Anleitung
zum
Geschwindrechnen.

Enthält, außer einer bedeutenden Menge von Kunstgriffen, Proben über die vier Species und eine weitere Ausführung der Behandlung gebrochner Zahlen.

Zweiter Theil.

Breslau, Hirschberg, Lissa in Süd-Preußen
1801.
bey Joh. Fried. Korn dem ältern,
der Buchladen in Breslau ist neben dem Königl. Ober-Zoll- und Accis-Amt auf dem großen Ringe.

Vorrede.

Das rechnende Publicum hat meine Anleitung zum Geschwindrechnen mit so vieler Güte aufgenommen, daß schon in einem Jahre die erste Auflage vergriffen und eine zweyte veranstaltet wurde.

Dieser Umstand berechtigt mich, wie ich glaube, dem Büchlein einen Anhang zu geben, und läßt mich hoffen, daß man diese Fortsetzung mit gleichem Interesse kaufen werde.

Uebrigens findet man hier unter andern die exponirte Behandlung der Exempel mit gebrochnen Zahlen, auf welche mich allerdings blos eigene Untersuchung leitete, wie ich vor dem Tribunale der Arithmetik kecklich behaupten kann, — ich sage, man findet diese Methode hier durch eine systematisch geordnete Folge von Beyspielen zur Gnüge erläutert, und überdies noch manchen Nebenvortheil angegeben, der, eben weil er zu speciel war, den aufgestellten allgemeinen Regeln nicht wohl incorporirt werden konnte.

XXXV.

XXXV.

Wenn der Multiplicator mit einer Null endigt.

Wenn die letzte (nicht aber auch zugleich die vorletzte) Ziffer des Multiplicators eine Null ist; so lasse man dieselbe weg und multiplicire mit dem Ueberbleibsel den gegebenen Multiplicand. Dem so erhaltenen Producte aber wird zur Rechten eine Null angehangen.

Wenn man also 12 mit 3 multiplicirt, und dem gefundenen Producte, 36, noch eine Null hinzufügt, 360; so ist 12 in der That nicht mit 3, sondern mit 30 multiplicirt; denn $12 \cdot 30 = 360$.

Endigt sich der Multiplicator mit einer continuirlichen (durch keine andere Ziffer unterbrochenen) Reihe von (zwey, drey, oder mehreren) Nullen; so wird ganz nach derselben Methode verfahren. Man wirft nähmlich alle diese Nullen weg; multiplicirt alsdann mit dem Stücke des Multiplicators, welches auf diese Art noch übrig bleibt, den gegebenen Multiplicand, und zwar ganz wie gewöhnlich; und fügt endlich dem so gefundenen Producte alle vorhin weggeworfene Nullen zur Rechten wieder hinzu.

Wäre also 3645 mit 3800 zu multipliciren; so würde man 3645 bloß mit 38 multipliciren, dem erhaltenen Producte, 138510, aber die beyden weggelassenen Nullen hinzufügen, und auf diese Weise 13851000 erhalten. — Uebrigens setzt man dieses Exempel, so wie jedes ähnliche, am besten auf folgende Art:

$$\begin{array}{r} 3645 \\ 3800 \\ \hline 29160 \\ 10935 \\ \hline 13851000 \end{array}$$

XXXVI

XXXVI.

Wenn im Multiplicator eine, oder mehr, als eine Null zwischen zwey andern Ziffern steht.

Wenn man z. B. 25134 mit 004 multipliciren sollte; so würde das Exempel eigentlich so aussehen:

```
  25134
   7004
-------
 100536
  00000
175938
-------
```

Kürzer rechnet man so:

```
  25134
    704
-------
 100536
1759380
-------
```

Noch kürzer aber so:

```
  25134
    704
-------
 100536
175938
-------
```

Sollte also 123456 mit 10002 multiplicirt werden; so würde man nicht so:

$$\begin{array}{r}
123456 \\
10002 \\
\hline
246912 \\
000000 \\
000000 \\
000000 \\
123456 \\
\hline
1234806912
\end{array}$$

sondern so:

$$\begin{array}{r}
123456 \\
10002 \\
\hline
246912 \\
124356000 \\
\hline
\end{array}$$

oder, noch besser, so:

$$\begin{array}{r}
123456 \\
10002 \\
\hline
246912 \\
123456 \\
\hline
\end{array}$$

rechnen:

XXXVII.

XXXVII.

Wenn der Multiplicandus mit einer Null endigt.

Wenn die letzte Ziffer des Multiplicandi eine Null ist; so schneidet man dieselbe ab und multiplicirt das Uebrigbleibende, wie gewöhnlich. Dem erhaltenen Producte aber wird die abgeschnittene Null zur Rechten wieder hinzugefügt, daß also die letzte Ziffer nun zur vorletzten wird.

Sollte also 120 mit 3 multiplicirt werden; so müßte man die 0 wegwerfen, und bloß 12 mit 3 multipliciren: dies gäbe 36. Würde dieses Product, 36, nun, durch eine hinzugefügte 0, in 360 verwandelt; so wäre die Aufgabe erfüllt, und 3 in der That mit 120 multiplicirt.

Der Multiplicandus kann aber auch mit zwey, drey, oder noch mehr Nullen endigen (welches der Fall wäre, wenn man 123000 mit 4 multipliciren sollte). Auch hier wird ganz nach derselben Methode verfahren. Man wirft nähmlich alle die Nullen weg, welche am Ende des Multiplicandi (123000) in einer continuirlichen Reihe auf einander folgen, und multiplicirt, was vom Multiplicando noch übrig bleibt (hier 123) völlig auf die gewöhnliche Art

(123 . 4 = 492). Dem gefundenen Producte (492) aber werden die vorhin weggeworfenen Nullen (000) am Ende wieder hinzugesetzt (492000).

Es fällt von selbst in die Augen, daß man, wenn nicht nur der Multiplicandus, sondern auch der Multiplicator mit einer Null endigt, das eben gedachte Verfahren mit dem unter (XXXV.) beschriebenen vereinigen könne und müsse.

Wäre also z. B. 53026200000 mit 64000 zu multipliciren; so würde man sowohl vom Multiplicand, als vom Multiplicator alle am Ende neben einander stehende Nullen absondern, (wenn auch nur in Gedanken,) um sie, nach vollzogener Multiplication, dem gefundenen Producte von hinten wieder hinzuzufügen. Dieses Verfahren gäbe ein Exempel von folgender Gestalt:

$$\begin{array}{r} 53026200000 \\ 64000 \\ \hline 2121048 \\ 3181572 \\ \hline 339367680000000000 \end{array}$$

XXXVIII.

XXXVIII.

Mit 5 zu Multipliciren.

Wenn eine Zahl (584) mit 5 multiplicirt werden soll; so schreibe man hinter ihre letzte Ziffer (4) noch eine Null (5840). Die resultirende Zahl (5840) braucht alsdann nur noch mit 2 dividirt zu werden (5840 : 2 = 2920) um das gesuchte Product (584 . 5) zu erhalten. (Es ist also 584 . 5 = 5840 : 2 = 2920.)

Soll also 1432 mit 5 multiplicirt werden; so rechnet man auf folgende Art:

$$\frac{14320 : 2}{7160}$$

Folglich ist 1432 . 5 = 7160.

XXXVIIII.

Mit 25 zu Multipliciren.

Wenn eine Zahl (1356) mit 25 multiplicirt werden soll; so hängt man ihr zwey Nullen an (135600) und dividirt das Erhaltene mit 4 (135600 : 4 = 33900). Der gefundene Quotient (33900) wird dem gesuchten Producte (1356 × 25) gleich seyn.

Man

Man kann die mit zwey Nullen vermehrte Zahl (135600) aber auch mit 2 dividiren (135600 : 2 = 67800), und den erhaltenen Quotienten (67800) auf's neue halbiren (67800 : 2 = 33900). In diesem Falle wird der letztere Quotient (33900) dem gesuchten Producte gleich seyn.

Wäre also z. B. 36521 mit 25 zu multipliciren; so könnte man nicht nur so:

$$\frac{3652100 : 4}{913025}$$

sondern auch so:

$$\frac{\frac{3652100 : 2}{1826050 : 2}}{913025}$$

rechnen. In beyden Fällen wäre 36521 . 25 = 913025.

XXXX.

Mit 50 zu Multipliciren.

Soll eine Zahl (584) mit 50 multiplicirt werden; so hängt man ihr noch zwey Nullen an, und dividirt das Erhaltene (58400) mit 2 (58400 : 2 = 29200.) Der Quotient (29200) ist dem gesuchten Producte (584 . 50) gleich.

gleich. (Es ist also $584 \cdot 50 = 58400 : 2 = 29200$.)

Wenn man also z. B. 6789 mit 50 multipliciren will; so wird, nach dieser Methode, auf folgende Art gerechnet:

$$\frac{678900 : 2}{339450}$$

XXXXI.

Mit 102 zu multipliciren.

Soll eine Zahl (2365) mit 102 multiplicirt werden; so hänge man derselben zwey Nullen an (236500). Zu dem Resultate dieser Operation (hier zu 236500) werde alsdann das Doppelte ($2365 \cdot 2 = 4730$) des ursprünglichen Multiplicandi (2365) addirt ($236500 + 4730 = 241230$). Die gefundene Summe (241230) wird mit dem gesuchten Producte (2365×102) völlig einerley seyn.

Wenn also 2365 mit 102 multiplicirt werden soll; so erhält man ein Exempel von dieser Gestalt:

$$\begin{array}{r} 236500 \\ +4730 \\ \hline 241230 \end{array}$$

Es ist also $2365 \cdot 102 = 241230$.

XXXXII.

Mit einer Zahl, die aus lauter Neunen besteht, zu multipliciren.

Man gebe dem Multiplicando einen Anhang von so vielen Nullen, als der Multiplicator — welcher, der gemachten Bedingung zu Folge, aus lauter Neunen besteht, — Ziffern enthält. Von der Zahl nun, welche auf diese Art entsteht, subtrahire man den gegebenen Multiplicand selbst, und zwar in seiner ursprünglichen Gestalt: Der Rest wird das gesuchte Product seyn.

Beyspiele.

AA. 354 mit 9 zu multipliciren.

Weil der Multiplicator nur aus einer Neune besteht; so setze man dem Multiplicand auch nur eine einzige Null hinzu; giebt 3540. Von dieser Zahl, von 3540, wird der ursprüngliche Multiplicandus, 354, abgezogen; giebt 3540 — 354 = 3186. Es ist also 354 . 9 = 3186.

BB. 354 mit 99 zu multipliciren.

Weil der Multiplicator aus zwey Neunen besteht; so füge man dem Multiplicando zwey Nullen hinzu; giebt 35400. Diese Zahl, 35400, wird um den gegebenen Multiplicand, um 354, vermindert. — Alle diese Operationen zusammengenommen führen uns auf folgendes Exempel:

$$\begin{array}{r} 35400 \\ -354 \\ \hline 35046 \end{array}$$

Es ist also $354 \cdot 99 = 35046$.

CC. 354 mit 999 zu multipliciren.

Nach dem bereits hinlänglich bekannten Verfahren erhält man:

$$\begin{array}{r} 354000 \\ -354 \\ \hline 353646 \end{array}$$

XXXXIII.

Noch etwas aus dem großen Einmahleins.

2	mahl	15	ist	30.
3	=	=	=	45.
4	=	=	=	60.
5	=	=	=	75.
6	=	=	=	90.
7	=	=	=	105.
8	=	=	=	120.
9	=	=	=	135.

XXXXIIII.

Mit einer Zahl, die aus zwey Ziffern besteht, zu multipliciren.

Wenn man sich die bisher mitgetheilten Pythagorischen Tabellen über 12, 15 und 24 vollkommen geläufig gemacht hat; so wird man, wenn mit einer dieser Zahlen multiplicirt werden soll, das Verlangte in der Hälfte der sonst erforderlichen Zeit leisten können. Man wird nähmlich den Multiplicator (12, 15, 24) als eine einfache Zahl behandeln, und folglich eben so multipliciren, wie man thut, wenn mit 3, 7, u. s. f. multiplicirt werden soll. Einige Beyspiele können diese Bemerkung am besten erläutern.

Wäre 65923 mit 12 zu multipliciren; so würde man so rechnen:

$$\begin{array}{r} 65923 \\ 12 \\ \hline 791076 \\ \scriptstyle .6123 \\ \scriptstyle 1 \end{array}$$

Das Raisonnement, welches hiebey zum Grunde liegt, lautet folgender Gestalt:

12 mahl 3 ist 36; 6 auf dem Papiere, und 3 in Gedanken notirt. 12 mahl 2 ist 24; die vorhin restirende 3 dazu, giebt 27. Von die-

ser

ser Zahl wird 7 als Bestandtheil des Products bemerkt und 2 einstweilen in Gedanken notirt. 12 mahl 9 ist 108; die vorhin übrig gebliebene 2 dazu, giebt 110. Es wird also 0 dem Producte incorporirt, 11 aber in Gedanken behalten. 12 Mahl 5 ist 60; zu dieser 60 wird von der vorhin übrig gebliebenen zweytheiligen Zahl (11) die letzte Ziffer, welche (zufälliger Weise der ersten gleich und) 1 ist, addirt, wodurch man 61 erhält. Nach längst bekannten Regeln, wird von dieser 61 nur die Ziffer 1 in das Product gesetzt; die 6 aber aufbewahrt, um sie mit der ersten Ziffer des vorhergehenden Restes 11, nähmlich mit der Ziffer 1, dem nächst folgenden Partialproducte zu addiren. 12 Mahl 6 ist 72. Zu dieser 72 wird nicht nur die vorhin übrig gebliebene 6, sondern auch die oben gedachte 1 addirt: diese doppelte Addition giebt 72 † 6 † 1 = 79.

Wenn 728394 mit 15 multiplicirt werden soll; so rechnet man auf diese Art:

$$\begin{array}{r} 728394 \\ 15 \\ \hline 10925910 \\ 32446 \\ 1\ 1 \end{array}$$

Das bey dieser Rechnung angewandte Verfahren beruht auf folgenden Ueberlegungen.

15 Mahl 4 ist 60; 0, als Hauptziffer, notirt, und 6 — wenn auch nur in Gedanken, — darunter gesetzt. 15 Mahl 9 ist 135: mit dieser Zahl wird die unter dem vorher gefundenen Bestandtheile des Products notirte Ziffer, die Zahl 6, vereinigt; giebt 135 † 6 = 141. Diese drey Ziffern, aus welchen die Zahl 141 besteht, werden in einer Verticalreihe über einander gesetzt, und zwar so, daß die Zahl 141 herauskömmt, wenn man von unten nach oben zu lies't. Die oberste Ziffer gehört zum Totalproducte; die beyden übrigen werden bloß deshalb notirt, damit man sie zu den zwey nächst folgenden Partialproducten addiren könne. 15 Mahl 3 ist 45: zu dieser 45 wird die 4 unter der vorhergehenden 1 addirt; giebt 45 † 4 = 49. Man notirt also 9 im Producte und setzt 4 darunter. 15 Mahl 8 ist 120: zu dieser Zahl wird die unter 9 stehende 4, und dann auch noch die 1, welche das letzte Glied in der vorhergehenden Verticalreihe: $\begin{smallmatrix}1\\4\\1\end{smallmatrix}$, ausmacht, addirt; giebt 120 † 4 † 1 = 125. Diese Zahl wird so: $\begin{smallmatrix}5\\2\\1\end{smallmatrix}$, geschrieben: 5 ist die Hauptziffer, gehört zum Totalproducte; 2 und 1 aber sollen zu den beyden folgenden Partialproducten addirt werden, — 2 nähmlich zu dem nächsten. 15 Mahl 2 ist 30: die unter 5 stehende 2 dazu; macht 32. Von dieser 32 wird 2 in das Product

duct gesetzt, und 3 darunter geschrieben. 7 Mahl 15 ist 105. Hiezu wird die unter 2 befindliche 3 und die unter 5 stehende 1 addirt; giebt 105 † 3 † 1 = 109.

Es bedarf keiner ausdrücklichen Erinnerung, daß man auf diese Art sehr vortheilhaft auch mit jeder andern zweytheiligen Zahl, außer 12, 15 und 24, multipliciren könne, wenn man sich anders die Fertigkeit erworben hat, das Product sogleich zu nennen, welches entsteht, wenn man eine solche zweytheilige Zahl mit einer beliebigen einfachen multiplicirt.

XXXXV.

Mit einer zweytheiligen Zahl, die mit 1 anfängt, zu multipliciren.

Wenn 65932 mit 13 multiplicirt werden sollte; so würde man, nach der gewöhnlichen Methode, so rechnen:

$$\begin{array}{r} 65932 \\ 13 \\ \hline 207796 \\ 65932 \\ \hline 867116 \end{array}$$

Kürzer rechnet man aber so:

$$\begin{array}{r} 65932 \\ 13 \\ \hline 207796 \\ \hline 867116 \end{array}$$

Hier erspart man sich die Abschrift von dem Multiplicando, und multiplicirt erstlich mit 3, wodurch das Product 207796 entsteht. Mit diesem Producte vereinigt man den Multiplicand, 65932, wenn man ihn zuvor in Gedanken mit einer Null vermehrt und also in 659320 verwandelt hat. Man spricht nähmlich: 6 und 0 ist 6; 9 und 2 ist 11; 7 und 3 ist 10, mit der vorigen 1 aber 11; 7 und 9 ist 16, mit der vorigen 1 aber 17; 0 und 5 ist 5, mit der vorigen 1 aber 6; 2 und 6 ist 8.

Wenn man also eine Zahl mit einer andern, die nur aus zwey Ziffern, wovon die erste 1 ist, besteht, multipliciren soll; so verrichte man die verlangte Multiplication nur mit der letzten Hälfte des Multiplicators. Zu dem Producte, welches auf diese Art gefunden ward, addire man den gegebenen Multiplicand, dem aber zuvor eine Null angehängt werden muß. Bey dieser Addition wird der gegebene Multiplicand indeß keinesweges von neuem copirt; denn sonst gienge der ganze beabsichtigte Vortheil verlohren.

