Tübing
phil.
Dissert.
1801/5.

Tübingen, Phil. Diss. 1801–1805.

1801. Pfleiderer, Ch. F.: Scholia in librum sextum elementorum Euclidis. Pars. II.

1802. Pfleiderer, Ch. F. Scholia in librum sextum elementorum Euclidis. Pars III.

1805. Pfleiderer, Ch. F. Scholia in librum sextum elementorum Euclidis. Pars IV.

# SCHOLIA
# IN LIBRUM SEXTUM ELEMENTORUM EUCLIDIS

QUORUM

*PARTEM SECUNDAM*

PRÆSIDE

## CHRISTOPHORO FRIDERICO PFLEIDERER

UNIVERSITATIS ET COLLEGII ILLUSTRIS PROFESSORE PHYSICES ET MATHESEOS PUBL. ORD.

PRO CONSEQUENDO GRADU MAGISTERII

*D. SEPT. MDCCCI.*

PUBLICE DEFENDENT

CAROLUS WILHELM. HOCHSTETTER, *Leonbergensis*,
CAROLUS GOTTLIEB MOERIKE, *Burgstallensis*,
IMMANUEL FERDINANDUS KOESTLIN, *Esslingensis*,
GOTTLIEB FRIEDER. LOEFFLER, *Kircho-Teccensis*,
CAROLUS BERNHARD. BILFINGER, *Kaltenwesthemensis*,

CANDIDATI MAGISTERII PHILOSOPHICI IN ILLUSTRI STIPENDIO THEOLOGICO.

---

*TUBINGÆ*

LITERIS SCHRAMMIANIS.

## PROPOSITIO VII.

### §. 83.

Rob. Simson duobus hac propositione enumeratis casibus tertium addit "omissum, & in demonstrationibus non raro occurrentem" (conf. *Euklids Data.* Stuttg. 1780. S. 62.), quo reliquorum angulorum alter sit rectus; & propositionem sic enunciat: "Si duo triangula unum angulum uni" angulo æqualem habeant, circa alios autem angulos latera proportio-" nalia, & reliquorum utrumque simul minorem, vel non minorem" recto; vel si eorum alter rectus fuerit: æquiangula erunt triangula, &" æquales habebunt angulos, circa quos latera sunt proportionalia." (p. 185. 371. *Matthias* p. 78. sq.)

### §. 84.

Demonstratio primi casus hac potest illatione finiri: quod (*Fig.* 22.) angulus $AGB$, qui (dem.) foret $= F <$ Rect. (hyp.), simul esset angulus exterior ad basin trianguli $BCG$ æquicruri (dem.), ideoque $>$ Recto (I, 5. 17. 13.).

Secundi casus demonstratio ipsa neutrum angulum $ABC, DEF$ altero posse esse majorem eo convincit, quod trianguli æquicruri angulus interior ad basin non possit non esse recto minor (I, 5. 17.).

Demonstratio tertii casus supplendi, si angulus $ACB$ supponitur rectus, coincidit cum demonstratione secundi: si angulus $F$ est rectus; ob angulum $AGB = F$ (dem.), redit ad demonstrationem casus primi.

Trium igitur casuum demonstratio nititur propositione: Trianguli æquicruri uterque ad basin angulus interior est recto minor; exterior, recto major (I, 5. 17. 13.).

## §. 85.

Iisdem modis, ſub conditione æqualitatis laterum $AB$ & $DE$, $BC$ & $EF$, ceterisque ad angulos pertinentibus conditionibus, per I, 26. in locum VI, 4. ſubſtitutam oſtenditur: triangula eſſe omnimode æqualia, ſeu æqualia & ſimilia; quod BÆRMANNUS notat (*Euclidis Element. Libri* XV. Lipſ. 1743. p. 139.).

## §. 86.

Quo præmiſſo, hæc VI, 7. eodem modo, quo præcedentes duæ, poteſt demonſtrari.

## §. 87.

Triangula ſub conditionibus VII^mæ^ ſimilia eſſe, uti ex VI^ta^ (§. 73.) infertur. Eademque pariter illi, quæ huic (§. 75.), diſpoſitio laterum proportionalium applicatur.

## §. 88.

Notari etiam poteſt, caſum primum §. 83. ſqq. ſemper exiſtere, ſi latera $AB$, $DE$, adjacentia angulis (ſupp.) æqualibus $A$, $D$, minora ſint alteris $BC$, $EF$: tum quippe anguli $C$, $F$, minores angulis $A$, $D$ (I, 18.), neceſſario ſunt acuti (I, 17. Cor.).

## §. 89.

Sit autem angulus $F$ acutus, & $DE > EF$; ideoque etiam angulus $D$, quippe $< F$, acutus (I, 18. 17.). Ad rectam quamcunque $BC$ conſtituantur anguli $C = F$, $CBA = E$. Erit & angulus $A = D$ (I, 32. Cor.): proinde anguli $C$, $A$ acuti, & quidem $C > A$; ideoque $AB > BC$ (I, 19): ac $AB : BC = DE : EF$ (VI, 4.).

Ex puncto $B$ demittatur perpendiculum $BH$ in latus $AC$. Intra triangulum $ABC$ cadet $BH$ (*Schol. in Lib. II. Elem.* §. 194.); & faciet $AH > CH$ (*ibid.* §. 223.).

Ab $AH$ abſcindatur $HG = HC$, & jungatur $BG$ recta. Erit $BG = BC$ (I, 4.); $AB : BG = AB : BC$ (V, 7.) $= DE : EF$ (dem. & V, 11.): ſed anguli $ABG < \begin{cases} ABC \\ E \end{cases}$, $AGB > \begin{cases} C \\ F \end{cases}$ (I, 16.).

Trian-

Triangula igitur $ABG$, $DEF$ æquiangula non ſunt, nec proinde ſimilia; etiamſi habeant angulos $A$, $D$ æquales, & latera circa angulos $ABG$, $E$ proportionalia. Hoc vero etiam caſu reliquorum angulorum unus $AGB$, quippe exterior ad baſin trianguli $BCG$ æquicruri (dem.), eſt recto major (§. 84.); alter $C$ recto minor (conſtr. & ſupp.).

Unde patet neceſſitas tertiæ conditionis propoſitioni VI, 7. adjunctæ. (Clavius p. 552.)

§. 90.

Sumta $BC = EF$, & reliquis uti §. 89. factis: præter angulum $A = D$, $BG = BC$ (§. 89.) $= EF$, foret $AB = DE$ (I, 26.); ceterum tamen triangulum $ABG$ alteri $DEF$ diſſimile & inæquale, quippe cui ſimile & æquale eſt triangulum $ABC$ (§. 55.).

Hinc theorematis §. 85. determinatio intelligitur.

## PROPOSITIO VIII.

§. 91.

Demonſtratio partis prioris in textu, quem habemus, *Elementorum* hæc traditur (*Fig.* 23.): Επει γαρ ιση εϛιν η υπο ΒΑΓ γωνια τη υπο ΑΔΒ, ορθη γαρ εκατερα, και κοινη των δυο τριγωνων τȣτε ΑΒΓ και τȣ ΑΒΔ η προς τω Β· λοιπη αρα η υπο ΑΓΒ τη υπο ΒΑΔ εϛιν ιση. Ισογωνιον αρα εϛι το ΑΒΓ τριγωνον τω ΑΒΔ τριγωνω. Εϛιν αρα ως η ΒΓ υποτεινȣσα την ορθην τȣ ΑΒΓ τριγωνȣ προς την ΒΑ υποτεινȣσαν την ορθην τȣ ΑΒΔ τριγωνȣ, ȣτως αυτη η ΑΒ υποτεινȣσα την προς τω Γ γωνιαν τȣ ΑΒΓ τριγωνȣ προς την ΒΔ υποτεινȣσαν την ισην τη προς τω Γ, την υπο ΒΑΔ τȣ ΑΒΔ τριγωνȣ, και ετι η ΑΓ προς την ΑΔ υποτεινȣσαν την προς τω Β γωνιαν κοινην των δυο τριγωνων. Το ΑΒΓ αρα τριγωνον τω ΑΒΔ τριγωνω ισογωνιον τε εϛι, και τας περι τας ισας γωνιας πλευρας αναλογον εχει. Ομοιον αρα εϛι το ΑΒΓ τριγωνον τω ΑΒΔ τριγωνω.

Similiterque partis alterius demonſtratio exponitur.

§. 92.

*Rob.* Simson (p. 371. *Matthias* p. 79.) monet: “Manifeſtum eſt,” aliquem mutaſſe demonſtrationem, quam *Euclides* hujus propoſitionis de-”

"derat. Etenim auctor ejus, postquam demonstraverat, triangula esse inter "se æquiangula, particulatim ostendit, latera eorum circa æquales an"gulos proportionalia esse; quasi hoc non factum fuisset in propositione "quarta hujus Libri." [Addi potest: nec illationes particulares proportionum laterum cum enunciato & conclusione propositionis VI, 4. (§. 51.) consentire.] "Hæc autem superflua non inveniuntur in versione" [*Campani* p. 145.] "ex lingua Arabica; & nunc omissa sunt."

Ostensa nempe angulorum æqualitate, infert *Rob.* SIMSON (p. 187.): "Aequiangulum igitur est triangulum *ABC* triangulo *ABD*; quare latera "circa æquales angulos proportionalia habent (VI, 4.); & propterea inter "se similia sunt (Lib. VI. Def. 1.)."

## §. 93.

AUSTIN (*Examination of the first six Books of Euclid's Elements*. Oxford 1781. pag. 68. seq.) *Corollarium* etiam propositioni adjunctum reprobat. Priore autem illius parte, ipsis ejus verbis pro more relata, demonstrationes nituntur Prop. VI, 13; partis tertiæ Lemm. I. ante X, 34; ac Lemm. post XIII, 13. Contra ejusdem pars altera in demonstrationibus partis primæ Lemm. I. ante X, 34; partis tertiæ Prop. XIII, 13; Lemm. posteam; partis ultimæ Prop. XIII, 18; ac Prop. III, 6. *Collect. math. Pappi*, ab propositionibus VI, 8. 4. deducta traditur: serius itaque, usus illius frequentis causa tum locis citatis, tum alibi, ut in demonstrationibus Propp. XIII, 14. 15. 16, addita (forsan restituta) est censenda.

Ceterum præter duas proportiones Corollario hoc enunciatas notari adhuc sequentes merentur:

1°. Latus, quod trianguli rectanguli angulum rectum subtendit, est ad alterutrum ejus latus circa angulum rectum, uti reliquum ipsius latus circa angulum rectum est ad perpendiculum ex vertice anguli recti in hypotenusam demissum; $BC : AC = AB : AD$, & alterne (VI, 4.).

