1797 20

DISSERTATIO
DE
AEQUATIONIBUS RADICES ALIQUOT AEQUALES HABENTIBUS,

CUJUS

PART. III.

CUM CONSENSU AMPLISS. ORD. PHIL. GRYPH.

PRAESIDE

Mag. ANDREA HULTÉN,

MATHEM. ET ASTRONOM. PROFESS. REG. ET ORD.

PUBLICO EXAMINI SUBJICIT

JOHANNES STÅLBOM,

OSTROGOTHIA - SVECUS,

IN AUDITORIO MAJORI D. 16. MARTII 1797.

HORIS ANTE MERIDIEM SOLITIS.

GRYPHIAE,

TYPIS I. H. ECKHARDT, REG. ACAD. TYPOGR.

SACRAE REGIAE MAJESTATIS

MAGNAE FIDEI VIRO,

DIOECESEOS LINCOPIENSIS

EPISCOPO,

CONSISTORII ECCLESIASTICI

PRAESIDI,

GYMNASII SCHOLARUMQUE

EPHORO,

REGII DE STELLA POLARI ORDINIS

MEMBRO,

EMINENTISSIMO AC REVERENDISSIMO

DOMINO DOCTORI

JACOBO AXELII LINDBLOM,

MAECENATI OPTIMO.

Cui, pio servans benefacta corde,
Consecrem primos potius labores,
Quam Tibi, rerum columen mearum,
Optime Praesul?

Providos fatum puero parentes
Praeripit votis lacrimisque flecti
Nescium, obscuris rapitur procellis
Fracta carina.

Tu vices unus miserans iniquas
Porrigis dextram, nebulis quiescit
Turbo depulsis, Duce Te parentis
Surgit imago.

Adnuens istaec monumenta gratae
Mentis haud spernas meritasque laudes,
Et pii semper placidus clientis
Rebus adesto.

Integer curis gravibus solutam
Proferas vitam! sine nube multos
In dies lustra nitido Gothorum
Sidere gentem!

REVERENDISSIMI NOMINIS TUI

Cultor devotissimus

JOHANNES STÅLBOM.

à

MADAME

SOPHIE LINDBLOM,

Née

SÖDERBERG,

MADAME!

Je ſens fort bien, que VOTRE bonté eſt au-deſſus de tous mes éloges; mais par cette bonté même Vous me ferez la grace de m'agréer l'ineſtimable ſatisfaction de pouvoir ici Vous marquer les ſentimens de la ſoumiſſion et du profond reſpect, dont je ſuis pénetré, en Vous dediant ces feuilles. La reconnoiſſance, que je Vous ai vouée, comme celle, que nous vouons au Ciel, ne ſera jamais, qu'un pur ſentiment; mais comme le ſentiment de nôtre ame, elle ſera éternelle.

J'ai l'honneur d'étre avec le reſpect le plus profond

MADAME

VOTRE

très-humble et très-obéiſſant ſerviteur

JEAN STÅLBOM.

§. 13.

Iis positis, quae in §. 7. Part. I. et §. 12. Part. II. demonstrata sunt, retineatur aequatio nostra

$$x^n - px^{n-1} + qx^{n-2} - rx^{n-3} + sx^{n-4} - tx^{n-5} + \text{etc.} = 0.$$

Si haec duas radices aequales habuerit, una radicum aequalium simul est radix aequationis

$$nx^{n-1}\,dx - (n-1)px^{n-2}\,dx + (n-2)qx^{n-3}\,dx - (n-3)rx^{n-4}dx$$
$$+ (n-4)sx^{n-5}\,dx - (n-5)\,tx^{n-6}\,dx = 0,$$ quae fluxionem primam aequationis datae repraesentat.