Wäre

Wäre 728394 mit 16 zu multipliciren; so müßte man auf folgende Art rechnen:

$$\begin{array}{r} 728394 \\ 16 \\ \hline 4370364 \\ \hline 11654304 \end{array}$$

XXXXVI.

Durch Zerlegung des Multiplicators bequemer zu multipliciren.

Jede ganze Zahl über 1 ist eine Summe von andern ganzen Zahlen. So ist z. B. 2 = 1 † 1; 5 = 3 † 2 = 1 † 4 = 2 † 2 † 1; 20 = 10 † 10, u. s. f.

Soll also mit einer ganzen Zahl multiplicirt werden; so könnte man dieselbe in eine Reihe anderer ganzen Zahlen auflösen, und den gegebenen Multiplicand mit einer jeden dieser Zahlen insbesondere multipliciren. Die Summe aller dieser Partialproducte würde dem gesuchten Totalproducte vollkommen gleich seyn.

Wäre also 154 mit 15 zu multipliciren; so könnte man 15 in 10 und 5 zerlegen. Denn 10 † 5 ist offenbar gleich 15. Hierauf würde man 154 mit 10, und dann auch mit 5 multipliciren;

pliciren: die erstere Operation gäbe 154 . 10 = 1540; die andere aber 154 . 5 = 770. Jetzt bliebe uns nur noch übrig, alle gefundene Producte, also 15410 und 770, in eine Summe zu vereinigen: dies gäbe 15410 † 770 = 16180. Also wäre 154 . 15 = 16180.

Wenn, um noch ein Beispiel hinzuzufügen, 243 mit 35 multiplicirt werden sollte; so würde man, weil 35 = 10 † 10 † 10 † 5, und 243 mit allen diesen Zahlen insbesondere multiplicirt werden muß, damit diese Partialproducte nachher zu einem Ganzen vereinigt werden können, auf folgende Art rechnen:

$$243 \times \left\{\begin{array}{r}10\\10\\10\\5\end{array}\right.$$

$$\begin{array}{r}\hline 2430\\2430\\2430\\1215\\\hline 8505\end{array}$$

Folglich wäre 243 . 45 = 8505.

XXXXVII.

Wenn der Divisor mit einer Null endigt.

Wenn eine Zahl (63954) durch eine andere (300), die sich in 0 endigt, dividirt werden soll; so schneidet man die ganze continuirliche Nullenreihe (00), welche den Divisor (300) beschließt, von seiner vordern Hälfte (3) ab (3,00). Dann wird der Dividend (63954) appretirt. Man zählt nähmlich so viele seiner hintern Ziffern ab, als in dem Divisor (3,00) hinter dem gemachten Commate Nullen stehen (hier also zwey): auch diese Ziffern werden von den übrigen durch ein Comma separirt (639,54). Hat man diese Operationen gehörig verrichtet; so wird diejenige Hälfte des Dividends (639,54), welche vor dem Commate steht (639), durch diejenige Hälfte des Divisors (3,00), welche sich ebenfalls vor, **nicht hinter** dem Commata befindet (3), dividirt ($639 : 3 = 213$): zu dem erhaltenen Quotienten (213) aber addirt man einen Bruch ($\frac{54}{300}$), der die hintere Hälfte (54) des Dividends (639,54) zum Zähler, und den completen Divisor (300) zum Nenner hat. Das Resultat dieser Processe ($639 \dagger \frac{54}{300} = 639 \frac{54}{300} = 639 \frac{27}{150}$) ist mit dem gesetzten Quotienten ($63954 : 300$) völlig einerley.

Wäre 4865732 mit 60000 zu dividiren; so würde man auf folgende Art raisonniren.

Da

Da der Divisor sich mit einer continuirlichen Reihe von vier Nullen endigt; so muß ich auch in dem Dividend vier der hintern Zahlen, die letzte, 2, als die erste betrachtet, abschneiden; giebt 486,5732. Also würde ich bloß 486 dividiren dürfen, und zwar nur mit 6, weil der Divisor, 60000, wenn er gehörig zerlegt wird, so aussieht: 6,0000. Es ist aber $\frac{486}{6} = 81$: dieser Quotient wird mit $\frac{5732}{60000}$ vereinigt; giebt $81\frac{5732}{60000}$. Folglich ist: $4865732 : 60000 = 81\frac{5732}{60000}$.

Es ist mehr, als ein Mahl, bemerkt worden, daß die Nullen am Ende des Divisors in einer continuirlichen, durch keine andere Ziffer unterbrochenen Reihe, auf einander folgen müssen. Wäre z. B. 13541679 mit 2000100 zu dividiren; so könnte man den Dividend nicht etwa nach den Nullen, welche der Divisor zerstreut enthält, und also, da ihrer hier fünf sind, nicht etwa so: 135,41679 abtheilen; sondern man müßte sich bloß nach den beyden Nullen hinter 1 richten, und also nur zwey Ziffern abschneiden: 135416,79.

XXXXVIII.

Fortsetzung.

Besteht die Hälfte des Dividends, welche sich hinter dem Comma befindet, aus lauter Nullen;

Nullen; so fällt der Bruch, welcher aus der hintern Hälfte des Dividends und dem compleeten Divisor besteht, gänzlich weg. Man addirt dem gefundenen Quotienten in diesem Falle ganz und gar nichts.

Gesetzt, es sollte 75000 mit 500 dividirt werden; so würde man auf folgende Art rechnen:

5,00 ⁀ 750,00 ⁀ 150

Es wäre also $75000 : 500 = 150$, nicht etwa gleich $150 + \frac{00}{500}$.

XXXXVIIII.

Fortsetzung.

Wenn der Divisor eine Einheit von einer höhern Ordnung, ein Zehner, Hunderter, Tausender, Zehntausender u. s. w. mit andern Worten, wenn der Divisor eine Zahl ist, die sich unter das Schema: 1000 . . . bringen läßt, und folglich aus lauter Nullen und der einzigen reellen Ziffer 1 besteht; so schneidet man am Ende des Dividends so viele Ziffern ab, als der Divisor Nullen enthält, macht unter diese abgeschnittenen Ziffern einen Queerstrich, und setzt den ganzen Divisor darunter. Auf diese Art wird sich der gegebene Dividend in eine gemischte

mischte Zahl, d. h. in eine Zahl verwandeln, die aus einer ganzen und einer gebrochenen besteht, und dieses Resultat ist eben der gesuchte Quotient.

Es sey 254769 mit 1000 zu dividiren. Man zerlege den Dividend also in 254,769, weil drey Nullen da sind; ziehe den Queerstrich: $254,\underline{769}$, und schreibe den ganzen Divisor unter diesen Queerstrich: $254,\frac{769}{1000}$. Es ist folglich

$$\frac{254769}{1000} = 254\frac{769}{1000}.$$

L.

Beschluß.

Sind die Ziffern im Dividend, welche hinter dem gehörig applicirten Commate stehen, lauter Nullen; so ist der gesuchte Quotient mit der vordern Hälfte des Dividends völlig einerley.

Sollte also 3452000 mit 1000 dividirt werden; so würde sich der Dividend, nach Application des Commatos, in 3452,000 verwandeln, und daher 3452000 : 1000 = 3452 seyn.

Aus gleichem Grunde ist ferner: 270000 : 100 = 2700,00 : 100 = 2700.

LI.

Mit einem geringern Aufwande von Ziffern zu dividiren.

Bekanntlich wird bey jeder Division ein Mahl, oder öfter subtrahirt, je nachdem der Dividend, den Divisor mehr, oder weniger übersteigt. Diese Subtractionen nun verrichte man bloß mit der Einbildungskraft. Man stelle sich also nicht nur den Subtrahend, sondern auch den Rest in Gedanken vor, ohne eine von diesen Zahlen auf dem Rechenbrette zu notiren. — Es ist klar, daß man sich bemühen müsse, den Rest so lange im Gedächtnisse fest zu halten, bis man seiner nicht mehr bedarf. — — Mit Einem Worte, man schreibe bey der ganzen Division, außer dem Quotienten, auch nicht eine einzige Ziffer nieder.

Wenn also 46130 mit 5 dividirt werden sollte; so würde man so rechnen:

$$\frac{46130 : 5}{9226}$$

Der Quotient (9226) ist hier durch einen horizontalen Strich von dem Dividendo (46130) abgesondert.

Wenn

Wenn der Divisor nur aus einer einzigen Ziffer besteht; so läßt sich die beschriebene Divisionsmethode allerdings recht bequem befolgen. Wäre aber ein Divisor gegeben, der aus zwey Ziffern bestünde, dann könnte es mancher freylich etwas beschwerlich finden, auf die angezeigte Art zu dividiren. Und hätte der Divisor gar drey, oder noch mehrere Ziffern zu seinen Bestandtheilen; so würde die gedachte Verfahrungsart ohne Zweifel alle practische Brauchbarkeit verliehren.

LII.

Mit einer zweytheiligen Zahl zu dividiren.

Wenn man im Stande ist, mit dem gegebenen Divisor vollkommen so schnell zu multipliciren, als mit einer einfachen Zahl; so bedarf man zu der verlangten Division auch nur die Hälfte der sonst gewöhnlich erforderlichen Zeit.

Sollte z. B. 135 mit 15 multiplicirt werden; so würde man sogleich sagen: 15 Mahl 9 ist 135, nicht aber: 5 mahl 9 ist 45, und 1 mahl 9 ist 9; 9 und 4 aber macht 13; und folglich ist 9 mahl 15 gleich 135.

LIII.

Ohne Einmahleins zu multipliciren.

Mit 2 wird eine gegebene Zahl multiplicirt, wenn man sie zu sich selbst addirt; mit 3, wenn man sie zu ihrem (eben gefundenen) Doppelten addirt; mit 4, wenn man ihr Doppeltes zu sich selbst addirt; mit 5, wenn man zu ihrem Zweyfachen ihr Dreyfaches addirt; mit 6, wenn man ihr Dreyfaches zu sich selbst addirt; mit 7, wenn man zu ihrem Dreyfachen ihr Vierfaches addirt; mit 8, wenn man ihr Vierfaches zu sich selbst addirt; mit 9, wenn man zu ihrem Vierfachen ihr Fünffaches addirt. — Diese Additionen führen nähmlich jedes mahl zu dem Producte, welches durch die entsprechenden Multiplicationen gefunden wird. Das Dreyfache einer Zahl ist nähmlich in Verbindung mit ihrem Vierfachen vollkommen so groß, als das Product, welches man erhalten würde, wenn man die gegebene Zahl mit 7 multiplicirte.

Wenn also zwey Zahlen mit einander multiplicirt werden sollen; so multiplicire man diejenige, welche den kleinsten Umfang hat, mit allen ganzen Zahlen von 1 bis 9, und zwar vermittelst der eben beschriebenen Additionen, nicht durch wirkliche Multiplication. Es wird die gegebene Zahl also, erstlich, zu sich selbst addirt; dann wird sie zu ihrem Doppelten addirt; hierauf wird ihr Doppeltes zu sich selbst addirt, und so geht's nach der Reihe fort, bis zu Ende, bis man das Fünffache der gegebenen Zahl zu ihrem Vierfachen addirt hat. Auf diese Art entsteht eine Tafel, welche man den **Tarif** nennen könnte, und nach dessen Anfertigung man sogleich weiter geht. Diejenige Zahl nähmlich, auf welche sich der Tarif gründet, wird als Multiplicand angesetzt. — Der Tarif liefert übrigens ganz natürlich alle Partialproducte. So oft man nähmlich den Multiplicand mit einer neuen Ziffer des andern Factors multipliciren soll; so braucht man das entsprechende Product nur im Tarif aufzusuchen und es gehörig zu copiren.

Sollte 1897563452345 mit 2345678 multiplicirt werden; so würde man sich erstlich einen Tarif machen:

2345678	
4691356	(2
7037034	(3
9382712	(4
11728390	(5
14074068	(6
16419746	(7
18765424	(8
21111102	(9

Dann

Dann aber müßte man so rechnen:

2345678
1897563452345
11728390
9382712
7037034
4691356
11728390
9382712
7037034
14074068
11728390
16419746
21111102
18765424
2345678
4451072843769714910

Anstatt 2345678, nähmlich, mit 5 wirklich zu multipliciren, braucht man nur die Zahl hinzuzuschreiben, welche im Tarif, neben der eingehäckelten 5, steht, u. s. f.

LIIII.

Ohne Einmahleins zu dividiren.

Man mache sich einen Tarif, wie der vorige Abschnitt lehrt; suche alle mahl das vorliegende

gende Stück des Dividends in demselben auf; und setze die daneben eingehäckelte Ziffer in den Quotienten. Wenn ein Stück des Divisors vorkömmt, welches in dem Tarif auf keine Weise enthalten ist, so nehme man dafür die darin befindliche nächst kleinere Zahl, ziehe sie von dem vorliegenden Stücke des Divisors ab, notire aber zuvor die daneben eingehäckelte Ziffer in dem Quotienten.

Wäre z. B. 4451072843769714910 mit 2345678 zu dividiren; so würde man sich zuvor für den Divisor einen Tarif machen.

0	(0
2345678	(1
4691356	(2
7037034	(3
9382712	(4
11728390	(5
14074068	(6
16419746	(7
18765424	(8
21111102	(9

Dann aber würde man so rechnen:

2345678

2345678) 4451072843769714910 (1897563452345
2345678

21053948
18765424

22885244
21111102

17741423
16419746

13216777
11728390

14883876
14074068

8098089
7037034

10610557
9382712

12278451
11728390

5500614
4691356

8092589
7037034

10555551
9382712

11728390
11728390

0

Das Stück: 4451072, des Divisors ist in dem Tarif nicht enthalten. Man nimmt also dafür die darin befindliche nächst kleinere Zahl: 2345678, und setzt die daneben eingehäkelte Ziffer, 1, in den Quotienten. Dann sucht man die Zahl: 21053948, in dem Tarif auf. Sie ist aber ebenfalls nicht darin befindlich; man muß also dafür die nächst kleinere: 18765424, nehmen, u. s. f.

Anmerkung.

Diese Methode zu dividiren, dürfte, so wie die unter (LIII.) gezeigte Methode, zu multipliciren, beym ersten Anblicke allerdings ziemlich weitläufig scheinen. Sie scheint es aber auch nur; denn man bedarf eben keines vorzüglich scharfen Auges, um zu sehen, daß sie sich bey sehr großen Exempeln, bey Exempeln, wie dasjenige, welches zum Beyspiele genommen wurde, mit vielem Vortheile anwenden lasse, und daß man solche Exempel auf diese Art ungleich schneller berechnen könne, als der größte Geschwindrechner, der dem Schlendrian folgt. Ueberdies empfiehlt sich diese Verfahrungsart Personen, welche nicht viel von Kopfbrechen halten, auch dadurch, daß sie überall nur halbes Nachdenken, nur eine flüchtige Aufmerksamkeit erfordert.

LV.

LV.

Zur Addition der Brüche.

Wenn eine Menge Brüche — die übrigens auch mit ganzen Zahlen verbunden seyn können, zum Addiren gegeben sind; so hebe man alle diejenige, welche einerley Nenner haben, heraus, und gruppire sie in Parthien, so daß jede Portion gleichnahmiger Brüche ein besonderes Chor formire. Dann vereinige man die Bestandtheile einer jeden dieser Parthien unter sich zu einem Ganzen. Die so erhaltenen Partialsummen werden hierauf in eine Hauptsumme gebracht, zu einander addirt, und diese Totalsumme der ausgehobenen Brüche wird dann mit der Summe der vielleicht zurückgelassenen Zahlen zu einem Ganzen vereinigt.

Nach diesen Principien wird man sich das bey dem folgenden Additionsexempel angewandte Verfahren leicht von selbst erklären können.

$$
\begin{array}{r}
25\frac{1}{3} \\
13\frac{1}{4} \\
6\frac{4}{5} \\
18\frac{1}{2} \\
36\frac{2}{3} \\
9\frac{3}{4} \\
10\frac{5}{6} \\
3\frac{1}{5} \\
7\frac{1}{2} \\
5\frac{3}{4} \\
19\frac{1}{6} \\
\hline
156\frac{3}{4}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
 & \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = & 1 \\
 & \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = & 1 \\
\frac{1}{4} + & \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = & 1\frac{3}{4} \\
 & \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = & 1 \\
 & \frac{5}{6} + \frac{1}{6} = & 1 \\
\cline{3-3}
 & & 5\frac{3}{4}
\end{array}
$$

LVI.

Fortsetzung.

Wenn zwey gemischte Zahlen ($5\frac{2}{3}$, $7\frac{1}{2}$) zu einander addirt werden sollen; so vereinigt man am besten erst die Brüche ($\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{4 + 3}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$); dann die Ganzen ($5 + 7 = 12$); hierauf aber die beyden gefundenen Partialaggregate ($12 + 1\frac{1}{6} = 13\frac{1}{6}$).

LVII.

Zur Subtraction der Brüche.

Soll ein Bruch ($\frac{3}{4}$) von einem Ganzen (7) abgezogen werden; so kann man das Ganze,

zur

zur Abkürzung, durch die nächst niedere Zahl (6) und einen Bruch ($\frac{3}{4}$) ausdrücken, dessen Zähler seinem Nenner, der mit dem Nenner des gegebenen Bruches ($\frac{3}{4}$) übereinkömmt, vollkommen gleich ist. (Man muß also, in dem angenommenen Falle, 7 durch $6\frac{4}{4}$ ausdrücken.) Von dem gemachten Bruche ($\frac{4}{4}$) wird hierauf der gegebene ($\frac{3}{4}$) abgezogen ($\frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$). Was übrig bleibt ($\frac{1}{4}$), giebt, in Vereinigung mit der ganzen Zahl (6), welche dem gemachten Bruche ($\frac{4}{4}$) noch hinzugefügt werden muß, um das gegebene Ganze (7) zu erschöpfen, den gesuchten Unterschied ($6\frac{1}{4}$).