2°. Unum trianguli rectanguli latus circa angulum rectum est ad alterum; uti, quod priori adjacet, segmentum hypotenusæ, perpendiculo in eam ex vertice anguli recti demisso abscissum, est ad ipsum hoc perpendiculum; vel uti hoc perpendiculum est ad segmentum hypotenusæ adjacens lateri posteriori; $AB : AC = BD : AD = AD : DC$ (VI, 4.).

§. 94.

§. 94.

Cum anguli in semicirculo sint recti (III, 31.): perpendicularis ab quocunque peripheriæ circuli puncto ad aliquam ejus diametrum ducta est media proportionalis inter segmenta diametri hujus ab perpendiculo illo facta; & quælibet circuli chorda per centrum non transiens media proportionalis est inter diametri per alterutrum ejus extremum ductæ segmentum ipsi adjacens, quod perpendiculum ab altero chordæ extremo in diametrum hanc demissum ab ea abscindit, ipsamque diametrum (VI, 8. Coroll.).

## PROPOSITIO IX.

§. 95.

Textus propositionis hujus sic habet: *Της δοθεισης ευθειας το προσταχθεν μερος αφελειν.*

*Εστω η δοθεισα ευθεια η* AB (*Fig.* 24.)· *δει δη της* AB *το προσταχθεν μερος αφελειν.*

*Επιτεταχθω δη το τριτον· και διηχθω τις ευθεια απο του* A *η* ΑΓ, *γωνιαν περιεχουσα μετα της* AB *τυχουσαν· και ειληφθω τυχον σημειον επι της* ΑΓ *το* Δ, *και κεισθωσαν τη* ΑΔ *ισαι αι* ΔΕ, ΕΓ· *και επεζευχθω η* ΒΓ, *και δια του* Δ *παραλληλος ηχθω τη* ΒΓ *η* ΔΖ.

*Επει ουν τριγωνου του* ΑΒΓ *παρα μιαν των πλευρων την* ΒΓ *ηκται η* ΖΔ· *αναλογον αρα εστιν ως η* ΓΔ *προς την* ΔΑ *ουτως η* ΒΖ *προς την* ΖΑ. *Διπλη δε η* ΓΔ *της* ΔΑ· *διπλη αρα και η* ΒΖ *της* ΖΑ· *τριπλη αρα η* ΒΑ *της* ΑΖ.

*Της αρα δοθεισης ευθειας της* AB *το επιταχθεν τριτον μερος αφηρηται το* ΑΖ· *οπερ εδει ποιησαι.*

§. 96.

*Rob.* Simson monet (p. 371. *Matthias* p. 80.): "Demonstratio hujus" facta est in casu particulari, in quo scilicet pars tertia abscindenda est a" data recta" [contra tenorem tam propositionis, quam expositionis; & absque ulla mentione applicationis solutionis exhibitæ particularis ad ceteros casus]; "quare minime videtur *Euclidis* esse. Præterea in quatuor magni-" tudinibus proportionalibus concludit auctor tertiam æquemultiplicem esse" "quartæ,

"quartæ, atque prima est secundæ; quod quidem in Libro V, ut eum "nunc habemus, nullibi ostensum est. Sed hoc, ut alia, assumit editor "ex confusanea apud vulgus recepta proportionalium notione. Genera-"lem igitur & legitimam demonstrationem hujus propositionis tradere "necesse fuit."

## §. 97.

Hanc autem, præmissa in Libro V. (p. 145. *Matthias* p. 52. sq.) demonstratione propositionis D. notatæ: "Si fuerit prima ad secundam ut "tertia ad quartam, fueritque prima multiplex vel pars secundæ, erit "tertia eadem multiplex vel eadem pars quartæ"; sic instruit (p. 188. *Matthias* p. 79.): "Sit data recta linea $AB$ (*Fig.* 25.); oportet ab ipsa $AB$ "imperatam partem abscindere."

"Ducatur a puncto $A$ quædam recta linea $AC$, quæ cum ipsa $AB$ "angulum quemlibet contineat; sumaturque in $AC$ quodvis punctum $D$: "& quam multiplex est $AB$ partis abscindendæ, tam multiplex fiat $AC$ "ipsius $AD$: deinde jungatur $BC$; & per $D$ ipsi $BC$ parallela ducatur $DE$."

"Itaque quoniam uni laterum trianguli $ABC$, videlicet ipsi $BC$, pa-"rallela ducta est $ED$: erit (VI, 2.) ut $CD$ ad $DA$, ita $BE$ ad $EA$; & "componendo (V, 18.) ut $CA$ ad $AD$, ita $BA$ ad $AE$. Est autem $CA$ "multiplex ipsius $AD$. Ergo $BA$ eadem est multiplex ipsius $AE$. Quare "quæcunque pars $AD$ est ipsius $AC$, eadem pars erit $AE$ ipsius $AB$. Est "igitur $AE$ pars a recta $AB$ abscindenda."

## §. 98.

Demonstratio constructionis §. 97. absque subsidio propositionis illius $D$, jure ceterum in Libro V. desideratæ, sic etiam potest concinnari: ob parallelas $BC$, $ED$ est

$$AC : AB = AD : AE \text{ (§. 22.)} = n \times AD : n \times AE \text{ (V, 15. 11.)},$$

denotante $n$ numerum integrum, juxta quem data $AB$ multiplex esse debet partis abscindendæ. Quare cum sit $AC = n \times AD$ (constr.); pariter est $AB = n \times AE$ (V, 14.).

Hoc fere modo demonstrationem VI, 9. in Scholio ei adjuncto complet Bærmannus (p. 141.).

§. 99.

## §. 99.

Eadem ratione ab data recta $AB$ (*Fig.* 26.) abscindetur segmentum, quod ad totam habeat rationem datam rectæ minoris $M$ ad majorem $M+N$; vel quod ad segmentum residuum habeat rationem datæ rectæ $M$ ad datam $N$; seu data recta $AB$ secabitur in data ratione, rectæ nimirum datæ $M$ ad datam $N$. (PAPPI *ad Libros de sectione rationis Lemma I. Collect. math.* fol. 166. *Halley* p. XVIII. XLV. CLAVIUS p. 557. TACQUET *Elementa Euclidea geometriae illustrata a Guil.* WHISTON. Romæ 1745. Tom. I. p. 166. VI, 9. Coroll. I. ab *Whistono* adjunctum.)

Sub angulo enim quocunque ab eo datæ $AB$ extremo $A$, cui adjacens segmentum datæ $M$ debet esse homologum (§. 51.), ducta recta; & ex ea abscissis $AD=M$, $DC=N$, vel $AC=M+N$; tum per $D$ acta rectæ $CB$ parallela $DE$: fiunt

$$AE:EB:AB=AD:DC:AC\ (\text{§. 16. sqq.})=M:N:M+N\ (\text{V, 7. 11.}).$$

## §. 100.

Pariter (*Fig.* 27. 28.) datæ rectæ $AB$ alia ab puncto inde $A$ in directum adjicitur, quæ ad ipsam habeat datam rationem, datæ nimirum rectæ $M$ ad datam $N$.

Quippe vel (*Fig.* 27.) ab recta, sub angulo quocunque per alterum datæ $AB$ extremum $B$ ducta, abscissis ad easdem partes $BC=N$, $CD=M$; vel (*Fig.* 28.) ab recta, sub angulo quocunque per ipsum datæ $AB$ extremum $A$ ducta, abscissis ad partes oppositas $AC=N$, $AD=M$; & per punctum $D$ acta rectæ $\begin{cases} CA\ (\textit{Fig. } 27.) \\ CB\ (\textit{Fig. } 28.) \end{cases}$ parallela $DE$ ad occursum usque rectæ $BA$ productæ in $E$ (§. 15.): fit

$$EA:AB=\begin{cases} DC:CB\ \textit{Fig. } 27.\ (\text{VI, 2.}) \\ DA:AC\ \textit{Fig. } 28.\ (\text{§. 23.}) \end{cases}=M:N\ (\text{V, 7. 11.}).$$

## §. 101.

Composita autem ex data $AB$ eique ab extremo inde $A$ in directum adjecta habebit ad $\begin{cases}\text{datam} \\ \text{adjectam}\end{cases}$ rationem datæ majoris rectæ $M$ ad datam minorem $N$: si (*Fig.* 29. 30.) ab recta, sub angulo quocunque per alterum datæ

datæ $AB$ extremum $B$ ducta, abſcinduntur $BD = M$, $\left.\begin{matrix} BC (Fig. 29.) \\ DC (Fig. 30.) \end{matrix}\right\} = N$; & rectæ $AC$ per $D$ parallela agitur $DE$ ad occurſum uſque productæ $BA$ in $E$ (§. 15.). Sic quippe fit

$$\left.\begin{matrix} (Fig. 29.)\ EB : BA = DB : BC \\ (Fig. 30.)\ BE : EA = BD : DC \end{matrix}\right\} (§. 17.) = M : N\ (V, 7. 11.)$$

Vel (*Fig.* 31. 32.) ab recta, ſub angulo quocunque per ipſum datæ $AB$ extremum $A$ ducta abſcindantur $\left\{\begin{matrix} (Fig. 31.)\ AC \\ (Fig. 32.)\ AD \end{matrix}\right\} = N$, $\left.\begin{matrix} CD \\ DC \end{matrix}\right\} = M$; & rectæ $BC$ per $D$ ducatur parallela $DE$ ad occurſum uſque productæ $BA$ in $E$ (§. 15.): quo fit

$$\left.\begin{matrix} (Fig. 31.)\ EB : BA = DC : CA \\ (Fig. 32.)\ BE : EA = CD : DA \end{matrix}\right\} (§. 23.) = M : N\ (V, 7. 11.).$$

## PROPOSITIO X.

### §. 102.

Problema: Datam rectam $AB$ ſecare in partes, quæ easdem mutuo habeant rationes, quas datæ rectæ $L$, $M$, $N$; ad heic propoſitum reducitur, ab recta indefinita, ſub angulo quocunque per alterum datæ $AB$ extremum $A$ ducta, abſcindendo $AD = L$, $DE = M$, $EC = N$ (*fig. verſ. Lorenz. vel Hauff.*).

Demonſtratio expeditior redditur præmiſſa propoſitione §. 29. ſq.

Solutio pariter ac demonſtratio pertinent ad rectam $AC$ in partes quotcunque ſectam, vel ex propoſitis quotcunque rectis, datas rationes exhibentibus, componendam; ideoque ad efficiendam datæ rectæ $AB$ ſectionem in partes quotcunqne, totidem propoſitæ $AC$ ſegmentis, vel rectis datis, ordinatim proportionales.