Si autem aequationi datae tres radices aequales fuerint, duae illarum sunt radices nuper allatae aequationis

$$nx^{n-1}\,dx - (n-1)px^{n-2}dx + (n-2)qx^{n-3}dx - (n-3)rx^{n-4}dx$$
$$+ (n-4)sx^{n-5}\,dx - \text{etc.} = 0,$$ fluxionem primam repraesentantis, et una radicum aequalium radix est aequationis

$$n.(n-1)\,x^{n-2}\,dx^2 - (n-1)(n-2)\;px^{n-3}\,dx^2$$
$$+ (n-2)(n-3)qx^{n-4}\;dx^2 - (n-3)(n-4)rx^{n-5}dx^2 + \text{etc.} = 0,$$ quae fluxionem secundam datae aequationis exprimit.

Si

Si denique aequatio data quatuor radicibus aequalibus instructa fuerit, tres illarum ingrediuntur aequationem fluxionalem primi ordinis

$nx^{n-1}\,dx - (n-1)\,px^{n-2}\,dx + (n-2)\,qx^{n-3}\,dx - \text{etc.} = 0$, duae in aequatione, fluxionem secundam exprimente,

$n.(n-1)\,x^{n-2}\,dx^2 - (n-1).(n-2)\,px^{n-3}\,dx^2 + (n-2).(n-3)\,qx^{n-4}\,dx^2 - \text{etc.} = 0$ reperiuntur, et una tantum radicum aequalium aequationis datae in aequatione

$n.(n-1)(n-2)\,x^{n-3}\,dx^3 - (n-1)(n-2)(n-3)\,px^{n-4}\,dx^3 + (n-2)(n-3)(n-4)\,qx^{n-5}\,dx^3 - \text{etc.} = 0$, quae fluxionem tertiam repraesentat, remanet.

Et si generaliter aequatio data n radices aequales habeat, in aequatione fluxionali primi, secundi, tertii, quarti etc. ordinis, $n-1$, $n-2$, $n-3$, $n-4$ etc. radices aequales respective remanent, ita ut sumta fluxione prima et nihilo aequali posita, una radicum aequalium tollatur, sumta vero fluxione secunda, duae illarum exsulent, et sic semper tot e radicibus illis aequalibus exterminentur, quot sumuntur ordines fluxionum.

§. 14.

Ex iis, quae jam attulimus, sua sponte oritur methodus, quae apud Auctores occurrit, aequationes, quae radices aliquot aequales habent, ope fluxionum resolvendi. Si enim

enim aequatio data duas radices aequales habuerit, sumenda est ipsius fluxio et nihilo aequalis ponenda, quo facto per resolutionem hujus aequationis dabitur una radicum aequalium. Si vero aequationi datae tres radices aequales fuerint, fluxio ejusdem secunda nihilo aequalis posita unam illarum dabit, et sic in reliquis. Versa quoque vice, si fluxio prima nihilo aequalis posita vel nullam vel unam vel duas radices cum data aequatione communes habuerit, datam aequationem vel nullas, vel duas vel tres radices aequales habere, concludere licet. Et sic porro.

§. 15.

Resolvenda proponatur aequatio quinti gradus

$$x^5 + \frac{9}{2}x^4 + \frac{13}{4}x^3 - \frac{5}{8}x^2 - \frac{9}{8}x - \frac{1}{4} = 0,$$ quae

tres aequales radices habet. Sumendo fluxionem primam non tantummodo aequatio

$$5x^4 dx + 18x^3 dx + \frac{39}{4}x^2 dx - \frac{5}{4}xdx - \frac{9}{8}dx = 0,$$

duas aequalium illarum radicum retinet; sed etiam, sumta fluxione secunda, in aequatione

$$20x^3 dx^2 + 54x^2 dx^2 + \frac{39}{2}xdx^2 - \frac{5}{4}dx^2 = 0$$ seu,

per $20dx^2$ dividendo, $x^3 + \frac{27}{10}x^2 + \frac{39}{40}x - \frac{1}{16} = 0$

una trium aequalium radicum aequationis datae remanebit.

