

**Vernetzung von Schule und Universität im  
Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt  
der Förderung von mathematisch interessierten  
Schülerinnen und Schülern: Aktueller Stand und  
Impulse**

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades der Pädagogischen Wissenschaften  
(Dr. paed.)

der

Naturwissenschaftlichen Fakultät II  
Chemie, Physik und Mathematik  
der Martin-Luther-Universität  
Halle-Wittenberg

vorgelegt von

Frau Jenny Charon  
geboren am 05.04.1986 in Rathenow

Gutachter:

Frau Prof. Dr. Karin Richter (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg)  
Herr Prof. Dr. Jürgen Roth (Universität Koblenz-Landau)

Tag der Verteidigung: 27.04.2018



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Problembeschreibung . . . . .	1
1.2	Ziel der Arbeit . . . . .	9
1.3	Lösungsansatz und Vorgehensweise . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Zum Vernetzungsbegriff</b>	<b>14</b>
2.1	Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem . . . . .	16
2.2	Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik	26
<b>3</b>	<b>Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik</b>	
	- <b>grundlegende Ansätze</b>	<b>32</b>
3.1	Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität . . . . .	49
3.2	Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung . . . . .	61
3.3	Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Vernetzungskonzept von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern</b>	<b>82</b>
4.1	Grundlagen und Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts . . . . .	83
4.2	Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern im Netzwerk Schule-Universität . . . . .	87
4.3	Ziele und Wirkungsebenen . . . . .	101
4.4	Vernetzungskonzept von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt: Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler, Dozentinnen und Dozenten . . . . .	103

<b>5</b>	<b>Konzeptioneller Ansatz zur Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität mit exemplarischer Untersuchung</b>	<b>114</b>
5.1	Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften . . . . .	121
5.1.1	Ziele und Forschungsfragen . . . . .	121
5.1.2	Wissenschaftliche Begleitung der Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität . . . . .	123
5.1.3	Lernarrangements der Arbeitsgemeinschaften . . . . .	130
5.1.3.1	Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft 1 – Prozess der Themenfindung . . . . .	130
5.1.3.2	Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft 2 – Einfluss des Monochords auf unterschiedliche Lernphasen	132
5.1.3.3	Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft 3 – Ganzheitliches und selbstbestimmtes Lernen . . . . .	136
5.1.4	Abgeleitete Ergebnisse aus der qualitativen Fallstudie . . . . .	138
5.1.4.1	Förderung von Schülerinnen und Schülern im Umgang mit mathematikhaltigen (Lern-)Situationen . . . . .	138
5.1.4.2	Subjektives Bedeutungsverständnis von Mathematik der Schülerinnen und Schüler . . . . .	141
5.1.4.3	Mathematikinteresse der Schülerinnen und Schüler . . . . .	144
5.1.4.4	Arbeitsgemeinschaft im Kontext des Mathematikunterrichts . . . . .	149
5.1.4.5	Netzwerkarbeit: Zur Umsetzbarkeit der vier Charakteristika . . . . .	153
5.2	Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität . . . . .	159
5.2.1	Ziele und Forschungsfragen . . . . .	160
5.2.2	Wissenschaftliche Begleitung der Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität . . . . .	160
5.2.3	Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft im Tandem – Gemeinsam gestalten und kommunizieren in einer gegenseitig anregenden Atmosphäre . . . . .	164
5.2.4	Abgeleitete Ergebnisse aus der qualitativen Fallstudie . . . . .	168
5.2.4.1	Bedeutung der Vernetzung für die Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft . . . . .	168

5.2.4.2	Kooperation im Tandem Schule-Universität . . . . .	171
5.2.4.3	Individuelle Auswirkungen und Effekte der Arbeit im Tandem . . . . .	176
5.3	Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität: Fallstudie „Terme und Gleichungen“ . . . . .	178
5.3.1	Ziele und Forschungsfragen . . . . .	178
5.3.2	Wissenschaftliche Begleitung der Umsetzung des Vernet- zungskonzepts von Schule und Universität . . . . .	179
5.3.3	Lernarrangement der Lehr-Lern-Gemeinschaft – Gemeinsame Reflexion von Unterrichtserfahrungen . . . . .	181
5.3.4	Abgeleitete Ergebnisse aus der qualitativen Fallstudie . . . . .	184
5.3.4.1	Lehr-Lern-Gemeinschaft als Möglichkeit zur schü- lerbezogenen Kooperation und Professionalisierung von Akteuren der Schule und Universität . . . . .	184
5.3.4.2	Auswirkungen, Effekte der Arbeit und Bedeutung der Vernetzung von Schule und Universität in der Lehr-Lern-Gemeinschaft aus Teilnehmersicht . . . . .	191
5.3.4.3	Kooperationsfördernde Rahmenbedingungen . . . . .	196
<b>6 Zusammenfassung und Ausblick</b>		<b>199</b>
<b>Literatur</b>		<b>213</b>
<b>Anhang</b>		<b>I</b>
<b>Interviewleitfäden</b>		<b>II</b>
1	Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Eingangsinterviews der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler . . . . .	II
2	Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Abschlussinterviews der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler . . . . .	IV
3	Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews . . . . .	V
4	Untersuchungsteil 2: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews . . . . .	VII
5	Untersuchungsteil 2: Interviewleitfaden des Schülerinterviews . . . . .	VIII

6	Untersuchungsteil 3: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews . . . . .	IX
<b>Über die Autorin</b>		<b>XI</b>
1	Lebenslauf . . . . .	XI
2	Publikationen . . . . .	XII
<b>Eidesstattliche Erklärung</b>		<b>XV</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Einbettung des Begriffs „Vernetzung von Schule und Universität“ in die (sozialwissenschaftliche) Netzwerktheorie . . . . .	15
2.2	Vernetzungshexagon der Akteure von Schule und Universität . . . . .	30
3.1	Übersicht über die Kompetenzschwerpunkte in den Schuljahren 5 bis 12 . . . . .	38
3.2	Mathematikspezifische Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen der Schule und Universität . . . . .	48
3.3	Übersicht: Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik . . . . .	50
3.4	Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik: Förderung von Schülerinnen und Schülern . . . . .	51
3.5	Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik: Lehrerbildung . . . . .	55
3.6	Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik: Unterrichtsentwicklung . . . . .	59
3.7	Typologie: Vernetzungansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern . . . . .	65
4.1	Theoretisches Konzept des Lernarrangements zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern im Kontext der Vernetzung von Schule und Universität . . . . .	90
4.2	Schwerpunktsetzung des exemplarisch-konkreten Vernetzungskonzepts der Akteure von Schule und Universität . . . . .	104
4.3	Dreiteiliger Konzeptvorschlag zur Vernetzung von Schule und Universität . . . . .	105

4.4	Konzeptvorschlag Teil (a): Mathematikarbeitsgemeinschaften . . . .	106
4.5	Konzeptvorschlag Teil (b): Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität . .	110
4.6	Konzeptvorschlag Teil (c): Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität	111
5.1	Vernetzung und Kooperation von Schule und Universität in der Arbeitsgemeinschaft . . . . .	156
5.2	Anregung von nicht direkt am Netzwerk partizipierenden Personen im Ansatz Mathematikarbeitsgemeinschaften . . . . .	158
5.3	Aspekte der Kooperation in der Mathematikarbeitsgemeinschaft im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität . . . . .	172
5.4	Aspekte der Kooperation in den innerschulischen Arbeitstreffen im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität . . . . .	175
5.5	Beziehungsstruktur in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Konstitution, Startimpuls . . . . .	185
5.6	Beziehungsstruktur in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Entwicklung der Lernsituation . . . . .	187
5.7	Beziehungsstruktur in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Reflexion und Weiterentwicklung der Lernsituation . . . . .	189

# Tabellenverzeichnis

2.1	Typologie von Koordinationsformen (Weyer 2014: S. 39) . . . . .	18
3.1	Kategoriesystem für die Einteilung der Vernetzungsansätze mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern . . . . .	62
3.2	Bisher oft realisierte Funktion der Schule und Universität bei der Gestaltung der Förderungsangebote für Schülerinnen und Schüler .	72
4.1	Zieldimensionen des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern . . . . .	102
5.1	Stichprobe des Untersuchungsteils 1: Arbeitsgemeinschaften . . . .	125
5.2	Untersuchungsteil 1: Zeiteinteilung der Datenerhebung und erfasste Zieldimensionen bzw. Zielbereiche . . . . .	126
5.3	Untersuchungsteil 1: Adjektive zur Beschreibung von Mathematik in der Auswertung der Schülerinterviews . . . . .	144
5.4	Beweggründe für den Besuch der Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule-Universität . . . . .	147
5.5	Beweggründe für den kontinuierlichen Besuch der Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule-Universität . . . . .	148
5.6	Untersuchungsteil 2: Zeiteinteilung der Datenerhebung und erfasste Zieldimensionen bzw. Zielbereiche . . . . .	162
5.7	Untersuchungsteil 3: Zeiteinteilung der Datenerhebung und erfasste Zieldimensionen bzw. Zielbereiche . . . . .	180

# 1 Einleitung

Vernetzen, verändern, verbessern.

---

(Deutsche Telekom Stiftung,  
Jahresbericht 2008/2009, 2009)

## 1.1 Problembeschreibung

„Vernetzen, verändern, verbessern“ (Deutsche Telekom Stiftung 2009: S. 11) beschreibt den Leitgedanken des Vorhabens *Mathematik vernetzen* der Deutschen Telekom Stiftung gemeinsam mit der DMV und dem Förderverein des MNU im Jahr der Mathematik (2008). Ziel dieses Vorhabens ist die Förderung des Aufbaus regionaler Netzwerke<sup>1</sup> aus Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik um gemeinsam für alle Beteiligten der Schule und Universität neuartige Lerngelegenheiten im Kontext des Lehrens und Lernens von Mathematik bereitzustellen und auf diese Weise Entwicklungsprozesse voranzutreiben. Die Bedeutung der Vernetzung dieser beiden Institutionen, personalisiert durch die beteiligten Personen, liegt insbesondere in der Hoffnung begründet, durch die in Netzwerken stattfindenden Kooperations- und Austauschprozesse zu synergetischen Effekten und folglich zu wechselseitigen Lernprozessen zu gelangen (Gräsel & Fußangel 2010:

---

<sup>1</sup>Der Begriff „Netzwerk“ wird in der Fachliteratur (z. B. zu Bildungskonzepten) in verschiedenen Bedeutungen verwendet. Annette Czerwanski (2003) gelang es, diese Vielzahl von Merkmalszuschreibungen zu komprimieren. Ihre Definition und Merkmalsbeschreibung eines sozialen Netzwerkes enthält alle wesentlichen charakteristischen Merkmale und bildet daher in dieser Arbeit die theoretische Grundlage für weitere Überlegungen zum Netzwerkbegriff zwischen Schule und Universität. In Anlehnung an Annette Czerwanski wird in der vorliegenden Arbeit unter der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik ein Unterstützungssystem auf Gegenseitigkeit aufgefasst, welches durch gemeinsame Absichten/Ziele, Personenorientierung, Freiwilligkeit, Zulassungsfreiheit und gegenseitiger Anregung und Inspiration aller Beteiligten gekennzeichnet ist. Eine sukzessive und wissenschaftlich fundierte Ausschärfung des Begriffs erfolgt in Kapitel 2.

S. 122). Angestoßen durch den Impuls *Mathematik vernetzen* haben sich hierzu in einer kurzen Zeitspanne im Bereich der Mathematik mit viel Ideenreichtum und Eigeninitiative der Beteiligten zahlreiche, unterschiedliche und bisher wenig erforschte Konzepte und Ansätze herausgebildet (Vogt 2010: S. 53). Bisher gibt es in der Forschungsliteratur insbesondere keine Untersuchung darüber, *wie* die Netzwerkarbeit zwischen den Beteiligten aus der Schule und Universität im Bereich der Mathematik umgesetzt wird und ob bzw. wie gemeinsame, wechselseitige Lernprozesse angeregt werden.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der *Vernetzung der Schule und der Universität im Bereich der Mathematik*. Ziel dieser Arbeit ist es, die Diskussion zu Netzwerken, bestehend aus Akteuren der Schule und Universität, im Bereich der Mathematik auf theoretischer und praktischer Ebene fortzusetzen. Die Untersuchung ordnet sich insbesondere in zwei aktuelle Forschungsfelder der Sozialwissenschaft, Pädagogik und der Mathematikdidaktik ein: schulische Netzwerke und die Öffnung des Mathematikunterrichts.

*Schulische Netzwerke* haben sich in jüngerer Vergangenheit in unterschiedlichen Ausprägungen und vielfältigen Zielsetzungen zu einem bedeutsamen Aspekt im Bildungsbereich entwickelt. Die vorliegende Arbeit verortet sich in dieser Vielzahl von Ansätzen in der Vernetzung von Schule mit außerschulischen Partnern. Der Forschungsschwerpunkt Vernetzung von Schule und Universität ist nicht auf den deutschsprachigen Raum beschränkt: Auch in der anglo-amerikanischen Forschungsliteratur wird die Vernetzung von Schulen mit anderen Schulen oder Bildungseinrichtungen als bedeutsamer Aspekt zur Förderung des Theorie-Praxis-Transfers angesehen (Fußangel 2008: S. 263 ff.). Darüber hinaus ermöglichen Kooperationsprozesse innerhalb der Netzwerke z. B. das Überwinden von Routinen, den Austausch von Erfahrungen und Materialien sowie den Aufbau sozial ausgehandelter Konzepte zur Gestaltung des Unterrichts durch Synergieeffekte. Die erhöhte Akzeptanz des derartig erworbenen Wissens soll zu einer Implementation der gemeinsam entwickelten Unterrichtskonzepte in den Unterricht und damit zur Verbesserung dessen führen (Gräsel & Fußangel 2010: S. 122). Der wissenschaftliche Diskurs befindet sich in diesem Bereich noch in den Anfängen (Järvinen, Manitius & Otto 2012:

S. 264). Der Begriff „Vernetzung von Schule und Universität“ wird bisher in unterschiedlicher, zum Teil nicht ausgeführter Form verwendet. Eine einheitliche und theoretisch fundierte Definition des Begriffs „Schulnetzwerk“ als wissenschaftliche Basis stellt ein Forschungsdesiderat dar. Es liegt bisher nur wenig Fachliteratur zu Schulnetzwerken und insbesondere zu der Vernetzung der Schule mit außerschulischen Partnern vor. Die Untersuchungen von Annette Czerwanski zu schulischen Netzwerken münden in einem Definitionsansatz, der in einer Vielzahl der Publikationen zu Netzwerkprojekten die Grundlage und auch für die vorliegende Arbeit eine wichtige Basis darstellt. Diese Untersuchungen von Annette Czerwanski sind in diesem Kontext als besonders bedeutsam hervorzuheben.

Die *Öffnung des Mathematikunterrichts* ist ein zentraler Begriff in der aktuellen fachdidaktischen Diskussion zur Veränderung des Mathematikunterrichts. Ziel der Öffnung des Unterrichts ist die zunehmende Selbstständigkeit der Lernenden, folglich die Schwerpunktverschiebung vom Lehren zum Lernen, weg von der Instruktion durch die Lehrperson, hin zu mehr eigenständigem, aktiv-konstruktivem Lernen durch die Schülerinnen und Schüler (Bannach, Sebold & Wehmeyer 1997: S. 6; Ulm 2008: S. 14). Der Begriff umfasst verschiedene Dimensionen, zu deren Realisierung sich unterschiedliche Konzepte entwickelt haben. Eine Dimension des Begriffs stellt die methodische Öffnung des Unterrichts dar. Ein geöffneter Mathematikunterricht ist durch eine Formenvielfalt (z. B. Projektarbeit, Arbeit in Lernzirkeln und Wochenplan, Experimentieren) gekennzeichnet, die es den Schülerinnen und Schülern ermöglicht, den Lernprozess selbst mitzugestalten und Verantwortung dafür zu übernehmen (Bannach, Sebold & Wehmeyer 1997: S. 10; Ludwig 2011: S. 163 ff.). Diese Maßnahmen der inneren Differenzierung und Individualisierung des Mathematikunterrichts sollen die Heterogenität der Schülerinnen und Schüler berücksichtigen.

In enger Beziehung zur methodischen Öffnung steht die didaktisch-inhaltliche Öffnung des Mathematikunterrichts. Diese Dimension der Öffnung basiert auf der konstruktivistischen Perspektive von Lernen. Kern dieser Perspektive ist die Annahme, dass jedes Individuum das Wissen in der Auseinandersetzung mit der Umwelt aktiv konstruiert. Daraus leitet sich die Forderung für den Mathematikun-

terrichtet ab, den Lernenden Möglichkeiten zum eigenständigen Denken zu geben. Das Lösen von Problemaufgaben im Mathematikunterricht berücksichtigt diese Forderung. Mathematische Probleme können im Kontext des Mathematikunterrichts auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus, unter vielfältigen Perspektiven und auf individuellen Erkundungswegen bearbeitet werden. Darüber hinaus eröffnen sie den Spielraum zur aktiv-kreativen Suche nach subjektiv interessanten innermathematischen und/oder außermathematischen Problemstellungen bzw. zum Weiterentwickeln gegebener Problemstellungen. Auf diese Weise wird fachlich vielgestaltiges, authentisches Lernen im Mathematikunterricht ermöglicht. Susanne Prediger und Katja Lengnink betonen in diesem Kontext zudem die Öffnung der Mathematik im Mathematikunterricht (Prediger & Lengnink 2001). Dies meint eine Schwerpunktverschiebung von Mathematisierungen, die das Berechnen von Lösungen verfolgen, hin zu Mathematisierungen, die das Entfalten von Entscheidungsspielräumen betonen (ebd.: S. 10). Offene Mathematik hebt in diesem Verständnis „grundlegende Begriffsbildungen und Darstellungsformen [hervor] und fasst Mathematik als Angebot an Darstellungs- und Kommunikationsmitteln auf“ (Fischer 1984: S. 139). Ziel des Mathematikunterrichts ist es, so die Schülerinnen und Schüler zum mathematisch mündigen Umgang mit Mathematik zu befähigen. Hinzu kommt eine inhaltliche Öffnung anderen Fächern gegenüber. Matthias Ludwig fordert in diesem Zusammenhang, dass auch die Fragen anderer Fächer im Mathematikunterricht zugelassen werden müssen. Auch die Frage nach Möglichkeiten und Grenzen der Untersuchung dieser Fragen mit mathematischen Methoden gehöre zu einem offenen Mathematikunterricht dazu (Ludwig 2011: S. 164). Fächerübergreifender Unterricht wird diesen Forderungen, z. B. durch den Einsatz von Modellierungsaufgaben, Projekten oder der etwas anderen Aufgabe<sup>2</sup> gerecht.

Schließlich impliziert der Begriff „geöffneter Mathematikunterricht“ auch die Öffnung nach außen. Sie beschreibt die Öffnung der Schule und des Unterrichts gegenüber der sie umgebenden Wirklichkeit (Bannach, Sebold & Wehmeyer 1997: S. 10). Dies schließt auch die Öffnung gegenüber anderen Bildungsinstitutionen, wie z. B. der Universität ein. Ein nach außen geöffneter Unterricht fordert zudem

---

<sup>2</sup>Die Aufgabensammlung ist Bestandteil der mathematikdidaktischen Zeitschrift *mathematik lehren*, beinhaltet mathematikhaltige Problemstellungen (entwickelt aus Zeitungsartikeln) und soll zum Entdecken, Knobeln, Problemlösen, Argumentieren anregen und so den Blick auf Mathematik erweitern.

die Einwohner, Institutionen und Firmen der zur Schule gehörenden Region dazu auf, Lernmöglichkeiten für Schülerinnen und Schüler bereitzustellen und die Region so zu einer Bildungsregion (weiter-)zuentwickeln. Diese Öffnung wird derzeit vorrangig z. B. in Form von (Mitmach-)Ausstellungen, gemeinsamer Projekte oder Praktika realisiert werden. Außerdem ergibt sich die Möglichkeit der Anregung der Region durch die Schule mithilfe von Präsentationen von interessanten Ideen bzw. Ergebnissen der Schülerinnen und Schüler in der Öffentlichkeit.

Die vorliegende Arbeit verankert die Überlegungen zur Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik auf der gesamten begrifflichen Festlegung zur Öffnung des Mathematikunterrichts. Die Öffnung des Mathematikunterrichts nach außen ist eine zentrale Voraussetzung für eine gemeinsame inhaltliche Arbeit von Beteiligten der Schule und Universität. In der gemeinsamen Arbeitssituation beider Institutionen ist die methodische und didaktisch-inhaltliche Öffnung ein wesentlicher Aspekt der Zusammenarbeit. Dies ermöglicht *allen* Beteiligten im Netzwerk Schule-Universität die gemeinsame Arbeitssituation aktiv-konstruktiv mitzugestalten, dabei eigene Ideen einzubringen und die Verantwortung für die gemeinsame Wissenskonstruktion (für sich selbst und die anderen) zu übernehmen. In der vorliegenden Arbeit wird davon ausgegangen, dass dies eine bedeutsame Voraussetzung für horizontales und das Lernen von- und miteinander im Netzwerk Schule-Universität darstellt.

Zwischen der Schule und Universität lassen sich im Bereich der Mathematik verschiedene, zum Teil institutionalisierte, Schnittstellen identifizieren. Die optimale mathematische Ausbildung von Lernenden, das Lehren von Mathematik und der Mathematikunterricht sowie dessen Weiterentwicklung sind zentrale Arbeitsschwerpunkte beider Institutionen und bilden daher Zielaspekte aktueller Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf gemeinsamen Bemühungen um Lernende. Übergreifendes Ziel von Schule und Universität und ihrer Akteure ist es, den Schülerinnen und Schülern einen optimalen Entwicklungskontext zu bieten, der ihnen durch eine aktive, kreative Auseinandersetzung mit Mathematik authentische Einsichten in die Vielgestaltigkeit dieser Wissenschaft und mathematischer Arbeitsweisen ermöglicht

sowie auf diese Weise Interesse an Mathematik weckt. Die Bedeutung dieses Zielaspekts im Kontext des Mathematiklernens liegt in folgenden Forschungsergebnissen begründet: Das Interesse und die Freude an Mathematik sowie das mathematische Weltbild<sup>3</sup> der Schülerinnen und Schüler beeinflusst das Denken und Schlussfolgern, die Informationsverarbeitung, das Lernen, die Motivation und die akademische Leistung. Dieses „System[...] von Normen, Überzeugungen, Hintergrundtheorien und (Leit-)Vorstellungen über Mathematik“ (Törner 1996: S. 433) wurde beispielsweise 1996 in der Dissertation von Stefan Grigutsch empirisch untersucht.<sup>4</sup> Er kam zu dem Ergebnis: „Mathematik ist für die Schüler im Grundkurs im Schnitt (...) ein formales exaktes Lernen und Ausführen von Schemata und Algorithmen, das oft ohne wesentliche Verstehens- und Erkenntnisprozesse abläuft und zudem selten einen Anwendungsbezug oder Nutzen aufweist.“ (Grigutsch 1996: S. 120) Ein schematisch-algorithmisch geprägtes mathematisches Weltbild, welches bei deutschen Schülerinnen und Schülern nachgewiesen wurde, bedingt ein geringeres Mathematikinteresse und niedrigere Mathematikleistungen (Baumert, Bos & Lehmann 2000: S. 268).

Mit der Zielsetzung der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern haben sich zahlreiche Vernetzungsansätze von Schule und Universität entwickelt. Ein Ansatz in diesem Kontext ist das Aufsuchen von alternativen Unterrichtsorten, von anregenden Lernorten außerhalb des Klassenraums, um dort Neues zu entdecken. Hierzu entwickelten sich an den Universitäten vielgestaltige Angebote, die sich speziell an Schülerinnen und Schüler richten. Beispielsweise bietet die Universität Hamburg die Teilnahme an speziellen Modellierungswochen für Schülerinnen und Schüler der 10. Klasse an. Andere Universitäten, wie etwa die Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg, haben in gemeinsamer Arbeit

---

<sup>3</sup>Das *mathematische Weltbild* von Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern sowie Studierenden steht seit den 1980er Jahren im internationalen Interesse der Bildungsforschung (Lester 2002). Statt mathematisches Weltbild werden in der Forschungsliteratur insbesondere auch folgende Begriffe verwendet: Schülervorstellungen, Epistemologische Grundvorstellungen, beliefs, view. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass die Begriffe in der Literatur häufig unterschiedlich definiert werden. Für Ergebnisse der internationalen Forschung sei z. B. auf die Forschung von Erkki Pehkonen und Günter Törner, zwei der führenden Wissenschaftler dieser Thematik, verwiesen (Leder, Pehkonen & Törner 2002).

<sup>4</sup>Stefan Grigutsch untersuchte in seiner Studie 1647 Schülerinnen und Schüler aus Nordrhein-Westfalen mithilfe eines Fragebogens. Dabei stammten 539 Schülerinnen und Schüler aus der Klasse 6, 463 aus der Klasse 9 und 645 aus der Oberstufe.

mathematische Ausstellungen oder Mathematik-Labore entwickelt, in denen das Erkunden, Erproben und Erleben von Mathematik und damit die Anreicherung des Mathematikunterrichts im Vordergrund steht. Ein weiterer Ansatz ist das Einladen von Experten, zum Beispiel Professorinnen und Professoren, in die Schule. Die in diesem Kontext gehaltenen Vorträge zu speziellen Themen können so zu einer inhaltlichen Anreicherung und Vertiefung des Mathematikunterrichts beitragen. Neben einer Vielzahl von eher kurzfristig angelegten Möglichkeiten der Vernetzung haben sich auch Ansätze zur kontinuierlichen Zusammenarbeit, wie zum Beispiel Mathematik-Arbeitsgemeinschaften für Schülerinnen und Schüler, entwickelt. Gemeinsame Aufgabe beider Institutionen ist die individuelle und optimale Förderung *aller* Schülerinnen und Schüler. Der Fokus aktueller Vernetzungsansätze liegt derzeit vorrangig auf der Förderung von spezifischen Schülergruppen (Schülerinnen und Schüler der Grundschule bzw. Oberstufe, Schülerinnen und Schüler mit mathematischer Begabung). Für allgemein mathematisch Interessierte der Sekundarstufe I werden bisher nur wenig Angebote für längerfristiges, eigenständiges, offenes und kreatives Arbeiten im Kontext der Vernetzung von Schule und Universität gemacht. Zur Förderung dieser Schülergruppe im Netzwerk Schule-Universität werden tragfähige Ansätze und Konzepte benötigt. Die vorliegende Arbeit richtet den Fokus daher explizit auf die langfristige Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I<sup>5</sup>. Weiter lässt sich feststellen, dass der Aspekt zu inspirierender Zusammenarbeit zwischen Beteiligten der Schule und der Universität oft noch ausbaufähig ist. Nur selten kommt es zu einer leistungsstarken und nachhaltigen Wechselwirkung zwischen den Personen der beiden Institutionen. Hierfür bedarf es neuer Konzepte. Darüber hinaus ist festzustellen, dass es in der Fachliteratur bisher keine Beschreibungen über die konkrete Ausgestaltung der Netzwerkarbeit bzw. Kooperationsprozesse zwischen den Beteiligten gibt.