Et generatim ex ipſis, vel immediate ex propoſitionibus VI, 2. ac §. 29. ſq. conſequitur: Si uni laterum alicujus trianguli (aut oppoſitis duobus parallelogrammi, parallelisve trapezii) plures quotcunque parallelæ agantur; omnia reliquorum laterum ſegmenta homologa eſſe proportionalia. (Tacquet p. 159. Bærmann p. 141.).

§. 103.

## §. 103.

Quare, si æqualia fuerint unius trianguli lateris $AC$ segmenta (*Fig.* 33.), alterius etiam lateris $AB$ segmenta, rectis tertio lateri $BC$ parallelis facta, erunt æqualia (*Rob. Simson* Lib. V. Prop. A. p. 142. *Matthias* p. 48; vel V, 14.).

Idem immediate sic ostenditur. Ductis per puncta $E$, $G$, $I$, $L$ lateri $AC$ parallelis, sunt (I, 34.) $EM = DF$, $GN = FH$, $IO = HK$, $LP = KC$. Quare $AD = EM = GN = IO = LP$, si lateris $AC$ segmenta $AD$, $DF$, $FH$, $HK$, $KC$ æqualia sunt. Præterea (I, 29.) sunt anguli $A = GEM = IGN = LIO = BLP$, & $AED = EGM = GIN = ILO = LBP$. Itaque (I, 26.) $AE = EG = GI = IL = LB$.

## §. 104.

Recta igitur data $AB$ in partes quotcunque æquales secabitur simili modo, quo propositum VI, 9. fiebat: ab recta nempe indefinita $AZ$, sub angulo quocunque per alterum datæ $AB$ extremum $A$ ducta, ex puncto inde $A$ abscindendo tot segmenta æqualia cujuscunque longitudinis $AD$, $DF$, $FH$, $HK$, $KC$, in quot partes æquales secanda est data $AB$; tum rectæ $BC$, jungenti altera rectarum $AB$, $AC$ extrema, parallelas agendo per puncta $D$, $F$, $H$, $K$ (CLAVIUS p. 554. sq. TACQUET p. 167.).

## §. 105.

Idem efficietur, rectæ $AZ$ (§. 104.) parallelam pariter indefinitam $BX$ ducendo per alterum datæ $AB$ extremum $B$; & ab utraque $AZ$, $BX$, ex punctis inde $A$, $B$, tot abscindendo segmenta cujuscunque longitudinis, utrinque æqualia, $AD$, $DF$, $FH$, $HK$, $BQ$, $QR$, $RS$, $ST$, in quot partes æquales secanda est data $AB$, demta una; tum rectas $DT$, $FS$, $HR$, $KQ$ jungendo.

Ab recta enim $AZ$ adhuc abscisso segmento $KC = AD = DF$ &c. $= BQ = QR$ &c., ut $AC$ tot constet segmentis æqualibus, in quot partes æquales secanda est $AB$; & juncta $BC$ recta: ob parallelas & æquales $CK$ & $BQ$, $CH$ & $BR$, $CF$ & $BS$, $CD$ & $BT$ (construct.), rectæ $KQ$, $HR$, $FS$, $DT$ sunt ipsi $BC$ parallelæ (I, 33.); constructio igitur redit ad præcedentem (§. 104.); facilior vero est ejus praxis, quia pauciores du-



cendæ

cendæ sunt parallelæ. (MAUROLYCUS *De lineis horariis* Lib. II. Cap. 6. in *Opusc. math.* Venet. 1575. p. 229. sq. CLAVIUS p. 135. 555. sq. TACQUET p. 167. sq.)

§. 106.

Vel (*Fig.* 34. 35.) ab recta $MZ$, datæ $AB$ parallela, tot abscissis æqualibus segmentis cujuscunque longitudinis $MD$, $DF$, $FH$, $HK$, $KN$, in quot partes æquales dividenda est $AB$; jungantur rectarum $AB$, $MN$ extrema ad easdem partes sita per rectas $AM$, $BN$: quæ parallelæ erunt, si fuerit $MN = AB$ (I, 33.); ad partes autem minoris concurrent, si $MN$ & $AB$ prodeunt inæquales (*). Priori casu rectis $MA$, $NB$ per puncta $D$, $F$, $H$, $K$ parallelæ (I, 34.); posteriori, per hæc puncta & per punctum $C$ concursus rectarum $MA$, $NB$ ductæ rectæ (§. 62.) propositam $AB$ in partes impetratas æquales secabunt. (STEVINI *Liber quintus praxis geometricæ, de sectione proportionali.* Prop. I. *Tom. II. mathematicorum Hypomnematum.* Lugd. Bat. 1605. p. 125. CLAVIUS p. 555. TACQUET p. 167.).

§. 107.

Constructiones §. 105. sq. problematibus etiam §. 99 — 102. possunt applicari. (MAUROLYCUS p. 230. sq. STEVIN l. c. Prop. 2. p. 125. sq.)

§. 108.

Hinc porro sequentia solvuntur *Problemata*, ad figurarum rectilinearum divisiones pertinentia: in quibus rationes datæ inæqualitatis vel per rectas datas, quæ eas invicem habeant rationes, exhiberi; vel numeris (integris) exprimi, his autem designatæ, sumtis cujuscunque rectæ multiplicibus juxta istos numeros, ad illas reduci supponentur.

§. 109.

(*) Ab majori enim, v. gr. $MN$ (*Fig.* 36.), abscissa $MO$ = minori $AB$, fit $BO$ rectæ $AM$ parallela (I, 33.): ideoque anguli $M + MOB = 2$ Rect. (I, 29.); & ob ang. $N < MOB$ (I, 16.), anguli $M + N < 2$ Rect: quare ad partes horum angulorum concurrunt rectæ $MA, NB$ (Lib. I. Ax. 11.).

## §. 109.

Parallelogrammum *ABCD* (*Fig.* 37.) per rectas, alterutris ejus duobus oppositis lateribus *AB*, *DC* parallelas, dividere in partes quotcunque æquales, vel quæ datas invicem habeant rationes.

In tot partes æquales, vel rationes datas invicem habentes, secetur alterutrum *AD* reliquorum parallelogrammi laterum (§. 99. 102. sqq.); & per puncta divisionum *E*, *F* agantur lateribus *AB*, *DC* parallelæ.

Erunt parallelogramma *BE*, *GF*, *HD* uti rectæ *AE*, *EF*, *FD* (VI, 1.); ideoque vel æqualia, vel in rationibus datis.

Videatur Euclidis, *ut quidam arbitrantur*, *de divisionibus Liber*; *vel*, *ut alii volunt*, Machometi Bagdedini *Liber de divisionibus superficierum* (a), editioni Operum Euclidis Oxoniensi p. 665—684 adjunctus (Prop. XI. p. 673.). *Dav. Gregorius* (Præfat. fol. c. sq.) hæc de eo præfatur: "Scripsit *Euclides* Librum περι διαιρετεων, de divisionibus, teste *Proclo* (b). *Johannes Dee* Londinensis cum Librum de divisionibus superficierum, *Machometo Bagdedino* (qui floruisse creditur seculo Christi decimo) vulgo adscriptum, ex Arabico (uti credo, licet hoc expresse non dicat) in Latinum verteret, & *Commandino* in lucem publicam edendum (c) commit-



(a) Qui triangula Prop. I—VI, quadrilatera Prop. VII—XVI, pentagona Prop. XVII—XXII, singula in duas partes secundum datam propositionem dividere docet.

(b) Lib. II. Cap. 5. p. 20. Πολλα μεν ουν και αλλα του ανδρος τουτου (Ευκλειδου) μαθηματικα συγγραμματα, θαυμαστης ακριβειας και επιστημονικης θεωριας μεστα. Τοιαυτα γαρ και τα οπτικα, και τα κατοπτρικα· τοιαυτα δη και αι κατα μουσικην στοιχειωσεις· ετι δε το περι διαιρεσεων βιβλιον.

(c) Quod effectum dedit Pisauri 1570 (*Kæstners Gesch. der Math.* I. B. S. 272. f.) sub titulo: *Mahometis Bagdadini* de superficierum divisionibus liber, *Jo. Dee* Londinensis & *Fed. Commandini* opera latine editus; & *Commandini* de eadem re libellus (*Büsch Encyklopädie der mathemat. Wiss.* Hamburg 1795. S. 77.). Hunc illo breviorem & magis universalem prædicat *Clavius* (*Geometria practica.* Mogunt. 1606. p. 236.).

committeret, ſic ſcribit: "Cum ipſemet *Euclides* Librum de diviſionibus "ſcripſerit; nullum, qui ſub hoc titulo extet, alium novimus, nec, qui "jure meliori propter tractandi excellentiam *Euclidi* aſcribi queat, inve- "nire poſſumus ullum: nullius enim *Machometi* tantum in mathematicis "acumen adhuc perſpicere ex eorum, quæ habemus, monimentis potui- "mus, quantum in his ubique elucet problematibus. Denique in anti- "quiſſimo quodam geometrici negotii fragmento memini me expreſſis "verbis ex hoc Libello locum citatum legiſſe, veluti ex Euclidis certiſſimo "opere." Porro invenimus ad hæc verba Lib. II. *Procli* ([d]): Circulus namque & rectilineorum quodlibet in ratione diſſimiles dividi poteſt figuras, quod & ipſe *Euclides in Diviſionibus* pertractat; ipſius *Jo. Dee* manu ſcriptum: "Clarum hinc eſſe poteſt, Librum illum, ſive fragmentum, "de diviſionibus ſuperficierum, quem nos cum mathematico excellentiſ- "ſimo D. *Federico Commandino* Urbini reliquimus anno 1563, ipſius *Eu- "clidis* fuiſſe; quod tum conjiciebamus quidem, aliis argumentis adducti, "hujus loci immemores." Ex hoc ipſo tamen *Procli* loco colligit *Savilius* ([e]), hunc Librum non eſſe *Euclidis*: "Atqui nulla eſt" (inquit in Prælect. I.) "in illo *Bagdedini* Libello propoſitio, quæ figuras doceat in "ſimiles vel diſſimiles figuras dividere, ſed in datam proportionem divi- "dere." Inter contrarias graviſſimorum virorum opiniones de auctore hujus Libri, illum hoc in loco edendum judicavimus, quod & raro admodum reperiatur, & *Euclidem* auctorem magis ſapiat quam Optica & Catoptrica pro ejusdem libris habitæ. Illum Latinum tantum exhibemus: Græce enim, quod ſciamus, nullibi reperitur; neſcimus, an Arabice in aliqua Italiæ bibliotheca".

## §. 110.

Triangulum datum *ABC* (*Fig.* 38.) in partes quotcunque æquales, vel

---

(d) ad Elem. I. Def. 14. p. 40. Το ϛχηματων εκαϛον εις διαφορα αυτων ειδη τεμνεται. Και γαρ ο κυκλος εις ανομοια τω λογω, και εκαϛον των ευθυγραμμων διαιρετον εϛιν· ο και αυτος ο ϛοιχειωτης εν ταις διαιρεϛεσι πραγματευεται, το μεν εις ομοια τα δοθεντα ϛχηματα διαιρων, το δε εις ανομοια.