Folglich ist auch $8 - \frac{2}{5} = 7\frac{5}{5} - \frac{2}{5} = 7\frac{3}{5}$.

LVIII.

Zur Multiplication der Brüche.

Die Multiplication zweyer Brüche wird oft um ein Beträchtliches abgekürzt, wenn man — versteht sich, wofern es anders geschehen kann, — den Nenner des einen gegen den Zähler des andern aufhebt, ehe man sich auf's Multipliciren einläßt.

Es ist z. B. $\frac{12}{13} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{13} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{13}$. Weil $12 = 4 \,.\, 3$; so kann man den Nenner des Bruches $\frac{3}{4}$ hier gegen den Zähler des Bruchs $\frac{12}{13}$ aufheben.

Ferner

Ferner ist $\frac{15}{16} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{1} = \frac{3}{4}$. Denn offenbar ist $15 = 5 \cdot 3$ und $16 = 4 \cdot 4$.

LVIIII.

Fortsetzung.

Wenn eine gemischte Zahl (eine Zahl, die zum Theile ganz, zum Theile gebrochen ist,) mit einem Bruche multiplicirt werden soll; so verwandelt man sie bekanntlich ebenfalls in einen Bruch, ehe man die aufgegebene Multiplication wirklich vornimmt. Man kann aber auch die gemischte Zahl unverwandelt beybehalten, mit dem gegebenen Bruche sowohl ihr Ganzes, als auch ihr gebrochenes Ende multipliciren, und die beyden Partialproducte mit einander zu einem Ganzen vereinigen. Dieses letztere Verfahren könnte besonders dann beobachtet werden, wenn das ganze Ende der gemischten Zahl einen bedeutenden Umfang hat.

Sollte z. B. die gemischte Zahl $23750\frac{3}{4}$ mit dem Bruche $\frac{2}{5}$ multiplicirt werden; so würde man mit dem gegebenen Multiplicator $\frac{2}{5}$ zuvor das ganze Ende, 23750, multipliciren, und dann das gebrochene, $\frac{3}{4}$: die erstere Multiplication gäbe: $23750 \times \frac{2}{5} = \frac{23750 \cdot 2}{5} = 4750 \cdot 2 = 9500$; die letztere aber: $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$. Nach Vollendung dieser Multiplicationen müßten die beyden Partialproducte addirt werden, wodurch man $9500 + \frac{3}{10} = 9500 \frac{3}{10}$ erhalten würde.

LX.

Fortsetzung.

Sollen zwey gemischte Zahlen mit einander multiplicirt werden; so verwandelt man sie bekanntlich — eine jede für sich — in Brüche, und multiplicirt dann die beyden Resultate mit einander.

Leichter und etwas kürzer ist folgendes Verfahren: Man multiplicirt, erstens, die beyden Ganzen; multiplicirt zweytens, den Bruch im Multiplicando mit dem Ganzen im Multiplicator; multiplicirt drittens das ganze Ende des Multiplicandi mit dem gebrochenen des Multiplicators; und multiplicirt endlich viertens, die beyden Brüche mit einander. Alle diese vier Partialproducte werden zusammen addirt, und geben in ihrer Vereinigung das gesuchte Totalproduct.

Diese Regel läßt sich recht wohl in drey Worte zusammenfassen.

Man multiplicire ein jedes Ende des Multiplicandi mit einem jeden

Ende

Ende des Multiplicators, und addire die Producte.

Wenn z. B. $7\frac{2}{3}$ mit $4\frac{3}{5}$ multiplicirt werden soll; so rechnet man folgender Gestalt:

$$\begin{array}{r} 7\frac{2}{3} \\ 4\frac{3}{5} \\ \hline 28 \\ 2\frac{2}{3} \\ 4\frac{1}{5} \\ \frac{2}{5} \\ \hline 34\frac{19}{15} \end{array}$$

Es ist nähmlich $7 \cdot 4 = 28$; $\frac{2}{3} \cdot 4 = 2\frac{2}{3}$; $7 \cdot \frac{3}{5} = 4\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

LXI.

Beschluß.

Wird das Product von mehr, als zwey Brüchen gesucht; so ist die schnellste Methode diese: Man multiplicirt sogleich alle Zähler mit einander; hierauf auch alle Nenner; schreibt aber beyde Mahle keines der gefundenen Partialproducte nieder.

Wird z. B. das Product der vier Brüche: $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ gesucht; so spricht man sogleich: 2 mahl 3 ist 6; 6 mahl 4 ist 24; 24 mahl 5 ist

ist 120. Man spricht ferner: 3 mahl 4 ist 12; 12 mahl 5 ist 60; 60 mahl 6 ist 360. — Es wird nähmlich keine der Zahlen: 6, 24, 120; 12, 60, 360, niedergeschrieben. — Folglich ist $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{120}{360} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$.

LXII.

Zur Division der Brüche.

Wenn ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt werden soll; so kann man mit dem gegebenen Divisor entweder den Nenner multipliciren, oder den Zähler dividiren. Das letztere geschieht dann, und vielleicht nur dann am besten, wenn sich der Zähler durch den gegebenen Divisor völlig erschöpfen, oder vielmehr so dividiren läßt, daß kein Rest zurückbleibt.

Es ist z. B. $\frac{8}{9} : 8 = \frac{8 : 8}{9} = \frac{1}{9}$. Ferner ist $\frac{6}{7} : 3 = \frac{6 : 3}{7} = \frac{2}{7}$.

LXIII.

Fortsetzung.

Soll eine gemischte Zahl durch eine andere (ebenfalls gemischte Zahl) dividirt werden; so verwandelt man bekanntlich nicht nur den Dividend, sondern auch den Divisor in einen Bruch, ehe man die verlangte Operation wirklich vornimmt.

nimmt. Es giebt aber noch einen zweyten Weg, der zu demselben Ziele führt, und welchen man sehr vortheilhaft dann einschlägt, wenn nicht nur die ganze Zahl im Dividend, sondern auch die im Divisor einen bedeutenden Umfang hat.

Soll man nähmlich eine gemischte Zahl ($37\frac{2}{3}$) durch eine zweyte, ebenfalls gemischte ($24\frac{1}{5}$) dividiren; so mache man vor allen Dingen die beyden vorkommenden Brüche ($\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$) einander gleichnahmig ($\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$; $\frac{1}{5} = \frac{3}{15}$). Hat nun der Dividend ($37\frac{2}{3}$) und der Divisor ($24\frac{1}{5}$) die beschriebene Gestalt erhalten, hat man $37\frac{2}{3}$ in $37\frac{10}{15}$, und $24\frac{1}{5}$ in $24\frac{3}{15}$ verwandelt;) so werden beyde, auf die bekannte Art in gleichgeltende Brüche umgeformt ($37\frac{10}{15} = \frac{565}{15}$; $24\frac{3}{15} = \frac{390}{15}$). Von diesen Brüchen ($\frac{565}{15}$, $\frac{390}{15}$) wirft man die Nenner weg (565, 390) und dividirt die Ueberbleibsel dann wie gewöhnlich ($565 : 390 = 1\frac{175}{390}$). Der so gefundene Quotient ($1\frac{175}{390}$) ist mit dem ursprünglich gesuchten ($37\frac{2}{3} : 24\frac{1}{5}$) völlig einerley.

Wäre $835\frac{2}{5}$ mit $26\frac{3}{7}$ zu dividiren; so würde man folgender Gestalt rechnen:

$$26\tfrac{3}{7} \quad 835\tfrac{2}{5}$$

$$26\tfrac{15}{35} \quad 835\tfrac{14}{35}$$

$$925 \,)\, 29239 \,(\, 31\tfrac{564}{925}$$

LXIIII.

Die Kunst, im voraus zu bestimmen, ob bey einer vorzunehmenden Division ein Rest bleiben werde, oder nicht.

Jede beliebige Zahl, ihr Umfang sey übrigens so groß er wolle, läßt sich, unter nächstehenden Bedingungen, mit jeder der folgenden Zahlen völlig erschöpfend, d. h., so dividiren, daß kein Rest zurückbleibt:

Mit 2, wenn die letzte Ziffer eine gerade Zahl ist, d. h., mit 2 dividirt, keinen Rest zurück läßt; mit 3, wenn sich die Summe der, in absoluter Bedeutung genommenen, Ziffern, aus welchen die gegebene Zahl besteht, völlig erschöpfend durch 3 dividiren läßt; mit 4, wenn sich die beyden letzten Ziffern der gegebenen Zahl (und zwar in derselben Ordnung, in welcher sie gegeben sind,) gänzlich erschöpfend durch 4 dividiren lassen; mit 5, wenn die Endziffer eine 5, oder eine 0 ist; mit 6, wenn die Summe der absolute genommenen Ziffern, aus welchen die gegebene Zahl zusammengesetzt ist, nicht nur mit 3, sondern auch mit 2, und zwar beyde Mahle völlig ohne Rest, dividirt werden kann; mit 8, wenn sich die drey letzten Ziffern, in der gegebenen Ordnung, völlig erschöpfend durch 8 dividiren lassen; durch 9, wenn sich die Summe aller, in absolutem Sinne genommenen Ziffern, aus welchen die gegebene Zahl besteht, durch eine Division mit 9 völlig erschöpfen läßt.

Es wäre zwar nicht unmöglich, Kennzeichen anzugeben, aus welchen sich bestimmen ließe, ob auch andere Divisoren in dem jedesmahligen Falle völlig erschöpfend wären, oder nicht; aber die Ausmittelung dieser Criterien würde immer eben so weitläufig, als die wirkliche Probe selbst, ja zuweilen noch schwieriger seyn.

Man bemerke noch den besondern Fall, daß eine dreitheilige Zahl ganz ohne Rest durch 11 dividirt werden könne, wenn die mittelste Ziffer vollkommen so groß ist, als die Summe der beyden äußern.

Beyspiele.

AA. Geht 2 in 754 auf?

Ja; denn 2 geht in 4 auf. Wir wollen doch sehen.

$$
\begin{array}{l}
2\,)\,754\,(\,377 \\
\;\;\;\;6 \\
\hline
\;\;\;\;15 \\
\;\;\;\;14 \\
\hline
\;\;\;\;\;\;14 \\
\;\;\;\;\;\;14 \\
\hline
\;\;\;\;\;\;\;0
\end{array}
$$

BB.

BB. Geht 3 in 43821 auf?

Die Summe der Ziffern, aus welchen 43821 besteht, ist: $4 + 3 + 8 + 2 + 1 = 18$. Es geht aber 3 in 18 auf, folglich auch in der ganzen Zahl, in 43821.

```
3⟨43821⟨14607
  3
  ――
  13
  12
  ――
   18
   18
   ――
    21
    21
    ――
     0
```

CC. Geht 4 in 320736 auf?

Ja; denn 4 geht in den beyden letzten Ziffern, in der Zahl 36, auf.

```
4⟨320736⟨80184
  32
  ――
    7
    4
   ――
    33
    32
   ――
     16
     16
    ――
      0
```

DD. Geht 5 in 1379285 auf?

Allerdings; denn die letzte Ziffer des Dividends ist ja ebenfalls 5.

5⟨1379285⟨275857
10
―――
37
35
―――
29
25
―――
42
40
―――
28
25
―――
35
35
―――
0

EE. Geht 5 in 234170 auf?

Ja. Und zwar deshalb, weil die Endziffer des Dividends eine 0 ist.

5⟨234170⟨46834
20
―――
34
30
―――
41
40
―――
17
15
―――
20
20
―――
0

FF. Geht 6 in 271536 auf?

Ja; und zwar aus folgenden Gründen:

Erstlich ist die Endziffer des Dividends eine 6, und also durch 2 ohne Rest theilbar; folglich geht die 2 auch in dem gegebenen Dividend selbst auf. Ferner ist das Aggregat der Ziffern, aus welchen der Dividend besteht, oder 2 † 7 † 1 † 5 † 3 † 6 = 24; 24 aber läßt sich durch 3 offenbar so dividiren, daß kein Rest zurück bleibt: es geht also auch zweytens, die Ziffer 3 in dem gegebenen Dividend auf. Es wird und muß also auch die Zahl 6 in dem gegebenen Dividend aufgehen.

```
6⟩271536⟨45256
  24
  ――
   31
   30
   ――
    15
    12
    ――
     33
     30
     ――
      36
      36
      ――
       0
```

GG. Geht 8 in 217896 auf?

Ja; denn 8 geht in der Zahl 896 auf, die aus den drey letzten Ziffern des Dividends besteht. Es ist nähmlich $896 : 8 = 112$.

```
8)217896(27237
  16
  ---
   57
   56
   ---
    18
    16
    ---
     29
     24
     ---
      56
      56
      ---
       0
```

HH. Geht 9 in 45027981 auf?

Allerdings. Es ist nähmlich $4 + 5 + 0 + 2 + 7 + 9 + 8 + 1 = 36$. Und 9 geht ja offenbar in dieser Ziffernsumme, in dieser 36, auf.

```
9)45027981(5003109
  45
  ---
     27
     27
     ---
      9
      9
      ---
       81
       81
       ---
        0
```

JJ. Geht 10 in 2570 auf?

Ganz gewiß; denn die Endziffer des Dividends ist eine 0.

KK. Geht 11 in 583 auf?

Ja; denn des Dividends mittelste Zahl, 8, ist so groß, als die Summe seiner beyden äussern, 5 † 3.

```
11)583(53
    55
   ----
    33
    33
   ----
     0
```

LXV.

Zur Berechnung der Exempel, welche unter die Regel Detri in ganzen Zahlen fallen.

Wenn sich zwey verwandte Glieder des gegebenen Exempels (d. h. entweder die beyden vordern, das erste und das zweyte, oder die beyden äußern, das erste und das dritte,) durch eine und dieselbe Zahl völlig erschöpfend dividiren lassen — welches nach dem vorhergehenden Abschnitte auszumachen steht, — so nehme man diese Division wirklich vor, und verkleinere auf diese Art so weit es sich thun läßt.

So kann z. B. in dem Exempel:

15 Pfund — 35 Rthlr. — 2 Pfund.

nicht nur das erste, sondern auch das zweyte Glied durch 5, und zwar völlig erschöpfend, dividirt werden. Man dividirt also wirklich, und setzt statt 15, 35 die gefundenen Quotienten 3, 7 hin. Die anfängliche Frage: 15 Pfund — 35 Rthlr. — 2 Pfd. ist also nun in folgende:

3 Pfd. — 7 Rthlr. — 2 Pfd.

verwandelt, welche, so einfach sie ist, doch ganz zu derselben Antwort führt.

Das Exempel:

27 Pfd. — 6 Rthlr. — 54 Pfd.

hingegen liefert zwey äußere Glieder, 27 Pfd. und 54 Pfd., in welchen eine und dieselbe Zahl, nähmlich die Zahl 9, aufgeht. Man wird also ein jedes dieser Glieder durch 9 dividiren, und statt 27, 3, statt 54 aber 6 schreiben. Dies giebt der anfänglichen Aufgabe nun folgende Gestalt:

3 Pfd. — 6 Rthlr. — 6 Pfd.

Beyspiele.

AA. 90 Pfd. — 225 Rthlr. — 7 Pfd.

Diese Aufgabe läßt sich so behandeln:

90 Pfd. —	225 Rthlr. —	7 Pfd.
5) 18	5) 45	
9) 2	9) 5	

Man

Man kann in dem gegebenen Exempel nähmlich nicht nur das erste, sondern auch das zweyte Glied völlig erschöpfend durch 5 dividiren; dies geschieht, und man erhält:

18 Pfd. — 45 Rthl. — 7 Pfd.

Da auch dieses Exempel ganz natürlich, unter die Regel Detri in ganzen Zahlen gehört, und 18 und 45 sich durch einerley Zahl, nähmlich durch 9, ohne allen Rest dividiren lassen; so wendet man die gegebene Regel sogleich von neuem an, und rechnet:

18 Pfd. — 45 Rthlr. — 7 Pfd.
9) 2 9) 5

— Man braucht folglich nur das Exempel:

2 Pfd. — 5 Rthlr. — 7 Pfd.

zu berechnen, wenn man die Aufgabe:

90 Pfd. — 225 Rthlr. — 7 Pfd.

beantworten will.

BB. Das Exempel:

168 Pfd. — 588 Rthlr. — 5 Pfd.

kann so verkleinert werden:

168 Pfd. — 588 Rthlr. — 5 Pfd.
3) 56 3) 196
4) 14 4) 49
7) 2 7) 7

Man darf also nur das Exempel:

2 Pfd. — 7 Rthlr. — 5 Pfd.

berechnen.

CC. Das Exempel:

42 Pfd. — 5 Rthlr. — 28 Pfd.

erlaubt folgende Behandlung.

42 Pfd.	— 5 Rthlr. —	28 Pfd.
2) 21		2) 14
7) 3		7) 2

Es läßt sich nähmlich nicht nur das erste Glied, 42, sondern auch das letzte, 28, vollkommen erschöpfend durch eine und dieselbe Zahl dividiren, nähmlich durch 2. Die neue Gestalt, in welcher das gegebene Exempel nun erscheint, nähmlich:

21 Pfd. — 5 Rthlr. — 14 Pfd.

erlaubt eine nochmahlige Anwendung desselben Verfahrens; denn in 21 und in 14 geht eine und dieselbe Zahl auf, nähmlich 7. Man dividirt also auch hier, wie bekannt, und findet auf diese Art die einfachste Form, welche die vorgelegte Aufgabe annehmen kann.