Die Ergebnisse von bisherigen Initiativen, wie z. B. SINUS, verweisen auf die Bedeutsamkeit der Netzwerkarbeit. Sie zeigen auf, dass sich der Mathematikunterricht nur durch kooperative Zusammenarbeit effizient verändern lässt und so Schülerinnen und Schüler bestmöglich fördert (Baptist & Ulm 2005: S. 121-122; Hirt, Mattern &

---

<sup>5</sup>Unter dem Begriff „mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler“ wird im Folgenden diese heterogene Schülergruppe subsumiert, deren Affinität zu Mathematik keine Besonderheiten aufweist. Eine detaillierte Herleitung des Begriffs erfolgt im Kapitel 4.2, ab Seite 88.

Staub 2014: S. 243 ff.). Denn Netzwerke bieten Unterstützung und den notwendigen Raum für methodisch-didaktische Experimente und den intensiven Austausch über Erfahrungen, Wissen und gemeinsame (Weiter-)Entwicklung (Berkemeyer et al. 2010: S. 216). Dabei ist der persönliche Kontakt und geistige Austausch aller Beteiligten (Universität, Didaktikerinnen und Didaktiker, Schule, Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler) von äußerster Bedeutung. Peter Baptist fordert daher: „Dieser Kontakt muss für Didaktiker ebenso selbstverständlich sein wie für Kollegen der Ingenieur fakultät die Zusammenarbeit mit Praktikern in der Industrie“ (Baptist 2000: S. 8). Die gemeinsame, gegenseitig anregende Zusammenarbeit zwischen den Beteiligten an der Schnittstelle Schule und Universität ermöglicht durch die Bündelung der verschiedenen Kompetenzen die (Weiter-)Entwicklung von Konzepten für den Mathematikunterricht und kann neue Impulse für die Lehramtsaus- und -weiterbildung geben. So werden den Studierenden bzw. Lehrkräften neuartige, aktiv-kreativ inspirierende Einsichten für die eigene Tätigkeit eröffnet. Netzwerke zwischen Schulen und/oder anderen außerschulischen Institutionen sind bisher nur punktuell realisiert. Katharina Maag Merki fordert daher, dass aufgrund der positiven Befunde, die auf die Bedeutung der Vernetzung hinweisen, nach Möglichkeiten und Wegen zu suchen ist, „wie Kooperationen und Netzwerkbildungen zwischen Lehrpersonen, Schulen und außerschulischen Institutionen angeregt werden können und wie die Wirksamkeit dieser Handlungsstrategien für die Herstellung einer optimalen Lernumgebung und für das Lernen der Schülerinnen und Schüler noch gesteigert werden kann.“ (Maag Merki 2009: S. 9).

Die Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern stellt ein aktuelles Forschungsfeld der Sozialwissenschaft, Pädagogik und Mathematikdidaktik dar. Die Ausführungen haben zum einen das innewohnende Potenzial der Zusammenarbeit von Beteiligten der Schule und Universität und zum anderen weiteren Forschungsbedarf aufgezeigt. Es bedarf einer theoretisch fundierten Begriffsbildung und einer konzeptionellen Grundlage zur Beschreibung und Analyse von (aktuellen) Vernetzungsansätzen. Weiter gibt es in der Forschungsliteratur bisher keine Beschreibung zur konkreten Umsetzung der Netzwerkarbeit von Schule und Universität mit dem

Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern. Die Analyse aktueller Vernetzungsansätze zeigt auf, dass insbesondere langfristige Lerngelegenheiten nur für spezifische Schülergruppen zugänglich sind. Für Lernende der Sekundarstufe I, deren Affinität für Mathematik keine Besonderheiten aufweist, werden neue Konzepte zur Förderung in einer wechselseitig anregenden Beziehung zwischen Beteiligten der Schule und Universität benötigt. Die vorliegende Arbeit richtet den Fokus daher explizit auf die Förderung dieser Schülergruppe in Form einer langfristigen, offenen, kreativen, selbstgesteuerten mathematischen Auseinandersetzung im Netzwerk Schule-Universität.

## 1.2 Ziel der Arbeit

Ein Forschungsdesiderat im oben beschriebenen Forschungsfeld stellt eine geeignete Begriffsbildung der Vernetzung von Schule und Universität dar. Ein Ziel der Arbeit ist es, die unterschiedlichen definatorischen Zugänge der Vernetzung im Detail zu beleuchten und auf dieser Basis einen Beitrag zur Begriffsdefinition für die Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu leisten.

Neben einer deskriptiven Beschreibung der unterschiedlichen Perspektiven auf die Schnittstelle Schule-Universität im Bereich der Mathematik soll die Arbeit die sich in den vergangenen Jahren herausgebildeten zahlreichen, unterschiedlichen Vernetzungsansätze zur Förderung von Schülerinnen und Schülern analysieren und die Frage untersuchen, ob sich in dieser Vielzahl typische Vernetzungsansätze identifizieren lassen. Mithilfe dieser Analyse sollen Entwicklungsimpulse in der Vernetzung der beiden Institutionen im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern abgeleitet werden. Auf der Basis der entwickelten Begriffsbildung soll in dieser Arbeit ein Vernetzungskonzept von Schule und Universität entwickelt werden, welches das abgeleitete Entwicklungspotenzial berücksichtigt.

Mit der Vernetzung von Schule und Universitäten sind vor allem folgende Hypothesen verknüpft: Die Vernetzung von Schule und Universität leistet einen Beitrag zur mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern, ermöglicht eine intensive Zusammenarbeit zwischen allen Beteiligten, begünstigt den Austausch innovativer Ideen und ermöglicht gemeinsames Lernen. Daraus leiten sich folgende

Forschungsfragen ab, welchen im Rahmen dieser Arbeit nachgegangen werden soll:

- Was sind geeignete Ansätze zur schulischen und außerschulischen mathematischen Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern?
- Kann es gelingen, eine gegenseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen (personalisiert durch die beteiligten Personen)?
- Wie gelingt es? Was sind leistungsstarke Gelingensfaktoren?
- Wie lassen sich diese Gelingensfaktoren unterstützen?

## 1.3 Lösungsansatz und Vorgehensweise

Um diese Forschungsfragen einer wissenschaftlichen Erörterung zuzuführen, wird in drei Schritten vorgegangen: Im ersten Schritt steht die theoretisch fundierte Begriffsbildung der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik im Fokus. Dazu werden zunächst die Grundzüge der Fachbegriffe „Netzwerk“, „soziales Netzwerk“ und „Kooperation“ aus sozialwissenschaftlicher und fachwissenschaftlicher Perspektive dargestellt. Dies umfasst sowohl einen Überblick über die unterschiedlichen Definitionsansätze zu diesen Begriffen als auch eine Begriffskomprimierung sowie die Herausarbeitung von Zusammenhängen zwischen diesen Termini. Anschließend erfolgt eine weitere Annäherung an der zentralen Begriff dieser Arbeit mithilfe des Begriffs „Schulnetzwerk“. Abschließend wird auf dieser Basis der Begriff „Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik“ entwickelt und eine Arbeitsdefinition und Charakterisierung des Begriffs für diese Arbeit vorgestellt. Diese theoretisch fundierte Begriffsbildung bildet zugleich den konzeptionellen Rahmen zur Beschreibung und Analyse von (aktuellen) Vernetzungsansätzen.

Im zweiten Schritt steht die Untersuchung aktueller Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung

### 1.3 Lösungsansatz und Vorgehensweise

von Schülerinnen und Schülern im Fokus. Zunächst werden die allgemeinen und insbesondere die mathematikspezifischen Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen beider Bildungseinrichtungen herausgearbeitet und zueinander in Beziehung gesetzt. Die Analyse zeigt neben den Spezifika beider Bildungseinrichtungen verschiedene Schnittstellen, Berührungspunkte zwischen den mathematikspezifischen Intentionen der Schule und Universität auf. In dieser Vielfalt der Vernetzungsansätze wird der Schwerpunkt dieser Arbeit, die Förderung von Schülerinnen und Schülern, verortet. Im nächsten Schritt werden die aktuellen Vernetzungsansätze mit jenem Schwerpunkt untersucht und systematisiert. Dabei ist insbesondere folgende Fragestellung leitend: Was sind typische Vernetzungsansätze hinsichtlich der mathematikdidaktischen und -methodischen Konzeption und wie wird der Austausch zwischen Schule und Universität gestaltet? Die Basis dieser Systematisierung bildet eine Untersuchung von 124 aktuellen Vernetzungsansätzen, welche einen Zielbereich in der mathematischen Förderung der Schülerinnen und Schüler verorten. Dazu wird zunächst das Kategoriesystem, anschließend die Auswahlkriterien und das Erhebungsverfahren vorgestellt. Auf der Basis einer ausführlichen Literaturrecherche, ergänzt durch konkrete Darstellungen der Vernetzungsansätze, gelang es, die aktuellen Vernetzungsansätze von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern klar zu charakterisieren, voneinander abzugrenzen und einer der Kategorien zuzuordnen. Diese herausgearbeiteten, aktuell typischen Vernetzungsansätze bilden gemeinsam mit dem im ersten Teil der Arbeit entwickelten konzeptionellen Vorschlag zur Beschreibung der Vernetzung von Schule und Universität die Basis für eine kritisch-konstruktive Reflexion aktueller Vernetzungsansätze. Aus diesem Vergleich der derzeit typischen Vernetzungsansätze mit der im ersten Teil erarbeiteten Charakterisierung der Vernetzung von Schule und Universität wird Entwicklungspotenzial für zukünftige Vernetzungsansätze beider Institutionen abgeleitet.

Im dritten Teil der Arbeit wird ein Entwicklungsimpuls in Form eines exemplarisch-konkreten dreiteiligen Netzwerkkonzepts entwickelt und fallbasiert exploriert, welches das Lernen von- und miteinander im Dreieck Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer und Dozentinnen und Dozenten in den Mittelpunkt stellt. Das

### 1.3 Lösungsansatz und Vorgehensweise

Konzept basiert auf der Begriffsbildung des ersten Teils und will darüber hinaus das im zweiten Teil der Arbeit abgeleitete Entwicklungspotenzial berücksichtigen. Dabei werden zunächst die zentralen, theoriebasierten Leitprinzipien für die Entwicklung des Konzepts ausgeführt. Es schließt sich die Erläuterung des mathematikdidaktischen und -methodischen Ansatzes zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern an, welcher in die Netzwerkarbeit eingebettet ist. Dies umfasst insbesondere auch eine Arbeitsdefinition der Zielgruppe *mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler*. Im nächsten Schritt werden die Ziele und Wirkungsebenen des Vernetzungskonzepts dargelegt. Diese Auseinandersetzungen münden in einem exemplarisch-konkreten dreiteiligen Vernetzungsansatz, welcher insbesondere die Beziehung zwischen Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten in den Mittelpunkt rückt.

Dieser exemplarisch-konkrete dreiteilige Vernetzungsansatz wird im letzten Schritt auf seine Leistungsfähigkeit hinsichtlich der Forschungsfragen und Zielebenen qualitativ in einer dreiteiligen Fallstudie untersucht. Zunächst wird auf allgemeine, alle Teile übergreifende, methodische Überlegungen eingegangen. Anschließend werden alle drei Teile der Fallstudie beschrieben. Dabei werden jeweils zunächst die Ziele und Forschungsfragen formuliert. Es schließt sich die Konkretisierung der wissenschaftlichen Begleitung der Umsetzung des Vernetzungskonzepts an. Im dritten Schritt wird das der Netzwerkarbeit zugrunde liegende Lernarrangement dargestellt, um die Ergebnisse in den konkreten Zusammenhang stellen zu können. Abschließend werden die aus der qualitativen Fallstudie abgeleiteten Einsichten vorgestellt.

In der vorliegenden Arbeit gelang es, einen tragfähigen und leistungsstarken Ansatz zur Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in einer gegenseitig anregenden, orientierenden, aktivierend unterstützenden Beziehung zwischen den Beteiligten herauszuarbeiten. Die beschriebene Vorgehensweise in dieser Arbeit stellt dabei zentrale Arbeitsschritte auf dem Weg zu diesem Vernetzungskonzept dar. Das Vernetzungskonzept beruht auf dem im ersten Teil erarbeiteten konzeptionellen Vorschlag für Netzwerke von Schule und

Universität im Bereich der Mathematik. Neben einer theoretischen Grundlage ermöglicht dieser Ansatz einer Begriffsdefinition das Anregen einer neuen Kultur der Kooperation zwischen Beteiligten der beiden Institutionen. Darüber hinaus berücksichtigt dieser entwickelte Vernetzungsansatz das im zweiten Teil aus der Systematisierung und der kritisch-konstruktiven Reflexion abgeleitete Entwicklungspotenzial. Das Vernetzungskonzept ist mithilfe von allgemeinen, theoretisch fundierten Leitprinzipien formuliert, was das Übertragen auf vielfältige Situationen ermöglicht. Exemplarisch wurde ein konkretes Vernetzungskonzept entwickelt, welches die Beziehung zwischen Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten in den Mittelpunkt stellt. Die dreiteilige Fallstudie, welches dieses Konzept exemplarisch-konkret umsetzte, erwies sich als instruktiv, orientierend hinsichtlich der Forschungsfragen dieser Arbeit:

- Was sind geeignete Ansätze zur schulischen und außerschulischen mathematischen Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern?
- Kann es gelingen, eine gegenseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen (personalisiert durch die beteiligten Personen)?
- Wie gelingt es? Was sind leistungsstarke Gelingensfaktoren?
- Wie lassen sich diese Gelingensfaktoren unterstützen?

## 2 Zum Vernetzungsbegriff

Netzwerke stellen in vielen Bereichen ein bedeutsames Konzept dar, um der steigenden Komplexität zu entgegnen (Berkemeyer, Bos & Kuper 2010: S. 11–13; Czerwanski 2003: S. 9). Auch Manuel Castells stellt in seinem Buch „Das Informationszeitalter I“ fest, dass die Organisation der wichtigen gesellschaftlichen Prozesse und Funktionen verstärkt in Netzwerken erfolgt. Auf dieser Grundlage spricht er sogar von einer „Netzwerkgesellschaft“ (Castells 2004: S. 527).

In der Netzwerkforschung werden in zahlreichen Bereichen die Konzepte der Graphentheorie verwendet, um Netzwerke zu analysieren. Die Graphentheorie, ein Teilgebiet der Diskreten Mathematik, ermöglicht die graphische Darstellung und Abstraktion von Zusammenhängen und reduziert sie dabei auf ihren strukturellen Kern. Sie stellt damit ein wichtiges Werkzeug zur Analyse von Netzwerken in allen Bereichen dar. Die Ursprünge der Netzwerke liegen bereits im 18. Jahrhundert. Die Lösung des Königsberger Brückenproblems durch den Mathematiker und Physiker Leonhard Euler stellt eine der ersten Arbeiten auf dem Gebiet der Graphentheorie dar (Newman 2003: S. 169).

Auch im nationalen und internationalen Bildungsbereich bilden Netzwerke ein Schlüsselkonzept (Killus 2008: S. 315; Berkemeyer, Kuper, Manitijs & Müthing 2009: S. 7–9; OECD 2003: S. 91–94; Dederling 2007: S. 17–18). Ziel der Bildungswissenschaft und -praxis ist es damit, „neue Wege in der Gestaltung des Lernens und der Zusammenarbeit von Personen und Institutionen zu beschreiten“ (Rauch & Kreis 2009: S. 80). Auch Janet Hageman Chrispeels und Alma Harris vertreten diese Auffassung und heben die Bedeutung der Arbeit in „networked learning communities“ für Schulentwicklungsprozesse hervor (Hagemann Chrispeels & Harris 2006: S. 302–305).

Die „Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik“ stellt den zentralen Gegenstand der vorliegenden Arbeit dar. Bisher gibt es in

der Forschungsliteratur keine Definition bzw. keinen Definitionsansatz für diesen Terminus. Im Rahmen dieses Kapitels soll ein Konzept für den zentralen Begriff dieser Arbeit entwickelt und damit die Grundlage für die weiteren Untersuchungen dieser Arbeit geschaffen werden. Der Ansatz einer Begriffsklärung erfolgt dabei über eine sukzessive Differenzierung ausgehend vom Oberbegriff „Netzwerk“ (vgl. Abb. 2.1): Eine besondere Ausprägung des Netzwerkes ist das soziale Netzwerk. Ein spezieller Typus sozialer Netzwerke stellen Schulnetzwerke dar. Netzwerke zwischen Schulen und Universitäten können als besondere Form der schulischen Netzwerke aufgefasst werden.

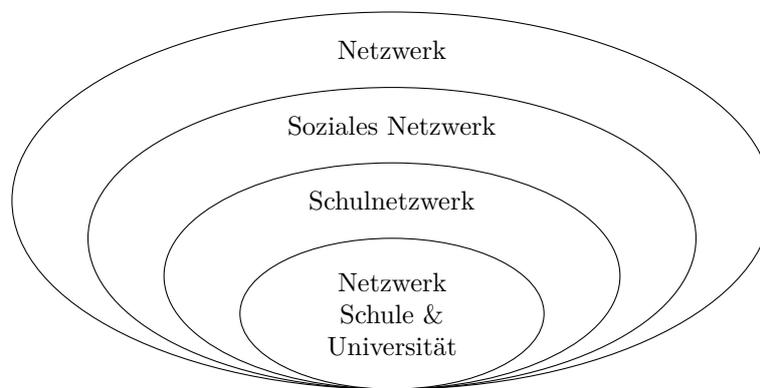


Abbildung 2.1: Einbettung des Begriffs „Vernetzung von Schule und Universität“ in die (sozialwissenschaftliche) Netzwerktheorie

Um eine fundierte theoretische Grundlage für eine Arbeitsdefinition und Merkmalsbeschreibung für die „Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik“ zu erarbeiten, sollen zunächst in Abschnitt 2.1 die Grundzüge der Termini „Netzwerk“, „soziales Netzwerk“ und „Kooperation“ als bedeutende Bezeichnungen in diesem Kontext dargestellt werden. Im Abschnitt 2.2 erfolgt die weitere Differenzierung des Begriffs hin zu „schulischen Netzwerken“. Die Auseinandersetzung mit den Grundzügen der Begriffe und ihrer Merkmale mündet schließlich in der Arbeitsdefinition des zentralen Begriffs dieser Arbeit und die Darstellung jener Merkmale.

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

*Vernetzung* kann als ein Prozess aufgefasst werden, der in einem *Netzwerk* mündet (Hischer 2011: S. 394). Im Sinne einer sukzessiven Begriffsdifferenzierung sollen im Folgenden die Termini „Netzwerk“, „soziales Netzwerk“ und „Kooperation“ in ihren Grundzügen erläutert werden.

### Netzwerk

Der Terminus „Netzwerk“ wird sehr unterschiedlich, oft kontextabhängig interpretiert (Wetzel, Aderhold, Baitsch & Keiser 2001: S. 9). Eine häufige Verwendung eines Begriffes in den Fachwissenschaften in subjektiv geprägten, zum Teil gar nicht ausgeführten Bedeutungen stellt einen Widerspruch zum Anspruch einer wissenschaftlichen Arbeitsweise dar. Eine einheitliche Definition des Begriffes „Netzwerk“ stellt daher ein wichtiges Desiderat sozial- und fachwissenschaftlicher Forschung dar (Aderhold 2004: S. 193–194; Hischer 2014: S. 14–15). Horst Hischer verwendet die Graphentheorie, die mathematische Bezugswissenschaft von Netzwerken, als Werkzeug, um den Begriff „Netzwerk“ zu definieren. Er vertritt folgende Auffassung: Ein Netzwerk ist der „aus den Bestandteilen eines Netzes [Knoten, Kanten] [...] gebildete Graph, der ggf. ein Netzgraph<sup>1</sup> ist, der aber dennoch eine „Vernetzung“ zum Ausdruck bringen kann [...]“. (Hischer 2011: S. 392) Constantin Wickinghoff verwendet ebenso den mathematischen Kontext der Graphentheorie in seinem Versuch einer Begriffsklärung. Er definiert Netzwerke allgemein als „eine Ansammlung von Knoten, die teilweise oder vollständig durch sogenannte Kanten miteinander verbunden sind. Die Knoten können Personen, Objekte, Organisationen oder Ereignisse sein. Die Kanten wiederum stellen zwischen den Knoten Verbindungen [...] her, die unterschiedlich geartet sein können und je nach Betrachtungsweise unterschiedlich zu interpretieren sind.“ (Wickinghoff 2000: S. 27)

---

<sup>1</sup>Horst Hischer definiert einen Netzgraphen als „ein[en] endliche[n], zusammenhängend[en] Graph[en] [...], bei dem jede Kante „Teil einer Masche“ ist (eine Masche ist ein sehnensfreier Kreis) [...], ergänzt durch die sinnvolle Zusatzforderung, dass jeder Knoten mindestens den Grad 3 hat. In Netzgraphen gibt es dann zwischen je zwei Knoten stets mindestens zwei verschiedene Wege“. (Hischer 2014: S. 18)

## Soziale Netzwerke

Soziale Netzwerke stellen einen speziellen Typus eines Netzwerkes dar. Auch zu diesem Begriff gibt es verschiedene Auffassungen (Aderhold 2004: S. 324; Wickinghoff 2000: S. 27). Im Folgenden soll zunächst versucht werden, einen systematischen Überblick über die Breite der in der Literatur zu findenden Ansätze für Begriffsdefinitionen zu geben.

**Definitionsansätze – ein Forschungsüberblick** Im wissenschaftlichen Diskurs gibt es einige Vertreterinnen und Vertreter, die einen sehr weit gefassten Netzwerk-begriff vertreten (Aderhold & Wetzel 2004: S. 25; Boos, Exner & Heitger 2000: S. 16; Castells 2004: S. 528–529; Exner & Königswieser 2000: S. 23). So verstehen Exner und Königswieser den Begriff „Netzwerk“<sup>2</sup> als „etwas Unfassbares - ein Gebilde ohne Grenzen; es hat zwar etwas Verbindendes, aber meist sind die Partner nicht zur selben Zeit am selben Ort. Es gibt keine klaren Mitgliedschaften, aber Beziehungen, unsichtbare Bande. [...] Ein Netzwerk ist nichts Festes, Fixes, klar Abgegrenztes. Ein Netzwerk ist etwas Bewegliches, Fließendes, Flexibles, es beschreibt also eher einen Prozess, der sich kurz in einer bestimmten Form äußert, diese aber auch gleich wieder verändert.“ (Exner & Königswieser 2000: S. 23) Kern dieser Position ist die Annahme, dass es in sozialen Netzwerken weder eindeutig bestimmbare Mitgliedschaften noch Funktionsinhaber gibt.

Trotz dieser weiten Begriffsauffassung gilt es anzumerken, dass nicht alles, was zusammenhängt, ein Netzwerk ist (Killus 2008: S. 316; Czerwanski 2003: S. 10). In der Vielzahl von Definitionen identifizierte Annette Czerwanski drei wesentliche Elemente des sozialen Netzwerkes (Czerwanski 2003: S. 10–15): das Netzwerk als ...

1. ... Form der Koordination,
2. ... Geflecht von Beziehungen,
3. ... Lernprozess

Im Folgenden sollen die drei Elemente näher betrachtet werden. In Bezug auf die *Koordination des Zusammenlebens* von Menschen unterscheidet die Sozialwissenschaft

<sup>2</sup>Einige Autorinnen und Autoren verwenden in ihren Veröffentlichungen den Begriff „Netzwerk“ in der Bedeutung des sozialen Netzwerkes.

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

drei Formen (siehe Tabelle 2.1): den Markt, die Organisation (bzw. Hierarchie) und das Netzwerk (Teubner 1992: S. 193–197; Schubert 1994: S. 10–14; Weyer 2014: S. 36–42).

Tabelle 2.1: Typologie von Koordinationsformen (Weyer 2014: S. 39)

Koordinationsstyp	Markt	Hierarchie/ Organisation	Netzwerk
Koordinationsmittel	Preise	formale Regeln	Vertrauen
Koordinationsform	spontan, spezifisch	geregelt, unspezifisch	diskursiv
Akteurbeziehungen	unabhängig	abhängig	interdependent
Zugang	offen	geregelt	begrenzt, exklusiv
Zeithorizont	kurzfristig	langfristig	mittelfristig
Konfliktregulierung	Recht	Macht	Verhandlung

Das Netzwerk wird in Bezug auf die Koordination des Zusammenlebens häufig als eine Mischform dieser zwei Typen verstanden. So definiert Johannes Weyer soziale Netzwerke als „eigenständige Form der Koordination und Interaktion [...], deren Kern die vertrauensvolle Kooperation autonomer, aber interdependenten Akteure ist, die für einen begrenzten Zeitraum zusammenarbeiten und dabei auf die Interessen des jeweiligen Partners Rücksicht nehmen, weil sie auf diese Weise ihre partikularen Ziele besser realisieren können als durch nicht-koordiniertes Handeln.“ (Weyer 2014: S. 44) Auch die Definition von Johannes Bastian (2008) verweist auf die Koordinationsdimension des Begriffes (Bastian 2008: S. 8).

Ein zweites zentrales Element in Begriffsklärungen des sozialen Netzwerkes sind die *Beziehungen der Akteure*. Soziale Netzwerke lassen sich nach dieser Auffassung „als ein Geflecht sozialer Beziehungen zwischen Akteuren [beschreiben].“ (Mitchell 1969: S. 2) Auch Ralf Wetzels u. a. (2001) betonen die Beziehungsdimension in ihrer Definition des sozialen Netzwerkes als Netz personenbezogener Beziehungen auf der Basis eines gemeinsamen Interesses.

Das *Lernen* als eine zentrale Funktion des sozialen Netzwerkes ist ein weiteres bedeutendes Element zahlreicher Begriffsdefinitionen. So stellt Christof Baitsch (1999) heraus, dass Netzwerke die Möglichkeit zu situiertem Lernen bieten. Das Lernen in Netzwerken stellt so einen Ansatz zur Lösung der Probleme klassischer Weiterbildungsformen dar (Baitsch 1999: S. 257–260).

**Merkmals-Konzept als Ansatz einer Begriffsannäherung** Eine weitere Annäherung an den Begriff „soziales Netzwerk“ kann mithilfe von *Merkmalszuschreibungen*, als ein ausdifferenzierender, nutzungsorientierter Ansatz erfolgen. Im Folgenden wird ein Überblick über die in der Forschungsliteratur vorhandenen Merkmale sozialer Netzwerke, angelehnt an R. Wetzels, J. Aderhold, C. Baitsch und S. Keiser (2001), dargelegt.

Ein Merkmal, welches von vielen Autorinnen und Autoren benannt wird, sind *gemeinsame Intentionen und Ziele* (Beyer 2004: S. 139; Boos, Exner & Heitger 2000: S. 16–19; Exner & Königswieser 2000: S. 24; Wetzels, Aderhold, Baitsch & Keiser 2001: S. 15). Dieses Merkmal beschreibt die Orientierung der Beteiligten an einem gemeinsamen (Rahmen-)Thema, einer Aufgabe oder einem Ziel. Daraus lässt sich ableiten, dass soziale Netzwerke für die beteiligten Akteure immer eine klare Funktion haben und nicht ihrer selbst willen bestehen (Schubert 1994: S. 44).

