \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_1} \quad (2.68)$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \eta \lambda_2 \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \lambda_2} \quad (2.69)$$

Ogden und Roxburgh geben Gleichungen für η und $\Phi(\eta)$ an, welche von den Parametern r und m abhängen. Diese können durch Curve-Fitting abgestimmt werden [121]. In [137] erweitern Ogden und Roxburgh das Modell, um auch bleibende Verformungen mit dem

¹⁶ λ_3 ist bei inkompressiblem Werkstoffverhalten nicht unabhängig.

Modell abbilden zu können (siehe Abbildung 2.17 rechts). Bose et al. modifizieren in [24] die Gleichung für η , indem sie einen Term hinzufügen, welcher mit einem zusätzlich abzustimmenden Parameter β abhängt. Damit erreichen sie bessere Übereinstimmung mit Messdaten. Weiterhin implementieren sie das Materialmodell in den Abaqus-Code.

Holzapfel et al. erweitern in [85] das Pseudo-elastische Modell von Ogden und Roxburgh [136]. Sie führen zum einen eine bleibende Verformung nach Entlastung ein, zum anderen erweitern sie die eine auf Formänderungsenergiegedichte basierende Schädigungsvariable durch drei, welchen den einzelnen Hauptrichtungen der Streckungen zugeordnet sind. Damit sind sie grundsätzlich in der Lage, anisotrope Eigenschaften des Mullins Effekts abzubilden.

Besdo und Ihlemann zeigen in [18] ein 8-Parameter Materialmodell zur Beschreibung des Mullins-Effekts, welches die skalare Größe

$$C_T = \max\{|C_I - C_{II}|, |C_{II} - C_{III}|, |C_{III} - C_I|\} \quad (2.70)$$

zur Beschreibung der historisch maximalen Belastung durch den Schleppzeiger

$$C_T^S(t) = \max[C_T(\tau); 0 \leq \tau \leq t] \quad (2.71)$$

verwendet. Die Invariante C_T repräsentiert die maximale Differenz zweier Eigenwerte des linken Cauchy-Green-Tensors¹⁷. Die Ergebnisse für uniaxiale und simple shear Beanspruchung zeigen sehr gute Übereinstimmung mit Versuchen. In [87] erweitert Ihlemann das Materialgesetz auf anisotropisches Verhalten indem er ein richtungsabhängiges Entfestigungsmaß einführt, welches nicht von den Invarianten des Cauchy-Greenschen Tensors in Gleichung (2.71), sondern vom Tensor selbst abhängt.

¹⁷ Bezogen auf den Cauchy-Spannungstensor würde Gleichung (2.70) der Tresca-Vergleichsspannung entsprechen.

3 Stand der Forschung auf dem Gebiet der Lebensdaueruntersuchungen

3.1 Schwingfestigkeit und Alterung

Die Lebensdauer von Elastomeren kann durch die Schädigungsprozesse

- Gewaltbruch,
- Ermüdung,
- Zermürbung und
- Alterung

bestimmt sein [76].

Beim *Gewaltbruch* handelt es sich um ein Überlastereignis, welches zu einem instabilen Risswachstum und damit zum unmittelbaren Bruch bzw. Durchriss eines Bauteils führt.

Unter *Ermüdung* wird eine Änderung von physikalischen Eigenschaften durch schwingende Beanspruchung verstanden. Die ertragbaren Beanspruchungen für Ermüdungsbrüche liegen üblicherweise weit unterhalb der Bruchfestigkeit und können durch eine Wöhlerlinie, auf der die ertragbaren Beanspruchungen über der Lastwechselzahl aufgetragen sind, dargestellt werden.

Unter *Zermürbung* versteht man die Zerstörung durch eine Beanspruchung bei zu hoher örtlicher Temperatur.

Die *Alterung* bei Elastomeren beschreibt chemische Veränderungen, welche meist durch Einwirkung von Sonnenlicht, Wärme, Sauerstoff und Ozon sowie von aggressiven Flüssigkeiten und Gasen [138] verursacht sind. Die Alterung äußert sich je nach Art der Einwirkung durch Aufquellen oder durch Rissbildung. Alterungsprozesse gehen in der Regel sehr langsam vor sich, beschleunigen sich jedoch bei zunehmender Temperatur. Um Alterungsprozesse im Labor nachstellen zu können, werden die zu prüfenden Bauteile in einem Wärmeschrank bei 70° bis 100° gelagert und den alternden Medien unterworfen. Unterschiedliche Prüfbedingungen sind in der DIN-Norm 53508 [45] standardisiert. Übliche Lagerungszeitdauern liegen zwischen einem Tag und zwei bis vier Wochen. Bei Lagern im Automobilbereich ist die häufigste Alterungsart die Sauerstoff- und Ozonalterung. Dabei greifen die O₂ bzw. die O₃-Moleküle die relativ instabilen Molekülketten des Gummis an, brechen Bindungen auf und lagern sich an den Lücken an. Vor allem Doppelbindungen, wie sie auch beim Naturkautschuk auftreten, sind für diese Alterung besonders anfällig. Makroskopisch verändern diese Alterungsvorgänge die Elastizität, wobei sowohl eine Erweichung als auch eine Verhärtung und Versprödung auftreten können. Sehr oft sind bei Ozoneinwirkung unter Zugbeanspruchung Risse quer zur Spannungsrichtung zu beobachten [22]. Die Alterung kann durch eine geeignete Wahl von Alterungsschutzmitteln gezielt verlangsamt werden [138].

Je nach Art der Beanspruchung erfolgt eine Auslegung eines Bauteils gegen einen dieser Schädigungsprozesse. Ein vorwiegend statisch beanspruchtes Bauteil wird gegen Gewaltbruch und Alterung ausgelegt. So entwickeln zum Beispiel Achenbach und Duarte in [4] ein Modell, um die chemische Alterung von Dichtungen mittels FEM-Simulation vorausberechnen zu können. Dazu verwenden sie eine geeignete chemisch-kinetische Modellierung des Degradierungsprozesses des Molekülnetzwerks bei Alterung, sodass die resultierende Formänderungsenergiedichtefunktion des Materialgesetzes angepasst werden

kann. Dies ermöglicht die Vorausberechnung der Einsatzzeit von statisch belasteten Dichtungen.

Schwingend belastete Bauteile müssen gegen Ermüdung ausgelegt werden. Bei der vorliegenden Arbeit werden schwingend bzw. dynamisch belastete Bauteile behandelt, deshalb steht die Ermüdung oder auch die Schwingfestigkeit im Fokus. Die Alterung des Materials wird nicht berücksichtigt.

3.2 Konzepte zur Berechnung der Schwingfestigkeit

Die Berechnung der Schwingfestigkeit ist bei Metallen heute gängige Praxis [77], [73], [31]. Es existieren dafür im Wesentlichen zwei Ansätze, welche grundsätzlich auch für Elastomere in Frage kommen:

- Abschätzung der Lebensdauer bis zum technischen Anriss¹⁸
- Abschätzung der Lebensdauer durch Berechnung des stabilen Rissfortschritts vom Anriss bis zur instabilen Rissausbreitung, welche zum endgültigen Bruch des Bauteils führt

Für den ersten Ansatz existieren Rechenverfahren, welche als *Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzepte* bezeichnet werden. Diese können sowohl auf Nennspannungen als auch auf örtlichen Beanspruchungen basieren. Dem entsprechend wird zwischen dem *Nennspannungskonzept* und dem *örtlichen Konzept*¹⁹ unterschieden. Der zweite Ansatz wird durch das *Rissfortschrittskonzept* behandelt und mit Hilfe der Bruchmechanik beschrieben [73].

3.2.1 Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzepte

3.2.1.1 Grundsätzlicher Ablauf

Der grundsätzliche Ablauf einer Lebensdauerabschätzung mit einem Kollektiv-Wöhlerlinienkonzept ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Auf Basis einer Referenzbelastung werden an einer möglichst einfachen, definierten Werkstoffprobe die Beanspruchbarkeiten des Werkstoffs durch Schwingfestigkeitsversuche messtechnisch ermittelt. Für das zu betrachtende Bauteil müssen parallel dazu durch analytische Abschätzungen oder FEM-Simulationen die Beanspruchungen berechnet werden. Ein Vergleich mit den auf probekörperebene ermittelten Beanspruchbarkeiten führt zu einer Lebensdauervorhersage. Diese kann anschließend mit Ergebnissen aus einem Betriebsfestigkeitsversuch abgeglichen werden.

¹⁸ Als technischer Anriss gilt ein Anriss, welcher mit den betrieblich anwendbaren, üblichen Inspektionsverfahren vor Ort erkennbar ist [73].

¹⁹ Bei Metallen wird das örtliche Konzept auch als Kerbgrundbeanspruchungskonzept bezeichnet, siehe z.B. [31], [73], [77].

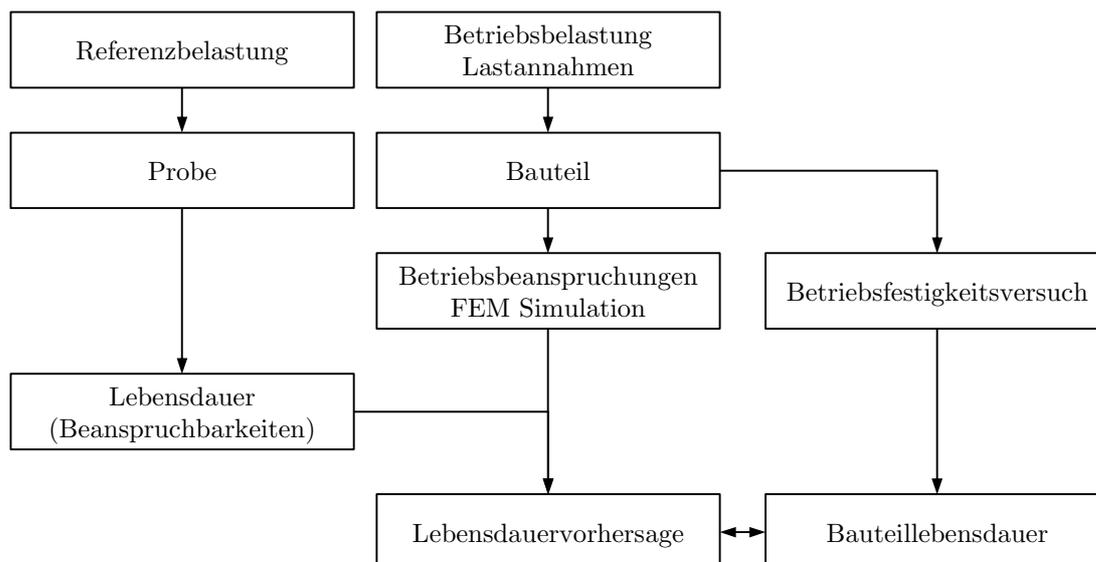


Abbildung 3.1: Betriebsfestigkeit von Elastomerbauteilen, nach [165]

Beim *Nennspannungskonzept* wird die Beanspruchung im kritischen Querschnitt pauschal durch die Nennspannung beschrieben. Die Einflüsse von spannungsüberhöhenden Faktoren wie Kerben werden durch die Verwendung der speziell für das Bauteil ermittelten Bauteilwöhlerlinien berücksichtigt. Wenn keine Bauteilwöhlerlinien vorliegen, können diese durch Verwendung von bauteilähnlichen Proben abgeschätzt werden, wobei auf gleiche Formzahlen für Kerbwirkungen und eine Umrechnung von geometriebezogenen Größen zu achten ist.

Im Gegensatz zum Nennspannungskonzept geht man beim *Örtlichen Konzept* von der an der kritischen Stelle eines Bauteils herrschenden Beanspruchung aus. Dies macht die Anwendung im Vergleich zum Nennspannungskonzept aufwändiger, da die Ermittlung der örtlichen Beanspruchungen im Allgemeinen vermehrter versuchs- oder rechentechnischer Anstrengungen erfordert. Bei Metallen können bei höheren Belastungen Kerbgrundspannungen im plastischen Bereich auftreten, wodurch Konzepte zur Berücksichtigung dieser inelastischen Effekte erforderlich werden. Bei moderaten Beanspruchungen (im linear-elastischen Bereich) können die örtlichen Spannungen und Dehnungen durch FE-Simulationen sehr gut ermittelt werden. Der Vorteil des Örtlichen Konzepts liegt dann darin, dass für einen Werkstoff in einem definierten Zustand eine einzige Wöhlerlinie einer ungekerbten Werkstoffprobe (Formzahl $\alpha_k = 1$) unter Axialbeanspruchung genügt, während für eine Lebensdauerabschätzung mit Nennspannungen Haigh-Diagramme für mehrere Formzahlen und für die verschiedenen Beanspruchungsarten vorhanden sein müssen [31].

3.2.1.2 Schadensakkumulation

Um eine Lebensdauervorhersage eines Bauteils unter schwingender Betriebsbelastung durchführen zu können, müssen die auftretenden Beanspruchungen im Bauteil mit den ertragbaren Beanspruchbarkeiten in Beziehung gesetzt werden²⁰. Dies geschieht anhand einer geeigneten Schadensakkumulationshypothese. Diese fassen Einzelschädigungen

²⁰ Anstatt des Vergleichs von lokalen Beanspruchungen und Beanspruchbarkeiten können auch globale Belastungen und Belastbarkeiten verglichen werden.

rechnerisch zu Gesamtschädigungen zusammen. Es gibt dazu eine Reihe von Ansätzen, siehe z. B. [166], [167], [168], [191]. Die einfachste und bekannteste Methode, nach der die Lebensdauer eines Bauteils unter einer Schwingbeanspruchung mit variabler Amplitude berechnet werden kann, ist die lineare Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren [141] und Miner [119], welche in der Literatur auch verkürzt als „Miner-Regel“ bekannt ist (z.B. [77]). Der Grundgedanke der linearen Schadensakkumulationshypothese ist, dass eine schwingende Beanspruchung im Werkstoff eine „Schädigung“ bewirkt, die sich im Laufe ihrer Einwirkung aufsummiert. Die Schädigungsvariable D ist dabei aus dem Schädigungsbetrag ΔD_i eines Schwingspiels definiert als

$$\Delta D_i = \frac{1}{N_i} \quad (3.1)$$

N_i ist dabei die ertragbare Schwingspielanzahl und kann aus einer Wöhlerlinie durch den Zusammenhang

$$N_i = N_D \left(\frac{\sigma_{ai}}{\sigma_{aD}} \right)^{-k} \quad (3.2)$$

ermittelt werden. N_D ist dabei die ertragbare Lastwechselanzahl für die Spannungsamplitude σ_{aD} . k ist die Steigung der Wöhlerlinie und somit ein Materialkennwert. Für die Schädigungssumme

$$D = \sum_i \Delta D_i = 1 \quad (3.3)$$

tritt theoretisch Versagen ein. Die Schadenssumme von mehreren Schwingspielen mit unterschiedlichen Amplituden und Häufigkeiten ergibt sich durch

$$D = \sum_{i=1}^k D_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_k}{N_k}, \quad (3.4)$$

mit n_i als Anzahl von Schwingspielen mit gleicher Amplitude. Die Summenschädigung ist bei der hier dargestellten linearen Schadensakkumulation unabhängig von der Reihenfolge der auftretenden Beanspruchungen. Treten bei zu untersuchenden Materialien gravierende Reihenfolgeeffekte auf, so darf die Palmgren-Miner-Regel nicht angewendet werden. Die Palmgren-Miner Regel wurde für die Anwendung bei Metallen entwickelt. Sie ist jedoch ein pragmatischer Ansatz und hat keine physikalischen oder chemischen Hintergründe. Deshalb kann sie auch für Elastomere gelten, sofern sie experimentell bestätigt werden kann.

3.2.1.3 Zählverfahren

Um die schädigenden Schwingspiele zu zählen, wurden im Laufe der Zeit unterschiedlichste Zählverfahren entwickelt. Man unterscheidet je nach Anzahl der voneinander unabhängigen Kenngrößen zwischen ein- und zweiparametrischen Verfahren.

Einparametrische Zählverfahren zielen grundsätzlich darauf ab, aus einem Belastungsverlauf die Belastungsamplituden und deren Häufigkeiten zu gewinnen. Die bekanntesten Vertreter sind²¹

²¹ Die Verfahren sind hier nur aufgezählt. Für eine Beschreibung der Zählverfahren sei an dieser Stelle an die Literatur verwiesen, z. B. [31], [73], [44]

- Spitzenzählung (peak counting)
- Zählung von Spitzen zwischen Grundbeanspruchungsdurchgängen (mean-crossing peak counting)
- Bereichspaarzählung (range-pair counting)
- Klassengrenzenüberschreitungs-zählung (level cross counting)

Einparametrische Zählverfahren sind relativ einfach anzuwenden. Der große Nachteil liegt darin, dass damit eine Berücksichtigung von Amplituden und Mittellasten nicht möglich ist. Dies kann erst durch zweiparametrische Verfahren bewerkstelligt werden. Es werden dafür heute zwei Verfahren eingesetzt:

- Von-Bis-Zählung für die Extremwerte (peak-through counting)
- Rainflowzählung²² (rainflow cycle counting)

Das Rainflowverfahren zählt geschlossene Hysteresen eines Beanspruchungs-Zeit-Verlaufs [37], wodurch ein direkter Zusammenhang mit Spannungs-Dehnungskurven hergestellt werden kann. Es liegt also eine sinnvolle, werkstoffmechanische Grundlage zur Beschreibung der Werkstoffschädigung (Ermüdung) vor. Aus diesem Grund hat das Rainflowverfahren breiten Einsatz in der Lebensdauersimulation gefunden, siehe z. B. [60], [73], [77], [133].

3.2.1.4 Methoden zur Lebensdauerrechnung bei multiaxialer Belastung

Bei allgemeiner multiaxialer Belastung besteht grundsätzlich die Schwierigkeit, wie die dreidimensionalen Beanspruchungsverläufe mit Lebensdauer kennwerten aus einaxialen Wöhlerversuchen verglichen werden können. Haibach [77] unterscheidet zwischen proportionalen, annähernd proportionalen und nicht-proportionalen multiaxialen Beanspruchungen. Bei einer proportionalen Beanspruchung ändern sich die unterschiedlichen Richtungskomponenten proportional, sodass sich die Hauptrichtung der Spannungen und Dehnungen nicht ändert. Somit bestehen keine grundsätzlichen Schwierigkeiten, diese grundsätzlich multiaxialen Beanspruchungen mit einachsigen Wöhlerlinien zu vergleichen. Annähernd proportionale Beanspruchungen können näherungsweise als proportional angesehen werden. Problematisch ist also die allgemeine Abhandlung einer nichtproportionalen Beanspruchung, welche mit drei grundsätzlichen Schwierigkeiten verbunden ist [77]:

- Es gibt keine der Rainflow-Zählung vergleichbare Methode, um eine nichtproportionale Beanspruchung in einzelne Schwingspiele zu zerlegen.
- Einige Werkstoffe zeigen bei Plastifizierung zyklische Verfestigung oder zyklisches Kriechen.
- Es stellt sich die Frage nach geeigneten Schädigungsparametern.

Grundsätzlich gibt es noch kein allseits befriedigendes Konzept, sondern nur Methoden und Näherungsverfahren mit eingeschränkter Gültigkeit für gewisse Werkstoffeigenschaften oder Beanspruchungsbedingungen [170]. Amstutz, Hoffmann und Seeger [8] ermitteln zunächst für jeden Lastfall die örtlichen Beanspruchungen gesondert und überlagern diese additiv. Auftretende Verletzungen des Spannungs-Dehnungs-Gesetzes werden anschließend durch eine Kompatibilitätsprozedur korrigiert. Nachteil dieses Verfahrens ist, dass es nicht invariant gegenüber einer Drehung des Koordinatensystems ist.

²² auch Bereichspaar-Mittelwert-Zählung

Ausgehend von der weit verbreiteten Rainflow Zählung für einkomponentige Signale wurden für mehraxiale Beanspruchungen multiaxiale Rainflow-Verfahren entwickelt [52]. Diese sind mathematisch sehr anspruchsvoll, sodass sie in der praktischen Anwendung bisher nicht Einzug gefunden haben [77].

Das gebräuchlichste Näherungsverfahren zur Berechnung der Lebensdauer bei allgemeiner multiaxialer Belastung ist die so genannte Methode der kritischen Schnittebene [77], [133], [73]. Der Grundgedanke hinter dem Verfahren ist, dass man das Problem der drehenden Hauptspannungen näherungsweise umgeht, in dem man alle möglichen Richtungen im Raum betrachtet. Die Lebensdauerrechnung wird nicht für Hauptspannungsrichtungen, sondern für körperfeste Schnittebenen vorgenommen. Man diskretisiert also den Spannungs- bzw. Dehnungsraum in eine gewisse Anzahl Schnittebenen und betrachtet deren Normal- und Schubspannungskomponenten in dem der Spannungs- bzw. Dehnungstensor in Richtung der Schnittebene gedreht wird. Die Normalspannungsrichtungen sind durch den jeweiligen Normalvektor der Schnittebenen definiert und ändern sich somit definitionsgemäß nicht. Die Schubspannungsrichtungen sind jedoch nicht eindeutig, sondern können sich je nach Beanspruchungsverlauf in der Ebene drehen. Somit ist streng genommen eine konstante Hauptspannungsrichtung auch bei dieser Methode nicht exakt, sondern nur näherungsweise gegeben, wenn vorausgesetzt wird, dass die Normalspannung gegenüber der Schubspannung dominant ist. Als kritische Schnittebene wird nun jene Ebene bestimmt, in welcher sich die größte Schädigung ergibt.

3.2.2 Bruchmechanikkonzept

Das Rissfortschrittskonzept beschreibt die Restlebensdauer eines Bauteils bei Anriss oder aufgrund einer makroskopischen Fehlstelle im Material durch stabile Rissausbreitung. In diesem Kapitel sollen die grundlegenden Gleichungen hergeleitet werden.

3.2.2.1 Linear-elastische Bruchmechanik

Die linear-elastische Bruchmechanik wurde ursprünglich für ideal spröde Werkstoffe entwickelt, bei denen sich das Material bis in die Rissspitze linear-elastisch verhält. Sie ist jedoch auch dann noch anwendbar, wenn die Größe der plastischen Zone klein gegenüber den charakteristischen Abmessungen des Risses bleibt [162]. Grundsätzlich werden in der Bruchmechanik drei unterschiedliche Rissarten unterschieden [154], siehe auch Abbildung 3.2:

- Mode I: Die Rissöffnung erfolgt senkrecht zur Rissfläche (Zugbruch)
- Mode II: Die Rissöffnung erfolgt parallel zur Rissfläche in der Plattenebene (Scherbruch)
- Mode III: Die Rissöffnung verläuft parallel zur Rissfläche senkrecht zur Plattenebene (Torsionsbruch)

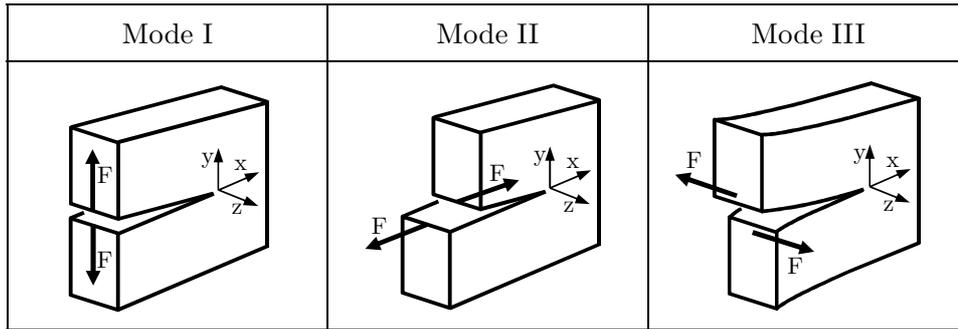


Abbildung 3.2: Die drei grundlegenden Rissbeanspruchungsarten der Bruchmechanik, nach [154]

Begründet wurde die Bruchmechanik von Griffith [72] durch Untersuchungen des spröden Bruchs von Glas. Nach ihm ist auch ein sehr grundlegendes Rissmodell der Bruchmechanik benannt, der sog. Griffith-Riss. Es handelt sich dabei um zweidimensionales Modell einer unendlich ausgedehnten Scheibe mit Einheitsdicke und einem Riss mit der Risttiefe $2a$, welche senkrecht zur Rissebene belastet wird (Mode I), siehe Abbildung 3.3 links.

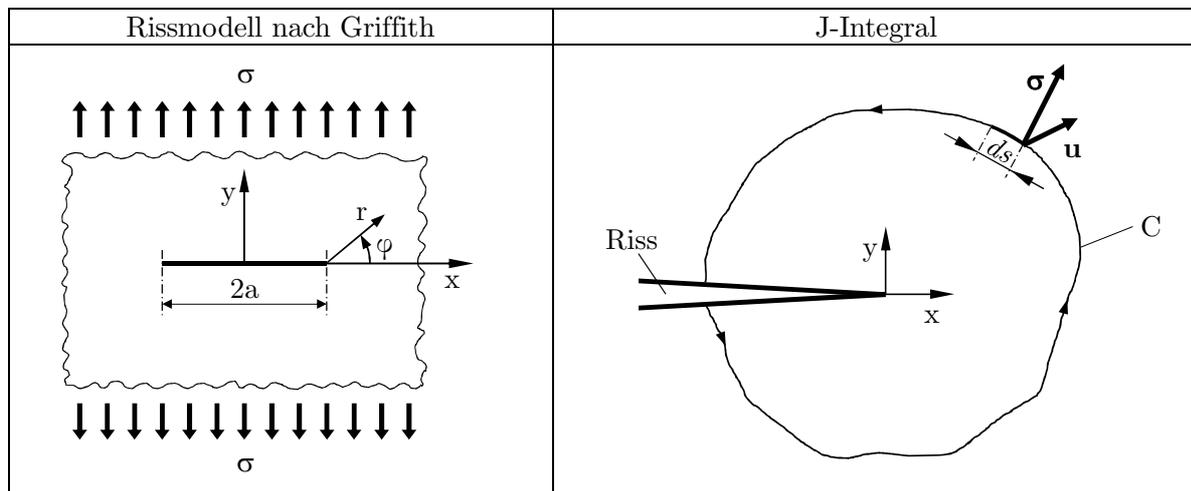


Abbildung 3.3: links: Rissmodell nach Griffith, rechts: Veranschaulichung des Integrationswegs und der Größen beim J-Integral, nach [162]

Nach Griffith tritt Rissfortschritt dann ein, wenn die beim Rissfortschritt freiwerdende potentielle Energie ausreicht, um neue freie Oberflächen zu schaffen. Als Maß dafür fungiert die Energiefreisetzungsrate

$$G = -\frac{dU}{da}, \quad (3.5)$$

die das Verhältnis der Änderung der im Körper gespeicherten Energie dU zur Änderung der Rissfläche da beschreibt. Auf Basis der Modellvorstellung des Risses in Abbildung 3.3 links lassen sich analytische Beziehungen der Spannungen um den Riss formulieren. Für das Griffith-Rissmodell lauten diese in Abhängigkeit von r , φ und a [162]:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \begin{pmatrix} \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 - \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \cos \frac{\varphi}{2} \left(1 + \sin \frac{\varphi}{2} \sin \frac{3\varphi}{2} \right) \\ \cos \frac{\varphi}{2} \sin \frac{\varphi}{2} \cos \frac{3\varphi}{2} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

An der Rissspitze tritt für $r = 0$ eine Singularität auf und die Spannungen gehen gegen unendlich, wodurch lokale Spannungen zur Beschreibung der Beanspruchung nicht verwendbar sind. Dies gilt nicht nur für den hier dargestellten Griffith-Riss, sondern analog auch für die anderen Rissöffnungsarten. Aus diesem Grund führt Irwin die Spannungsintensitätsfaktoren K_i ein. Sie lauten:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y_I, \quad (3.7)$$

$$K_{II} = \tau \sqrt{\pi a} Y_{II}, \quad (3.8)$$

$$K_{III} = \tau_z \sqrt{\pi a} Y_{III}, \quad (3.9)$$

Dabei sind σ , τ und τ_z die Nennspannungen zufolge der wirkenden Kräfte aus Abbildung 3.2 und a die Risslänge. Die Faktoren Y_i sind Geometriefaktoren, welche die Abweichung des betrachteten Rissproblems vom idealen Rissmodell für den jeweiligen Mode beschreiben. Für Mode I ist dies der Griffith-Riss aus Abbildung 3.3, für den $Y_I = 1$ gilt. Ein Riss beginnt zu wachsen, wenn K_i einen kritischen Wert K_{iC} überschreitet.

3.2.2.2 Nichtlineare Bruchmechanik

Eine Verallgemeinerung auf nichtlinear elastische Werkstoffe durch Rice [153] führt auf das sogenannte J-Integral, welches identisch zur frei werdenden Energie beim Riss ist. Das J-Integral

$$J = -\frac{dU}{dA} = \int_C W_0 dy - \bar{\sigma} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} ds \quad (3.10)$$

ist ein Kurvenintegral, dessen Integrationspfad die Rissspitze umschließt und ist für linear- und nichtlinear-elastische Körper unabhängig vom Integrationspfad. W_0 ist dabei die Formänderungsenergiegedichte, $\bar{\sigma}$ ist der Spannungsvektor und \bar{u} der Verschiebungsvektor auf dem Integrationspfad C mit ds als Wegkoordinate, siehe Abbildung 3.3 rechts. Damit kann die Rissenergie ausreichend weit entfernt von der Rissspitze und damit von der Singularität berechnet werden. Risswachstum setzt ein, wenn J einen werkstoffabhängigen kritischen Wert J_C erreicht. Im Falle linear-elastischer Spannungs- und Verschiebungsberechnung ist der Wert des J-Integrals identisch mit der Energiefreisetzungsrate G aus Gleichung (3.5).

Rivlin und Thomas [158] übernehmen die Energiefreisetzungsrate von Griffith als Kriterium und übertragen es auf das Bruchverhalten von Elastomeren. Das Griffithsche Kriterium setzt voraus, dass die Energie nur zur Bildung von neuen Oberflächen benötigt wird. Dies trifft für die Rissausbreitung in Glas auch zu. Bei Elastomeren wird zusätzlich durch intermolekulare Reibungseffekte, dem Aufbruch dehnungskristallisierter Strukturen und der Zerstörung struktureller Anordnungen Energie dissipiert. Rivlin und Thomas führen deshalb den Begriff der Weiterreißenergie (Tearing Energy) ein. Diese ist jene

Energie, die für eine Einheit Rissfortschritt bei einem Körper der Einheitsdicke erforderlich ist:

$$T = -\frac{1}{d} \left(\frac{dU}{da} \right) \Big|_l \quad (3.11)$$

Für eine eingeschnittene ebene Flachprobe ergibt sich die Rissenergie zu

$$T = -\frac{1}{d} \left(\frac{dU}{da} \right) \Big|_l = 2 k(\lambda) a d W_0, \quad (3.12)$$

mit W_0 als Formänderungsenergiegedichte des Probekörpers ohne Riss, der Risstiefe a , der Dicke d und dem dehnungsabhängigen Proportionalitätsfaktor $k(\lambda)$. Greensmith [70] führte Untersuchungen zur Bestimmung dieses Proportionalitätsfaktors durch und stellte dabei eine einheitliche Tendenz für k zwischen drei für kleine Verstreckgrade bis kleiner als zwei für $\lambda = 3$ fest. Lake schlägt die theoretische Beziehung

$$k(\lambda) = \frac{\pi}{\sqrt{\lambda}} \quad (3.13)$$

vor [106]. Lindley [109] gibt folgende dehnungsabhängige Beziehung an:

$$k = \frac{2.95 - 0.08\varepsilon}{\sqrt{1 + \varepsilon}} \quad (3.14)$$

Die Rissenergie und das J-Integral lassen sich ineinander überführen, wenn sich der Riss unter konstanter Verschiebung der Kräfteingriffspunkte ausbreitet [175].

3.2.2.3 Dynamisch-zyklische Belastung

Unter dynamisch-zyklischer Belastung kann an Werkstoffproben ein Rissfortschritt beobachtet werden. Lake und Lindley führen in [106] Risswachstumsmessungen an rechteckförmigen Probekörpern durch. Sie tragen die die Risswachstumsrate da/dN über der Rissenergie doppeltlogarithmisch auf und erhalten ein Diagramm, wie es in Abbildung 3.4 dargestellt ist.

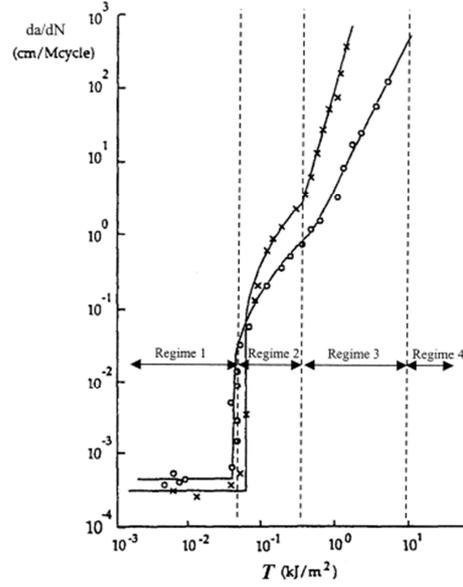


Abbildung 3.4: Risswachstum in Abhängigkeit der Weiterreißenergie [106]

Es können vier Bereiche des Risswachstums unterschieden werden. Im Bereich 1, unterhalb eines gewissen Schwellwerts der Weiterreißenergie T_0 weist der Riss konstantes Risswachstum auf. Die Risswachstumsrate kann durch eine Konstante

$$\frac{da}{dN} = r \quad \text{für } T \leq T_0 \quad (3.15)$$

beschrieben werden. Als Grund für das Risswachstum wird der chemische Angriff durch Ozon angegeben [105]. Im Bereich 2 wird das Risswachstum zunehmend durch die mechanische Ermüdung bestimmt bis im Bereich 3 die mechanische Ermüdung deutlich überwiegt. Im Bereich 4 tritt unkontrolliertes Risswachstum bis zum Bruch auf. Für den Bereich 3 gilt die Beziehung

$$\frac{da}{dN} = B T^\beta \quad (3.16)$$

B und β sind dabei Materialkonstanten. Gleichung (3.16) ist vergleichbar mit der PARIS-Gerade der linear-elastischen Bruchmechanik

$$\frac{da}{dN} = C_P \Delta K_I^{m_P}, \quad (3.17)$$

welche das Risswachstum über dem Spannungsintensitätsfaktor mit den Materialkonstanten C_P und m_P beschreibt [154].

Wird davon ausgegangen, dass von Beginn an ein Anriss der Länge a_0 vorhanden ist und die Beanspruchungen oberhalb von T_0 liegen, so kann die Anzahl der Lastwechsel bis zu einem Anriss der Länge a_f durch Integration der Gleichung (3.16) ermittelt werden, wobei die Rissenergie T eingesetzt werden muss. Für eine angerissene Flachprobe kann T nach Gleichung (3.12) bestimmt werden. Nach Integration ergibt sich die ertragbare Lastwechselanzahl zu

$$N = \frac{1}{\beta - 1} \frac{1}{B(2k W_0)^\beta} \left(\frac{1}{a_0^{\beta-1}} - \frac{1}{a_f^{\beta-1}} \right) \quad (3.18)$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass die Werkstoffprobe mit einem konstanten maximalen Verstreckgrad belastet wird, sodass der Maximalwert des Terms $2kW_0$ konstant bleibt. Unter der Voraussetzung, dass die Endrisstiefe a_f deutlich länger als die Anfangsrisstiefe a_0 ist, kann die Endrisstiefe aus der Gleichung (3.18) entfernt werden und es gilt [103]

$$N = \frac{1}{\beta - 1} \frac{1}{B(2kW_0)^\beta} \frac{1}{a_0^{\beta-1}} \quad (3.19)$$

Neben der vorhin beschriebenen Methode von Lake und Lindley findet auch die Crack-Layer Theorie von Aglan und Moet [5], [6] Anwendung. Die Crack-Layer Theorie beschreibt das Risswachstum nicht abschnittsweise empirisch, sondern ganzheitlich auf physikalischer Basis. Ausgangspunkt für die Betrachtung des Rissfortschritts ist, dass vor der Rissspitze die Schädigung des Materials kontinuierlich zunimmt. Erreicht sie einen kritischen Schädigungsgrad wächst der Riss um einen bestimmten Betrag weiter. Die Crack-Layer-Theorie beschreibt nun die Entwicklung der Schädigung und des eigentlichen Risses. Die fundamentale Beziehung der Crack-Layer-Theorie lautet

$$\frac{da}{dN} = \frac{\beta \Delta T^2}{\mu T_C - \Delta T} \quad (3.20)$$

Das Risswachstum des Modells ist also mit dem Quadrat der Energiefreisetzung durch den Riss proportional. β und μ sind Materialparameter, T_C ist die kritische Weiterreißenergie.

3.3 Einflussfaktoren auf die Schwingfestigkeit

In diesem Kapitel sind unterschiedliche Untersuchungen aus der Literatur zu den Themen Mittellasteinfluss, Temperatureinfluss, Alterungszustand, Überlast, Unterbrechungen, Verformungsgeschwindigkeit, Beanspruchungszustand und Mehrachsigkeit zusammengefasst. Dabei sollen die wesentlichen Einflussfaktoren und Ergebnisse herausgearbeitet werden.

3.3.1 Mittellasteinfluss

Elastomerwerkstoffe zeigen eine ausgeprägte Mittellastabhängigkeit. Bereits 1940 untersuchte Cadwell in [32] den Einfluss der Mittellast auf die Lebensdauer eines 50 Shore-A NR-Elastomerwerkstoffs. Aus seinen Ergebnissen erstellt er ein Diagramm welches in Abbildung 3.5 dargestellt ist. Es zeigt die Abhängigkeit der ertragbaren Schwingspiele von der Unterdehnung für unterschiedliche Dehnungsamplituden²³. Es zeigt sich deutlich ein Minimum an ertragbaren Schwingspielen bei einer Unterdehnung von 0. Dies entspricht einem R-Verhältnis von $R=0$ ²⁴. Sowohl für Unterlasten im Druckbereich ($R<0$) als auch im Zugbereich ($R>0$) steigen die ertragbaren Schwingspiele an. Die maximal ertragbaren Schwingspiele ergeben sich bei einer Unterdehnung von ca. 200%.

²³ Die Dehnungen beziehen sich auf die globalen technischen Dehnungen der Prüfteile.

²⁴ Zur Definition des R-Verhältnisses siehe Kapitel 5.2.

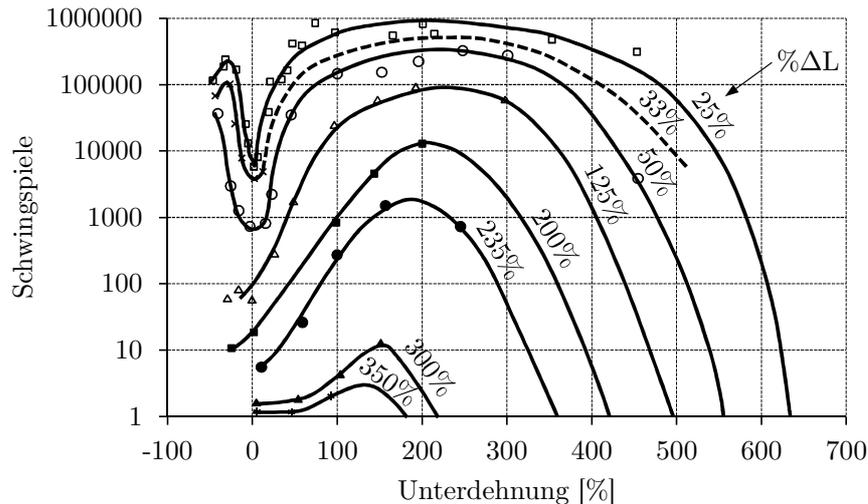


Abbildung 3.5: Mittellastabhängigkeit eines 50 Shore-A NR-Elastomerwerkstoffs nach [32]

Saintier untersucht in [163] ebenfalls die Mittellastabhängigkeit eines NR-Werkstoffs und stellt die Ergebnisse in einem Haigh-Diagramm durch drei Isolinien der ertragbaren Schwingpielanzahl dar. Auch hier zeigt sich ein Minimum bei $R=0$ und ein Ansteigen der Lebensdauer für $R>0$. Als Grund für den Anstieg führen sowohl Cadwell als auch Saintier die Neigung von NR-Werkstoffen zur Dehnungskristallisation an. Diese wird in [108] von Le Cam et al. detailliert untersucht. Bei zu Dehnungskristallisation neigenden Materialien bilden sich an der Rissfront stark gestreckte einige hundert μm lange Stege bzw. Bänder, welche ellipsoide Kavitäten, die sich rund um Störstellen ausbilden, umschließen. Werden im Laufe der Belastung einzelne Bänder zu stark gedehnt, reißen sie und die dahinter liegenden Bänder nehmen die Belastung auf. Auf diese Weise wächst die Rissfront langsam in das Material hinein. Bei dehnungskristallisierenden Materialien kristallisieren diese Bänder, wodurch ihre Widerstandsfähigkeit gegenüber der äußeren Belastung stark steigt. Deshalb zeigen diese Materialien höhere Lebensdauererkennwerte als nicht dehnungskristallisierende Materialien.

Böhm [22] stellt ebenfalls eine deutliche Erhöhung der ertragbaren Lastwechselanzahl für größer werdende Unterlasten im Zug-Schwellbereich ($R>0$) fest. Er untersucht dabei NR-Mischungen mit den Shore-A Härten 45, 60 und 70 an Flachproben im Zugschwellbereich ($R \geq 0$) sowohl kraft- als auch weggesteuert. Dabei stellt er fest, dass dieser Effekt der Verstärkung bis ca. 180% Dehnung zu beobachten ist, für größere Zugdehnungen sinkt die Lebensdauer wieder. Dies deckt sich mit den Beobachtungen von Cadwell. Ein bemerkenswertes Phänomen tritt bei einem Vergleich von kraft- zu weggeregelten Versuchen für $R=0$ auf. Bei gleicher Belastung weisen die kraftgeregelten Versuche höhere Lebensdauer auf. Dies steht im Widerspruch zur Annahme, dass bei kraftgeregelten Versuchen die lokalen Beanspruchungen bei einem Anriss durch die Querschnittsverkleinerung immer höher werden und somit ein Durchriss schneller erfolgen müsste als bei Aufbringen eines konstanten Weges. Verantwortlich dafür ist die Dehnungskristallisation. Bei konstant aufgebrachter Kraft wird die Probe durch das viskoelastische Materialverhalten und durch die Ausbildung kleiner Risse länger, die Probe bleibt also in Zugdehnung. Die zusätzliche Dehnung begünstigt die Dehnungskristallisation, welche für die Verfestigung im Zug-Schwellbereich verantwortlich ist. Die Dehnungskristallisation führt bei Versuchen mit $R>0$ dazu, dass Proben anreißen, am hochgedehnten Rissansatz jedoch nicht weiterreißen.

Ostoja-Kuczynski et al. untersuchen in [140] den Einfluss des Beanspruchungsverhältnisses R . In Übereinstimmung mit den Ergebnissen von Böhm stellen sie fest, dass bei kraftgesteuerten Versuchen eine Verstärkung (reinforcement) ab einem R -Verhältnis von 0 (Zug-Schwellend) eintritt. Bei dehnungsgeregelten Versuchen tritt diese Verstärkungsphase erst bei $R=0.2$ ein. Untersuchungen zur Unterlast zeigen, dass eine Erhöhung der Druckamplitude bei gleichbleibender Zugamplitude keinen Einfluss hat. Auf Basis ihrer Untersuchungsergebnisse erstellen die Autoren eine Masterkurve für die Verstärkung im Zug-Schwellbereich ($R>0$), da sie feststellen, dass die Verstärkungswirkung nicht von der Dehnungsamplitude sondern nur vom R -Verhältnis abhängt. Mit dieser Beziehung ist es möglich ein Haigh-Diagramm zu erstellen. Ergebnisse von Lebensdaueruntersuchungen an einem Probekörper mit einem stochastischen Signal zeigen gute Übereinstimmung mit gemessenen Werten. Alshut et al. zeigen in [1] analoge Effekte bei einem gefüllten EPDM-Werkstoff.

Schöpfel et al. ermitteln in [165] Schwingfestigkeitskennwerte durch kraftkontrollierte uniaxiale Wöhlerversuche für $-1 \leq R \leq 0$ (wechselnd bis zug-schwellend) und stellen fest, dass für die untersuchten Elastomere eine ausgeprägte Mittellastempfindlichkeit besteht. Für 10^6 Lastwechsel beträgt die Mittelspannungsempfindlichkeit $M = 1$, was den Schluss nahe legt, dass der Schwingspielanteil im Druckbereich für die untersuchten R -Verhältnisse nicht zur Schädigung beiträgt.

Steinweger et al. schlagen in [174] eine Vorgehensweise vor, um mit möglichst wenigen Materialprüfungen ein Haigh-Diagramm erstellen zu können. Dabei nutzen sie die speziellen Eigenschaften von gefüllten Elastomeren aus um vier unterschiedliche Zonen des Haigh-Diagramms zu bestimmen:

1. Druck-Schwellend
2. Druck-Schwellend bis Zug-Schwellend: $-\infty \leq R \leq 0$
3. Zug-Schwellend: $0 \leq R \leq 0.2$
4. Zug-Schwellend: $R > 0.2$

Die Zonen zwei und drei werden messtechnisch bestimmt, die Zonen eins und vier abgeschätzt.

3.3.2 Temperatureinfluss

Charrier et al. untersuchen in [36] den Einfluss der Temperatur auf das Schwingfestigkeitsverhalten von rußgefüllten Elastomeren im Bereich von 10 bis 102°C. Sie stellen einen Abfall der Schwingfestigkeit bei zunehmender Temperatur fest, welcher belastungsabhängig bis zu einer Dekade beträgt. Zwischen 30° und 80°C beträgt der Faktor 2-3. Dies steht teilweise im Gegensatz zu Veröffentlichungen von Cadwell [32] und Lake & Lindley [104], welche für NR-Elastomere keinen nennenswerten Abfall von Raumtemperatur auf 100°C festgestellt haben.

Kötzle et al. ermitteln in [100] bei einer Erhöhung der Temperatur von 20° auf 70°C eine Verringerung der Lebensdauer um den Faktor 2. Ähnliche Ergebnisse wurden auch von Wesche [187] veröffentlicht.

Barkhoff stellt in [14] eine Halbierung der Lebensdauer bei einer Temperaturerhöhung von 20°C auf 100°C unter wechselnder Belastung ($R=-1$) für einen 65 Shore-A NR-Werkstoff fest.

Flamm untersucht in [57] die Lebensdauer von Prüfpuffern im Temperaturbereich von 30°C bis 84°C. Es zeigt sich sowohl bei kraft- als auch bei weggesteuerten Versuchen ein leichtes Abfallen der Lebensdauer von 30°C bis ca. 60°C. Bei weiterer Temperaturerhöhung steigt die Lebensdauer im Mittel wieder an, wobei eine hohe Streuung zu beobachten ist, welche zum Teil höher ist, als die Unterschiede zwischen den einzelnen Temperaturniveaus. Die Mittelwerte der einzelnen Temperaturniveaus liegen innerhalb eines Faktors von rund 1.6. Die Kennlinien ändern sich beim untersuchten Werkstoff im untersuchten Temperaturbereich nicht, unterliegen jedoch der üblichen Streuung von ca. 10%. Flamm erklärt den Abfall der Lebensdauer bei steigender Temperatur durch den Anstieg der Aktivierungsenergie für chemische Prozesse mit Sauerstoff und Ozon. Der Abfall bei weiterer Temperaturerhöhung wird durch beschleunigte Relaxations- und Kriechprozesse begründet.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass aus der Literatur keine einheitliche Tendenz für den Zusammenhang zwischen Temperaturerhöhung und Schwingfestigkeit abgelesen werden kann. Zwar scheint eine Temperaturerhöhung eher eine Abnahme der Schwingfestigkeit zu verursachen, für eine quantitative Aussage sind jedoch für die jede betrachtete Gummimischung eigene Untersuchungen erforderlich.

3.3.3 Alterungszustand

Woo et al. untersuchen in [190] den Einfluss der Wärmealterung²⁵ auf Naturkautschukprobekörper²⁶ für unterschiedliche Shore-Härten (45 bis 65 in Fünferstufen). Sie quantifizieren sowohl die Änderung der quasistatischen Kennlinien also auch die Veränderung der ertragbaren Lastwechselzahlen bei Wärmealterung. Erwartungsgemäß werden die Mischungen mit zunehmender Alterung steifer und die ertragbaren Lastwechselzahlen gehen zurück. Unabhängig von der Shore-Härte sinkt die Lebensdauer um ca. 1 Dekade bei 90 Tagen Lagerung im Wärmeschrank bei 70°.