(e) Prælectiones tresdecim in principium Elementorum Euclidis, Oxonii habitæ MDCXX. Oxonii 1621. p. 17. ſq.

vel quæ datas invicem habeant rationes, dividere per rectas, ex vertice anguli alicujus $A$ trianguli ductas ad latus oppositum $BC$.

Latere hoc $BC$ ea, qua triangulum dividi jubetur, ratione secto (§. 99. 102. sqq.); ab vertice $A$ ad puncta sectionis $E$, $F$ ducantur rectæ. Erunt (VI, 1.) triangula $ABE$, $AEF$, $AFC$ uti lateris $BC$ segmenta $BE$, $EF$, $FC$. (*De divisionibus Liber*. Prop. I. p. 667.).

§. 111.

Triangulum datum $ABC$ (*Fig*. 39.) in partes quotcunque æquales, vel quæ datas invicem habeant rationes, dividere per rectas ex puncto dato $D$ lateris alicujus $BC$ trianguli ad ejus perimetrum ductas.

Ab puncto $D$ ad verticem $A$ anguli lateri $BC$ oppositi ducatur $DA$ recta; cui per alterum lateris $BC$ extremum $B$ parallela agatur $BE$ ad occursum usque cruris alteri extremo $C$ adjacentis $CA$ producti (§. 15.): & jungatur $DE$ recta. Erit triangulum $DAE = DAB$ (I, 37.); itaque triangulum $DCE =$ dato $ABC$ (Lib. I. Ax. 2.).

Quare, uti in problemate præcedenti (§. 110.), basis $CE$, & triangulum $DCE$ per rectas ex vertice $D$ ductas, ea ratione secentur, qua triangulum $ABC$ dividi imperatur. Per puncta autem sectionis basis $CE$, quæ in continuationem $AE$ lateris $CA$ cadunt, ut $G$, agantur rectis $AD$, $EB$ parallelæ ad occursum usque lateris $AB$, ut $GH$. Erit, ducta $DH$ recta, triangulum $DAH = DAG$ (I, 37.); igitur quadrilaterum $DFAH =$ triangulo $DFG$ (Lib. I. Ax. 2.); pariterque, ob triangulum $DAB = DAE$ (dem.), triangulum $DHB = DGE$ (Lib. I. Ax. 3.). Proinde $DCF : DFAH : DHB = DCF : DFG : DGE$ (V, 7.) $= CF : FG : GE$ (VI, 1.). (*De divisionibus Liber*. Prop. II. p. 667. sq.).

§. 112.

Vel (*Fig*. 40.) ea, qua triangulum $ABC$ dividendum est, ratione secetur ipsum ejus latus $BC$, in quo punctum $D$ datur; & per puncta sectionum $I$, $K$ agantur rectæ $AD$ parallelæ $IF$, $KH$ ad occursum usque ceterorum trianguli laterum $AC$, $AB$. Ductis $DF$, $DH$, & $AI$, $AK$ rectis; sunt (I, 37.) triangula $IFD = IFA$, $ADF = ADI$, $ADH = ADK$, $KHD = KHA$: ideoque (Lib. I. Ax. 2.) $DCF = ACI$, $DFAH = AIK$, $DHB = AKB$; & hinc
$DCF : DFAH : DHB = ACI : AIK : AKB$ (V, 7.) $= CI : IK : KB$ (VI, 1.).

(La

(*La quinta Parte del general Trattato de' numeri & misure, di Nicolo* TARTAGLIA. In Venetia MDLX. fol. 25. sq. CLAVII *Geometr. pract.* p. 262. sq.).

## §. 113.

Triangulum datum $ABC$ (*Fig.* 41.) in partes quotcunque æquales, vel quæ datas mutuo habeant rationes, dividere per rectas ex dato intra triangulum puncto $D$ ad ejus perimetrum ductas.

Ab puncto hoc $D$ ad vertices duorum quorumlibet trianguli angulorum $B$, $C$ ductis $DB$, $DC$ rectis parallelæ per tertii anguli verticem $A$ agantur $AE$, $AF$ ad occursum usque lateris $BC$, quod punctis $B$, $C$ interjacet, utrinque producti (§. 15.); & jungantur rectæ $DA$, $DE$, $DF$. Erunt triangula $DBE = DBA$, $DCF = DCA$ (I, 37.); ideoque $DEF = ABC$ (Lib. I. Ax. 2.).

Rursus igitur ea, qua triangulum $ABC$ dividi jubetur, ratione secetur recta $EF$, & triangulum $DEF$ per rectas ex vertice $D$ ductas (§. 110.). Tum per puncta sectionis, quæ extra latus $BC$ ad partes verticis $B$ cadunt, ut $G$, parallelæ rectis $DB$, $AE$; per ea autem, quæ ad partes verticis $C$ cadunt, ut $I$, parallelæ rectis $DC$, $AF$ agantur; ut $GK$, $IL$, ad occursum usque laterum $AB$, $AC$: & jungantur rectæ $DK$, $DL$.

Erunt triangula $DBK = DBG$, $DCL = DCI$ (I, 37.): proinde quadrilatera $DHBK = DHG$, $DHCL = DHI$ (Lib. I. Ax. 2.); pariterque, ob $DBA = DBE$, $DCA = DCF$ (dem.), triangula $DKA = DGE$, $DLA = DIF$ (Lib. I. Ax. 3.): itaque

$$DAK : DKBH : DHCL : DLA = DEG : DGH : DHI : DIF \ (V, 7.)$$
$$= EG : GH : HI : IF \ (VI, 1.).$$

(*Neue und erleichterte Methode den Inhalt geradelinichter Flächen zu finden, und dieselben ohne Rechnung einzutheilen* — *von C. H.* WILKE. Halle 1757. S. 11. ff. *Gründlicher und ausführlicher Unterricht zur praktischen Geometrie von I. T.* MAYER. III Theil. Götting. 1783. S. 272. ff.)

## §. 114.

Propositam quamlibet figuram rectilineam, cujus omnes anguli sunt convexi seu duobus rectis minores, in partes quotcunque æquales, vel quæ datas invicem habeant rationes, dividere per rectas, ex vertice de-

signato

ſignato anguli alicujus figuræ, vel ex puncto in latere aliquo figuræ, aut intra figuram dato, ductas ad perimetrum figuræ.

Figura propoſita ſimilibus, ac §. 111. 113, operationibus, propoſitione I, 37. nixis, transformetur in triangulum, cujus vertex ſit punctum in perimetro figuræ, vel intra eam aſſignatum, & cujus baſis in directum jaceat alicui lateri figuræ. Baſis hæc ea, qua figura dividi præcipitur, ratione ſecetur (§. 99. 102. ſqq.): &, quæ in productum figuræ latus cadunt, puncta ſectionum ſimiliter ac §. 111. 113. ad perimetrum figuræ reducantur. (*De diviſionibus Liber*. Prop. VII. IX. XVII. XVIII. Wilke, Mayer, l. c.)

## §. 115.

Exempli gratia ſit quadrilaterum $ABCD$ dividendum

1°. per rectas ex vertice anguli ejus $C$ ductas (*Fig*. 42.).

Diagonali $CA$ per verticem $D$ parallela agatur $DE$ ad occurſum usque lateris $BA$ producti in $E$ (§. 15.); & jungatur $CE$ recta. Erit triangulum $CAE = CAD$ (I, 37.); & hinc triangulum $CBE =$ quadrilatero $CBAD$ (Lib. I. Ax. 2.).

Recta $BE$ ea, qua figura $ABCD$ dividenda eſt, ratione ſecetur: & per puncta ſectionis, quæ, ut $G$, in continuationem lateris $BA$ cadunt, agantur rectis $CA$, $DE$ parallelæ, ut $GH$, ad occurſum uſque lateris $AD$.

Ductis $CF$, $CG$, $CH$ rectis, eſt triangulum $CAH = CAG$ (I, 37.); hinc quadrilaterum $CFAH = GFG$ (Lib. I. Ax. 2.), ac triangulum $CHD = CGE$ (Lib. I. Ax. 3.): ideoque

$$CBF : CFAH : CHD = CBF : CFG : CGE = BF : FG : GE.$$

2°. Per rectas ex puncto $G$, dato in latere $BC$, ductas (*Fig*. 43.).

Rectæ $GD$ per $C$ parallela ducatur $CF$ ad occurſum uſque lateris $AD$ producti in $F$; per quod agatur rectæ $GA$ parallela $FE$ ad occurſum uſque lateris $BA$ producti in $E$ (§. 15.). Erunt (I, 37.) triangula $GDF = GDC$, $GAE = GAF = GADC$; ideoque $GBE =$ quadrilatero $ABCD$.

Trianguli $GBE$ baſis $BE$ ſecetur ea ratione, qua $ABCD$ dividi jubetur; & per puncta ſectionum, ut $I$, $K$, quæ in continuationem $AE$ lateris $BA$ cadunt, agantur rectis $GA$, $FE$ parallelæ, ut $IL$, $KM$, ad occurſum uſque rectæ $AF$; ac denuo per puncta hujus occurſus, quæ, ut ut $M$, in continuationem $DF$ lateris $AD$ cadunt, parallelæ ducantur rectis $GD$, $CF$, ut $MN$, ad occursum usque lateris $CD$.

Junctis $GH$, $GL$, $GN$, ac $GI$, $GK$, $GM$ rectis, sunt (I, 37.) triangula $GAL = GAI$, $GAM = GAK$, $GDN = GDM$; unde (Lib. I. Ax. 2.) quadrilaterum $GHAL = GHI$, pentagonum $GHADN = GHAM = GHK$; & (Lib. I. Ax. 3.) quadrilaterum $GLDN = GIK$, triangulum $GNC = GKE$: ideoque

$$GBH : GHAL : GLDN : GNC = GBH : GHI : GIK : GKE$$
$$= BH : HI : IK : KE$$

3°. Per rectas ex puncto $G$ intra quadrilaterum $ABCD$ dato ductas (*Fig.* 44.)

Ductis ad vertices angulorum quadrilateri rectis $GA$, $GB$, $GC$, $GD$: per punctum $C$ agantur rectis $GB$, $GD$ parallelæ $CF$, $CH$ ad occursum usque productorum laterum $AB$, $AD$, in $F$, $H$; & per hoc agatur rectæ $GA$ parallela $HE$ ad occursum usque lateris $BA$ producti in $E$ (§. 15.). Junctis $GF$, $GH$, $GE$ rectis, erunt (I, 37. & Lib. I. Ax. 2.) triangula $GBF = GBC$, $GDH = GDC$, $GAE = GAH = GADC$, $GEF = ABCD$.