Ein weiteres Charakteristikum des sozialen Netzwerkes ist die *Freiwilligkeit der Teilnahme* für alle Beteiligten (Boos, Exner & Heitger 2000: S. 16; Jungk 1994: S. 20). Damit ist es allen Akteuren jederzeit möglich, frei und damit auch ohne Befürchtung von Konsequenzen zu entscheiden, ob sie weiterhin am Netzwerk mitwirken wollen.

Als drittes Merkmal ist die *Kooperation* zu nennen. Einige Autorinnen und Autoren, wie z. B. Johannes Weyer, vertreten die Position, dass Gleichberechtigung zwischen den Beteiligten eine Grundvoraussetzung für das Gelingen von Kooperationsprozessen ist. So gelinge es allen Akteuren gleichermaßen, ihre Interessen und Ideen innerhalb des Netzwerkes durchzusetzen (Weyer 2000: S. 20). Die Kooperation der Akteure im sozialen Netzwerk beschreibt die „temporäre Materialisierung des Netzwerkes“ (Wetzels, Aderhold & Baitsch 2001: S. 23)<sup>3</sup>.

Die Voraussetzung von erfolgreichen Kooperationsprozessen in sozialen Netzwerken ist daher das gegenseitige *Vertrauen* der Beteiligten in ihre Leistungsfähigkeit und Verlässlichkeit (McDonald & Klein 2003: S. 1618; Wetzels, Aderhold, Baitsch & Keiser 2001: S. 16; Weyer 2014: S. 45). Vertrauen stellt damit ein weiteres Merkmal sozialer Netzwerke dar. Zudem bieten Netzwerke die Rahmenbedingung, um Vertrauen der Akteure ineinander zu fördern (Pankoke 2001: S. 132). Folglich kann

---

<sup>3</sup>Eine ausführliche Diskussion zum Begriff Kooperation erfolgt später in diesem Kapitel, ab Seite 21.

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

Vertrauen auch als Ergebnis von Kooperationen in sozialen Netzwerken entstehen (Sydow 2010: S. 43–45).

Die Begriffe „Reziprozität“ oder das „Tauschprinzip“ (Boos, Exner & Heitger 2000: S. 17) beschreiben Tauschmöglichkeiten in sozialen Netzwerken. Im Idealfall gibt es im Netzwerk zwischen allen Beteiligten einen Ausgleich zwischen Geben und Nehmen (Weyer 2014: S. 45). Der Wert der Leistung eines jeden Einzelnen innerhalb des sozialen Netzwerkes kann jedoch nur schwer gemessen und verglichen werden (Wald & Jansen 2007: S. 98). In diesem Zusammenhang ist es von Bedeutung, dass alle Beteiligten ein gewisses *Potenzial* für die Zielsetzungen des Netzwerkes mitbringen. Soziale Netzwerke stellen somit einen „Pool von Möglichkeiten“ (Wetzels, Aderhold, Baitsch & Keiser 2001: S. 10) dar, die durch konkrete Anlässe aktiviert werden können. (Boos, Exner & Heitger 1992: S. 59).

Soziale Netzwerke sind *längerfristig* und oftmals projektartig angelegt. Mit Erreichen des Ziels endet die Zusammenarbeit. Soziale Netzwerke bieten darüber hinaus das Potenzial zu einem anderen Zeitpunkt die Kooperation zu erneuern (Wetzels, Aderhold, Baitsch & Keiser 2001: S. 15).

Ein weiteres Merkmal ist die *Netzwerksidentität*. Sie beschreibt sowohl die persönliche Identifikation der Beteiligten als Bestandteil des Netzwerkes als auch die Identifikation des Netzwerkes als eine Interessengemeinschaft nach außen (ebd.: S. 13).

**Begriffskomprimierung** Annette Czerwanski gelang es, die zahlreichen Merkmalszuschreibungen zu komprimieren. Ihre Arbeitsdefinition eines sozialen Netzwerkes und dessen Merkmale bilden in vielen Veröffentlichungen die Basis für die Beschreibung von Netzwerkprojekten (z. B. Gottmann 2009: S. 33; Hußmann, Liegmann, Racherbäumer & Walzebug 2009: S. 129; Killus 2008: S. 316; Killus & Gottmann 2009: S. 193; Leser & Vock 2009: S. 66; Rauch & Kreis 2009: S. 81).

„Netzwerke sind Unterstützungssysteme auf Gegenseitigkeit. Die Beteiligten tauschen sich aus, kooperieren im Rahmen gemeinsamer Angelegenheiten, Ziele, Schwerpunkte oder Projekte. Sie lernen voneinander und miteinander.“ (Czerwanski, Hameyer & Rolff 2002: S. 102)

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

Diese Definition vereinigt wesentliche charakteristische Merkmale eines sozialen Netzwerkes. Daher bildet diese Definition im Folgenden die theoretische Grundlage für weitere Überlegungen zur Begriffspräzisierung der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik.

Auf der Basis dieses Begriffsverständnisses lassen sich soziale Netzwerke durch vier Merkmale beschreiben (Czerwanski 2003: S. 14; Killus & Gottmann 2009: S. 133) :

- *gemeinsame Absichten bzw. Ziele*: Die beteiligten Akteure orientieren sich an einem gemeinsamen Thema.
- *Personenorientierung*: Die Akteure agieren gleichberechtigt und können dabei ihre Interessen einbringen und durchsetzen.
- *Freiwilligkeit der Teilnahme*: Die Akteure beteiligen sich aus freiem Willen.
- *Tauschprinzip (Geben und Nehmen)*: Es gibt einen Ausgleich von Geben und Nehmen, was Voraussetzung für gemeinsames Lernen ist.

### **Kooperation**

In der Forschungsliteratur herrscht Einigkeit darüber, dass der Terminus „Kooperation“ vielfach und auf vielfältige Weise verwendet wird (Bauer 2008: S. 851; Friend 2000: S. 130–131; Smith, Carroll & Ashford 1995: S. 9–11). Zum unspezifischen Gebrauch des Begriffes „Kooperation“ kommen weitere Termini hinzu, die in ähnlichen Zusammenhängen gebraucht werden: In deutschsprachigen Ländern wird außerdem der Ausdruck „Zusammenarbeit“, in englischsprachigen Nationen die entsprechenden Begriffe „collaboration“ und „cooperation“ benutzt (Ahlgrimm, Krey & Huber 2012: S. 18).

**Definitionsansätze – ein Forschungsüberblick** Ahlgrimm, Krey und Huber gelang es auf der Basis verschiedener Begriffsdefinitionen eine Einteilung zum Begriff „Kooperation“ nach ihrem Sinngehalt vorzunehmen.<sup>4</sup> Im Folgenden soll ein Überblick über diese unterschiedlichen Ansätze vorgestellt werden.

---

<sup>4</sup>Die Basis dieser Einteilung von Ahlgrimm, Krey und Huber bilden etwa 60 Definitionen der Begriffe „Kooperation“ bzw. „Zusammenarbeit“, „cooperation“ oder „collaboration“.

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

*Kooperation als Vertragsverständnis:* Dieser Definitionsansatz beschreibt Kooperation als ein „vertragliches oder partnerschaftliches Verhältnis zu anderen Einrichtungen“ (Ahlgrimm, Krey & Huber 2012: S. 19). Die oftmals schriftlich erfasste Absicht zu einer Zusammenarbeit aller Partner kann aber muss kein konkretes Verhalten bzw. Handeln zur Folge haben.

*Kooperation als Arbeitsteilung:* Kern dieses Definitionsansatzes ist die Differenzierung und Aufteilung der Gesamtheit der Aufgaben innerhalb eines komplexen Vorgangs auf verschiedene Personen (z. B. Marx 1867/1962: S. 244–245). Das Potenzial der Arbeitsteilung liegt folglich in der Bewältigung komplexer und umfangreicher Aufgaben (Ahlgrimm, Krey & Huber 2012: S. 21). Das Gelingen der Arbeitsteilung bedingt eine gegenseitige Abstimmung und auftragsbezogene Kommunikation der Akteure (Hacker 2005: S. 149; Spieß 2004: S. 197).

*Kooperation als Einstellung:* Dieser Ansatz einer Begriffsklärung fasst Kooperation als eine „gelernte Handlungsdisposition“ (Bierhoff & Herner 2002: S. 55), also ein situationsunabhängiges Personenmerkmal auf (Ahlgrimm, Krey & Huber 2012: S. 20).<sup>5</sup> Eine kooperative Einstellung wird dabei mit einer Hilfsbereitschaft und Offenheit für Zusammenarbeit verknüpft. Folglich ist diese Begriffsauffassung der Kooperation mit einer Wertung verbunden (ebd.: S. 20).

*Kooperation als Strategie:* In der Sozialpsychologie wird zudem Kooperation als Strategie aufgefasst. Personen benutzen situationsabhängig gewisse Handlungsstrategien, die andere Personen entweder unterstützen oder ihnen entgegenwirken (ebd.: S. 22). Vielfach wird dabei eine wechselseitige Beziehung zwischen den Absichten bzw. Zielen der Beteiligten vermutet (Suls & Martin 1995: S. 136). Daher steht in diesem Begriffsverständnis der Begriff Wettbewerb eng in Verbindung mit dem Begriff „Kooperation“.

Die vier Definitionsansätze zeigen die Unterschiede im Verständnis des Begriffs „Kooperation“ auf. Ahlgrimm, Krey und Huber gelang es in diesen Ansätzen einige Merkmale zu identifizieren, die nahezu in allen Definitionen verwendet werden

---

<sup>5</sup>Eng mit dieser Begriffsauffassung ist das Verständnis von Kooperation als Verhalten verbunden. Eine zusammenfassende Diskussion zu dieser Problematik befindet sich in Ahlgrimm et al., 2012.

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

und damit als zentrale Merkmale des Begriffs „Kooperation“ aufgefasst werden können: Ein gemeinsames Ziel bzw. eine gemeinsame Aufgabe bildet die Grundlage einer Kooperation. Kooperation ist außerdem ein Prozess, der intentional bzw. planvoll verläuft (Ahlgrimm, Krey & Huber 2012: S. 26). Der Definitionsansatz von Erika Spieß greift diese Merkmale auf und betont zudem die Merkmale Vertrauen, Autonomie und Reziprozität. Da diese Definition alle zentralen Merkmale der Kooperation beinhaltet, bildet dieser Definitionsansatz die Grundlage für die weiteren Untersuchungen in dieser Arbeit: Kooperation ist demnach „durch den Bezug auf andere und auf gemeinsam zu erreichende Ziele bzw. Aufgaben gekennzeichnet, sie ist intentional, kommunikativ und bedarf des Vertrauens. Sie setzt eine gewisse Autonomie voraus und ist der Norm von Reziprozität verpflichtet“ (Spieß 2004: S. 199).

**Kooperation im Kontext der Schule** Im *Kontext der Schule*, kann Kooperation als eine „konstruktive Zusammenarbeit mindestens zweier Lehrkräfte zur Erreichung gemeinsamer Ziele“ (Ahlgrimm, Krey & Huber 2012: S. 72) verstanden werden. Einige Forschungsarbeiten haben dazu beigetragen, verschiedene Formen der Kooperation im schulischen Kontext zu unterscheiden. Dabei werden unterschiedliche Kriterien für die Klassifizierung zugrunde gelegt. Kooperation zwischen Lehrpersonen einer bzw. mehrerer Institutionen werden beispielweise nach ihrer Zusammensetzung (z. B. fachspezifisch, fachübergreifend), ihren Inhalten (bzw. Zielen) (Maag Merki 2009: S. 8), ihrem Radius bzw. ihrer Dichte (Steinert et al. 2006: S. 190) und ihrem Grad der Autonomie (Little 1990: S. 513–523) eingeteilt.

Die Forschungsarbeit von Little (1990) stellt dabei eine der ersten Einteilungen der Kooperation im schulischen Kontext dar, welche das Niveau bzw. die Qualität der Kooperation nach dem Grad der Autonomie klassifiziert. Dabei werden die vier Formen Storytelling and scanning for ideas, Aid and assistance, Sharing und Joint work unterschieden (ebd.: S. 512–513). Die ersten drei Stufen beinhalten zwar gewisse Interaktionen zwischen den Beteiligten, sind aber wenig leistungsfähig bei der Gestaltung intensiver beruflicher Zusammenarbeit. Die vierte Stufe, *Joint Work*, bietet dagegen die Möglichkeit intensiver und produktiver Beziehungen zwischen den Beteiligten. Sie arbeiten gemeinsam an einer Aufgabe bzw. einer Problemstellung und deren Lösung. Dabei finden verschiedene Methoden Einsatz, z. B. gemeinsame

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

Planung, Teamteaching und Mentoring. Diese Stufe bietet folglich ein geringeres Maß an Autonomie für jeden Einzelnen, bildet jedoch die höchste Form gemeinsam verantworteter Kooperation (Little 1990: S. 513–523).

Gräsel et al. (2006) entwickelten eine weitere Einteilung der Kooperation, die neben dem Grad der Autonomie zudem die Merkmale Aufgaben bzw. Ziele und Vertrauen berücksichtigt und sich folglich auf den Kooperationsansatz von Spieß (2014) stützt, welcher auch dieser Arbeit zugrunde liegt. An dieser Differenzierung der Kooperation von Gräsel et al. (2006), welche empirisch bestätigt werden konnte und im schulischen Kontext angewendet werden kann, wird sich daher in der vorliegenden Arbeit orientiert. In dieser Einteilung werden drei wesentliche Niveaustufen der Kooperation definiert:

1. Austausch
2. Arbeitsteilige Kooperation
3. Kokonstruktion

Mit Steigerung der Niveaustufe der Kooperation steigt die Intensität der Zusammenarbeit, das benötigte Vertrauen in die Beteiligten und sinkt das Ausmaß an Autonomie der Beteiligten. Die niedrigste Stufe bildet *Kooperation als Austausch*. Sie beinhaltet den kurzen Austausch von beruflichen Informationen und Materialien im Kollegium. Kooperation auf dieser Niveaustufe äußert sich beispielsweise in gelegentlichen Absprachen im Lehrerzimmer. Die zweite Stufe bildet die *arbeitsteilige Kooperation*. Grundlage für diese Form der Kooperation sind Aufgaben, die eine Aufteilung auf mehrere Personen erlauben. Die Kooperation beschreibt hier die Kommunikation von klaren Zielen, der Aufgabenverteilung und der Zusammenführung jener. Dazu ist es nicht unbedingt notwendig vor Ort zusammenzuarbeiten. Folglich bleibt die Autonomie der Beteiligten während des Arbeitsprozesses weitestgehend gewahrt, setzt jedoch ein gewisses Vertrauen in die Verlässlichkeit der anderen voraus. Im Lehrerkollogium wird diese Form der Kooperation, z. B. bei der gemeinsamen Unterrichtsplanung oder der Vorbereitung von Klausuraufgaben realisiert. Das höchste Niveau der Kooperation ist nach Gräsel et al. bei der *Konstruktion*<sup>6</sup> erreicht. Kokonstruktion impliziert eine ernsthafte und umfassende Zusammen-

---

<sup>6</sup>In der Forschungsliteratur wird sowohl die Schreibweise Ko-Konstruktion als auch Kokonstruktion verwendet.

## 2.1 Vernetzung und Kooperation im Bildungssystem

arbeit der Beteiligten in Bezug auf ein gemeinsames Ziel bzw. eine gemeinsame Aufgabe. Diese äußert sich in gemeinsamer Reflexion, Kompetenzentwicklung und Wissenserwerb, z. B. in Form von Teamteaching. Die intensive Zusammenarbeit geht aber auch mit potenzieller Ablehnung eigener Ideen oder Fehlern einher. Daher ist das gegenseitige Vertrauen ein besonders wichtiger Faktor (Gräsel & Fußangel 2010: S. 119–120). Gleichzeitig ist die Autonomie der Beteiligten im Vergleich zu den Stufen 1 und 2 eingeschränkt. Diese höchste Stufe der Kooperation ist insbesondere im Kontext von Schulentwicklungsprozessen von Bedeutung. Eine Interventionsstudie von Gräsel, Fussangel & Probstel zeigte jedoch, dass diese Stufe nur selten, die Stufe des Austauschs hingegen sehr häufig an Schulen realisiert wird (Gräsel, Fußangel & Probstel 2006: S. 214).

### **Netzwerke und Kooperation**

In den vergangenen Abschnitten wurde das dieser Arbeit zugrunde liegende Verständnis der zwei zentralen Begriffe „soziales Netzwerk“ und „Kooperation“ dargestellt. Im Folgenden sollen Zusammenhänge zwischen diesen zwei Begriffen erläutert werden. Kern beider Termini stellt die Bildung sozialer Ordnungen mit dem Ziel der Bewältigung gemeinsamer Aufgaben bzw. Ziele dar. In diesem Kontext ist Vertrauen und Reziprozität eine bedeutende Voraussetzung (Maag Merki 2009: S. 7). Beide Begriffe weisen folglich einige Gemeinsamkeiten auf. Dennoch lassen sie sich voneinander abgrenzen. Berkemeyer et al. (2008) kennzeichnen in Anlehnung an Aderhold (2005) den Begriff „Netzwerk“ u. a. durch Potenzialität und Kooperation. Demnach sind Netzwerke „insgesamt als Potenzial oder Reservoir von Kooperationsmöglichkeiten zu betrachten. Kooperation im Netzwerk kann dann als Aktualisierung von Potenzialität bezeichnet werden.“ (Berkemeyer, Bos, Manitus & Müthing 2008a: S. 21) Daraus lässt sich schlussfolgern, dass Netzwerke eine Rahmenbedingung bilden, in welcher Kooperationen nicht zwingend stattfinden, aber stattfinden können (Bastian 2008: S. 8; Weyer 2014: S. 44–45).

## 2.2 Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik

Auf der Basis der Begriffsdefinitionen „Netzwerk“, „soziales Netzwerk“ und „Kooperation“ im vorangegangenen Teilkapitel erfolgt nun eine weitere Annäherung an den zentralen Begriff dieser Arbeit „Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik“ über die Auseinandersetzung mit den Grundzügen von Schulnetzwerken.

### Schulnetzwerke

Schulische Netzwerke „als praxisverankerte Lern- und Arbeitsgemeinschaften“ (Czerwanski 2003: S. 7) haben sich zu einem Schlüsselkonzept in der Bildungsforschung und -praxis im Hinblick auf Schulentwicklungsprozesse entwickelt. In den vergangenen Jahren verlagerte sich die Forschung in diesem Gebiet nach dem Identifizieren von Best-Practice-Beispielen auf die theoretische und empirische Auseinandersetzung zu dieser Thematik (vgl. dazu die Überblickswerke: Tippelt & Schmidt 2010; Berkemeyer, Bos, Manitius & Müthing 2008b). Der wissenschaftliche Diskurs befindet sich noch in den Anfängen (Järvinen, Manitius & Otto 2012: S. 264). Bisher gibt es keine einheitliche, wissenschaftlich fundierte Definition des Begriffs „Schulnetzwerk“.

**Merkmals-Konzept als Ansatz einer Begriffsannäherung** Eine Möglichkeit zur Begriffspräzisierung kann mithilfe der Merkmale von sozialen Netzwerken erfolgen, da Schulnetzwerke als eine besondere Form sozialer Netzwerke aufgefasst werden können (Gottmann 2009: S. 33). Die im vorangegangenen Abschnitt 2.1 (ab Seite 19) aufgeführten Merkmale charakterisieren insbesondere auch den speziellen Typus Schulnetzwerke: gemeinsame Intentionen und Ziele, Vertrauen, Kooperation, Reziprozität bzw. Tauschprinzip und Netzwerksidentität (Dedering 2007: S. 41–42). Erika Risse verweist in ihrer Arbeit jedoch auf eine Besonderheit von Schulnetzwerken: Zwar entstehen viele Schulnetzwerke auf freiwilliger Basis, jedoch sind diese oftmals in übergeordnete Projekte oder Programme privater oder öffentlicher Träger integriert. Die Beteiligten gehen damit durch die Entscheidung zur Mitwirkung

## 2.2 Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik

an schulischen Netzwerken Verbindlichkeiten ein. Schulnetzwerke stellen im Kern daher im Gegensatz zu sozialen Netzwerken folglich kein „Gebilde ohne Grenzen“ (Exner & Königswieser 2000: S. 23), sondern systematische Kooperationen dar. Risse betont zudem die Bedeutung dieser Systematik in Verbindung mit der daraus resultierenden Verbindlichkeit für die Schulentwicklungsprozesse (Risse 1998: S. 286–289).

**Einteilungen von Schulnetzwerken** Schulische Netzwerke haben sich in jüngerer Vergangenheit in vielfältigen Ausprägungen und mit unterschiedlichen Zielstellungen in der internationalen Bildungslandschaft etabliert. Mit dem Ziel einer sukzessiven Begriffsdifferenzierung sollen nun unterschiedliche Arten von Schulnetzwerken vorgestellt werden.

In der Forschungsliteratur existieren verschiedene Einteilungen für schulische Netzwerke. Andrew K. Smith und Priscilla Wohlstetter unterscheiden z. B. vier Netzwerktypen im Bildungsbereich, zum einen nach den Beteiligten und zum anderen nach den Zielen der Netzwerke (Smith & Wohlstetter 2001: S. 501). Ein Netzwerktyp stellt das *professional network* dar. Dabei handelt es sich um ein eher informell angelegtes Netzwerk zwischen Lehrkräften mit der Absicht Wissen und Ansichten auszutauschen. Davon grenzen die Autoren das *policy issue network* ab. Derartige Netzwerke bestehen aus Vertreterinnen und Vertretern unterschiedlicher Organisationen, mit dem Ziel die politische Bedeutung eines Themas zu steigern. Als dritter Typ wird das *external partner network* definiert. Kennzeichen dieser Schulnetzwerke ist die Vernetzung von Schulen mit außerschulischen Partnern. Ziel ist die Verbesserung der schulischen Lehr-Lern-Angebote für die Schülerinnen und Schüler. Smith und Wohlstetter nennen als vierte Art von schulischen Netzwerken das *affiliation network*: „In this type of network, people representing different organizations can work together to solve a problem or issue of mutual concern that is too large for any one organization to handle on its own“ (ebd.: S. 501). Im Gegensatz zu den professional networks verfolgen die Beteiligten nicht persönliche professionelle Ziele, sondern die Ziele der angehörigen Organisation. Nils Berkemeyer et al. kritisieren die fehlende Trennschärfe dieser Einteilung (Berkemeyer, Kuper, Manitiuss & Müthing 2009: S. 8).

In weiteren wissenschaftlichen Veröffentlichungen werden schulische Netzwerke

## 2.2 Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik

nach anderen Merkmalen eingeteilt. Czerwanski et al. (2002) differenzieren schulische Netzwerke nach verschiedenen Merkmalen (Czerwanski, Hameyer & Rolff 2002: S. 102). Ein spezifisches Merkmal zur Unterscheidung ist die Zusammensetzung der Netzwerke. Die Autorinnen und Autoren unterscheiden in diesem Kontext zwischen homogenen und heterogenen Netzwerken. *Homogene Netzwerke* kennzeichnet die gleichartige Zusammensetzung des Netzwerkes. Diese bestehen beispielsweise aus Lehrkräften der gleichen Schulform. Im Gegensatz dazu bestehen *heterogene Netzwerke* aus Akteuren gleicher sowie unterschiedlicher Institutionen. Dies umfasst sowohl Netzwerke bestehend aus Lehrkräften verschiedener Schulformen als auch Netzwerke, welche aus Akteuren von Schulen und jenen außerschulischer Partner bestehen. Ein weiteres Kriterium zur Unterscheidung nach Czerwanski et al. stellt die räumliche Ausdehnung der Netzwerke dar. Danach lassen sich lokale, regionale und überregionale Netzwerke voneinander abgrenzen (ebd.: S. 102).

### **Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik**

In der vorliegenden Arbeit liegt der Fokus auf der *Vernetzung von Schulen und Universitäten*. Netzwerke zwischen der Schule und Universität stellen eine spezielle Form schulischer Netzwerke dar. Eine erste Annäherung an den Begriff kann mithilfe der Einteilung von schulischen Netzwerken erfolgen. Als Fortführung der Anlehnung an den Definitionsansatz sozialer Netzwerke Czerwanskis wird sich dabei auch am Ansatz von Czerwanski et al. (2002) orientiert. Auf der Basis dieser Einteilung können Netzwerke zwischen der Schule und Universität als heterogene Netzwerke von Schulen mit außerschulischen Partnern aufgefasst werden.

Zum Begriff „Vernetzung von Schulen und Universitäten“ gibt es bisher keine Definition bzw. keinen Definitionsansatz. Daher soll im Folgenden versucht werden auf der Grundlage der bisherigen Begriffspräzisierungen in diesem Kapitel, diesen zentralen Begriff zu definieren und zu charakterisieren. Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Vernetzung von Schulen und Universitäten mit den folgenden Beteiligten im Bereich der Mathematik:

- *Schulleitung*: Unter der Bezeichnung „Schulleitung“ werden alle Akteure der Schuladministration zusammengefasst.

## 2.2 Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik

- *Schülerinnen und Schüler*: „Schülerinnen und Schüler“ beschreibt sowohl die Schülerschaft einer gesamten Klasse, eines Teils einer Klasse als auch die Schülerinnen und Schüler verschiedener Klassen oder Schulen.
- *Lehrerinnen und Lehrer*: „Lehrerinnen und Lehrer“ umfasst diejenigen, die sich mit den einbezogenen Schülerinnen und Schülern beschäftigen und alle interessierten Lehrerinnen und Lehrer.
- *Universität*: Der Begriff „Universität“ bezieht sich auf die organisatorische Ebene der Universität (z. B. Fachvertreterinnen und Fachvertreter, pädagogischer Sektor (Didaktik Abteilungen)).
- *Studierende*: „Studierende“ subsumiert Lehramtsstudierende und Fachstudierende, die sich aus ihrem Fachinteresse heraus an dem Netzwerk beteiligen wollen.
- *Dozentinnen und Dozenten*: Die Bezeichnung „Dozentinnen und Dozenten“ wird für diejenigen Dozentinnen und Dozenten gebraucht, die mit den Schülerinnen und Schülern und/oder Lehrerinnen und Lehrern agieren wollen oder die Studierende in Lehrveranstaltungen betreuen.