Royo untersucht in [160] die Lebensdauer einer ungefüllten NR-Mischung bei zyklischer Belastung in einer Vakuumkammer, bei „normaler“ Atmosphäre und in der Ozonkammer. Die Ergebnisse zeigen deutlich, dass die Lebensdauer unter Vakuum am höchsten und unter Ozoneinfluss am niedrigsten ist. Das Versagen unter Ozoneinfluss ist zudem temperaturabhängig, weil die Reaktionsfreudigkeit der Doppelbindungen mit der Temperatur steigt.

Barkhoff untersucht in [14] die Lebensdauer von S2-Stäben²⁷ nach Wärmealterung bei 80°C. Er stellt einen großen Einfluss des Vernetzungssystems bezüglich Alterung fest. Bei einem konventionell schwefelvernetzten NR-Werkstoff zeigte sich nach 504 Stunden Alterungszeit²⁸ ein Absinken der Lebensdauer um einen Faktor 5. Ein untersuchter EV-vernetzter²⁹ Werkstoff zeigte sich hingegen alterungsbeständig. Eine Semi-EV³⁰ vernetzte Mischung lag zwischen diesen beiden Ergebnissen.

²⁵ Unter Wärmealterung wird hier die Lagerung in einem Wärmeschrank nach DIN 53508 [45] verstanden.

²⁶ Die Geometrie ist ähnlich zu jener des in dieser Arbeit verwendeten Probekörpers.

²⁷ siehe DIN 53504 [46]

²⁸ Zeitdauer im Wärmeschrank

²⁹ Efficient Vulcanisation: Vernetzungssystem mit sehr wenig Schwefel, dafür aber hohe Beschleunigungsmengen. Der Schwefel wird dabei oft nicht rein, sondern in Form sogenannter

Spreckels et al. stellen in [172] eine Methode vor, bei der sie mechanische Lebensdauertests an Probekörpern durchführen, wobei die Einflüsse Temperatur, Ozonkonzentration und Wärmealterung berücksichtigt werden können. Als Ergebnis erhalten sie abhängig von den aufgetragenen Einflüssen sowohl Risse durch chemische Einflüsse als auch Ermüdungsrisse, welche vergleichbar sind mit jenen in Bauteilen, welche im Feld analogen Belastungen unterliegen.

3.3.4 Überlast, Unterbrechungen und Verformungsgeschwindigkeit

Caspers et al. können in [33] bei kurzzeitiger *Überlast* keine nennenswerte Schädigung des Werkstoffs feststellen. Analoge Ergebnisse sind auch bei Göbel in [64] zu finden. Bei Flamm [57] führt eine 300%-ige Überlast an Prüfpuffern bei anschließender kraft geregelter Schwellbelastung zu einer Erhöhung der Lebensdauer um ca. 50%. Bei weggeregelten Versuchen wurde ebenfalls eine Lebensdauererhöhung festgestellt. Hinsch stellt in [84] fest, dass die Steifigkeit nach einer Überlast zunächst kleiner wird und sich anschließend wieder dem ursprünglichen Wert annähert.

Esreb untersucht in [56] den Einfluss von *Unterbrechungen* auf die Lebensdauer und kommt zum Schluss, dass der Einfluss vernachlässigbar ist. Die Unterbrechungen führen durch die viskoelastischen Eigenschaften zu einer Erhöhung der Steifigkeit kurz nach dem Start. Nach einiger Zeit stellt sich jene Steifigkeit ein, welche kurz vor der Unterbrechung geherrscht hat. Untersuchungen von Flamm [57] bestätigen diese Ergebnisse.

Weiterhin untersuchte Flamm in [57] den Einfluss der *Verformungsgeschwindigkeit* für sinusförmige Anregung zwischen 0.5 und 8 Hz. Dabei stellt er eine grundsätzlich Zunahme der Lebensdauer bei steigender Frequenz sowohl bei kraft- als auch bei weggeregelten Messungen fest. Die Mittelwerte der Lebensdauern für die unterschiedlichen Frequenzen liegen innerhalb eines Faktors 2.2. Flamm stellt jedoch fest, dass die Abhängigkeit der Lebensdauer nicht unabhängig von der Temperatur bestimmt werden kann. Während bei 0.5 Hz die Prüfpuffer annähernd Raumtemperatur behalten beträgt die Oberflächentemperatur bei der 8 Hz Messung 47°C.

3.3.5 Beanspruchungszustand und Mehrachsigkeit

Brüger und Rabkin zeigen in [26] auf, dass der *Beanspruchungszustand* Einfluss auf die Lebensdauer hat. Speziell ein hydrostatischer Zugspannungszustand, wie er an der Haftzone von Gummi an Metallen auftreten kann, schädigt den Gummi mehr als dies durch ein Hauptdehnungskriterium prognostiziert wird. Quantitative Aussagen treffen die Autoren nicht.

Murphy et al. zeigen in [125] einen Aufbau mit dem es möglich ist, äqui-biaxiale Material- und Lebensdauer kennwerte zu ermitteln („bubble inflation“) und untersuchen damit in [124] den Einfluss einer Vorspannung auf die Lebensdauer eines äqui-biaxialen Beanspruchungszustands an einem 70 Shore-A EPDM Elastomer. In Übereinstimmung mit uniaxialen Versuchen von Alshut et al. [1] stellen sie eine Erhöhung der Lebensdauer bei

Schwefelspender eingemischt und erst bei der Vulkanisation freigesetzt. Die Kosten von EV-Systemen sind deutlich höher als bei konventioneller Schwefelvernetzung [65].

³⁰ Mittelstellung zwischen konventioneller Vernetzung und EV-Systemen

zyklischer Belastung für steigende Unterlast fest. Ein quantitativer Vergleich zwischen den Beanspruchungszuständen wird nicht hergestellt.

Flamm führt in [57] Untersuchungen zur *Mehrachsigkeit* an Prüfpuffern durch, wobei er drei unterschiedliche Belastungsarten untersucht. Für zwei verschiedene Amplituden für Zugschwellbelastungen mit und ohne überlagerten Scherbelastungen stellt er fest, dass die zusätzlich aufgebrachten Scherbelastungen zu keiner signifikanten Änderung der Lebensdauer führen. Untersuchungen mit reinen Scherbelastungen ergeben zwischen einer eindimensionalen Scherung und einer kreisförmig aufgebrachten zweidimensionalen Scherung keine Unterschiede. Für kreuz- und rosettenförmig aufgebrachten 2D-Belastungen gleicher Amplitude liegt die Lebensdauer um ca. einen Faktor 1.5 darunter.

3.4 Anwendungsbeispiele

Erste Untersuchungen zur Anwendung des Wöhlerkonzepts bei Elastomeren wurden von Cadwell et al. [32] bereits 1940 veröffentlicht. In neuerer Zeit wird seit den 90er Jahren des letzten Jahrhunderts mit dem Aufkommen der FE-Simulation das Wöhlerkonzept wieder zunehmend aufgegriffen.

3.4.1 Nennspannungskonzept

Bremer untersuchte in [25] ob sich die Lebensdauerergebnisse von Hinterachslagern auf einfache Flachproben übertragen lassen und kann keine Übereinstimmung der Lebensdauer zwischen den Hinterachslagern und den Flachproben herstellen. Als Gründe nennt er unterschiedliche Spannungszustände, die Verwendung eines unterschiedlichen Ausfallkriteriums und den unterschiedlichen Herstellprozess zwischen dem Formteil Lager und der gestanzten Flachprobe. Bremer schließt daraus, dass zur Beurteilung der Lebensdauer von Elastomerbauteilen nur Lebensdauerversuche an diesen oder zumindest sehr ähnlichen Bauteilen herangezogen werden können. Eine Übertragung von Flachproben auf eine Bauteillebensdauer sei nicht möglich. Bremer wendet aus diesem Grund das Nennspannungskonzept auf Basis von Bauteilwöhlerlinien für unterschiedliche Belastungszustände an und verwendet als Schädigungsgröße die maximalen Hauptspannungen. Die auf diese Weise erhaltenen Ergebnisse weisen für unterschiedliche Lager und Belastungskollektive gute Übereinstimmung mit Bauteilprüfungen auf.

3.4.2 Örtliches Konzept

Guth optimiert in [75] die Lebensdauer von vorgespannten Elastomer-Schubfedern mit einstufiger, kraft geregelter Dauerbelastung auf Basis von örtlichen Beanspruchungen (Spannungen und Dehnungen) aus FE-Simulationen. Basis seiner Untersuchungen ist eine Ausgangsgeometrie. In mehreren Berechnungsschleifen senkt er die Maximalspannungen und -dehnungen und steigert damit die Bauteil-Lebensdauer. Einen direkten Zusammenhang zwischen den örtlichen Beanspruchungen und der Lebensdauer stellt er nicht her.

Caspers et al. wenden in [33] das örtliche Konzept zur Vorhersage der Lebensdauer von zwei Gummi-Metall-Bauteilen an. Sie ermitteln mit Hilfe der FEM die örtlichen Beanspruchungen und versuchen einen Zusammenhang mit Einstufen-Dauerschwingversuchen herzustellen. Es zeigt sich, dass für die untersuchten Bauteile die

maximale Hauptspannung und die von Mises Vergleichsspannung gut gute Korrelationen aufweisen.

Schöpfel et al. wenden in [165] das örtliche Konzept an einer Fahrwerkslagerbuchse mit zwei nierenförmigen Aussparungen und an einem uniaxialen Hourglassprobekörper³¹ an. Dafür ermitteln sie Schwingfestigkeitskennwerte durch kraftkontrollierte uniaxiale Wöhlerversuche und wenden die lineare Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren/Miner [141; 119] an. Die Ergebnisse an der Fahrwerksbuchse zeigen bei einkomponentiger Belastung eine gute Übereinstimmung zwischen Vorhersage und Versuch bei Verwendung der Hauptnormalspannungen. Weiterhin zeigt sich, dass die maximale Hauptnormalspannung als Vergleichsgröße beim Probekörper auch für völlig andere als die zugrundeliegenden uniaxialen Beanspruchungszustände brauchbare Ergebnisse liefert. Die Hauptnormaldehnungen erweisen sich diesbezüglich als nicht geeignet.

Böhm entwickelt in [22] eine Methode zur Abschätzung der Lebensdauer von Gummikupplungen für Schiffsantriebe, welche durch hohe Antriebsmomente belastet werden. Dafür ermittelt er Lebensdauerkenndaten aus Flachproben nach DIN 53504 [46] mit Zugversuchen und aus Puffern³² mit Torsionsversuchen. Als Festigkeitshypothese verwendet Böhm eine Vergleichsdehnung auf Basis der Sandel'schen Dehnungshypothese [164; 180] $\varepsilon_V = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}$. Diese ermittelt er durch Dehnungsmessungen am Bauteil. Für die Lebensdauerabschätzung verwendet er die lineare Schadensakkumulation und stellt fest, dass diese in seiner Anwendung zu keinen widersprüchlichen Ergebnissen führt.

Stommel untersucht in [175] die Anwendbarkeit des örtlichen Konzepts auf elastomere Werkstoffe. Ziel seiner Untersuchungen ist die Entwicklung eines Verfahrens, mit dem Werkstoff-Wöhlerkurven für Elastomere mit einfachen Probekörpern über dehnungsgeregelte Einstufen-Dauerschwingversuche ermittelt werden können. Er entwickelt einen zylindrischen Probekörper mit möglichst homogener Spannungsverteilung und stellt mit diesem Probekörper fest, dass Einflüsse aus dem Herstellprozess sehr großen Einfluss auf die Lebensdauer haben. Für die Ermittlung von Werkstoffwöhlerkurven führt er Versuche mit künstlich eingeschnittenen Probekörpern unterschiedlicher Anrisstiefe durch und extrapoliert die Ergebniskurven auf eine theoretische Anrisstiefe von $a = 0$ ³³. Mit den entwickelten Probekörpern untersucht er unterschiedliche Äquipotentialbedingungen und kommt zum Ergebnis, dass der Formänderungsenergiebetrag³⁴ und die Formänderungsenergiegedichte geeignet sind. Die Normalspannungshypothese und die Größtdehnungshypothese stuft er als nicht geeignet ein.

Duisen wendet in [53] und [54] ein lokales Konzept zur Betriebsfestigkeitsrechnung von ein- und zweiachsig belasteten Fahrwerkslagern an. Für einachsig belastete Lager werden durch eine FE-Simulation die nichtlinearen Beziehungen zwischen äußerer Kraft und lokaler Beanspruchungen für jeden Integrationspunkt ermittelt. Anschließend wird für die betrachteten Integrationspunkte das Spannungssignal einer Rainflow-Filterung unterzogen und mittels linearer Schadensakkumulation die Teilschädigungen zu einer Gesamtschädigung addiert. Für die Erweiterung auf eine zweiachsige Belastung wendet Duisen die Methode der kritischen Schnittebene an. Die Anwendungen an Fahrwerkslagern zeigen gute Übereinstimmung mit Versuchen. Verbesserungsbedarf sieht Duisen in der

³¹ Die Geometrie ist ähnlich zu jener des in dieser Arbeit verwendeten Probekörpers.

³² Die Geometrie ist ähnlich zu jener des in dieser Arbeit verwendeten Probekörpers.

³³ in Anlehnung an bruchmechanische Weiterreißversuche

³⁴ entspricht der Sandel'schen Vergleichsdehnung von Böhm [22] $\varepsilon_V = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2}$

Berücksichtigung des Materialverhaltens, welches den Mullins-Effekt in seinen Untersuchungen nicht beinhaltet.

Flamm et al. zeigen in [60] ein- und zweikomponentige Lebensdauersimulationen von Prüfkörpern und einer Anwendung an einer Konusfeder eines Eisenbahnfahrwerks. Sie wenden dabei ein örtliches Wöhler-Konzept aus [57] und [59] an, welches lineare Schadensakkumulation und eine Rainflow-Zählung der Belastungssignale beinhaltet. Als Schädigungskriterium wird die größte Cauchy-Hauptnormalspannung verwendet. Die Ergebnisse zeigen, dass der Schadensort der Konusfeder gut vorausprognostiziert werden kann.

Rabkin und Brüger zeigen in [149] die Anwendung eines örtlichen Konzepts. Als Schädigungsvariable verwenden sie die Green-Lagrange Dehnung. Die Mittellastabhängigkeit berücksichtigen sie anhand eines R-N-Diagramms, auf dem auf der Abszisse das R-Verhältnis linear aufgetragen ist und auf der Ordinate die ertragbare Lastwechselzahl. Zur Bestimmung der Lebensdauer kennwerte verwenden sie einen Hourglass-Prüfkörper, welcher dehnungskontrolliert geprüft wird. Die Ermittlung der Schädigung erfolgt über eine Rainflow-Zählung und der linearen Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren-Miner.

3.4.3 Bruchmechanikkonzept

Haberstroh et al. wenden in [76] das Rissfortschrittskonzept auf Probekörperebene an und stellen fest, dass die Rissenergiemethode grundsätzlich in der Lage ist, mit der FEM die kritische Belastung für die betrachteten Probekörper vorherzusagen. Die Autoren verwenden 2D-Modelle zur Berechnung der Rissfortschrittsenergie mit Hilfe des J-Integrals.

Stommel wendet in [175] die bruchmechanischen Ansätze von Lake und Lindley bzw. die Crack-Layer Theorie (vgl. Kapitel 3.2.2.3) auf Probekörperebene an. Für die Bestimmung der Weiterreißereigenschaften ist für beide Theorien der Zusammenhang zwischen Rissenergie und Risswachstum zu bestimmen. Dabei erweist sich die Messung der Risslänge in der Praxis als sehr aufwändig. Die Vorhersage der Restlebensdauer bei Anriss wird für kleiner werdende Anrisslängen tendenziell ungenauer. Die Crack-Layer Theorie führt zu besseren Ergebnissen als der Ansatz von Lake und Lindley. Stommel schließt aus seinen Untersuchungen, dass die Bruchmechanik ein praktisch einsetzbares Werkzeug ist, sofern die Belastungen quasistatisch sind. Bei dynamisch/zyklischen Belastungen zeigt sich bei Stommel die Vorhersage schon auf Probekörperebene problematisch. Für allgemeine Bauteilgeometrien ist nach den Erkenntnissen von Stommel eine Vorhersage des zyklischen Risswachstums mit der FEM unter Verwendung von hyperelastischen Materialmodellen in der Praxis nicht bewerkstelligbar.

Busfield et al. führen in [30] Untersuchungen an Flachprobekörpern zweier NR-Mischungen durch und finden eine gute Vorhersagbarkeit mit dem Potenzgesetz (Gleichung (3.16)) sowohl für mit Rasierklingen angeschnittene als auch für nicht angeschnittene Proben. Für die Berechnung der Reißenergie ermitteln sie den Proportionalitätsfaktor k indem sie das J-Integral durch FE-Simulationen berechnen und stellen gute Übereinstimmung mit den Daten von Greensmith [70] und Lake (Gleichung (3.13)) fest.

Timbrell et al. zeigen in [178] die Anwendung der Rissfortschrittstheorien mittels des FE-Tools Abaqus und einer eigenen Software „Zencrack“. Es werden unterschiedliche Modellvariationen an einer Flachprobe durchgeführt und abschließend am Beispiel eines O-

Rings gezeigt, dass die Simulation formal durchführbar ist und der Riss automatisch wächst.

Papadopolous et al. zeigen in [142] die Anwendung eines bruchmechanischen Konzepts an einem axialsymmetrischen Getriebelager unter uniaxialer Belastung. Sie zeigen, dass die Restlebensdauer bei einem Anriss ab 4 mm Länge gut vorausberechnet werden kann. Bei kleiner werdenden Anrisslängen werden die Aussagegüten der Vorausberechnung zunehmend schlechter. Die Autoren führen dies auf den Einfluss des künstlich eingebrachten Anschnittes zurück, welcher mit abnehmender Risstiefe größer wird.

Charrier et al. wenden in [35] bruchmechanische Ansätze mit FE-Programmen an und stellen fest, dass für Anwendungen an Elastomerlagern das Wöhlerkonzept vorgezogen werden sollte. Dies gilt vor allem für die Vorauslegung, da für eine erfolgreiche Anwendung der Bruchmechanik bekannte Anrisse vorhanden sein müssen. Um bruchmechanische Ansätze erfolgreich einzusetzen, müssten nach Auffassung der Autoren auf Seite der numerischen Methoden die Robustheit verbessert und eine automatische adaptive 3D-Vernetzung der Risspitze entwickelt werden. Weiterhin müssen die Einflüsse von Vorlast, multiaxiale Belastung und Viskoelastizität auf das zyklische Risswachstum erforscht und in die Methode eingebunden werden.

Mars et al. untersuchen in [115] die Lebensdauer von einachsig belasteten Gummielementen für die Abgasaufhängung. Sie wenden dabei das bruchmechanische Konzept aus [114] an, in dem die Rissenergiedichte als Skalarprodukt eines Spannungs- und Dehnungsvektors ermittelt wird. In sehr aufwendigen Analysen sind sie in der Lage, die Lebensdauer unterschiedlicher einstufiger Lastkollektive durch Berechnung des Rissfortschritts in guter Aussagegüte vorauszuberechnen. Zur Berechnung sind erforderlich: Rissenergie rate, R-Verhältnis, Anfangsrisslänge, Endrisslänge. Das Endresultat all dieser Einflüsse hängt weiterhin stark von der Rissorientierung ab. Daher bildet der flächen-spezifische Ansatz die Möglichkeit einer umfassenden Beschreibung. Der Ansatz von Mars steht in Analogie zur kritischen Schnittebene. Mars simuliert den Rissfortschritt für unterschiedlichste Ebenen und nimmt den kritischen Wert.

Abraham et al. zeigen in [2] einem EPDM Elastomer Glaskugeln definierter Größe bei, die als Störstelle interpretiert werden können. Die Ergebnisse zeigen, dass bei einem Glaskugeldurchmesser von 0.2 mm die Lebensdauerergebnisse sehr geringe Streuung aufweisen und durch bruchmechanischen Beziehungen mit der Anfangsrisslänge, welche dem Durchmesser der Glaskugeln entspricht sehr gut vorausberechnet werden können. Mit abnehmendem Glaskugeldurchmesser streuen die Lebensdauerergebnisse der Experimente zunehmend und die Vorausberechnung wird schlechter. Die Autoren erklären dies damit, dass die Fehlstellen, welche im Material vorhanden sind, nicht gleichmäßig auftreten, sodass es eine Anfangsrisslänge nur bedingt gibt.

Ziegler et al. verwenden in [193] bruchmechanische Kenngrößen, um mittels FEM-Simulationen die Lebensdauer eines Zug-Druck-Probekörpers mit Lebensdauer kennwerten, welche an Schub-Probekörpern ermittelt wurden, vorauszuberechnen. Sie stellen fest, dass die Weiterreißenergie als Kenngröße geeignet ist, um diese Abschätzungen durchführen zu können. Sie schränken ein, dass dabei die Hauptspannungs- bzw. -dehnungsrichtungen annähernd konstant bleiben müssen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Übertragbarkeit von der einen auf die andere Geometrie bei R-Verhältnissen zwischen -1 und 0 sehr gut gegeben ist. Für kleinere R-Werte werden die Lebensdauern unter- und für größere R-Verhältnisse im Zug-Schwellbereich überschätzt.

3.5 Konzeptentscheidung unter Berücksichtigung des Entwicklungsprozesses

In diesem Kapitel werden die Erkenntnisse aus der Literatur bezüglich Bruchmechanikkonzept (Kapitel 3.4.3) und Wöhlerlinienkonzept (Kapitel 3.4.1 und 3.4.2) zusammengefasst, um eine Konzeptentscheidung zu treffen. Dazu sollen auch die Randbedingungen, welche sich aus dem Entwicklungsprozess (Kapitel 1.1) ergeben, Berücksichtigung finden.

Grundsätzlich werden bei den meisten Elastomerbauteilen Anrisse zugelassen. Ein Ausfall eines Bauteils ist in der Regel durch einen Steifigkeitsabfall um 10 bzw. 20% oder durch Undichtigkeit bei hydraulisch gefüllten Bauteilen (wie Motorlager) definiert. Dabei ist ein Riss im Elastomer bei Ausfall meist schon sehr weit fortgeschritten. Dies spricht grundsätzlich dafür, sich mit den Weiterreißigenschaften genauer zu beschäftigen. Wandert ein Anriss in eine niedrig belastete Zone, so würde sich das Risswachstum verlangsamen oder sogar zum Stillstand kommen. Das Bauteil fällt in diesem Fall trotz anfänglich hoher Belastung und Anriss nicht aus. Derart unkritische Risse können nur mit Hilfe der Bruchmechanik erfasst werden. Ein örtliches Wöhlerlinienkonzept unterschätzt in diesem Fall die Lebensdauer deutlich.

In der Literatur zeigt das *Bruchmechanikkonzept* bei Flachproben sehr gute Ergebnisse, auf Bauteilebene wird oft von Problemen berichtet (z. B. [35], [142]). Vor allem für kleiner werdende Anrissstiefen werden bruchmechanische Methoden tendenziell ungenauer [2], [142], [76]. Dies macht einen Einsatz schwierig, wenn von unbeschädigten Geometrien auszugehen ist. Die Anfangsrisslänge ist in diesem Fall unbekannt und muss abgeschätzt werden. Weiterhin sind die Messungen der bruchmechanischen Kenngrößen wie Risslänge und Weiterreißenergie aufwändig und bedürfen spezieller Messtechnik [76]. Diese Kenngrößen müssten von den Elastomerherstellern ermittelt und rechtzeitig zur Verfügung gestellt werden. Dies ist bei wechselnden Lieferanten schwer zu gewährleisten. Dazu kommt, dass bei Simulationen in einer frühen Entwicklungsphase noch kein Lieferant zur Verfügung steht und damit auch die Materialdaten für eine Lebensdauersimulation fehlen.

Das *Wöhlerkonzept* basiert auf strukturmechanischen Kenngrößen wie Spannungen, Dehnungen oder Energiegrößen, welche mittels FE-Simulationen mit gängigen Solvern ermittelt werden können. Die Messungen zur Ermittlung von Wöhlerlinien können mit einfachen Zugprüfmaschinen durchgeführt werden (siehe z.B. [174]). Diese sind bei den gängigen Elastomerherstellern vorhanden. Ergebnisse aus der Literatur zeigen weiterhin, dass das Wöhlerlinienkonzept sowohl auf Probekörper- als auch auf Bauteilebene grundsätzlich funktioniert (Kapitel 3.4.2). Weiterhin bietet das Wöhlerkonzept im Vergleich mit dem Bruchmechanikkonzept den Vorteil, dass bei Erfahrungen mit den gängigen Materialien Lebensdauer kennwerte in Form von Wöhlerlinien abgeschätzt werden können. Es ist somit bei fehlenden Daten eine ingenieurmäßige Herangehensweise im Gegensatz zum Bruchmechanikkonzept möglich. Für einen Automobilhersteller, welcher die verwendeten Materialien selbst nicht herstellt und somit auf Daten von Lieferanten angewiesen ist, ist dies ein wichtiges Argument.

Ein weiteres Argument liefert die Tatsache, dass Herstellbedingungen (z.B. Fließfronten beim Spritzgießprozess, örtlich unterschiedliche Vulkanisationszeiten und -temperaturen) starken Einfluss auf die Schwingfestigkeit haben können (z. B. [25], [76]). Dies betrifft naturgemäß beide Konzepte. Während jedoch beim Wöhlerlinienkonzept nur die lokale Beanspruchbarkeit variieren kann, ist beim Bruchmechanikkonzept zusätzlich auch der Rissfortschritt in Geschwindigkeit und Richtung bei Unkenntnis des Fertigungseinflusses unbekannt und kann demnach falsch prognostiziert werden.

Auf Basis der hier dargestellten Diskussion wird eine Methode zur Berechnung der Schwingfestigkeit gewählt, welche auf dem Wöhlerkonzept basiert. Diese wird in Kapitel 5 entwickelt und beschrieben.

4 Materialparameter für die FEM-Simulation

Für die Materialbeschreibung von gefüllten Elastomeren werden Materialmodelle eingesetzt, welche in Kapitel 2.2 hergeleitet und beschrieben sind. Ziel dieses Abschnitts ist die Auswahl von geeigneten Materialmodellen für den Einsatz im Zuge der Entwicklung von Lagern im automotiven Umfeld. Folgende Rahmenbedingungen müssen erfüllt werden:

- Ausreichende Genauigkeit
- Numerische Stabilität
- Verfügbarkeit in unterschiedlichen Softwarepaketen

In Kapitel 4.1 wird die Vorgehensweise der Materialparameterabstimmung beschrieben. Kapitel 4.2 beschreibt die Versuche und die verwendeten Probekörper zur Ermittlung der Spannung-Dehnungskurven und zeigt Ergebnisse. In Kapitel 4.3 werden geeignete Materialmodelle ausgewählt, welche später in den Anwendungsbeispielen verwendet werden. In Kapitel 4.4 ist die Methode zur Berücksichtigung des Mullins Effekts gezeigt.

4.1 Vorgehensweise zur Materialparameterbestimmung

Zur Materialparameterbestimmung werden einfache, analytisch zu ermittelnde Verformungszustände verwendet. Dafür dienen Spannungs-Dehnungskurven, welche aus den Wertpaaren (λ, σ^{Mess}) ³⁵ aus Werkstoffprüfungen bestehen, als Grundlage. Für die unterschiedlichen Materialmodelle werden nun die Materialparameter so abgestimmt, dass die mit Hilfe der Materialmodelle erzeugten Spannungs-Dehnungskurven mit den Wertpaaren (λ, σ^{Sim}) möglichst gut mit jenen der Messung übereinstimmen. Dies geschieht in der Regel je nach Komplexität des Materialmodells durch lineare oder nichtlineare Regressionsrechnungen [175], indem für die vorliegenden n Spannungs-Dehnungs-Wertepaare der relative Fehler

$$E = \sum_{i=1}^n \left(1 - \frac{\sigma_i^{Sim}}{\sigma_i^{Mess}} \right)^2 \quad (4.1)$$

minimiert wird [130]. Für die Spannung σ wird meist die Nennspannung verwendet, da sich diese auf den Ausgangsquerschnitt eines Prüflings bezieht und somit mit einer gemessenen Prüfstandskraft direkt proportional ist.

Für die Ermittlung von Materialparametern werden in der Regel folgende Beanspruchungszustände eingesetzt [130]:

- Uniaxial Zug und Druck
- Pure Shear Versuch (Planar), ebener Verzerrungszustand
- äqui-biaxialer Zugversuch
- uniaxialer Scherversuch

Der einfachste und am häufigsten eingesetzte Beanspruchungszustand ist der uniaxiale Zug- bzw. Druckversuch, siehe Abbildung 4.1 links. Dabei wird eine Probe in Längsrichtung gedehnt bzw. gestaucht. Durch das inkompressible Verhalten (vgl. Kapitel 2.1.4.2) ist die

³⁵ Anstatt der Streckung λ kann auch die technische Dehnung $\varepsilon = \lambda - 1$ verwendet werden.

Querdehnung in den beiden orthogonalen Richtungen bekannt³⁶. Der Deformationsgradient \mathbf{F}_{UNI} (in Anlehnung an Gleichung (2.18)) mit den Hauptstreckungen ist in Abbildung 4.1 darunter dargestellt. Weiterhin sind die beiden Invarianten des Cauchy-Greenschen Tensors I_1 und I_2 (siehe Gleichungen (2.21) und (2.22)) für den speziellen Beanspruchungsfall angeführt.

Der planare Beanspruchungszustand (siehe Abbildung 4.1 Mitte) zeichnet sich dadurch aus, dass *eine* Querrichtung zur Beanspruchungsrichtung eingespannt ist. Der Deformationsgradient \mathbf{F}_{PS} ist in dieser Richtung 1. Die Streckung in die dritte Richtung ergibt sich aus der Inkompressibilitätsbedingung. Der planare Beanspruchungszustand wird oft als „pure shear“ bezeichnet (z.B.: [12; 130–132; 179; 183; 185]), weil er sich im Vergleich zur uniaxialen Scherung („simple shear“) nur dadurch unterscheidet, dass das Hauptachsensystem gedreht ist [179]. „Simple shear“ und „pure shear“ lassen sich also direkt ineinander überführen. Durch die Einspannung einer Richtungskomponente entspricht der planare Beanspruchungszustand einem ebenen Verzerrungszustand.

Beim äqui-biaxialen Zug- bzw. Druckversuch (siehe Abbildung 4.1 rechts) werden zwei Richtungen mit gleicher Amplitude gedehnt bzw. gestaucht. Die dritte Richtung ergibt sich durch die Inkompressibilitätsbedingung. Der Deformationsgradient \mathbf{F}_{BIA} und die Invarianten sind ebenfalls dargestellt.

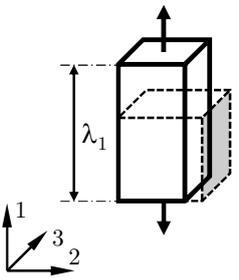
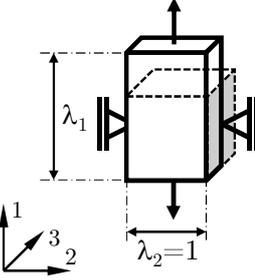
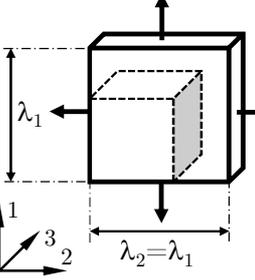
Uniaxial	Pure Shear Planar	Äqui-Biaxial
		
$\mathbf{F}_{UNI} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \end{bmatrix}$	$\mathbf{F}_{PS} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda_1} \end{bmatrix}$	$\mathbf{F}_{BIA} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda_1^2} \end{bmatrix}$
$I_1^{UNI} = \lambda_1^2 + \frac{2}{\lambda_1}$ $I_2^{UNI} = 2\lambda_1 + \frac{1}{\lambda_1^2}$	$I_1^{PS} = \lambda_1^2 + 1 + \frac{1}{\lambda_1^2}$ $I_2^{PS} = \lambda_1^2 + 1 + \frac{1}{\lambda_1^2} = I_1^{PS}$	$I_1^{BIA} = 2\lambda_1^2 + \frac{1}{\lambda_1^4}$ $I_2^{BIA} = \lambda_1^4 + \frac{2}{\lambda_1^2}$

Abbildung 4.1: Beanspruchungszustände für die Ermittlung von Materialparametern

³⁶ Wie schon in Kapitel 2.2 erwähnt, werden Materialgesetze in der Regel in einen volumetrischen und einen deviatorischen Anteil aufgespalten. Somit ist der deviatorische Anteil selbst bei leicht kompressiblem Materialverhalten als inkompressibel zu betrachten.

Die Nennspannungen der unterschiedlichen Beanspruchungszustände in Richtung der i -ten Hauptachse $\sigma_{i, Nenn}$ lassen sich durch Ableiten der Formänderungsenergiegedichte W nach der Streckung λ_i bzw. durch die Gleichungen

$$\sigma_{i, Nenn} = \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} = \frac{\partial W}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial \lambda_i} + \frac{\partial W}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial \lambda_i} \quad (4.2)$$

bestimmen [68]. Für die Formänderungsenergiegedichte werden die Ansätze aus Kapitel 2.2 eingesetzt und deren Parameter abgestimmt. Im folgenden Kapitel werden Probekörpergeometrien definiert, welche die Beanspruchungszustände ermöglichen.

4.2 Versuche zur Materialparameterabstimmung

Um mit einem Materialmodell unterschiedliche Beanspruchungszustände abbilden zu können, sollten auch für die Materialparameterbestimmung unterschiedliche Beanspruchungszustände herangezogen werden [13]. Wird ein Materialmodell nur uniaxial kalibriert, besteht die Gefahr, dass mehraxiale Beanspruchungszustände nur unzureichend beschrieben werden können [175].

Während Versuche für die Beanspruchungszustände uniaxial und planar auf Universal-Zugprüfmaschinen durchgeführt werden können, sind Werkstoffprüfungen für unter äqui-biaxialer Beanspruchung aufwändiger. So kann z. B. ein Reckrahmen eingesetzt werden, um eine einachsige Belastung in eine äqui-biaxiale Beanspruchung umzuwandeln (siehe z.B. [68]). Eine weitere Möglichkeit besteht darin, eine plattenförmige Membran durch „Aufblasen“ in einen äqui-biaxialen Beanspruchungszustand zu versetzen [12], [125]. Im industriellen Einsatz sind beide Methoden sehr oft nicht im Einsatz. Auch im Rahmen dieser Arbeit stand eine Prüfmaschine zur Messung äqui-biaxialer Beanspruchungszustände nicht zur Verfügung, sodass nur Messungen der Beanspruchungszustände uniaxial und planar für die Materialparameterabstimmung zur Verfügung standen.

4.2.1 Probekörper

Zur Bestimmung der hyperelastischen Parameter werden einfache Probekörpergeometrien benötigt, bei denen man die gemessenen Kraft-Weg-Kurven direkt in Spannungs-Dehnungskurven umwandeln kann. Dafür ist es erforderlich, dass die Spannungs- und Dehnungsverteilung im Messbereich möglichst homogen ist.

4.2.1.1 Uniaxial

Für die Auswahl eines Probekörpers zur Ermittlung von uniaxialen Werkstoffkennwerten wurden drei Konzepte verglichen, welche in Abbildung 4.2 gezeigt sind.

Der S2-Stab nach DIN 53504 [46] (Abbildung 4.2 links) wird aus einer gewalzten Platte ausgestanzt und hat demnach im Messbereich rechteckigen Querschnitt. Die beiden verbreiterten Enden dienen zur Einspannung im Prüfstand durch Klemmbacken. Durch den kleinen Querschnitt sind die Prüfstandskräfte gering. Weiterhin sind mit diesem Probekörper keine Druckmessungen möglich, da der Probekörper ausbeulen würde.

Der Hantelprobekörper (Abbildung 4.2 Mitte) ist im Messbereich zylindrisch ausgeführt und hat an den beiden Enden Verbreiterungen, welche für die Einspannung im Prüfstand

mit Backen umschlossen werden können. Durch den im Vergleich zum S2-Stab vergrößerten Querschnitt sind mit diesem Probekörper grundsätzlich auch Druckmessungen möglich.

Der Zylinderprobekörper (Abbildung 4.2 rechts) ist fast zur Gänze zylindrisch ausgeführt. An beiden Enden sind Metallplatten für die Prüfstandseinspannung anvulkanisiert. Der Durchmesser ist so gestaltet, dass neben Zug- auch Druckmessungen möglich sind.

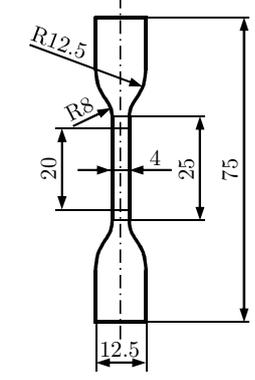
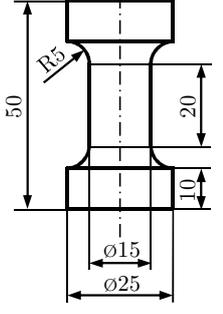
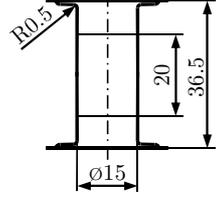
S2-Stab	Hantelprobekörper	Zylinderprobekörper
		
Rechteckiger Querschnitt, Dicke: 2mm	Rotationssymmetrischer Querschnitt	

Abbildung 4.2: Probekörper für die Ermittlung von Materialparametern (uniaxial), Maße in mm

Die Materialprüfungen werden an einer Zwick 1445 Universal-Zugprüfmaschine durchgeführt [126]. Diese erlaubt Verformungen bis zu 150 mm und Kraftaufnehmer im Bereich von 50 N bis 10 kN. Die Streckungen bzw. Dehnungen der Probekörper werden optisch an zwei Messpunkten gemessen, welche im undefor mierten Zustand 20 mm Abstand aufweisen. Demnach ist ein wichtiges Kriterium, dass zwischen diesen beiden Messpunkten der Spannungs- und Dehnungszustand ausreichend homogen ist. Abbildung 4.3 zeigt Dehnungsplots der drei untersuchten Geometrien.³⁷ Der 20 mm Messbereich ist durch horizontale Linien eingezeichnet. Während die maximalen Abweichungen von der Nenndehnung beim S2-Stab kleiner als 1% und beim Zylinderprobekörper kleiner als 3% betragen, zeigen sich beim Hantelprobekörper im Messbereich großflächige Abweichungen von der Nenndehnung. Diese resultieren aus den Einspannbedingungen der Backen. Der Hantelprobekörper zeigt sich somit als ungeeignet für die Ermittlung von Spannungs-Dehnungskurven.

³⁷ Der S2-Stab ist als Halbmodell durch einen ebenen Spannungszustand abgebildet. Die beiden anderen Geometrien sind mittels rotationssymmetrischen 2D-Elementen modelliert.

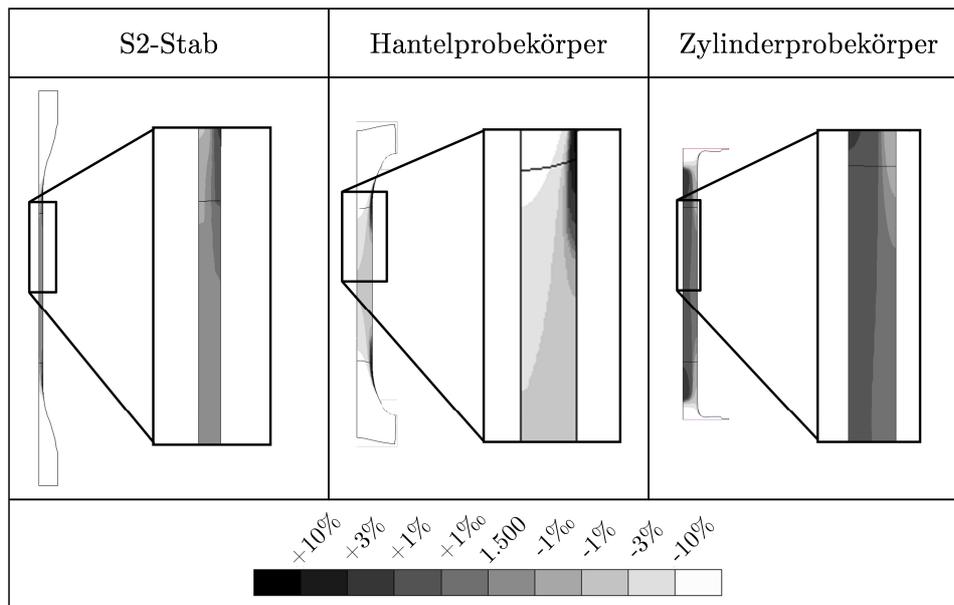


Abbildung 4.3: Zugdehnungsverlauf bei 150% Dehnung im Messbereich für unterschiedliche Probekörpergeometrien

Untersuchungen zum Zylinderprobekörper haben ergeben, dass der Radius zur Einspannung großen Einfluss auf die Homogenität des Spannungs- und Dehnungszustands im Messbereich hat. Mit kleiner werdendem Radius steigt die Homogenität, weshalb ein möglichst kleiner Radius anzustreben ist. Mit kleiner werdendem Radius steigen jedoch auch die Kerbspannungen, sodass die Messungen großer Dehnungen unmöglich werden, weil der Probekörper vorher im Radius der Einspannung reißt. Der Radius ist mit 0,5 mm deshalb so gestaltet, dass Dehnungen, welche für die Ermittlung von Lebensdauern relevant sind, gemessen werden können. Diese liegen erfahrungsgemäß je nach Shore-A Härte bei 150 bis 200%³⁸. Im Gegensatz zum S2-Stab sind mit dem Zylinderprobekörper auch Druckmessungen möglich, sodass dieser Probekörper für die Ermittlung der in dieser Arbeit gezeigten Daten ausgewählt wurde.

Im Druckbereich zeigt auch der Zylinderprobekörper im Messbereich einen inhomogenen Verlauf. Dieser entsteht durch Faltenbildung im Bereich des Radius bei den Einspannungsplatten. Beispielhaft ist in Abbildung 4.4 links der Verformungs- und Spannungszustand bei 40% Stauchung dargestellt. Untersuchungen haben gezeigt, dass der relative Fehler zwischen einem idealen Zylinder und dem Probekörper unabhängig vom verwendeten Materialmodell bis 30% Stauchung unterhalb von 3% liegt und dann rasch ansteigt, siehe Abbildung 4.4 rechts. Tendenziell ist der Probekörper im Druckbereich zu hart und prognostiziert damit zu hohe Spannungen bei aufgeprägten Dehnungen. Aus den Betrachtungen kann gefolgert werden, dass die Ergebnisse bis 30% Stauchung brauchbar sind. Bei größeren Stauchungen sind die ermittelten Kennlinien mit Vorsicht zu behandeln.

³⁸ Zur Ermittlung von Spannungs-Dehnungskurven bei größeren Dehnungen muss auf den S2-Probekörper zurückgegriffen werden.

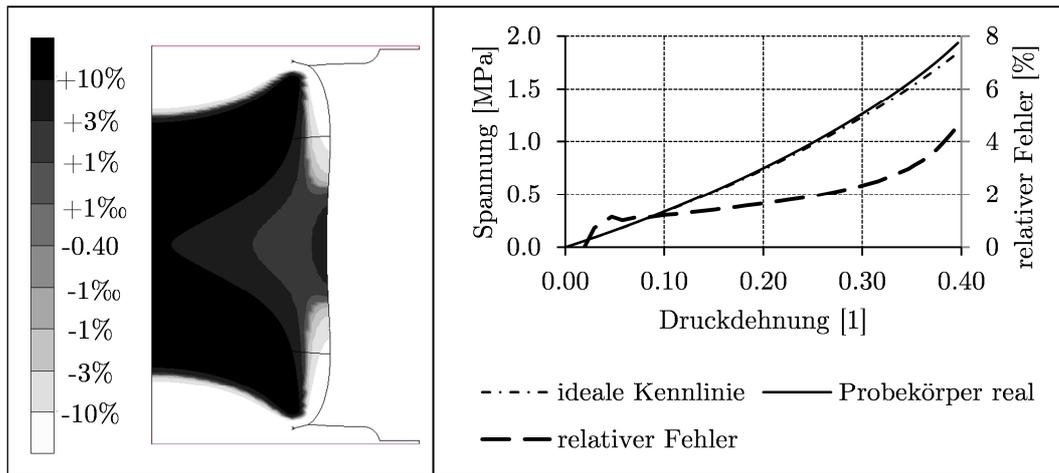


Abbildung 4.4: Druckdehnungsverlauf für den Zylinderprobekörper

4.2.1.2 Planar (Pure Shear)

Abbildung 4.5 zeigt den verwendeten Probekörper zur Ermittlung des planaren Beanspruchungszustands (pure shear). Der Probekörper wird über die gesamte Länge von 200 mm via Spannbacken an beiden Enden befestigt. In der Mitte befinden sich zwei optische Marken im Abstand von 20 mm, an denen die Dehnung gemessen wird. Somit ergibt sich ein Längen-Breiten-Verhältnis von 1:10. Dieses gewährleistet, dass in der Mitte annähernd ein planarer Beanspruchungszustand herrscht.

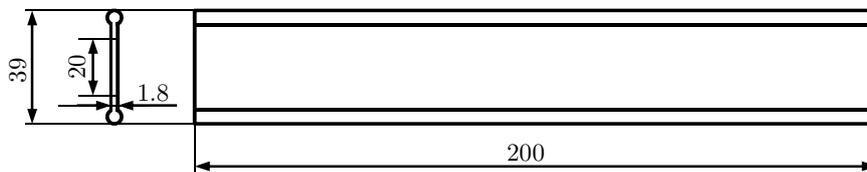


Abbildung 4.5: Probekörper für den planaren Beanspruchungszustand

In Abbildung 4.6 ist ein FEM-Ergebnis für 100% Dehnung dargestellt. Es ist ersichtlich, dass es im Randbereich zu einer Einschnürung kommt. Der relative Fehler durch diese Einschnürung im Vergleich zu einem theoretisch ebenen Verzerrungszustand liegt abhängig von der Dehnung zwischen 0,7 und 4% (siehe Abbildung 4.6 rechts). Diese Abweichung ist systematisch und führt dazu, dass die ermittelten Kennlinien weicher sind, als der theoretische planare Beanspruchungszustand. Die Abweichungen können akzeptiert werden, da die Streuungen der Messungen in der gleichen Größenordnung liegen.

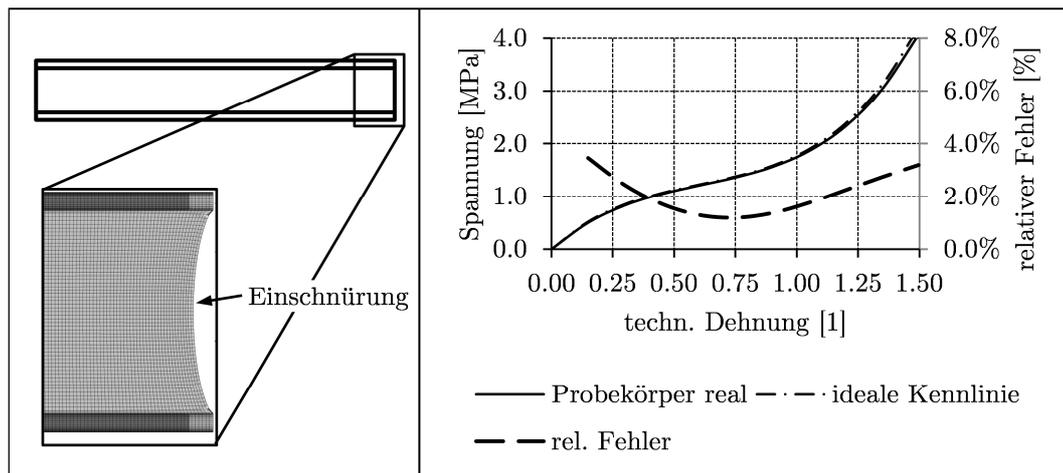


Abbildung 4.6: Fehler durch Einschnürung beim Plattenprobekörper

4.2.2 Messplan

Im Rahmen dieser Arbeit wurden fünf Elastomerwerkstoffe untersucht, davon zwei mit 45 Shore-A Härte und drei mit 60 Shore-A Härte. Tabelle 2 zeigt den Messplan. Für alle Werkstoffe³⁹ wurden sowohl bei Raumtemperatur (23°C) als auch bei Einsatztemperatur, welche bei den 45 Shore-A Werkstoffen bei 70°C und für die 60 Shore-A Werkstoffe bei 85°C festgelegt wurde, zwei Messungen pro Beanspruchungszustand durchgeführt, um eine gewisse Sicherheit bezüglich der Aussagegüte der Messungen zu haben. Für die 60 Shore-A Werkstoffe wurden zusätzlich Spannungs-Dehnungskurven nach Lagerung im Wärmeschrank bei 80°C aufgenommen, um eine Aussage über die Verhärtung durch Wärmealterung nach einer, zwei, drei und vier Wochen zu erhalten.