DD. Das Exempel:

378 Pfd. — 5 Rthl. — 252 Pfd.

läßt folgende Abkürzungen zu:

378 Pfd. —	5 Rthlr. —	252 Pfd.
2) 189		2) 126
9) 21		9) 14
7) 3		7) 2

EE. Das Exempel:

8 Pfd. — 100 Rthl. — 15 Pfd.

kann so verkürzt werden:

8 Pfd. —	100 Rthl. —	15 Pfd.
4) 2	4) 25	5) 3
	5) 5	

FF. Das Exempel:

4095 Pfd. — 2223 Rthl. — 3885 Pfd.

läßt sich folgender Gestalt behandeln:

4095 Pfd. —	2223 Rthlr. —	3885 Pfd.
5) 819	9) 247	5) 777
9) 91	13) 19	
13) 7		

Es lautet also nun so:

7 Pfd. — 19 Rthlr. — 777 Pfd.

GG. Das Exempel:

630 Pfd. — 42 Rthlr. — 175 Pfd.

kann so appretirt werden:

630 Pfd. —	42 Rthlr. —	175 Pfd.
2) 315	2) 21	5) 35
3) 105	3) 7	7) 5
5) 21		
7) 3		

HH. Das Exempel:

22680 Pfd. — 315 Rthlr. — 108 Pfd.

kann auf diese Art verkürzt werden:

22680 Pfd. —	315 Rthlr. —	108 Pfd.
5) 4536	5) 63	2) 54
9) 504	9) 7	3) 18
7) 72	7) 1	6) 3
2) 36		
3) 12		
6) 2		

Und so ist das anfänglich so zifferreiche Exempel auf folgendes äußerst einfache:

2 Pfd. — 1 Rthlr. — 3 Pfd.

reducirt.

LXVI.

Fortsetzung.

Wenn in der vorgelegten Aufgabe (226 Pfd. — 228 Rthlr. — 678 Pfd.) das erste Glied (226) um ein weniges kleiner ist, als das zweyte (228); so ziehe man jenes von diesem ab (228 — 226 = 2), und setze den gefundenen Unterschied (2) an die Stelle des zweyten Gliedes (228). Das auf diese Art formirte Exempel (226 Pfd. — 2 Rthl. — 678 Pfd.) wird nun wie gewöhnlich, aufgelös't ($\frac{2.678}{226} = 2 . 3 = 6$) und zu dem gefundenen Facit (6) das dritte Glied (678) addirt (678 † 6 Rthlr. = 684 Rthl.) Das Resultat (684 Rthlr.) ist die Antwort auf die vorgelegte Frage.

Wenn in der proponirten Aufgabe (228 Pfd. — 226 Rthlr. — 684 Pfd.) das erste Glied (228) um ein weniges größer ist, als das folgende zweyte (226); so subtrahirt man dieses von jenem (228 — 226 = 2). Der gefundene Unterschied (2) wird dem zweyten Gliede (226) substituirt (228 Pfd. — 2 Rthl. — 684 Pfd.) und hierauf wie gewöhnlich verfahren ($\frac{2.684}{228} = 2 . 3 = 6$). Das resultirende Facit (6) zieht man alsdann von dem dritten Gliede (von 684) ab (684 — 6 = 678): der erhaltene Rest (678 Rthlr.) ist ganz das nähm-

nähmliche, was man gefunden haben würde, wenn man das gegebene Exempel (228 Pfd. — 226 Rthlr. — 684 Pfd.) nach der bekannten, aber ungleich langweiligern Methode behandelt hätte.

Wenn in der vorgelegten Aufgabe (226 Pfd. — 678 Rthlr. — 228 Pfd.) das erste Glied (226) nicht viel kleiner ist, als das dritte (228); so subtrahire man jenes von diesem (228 — 226 = 2), und setze den gefundenen Unterschied (2) an die Stelle des dritten Gliedes (226 Pfd. — 678 Rthl. — 2 Pfd). Jetzt wird wie gewöhnlich gerechnet ($\frac{678.2}{226} = 6$), und dem erhaltenen Facit (6) das zweyte Glied (678) des Exempels addirt (6 † 678 = 684): was herauskömmt (684 Rthlr.) ist das Gesuchte.

Wenn des proponirten Exempel (228 Pfd. — 684 Rthl. — 226 Pfd.) erstes Glied (228) nicht viel größer ist, als das dritte (226); so ziehe man dieses von jenem ab (228 — 226 = 2). Der gefundene Rest (2) wird hierauf dem dritten Theile (226) substituirt, und das so entstehende Exempel (228 Pfd. — 684 Rtl. — 2 Pfd.) wird dann ganz auf die gewöhnliche Art behandelt ($\frac{684.2}{228} = 6$). Das Facit

(6)

(6) subtrahirt man, endlich, von dem zweyten Gliede (684): diese Subtraction (684 — 6 = 678) führt auf einen Rest (678 Rthlr.), der die vorgelegte Aufgabe beantwortet. (Wenn also 228 Pfd. mit 684 Rthlr. bezahlt werden; so kosten 226 Pfd. nicht weniger, als 678 Rtl.)

Diese vier besondern Regeln lassen sich ganz wohl auf zwey allgemeinere reduciren.

Wenn die beyden vordern Glieder des gegebenen Exempels wenig von einander differiren; so subtrahire man das größere von dem kleinern, setze den Rest an die Stelle des zweyten, verfahre dann, wie gewöhnlich. Um das gefundene Facit wird das dritte Glied entweder vermehrt, oder vermindert, je nachdem das erste kleiner, oder größer ist, als das zweyte.

Wenn die Differenz der beyden äußern Glieder des gegebenen Exempels keine bedeutende Größe hat; so setze man dieselbe (diese Differenz) an die Stelle des dritten Gliedes und rechne dann, wie sonst. Um das so gefundene Facit nun wird das zweyte Glied entweder vermehrt, oder vermindert, je nachdem das erste kleiner, oder größer war, als das dritte.

Selbst diese beyden Regeln lassen sich in ein einziges Princip zusammenfassen.

Wenn der Unterschied zweyer verwandten Glieder eben nicht beträchtlich ist; so kann man denselben entweder statt des zweyten, oder statt des dritten Gliedes setzen, je nachdem er entweder aus den vordern Gliedern, oder aus den äußern entsteht. Nach dieser Substitution wird wie gewöhnlich verfahren. Hierauf wird dasjenige der beyden hintern Gliedern, welches unverwandelt beybehalten wurde, um das gefundene Facit vermehrt, oder vermindert, je nachdem das erste Glied kleiner, oder größer war, als das zweyte, oder dritte.

Diese Methode führt mit einem ungleich geringern Ziffernaufwande zum Ziele, als die gewöhnliche, und verdient daher von jedem practischen Rechner beachtet zu werden. Wenn aber der häufig erwähnte Unterschied der beyden verwandten Glieder einen großen Umfang hätte; so könnte man freylich die vorgetragene Methode eben so wohl, als in dem entgegengesetzten Falle befolgen. Doch würde es alsdann keine sonderliche Erleichterung gewähren, und vielleicht einen eben so großen Zeitaufwand erfordern, als der gewöhnliche Schlendrian.

Beyspiele.

AA. Wenn 112 Pfd. mit 117 Rthlr. bezahlt werden, was kosten 896 Pfd?

112 Pfd. — 117 Rthl. — 896 Pfd.
— 112 ×5
5 112 ⟨4480⟨40

896
†40
936

Also kosten 896 Pfd. unter der angegebenen Bedingung, 936 Rthlr.

BB. Was kosten 702 Pfd., wenn man 117 Pfd. mit 112 Rthlr. bezahlt?

117 Pfd. — 112 Rthlr. — 702 Pfd.
— 117 ×5
5 117 ⟨3510⟨30

702
†30
732

Folglich kosten diese 702 Pfd. nicht mehr und nicht weniger, als 732 Rthl.

CC. Was kosten 117 Pfd., wenn 112 Pfd. mit 896 Rthlr. bezahlt werden?

112 Pfd. — 896 Rthlr. — 117 Pfd.
×5 — 112
112⟨4480⟨40 5

896
†40
936

Sie kosten also 936 Rthlr.

DD. Was kosten 112 Pfd., wenn 117 Pfd. mit 702 Rthlr. bezahlt werden?

117 Pfd. — 702 Rthlr. — 112 Pfd.
×5 — 117
117⟨3510⟨30 5

702
†30
732

Sie kosten 732 Rthl.

Anmerkung.

Wer gern sehen möchte, wie es zugeht, daß man ein Exempel, wie: 226 Pfd. — 228 Rtl. — 684 Pfd. auf die beschriebene Art berechnen kann, der überdenke folgende arithmetische Schlüsse, wo x das gesuchte Facit bezeichnet.

226 Pfd. — 228 Rthlr. — 684 Pfd.

$$x = \frac{228 \,.\, 684 \text{ Rthlr.}}{226}$$

$$228 = 226 + 2$$

$$x = \frac{(226 + 2) \times 684}{226} = \left(\frac{226 + 2}{226}\right) \times 684$$

$$= \left(\frac{226}{226} + \frac{2}{226}\right) \times 684 = \left(1 + \frac{2}{622}\right) \times 684 =$$

$$1 \,.\, 684 + \frac{2}{226} \times 684 = 684 + \frac{2.684.}{226}$$

LXVII.

Ueber die Zahlen, welche sich schlechterdings durch keine andere ohne Rest dividiren lassen.

Wenn eine Zahl so beschaffen ist, daß alle Mahl ein Rest zurückbleibt, man mag sie dividiren, durch welche Zahl man nur immer wolle; so heißt sie eine Primzahl. Es kann oft viel daran gelegen seyn, zu wissen, ob eine gegebene Zahl eine Primzahl sey, oder nicht. Dies fällt bey einigem Nachdenken von selbst in die Augen, und wir haben also nicht nöthig, es durch eine Menge concreter Fälle zu erläutern.

Die gegebene Zahl kann durchaus keine Primzahl seyn, wenn sich ihre Endziffer durch 2 völlig erschöpfend dividiren läßt, (wenn diese Endziffer also entweder eine gerade Zahl, oder eine Null ist).

Es wäre folglich weder 134, noch 280 eine Primzahl. Denn in dem erstern Falle ist die letzte Ziffer eine 4, und also mit 2 ohne Rest dividirbar; in dem letztern Falle aber ist die Endziffer eine Null. Folglich muß es wenigstens eine Zahl geben, durch welche sich 134, eine zweyte, durch welche sich 280 dividiren läßt, — versteht sich, völlig erschöpfend. Und in der That kann, wie wir unter (LXIIII.) gesehen haben, 134 durch 2, und 280 durch 5, und zwar ganz ohne Rest, dividirt werden.

Die letzte Ziffer einer Primzahl kann also nie völlig erschöpfend durch 2 dividirt werden, ist immer ungerade.

Wenn sich die gegebene Zahl nun in der That mit einer ungeraden Ziffer, aber doch mit einer 5 endigt; so kann sie gleichwohl nie eine Primzahl seyn, so muß es unter allen denkbaren Zahlen wenigstens eine geben, durch welche sie ganz ohne Rest dividirt werden kann.

Es wird also z. B. 1275 nie eine Primzahl seyn können, ob die Endziffer gleich eine ungerade Zahl ist. Wir haben in dem bereits citirten Abschnitte unlängst gehört, daß sich jede Zahl, die mit 5 endigt, auch durch 5 ohne Rest dividiren lasse. Folglich wird auch 1275 durch eine Division mit 5 völlig erschöpft werden können.

Wenn sich also eine Zahl nicht in 1, 3, 7, oder 9 endigt; so kann sie schlechterdings keine Primzahl seyn, so muß es immer wenigstens eine ihr ungleiche Zahl geben, durch welche sie völlig erschöpfend dividirt werden kann.

Wenn die gegebene Zahl so beschaffen ist, daß sich die Summe der, in absoluter Bedeutung genommenen Ziffern, aus welchen sie besteht, völlig erschöpfend durch 3 dividiren läßt; so kann sie ebenfalls keine Primzahl seyn, mag sie sich übrigens in 1, in 3, in 7, oder in 9 endigen.

Es ist also 25341 keine Primzahl, weil $2 + 5 + 3 + 4 + 1 = 15$ durch 3 ohne Rest dividirt werden kann. Wir wissen auch bereits, daß sich eine solche Zahl selbst völlig erschöpfend durch 3 dividiren lasse.

Jede Primzahl endigt also mit einer der vier ungeraden Zahlen: 1, 3, 7, 9, und ist so beschaffen, daß die Summe ihrer Bestandtheile nie völlig erschöpfend durch 3 dividirt werden kann.

Tabelle
der Primzahlen von 1 bis 500.

1	71	167
3	73	173
5	79	179
7	83	181
11	89	191
13	97	193
17	101	197
19	103	199
23	107	211
29	109	223
31	113	227
37	129	229
41	131	233
43	137	239
47	139	241
53	149	251
59	151	257
61	157	263
67	163	269

271	353	433
277	359	439
281	367	443
283	373	449
293	379	457
307	383	461
311	389	463
313	397	467
317	401	479
331	409	487
337	419	491
347	421	499
349	431	

LXVIII.

Eine Parthie Kreuzer schnell in Gulden zu verwandeln.

Wenn man berechnen soll, wie viel Gulden in einer bestimmten Quantität Kreuzer (z. B. in 15362 Kreuzern) enthalten sind; so braucht man nur die letzte Ziffer (2) abzuschneiden (1536,2) und das übrige (1536) durch 6 zu dividiren (1536 : 6 = 256) : der Quotient (256) zeigt die Menge der Gulden; die abgeschnittene Ziffer (2) aber die Anzahl der Kreuzer an, welche in der gegebenen Menge vorhanden sind.

Man rechnet so:

$$6)\overline{1536,2}$$
$$256 \text{ Fl. } 2 \text{ Kr.}$$

Der Gulden hat bekanntlich 60 Kreuzer.

LXVIIII.

Proben zu den vier Species in ganzen Zahlen.

1.

Die Probezahl zu finden.

Wenn die Zahl, deren Probenummer man sucht, nur aus einer Ziffer besteht, — wie 2, 3, und jede andere Zahl zwischen 0 und 10; — so bedarf es ganz und gar keiner arithmetischen Proceduren: die Probenummer ist in diesem Falle der gegebenen Zahl gänzlich gleich.

Die Probenummer von 2 wäre also 2, von 8 aber 8, u. s. f.

Es fällt von selbst in die Augen, daß eine Zahl nur dann aus einer einzigen Ziffer bestehe, wenn sie kleiner ist, als 10, und umgekehrt.

Die Zahl, deren Probenummer man sucht, kann aber auch mehrtheilig seyn, d. h., sie kann zwey Ziffern oder noch mehrere zu ihrem Ausdrucke erfordern. Offenbar tritt dieser Fall alle-

allemahl nur dann ein, wenn die gegebene Zahl entweder 10 selbst, oder größer, als 10, wenn sie, mit einem Worte, größer, als 9, ist. Besteht nun die Zahl, deren Probenummer gesucht wird, in der That aus mehr, als Einer Ziffer; so kann das Verlangte zwar nicht völlig so schnell, als vorhin, wo man es nur mit Einer Ziffer zu thun hatte, aber doch ebenfalls ohne alle Weitläuftigkeiten gefunden werden, und zwar auf folgende Art. Es werden die zum Ausdrucke der gegebenen mehrtheiligen Zahl gebrauchten Ziffern, nach ihrer absoluten Bedeutung, zusammen addirt. Die erhaltene Summe wird ganz auf dieselbe Weise behandelt, wo es anders möglich ist, d. h., wenn sie aus zwey oder noch mehr Ziffern besteht. Mit dieser Summe verfährt man eben so, versteht sich, unter derselben Bedingung. Auf diesem Wege geht man nun so lange fort, als es sich thun läßt, d. h. bis man auf eine Summe kömmt, die nur durch eine einzige Ziffer ausgedrückt wird, und also entweder 9 selbst, oder kleiner, als 9, ist. Diese Zahl, welche aus der beschriebenen (ein- oder mehrmahligen) Addition resultirt, ist nichts anders, als die gesuchte Probenummer der gegebenen Zahl.

Beyspiele.

AA. Die Probenummer von 1029?

Ist 3. Denn $1 \dagger 0 \dagger 2 \dagger 9 = 12$; $1 \dagger 2 = 3$.

 BB.

BB. Die Probenummer von 1279?

Ist 1. Denn 9 und 7 ist 16; 2 dazu, macht 18; 1 dazu, giebt 19. Ferner ist 9 und 1 nicht mehr, als 10; 1 und 0 aber so viel, als 1.

CC. Die Probenummer von 76178?

Ist 2. Denn 8 und 7 ist 15; 1 dazu, giebt 16; 6 dazu, macht 22; 7 dazu, giebt 29. Ferner ist 9 und 2 nicht mehr, als 11; 1 und 1 aber grade so viel, als 2.

DD. Die Probenummer von 8862717?

Ist 3. Denn $8 + 8 + 6 + 2 + 7 + 1 + 7 = 39$; $3 + 9 = 12$; $1 + 2 = 3$.

2.

Probe der Addition.

Vor allen Dingen suche man die Probennummer der Summe, welche (Summe) durch die Addition oder gegebenen Zahlen herausgebracht wurde. Dann gehe man weiter, finde die Probenummer einer jeden addirten Zahl, addire diese Probenummern selbst zusammen, und suche hierauf die Probezahl der so erhaltenen Summe. Ist diese zuletzt gefundene Probenummer nun völlig einerley mit der Probezahl des Facits, welche man gleich zu Anfange suchte;

te; so läßt sich gegen die Richtigkeit der vorgenommenen Addition, in der That, nicht das geringste einwenden. Sind aber diese beyden Hauptprobezahlen einander nicht vollkommen gleich, sondern ist eine davon größer, als die andre; so hat man beym Addiren der gegebnen Zahlen gefehlt. — Allerdings muß die beschriebene Probe mit der erforderlichen Aufmerksamkeit vorgenommen werden, damit sich nicht etwa hier ein Fehler einschleiche, den man nachher in dem Exempel selbst gemacht zu haben glaubt.

Beyspiele.

AA. Die Richtigkeit des Additionsexempels:

$$\begin{array}{r} 123 \\ 321 \\ 456 \\ \hline 900 \end{array}$$

zu untersuchen.