Angelehnt an die Charakterisierung sozialer Netzwerke durch Annette Czerwanski (Czerwanski 2003: S. 11) soll in dieser Arbeit folgende Arbeitsdefinition von Vernetzung von Schule und Universität im Kontext des Mathematikunterrichts gelten:

**Arbeitsdefinition** (Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik). *Netzwerke von Schulen und Universitäten sind Unterstützungssysteme auf Gegenseitigkeit. Die einzelnen Beteiligten im Bereich der Mathematik tauschen sich auf inhaltlich-mathematischer Ebene bzw. mathematikdidaktischer Ebene aus, kooperieren im Rahmen gemeinsamer Interessen, Problematiken, Ziele, Schwerpunkte oder Projekte. Sie lernen voneinander und miteinander.*

Folgende vier Merkmale charakterisieren die Vernetzung von Schule und Universität (im Bereich der Mathematik) (vgl. Abb. 2.2):

## 2.2 Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik

- *Intentionen*: Die Beteiligten orientieren sich am Forschungsgegenstand Mathematik bzw. Mathematikdidaktik. Gemeinsame Interessen und/oder Zielstellungen bilden die Basis der Zusammenarbeit. Dabei können die individuellen Zielsetzungen bzw. Interessen zum Teil unterschiedlich sein.
- *Gleichberechtigung*: Die Beteiligten agieren gleichberechtigt im Rahmen ihrer Vorkenntnisse und Möglichkeiten. Alle haben die Möglichkeit die gemeinsame Arbeitssituation aktiv-konstruktiv zu gestalten und dabei eigene Ideen und Interessen einzubringen. Die Beteiligten erkennen in der gemeinsamen Arbeit jede/n Beteiligten und deren bzw. dessen subjektive Erfahrungen, Fähigkeiten, Spezialwissen und Möglichkeiten an.
- *Freiwilligkeit, ohne Beschränkung*: Die Teilnahme basiert auf Freiwilligkeit und ist ohne Zulassungsbeschränkung.
- *gegenseitige Inspiration*: Die gemeinsame Arbeit der einzelnen Beteiligten ist durch eine gegenseitige Anregung, Orientierung und aktivierende Unterstützung geprägt.

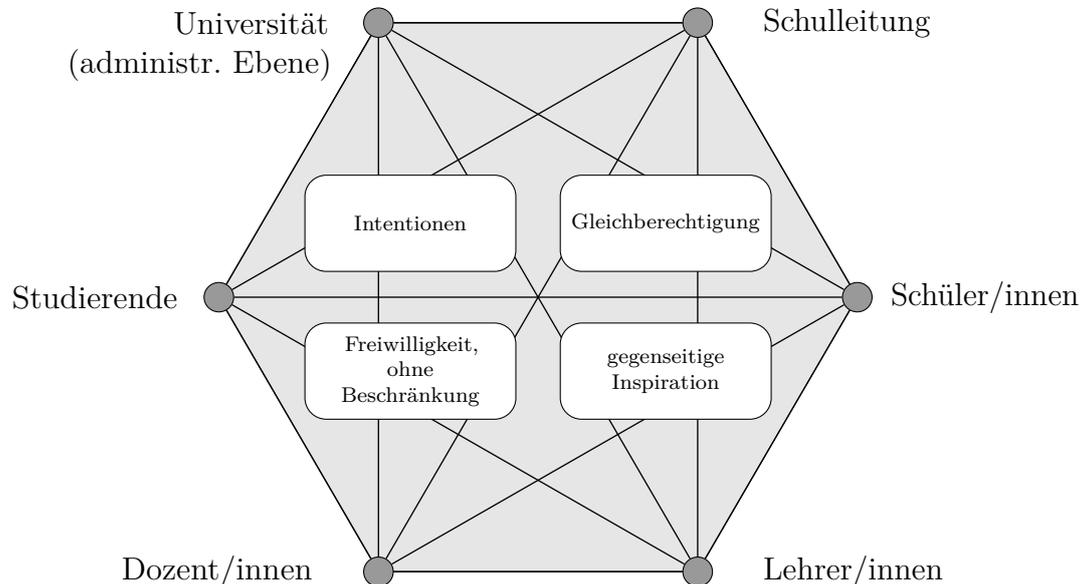


Abbildung 2.2: Vernetzungshexagon der Akteure von Schule und Universität

## 2.2 Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik

Diese Arbeitsdefinition und Charakterisierung der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik (vgl. Abb. 2.2) verbindet die Konzepte des sozialen Netzwerks und der Kooperation: Die Beteiligten stehen in wechselseitiger Beziehung zueinander. Im Zentrum der gemeinsamen Arbeit stehen die vier Aspekte, die sowohl für Netzwerke als auch für die Kooperation grundlegend sind: ein gemeinsames Ziel bzw. eine gemeinsame Aufgabe, die Gleichberechtigung aller Beteiligten, die Freiwilligkeit bzw. der freie Zugang und die Reziprozität im Sinne einer gegenseitigen Inspiration.

Die Arbeitsdefinition und die Merkmale der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik sind im Kern auch auf andere Unterrichtsfächer übertragbar. Sie betonen die prozessorientierte Interaktion „auf Augenhöhe“. Diese gleichberechtigte Arbeitssituation, die hierarchische Strukturen in den Hintergrund rücken lässt, begünstigt die Konzentration auf die Sachsituation. Zudem ermöglicht die gemeinsame Arbeitssituation „auf Augenhöhe“ durch die Bündelung der (professionsbedingten) unterschiedlichen Erfahrungen und Perspektiven auf den Gegenstand gemeinsamer Bemühungen eine wechselseitige Inspiration aller Beteiligten und folglich die Initiierung gemeinsamer Lern- und Innovationsprozesse.

Netzwerke zwischen Schulen und Universitäten sind bisher nur punktuell realisiert. Nur selten kommt es bisher zu einer fruchtbaren Wechselwirkung zwischen Praxis und Theorie. Durch den oben dargelegten Definitionsansatz wird eine neue Kultur der Kooperation und Netzwerkarbeit zwischen Schulen und Universitäten anregbar. Dieses vielversprechende (Entwicklungs-)Konzept im Kontext der Lernforschung bildet im Folgenden die Grundlage dieser Arbeit. In Kapitel 3 werden aktuelle Vernetzungsansätze in einer Bestandsaufnahme systematisiert und dabei Leistungsstärken herausgearbeitet. Auf dieser Basis werden Vertiefungs- und Erweiterungsmöglichkeiten entwickelt.

# 3 Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik - grundlegende Ansätze

Im Schönen vereinigt sich, wie im höheren Handeln überhaupt, immer Theoretisches und Praktisches.

---

*(K. W. F. Solger (1829):  
Vorlesungen über Ästhetik, S. 124)*

Im vorangegangenen Kapitel wurden gemeinsame Intentionen und Arbeitsorientierungen als eine wichtige Basis für das Arbeiten in Netzwerken herausgearbeitet. Mit dem Ziel gemeinsame Intentionen und mögliche Schnittstellen zwischen der Universität<sup>1</sup> und der Schule<sup>2</sup> zu identifizieren sollen im Folgenden die allgemeinen und insbesondere die mathematikspezifischen Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen beider Institutionen untersucht werden.

---

<sup>1</sup>Nicht jede Universität in Deutschland umfasst die Gesamtheit aller Wissenschaften. Orientierend am Fokus dieser Arbeit subsumiert der Begriff „Universität“ im Folgenden alle staatlichen Universitäten, die Forschungs- und Lehraufgaben im Bereich der Mathematik wahrnehmen.

<sup>2</sup>Der Begriff „Schule“ beschreibt in dieser Arbeit alle weiterführenden staatlichen Schulen, da der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I liegt.

## **Allgemeine Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen der Schule und Universität**

Die *Schule* als staatlich beaufsichtigte Institution im sekundären Bildungsbereich ist in der Bundesrepublik Deutschland eine Einrichtung für organisiertes und systematisches Lehren und Lernen (Neubrand 2015a: S. 57). Als solche muss sie sich „sowohl vor den Erwartungen der lernenden Subjekte als auch vor den Ansprüchen der Gesellschaft rechtfertigen können“ (Bildungskommission der Länder Berlin und Brandenburg 2003: S. 75). Ihr Bildungsauftrag wird durch das Grundgesetz der Bundesrepublik Deutschland und die Verfassung der Bundesländer bestimmt (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2013: §1, 1). Demnach kommen der Schule vier zentrale Aufgaben mit dem Fokus der Förderung der Schülerinnen und Schüler zu:

- Persönlichkeitsbildung und Erziehung
- Qualifizierung zur Umwelterschließung
- Qualifizierung für berufliche Aufgaben
- Qualifizierung zur Teilhabe am gesellschaftlichen Leben

Die Schule wird diesem Aufgabenkomplex durch das Unterrichten und Erziehen der Schülerinnen und Schüler, eine der Hauptaufgaben der Lehrerinnen und Lehrer, gerecht. Neben den Schülerinnen und Schülern sind auch die Lehrerinnen und Lehrer als lernende Subjekte aufzufassen. Durch eine theoriegeleitete Planung des Unterrichts, das Sammeln von Erfahrungen während des Unterrichtsprozesses und deren Reflexion konstruieren sie erfahrungsbasiertes Wissen über das Lehren und Lernen im schulischen Unterricht. Zudem sind sie dazu aufgefordert, während ihres Berufslebens fortwährend an Fortbildungsveranstaltungen teilzunehmen.

Auch die *Universität* als Institution des tertiären Bildungsbereichs ist eine staatlich beaufsichtigte Einrichtung für Lernen und Lehren. Das Hochschulrahmengesetz und die Hochschulgesetze der jeweiligen Bundesländer legen die Bildungsaufgaben der Universität fest. Als Bildungseinrichtung kommt der Universität die Aufgabe der Pflege und der Entwicklung der Wissenschaften und der Künste zu (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) 2005: §2, 1). Dies umfasst

die Erhaltung, Weiterentwicklung und Weitergabe des Wissens und wird durch Forschung und den Verbund von Lehre und Studium umgesetzt. Universitäre Lehre wird in verschiedenen Arten von Lehrveranstaltungen umgesetzt. Diese sollen die Studierenden für die Teilhabe am gesellschaftlichen Leben und zur Bewältigung von beruflichen Aufgaben qualifizieren (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) 2005: §7). Ziel der Lehrveranstaltungen ist es daher, Lernprozesse der Studierenden im Rahmen ihres Studiums zu initiieren. Dabei tragen die Studierenden im Rahmen der Freiheit des Studiums eine gewisse Verantwortung für ihren eigenen Lernprozess (ebd.: §4, 4). Lernen vollzieht sich zudem auch auf der Ebene der Dozierenden. Durch das Generieren subjektiv und objektiv neuen Wissens in Forschungskontexten tragen sie zur Erweiterung des Wissenskanons bei, welches sie im Rahmen von Veröffentlichungen und durch Einbeziehung der neuen Erkenntnisse in Lehrveranstaltungen anderen zugänglich machen.

### **Mathematikspezifische Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen der Schule und Universität**

Mathematik ist sowohl in der Schule als auch in der Universität ein fester Bestandteil des Lehrens und Lernens, nicht zuletzt wegen ihrer großen objektiven Bedeutung. Mathematische Lehr-Lern-Prozesse in der Schule finden neben außerunterrichtlichen Aktivitäten insbesondere im Mathematikunterricht statt. An der Universität stehen Lehr- und Lernprozesse im Bereich der Mathematik sowohl in der Mathematik als Fachwissenschaft als auch in der Mathematikdidaktik im Mittelpunkt. Mathematik in der Schule sowie Mathematik und Mathematikdidaktik in der Universität stehen in den folgenden Abschnitten im Zentrum der Auseinandersetzung. Ziel ist es mithilfe dieser Betrachtung gemeinsame Intentionen und mögliche Schnittstellen beider Institutionen im Bereich der Mathematik herauszuarbeiten.

Die mathematikspezifischen Bildungsaufgaben der Schule und Universität sind in die allgemeinen Bildungsaufgaben der Bildungseinrichtungen eingebettet. Jene mathematikspezifischen Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen beider Institutionen sollen im Folgenden herausgestellt werden. Dabei wird in drei Schritten vorgegangen. Zunächst werden die jeweiligen mathematikspezifischen Bildungsaufgaben/-

ziele der Schule bzw. Universität aufgezeigt. Anschließend werden die Inhalte der mathematikspezifischen Ausbildung und die Art des Mathematiktreibens der Schule bzw. Universität im Detail betrachtet. In diesen werden die mathematikspezifischen Bildungsaufgaben der Schule bzw. Universität real.

## Mathematik in der Schule

**Mathematikspezifische Bildungsaufgaben** Neben außerunterrichtlichen Aktivitäten werden die mathematikspezifischen Aufgaben der Schule vor allem im Mathematikunterricht der Schule real. Als Teil einer gesellschaftlichen Bildungseinrichtung werden die Ziele des Unterrichts, so auch des Mathematikunterrichts, durch die Gesellschaft in Gestalt politischer Gremien in Zusammenarbeit mit Expertengruppen in den Präambeln der Lehrpläne vorgegeben. Die Aufgaben und Potenziale der Schule wurden 1997 durch die Expertengruppe der Bund-Länder-Kommission für die Initiative SINUS wie folgt beschrieben:

„Die strukturelle Stärke der Schule liegt zweifellos in der Organisation systematischer, langfristiger Wissenserwerbsprozesse [...]. [...] Regulative Idee des Schulunterrichts ist der langfristige kumulative Wissenserwerb unter Nutzung variierender, wenn möglich auch authentischer Anwendungssituationen, bei einer immer wieder neu zu findenden Balance zwischen Kasuistik und Systematik. [...] Akzeptiert man diese bildungstheoretische Orientierung, wird die allgemeinbildende Schule von überzogenen Transfererwartungen und Ansprüchen an unmittelbare Verwendbarkeit erworbenen Wissens, die immer wieder enttäuscht werden, entlastet.“ (Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung 1997: S. 19–20)

Demnach hat der Mathematikunterricht ebenso wie andere Fächer an der Schule drei zentrale Aufgabenbereiche: Er soll sowohl einen Beitrag zur *Allgemeinbildung* als auch zur *fachspezifischen Ausbildung* der Schülerinnen und Schüler leisten und ihnen dabei authentische *Erfahrungen mit Mathematik* ermöglichen.

Der Forderung an den Mathematikunterricht *allgemeinbildend* zu wirken liegt die Annahme zugrunde, dass jedes Schulfach durch eine spezifische Sichtweise bzw. Denkform als eigenständiger kognitiver Zugang zur Welt qualifizierbar ist und den

Lernenden somit auf die Erschließung der Welt vorbereitet (Expertenkommission 1985: S. 98). In diesem Verständnis leistet der Mathematikunterricht einen zentralen Beitrag zur Orientierung in der Welt und zur erfolgreichen Teilhabe an der Gesellschaft (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2003, 2015: S. 6). Um Mathematik als ein Orientierungssystem zu gebrauchen, sind daher im Mathematikunterricht grundlegende mathematische Kompetenzen und mathematische Denk- und Arbeitsweisen auszubilden (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2015: S. 2). Mathematik im Mathematikunterricht zu betreiben, also bewusst mathematisch zu denken, führt zu Einsichten in die Kraft des Denkens, die Bedeutung von Exaktheit, Wahrheit und Ordnung und leistet damit einen Beitrag zur Persönlichkeitsentwicklung (Vollrath & Roth 2012: S. 10–11).

Über die allgemeinbildende Wirkung des Mathematikunterrichts hinaus ist dieser außerdem aufgefordert die Lernenden langfristig, systematisch sowie kumulativ *mathematikspezifisch auszubilden* (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2015: S. 6). Ziel des Mathematikunterrichts ist es daher auch, den Schülerinnen und Schülern grundlegende mathematische Ideen, wie z. B. die der Zahl, zu vermitteln und daran mathematisches Denken zu entwickeln (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2015: S. 4–5; Vollrath 1988: S. 7). Der Wissensvorrat sowie die konkreten Anforderungen an Wissen und Kompetenzen unterliegen, basierend auf neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen, Veränderungen. Daher kommt dem Prinzip der Anschlussfähigkeit des systematisch erworbenen Wissens in der Schule eine bedeutende Rolle zu (Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung 1997: S. 9; Weinert 1998: S. 114–116). Im Kontext des Mathematikunterrichts bedeutet dies, dass die Schülerinnen und Schüler dazu befähigt werden sollen, sich mathematisches Wissen selbstständig anzueignen. Die Fähigkeit zum selbstständigen Lernen ist neben notwendigen mathematischen Kompetenzen eine zentrale Fähigkeit für das Berufsleben und potenziell weiterführende Bildungsgänge, wie ein Studium an einer Universität. Damit leistet der Mathematikunterricht einen wichtigen Beitrag zur (fachlichen) Qualifizierung der Lernenden für Lebensabschnitte, die sich an die jeweilige Schule anschließen (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2015: S. 4). Der gymnasiale Mathematikunterricht, der vorrangig auf die Qualifizierung zur Allgemeinen Hochschulreife zielt, leistet außerdem z. B. einen wesentlichen Beitrag zur Wissenschaftspropädeutik und Studierfähigkeit der

Lernenden. Darunter wird „[e]igenständiges Erschließen mathematischer Texte, sachgerechte Interpretation von Grafiken und Tabellen, vollständige und sachbezogene Darstellung von Lösungswegen sowie kritisches Überprüfen und Reflektieren von Ergebnissen“ zusammengefasst (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2015: S. 3).

Eng mit der fachlichen Ausbildung verbunden ist das *Ermöglichen von authentischen Erfahrungen* mit Mathematik sowie die Vermittlung eines gültigen Bildes von Mathematik, welches die charakteristischen inhaltlichen und methodischen Aspekte der Wissenschaft Mathematik umfasst (Wittenberg 1990: S. 50–51; Vollrath & Roth 2012: S. 24–25). In Asselborns „Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung an der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert“ fordern die didaktischen Verbände (GDM, MNU u. a.) gemeinsam „Mathematik als [...] nützliche[ ] [...] Wissenschaft“, als „formale[ ] Strukturwissenschaft“ und auch als „eine historisch gewachsene[ ] und kulturell eingebettete[ ] und auf Kreativität beruhende[ ] Wissenschaft“ zu vermitteln (Asselborn & Berg 1998: S. 31). Von zentraler Bedeutung im Mathematikunterricht ist demnach das Erleben von Mathematik, ihrer Entstehung und von authentischen (inner- und außermathematischen) Anwendungen. Mit dieser Forderung geht eine inhaltliche Öffnung des Mathematikunterrichts einher.

**Mathematik in der Schule als Menge von Wissen** Um die Ziele des Mathematikunterrichts zu erreichen, werden Inhalte der Bezugswissenschaft Mathematik von den Lehrerinnen und Lehrern in eine spezielle Lehr-Lernsituation transferiert. Im Folgenden soll ein Überblick über die mathematischen Inhalte des weiterführenden Mathematikunterrichts, basierend auf den curricularen Vorgaben Sachsen-Anhalts, dargestellt werden.<sup>3</sup>

Die Abbildung 3.1 zeigt einen Überblick über die Entwicklung der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen und Wissensbestände des Faches Mathematik in den Sekundarstufen I und II. Aufbauend auf dem Unterricht in der Grundschule werden im Hinblick auf die Bezugswissenschaft Mathematik im Mathematikunterricht

---

<sup>3</sup>Alle folgenden Betrachtungen entstammen dem Fachlehrplan Mathematik des Kultusministeriums des Landes Sachsen-Anhalt, 2015. Die curricularen Vorgaben Sachsen-Anhalts stehen dabei stellvertretend für jene der anderen 15 Bundesländer Deutschlands.

<b>Inhaltsbereich</b> <b>Schuljahrgänge</b>				
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Natürliche Zahlen</li> <li>- Gleichungen und Ungleichungen</li> <li>- Brüche</li> <li>- Größen</li> <li>- Gebrochene Zahlen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Geometrische Grundbegriffe und Abbildungen</li> <li>- Umfang, Flächeninhalt und Volumen</li> <li>- Winkelbeziehungen</li> <li>- Dreiecke</li> <li>- Vierecke</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zuordnungen, direkte und indirekte Proportionalität</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Erfassen, Darstellen und Auswerten von Daten</li> <li>- Kenngrößen von Daten</li> </ul>
<b>5/6</b>	Aufgabenpraktikum			
<b>7/8</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Prozentrechnung</li> <li>- Rationale Zahlen und Wurzeln</li> <li>- Gleichungen und Ungleichungen</li> <li>- Arbeiten mit Variablen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Kreise</li> <li>- Körperdarstellung</li> <li>- Körperberechnung</li> <li>- Ähnlichkeit</li> <li>- Satzgruppe des Pythagoras</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Lineare Funktionen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufällige Ereignisse, Häufigkeiten, Wahrscheinlichkeiten</li> <li>- Mehrstufige Zufallsversuche und Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>
	Aufgabenpraktikum			
<b>9</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Arbeiten mit Variablen, Potenzen und Logarithmen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trigonometrie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Häufigkeitsverteilungen</li> </ul>
	Aufgabenpraktikum			
<b>Inhaltsbereich</b> <b>Schuljahrgänge</b>				
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Funktionsklassen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Vektoren</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analytische Geometrie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Zufallsgrößen</li> </ul>
<b>10</b> <b>(Einführungsphase)</b>	Aufgabenpraktikum			
<b>11/12</b> <b>(Qualifikationsphase)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Grundlagen der Infinitesimalrechnung</li> <li>- Differentialrechnung</li> <li>- Integralrechnung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Geraden und Ebenen</li> <li>- Kreise</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bedingte Wahrscheinlichkeit</li> <li>- Binomialverteilung</li> <li>- Beurteilende Statistik</li> </ul>	
	Aufgabenpraktikum			

Abbildung 3.1: Übersicht über die Kompetenzschwerpunkte in den Schuljahrgängen 5 bis 12

der Sekundarstufe I demnach insbesondere die Arithmetik, Algebra, Elementargeometrie, funktionale Zusammenhänge und Stochastik betont. In der Sekundarstufe II verstärkt sich der Fokus auf die Qualifizierung zur Allgemeinen Hochschulreife und damit auf die Vermittlung von zentralen Grundlagen für das Aufnehmen eines Studiums. Vor diesem Hintergrund verdichten sich die vermittelten mathematischen Inhalte insbesondere auf die Inhaltsbereiche: Analysis, Analytische Geometrie und die Stochastik. Neben diesen zentralen, im Abitur explizit abgeprüften, Bereichen der Mathematik bildet auch der strukturbildende Aspekt und folglich Algebra einen wichtigen Teil der mathematischen Arbeit der Sekundarstufe II.

Mathematik in der Schule hebt im Hinblick auf die Bezugswissenschaft Mathematik insbesondere die elementaren mathematischen Kulturtechniken hervor (Leuders 2011: S. 15). Auffällig ist zudem, dass die mengentheoretische Grundlegung, welche in der universitären Mathematik von zentraler Bedeutung ist, und mathematische Entwicklungen ab dem 19. Jahrhundert im Mathematikunterricht nicht verankert sind.

**Mathematik in der Schule als Tätigkeit** Die mathematikspezifischen Bildungsziele werden nicht nur durch mathematische Inhalte, sondern auch durch das gezielte Mathematikbetreiben umgesetzt. Mathematikbetreiben wird im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II insbesondere durch das Lösen von mathematischen Problemstellungen erfahrbar. Diese leisten neben der Entwicklung von inhaltsbezogenen Kompetenzen insbesondere auch einen Beitrag zur Entwicklung der allgemeinen bzw. prozessbezogenen Kompetenzen: Probleme mathematisch lösen, Mathematisch modellieren, Mathematisch argumentieren und kommunizieren und Mathematische Darstellungen und Symbole verwenden. Im Hinblick auf die Bezugswissenschaft Mathematik sollen im Folgenden einige Spezifika für mathematisches Arbeiten im Mathematikunterricht aufgezeigt werden.

Ein Ausgangspunkt für mathematisches Arbeiten stellen mathematische Fragen bzw. Problemstellungen dar. Mathematische Fragestellungen stehen im Mathematikunterricht insbesondere beim forschenden/ entdeckenden Lernen im Vordergrund. Internationale Schulleistungsstudien, wie die TIMS-Videostudie aus dem Jahr 1995, weisen jedoch darauf hin, dass der fragend-entwickelnde Unterricht und eine Kalkülorientierung im deutschen Mathematikunterricht dominierend ist (Baumert,

Lehmann & Lehrke 1997: S. 215; Baumert, Bos & Lehmann 2000: S. 178–179; Kaiser 1998: S. 7; Prenzel et al. 2006: S. 172–181; Stigler, Patrick, Kawanaka, Knoll & Serano 1999: S. 133–134). Betont werden dabei insbesondere Wie-Fragen. Genetische Aspekte der Mathematik, die Frage nach dem Warum – Warum beschäftigt man sich damit? – treten vergleichsweise in den Hintergrund. Jahnke spricht in diesem Zusammenhang von einer Kette der Sinnvertagung (Jahnke 2012: S. 415). Ein zentraler Aspekt mathematischer Tätigkeit ist das Begründen bzw. Beweisen von mathematischen Aussagen. Im Mathematikunterricht erleben Lernende verschiedene Methoden mathematischer Begründungen. Vollständige Beweise werden dabei mit anschaulichen Argumentationen nebeneinandergestellt (Bauer & Ulrich 2009: S. 88).

#### **Universität: universitäre Mathematik**

**Mathematikspezifische Bildungsaufgaben** Der *Bildungsauftrag* der Universität besteht vorrangig in der Pflege und der Entwicklung der Wissenschaften und der Künste (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) 2005: §2, 1). Im Kontext der universitären Mathematik umfasst dies die Erhaltung, Weiterentwicklung und Weitergabe des mathematischen Wissens durch Forschung, Lehre und Studium.

Forschung als eine zentrale Aufgabe, betont die wissenschaftliche Orientierung der Universität (Neubrand 2015b: S. 137–138). Forschung umfasst das Generieren von neuen wissenschaftlichen Erkenntnissen sowie deren Dokumentation und Veröffentlichung. Im Fokus mathematischer Forschung steht das Streben nach wahren Aussagen über mathematische Sachverhalte (Bauer 1995: S. 9). Im Kontext ihrer Aufgaben ist die Universität dazu aufgefordert, sich nach außen zu öffnen. Öffnung nach außen beschreibt zum einen die Öffnung und Zusammenarbeit innerhalb der mathematischen Forschung. Ein Beispiel für die erfolgreiche Zusammenarbeit stellt die Suche nach dem Beweis zum großen Fermatschen Satz dar.<sup>4</sup> Zum anderen schließt die Öffnung nach außen internationale Kooperationen mit anderen

---

<sup>4</sup>Pierre de Fermat formulierte den großen Fermatschen Satz um 1637. Erst die Verbindung der Zahlentheorie, der Theorie über elliptische Kurven (arithmetische Geometrie) und der Theorie über Modulformen machten einen Beweis des Satzes im Jahr 1993 bzw. 1998 durch Andrew Wiles (eingeleitet durch Gerhard Frey) möglich. Der Beweis gilt heute als einer der bedeutendsten des 20. Jahrhunderts (Roquette 1998: S. 6, 12–16; Kramer 1995: S. 23).

Universitäten als auch eine Zusammenarbeit mit anderen Forschungs- und Bildungseinrichtungen auf nationaler Ebene ein (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) 2005: §2, 5-6). Im Kontext der universitären Mathematik meint dies zum Beispiel die Öffnung der Mathematik gegenüber anderen Wissenschaften. Im Zentrum steht in diesem Kontext interdisziplinäres Arbeiten über die Grenzen des mathematischen Instituts hinaus in Form von Forschungsprojekten. In diesem Zusammenhang kommt der Universität außerdem die Aufgabe zu, durch Forschung theoretische Grundlagen für Problematiken der angewandten Mathematik zu erbringen. Insgesamt trägt mathematische Forschung so zur Weiterentwicklung der Wissenschaften sowie der Lehre und des Studiums (durch den Verbund von Forschung und Lehre) bei (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2010: §23, §24).