Tabelle 2: Durchgeführte Messungen zur Materialparameterermittlung

		Raum- temp.	Einsatz- temp.	nach Wärmealterung (bei 80°C)			
				1 Wo.	2 Wo.	3 Wo.	4 Wo.
45 Shore-A	NR	x	70°				
	NR-BR	x	70°				
60 Shore-A	NR	x	85°	x	x	x	x
	NR-BR	x	85°	x	x	x	x
	NR semi-ev.	x	85°	x	x	x	x

Die uniaxialen Messungen werden im Zug- und Druckbereich so durchgeführt, dass vier Lastniveaus mit jeweils vier Zyklen (drei Setzzyklen und ein Messzyklus) hintereinander abgefahren werden:

- 10% Druck – 50% Zug
- 20% Druck – 100% Zug
- 30% Druck – 150% Zug
- 40% Druck – 200% Zug

Die planaren Messungen werden analog nur im Zugbereich durchgeführt, indem nacheinander mit jeweils vier Zyklen (drei Setzzyklen und ein Messzyklus) die

³⁹ NR bezeichnet einen Naturkautschuk Werkstoff, NR-BR eine Mischung aus Natur- und Butadienkautschuk, NR semi-ev einen semi-ev vernetzten Naturkautschuk

Zugdehnungszustände 50%, 100%, 150% und 200% angefahren werden. Die Messgeschwindigkeit beträgt bei beiden Beanspruchungszuständen 20 mm/min.

4.2.3 Ergebnisse

4.2.3.1 Raumtemperatur

Als Ergebnis der Messungen erhält man Kraft-Weg Kurven, wie sie in Abbildung 4.7 für einen 60 Shore-A Werkstoff beispielhaft dargestellt sind. Für jedes Belastungsniveau stellt sich nach wenigen Zyklen eine stabile Kraft-Weg Kurve mit einer Hysterese, welche die Dämpfung des Materials widerspiegelt, ein. Diese stabilisierten Kurven bilden die Basis für die Abstimmung der hyperelastischen Materialparameter.

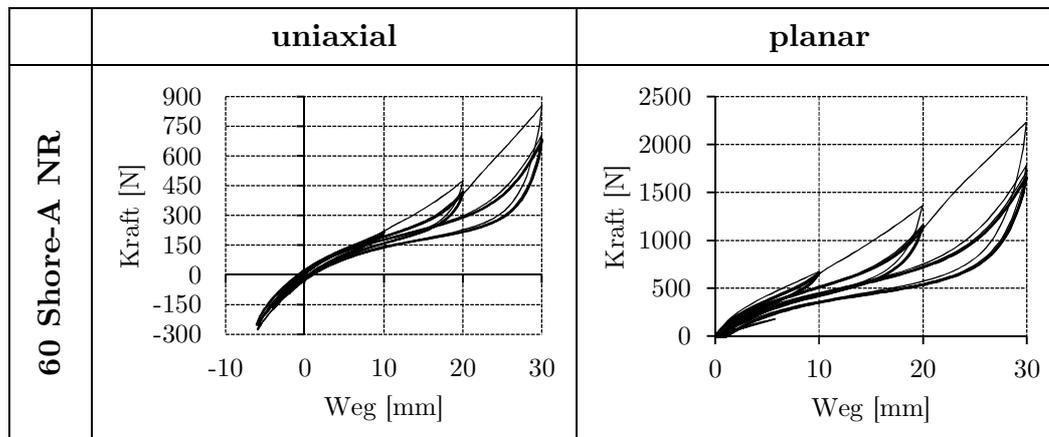


Abbildung 4.7: Kraft-Weg Diagramm des uniaxialen und planaren Beanspruchungszustands, Werkstoff: 60 Shore-A NR

Zur Ermittlung der hyperelastischen Materialparameter werden die Messdaten dahingehend aufbereitet, dass die Belastungspfade der einzelnen Hysteresen verwendet und horizontal so verschoben werden, dass die resultierenden Kurven durch den Ursprung gehen. Wege werden in Dehnungen und Kräfte in technische Spannungen umgerechnet. Abbildung 4.8 zeigt die aufbereiteten Messdaten für den 60 Shore-A Werkstoff aus Abbildung 4.7. Für jede der jeweils drei Kurven können nun Materialparameter ermittelt werden.

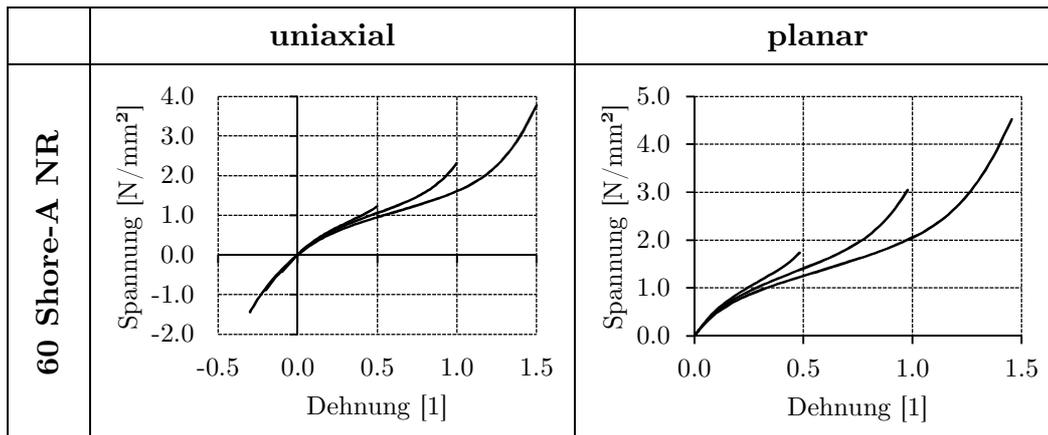


Abbildung 4.8: Spannungs-Dehnungs Diagramm des uniaxialen und planaren Beanspruchungszustands, Werkstoff: 60 Shore-A NR

4.2.3.2 Temperatureinfluss

Aus der Literatur ist bekannt, dass gefüllte Elastomerwerkstoffe bei zunehmender Temperatur sowohl zu- als auch abnehmende Steifigkeit aufweisen können (siehe Kapitel 2.1.1). Aus diesem Grund wurden für alle eingesetzten Werkstoffe Messungen bei erhöhter Temperatur durchgeführt. Beispielhaft sind in Abbildung 4.9 die Ergebnisse einer 45 Shore-A und einer 60 Shore-A Werkstoffs für den uniaxialen und planaren Beanspruchungsfall dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Kraft-Weg Kurven betreffend der Steifigkeit fast identisch sind. Die Flächen der Hysterese sind bei den höheren Temperaturen merklich kleiner. Dies lässt sich auf die in Kapitel 2.1 beschriebenen geringeren inneren Reibungen zwischen den Molekülketten durch größere thermische Bewegung zurückführen. Für die Simulation der Werkstoffe bedeutet das Ergebnis, dass die Temperaturabhängigkeit für die untersuchten Werkstoffe nicht berücksichtigt werden muss, da die Hysterese in die Ermittlung der hyperelastischen Materialparameter nicht eingeht.

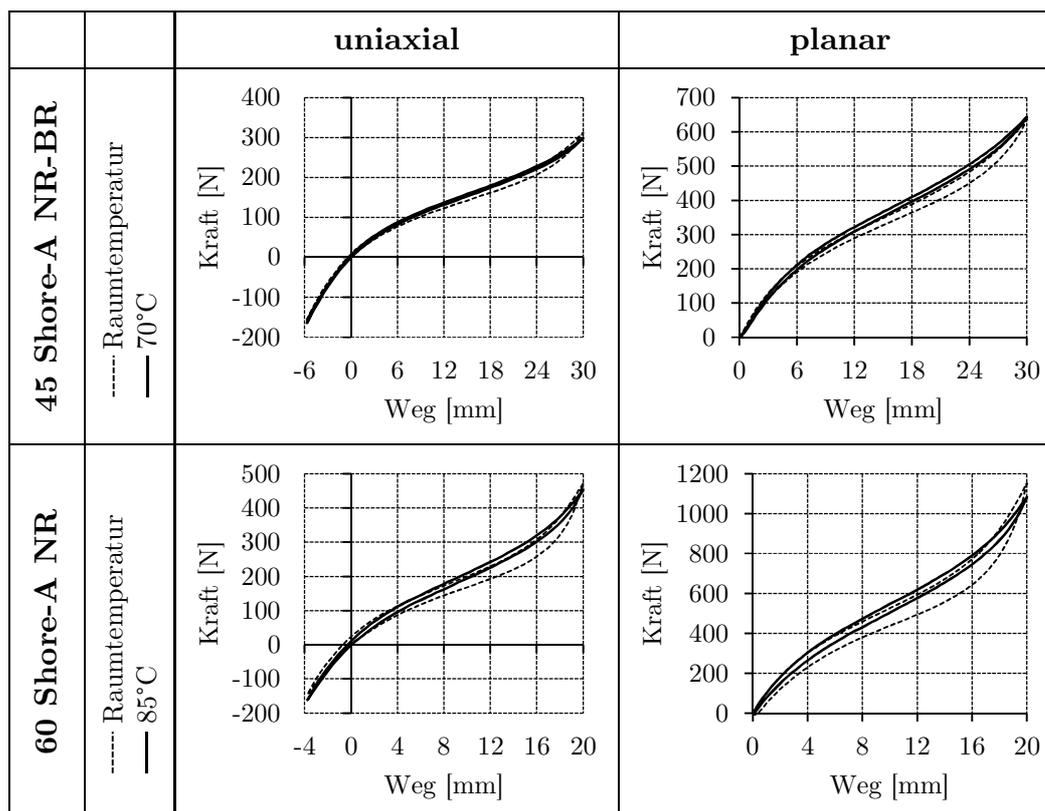


Abbildung 4.9: Vergleich Kraft-Weg Diagramme: Raumtemperatur mit 70°C bzw. 85°C

4.2.3.3 Einfluss der Wärmealterung

Auch wenn die Schädigung durch Alterung nicht im Fokus dieser Arbeit steht, so wurde der Einfluss der Wärmealterung auf die Steifigkeit untersucht. Abbildung 4.10 zeigt beispielhaft Kraft-Weg Kurven für einen 45 Shore-A und einen 60 Shore-A Werkstoff für die Beanspruchungszustände uniaxial und planar. Es konnte bei allen untersuchten Materialien eine Versteifung bei zunehmender statischer Wärmealterung zwischen einer und vier Wochen festgestellt werden. Die Form der Kurven ändert sich qualitativ nicht. Da die Wärmealterung an der Oberfläche stattfindet, ist sie vom Verhältnis der freien Oberfläche mit dem Volumen und damit von der Geometrie des Probekörpers abhängig. Weiterhin ist der Spannungs- und Dehnungszustand bei gealterten Proben nicht mehr homogen, sodass eine Abstimmung von hyperelastischen Materialkennwerten auf gealterte Proben fragwürdig ist und im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt wurde. Die Ergebnisse dienen jedoch zur qualitativen Einschätzung der Alterungsanfälligkeit der untersuchten und in den Lagern eingesetzten Elastomerwerkstoffe.

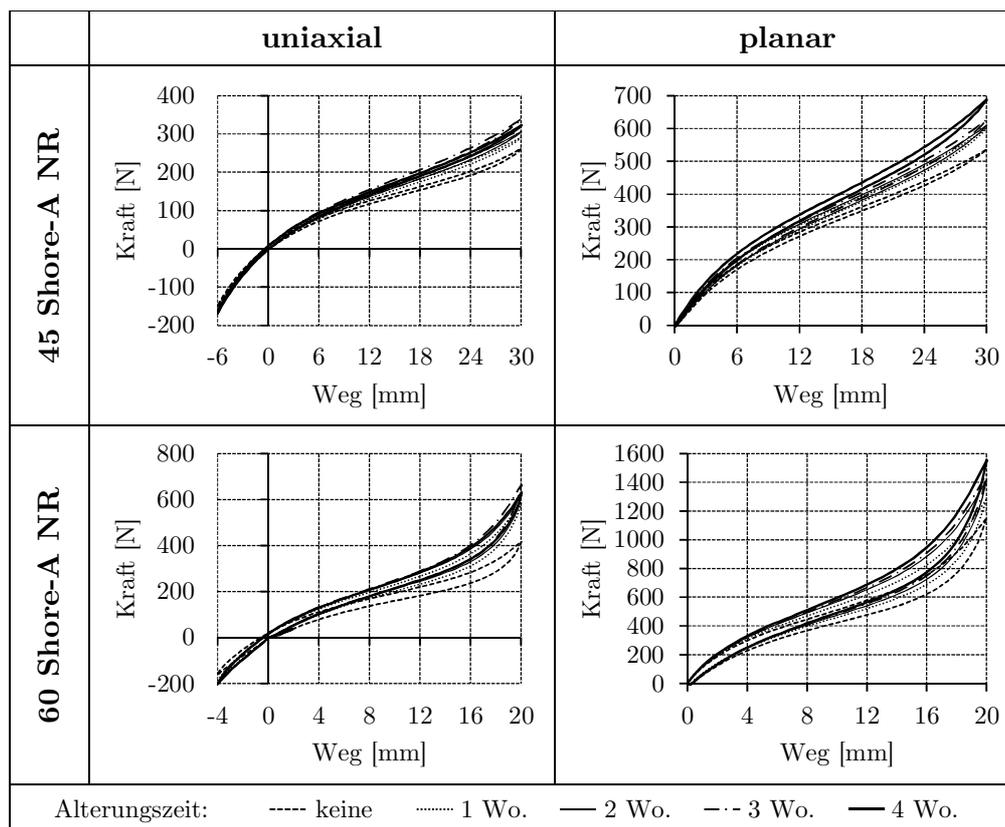


Abbildung 4.10: Vergleich Kraft-Weg Diagramme für unterschiedliche Wärmealterungszeiten

4.3 Auswahl von geeigneten hyperelastischen Materialmodellen

Ziel dieses Abschnitts ist die Auswahl von Materialmodellen, welche für die Anwendung im automotiven Umfeld geeignet sind. Basis sind die ermittelten Messkurven aus Kapitel 4.2.

Grundsätzlich wurden folgende Materialmodelle ausgewählt, mit denen eine Materialparameterabstimmung vorgenommen wurde:

- Arruda Boyce (Gleichung (2.52))
- Ogden, Ordnungen 1 bis 6 (Gleichung (2.40))
- Marlow (Gleichung (2.43))
- Polynomansatz, Ordnungen 1 (Mooney-Rivlin) und 2 (Gleichung (2.34))
- Reduzierter Polynomansatz, Ordnungen 1 (Neo Hooke) bis 6 (Gleichung (2.39))
- Van der Waals Modell (Gleichung (2.55))

Dabei wurde so vorgegangen, dass die Materialparameterabstimmung auf Basis der uniaxialen und planaren Messergebnisse durchgeführt wurde. Anschließend wurde eine Bewertung vorgenommen. Folgende Bewertungskriterien wurden angelegt:

- Gute Abbildung der Beanspruchungszustände uniaxial und planar

- Keine Materialinstabilität⁴⁰ in einem der untersuchten Werkstoffe in allen drei Beanspruchungszuständen, insbesondere für den nicht gemessenen Beanspruchungszustand äqui-biaxial
- Möglichst einfache Materialformulierung mit möglichst wenigen Materialparametern

Die Ergebnisse der Materialmodellauswahl sind in Tabelle 3 zusammengefasst. In der letzten Spalte sind die Bewertungen von sehr geeignet bis nicht geeignet mit den Benotungen ++, +, o, - und -- vorgenommen worden. Basis der Bewertung sind Spannungs-Dehnungsbeziehungen für die Zustände uniaxial, planar und äqui-biaxial, wie sie beispielhaft in Abbildung 4.11 für einen 45 Shore-A NR-BR Werkstoff für 150% Dehnung dargestellt ist. Die Kurven der Materialmodelle sind bis 200% aufgetragen, um die Extrapolation für Dehnungen, welche über die gemessenen Werte hinausgehen, beurteilen zu können.

Als nicht geeignet (--) wurden alle Materialmodelle eingestuft, welche mindestens *eine* instabile Materialkurve erzeugt haben. Am Beispiel des 45-Shore NR-BR Werkstoffs sind dies die Materialmodelle Ogden zweite und dritte Ordnung, sowie das Mooney-Rivlin Modell. Diese zeigen beim äqui-biaxialen Beanspruchungszustand negative Spannungen bzw. negative Tangentensteifigkeit, siehe Abbildung 4.11 links unten. Dies betrifft hauptsächlich Materialmodelle, welche von I_2 bzw. von den Streckungen selbst abhängig sind. Diese Erkenntnis stimmt mit Aussagen aus der Literatur überein, dass eine Abhängigkeit eines Materialmodells von I_2 nur bei einem äqui-biaxialen Beanspruchungszustand messbar ist [112]. Fehlt die äqui-biaxiale Messung sollte auf Materialmodelle zurückgegriffen werden, welche nur von I_1 abhängig sind.

Mit einem ‘-’ wurden jene Materialmodelle bewertet, welche gleiche Ergebnisgüte bei höherer Ordnung bzw. mehr Materialparametern wie einfachere Materialmodelle gezeigt haben. Im Sinne einer möglichst einfachen Beschreibung wurden diese Materialmodelle aussortiert.

Die Arruda-Boyce, Marlow und Van der Waals wurden mit ‘o’ bewertet. Das Modell von Marlow bildet die Messungen genau ab, hat jedoch den Nachteil, dass es nur im Softwarepaket Abaqus implementiert und somit nicht allgemein verfügbar ist. Das Arruda-Boyce und das Van der Waals-Modell basieren auf physikalischen Grundlagen, wobei das Van der Waals Modell mit mehr Materialparametern die Messungen genauer abbilden kann. Nachteilig wirkt sich bei beiden Modellen aus, dass sie nicht bzw. nicht einheitlich in unterschiedlichen Softwarepaketen implementiert sind.

Als hinsichtlich der Bewertungskriterien für den industriellen Einsatz am besten geeignet zeigen sich die Materialmodelle Neo Hooke (Bewertung +) und Yeoh (Bewertung ++). Das Yeoh-Modell besitzt drei Materialkonstanten und kann damit die Messkurven uniaxial und planar sehr gut abbilden. Der Kurven des äqui-biaxialen Beanspruchungszustands verlaufen ähnlich wie jene des physikalisch motivierten Van der Waals Modells. Da das Yeoh-Modell nicht grundsätzlich stabil ist, sollte es nur Anwendung finden, wenn Messdaten vorliegen. Ist dies nicht der Fall, so kann auf das Neo-Hooke Modell zurückgegriffen werden. Dieses besteht nur aus einem Parameter, welcher dem halben Schubmodul entspricht und aus der Shore-A Härte abgeschätzt werden kann [17], [42], [64]. Somit sind einfache Simulationen bereits in einem frühen Entwicklungsstadium möglich, wenn ein endgültiges Material und

⁴⁰ Das Kriterium für die Materialinstabilität ist das Druckersche Stabilitätskriterium und besagt im Wesentlichen, dass die Steifigkeit für unterschiedliche Beanspruchungssituationen positiv bleiben muss. Die genaue Formulierung ist in [130] zu finden.

somit gemessene Spannungs-Dehnungskurven noch nicht feststehen. Nachteilig wirkt sich bei diesem Materialmodell aus, dass es die charakteristische Steifigkeitserhöhung bei zunehmender Dehnung nicht abbilden kann. Abbildung 4.11 zeigt jedoch, dass die Genauigkeit bis in den mittleren Dehnungsbereich (ca. 100% bis 120% Dehnung) ausreichend ist.

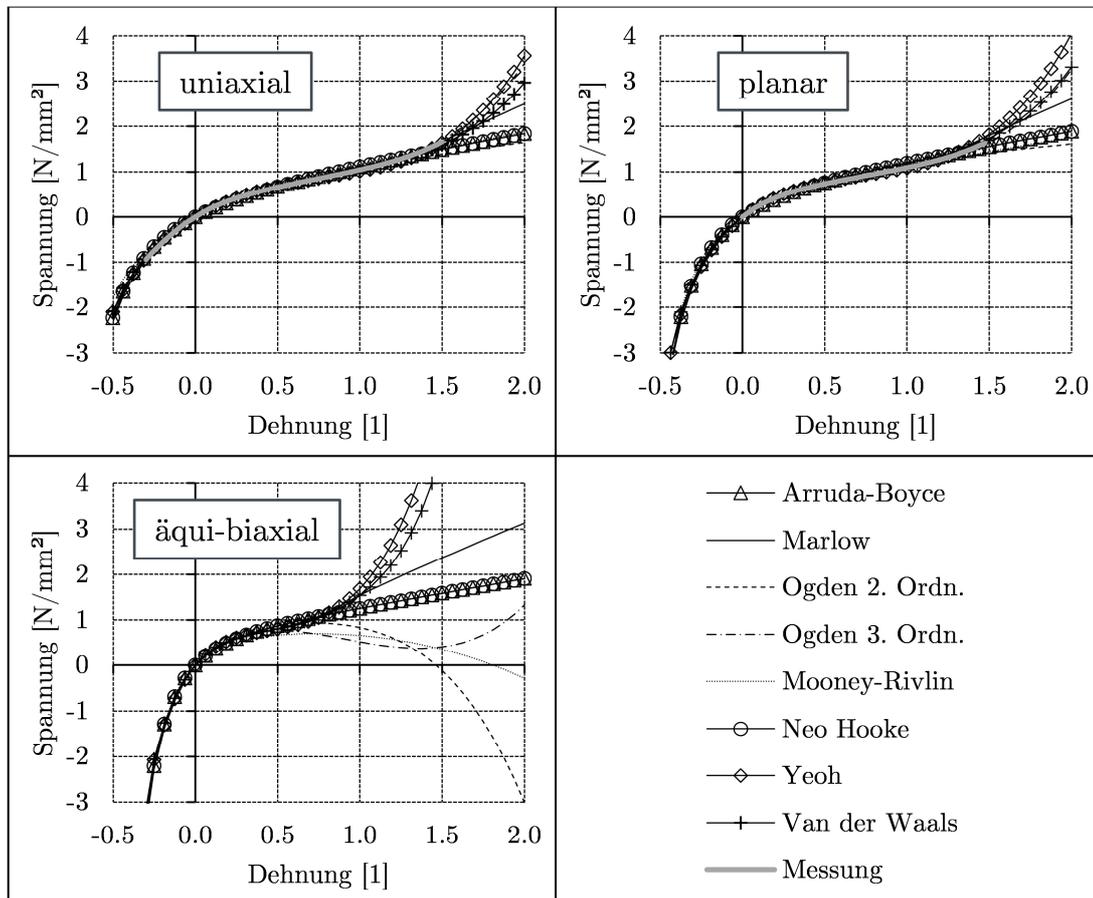


Abbildung 4.11: Vergleich von Materialmodellen für die Beanspruchungszustände uniaxial, planar und äqui-biaxial

Tabelle 3: Bewertung von Materialmodellen

Materialmodell		Abhängig von	Vorteil	Nachteil	Be- wertung
Arruda Boyce		I_1	Physikalische Grundlage, grundsätzlich stabil, nur zwei Parameter	Kann „Upturn“ nur begrenzt abbilden	o
Marlow		I_1	Bildet Messung exakt ab, grundsätzlich stabil	nicht parametrisierbar, nicht in allen gängigen Softwarepaketen verfügbar	o
Ogden	1. Ordnung	$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$		gleich wie Neo Hooke, jedoch mehr Parameter	-
	2. Ordnung		Grundsätzlich können Messkurven sehr genau nachgefahren werden, ab 2. Ordnung ist „Upturn“ abbildbar	Numerische Instabilität bei einigen Werkstoffen	--
	3. Ordnung				--
	4. Ordnung				--
	5. Ordnung				--
	6. Ordnung		Zu hohe Ordnung	-	
Poly-nomisch	1. Ord. Mooney Rivlin	I_1, I_2	Klassisches Modell aus der Literatur	Numerische Instabilität bei einigen Werkstoffen	--
	2. O.				--
Reduziert Polynomisch	1. Ordnung, Neo Hooke	I_1	Nur 1 Parameter, grundsätzlich stabil, klassisches Modell aus der Literatur	„Upturn“ kann nicht abgebildet werden	+
	2. Ordnung			nicht besser als Neo Hooke, jedoch höhergradig	-
	3. Ordnung, Yeoh		Bildet Messungen sehr genau ab, klassisches Materialmodell	Nicht grundsätzlich numerisch stabil	++
	4. Ordnung			Numerische Instabilität bei einigen Werkstoffen	--
	5. Ordnung.		Bildet Messung sehr genau ab	nicht besser als Yeoh, jedoch höhergradig	-
	6. Ordnung			Numerische Instabilität bei einigen Werkstoffen	--
Van der Waals		$I_1, (I_2)$	Bildet Messungen sehr genau ab, physikalische Grundlage	Nicht in allen gängigen Softwarepaketen verfügbar	o

4.4 Berücksichtigung des Mullins-Effekts

4.4.1 Motivation

Wie in Kapitel 2.1.4.1 bzw. in Abbildung 4.8 in Kapitel 4.2.3 dargestellt, ist die Spannungs-Dehnungskurve durch den Mullins-Effekt von der jeweiligen Maximalbelastung abhängig. Somit ergeben sich in einem realen Bauteil selbst bei definierten maximalen Vorbelastungen örtlich unterschiedliche Beanspruchungen, sodass sich gemäß den Vorbeanspruchungen unterschiedliche Spannungs-Dehnungskurven einstellen. Diese können auf die Lebensdauer von Bauteilen erheblichen Einfluss haben, wie auch Raoult et al. in [151] feststellen. Aus diesem Grund soll der Mullins-Effekt im Ablauf der Schwingfestigkeitssimulation Berücksichtigung finden.

4.4.2 Umsetzung

Wird davon ausgegangen, dass die Bauteile durch definierte Vorbelastungen „initialisiert“ werden, so kann man die Erstbelastungskurven vernachlässigen und es kommen nur die spannungserweichten Materialkurven zum Einsatz. Im Sinne des CDM-Ansatzes (siehe Kapitel 2.3.2.2) entspricht dies der Vernachlässigung des kontinuierlichen Anteils D_K der Schädigungsvariable D in Gleichung (2.63). Abbildung 4.12 zeigt eine Gegenüberstellung der Erstbelastungskurve mit spannungserweichten Kurven bei 50, 75, 100, 125 und 150% Dehnung. Es zeigt sich, dass mit steigender Vordehnung das Material weicher wird. Im Vergleich mit der Annahme des „pseudo-elastischen“ Materialmodells von Ogden und Roxburgh [136] in Abbildung 2.17 links treffen die spannungserweichten Kurven bei ihrer jeweils maximalen Dehnung die Erstbelastungskurve nicht, sondern bleiben mit steigender Vordehnung immer deutlicher darunter, z.B. um ca. 1 N/mm^2 bei 150% Dehnung.

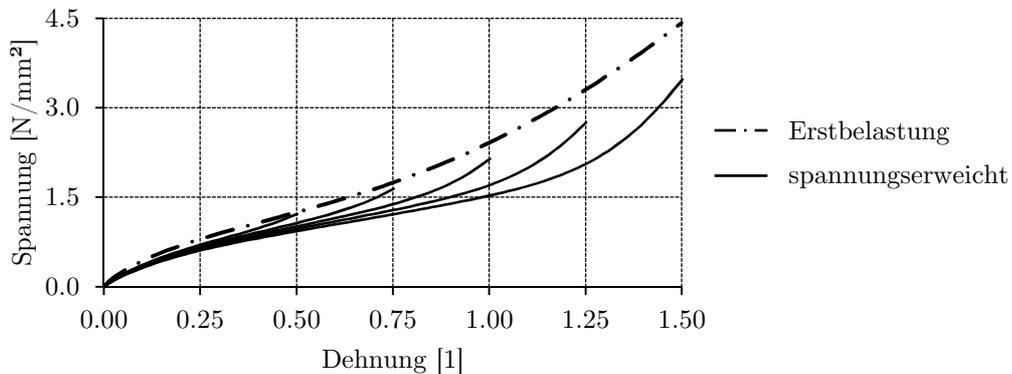


Abbildung 4.12: Erstbelastungskurve vs. Spannungserweichte Kurven, 60 Shore-A, uniaxial

In der Praxis bedeutet dies, dass dieses Materialmodell an Stellen, welche wiederholt mit ihrer jeweilig lokalen Maximaldehnung belastet werden, die Spannungen überschätzt. Dies ist zum Beispiel bei Schwingbelastungen mit konstanten Amplituden der Fall. Weiterhin werden beim CDM-Ansatz die Erstbelastungskurve mittels hyperelastischem Materialgesetz abgestimmt, die spannungserweichten Kurven ergeben sich durch die kontinuierliche Schädigungsfunktion (Gleichung (2.66)). Somit ist auf die letztendlich gewünschten spannungserweichten Kurven keine direkte Einflussnahme möglich. Die abgestimmten Materialkurven zeigen teilweise mittelstarke bis starke Abweichungen zu den Messungen,

sodass das Materialmodell von Ogden und Roxburgh [136] für die Anwendung bei Schwingfestigkeitsanalysen nicht weiterverfolgt wurde.

Stattdessen wurde ein pragmatischer Ansatz gewählt, um den Mullins-Effekt bei industriellen Anwendungen einsetzen zu können. Dabei wurde eine zentrale Annahme vieler Autoren (z.B. [68], [102], [118], [136]) übernommen, welche den grundsätzlich anisotropen Mullins-Effekt als isotropes Phänomen berücksichtigen. Grambow zeigt in [68], dass die Schädigung, welche zur Spannungserweichung führt, durch eine skalare Größe, welcher der eingebrachten Energiemenge in Form der Formänderungsenergiedichte entspricht, beschrieben werden kann. Weiterhin zeigt er, dass die Richtungsabhängigkeit des Mullins-Effekts nach mehreren Zyklen abnimmt und im spannungserweichten Zustand in der Regel vernachlässigbar ist. Ein weiterer skalarer richtungsunabhängiger Ansatz wird von Laiarinadrasana in [102] gezeigt, wo als Schädigungsparameter neben der Formänderungsenergiedichte auch die maximale Streckung λ_I^{\max} eingesetzt wird. Diese beiden Möglichkeiten sollen für die Berücksichtigung des Mullins-Effekts in Betracht gezogen werden.

4.4.3 Vorgehensweise

Im Folgenden wird eine Vorgehensweise entwickelt, welche die Spannungserweichung isotrop

- auf Basis der maximalen Hauptdehnung $\bar{\varepsilon}_I^{\max 41}$ und
- auf Basis der Formänderungsenergiedichte W

berücksichtigen kann.

Analog zu vielen technischen Anwendungen wird dabei davon ausgegangen, dass das Bauteil zuerst durch mehrmaliges Abfahren von Maximalpositionen „initialisiert“, also spannungserweicht wird. Erst anschließend werden die eigentlichen Betriebsbelastungen in einem zweiten Schritt aufgebracht, wobei dann von konstanten, jedoch örtlich unterschiedlichen Werkstoffkennwerten ausgegangen wird. Für die Werkstoffbeschreibung werden die für unterschiedliche Zugdehnungsniveaus ermittelten Werkstoffkurven, wie in Abbildung 4.8 und Abbildung 4.12 dargestellt, verwendet.

Der Berechnungsablauf zur Berücksichtigung des Mullins-Effekts ist in Abbildung 4.13 dargestellt. Grundsätzlich wird die FE-Simulation des Elastomerbauteils für vorab zu definierende Maximalbelastungen in einer Schleife durchgeführt, wobei sich zwischen den Schleifendurchläufen die Materialkennwerte ändern. Das Materialmodell ist dabei von der skalaren Feldvariable ε^M abhängig, welche im ersten Schritt über das Bauteil konstant angenommen ist (z.B. Startwert $\varepsilon^M_0 = 1$ für die 100%-Dehnungskurve). In jeder Berechnungsschleife wird aus allen berechneten Lastfällen für jeden Knoten bzw. Integrationspunkt die skalare Variable ε^M aus den Maximaldehnungen ermittelt, welche somit als Schleppzeiger fungiert. Dieser dient als Grundlage für die dehnungsabhängigen Werkstoffkennwerte des folgenden Loops. Die Berechnungsschleife wird so lange wiederholt, bis das Konvergenzkriterium

$$\Delta \varepsilon^M = \varepsilon^M_n - \varepsilon^M_{n-1} \quad (4.3)$$

⁴¹ Entspricht der maximalen Hauptstreckung (siehe Gleichung (2.28))

unterhalb eines gewählten Schwellwertes a ist. Ist das Konvergenzkriterium erfüllt, erfolgt die Ausgabe der FE-Ergebnisse und der Verteilung der Feldvariablen ε^M_n , welche als Eingabe für die folgenden Simulationen dienen kann.

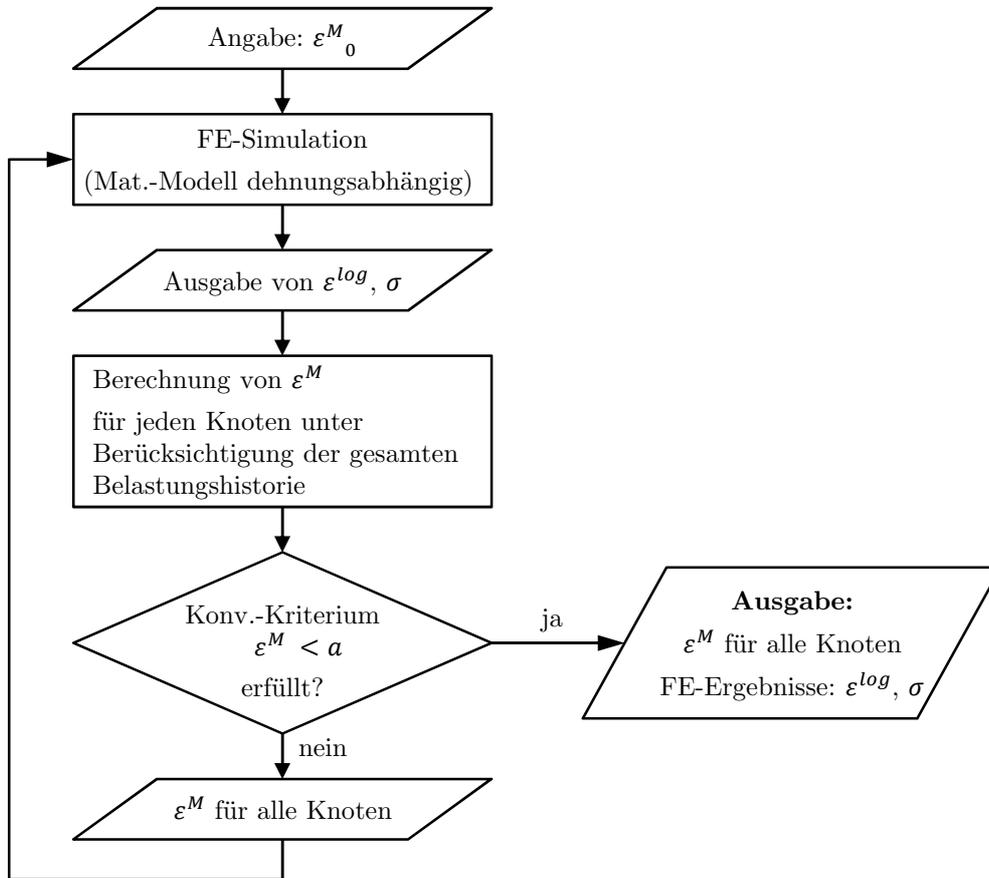


Abbildung 4.13: Ablauf der Berechnung der Simulation zur Berücksichtigung des Mullins-Effekts

4.4.4 Schädigungsparameter

Die beiden Schädigungsparameter für den Mullins-Effekt

- Maximaldehnung $\bar{\varepsilon}_1^{\max}$ und
- Maximale Formänderungsenergiedichte W

unterscheiden sich in der Art der Berechnung von ε^M .

Beim Schädigungsparameter *Maximaldehnung* berechnet sich ε^M als Maximum der ersten deviatorischen Hauptdehnung für alle berechneten Lastfälle der FE-Simulation

$$\varepsilon^M = \max(\bar{\varepsilon}_1^{tech}) \quad (4.4)$$

Die deviatorische erste Hauptdehnung kann bei kompressiblem Materialverhalten durch Elimination der Volumendilatation bei den Streckungen nach Gleichung (2.32) ermittelt werden.

Beim Schädigungskriterium *Formänderungsenergiedichte* ist die Ermittlung von ε^M aufwändiger, weil nicht nur die maximale Zugbelastung, sondern auch die Druckbelastung berücksichtigt werden muss. In Abbildung 4.14 links ist der Verlauf der

Formänderungsenergiedichte W für die unterschiedlichen Beanspruchungszustände uniaxial, planar und äqui-biaxial über der Streckung λ aufgetragen, wobei für die Berechnung der Formänderungsenergiedichte W das Yeoh-Modell zugrunde gelegt wurde. Es zeigt sich, dass sowohl für Druckstreckungen als auch für Zugstreckungen die Formänderungsenergiedichte ansteigt. Sowohl eine Druck- als auch eine Zugbeanspruchung kann für einen bestimmten Beanspruchungszustand die gleiche Formänderungsenergiedichte verursachen. Während für die Zugbeanspruchung gemessene Daten vorliegen (siehe Abbildung 4.12), ist dies für Druckbeanspruchung meist nicht der Fall. Es ist jedoch über die Formänderungsenergiedichte ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Zug- und Druckstreckung herstellbar. Dieser Zusammenhang wird im Folgenden genutzt, um Druckbeanspruchungen in formänderungsenergieäquivalente Zugbeanspruchungen zu überführen. Bei Materialmodellen, welche nur von der ersten Invariante I_1 des Streckungstensors abhängen, besteht eine eindeutige Beziehung zwischen I_1 und W

$$W = f(I_1) \quad (4.5)$$

sodass für alle weiteren Betrachtungen nicht die Formänderungsenergiedichte, sondern I_1 verwendet wird, siehe Abbildung 4.14 rechts. Damit gelten die Beziehungen nicht nur für ein bestimmtes Materialmodell, sondern allgemein für alle von I_1 abhängigen Materialmodelle, z.B. Neo Hooke, Yeoh, Arruda Boyce, Marlow, etc.

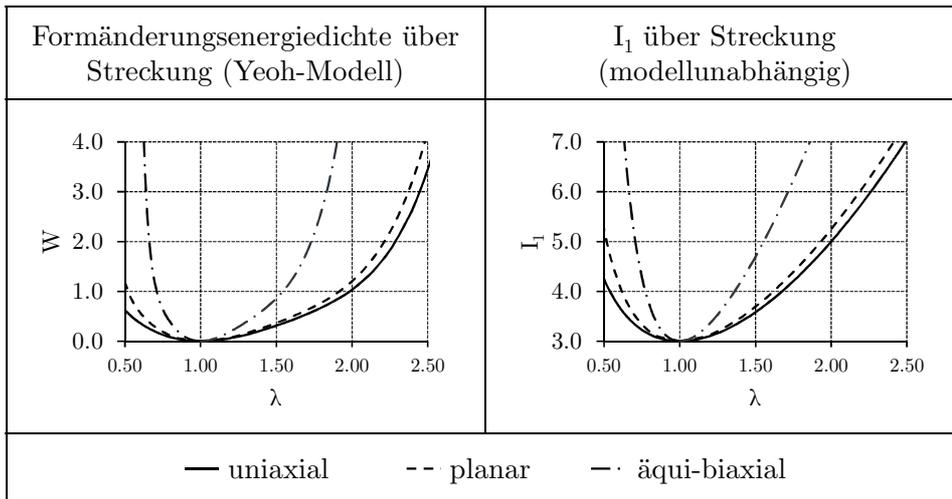


Abbildung 4.14: Formänderungsenergiedichte (links) und I_1 (rechts) über Dehnung für die Beanspruchungszustände uniaxial, planar und äqui-biaxial

Für die in Abbildung 4.14 dargestellten Beanspruchungszustände lassen sich Zug- und Druckstreckungen bei Kenntnis der Formänderungsenergiedichte ausgehend von den Beziehungen für I_1 in Abbildung 4.1 durch die folgenden Gleichungen ermitteln:

Uniaxial:

$$\bar{\lambda}_1^3 - \bar{I}_1 \bar{\lambda}_1 + 2 = 0 \quad (4.6)$$

Planar:

$$\bar{\lambda}_1^4 + (1 - \bar{I}_1) \bar{\lambda}_1^2 + 1 = 0 \quad (4.7)$$

Äqui-biaxial:

$$\bar{\lambda}_1^6 - \frac{\bar{I}_1}{2} \bar{\lambda}_1^4 + \frac{1}{2} = 0 \quad (4.8)$$

Die Gleichungen (4.6) bis (4.8) besitzen jeweils zwei positive Lösungen für $\bar{\lambda}_1$, wobei eine größer und eine kleiner als 1 ist. Diese entsprechen der Zug- bzw. Druckstreckung. Im Folgenden ist die Lösung des planaren Beanspruchungszustands skizziert, da sich für diesen Sonderfall Streckungen ergeben, deren entsprechende logarithmische Dehnungen für Zug und Druck betragsmäßig gleich groß sind. Die beiden anderen Fälle sind durch Anwendung der cardanischen Formeln zur Lösung der kubischen Gleichungen analog zum planaren Fall lösbar.

Substituiert man in den Lösungsansatz für die doppelt quadratische Gleichung (4.7)

$$\bar{\lambda}_{1,2}^2 = \frac{\bar{I}_1 - 1}{2} \pm \sqrt{\frac{(\bar{I}_1 - 1)^2}{4} - 1} \quad (4.9)$$

die Streckung $\bar{\lambda}_1$ durch die logarithmischen Dehnungen $\bar{\varepsilon}_1$, so erhält man als Ergebnis die Zugdehnung

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2} \ln(p + \sqrt{p^2 - 1}) \quad (4.10)$$

und die Druckdehnung

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \ln(p - \sqrt{p^2 - 1}) \quad (4.11)$$

mit

$$p = \frac{\bar{I}_1 - 1}{2} \quad (4.12)$$

Um zu zeigen, dass logarithmische Zug- und Druckdehnung betragsmäßig gleich groß sind, wird in (4.13) die Summe gebildet, welche sich zu 0 ergibt.

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} &= \\ &= \frac{1}{2} \ln(p + \sqrt{p^2 - 1}) + \frac{1}{2} \ln(p - \sqrt{p^2 - 1}) = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \ln \left[(p + \sqrt{p^2 - 1})(p - \sqrt{p^2 - 1}) \right] \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \ln [p^2 - (p^2 - 1)] \right\} = \\ &= \frac{1}{2} \ln(1) = 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

4.4.4.1 Unterscheidung des Beanspruchungszustands

Da eine Umrechnung von Druck- auf Zugstreckungen nur bei Kenntnis des Beanspruchungszustands möglich ist, wird in diesem Kapitel eine Methode entwickelt, wie man aus FEM-Ergebnissen den Beanspruchungszustand ermitteln kann. Basis der Unterscheidung des Beanspruchungszustandes sind die deviatorischen logarithmischen Hauptdehnungen $\bar{\varepsilon}_i^{\log}$ ($i = 1, 2, 3$), welche für jeden Integrationspunkt eines FE-Modells aus den Hauptdehnungen ermittelt werden müssen. Dazu werden die Hauptstreckungen aus

den technischen Hauptdehnungen ε_i^{tech} bzw. den logarithmischen Hauptdehnungen ε_i^{log} durch die Beziehung

$$\lambda_i = \varepsilon_i^{tech} + 1 = e^{\varepsilon_i^{log}} \quad (4.14)$$

berechnet. Durch Elimination der Volumendilatation nach Gleichung (2.32) ergeben sich daraus die deviatorischen Hauptstreckungen $\bar{\lambda}_i$ aus denen die logarithmischen deviatorischen Hauptdehnungen durch die Beziehung

$$\bar{\varepsilon}_i^{log} = \ln(\bar{\lambda}_i) \quad (4.15)$$

berechnet werden können. Um einen beliebigen Beanspruchungszustand zu bestimmen, wird eine Division der größten Hauptdehnung $\bar{\varepsilon}_{max}^{log}$ durch die kleinste Hauptdehnung $\bar{\varepsilon}_{min}^{log}$ durchgeführt

$$BZ = \frac{\bar{\varepsilon}_{max}^{log}}{\bar{\varepsilon}_{min}^{log}} = \frac{\ln(\bar{\lambda}_{max})}{\ln(\bar{\lambda}_{min})} \quad (4.16)$$

In Abbildung 4.15 ist die Berechnung der Kennzahl BZ für die Beanspruchungszustände uniaxial, planar und äqui-biaxial jeweils für Zug- und Druckbeanspruchung dargestellt. Die Streckungen der unterschiedlichen Beanspruchungszustände sind aus den Streckungstensoren in Abbildung 4.1 entnommen. Durch die Verwendung der logarithmischen Dehnungen kürzen sich die Streckungen in 1-Richtung heraus und der Beanspruchungszustand ist durch eine konstante Zahl unabhängig von der Dehnungs- bzw. Streckungsamplitude darstellbar.

	Uniaxial	Pure Shear Planar	Äqui-Biaxial
Zug	$\bar{\varepsilon}_{max}^{log} = \ln(\lambda_1)$ $\bar{\varepsilon}_{min}^{log} = \ln(\lambda_1^{-\frac{1}{2}})$	$\bar{\varepsilon}_{max}^{log} = \ln(\lambda_1)$ $\bar{\varepsilon}_{min}^{log} = \ln(\lambda_1^{-1})$	$\bar{\varepsilon}_{max}^{log} = \ln(\lambda_1)$ $\bar{\varepsilon}_{min}^{log} = \ln(\lambda_1^{-2})$
	$BZ = -2$	$BZ = -1$	$BZ = -\frac{1}{2}$
Druck	$\bar{\varepsilon}_{max}^{log} = \ln(\lambda_1^{-\frac{1}{2}})$ $\bar{\varepsilon}_{min}^{log} = \ln(\lambda_1)$	$\bar{\varepsilon}_{max}^{log} = \ln(\lambda_1^{-1})$ $\bar{\varepsilon}_{min}^{log} = \ln(\lambda_1)$	$\bar{\varepsilon}_{max}^{log} = \ln(\lambda_1^{-2})$ $\bar{\varepsilon}_{min}^{log} = \ln(\lambda_1)$
	$BZ = -\frac{1}{2}$	$BZ = -1$	$BZ = -2$

Abbildung 4.15: Berechnung der BZ -Kennzahl für die unterschiedlichen Beanspruchungszustände

In Abbildung 4.15 ist erkennbar, dass die Beanspruchungszustände Uniaxial Zug und Äqui-Biaxial Druck, sowie Uniaxial Druck und Äqui-Biaxial Zug jeweils dieselben Werte für BZ aufweisen. Das gleiche gilt auch für die Beanspruchungszustände planar Zug und Druck. Dies liegt darin begründet, dass diese Beanspruchungszustände mit denselben BZ -Werten äquivalent sind, da sie die exakt gleichen deviatorischen Hauptstreckungen und -dehnungen besitzen [12], [183]. Eine Unterscheidung dieser Zustände ist bei inkompressiblem Materialverhalten durch reines Betrachten der Verformungen nicht möglich, sondern kann

lediglich durch die zusätzliche Betrachtung der hydrostatischen Spannung vorgenommen werden, siehe z.B. [130], [183].

Mit der Konvention, dass Zugbelastungen positives Vorzeichen und Druckbelastungen negatives Vorzeichen erhalten, können die Beanspruchungszustände folgendermaßen eingeteilt werden:

Tabelle 4: Einteilung der Beanspruchungszustände durch die Kennzahl BZ

Druck		Zug	
Beschreibung	BZ	BZ	Beschreibung
äqui-biaxial	-2	2	uniaxial
biaxial	$ -2;-1 $	$ 1;2 $	Annähernd uniaxial
planar	-1	1	planar
Annähernd uniaxial	$ -1;-0.5 $	$ 0.5;1 $	biaxial
uniaxial	-0.5	0.5	äqui-biaxial

Für die Ermittlung der formenergiedichteäquivalenten Dehnungen spielt die Unterscheidung zwischen hydrostatischer Zug- bzw. Druckbeanspruchung keine Rolle, da die Formänderungsenergiedichte nur von I_1 und damit von den Hauptstreckungen λ_i abhängt. In Abbildung 4.16 ist die deviatorische Zughauptnormaldehnung $\bar{\varepsilon}_{\max}^{\log}$ über der Druckhauptnormaldehnung $\bar{\varepsilon}_{\min}^{\log}$ für die unterschiedlichen Beanspruchungszustände aufgetragen. Es zeigt sich, dass die Kurven für die einzelnen Beanspruchungszustände lineare Funktionen mit der Steigung BZ sind. Auch in dieser Darstellung zeigen sich die äquivalenten Beanspruchungszustände durch überdeckende Geraden.