Trianguli igitur $GEF$ basis $EF$ secetur ea ratione, qua dividendum est quadrilaterum $ABCD$: & per puncta sectionum, quæ, ut $I$, in continuationem $BF$ lateris $AB$ cadunt, ducantur rectis $GB$, $CF$ parallelæ, ut $IN$, ad occursum usque lateris $BC$; per puncta vero, quæ, ut $L$, $M$, in continuationem $AE$ lateris $BA$ cadunt, agantur rectis $GA$, $HE$ parallelæ, ut $LO$, $MP$, ad occursum usque rectæ $AH$; ac denuo per puncta hujus occursus, quæ, ut $P$, in continuationem $DH$ lateris $AD$ cadunt, parallelæ ducantur rectis $GD$, $CH$, ut $PQ$, ad occursum usque lateris $CD$.

Ductis $GN$, $GK$, $GO$, $GQ$, ac $GI$, $GL$, $GM$, $GP$ rectis; sunt (I, 37.) triangula $GBN = GBI$, $GAO = GAL$, $GAP = GAM$, $GDQ = GDP$: unde (Lib. I. Ax. 2.) quadrilatera $GKBN = GKI$, $GKAO = GKL$, pentagonum $GKADQ = GKAP = GKM$; ac (Lib. I. Ax. 3.) $GNC = GIF$, $GODQ = GLM$, $GQC = GME$: proinde

$$GCN : GNBK : GKAO : GODQ : GQC = GFI : GIK : GKL : GLM : GME$$
$$= FI : IK : KL : LM : ME.$$

## §. 116.

Propositam quamlibet figuram rectilineam, cujus omnes anguli sunt convexi, in partes quotcunque æquales, vel quæ datas invicem habeant ratio-

rationes, dividere per rectas, ex figuræ lateris alicujus, ea ratione, qua figura dividi jubetur, secti, punctis sectionum ductas ad perimetrum figuræ.

Si figura proposita fuerit triangulum; rectæ, ad puncta sectionum lateris assignati ex vertice anguli oppositi ductæ, efficiunt, quod jubetur (§. 110.).

Ceteri casus ad hunc reducuntur repetita propositionis I, 37. applicatione: qua primum figura proposita in triangulum lateri figuræ assignato insistens transformatur; tum trianguli hujus partibus, segmentis lateris illius insistentibus, æqualia spatia ab figura proposita abscinduntur. Priori adhibentur rectæ, diagonalibus figuræ ex uno lateris assignati extremo ductis parallelæ; posteriori aliæ, rectis ad puncta sectionum lateris assignati ex verticibus angulorum figuræ ductis parallelæ.

Dividendum ex. gr. sit pentagonum $ABCDE$ (*Fig.* 45.) per rectas ex punctis sectionum lateris $AB$ ductas.

Ductis ex altero lateris hujus extremo $A$ diagonalibus $AD$, $AC$: priori $AD$ per verticem $E$ trianguli $ADE$, quod ea ab figura abscindit, parallela agatur $EN$ ad occursum usque lateris adjacentis $CD$ producti in $N$; alteri autem $AC$ per hoc punctum $N$ parallela ducatur $NF$ ad occursum usque lateris producti $BC$ in $F$ (§. 15.). Sic, ductis $AN$, $AF$ rectis, fiunt (I, 37. & Lib. I. Ax. 2.) triangula $ADN = ADE$, $ACF = ACN = ACDE$, $ABF = ABCDE$.

Tum latere $AB$ ea ratione, qua figura $ABCDE$ dividenda est, in punctis ut $G$, $H$, secto (§. 99. 102. sqq); rectis $CG$, $CH$ per verticem $F$ trianguli $ABF$ parallelæ agantur $FI$, $FK$ ad occursum usque rectæ $CN$: punctaque hujus occursus, quæ, ut $K$, in continuationem $DN$ lateris $CD$ cadunt, ad perimetrum figuræ reducantur, ductis per ipsa rectæ $DH$ parallelis, ut $KL$, ad occursum usque lateris $DE$.

Ita ductis $GI$, $HK$, $HL$ rectis, erunt (I, 37. & Lib. I. Ax. 2.) $GCI = GCF$, $GBCI = GBF$; $HDL = HDK$, $HCDL = HCK = HCF$, $HBCDL = HBF$; ideoque etiam (Lib. I. Ax. 3.) $HGIDL = HGF$, $AHLE = AHF$: proinde

$AHLE : HGIL : GBCI = FAH : FHG : FGB = AH : HG : GB$ (Wilke S. 13. ff. Mayer S. 182. f. 268. ff.).

 §. 117.

## §. 117.

Per verticem *F* trianguli *FAB* agatur basi ejus *AB* parallela; cui producta *EN* (diagonali *AD* per constr. parallela) occurrat in puncto *M* (§. 15.).

Ductis *MA*, *MB*, *MH*, *MK*, *MD* rectis, & hac ad occursum usque lateris *AB* in *R* continuata: fiunt triangula $MAB = FAB$ (I, 37.) $= ABCDE$ (§. 116.); $MAD = EAD$ (I, 37.), & hinc (Lib. I. Ax. 2.) $MAR = EDRA$: ideoque (Lib. I. Ax. 3.) $MRB = DCBR$.

Porro, ob triangulum $HCK = HCF$ (§. 116.), est $KCBH = FBH$ (Lib. I. Ax. 2.) $= MBH$ (I, 37.).

Quare $MBH - MRB = KCBH - DCBR$ (Lib. I. Ax. 3.), h. e. $MRH = KDRH$; ac rursus (Lib. I. Ax. 3.) $MDH = KDH$.

Parallelæ igitur sunt *MK*, *DH* (I, 40.); & punctorum, ut *K*, quæ in continuationem *DN* lateris *CD* cadunt, ad perimetrum figuræ reductio (§. 116.) peragitur rectis ex puncto *M* per puncta illa ad occursum usque lateris *DE* ductis, ut *MKL* (Wilke l. c. Mayer S. 260. ff.).

## §. 118.

Solutiones problematum §. 114. sqq. multis etiam figuris rectilineis, quarum unus pluresve anguli sunt concavi seu duobus rectis majores, immediate possunt applicari. Præparationes transformationesque adhibendas ceteris casibus docent Wilke S. 6. f., præsertim Mayer S. 186. f. 189. ff. 195. ff. 270. ff. 274.

# PROPOSITIONES XI. XII.

## §. 119.

Ad inveniendam tertiam duabus, & quartam tribus datis rectis proportionalem, segmenta his æqualia etiam proportionibus §. 17. sq. §. 22. sqq. demonstratis conformiter ab cruribus anguli assumti, vel ad verticem ei oppositi, possunt abscindi.

Sic factis (*Fig.* 46.) $DG = A$, $DH = C$, & juncta *GH* recta: quarta proportionalis tribus *A*, *B*, *C* fit

*HF*

| | | |
|---|---|---|
| *HF* pro *GE* = *B*, per *E* ducta *EF* | rectæ *GH* | *DG* : *GE* = *DH* : *HF* (VI, 2.) |
| *HK* pro *GI* = *B*, per *I* ducta *IK* | parallela; | *DG* : *GI* = *DH* : *HK* (§. 17. 24.) |
| *DM* pro *DL* = *B*, per *L* ducta *LM* | fcilicet | *DG* : *DL* = *DH* : *DM* (§. 17.) |
| *DO* pro *DN* = *B*, per *N* ducta *NO* | | *DG* : *DN* = *DH* : *DO* (§. 23 ) |

Et factis (*Fig.* 47.) *DG* = *A*, *DP* = *B*, ac juncta *GP* recta; quarta proportionalis tribus *A*, *B*, *C* fit

| | | |
|---|---|---|
| *PR* pro *GQ* = *C*, per *Q* ducta *QR* | rectæ *GP* | *DG* : *DP* = *GQ* : *PR* (§. 22.) |
| *PT* pro *GS* = *C*, per *S* ducta *ST* | parallela; | *DG* : *DP* = *GS* : *PT* (22. 24.) |
| *DV* pro *DU* = *C*, per *U* ducta *UV* | fcilicet | *DG* : *DP* = *DU* : *DV* (§. 22.) |
| *DX* pro *DW* = *C*, per *W* ducta *WX* | | *DG* : *DP* = *DW* : *DX* (§. 23.) |

## §. 120.

Juxta præcedentium modorum priores (*Fig.* 46.), quatuor rectarum proportionalium prima & fecunda in uno funt anguli aſſumti vel propoſiti crure, tertia & quarta in altero. Primæ fcilicet ac fecundæ rectæ datæ *A*, *B* æquales in eodem crure anguli aſſumti *D* abfcinduntur: prima quidem ab vertice inde anguli *D*; fecunda ab alterutro inde rectæ *DG* = *A* extremo, ad easdem vel oppoſitas hujus partes: tertiæ datæ *C* æqualis *DH* in altero anguli *D* crure, rurfus, ut prima, inde ab vertice ipfius *D* abfcinditur; ipfiusque alterum extremum *H* cum primæ extremo altero *G* connectitur; & huic rectæ per extremum alterum fecundæ *B* agitur parallela; quæ ab crure, in quo eſt tertia *C*, quartam quæſitam abfcindit. Cruris nempe hujus fegmentum fimiliter fitum cum cruris alterius fegmento, quod fecundæ *B* æquale eſt, quartam hanc exhibet (§. 25.).

Juxta poſteriores (*Fig.* 47.), prima & tertia in uno funt anguli aſſumti crure, fecunda & quarta in altero. Primæ nimirum & fecundæ rectæ datæ æquales in diverfis anguli aſſumti cruribus, utraque ab ejus vertice *D* inde, abfcinduntur, *DG* = *A*, *DP* = *B*; earumque extrema altera jungens recta *GP* ducitur: tertia *C* eodem in crure cum prima, ab alterutro inde fegmenti *DG* = *A* extremo, ad easdem vel oppoſitas ipfius *DG* partes, abfcinditur; ac per alterum fegmenti = *C* extremum parallela rectæ *GP* ducitur; quæ ab crure, in quo eſt *DP* = *B*, quartam quæſitam abfcindit. Cruris fcilicet hujus fegmentum fimiliter fitum cum cruris alterius fegmento, quod tertiæ *C* æquale eſt, quartam hanc exhibet (§. 25.).

Breviter: priores modi in posteriores transpositione alterna secundæ ac tertiæ rectæ datæ juxta V, 16. transformantur.