Das Studium der Wissenschaften im Verbund mit der Lehre betont die spezifische Ausbildungsorientierung der Universität und markiert einen weiteren bedeutenden Aufgabenbereich der Universität. Der Bildungsanspruch des Studiums bzw. der Lehre bewegt sich im Spannungsfeld zwischen Bildung und Ausbildung: Ziel ist zum einen eine auf zukünftige berufliche Aufgaben orientierte Ausbildung (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) 2005: §7). Mathematik besitzt in der Wirtschaft und Industrie zahlreiche Anwendungsmöglichkeiten. Im Sinne der Ausbildung für zukünftige berufliche Aufgaben, ist die Universität daher aufgefordert, den Studierenden in den fachwissenschaftlichen Lehrveranstaltungen die nötigen mathematischen Kompetenzen zu vermitteln, die zum Analysieren, Modellieren und Lösen von mathematischen Anwendungen in der Industrie und Wirtschaft notwendig sind (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg 2013a,b)<sup>5</sup>. Zum anderen intendiert das Studium bzw. die Lehre die Entwicklung von Sachkompetenz, Urteilsfähigkeit sowie die Kompetenz zum selbstständigen wissenschaftlichen Denken und Arbeiten (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg 2005: §2, 1). In mathematikspezifischen Lehrveranstaltungen liegt daher ein weiterer Fokus auf der Ausbildung von eigenständigem wissenschaftlich-mathematischem Arbeiten und einem breitem und tiefen Verständnis von Mathematik (Martin-Luther-Universität

---

<sup>5</sup>Die Zielsetzungen entstammen der Studienordnung für mathematikspezifische Studiengänge an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Diese stehen dabei stellvertretend für jene an anderen Universitäten.

Halle-Wittenberg 2013a,b, 2012).

Die Mathematik an der Universität hat zudem einen allgemeinen Bildungsauftrag. Dieser wird in zwei Aspekten konkret. In den mathematischen Lehrveranstaltungen werden neben mathematischen Inhalten vor allem mathematische Denkweisen und Einsichten in Mathematik als universelle Wissenschaft vermittelt (Vollrath 1988: S. 7). Der Anteil der Menschen im Alter von 25 bis 64 Jahren mit Abschluss im Tertiärbereich liegt relativ stabil bei etwa 27% (Statistische Ämter des Bundes und der Länder 2015: S. 22). Daher können die Lehrveranstaltungen der Universität ihren allgemeinbildenden Bildungsauftrag, im Gegensatz zur Schule, nur bei einem Teil der Bevölkerung direkt umsetzen. Indirekt kommt der allgemeine Bildungsauftrag der Universität im Bereich der Mathematik durch die Lehramtsausbildung zum Tragen. Durch die mathematische Ausbildung der zukünftigen Lehrerinnen und Lehrer leistet die Universität einen wichtigen Beitrag in der Ausbildung der fachlichen Kompetenz jener und damit zur Qualität des Mathematikunterrichts.

**Mathematik als Disziplin** Was ist Mathematik? Die *eine* Mathematik gibt es nicht. Mathematik als Wissenschaft hat sich seit ihrer Entstehung stetig weiterentwickelt: Jedes Zeitalter hat eigene mathematische Probleme, „die das kommende Zeitalter löst oder als unfruchtbar zur Seite schiebt und durch neue Probleme ersetzt“ (Hilbert 2007: S. 1). Mathematisches Wissen wird auf diese Weise gewonnen, neue mathematische Gebiete entstehen, andere Gebiete spalten sich in verschiedene Untergebiete auf. Insbesondere seit dem 20. Jahrhundert hat sich die Mathematik stark differenziert (Devlin 1997: S. 3–4). Mathematical Reviews und das Zentralblatt MATH teilen Mathematik auf der Grundlage der Mathematics Subject Classification 2010 Mathematik in mehr als 5000 Klassen ein (*MSC2010* 2010). Parallel zur Entwicklung der Mathematik, veränderte sich auch das Verständnis dessen, was das Wesen von Mathematik ausmacht. Bis heute gibt es keine einheitliche Definition des wissenschaftlichen Kerns der Mathematik. Die Mathematiker Richard Courant und Hervert Robbins beschreiben Mathematik als eine spezifische Denkkultur:

„Die Mathematik ist tief im menschlichen Denken verankert. Betracht-

### 3 Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik

tender Verstand, unternehmender Wille, ästhetisches Gefühl finden in ihr den reinsten Ausdruck. Sie vereint Logik und Anschauung, Analyse und Konstruktion, Individualität der Erscheinungen und Abstraktion der Formen.“ (Courant & Robbins 2010: S. XIX)

(Universitäre) Mathematik ist demnach geprägt von einem hohen Abstraktionsgrad und einer stark ausgeprägten strukturellen Komponente. Sie generiert durch reine Denkprozesse abstrakte Erkenntnisse über mathematische Objekte. David Hilbert weist in seiner Arbeit auf den dualen Charakter der Mathematik hin. Er beschreibt Mathematik als

„[d]as Instrument, welches die Vermittlung bewirkt zwischen Theorie und Praxis, zwischen Denken und Beobachten [...]; sie baut die verbindende Brücke und gestaltet sie immer tragfähiger. Daher kommt es, daß unsere ganze gegenwärtige Kultur, soweit sie auf der geistigen Durchdringung und Dienstbarmachung der Natur beruht, ihre Grundlage in der Mathematik findet.“ (Hilbert 1935: S. 385)

Mathematik wird hier auch als Querschnittswissenschaft aufgefasst, deren Erkenntnisse und Methoden in vielen Wissenschaften und der Gesellschaft Anwendung finden. Ein Definitionsansatz, der in der jüngeren Vergangenheit verstärkt ausgeschärft wird, stammt von dem englischen Mathematiker W. W. Sawyer, der Mathematik als „classification and study of all possible patterns“ (Sawyer 1955: S. 12) beschreibt. Keith Devlin greift die oben beschriebenen charakteristischen Merkmale der Mathematik in seinem populärwissenschaftlichem Buch auf und fasst sie zusammen:

„Mathematik ist die Wissenschaft von den Mustern [...] - Zahlenmuster, Formenmuster, Bewegungsmuster, Verhaltensmuster und so weiter. Solche Muster sind entweder wirkliche oder vorgestellte, sichtbare oder gedachte, statische oder dynamische [...], auf Nutzen ausgerichtete oder bloß spielerischem Interesse entspringende.“ (Devlin 1997: S. 3–4)

**Mathematik als Tätigkeit** Mathematik ist keine reine Ansammlung von Wissen, sondern stellt auch eine Tätigkeit, eine Verhaltensweise und Geistesverfassung dar:

„Mathematik ist eine Geistesverfassung, die man sich handelnd erwirbt, und vor allem die Haltung, keiner Autorität zu glauben, sondern vor allem immer wieder ‘warum‘ zu fragen: Warum ist  $3 \cdot 4$  dasselbe wie  $4 \cdot 3$ ? [...] Man lernt sie durch Tätigsein, indem man Probleme löst, allein oder in seiner Gruppe - Probleme, in denen Mathematik steckt.“  
(Freudenthal 1982: S. 140)

Die Aussage Freudenthals, welche er im Kontext der Schule geäußert hat, ist als solche auf die mathematische Wissenschaft übertragbar. Mathematisches Arbeiten findet an der Universität auf verschiedenen Ebenen statt. Sie wird zum einen von Mathematikerinnen und Mathematikern im Rahmen mathematischer Forschung betrieben, zum anderen werden auch die Studierenden in Form von Praktika, Seminaren oder Abschlussarbeiten an mathematisches Forschen herangeführt. Im Zentrum stehen dabei jeweils (ungelöste) komplexe mathematische Frage- bzw. Problemstellungen. Im Bearbeitungsprozess werden häufig verschiedene Methoden verwendet. Mathematik tritt dabei sowohl als induktive als auch als deduktive Wissenschaft auf. Ziel des induktiven Arbeitens ist auf der Grundlage von Beispielen und (gedanklichen) Experimenten zu allgemeinen Aussagen zu gelangen. Dabei nehmen Tätigkeiten wie Spezialisieren, Kontrastieren, Kombinieren und Abstrahieren eine bedeutende Rolle ein. Im Zentrum der deduktiven Vorgehensweise steht das Argumentieren und Begründen/Beweisen von mathematischen Aussagen. Darauf basiert die besondere Gewissheit mathematischer Aussagen im Vergleich zu anderen Wissenschaften (Jahnke 2012: S. 414).

### **Universität: Mathematikdidaktik**

**Mathematikdidaktikspezifische Bildungsaufgaben** Wie zu Beginn des Kapitels beschrieben stellt die Pflege und Entwicklung der Wissenschaften und der Künste durch Forschung, Lehre, Studium und Weiterbildung die zentrale Bildungsauftrag der Hochschule dar (Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF))

2005: §2, 1). Im Kontext der Mathematikdidaktik umfasst dies die Erhaltung, Weiterentwicklung und Weitergabe des mathematikdidaktischen Wissens durch mathematikdidaktische Forschung, Lehre und Studium.

Die Erhaltung und Weitergabe des mathematikdidaktischen Wissens erfolgt schwerpunktmäßig im Rahmen von Lehrveranstaltungen und stellt eine zentrale Bildungsaufgabe der Mathematikdidaktik an der Universität dar. Mathematikdidakterinnen und -didaktiker sind für die mathematikdidaktische Ausbildung der Lehramtsstudierenden verantwortlich. Ein Auszug aus den fachspezifischen Bestimmungen des Studienfaches Mathematik im Studiengang Lehramt an Gymnasien und an Sekundarschulen zeigt, dass sich auch dieser Bildungsanspruch zwischen Bildung und Ausbildung bewegt:

„Das Studium besteht aus einer soliden, praxisorientierten Ausbildung in der Didaktik der Mathematik, die die Grundlagen des Lehrens und Lernens im Mathematikunterricht vermittelt und zeigt, wie Mathematikunterricht entwickelt, gestaltet, analysiert und weiterentwickelt werden kann. Dabei spielen unterrichtspraktische Erfahrungen im Rahmen von Schulpraktischen Übungen und Schulpraktika eine wichtige Rolle. Die Praxiskontakte werden ferner durch die vom Institut für Mathematik angebotenen Veranstaltungen zur Berufserkundung sowie weitere Absolventenkontakte gefördert.“ (Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg 2012: §2)

Das systematisch vermittelte Wissen und die erworbenen Kompetenzen sollen die Basis für fortwährende selbstständige Weiterbildung sein (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt 2010: §6). Mathematikdidaktische Lehre der Universität umfasst neben der mathematikdidaktischen Ausbildung von zukünftigen Lehrerinnen und Lehrern auch die Fort- und Weiterbildung von Mathematiklehrenden aller Schulformen.

Die Mathematikdidaktische Ausbildung von (zukünftigen) Lehrerinnen und Lehrern durch Mitglieder der Universität leistet einen Beitrag zur fachdidaktischen Kompetenz jener und damit allgemein zur Qualität des Mathematikunterrichts. Damit wirkt die Mathematikdidaktik als Disziplin indirekt auch allgemeinbildend.

Dieser Einfluss wird zudem durch die forschungsbasierte Mitarbeit der Mathematikdidaktik an den Lehrplänen und damit an normativen Aussagen über den mathematischen Inhalt des Mathematikunterrichts und dessen Gestaltung erhöht.

**Mathematikdidaktik als Wissenschaft** Im Positionspapier des Beirats der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik wird Mathematikdidaktik als wissenschaftliche Disziplin wie folgt charakterisiert:

„Mathematikdidaktik ist die Wissenschaft vom Lernen und Lehren von Mathematik in jeglicher Form; sie ist eine eigenständige Wissenschaft zwischen der Mathematik und der Erziehungswissenschaft, Psychologie, Soziologie und Philosophie. Wissenschaftlich betriebene Mathematikdidaktik umfaßt ein breites Spektrum von didaktischer Grundlagenforschung bis zur Entwicklung und Erprobung von Lehrgängen.“  
(Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 1986: S. 3)

Mathematikdidaktische Forschung untersucht demnach mathematikspezifische Lehr-Lernprozesse aller Bildungsinstitutionen. Im Gegensatz zu mathematikspezifischer Forschung stellt diese Disziplin Lernende, Lehrende und deren Interaktion sowie mathematische Inhalte bzw. mathematikspezifische Lernprozesse in den Mittelpunkt (Vollstedt, Ufer, Heinze & Reiss 2015: S. 567–568). Sie generiert wissenschaftlich fundiertes Handlungswissen, welches bedeutsam für die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts an der Schule und der Universität ist.

Aus den vielfältigen Gegenständen mathematikdidaktischer Forschung resultieren vielfältige Arbeitsorientierungen jener. Ein Fokus mathematikdidaktischer Forschung ist die Konstruktion von exemplarischen Unterrichtsvorschlägen und Lernmaterialien für den Mathematikunterricht mit dem Ziel, diesen zu bereichern und den Lernenden so einen optimalen Entwicklungskontext zu bieten (Steinbring 1998: S. 166). Diese Vorschläge sind speziellen Zielgruppen und/oder besonderen mathematischen Themengebieten zuzuordnen oder thematisieren übergreifende mathematische Teilbereiche, wie Anwendungen der Mathematik, Beweisen im Mathematikunterricht oder Aspekte der Mathematikgeschichte (ebd.: S. 166). Der Prozess der Konstruktion von konkreten Unterrichtsvorschlägen schließt die Aus-

### 3 Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik

einandersetzung mit Resultaten aus den oben benannten Bezugswissenschaften sowie die Analyse der Lehr- und Lernziele, des mathematischen Stoffes, der Unterrichtsmethoden und der benutzten Medien mit ein. Im Rahmen von (empirischen) Untersuchungen zum Mathematikunterricht werden diese Vorschläge überprüft, gegebenenfalls verbessert und die Resultate den Mathematiklehrenden durch Veröffentlichungen oder Fortbildungen zur Verfügung gestellt.

Weitere Schwerpunkte mathematikdidaktischer Arbeit an der Universität betonen die analytische Ausrichtung. Ein Schwerpunkt bildet die Analyse und Rechtfertigung von mathematischen Inhalten bezüglich ihrer Bedeutung für den mathematischen Lernprozess von Lernenden. Außerdem stehen die Theoriebildung und das Generieren von Wissen über Unterrichtsvorlagen, Lernvoraussetzungen, und Lehr-Lernprozesse im Mittelpunkt des Interesses (Wittmann 2009: S. 3–4). Dies gelingt durch theoriegeleitete und/oder experimentelle Untersuchungen des Mathematikunterrichts und den Interaktionen seiner Beteiligten vor Ort unter Berücksichtigung von Resultaten aus den Bezugswissenschaften. E. Ch. Wittmann betont in diesem Kontext die Verantwortung der Lehrenden der Bildungseinrichtungen die forschungsbasierten Ergebnisse der Mathematikdidaktik nicht nur zu rezipieren, sondern stets auf Grundlage eigener Erfahrungen zu überdenken (ebd.: S. 8).

Die Charakterisierung der Schule und Universität zeigt, dass es sich bei der Schule und Universität um Bildungseinrichtungen mit spezifischer Arbeitsorientierung und eigenständigem Bildungsauftrag handelt. Die Abbildung 3.2 fasst die Bildungsziele und Arbeitsorientierungen der Schule und Universität im Bereich der Mathematik zusammen. Sie zeigt neben den Spezifika jeder Institution zudem verschiedene Schnittstellen, Berührungspunkte und wechselseitige Beziehungen zwischen den mathematikspezifischen Intentionen beider Bildungseinrichtungen: die Förderung von *allen* Schülerinnen und Schülern, die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts und die Lehrerbildung. Aus diesem Spannungsfeld zwischen gemeinsamen Intentionen und einer professionsbedingten unterschiedlichen Perspektive auf den Gegenstand erwächst die Bedeutsamkeit des Vernetzungsansatzes von Schule und Universität für die Realisierung der umrissenen Bildungsziele.

Das folgende Kapitel versucht zunächst einen Überblick über aktuelle Blickwinkel

### 3 Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik

#### Schule

##### Bildungsaufgaben

1. Persönlichkeitsbildung
2. Qualifizierung zur Umwelterschließung
3. Qualifizierung für berufliche Aufgaben
4. Qualifizierung zur Teilhabe am gesell. Leben

#### Universität

##### Bildungsaufgaben

1. Pflege, Entwicklung & Weitergabe der Wissenschaften
2. Qualifizierung für berufliche Aufgaben
3. Qualifizierung zur Teilhabe am gesell. Leben

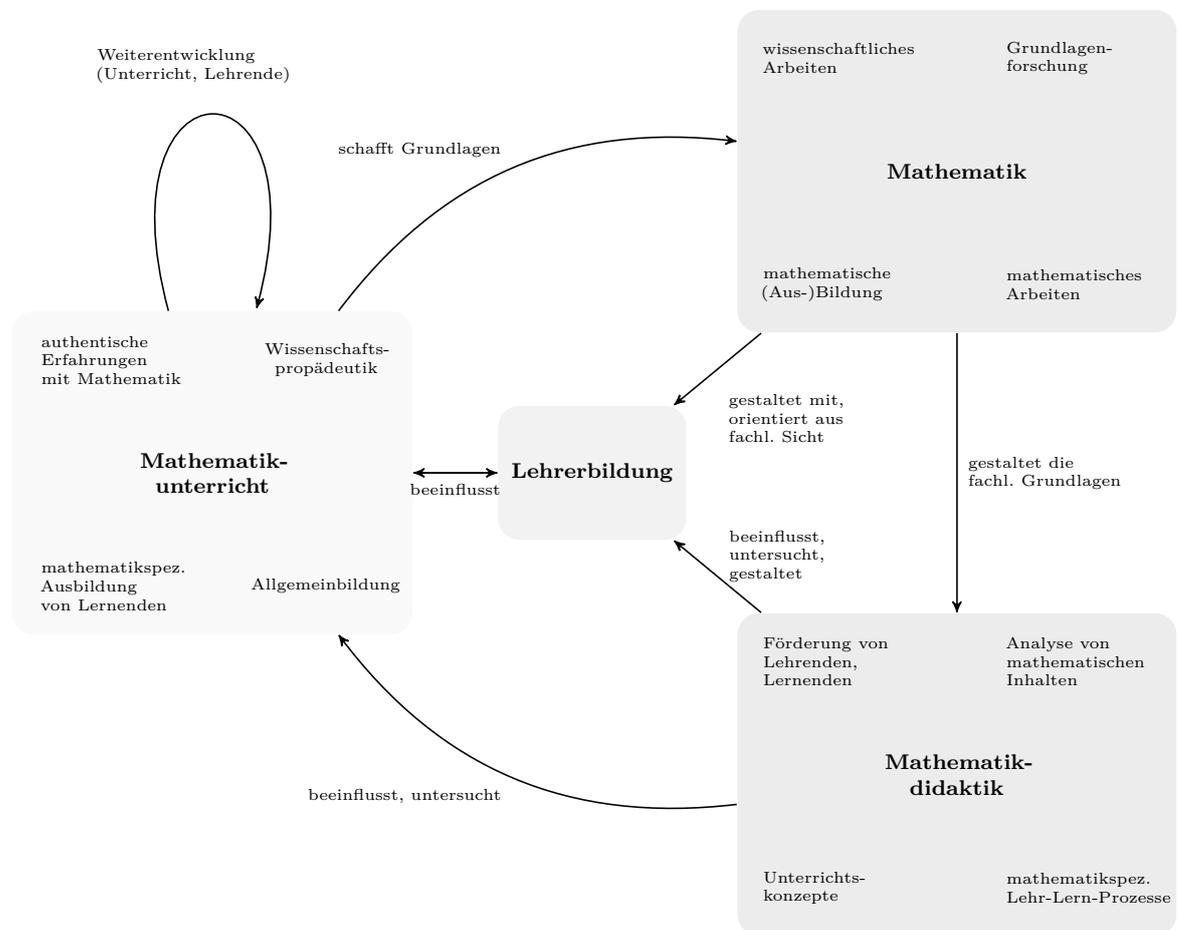


Abbildung 3.2: Mathematikspezifische Bildungsaufgaben und Arbeitsorientierungen der Schule und Universität

### *3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität*

auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu geben. Anschließend steht die Untersuchung aktueller Vernetzungsansätze mit dem Fokus der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern im Mittelpunkt. Dabei werden die aktuellen Vernetzungsansätze hinsichtlich ihres mathematischen Inhalts und ihrer Methodik systematisiert. Auf dieser Grundlage sollen Leistungsstärken aktueller Ansätze herausgearbeitet und Vertiefungs- und Erweiterungsmöglichkeiten entwickelt werden.

## **3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik**

Basierend auf den gemeinsamen Zielen und Arbeitsorientierungen der Schule und Universität und deren Akteure sollen die folgenden Ausführungen einen Überblick über aktuelle Blickwinkel und Ansätze zur Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik geben. Trotz der Exemplarizität der dargestellten Vernetzungsansätze werden wesentliche Ansatzpunkte für eine Intensivierung der Vernetzung herausgehoben. Diese bilden den Fokus für die weitere vertiefende Auseinandersetzung.

Sowohl die Schule als auch die Universität stellen auf der Basis unterschiedlicher Arbeitsorientierungen Lernende, Lehrende und den Mathematikunterricht (bzw. mathematische Inhalte und deren Vermittlung) in den Mittelpunkt ihrer Arbeit. Die aktuellen Vernetzungsansätze zwischen der Schule und der Universität im Bereich der Mathematik sind sehr vielfältig und orientieren sich an diesen drei sowohl Schule als auch Universität interessierenden Themenkomplexen, welche in wechselseitiger Beziehung zueinander stehen (siehe Abbildung 3.3). Auf der Grundlage von ähnlichen Zielsetzungen haben sich in diesen Bereichen verschiedene Wege zur Umsetzung dieser entwickelt.

### **Lernende**

Eine Schnittstelle zwischen der Schule und der Universität im Bereich der Mathematik basiert auf gemeinsamen Bemühungen um Lernende: Schülerinnen und Schüler sowie Studierende (siehe Abbildung 3.4). Gemeinsames, übergreifendes Ziel ist es,

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

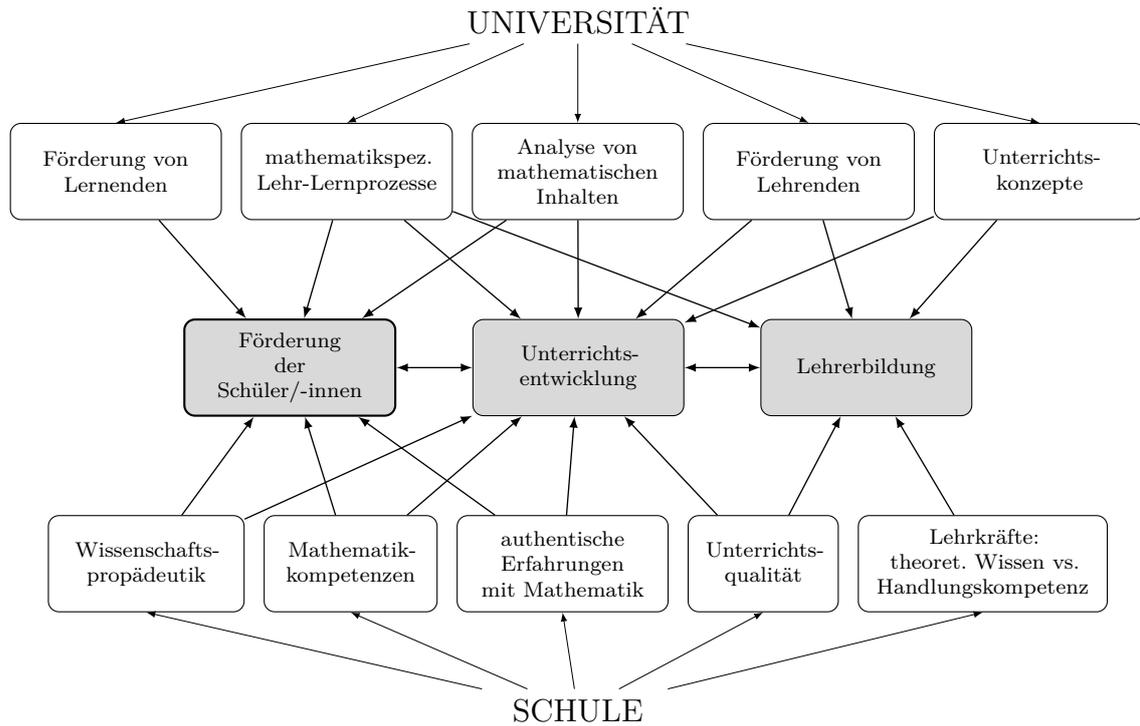


Abbildung 3.3: Übersicht: Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik

den Lernenden einen optimalen Entwicklungskontext zu bieten. Mit dem Fokus auf den Schülerinnen und Schülern schließt dies ein, ihnen authentische Einsichten in die Vielfältigkeit von Mathematik und mathematisches Arbeiten durch eine aktive Auseinandersetzung zu ermöglichen und so Interesse an Mathematik zu wecken.

**Schülerinnen und Schüler** Es haben sich vielfältige Vernetzungsansätze entwickelt, um diese Ziele zu erreichen. Die Angebote für Schülerinnen und Schüler unterscheiden sich dabei auf formal-organisatorischer (z. B. Adressaten, Dauer), inhaltlicher und mathematikdidaktischer Ebene. Einige Angebote richten sich an heterogene Lerngruppen, heterogen im Hinblick auf das Alter der Lernenden und ihre mathematikspezifische Leistung. Andere Förderungsangebote sind nur spezifischen Altersstufen oder besonderen Zielgruppen (z. B. begabte/hochbegabte Schülerinnen und Schüler) zugänglich. Zudem unterscheiden sich die Vernetzungsangebote mit

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

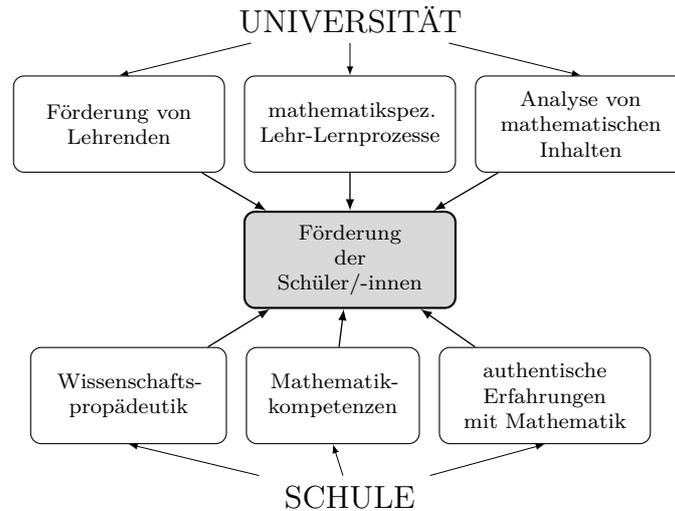


Abbildung 3.4: Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik: Förderung von Schülerinnen und Schülern

dem Fokus auf die Schülerinnen und Schüler in ihrer Dauer. Neben diesen organisatorischen Aspekten unterscheiden sich die Angebote in ihren Inhalten. Abhängig von der konkreten Zielsetzung der Vernetzungsansätze wird ein Thema bzw. werden verschiedene Themen der Schulmathematik oder universitären Mathematik und ihre Anwendungen in den Mittelpunkt der Auseinandersetzung gestellt. Auf mathematikdidaktischer Ebene lassen sich Unterschiede in der Lernzielvorgabe, der (Vor-)Strukturierung der Angebote sowie in der Art der Beschäftigung mit Mathematik identifizieren.<sup>6</sup>

Als ein spezifischer Ansatz haben sich *außerschulische Lernstandorte* herausgebildet, die sich oftmals am Universitätsstandort befinden und zudem von dieser konzeptionell und inhaltlich bestimmt und getragen werden. Die bestehenden Konzepte lassen sich in Mitmach-Ausstellungen, Schülerlabore und Arbeitsgemeinschaften bzw. Projektlabore differenzieren (Baum, Roth & Oechsler 2013: S. 8). *Mitmach-Ausstellungen* sind an Lernende jeden Alters adressiert. Die Basis bilden (hands-on) Exponate bzw. Experimentiersituationen, die unterschiedliche Bereiche

<sup>6</sup>Eine detaillierte Systematisierung der vielfältigen Vernetzungsansätze mit dem Fokus der Förderung von Schülerinnen und Schüler befindet sich in Kapitel 3.2, ab Seite 61.