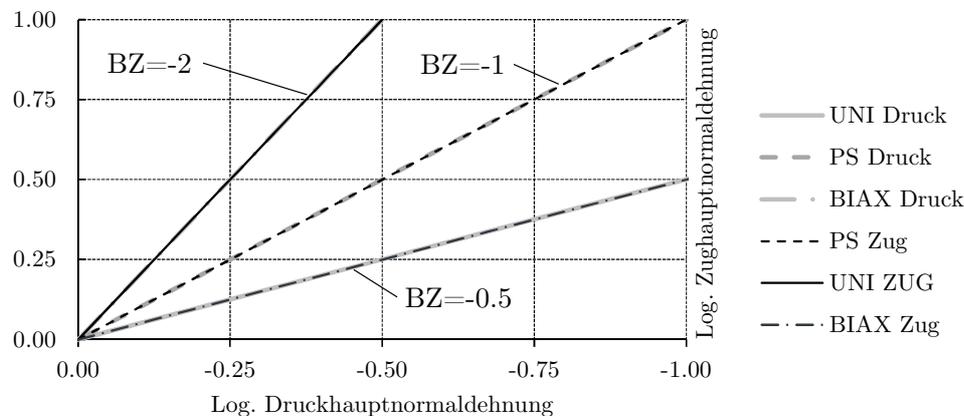


Abbildung 4.16: Berechnung der BZ -Kennzahl für die unterschiedlichen Beanspruchungszustände

4.4.4.2 Ermittlung von ε^M

Die spannungserweichten Kurven liegen wie schon zu Beginn dieses Kapitels erwähnt auf Basis von uniaxialen und planaren Messungen zugdehnungsabhängig vor. Es stellt sich nun die Frage, für welche Beanspruchungszustände auftretende Druckdehnungen in formänderungsenergieäquivalente Zugdehnungen umgerechnet werden müssen.

Bei *planarer Beanspruchung* ($BZ=-1$) sind Zug- und Druckbeanspruchung exakt gleich. In Abbildung 4.17 zeigt sich dies dadurch, dass die I_1 -Kurve des planaren Beanspruchungszustands über der logarithmischen Dehnung für Zug und Druck

symmetrisch ist. Druck- und Zugdehnung sind somit formänderungsenergieäquivalent. Die maximale deviatorische Zugdehnung kann als Maß für die Spannungserweichung verwendet werden, unabhängig davon, ob die Verformung durch Zug- oder Druckbeanspruchung eingebracht wurde.

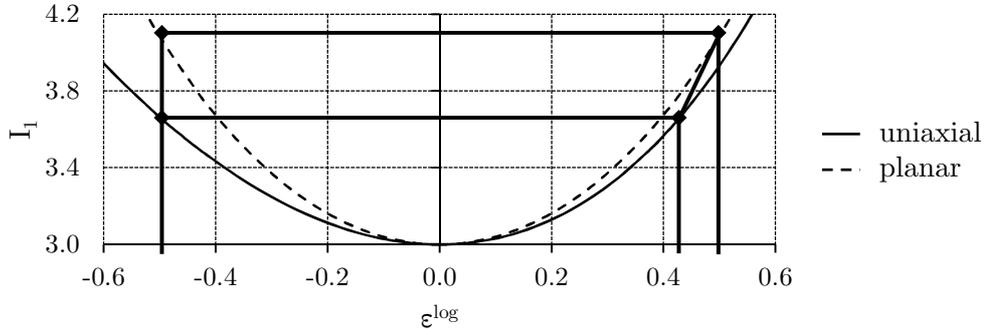


Abbildung 4.17: Berechnung der formänderungsenergieäquivalenten Zugdehnung

Für $BZ < -1$ nähert sich der Beanspruchungszustand *Uniaxial Zug* ($BZ = -2$) an. Für diesen Beanspruchungszustand liegen die Messdaten zugdehnungsabhängig vor, sodass analog zum Schädigungskriterium $\bar{\epsilon}_I^{\max}$ die maximale Zugdehnung als Maß für die Spannungserweichung dienen kann.

Für $BZ > -1$ nähert sich der Beanspruchungszustand *Uniaxial Druck* an ($BZ = -0.5$). Für diesen Beanspruchungszustand ist die auftretende Zugdehnung, welche normal zur Druckdehnungsrichtung auftritt, geringer als die formänderungsenergieäquivalente Zugdehnung. Der Zusammenhang ist in Abbildung 4.18 dargestellt. In diesem Fall muss der Wert für den Schleppzeiger adaptiert werden. Dabei wird folgendermaßen vorgegangen:

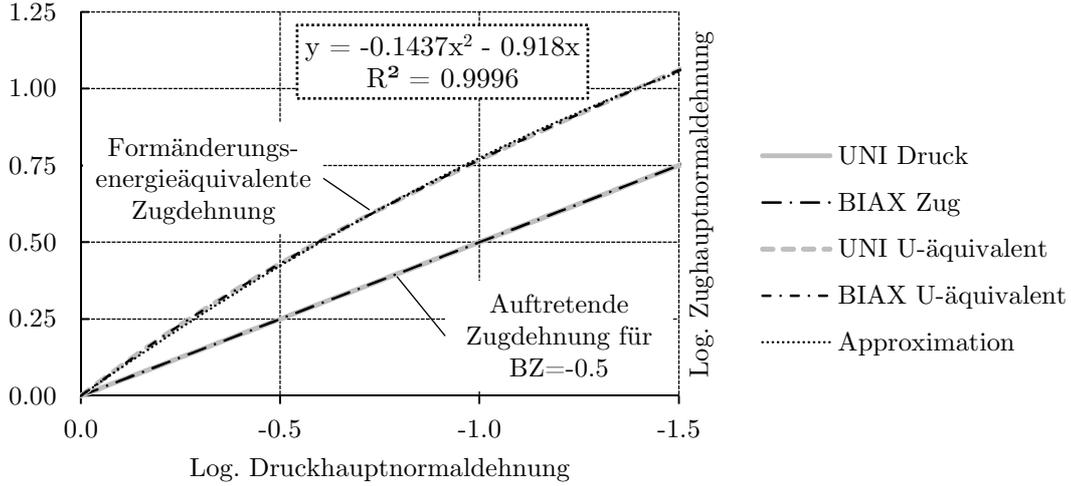
Für den uniaxialen und den planaren Zustand werden die Zugdehnungswerte als Grenzwerte berechnet. Im planaren Fall lautet die Gleichung

$$\bar{\epsilon}_{\max PL}^{\log} = -\bar{\epsilon}_{\min PL}^{\log} \quad (4.17)$$

Zugdehnung und Druckdehnung sind betragsmäßig gleich, wie in den Gleichungen (4.9) bis (4.13) gezeigt. Für den uniaxialen Zustand kann die Umrechnung über Gleichung (4.6) erfolgen. Da die Lösung dieser Gleichung für die Berechnung unhandlich ist, wurde der Zusammenhang durch die quadratische Näherungsfunktion

$$\bar{\epsilon}_{\max UNI}^{\log} = -0.1437 \bar{\epsilon}_{\min UNI}^{\log 2} - 0.918 \bar{\epsilon}_{\min UNI}^{\log} \quad (4.18)$$

approximiert (siehe Abbildung 4.18).

Abbildung 4.18: Berechnung des Schleppzeigerwertes für $BZ=-0.5$

Durch die Gleichungen (4.17) und (4.18) sind die formänderungsenergieäquivalenten Zugdehnungen für die Beanspruchungszustände mit die Beanspruchungskennziffern $BZ = -1$ und $BZ = -0.5$ bekannt. Zwischen diesen beiden Werten wird lineare interpoliert:

$$\bar{\varepsilon}_{\max}^{\log} = \frac{BZ+1}{0.5} \bar{\varepsilon}_{\max UNI}^{\log} + \left(1 - \frac{BZ+1}{0.5}\right) \bar{\varepsilon}_{\max PL}^{\log} \quad (4.19)$$

Abbildung 4.17 zeigt diesen Zusammenhang graphisch. Der Schleppzeiger für die Berechnung Mullins-Effekts ergibt sich schließlich zu

$$\varepsilon^M = \max\left(e^{\bar{\varepsilon}_{\max}^{\log}} - 1\right) \quad (4.20)$$

4.4.5 Vergleich Messung - Simulation

In Abbildung 4.19 ist eine Erstbelastungskurve eines uniaxialen Zugversuchs mit einer zuvor auf 40% Druck in vier Zyklen vorbelasteten Probe gegenübergestellt. Es ist erkennbar, dass eine Spannungserweichung in Druckrichtung Einfluss auf die Zugrichtung hat. Nimmt man die Formänderungsenergiedichte W als Parameter, so entspräche bei einem nur von I_1 abhängigen Materialmodell 40% Druckdehnung einer Zugdehnung von 55%. Bei dieser Dehnung nähert sich die druckbeeinflusste Kurve der Erstbelastungskurve wieder an. Beim Parameter Maximaldehnung $\bar{\varepsilon}_I^{\max}$ würde die bei 40% Druckdehnung auftretende Zugdehnung 29% betragen. Die Ergebnisse in Abbildung 4.19 deuten somit auf den Parameter Formänderungsenergiedichte hin.

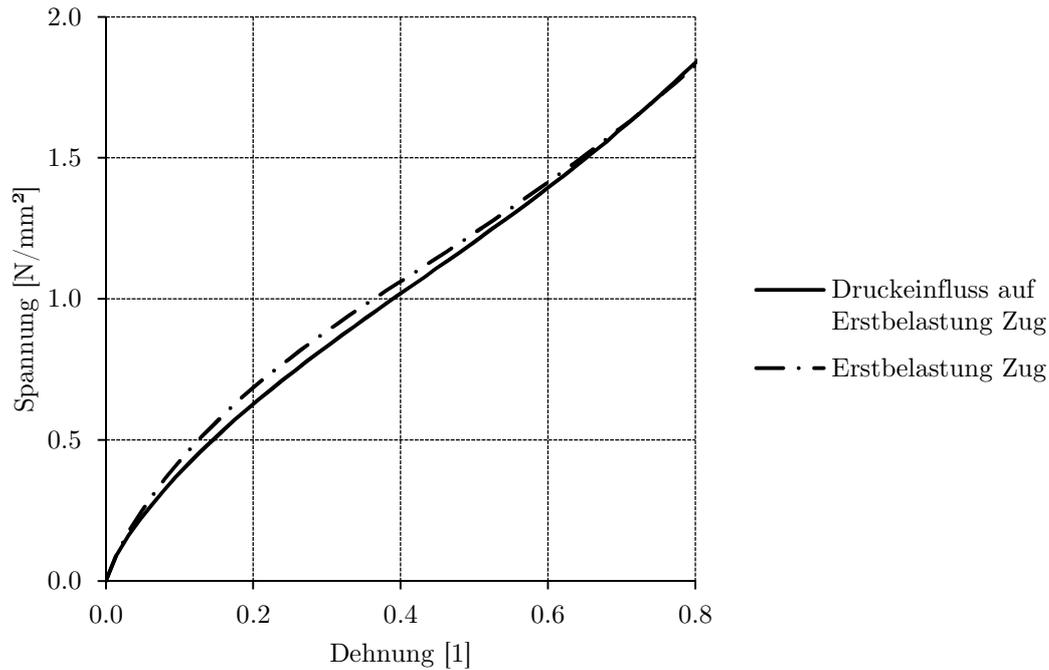


Abbildung 4.19: Erstbelastungskurve Zug vs. Druckspannungserweichte Kurve

Abbildung 4.20 zeigt einen Vergleich von interpolierten spannungserweichten Spannungs-Dehnungskurven mit Messungen. Die Materialkennwerte wurden mit den strichpunktieren Messkurven für 50%, 100%, 150% und 200% abgestimmt. Die Kurven bei den Zwischenwerten 75%, 125% und 175% sind interpolierte Kurven durch die vorhin vorgestellte Methode. Es ist ersichtlich, dass die Kurven einen sehr guten Übereinstimmungsgrad aufweisen. Da die Ergebnisse nur den Zugbereich betreffen, ist für dieses Diagramm die Wahl des Schädigungsparameters für den Mullins-Effekt unerheblich. Beide Methoden führen zu den gleichen Materialkurven.

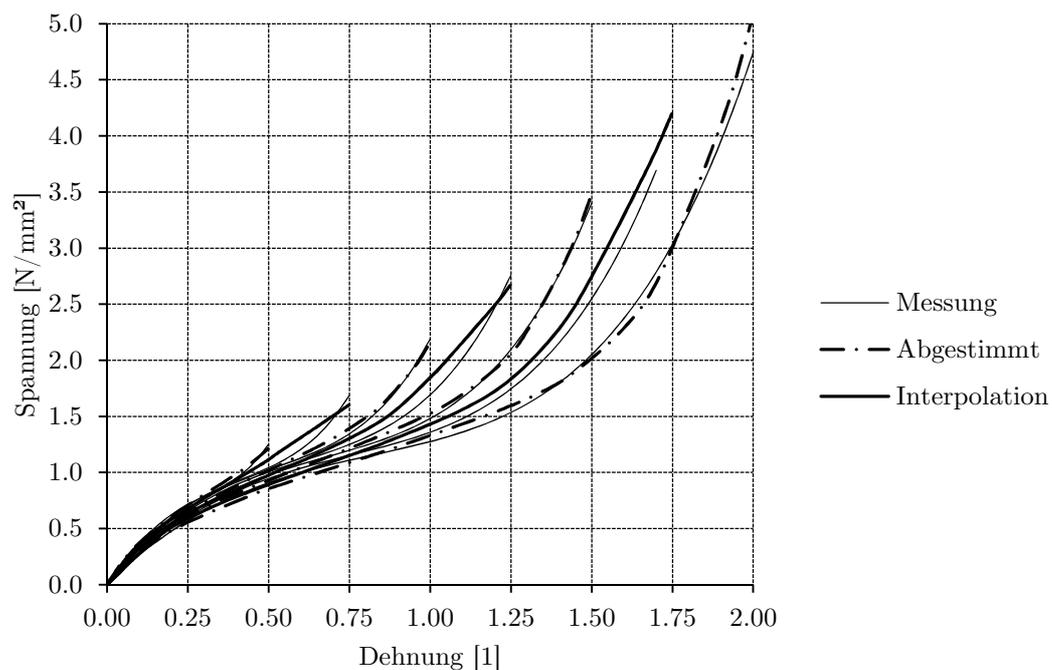


Abbildung 4.20: Erstbelastungskurve vs. Spannungserweichte Kurven

Abbildung 4.21 zeigt den Druckbereich einer uniaxialen Spannungs-Dehnungskurve. Strichpunktiert ist die Erstbelastungskurve eingetragen. Weiterhin zeigt das Diagramm noch zwei weitere Messungen. Eine Messreihe wurde nur im Druckbereich durchgeführt, wobei 10%, 20% und 30% Dehnung angefahren wurden. Die Spannungserweichung basiert bei dieser Messreihe somit nur auf Druckbelastungen. Dem gegenübergestellt ist der Druckbereich einer „Standard Zug-Druck-Messung“ (vgl. Kapitel 4.2.2). Da diese Kurven weicherer Verhalten zeigen kann geschlossen werden, dass hierbei die Spannungserweichung im Zugbereich stattfindet.

Das Materialmodell kann diesen Unterschied gut nachvollziehen. Die Simulation der Zug-Druck-Belastung korreliert mit der Zug-Druck Messung. Da hier die Spannungserweichung im Zugbereich stattfindet ist hierbei die Wahl des Schädigungsparameters unerheblich. Beispielhaft ist in Abbildung 4.21 die 30% Druckkurve eingetragen, welche im Zugbereich auf 150% gedehnt wird.

Bei Simulation der reinen Druckbelastung zeigt sich, dass sowohl der Schädigungsparameter *Formänderungsenergie* (durchgezogene Linie in Abbildung 4.21) als auch der Schädigungsparameter *Maximaldehnung* (gepunktete Linie in Abbildung 4.21) geeignet sind, die Spannungserweichung abzubilden. Tendenzmäßig folgt die Kurve auf Basis der Formänderungsenergie der Messung besser. Eine abschließende Beurteilung konnte bei den durchgeführten Untersuchungen nicht vorgenommen werden. Da auch in der Literatur eine Tendenz zur Verwendung der Formänderungsenergie feststellbar ist (vgl. Kapitel 2.3), wird für die in dieser Arbeit verwendeten Materialien die maximale Formänderungsenergie als Parameter für alle Simulationen verwendet.

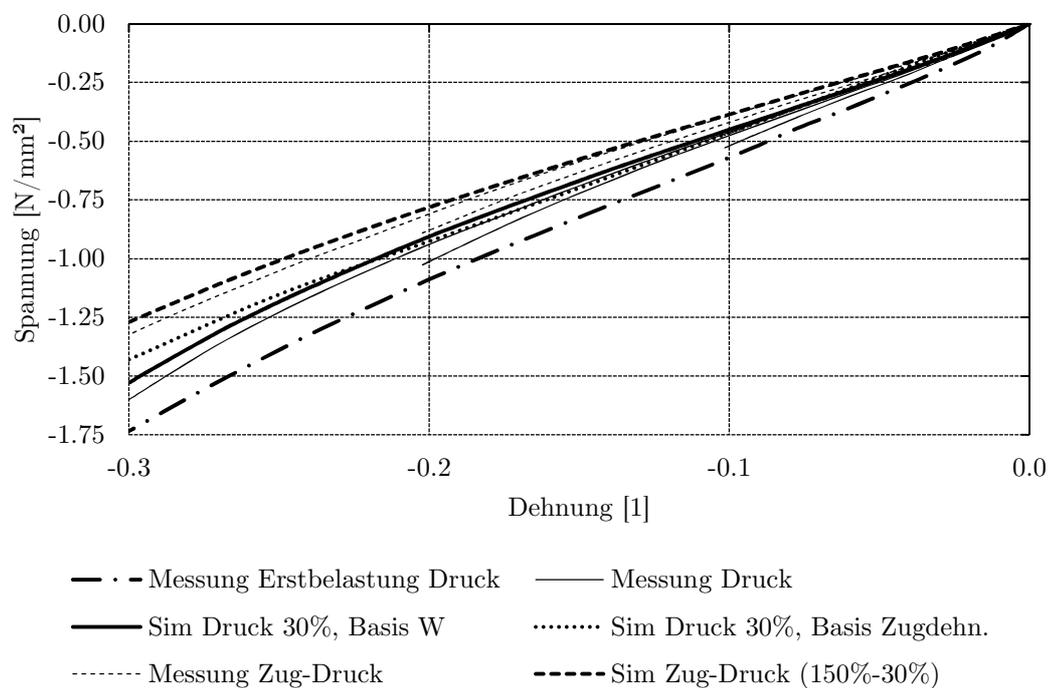


Abbildung 4.21: Erstbelastungskurve vs. Spannungserweichte Kurven

5 Lebensdauersimulation auf Basis eines örtlichen Konzepts

5.1 Methode

Auf Basis der in Kapitel 3.5 dargestellten Diskussion der unterschiedlichen Konzepte zur Simulation der Schwingfestigkeit wird in diesem Kapitel die gewählte Methode, welche ein örtliches Konzept darstellt, beschrieben.

5.1.1 Ablauf

Der Ablauf der Berechnungsmethode ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Er besteht grundsätzlich aus zwei Ästen:

- die Ermittlung der lokalen Beanspruchungen eines Bauteils auf der einen Seite und
- die Beanspruchbarkeit des Werkstoffs, also die Werkstoffkennwerte auf der anderen Seite.

Eine Aussage über die lokale Schädigung eines Bauteils erfolgt anschließend durch einen Vergleich von Beanspruchung und Beanspruchbarkeit mittels einer Schädigungsgröße auf Basis einer geeigneten Festigkeitshypothese. Die Kapitel 5.1.2 bis 5.1.6 beschreiben die angewendeten Methoden der Schädigungsrechnung, wie die Auswahl der Festigkeitshypothese, die kritische Schnittebenenmethode, die kanalbasierte Lebensdauersimulation, Schadensakkumulation und die Reduktion von Belastungszeitverläufen.

Die Ermittlung der Beanspruchbarkeit für die verwendeten Elastomerwerkstoffe erfolgt mittels kraftgesteuerten Wöhlerversuchen mit einem definierten Probekörper für unterschiedliche Mittellasten. Die Vorgehensweise ist in Kapitel 5.2 erläutert.

Die Ermittlung der lokalen Beanspruchungen erfolgt grundsätzlich durch eine oder mehrere FEM-Simulationen. Dabei ist es erforderlich, die elastomerspezifischen Eigenschaften in besonderem Maße zu berücksichtigen, welche einige Nichtlinearitäten beinhalten, z. B. das Materialgesetz, die großen Verformungen, Kontakte und Selbstkontakte bei Faltenbildung. Diese Nichtlinearitäten machen es unmöglich, unterschiedliche Lastkombinationen durch Einheitslastfälle zu beschreiben und mittels Skalierungsfaktoren zu superponieren, wie es in der Lebensdauersimulation von Metallen oft verwendet wird (z.B.: [61], [73], [77], [91]). Es müsste streng genommen die gesamte Belastungshistorie nachsimuliert werden. Dies ist jedoch aus Kapazitätsgründen meist nicht möglich. Es muss also eine Strategie zur Reduktion des Berechnungsaufwands angewendet werden. Die verwendete Methode, um von einer dreikomponentigen äußeren Kraft- bzw. Weg-Belastung eines Bauteils mittels FEM-Simulationen auf bewertbare lokale Verläufe einer Schädigungsgröße zu kommen, ist in Kapitel 5.3 beschrieben.

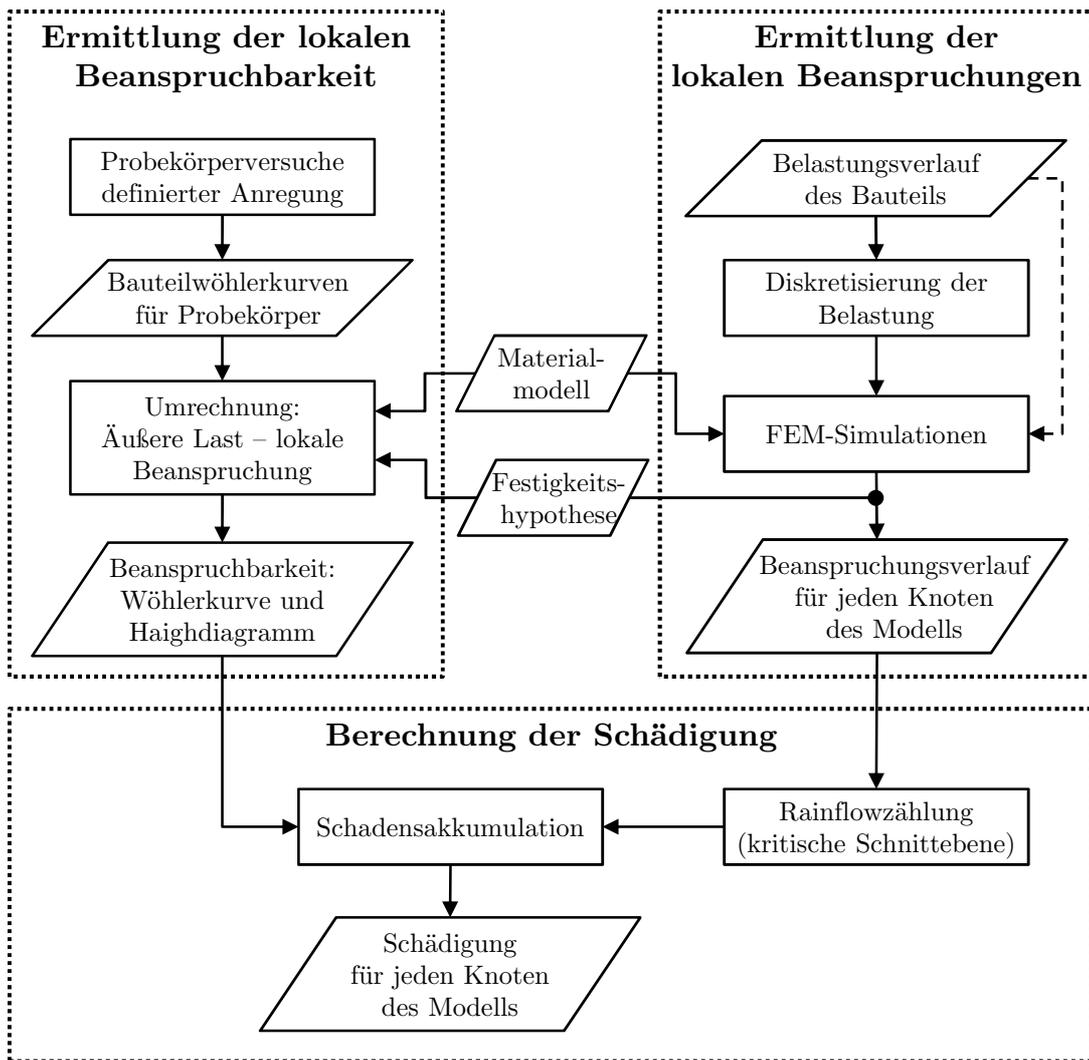


Abbildung 5.1: Grundsätzlicher Ablauf der Schwingfestigkeitsberechnung

5.1.2 Festigkeitshypothese

Für die Auswahl einer geeigneten Festigkeitshypothese sollen an dieser Stelle einige Erkenntnisse aus der Literatur zusammengefasst werden.

Grundsätzlich sind in der Literatur Anwendungen von

- Spannungen,
- Dehnungen,
- Energiegrößen und
- Dämpfungsmaße

zu finden.

Caspers et al. wenden in [33] die *Spannungen* maximale Hauptnormalspannung

$$\sigma_V = \max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad (5.1)$$

und von Mises Spannung erfolgreich an. Schöpfel et al. untersuchen in [165] Hauptnormalspannung und –dehnung und finden gute Übereinstimmung bei Verwendung des spannungsbasierten Ansatzes, wobei sie die Lebensdauer kennwerte kraftgesteuert ermitteln. Auch Duisen [53; 54] und Flamm [60] ermitteln die Lebensdauer kennwerte

kraftgesteuert und zeigen gute Ergebnisse bei Verwendung der maximalen Hauptspannung. Lou et al. verwenden in [111] für die Lebensdaueranalyse nach dem Wöhlerkonzept eine Vergleichsspannung, welche sich aus den Hauptnormalspannungen durch die Gleichung

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_1^2 + A\sigma_2^2 + B\sigma_3^2} \quad \text{mit } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (5.2)$$

zusammensetzt. A und B werden bei Zugspannungen zu 1 und bei Druckspannungen zu 0 gesetzt, sodass nur Zugspannungsanteile berücksichtigt werden.

Stommel [175] überprüft unterschiedliche Festigkeitshypothesen an dehnungsgeregelten Probekörperversuchen und kommt zum Schluss, dass die Normalspannungshypothese nicht geeignet ist. Er verwendet als eine Größe den Formänderungsenergiebetrag, welcher der Green-Lagrange *Vergleichsdehnung*

$$\xi_V = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2} \quad (5.3)$$

entspricht. Dieselbe Größe wendet auch Böhm in [22] an. Rabkin und Brüger verwenden in [149] bei dehnungskontrolliert ermittelten Werkstoffkennwerten die maximale Haupt-Green-Lagrange Dehnung

$$\xi_V = \max(\xi_i), \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.4)$$

Zusätzlich zur in Gleichung (5.3) dargestellten Vergleichsdehnung bewertet Stommel [175] die *Energiegröße* Formänderungsenergiegedichte als brauchbare Festigkeitshypothese, welche als skalare Größe richtungsunabhängig ist. Mars und Fatemi zeigen hingegen in [114], dass die Formänderungsenergiegedichte als Kriterium nicht geeignet ist und führen eine richtungsabhängige Energiegröße ein, welche als Rissenergiegedichte („Crack energy density“) bezeichnet wird. Diese ist als Skalarprodukt zwischen einem Spannungs- und einem Dehnungsvektor einer bestimmten Rissebene definiert. Es zeigt sich allerdings, dass diese Größe in praktischen Anwendungen schwierig zu bestimmen ist, da sie über numerische Integration bestimmt werden muss. In [113] wendet Mars die Rissenergiegedichte als Schädigungsparameter an, um multiaxiale Signale auf Basis von lokalen Schädigungen zu raffen. Er benutzt dabei die Rainflow-Zählung und kritische Schnittebene zur Bestimmung der orientierten Energiegedichte. Flamm zeigt in [58] ebenfalls gute Ergebnisse einer richtungsabhängigen Energiegröße W_{HR} (Formänderungsenergiegedichte in der Hauptbeanspruchungsrichtung), welche durch die Beziehung

$$W_{HR} = \max\left(\int S_i \cdot d\xi_{S_i}\right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.5)$$

bestimmbar ist. S_i sind dabei die Hauptrichtungen der 2. Piola-Kirchhoff Spannung und ξ_{S_i} die dazugehörigen Lagrange Dehnungen. Flamm schlägt vor Druckbeanspruchungen zu vernachlässigen.

Brüger et al. zeigen in [27] Ausfallsstellen an Probekörpern, welche weder durch ein Zughauptnormalspannungs- noch durch ein -dehnungskriterium erfasst werden können. Stattdessen finden sie an diesen Stellen lokale Maxima der Verluststeifigkeit und somit der *Dämpfung*. Diese wird mit einem Materialmodell ermittelt, welches im Ersatzmodell sowohl ein Dämpferelement als auch Reibelemente beinhaltet. Die Autoren stellen sich die Frage, ob die Verluststeifigkeit ein geeignetes Lebensdauerkriterium sein könnte. Eine abschließende Erklärung geben die Autoren nicht und verweisen auf weiterführende Untersuchungen.

Zusammenfassend kann gefolgert werden, dass sowohl spannungs- als auch dehnungsbasierte Ansätze erfolgreich eingesetzt werden. Weiterhin scheint eine Richtungsabhängigkeit zu existieren, sodass Energiegrößen nur dann infrage kommen, wenn sie richtungsabhängig sind. In diesem Fall leiten sich die Energiegrößen aus den richtungsabhängigen Dehnungen und Spannungen ab. Es ist auffallend, dass Autoren, welche die Wöhlerversuche weggesteuert durchführen, zu Dehnungen und Autoren, welche die Wöhlerversuche kraftgesteuert durchführen zu Spannungen tendieren. Dies scheint plausibel, wenn man in Betracht zieht, dass sich die Kraft-Wegkurven von Proben und Bauteilen im Laufe der Lebensdauerprüfungen verändern. Die Bauteile werden in der Regel mit fortschreitender Materialschädigung weicher. Somit herrschen über den Zeitraum der Lebensdauerprüfungen keine konstanten Spannungs- und Dehnungsverteilungen. Bei weggesteuerten Versuchen bleiben jedoch die Dehnungen annähernd gleich, bei kraftgesteuerten Versuchen sind die Kraftflüsse und somit die Spannungen annähernd konstant, wenn man davon ausgeht, dass sich die Querschnitte nicht maßgeblich ändern.

Hauptspannungen und -dehnungen sind über das Materialgesetz, welches in der Regel von der Formänderungsenergie dichte abhängt, ineinander überführbar. Für Zugbeanspruchungszustände ($BZ > 0$, siehe Tabelle 4) zeigen maximale Hauptdehnung und -spannung in die gleiche Richtung. Somit unterscheidet sich die Festigkeitshypothese für diese Beanspruchungen nicht grundsätzlich. Bei Druckbeanspruchungszuständen stimmen die Richtungen für uniaxiale Beanspruchungen überein ($-0.5 > BZ > -1$), ab dem planaren Beanspruchungszustand zeigen die maximalen Hauptdehnungen normal zur maximalen Hauptspannungsrichtung ($-1 > BZ > -2$). Für diese Beanspruchungen würden sich dehnungs- und spannungsbasierte Festigkeitshypothesen grundlegend unterscheiden. Um die Frage, ob Spannungen oder Dehnungen besser als Festigkeitshypothese geeignet sind, müsste man somit Prüfkörper entwickeln, welche den äqui-biaxialen Druckzustand abprüfen. Da dies im Rahmen dieser Arbeit nicht durchgeführt werden konnte und weiterhin diese Beanspruchungszustände in der Praxis eine untergeordnete Rolle spielen, wurde die Festigkeitshypothese nach der Art der Ermittlung der Lebensdauer kennwerte gewählt. Diese werden im Rahmen dieser Arbeit wie in Kapitel 5.2 beschrieben kraftgesteuert ermittelt. Daher wurde ein Spannungskonzept angewendet, welches zu den kraftgesteuerten Versuchen passt.

In den Versuchen zeigt sich, dass die verwendeten Elastomerwerkstoffe bis zum Bruch weitgehend elastisches Verhalten aufweisen. Risse breiten sich normal zur Belastungsrichtung aus. Somit kann von sprödem Werkstoffverhalten ausgegangen werden, wie auch Stommel in [175] feststellt. Daher wurde zunächst eine Normalspannungshypothese verwendet, welche in Analogie zu Gleichung (5.1) steht.

5.1.3 Methode der kritischen Schnittebene

Bei der kritischen Schnittebenenmethode wird ein Kugelkoordinatensystem eingeführt, in dem ein Vektor, welcher als Normalvektor \vec{n} einer Schnittebene interpretiert wird, mit den beschreibenden Winkeln φ und ϑ gedreht wird. Die Richtung des Normalvektors \vec{n} ist dabei ident mit der Richtung der Normalspannung $\sigma_{\varphi\vartheta}$ der Schnittebene.

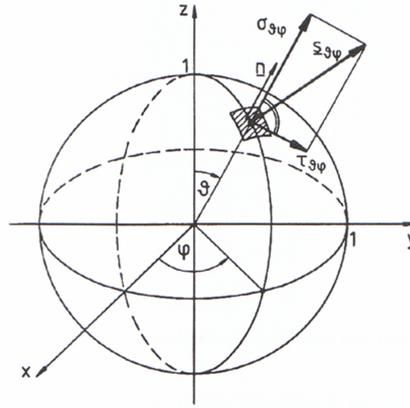


Abbildung 5.2: Drehung des Ebenennormalvektors im Kugelkoordinatensystem, aus [89]

Eine Drehung des Spannungstensors kann durch die Beziehung

$$\sigma' = \mathbf{Q}^T \sigma \mathbf{Q} \quad (5.6)$$

erfolgen [7]. Für die Drehung in die in Abbildung 5.2 dargestellte Schnittebene lautet die Transformationsmatrix [116]

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi & -\sin \varphi & -\cos \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi & \cos \varphi & -\cos \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta & 0 & \sin \vartheta \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

Durch die Symmetrie des Spannungstensors reicht für die beiden Winkel ein Wertebereich von 0 bis 180° aus⁴². Die Wahl der Winkelschrittweite für φ und ϑ ist dabei wählbar. In der Praxis werden die beiden Winkel in der Regel gleich gewählt. In diesem Fall ist die Anzahl der Schnittebenen n_{SE} durch die Beziehung

$$n_{SE} = \left(\frac{180}{\varphi} \right)^2, \text{ mit } n_{SE} \in \mathbb{N} \quad (5.8)$$

bestimmt. Üblich sind Werte von 10° oder 15°. In jeder Schnittebene wird aus den Spannungskomponenten über die Vergleichsspannungshypothese ein skalarer Vergleichsspannungsverlauf erzeugt, welcher für die Lebensdauersimulation herangezogen wird.

5.1.4 Kanalbasierte Lebensdaueranalyse

Die kanalbasierte Lebensdaueranalyse wurde für lineares Systemverhalten entwickelt. Obwohl Elastomere hochgradig nichtlineares Verhalten aufweisen, soll an dieser Stelle trotzdem die zentrale Beziehung der kanalbasierten Analyse dargestellt werden, da eine im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Methode auf dem kanalbasierten Ansatz aufbaut (siehe Kapitel 5.3.2).

Bei linearem Systemverhalten kann der Beanspruchungszeitverlauf durch Superposition von unterschiedlichen Einheitslastfällen mit dazugehörigen Last-Zeitverläufen dargestellt werden. Die Kombination eines Lastfalls und seines Zeitverlaufs wird dabei als *Kanal* bezeichnet [77]. Der Vorteil der kanalbasierten Betrachtung liegt darin, dass lediglich FEM-

⁴² Dies entspricht einer Viertelkugel.

Simulationen für Einheitslastfälle, nicht jedoch für Zeitverläufe erforderlich sind. Die Zeitverläufe der Spannungen ergeben sich erst im Zuge der Lebensdauersimulation durch die Superposition

$$\sigma(t) = \sum_{k=1}^{n_k} L_k(t) \sigma_k^K \quad (5.9)$$

mit den Kanalspannungen σ_k^K , den dazugehörigen Last-Zeitverläufen $L_k(t)$ und der Anzahl der Kanäle n_k .

5.1.5 Schadensakkumulation und Zählverfahren

Im Sinne einer möglichst einfachen Vorgehensweise soll die etablierte lineare Schadensakkumulationshypothese (siehe Kapitel 3.2.1.2) verwendet werden, wenn nicht Gründe vorliegen, welche einem Einsatz entgegenstehen. Wenngleich einige Autoren zeigen, dass die lineare Schadensakkumulationshypothese zu fehlerhaften Prognosen führen kann und deshalb erweiterte nichtlineare Ansätze verfolgen (z.B. [90], [171]), zeigen doch viele Autoren, dass die lineare Schadensakkumulationshypothese in der Regel gut funktioniert, siehe z.B. [22], [25], [54], [149], [165], [175]. Ein Hinweis darauf ist, dass kurzzeitige Überlasten aber auch Unterbrechungen die Schwingfestigkeit nicht maßgeblich beeinflussen (siehe Kapitel 3.3.4). Weiterhin zeigt Flamm in [57] Ergebnisse einer Untersuchung, bei der sowohl kraft- als auch weggeregelte Versuche mit unterschiedlichen Amplituden im Bereich von 50% bis 90% Dehnung gefahren wurden. Dabei wurden die Lebensdauern von aufsteigenden, absteigenden und durchmischten Amplituden gegenübergestellt. Die Lebensdauern bei den weggeregelten Versuchen waren unabhängig von der Amplitudenreihenfolge annähernd ident. Auch bei den kraftgeregelten Versuchen wurden gute Übereinstimmungen festgestellt (Faktor 1.5). Daraus kann geschlossen werden, dass die Anwendung der linearen Schadensakkumulation zulässig ist.

Als Zählverfahren wird die für die Schwingfestigkeitsanalyse etablierte Rainflowzählung (siehe Kapitel 3.2.1.3) eingesetzt.

5.1.6 Reduktion von Belastungszeitverläufen

Messtechnisch ermittelte Belastungsverläufe werden üblicherweise mit sehr hohen Abtastraten ermittelt, um zu gewährleisten, dass etwaige Peaks nicht übersehen werden. Daher bestehen diese Zeitverläufe in der Regel aus sehr vielen Datenpunkten. Dies führt zu meist unnötig hohen Berechnungszeiten, weil die Rechenzeit mit der Anzahl der Punkte annähernd linear steigt [116]. Für eine Rainflowzählung von Belastungszyklen sind im Allgemeinen nur die Umkehrpunkte der Lastzeitverläufe von Bedeutung. Dazwischenliegende Punkte haben keinen oder nur sehr geringen Einfluss auf das Schädigungsergebnis. Es können daher jene Zeitpunkte vernachlässigt werden, bei denen *kein* Kanal einen Umkehrpunkt aufweist. Dieser Art der Reduktion von Belastungszeitpunkten, welche als „*Event Slicing*“ bekannt ist [77], ist nicht grundsätzlich verlustfrei, da es auch zu Maxima der Schädigung zwischen Umkehrpunkten kommen kann. Es ist deshalb prinzipiell eine Unterschätzung der Schädigung zu erwarten, welche jedoch zugunsten der Rechenzeit im Allgemeinen in Kauf genommen wird bzw. werden muss.

Weiterhin empfiehlt sich bei großen gemessenen Verläufen die Vernachlässigung von kleinen Teilzyklen. Diese Vorgehensweise ist bei Versuchstechnikern als „*Omission*“ bekannt (siehe z.B. [173], [197]) und kann auch in der Simulation helfen, Rechenzeiten in Grenzen zu

halten. Die zu vernachlässigenden Amplituden sollten jedoch möglichst klein gehalten, und der Einfluss auf das Gesamtergebnis stets durch Stichprobenuntersuchungen überprüft werden. Es ist zu beachten, dass hier für die Omission nur der globale Belastungsverlauf und nicht der lokale Beanspruchungsverlauf berücksichtigt ist.

5.2 Bestimmung der Beanspruchbarkeit durch Einstufenversuche

5.2.1 Probekörper, Prüfstand, Prüfmethodik

Die Ermittlung der Lebensdauerparameter erfolgte mit einem taillierten Prüfpuffer, welcher bei ZF Friedrichshafen AG in Damme standardmäßig eingesetzt wird. Die Geometrie ist ähnlich zu Prüfpuffern anderer Institutionen, siehe z.B. [22], [26], [60], [139], [193]. Charakteristisch für diese Art der Geometrie ist die Taillierung, durch die sichergestellt ist, dass die Maximalbelastung des Puffers immer an der gleichen Stelle ist. Sowohl die Dehnungen als auch die Spannungen weisen in der Mitte des Radius ein lokales Maximum auf.

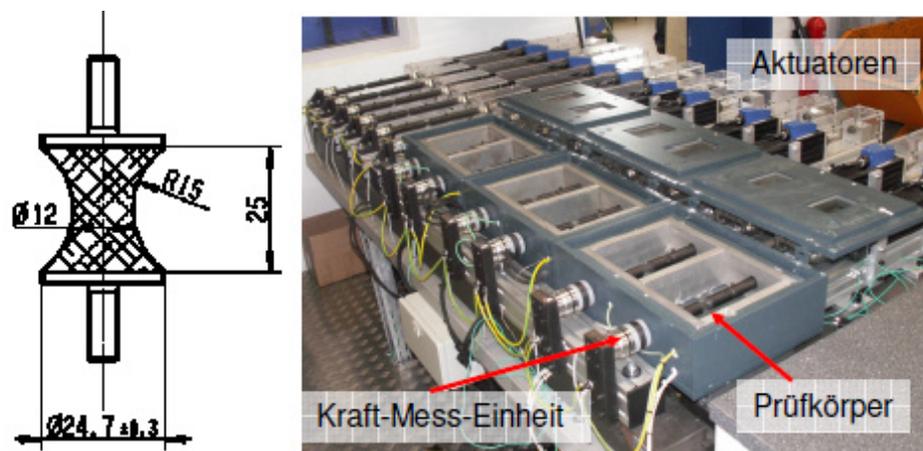


Abbildung 5.3: Prüfkörper und Prüfstand, aus [54]

Die Prüfmaschine besteht aus 12 parallel angeordneten elektro-magnetischen Aktuatoren, welche in der Lage sind, die Prüfpuffer mit kraftgeregelten Sinussignalen unabhängig voneinander zu belasten. Ober- und Unterlast, Abbruchkriterium sowie die Frequenz sind einstellbar. Sechs der zwölf Aktuatoren sind mit Temperaturkammern ausgestattet, sodass temperaturabhängige Prüfungen möglich sind. Für die Lebensdauerprüfungen werden zunächst 1000 „Initiierungs-Lastwechsel“ gefahren, nach denen die Schwingbreite als „Peak-Peak Wert“ gemessen und gespeichert wird. Anschließend erfolgt die eigentliche Lebensdauerprüfung. Als Abbruchkriterium hat sich eine 20%-ige Erhöhung der Schwingbreite bewährt. Bei diesem Abbruchkriterium zeigen die meisten Puffer einen Oberflächenanriss im kleinsten Querschnitt von ca. 2-3 mm Länge. Zur statistischen Absicherung wurde jedes Lastniveau grundsätzlich mit 6 Puffern parallel geprüft. Bei zu großer Streuung wurde die Anzahl der Puffer erhöht, bis eine Anpassungsgüte bei einer logarithmischen Normalverteilung von größer als 95% erreicht wurde. Die Prüffrequenz wurde für alle Prüfungen mit 3 Hz begrenzt, um einen Temperaturanstieg durch Eigenerwärmung zu verhindern.

5.2.2 Versuchsergebnisse

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei 45 Shore-A und drei 60 Shore-A Werkstoffe untersucht, siehe Tabelle 5. Da Elastomerwerkstoffe eine ausgeprägte Mittellastabhängigkeit besitzen (siehe Kapitel 3.3.1), wurden für alle Werkstoffe unterschiedliche Spannungsverhältnisse untersucht. Das Spannungsverhältnis R ist definiert als Verhältnis der Unterspannung zur Oberspannung:

$$R = \frac{\sigma_U}{\sigma_O} \quad (5.10)$$

Ein Spannungsverhältnis von $R = -1$ charakterisiert eine rein wechselnde Beanspruchung ohne Mittellast ($\sigma_O = \sigma_U$). Bei einem Spannungsverhältnis von $R = 0$ handelt es sich um eine Zug-Schwellbelastung mit vollständiger Entlastung ($\sigma_U = 0$). Die untersuchten Spannungsverhältnisse sind so gewählt, dass sie die in Elastomerlagern vorkommenden Schwingbelastungen gut abdecken. Zusätzlich zu den Untersuchungen bei Raumtemperatur wurden für die 45 Shore-A Werkstoffe Schwingfestigkeitsuntersuchungen bei erhöhter Temperatur (70°C und 85°C) und für die 60 Shore-A Werkstoffe Untersuchungen nach Wärmealterung⁴³ durchgeführt. Für jedes Spannungsverhältnis wurden drei Lastniveaus untersucht.

Tabelle 5: Prüfplan für die Ermittlung der Schwingfestigkeitskennwerte

Shore-A Härte	Mischung	Raumtemperatur						70°C	85°C	ge- altert
		Spannungsverhältnis R						R=0	R=0	R=0
		-1	-0.4	-0.2	0	0.1	0.2			
45	NR	x	x	x	x			x	x	
	NR-BR	x	x	x	x		x	x	x	
60	NR	x	x	x	x	x	x			x
	NR-BR	x	x	x	x		x			x
	NR semi-ev.	x	x	x	x		x			x

Die Ergebnisse der Versuche sind Wöhlerkurven für die geprüften R-Verhältnisse, wobei die ertragbaren Lastwechselzahlen mit der aufgebrachtten Kraftamplitude in Beziehung stehen. Diese müssen in weiterer Folge auf die lokal in der Mitte des Prüfpuffers auftretende Schädigungsgröße umgerechnet werden. Durch die Nichtlinearität ergibt sich eine nichtlineare Beziehung zwischen Kraft und Spannung, welche durch eine FEM-Simulation ermittelt werden kann. Voraussetzung dafür ist, dass die Kraft-Weg-Kennlinie durch die FE-Simulation richtig erfasst ist. Abbildung 5.4 links zeigt beispielhaft einen Vergleich zwischen der gemessenen und der simulierten Kennlinie des Prüfpuffers mit dem 60 Shore-A NR Werkstoff. Auf dem rechten Diagramm ist die Kraft-Spannungsbeziehung abgebildet, welche als Basis für die Umrechnung der ermittelten Prüfstandskräfte auf die lokal wirkende Spannung in der Mitte des Probekörpers dient. Es ist erkennbar, dass die Kurve einen Knick bei ca. 245 N Druckkraft aufweist. Bei diesem Kraftniveau bildet sich eine umlaufende Falte aus, welche die Spannungssituation verschärft. Da Druckbeanspruchungen bei Elastomeren eine untergeordnete Rolle spielen, wie zum

⁴³ 4 Wochen Lagerung im Wärmeschrank bei 80°C

Beispiel auch in [140] gezeigt ist, wurde dieses Verhalten des Probekörpers als akzeptabel eingeschätzt.⁴⁴

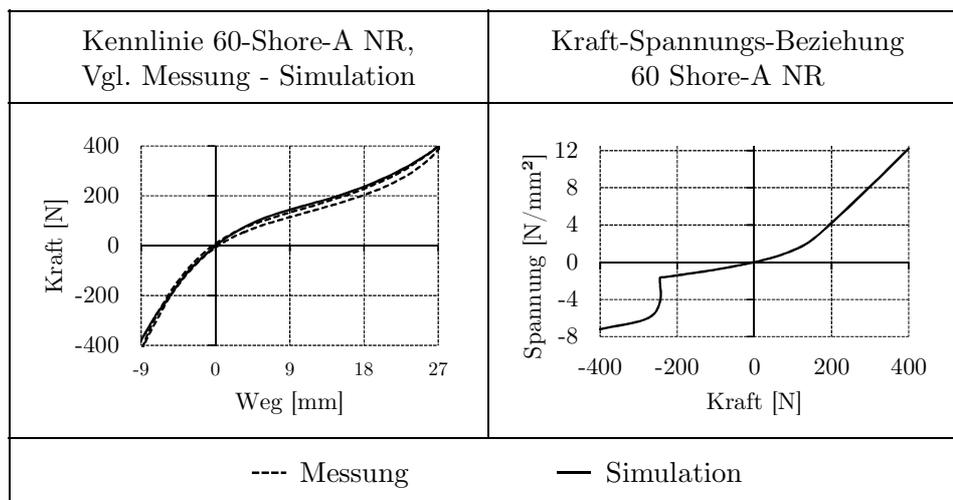


Abbildung 5.4: Vergleich Kraft-Weg Kennlinie (links) und Kraft-Spannungs-Beziehung (rechts) für den Werkstoff 60-Shore NR

Abbildung 5.5 zeigt die Ergebnisse für den untersuchten 60 Shore-A NR Werkstoff für Spannungsverhältnisse $R \leq 0$. Dabei ist die ertragene Lastwechselanzahl über der Ober- und Unterspannung durch blau gefüllte Kreise aufgetragen, links mit linearen Achsen, rechts mit logarithmischen Achsen für Oberspannung und Lastwechselzahlen. Ein Kreis repräsentiert das geometrische Mittel von mindestens 6 Probekörpern. Es zeigt sich, dass die Beziehung zwischen der Oberspannung und der ertragbaren Lastwechselzahl doppeltlogarithmisch angenähert werden kann. Eine ausgeprägte Abhängigkeit von der Unterspannung ist nicht feststellbar. Für eine Regressionsebene wurde ein linearer Zusammenhang unterstellt. Somit lautet die Gleichung der Regressionsebenen in Abbildung 5.5

$$\lg(N) = a_1 + a_2 \sigma_U + a_3 \lg(\sigma_O) \quad (5.11)$$

mit den materialabhängigen Koeffizienten $a_1 = 7.0014$, $a_2 = -0.0364$, $a_3 = -3.2763$. Das Bestimmtheitsmaß R^2 zeigt mit einem Wert von 0.9758 sehr gute Übereinstimmung. Abweichungen einzelner Messpunkte sind im Diagramm dadurch erkennbar, dass die zu den Messpunkten gehörenden Werte auf der Regressionsebene mit einem nicht gefüllten Kreis markiert sind.