Man finde erstlich die Probenummer des Facits, der Zahl 900; diese ist 9. Dann suche man die Probenummer einer jeden der drey Zahlen: 123, 321, 456. Die Probenummer von 123 ist 6; von 321 ist ebenfalls 6; von 456 ist wiederum 6. Diese drey Probenummern nun werden addirt; giebt 6 † 6 † 6 = 18.

18. Die Probezahl von 18 ist offenbar 9. Da nun die Probenummer des Facits, der Zahl 900, ebenfalls 9 ist; so kann man sich auf die Richtigkeit der vorgenommenen Addition vollkommen verlassen.

BB. Die Richtigkeit des Additionsexempels:

$$\begin{array}{r} 34596 \\ 26153 \\ 7189 \\ 8988 \\ 752 \\ 616 \\ 30 \\ 11 \\ 1 \\ \hline 78336 \end{array}$$

zu prüfen.

Von 34596 ist die Probenummer 9; von 26153, 8; von 7189, 7; von 8988, 6; von 752, 5; von 616, 4; von 30, 3; von 11, 2; von 1, 1. Die Summe aller dieser Probenummern ist $= 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 45$. Die Probenummer der Zahl 45 aber ist 9. Da nun diese Probenummer mit der Probenummer des gefundenen Facits, der Zahl 78336, harmonirt — denn die Probe-

Probenummer von 78336 ist ebenfalls 9; — so läßt sich die Richtigkeit des berechneten Exempels auf keine Weise bezweifeln.

CC. Das Additionsexempel:

$$\begin{array}{r} 1034 \\ 278 \\ 556 \\ 342 \\ \hline 2220 \end{array}$$

zu examiniren.

Von 2220 ist die Probenummer 6. Von 1034 ist die Probenummer 8; von 278, 8; von 556, 7; von 342 aber 9. Ferner ist 8 † 8 † 7 † 9 = 32, welche Zahl offenbar 5 zur Probenummer hat. Da nun 5 auf keine Weise der Probenummer des Facits, der Zahl 9, gleich ist; so muß das berechnete Exempel als unrichtig betrachtet und von neuem vorgenommen werden.

Anmerkung.

Die Probenummern und ihre Summe könnten übrigens bey Additionsexempeln auf folgende Art notirt werden:

$$\left.\begin{array}{rl} 34596 & (9 \\ 26153 & (8 \\ 7189 & (7 \\ 8988 & (6 \\ 752 & (5 \\ 616 & (4 \\ 30 & (3 \\ 11 & (2 \\ 1 & (1 \end{array}\right\} 45\ (9$$

$$\begin{array}{rl} \hline 78336 & (9 \end{array}$$

3.

Probe der Subtraction.

Man suche die Probezahl des Minuendi, die Probezahl des Subtrahendi, und die Probezahl des gefundenen Restes. Hierauf addire man die Probezahl des Restes zu der Probezahl des Subtrahendi, suche die Probenummer dieser Summe und vergleiche dieselbe mit der schon vorhin gefundenen Probezahl des Minuendi. Stimmen diese beyden Probenummern mit einander vollkommen überein; so hat man richtig subtrahirt: ist eine derselben größer, als die andre; so hat man einen Fehler gemacht, ja vielleicht mehrere.

Beyspiele.

AA. Die Richtigkeit des Subtractionsexempels:

$$\begin{array}{r} 1246 \\ 123 \\ \hline 1123 \end{array}$$

zu prüfen.

Man suche die Probezahl des Minuendi 1246, des Subtrahendi 123, und des Restes 1123: die erstere ist 4; die andere 6; und die dritte 7. Man addire nun die beyden letztern Probezahlen, 6 und 7; giebt 13. Die Probenummer von 13 ist offenbar 4 = der Probenummer des Minuendi. Es läßt sich also gegen die Richtigkeit des berechneten Exempels nicht das geringste einwenden.

BB. Ist das Exempel:

$$\begin{array}{r} 7532 \\ 681 \\ \hline 5417 \end{array}$$

falsch, oder richtig?

Es ist falsch; denn die Probe:

$$\begin{array}{r} 7532\ (8 \\ 681\ (6 \\ \hline 5417\ (8 \end{array}\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} 14\ (5$$

offerirt

offerirt uns die beyden Hauptprobenummern 5 und 8, welche nie einander gleich seyn können.

CC. Ist das Subtractionsexempel:

7532
681
6841

falsch, oder richtig?

Es ist falsch. Die Probe:

$$\left.\begin{array}{r} 7532\ (8 \\ 681\ (6 \\ \hline 6841\ (1 \end{array}\right\}\ 7$$

führt uns nähmlich auf die beyden entscheidenden Zahlen 7 und 8, welche nie mit einander harmoniren werden.

DD. Ist das Subtractionsexempel:

7532
681
6851

richtig?

Allerdings. Die Probe:

$$\left.\begin{array}{r} 7532\ (8 \\ 681\ (6 \\ \hline 6851\ (2 \end{array}\right\}\ 8$$

giebt in 6 † 2 = 8 und 8 zwey Hauptprobezahlen, welche einander vollkommen gleich und daher ein vollgültiges Attest für die Richtigkeit der vollzogenen Subtraction sind.

EE. Ist das Subtractionsexempel:

$$\begin{array}{r} 123502769 \\ 59611878 \\ \hline 63890891 \end{array}$$

richtig?

Allerdings. Die Probenummer der Zahl 123502769, des Minuendi, ist 8; die Probenummer der Zahl 59611878, des Subtrahendi, ist 9; und die Probenummer der Zahl 63890891, des Restes, ist 8. Addirt man nun diese letztere Probenummer, die Zahl 8, zu der vorhergehenden, zu der Zahl 9; so erhält man 17. Die Probenummer von 17 aber ist offenbar 8, und also der Probenummer des Minuendi vollkommen gleich.

4.

Probe der Multiplication.

Man sucht die Probezahlen der beyden Factoren und des Products, d. h., die Probezahl des Multiplicandi, die Probezahl des Multiplicators, und die Probezahl des Products. Es wird ferner, die Probezahl des Multiplicandi mit der Probezahl des Multiplicators mul-

multiplicirt, und von diesem Producte auf's neue die Probezahl gesucht. Ist nun diese letztere größer, oder kleiner, als die Probezahl des herausgebrachten Productes; so hat man beym Multipliciren gefehlt: sonst aber — wenn die beyden angedeuteten Hauptprobezahlen einander gleich sind, — ist die Richtigkeit des gefundenen Facits keinem Zweifel unterworfen.

Wollte man nähmlich die Richtigkeit des Exempels: 34 . 2 = 68, prüfen; so müßte man die Probenummern der Zahlen 34, 2 und 68 suchen: die erstere wäre 7; die andere 2; die dritte 5. Hierauf müßte man die Probezahlen der beyden Factoren, die Zahlen 7 und 2, mit einander multipliciren; gäbe 14. Die Probezahl dieses Productes würde offenbar 5, und also der Probenummer von 68 gleich seyn: ein entscheidender Beweis für die Richtigkeit des Exempels.

Beyspiele.

AA. Ist das Multiplicationsexempel:

$$\begin{array}{r} 1234 \\ 12 \\ \hline 2468 \\ 1234 \\ \hline 14808 \end{array}$$

richtig?

Diese

Diese Frage kann allerdings nicht verneint werden, weil uns die Probe:

$$\begin{array}{r l}
1234 & (1 \\
12 & (3
\end{array}\Bigg\}\ 3$$

$$\begin{array}{r}
\underline{1234} \\
\underline{12} \\
2468 \\
\underline{1234} \\
14808\ (3
\end{array}$$

auf die Zahlen 1 . 3 und 3 hinführt, welche einander vollkommen gleich sind.

BB. Ist das Multiplicationsexempel:

$$\begin{array}{r}
1234 \\
\underline{12} \\
2458 \\
\underline{1234} \\
14798
\end{array}$$

richtig?

Es ist falsch. Denn man multiplicire die Probenummern der beyden Factoren, die Zahlen 1 und 3, mit einander; so wird man 3 erhalten, — eine Zahl, welche mit der Probenummer des herausgebrachten Products, mit der Zahl 2, auf keine Weise übereinstimmt.

CC. Ist 2345678, multiplicirt mit 1897563452345, in der That gleich 4451072843769714910?

Allerdings. Denn die Probezahl von 189 ... ist 8, und die Probezahl von 234 ... ist ebenfalls 8. Multiplicirt man nun diese beyden Probezahlen, 8 und 8 mit einander; so kömmt 64. Die Probenummer von 64 aber ist 1, und also vollkommen so groß und so klein, als die Probenummer der Zahl 445 ..., des Products, welches durch die Multiplication der beyden Zahlen 234 ... und 189 ... herausgebracht wurde.

5.

Probe der Division.

Vor allen Dingen multiplicirt man die Probezahl des Divisors mit der Probezahl des Quotienten. Zu der Probenummer dieses Productes wird hierauf die Probezayl des Restes addirt. — Allerdings muß diese letztere Probezahl, wenn kein Rest vorhanden ist, als Null betrachtet werden. — Kömmt nun die Probezahl dieser Summe mit der Probenummer des Dividends überein; so hat man richtig dividirt: im entgegengesetzten Falle aber — wenn die beyden gedachten Probezahlen einander nicht vollkommen gleich wären, — würde man allerdings gefehlt haben.

Sollte

Sollte also untersucht werden, ob 147 : 7 = 21 sey, oder nicht; so müßte man die Probezahl von 147, von 7, und von 21 finden: die erstere wäre 3; die andere 7; die dritte 3. Dann würde man die Probenummer des Divisors mit der Probezahl des Quotienten, man würde 7 mit 3 multipliciren; welches 21 gäbe. Zu der Probenummer dieser 21, zur Zahl 3, müßte nun die Probezahl des Restes addirt werden, wenn anders einer da wäre; da dieses aber nicht der Fall, da in der That kein Rest vorhanden ist, so kann und darf die gedachte Operation auch nicht vorgenommen werden. Man vergleicht also, ohne weiters, die eben gefundene 3 mit der Probezahl des Dividends, und da diese ebenfalls 3 ist; so läßt sich gegen die Richtigkeit der executirten Division nichts Bedeutendes einwenden.

Sollte untersucht werden, ob 237 : 4 = $59\frac{1}{4}$ sey; so müßte man die Probenummer des Divisors 4, des Dividends 237, des Quotienten 59, und des Restes 1 finden: die erstere wäre 4; die andere 3; die dritte 5; und die vierte 1. Dann würde man die Probezahl des Divisors mit der Probezahl des Quotienten, man würde 4 mit 5 multipliciren; gäbe 20. Die Probenummer dieses Productes wäre 2. Man vereinigt sie mit der Probenummer des Restes, mit der Zahl 1; giebt 2 † 1 = 3.

Da nun 3 zugleich die Probenummer des Dividends ist, wie wir oben gesehen haben; so kann die Richtigkeit der vorgenommenen Division nicht wohl in Zweifel gezogen werden.

Beyspiele.

AA. Ist das Divisionsexempel:

```
23⌐27593⌐1199
   23
   --
   45
   23
   ---
   229
   207
   ---
    223
    207
    ---
     16
```

richtig?

Allerdings; denn aus der Probe:

```
 (5      (8
23⌐27593⌐1199 (2
   23
   --
   45     5 . 2 = 10 (1
   23
   ---    1 † 7 = 8
   229
   207
   ---
    213
    207
    ---
     16 (7
```

folgt,

folgt, daß die Probenummer von 1 † 7 mit der Probezahl des Dividends, mit der Zahl 8, übereinkomme.

BB. Ist $\frac{14798}{1234} = 12$?

Keinesweges; denn sonst müßte, vermöge der Probe:

$$\frac{14798\ (2}{1234\ (1} = 12\ (3$$

1 . 3 = 2 seyn.

CC. Ist 445107284376971 4910 : 189 7563452345 = 2345678?

Da die Probenummer des Quotienten 234 . . . = 8, die Probenummer des Divisors 189 . . . = 8, und das Product dieser beyden Probezahlen, oder 8 . 8 = 64, mit dem Dividend 445 . . . einerley Probenummer hat; so kann man das berechnete Exempel allerdings für richtig annehmen.

6.

Allgemeine Einschränkung der mitgetheilten Proben.

Die Größe der Einheiten steht mit den beschriebenen Proben in ganz und gar keinem Zusammenhange. Es ist nähmlich die Probenummer von 1356 z. B. vollkommen so groß, als die von 1752. Denn 1 † 3 † 5 † 6 = 15 = 1 † 7 † 5 † 2.

Die detaillirten Proben können also auf keinen Fall entdecken, ob man in dem Facit des berechneten Exempels etwa eine Ziffer zu groß und eine andere zu klein genommen habe, und zwar so, daß das Zuviel mit dem Zuwenig vollkommen übereinkömmt.

LXX.

Weitere Ausführung des vier und dreyßigsten Absatzes; oder: die Kunst, jedes Exempel mit gebrochenen Zahlen in ein gleichgeltendes mit ganzen zu verwandeln.

1.

Das Exempel:

$2\frac{3}{4}$ Pfd 5 Loth — 1 Rthlr. 7 Gr. — 4 Loth

wird so eingerichtet:

$\underset{11}{\underline{2\frac{3}{4}}}$ Pfd. $\underset{20}{\underline{5}}$ Loth — 1 Rthlr. 7 Gr. — $\underset{16}{\underline{4}}$ Loth

Es ward nähmlich $2\frac{3}{4}$ in einen Bruch ($\frac{11}{4}$) verwandelt, wovon man aber, zur Abkürzung, bloß

bloß den Zähler, 11, notirte. Dann ward der andere Theil desselben Gliedes, worin der Bruch steht, nähmlich 5, mit dem Nenner 4 multiplicirt. Hierauf multiplicirte man das dritte Glied des Exempels, nähmlich 4, mit dem Nenner 4. Man hätte dafür auch das mittlere Glied multipliciren können; doch geschah dies deswegen nicht, weil es einen grössern Umfang hat und man also die Zahlen ohne Noth vergrößert haben würde.

2.

Das Exempel:

$2\frac{3}{4}$ Pfd. — 1 Rthlr. 7 Gr. — 4 Loth.

wird so eingerichtet:

$\underline{2\frac{3}{4}}$ Pfd. — 1 Rthlr. 7 Gr. — $\underline{5}$ Loth

11 20

Hier darf man die gemischte Zahl, $2\frac{3}{4}$, bloß in einen Bruch verwandeln und dann mit dem Nenner, 4, das letzte Glied, 5 Loth, multipliciren; denn das erste besteht nur aus einem einzigen Theile.

3.

Das Exempel:

5 Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. — 1 Pfd. 7 Loth

wird so eingerichtet:

5 Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. — 1 Pfd. 7 Loth

20 11

4.

Das Exempel:

5 Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthl. 11 Gr. — 1 Pfd. 7 Loth

wird so eingerichtet:

5 Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthl. 11 Gr. — 1 Pfd. 7 Loth

20 11 44

5.

Das Exempel:

5 Pfd. — 1 Rthlr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd.

muß so eingerichtet werden:

5 Pfd. — 1 Rthlr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd.

20 11

6.

Das Exempel:

5 Pfd. — 1 Rthlr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd. 7 Loth.

wird folgender Gestalt eingerichtet:

5 Pfd. — 1 Rthlr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd. 7 Loth.

20 11 28

7.

7.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. — 17 Gr. 3 Pf. — 23 Cent. 18 Pfd.

11   68   12

8.

5 Pfd. 7 Loth. — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. 11 Gr. — 1 Pfd.

20   28   11   44

9.

5 Pfd. 7 Loth — 1 Rthlr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd.

20   28   11

10.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth — 12 Gr. — 15 Pf. 16 Loth

11   37   4

55   148   48

5

240

Hier sind zuvor die beyden gemischten Zahlen, $2\frac{3}{4}$ und $7\frac{2}{5}$, in Brüche verwandelt worden: die erstere gab $\frac{11}{4}$; die andere $\frac{37}{5}$. Dann wurde mit dem Nenner 4 das übrige desselben Gliedes, also der zweyte und letzte Theil, nähmlich $\frac{37}{5}$, multiplicirt Und eben so multiplicirte man auch mit dem Nenner 5 das übrige desselben Gliedes, nähmlich $\frac{11}{4}$. Endlich wurde das

das mit dem ersten verwandte mittelste Glied, 12 Gr., durch den Nenner 4, was herauskam aber durch den Nenner 5 multiplicirt.

Man konnte indeß auch so rechnen:

$2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth — 12 Gr. — 15 Pfd. 16 Loth

11   37   20

55   148   240

Hier ist nicht, wie vorhin, 12 erstlich mit 4, das Herauskommende aber mit 5 multiplicirt worden; sondern man hat dafür sogleich mit 4 Mahl 5 d. i. mit 20, multiplicirt.

Dieses Verfahren beruht auf folgender Regel.

Wenn in einem Gliede zwey, oder mehrere Brüche stehen: so kann man das verwandte auf ein Mahl mit dem Producte ihrer Nenner multipliciren.

11.

5 Pfd. 7 Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthl. $7\frac{2}{5}$ Gr. — 1 Pfd.

20   20   11   37

100   140   55   148

12.

5 Pfd. 7 Loth — 1 Rthl. — $2\frac{3}{4}$ Pfd. $1\frac{2}{3}$ Loth

12   12   11   5

60   84   33   20

13.

$5\frac{2}{3}$ Ct. $8\frac{3}{5}$ Pfd. $1\frac{3}{7}$ Lt. — 24 Rt. 5 Gr. — 1 Lt.

17	43	12	105	105
×35	×21	×15	120	525
85	.43	180	24	
51	86		2520	
595	903			

Wie gewöhnlich sind auch hier die gemischten Zahlen in Brüche verwandelt, die Nenner aber nur in Gedanken notirt worden. Der so erhaltene erste Theil, 17, ward mit 5 . 7 = 35; der zweyte, 43, mit 3 . 7 = 21; der dritte, 12, mit 3 . 5 = 15 multiplicirt.