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

bzw. Anwendungen der Mathematik thematisieren und zu mathematischen Auseinandersetzungen, Entdeckungen und eigenen Fragestellungen anregen (Richter et al. 2015: S. 5–6). In einem vielfältigen Angebot von Exponaten bzw. Experimentiersituationen haben die Lernenden während ihres Besuchs die Möglichkeit, für sie subjektiv interessante Angebote auszuwählen und auch die Art und das Ausmaß der mathematischen Beschäftigung selbst zu bestimmen. Dieses Konzept ermöglicht so einer heterogenen Besucherschaft (heterogen bezüglich ihrer Lernvoraussetzungen, Interessen, kognitiven und körperlich-motorischen Fertig- und Fähigkeiten) zu neuen Erkenntnissen im Bereich der Mathematik zu gelangen. Auch im außerschulischen Lernstandort *Schülerlabor* setzen sich Schülerinnen und Schüler aktiv, selbsttätig und ohne schulischen Leistungsdruck mit mathemathikhaltigen Problemstellungen auseinander. In Abgrenzung zu mathematischen Mitmach-Ausstellungen besteht das Angebot aus vorstrukturierten Lernumgebungen mit expliziter Lernzielvorgabe. Auf diese Weise soll eine fachliche Durchdringung der mathematischen Phänomene erfolgen und ein hoher Abstraktionsgrad erreicht werden (Baum, Roth & Oechsler 2013: S. 8). Im Gegensatz zu Mitmach-Ausstellungen und Schülerlaboren handelt es sich beim dritten Konzept außerschulischer Lernstandorte, den *Arbeitsgemeinschaften und Projektlaboren*, um eine längerfristig angelegte Möglichkeit, sich kreativ mit selbst- oder von der Lehrkraft gestellten mathematischen Problemsituationen auseinanderzusetzen (ebd.: S. 8).

Neben dauerhaft installierten außerschulischen Lernstandorten gibt es weitere Ansätze in der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik, die den Lernenden zu bestimmten Zeitpunkten im Jahr oder auf Anfrage zur Verfügung stehen. Der Fokus dieser Ansätze liegt weniger auf einer vertieften mathematischen Auseinandersetzung, sondern vielmehr auf dem Wecken von Interesse an mathematischen Problemstellungen und dem Aufzeigen der Bandbreite von mathematischen Anwendungen im Alltag sowie in Studium und Beruf. Zu diesen Ansätzen zählen beispielsweise Vorträge für Schülerinnen und Schüler, die zum Teil an der Universität, aber auch an der Schule stattfinden. Weitere Initiativen in diesem Kontext sind Tage der Mathematik, Kinder-Unis, Sommerakademien oder Wochen mit spezifischem Schwerpunkt, z. B. Modellierungswochen (vgl. den Überblick bei Schiemann et al. 2010).

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

**Studierende** Neben den Schülerinnen und Schülern stehen auch die *Studienanfängerinnen und -anfänger* im Rahmen der Übergangsproblematik vom sekundären zum tertiären Bildungsbereich im Fokus gemeinsamer Bemühungen. Der Übergang stellt insbesondere im Hinblick auf Studiengänge mit signifikanten Mathematikanteilen eine große Herausforderung für Studierende dar (Greefrath, Hoever, Kürten & Neugebauer 2015: S. 19; Rach & Heinze 2011: S. 647; Roth, Bauer, Koch & Prediger 2015: S. V). Die Ursachen werden sowohl auf individueller Ebene der Lernenden als auch im Übergang von der Schulmathematik zur Hochschulmathematik identifiziert (Roth, Bauer, Koch & Prediger 2015: S. VI). Die Universität hat sich aufgrund von Gesetzesänderungen nach außen geöffnet und ermöglicht beispielsweise auch Studienbewerberinnen und Studienbewerber ohne Allgemeine Hochschulreife ein Studium. Folglich verfügen die Studienanfängerinnen bzw. Studienanfänger über heterogene, teils defizitäre Voraussetzungen, in ihren mathematischen Wissensbeständen und Fertigkeiten (Biehler, Bruder, Hochmuth & Koepf 2014: S. 2; Roth, Bauer, Koch & Prediger 2015: S. VI–VII). Leistungsschwierigkeiten zum Studienbeginn liegen zudem in der unterschiedlichen mathematischen Ausbildung der beiden Bildungseinrichtungen Schule und Universität begründet. Wie in der Einleitung dieses Kapitels beschrieben, liegt der Schwerpunkt der Schule auf einem allgemeinbildenden Mathematikunterricht. Dieser betont oftmals den schematischen Aspekt der Mathematik, weshalb Mathematik an der Schule von vielen Schülerinnen und Schülern mit Rechnen bzw. Rechenverfahren gleichgesetzt wird (Grieser 2015: S. 90). Mit dem Übergang zur Universität vollziehen sich Änderungen im Lernen und Lehren der Mathematik auf der Ebene der Inhalte und der mathematischen Arbeitsweise. In der Universität liegt der Fokus auf der Vermittlung der Wissenschaft Mathematik und deren deduktivem Aufbau (Rach & Heinze 2011: S. 647). Der Schwerpunkt an der Universität liegt folglich auf dem abstrakt-formalen Aspekt der Mathematik. Differenzen in der mathematischen Ausbildung der Lernenden bestehen daher insbesondere im Grad der Abstraktion und der Bedeutung von Beweisen und Definitionen (Clark & Lovric 2008: S. 26–29; Fischer, Heinze & Wagner 2009: S. 247–252; Grieser 2015: S. 90). Die angeführten Aspekte lassen sich als unzureichende Passung zwischen den Lernvoraussetzungen der Lernenden (mathematische Kompetenzen, Lernstrategien) und dem Lehrangebot an der Universität subsumieren (Rach & Heinze 2011: S. 648).

### 3.1 *Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität*

Mit dem Ziel, den Lernenden einen optimalen Entwicklungskontext zu bieten, haben sich einige Ansätze zur konstruktiven Gestaltung dieses Übergangs herausgebildet. Die Vernetzungsansätze, die mit dem Fokus auf den Studienanfängerinnen und Studienanfängern entstanden sind, lassen sich in ihrer grundlegenden Orientierung und ihrer inhaltlich und methodischen Ausrichtung unterscheiden (Ableitinger, Kramer & Prediger 2013: S. V–VI; Roth, Bauer, Koch & Prediger 2015: S. VII). So entwickelten sich einerseits neue Veranstaltungsformate vor Studienbeginn, andererseits wurden die Veranstaltungen der Studieneingangsphase umgestaltet. Zur ersten Gruppe gehört die Einführung von Vor- oder Brückenkursen. Ziel dieses Ansatzes ist es, der Diskontinuität zwischen Schul- und Hochschulmathematik zu begegnen. Der Artikel „Brauchen wir ein Nulltes Semester in Mathematik?“ von Herbert Kütting aus dem Jahr 1982 zeigt, dass dieser Ansatz, bereits vor Studienbeginn eine gemeinsame mathematische Basis zu schaffen, nicht neu ist (Kütting 1982: S. 213–223). Aktuell wird die thematische und methodische Ausrichtung jener Vor- und Brückenkurse diskutiert. Die Konzeptionen jener reichen von einem Aufarbeiten individueller mathematischer Defizite, einer Nachbereitung des schulischen Mathematikunterrichts mithilfe von Wiederholungen bzw. Übungen bis hin zu einer Vorwegnahme universitärer Inhalte (Biehler, Bruder, Hochmuth & Koepf 2014: S. 4; Greefrath, Hoever, Kürten & Neugebauer 2015: S. 22). Auf Grundlage empirischer Befunde, die mathematische Defizite insbesondere im mathematischen Schulstoff der Sekundarstufe I und II verorten, liegt der Schwerpunkt häufig auf der Vermittlung jener Inhalte (Cramer & Walcher 2010: S. 113). Mathematiktests zu Beginn des Studiums mit hohem mathematischen Anteil stellen eine weitere Möglichkeit zur konstruktiven Gestaltung des Übergangs dar. Ziel ist es individuelle mathematische Defizite der Lernenden zu identifizieren. In Zusammenhang mit mathematischen Vor- und Brückenkursen dienen sie zum einen zu deren Evaluation, zum anderen können die Ergebnisse die Basis für die Konzeption der mathematischen Lehrveranstaltungen in der Studieneingangsphase bzw. die Basis für die Konzeption von individuellen Selbstlernmaterialien für die Studienanfängerinnen und -anfänger sein (Greefrath, Hoever, Kürten & Neugebauer 2015: S. 20).

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

#### Lehrende

Neben Lernenden stellen Mathematiklehrende der Schule und deren berufsbezogene Kompetenzen einen weiteren Themenkomplex gemeinsamer Intentionen von Schule und Universität dar (siehe Abbildung 3.5). Der Begriff „Lehrende“ umfasst in diesem Kontext sowohl Lehrerinnen und Lehrer in der Ausbildung als auch jene in der Berufspraxis.

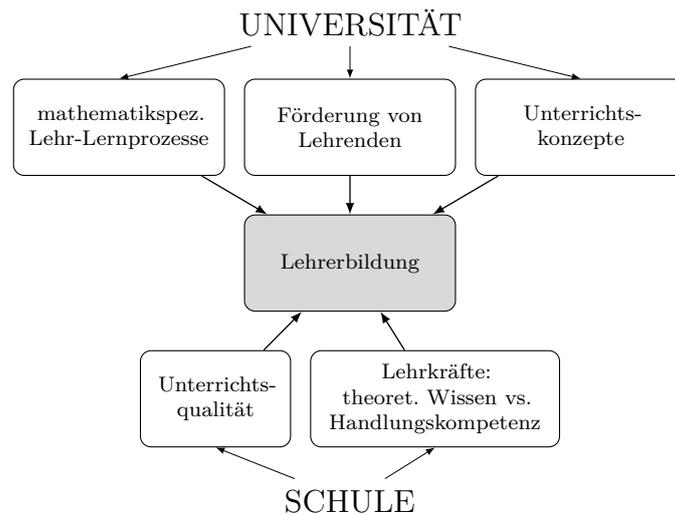


Abbildung 3.5: Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik: Lehrerbildung

Am Prozess der Lehrerbildung, der sich in drei Phasen untergliedern lässt, sind beide Institutionen maßgeblich beteiligt. Die ersten zwei Phasen sind dabei der *Lehramtsausbildung* zuzuordnen, wobei die erste Phase vorwiegend an und von der Universität, die zweite an und von der Schule gestaltet wird. Gemeinsames Ziel dieser Phasen und folglich aller Beteiligten beider Bildungseinrichtungen ist es, den angehenden Lehrerinnen und Lehrern optimale Möglichkeiten zu bieten, in denen sie berufsbezogene Kompetenzen aufbauen können (Bromme 2014: S. 9; Terhart 2000: S. 83). In der dritten Phase, der Lehrerfortbildung, steht die Kompetenzentwicklung von *Mathematiklehrenden* im Mittelpunkt. Primäres Ziel der Lehrerfortbildungen ist es, den Lehrerinnen und Lehrern einen Kontext zur Weiterentwicklung der eigenen berufsbezogenen Kompetenzen zu ermöglichen. In dieser Phase nehmen die

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

Lehrerinnen und Lehrer die Rolle des Lernenden ein, Vertreterinnen und Vertreter der Universität die des Lehrenden. Beide Zielrichtungen gemeinsamer Bemühungen, die Lehramtsausbildung und Lehrerfortbildung, werden im Folgenden getrennt voneinander betrachtet.

**Lehramtsausbildung** Die bereits beschriebene Übergangsproblematik zum Studienbeginn besteht auch im Kontext der Lehramtsausbildung. Für Lehramtsstudierende, die sowohl als Lernende als auch als Lehrende aufzufassen sind, stellt sich diese Problematik in verstärkter Art und Weise, wie Felix Klein bereits 1933 in seiner Publikation „Elementarmathematik vom höheren Standpunkte“ formulierte:

„Der junge Student sieht sich am Beginn seines Studiums vor Probleme gestellt, die ihn in keinem Punkte mehr an die Dinge erinnern, mit denen er sich auf der Schule beschäftigt hat; natürlich vergißt er daher alle diese Sachen rasch und gründlich. Tritt er aber nach Absolvierung des Studiums ins Lehramt über, so soll er plötzlich eben diese herkömmliche Elementarmathematik schulmäßig unterrichten; da er diese Aufgabe kaum selbständig mit der Hochschulmathematik in Zusammenhang bringen kann, so wird er in den meisten Fällen recht bald die althergebrachte Unterrichtstradition aufnehmen, und das Hochschulstudium bleibt ihm nur eine mehr oder minder angenehme Erinnerung, die auf seinen Unterricht keinen Einfluss hat.“ (Klein 1933: S. 1)

Seit dieser Veröffentlichung hat sich der Mathematikunterricht an der Schule hinsichtlich der Inhalte und Methoden wesentlich verändert. In jüngeren Veröffentlichungen, z. B. in der gemeinsamen Stellungnahme der DMV, GDM und MNU wird jedoch auf die bestehende Aktualität dieser Problematik hingewiesen (Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV), Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) & Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) 2007: S. 147–148; Terhart 2000: S. 83; Hefendehl-Hebeker 2004a: S. 183–184). Um dieser beschriebenen Problematik zu begegnen, stellen aktuelle Ansätze das fortwährende Aufzeigen von Vernetzungen zwischen Schulmathematik und Hochschulmathematik in den Mittelpunkt.

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

Neben Problemen in der fachmathematischen Ausbildung der Lehramtsstudierenden gibt es einen weiteren Problembereich, der in Vernetzungsansätzen thematisiert wird. Empirische Studien belegen, dass Lehramtsstudierende häufig Schwierigkeiten haben, das an der Universität theoretisch erworbene mathematische und mathematikdidaktische Wissen mit konkreten Situationen im eigenen Mathematikunterricht zu verknüpfen (Terhart, Czerwenka, Ehrlich, Jordan & Schmidt 1994: S. 195–200; Wahl 2002: S. 227). Daraus resultiert die Forderung nach einer verstärkten Vernetzung von theoretisch erworbenem Wissen an der Universität und der beruflichen Praxis in der Schule, folglich eine Vernetzung der Schwerpunkte der ersten und zweiten Ausbildungsphase in der Lehramtsausbildung. Um den Lehramtsstudierenden einen möglichst optimalen Entwicklungskontext zu bieten, genügt nicht allein das Bereitstellen von Praxismöglichkeiten. Moser und Hascher beispielsweise weisen in diesem Zusammenhang auf die zentrale Bedeutung von Reflexionsmöglichkeiten während der Praxisphasen hin (Moser & Hascher 2000: S. 12). Unter der Zielsetzung einer gewinnbringenden Verzahnung des theoretischen Wissens und der professionellen Handlungskompetenz haben sich verschiedene Ansätze herausgebildet. Potenzial bieten in diesem Kontext zum Beispiel die bereits vielerorts in das Lehramtsstudium integrierten Veranstaltungen *Schulpraktische Übungen und Schulpraktika* (Moser & Hascher 2000: S. 7; Nölle 2002: S. 64–65; Hußmann 2008: S. 1–2). Die Notwendigkeit einer Umgestaltung dieser Formate liegt in der tatsächlichen Ausgestaltung begründet. Die Vernetzung zwischen der Ausbildung an der Universität und den Schulaufenthalten während des Studiums findet bisher zu selten auf einer inhaltlichen oder persönlichen Ebene statt (Hußmann, Liegmann, Racherbäumer & Walzebug 2009: S. 127). Zu diesen bereits bestehenden Formaten haben sich zudem neue Möglichkeiten zur Vernetzung von Schule und Universität entwickelt. Mit dem Ziel, den Lehramtsstudierenden langfristig die Möglichkeit zu einer Vernetzung von theoretischem Wissen und dessen praktischer Anwendung im schulischen Umfeld zu bieten, entwickelte sich beispielsweise an der Westfälischen Wilhelms-Universität in Münster das Format *Studies an die Schulen*. Unter Begleitung einer Lehrerin bzw. eines Lehrers konzipieren, gestalten und reflektieren die Lehramtsstudierenden (allein oder gemeinsam als Team) eine Mathematik-Arbeitsgemeinschaft unter dem Gesichtspunkt der Begabtenförderung (*Studies an die Schulen*: S. 1). Ein weiterer aktueller Ansatzpunkt zur Vernetzung der theo-

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

retischen Ausbildung an der Universität mit unterrichtspraktischen Erfahrungen sind *Lehr-Lern-Labore*. Dieses Konzept stellt eine Erweiterung des Schülerlabors dar: Neben der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern steht in Lehr-Lern-Laboren zudem die Professionalisierung und Kompetenzentwicklung der Lehramtsstudierenden im Fokus. Am außerschulischen Lernort haben die Studierenden die Möglichkeit, mathematische Lernumgebungen für Schülerinnen und Schüler theoriegeleitet zu konzipieren und an verschiedenen Schülergruppen zu erproben. Auf Grundlage dieser Erfahrungen und deren Reflexion können die Lernumgebungen weiterentwickelt und erneut erprobt werden. In den beiden Konzepten Studies an die Schulen und Lehr-Lern-Laboren werden Wechselbeziehungen zur Förderung von Schülerinnen und Schülern deutlich: Die Arbeitsgemeinschaften und Lehr-Lern-Labore stellen sowohl für Lehrende als auch für Lernende einen anregenden Entwicklungskontext dar.

**Lehrerfortbildung** Stellen diese Vernetzungsansätze die Kompetenzentwicklung angehender Lehrerinnen und Lehrer der ersten und zweiten Phase der Lehramtsausbildung in den Mittelpunkt, fokussieren andere Ansätze auf die Kompetenzentwicklung von *Mathematiklehrenden*. Diese Ansätze gliedern sich folglich in die dritte Phase der Lehrerbildung ein, in der die Lehrerinnen und Lehrer die Rolle des Lernenden, die Vertreterinnen und Vertreter der Universität die der Lehrenden einnehmen. Primäres Ziel der Lehrerfortbildungen ist es, den Lehrerinnen und Lehrern einen Kontext zur Weiterentwicklung der eigenen berufsbezogenen Kompetenzen zu ermöglichen. Ziel ist es zudem, einen gemeinsamen Informations- und Erfahrungsaustausch zwischen Mathematiklehrenden und wissenschaftlich Forschenden zu ermöglichen. Unter dieser Zielsetzung entwickelten sich regional und bundesweit verschiedene Veranstaltungsformate wie z. B. das Lehrerfortbildungsprojekt Mathematik Anders Machen, eine Initiative der Deutschen Telekom-Stiftung und der Deutschen Mathematiker Vereinigung aus dem Jahr 2007. Die Referentinnen und Referenten der praxisorientierten Lehrerfortbildung bestehen dabei stets aus einem Tandem aus Wissenschaft und Schule. Auf diese Weise soll eine möglichst enge Verzahnung von Fachwissenschaft, Schulmathematik und Fachdidaktik erreicht werden.

Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Kontext der Lehrerfortbildung

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

zielen vorrangig auf die Kompetenzentwicklung der Lehrerinnen und Lehrer ab. Eine Kompetenzentwicklung steht häufig auch in direktem Zusammenhang mit einer Weiterentwicklung des eigenen Mathematikunterrichts und der Förderung der Schülerinnen und Schüler. Daraus resultiert eine gewisse Überschneidung der Zielsetzung der Vernetzungsansätze mit den zwei anderen Themenkomplexen Lernende und Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts.

#### Mathematikunterricht

Wie in der Einleitung dargestellt, stellen Forschungen zum aktuellen Stand und Entwicklungspotenzialen des Mathematikunterrichts einen Forschungsschwerpunkt von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern der Mathematikdidaktik an der Universität dar. Auch für die Schule und deren unterrichtende Lehrerinnen und Lehrer ist die kontinuierliche Weiterentwicklung des Fachunterrichts ein Schwerpunkt der Berufstätigkeit. Daher bildet der Mathematikunterricht und dessen Weiterentwicklung neben den Subjekten Lernende und Lehrende einen weiteren zentralen Zielaspekt in der Vernetzung der beiden Bildungseinrichtungen (siehe Abbildung 3.6).

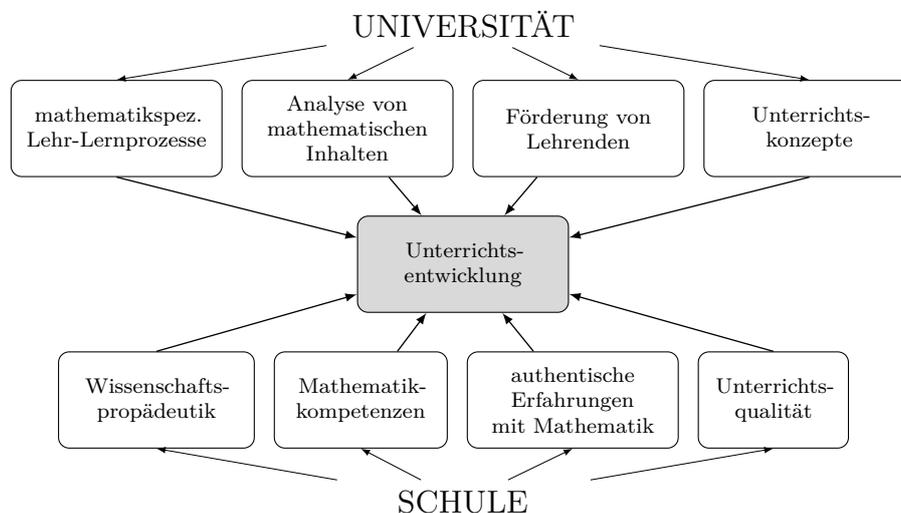


Abbildung 3.6: Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität im Bereich der Mathematik: Unterrichtsentwicklung

### 3.1 Blickwinkel auf die Schnittstelle von Schule und Universität

Vernetzungsansätze zwischen Schule und Universität in diesem Kontext basieren auf der Annahme, dass der Mathematikunterricht nur in gemeinsamer Arbeit, folglich durch Kooperationsprozesse, optimal weiterentwickelt werden kann (Rolff 2014: S. 32). Unter der Zielsetzung der gemeinsamen Entwicklungsarbeit haben sich in Deutschland zahlreiche Ansätze der Zusammenarbeit von Schule und Universität entwickelt. Über Wirkungen dieser Ansätze gibt es bisher jedoch nur wenige Forschungsergebnisse (ebd.: S. 17). Ein zentraler Aspekt in allen Vernetzungsansätzen stellt in Anlehnung an das Konzept des reflektierenden Praktikers von Donald A. Schön (Schön 1987) die gemeinsame professionelle Reflexion von Unterrichtsprozessen aller Beteiligten dar. Die bestehenden Konzepte unterscheiden sich dabei in ihrer inhaltlichen Ausrichtung. Einige Vernetzungsansätze fokussieren sich in ihrer Arbeit auf methodische und/oder mathematische Aspekte des Unterrichts. Ein erfolgreicher Ansatz mit fachlicher Ausrichtung ist die bundesweite Initiative *SINUS* (Steigerung der Effizienz des mathematisch - naturwissenschaftlichen Unterrichts, 1998-2003) und deren Nachfolgeprojekt *SINUS Transfer* (2003-2009). Auf der Basis von elf Modulen und unter wissenschaftlicher Betreuung wurde gemeinsam in regionalen und überregionalen Netzwerken an der Weiterentwicklung des eigenen Mathematikunterrichts gearbeitet. Die Module des Modellversuchs der BLK (Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung) orientierten sich an den in der PISA- und TIMS-Studie identifizierten Problem-bereichen deutscher Schülerinnen und Schüler (Prenzel, Friedrich & Stadler 2009: S. 16). Eine Erhebung zeigte positive Wirkungen in den Bereichen Interessen, Haltungen und Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler. Auch der Unterricht hat sich aus ihrer Perspektive positiv verändert. Diese Effekte treten jedoch nicht schulformübergreifend auf (Prenzel, Carstensen, Senkbeil, Ostermeier & Seidel 2005: S. 556). Die Schulformen, die den größten Anteil in Deutschland einnehmen (Realschule und Gymnasium), haben nicht vom Modellversuch *SINUS* profitieren können (ebd.: S. 548). *SINUS* kann dennoch als ein erfolgreicher Ansatz bezeichnet werden, dem es gelang, erste Ansätze zur Verbesserung des Unterrichts mithilfe von Vernetzung zu implementieren.

Es gibt weitere Vernetzungsansätze mit dem Fokus der Unterrichtsentwicklung, die nicht auf gemeinsamen Veranstaltungen basieren. Dies sind insbesondere Sammlungen von verschiedenen Unterrichtseinheiten inklusive der benötigten Materialien

bzw. mathematischen Modelle. (Angehende) Lehrende können sich diese an den Universitäten ausleihen und mithilfe dieses Materials neue Anregungen für den eigenen Unterricht bekommen und diesen auf dieser Grundlage weiterentwickeln (Schiemann et al. 2010: S. 104–105).

## 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der Vernetzung von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern. Wird der Ansatz der Vernetzung von Schulen und Universitäten im Bereich der Mathematik bereits auf vielfältige Art und Weise, mit hohem Grad an Eigeninitiative sowie Ideenreichtum der Beteiligten und unter verschiedenen Zielsetzungen umgesetzt, so ist dennoch festzustellen, dass es in der Forschungsliteratur bisher keine Beschreibungen darüber gibt, *wie* die Netzwerkarbeit bzw. Kooperationsprozesse zwischen den Beteiligten der Schulen und Universitäten mit dem Schwerpunkt der Förderung der Schülerinnen und Schüler gestaltet wird bzw. werden. Im Folgenden wird versucht, in der Vielzahl aktueller Vernetzungsansätzen Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der didaktischen und methodischen Konzeption herauszustellen, typische Ansätze zu identifizieren und diese zu klassifizieren. Dazu wird ein Kategoriensystem entwickelt, welches den Vergleich aktueller Vernetzungsansätze und Impulse für weiterführende Ansätze ermöglicht.