⁴⁴ Die Ergebnisse der Untersuchungen bestätigen diese Einschätzung, siehe z.B. Abbildung 5.5.

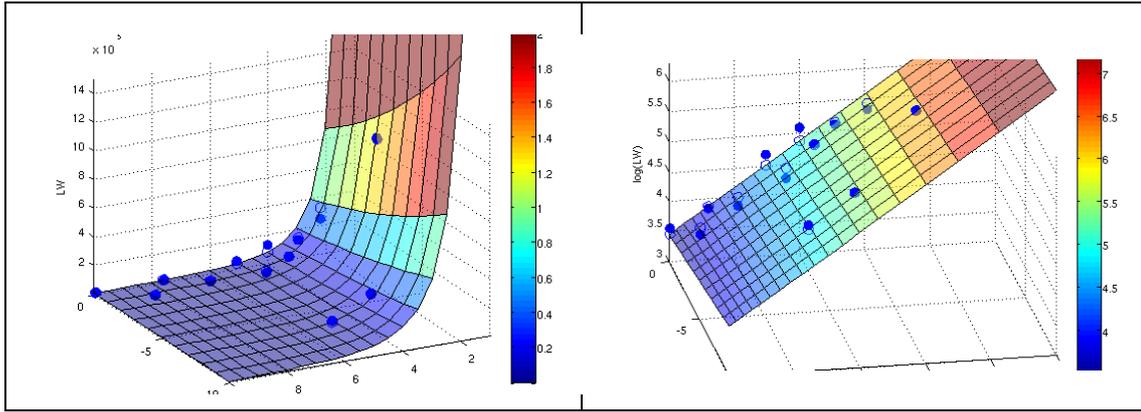


Abbildung 5.5: Ergebnis der Lebensdaueruntersuchungen am Prüfkörper für den 60 Shore-A NR Werkstoff, links: lineare Achsen, rechts: Oberspannungsachse und Lastwechselachse logarithmisch.

Der Koeffizient a_2 ist bei allen untersuchten Werkstoffen leicht negativ. Das würde erhöhte Lebensdauern für steigende Unterspannungen bedeuten. Da die Steigungen sehr moderat sind, kann man auch den Einfluss der Unterspannung vernachlässigen⁴⁵. Somit hängen die Lastwechselzahlen nur noch von der Oberspannung ab. Dieser Zusammenhang kann durch eine klassische Wöhlerkurve dargestellt werden. Abbildung 5.6 zeigt die Abhängigkeit der Lastwechselzahl von der Oberspannung. Für die Ermittlung der Wöhlerkurve wurden analog zu Gleichung (5.11) die Spannungsverhältnisse $R = 0$, $R = -0.2$, $R = -0.4$ und $R = -1$ verwendet. Die ermittelte Wöhlergleichung lautet

$$\lg(N) = -3.817 \lg(\sigma_o) + 7.246 \quad (5.12)$$

mit dem Bestimmtheitsmaß von $R^2 = 0.9624$. Es ist erkennbar, dass die Koeffizienten sehr ähnlich zu a_1 und a_3 in Gleichung (5.11) sind.

Um Gleichung (5.12) auf die in Gleichung (3.2) dargestellte, übliche Form mit den Materialkennwerten N_D , σ_{aD} und k zu bringen, muss die ertragbare Lastwechselanzahl definiert werden, für die die Spannungsamplitude σ_{aD} gelten soll. Diese wurde im Rahmen dieses Projekts mit 10^5 Lastwechsel festgesetzt⁴⁶. Damit lautet der Zusammenhang für die Wöhlergleichung

$$N_i = 10^5 \left(\frac{\sigma_{ai}}{3.88} \right)^{-3.82} \quad (5.13)$$

mit den charakteristischen Größen $\sigma_{aD} = 3.88$ und $k = 3.82$.

Die Spannungsverhältnisse $R = 0.1$ und $R = 0.2$ lassen sich nicht in dieser gemeinsamen Wöhlerkurve darstellen. Für diese Spannungsverhältnisse im Zug-Schwellbereich steigen die ertragbaren Lastwechsel an. Diese Ergebnisse decken sich mit Erkenntnissen aus der Literatur (siehe Kapitel 3.3.1). Zwei der drei Prüfungen des Spannungsverhältnisses

⁴⁵ Das zeigt sich auch, dass die Falte im Probekörper bei hohen Druckbelastungen keinen Einfluss auf die Ergebnisse hat.

⁴⁶ Bei Metallen liegt dieser Wert oft im Bereich von 10^6 bis 10^7 Lastwechsel. Da durch die niedrige Prüffrequenz bei Elastomeren für diese Lastwechselzahlen oft schon Messdaten fehlen, wurde der Wert niedriger angesetzt. Rein mathematisch und für den Ablauf der Schwingfestigkeitsanalyse macht die Wahl des Wertes keinen Unterschied.

$R = 0.2$ erreichten das Maximum von 2 Mio. Lastwechseln und gelten somit als Durchläufer.

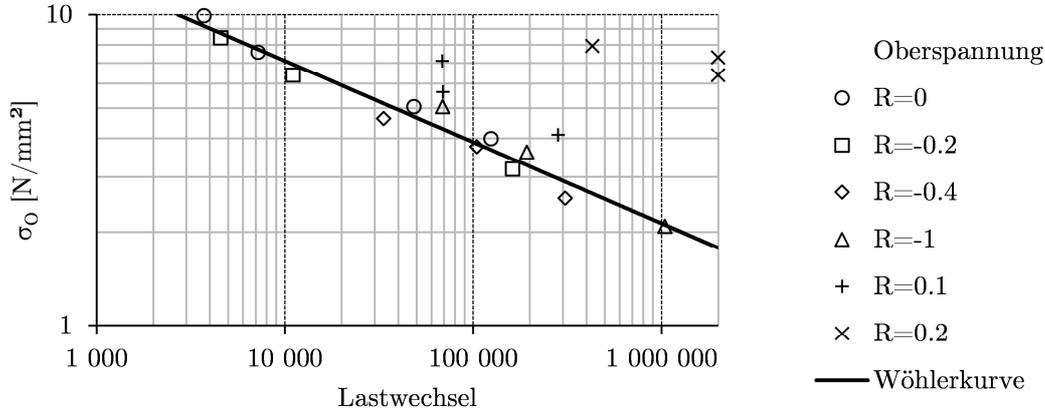


Abbildung 5.6: Wöhlerlinie für den Werkstoff 60 Shore-A NR (Oberspannungsabhängig)

Der Einfluss des Spannungsverhältnisses kann durch ein Haigh-Diagramm beschrieben werden, bei dem die ertragbare Belastungsamplitude über der Mittellast für eine bestimmte Lastwechselzahl aufgetragen ist⁴⁷. Dazu ist eine Umrechnung von Ober- und Unterspannung auf Amplituden- und Mittelspannung durch die Beziehungen

$$\sigma_M = \frac{\sigma_O + \sigma_U}{2} \quad (5.14)$$

und

$$\sigma_A = \frac{\sigma_O - \sigma_U}{2} \quad (5.15)$$

erforderlich. Wie in Abbildung 5.7 dargestellt, deckt das Haigh-Diagramm alle möglichen Spannungsverhältnisse von der reinen statischen Zugbeanspruchung (pos. σ_M -Achse) über Zug-Schwellend ($R = 0$), rein wechselnd ($R = -1$), Druck-Schwellend ($R = -\infty$) bis zur statischen Druckbeanspruchung auf der negativen σ_M -Achse ab.

Die Erkenntnis, dass die Lebensdauer für $-1 \leq R \leq 0$ nur von der Oberspannung abhängig ist, führt im Haigh-Diagramm in diesem Abschnitt zu einer Geraden mit Steigung -1. Die Erhöhung der Lebensdauer für $0 \leq R \leq 0.2$ führt zu einer Erhöhung der ertragbaren Amplitudenspannung bis zum R-Verhältnis von 0.2. Für den Bereich $R > 0.2$ ist die Lebensdauer weniger von der Schwingfestigkeit als von chemischen Alterungsprozessen beeinflusst [174]. Die ertragbaren Amplituden würden hier noch ansteigen. Für die Auslegung von Elastomerlagern besitzt dieser Bereich keine hohe Relevanz. Elastomerlager sind meist auf Druck vorgespannt und mit stochastischen Signalen belastet, welche eine wechselnde Beanspruchung darstellen. Der Verlauf des Haigh-Diagramms wird in diesem Zugschwellbereich konservativerweise als waagrechte Linie extrapoliert, welche bis zur Zugfestigkeitslinie verläuft.

Druckdominierte Belastungen $R < -2$ sind für Elastomere sehr unkritisch. Es kann davon ausgegangen werden, dass hin zu kleineren R-Werten weiterhin die Oberspannung die

⁴⁷ Die in dieser Arbeit gezeigten Diagramme gelten für 10^5 Lastwechsel. Für andere Lastwechselzahlen sind die Werte für die Amplitudenspannungen σ_A entsprechend der Wöhlerkurve zu skalieren.

dominierende Einflussgröße bleibt. Die ertragbaren Lastamplituden steigen somit mit wachsender Druckmittelbelastung sehr stark an. Prüfungen sind in diesem Bereich durch die erwartbar hohen Lastwechselzahlen und den hohen Prüfstandskräften nicht praktikabel. Die Extrapolation erfolgt in diesem Bereich, indem von der Amplitudenspannung bei $R = -1$ eine Gerade bis zum Schnittpunkt der Druckschwellend-Linie mit der Zugfestigkeitslinie gezogen wird. Es kann davon ausgegangen werden, dass diese Extrapolation eine konservative Abschätzung darstellt. Die Zugfestigkeitslinie begrenzt sowohl im Zug- als auch im Druckbereich das Haigh-Diagramm.

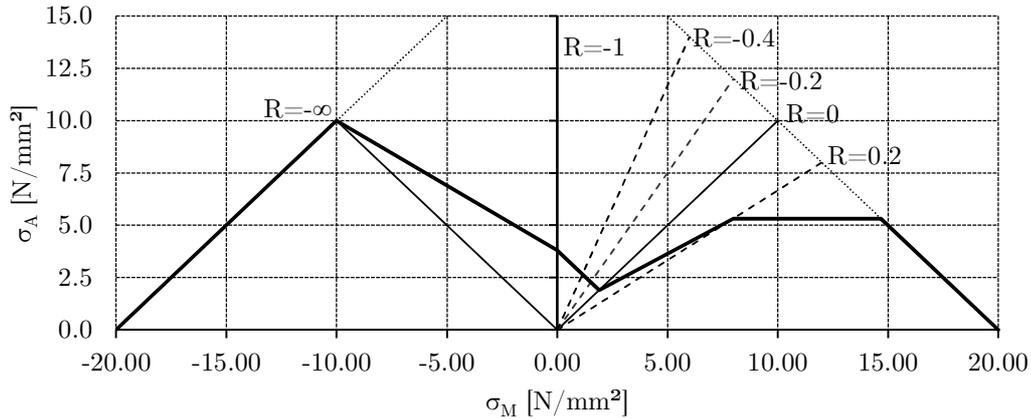


Abbildung 5.7: Haigh-Diagramm des 60 Shore NR-Werkstoffs

Mit der Wöhlerkurve und dem Haigh-Diagramm stehen nun jene Daten zur Verfügung, welche für eine Abschätzung der Schwingfestigkeit erforderlich sind.

5.3 Ermittlung der Beanspruchung

Die Ermittlung der Beanspruchung erfolgt wie in Kapitel 5.1.1 erwähnt durch eine bzw. mehrere FEM-Simulationen. Dabei spielt die Berücksichtigung des Materials ebenso eine große Rolle, wie der methodische Ablauf selbst. Die für die FEM-Simulationen wichtigen Themen sind im Folgenden beschrieben.

Grundsätzlich kann die Simulationsmethode für die Berechnung der lokalen Spannungen und Dehnungen für die Lebensdauerberechnung frei gewählt werden. Für Elastomerlager hat sich jedoch herausgestellt, dass (herkömmliche) implizite Solver durch die Summe der Nichtlinearitäten (Material, große Verformungen, Kontakt) und die hochdynamischen Vorgänge bei Faltenbildung starke Konvergenzprobleme zeigen [92]. In diesen Fällen wird deshalb ein dynamischer expliziter Algorithmus eingesetzt, wobei die Berechnungsparameter so gesetzt sind, dass kinetische Energien möglichst klein bleiben und somit mit einer statischen Rechnung korrelieren. Wenngleich es keine einfache Aufgabe ist, *richtige* FEM-Ergebnisse für die Lebensdaueranalyse zur Verfügung zu stellen, soll trotzdem in dieser Arbeit nicht näher darauf eingegangen werden, weil der Fokus im Bereich der Schwingfestigkeit liegt. Es sei daher an dieser Stelle auf die Literatur bzw. Theorie-Handbüchern von FE-Programmen verwiesen, z.B. [16], [195], [130], [132], [128].

Je nach Komplexität des Belastungssignals wurden zwei Methoden eingeführt, welche in den folgenden beiden Kapiteln beschrieben sind.

5.3.1 Kurze und einfache Belastungen

Für kurze und einfache Belastungen kann der Belastungsverlauf, welcher im einfachsten Fall aus einzelnen Lastfällen bestehen kann, durch die Simulation nachgefahren werden. Abbildung 5.8 zeigt beispielhaft einen zweikomponentigen sinusförmigen Belastungsverlauf, wie er typischerweise in ähnlicher Form für die Schwingfestigkeitsprüfung von Fahrwerkslagern verwendet wird⁴⁸. Die beiden Belastungskomponenten können Radial- und Axialkraft oder auch ein Torsions- oder Kippmoment sein. In der Regel wird mit sinusförmigen Anregungen unterschiedlicher Frequenzen geprüft, um unterschiedliche Kombinationen von Maxima und Minima zu erhalten. Je nach gewähltem Frequenzverhältnis wiederholt sich die Signalabfolge nach einer gewissen Anzahl von Schwingungen. Im Beispiel in Abbildung 5.8 ist das Frequenzverhältnis von 4:3 dargestellt. Auf der rechten Seite der Abbildung ist die Richtungskomponente B über der Komponente A aufgetragen. Es zeigt sich die bei zwei orthogonal aufgetragenen Sinussignalen unterschiedlicher Frequenz charakteristische Ortskurve. Betrachtet man die Extremwerte, so zeigt sich, dass die Maxima und Minima der einzelnen Signale wiederum zu Extrempositionen in der Ortskurve führen.

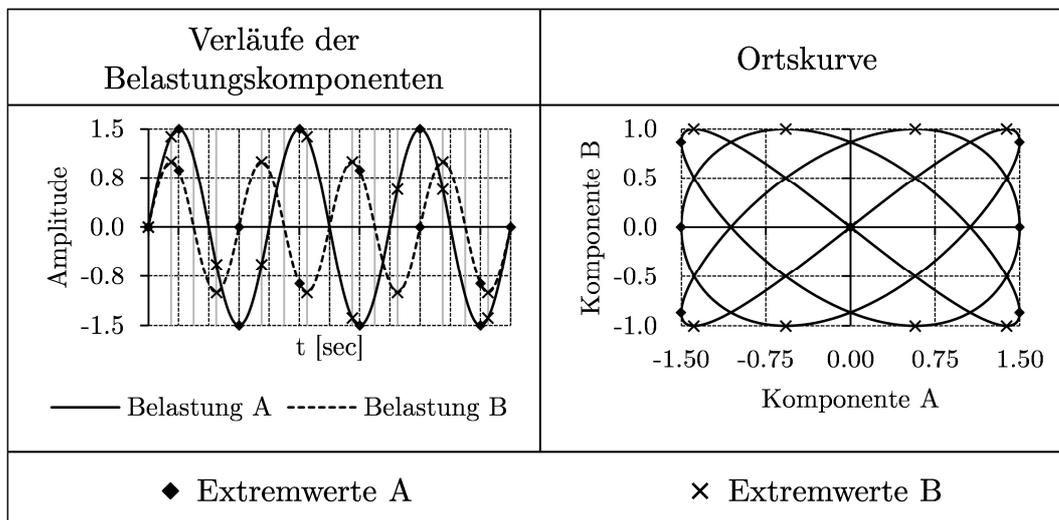


Abbildung 5.8: 2-komponentige Belastung eines Fahrwerkslagers, Belastungsverläufe und Ortskurve

Für diese Art der Belastung ist es möglich, den Belastungsverlauf mittels FEM-Simulationen nachzufahren, wobei es in der Regel ausreicht, die Extrempositionen zu betrachten (siehe Kapitel 5.1.6). Entscheidend für die Lebensdauersimulation ist die richtige Reihenfolge der berechneten Lastfälle. Daraus wird durch die Anwendung des kritischen Schnittebenenverfahrens einen Vergleichsspannungsverlauf gebildet, welcher anschließend nach Rainflowklassierung auf Schädigung bewertet wird. Im Beispiel in Abbildung 5.8 besteht die Belastungsfolge aus 6 Extremwerten der Belastungskomponente A und 8 Extremwerten der Komponente B, also insgesamt 14 FEM-Simulationsergebnissen.

⁴⁸ siehe Kapitel 7

5.3.2 Lange stochastische Belastungsverläufe

Einfache Sinussignale, wie im vorigen Kapitel beschrieben, stellen die Ausnahme dar. Im Allgemeinen erfahren Elastomerbauteile im automotiven Umfeld stochastische Belastungen [92]. Beispielhaft sind in Abbildung 5.9 eine zwei- und eine dreikomponentige Belastung in Form einer Ortskurve dargestellt. Diese sind aus Kapazitäts- und Zeitgründen nicht mehr nachsimulierbar (siehe auch [54], [59], [77], [165]). In diesem Fall muss deshalb auf eine Interpolationsmethode zurückgegriffen werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde dabei ein Verfahren entwickelt, bei dem nicht das eigentliche Belastungssignal mittels FEM-Simulation nachgefahren, sondern ein Ergebnisraster erzeugt wird. Dieses dient als Basis für anschließende Interpolationen. In Abbildung 5.9 sind die Ergebnisse für die Raster als Sterne eingezeichnet. Im zweidimensionalen Fall spannen jeweils vier Ergebnisse ein Rechteck auf, im dreidimensionalen Fall können jeweils acht Ergebnisse als Eckpunkte eines Quaders interpretiert werden. Befindet sich der Belastungsverlauf innerhalb dieses Quaders bzw. Rechtecks, so bilden sie Grundlage für die Interpolation des Verformungs- und Spannungszustandes, welche im folgenden Kapitel erläutert wird. Die Art, wie dabei die Ergebnisse erzeugt werden, spielt für die Methode keine Rolle. In Abbildung 5.9 ist die Erzeugung des 2D-Ergebnisrasters durch 5 Simulationen mit jeweils konstanter Komponente B (horizontaler Simulationsweg) oder 5 Simulationen mit jeweils konstanter Komponente A (vertikaler Simulationsweg) denkbar. Auch ein mäanderförmiges Abfahren der Ergebnispunkte wäre grundsätzlich möglich. Die Erzeugung des 3D-Rasters in Abbildung 5.9 kann analog durch 16 Simulationen mit jeweils zwei konstanten Belastungskomponenten erfolgen.

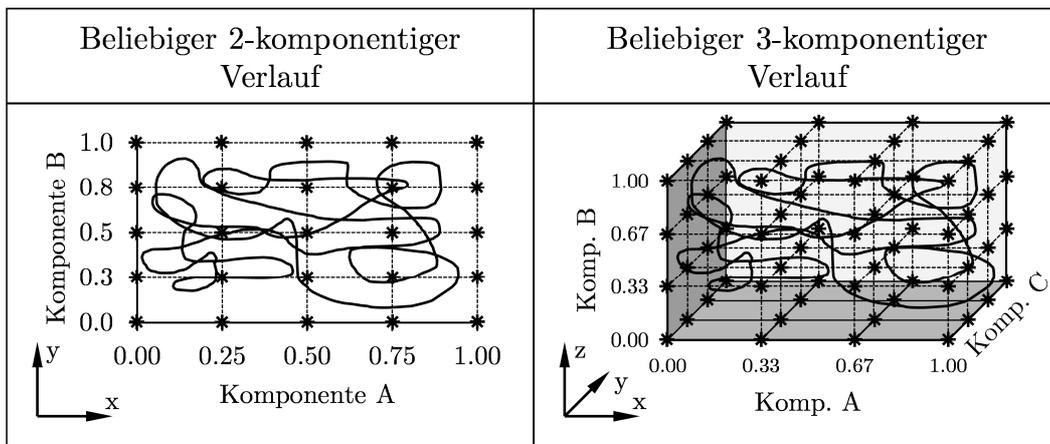


Abbildung 5.9: Ortskurven beliebiger Belastungen 2D und 3D

5.3.2.1 Lineare Interpolation des Verformungszustandes

Ausgangsbasis für die Interpolation ist ein Belastungszeitverlauf $L(t)$, welcher üblicherweise als Datenreihe vorliegt. Für jeden Zeitpunkt werden nun die Deformationen und Spannungen bei einer 2-dimensionalen Belastungssituation aus den Eckpunkten eines Rechtecks und bei einer 3-dimensionalen Belastungssituation aus den Eckpunkten eines Quaders durch Interpolation ermittelt, siehe Abbildung 5.10.

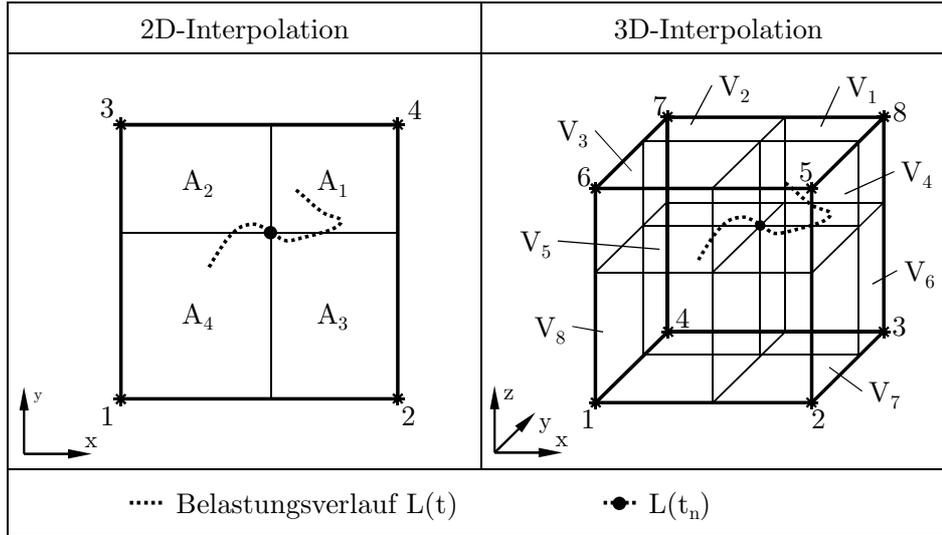


Abbildung 5.10: 2D- und 3D-Interpolation des Verformungs- und Spannungszustandes

Für den 2-dimensionalen Fall ergeben sich für einen bestimmten Zeitpunkt t_n die Interpolationsfaktoren f_i der Stützstellen 1 bis 4 durch den Zusammenhang

$$f_i = \frac{A_i}{A_{ges}} = \frac{(x_{5-i} - x_L)(y_{5-i} - y_L)}{A_{ges}}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (5.16)$$

und sind damit dem der jeweiligen Stützstelle gegenüberliegendem Flächenanteil proportional. x_1 bis x_4 und y_1 bis y_4 sind dabei die x- und y-Koordinaten der Stützstellen, x_L und y_L sind die Koordinaten der Belastungszeitverlaufs zum betrachteten Zeitpunkt. A_{ges} ist der Flächeninhalt des durch die Stützstellen aufgespannten Rechtecks. Analog zur 2D-Betrachtung können die Faktoren der Stützstellen 1 bis 8 mit den Koordinaten $(x_1/y_1/z_1)$ bis $(x_8/y_8/z_8)$ im 3-dimensionalen Fall durch den Zusammenhang

$$f_i = \frac{V_i}{V_{ges}} = \frac{(x_{9-i} - x_L)(y_{9-i} - y_L)(z_{9-i} - z_L)}{V_{ges}}, \quad i = 1, 2, \dots, 8 \quad (5.17)$$

berechnet werden und sind damit jeweils dem der Stützstelle gegenüberliegendem Volumenanteil proportional. V_{ges} ist das Volumen des durch die Stützstellen aufgespannten Quaders. Da die Summe der vier Einzelflächen bzw. der acht Einzelvolumen die Gesamtfläche bzw. das Gesamtvolumen ergeben, gilt sowohl für Gleichung (5.16) als auch für Gleichung (5.17)⁴⁹

$$\sum_i f_i = 1 \quad (5.18)$$

Stellt der Belastungszeitverlauf eine von außen aufgebrachte Verformung dar, so lässt sich diese durch die Summe

$$\mathbf{u}_L = \sum_i f_i \mathbf{u}_i \quad (5.19)$$

⁴⁹ Für die folgenden Beziehungen gilt für die Summe \sum_i im 2D-Fall $\sum_{i=1}^4$ und im 3D-Fall $\sum_{i=1}^8$

mit Hilfe der Stützstellen darstellen. Bei linearem Verhalten würde dies auch für die Deformationen in der Struktur gelten. Bei nichtlinearem Verhalten gilt dieser Zusammenhang näherungsweise, wenn davon ausgegangen wird, dass die Stützstellen eng genug gewählt sind:

$$\mathbf{u}_L \approx \sum_i f_i \mathbf{u}_i \quad (5.20)$$

Analog ergeben sich die Dehnungen und Spannungen näherungsweise zu

$$\boldsymbol{\varepsilon}_L \approx \sum_i f_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \quad (5.21)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_L \approx \sum_i f_i \boldsymbol{\sigma}_i \quad (5.22)$$

Gleichung (5.22) weist eine Analogie zu Gleichung (5.9) auf. Damit kann die Interpolation als kanalbasierte Lebensdaueranalyse aufgefasst werden, wenn die Spannungen $\boldsymbol{\sigma}_i$ als Kanalspannungen mit den Zeitverläufen f_i interpretiert werden. Die Anzahl der Kanäle beträgt 4 im 2-dimensionalen Fall und 8 im 3-dimensionalen Fall.

Für das gesamte Simulationsraster in Abbildung 5.9 entspricht die Anzahl der Kanäle der Anzahl der Stützstellen, wobei für jeden Zeitpunkt nur vier bzw. acht Kanäle aktiv geschaltet und mit Interpolationsfaktoren belegt sind. Alle anderen Kanäle sind 0. Eine Herausforderung liegt nun darin, ein geeignetes Raster zu wählen, welches einerseits eine ausreichende Genauigkeit erlaubt, andererseits den Rechenaufwand in Grenzen hält. Die Steuerung des Ablaufs übernimmt ein Programm, welches speziell dafür entwickelt wurde. Der Ablauf ist im folgenden Kapitel beschrieben.

5.3.2.2 Methode zur Interpolation des lokalen Beanspruchungsverlaufs

Der Simulationsablauf, welcher sich am grundsätzlichen Ablauf in Abbildung 5.1 orientiert, ist in Abbildung 5.11 dargestellt. Ausgangsbasis ist der Belastungszeitverlauf eines Bauteils. Die Maximalbelastungen der unterschiedlichen Raumrichtungen definieren den „Raum“ des Berechnungsrasters in dem die FE-Simulationen durchgeführt werden. Die dafür erforderlichen Eingabedateien (Jobfiles) werden durch ein Programm automatisch erstellt. Die doppelten Pfeile im Ablaufdiagramm symbolisieren, dass es sich um mehrere Simulationen und deren Eingabe- bzw. Ausgabedateien handelt. Die FE-Simulationen selbst werden mit Abaqus [130] durchgeführt, wobei die Berechnungsmethode grundsätzlich nicht an einen bestimmten FE-Solver gebunden ist. Die Ergebnisse der einzelnen Simulationen stehen als Daten für die Lebensdauersimulation zur Verfügung.

Unabhängig von den FE-Simulationen wird der Belastungszeitverlauf aufbereitet. Zunächst empfiehlt sich je nach Umfang des Zeitverlaufs eine sinnvolle Reduktion der Datenmenge (siehe Kapitel 5.1.6). Auf Basis des definierten Berechnungsrasters werden anschließend die Interpolationsfaktoren der einzelnen Zeitpunkte des Belastungszeitverlaufs gemäß Gleichung (5.16) bzw. (5.17) ermittelt und als Kanalverläufe der Lebensdauersoftware zur Verfügung gestellt. In der Lebensdauersoftware werden aus den Kanalverläufen und den FE-Ergebnissen die Beanspruchungsverläufe nach Gleichung (5.9) bzw. (5.22) errechnet, welche zunächst tensoriell vorliegen. Durch das Schnittebenenverfahren, in dem die Rainflowzählung und die Schadensakkumulation stattfinden, ergeben sich die lokalen Schädigungen im Bauteil. Die kanalbasierte Lebensdauerbewertung erfolgt durch die Lebensdauersoftware FEMFAT [133].

Der Simulationsablauf setzt voraus, dass der Simulationsweg für die Ermittlung der lokalen Beanspruchungen nicht entscheidend ist. Dies impliziert auf der Materialseite, dass viskoelastisches Materialverhalten methodenbedingt nicht berücksichtigt werden kann, da hierbei Be- und Entlastungspfad nicht ident sind und somit die Belastungsrichtung eine Rolle spielt. Bei rein hyperelastischem Verhalten ist diese Forderung erfüllt, da die Spannungs-Dehnungsbeziehung eindeutig und von Zeit und Richtung unabhängig ist. Auch die Berücksichtigung des Mullins-Effekts nach Kapitel 4.4 stellt dabei keine Einschränkung dar, da davon ausgegangen wird, dass die Maximalbelastungen bereits in einer Initialisierungsphase auftreten und sich anschließend im Lauf der Lebensdauer nicht mehr erhöhen.

Eine mögliche Abweichung entsteht bei Kontakten und Selbstkontakten mit Reibung. Da hierbei Energie dissipiert wird und weiterhin die Richtung, in der sich eine Falte ausbildet, entscheidend ist, kann es zu Abweichungen zwischen unterschiedlichen Simulationspfaden kommen. Dies gilt vor allem dann, wenn Ergebnisse durch extreme Faltenbildung beeinflusst sind. Dazu kann grundsätzlich angemerkt werden, dass im Faltengrund im Allgemeinen ein Druckspannungszustand herrscht, welcher als unkritisch eingestuft werden kann (siehe Kapitel 5.2.2). Dennoch sollten Ergebnisse bei Falten einer kritischen Betrachtung unterzogen werden.

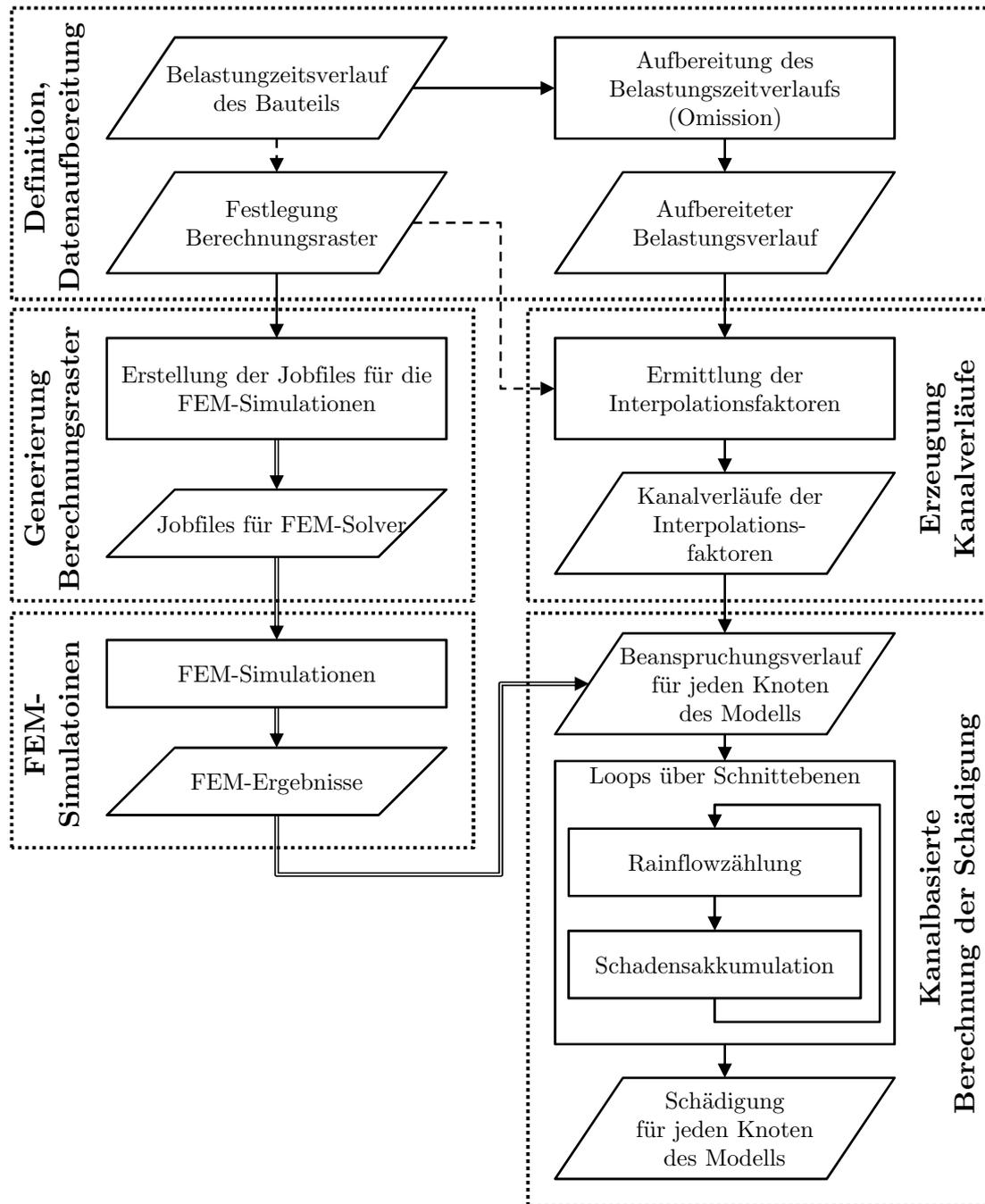


Abbildung 5.11: Ablauf der kanalbasierten Lebensdaueranalyse für Elastomerlager

6 Verifikation an Motorlagern mit 1K-Belastung

Die in Kapitel 5 entwickelte Methode wurde an einer einkomponentigen Belastung angewendet und überprüft. Dafür wurde ein Motorlager gewählt, welches im Laufe der Entwicklung in unterschiedlichen Ausführungen in ausreichender Stückzahl gebaut wurde und somit in Hardware vorhanden war. Es konnten damit sowohl geometrische Unterschiede als auch Unterschiede bezüglich des verwendeten Elastomerwerkstoffs untersucht werden. Kapitel 6.1 beschreibt das verwendete Motorlager in den verschiedenen Varianten.

6.1 Beschreibung der Motorlager

Abbildung 6.1 links zeigt das Gesamtmotorlager, welches als Hydrolager ausgeführt ist. Es ist Teil eines 3-Punkt Lagerkonzepts im Längseinbau, wo es als linkes und rechtes Motorlager fungiert [63]. Es besteht neben der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Gummitragfeder, welche in zwei geometrischen Ausführungen vorliegt (siehe Abbildung 6.1 Mitte und rechts), aus dem Gehäuse außen (mit dem oberen Bügel für den Zuganschlag), dem Lagerkern innen und dem Fluidkammernsystem, welches sich aus der oberen Kammer direkt unter der Gummitragfeder und dem Kanalsystem zusammensetzt.

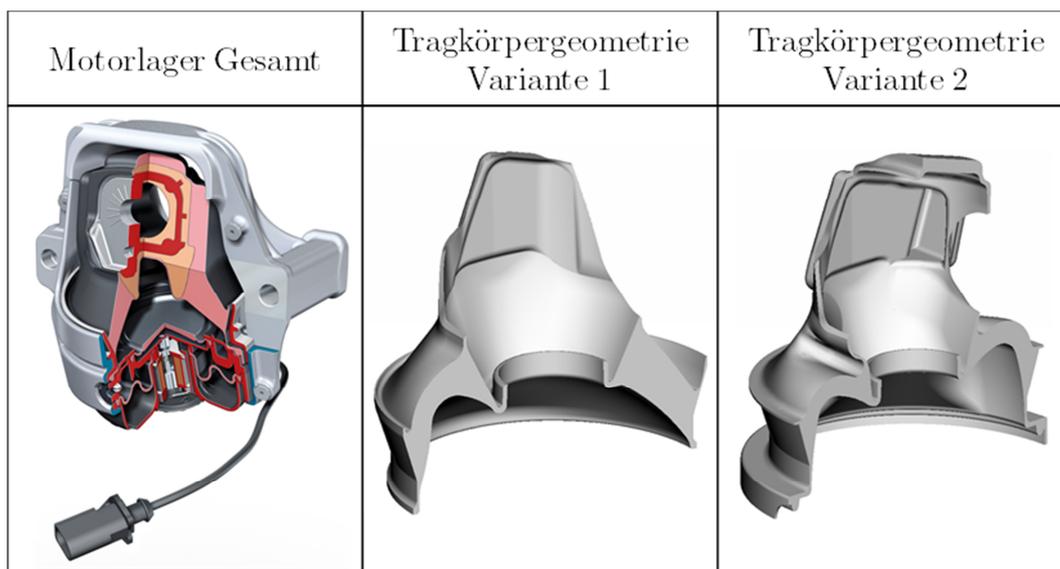


Abbildung 6.1: Untersuchtes Motorlager, linkes Bild aus [63]

Die Aufgabe von Motorlagern ist zum einen die Isolation von störenden Vibrationen und Geräuschen aus dem Motorbetrieb und zum andern die Dämpfung meist fahrbahnerregter, großer Aggregatbewegungen. Diese beiden Aufgaben stellen einen klassischen Zielkonflikt dar, da für die Isolation möglichst weiches, nichtdämpfendes Verhalten und für die Dämpfung der großen Bewegungen hartes, dämpfendes Verhalten vorteilhaft ist [63]. Die Verwendung von Hydrolagern mit einer schwingungsisolierenden Tragfeder auf der einen Seite und der Dämpfung des Fluidsystems auf der anderen Seite ist Ansatz zur Lösung dieses Zielkonflikts.

Das *Fluidsystem* hat dabei hauptsächlich die Aufgabe durch Fahrbahnanregung verursachte Resonanzschwingungen des Motor-Getriebeverbandes in den Lagern – das so genannte Stuckern – zu bedämpfen [148]. Dazu werden die Resonanzfrequenzen der Fluidsäule im Kanalsystem so eingestellt, dass eine maximale Dämpfung des Lagers bei der

Resonanzfrequenz der Eigenschwingung des Motorgetriebeverbands in den Lagern im Bereich von ca. 10 Hz vorherrscht. Im Gegensatz zur dämpfenden Wirkung des Fluidsystems soll die *Tragfeder* selbst möglichst wenig Dämpfung aufweisen, um in einem großen Frequenzband schwingungsisolierend wirken zu können. Weiterhin ist für die Schwingungsisolierung eine steife Anbindung des Tragkörpers in die umgebende Struktur des Rahmens zu gewährleisten.

Um große Aggregatbewegungen zu begrenzen und dennoch die Steifigkeit der Motorlager möglichst gering zu halten, werden Anschläge verwendet, welche die Steifigkeiten in den Extrempositionen des Lagers erhöhen. Der in das Lager integrierte Zuganschlag befindet sich auf der Oberseite des Lagers. Der Druckanschlag ist nicht integriert, sondern befindet sich in Form eines Anschlagpuffers extern an einer Motorstütze [63]. Das linke Diagramm in Abbildung 6.2 zeigt eine (quasi-)statische Kennlinie des Lagers. Die Nominalsteifigkeit beträgt für die untersuchte Lagerfamilie 180 N/mm. Die Steifigkeitserhöhung im Zugbereich durch den Zug-Anschlag setzt bei ca. 3 mm ein. Es zu bedenken, dass die Nulllage im eingebauten Zustand durch das Eigengewicht des Motors bei ca. -8 mm liegt, sodass der Zuganschlag bei Einbau im Fahrzeug bei ca. 11 mm Zugverformung einsetzt. Im Druckbereich ist die Steifigkeitserhöhung nicht zu sehen, da der Druckanschlag durch die externe Ausführung bei der Messung des Lagers ohne Nachbarbauteile fehlt.

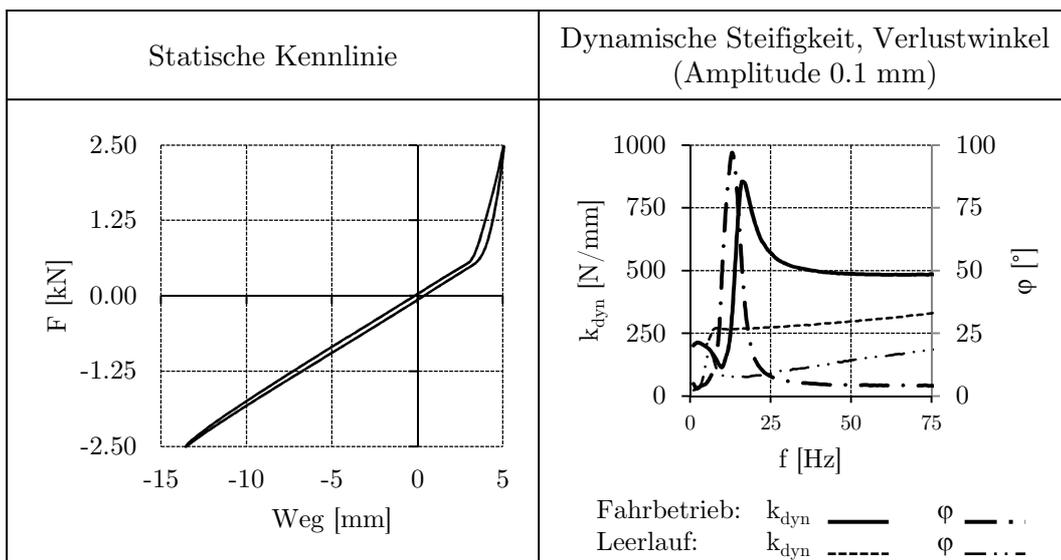


Abbildung 6.2: links: statische Kennlinie, rechts: dynamisches Verhalten

Durch die steigenden Anforderungen bezüglich Fahrzeugeigenschaften und Akustik reicht oftmals die bloße Verwendung eines Hydrolagers nicht mehr aus. Das Lager kann deshalb schaltbar ausgeführt werden, sodass die dynamische Steifigkeit des hydraulischen Motorlagers über einen Magnetschalter in zwei Stufen variiert werden kann [148]. Abbildung 6.2 rechts zeigt die Kennlinien der dynamischen Steifigkeiten k_{dyn} beider Steifigkeitsstufen mit den dazugehörigen Verlustwinkeln φ , welche ein Maß für die Dämpfung sind. Für den *Fahrbetrieb* wird eine höhere Steifigkeit mit dem weiter oben beschriebenen Dämpfungsmaximum des Fluidsystems bei ca. 10 Hz gewählt, um das fahrerregte Stuckern zu bedämpfen. Im *Leerlaufbetrieb* ist ein Bedämpfen der Stuckerbewegungen nicht erforderlich. Somit kann das Fluidsystem durch einen Bypass abgeschaltet und damit die dynamische Steifigkeit reduziert werden [148]. Die Folge ist eine bessere Isolationswirkung des Tragkörpers im gesamten Frequenzbereich, welche störende Vibrationen des Leerlaufs entkoppelt.

Die Geometrien der Tragkörper sind auf angepasstes Elastizitätsverhalten abgestimmt. Für große Verformungen im unteren Frequenzbereich (unterhalb der Resonanz des Fluidsystems) werden die quasistatischen Steifigkeiten in den unterschiedlichen Raumrichtungen eingestellt⁵⁰. Für höhere Frequenzen (oberhalb der Resonanz des Fluidsystems) spielt die Blähfedersteifigkeit eine wesentliche Rolle. Diese wird ebenfalls analog zu den quasistatischen Steifigkeiten durch Geometrieadjustierungen optimiert⁵¹. Weiterhin sollen störende Tragkörperresonanzen zur Verbesserung der hochfrequenten Akustik vermieden werden. Die aus den Anforderungen resultierenden Geometrien sind oftmals sehr komplex. Dies gilt auch für die Tragfedern der im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Lager in Abbildung 6.1:

- Variante 1 (Abbildung 6.1 Mitte)
- Variante 2 (Abbildung 6.1 rechts)

Neben einer hohen Temperatur- und Alterungsbeständigkeit ist natürlich auch die Schwingfestigkeit eine sehr wichtige „Nebenbedingung“, welche es zusätzlich zum eigentlichen Entwicklungsziel – der Optimierung der dynamischen Eigenschaften – zu erfüllen gilt. Mit ingenieurmäßigen Formeln ist für die komplexen Geometrien eine Schwingfestigkeit nicht mehr abschätzbar. Somit stellen diese Lager ein gutes Betätigungsfeld zur Überprüfung der entwickelten Berechnungsmethode dar.

6.2 Schwingfestigkeitsversuche

6.2.1 Versuchsaufbau

Die Schwingfestigkeitsprüfung wurde an einem einachsigen Prüfstand der Firma Schenck mit einem maximalen Verfahrweg von 40 mm und einer Maximalkraft von 25kN durchgeführt (siehe Abbildung 6.3). Die Motorlager wurden dabei so eingespannt, dass die Belastung in axialer Richtung des Lagers wirkte.

⁵⁰ Die Verwendung von unterschiedlichen Steifigkeiten in den unterschiedlichen Raumrichtungen wird als *Spreizung* des Lagers bezeichnet.

⁵¹ Unterhalb der Eigenfrequenz des Fluidsystems ist der Fluidkanal offen und die Steifigkeit wird hauptsächlich durch die Elastizität des Tragkörpers bestimmt. Das Fluid fließt bei Volumsänderung der Kammer unterhalb des Tragkörpers bei Belastung über die Kanäle in die Ausgleichskammer bzw. von dort wieder zurück. Im Hochfrequenzbereich ist die Flüssigkeitssäule in den Kanälen zu träge und kann den Druckunterschied in der Kammer nicht durch Abfließen abbauen. Die Steifigkeit ist dann hauptsächlich von der Blähfedersteifigkeit des Tragkörpers abhängig.