Wenn ein Glied nähmlich mehr, als zwey Brüche enthält; so kann man jeden Theil dieses Gliedes mit dem Producte aller übrigen Nenner multipliciren, und hat also eben nicht nöthig, diese Multiplicationen successive vorzunehmen.

14.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. — $3\frac{2}{5}$ Rthlr. — 1 Loth

11	17	×4
×5		4
55		

15.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. — 1 Rthlr. — $3\frac{2}{5}$ Loth

11   4   17

55

16.

1 Pfd. 16 Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthl. — $3\frac{2}{5}$ Loth

20   20

20   320   11   17

17.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth — $3\frac{5}{6}$ Rthl. — 1 Loth.

11   37   23   ×20

×5   ×4   20

55   148

×6   ×6

330   888

18.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthl. $7\frac{2}{5}$ Gr. — 1 Loth

23   11   37   ×6

×20   5   4   6

460   55   148

19.

19.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth — 1 Rt. 4 Gr. — $3\frac{5}{6}$ Pfd.

11	37	20	20	23
5	4	20	80	
55	148			
6	6			
330	888			

20.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. — 1 Rt. 4 Gr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth

23	6	6	11	37
20	6	24	5	4
460			55	148

21.

9 Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthl. $7\frac{2}{5}$ Gr. — $3\frac{5}{6}$ Pfd.

6	11	37	23
54	5	4	
20	55	148	
1080			

22.

9 Pfd. 3 Loth — $3\frac{5}{6}$ Rt. — $2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth

20	20	23	11	37
180	60		5	4
6	6		55	148
1080	360			

23.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. $7\frac{2}{5}$ Loth — $3\frac{5}{6}$ Rt. $6\frac{2}{7}$ Gr. — 3 Cent.

11	37	23	44	20
5	4	7	6	60
55	148	161	264	
42	42			
110	296			
220	592			
2310	6216			

24.

$2\frac{3}{4}$ Pd. $7\frac{2}{5}$ Lt. — 3 Rt. — $9\frac{5}{6}$ Pd. $7\frac{2}{3}$ Lt. 3 Qt.

11	37	20	59	23	×18
5	4	60	3	6	54
55	148		177	138	
×18	×18				
440	1184				
55	148				
990	2664				

25.

3 Pd. 5 Lt. — $2\frac{3}{4}$ Rt. $7\frac{2}{5}$ Gr. — $9\frac{5}{6}$ Pd. $7\frac{2}{3}$ Lt. 3 Qt.

20	20	11	37	59	23	18
60	100	5	4	3	6	54
×18	×18	55	148	177	138	
480	1800					
60						
1080						

26.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd.

23	11	37
4	6	
92	66	
5		
460		

oder so:

$3\frac{5}{6}$ Pfd. — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd.

23	11	37
20	6	
460	66	

27.

$3\frac{5}{6}$ Pf. — $2\frac{3}{4}$ Rt. 7 Gr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd. 8 Loth 3 Qt.

23	11	4	37	5	5
20	6	28		40	15
460	66	6			
		168			

28.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. $9\frac{2}{3}$ Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd.

23	29	11	37
3	6	× 18	
69	174	198	
20	20		
1380	3480		

29.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. $9\frac{2}{3}$ Lt. 3 Qt. — $2\frac{3}{4}$ Rt. 5 Gr. 6 Pf. — $7\frac{2}{5}$ Pd.

23	29	18	11	4	4	37
3	6	54		20	24	×18
69	174					666
20	20					
1380	3480					

30.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. — $3\frac{5}{6}$ Rthlr. $9\frac{2}{3}$ Gr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd.

11	23	29	37
×18	3	6	4
198	69	174	148
×5			
990			

31.

$2\frac{3}{4}$ Pd. 6 L. 3 Qt. — $3\frac{5}{6}$ R. $9\frac{2}{3}$ G. 6 Pf. 1 Hl. — $7\frac{2}{5}$ Pd.

11	4	4	23	29	18	18	37
×18	24	12	3	6	108	18	×4
198	×18	×18	69	174			148
×5	432	216					
990	×5	×5					
	2160	1080					

32.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. — $7\frac{2}{5}$ Rthl. — $3\frac{5}{6}$ Pfd. $9\frac{2}{3}$ Loth

11	37	23	29
×90	4	3	6
990	148	69	174

33.

33.

$2\frac{3}{4}$ Pfd. 3 Loth — $7\frac{2}{5}$ Rthlr. 11 Gr. 6 Pf. — $3\frac{5}{6}$ Pfd. $9\frac{2}{3}$ Loth 3 Qt.

11	4	37	5	5	23	29	18
×90	12		55	30	×4	×4	54
990	×90				92	116	×4
	1080						216

34.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. $9\frac{2}{3}$ Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. $11\frac{1}{2}$ Gr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd.

23	29	11	23	37
3	6	2	4	×18
69	174	22	92	666
×40	×40			
2760	6960			

35.

$3\frac{5}{6}$ Ct. $9\frac{2}{3}$ Pfd. 4 Loth 3 Qt. — $7\frac{2}{5}$ Rthl. 16 Gr. — $2\frac{3}{4}$ Cent. $11\frac{1}{2}$ Pfd. 5 Loth

23	29	18	18	37	5	11	23	8
3	6	72	54	×18	80	2	4	40
69	174			666	×18	22	92	
×40	×40				1440			
2760	6960							

36.

$7\frac{2}{5}$ Pfd. — $3\frac{5}{6}$ Rthl. $9\frac{2}{3}$ Gr. — $2\frac{3}{4}$ Pfd. $11\frac{1}{2}$ Loth

37	23	29	11	23
×18	3	6	2	4
666	69	174	22	92
×8			5	5
5328			110	460

37.

$3\frac{5}{6}$ Pfd. $9\frac{2}{3}$ Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. $11\frac{1}{2}$ Gr. — $7\frac{2}{5}$ Pfd. $\frac{3}{8}$ Loth

23	29	11	23	37	3
3	6	2	4	8	5
69	174	22	92	296	15
× 8	× 8	× 18	× 18		
552	1392	396	1656		
× 40	× 40				
22080	55680				

$3\frac{5}{6}$ Pfd. $\frac{2}{3}$ Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthl. $\frac{1}{2}$ Gr. 5 Pf. — $\frac{2}{5}$ Cent. $\frac{3}{8}$ Pfd. 4 Loth 2 Qt.

23	2	11	1	×8	2	3	×40	×40
×3	×6	×2	×4	40	×8	×5	160	80
69	12	22	4	×18	16	15		
×8	×8	×18	×18	720				
552	96	396	72					
×40	40							
22080	3840							

39.

$3\frac{5}{6}$ Cent. $\frac{2}{3}$ Pfd. $\frac{1}{9}$ Loth — $2\frac{3}{4}$ Rthlr. $\frac{1}{2}$ Gr. $\frac{1}{2}$ Pf. — $\frac{2}{5}$ Pfd. $\frac{3}{8}$ Loth

23	2	1	11	1	1	2	3
×27	×54	×18	×4	×8	×8	×8	×5
161	108	18	44	8	8	16	15
46	×16	×16				×162	×162
621	1728	288				32	30
×16	×40	×40				96	90
9936	69120	11520				16	15
×40						2592	2430
397440							

40.

$3\frac{1}{2}$ Cent.	$\frac{2}{3}$ Pfd.	$\frac{3}{5}$ Loth	2 Qt. —	$3\frac{3}{4}$ Rthl.	$\frac{2}{3}$ Gr.	$\frac{1}{2}$ Pf.	$\frac{4}{5}$ Hl. —	4 Cent.	$\frac{2}{7}$ Pfd.	$\frac{3}{8}$ Lt.	$1\frac{2}{3}$ Qt.
7	2	3	×30	15	2	1	4	×7	2	3	5
×15	×10	×6	60	×30	×40	×60	×24	28	×24	×21	×56
105	20	18	×120	450	80	60	96	×8	48	63	280
×120	×120	×120	7200	×30	×30	×30	×30	224			
2100	400	360	×7	13500	2400	1800	2880	×3			
105	20	18	50400					672			
12600	2400	2160	×8								
×7	×7	×7	403200								
88200	16800	15120	×3								
×8	×8	×8	1209600								
705600	134400	120960									
×3	×3	×3									
2116800	403200	362880									

LXXI.

Eine Menge Sols geschwind in Livres zu verwandeln.

Man verfährt hier, im Ganzen, eben so, wie bey den Kreuzern (LXVIII.). Es wird nähmlich von der Zahl, welche die gegebene Menge Sous ausdrückt, (sie sey z. B. 15362) die letzte Ziffer (2) abgeschnitten (1536,2) und das Uebrige (1536) ebenfalls dividirt, aber nicht durch 6, wie bey den Kreuzern, sondern durch 2 (1536 : 2 = 768). Der Quotient (768) zählt die Livres, und die abgeschnittene Ziffer (2) die Sous.

Man würde folglich so rechnen:

$$2\overline{)1536,2}$$
768 Pfd. 2 Sous.

LXXII.

Was kosten so und so viel Schock, wenn ein Stück mit so und so viel Pfennigen bezahlt wird?

Man verwandele diese Frage in folgende, völlig gleich geltende:

Was kosten so und so viel Schock, wenn ein Schock mit so und so viel Fünfgroschenstücken bezahlt wird?

und rechne dann, wie gewöhnlich.

Nota bene. Die Zahlen werden ungeändert beybehalten.

Beispiel.

Was kosten 108 Schock, wenn 1 Stück mit 3 Pf. bezahlt wird?

Diese Frage wird, der gegebenen Regel zu Folge, so tournirt:

Was kosten 108 Schock, wenn 1 Schock 3 Fünfgroschenstücke gilt?

Man rechnet also, weil 3 Fünfgroschenstücke = 15 Gr. = $\frac{1}{2}$ Rthlr. + $\frac{1}{8}$ Rthlr. sind, auf diese Art:

$$\begin{array}{r|r} & 108 \\ \hline 2) & 54 \\ \hline 8) & 13\frac{1}{2} \\ \hline & 67\frac{1}{2} \end{array}$$

Folglich kosten 108 Schock, unter der angezeigten Bedingung, $67\frac{1}{2}$ Rthlr.

Anmerkung.

Die Kürze dieser Methode springt sogleich in die Augen, wenn man das gegebene Exempel nach dem Schlendriane berechnet.

```
1 Stück — 3 Pf. — 108 Schock
                   60
                 ----
                 6480
                    3 (24)
                 ----
            12 ) 19440 ( 1620 ) 67 Rtl.
                 12      144
                 --      ---
                  74      180
                  72      168
                  --      ---
                   24      12 Gr.
                   24
                   --
```

LXXIII.

Was kosten so und so viel Schock, wenn ein Stück so und so viel Groschen gilt?

Diese Frage wird, ehe man nach der Kreide greift, in folgende, übrigens ganz gleich geltende verwandelt:

Was kosten so und so viel Schock, wenn ein Schock so und so viel Drittehalbthalerstücke gilt?

Bey-

Beyspiel.

Was kosten 108 Schock, wenn ein Stück mit 3 Gr. bezahlt wird?

Nach Anleitung der mitgetheilten Formel, giebt man dieser Aufgabe folgende Gestalt:

Was kosten 108 Schock, wenn ein Schock mit 3 Drittehalbthalerstücken bezahlt wird?

Folglich rechnet man nun so:

```
      108
    ------- (2
      216
 2) -------
       54
    -------
      270
    ------- (3
      810
```

Es kosten also 108 Schock 810 Rthlr., wenn 1 Stück mit 3 Gr. bezahlt wird.

Anmerkung.

Der Schlendrian rechnet bekanntlich so:

```
1 St. — 3 Gr. — 108 Schock
                 60
               ------
                6480
                   3
               ------
          24 ) 19440 ( 810
               192
             ---------
                  24
                  24
               ------
```

LXXIIII.

Was kosten so und so viel Schock, wenn ein Stück mit so und so viel Groschen und so und so viel Pfennigen bezahlt wird.

Hier werden die beyden vorhergehenden Abschnitte, (LXXII. und LXXIII.), mit einander verbunden.

Beyspiel.

Was kosten 112 Schock, wenn ein Stück mit 1 Gr. 3 Pf. bezahlt wird?

Der vorhergehende Abschnitt (LXXIII) belehrt uns, daß das Schock $2\frac{1}{2}$ Rthlr. koste, wenn man das Stück mit 1 Gr. bezahlt; aus (LXXII) aber wissen wir, daß man für das Schock 15 Gr. bezahlen müsse, wenn 1 Stück 3 Pf. kostet. Wenn also 1 Stück 1 Gr. 3 Pf. gilt; so kostet das Schock $2\frac{1}{2}$ Rthl. und 15 Gr. d. i., $3\frac{1}{8}$ Rthlr.

Nach diesen Ueberlegungen rechnet man so:

$$\begin{array}{rl} & 112 \\ \hline & 336\ (3 \\ \hline 8) & 14 \\ \hline & 350 \end{array}$$

112 Schock kosten also, unter der angegebenen Bedingung, 350 Rthlr.

Anmerkung.

Wir wollen doch sehen, wie's der Schlendrian macht.

1 St. — 1 Gr. 3 Pf. — 112 Schock

12   60

15   6720

15

33600

6720 (24)

12 | 100800 | 8400 | 350

96   72

48   120

48   120

Ermüdend genug!

LXXV.

Gröschel in Silbergroschen

(Den Silbgr. zu 4 Grl. gerechnet.)

1	Gröschel	=	$\frac{1}{4}$	Silbergroschen.
2	=	=	$\frac{1}{2}$	=
3	=	=	$\frac{3}{4}$	=
4	=	=	1	=
5	=	=	$1\frac{1}{4}$	=
6	=	=	$1\frac{1}{2}$	=

7	Gröschel	=	$1\frac{3}{4}$	Silbergroschen.
8	=	=	2	=
9	=	=	$2\frac{1}{4}$	=
10	=	=	$2\frac{1}{2}$	=
11	=	=	$2\frac{3}{4}$	=
12	=	=	3	=

LXXVI.

Gröschel in Thalern.

(Den Thaler zu 30 Silbgr., und den Silbgr. zu 4 Gröscheln gerechnet.)

1	Gröschel	=	$\frac{1}{10.12}$	Reichsthaler.
2	=	=	$\frac{1}{6.10}$	=
3	=	=	$\frac{1}{4.10}$	=
4	=	=	$\frac{1}{3.10}$	=
5	=	=	$\frac{1}{4.6}$	=
6	=	=	$\frac{1}{20}$	=
7	=	=	$7 \times \frac{1}{120}$	=
8	=	=	$\frac{1}{3.5}$	=
9	=	=	$3 \times \frac{1}{40}$	=
10	=	=	$\frac{1}{12}$	=
11	=	=	$11 \times \frac{1}{120}$	=
12	=	=	$\frac{1}{10}$	=

LXXVII.

Thaler in Gröschel.

(Den Thaler zu 120 Gröschel.)

$\frac{1}{2}$	Reichsthaler	=	60	Gröschel.
$\frac{1}{3}$	=	=	40	=
$\frac{1}{4}$	=	=	30	=
$\frac{1}{5}$	=	=	24	=
$\frac{1}{6}$	=	=	20	=
$\frac{1}{8}$	=	=	15	=
$\frac{1}{12}$	=	=	10	=

LXXVIII.

Kreuzer in Silbergroschen à 3 Kreuzer.

1	Kreuzer	=	$\frac{1}{3}$	Silbergroschen.
2	=	=	$\frac{2}{3}$	=
3	=	=	1	=
4	=	=	$1\frac{1}{3}$	=
5	=	=	$1\frac{2}{3}$	=
6	=	=	2	=
7	=	=	$2\frac{1}{3}$	=
8	=	=	$2\frac{2}{3}$	=
9	=	=	3	=
10	=	=	$3\frac{1}{3}$	=
11	=	=	$3\frac{2}{3}$	=
12	=	=	4	=

LXXVIIII.

Kreuzer in Gulden à 60 Kreuzer.

1 Kr. = $\frac{1}{60}$ Fl.
2 Kr. = $\frac{1}{30}$ Fl.
3 Kr. = $\frac{1}{20}$ Fl.
4 Kr. = $\frac{1}{3.5}$ Fl.
5 Kr. = $\frac{1}{3.4}$ Fl.
6 Kr. = $\frac{1}{10}$ Fl.
7 Kr. = a. (1 Kr. × 7) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 7.
b. (6 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{10}$ Fl. † $\frac{1}{10.6}$ Fl.
8 Kr. = (2 Kr. × 4) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 4.
9 Kr. = (3 Kr. × 3) = $\frac{1}{20}$ Fl. × 3.
10 Kr. = $\frac{1}{6}$ Fl.
11 Kr. = a. (1 Kr. × 11) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 11.
b. (10 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. † $\frac{1}{6.10}$ Fl.
12 Kr. = $\frac{1}{5}$.
13 Kr. = a. (1 Kr. × 13) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 13.
b. (10 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. † $\frac{1}{20}$ Kr.
14 Kr. = (2 Kr. × 7) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 7.
15 Kr. = $\frac{1}{4}$ Fl.
16 Kr. = (2 Kr. × 8) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 8.
17 Kr. = a. (1 Kr. × 17) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 17.
b. (10 Kr. † 5 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl.
† $\frac{1}{6.2}$ Fl. † $\frac{1}{6.5}$ Fl.
18 Kr. = (6 Kr. × 3) = $\frac{1}{10}$ Fl. × 3.
19 Kr. = a. (1 Kr. × 19) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 19.
b. (20 Kr. — 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. —
$\frac{1}{3.20}$ Fl.
20 Kr. = $\frac{1}{3}$ Fl.