### Kategoriensystem für die Einteilung der Vernetzungsansätze

Das Ziel der Systematisierung aktueller und bisher wenig erforschter Vernetzungsansätze besteht nicht in der umfassenden Charakterisierung einzelner Vernetzungsansätze, sondern in der Darstellung der übergreifenden mathematikdidaktischen und methodischen Ideen bzw. Ansätze zur Förderung von Schülerinnen und Schülern. Die Grundlage zur Identifizierung und näheren Charakterisierung der verschiedenen Kategorien bilden zum einen die theoretisch fundierte Arbeitsdefinition und Merkmalsbeschreibung der Vernetzung (siehe Seite 29–30), zum anderen die Merkmale

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

aktuell realisierter Vernetzungsansätze. Die Kategorisierung basiert dabei sowohl auf der Beschreibung einzelner Merkmale der Ansätze, wie z. B. mathematischer Inhalt, als auch auf der übergreifenden Organisationsform, wie z. B. Vortrag, Workshop etc.

Das daraus resultierende Kategoriensystem (siehe Tabelle 3.1) für die Einteilung der Vernetzungsansätze von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern ist durch zwei Kategorien *die Vernetzung prägende Sicht auf Mathematik* und *Art des Mathematikbetreibens in der Gemeinschaft Schule und Universität* gekennzeichnet. Diese zwei Kategorien wurden zur Klassifizierung gewählt, da sie sich für die exemplarisch gewählten Beispiele als (ausreichend) trennscharf ergeben haben. Sie repräsentieren die inhaltsbezogene Sicht und die prozessbezogene Sicht (Mathematik als Tätigkeit) auf Mathematik, wie sie ab Seite 39 beschrieben ist.

Tabelle 3.1: Kategoriensystem für die Einteilung der Vernetzungsansätze mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern

Kategorie	Subkategorie	Beschreibung
Die Vernetzung prägende Sicht auf Mathematik	Kulturgut Mathematik	Inhalt: Verankerung im bzw. Erweiterung bzw. Vertiefung des Curriculums Mathematik
	Mathematik als Forschungsgebiet	Inhalt: Bestandteil aktueller mathematischer Forschungsrichtungen; kein direkter Bezug zum Curriculum Mathematik
Art des Mathematikbetreibens in der Gemeinschaft Schule – Universität	Arbeit als gleichberechtigte Partner	offene Lernsituation; implizite Lernzielvorgabe bzw. Aushandlung der Lernziele; individuelle Lernbegleitung der Lernenden
	Arbeit in einem hierarchischen Verhältnis	vorstrukturierte Lernumgebung; explizite Lernzielvorgabe; Steuerung des Lernprozesses der Lernenden durch Lehrende

**Kategorie: Die Vernetzung prägende Sicht auf Mathematik** Eine zentrale Kategorie für die Charakterisierung der Vernetzungsansätze stellt *die Vernetzung prägende Sicht auf Mathematik* des Vernetzungsangebots von Schule und Uni-

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

versität zur mathematischen Förderung der Schülerinnen und Schüler dar. Eine inhaltsbezogene Subkategorie, die sich aus den aktuellen Vernetzungsansätzen ableitet, ist *Kulturgut Mathematik*. Sie umfasst alle Inhalte, die direkt im Curriculum Mathematik verankert sind oder dieses erweitern bzw. vertiefen. In Abgrenzung dazu subsumiert die zweite Subkategorie *Mathematik als Forschungsgebiet* alle Inhalte, die Bestandteil aktueller (außer-)mathematischer Forschungsrichtungen sind und keinen direkten Bezug zum Curriculum Mathematik aufweisen. Diesen beiden Subkategorien liegt ein dynamisches Bild von Mathematik zugrunde. Internationale Schulleistungsstudien belegten, dass deutsche Schülerinnen und Schüler ein schematisch-algorithmisch geprägtes mathematisches Weltbild haben (Grigutsch 1996: S. 108, 114, 120, 126–131; Prenzel, Sälzer, Klieme & Köller 2013: S. 138–143). Mit dem Ziel ein authentisches Bild von Mathematik zu vermitteln, welches die charakteristischen inhaltlichen und methodischen Aspekte der Wissenschaft Mathematik umfasst, wird in Vernetzungsansätzen insbesondere der Anwendungsaspekt<sup>7</sup> und Prozessaspekt<sup>8</sup> von Mathematik betont.

**Kategorie: Art des Mathematik betreibens in der Gemeinschaft Schule und Universität** Neben der bereits vorgestellten inhaltsbezogenen Kategorie stellt die *Art des Mathematik betreibens in der Gemeinschaft Schule und Universität* eine zweite Kategorie zur Charakterisierung aktueller Vernetzungsansätze dar. Im Kontext der Vernetzung stellen hier insbesondere die *Arbeit als gleichberechtigte Partner* und die *Arbeit in einem hierarchischen Verhältnis* bedeutende Subkategorien dar<sup>9</sup>. Die vielfältigen Vernetzungsangebote sind handlungsorientiert gestaltet und zeichnen sich durch einen hohen Grad an Selbsttätigkeit der Schülerinnen

---

<sup>7</sup>Der Anwendungsaspekt legt den Schwerpunkt auf die Bedeutung und den praktischen Nutzen der Mathematik im Alltag und für die Gesellschaft (Grigutsch, Raatz & Törner 1998: S. 18).

<sup>8</sup>Der Prozessaspekt der Mathematik betont den kreativen Anteil des Mathematikbetreibens. Mathematik wird „als Prozess charakterisiert, als Tätigkeit, über Probleme nachzudenken und Erkenntnisse zu gewinnen. Es geht dabei einerseits um das Erschaffen, Erfinden bzw. Nach-Erfinden (Wiederentdecken) von Mathematik, andererseits bedeutet dieser Erkenntnisprozess auch gleichzeitig das Verstehen von Sachverhalten und das Einsehen von Zusammenhängen. Zu diesem problembezogenen Erkenntnis- und Verstehensprozess gehören maßgeblich ein inhaltsbezogenes Denken und Argumentieren sowie Einfälle, neue Ideen, Intuition und das Ausprobieren“ (ebd.: S. 18–19).

<sup>9</sup>Diese Einteilung beruht auf der herausgearbeiteten Bedeutung der gleichberechtigten Zusammenarbeit im Netzwerk zwischen Schule und Universität (vgl. die Arbeitsdefinition und Merkmalsbeschreibung der Vernetzung von Schule und Universität von Seite 29 bis Seite 30).

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

und Schüler aus. Unterschiede zeigen sich insbesondere in den Aspekten Strukturierung der Lernumgebung, der Lernzielvorgabe und der Arbeitsorganisation. Vernetzungsangebote, die Mathematik gemeinsam in einem hierarchischen Verhältnis betreiben, sind insbesondere durch vorstrukturierte Lernumgebungen, explizite Lernzielvorgabe und Steuerung des Lernprozesses der Lernenden durch Lehrende gekennzeichnet. Im Gegensatz dazu ist die Arbeit als gleichberechtigte Partner durch eine Lernsituation charakterisiert, deren Lernziele implizit durch Personen der Universität vorgegeben sind oder gemeinsam ausgehandelt werden. Im Fokus steht die mathematische Auseinandersetzung in einer wechselseitigen Beziehung zwischen Förderer und Geförderten. Lehrende aus der Universität begreifen sich als Lernbegleiter, die den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler durch inhaltliche oder methodische Impulse unterstützen.

Die Kombination der zwei Kategorien und ihrer Merkmalsausprägungen führt zu einer Typologie, bestehend aus diesen vier Typen A–D<sup>10</sup>, wie sie in der Abbildung 3.7 veranschaulicht ist.

#### **Auswahlkriterien, Erhebungsverfahren**

In der Bildungslandschaft Deutschlands haben sich zahlreiche und unterschiedliche Ansätze zur Vernetzung von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern herausgebildet. Ziel ist es, in dieser Vielzahl typische Vernetzungsansätze zu identifizieren und zu charakterisieren. Dabei wird darauf verzichtet, die Gesamtheit aller Ansätze detailliert abzubilden. Eine Stichprobe von 124 Vernetzungsansätzen bildet im Folgenden die exemplarische Grundlage der Systematisierung. Die Auswahl der Vernetzungsansätze erfolgte nach folgenden Kriterien:

**Zielbereich:** Es wurden jene Vernetzungsansätze ausgewählt, welche einen Zielbereich des Ansatzes in der mathematischen Förderung der Schülerinnen und

---

<sup>10</sup>Die Typen A–D bilden ab Seite 66 die Grundlage für die Systematisierung aktueller Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik. Die Reihenfolge der Benennung orientiert sich an der zunehmenden Anforderung an die Teilnehmenden.

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

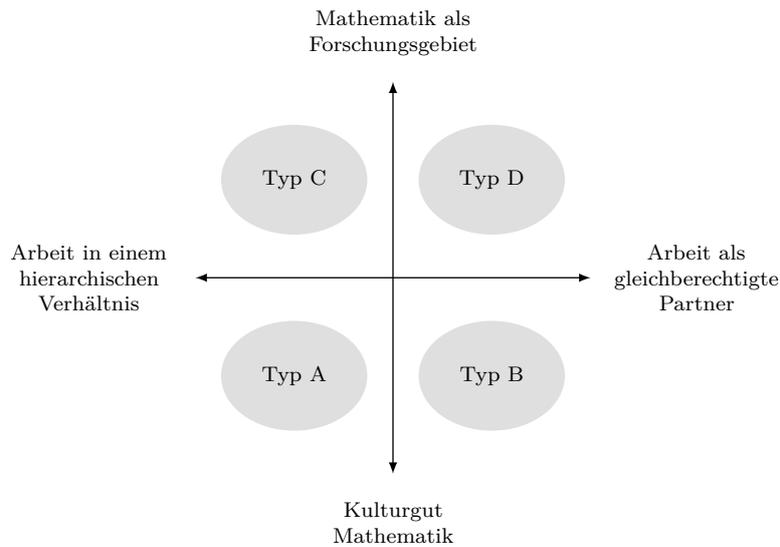


Abbildung 3.7: Typologie: Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern

Schüler verorten. Orientierend am Fokus dieser Arbeit auf Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I wurden Ansätze nicht berücksichtigt, die den Fokus auf die Förderung von Schülerinnen und Schülern nach Erlangen der Allgemeinen Hochschulreife legen.

**Initiative:** Um der angesprochenen Vielfalt der Vernetzungsansätze von Schule und Universität hinsichtlich ihres Ideenreichtums und des hohen Grads an Eigeninitiative gerecht zu werden, wurden jene Vernetzungsansätze berücksichtigt, die ausgehend von der Universität bzw. Schule angeregt und nicht von übergeordneten Institutionen angeordnet wurden.

**Nachhaltigkeit:** Es wurden insbesondere jene Vernetzungsansätze ausgewählt, die bereits längerfristig konkret umgesetzt und dokumentiert werden. Durch diese Auswahl soll die Belastbarkeit der Daten abgesichert werden.

**Verteilung in der Bildungslandschaft:** Um die deutsche Bildungslandschaft abzubilden, wurde eine möglichst ausgewogene Verteilung der Vernetzungsansätze innerhalb Deutschlands angestrebt.

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

Für die Erstellung der Systematisierung aktueller Vernetzungsansätze sind detaillierte Informationen, insbesondere über Ziele, Inhalte und Methodik bzw. Organisation der Ansätze bedeutsam. Auf der Grundlage einer ausführlichen Literaturrecherche konnten diese charakterisiert, voneinander abgegrenzt und einer der vier beschriebenen Typen zugeordnet werden.

#### **Systematisierung aktueller Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik**

Im Folgenden soll eine Systematisierung von aktuellen Vernetzungsansätzen von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern vorgestellt werden. Der Fokus liegt dabei auf der Darstellung typischer Vernetzungsansätze. Diese werden durch Kurzdarstellungen einzelner Vernetzungsansätze ergänzt. Mit der Nennung bzw. dem Verzicht auf Nennung von einzelnen Initiativen wird keine Auf- bzw. Abwertung jener vorgenommen. Berücksichtigt werden insbesondere jene konkreten Ansätze, die exemplarisch für die Charakterisierung und inhaltliche Ausschärfung des jeweiligen Typs sind. Nach dem oben erläuterten Systematisierungsansatz ergeben sich folgenden vier Typen:

**Typ A** In dieser Gruppe (Merkmalskombination: Kulturgut Mathematik, Arbeit in einem hierarchischen Verhältnis) ordnen sich zahlreiche Vernetzungsangebote ein. Vernetzungsangebote dieser Kategorie wollen den Lernenden insbesondere authentische Einblicke in die Vielfältigkeit und Ästhetik von Mathematik und mathematischen Arbeiten geben. Auf diese Weise soll die Freude an Mathematik und mathematischen Problemstellungen bewahrt bzw. vergrößert sowie mathematische Neugierde und allgemeine mathematische Kompetenzen gefördert werden. Zur Zielgruppe zählen oftmals Schülerinnen und Schüler ab der 5. Klassenstufe und begabte Kinder der 3./4. bis 8. Klassenstufe.

Die Inhalte der Angebote orientieren sich am Curriculum Mathematik (Enrichment). Da es zudem oft zeitlich kurzfristig bzw. begrenzt angelegte Angebote sind, handelt es sich häufig um Problemfelder mit reduzierter Komplexität und Offenheit. Die leitende Person bzw. die leitenden Personen planen und organisieren den Lernprozess der Schülerinnen und Schüler durch eine gezielte Auswahl der Themen,

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

Aufgaben und der Methoden. Sie beobachten und unterstützen die Schülerinnen und Schüler in ihrem individuellen Lernprozess und übernehmen zudem eine leitende Funktion in Diskussionen der gesamten Lerngruppe. Im Folgenden werden zwei Förderungsangebote für Schülerinnen und Schüler im Kontext der Vernetzung von Schule und Universität vorgestellt, die diesen Typ weiter inhaltlich ausschärfen sollen. Diese Angebote werden an vielen Universitäten Deutschlands angeboten und sind daher typische Vernetzungsangebote zwischen Schulen und Universitäten.

*Buch den Prof:* Buch den Prof stellt eine an vielen Universitätsstandorten installierte Vernetzungsinitiative<sup>11</sup> dar, bei welcher Hochschulmitarbeiterinnen und -mitarbeiter der Mathematik bzw. Mathematikdidaktik Gastvorträge an der Schule halten und damit die Funktion der Lehrperson übernehmen. Die Schulen haben oft die Möglichkeit, sich das Thema des Gastvortrages aus einer Themenliste (zum Teil mit Klassenstufenempfehlung) auszuwählen und können individuelle Wünsche mit der Dozentin bzw. dem Dozenten absprechen. Die Themen der Vorträge ergänzen und vertiefen die Themen des Mathematikunterrichts und betonen dabei häufig insbesondere inner- und außermathematische Anwendungsmöglichkeiten und die Ästhetik der Mathematik.

*Paderborner Mathezirkel:* Hier bekommen Schülerinnen und Schüler der Mittel- bis Oberstufe die Möglichkeit, sich regelmäßig über einen Zeitraum von jeweils zwei Stunden mit einem vorher veröffentlichten Thema bzw. Aspekt der Mathematik auseinanderzusetzen. Das Programm ist dabei sehr vielfältig: Bestandteil des Mathezirkels sind sowohl mathematische Knocheleien und Spiele, das Lösen von Wettbewerbsaufgaben, als auch die vertiefende Beschäftigung mit zentralen mathematischen Themen des Schulunterrichts, wie z. B. speziell-mathematischen Begriffen, Beweistechniken oder Notationsformen. Erweitert wird das Programm durch den Besuch von Vorlesungen durch die Schülerinnen und Schüler und Campusführungen.

---

<sup>11</sup>Die Bezeichnung des Vernetzungsansatzes variiert an den verschiedenen Universitätsstandorten. Die häufig verwendete Bezeichnung Buch den Prof steht stellvertretend für alle Initiativen von Universitäten, die mathematische Vorträge an Schulen anbieten.

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

**Typ B** Mit ähnlichen Themen, jedoch in einer wechselseitigen Beziehung zwischen Förderer und Geförderten, beschäftigen sich Schülerinnen und Schüler in dieser zweiten Gruppe (Merkmalskombination: Kulturgut Mathematik, Arbeit als gleichberechtigte Partner). Ziel der Vernetzungsangebote dieser Gruppe in Bezug auf die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler ist die mathematische Förderung. Dazu gehört insbesondere die Förderung der Kreativität und der Fähigkeit, komplexere inner- und/oder außermathematische Problemstellungen zu lösen bzw. zu modellieren. Zudem sollen auch allgemeine Kompetenzen, wie das Planen eines Projektes und das Zeitmanagement sowie soziale Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler gefördert werden.

Die Themen sind Bestandteil des Curriculums Mathematik bzw. erweitern und ergänzen dieses und werden entweder von der leitenden Person vorgegeben oder sind aus vielfältigen Angeboten auswählbar. Die gemeinsame mathematische Arbeit kann über einen längerfristigen Zeitraum hinweg erfolgen und erfolgt überwiegend in selbstständiger Arbeit bzw. in gemeinsamer Arbeit mit allen Beteiligten. Die Schülerinnen und Schüler können ihren Weg des Problemlöseprozesses eigenständig bestimmen und andere in diesem anregen. Die Rolle der Lehrkraft besteht dabei in der fachlichen und methodischen Begleitung der Schülerinnen und Schüler, im Geben von Impulsen und im Wecken von Neugierde. Zielgruppe der Vernetzungsangebote mit dieser inhaltlichen und methodischen Ausrichtung sind leistungsstarke bis begabte Schülerinnen und Schüler ab der 9./10. Klasse. Nur in Ausnahmefällen sind diese Angebote jüngeren Schülerinnen und Schülern zugänglich.

*Modellierungswochen:* Modellierungswochen, wie an der Technischen Hochschule Darmstadt, zielen auf die intensive Auseinandersetzung mit mathematischen Anwendungen ab. In einem Zeitraum von einer Woche bekommen Schülerinnen und Schüler der 12. Jahrgangsstufe, aber auch Lehramtsstudierende und Lehrkräfte, die Möglichkeit, gemeinsam intensiv an vorgegebenen praktischen Problemen zu arbeiten. Die Problemstellungen sind dabei gezielt so gestellt, dass sie sich in das Curriculum einbinden lassen.

*Experimente-Werkstatt Mathematik:* Der außerschulische Lernstandort an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg richtet sich be-

### 3.2 Aktuelle Vernetzungsansätze – eine Systematisierung

wusst an alle Schülerinnen und Schüler. Hier finden Lernende vielfältige offene Experimentiersituationen vor, die sich am Curriculum Mathematik orientieren. Die Materialien bilden dabei den Ausgangspunkt für vielgestaltige Zugangs- und Untersuchungsmöglichkeiten, regen so zu einer intensiven mathematischen Auseinandersetzung mit individuell gewählten Fragestellungen auf eigenständigen Wegen an. Dabei ist der Austausch über mathematische Erkenntnisse und Einsichten mit anderen Lernenden bzw. Vertreterinnen und Vertretern der Universität zentrales Anliegen.

**Typ C** In der dritten Gruppe (Merkmalskombination: Mathematik als Forschungsgebiet, Arbeit in einem hierarchischen Verhältnis) steigert sich der fachliche Anspruch. Kern der Zusammenarbeit zwischen Schule und Universität ist die gemeinsame Arbeit an mathematischen Inhalten aktueller Forschungsgebiete in einem hierarchischen Beziehungsgefüge. Nur wenige Vernetzungsansätze zwischen Schule und Universität verfolgen diesen Ansatz dieser Gruppe.

*Sankt Afra – Besondere Lernleistung:* Alle Schülerinnen und Schüler der Oberstufe des Sächsischen Landesgymnasiums Sankt Afra zu Meißen (Schwerpunkt: Hochbegabtenförderung) fertigen über einen Zeitraum von 2 Jahren eine wissenschaftliche Arbeit zu einem frei wählbaren Themengebiet an. Zentrale Voraussetzung dabei ist es, dass das Thema in dieser Weise noch nicht aufgearbeitet wurde, also einen gewissen Neuwert hat, und die Arbeit einen praktischen Teil aufweist. Die Schülerinnen und Schüler suchen sich eigenständig für die Arbeit an ihrem Forschungsprojekt eine Betreuerin bzw. einen Betreuer an einer Universität bzw. einer Forschungseinrichtung. Von ihnen werden sie bei der Ausschärfung des Themas, der Strukturierung der Arbeit, bei der Suche nach wissenschaftlicher Literatur zum Thema und der Korrektur der wissenschaftlichen Arbeit unterstützt. Zudem erhalten sie genaue Anweisungen bei der Erstellung und Auswertung einer Versuchsreihe von der betreuenden Person.

**Typ D** In der vierten Gruppe (Merkmalskombination: Mathematik als Forschungsgebiet, Arbeit als gleichberechtigte Partner) steht die langfristige Bearbeitung komplexer Probleme aktueller mathematischer Gebiete in einer wechselseitigen Beziehung zwischen Förderer und Geförderten im Fokus. Neben der nachhaltigen mathematischen Förderung der Schülerinnen und Schüler steht auch die gemeinsame Lösung des mathematischen Problems im Zentrum der Zusammenarbeit. Zur Zielgruppe gehören ausdrücklich die begabten bis hochbegabten Schülerinnen und Schüler. Die leitende Person gibt die thematische Richtung vor oder gibt einen inhaltlichen Impuls. Gemeinsam wird anschließend über einen längerfristigen Zeitraum nach Ansätzen zur Lösung des Problems gesucht.

*Erlanger SchülerForschungsZentrum:* Anliegen des Erlanger SchülerForschungsZentrums ist die Förderung von besonders leistungsstarken und kreativen Schülerinnen und Schülern. Hier bekommen ausgewählte Schülerinnen und Schüler ab 14 Jahren die Möglichkeit, sich mit eigenen oder vorgeschlagenen Forschungsprojekten aus dem MINT-Bereich eigenständig experimentell und theoretisch auseinanderzusetzen. Die Universität stellt dazu die benötigte Ausstattung zur Verfügung und betreut, wenn es gewünscht wird, die Schülerinnen und Schüler durch fachliche und methodische Anregungen in ihrem Forschungsprojekt.

## 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

Kapitel 3.1 und 3.2 stellen ausführlich die Vielzahl und Vielgestaltigkeit aktueller Vernetzungsansätze von Schule und Universität im Bereich der Mathematik auf der Ebene der Ziele, der mathematischen Inhalte und der Methoden dar. Im Folgenden steht die vertiefte Auseinandersetzung mit der konkreten Netzwerkarbeit in aktuellen Vernetzungskonzepten mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern im Zentrum. Dabei wird insbesondere die Frage diskutiert, inwiefern die charakteristischen Vernetzungseigenschaften<sup>12</sup> in Förderungsangebo-

---

<sup>12</sup>Die Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik ist insbesondere durch folgende vier Merkmale gekennzeichnet: gemeinsame Intentionen, Gleichberechtigung, Freiwilligkeit bzw. ohne Zulassungsbeschränkung, gegenseitige Inspiration (siehe Seite 29 bis Seite 30).

ten für Schülerinnen und Schüler umgesetzt werden. Die nachfolgende wertende Bestandsaufnahme stützt sich auf einen Vergleich der Vernetzungskonzepte mit den vier Charakteristika der Vernetzung und soll Entwicklungsimpulse für die Zusammenarbeit von Schule und Universität im Bereich der Mathematik geben.

#### **Gemeinsame Intentionen**

Netzwerke bestehen nicht um ihrer selbst willen (Schubert 1994: S. 44). „Die einzelnen Beteiligten im Bereich der Mathematik [...] kooperieren im Rahmen gemeinsamer Angelegenheiten, Ziele, Schwerpunkte oder Projekte.“ (Arbeitsdefinition, Seite 29) In Vernetzungsprojekten zwischen Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung der Schülerinnen und Schüler sind verschiedene Akteure der Universität bzw. Schule beteiligt. Die individuellen Zielsetzungen bzw. Interessen können dabei unterschiedlich sein. Bedeutsam für die gemeinsame Arbeit ist eine gewisse Überschneidung der verschiedenen Absichten. Welche Intentionen hat die Schule bzw. Universität, personalisiert durch die einzelnen Beteiligten, in aktuellen Vernetzungsansätzen zur mathematischen Förderung der Schülerinnen und Schüler? Im Folgenden wird zunächst die formal-organisatorische und anschließend die inhaltlich-didaktische Gestaltung der Förderungsangebote betrachtet. Auf dieser Grundlage werden Beweggründe der Schule und Universität für die gemeinsame Arbeit abgeleitet.

Der Großteil der *formal-organisatorischen Gestaltung* der Förderungsangebote erfolgt durch die Universität: die Mehrheit der Veranstaltungen im Rahmen der Vernetzung beider Institutionen werden durch Beteiligte der Universität initiiert, konzipiert, beworben und durchgeführt. Auch die aktive individuelle Lernbegleitung der Schülerinnen und Schüler in ihrem Lernprozess wird durch Studierende und/oder Hochschulmitarbeiterinnen und -mitarbeiter übernommen. Die Schule, personalisiert durch die einzelnen Beteiligten, nimmt in der formalen Gestaltung oftmals eine passive Rolle ein: Schülerinnen und Schüler sowie Lehrerinnen und Lehrer haben die Möglichkeit, diese Förderungsangebote zu buchen bzw. zu nutzen. Bei einigen Förderungsangeboten für Schülerinnen und Schüler nehmen Lehrende der Schule und ihre subjektiven Ansichten bzw. diagnostischen Fähigkeiten allerdings auch eine Schlüsselrolle ein. Zudem sind sie je nach Konzeption der Vernetzungsinitiative

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

Teil der Lernbegleitung (passiv bzw. aktiv).

Die Art der formal-organisatorischen Gestaltung wirkt sich auf die *inhaltlich-didaktische Konzeption* der Veranstaltungen aus: Studierende und Hochschulmitarbeiterinnen und -mitarbeiter befinden sich an der Universität in Bezug auf aktuelle mathematische wie auch mathematikdidaktische Forschung in einem stetig anregenden Umfeld. Im Zentrum der mathematikdidaktischen Arbeit steht die Untersuchung von mathematikspezifischen Lehr-Lernprozessen und deren Weiterentwicklung. Diese Forschungsergebnisse fließen explizit in die Arbeit mit Schülerinnen und Schülern ein. Aktuelle Förderungsangebote weichen folglich häufig von traditionellen Formen der Wissensvermittlung ab und stellen schüleraktivierende Lernsituationen zu mathematischen Themenschwerpunkten (des Curriculums) für Lernende bereit. Die exemplarisch-konkrete inhaltlich-didaktische Konzeption und Weiterentwicklung der Lernsituationen erfolgt dabei häufig durch Lehramtsstudierende.