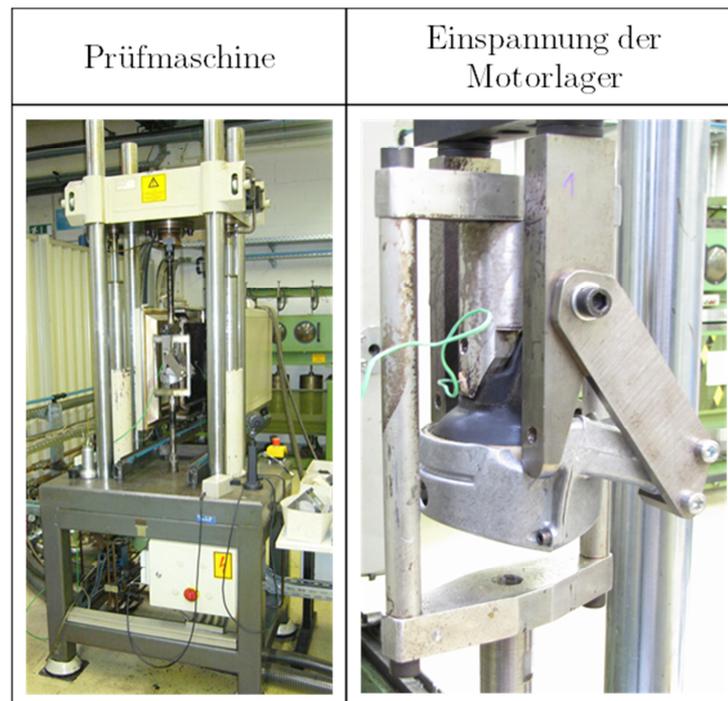


Abbildung 6.3: Prüfstands Aufbau für 1K-Schwingfestigkeitsprüfung Motorlager

Als Anregung wurde eine kraftgesteuerte Sinus-Wechselbelastung mit einer Frequenz von 10 Hz aufgebracht. Die maximale Druckkraft des Signals wurde so eingestellt, dass der Tragkörper gerade nicht durchschlägt. Die Belastungsamplitude des Signals wurde so gewählt, dass ein Ausfall der Lager bei weniger als 2 Mio. Lastwechsel zu erwarten war. Dies führte zu Wegen, die sowohl den Druck- als auch den Zuganschlag der Lager überschritten hätten. Der Zuganschlag wurde deshalb entfernt⁵², sodass die Wege des Tragkörpers bei den Prüfungen größer als jene im realen Betrieb waren. Als Ausfallskriterium galten eine Schwingwegzu- bzw. eine Steifigkeitsabnahme von 10% im Vergleich zu den Werten am Beginn der Prüfung.

6.2.2 Versuchsdurchführung

Es wurden Versuche an drei verschiedenen Tragkörpern durchgeführt (siehe Tabelle 6). Die Varianten A und B haben gleiche Tragkörpergeometrie (Variante 1 in Abbildung 6.1), wobei Lager A aus einem 45-Shore-A NR Werkstoff und Variante B aus einem 45-Shore-A NR-BR Werkstoff besteht. Variante C ist aus dem gleichen Material wie Variante B, jedoch mit modifizierter Tragkörpergeometrie (Variante 2 in Abbildung 6.1).

Tabelle 6: Untersuchte Tragkörper

	Tragkörper	
	Geometrie	Material
Lager A	Variante 1	45-Shore-A NR
Lager B	Variante 1	45-Shore-A NR-BR
Lager C	Variante 2	45-Shore-A NR-BR

⁵² Durch die externe Realisierung des Druckanschlags an der Motorstütze war dieser bei Prüfung des Motorlagers ohne Stütze ohnedies nicht wirksam.

Um sich statistisch abzusichern, wurden von jeder Tragkörpervariante mindestens drei Stück geprüft. Die Prüfübersicht ist in Tabelle 7 dargestellt. Die ersten beiden Spalten zeigen die Mittelkraft F_M und die Amplitudenkraft F_A . Die Mittelkraft wurde auf -500 N festgelegt⁵³. Die Amplitudenkraft variiert zwischen den einzelnen Tragkörpern im Bereich von 1.9 bis 2.22 kN. Damit wurde versucht, die Schwingwege s der unterschiedlich steifen Lager zu Beginn der Prüfung anzugleichen. Die Streuung der Lagersteifigkeiten k (siehe Spalte 6 in Tabelle 7) ist nicht ungewöhnlich. Laut Bauteilzeichnung [11] ist eine Abweichung von der Nominalsteifigkeit 180 N/mm um +/- 10% zulässig. Damit können sich die Lagersteifigkeiten in einem Band von 162 bis 198 N/mm befinden. Mit einem Minimum von 165.9 N/mm und einem Maximum von 197.6 N/mm ist das erlaubte Streuband der Steifigkeiten fast zur Gänze vorhanden. Die aus Mittel- und Amplitudenkraft resultierenden maximalen Druck- und Zugkräfte (F_D und F_Z) sind in den Spalten 3 und 4 aufgeführt.

Tabelle 7: Prüfübersicht Motorlager 1K

		F_M	F_A	F_D	F_Z	s	k
		[kN]	[kN]	[kN]	[kN]	[mm]	[N/mm]
Lager A	1	-0.5	2.1	-2.6	1.6	22.90	183.4
	2	-0.5	1.9	-2.4	1.4	22.35	170.0
	3	-0.5	1.9	-2.4	1.4	22.90	165.9
	4	-0.5	1.9	-2.4	1.4	22.65	167.8
Lager B	1	-0.5	2.1	-2.6	1.6	23.50	178.7
	2	-0.5	2.1	-2.6	1.6	22.91	183.3
	3	-0.5	2.1	-2.6	1.6	23.26	180.6
Lager C	1	-0.5	2.2	-2.7	1.7	22.27	197.6
	2	-0.5	2.22	-2.72	1.72	23.01	193.0
	3	-0.5	2.19	-2.69	1.69	22.74	192.6
	4	-0.5	2.14	-2.64	1.64	23.00	186.1

6.3 Versuchsergebnisse

Die Versuchsergebnisse sollen an dieser Stelle nur kurz zusammengefasst werden. Eine detailliertere Betrachtung wird später in Kombination mit den Simulationsergebnissen vorgenommen.

In Abbildung 6.4 sind auf der Abszisse die Lastwechsel bis zum Ausfallskriterium 10% Steifigkeitsabfall für die einzelnen Lager dargestellt. Auf der Ordinate ist der Schwingweg aufgetragen. Es zeigt sich, dass Lager A mit einem Mittelwert von rund 711000 Lastwechseln die geringste Dauersicherheit aufweist. Lager B liegt mit 930000 trotz höherer Schwingwege leicht darüber. Lager C weist mit 2.3 Mio. Lastwechseln die höchste Schwingfestigkeit auf, wobei der tatsächliche Wert höher liegt, weil zwei der vier Lager selbst bei 3 Mio. Lastwechseln das Abschaltkriterium nicht erreicht haben und somit als Durchläufer gelten.

⁵³ Auch im Fahrzeug ist das Motorlager durch die statische Einfederung aufgrund des Eigengewichts des Motorgetriebeverbandes auf Druck vorbelastet.

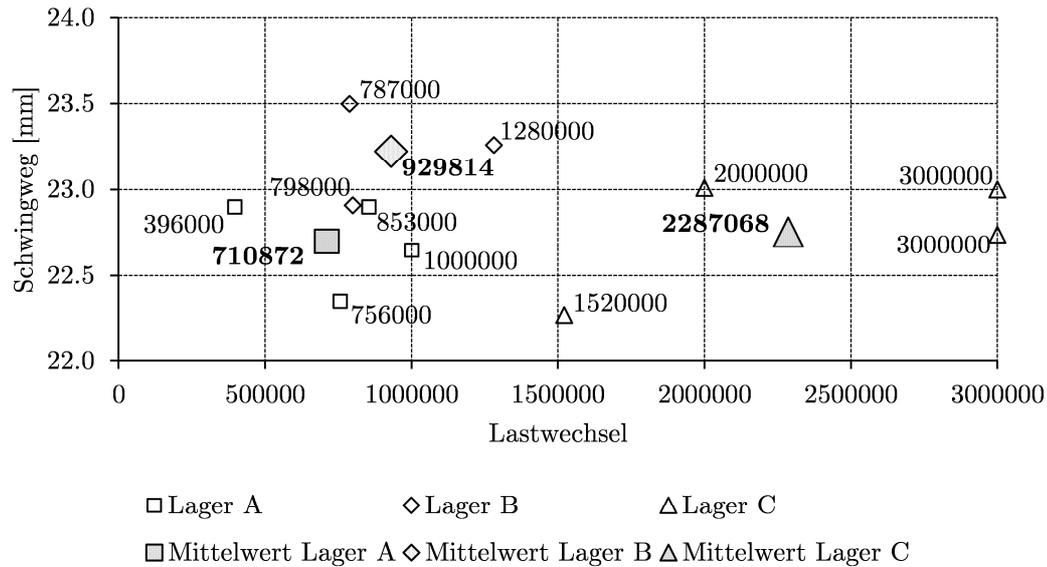


Abbildung 6.4: Ergebnisse Motorlagerprüfung 1K

6.4 Lebensdauersimulation

6.4.1 Simulation der Verformungen

Parallel zu den Versuchen wurden die drei unterschiedlichen Tragkörpervarianten mit der in Kapitel 5 beschriebenen Simulationsmethode bewertet. Mittels FEM-Simulation wurde eine Sinusschwingung berechnet, wobei der explizite Solver Abaqus Explicit [130] verwendet wurde. Das FE-Modell ist mit linearen Hexaederelementen aufgebaut. Beim Materialmodell wurde der Mullins-Effekt nach der in Kapitel 4.4 beschriebenen Methode mit der Formänderungsenergiegedichte als Schädigungsparameter berücksichtigt. Da eine inkompressible Formulierung der Materialeigenschaften in Abaqus Explicit nicht verfügbar ist, wurde gemäß Empfehlung des Handbuchs [130] ein Verhältnis von Kompressionsmodul und Schubmodul

$$\frac{K}{G} = 50 \quad (6.1)$$

eingestellt. Dies entspricht gemäß Gleichung (2.3) einer Querdehnungszahl ν von 0.49.

Trotz genauer Ermittlung der Materialparameter ist es nicht möglich, die Kennlinie der einzelnen Lager genau zu treffen. Dies ist bereits durch den Umstand einsichtig, dass die Lagersteifigkeiten selbst bei Verwendung des selben Elastomerwerkstoffs im Bereich von $\pm 10\%$ streuen. In der Simulation wurden deshalb die ermittelten Steifigkeiten für jedes Lager angepasst. Dies ist erforderlich, da die kraftgesteuerten Simulationen bei unterschiedlichen Steifigkeiten zu falschen Wegen führen würden. Um nicht die auf die Materialkurven abgestimmten Materialparameter der einzelnen Dehnungsniveaus verändern zu müssen, wurden die Steifigkeitsanpassungen mit Hilfe der viskoelastischen Materialbeschreibung mit einem Maxwell-Element vorgenommen.⁵⁴ Dabei sollte nur die Steifigkeit, nicht jedoch die Dämpfungseigenschaft des Maxwell-Elements Verwendung finden. Basierend auf der grundsätzlichen Betrachtung der Frequenzabhängigkeit von

⁵⁴ siehe Kapitel 2.1.4.4

Speicher- und Verlustmodul in Abbildung 2.13 wurde die Abklingkonstante τ mit einem Wert von 10 Sekunden so gewählt, dass das Dämpfungsmaximum mit 0.016 Hz ausreichend weit von den in der Berechnung verwendeten 10 Hz entfernt liegt. Somit sind bei 10 Hz der Speichermodul annähernd maximal und die Verluststeifigkeit annähernd 0. Abbildung 6.5 zeigt die frequenzabhängigen Verläufe des viskoelastischen Anteils des Speicher- und Verlustmoduls für das Lager A, für das eine Steifigkeitserhöhung von 6% eingestellt wurde.

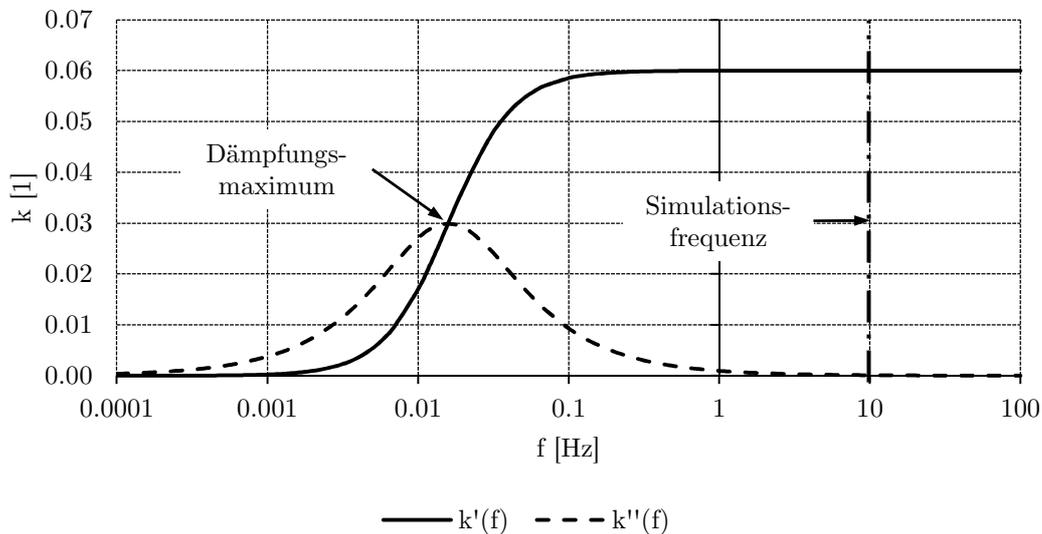


Abbildung 6.5: Viskoelastische Steifigkeit des Lagers A

Weiterhin wurde durch ein zweites Maxwell-Element auf die gleiche Weise (ebenfalls ohne Dämpfung bei 10 Hz) die dynamische Steifigkeitserhöhung zwischen den ermittelten statischen Materialparametern zu jenen bei 10 Hz berücksichtigt, welche für das Naturkautschukmaterial 10% beträgt. Abbildung 6.6 zeigt die drei Kennlinien beispielhaft für das Lager A:

- ohne Abstimmung
- auf quasistatische Kennlinie abgestimmt
- inklusive dynamischer Verhärtung bei 10Hz

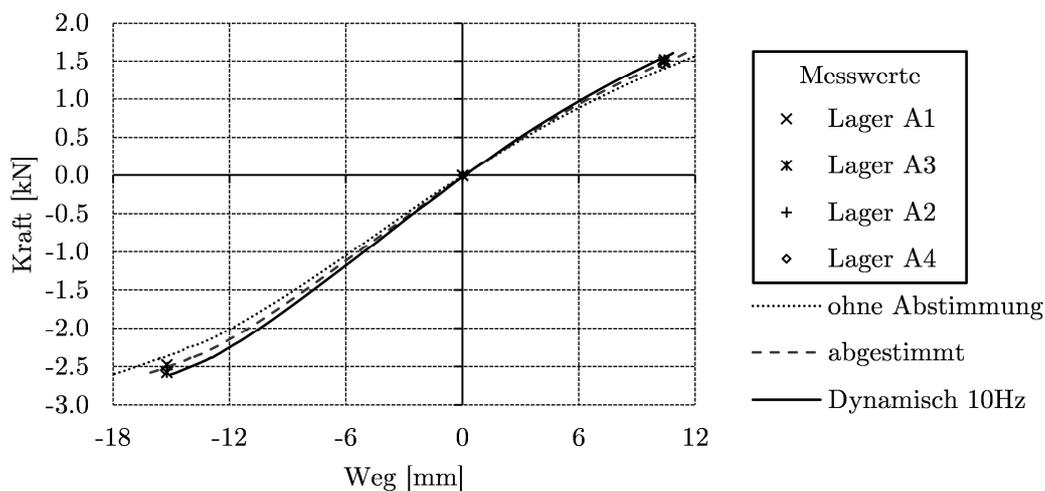


Abbildung 6.6: Abstimmung der Kennlinie des Lagers A

Die Bewertung der Schwingfestigkeit erfolgte für alle Lager mit der dynamischen Kennlinie.

6.4.2 Ermittlung der Betriebsfestigkeit und Vergleich mit Versuchsergebnissen

Für die Qualität der Schwingfestigkeitssimulation ist es wichtig, die großen Verformungen mit Faltenbildung richtig abbilden zu können. In Abbildung 6.7 ist eine Gegenüberstellung der Faltenbildung zwischen realem Bauteil und der Simulation am Beispiel der Tragfedervariante A gezeigt. Am Versuchsteil sind die Falten durch den Gummiabrieb nach dem Versuch deutlich zu erkennen. Es ist ersichtlich, dass die simulierten Falten an der Unterseite der Tragfeder sehr gut mit dem Faltenbild des Versuchstragkörpers übereinstimmen. Daraus kann geschlossen werden, dass die Qualität der FEM-Simulation zur Berechnung der lokalen Belastungen auf Basis der Verformungen ausreichend gut ist.

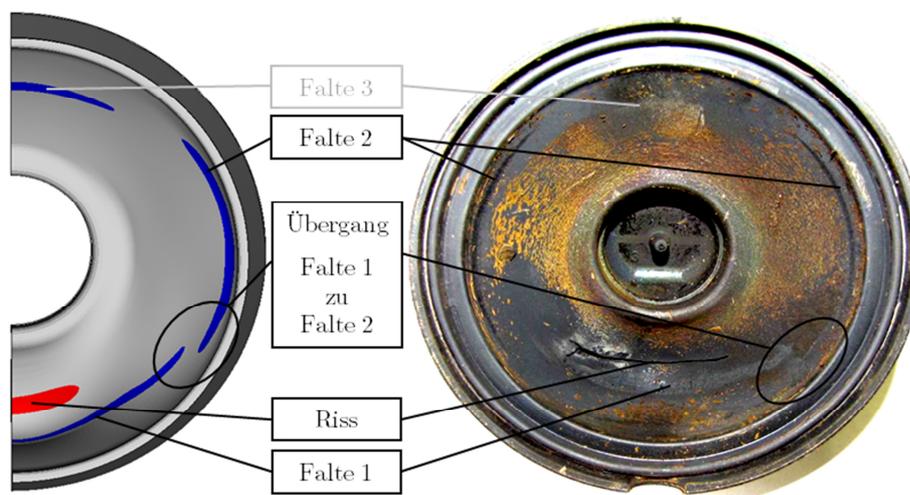


Abbildung 6.7: Überprüfung der Falten

In Tabelle 8 sind die ermittelten Schädigungsergebnisse zusammengefasst. Die Ergebnisse zeigen für das untersuchte Lastniveau gute Übereinstimmung. Bei allen Ausfallsstellen des Versuchs treten auch bei der Lebensdauersimulation lokale Maxima in der Schädigung auf. Grundsätzlich liegen die berechneten Lastwechselzahlen einen Faktor 2 bis 3 unterhalb von jenen der Versuche (siehe Spalten 1 und 2 in Tabelle 8). Dies ist plausibel, da die Risse zum Zeitpunkt des Abbruchs durch den Prüfstand schon weit fortgeschritten sind. Die prognostizierten Lebensdauern der Simulation beziehen sich jedoch auf kleine Anrisse. Die Unterschätzung ist daher methodenbedingt. Nicht immer ist jedoch die Ausfallsstelle im Versuch auch die Stelle der maximalen Schädigung der Simulation (siehe Spalte 3 in Tabelle 8). Gründe dafür sind im Anschluss diskutiert.

Tabelle 8: Vergleich Versuch vs. Simulation

	Versuch	Simulation	
		Ausfallsstelle Versuch	Absolutes Minimum
Lager A	710 872	271 000	271 000
Lager B	930 000	470 000	294 000
Lager C	2.3 Mio.	1.04 Mio.	190 000

6.4.2.1 Ergebnisse Lager A

Beim Lager A stimmt die Ausfallsstelle des Lagers zwischen Simulation und Versuch genau überein (Abbildung 6.8). Der Riss beginnt innen und setzt sich nach außen hin immer weiter bis zum Durchriss fort. Diese Stelle außen zeigt sich in der Simulation ebenfalls kritisch.

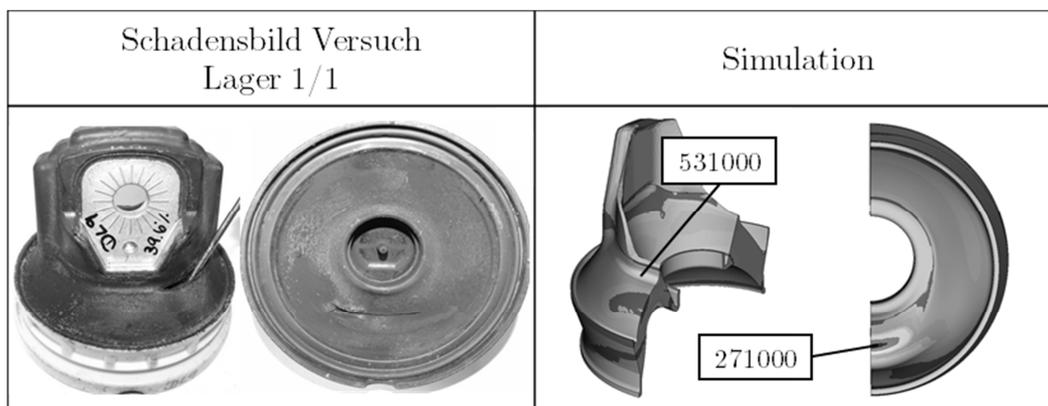


Abbildung 6.8: Lager A: Versuch und Simulation

Ein genauere Blick in die Spannungsergebnisse zeigt, dass der Riss nicht, wie man vermuten könnte, bei Zugbelastung entsteht, sondern durch eine lokale Zugbeanspruchung bei maximaler Einfederung im Druckbereich (siehe Abbildung 6.9).

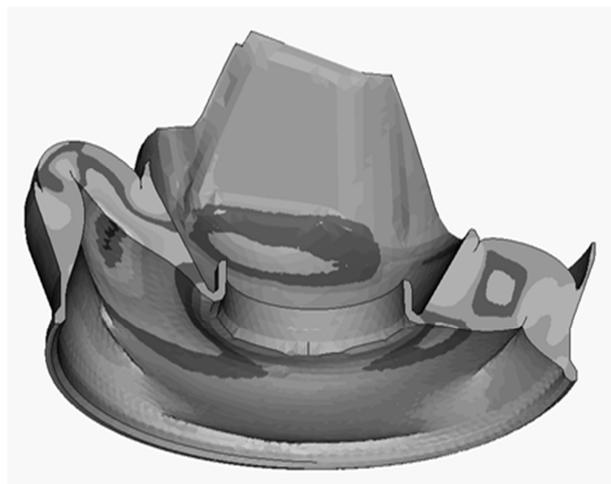


Abbildung 6.9: Lager A: Spannungsplot bei maximaler Einfederung

6.4.2.2 Ergebnisse Lager B

Die Ausfallsstelle beim Lager B unterscheidet sich trotz gleicher Belastung und Geometrie von der Ausfallsstelle des Lagers A. Der Unterschied kann zum einen durch das unterschiedliche Material zustande kommen, zum anderen wurde auch der Anspritzpunkt verändert. Das heißt, dass die Unterschiede auch durch den Herstellprozess verursacht sein können. Der Riss befindet sich innen knapp unterhalb der Falte und verläuft nach außen an den Radius. Ob der Riss von innen oder außen ausgeht, konnte im Versuch nicht nachvollzogen werden. Auch die Simulation gibt hier keine eindeutige Antwort. Sowohl innen als auch außen treten lokale Schädigungsmaxima auf, die beinahe gleich groß sind. Ein genauerer Blick auf die Spannungsergebnisse zeigt, dass der Ausfall hauptsächlich durch die maximale Ausfederung verursacht wird. Die Rissstelle des Versuchs ist jedoch nicht das absolute Schädigungsmaximum der Simulation, welche auch bei Lager B einen Ausfall analog zu Lager A bei knapp 300 000 Lastwechseln prognostizieren würde. Allerdings liegen die prognostizierten Lastwechselzahlen hier innerhalb eines Faktors von 1,5, was im Bereich der Streuung auch bei Versuchen liegt. Die Interpretation der Simulationsergebnisse in Verbindung mit den Versuchsergebnissen lässt den Schluss zu, dass der Ausfall nicht ausschließlich strukturmechanisch bedingt ist. Es spielen auch prozessuale Parameter beim Herstellprozess eine Rolle, welche dazu führen, dass die Beanspruchbarkeiten nicht ganz homogen im Bauteil verteilt sind.

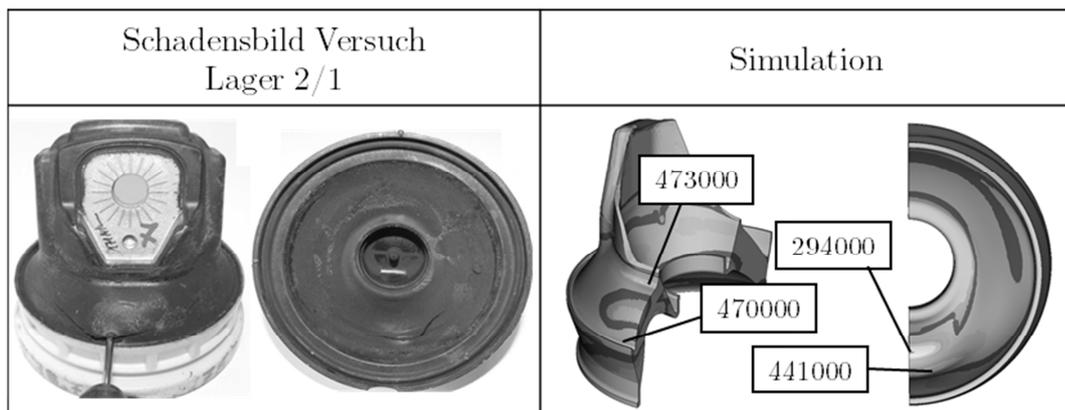


Abbildung 6.10: Lager B: Versuch und Simulation

6.4.2.3 Ergebnisse Lager C

Lager C zeigt einen Riss, welcher von außen am Radius nach innen durchgeht. Die Schwingfestigkeitssimulation zeigt hier außen ein lokales Minimum mit einer prognostizierten Lastwechselzahl von 1.04 Mio. Das lässt den Schluss zu, dass der Riss von außen ausgeht.

Allerdings ist auch bei diesem Lager das absolute Schädigungsmaximum nicht die Ausfallsstelle. Das Simulationsergebnis zeigt eine signifikante Stelle in den Taschen vorne und auch hinten. An diesen Stellen bilden sich jeweils lokale Falten aus, was bei den geprüften Tragköpern durch starken Gummiabrieb auswirkt. Warum diese Stellen im Schwingfestigkeitsversuch unkritisch sind, konnte nicht abschließend geklärt werden. Es wird vermutet, dass sich die sehr lokalen Stellen durch die intensiven Belastungen erweichen und damit eine Stützwirkung des umgebenden Materials eintritt.

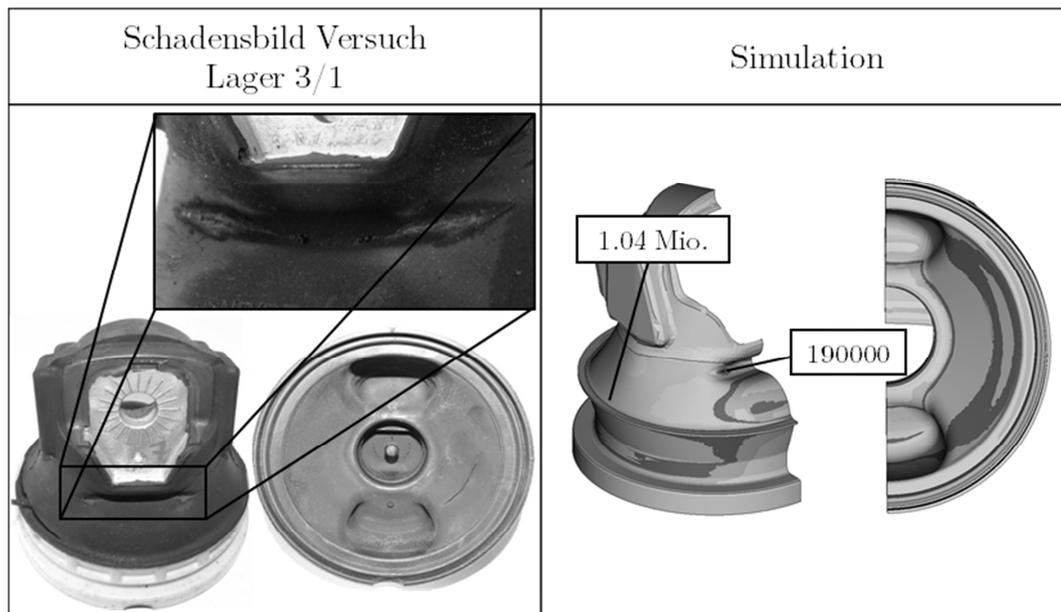


Abbildung 6.11: Lager C: Versuch und Simulation

7 Anwendung der Lebensdauersimulation an einem Fahrwerkslager

Nachdem in Kapitel 6 an Motorlagern mit einkomponentiger Belastung gezeigt werden konnte, dass die in Kapitel 5 entwickelte Simulationsmethode grundsätzlich funktioniert, wurde der Berechnungsablauf an einem einfachen Fahrwerkslager mit zweikomponentiger Belastung angewendet.

7.1 Beschreibung des Fahrwerkslagers

Abbildung 7.1 zeigt das verwendete Fahrwerkslager⁵⁵. Es besteht aus einer steifen Innenhülse und einem dünnen, weichen Außenring. Dazwischen befindet sich die Elastomerschicht. Beide Metallteile sind aus einer Aluminiumlegierung gefertigt, wobei der Außenring aus einer speziellen Knetlegierung besteht. Dies ist notwendig, weil der Außenring nach Montage 3 mm diametral zusammengedrückt und dabei plastisch verformt wird, um den Elastomerring auf Druck vorzuspannen.

Das Lager ist grundsätzlich sehr einfach aufgebaut. Es ist rotationssymmetrisch und hat keine nierenförmigen Ausnehmungen, wie sie bei Fahrwerkslagern des Öfteren vorkommen (siehe z.B. [54]). Im Rahmen dieser Arbeit wurden drei Varianten des Fahrwerkslagers untersucht, welche sich nur in der chemischen Zusammensetzung des Elastomerwerkstoffs unterscheiden. Geometrie und auch Steifigkeit sind bei allen untersuchten Lagervarianten gleich.

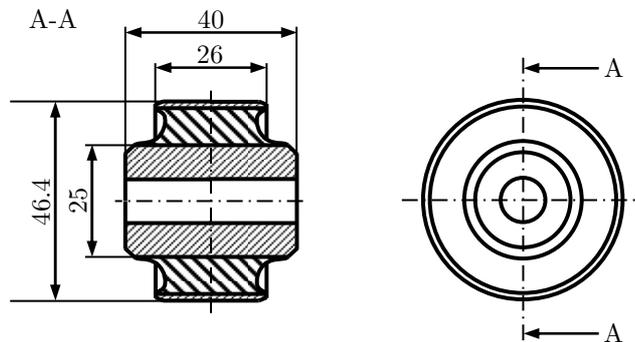


Abbildung 7.1: verwendetes Fahrwerkslager

7.2 Prüfstandsversuche

7.2.1 Versuchsaufbau und -durchführung:

Es wurden Versuche für die 60 Shore-A Elastomerwerkstoffe

- NR
- NR-BR
- NR, semi-ev Vernetzung

durchgeführt. Von jeder Lagervariante wurden drei Stück geprüft. Die Lager wurden nach der internen Volkswagennorm [184] mit einer Radialkraft von ± 5 kN bei einer Frequenz von 2 Hz und einer überlagerten weggesteuerten Torsion von 12.5° bei einer Frequenz

⁵⁵ Ein Bild des Lagers befindet sich auch in Abbildung 1.1.

1.3 Hz belastet. Die Prüfung erfolgte bei Raumtemperatur, wobei die Lager während des Versuchs angeblasen wurden, um der Temperaturerhöhung durch die Eigenerwärmung bei dynamischer Belastung entgegenzuwirken. Der Prüfstands-aufbau ist in Abbildung 7.2 gezeigt.

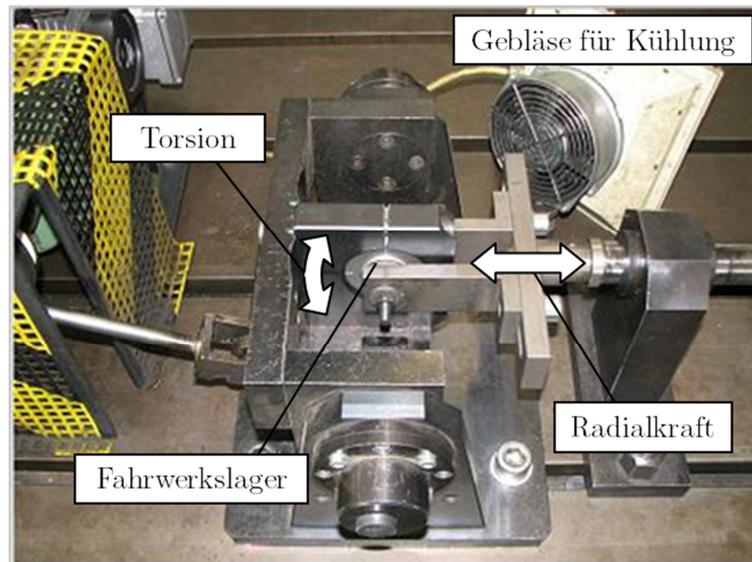


Abbildung 7.2: Versuchsaufbau Fahrwerkslager

Als Abschaltkriterium galt eine Schwingwegzunahme von 20%, wobei als Basis der Wert nach 1200 Lastzyklen verwendet wurde. Die Schwingwegzunahme wurde im Laufe der Prüfung nach jeweils 3000 Lastzyklen gemessen, sodass sich über den Prüfungszeitraum ein Verlauf der Schwingwegänderung ergab. Nach 5%, 10%, 15% und 20% Schwingwegzunahme wurde der Prüfstand angehalten und gegebenenfalls sichtbare Schädigungen der Bauteile mittels Foto dokumentiert. Jeweils eines der drei untersuchten Lager wurde nach 10% Schwingwegzunahme aufgeschnitten, um Risse im Inneren detektieren zu können. Die beiden restlichen Lager wurden nach 20% Schwingwegzunahme aufgetrennt. Die maximale Laufzeit wurde mit 300000 Lastzyklen definiert.

7.2.2 Ergebnisse

Abbildung 7.3 zeigt beispielhaft die Schwingwegänderung über die Laufzeit der drei Prüflinge mit dem semi-ev vernetzten NR Werkstoff. Es zeigt sich für alle Prüflinge eine zunehmende Schwingwegänderung bis zum Prüfende, welches bei Prüfling 2 mit 10% und bei den Prüflingen 1 und 3 mit 20% definiert ist. Aus den Verläufen der Schwingwegänderung wurden die Lastzyklenzahlen bei 5%, 10%, 15% und 20% Schwingwegzunahme herausgegriffen und für die drei untersuchten Werkstoffe gegenübergestellt. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.4 gezeigt.

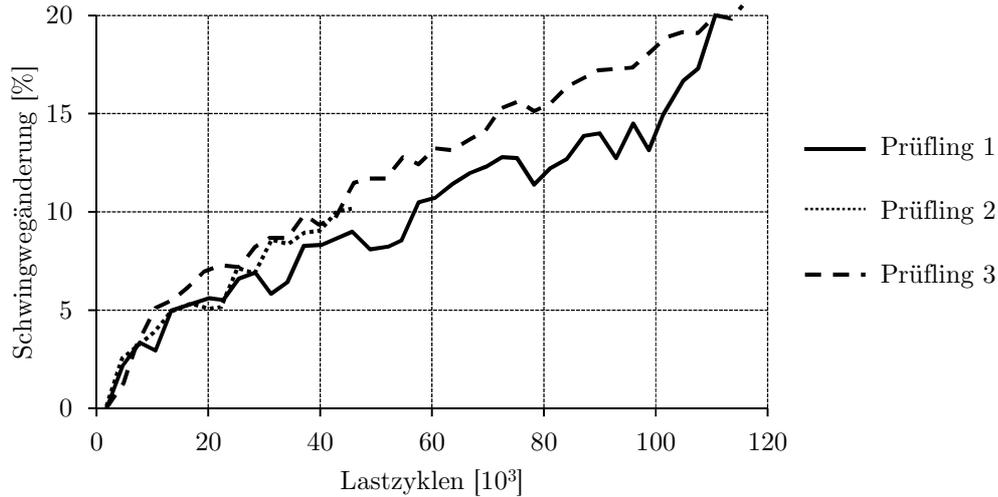


Abbildung 7.3: Schwingwegänderung Werkstoff NR-ws

Die Balken in Abbildung 7.4 repräsentieren jeweils die Mittelwerte der Prüfergebnisse, welche ebenfalls im Diagramm dargestellt sind. Es zeigt sich, dass der Schädigungsverlauf der drei Werkstoffe unterschiedlich verläuft. Die beiden Naturkautschukmischungen verhalten sich sehr ähnlich. Der NR-BR Werkstoff überschreitet die 5%-Marke deutlich später als die NR-Werkstoffe, verliert dann jedoch schneller an Steifigkeit, sodass bei 20% Schwingwegzunahme die ertragbaren Lastzyklen sehr ähnlich sind.

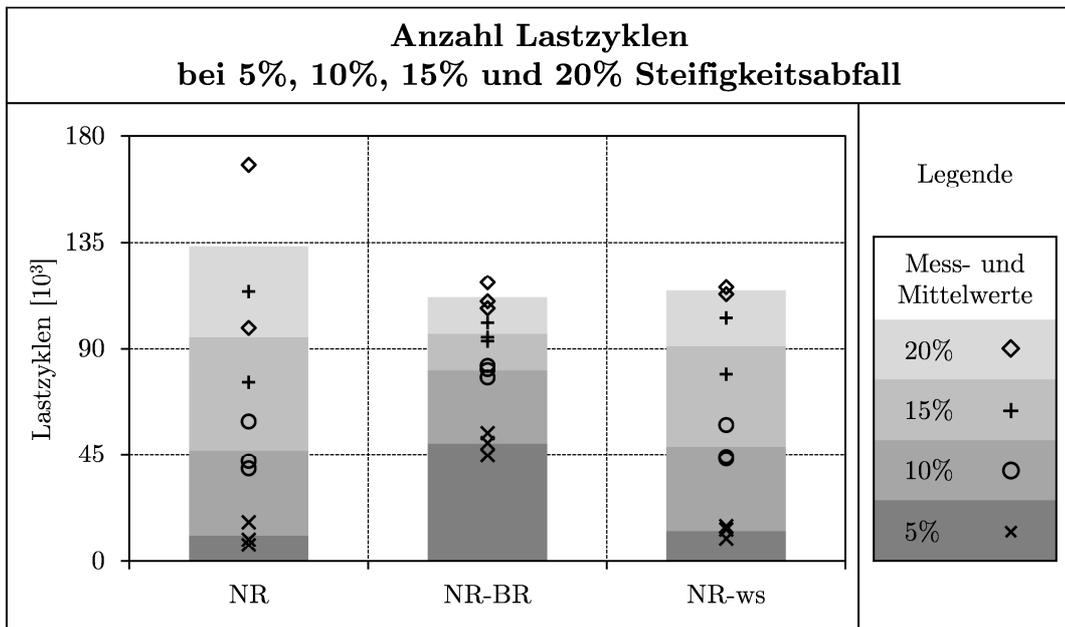


Abbildung 7.4: Ergebnisse der Lebensdauerprüfungen

Die sichtbaren Schädigungen an den Lagern sind bei allen Werkstoffen sehr ähnlich. Beispielhaft sind die Bilder des NR-Werkstoffs in Abbildung 7.5 gezeigt. Bei 5% zeigt sich bei allen Werkstoffen leichter Gummiabschub am Außenteil, wobei sich hier der NR-Werkstoff am auffälligsten zeigt. Bei 10% kann bei den aufgeschnittenen Lagern eine Risstiefe zwischen 3 und 4 mm beobachtet werden, welcher zwischen 90° und 107° umlaufend ist. Am Außenteil ist der Gummiabschub bei allen Prüflingen deutlich erkennbar. Nach Abbruch des Versuchs bei 20% Schwingwegzunahme beträgt die Risstiefe

beim NR-Werkstoff 6 mm (siehe Abbildung 7.5) und ist ca. 120° umlaufend. Beim semi-ev vernetzten NR Werkstoff beträgt die Risstiefe ca. 8 mm und ist ebenfalls ca. 120° umlaufend. Bei Prüflingen mit dem NR-BR Werkstoff variiert die Tiefe des Risses zwischen 10 und 15 mm und ist 90° bis 100° umlaufend. Grundsätzlich kann gesagt werden, dass die Risse bei allen untersuchten Werkstoffen an der gleichen Stelle sind und sich die Ristiefen und -längen nicht signifikant unterscheiden.

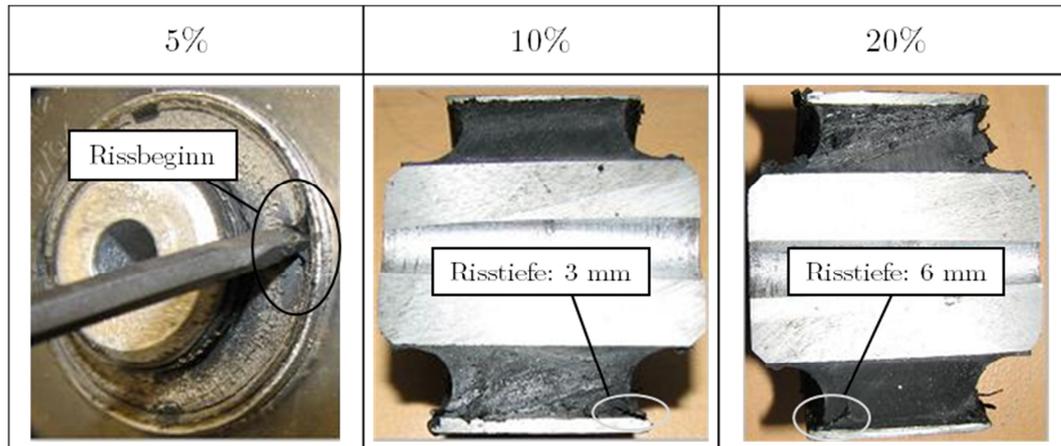


Abbildung 7.5: Schädigung nach 5%, 10% und 20% Schwingwegzunahme

Die geringen Unterschiede in der Schwingfestigkeit der Lager erscheinen durch die ermittelten Schwingfestigkeitskennwerte der Lagerwerkstoffe plausibel. Wie im Diagramm in Abbildung 7.6 ersichtlich, sind die Unterschiede der Werkstoffe im Bereich von 10^5 bis 10^6 Lastwechsel sehr ähnlich. Unterschiede ergeben sich erst bei vorher im Wärmeschränk gealterten Proben. Hierbei zeigt sich, dass beim NR und beim NR-BR Werkstoff die Schwingfestigkeit tendenziell sinkt. Der wärmestabilisierte NR-Werkstoff weist im gealterten Zustand sehr gute Schwingfestigkeitswerte auf. Für Lager bei denen die statische Wärmealterung ein Thema ist, bietet dieser Werkstoff erhebliche Vorteile. Eine erhöhte Tendenz zur Wärmealterung ist dann gegeben, wenn die Lager aufgrund der Einbausituation hohen Temperaturen ausgesetzt sind. Gründe dafür sind zum Beispiel, wenn die Einbauposition im Motorraum weit oben bzw. in Motornähe liegt oder eine Umströmung mit Kaltluft schlecht gewährleistet werden kann. Da im Rahmen dieser Arbeit der Schwerpunkt nicht auf der Alterung liegt, wurden gealterte Lager nicht explizit untersucht. Es ist jedoch davon auszugehen, dass bei wärmegealterten Lagern der semi-ev vernetzte NR-Werkstoff Vorteile bezüglich der Schwingfestigkeit aufweist.

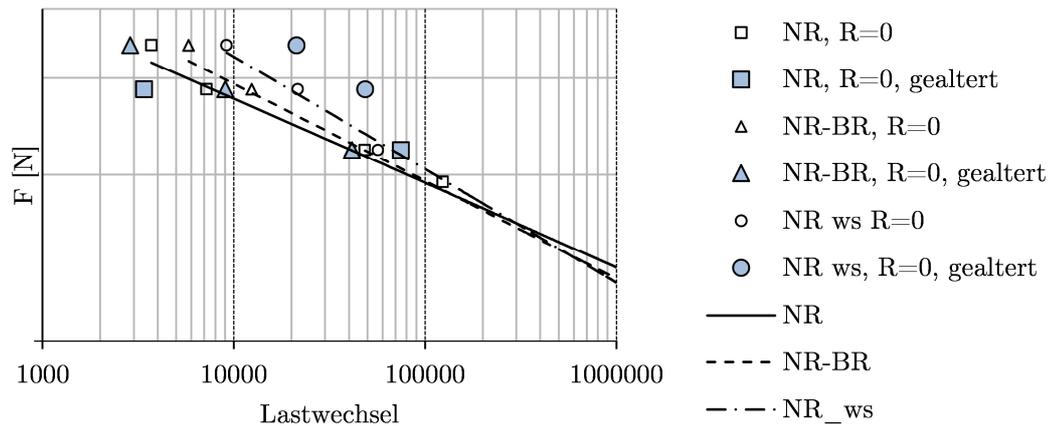


Abbildung 7.6: An Probekörpern ermittelte Schwingfestigkeitskennwerte der Lagerwerkstoffe, ungealtert und gealtert

7.3 Lebensdauersimulation

Mit Hilfe von FE-Simulationen sollen die Ausfälle am Prüfstand nachgestellt und analysiert werden. Dazu werden die Belastungen des Prüfstands auf die Simulation übertragen und mit Hilfe der Lebensdauersimulation beurteilt.

7.3.1 Simulation der Verformungen

Zur Simulation der Verformungen wurde das in Abbildung 7.7 dargestellte FE-Modell verwendet. Aufgrund der Tatsache, dass das Lager nur radial und torsional, nicht aber axial belastet ist, wurde das Modell axial als symmetrisches Halbmodell ausgeführt, wobei das Elastomer mit linearen Hexaedern vernetzt wurde. Um Elemente zu sparen, ist nur der hochbelastete Teil submodellartig sehr fein vernetzt. Die übrigen Bereiche weisen eine gröbere Vernetzung auf. Die Metallteile sind als unendlich steife Körper (*Rigid Body*) abgebildet, wobei die Kontur des Außenrings auf der Stirnseite durch eine steife, knotenbasierende Fläche abgebildet wurde. Dies gewährleistet, dass sich der Gummi im Falle eines Ausstülpens wie am realen Bauteil abstützen kann. In einem ersten Schritt wurde das Schwinden nach der Vulkanisation und das anschließende Kalibrieren (siehe Kapitel 7.1) simuliert. Anschließend wurde der Außenring gemäß Prüfvorschrift eingespannt und die Betriebslasten des Versuchs an der Innenhülse aufgebracht.

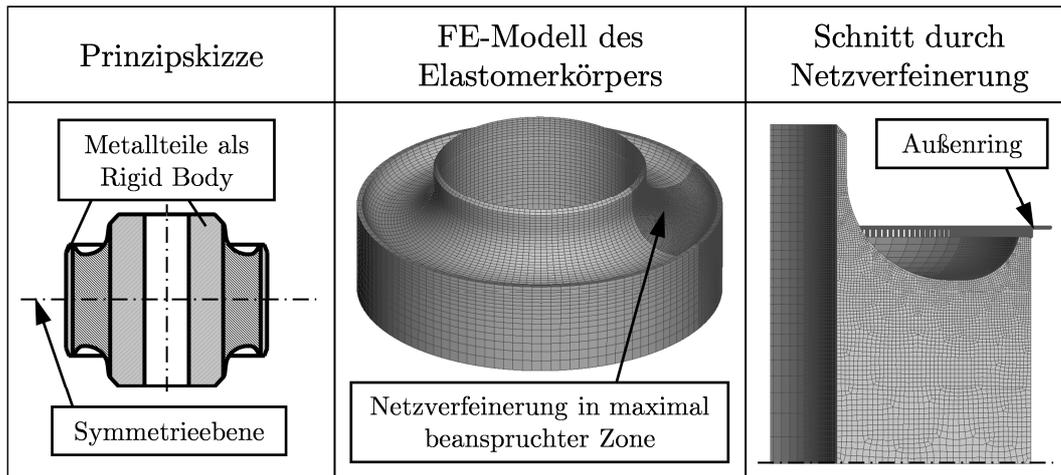


Abbildung 7.7: Modellierung des Fahrwerkslagers

Analog zur Vorgehensweise in 6.4.1 wurde der Mullins-Effekt in der Simulation berücksichtigt und die Kennlinie zwischen Simulation und Versuch durch Verwendung von viskoelastischen Materialparametern abgestimmt, siehe Abbildung 7.8. Somit ist gewährleistet, dass Kräfte und Wege zwischen Simulation und Versuch zusammenstimmen.