Aequa-

Aequationum vero

$$x^3 + \frac{27}{10}x^2 + \frac{39}{40}x - \frac{1}{16} = 0$$

$$\text{et } x^5 + \frac{9}{2}x^4 + \frac{13}{4}x^3 - \frac{5}{8}x^2 - \frac{9}{8}x - \frac{1}{4} = 0$$

communis divisor $x + \frac{1}{2}$ indicat, fractionem $\left(-\frac{1}{2}\right)$ harum aequationum radicem communem esse, et quidem unam radicum aequalium aequationis propositae.

Divisa porro aequatione

$$x^5 + \frac{9}{2}x^4 + \frac{13}{4}x^3 - \frac{5}{8}x^2 - \frac{9}{8}x - \frac{1}{4} = 0$$

per $\left(x + \frac{1}{2}\right)^3 = 0$ seu $x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$ dabitur $x^2 + 3x - 2 = 0$, quae aequatio resoluta dat $x = -\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{17}$. Quo facto, omnes radices aequationis datae, nempe $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{17}$, $-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{17}$, inventae sunt.

§. 16.

Ad ea, quae in prioribus hujus dissertationis partibus dicta sunt, si attendimus, facile apparet, descriptam methodum,

dum, ope fluxionum aequales radices aequationis cujusdam investigandi, a methodo, ope aequationum, a data aequatione per progressiones arithmeticas quascumque deductarum, easdem determinandi, tantummodo ut specialiorem a generaliore differre. Nam sumere fluxionem primam aequationis cujusdam

$x^n - px^{n-1} + qx^{n-2} - rx^{n-3} + qx^{n-4}$ — etc. $= 0$ idem omnino est ac singulos ejus terminos per correspondentes terminos progressionis arithmeticae

$$n,\ n-1,\ n-2,\ n-3,\ n-4, \text{ etc.}$$

multiplicare. Et quum fluxio secunda sumitur, similis instituitur multiplicatio per duas progressiones arithmeticas

$$n,\ n-1,\ n-2,\ n-3,\ n-4, \text{ etc. et}$$
$$n-1,\ n-2,\ n-3,\ n-4,\ n-5, \text{ etc.}$$

De fluxionibus superiorum ordinum similis valet adsertio. Quando vero fluxiones sumuntur, progressiones arithmeticae, quarum facta est mentio, non pro lubito, uti in methodo generaliori, radices aequales inveniendi, adsumtae sunt, sed ab exponentibus dignitatum quantitatis incognitae aequationum dependent; ita ut aequationes fluxionales cum iis aequationibus prorsus conveniant, quae in §. 4. Part. I, aequales radices inveniendi caussa, a data aequatione derivatae sunt. Haec eum in finem allata sunt, ut ex ipsa aequationum indole convenientia harum methodorum ostenderetur.

THESES.

I.

Suo marte cogitare, magni eſt ingenii: ſemper in verba magiſtri jurare, idem eſt, ac non cogitare.

II.

Minus dignis non nunquam in hiſtoria cognomen Magni additum eſſe videtur; multi forſitan meritiſſimi carent.

III.

A poſteritate Carolum XII reprehendi non poſſe, contendere quidem haud audemus; pleroſque vero ejus reprehenſores iis adnumeramus, qui omnia ex eventu judicant.

IV.

Leges ſimul omnibus Europae civitatibus utiles rogare, abſonum judicamus.

V.

Commercium orientale naturae magis convenienti olim exercitum fuiſſe via, ac nunc, dum totam circumnavigare Africam cogimur, non ſine ratione ſtatuimus.

VI.

Geometria ceteris ſcientiis evidentia antecellit.

VD 18

1797 20

RTATIO

DE

RADICES ALIQUOT

HABENTIBUS,

CUJUS

RT. III.

PLISS. ORD. PHIL. GRYPH.

ESIDE

REA HULTÉN,

NOM. PROFESS. REG. ET ORD.

EXAMINI SUBJICIT

S STÅLBOM,

OTHIA - SVECUS,

AJORI D. 16. MARTII 1797.

E MERIDIEM SOLITIS.

YPHIAE,

HARDT, REG. ACAD. TYPOGR.