## §. 121.

Ut hinc prima & quarta, inde secunda & tertia in eodem sint anguli propositi $D$ crure:

1°. vel (*Fig.* 48.) ab vertice ejus inde ex uno illius crure abscissa $DG = A$, ex altero $DH = C$, & juncta $GH$ recta; tum ex hoc altero crure, pariter ab vertice $D$ inde, ad easdem cum $DH$, vel ad oppositas partes abscissa $\begin{Bmatrix} DL \\ DN \end{Bmatrix} = B$; fieri debet angulus $\begin{Bmatrix} DLM \\ DNO \end{Bmatrix} = DGH$: unde, ob $DG : \begin{Bmatrix} DL \\ DN \end{Bmatrix} = DH : \begin{Bmatrix} DM \\ DO \end{Bmatrix}$ (§. 52.), erit $DM$ vel $DO$ quarta proportionalis desiderata.

2°. Vel (*Fig.* 49.) ab vertice $D$ inde ex uno anguli propositi crure abscissa $DG = A$, ex altero $DP = B$, & juncta $GP$ recta; tum ex hoc altero crure, rursus ab vertice $D$ inde, ad easdem cum $DP$, vel ad oppositas partes, abscissa $\begin{Bmatrix} DU \\ DW \end{Bmatrix} = C$; fieri debet angulus $\begin{Bmatrix} DUV \\ DWX \end{Bmatrix} = DGP$: unde, ob $DG : DP = \begin{Bmatrix} DU : DV \\ DW : DX \end{Bmatrix}$ (VI, 4.), erit $DU$ vel $DX$ quarta proportionalis quæsita.

Qui duo modi pariter se invicem habent ac duo præcedentes §. 120.

## §. 122.

In recta positione data $AB$ (*Fig.* 5. 6.), ab puncto inde $O$ in ipsa dato, quarta proportionalis tribus rectis datis $N$, $M$, $F$ sic etiam abscinditur.

Per aliud quodcunque punctum $C$ rectæ $AB$ ducta $DE$ recta sub angulo quocunque, & per punctum datum $O$ acta ipsi $DE$ parallela; ab hac abscindatur $OH =$ tertiæ datæ $F$: ab puncto autem $C$ inde, ad alterutras ejus partes, ex rectis $DE$, $AB$ abscindantur $\begin{matrix} CN \\ Cn \end{matrix}\Big\} =$ primæ $N$, $\begin{matrix} CM \\ Cm \end{matrix}\Big\}$ $=$ secundæ $M$: ac per $H$ parallela agatur $HK$ rectis $\begin{Bmatrix} MN \\ m\ n \end{Bmatrix}$; vel $Hk$

paral-

parallela rectis $\left\{\begin{matrix} Mn \\ mN \end{matrix}\right.$: hæ quippe invicem ſunt parallelæ, pariter ac $MN$, $mn$ (§. 26.).

Ob $\left.\begin{matrix} CN : CM \\ Cn : Cm \end{matrix}\right\} = HO : OK$, $\left.\begin{matrix} CN : Cm \\ Cn : CM \end{matrix}\right\} = HO : Ok$ (I, 15. 29. VI, 4.), erunt $OK$, $Ok$ quartæ proportionales deſideratæ.

## §. 123.

Ut, quod *Locus 3. Libri primi* APOLLONII *de ſectione rationis* (§. 27.) jubet, recta $\left\{\begin{matrix} HK \\ Hk \end{matrix}\right\}$, per datum punctum $H$ ducta, ab rectis poſitione datis $AB$, $DE$, ſe mutuo in $C$ ſecantibus, auferat ſegmenta puncto huic $C$ adjacentia, quæ ſint inter ſe in ratione data $M$ ad $N$: ob $CK : CL = OK : OH$, $Ck : Cl = Ok : OH$ (I, 29. VI, 4.), ſi rectæ $DE$ parallela per punctum $H$ agitur $HO$ ad occurſum uſque rectæ $AB$ in $O$ (§. 15.); pariter eſſe debent $M : N = \left\{\begin{matrix} OK \\ Ok \end{matrix}\right\} : OH$ (V, 11.),

& inverſe $N : M = HO : \left\{\begin{matrix} OK \\ Ok \end{matrix}\right\}$ (V, 4. Cor.).

Ob datum autem punctum $H$, & poſitione datas $AB$, $DE$, dantur recta $HO$ & punctum $O$ (I, 31.). Ad ſolutionem igitur problematis præcedentis (§. 122.), atque ita ad conſtructionem *Hallejanam* §. 27. expoſitam, analyſis heic tradita, qua *Apollonius* utitur, inventionem rectarum $\left\{\begin{matrix} OK \\ Ok \end{matrix}\right.$, proinde punctorum $\left\{\begin{matrix} K \\ k \end{matrix}\right.$ redigit, ex quibus per datum punctum $H$ rectæ deſideratæ $\left\{\begin{matrix} KL \\ kl \end{matrix}\right.$ ſunt ducendæ.

## §. 124.

Tertiæ proportionali duabus rectis datis inveniendæ crebro commode adhibetur Corollarii Prop. VIII. pars altera.

Nempe 1°. ſi prima recta data major eſt ſecunda: in ſemicirculo ſuper illa, ut $BC$ (*Fig.* 23.), deſcripto, ex alterutro inde ejus extremo $B$, aptabitur recta $BA$ ſecundæ datæ æqualis (IV, 1.). Tum ex altero hujus extre-

extremo $A$ in diametrum $BC$ demissum perpendiculum $AD$ tertiam proportionalem imperatam $BD$ ab majore data $BC$ abscindit (§. 94.)

2°. Si prima recta data minor est secunda: super illa, ut $BD$, tanquam catheto, triangulum constituatur rectangulum $ADB$, cujus hypotenusa $BA$ sit datæ secundæ rectæ æqualis (ut in II, 14. III, 17.). Tum huic $BA$ in ejus extremo $A$ ductum perpendiculum $AC$ ab producta $BD$ (cui, ob angulum $B$ acutum, ideoque angulos $B + BAC < 2$ Rect. per Lib. I. Ax. 11. ad has partes occurrit) tertiam proportionalem desideratam $BC$ abscindit (VI, 8. Coroll.).

Constructiones has, quæ primam ac tertiam ab eodem puncto in directum protensas exhibent, docet PAPPUS *Collect. math.* Lib. III. Prop. 7. 8. fol. 8. b. sq.

§. 125.

Si tertia primæ in directum est adjicienda, Corollarii Prop. VIII. pars prior illi designandæ inservit.

Primæ nimirum rectæ datæ, ut $BD$, in extremo ipsius $D$, ad angulum rectum ducta $DA$ æquali secundæ; tum junctæ $BA$ rectæ in $A$ constituto perpendiculo $AC$, & ad occursum usque in $C$ cum producta $BD$ continuato: fit (VI, 8. Cor.) $DC$ tertia proportionalis quæsita. (CLAVIUS p. 560. sq. TACQUET p. 168.

## PROPOSITIO XIII.

§. 126.

Semicirculus etiam describi potest super data majori recta, ut $BC$; & ab hac abscindi $BD$ æqualis datæ minori. Tum ab hujus extremo $D$ ducta rectæ $BC$ perpendiculari $DA$ ad occursum usque semicirculi in $A$, & juncta $BA$ recta; erit hæc (§. 94.) media proportionalis quæsita. (PAPPUS Lib. III. Prop. 6. fol. 8. b.)

## DEFINITIO II.

§. 127.

Definitio hæc ex opposito primæ: Ὁμοια σχηματα ευθυγραμμα εστιν, οσα

οσα τας τε γωνιας ισας εχει κατα μιαν, και τας περι τας ισας γωνιας πλευρας αναλογον; sic enunciatur: Αντιπεπονθοτα δε χηματα εςιν, οταν εκατερω των χηματων ηγεμενοι τε και επομενοι οροι ωσιν; & vertitur: Reciprocæ figuræ sunt, quando in utraque figura antecedentes & consequentes rationum termini fuerint. (ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ τα Σωζομενα. Ex recensione *Dav.* GREGORII, p. 113; CLAVIUS, p. 530; & plerique post eum, nonnulli etiam ante ipsum, interpretes.)

## §. 128.

In ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ Στοιχειων Βιβλ. ιε. Basil. 1533. p. 68. loco οροι legitur λογοι. Eademque lectio reperitur in *Elementorum* editionibus (textum Græcum definitionum & enunciatorum propositionum adjunctum habentibus, vel eum solum cum versione Latina exhibentibus) ORONTII FINEI (Paris. 1544. p. 119. primum 1536.), *Joach.* CAMERARII (Lipf. 1577. p. 214. primum 1549.), SCHEUBELII (Basil. 1550. p. 270.), PELETARII (Lugd. 1610. p. 242. primum 1557.), DASYPODII (Argentor. 1564. p. 46. 1570. p. 18.). Et in excerptis Εκτων τε ΗΡΩΝΟΣ (*) περι των της γεωμετριας ονοματων, a *Dasypodio* editis (Argentor. 1570. p. 45.), habetur: Αντιπεπονθοτα δε χηματα εςιν, εν οις εν εκατερω των χηματων ηγεμενοι τε και επομενοι λογοι εισιν.

## §. 129.

*Petr.* RAMUS (*Schol. mathemat.* Francof. 1599. p. 227. primum Basil. 1569.) jam observat: "Secunda definitio definit reciprocas figuras ob-" scure,

(*) Junioris; qui vulgo sub Heraclio imperatore seculo post C. N. septimo vixisse juxta *Joh. Blancanum* traditur (*Vossius De univ. mathes. natura.* Amstel. 1650. p. 294. *Heilbronneri Hist. mathes. univ.* Lipf. 1742. p. 397. sq.). Sed quæ de locis stellarum quarundam fixarum *Heron* in *Geodæsia* (Venet. 1572. p. 70. b. sq.) refert, eas a Ptolemæi temporibus ad suam usque ætatem gradibus octo (non septem, ut *Blancanus* vult) progressas esse supponunt: nec loca illa observasse, sed ex catalogo *Ptolemæi* (*Almag.* Lib. VII. Cap. 5.), juxta hujus sententiam (l. c.), quod per unum gradum in centum annis stellæ moveantur, collegisse *Heron* videtur. Quare seculo demum post C. N. decimo vixisse erit censendus.

"scure, quando antecedentes & consequentes rationes insunt in utraque "figura — Atqui in hac definitione verbum λογοι, rationes, videtur ir-"repsisse pro ὁϱοι, termini — Potest tamen λογοι, seu rationes retineri: "ut intelligas, rationem utramque esse non totam in altera figura; sed "partim in hac, partim in illa: quia terminus primus primæ rationis est "in prima figura, secundus est in secunda; secundæ autem primus est "in secunda, secundus in prima."