21 Kr. = a. (3 Kr. × 7) = $\frac{1}{20}$ Fl. × 7.
b. (20 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. † $\frac{1}{3.20}$ Fl.
22 Kr. = a. (2 Kr. × 11) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 11.
b. (20 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. × $\frac{1}{3.10}$ Fl.
23 Kr. = a. (1 Kr. × 23) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 23.
b. (20 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl † $\frac{1}{20}$ Fl.
24 Kr. = (6 Kr. × 4) = $\frac{1}{10}$ Fl. × 4.
25 Kr. = a. (5 Kr. × 5) = $\frac{1}{12}$ Fl. × 5.
b. (20 Kr. † 5 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. † $\frac{1}{3.4}$ Fl.
26 Kr. = a. (2 Kr. × 13) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 13.
b. (20 Kr. † 6 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl † $\frac{1}{10}$ Fl.
27 Kr. = (3 Kr × 9) = $\frac{1}{20}$ Fl. × 9.
28 Kr. = a. (2 Kr. × 14) $\frac{1}{30}$ Fl. × 14.
b. (20 Kr. † 5 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl.
† $\frac{1}{3.4}$ Fl. † $\frac{1}{20}$ Fl.
29 Kr. a. (1 Kr. × 29) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 29.
b. (30 Kr. — 1 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl. — $\frac{1}{2.30}$ Fl.
30 Kr. = $\frac{1}{2}$ Fl.
31 Kr. = a. (1 Kr. × 31) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 31.
b. (30 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.30}$ Fl.
32 Kr. = a. (2 Kr. × 16) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 16.
b. (30 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.15}$ Fl.
33 Kr. = a. (1 Kr. × 33) = $\frac{1}{60}$ Fl. × 33.
b. (3 Kr. × 11) = $\frac{1}{20}$ Fl. × 11.
c. (30 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{20}$ Fl.
34 Kr. = (2 Kr. × 17) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 17.
35 Kr. = a. (5 Kr. × 7) = $\frac{1}{12}$ Fl × 7.
b. (30 Kr. † 5 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.6}$ Fl.
36 Kr. = (6 Kr. × 6) = $\frac{1}{10}$ Fl. × 6.

37 Kr. = (6 Kr. × 6 † 1 Kr.) = $\frac{1}{10}$ Fl. × 6
† $\frac{1}{10.6}$ Fl.
38 Kr. = a. (2 Kr. × 19) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 19.
b. (30 Kr. † 5 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl.
† $\frac{1}{2.6}$ Fl. † $\frac{1}{2.10}$ Fl.
39 Kr. = (30 Kr. † 6 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Fl.
† $\frac{1}{10}$ Fl. † $\frac{1}{20}$ Fl.
40 Kr. = (20 Kr. × 2) = $\frac{1}{3}$ Fl. × 2.
41 Kr. = (20 Kr. × 2 † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. × 2
† $\frac{1}{3.20}$ Fl.
42 Kr. = a. (2 Kr. × 21) = $\frac{1}{30}$ Fl. × 21.
b. (20 Kr. × 2 † 2 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl.
× 2 † $\frac{1}{3.10}$ Fl.
43 Kr. = (20 Kr. × 2 † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. × 2
† $\frac{1}{20}$ Fl.
44 Kr. = (20 Kr. × 2 † 4 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Fl. × 2
† $\frac{1}{3.5}$ Fl.
45 Kr. = (15 Kr. × 3) = $\frac{1}{4}$ Fl. × 3.
46 Kr. = (15 Kr. × 3 † 1 Kr.) = $\frac{1}{4}$ Fl. × 3
† $\frac{1}{60}$ Fl.
47 Kr. = (15 Kr. × 3 † 2 Kr.) = $\frac{1}{4}$ Fl. × 3
† $\frac{1}{30}$ Fl.
48 Kr. = (15 Kr. × 3 † 3 Kr.) = $\frac{1}{4}$ Fl. × 3
† $\frac{1}{20}$ Fl.
49 Kr. = (15 Kr. × 3 † 4 Kr.) = $\frac{1}{4}$ Fl. × 3
† $\frac{1}{15}$ Fl.
50 Kr. = (10 Kr. × 5) = $\frac{1}{6}$ Fl. × 5.
51 Kr. = (10 Kr. × 5 † 1 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. × 5
† $\frac{1}{6.10}$ Fl.

52 Kr. = (10 Kr. $\times$ 5 + 2 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{30}$ Fl.

53 Kr. = (10 Kr. $\times$ 5 + 3 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{20}$ Fl.

54 Kr. = (10 Kr. $\times$ 5 + 3 Kr. + 1 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{20}$ Fl. + $\frac{1}{20.3}$ Fl.

55 Kr. = a. (10 Kr. $\times$ 5 + 5 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{6.2}$ Fl.

b. (60 Kr. — 5 Kr.) = 1 F. — $\frac{1}{12}$ Fl.

56 Kr. = (10 Kr. $\times$ 5 + 6 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{10}$ Fl.

57 Kr. = a. (10 Kr. $\times$ 5 + 6 Kr. + 1 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{10}$ Fl. + $\frac{1}{10.6}$ Fl.

b. (60 Kr. — 3 Kr. = 1 Fl. — $\frac{1}{20}$ Fl.

58 Kr. = a. (10 Kr. $\times$ 5 + 6 Kr. + 2 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Fl. $\times$ 5 + $\frac{1}{10}$ Fl. + $\frac{1}{10.3}$ Fl.

b. (60 Kr. — 2 Kr.) = 1 Fl. — $\frac{1}{30}$ Fl.

59 Kr. = (60 Kr. — 1 Kr.) = 1 Fl. — $\frac{1}{60}$ Fl.

LXXX.

Kreuzer in Thalern à 90 Kreuzer.

1 Kr. = $\frac{1}{90}$ Rthlr.

2 Kr. = (1 Kr. $\times$ 2) = $\frac{1}{90}$ Rt. $\times$ 2.

3 Kr. = $\frac{1}{30}$ Rt.

4 Kr. = (1 Kr. $\times$ 4) = $\frac{1}{90}$ Rt. $\times$ 4.

5 Kr. = a. $\frac{1}{90}$ Rt. $\times$ 5.

b. $\frac{1}{3.6}$ Rt.

6 Kr.

6 Kr. = a. $\frac{1}{3.5}$ Rt.

b. (3 Kr. × 2) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 2.

7 Kr. = (1 Kr. × 7) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 7.

8 Kr. = (1 Kr. × 8) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 8.

9 Kr. = $\frac{1}{10}$ Rt.

11 Kr. = a. (1 Kr. × 11) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 11.

b. (10 Kr. † 1 K.) = $\frac{1}{10}$ R. † $\frac{1}{10.9}$ R.

12 Kr. = a. (1 Kr. × 12) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 12.

b. (3 Kr. × 4) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 4.

13 Kr. = a. (1 Kr. × 13) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 13.

b. (10 Kr. † 3 Kr. = $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.

14 Kr. = a. (1 Kr. × 14) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 14.

b. (10 Kr. † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{30.3}$ Rt.

15 Kr. = $\frac{1}{6}$ Rt.

16 Kr. a. (1 Kr. × 16) = $\frac{1}{90}$ Rr. × 16.

b. (15 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.

17 Kr. = (1 Kr. × 17) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 17.

18 Kr. = $\frac{1}{5}$ Rt.

19 Kr. = a. (1 Kr. × 19) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 19.

b. (18 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{5}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.

20 Kr. = (10 Kr. × 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 2.

21 Kr. = (3 Kr. × 7) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 7.

22 Kr. = (10 Kr. × 2 † 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{9.5}$ Rt.

23 Kr. = (10 Kr. × 2 † 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 2 † $\frac{}{30}$ Rt.

24 Kr. = (3 Kr. × 8) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 8.

25 Kr. = (15 Kr. † 10 Kr. = $\frac{1}{6}$ Rt. † $\frac{1}{9}$ Rt.

26 Kr. = (15 Kr. † 10 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Rt.
† $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{9.10}$ Rt.
27 Kr. = a. (3 Kr. × 9) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 9.
b. (9 Kr. × 3) = $\frac{1}{10}$ Rt. × 3.
28 Kr. = (15 Kr. † 10 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{6}$ Rt.
† $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.
29 Kr. = (30 Kr. — 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. — $\frac{1}{3.30}$ Rt.
30 Kr. = $\frac{1}{3}$ Rt.
31 Kr. = (30 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. † $\frac{1}{3.30}$ Rt.
32 Kr. = (30 Kr. † 1 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt.
† $\frac{1}{90}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.
33 Kr. = a. (3 Kr. × 11) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 11.
b. (30 Kr. †. 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.
34 Kr. = (30 Kr. † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt.
† $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.
35 Kr. = (30 Kr. † 5 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. † $\frac{1}{3.6}$ Rt.
36 Kr. = a. (30 Kr. † 6 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. † $\frac{1}{3.5}$ Rt.
b. (9 Kr. × 4) = $\frac{1}{10}$ Rt. × 4.
c. (18 Kr. × 2) = $\frac{1}{5}$ Rt. × 2.
37 Kr. = (9 Kr. × 4 † 1 Kr.) = $\frac{1}{10}$ Rt. × 4
† $\frac{1}{10.9}$ Rt.
38 Kr. = (30 Kr. † 5 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt.
† $\frac{1}{3.6}$ Rt. † $\frac{1}{3.10}$ Rt.
39 Kr. = (3 Kr. × 13) = $\frac{1}{30}$ Rt. × 13.
40 Kr. = (10 Kr. × 4) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 4.
41 Kr. = (1 Kr. × 41) = $\frac{1}{90}$ Rt. × 41.
42 Kr. = a. (30 Kr. † 10 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt.
† $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{9.5}$ Rt.
b. (45 Kr. — 3 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Rt. — $\frac{1}{30}$ Rt.

43 Kr. = (30 Kr. † 10 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. † $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.
44 Kr. = a. (30 Kr. † 10 Kr. † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. † $\frac{1}{9}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.
b. (45 Kr. — 1 K.) = $\frac{1}{2}$ R. — $\frac{1}{90}$ R.
45 Kr. = $\frac{1}{2}$ Rthlr.
46 Kr. = (45 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.
47 Kr. = (45 Kr. † 1 Kr. † 1 Kr.) $\frac{1}{2}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.
48 Kr. = (45 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Rt † $\frac{1}{30}$ Rt.
49 Kr. = (45 Kr. † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{2}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.
50 Kr. = (10 Kr. × 5 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5.
51 Kr. = (10 Kr. × 5 † 1 Kr.) $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{9.10}$ Rt.
52 Kr. = (10 Kr. × 5 † 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{9.5}$ Rt.
53 Kr. = (10 Kr. × 5 † 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{30}$ Rt.
54 Kr. = a. (9 Kr. × 6) = $\frac{1}{10}$ Rt. × 6.
b. (18 Kr. × 3) = $\frac{1}{5}$ Rt. × 3.
55 Kr. = (10 Kr. × 5 † 5 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{9.2}$ Rt.
56 Kr. = (10 Kr. × 5 † 5 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{9.2.5}$ Rt.
57 Kr. = a. (10 Kr. × 5 † 5 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{9.5}$ Rt.
b. (30 Kr. × 2 — 3 K.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 — $\frac{1}{30}$ Rt.
58 Kr. = (10 Kr. × 5 † 5 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 5 † $\frac{1}{9.2}$ † $\frac{1}{30}$ Rt.

59 Kr. = (60 Kr. — 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 — $\frac{1}{3.30}$ Rt.

60 Kr. = (30 Kr. × 2) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2.

61 Kr. = (30 Kr. × 2 † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.30}$ Rt.

62 Kr. = (30 Kr. × 2 † 1 Kr. † 1 Kr) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{90}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.

63 Kr. = (30 Kr. × 2 † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.10}$ Rt.

64 Kr. = (30 Kr. × 2 † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.10}$ Rt. † $\frac{1}{3.10.3}$ Rt.

65 Kr. = (30 Kr. × 2 † 5 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.6}$ Rt.

66 Kr. = (30 Kr. × 2 † 6 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.5}$ Rt.

67 Kr. = (30 Kr. × 2 † 6 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.5}$ Rt. † $\frac{1}{3.30}$ Rt.

68 Kr. = (30 Kr. × 2 † 6 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.5}$ Rt. † $\frac{1}{3.5.3}$ Rt.

69 Kr. = a. (30 Kr. × 2 † 6 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{3}$ Rt. × 2 † $\frac{1}{3.5}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.

b. (70 Kr. — 1 Kr. = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 — $\frac{1}{9.10}$ Rt.

70 Kr. = (10 Kr. × 7) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7.

71 Kr. = (10 Kr. × 7 † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.10}$ Rt.

72 Kr. = (10 Kr. × 7 † 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.5}$ Rt.

73 Kr. = (10 Kr × 7 † 3 K.) = $\frac{1}{9}$ R. × 7 † $\frac{1}{30}$ R.

74 Kr. = (10 Kr. × 7 † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{30.3}$ Rt.

75 Kr. = 10 Kr. × 7 † 5 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.2}$ Rt.

76 Kr. = (10 Kr. × 7 † 5 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.2}$ Rt † $\frac{1}{9.10}$ Rt.

77 Kr. = a. (10 Kr. × 7 † 5 Kr. † 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{9.5}$ Rt.

b. (80 Kr. — 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 — $\frac{1}{30}$ Rt.

78 Kr. = (10 Kr. × 7 † 5 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.

79 Kr. = a. (10 Kr. × 7 † 5 Kr. † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 7 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{90}$ Rt.

b. (80 Kr. — 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 — $\frac{1}{9.10}$ Rt.

80 Kr. = (10 Kr. × 8) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8.

81 Kr. = (10 Kr. × 8 † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{9.10}$ Rt.

82 Kr. = (10 Kr. × 8 † 2 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{9.5}$ Rt.

83 Kr. = (10 Kr. × 8 † 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{30}$ Rt.

84 Kr. = (10 Kr. × 8 † 3 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{30}$ Rt. † $\frac{1}{30.3}$ Rt.

85 Kr. = (10 Kr. × 8 † 5 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{9.2}$ Rt.

86 Kr. = (10 Kr. × 8 † 5 Kr. † 1 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{9.10}$ Rt.

87 Kr = (90 Kr. — 3 Kr.) = 1 Rt. — $\frac{1}{30}$ Rt.

88 Kr. = (10 Kr. × 8 † 5 Kr. † 3 Kr.) = $\frac{1}{9}$ Rt. × 8 † $\frac{1}{9.2}$ Rt. † $\frac{1}{30}$ Rt.

89 Kr. = (90 Kr. — 1 Kr.) = 1 Rt. — $\frac{1}{90}$ Rt.

LXXXI.

Gulden in Kreuzern.

(Fl. à 60 Kr.)

$\frac{1}{2}$	Gulden	=	30	Kreuzern.
$\frac{1}{3}$	=	=	20	=
$\frac{2}{3}$	=	=	40	=
$\frac{1}{4}$	=	=	15	=
$\frac{2}{4}$	=	=	30	=
$\frac{3}{4}$	=	=	45	=
$\frac{1}{5}$	=	=	12	=
$\frac{2}{5}$	=	=	24	=
$\frac{3}{5}$	=	=	36	=
$\frac{4}{5}$	=	=	48	=
$\frac{1}{6}$	=	=	10	=
$\frac{2}{6}$	=	=	20	=
$\frac{3}{6}$	=	=	30	=
$\frac{4}{6}$	=	=	40	=
$\frac{5}{6}$	=	=	50	=
$\frac{1}{10}$	=	=	6	=
$\frac{2}{10}$	=	=	12	=
$\frac{3}{10}$	=	=	18	=
$\frac{4}{10}$	=	=	24	=
$\frac{5}{10}$	=	=	30	=
$\frac{6}{10}$	=	=	36	=
$\frac{7}{10}$	=	=	42	=
$\frac{8}{10}$	=	=	48	=
$\frac{9}{10}$	=	=	54	=

$\frac{1}{20}$	Gulden	=	3	Kreuzern.
$\frac{2}{20}$	=	=	6	=
$\frac{3}{20}$	=	=	9	=
$\frac{4}{20}$	=	=	12	=
$\frac{5}{20}$	=	=	15	=
$\frac{6}{20}$	=	=	18	=
$\frac{7}{20}$	=	=	21	=
$\frac{8}{20}$	=	=	24	=
$\frac{9}{20}$	=	=	27	=
$\frac{10}{20}$	=	=	30	=
$\frac{11}{20}$	=	=	33	=
$\frac{12}{20}$	=	=	36	=
$\frac{13}{20}$	=	=	39	=
$\frac{14}{20}$	=	=	42	=
$\frac{15}{20}$	=	=	45	=
$\frac{16}{20}$	=	=	48	=
$\frac{17}{20}$	=	=	51	=
$\frac{18}{20}$	=	=	54	=
$\frac{19}{20}$	=	=	57	=
$\frac{1}{30}$	=	=	2	=
$\frac{2}{30}$	=	=	4	=
$\frac{3}{30}$	=	=	6	=
$\frac{4}{30}$	=	=	8	=
$\frac{5}{30}$	=	=	10	=
$\frac{6}{30}$	=	=	12	=
$\frac{7}{30}$	=	=	14	=
$\frac{8}{30}$	=	=	16	=
$\frac{9}{30}$	=	=	18	=

$\frac{10}{30}$ Gulden	=	20	Kreuzern.
$\frac{11}{30}$ =	=	22	=
$\frac{12}{30}$ =	=	24	=
$\frac{13}{30}$ =	=	26	=
$\frac{14}{30}$ =	=	28	=
$\frac{15}{30}$ =	=	30	=
$\frac{16}{30}$ =	=	32	=
$\frac{17}{30}$ =	=	34	=
$\frac{18}{30}$ =	=	36	=
$\frac{19}{30}$ =	=	38	=
$\frac{20}{30}$ =	=	40	=
$\frac{21}{30}$ =	=	42	=
$\frac{22}{30}$ =	=	44	=
$\frac{23}{30}$ =	=	46	=
$\frac{24}{30}$ =	=	48	=
$\frac{25}{30}$ =	=	50	=
$\frac{26}{30}$ =	=	52	=
$\frac{27}{30}$ =	=	54	=
$\frac{28}{30}$ =	=	56	=
$\frac{29}{30}$ =	=	58	=

LXXXII.