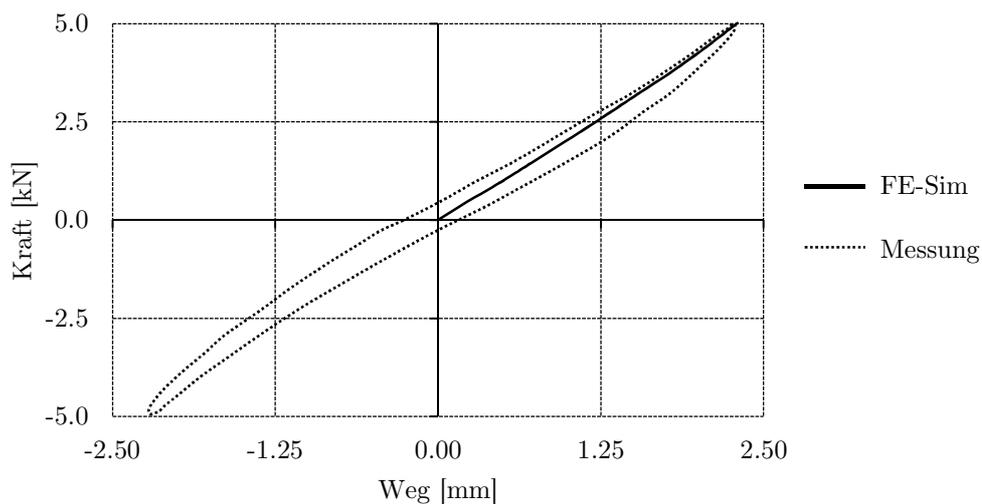


Abbildung 7.8: Abstimmung der Kennlinie des Lagers A

Die in Kapitel 7.2.1 beschriebenen Belastungen führen zu dem in Abbildung 7.9 dargestellten Radialkraft- und Torsionswinkelverlauf. Dieser wiederholt sich durch die Frequenzbeziehung der beiden Signale alle 10 Sekunden. Es ist somit möglich, diesen 10 Sekunden dauernden Belastungszyklus in der FE-Simulation nachzufahren und somit die in 5.3.1 beschriebene Methode zur Ermittlung der Schwingfestigkeit zu verwenden. In der Lebensdauersimulation ergibt sich die Gesamtschädigung durch Aufsummierung für wiederholtes Durchfahren des Zyklus gemäß der linearen Schadensakkumulationshypothese nach Palmgren/Miner.

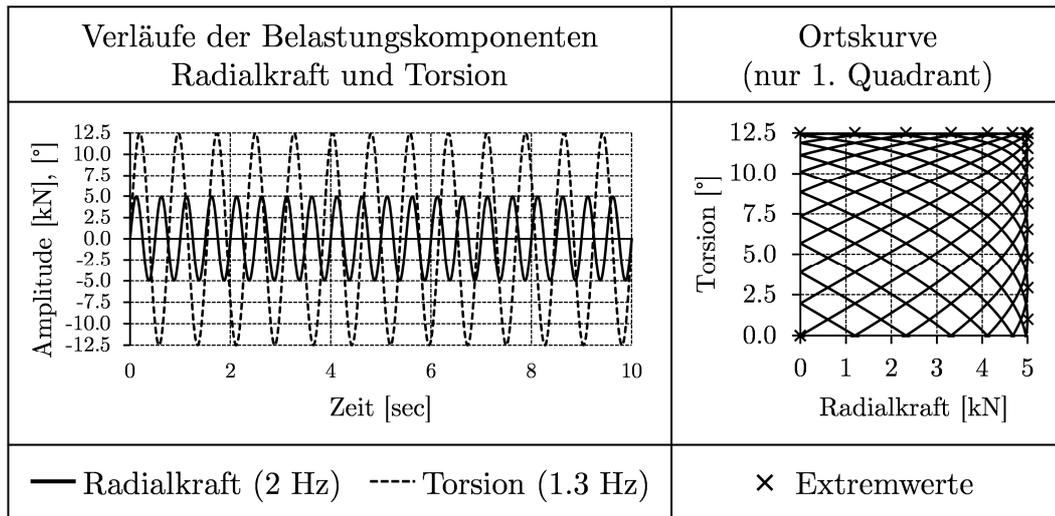


Abbildung 7.9: Belastungsverlauf des Fahrwerkslagers

Abbildung 7.10 zeigt die Verformungs- und Spannungsergebnisse nach Kalibrierung, bei maximaler Druck- und bei maximaler Zugbelastung. Dargestellt sind Zug-Hauptnormalspannungen auf der verformten Geometrie. Um auch die Spannungen im inneren der Struktur zu sehen, wurde an der Stelle der höchsten Belastung das Modell aufgeschnitten. Es zeigt sich, dass bereits nach Schwinden und Kalibrierung trotz allgemeinem Druckspannungszustand im Bereich des Außenrings leichte Zugspannungen mit einem Maximalwert von 0.4 N/mm^2 auftreten. Bei maximaler Druckbelastung (5 kN Radialkraft) bilden sich zwei Falten aus, eine im Bereich der Innenhülse und eine im Bereich des Außenrings. Daraus resultieren Zugspannungsbereiche mit einem Maximum an der Außenseite von 2.3 N/mm^2 . Dieser Wert liegt höher als jener bei Zugbelastung. Hierbei zeigt sich ein relativ homogenes Spannungsfeld, dessen Maximum in der Mitte 1.1 N/mm^2 aufweist.

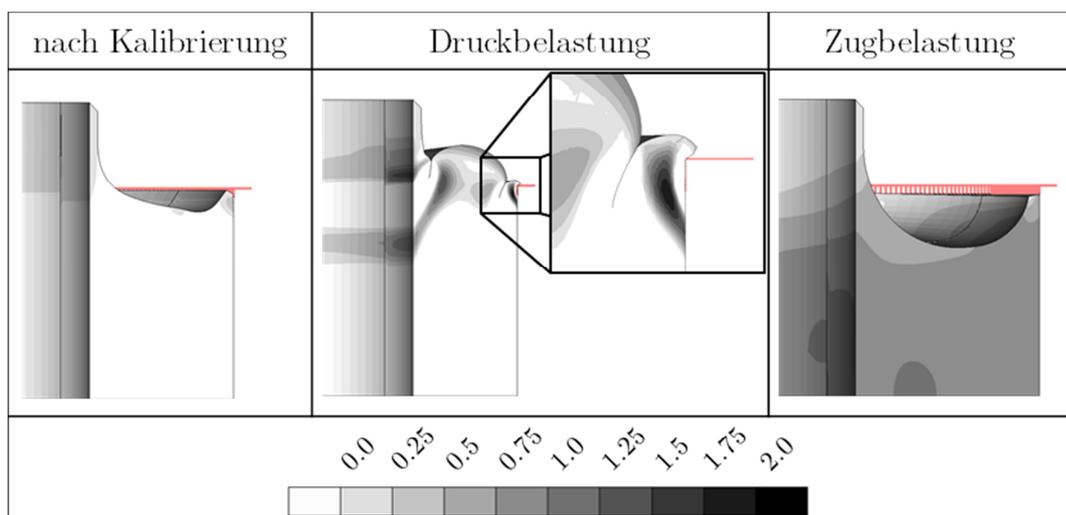


Abbildung 7.10: Verformungs- und Spannungsergebnisse des Fahrwerkslagers

Bemerkenswert an den Simulationsergebnissen ist neben der der Tatsache, dass die maximalen Zug-Spannungen im druckbelasteten Teil des Lagers auftreten, vor allem die Verformung des Gummis am Außenring bei Druckbelastung. Hierbei stülpt sich der Gummi über die Kante des Aluminiumrings, was am realen Bauteil offensichtlich dazu

führen muss, dass der Gummi an der Kante bei zusätzlicher Torsionsbelastung aufgeschnitten wird. Dies erklärt den schon nach relativ kurzer Belastungsdauer auftretenden Gummiabrieb im Versuch. Für die Lebensdauersimulation bedeutet dies, dass ein durch diesen Mechanismus entstandener Anrissort nicht detektiert werden kann, da er nicht Ergebnis einer hohen lokalen inneren Beanspruchung ist, sondern durch äußere Gewalteinwirkung verursacht wird.

7.3.2 Ermittlung der Betriebsfestigkeit

Trotz der im vorigen Kapitel angesprochenen Problematik, dass ein Anriss durch Reiben am Außenring des Lagers verursacht ist, wurde eine Betriebsfestigkeitsrechnung durchgeführt. Dazu wurde die in Kapitel 5.3.1 beschriebene Methode verwendet. Der Zeitverlauf in Abbildung 7.9 führt zu 68 Extremwerten, deren Spannungsverteilungen Grundlage für die Lebensdauerbewertung sind. Das Ergebnis der Lebensdaueranalyse ist in Abbildung 7.11 beispielhaft für das Lager mit dem NR-Werkstoff dargestellt.⁵⁶ Das Minimum der erwartbaren Lastwechselanzahl befindet sich mit 226000 an der Stelle 3, welche sich genau an der Randschicht zum äußeren Aluminiumring befindet. Diese Stelle korreliert gut mit dem Anrissort im Versuch, bei dem ein Steifigkeitsabfall von 10% bei ca. 47000 Lastzyklen und ein Ausfall des Lagers bei 133000 Lastzyklen zu beobachten waren (vgl. Abbildung 7.4). Betrachtet man die Ausfallsstelle im Haigh-Diagramm, so ist erkennbar, dass diese Stelle mit einem R-Verhältnis von -8.9 fast schon im Druckschwellbereich belastet ist. Dies wird durch den in Abbildung 7.11 unten dargestellten Normalspannungsverlauf in der kritischen Schnittebene verdeutlicht, welcher zwischen -13.3 N/mm^2 und $+1.5 \text{ N/mm}^2$ schwankt. Für dieses R-Verhältnis liegen auf Probekörperebene keine Messdaten vor, sodass das Haigh-Diagramm in diesem Bereich extrapoliert ist (vgl. Kapitel 5.2.2). Aus diesem Grund ist das Ergebnis mit Vorsicht zu betrachten. Dies gilt auch für die Stellen 1 und 2, deren Normalspannungsverläufe und R-Werte im Haigh-Diagramm analoge Charakteristika zur maximal beanspruchten Stelle 3 aufweisen.

⁵⁶ Die simulierten Lebensdauern sind gemäß der in Kapitel 7.2.2 diskutierten ähnlichen Schwingfestigkeitseigenschaften der drei untersuchten Elastomerwerkstoffe sehr ähnlich und unterscheiden sich nicht prinzipiell.

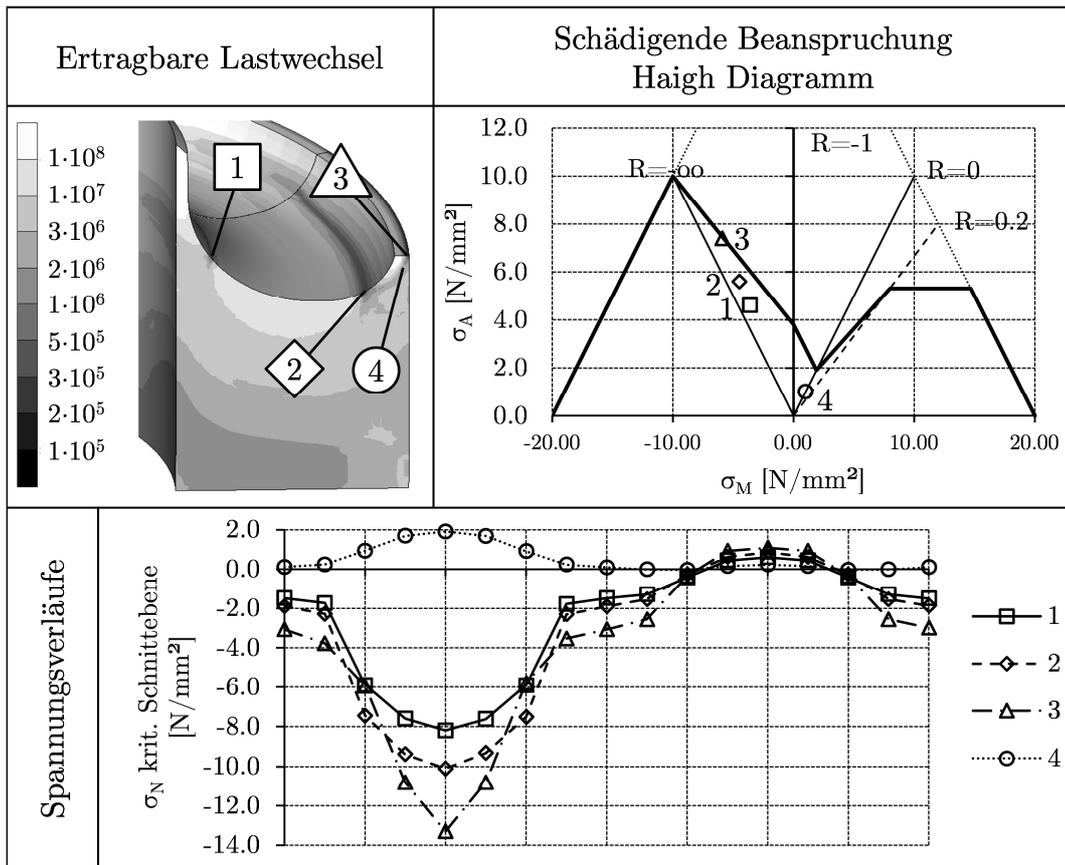


Abbildung 7.11: Schädigungsergebnis Simulation

Stelle 4 zeigt eine völlig andere Ausfallscharakteristik. Es handelt sich hierbei um die bei Druckbelastung maximal auf Zug beanspruchte Stelle (siehe Abbildung 7.10). Diese wird sowohl bei Zug- als auch bei Druckbelastung im Zugbereich beansprucht, wodurch die Stelle im Haigh-Diagramm auf der Zugschwellfestigkeitsgeraden ($R=0$) liegt, für die fundierte Messdaten vorliegen. Mit einer prognostizierten Lebensdauer von 1.7 Mio. Lastwechseln zeigt sich diese Stelle jedoch nicht auffällig.

Abschließend kann gesagt werden, dass die Lebensdauersimulation erstaunlicherweise die kritische Stelle gut trifft. Die genaue Ausfallsursache kann jedoch nicht prognostiziert werden, da sie nicht durch ein klassisches Schwingfestigkeitsproblem begründet ist. Diese konnte jedoch durch die der Lebensdauersimulation vorangestellte Simulation der Verformungen geklärt werden. Dadurch konnten durch Anwendung der Simulationmethode indirekt wichtige Erkenntnisse für Verbesserungsmaßnahmen gewonnen werden, wenngleich die Schwingfestigkeitsergebnisse aufgrund der Beanspruchungssituation mit den vorhandenen Werkstoffdaten im Sinne von Absolutaussagen als nicht bewertbar zu bezeichnen sind. Für die ingenieurmäßige Anwendung im Laufe des Entwicklungsprozesses sind nach Meinung des Autors trotzdem Relativaussagen zwischen unterschiedlichen Werkstoffen und Geometrievarianten möglich und sinnvoll.

8 Anwendung an Motorlagern mit 3K-Belastungskollektiv

In diesem Kapitel ist die Anwendung der in Kapitel 5 entwickelte Methode mit einem dreikomponentigen Anregungssignal gezeigt. Dabei wurde das Ziel verfolgt, die Anwendbarkeit der Methode für die Lebensdauersimulation von Motorlagern im Regelprozess der Entwicklung zu prüfen. Aus diesem Grund sollte die Simulation mit dem für eine Freigabe erforderlichen Prüfsignal durchgeführt und Prüfstandsergebnissen gegenübergestellt werden. Für die Untersuchung wurden die in Kapitel 6.1 beschriebenen Motorlager (Lager A, B und C) verwendet.

8.1 Versuchsaufbau

Der grundsätzliche Prüfstandsaufbau ist in Abbildung 8.1 dargestellt und erfolgt nach einer Audi-internen Versuchsrichtlinie [127]. Es werden jeweils zwei Lager paarweise unter Verwendung eines Jochs geprüft, wobei die beiden Lager baugleich sind. Die Kräfte werden entsprechend den geometrischen und kinematischen Verhältnissen im Fahrzeug (Berücksichtigung der Einbaulage und der Neigung der Motorlager) mittels Krafteinleitungsgestänge zwangsmomentenfrei in Längs-, Quer- und Vertikalrichtung in das Joch eingeleitet. Die Sollwertvorgaben der Kraftverläufe für die im Rahmen dieser Arbeit durchzuführenden Prüfungen sind in Abbildung 8.2 dargestellt. Die Umgebungstemperatur bei Prüfung soll 70°C betragen.

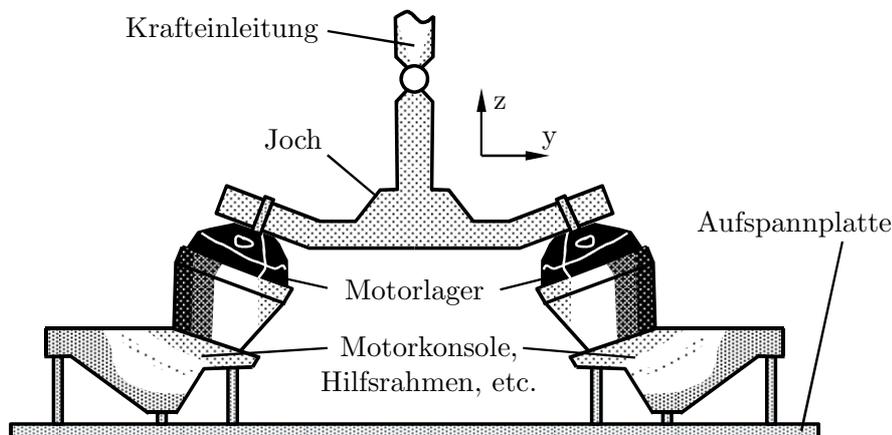


Abbildung 8.1: Prüfstandsaufbau 3K-Schwingfestigkeitsprüfung, mod. aus [127]

Nach [127] sind diese Sollwertvorgaben mittels geeigneter Prüfstandsverfahren (Iteration) für die Prüfobjekte umzusetzen und die Nachfahrgüte des Prüfstands zu quantifizieren. Dies ist wichtig, um Ergebnisse unterschiedlicher Prüfstände vergleichen zu können.

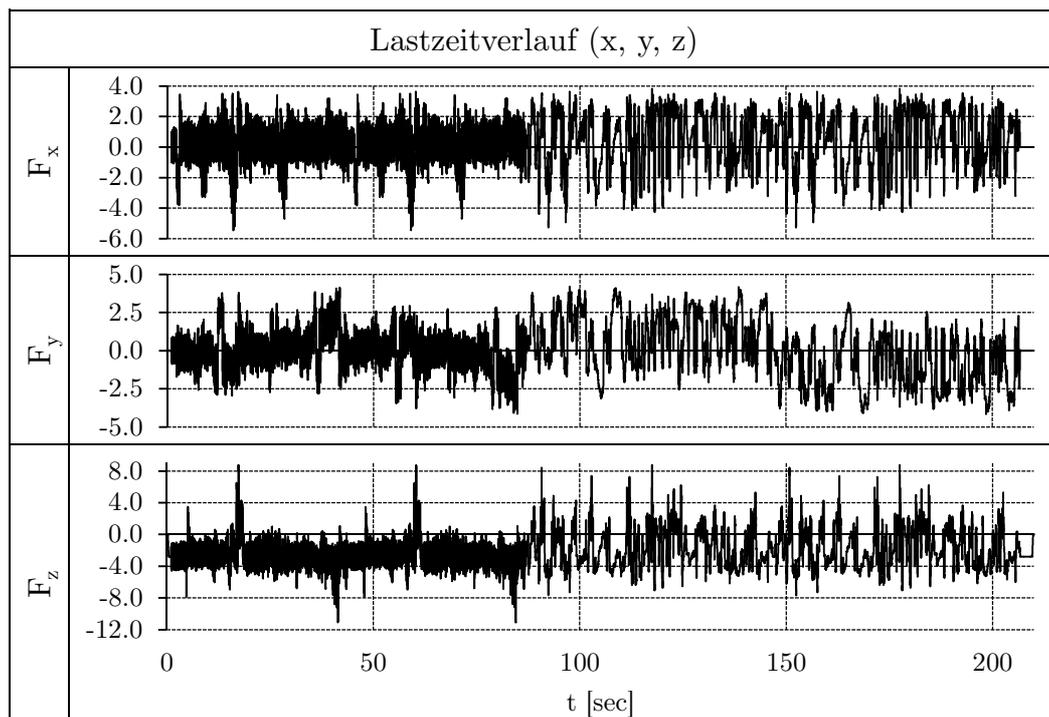


Abbildung 8.2: Lastzeitverlauf 3K-Schwingfestigkeitsprüfung (1 Durchlauf)

Die Prüfsignale sind bis zum Versagen eines der beiden Lager oder bis zur geforderten Durchlaufzahl zu wiederholen. Als Versagenskriterien gelten:

- Versagen des mechanischen Anschlags (soweit vorhanden)
- Austritt von Hydraulikflüssigkeit
- Starker Verschleiß an Gummitteilen
- Riss ≥ 10 mm / Bruch an Metallteilen

Im Rahmen dieser Arbeit wurden folgende Prüfungen durchgeführt:

- Lager A: 6 Paar
- Lager B: 8 Paar
- Lager C: 5 Paar

Aus Kapazitätsgründen war es nicht möglich alle Lebensdauerversuche an einem Prüfstand durchzuführen. Daher wurden die Prüfungen auf drei Prüfstände aufgeteilt. Ein Prüfstand steht bei Audi in Ingolstadt, ein Prüfstand beim Lagerhersteller ZF Friedrichshafen in Bonn und ein Prüfstand an der Technischen Universität Dresden, Fakultät Maschinenwesen, Institut für Festkörpermechanik. Abbildung 8.3 zeigt beispielhaft den Prüfstands Aufbau an der Universität Dresden [23], [79], [80]. Das rechte Bild zeigt die Anschraubpunkte der beiden paarweise zu prüfenden Lagern. Die Traverse (Joch) auf der die beiden Lagerkerne geschraubt sind, wird durch die Zylinder bewegt. Die Gehäuse sind gegen Grund verschraubt.

Zur Wärmeregulierung wird ein Gebläse verwendet (siehe linkes Bild in Abbildung 8.3), welches die Temperatur der Warmluft um ca. ± 1 K konstant halten kann.

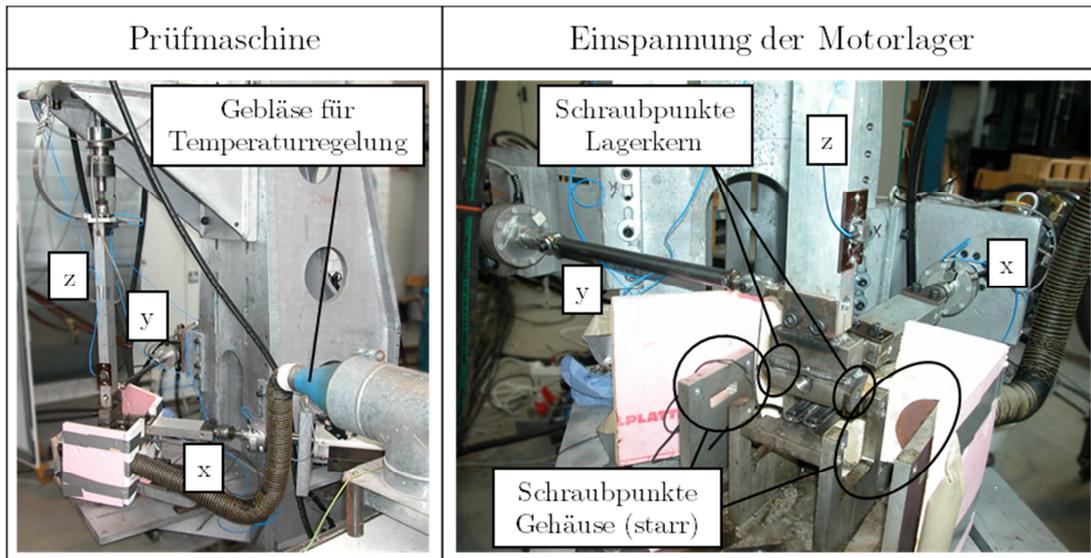


Abbildung 8.3: Prüfstands Aufbau 3K-Schwingfestigkeitsprüfung [23]

Die Krafteinleitung in x und y-Richtung erfolgt jeweils durch einen Stab mit zwei Kugelgelenken, in der vertikalen z-Richtung mit einem Kugelgelenk. Zur Kraftmessung wurden neben den üblichen Kraftaufnehmern noch zusätzliche Beschleunigungsgeber verwendet, deren Signale in Verbindung mit den bekannten Massen der Lasteinleitung benutzt wurden, die Kraftverfälschung aus Massenkräften zu reduzieren und das Regelverhalten zu stabilisieren. Die Belastung der Prüfteile erfolgt mit der in Abbildung 8.2 dargestellten Lastfolge.

Die Regelung erfolgt für alle Achsen unter Verwendung eines Kaskadenreglers. Die geringe Steifigkeit in Nulllage in Verbindung mit der stark nichtlinearen Kennlinie der Bauteile verhindert die Nutzung eines einfacheren seriellen oder parallelen Reglers. Zusätzlich wird iterativ an die Sollsignale angepasst (sowohl Amplitude als auch Phasenlage). Für die Messdatenaufzeichnung wurde die Erfassung der Messwerte synchron zu den Punkten der Sollwertvorgabe gewählt. Zusätzlich erfolgen eine Online-Rainflow-Klassierung der Kräfte aller Achsen sowie eine Online-Schädigungsrechnung.

8.2 Ergebnisse als Referenz für die Lebensdauersimulation

Abbildung 8.4 zeigt die Ergebnisse der 3K-Lebensdauerprüfungen. Aufgetragen sind Durchlaufanzahlen für jedes Lager, wobei die Balken die Mittelwerte und die Kreuze die Einzelergebnisse repräsentieren. Analog zu den 1K-Prüfungen zeigt sich, dass Lager A die geringste Lebensdauer aufweist, knapp gefolgt von Lager B. Lager C weist eine deutlich höhere Durchlaufanzahl auf. Weiterhin fällt auf, dass die Ergebnisse wie auch schon bei der 1K-Belastung sehr stark streuen, wobei gesagt werden muss, dass diese Streuung im Bereich der Erfahrungswerte bisheriger Untersuchungen liegen.

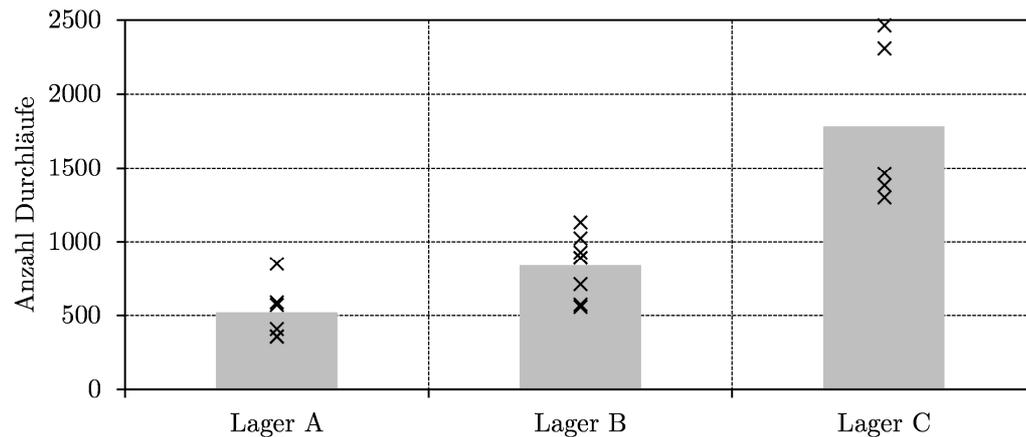


Abbildung 8.4: Ergebnis Schwingfestigkeitsprüfung mit 3K-Belastungsverlauf

Auf den folgenden Abbildungen sind die Ausfallsstellen dargestellt. Beim *Lager A* in Abbildung 8.5 zeigen sich zwei charakteristische Ausfallsstellen, eine im Bereich des Radius zum äußeren Lagerring (linkes Bild), eine zweite im Bereich des Lagerkerns (rechtes Bild). Aus den Auswertungen der verschiedenen Schadteile kann geschlossen werden, dass die Risse an beiden Stellen außen beginnen und nach innen wandern.

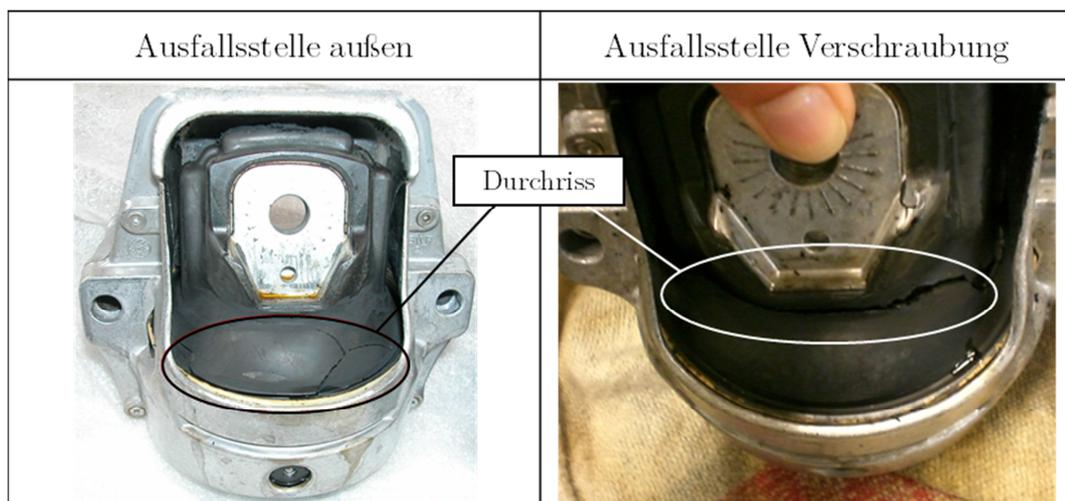


Abbildung 8.5: Ergebnis Schwingfestigkeitsprüfung, Lager A

Lager B in Abbildung 8.6 zeigt bei allen geprüften Lagern einen Riss im Bereich des Radius zum äußeren Lagerring, welcher außen beginnt und nach innen wandert.

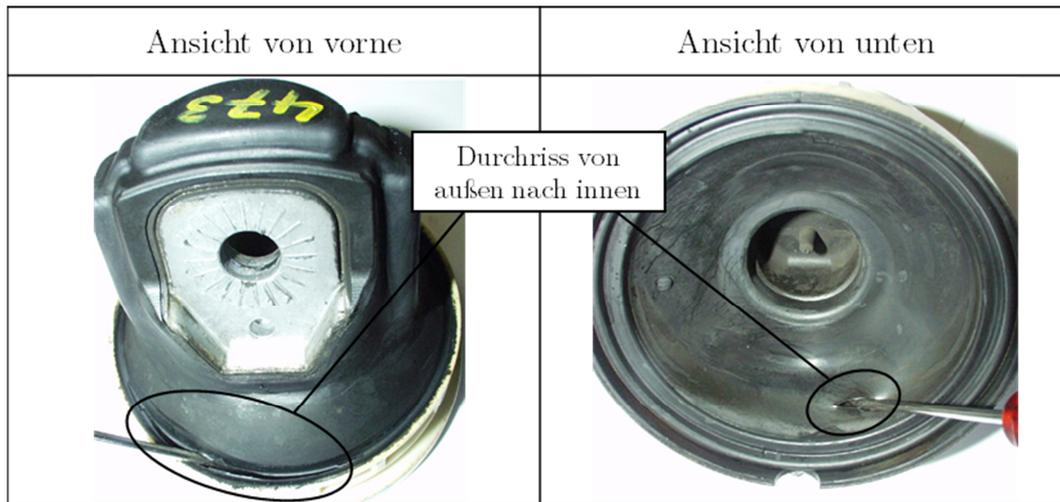


Abbildung 8.6: Ergebnis Schwingfestigkeitsprüfung, Lager B

Der charakteristische Riss in *Lager C* (Abbildung 8.7) befindet sich analog zu Lager B ebenfalls im Bereich des äußeren Lagerrings. Auch dieser Riss beginnt außen und wandert dann nach innen durch. Durch die paarweise Aufspannung der Lager und der unsymmetrischen Belastung vor allem in x-Richtung wechselt die Seite des Anrisses, je nachdem, welches der beiden Lager für den Ausfall verantwortlich ist.

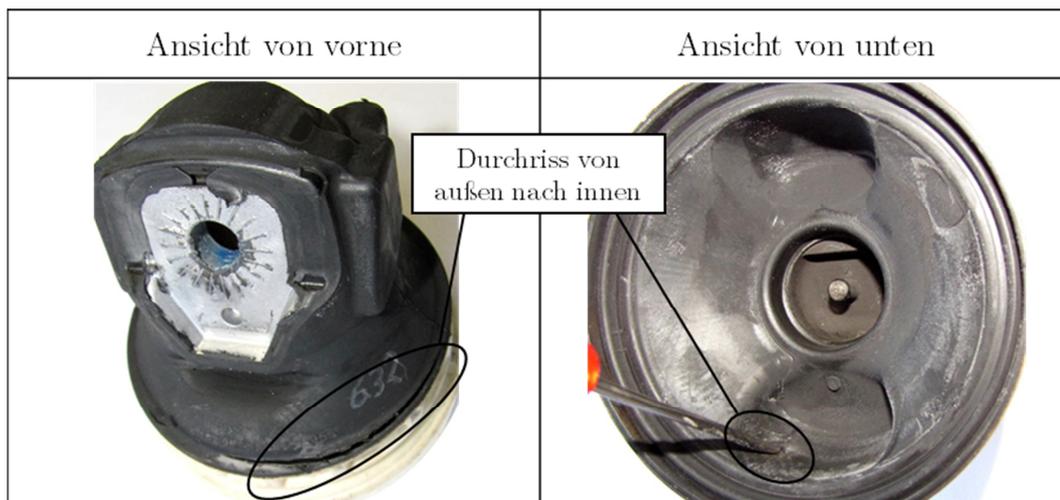


Abbildung 8.7: Ergebnis Schwingfestigkeitsprüfung, Lager C

8.3 Lebensdauersimulationen

8.3.1 Vorgehensweise

Zur simulativen Schwingfestigkeitsbewertung der drei Tragkörpervarianten der Lager A, B und C wurde die in Kapitel 5.3.2 beschriebene Simulationsmethode angewendet. Die Berechnung der Verformungen erfolgte mit den abgestimmten FE-Modellen und Werkstoffparametern aus Kapitel 6.4. Als Belastung diente analog zu den Prüfstandsversuchen der in Abbildung 8.2 dargestellte dreikomponentige Kraftverlauf. Da

die FE-Modelle nur aus den Tragkörpern bestehen und somit keine Anschläge enthalten⁵⁷, würde das Aufbringen des Kraftverlaufs zu falschen Wegen führen. Daher wurde am Prüfstand aus den aufgebrachten Kräften ein Wegsignal ermittelt und für die Simulation bereitgestellt. Dieses enthält implizit alle Steifigkeitsanstiege durch Anschläge und kann somit für die Simulation direkt verwendet werden. Abbildung 8.8 links zeigt die Ortskurve des dreidimensionalen Wegverlaufs.

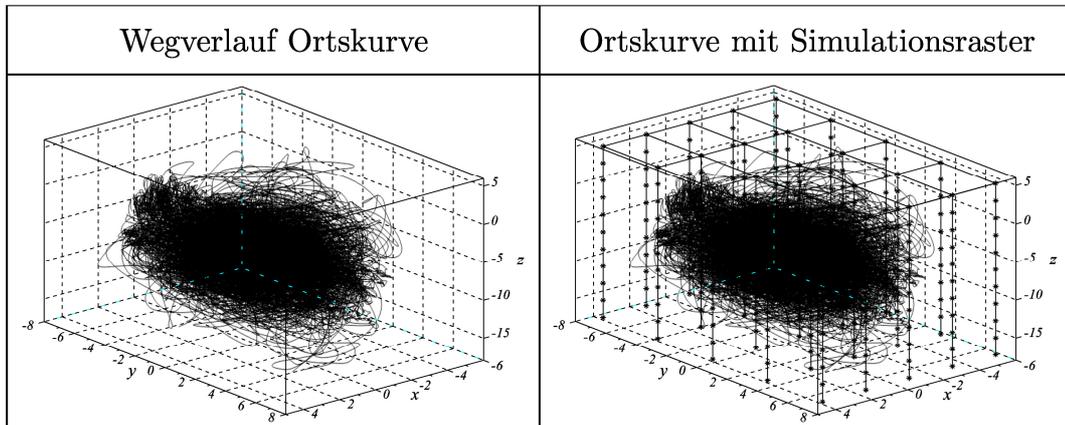


Abbildung 8.8: Ortskurve der Belastung mit Ergebnizraster

Auf Basis der Extrempositionen des dargestellten Belastungsverlaufs wurde nun das Berechnungsraster für die Interpolation gewählt. Die Hauptbelastung des Lagers erfolgt in z-Richtung (Hochrichtung). Damit drängt sich diese Richtung als „Simulationsrichtung“ auf, also jener Richtung in der die einzelnen eindimensionalen Simulationen gemäß der in Kapitel 5.3.2 beschriebenen Methode erfolgen. Da im Druckbereich des Lagers Falten entstehen und somit die Zugrichtung numerisch stabiler ist, wurde der Startpunkt der einzelnen Simulationen in den Zugbereich gelegt, von dem ausgehend in den Druckbereich gefahren wurde (siehe Abbildung 8.8 rechts). In horizontaler Richtung wurden jeweils 5 äquidistante Stützstellen definiert. Die Anzahl an erforderlichen Simulationen beträgt somit 25. Diese Anzahl stellt bereits einen erheblichen Aufwand an Ressourcen dar und hat sich als guter Kompromiss zwischen Genauigkeit und Aufwand herausgestellt. In vertikaler Richtung sind 11 Stützstellen vorgesehen, welche innerhalb einer Simulation angefordert und ausgegeben werden. Auf diese Weise entsteht der in Abbildung 8.8 rechts dargestellte quaderförmiger 3D-Raster mit 275 Ergebnissen, welche die Basis für die Interpolation der Spannungsverläufe bilden und somit die Grundlage für die Schädigungsbewertung sind.

8.3.2 Ergebnisse

Abbildung 8.9 zeigt die Zusammenfassung der Simulationsergebnisse in Gegenüberstellung mit den in Abbildung 8.4 gezeigten Prüfstandsergebnissen. Es zeigt sich, dass die Simulationsergebnisse im Vergleich zu den Prüfstandsergebnissen um ca. einen Faktor 2.5 unterschieden. Die Relationen zwischen den einzelnen Lagern können sehr gut wiedergegeben werden.

⁵⁷ siehe Kapitel 6.1

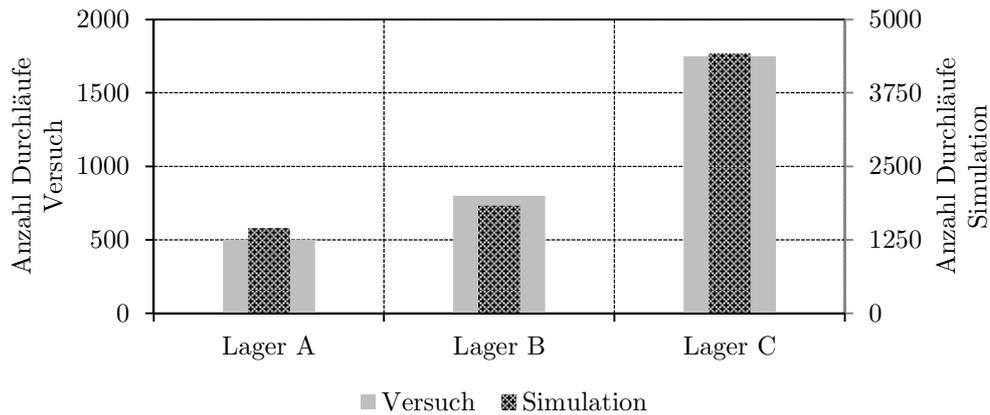


Abbildung 8.9: Ergebnisvergleich Prüfung – Simulation

Betrachtet man nun die Ergebnisse der einzelnen Lagertypen für sich, so zeigt sich beim *Lager A* das Minimum mit 1455 Signaldurchläufen am Radius zum äußeren Lagerring, siehe Abbildung 8.10 links. Dies korreliert sehr gut mit dem Ausfallbild der Prüfstandsversuche, siehe Abbildung 8.5 links. Die zweite Ausfallsstelle bei den Prüfstandsversuchen im Bereich des Lagerkerns (Abbildung 8.5 rechts) zeigt sich in der Simulation nicht so auffällig. Es existiert zwar an dieser Stelle ein lokales Minimum der ertragbaren Lastzyklen. Dieses ist jedoch mit mehr als 10000 Durchläufen eine Dekade höher als die Ausfallsstelle beim Außenradius. Auf der Innenseite des Lagers zeigt sich ein lokales Minimum mit ca. 5000 Durchläufen. Im Schnittbild in Abbildung 8.10 rechts ist der Kraftfluss im Elastomer vom Außenradius bis zur Stelle auf der Innenseite deutlich zu sehen. In diesem Bereich kann aus dem Simulationsergebnis das Risswachstum vermutet werden. Eine quantitative Aussage ist nicht möglich, da sich ab Rissbeginn die lokalen Kraftflüsse ändern und dies durch den gewählten Ansatz nicht abbildbar ist.

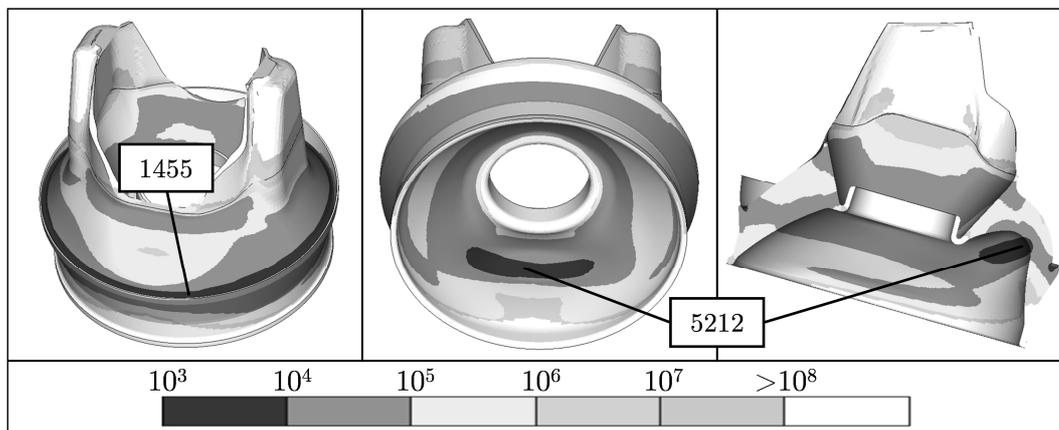


Abbildung 8.10: Ergebnis Lager A

Lager B zeigt im Prüfstandsversuch nur Ausfälle im äußeren Radius, siehe Abbildung 8.6. Die Schädigungsverteilung der Simulation in Abbildung 8.11 identifiziert den Rissbeginn mit einer minimalen Durchlaufanzahl von 1832 analog zu Lager A auf der Außenseite des Lagers. Die Ausfallsstelle ist beinahe ident mit jener des Lagers A. Dies verwundert nicht, da auch die gleiche Tragkörpergeometrie zugrunde liegt und die Materialeigenschaften der beiden Lager sehr ähnlich sind. Andere Einflussfaktoren, z. B. Prozesseinflüsse wie Heizzeit, Anspritzpunkt, etc., werden in der Simulation nicht berücksichtigt, sodass Unterschiede nur aus strukturmechanischen Einflussgrößen resultieren können.

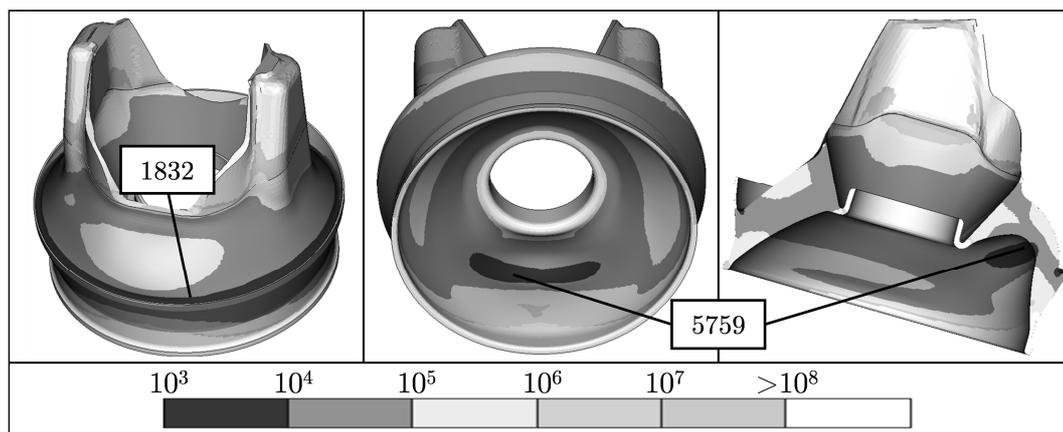


Abbildung 8.11: Ergebnis Lager B

Auch im *Lager C* weist der Ausfallsort der Prüfstandsversuche in der Simulation mit 4423 Durchläufen (siehe Abbildung 8.12) ein lokales Minimum der ertragbaren Lastzyklen auf und kann damit gut erklärt werden. Analog zur einkomponentigen Belastung in Kapitel 6 zeigt sich jedoch auch die Stelle im Radius in der Nähe des inneren Lagerkerns auffällig. Im Gegensatz zur 1K-Belastung sind beim 3K-Belastungsverlauf die prognostizierten Signaldurchläufe mit 5539 geringfügig größer als an der Ausfallsstelle (Abbildung 8.7). Auf der Innenseite zeigt das Ergebnisbild an der Stelle des Durchrisses ebenfalls ein lokales Minimum mit knapp 9000 Durchläufen. Die Rissausbreitung von außen nach innen ist analog zu den beiden anderen Lagern im Schnittbild gut nachvollziehbar.

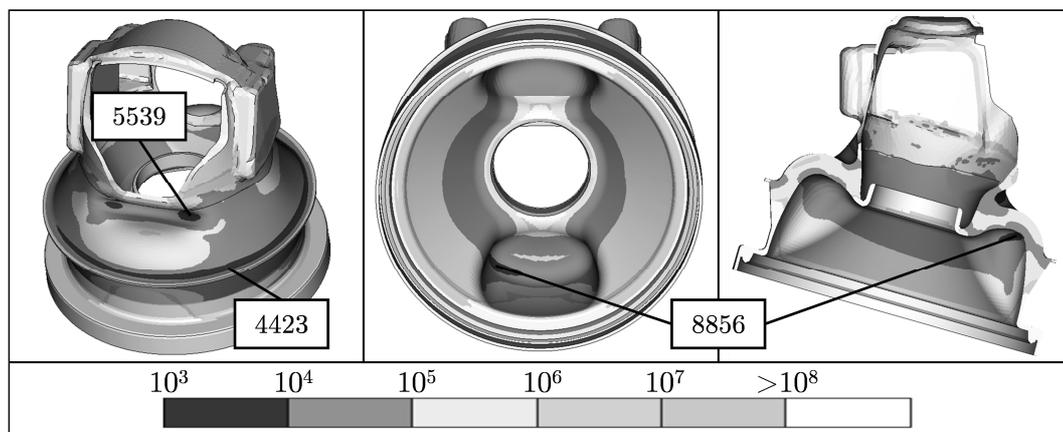


Abbildung 8.12: Ergebnis Lager C

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die Ausfallsstellen bei allen Lagertypen durch die Simulation sehr gut prognostiziert werden konnten. Auch ohne Kenntnis der Prüfstandsergebnisse hätte man durch die Simulation das letztendlich auch im Prüfstand beste Lager bevorzugt. Dies ist eine wichtige Voraussetzung, um einen Einsatz einer Schwingfestigkeitssimulation im Entwicklungsprozess zu rechtfertigen.