## §. 130.

CANDALLA (*Euclidis — Elementa Libris XV. ad germanam geometriæ intelligentiam e diversis lapsibus temporis injuria contractis restituta* — Lugd. 1578. p. 112. sq.) legi vult λογων; ac vertit: Reciprocæ figuræ sunt, quando in utraque figura antecedentes & consequentes rationum fuerint; subjuncto monito: "Hujus diffinitionis texturam alterare cogimur. Lon-"ge etenim a vero eam descripsit *Zambertus*, dicens reciprocas figuras, "quarum termini rationales (cujus vice Græca vox, rationum loco, ra-"tiones scribit) fuerint; nec, quid sit rationalem esse, dixit. Quare "loco pluralis nominativi λογοι genitivum λογων dixisse debuerat, ut "binarum rationum antecedens & consequens utramque figuram posside-"rent: scilicet antecedens primæ & consequens secundæ, priorem; con-"sequens vero primæ & antecedens secundæ rationum, posteriorem figu-"ram designarent."

## §. 131.

*Rob.* SIMSON, præeuntibus *Alph. Borellio* (*Euclides restitutus.* Pisis 1658. p. 161.), & *Clavio* in Scholio huic Definitioni 2. Lib. VI. (p. 530.) subjuncto, eam ad parallelogramma & triangula restringit, sicque enunciat (p. 174.): Reciprocæ figuræ, triangula sc. & parallelogramma, sunt, quando circa duos angulos latera ita sunt proportionalia, ut latus primæ sit ad latus secundæ, ut reliquum secundæ latus ad latus reliquum primæ; in *Notis* autem (p. 370. *Matthias* p. 75.) monet: "Definitio secunda "non videtur *Euclidis* esse, sed cujusdam imperiti. Nulla enim figura-"rum reciprocarum mentio fit ab *Euclide*, neque, quantum scio, a quo-"cunque alio geometra. Obscure enunciata est: quare eam magis clare exhi-

exhibuimus. Vice autem ejus, quæ ſequitur, ponenda videtur: Duæ" magnitudines dicuntur eſſe reciproce proportionales duabus aliis, quan-" do altera priorum eſt ad alteram poſteriorum, ut reliqua poſteriorum ad" reliquam priorum."

Similemque poſteriori definitionem Whiston vulgari (§. 127.) ſubjungit (p. 156.).

## §. 132.

In *Euclidis* de rationibus ſermone alias μεγεθη ſolum (diſerte nominata, vel ſubintellecta) ηγουμενα, επομενα occurrunt (Lib. V. Defin. 12 — 17.).

Hinc, quod *Candalla* proponit (§. 130.), legi in Defin. 2. Lib. VI. ηγουμενα τε και επομενα (των) λογων requireret.

Ορoι ut terminos rationis ſignificans invenitur quidem in Lib. V. Defin. 9.: Αναλογια δε εν τρισιν οροις ελαχιστοις εστιν; ea vero æque ac præcedens 8.: Αναλογια δε εστιν η των λογων ομοιοτης, quam ut additamentum ſpurium notavit *Rob. Simſon* (p. 132. 341.), eſt ſuſpecta: & uſum illum vocis οροι ſequiorem eſſe indicant, quæ *Iſ. Barrow* (*Lectiones habitæ in ſcholis publ. Acad. Cantabrigienſis anno* 1666. Lond. 1684. p. 197. ſq. 214.) ex *Theone Smyrnæo* ac *Nicomacho Geraſeno*, ſcriptoribus ſeculo poſt C. N. primo labenti haud anterioribus (*Voſſius* p. 38. 162. 94. *Heilbronner* p. 333. 309. ſq.), ejus declarandi gratia affert (*).

Sive

(*) Lect. II. p. 197. ſq. Terminum vocant Mathematici horum correlatorum [duorum homogeneorum, quorum comparationem ratio innuit] quantorum utrumvis. Ορος (inquit Theon Smyrnæus) ο το καθ εκαστον αποφαινων ιδιωμα των λεγομενων, οιον αριθμος, μεγεθος, δυναμις, ογκος, βαρος; terminus eſt, qui peculiarem dictorum naturam ſeu proprietatem exprimit, ut numerus, magnitudo, moles, pondus. Et alibi clarius: Ορους δε λεγομεν τα ομογενη η ομοειδη λαμβανομενα εις συγκρισιν; terminos dicimus, quæ cum genere vel ſpecie conveniant, in comparationem adſumuntur.

Lect. III. p. 214. Hinc adverto proxime, τον Στοιχειωτην, cum geometricæ materiæ dicaret hoc Elementum, magnitudinum ſolummodo ratio-

Sive λογοι, ſive λογων, ſive οροι legatur; Definitio illa 2. ambigue, quod docere debebat, exponit. *Rami* quidem explicatio lectionis λογοι (§. 129.) reciprocas figuras ab ſimilibus diſtinguit, quatenus in his ordo laterum proportionalium Euclideus (§. 51.) ſervatur; non autem, quatenus alterna, quæ dicitur, poſitio ei applicatur (§. 52.): ita enim pariter *utraque ratio* non tota eſt in altera figura. Priore autem ordine ſervato in utraque etiam duarum ſimilium figurarum ſunt antecedentes & conſequentes *rationum termini.*

Nexus cum Defin. 1. ſecundam pariter ad figuras planas rectilineas reſtringere cenſetur (§. 131.). Magnitudines autem reciproce proportionales in figuris etiam ſolidis commemorantur.

Propoſitiones VI, 14. 15. XI, 34. XII, 9. 15. non dicunt αντιπεπονθοτα parallelogramma, triangula, parallelepipeda, pyramides, cylindros, conos (§. 131.); ſed ων αντιπεπονθασιν αι πλευραι αι περι τας ισας γωνιας, ων αντιπεπονθασιν αι βασεις τοις υψεσι.

Generalis rationis inverſæ ſeu reciprocæ definitio eſt 14$^{ta}$ Lib. V: Αναπαλιν λογος εϛι ληψις τȣ επομενȣ ως ηγȣμενȣ προς το ηγȣμενον ως επομενον.

Præterea in ſingularum propoſitionum VI, 14. 15. XI, 34. XII, 9. 15. expoſitionibus ſenſus formularum: αντιπεπονθασιν αι πλευραι, αι βασεις τοις υψεσι, diſerte indicatur. Prior v. gr. VI, 14$^{tæ}$ pars ſic exponitur: Εϛω ισα τα παραλληλογραμμα τα ΑΒ, ΒΓ (*Fig.* 50.), ισας εχοντα τας προς τω Β γωνιας, και κεισθωσαν επ ευθειας αι ΔΒ, ΒΕ, επ ευθειας αρα εισι και αι ΖΒ ΒΗ· λεγω, οτι των ΑΒ, ΒΓ αντιπεπονθασιν αι πλευραι αι περι τας ισας γωνιας, τȣτ εϛιν, ως η ΔΒ προς την ΒΕ ȣτως η ΗΒ προς την ΒΖ; ac poſterior: Αλλα δη αντιπεπονθετωσαν αι πλευραι αι περι τας ισας γωνιας, και εϛω ως η ΔΒ προς την ΒΕ ȣτως η ΗΒ προς την ΒΖ· λεγω, οτι ισον εϛι το ΑΒ παραλληλογραμμον τω ΒΓ παραλληλογραμμω. Quæ

---

nem definiendam ſuſcepiſſe. Hinc habetur μεγεθων: pro quo, ſi quidem ratio generaliſſime definienda eſſet, ſubſtitui deberet των ποσων, aut των ορων; ſicut apud Theonem Smyrnæum: Λογος δε εϛιν ο κατ αναλογον δυοιν ορων ομογενων η προς αλληλȣς ποια σχεσις; & Nicomachum in Arithmeticis: Λογος εϛι δυο ορων προς αλληλȣς σχεσις.

Quæ omnino *Rob. Simſon* de Defin. 2. Lib. VI. judicium (§. 131.) confirmare videntur.

Ejusdem vero ac *Whiſtoni* definitio quatuor magnitudinum reciproce proportionalium (§. 131.), per ſe etiam ad quatuor homogeneas reſtricta, in ſolas Lib. VI. propoſitiones quadrat.

## PROPOSITIONES XIV. XV.

### §. 133.

Cum parallelogramma unum angulum uni æqualem habentia ſint inter ſe æquiangula (I, 29. 34.), & cujusvis parallelogrammi latera oppoſita ſint æqualia (I, 34.); Propoſitio XIV. ſic etiam poteſt enunciari: Parallelogrammorum æqualium & inter ſe æquiangulorum latera contigua reciproce proportionalia ſunt; & viciſſim æqualia ſunt parallelogramma inter ſe æquiangula, quorum latera contigua ſunt reciproce proportionalia.

### §. 134.

Exemplum hujusmodi parallelogrammorum præbent, quæ in I, 43. vocantur parallelogrammorum circa diagonalem complementa.

Nempe (*fig. verſ. Lorenz. vel Hauff. ad* I, 43.) ang. $FKH = EKG$ (I, 15.); &, ob triangula $CFK$, $AEK$ æquiangula (I, 15. 29.),

$FK : KE = CF : AE$ (§. 52.)

$= GK : KH$ (I, 34. V, 7. 11.).

Unde, uti in demonſtr. VI, 14[tæ], ob parallelogramma $\left.\begin{matrix} HF : HE = FK : KE \\ GE : HE = GK : KH \end{matrix}\right\}$ (VI, 1.),

ſequitur $HF : HE = GE : HE$ (V, 11.); & hinc parallelogr. $HF = GE$ (V, 9.).

### §. 135.

In demonſtrationibus Propp. XIV. XV. (*fig. verſ. Lorenz. vel Hauff.*), ſi in directum ponantur hinc $DB$ & $BE$, inde $CA$ & $AD$, pariter indirectum fore hinc $FB$ & $BG$, inde $BA$ & $AE$, per I, 14[tam], ad quam pleræque Elementor. verſiones heic remittunt, ſic colligitur:

| | | | |
|---|---|---|---|
| ob angulum | $FBD = EBG$ | $BAC = DAE$ | (ſupp) |
| ſunt anguli | $FBD + FBE = EBG + FBE$ | $BAC + BAD = DAE + BAD$ | (Lib. I. Ax. 2.) |
| Atqui anguli | $FBD + FBE = 2$ Rect. | $BAC + BAD = 2$ Rect. | (constr. & I, 13.) |
| Igitur & anguli | $EBG + FBE = 2$ Rect. | $DAE + BAD = 2$ Rect. | (Lib. I. Ax. 1.) |
| hineque ſunt | $FB$ & $EG$, | $BA$ & $AE$ in directum | (I, 14.) |

(COMMANDINUS fol. 77. WHISTON p. 176.)

## §. 136.

Hoc modo generatim oſtenditur: Si ad aliquam rectam lineam, ad idem ejus punctum, duæ rectæ, non ad easdem partes ſumtæ, angulos ad verticem æquales fecerint, rectas has in directum ſibi invicem eſſe; quæ eſt altera converſarum propoſitionis I, 15. (Proclus p. 79.; Clavius p. 63.; Bærmannus p. 17.), & qua præmiſſa ſupplementum §. 135. expoſitum fit ſuperfluum (Clavius p. 566. ſq.; Bærmannus p. 144.).