Thaler in Kreuzern.

(Der Thaler à 90 Kreuzer.)

$\frac{1}{2}$ R. Thaler	=	45	Kreuzern.
$\frac{1}{3}$ =	=	30	=
$\frac{2}{3}$ =	=	60	=

$\frac{1}{5}$	R. Thaler	=	18	Kreuzern.
$\frac{2}{5}$	=	=	36	=
$\frac{3}{5}$	=	=	54	=
$\frac{4}{5}$	=	=	72	=
$\frac{1}{6}$	=	=	15	=
$\frac{2}{6}$	=	=	30	=
$\frac{3}{6}$	=	=	45	=
$\frac{4}{6}$	=	=	60	=
$\frac{5}{6}$	=	=	75	=
$\frac{1}{9}$	=	=	10	=
$\frac{2}{9}$	=	=	20	=
$\frac{3}{9}$	=	=	30	=
$\frac{4}{9}$	=	=	40	=
$\frac{5}{9}$	=	=	50	=
$\frac{6}{9}$	=	=	60	=
$\frac{7}{9}$	=	=	70	=
$\frac{8}{9}$	=	=	80	=
$\frac{1}{10}$	=	=	9	=
$\frac{2}{10}$	=	=	18	=
$\frac{3}{10}$	=	=	27	=
$\frac{4}{10}$	=	=	36	=
$\frac{5}{10}$	=	=	45	=
$\frac{6}{10}$	=	=	54	=
$\frac{7}{10}$	=	=	63	=
$\frac{8}{10}$	=	=	72	=
$\frac{9}{10}$	=	=	81	=
$\frac{1}{30}$	=	=	3	=
$\frac{2}{30}$	=	=	6	=

$\frac{3}{30}$	R. Thaler	=	9	Kreuzern.
$\frac{4}{30}$	=	=	12	=
$\frac{5}{30}$	=	=	15	=
$\frac{6}{30}$	=	=	18	=
$\frac{7}{30}$	=	=	21	=
$\frac{8}{30}$	=	=	24	=
$\frac{9}{30}$	=	=	27	=
$\frac{10}{30}$	=	=	30	=
$\frac{11}{30}$	=	=	33	=
$\frac{12}{30}$	=	=	36	=
$\frac{13}{30}$	=	=	39	=
$\frac{14}{30}$	=	=	42	=
$\frac{15}{30}$	=	=	45	=
$\frac{16}{30}$	=	=	48	=
$\frac{17}{30}$	=	=	51	=
$\frac{18}{30}$	=	=	54	=
$\frac{19}{30}$	=	=	57	=
$\frac{20}{30}$	=	=	60	=
$\frac{21}{30}$	=	=	63	=
$\frac{22}{30}$	=	=	66	=
$\frac{23}{30}$	=	=	69	=
$\frac{24}{30}$	=	=	72	=
$\frac{25}{30}$	=	=	75	=
$\frac{26}{30}$	=	=	78	=
$\frac{27}{30}$	=	=	81	=
$\frac{28}{30}$	=	=	84	=
$\frac{29}{30}$	=	=	87	=

LXXXIII.

Mariengroschen in Thalern.

(Der Thaler hat 36 M. Gr.)

1 Mariengroschen = $\frac{1}{4.9}$ Thaler.
2 M. G. = $\frac{1}{2.9}$ Thlr.
3 M. G. = $\frac{1}{12}$ Thlr.
4 M. G. = $\frac{1}{9}$ Thlr.
5 M. G. = (4 M. † 1 M.) = $\frac{1}{9}$ Tl. † $\frac{1}{9.4}$ Tl.
6 M. G. = $\frac{1}{6}$ Thlr.
7 M. G. = (6 M. † 1 M.) = $\frac{1}{6}$ Tl. † $\frac{1}{6.6}$ Tl.
8 M. G. = (6 M. G. † 2 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Tl. † $\frac{1}{6.3}$ Thlr.
9 M. G. = $\frac{1}{4}$ Thlr.
10 M. G. = (9 M. G. † 1 M. G.) = $\frac{1}{4}$ Tl. † $\frac{1}{4.9}$ Thlr.
11 M. G. = (6 M. G. † 3 M. G. † 2 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Tl. † $\frac{1}{6.2}$ Tl. † $\frac{1}{6.3}$ Tl.
12 M. G. = $\frac{1}{3}$ Thlr.
13 M. Gr. = (9 M. G. † 4 M. G.) = $\frac{1}{4}$ Thl. † $\frac{1}{9}$ Thlr.
14 M. G. = (12 M. G. † 2 M. G.) = $\frac{1}{3}$ Thlr. † $\frac{1}{3.6}$ Thlr.
15 M. G. = (12 M. G. † 3 M. G.) = $\frac{1}{3}$ Thlr. † $\frac{1}{3.4}$ Thlr.
16 M. G. = (12 M. G. † 4 M. G.) = $\frac{1}{3}$ Thlr. † $\frac{1}{3.3}$ Thlr.
17 M. G. = (12 M. G. † 4 M. G. † 1 M. G.) = $\frac{1}{3}$ Tl. † $\frac{1}{3.3}$ Tl. † $\frac{1}{3.3.4}$ Thlr.

18 M. G. = $\frac{1}{2}$ Thlr.

19 M. G. = (12 M. G. † 6 M. G. † 1 M. Gr.) = $\frac{1}{3}$ Tl. † $\frac{1}{6}$ Tl. † $\frac{1}{6.6}$ Thlr.

20 M. G. = (18 M. G. † 2 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{2.9}$ Thlr.

21 M. G. = (18 M. Gr. † 3 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Tl. † $\frac{1}{2.6}$ Thlr.

22 M. G. = (18 M. G. † 4 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{9}$ Thlr.

23 M. G. = (18 M. G. † 4 M. G. † 1 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{9}$ Thl. † $\frac{1}{9.4}$ Thlr.

24 M. G. = (12 M. G. × 2) = $\frac{1}{3}$ Thl. × 2.

25 M. G. = (18 M. G. † 6 M. G. † 1 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{6}$ Thl. † $\frac{1}{6.6}$ Thl.

26 M. G. = (18 M. G. † 6 M. G. † 2 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{6}$ Thl. † $\frac{1}{6.3}$ Thlr.

27 M. G. = a. (18 M. G. † 9 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Tl. † $\frac{1}{4}$ Thlr.
b. (9 M. G. × 3) = $\frac{1}{4}$ Thl. × 3.

28 M. G. = (18 M. G. † 9 M. G. † 1 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{4}$ Thl. † $\frac{1}{4.9}$ Thl.

29 M. G. = (18 M. G. † 9 M. G. † 2 M. G.) = $\frac{1}{2}$ Thl. † $\frac{1}{4}$ Thl. † $\frac{1}{2.9}$ Thl.

30 M. Gr. = (6 M. G. × 5) = $\frac{1}{6}$ Thl. × 5.

31 M. G. = (6 M. G. × 5 † 1 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Tl. × 5 † $\frac{1}{6.6}$ Thlr.

32 M. G. = (6 M. G. × 5 † 2 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Tl. × 5 † $\frac{1}{6.3}$ Thlr.

33 M. G. = (6 M. G. × 5 † 3 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Tl. × 5 † $\frac{1}{6.2}$ Thlr.

34 M. G. = (6 M. G. × 5 † 4 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Tl. × 5 † $\frac{1}{9}$ Thlr.
35 M. G = (6 M. G. × 5 † 4 M. G † 1 M. G.) = $\frac{1}{6}$ Thl. × 5 † $\frac{1}{9}$ Thl. † $\frac{1}{9.4}$ Thlr.

LXXXIIII.

Pfennige in Mariengroschen.

(Der M. G. hat 8 Pf.)

1 Pf. = $\frac{1}{8}$ M. G.
2 Pf = $\frac{1}{4}$ M. G.
3 Pf. = (2 Pf. † 1 Pf.) = $\frac{1}{4}$ M. G. † $\frac{1}{4.2}$ M. G.
4 Pf. = $\frac{1}{2}$ M. G.
5 Pf. = (4 Pf. † 1 Pf.) = $\frac{1}{2}$ M. G. † $\frac{1}{2.4}$ M. G.
6 Pf. = (2 Pf. × 3) = $\frac{1}{4}$ M. G. × 3.
7 Pf. = (8 Pf. — 1 Pf.) = 1 M. G. — $\frac{1}{8}$ M. Gr.

LXXXV.

Pfennige in Groschen à 18 Pf.

(Preußische Währung.)

1 Pf = $\frac{1}{3.6}$ Gr.
2 Pf. = $\frac{1}{9}$ Gr.
3 Pf. = $\frac{1}{6}$ Gr.
4 Pf. = (3 Pf. † 1 Pf.) = $\frac{1}{6}$ Gr. † $\frac{1}{6.3}$ Gr.
5 Pf. = (3 Pf. † 2 Pf.) = $\frac{1}{6}$ Gr. † $\frac{1}{9}$ Gr.
6 Pf. = $\frac{1}{3}$ Gr.
7 Pf. = (6 Pf. † 1 Pf.) = $\frac{1}{3}$ Gr. † $\frac{1}{3.6}$ Gr.

8 Pf.

8 Pf. = (6 Pf. + 2 Pf.) = $\frac{1}{3}$ Gr. + $\frac{1}{3.3}$ Gr.
9 Pf. = $\frac{1}{2}$ Gr.
10 Pf. = (9 Pf. + 1 Pf.) = $\frac{1}{2}$ Gr. + $\frac{1}{2.9}$ Gr.
11 Pf. = (9 Pf. + 2 Pf.) = $\frac{1}{2}$ Gr. + $\frac{1}{9}$ Gr.
12 Pf. = a. (6 Pf. × 2) = $\frac{1}{3}$ Gr. × 2.
b. (18 Pf. — 6 Pf.) = 1 Gr. — $\frac{1}{3}$ Gr.
13 Pf. = (6 Pf. × 2 + 1 Pf.) = $\frac{1}{3}$ Gr. × 2 + $\frac{1}{3.6}$ Gr.
14 Pf. = (2 Pf. × 7) = $\frac{1}{9}$ Gr. × 7.
15 Pf. = a. (3 Pf. × 5) = $\frac{1}{6}$ Gr. × 5.
b. (18 Pf. — 3 Pf.) = 1 Gr. — $\frac{1}{6}$ Gr.
16 Pf. = a. (2 Pf. × 8) = $\frac{1}{9}$ Gr. × 8.
b. (18 Pf. — 2 Pf.) = 1 Gr. — $\frac{1}{9}$ Gr.
17 Pf. = (9 Pf. + 6 Pf. + 2 Pf.) = $\frac{1}{2}$ Gr. + $\frac{1}{3}$ Gr. + $\frac{1}{9}$ Gr.

LXXXVI.

Schillinge in Mark zu 16 Schil.

(Hamburgisch.)

1 S. = $\frac{1}{4.4}$ Mk.
2 S. = $\frac{1}{8}$ Mk.
3 S. = (2 S. + 1 S.) = $\frac{1}{8}$ Mk. + $\frac{1}{8.2}$ Mk.
4 S. = $\frac{1}{4}$ Mk.
5 S. = (4 S. + 1 S.) = $\frac{1}{4}$ Mk. + $\frac{1}{4.4}$ Mk.
6 S. = a. (4 S. + 2 S.) = $\frac{1}{4}$ Mk. + $\frac{1}{4.2}$ Mk.
b. (2 S. × 3) = $\frac{1}{8}$ Mk. × 3.
7 S. = (4 S. + 2 S. + 1 S.) = $\frac{1}{4}$ Mk. + $\frac{1}{4.2}$ Mk. + $\frac{1}{4.2.2}$ Mk.

8 S. = $\frac{1}{2}$ Mk.
9 S. = (8 S. † 1 S.) = $\frac{1}{2}$ Mk. † $\frac{1}{2.8}$ Mk.
10 S. = a. (8 S. † 2 S.) = $\frac{1}{2}$ Mk. † $\frac{1}{2.4}$ Mk.
b. (2 S. × 5) = $\frac{1}{8}$ Mk. × 5.
11 S. = (8 S. † 2 S. † 1 S.) = $\frac{1}{2}$ Mk. † $\frac{1}{2.4}$ Mk. † $\frac{1}{2.4.2}$ Mk.
12 S. = a. (8 S. † 4 S) = $\frac{1}{2}$ Mk. † $\frac{1}{4}$ Mk.
b. (4 S. × 3) = $\frac{1}{4}$ Mk. × 3.
c. (16 S. — 4 S.) = 1 Mk. — $\frac{1}{4}$ M.
13 S. = (8 S. † 4 S. † 1 S.) = $\frac{1}{2}$ Mk. † $\frac{1}{2.2}$ Mk. † $\frac{1}{2.2.4}$ Mk.
14 S. = a. (2 S. × 7) = $\frac{1}{8}$ Mk. × 7.
b. (16 S. — 2 S.) = 1 Mk. — $\frac{1}{8}$ M.
15 S. = a. (2 S. × 7 † 1 S.) = $\frac{1}{8}$ Mk. × 7 † $\frac{1}{8.2}$ Mk.
b. (8 S. † 4 S. † 2 S. † 1 S.) = $\frac{1}{2}$ Mk. † $\frac{1}{4}$ M. † $\frac{1}{4.2}$ M. † $\frac{1}{4.2.2}$ Mk.

LXXXVII.

Stüver in Gulden zu 20 St.

(Holländisch.)

1 St. = $\frac{1}{2.10}$ Fl.
2 St. = $\frac{1}{10}$ Fl.
3 St. = (2 St. † 1 St.) = $\frac{1}{10}$ Fl. † $\frac{1}{10.2}$ Fl.
4 St. = $\frac{1}{5}$ Fl.
6 St. = (5 St. † 1 St.) = $\frac{1}{4}$ Fl. † $\frac{1}{5.4}$ Fl.
7 St. = (5 St. † 2 St.) = $\frac{1}{4}$ Fl. † $\frac{1}{10}$ Fl.
8 St. = (4 St. × 2) = $\frac{1}{5}$ Fl. × 2.

9 St.

9 St. = (5 St. † 4 St. = $\frac{1}{4}$ Fl. † $\frac{1}{5}$ Fl.
10 St. = $\frac{1}{2}$ Fl.
11 St. = (10 St. † 1 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.10}$ Fl.
12 St. = (10 St. † 2 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.5}$ Fl.
13 St. = (10 St. † 2 St. † 1 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.5}$ Fl. † $\frac{1}{2.2.5}$ Fl.
14 St. = (10 St. † 4 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{5}$ Fl.
15 St. = a. (5 St. × 3) = $\frac{1}{4}$ Fl. × 3.
b. (10 St. † 5 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{2.2}$ Fl.
c. (20 St. — 5 St.) = 1 Fl. — $\frac{1}{4}$ Fl
16 St. = a. (4 St. × 4) = $\frac{1}{5}$ Fl. × 4.
b. (20 St. — 4 St.) = 1 Fl. — $\frac{1}{5}$ Fl.
17 St. = (4 St. × 4 † 1 St.) = $\frac{1}{5}$ Fl. × 4 † $\frac{1}{5.4}$ Fl.
18 St. = a. (10 St. † 4 St. † 4 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{5}$ Fl. † $\frac{1}{5}$ Fl.
b. (20 St. — 2 St.) = 1 Fl. — $\frac{1}{10}$ Fl.
19 St. = a. (10 St. † 5 St. † 4 St.) = $\frac{1}{2}$ Fl. † $\frac{1}{4}$ Fl. † $\frac{1}{5}$ Fl.
b. (20 St. — 1 St.) = 1 Fl. — $\frac{1}{20}$ Fl.

LXXXVIII.

Pfennige in Gulden zu 20 Stüvern à 16 Pfennigen.

1	Pfennig	=	$\frac{1}{4.80}$	Gulden
2	=	=	$\frac{1}{4.40}$	=
4	=	=	$\frac{1}{4.20}$	=
5	=	=	$\frac{1}{4.8}$	=
8	=	=	$\frac{1}{40}$	=
10	=	=	$\frac{1}{4.8}$	=

LXXXVIIII.

Ein arithmetisches Fragment; oder: Fortsetzung des vierzehnten Abschnittes.

4	Sous	=	$\frac{1}{10}$	von	2	Livres.
5	=	=	$\frac{1}{8}$	=	=	=
8	=	=	$\frac{1}{5}$	=	=	=
3	=	=	$\frac{1}{20}$	von	3	Livres.
6	=	=	$\frac{1}{10}$	=	=	=
15	=	=	$\frac{1}{4}$	=	=	=
8	=	=	$\frac{1}{10}$	von	4	Livres.
16	=	=	$\frac{1}{5}$	=	=	=

LXXXX.

Eine sehr überflüßige Bemerkung.

Nach der Tabelle unter (LXXXVII), welche Stüver auf Gulden reducirt, kann man zugleich Englische Schillings in Pfd. Sterlings und Französische Sous in Livres ausdrücken. Denn das Pfund Sterling hat bekanntlich 20 Schillings, und der Livre 20 Sous. Da nun der holländische Gulden 20 Stüver, und also eben so viel Einheiten enthält, als die beyden erwähnten Münzsorten; so — doch wir glauben, der Leser werde wohl so viel Logik besitzen, um den Schluß ohne fremde Hülfe zu vollenden.

Der Englische Schilling hat 12 Pence; der Französische Sou 12 Deniers. Man kann sich also für diese Münzsorten der Tabelle unter (XI) bedienen, welche Pfennige auf Groschen à 12 Pf. reducirt.

Anleitung

zum

Geschwindrechnen.

Enthält, außer einer bedeutenden Menge von Kunstgriffen, Proben über die vier Species und eine weitere Ausführung der Behandlung gebrochner Zahlen.

Zweiter Theil.

Breslau, Hirschberg, Lissa in Süd-Preußen

1801.

bey Joh. Fried. Korn dem ältern,

der Buchladen in Breslau ist neben dem Königl. Ober-Zoll- und Accis-Amt auf dem großen Ringe.