In Kombination mit Prüfstandsergebnissen lassen sich durch den Einsatz der Simulationsmethode zusätzliche Erkenntnisse gewinnen. Es damit möglich, für eine konkrete Ausfallsstelle kritische Lastfälle zu detektieren. Dazu kann der schädigende Spannungsverlauf am Ort eines Schädigungsmaximums analysiert werden. Abbildung 8.13 zeigt beispielhaft den Vergleichsspannungsverlauf des höchstbeanspruchten Knotens des Lagers B. Aus dem Verlauf lassen sich Lastfälle, welche lokal hohe Zugspannung

hervorrufen, als kritische Lastfälle identifizieren. Auf dem rechten Bild ist der Spannungsplot für den Zeitpunkt der Maximalspannung dargestellt. Auf diese Weise können schädigende Lastfälle analysiert und daraus gezielt lokale Geometrieoptimierungen auf Basis der Simulationsergebnisse vorgenommen werden.

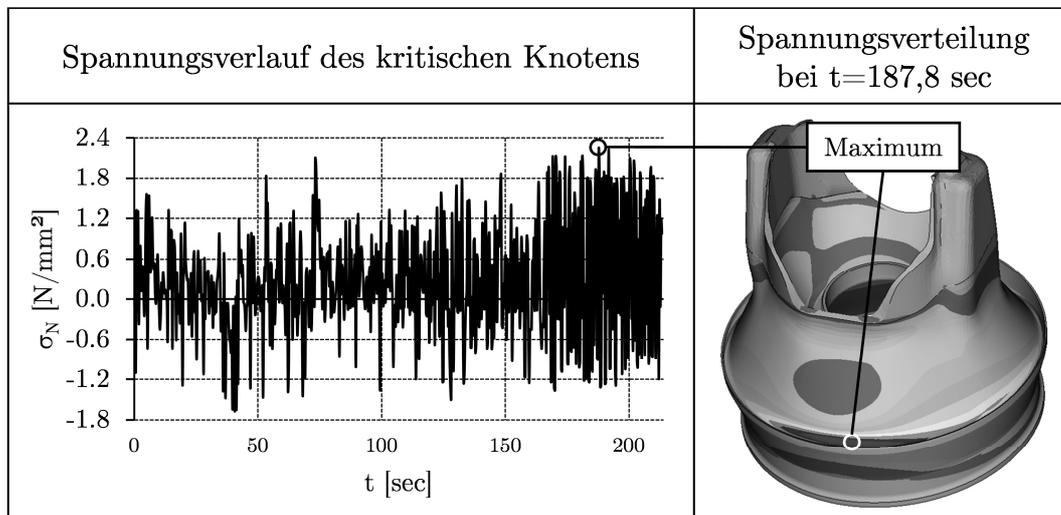


Abbildung 8.13: Lager B: Verlauf der Spannung (Schädigungsgröße) und Spannungsplot einer kritischen Belastung

9 Fazit

9.1 Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde eine Methode zur Schwingfestigkeitsberechnung von Elastomerbauteilen unter multiaxialer Belastung entwickelt. Diese beruht grundsätzlich auf dem örtlichen Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzept, welches im Wesentlichen örtliche Beanspruchungen mit werkstoff-spezifischen Beanspruchbarkeiten vergleicht. Neben diesem Konzept wurden auch bruchmechanische Ansätze in Betracht gezogen, wobei zusätzliche Randbedingungen, welche sich aus dem Entwicklungsprozess und praktischen Überlegungen ergeben, zugunsten des Kollektiv-Wöhlerlinien-Konzepts den Ausschlag gegeben haben.

Zur Ermittlung geeigneter Materialkennwerte hinsichtlich der Schwingfestigkeit wurden Einstufenversuche an Probekörpern für unterschiedliche Mittellasten und Lastniveaus durchgeführt. Der Großteil der Untersuchungen erfolgte bei Raumtemperatur, wobei exemplarisch auch Temperatur- und Alterungseinflüsse untersucht wurden. Die Ergebnisse der Untersuchungen liefern Beanspruchbarkeiten für die untersuchten Elastomerwerkstoffe in Form von Wöhlerkurven und Haigh-Diagrammen, welche als Basis für Schwingfestigkeitsberechnungen dienen.

Für die Simulation der Beanspruchungen von Elastomerbauteilen ist es erforderlich mehrachsige stochastische Belastungen berücksichtigen zu können, weil in der Regel erst die Überlagerung unterschiedlicher Richtungskomponenten zum Ausfall führt. Durch die hochgradig nichtlinearen Eigenschaften von Elastomeren ist jedoch eine häufig bei Metallen angewandte Methode nicht möglich, bei der Einheitslastfälle berechnet und durch Signalverläufe skaliert und superponiert werden. Auch eine separate Betrachtung unterschiedlicher Richtungskomponenten ist nicht zielführend. Aus diesem Grund wurden zwei grundsätzliche Vorgehensweisen erarbeitet, welche die nichtlinearen elastomerspezifischen Eigenschaften berücksichtigen können. Kurze und relativ einfache Belastungssignale können direkt durch Finite Elemente Simulationen nachgefahren und die Ergebnisse einer transienten Lebensdaueranalyse zugeführt werden. Für längere stochastische Belastungen ist dies nicht mehr möglich, sodass auf eine Interpolationsmethode zurückgegriffen wurde. Dabei wird nicht das Signal selbst simuliert, sondern der Bewegungsraum eines Bauteils durch eine Reihe von FE-Simulationen mit Verformungs- und Spannungsergebnissen für unterschiedliche Positionen gefüllt. Diese Ergebnisse dienen als Basis für eine darauffolgende kanalbasierte Lebensdauersimulation, wobei jedes Ergebnis einem Kanal entspricht. Für jeden Zeitschritt des Belastungssignals werden aus dem Ergebnisraster die Beanspruchungen interpoliert, sodass für jeden FE-Knoten ein Beanspruchungsverlauf erzeugt wird, welcher mittels Rainflow-Klassierung und der Anwendung der Methode der kritischen Schnittebene bewertet wird.

Eine wichtige Basis für eine Schwingfestigkeitsanalyse ist die richtige Erfassung globaler Verformungen und den daraus resultierenden lokalen Beanspruchungen. Dafür ist eine adäquate Berücksichtigung der mechanischen Materialeigenschaften von entscheidender Bedeutung. Daher wurden Versuche mit Probekörpern zur Aufnahme von Kraft-Weg- bzw. Spannungs-Dehnungskurven durchgeführt, wobei unterschiedliche Einflüsse wie Temperatur und Wärmealterung exemplarisch abgeprüft wurden. Aus mehreren aus der Literatur bekannten Materialmodellen für Elastomere wurden auf Basis der Messungen die Materialparameter der einzelnen Materialmodelle abgestimmt. Anschließend erfolgte eine Auswahl geeigneter Materialmodelle für die Simulation, wobei dafür nicht nur die Genauigkeit, sondern auch Parameter wie Handhabbarkeit und numerische Stabilität in die

Bewertung eingeflossen sind. Als geeignet wurden das Neo Hooke-Modell für sehr einfache Analysen und das Yeoh-Modell für detaillierte Betrachtungen bewertet. Weiterhin wurde ein Verfahren zur Berücksichtigung der Spannungserweichung, des sogenannten Mullins-Effekts entwickelt, wobei als Schädigungsgröße die maximale Streckung oder die Formänderungsenergie dichte fungieren können. Vergleiche mit Messungen zeigen auf Probekörperebene gute Übereinstimmung.

Die Anwendung und Verifikation der Simulationsmethode erfolgte an Motor- und Fahrwerkslagern. Bei allen Bauteilen wurde für die Simulation der Verformungen ein expliziter Solver eingesetzt, um mit den Nichtlinearitäten wie Materialverhalten, große Verformungen, Kontakte und Selbstkontakte bei Falten umgehen zu können. Zunächst wurden Schwingfestigkeitsversuche mit einkomponentiger Belastung an drei unterschiedlichen Motorlagern durchgeführt und parallel dazu simulativ untersucht. Die Ergebnisse zwischen Versuch und Simulation zeigen, dass Schwingfestigkeitsrisse durch die Simulation grundsätzlich gut prognostiziert werden konnten. Bei Untersuchungen an Fahrwerkslagern mit zweikomponentiger Belastung konnte die Simulation Ausfälle am Prüfstand erklären. Die Simulationsergebnisse zeigen jedoch, dass hierbei kein klassisches Schwingfestigkeitsproblem vorliegt, sondern es bei großen Verformungen zu einem Aufschneiden des Elastomers durch die Außenhülse kommt. Die Anwendung der Lebensdauersimulation an Motorlagern mit dreikomponentigen stochastischen Belastungsverläufen, welche sowohl Motor- als auch Fahrbahnanregungen enthalten, zeigen analog zu den Untersuchungen mit einkomponentigen Belastung gute Übereinstimmung mit parallel zur Simulation durchgeführten Prüfstandsversuchen. Die prognostizierten Anrissorte der Simulation stimmen mit den tatsächlichen Rissen überein. Die prognostizierten Lebensdauern wurden um ca. einen Faktor 2.5 überschätzt. Da auch die Prüfergebnisse um ca. einen Faktor 2 streuen, ist dies ein zufriedenstellendes Ergebnis. Somit kann davon ausgegangen werden, dass es durch die Simulationsmethode möglich ist, die Schwingfestigkeit von Elastomerbauteilen im Vorhinein mit ausreichender Güte zu prognostizieren.

9.2 Ausblick

Nachdem die Simulationsmethode nun entwickelt ist und eingesetzt werden kann, wird die konsequente Anwendung der Methode, verbunden mit laufenden Vergleichen mit Versuchen das Verständnis bezüglich Betriebsfestigkeit von Elastomerbauteilen verbessern. Anwendungen ergeben sich jedoch nicht nur zur Schwingfestigkeitsbewertung von Elastomerlagergeometrien im Laufe der Entwicklung. Es ist damit auch möglich, das Schädigungspotenzial unterschiedlicher Lastkollektive auf Basis örtlicher Beanspruchungen zu bewerten. Dies kann bei der erforderlichen Raffung von Belastungssignalen nach Messfahrten oder auch für die Entwicklung von schädigungsäquivalenten Blockprogrammen eingesetzt werden [173]. Anstatt auf Basis von Bauteilkräften ist es damit möglich, die tatsächliche lokal auftretende Schädigungsgröße als Parameter für die Bewertung zu verwenden.

Nicht alle Ausfälle konnten mit den Materialdaten auf Basis der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Probekörperversuchen erklärt werden. Es wird noch weitere Anstrengungen brauchen, um mehr Schädigungsmechanismen zu verstehen. Diese können als erweiterte Schädigungsgrößen in den grundsätzlichen Ablauf eingearbeitet werden, um so die Ergebnisgüte zu steigern. Aus Sicht des Autors sollte der Einfluss des Beanspruchungszustandes aber auch der Einfluss von Falten und des Spannungsgradienten

auf die Schwingfestigkeit untersucht werden. Weiterhin scheinen auch Untersuchungen sinnvoll, inwieweit Prozessparameter bei der Herstellung, wie Heizzeit, Anspritzpunkt oder Fließfronten lokale Beanspruchbarkeiten verändern. Quantifizierbare Ergebnisse wären dann analog zu Metallen über Abänderungsfaktoren in die Schädigungsrechnung integrierbar.

Literatur

- [1] *Abraham, F., Alshut, T., Jerrams, S.*: Ermüdungsbeständigkeit von Elastomeren in Abhängigkeit von der Spannungsamplitude und der Unterspannung. *Kautschuk, Gummi, Kunststoffe* (2001).
- [2] *Abraham, F., Clauß, G., Alshuth, T.*: Testing and simulation of the influence of glass spheres on fatigue life and dynamic crack propagation of elastomers. In: Austrell, P.-E. (Hg.): *Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005*. Leiden: Balkema, S. 71–76.
- [3] *Abts, G.*: Einführung in die Kautschuktechnologie. München: Hanser 2007.
- [4] *Achenbach, M., Duarte, J.*: A finite element methodology to predict age-related mechanical properties and performance changes in rubber components. In: Busfield, J. (Hg.): *Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK*. Lisse: Balkema, S. 59–67.
- [5] *Aglan, H., Chudnovsky, A., Moet, A., Fleischman, T., Stalnaker, D.*: Crack layer analysis of fatigue crack propagation in rubber compounds. *International Journal of Fracture* 44 (1990), S. 167–178.
- [6] *Aglan, H., Moet, A.*: The Resistance of Rubber Compounds to Brittle Crack Propagation. *Rubber Chemistry and Technology* 62 (1989), S. 98–106.
- [7] *Altenbach, H.*: Kontinuumsmechanik. Einführung in die materialunabhängigen und materialabhängigen Gleichungen. Berlin: Springer Verlag 2012.
- [8] *Amstutz, H., Hoffmann, M., Seeger, T.*: Mehrachsige Kerbbeanspruchungen im nichtlinearen Bereich bei proportional und nichtproportional wechselnder Belastung. *Forschungshefte Forschungskuratorium Maschinenbau e.V.* (1988).
- [9] *Arruda, E. M., Boyce, M. C.*: A Three-dimensional Constitutive Model for the Large Stretch Behavior of Rubber Elastic Materials. *J. Mech. Phys. Solids* 41 (1993), S. 389–412.
- [10] *Askeland, D. R., Fahland, W.*: Materialwissenschaften. Grundlagen, Übungen, Lösungen. Heidelberg: Spektrum Akad. Verl 1996.
- [11] Bauteilzeichnung. Motorlager hydr. 8K0.199.381.KN/KP 11.04.2008.
- [12] *Baaser, H.*: Simulationsmodelle für Elastomere. *ATZ* 112 (2010), S. 364–369.
- [13] *Baaser, H.*: Werkstoffmodelle und Parameter-Anpassung. In: Bruder, T. (Hg.): *Elastomerbauteile. 2. Tagung des DVM-Arbeitskreises Elastomerbauteile, S. G-III*.
- [14] *Barkhoff, M.*: Untersuchungen von gefüllten Naturkautschuk-Elastomeren hinsichtlich ihres Verhaltens bei höheren und längeren Temperaturbeanspruchungen. In: Bruder, T. (Hg.): *DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 41–50*.
- [15] *Bartenev, G. M., Zelenev, J. V.*: Physik der Polymere. Leipzig: Dt. Verl. für Grundstoffindustrie 1979.
- [16] *Bathe, K.-J., Zimmermann, P.*: Finite-Elemente-Methoden. Berlin: Springer 2002.
- [17] *Battermann, W., Köhler, R.*: Elastomere Federung, elastische Lagerungen. Grundlagen ingenieurmäßiger Berechnung und Konstruktion. Berlin: Ernst 1982.
- [18] *Besdo, D., Ihlemann, J.*: The effect of softening phenomena in filled rubber during inhomogeneous loading. In: Besdo, D., Schuster, R. H. (Hg.): *Constitutive models for rubber II. Proceedings of the Second European Conference on Constitutive Models for Rubber, Hannover, Germany, 10 - 12 September 2001*. Lisse: Balkema, S. 137–147.
- [19] *Besdo, D., Schuster, R. H.* (Hg.): *Constitutive models for rubber II. Proceedings of the Second European Conference on Constitutive Models for Rubber, Hannover, Germany, 10 - 12 September 2001*. Lisse: Balkema 2001.
- [20] *Binder, T.*: Adaption der Motorenentwicklungsprozesse durch den Einsatz virtueller Techniken am Beispiel einer R4-Triebwerkslagerung. Berlin, Karlsruhe: Logos 2008.

- [21] *Blanchard, A. F., Parkinson, D.*: Breakage of Carbon-Rubber Networks by Applied Stress. *Rubber Chemistry and Technology* 25 (1952), S. 808–842.
- [22] *Böhm, R. P.*: Lebensdauer von schubbelasteten Gummikupplungen. Aachen, Aachen: Mainz 2000.
- [23] *Bohot, A., Eulitz, K. G., Frost, M.*: Prüfung Motorlagerung Audi. V6 TDI rechts 8K0 199 381 JQ, V6 TDI rechts 8K0 199 381 JR. Forschungsbericht 23/2009 (2009).
- [24] *Bose, K., Hurtado, J. A., Snyman, M. F., Mars, W. V., Chen, J. Q.*: Modelling of stress softening in filled elastomers. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 223–230.
- [25] *Bremer, G.*: Betriebsfestigkeit von Metall-Gummilagern. Clausthal-Zellerfeld, Clausthal: Papierflieger 1995.
- [26] *Brüger, T., Rabkin, M.*: Schädigungsmechanismen in der Betriebsfestigkeit von Elastomerbauteilen. In: Bruder, T. (Hg.): DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 131–140.
- [27] *Brüger, T., Rabkin, M., Weltin, U.*: Hysteresis area calculated from a dynamic material model: A new damage parameter for lifetime estimations? In: Austrell, P.-E. (Hg.): Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005. Leiden: Balkema, S. 83–88.
- [28] *Bueche, F.*: Physical properties of polymers. New York: Interscience Publ 1962.
- [29] *Busfield, J.* (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema 2003.
- [30] *Busfield, J. J., Thomas, A. G., Ngah, M. F.*: Application of fracture mechanics for the fatigue life prediction of carbon black filled elastomers. In: Dorfmann, A. (Hg.): Constitutive models for rubber. Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber, Vienna, Austria, 9 - 10 September 1999. Rotterdam: Balkema, S. 249–256.
- [31] *Buxbaum, O.*: Betriebsfestigkeit. Sichere und wirtschaftliche Bemessung schwingbruchgefährdeter Bauteile. Düsseldorf: Verl. Stahleisen 1992.
- [32] *Cadwell, S. M., Merrill, R. A., Sloman, C. M., Yost, F. L.*: Dynamic Fatigue Life of Rubber. *Industrial & Engineering Chemistry Analytical Edition* 12 (1940), S. 19–23.
- [33] *Caspers, M., Barth, T., Schenk, R.*: Lebensdauervorhersage von Gummi-Metall-Bauteilen mit Hilfe der FEM. *Kautschuk, Gummi, Kunststoffe* 44 (1991), S. 659–662.
- [34] *Chagnon, G., Verron, E., Marckmann, G., Gornet, L., Charrier, P.*: Comparison of recent models for the Mullins effect: formulation and finite element implementation. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 245–250.
- [35] *Charrier, P., Ostoja-Kuczynsky, E., Verron, E., Marckmann, G., Gornet, L., Chagnon, G.*: Theoretical and numerical limitations for the simulation of crack propagation in natural rubber components. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 3–10.
- [36] *Charrier, P., Ramade, T., Taveau, D., Marco, Y., Calloch, S.*: Influence of temperature on durability behavior of carbon black filled natural rubber. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 179–185.
- [37] *Clormann, U., Seeger, T.*: Rainflow - HCM: Ein Hystereseschleifen-Zählalgorithmus auf werkstoffmechanischer Grundlage. FF (1985).

- [38] *Diani, J., Fayolle, B., Gilormini, P.*: A review on the Mullins effect. *European Polymer Journal* 45 (2009), S. 601–612.
- [39] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Bestimmung der visko-elastischen Eigenschaften von Elastomeren.
- [40] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Bestimmung des Druckverformungsrestes bei Umgebungs-, erhöhten oder niedrigen Temperaturen.
- [41] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Elastomere oder thermoplastische Elastomere - Bestimmung des Zugverformungsrestes unter konstanter Dehnung und des Zugverformungsrestes, der Dehnung und des Fließens unter konstanter Zugbelastung.
- [42] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Elastomere und thermoplastische Elastomere - Bestimmung der Härte (Härte zwischen 10 IRHD und 100 IRHD).
- [43] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Härteprüfung nach Shore A und Shore D.
- [44] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Klassierverfahren für das Verfassen regelloser Schwingungen.
- [45] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Künstliche Alterung.
- [46] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Prüfung von Kautschuk und Elastomeren - Bestimmung von Reißfestigkeit, Zugfestigkeit, Reißdehnung und Spannungswerten im Zugversuch.
- [47] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Polymere Werkstoffe, Gruppierung polymerer Werkstoffe aufgrund ihres mechanischen Verhaltens. Berlin: Beuth Verlag GmbH (1993).
- [48] *DIN Deutsches Institut für Normung e. V.*: Elastomere oder thermoplastische Elastomere - Bestimmung der Spannungsrelaxation unter Druck bei Umgebungs- und erhöhten Temperaturen. Berlin: Beuth Verlag GmbH (2008).
- [49] *Dominighaus, H., Elsner, P., Eyerer, P., Hirth, T.*: Kunststoffe. Eigenschaften und Anwendungen ; mit 275 Tabellen. Heidelberg u.a: Springer 2012.
- [50] *Dorfmann, A.* (Hg.): Constitutive models for rubber. *Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber*, Vienna, Austria, 9 - 10 September 1999. Rotterdam: Balkema 1999.
- [51] *Dorfmann, A., Ogden, R. W.*: A constitutive model for the Mullins effect with permanent set in particle-reinforced rubber. *International Journal of Solids and Structures* 41 (2004), S. 1855–1878.
- [52] *Dressler, K., Carmine, R., Kruger, W.*: The Multiaxial Rainflow Method. In: *Rie, K.-T.* (Hg.): *Low cycle fatigue and elasto-plastic behaviour of materials - 3.* [the Third International Conference on Low Cycle Fatigue and Elasto-Plastic Behaviour of Materials, Berlin, FRG, 7 - 11 September 1992]. London: Elsevier Applied Science, S. 325–330.
- [53] *Duisen, F.*: Applied Fatigue Analysis at One- and Two-Axle Loaded Chassis Mounts: chassis.tech 2011, 2nd International Munich Chassis Symposium, S. 218–236.
- [54] *Duisen, F.*: Angewandte Betriebsfestigkeitsberechnungen an ein- und zweiachsig belasteten Fahrwerkslagern. In: *Bruder, T.* (Hg.): *DVM-Bericht 676.* DVM-Tag 2009, S. 89–101.
- [55] *Einstein, A.*: Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen. *Annalen der Physik* 19 (1906), S. 289–306.
- [56] *Esreb, Z.*: Zuverlässigkeits- und Langzeitverhalten von Gummifedern. Dissertation. Karl-Marx-Stadt 1977.
- [57] *Flamm, M.*: Ein Beitrag zur Betriebsfestigkeitsvorhersage mehraxial belasteter Elastomerbauteile. Düsseldorf, Hamburg-Harburg: VDI-Verl 2003.
- [58] *Flamm, M., Steinweger, T., Weltin, U.*: Festigkeitshypothesen in der rechnerischen Lebensdauervorhersage von Elastomeren. *Kautschuk, Gummi, Kunststoffe* 56 (2003), S. 582–586.
- [59] *Flamm, M., Steinweger, T., Weltin, U.*: Schadensberechnung mehrachsig stochastisch belasteter Elastomerbauteile. *Kautschuk, Gummi, Kunststoffe* 57 (2004), S. 248–251.

- [60] *Flamm, M., Steinweger, T., Weltin, U.*: Lebensdauerabschätzung auf Basis eines lokalen Konzeptes. In: Bruder, T. (Hg.): DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 79–88.
- [61] Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile aus Stahl, Eisenguss- und Aluminiumwerkstoffen. Frankfurt am Main: VDMA-Verl 2012.
- [62] *Freakley, P. K., Payne, A. R.*: Theory and Practice of Engineering with Rubber. Essex: Applied Science Publishers Ltd 1987.
- [63] *Fritzsche, C., Vollmann, S.*: Aggregatelagerung. Sonderausgabe von ATZ und MTZ (September 2007), S. 114–119.
- [64] *Göbel, E. F.*: Gummifedern. Berlin, Heidelberg usw: Springer 1969.
- [65] *Gohl, W.*: Elastomere - Dicht- und Konstruktionswerkstoffe. Gummitechnik, Richtlinien und Anwendungsbeispiele für Konstruktion und Praxis. Renningen: expert-Verl 2003.
- [66] *Göktepe, S., Miehe, C.*: A micro–macro approach to rubber-like materials. Part III: The micro-sphere model of anisotropic Mullins-type damage. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 53 (2005), S. 2259–2283.
- [67] *Govindjee, S., Simo, J.*: A micro-mechanically based continuum damage model for carbon black-filled rubbers incorporating Mullins' effect. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 39 (1991), S. 87–112.
- [68] *Grambow, A.*: Bestimmung der Materialparameter gefüllter Elastomere in Abhängigkeit von Zeit, Temperatur und Beanspruchungszustand. Aachen: IKV; Techn. Univ 2002.
- [69] *Green, M. S., Tobolsky, A. V.*: A New Approach to the Theory of Relaxing Polymeric Media. The Journal of Chemical Physics 14 (1946), S. 80.
- [70] *Greensmith, H. G.*: Rupture of Rubber X. The Change in Stored Energy on Making a Small Cut in a Test Piece Held in Simple Extension. Journal of Applied Polymer Science 7 (1963), S. 993–1002.
- [71] *Grellmann, W., Seidler, S., Altstädt, V.* (Hg.): Kunststoffprüfung. München: Hanser 2005.
- [72] *Griffith, A. A.*: The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. Philosophical Transactions of the Royal Society. Serie A 221 (1921), S. 163–198.
- [73] *Gudehus, H., Zenner, H.*: Leitfaden für eine Betriebsfestigkeitsrechnung. Empfehlungen zur Lebensdauerabschätzung von Maschinenbauteilen. Düsseldorf: Verl. Stahleisen 2007.
- [74] *Guth, E., Gold, O.*: On the hydrodynamical theory of the viscosity of suspensions. Physical Review 53 (1938), S. 322ff.
- [75] *Guth, W.*: Lebensdauer auslegung von Gummi-Metall-Bauteilen. Konstruktion 48 (1996), S. 163–166.
- [76] *Haberstroh, E., Stommel, M.*: Einsatz der Finite-Elemente-Methode zur Berechnung des mechanischen Verhaltens von Elastomerbauteilen. In: Bergmann, J. (Hg.): DVM-Tag 1996. Bauteil '96. Berlin: DVM, S. 57–67.
- [77] *Haibach, E.*: Betriebsfestigkeit. Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung. Berlin: Springer 2006.
- [78] *Hanson, D. E., Hawley, M., Houlton, R., Chitanvis, K., Rae, P., Orler, E. B., Wroblewski, D. A.*: Stress softening experiments in silica-filled polydimethylsiloxane provide insight into a mechanism for the Mullins effect. Polymer 46 (2005), S. 10989–10995.
- [79] *Hantschke, P., Eulitz, K. G., Frost, M.*: Prüfung Motorlagerung Audi V6 TDI rechts 8K0 199 381 JQ, V6 TDI rechts 8K0 199 381 JR. Forschungsbericht 15/2008 (2008).
- [80] *Hantschke, P., Eulitz, K. G., Frost, M.*: Prüfung Motorlagerung Audi V6. V6 FSI links 8K0 199 381 JN. Forschungsbericht 27/2008 (2008).
- [81] *Haupt, P., Lion, A.*: On finite linear viscoelasticity of incompressible isotropic materials: Acta Mechanica, S. 87–124.

- [82] *Heinrich, G.* (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor 2010.
- [83] *Hempel, J.*: Schwingungstechnik für Automobile. Weinheim: Vibracoustic 2002.
- [84] *Hinsch, P.*: Das Verhalten von Gummi unter statischer und dynamischer Belastung. In: Krettek, O. (Hg.): Federungs- und Dämpfungssysteme. Braunschweig: Vieweg, S. 21–48.
- [85] *Holzappel, G. A., Stadler, M., Ogden, R. W.*: Aspects of stress softening in filled rubbers incorporating residual strains. In: Dorfmann, A. (Hg.): Constitutive models for rubber. Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber, Vienna, Austria, 9 - 10 September 1999. Rotterdam: Balkema, S. 189–193.
- [86] *Houwink, R.*: Slipping of Molecules during the Deformation of Reinforced Rubber. Rubber Chemistry and Technology 29 (1956), S. 888–893.
- [87] *Ihlemann, J.*: Richtungsabhängigkeiten beim Mullins-Effekt. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe 58 (2005), S. 438–447.
- [88] *ISO*: Rubber, vulcanized - Determination of creep in compression or shear. Geneva (2006).
- [89] *Issler, L., Ruoff, H., Häfele, P., Issler-Ruoff-Häfele*: Festigkeitslehre - Grundlagen. Berlin: Springer 2006.
- [90] *Jardin, A., Leblond, J.-B., Berghezan, D.*: Beyond Miner's rule for the fatigue of elastomers: Experiments and modelling. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 223–227.
- [91] *Kaindl, S.*: Entwicklung einer Methode zur Betriebsspannungs- und Lebensdaueranalyse. Diplomarbeit. Wiener Neustadt 2003.
- [92] *Kaindl, S., Waltz, M., Hougardy, P., Hansen, T.*: Fatigue strength analysis of engine mounts: chassis.tech 2012, 3rd International Munich Chassis Symposium, S. 343–362.
- [93] *Kaliske, M., Rothert, H.*: On the finite element implementation of rubber-like materials at finite strains. Engineering Computations 14 (1997), S. 216–232.
- [94] *Kilian, H. G.*: A Molecular Interpretation of the Parameters of the van der Waals Equation of State for Real Networks. Polymer Bulletin 3 (1980), S. 151–158.
- [95] *Kilian, H. G., Strauss, M., Hamm, W.*: Universal Properties in Filler-Loaded Rubbers. Rubber Chemistry and Technology 67 (1994), S. 1–16.
- [96] *Kilian, H.-G.*: Equation of state of real networks. Polymer 22 (1981), S. 209–217.
- [97] *Kilian, H.-G., Schenk, H., Wolff, S.*: Large deformation in filled networks and its interpretation in terms of different architecture and its interpretation in terms of the Van der Waals network model. Colloid & Polymer Science (1987), S. 410–423.
- [98] *Klüppel, M., Meier, J.*: Modelling of soft matter viscoelasticity for FE-applications. In: Besdo, D., Schuster, R. H. (Hg.): Constitutive models for rubber II. Proceedings of the Second European Conference on Constitutive Models for Rubber, Hannover, Germany, 10 - 12 September 2001. Lisse: Balkema, S. 11–19.
- [99] *Klüppel, M., Schramm, J.*: An advanced micro-mechanical model of hyperelasticity and stress softening of reinforced rubbers. In: Dorfmann, A. (Hg.): Constitutive models for rubber. Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber, Vienna, Austria, 9 - 10 September 1999. Rotterdam: Balkema.
- [100] *Kötzle, H., Weiblein, W., Schmid, A.*: Schwingungsisolierende Elastomerbauteile in PKW - Kennwertermittlung und Lebensdauererprobung. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe 44 (1991), S. 856–860.
- [101] *Kraus, G., Childers, C. W., Rollmann, K. W.*: Stress Softening in Carbon Black Reinforced Vulcanizates. Strain Rate and Temperature Effects. Rubber Chemistry and Technology 39 (1966), S. 1530–1543.

- [102] *Laiarinandrasana, L., Piques, R., Laraba-Abbes, F., Layouni, K.*: Mullins' effect on rubber materials: damage model driving parameters. In: Besdo, D., Schuster, R. H. (Hg.): Constitutive models for rubber II. Proceedings of the Second European Conference on Constitutive Models for Rubber, Hannover, Germany, 10 - 12 September 2001. Lisse: Balkema, S. 149–158.
- [103] *Lake, G. J.*: Fatigue and Fracture of Elastomers. *Rubber Chemistry and Technology* 68 (1995), S. 435–460.
- [104] *Lake, G. J., Lindley, P. B.*: Cut growth and fatigue of rubbers. II. Experiments on a noncrystallizing rubber. *Journal of Applied Polymer Science* 8 (1964), S. 707–721.
- [105] *Lake, G. J., Lindley, P. B.*: Role of ozone in dynamic cut growth of rubber. *Journal of Applied Polymer Science* 9 (1965), S. 2031–2045.
- [106] *Lake, G. J., Lindley, P. B.*: The mechanical fatigue limit for rubber. *Journal of Applied Polymer Science* 9 (1965), S. 1233–1251.
- [107] *Le Cam, J.-B.*: A REVIEW OF VOLUME CHANGES IN RUBBERS: THE EFFECT OF STRETCHING. *Rubber Chemistry and Technology* 83 (2010), S. 247–269.
- [108] *Le Cam, J.-B., Verron, E., Huneau, B., Gornet, L., Pérocheau, F.*: Micro-mechanism of fatigue crack growth: Comparison between carbon black filled NR and SBR. In: Austrell, P.-E. (Hg.): Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005. Leiden: Balkema, S. 115–120.
- [109] *Lindley, P. B.*: Energy for crack growth in model rubber components. *Journal of Strain Analysis* 7 (1972), S. 132–140.
- [110] *Lion, A.*: Dynamische Eigenschaften von Elastomeren: Grundlagen und Modellbildung. In: Bruder, T. (Hg.): DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 11–20.
- [111] *Luo, R. K., Cook, P. W., Wu, W. X., Mortel, W. J.*: Fatigue life prediction and verification of rubber to metal bonded springs. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 55–57.
- [112] *Marlow, R. S.*: A general first-invariant hyperelastic constitutive model. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 157–160.
- [113] *Mars, W. V.*: Identifying the damaging events in a multiaxial duty cycle. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 261–267.
- [114] *Mars, W. V., Fatemi, A.*: Criteria for fatigue crack nucleation in rubber under multiaxial loading. In: Besdo, D., Schuster, R. H. (Hg.): Constitutive models for rubber II. Proceedings of the Second European Conference on Constitutive Models for Rubber, Hannover, Germany, 10 - 12 September 2001. Lisse: Balkema, S. 213–219.
- [115] *Mars, W. V., Kingston, J. G., Muhr, A., Martin, S., Wong, K. W.*: Fatigue life analysis of an exhaust mount. In: Austrell, P.-E. (Hg.): Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005. Leiden: Balkema, S. 23–29.
- [116] *Meisinger, F.*: Entwicklung eines datenoptimierten Verfahrens zur modalen und kanalbasierten multiaxialen Lebensdauersimulation. Diplomarbeit. Wiener Neustadt 2006.
- [117] *Menges, G.*: Menges Werkstoffkunde Kunststoffe. München: Hanser 2011.
- [118] *Miehe, C.*: Discontinuous and Continuous Damage Evolution in Ogden-type Large Strain Elastic Materials. *European Journal of Mechanics A/Solids* 14 (1995), S. 697–720.

- [119] *Miner, M. A.*: Cumulative damage in fatigue. *J. Appl. Mech.* 12 12 (1945), S. 159–164.
- [120] *Mooney, M.*: A Theory of Large Elastic Deformation. *Journal of Applied Physics* 11 (1940), S. 582.
- [121] *Muhr, A. H., Gough, J., Gregory, I. H.*: Experimental determination of model for liquid silicone rubber: Hyperelasticity and Mullins' effect. In: Dorfmann, A. (Hg.): Constitutive models for rubber. Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber, Vienna, Austria, 9 - 10 September 1999. Rotterdam: Balkema, S. 181–187.
- [122] *Mullins, L.*: Equation of Stretching on the Properties of Rubber: *Journal of Rubber Research*, S. 275–289.
- [123] *Mullins, L., Tobin, N. R.*: Theoretical Model for the Elastic Behavior of Filler-Reinforced Vulcanized Rubbers. *Rubber Chemistry and Technology* 30 (1957), S. 555–571.
- [124] *Murphy, N., Hanley, J., Jerrams, S.*: The effect of pre-stressing on the equi-biaxial fatigue life of EPDM. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 269–273.
- [125] *Murphy, N., Spratt, C., Ronan, S., Jerrams, S., Johannknecht, R.*: A method for determining equi-biaxial fatigue in elastomers. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 21–26.
- [126] *N. N.*: Zwick Werkstoff-Prüfmaschinen. Betriebsanleitung.
- [127] *N. N.*: Versuchsrichtlinie: Motorlagerung Elastomerbauteile. Ingolstadt 2001.
- [128] *N. N.*: LS-Dyna User's / Theory Manual. Version 971 2006/2007.
- [129] *N. N.*: MasterPP. Regelablauf zum Produktprozess 2008.
- [130] *N. N.*: Abaqus 6.11 Analysis Users / Theory Manual 2011.
- [131] *N. N.*: MSC Marc 2011 User's Guide 2011.
- [132] *N. N.*: Ansys Users Manual 2012.
- [133] *N. N.*: FEMFAT 5.0 User / Theory Manual 2012.
- [134] *N. N.*: Produktprozess Aggregatelageung. Ingolstadt 22.11.2012.
- [135] *Ogden, R. W.*: Non-linear elastic deformations. Mineola, NY: Dover 1997.
- [136] *Ogden, R. W., Roxburgh, G.*: A pseudo-elastic model for the mullins effect in filled rubber. *Proc. R. Soc. London* (1999), S. 2861–2877.
- [137] *Ogden, R. W., Roxburgh, D. G.*: An energy-based model of the Mullins effect. In: Dorfmann, A. (Hg.): Constitutive models for rubber. Proceedings of the First European Conference on Constitutive Models for Rubber, Vienna, Austria, 9 - 10 September 1999. Rotterdam: Balkema, S. 23–28.
- [138] *Osen, E.*: Das Alterungsverhalten von Gummi. In: N. N. (Hg.): Schadensanalyse an Elastomerbauteilen. VDI-Praktikum.
- [139] *Ostoja Kuczynski, E., Charrier, P., Verron, E., Marckmann, G., Gornet, L., Chagnon, G.*: Crack initiation in filled natural rubber: experimental database and macroscopic observations. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 41–47.
- [140] *Ostoja-Kuczynski, E., Charrier, P., Verron, E., Gornet, L., Marckmann, G.*: Influence of mean stress and mean strain on fatigue life of carbon black filled natural rubber. In: Austrell, P.-E. (Hg.): Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005. Leiden: Balkema, S. 15–21.
- [141] *Palmgren, A.*: Die Lebensdauer von Kugellagern. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure* 68 (1924), S. 339–341.

- [142] *Papadopoulos, I. C., Liang, H., Busfield, J. J., Thomas, A. G.*: Predicting cyclic fatigue crack growth using finite element analysis techniques applied to three-dimensional elastomeric components. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 33–39.
- [143] *Payne, A. R.*: The Dynamic Properties of Carbon Black-Loaded Natural Rubber Vulcanizates. Part I. Journal of Applied Polymer Science 6 (1962), S. 57–63.
- [144] *Payne, A. R.*: Dynamic Properties of Natural Rubber Containing Heat-Treated Carbon Blacks. Journal of Applied Polymer Science 9 (1965), S. 3245–3254.
- [145] *Payne, A. R.*: Dynamic Properties of PBNA-Natural Rubber Vulcanizates. Journal of Applied Polymer Science 11 (1967), S. 383–387.
- [146] *Payne, A. R., Whittaker, R. E.*: Low Strain Dynamic Properties of Filled Rubbers. Rubber Chemistry and Technology 44 (1971), S. 440–478.
- [147] *Payne, A. R., Whittaker, R. E., Smith, J. F.*: Effect of Vulcanization on the Low-Strain Dynamic Properties of Filled Rubbers. Journal of Applied Polymer Science (1972), S. 1191–1212.
- [148] *Peter Diehl*: Aktivposten. Gummi-Metall-Elemente. Auto Service Praxis, S. 12–13.
- [149] *Rabkin, M., Brüger, T.*: Extended Wöhler curve to predict fatigue life of elastomeric components. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 275–278.
- [150] *Radusch, H.-J.*: Bestimmung verarbeitungsrelevanter Eigenschaften. In: Grellmann, W., Seidler, S., Altstädt, V. (Hg.): Kunststoffprüfung. München: Hanser, S. 41–74.
- [151] *Raoult, I., Stolz, C., Bourgeois, M.*: A constitutive model for fatigue life prediction of rubber. In: Austrell, P.-E. (Hg.): Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005. Leiden: Balkema, S. 129–134.
- [152] *Retka, J.*: Vibroakustisches Verhalten von viskoelastischen Strukturen unter finiter Vordeformation. Dissertation. München 2012.
- [153] *Rice, J. R.*: A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of applied mechanics 35 (1968), S. 379–386.
- [154] *Richard, H. A., Sander, M.*: Ermüdungsrisse. Erkennen, sicher beurteilen, vermeiden. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden 2009.
- [155] *Rinnbauer, M.*: Technische Elastomerwerkstoffe. Basis für Hightech-Lösungen in der Dichtungs- und Schwingungstechnik. Landsberg: Verl. Moderne Industrie 2006.
- [156] *Rivlin, R. S.*: Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. I. Fundamental Concepts. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 240 (1948), S. 459–490.
- [157] *Rivlin, R. S.*: Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. IV. Further Developments of the General Theory. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences 241 (1948), S. 379–397.
- [158] *Rivlin, R. S., Thomas, A. G.*: Rupture of rubber. I. Characteristic energy for tearing. Journal of Polymer Science 10 (1953), S. 291–318.
- [159] *Röthemeyer, F., Sommer, F.*: Kautschuk-Technologie. Werkstoffe, Verarbeitung, Produkte. München: Hanser 2006.
- [160] *Royo, J.*: Fatigue testing of rubber materials and articles. Polymer Testing 11 (1992), S. 325–344.
- [161] *Rust, W.*: Nichtlineare Finite-Elemente-Berechnungen. Kontakt, Geometrie, Material. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag / GWV Fachverlage GmbH Wiesbaden 2009.
- [162] *Sähn, S., Göldner, H.*: Bruch- und Beurteilungskriterien in der Festigkeitslehre. Mit 40 Tabellen. Leipzig: Fachbuchverl 1993.

- [163] *Saintier, N., André, N., Cailletaud, G., Piques, R.*: Fatigue live prediction of NR compounds for uniaxial and multiaxial loadings (1998).
- [164] *Sandel, G. D.*: Die Anstrengungsfrage. Schweizerische Bauzeitung 95 (1930), S. 335–338.
- [165] *Schöpfel, A., Idelberger, H., Schütz, D., Flade, D.*: Betriebsfestigkeit von Elastomerbauteilen. In: Bergmann, J. (Hg.): DVM-Tag 1996. Bauteil '96. Berlin: DVM.
- [166] *Schütz, W., Zenner, H.*: Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung. Teil 1. - Ein kritischer Überblick -. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 4 (1973), S. 25–33.
- [167] *Schütz, W., Zenner, H.*: Schadensakkumulationshypothesen zur Lebensdauervorhersage bei schwingender Beanspruchung. Teil 2. - Ein kritischer Überblick -. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik 4 (1973), S. 97–102.
- [168] *Siemon, A.*: Qualitative und quantitative Analysen der linearen und nichtlinearen Schadensakkumulationshypothesen unter Einbeziehung der statistischen Versuchsplanung. Kassel, Kassel: Kassel Univ. Press 2008.
- [169] *Smallwood, H. M.*: Limiting Law of the Reinforcement of Rubber. Journal of Applied Physics 15 (1944), S. 758–766.
- [170] *Socie, D. F., Marquis, G. B.*: Multiaxial fatigue. Warrendale, Pa.: Soc. of Automotive Engineers 2000.
- [171] *Spitz, M.*: Modellbasierte Lebensdauerprognose für dynamisch beanspruchte Elastomerbauteile. Dissertation. Duisburg 2012.
- [172] *Spreckels, J., Weltin, U., Flamm, M., Steinweger, T.*: Consideration of environmental influences on fatigue tests of elastomer components. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber , Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 9–14.
- [173] *Steinke, L., Teutsch, H., Seufert, B.*: Ableitung verkürzter, schädigungsäquivalenter Prüfprogramme für Elastomerlager. In: Bruder, T. (Hg.): DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 141–150.
- [174] *Steinweger, T., Weltin, U., Flamm, M.*: Four tests to characterize a Haigh-diagram for damage calculations. In: Austrell, P.-E. (Hg.): Constitutive models for rubber IV. Proceedings of the 4th European Conference on Constitutive Models for Rubber, ECCMR 2005, Stockholm, Sweden, 27 - 29 June 2005. Leiden: Balkema, S. 9–14.
- [175] *Stommel, M.*: Beschreibung der viskoelastischen mechanischen Eigenschaften, der Betriebsfestigkeit und des Bruchverhaltens von Elastomerbauteilen mit der Finite-Elemente-Methode. Aachen, Aachen: Mainz 1999.
- [176] *Streit, G. P.*: Elastomere Dichtungssysteme. Werkstoffe, Anwendungen, Konstruktionen, Normen ; mit 18 Tabellen sowie DVD. Renningen: expert-Verl (2011).
- [177] *Sueo, K., Yoshihiro, Y., Hajime, O., Shuichi, Y.*: Mechanism of Carbon-Black Reinforcement of Rubber Vulcanizate. Rubber Chemistry and Technology 68 (1995), S. 311–329.
- [178] *Timbrell, C., Wiehahn, M., Cook, G., Muhr, A. H.*: Simulation of crack propagation in rubber. In: Busfield, J. (Hg.): Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 11–20.
- [179] *Treloar, L.*: The Physics of Rubber Elasticity. New York: Oxford University Press Inc. 2009.
- [180] *Troost, A.*: Einführung in die allgemeine Werkstoffkunde metallischer Werkstoffe. Mannheim: Bibliograph. Inst 1980.
- [181] *Tschoegl, N. W.*: The phenomenological theory of linear viscoelastic behavior. An introduction ; with 25 tables. Berlin: Springer 1989.
- [182] *Verron, E., Chagnon, G., Gornet, L., Marckmann, G., Charrier, P.*: Modelling the Mullins effect using damage mechanics: efficiency and limitations. In: Busfield, J. (Hg.):

- Constitutive models for rubber III. Proceedings of the third European Conference on Constitutive Models for Rubber, 15 - 17 September 2003, London, UK. Lisse: Balkema, S. 237–243.
- [183] *Vöhringer, M., Haberstroh, E.*: Methode zur Bestimmung der Materialparameter. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe (2007).
- [184] *Volkswagen AG*: Querlenker oben, Festigkeitsanforderungen (1997).
- [185] *Waltz, M.*: Dynamisches Verhalten von gummigefederten Eisenbahnradern. Aachen, Aachen: Hochsch.-Bibl.
- [186] *Weigert, A.*: Rastertunnelspektroskopie an Füllstoffen. Dissertation. Regensburg 2005.
- [187] *Wesche, H.*: Untersuchung der dynamischen Ermüdung von Vulkanisaten. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe 33 (1980), S. 103–117.
- [188] *Williams, M. L., Landel, R. F., Ferry, J. D.*: The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. Journal of the American Chemical Society 77 (1955), S. 3701–3707.
- [189] *Wollscheid, D., Lion, A.*: Predeformation- and frequency-dependent material behaviour of filler-reinforced rubber: Experiments, constitutive modelling and parameter identification. International Journal of Solids and Structures 50 (2013), S. 1217–1225.
- [190] *Woo, C. S., Kim, W. D., Choi, B. I., Park, H. S., Lee, S. H., Cho, H. C.*: Fatigue life prediction of aged natural rubber material. In: Heinrich, G. (Hg.): Constitutive models for rubber VI. Proceedings of the sixth European Conference on Constitutive Models for Rubber, Dresden, Germany, 7-10 September 2009. Boca Raton, Fla, London: Taylor & Francis distributor, S. 15–18.
- [191] *Wortberg, J., Molls, M.*: Nicht lineare Schadensakkumulation bei Elastomerbauteilen. Kautschuk, Gummi, Kunststoffe (2008), S. 312–316.
- [192] *Yeoh, O. H.*: Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. Rubber Chemistry and Technology 66 (1993), S. 754–771.
- [193] *Ziegler, C., Mehling, V., Baaser, H., Häusler, O.*: Ermüdung und Risswachstum bei Elastomerbauteilen. In: Bruder, T. (Hg.): DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 121–130.
- [194] *Ziegler, J.*: Beeinflussung der Polymer-Füllstoff-Wechselwirkung durch Oberflächenmodifizierung von Füllstoffen. Dissertation. Hannover 2004.
- [195] *Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., Zhu, J. Z.*: The finite element method ;. Amsterdam: Elsevier Butterworth-Heinemann 2010.
- [196] *Zuniga, A. E., Beatty, M. F.*: A new phenomenological model for stress-softening in elastomers. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik 53 (2002), S. 794–814.
- [197] *Zwittian, T.*: Versuchsoptimierung. Kunde - Teststrecke - Prüfstand. In: Bruder, T. (Hg.): DVM-Bericht 676. DVM-Tag 2009, S. 181–189.

Lebenslauf

Name	Stefan Kaindl
Geburtsdatum	05. August 1977
Geburtsort	Waidhofen/Ybbs, Österreich
Familienstand	ledig
Schulbildung	1983-1987 Volksschule St.Peter/Au 1987-1991 Hauptschule St.Peter/Au 1991-1995 ORG Stifterstraße Linz
Studium	1995-1998 Pädagogische Akademie der Diözese Linz Fächer: Mathematik, Leibeserziehung, Geometrisches Zeichnen 1999-2003 FH Wiener Neustadt für Wirtschaft und Technik Vertiefung: Mechatronik und Mikrosystemtechnik
Berufliche Tätigkeit	2003 Berechnungsingenieur bei dTech Steyr Dynamics & Technology Services GmbH 2004-2009 Leitung Geschäftsstelle Wien bei dTech Steyr Dynamics & Technology Services GmbH 2009-2012 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Hochschule für angewandte Wissenschaften FH Ingolstadt, Institut für angewandte Forschung (IAF) seit 2013 Sachgebietsspezialist bei Engineering Center Steyr GmbH & Co KG