Ad eandem etiam, potius quam ad I, 14[tam], auctor Elementorum reſpexiſſe videtur; cum ad hanc relata illatio in VI, 14.: Κειϑωσαν επ ευϑειας αι ΔΒ, ΒΕ (*Fig.* 50.), επ ευϑειας αρα εισι και αι ΖΒ, ΒΗ (§. 132.), ſimiliterque in demonſtrationibus VI, 15. 23. XI, 39, ob conditionum propoſitarum diverſitatem, præceps præter morem ſit.

Jam Proclus quidem (p. 79. ſq.) hanc I, 15[tæ] converſam in Elementis deſideravit; rationemque omiſſionis, ſed vix probabilem, eſſe conjecit: quod ſimili ad abſurdum deductione ex I, 15[ta], qua I, 14. ex I, 13[tia], elici poſſit; quo etiam modo in *Campani* verſione (p. 148. ſq.) conſecutio, directe §. 135. aſſerta, firmatur.

## §. 137.

Utrique Prop. XIV. XV. demonſtrandæ ea etiam adhiberipoteſt conſtructio, ut parallelogramma & triangula propoſita ſibi mutuo ſic adaptentur, ut ipſorum anguli æquales *FBD* & *EBG*, *BAC* & *DAE* congruant (*Fig.* 51. 52.). Tum, pro triangulis ſolum adhuc ducta *BD* recta (*Fig.* 52.), propoſita ope §. 6. eodem modo, quo in *Elementis* ope VI, 1[mæ], adſtruentur.

## §. 138.

Ducta *CE* recta (*Fig.* 52.), Propoſitio XV. ſic etiam aſſeritur:

1°. Aequalibus poſitis *ABC*, *ADE* triangulis, æqualia etiam ſunt triangula *CEB*, *CED* (Lib. I. Ax. 3.): igitur *BD*, *EC* parallelæ (I, 40.); & $CA : AD = EA : AB$ (§. 17.).

2°. Viciſſim, ſi $CA : AD = EA : AB$, parallelæ ſunt rectæ *BD*, *EC* (§. 20.); ideoque triangula $CEB = CED$ (I, 37.), $ABC = ADE$ (Lib I. Ax. 2.).

Simi-

Similisque demonstratio, ductis (*Fig.* 51.) parallelogrammorum diagonalibus *FE*, *FD*, *GE*, ac *GD* recta, & in subsidium sumta I, 34^tæ parte tertia, Propositioni XIV. potest applicari.

§. 139.

Eadem I, 34^tæ parte adhibita, Propositiones XIV. XV, pariter ac duæ propositionis VI, 1. partes, una ex altera possunt inferri.

§. 140.

Uno etiam enunciato illas, uti has, comprehendere licet. Conjunctæ autem, quam sejunctæ, cur facilius intelligerentur Propp. XIV. XV, quod AUSTIN (p. 70.) vult, haud apparet.

Seorsim eas tradendi ansam constructionis diversitas & discrepantia §. 133. indicata præbuisse videri possunt.

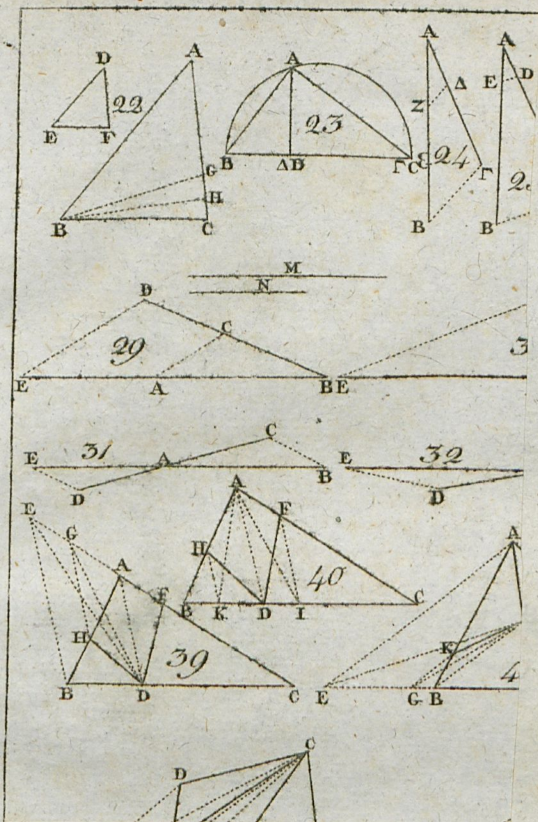
§. 141.

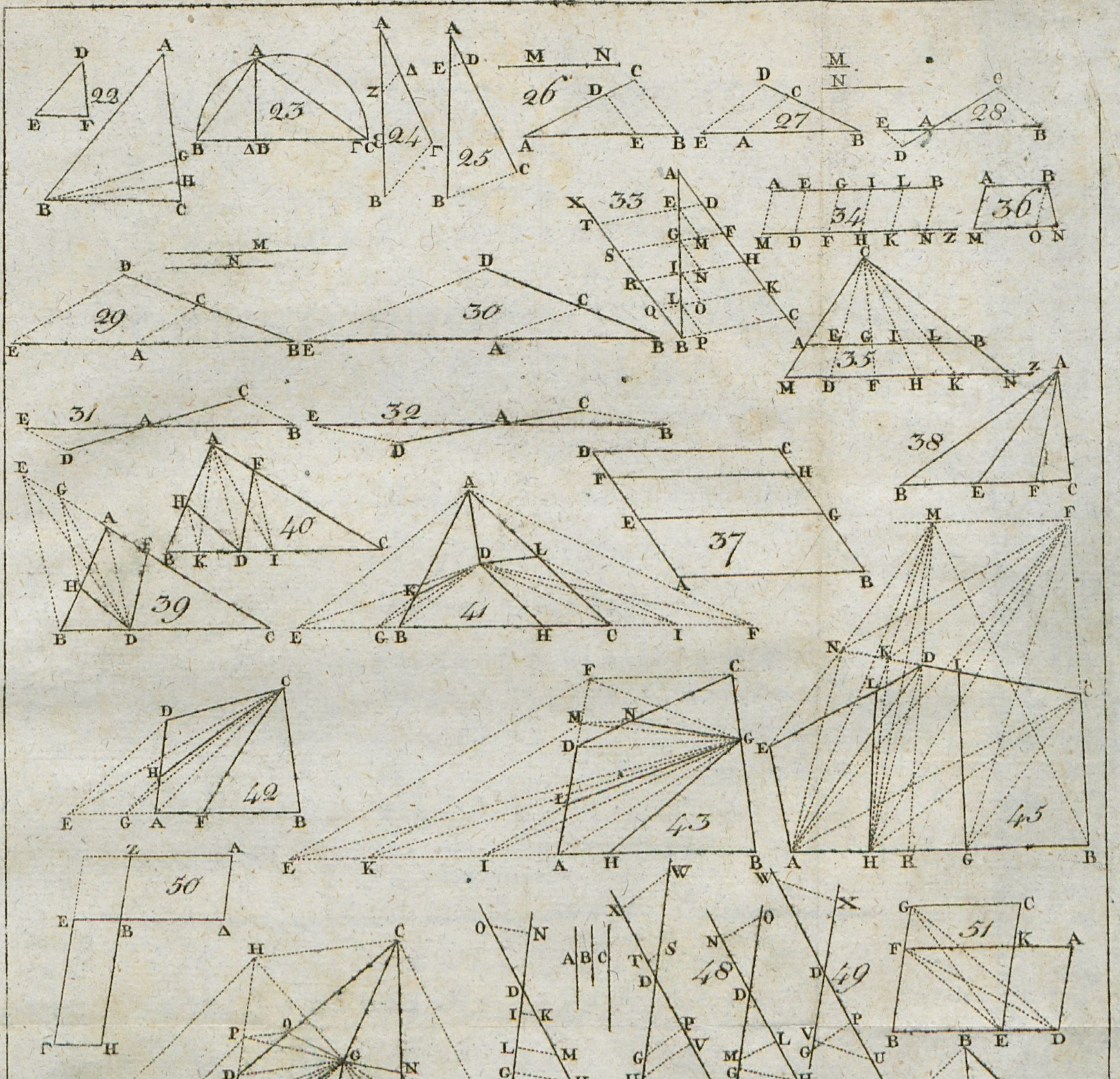
Ope Propositionis XIV. in compendium redigitur solutio problematis I, 44. Quippe sub angulo $EBG$ = dato $D$ (*Fig. vers. Lorenz vel Hauff.*). facto parallelogrammo $BEFG$ = triangulo dato $C$ (I, 42.), & data $AB$ in directum adjecta ipsi $EB$; rectæ $GA$ parallela $EM$ ab producta $GB$ abscindet alterum latus parallelogrammi desiderati $ABML$.

Sic enim $AB : BE = GB : BM$ (§. 23.); proinde parallelogrammum $BL = BF$ (I, 15. VI, 14.) = triangulo $C$.

§. 142.

Generatim Propositiones XIV. XV. parallelogrammi vel trianguli dati transformationem in aliud dati lateris, circa eundem vel æqualem angulum, reducunt ad problema VI, 12. Juxta eas scilicet quarta proportionalis lateri dato & duobus parallelogrammi triangulive dati circa angulum designatum lateribus exhibet alterum circa hunc angulum latus parallelogrammi triangulive construendi.


22
23
24
29
31
32
39
40
M
N


22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52

# SCHOLIA
# IN LIBRUM SEXTUM ELEMENTORUM EUCLIDIS

QUORUM

*PARTEM SECUNDAM*

PRÆSIDE

## CHRISTOPHORO FRIDERICO PFLEIDERER

UNIVERSITATIS ET COLLEGII ILLUSTRIS PROFESSORE PHYSICES ET MATHESEOS PUBL. ORD.

PRO CONSEQUENDO GRADU MAGISTERII

*D. SEPT. MDCCCI.*

PUBLICE DEFENDENT

CAROLUS WILHELM. HOCHSTETTER, *Leonbergensis*,
CAROLUS GOTTLIEB MOERIKE, *Burgstallensis*,
IMMANUEL FERDINANDUS KOESTLIN, *Esslingensis*,
GOTTLIEB FRIEDER. LOEFFLER, *Kircho-Teccensis*,
CAROLUS BERNHARD. BILFINGER, *Kaltenwesthemensis*,

CANDIDATI MAGISTERII PHILOSOPHICI IN ILLUSTRI STIPENDIO THEOLOGICO.

---

*TUBINGÆ*

LITERIS SCHRAMMIANIS.