Auf der Basis dieser bisher oft so realisierten Form der formal-organisatorischen und inhaltlich-didaktischen Gestaltung (vgl. Tabelle 3.2) werden im Folgenden die Intentionen der Schule und Universität für die Vernetzung in aktuellen Vernetzungsansätzen abgeleitet.

Tabelle 3.2: Bisher oft realisierte Funktion der Schule und Universität bei der Gestaltung der Förderungsangebote für Schülerinnen und Schüler

	Universität	Schule
formal-organisatorische Gestaltung	Initiierung, Öffentlichkeitsarbeit, inhaltliche und organisatorische Konzeption, Durchführung der Förderungsangebote, Lernbegleitung der Schülerinnen und Schüler	Buchung, Nutzung der Förderungsangebote; Lehrende: Information, Auswahl und Motivation der Schülerinnen und Schüler; ggf. Lernbegleitung
inhaltlich-didaktische Konzeption	Konzeption und Weiterentwicklung von schüleraktivierenden Lernsituationen	

Die eher passive Rolle der *Schule* bei der formal-organisatorischen und der inhaltlich-didaktischen Gestaltung lässt erkennen, dass die Lehrenden der Schule

mit der Nutzung des Angebots vorwiegend eine Möglichkeit zur Unterstützung bei der Vermittlung bzw. Anreicherung des Curriculums Mathematik an der Universität suchen, um die Schülerinnen und Schüler mathematisch zu fördern. Die Unterstützungsmöglichkeiten für die Schule sind dabei vielfältiger Art, z. B. in Form von Projektwochen, Vorträgen einzelner Professorinnen oder Professoren, die Möglichkeit zur Ausleihe von (historischen) mathematischen Modellen aus universitären Modellsammlungen zur Veranschaulichung von mathematischen Zusammenhängen, Arbeitsmaterialien oder Lernumgebungen zu ausgewählten Aspekten aus allen inhaltlichen mathematischen Kompetenzbereichen.

Die Interessen der *Universität* liegen zum einen in der Suche nach neuen Wegen zu einer Theorie und Unterrichtspraxis verknüpfenden Lehramtsausbildung. Dies geht aus der aktiven Beteiligung von Lehramtsstudierenden bei der Konzipierung von exemplarisch-konkreten, schüleraktivierenden Lernsituationen zu mathematischen Themenschwerpunkten, an der Lernbegleitung von Schülerinnen und Schülern und der Weiterentwicklung der Lernsituationen hervor. Zum anderen beabsichtigt die Universität die mathematische Förderung von Schülerinnen und Schülern, die einen Beitrag zur Nachwuchsförderung leisten kann. Dies wird durch das Bereitstellen von mathematisch anregenden Lernsituationen konkret.

Zusammengefasst verfolgen Beteiligte der Schule bzw. Universität in aktuellen Vernetzungsansätzen von Schule und Universität im Bereich der Mathematik vorrangig ihre eigenen Interessen. Es ergibt sich dennoch eine gewisse Überschneidung im Interesse an der mathematischen Förderung der Schülerinnen und Schüler.

#### **Gleichberechtigung**

Eine wesentliche Voraussetzung für das Gelingen von Kooperationsprozessen ist die Gleichberechtigung zwischen den Akteuren des Netzwerkes. Im Rahmen ihrer Vorkenntnisse und Möglichkeiten haben so alle Beteiligten die Möglichkeit, ihre Ideen und Interessen in die gemeinsame Arbeit einzubringen und durchzusetzen (Weyer 2000: S. 20). Eine Zusammenarbeit von Akteuren der Schule und Universität im Bereich Mathematik, die die Gleichberechtigung aller Beteiligten berücksichtigt, ist durch ein Vertrauen in die Leistungsfähigkeit der jeweils anderen geprägt und betrachtet die erfahrungs- und professionsbedingt unterschiedliche Perspek-

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

tive auf den Gegenstand Mathematik und den Mathematikunterricht als Chance zu einer anregenden Diskussion und für gemeinsames Lernen und gemeinsame Weiterentwicklung.

Wie wird das Prinzip der Gleichberechtigung in aktuellen Vernetzungsansätzen von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung der Schülerinnen und Schüler umgesetzt? Wichtige Indikatoren, um sich der Frage zu nähern, sind die Rollen- bzw. Aufgabenverteilung der Beteiligten innerhalb dieser Projekte sowie die Organisationsform der Vernetzungsangebote. Im Folgenden wird insbesondere die Beziehung zwischen Lernenden und Akteuren der Universität und die Beziehung zwischen Lehrenden der Schule und Akteuren der Universität unter inhaltlichem und didaktischem Blickwinkel untersucht.

Die Systematisierung aus dem vorherigen Teilkapitel 3.2 (siehe Tabelle 3.1) macht deutlich, dass die Beziehung der Teilnehmenden in aktuellen Vernetzungsansätzen von Schule und Universität im Bereich der Mathematik unterschiedlich gestaltet wird. Die große Mehrheit der Vernetzungsangebote ist durch eine gemeinsame Arbeit in einem hierarchischen Verhältnis geprägt (Typ A und C). Ein Charakteristikum dieser Förderungsangebote für Schülerinnen und Schüler ist eine leitende Person, welche die Veranstaltung inhaltlich und methodisch durch eine gezielte Auswahl von Themen, Zielen und Aufgaben plant, organisiert und leitet.

Dies gilt z. B. für *Vorträge*, bei welchen der oder die Vortragende aufgrund der Organisationsform einen inhaltlichen und methodischen Vorsprung hat und den Prozess der Wissensvermittlung leitet. Die Zuhörenden (Schülerinnen und Schüler sowie Lehrerinnen und Lehrer) haben in diesen Vernetzungsangeboten eine vorwiegend passive Rolle. Ihr aktiver Einfluss auf die inhaltliche Gestaltung ist auf das Einbringen von inhaltlichen Aspekten zur Thematik in Diskussionen und das Stellen von Zwischenfragen beschränkt. Sie haben somit nur wenig Möglichkeiten, ihre individuellen Ideen gestaltend einzubringen bzw. den Verlauf der gemeinsamen Arbeit mitzubestimmen.

Neben Vorträgen bilden *Schülerlabore* ein weit verbreitetes Vernetzungsangebot von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern. Dort arbeiten Schülerinnen und Schüler in der Regel in einer Gruppe

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

mit vorstrukturierten Lernumgebungen unter expliziter Lernzielvorgabe, welche von Akteuren der Universität (Studierende, Dozentinnen und Dozenten) konzipiert werden. Lehrende der Schule erhalten häufig Anregungen und Materialien zur konkreten Einbindung der bearbeiteten Lernumgebungen in den Mathematikunterricht von Beteiligten der Universität. Die Lehrerinnen und Lehrer haben zudem die Möglichkeit, gemeinsam mit Vertreterinnen und Vertretern der Universität ihre Schülerinnen und Schüler in ihrem individuellen Lernprozess zu begleiten und Beteiligten der Universität im Gespräch Impulse für die inhaltliche, didaktisch-methodische Weiterentwicklung der Lernumgebung zu geben. Im Allgemeinen weist das Angebot der Schülerlabore folglich eine Strukturierung auf, die festlegt, welcher Mathematik die Beteiligten begegnen und auf welche Art und Weise sie ihr begegnen. Daraus lässt sich ableiten, dass Lernende und Lehrende der Schule insgesamt nur wenig Gelegenheiten haben, gleichberechtigt mit Beteiligten der Universität die gemeinsame Beschäftigung mit Mathematik bzw. Mathematikdidaktik zu gestalten.

Auch *Workshops*, *Projektstage*, *Lernzirkel* oder klassische *Arbeitsgemeinschaften* stellen oft ein inhaltlich und/oder methodisch vorstrukturiertes Lernangebot mit konkret formulierten Zielen für Schülerinnen und Schüler bereit. Lehrende der Schule werden häufig in diesen Veranstaltungsformaten nicht direkt in die Netzwerkarbeit mit einbezogen.

Die exemplarisch ausgeführten Befunde führen zu der Schlussfolgerung, dass bei vielen Vernetzungsangeboten mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit der gleichberechtigten Gestaltung zwischen Beteiligten der Schule und Universität nur in geringem Maße umgesetzt wird.

Ansätze zur gleichberechtigten, den anderen und sein Spezialwissen anerkennenden Zusammenarbeit von Lernenden und Lehrenden der Schule und Beteiligten der Universität, sind häufig in längerfristig bis langfristig angelegten Vernetzungsinitiativen, wie Modellierungswochen oder dem Erlanger SchülerForschungsZentrum, zu finden (Typ B und D). Akteure der Universität, Lehrende der Schule und Schülerinnen und Schüler (oft der Sekundarstufe II) arbeiten dabei gemeinsam im Rahmen ihrer Vorkenntnisse und Möglichkeiten an mathematischen Problemstellungen.

Ein Beispiel für eine gleichberechtigte mathematische Arbeit für alle Schülerin-

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

nen und Schüler ab der 4. Klasse und Lehrende ist der außerschulische Standort Experimente-Werkstatt Mathematik. Hier finden die Kinder u. a. händische Exponate vor, die aufgrund des Materials eine niedrige Eingangsschwelle besitzen und deren mathematischer Kern bezogen auf den Wissensstand der Schülerinnen und Schüler, teilweise auch bezogen auf Beteiligte der Universität, bisher nicht (vollständig) untersucht ist (Richter et al. 2015: S. 127–130). Während des Besuches der Experimente-Werkstatt Mathematik arbeiten die Schülerinnen und Schüler gemeinsam mit Akteuren der Universität an einem Gegenstand der Mathematik und tauschen dabei ihre Erkenntnisse und Einsichten miteinander aus. Auch die Lehrenden der Schule können auf Augenhöhe mit Beteiligten der Universität im Kontext der Experimente-Werkstatt Mathematik arbeiten. Vergleichbar mit anderen außerschulischen Lernstandorten, wie den Schülerlaboren, können sich die Lehrenden der Schule in die Weiterentwicklung der Exponate einbringen. Darüber hinaus engagieren sie sich in regelmäßigen Treffen und gemeinsamer Arbeit mit Studierenden und Dozentinnen und Dozenten aktiv bei der Entwicklung neuer Experimentiersituationen und tragen so zur Weiterentwicklung des mathematischen Förderangebots für Schülerinnen und Schüler bei.

#### **Freiwilligkeit, ohne Beschränkung**

Die Teilnahme an Vernetzungsangeboten von Schule und Universität basiert auf Freiwilligkeit und ist ohne Zulassungsbeschränkung, so lautet die Kernaussage des dritten Charakteristikums der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik. Im Sinne eines „Gebilde ohne Grenzen“ (Exner & Königswieser 2000: S. 23) sollten Förderungsangebote für Schülerinnen und Schüler im Kontext der Vernetzung folglich allen Interessierten zugänglich und deren Teilnahme stets freiwillig sein. Wird dies in aktuellen Vernetzungsansätzen realisiert bzw. nach welchen Kriterien wird ggf. eine Auswahl der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler getroffen?

Einige Vernetzungsangebote sind allen Schülerinnen und Schülern zugänglich. Dies sind insbesondere jene des Typs A (Kulturgut Mathematik, Arbeit in einem hierarchischen Verhältnis; siehe von Seite 66 bis Seite 67), welche überwiegend zeitlich kurzfristig angelegt sind und das Wecken bzw. Steigern von mathematischem

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

Interesse beabsichtigen. Andere Initiativen zur mathematischen Förderung von Lernenden an der Schnittstelle Schule/Universität treffen eine Auswahl der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler. Diese Beschränkung des Teilnehmerkreises erfolgt in vielfältiger Art und Weise und wird im Folgenden im Detail betrachtet.

Einige Vernetzungsinitiativen übertragen die Auswahl der Lernenden bzw. die Inanspruchnahme des Förderungsangebotes an die *Mathematiklehrenden der Schulen* (vgl. Tabelle 3.2, Seite 72). Die Mathematiklehrerinnen und -lehrer treffen die Entscheidung, z. B. eine Professorin bzw. einen Professor zu einem Gastvortrag an die Schule einzuladen, ein Mathematiklabor der Universität zu besuchen oder wählen einzelne, geeignete Schülerinnen und Schüler für die Teilnahme an Vernetzungsangeboten von Schule und Universität im Bereich der Mathematik aus. Damit nehmen die Lehrerinnen und Lehrer und ihre subjektiven Ansichten bzw. diagnostischen Fähigkeiten eine Schlüsselrolle in Bezug auf den Zugang der Lernenden zu Förderungsmöglichkeiten ein.

Ein weiteres Auswahlkriterium für die Teilnahme an Vernetzungsangeboten ist die *mathematikspezifische Kompetenz und Begabung* der Schülerinnen und Schüler. Insbesondere Vernetzungsangebote, die eine langfristige, nachhaltige mathematische Förderung von Schülerinnen und Schülern beabsichtigen, selektieren die Teilnehmenden oft hinsichtlich dieser Merkmale. Die Auswahl erfolgt dabei in mehreren Schritten: Im ersten Schritt treffen die Mathematiklehrerinnen und -lehrer eine Vorauswahl bestehend aus einigen Schülerinnen und Schülern. Als Orientierungshilfe erhalten sie häufig von Beteiligten der Universität Kriterien, welche sie bei der Auswahl unterstützen sollen. Dazu gehören die schulischen Mathematiknoten der Lernenden. Andere Initiativen legen Merkmale für mathematisch begabte Kinder zugrunde, die auch Minderleister, „kreative Querdenker, die nicht unbedingt mit sehr guten Zensuren im Mathematikunterricht glänzen“ (Käpnick 2008: S. 138), berücksichtigen. Die Vorauswahl der Teilnehmerinnen und Teilnehmer ist in diesem Kontext folglich u. a. von der Sensibilisierung der Lehrkräfte für das Denken mathematisch begabter Kinder abhängig. Auf die Vorauswahl durch die Lehrerinnen und Lehrer können weitere Schritte folgen. In nächsten Schritten kann eine weitere Einschränkung des Teilnehmerkreises nach dem Besuch von Schnupperstunden und/oder mithilfe von Eingangstests erfolgen. Nachhaltige mathematische Förderung im Rahmen der Vernetzung von Schule und Universität entspricht so oft einer

Elitenförderung. Dieses Vorgehen wird analog auch bei Förderungsangeboten für besonders leistungsschwache Schülerinnen und Schüler angewandt. Dies legt die Schlussfolgerung nahe, dass es sich hierbei um ein typisches, bewährtes Konzept bei der Auswahl von Schülerinnen und Schülern handelt.

Eine Beschränkung der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler erfolgt neben der direkten Auswahl der Teilnehmenden auch aufgrund der *Rahmenbedingungen der Vernetzungsinitiativen* von Schule und Universität. Ein häufiges formales Auswahlkriterium stellen die Kosten einiger Förderungsangebote, wie z. B. Sommercamps, dar. Auf diese Weise bleibt sozial benachteiligten Kindern der Zugang zu mathematischen Förderungsangeboten unter Umständen verwehrt. Zudem beeinflusst auch der Standort bzw. der Anfahrtsweg und die Anfahrtsdauer die Teilnahme an Vernetzungsinitiativen der Schule und Universität.

Aus der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schüler resultieren somit zum einen vielfältige, neue mathematische Bildungsmöglichkeiten (vgl. Abschnitt gemeinsame Intentionen, ab Seite 71) für Lernende, zum anderen aber auch weniger Chancengleichheit.

#### **Gegenseitige Inspiration**

Gegenseitige Inspiration bzw. Reziprozität beschreibt das wechselseitige, im Idealfall äquivalente Profitieren der Beteiligten durch die gemeinsame Arbeit (Weyer 2014: S. 45). Eine gegenseitige Anregung, Orientierung und aktivierende Unterstützung der beteiligten Akteure von Schule und Universität kann direkt oder indirekt auf mathematischer und/oder mathematikdidaktischer Ebene erfolgen. Welche Bedeutung hat die gegenseitige Inspiration bzw. Anregung von Schule und Universität bzw. das Lernen von- und miteinander in aktuellen Vernetzungsansätzen im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern? Gibt es einen Ausgleich zwischen Geben und Nehmen oder befinden sich die beteiligten Akteure aus der Schule und Universität in einer einseitig anregenden Beziehung? Der Wert der Inspiration bzw. Anregung einer anderen Person durch Beteiligte des Netzwerkes kann nur schwer erfasst bzw. beurteilt werden (Powell 1990: S. 301; Wald & Jansen 2007: S. 98). Daher kann

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

der Grad der Inspiration bzw. Anregung durch unterschiedliche Personen auch nur schwer miteinander verglichen werden. Es gibt dennoch einige Indikatoren, die das Ableiten von Tendenzen erlauben.

Zunächst wird die *Beziehung zwischen Lernenden und Akteuren der Universität* betrachtet. Die Universität nimmt oft bei der Initiierung vieler Vernetzungsangebote mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern eine führende Rolle ein. Die Akteure der Universität organisieren und konzipieren neue Förderungsformate für Schülerinnen und Schüler und führen diese in der Regel auch durch oder begleiten diese maßgeblich. In der Planungsphase kommt es daher zu geringen Synergieeffekten durch eine gemeinsame Arbeit. Die Mehrzahl der Vernetzungsangebote ist zudem durch ein hierarchisches Verhältnis charakterisiert. Die Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler sind folglich auf die Auseinandersetzung mit Mathematik und weniger auf die gemeinsame Arbeit auf Augenhöhe fokussiert. Eine Anregung für die Universität durch die Lernenden erfolgt aus diesem Grund häufig indirekt auf mathematikdidaktischer Ebene, z. B. durch die Möglichkeit der Analyse von mathematischen Problemlöseprozessen der Schülerinnen und Schüler. Ein weiterer wichtiger Indikator ist die Organisationsstruktur der Vernetzungsformate. Die Mehrheit der Vernetzungsangebote findet nur über einen kurzfristigen, sehr stark begrenzten Zeitraum statt. Eine gegenseitige Anregung bzw. gemeinsames Lernen ist jedoch ein langfristiger Prozess (Powell 1990: S. 305). In aktuellen Vernetzungsansätzen kann eine gegenseitige Anregung zwischen Schülerinnen und Schülern und Akteuren der Universität infolgedessen nur im begrenzten Maße aufgebaut werden.

Im Hinblick auf die *Beziehung zwischen Mathematiklehrerinnen und -lehrern der Schule und Akteuren der Universität* zeigt sich ein ähnliches Bild. Im Unterschied zu den Schülerinnen und Schülern sind die Lehrerinnen und Lehrer der Schule nicht in allen Vernetzungsansätzen mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern eingebunden. Bei einigen Förderungsangeboten beschränkt sich die Rolle der Lehrerinnen und Lehrer auf die Information, Auswahl und Motivation der Schülerinnen und Schüler. Nur vereinzelte Vernetzungsansätze beziehen die Lehrenden der Schule in den Planungsprozess oder die konkrete Durchführung von Veranstaltungen mit ein. Ein Beispiel bilden die Schulkooperation der Humboldt-Universität zu Berlin, bei der Lehrende der Schule und Universität gemeinsam den

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

Mathematikunterricht gestalten. Andere Initiativen verfolgen einen Mittelweg in Bezug auf die Einbindung der Lehrerinnen und Lehrer. In diesen Ansätzen (z. B. Schülerlaboren) nehmen sie direkt an den Förderungsangeboten teil und haben die Möglichkeit der Beobachtung und/oder der passiven bzw. aktiven Lernbegleitung ihrer Schülerinnen und Schüler. In Schülerlaboren resultiert daraus die Möglichkeit, die Beobachtungen mit Akteuren der Universität zu diskutieren und sich auf diese Weise gegenseitig anzuregen. Das Ausmaß der gemeinsamen mathematikdidaktischen Auseinandersetzung ist jedoch bereits aufgrund der zeitlichen Beschränkung begrenzt (Powell 1990: S. 305). Die zeitliche Beschränkung wirkt sich zudem negativ auf das gegenseitige Vertrauen der Beteiligten aus, eine wesentliche Voraussetzung für erfolgreiche Kooperationsprozesse (Powell 1990: S. 305; McDonald & Klein 2003: S. 1618).

Bei aktuellen Vernetzungsansätzen nimmt die Schule folglich oft eine nehmende Rolle ein. Es fehlt oft ein fachlich-didaktisch bereichernder Rücktransfer zu Beteiligten der Universität im Sinne einer gegenseitigen Inspiration.

Die Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern sollte im Sinne der Arbeitsdefinition von einer wechselseitig anregenden, gleichberechtigten Beziehung zwischen den Beteiligten geprägt sein. Zudem wird in der Definition und Merkmalsbeschreibung die Bedeutung der Möglichkeit des freien Zugangs für alle Interessierten an gemeinsamen Projekten aktiv bzw. mitgestaltend teilzunehmen, hervorgehoben. Ein Vergleich aktueller Vernetzungsangebote von Schule und Universität mit dieser Charakterisierung der Vernetzung von Schule und Universität zeigt, dass es noch nicht die „Regelfall“-Förderung bei diesen Angeboten ist, die dies leisten.

Aus der kritisch-konstruktiven Reflexion der Bestandsaufnahme lassen sich Entwicklungsmöglichkeiten der gemeinsamen Arbeit von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern ableiten. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf der langfristigen Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I, also jene deren Affinität zu Mathematik keine Besonderheiten aufweist. Die Untersuchung der aktuellen Vernetzungsansätze von Schule und Universität hat keinen tragfähigen Beispiel-Ansatz

### 3.3 Aktuelle Vernetzungsansätze – ein Vergleich

für diese Zielgruppe ergeben. Im Zentrum aktueller Vernetzungsansätze steht die Förderung von spezifischen Schülergruppen (z. B. besonders junge Schülerinnen und Schüler bzw. Schülerinnen und Schüler der Oberstufe, Schülerinnen und Schüler mit mathematischer Begabung bzw. mathematikspezifischen Problemen). Die Bildungsaufgabe beider Institutionen umfasst die bestmögliche, individuelle Förderung von *allen* Schülerinnen und Schülern. Im Folgenden soll eine Möglichkeit der Vernetzung von Schule und Universität aufgezeigt werden, die mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern die langfristige Möglichkeit für eigenständiges, offenes, kreatives Arbeiten in einer wechselseitigen Beziehung zwischen Beteiligten der Universität und Schule eröffnet.

# 4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

Die Wertschätzung von Vielfalt bedeutet, ohne Angst verschieden sein zu können.

---

*(Theodor W. Adorno, Philosoph und Soziologe, 1903-1969)*

Die Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik hat sich, wie im vorangegangenen Kapitel aufgezeigt wurde, zu einem Schlüsselkonzept entwickelt. Die Analyse der aktuellen Initiativen und Konzepte mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern zeigte Entwicklungspotenzial auf. In diesem Kapitel soll ein Entwicklungsimpuls in Form eines Vernetzungskonzepts vorgestellt werden, welches auf dem entwickelten Begriffsverständnis der Vernetzung von Schulen und Universität basiert und jenes Entwicklungspotenzial berücksichtigt.

Dabei wird in vier Schritten vorgegangen: Zunächst wird auf die theoretisch fundierten Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts detaillierter

#### 4.1 Grundlagen und Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts

eingegangen. Im zweiten Schritt wird ein Ansatz zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern vorgestellt, welcher in die gemeinsame Arbeit aller Beteiligten eingebettet ist. Es schließt sich die Darstellung der Ziele und Wirkungsebenen dieses Konzepts an. Die Ausführungen münden schließlich in der exemplarisch-konkreten Ausgestaltung des Vernetzungskonzepts mit dem Fokus auf den Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten.

### 4.1 Grundlagen und Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts

Das Vernetzungskonzept von Schule und Universität im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern stützt sich auf theoretisch fundierte Leitprinzipien, die in diesem Abschnitt vorgestellt werden sollen. Die Grundlage der Leitprinzipien bei der Entwicklung des Konzepts bildet das in Kapitel 2.2 dargelegte Begriffsverständnis der Vernetzung von Schulen und Universitäten:

**Arbeitsdefinition** (Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik). *Netzwerke von Schulen und Universitäten sind Unterstützungssysteme auf Gegenseitigkeit. Die einzelnen Beteiligten im Bereich der Mathematik tauschen sich auf inhaltlich-mathematischer Ebene bzw. mathematikdidaktischer Ebene aus, kooperieren im Rahmen gemeinsamer Interessen, Problematiken, Ziele, Schwerpunkte oder Projekte. Sie lernen voneinander und miteinander.*

#### **Leitprinzip I: Interesse an Mathematik bzw. am Mathematiklernen als Gegenstand der gemeinsamen Arbeit**

Eine zentrale Voraussetzung für eine konstruktive Zusammenarbeit sind gemeinsame Intentionen. In Kapitel 3 wurde das Interesse an Mathematik bzw. das Interesse am Mathematiklernen als ein gemeinsamer Interessensbereich der Schule und Universität herausgearbeitet. Dieses gemeinsame Interesse stellt die Ausgangsbasis für die Netzwerkarbeit im vorzustellenden Netzwerkkonzept zwischen Akteuren der

#### 4.1 Grundlagen und Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts

Schule (Schulleitung, Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler) und der Universität (Dozentinnen und Dozenten, Studierende) dar. Die einzelnen Beteiligten können dabei unterschiedliche Schwerpunkte im Interessensbereich setzen. Von zentraler Bedeutung ist eine für die Beteiligten aktuell individuell bedeutsame inhaltliche und/oder methodische Überschneidung, die für die Vernetzungsentention initiierend wirken (können).

#### **Leitprinzip II: Netzwerke zwischen Schulen und Universitäten als Ort horizontaler Kooperation**

Dieses Prinzip betont insbesondere die *Gleichberechtigung* zwischen allen am Netzwerk Beteiligten im Rahmen ihrer Vorkenntnisse und Möglichkeiten.

Eine Zusammenarbeit auf Augenhöhe zwischen Akteuren der Schule (Praxis) und Universität (Wissenschaft) stellt eine zentrale Herausforderung dar. Dies zeigte die Bestandsaufnahme aktueller Vernetzungsansätze im Bereich der Mathematik aus dem vorangegangenen Kapitel. Weitere Studien, ohne mathematischen Schwerpunkt, verweisen darauf, dass eine hierarchisch geprägte Beziehung ein zentrales, disziplinübergreifendes Problem in der Vernetzung von Schule und Universität darstellt (z. B. Hoyle 1974; Huberman 1999; Kennedy 2002; Gravani 2008). Der Schwerpunkt der wissenschaftlichen Untersuchungen liegt bisher auf der Analyse der Beziehung zwischen Lehrerinnen und Lehrern und Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern in Netzwerken. Die Ergebnisse sind zweigeteilt. Sirotnik beschreibt in seiner Arbeit über Netzwerke von Schulen und Universitäten einen Zusammenprall von zwei verschiedenen Kulturen:

„School systems and universities are not cut from the same cultural cloth. The norms, roles, and expectations of educators in each of these educational realms could not be more different, e. g., the regiment of time and space in the schools vs. the relative freedom of these precious commodities in the university setting; an ethic of inquiry in the university vs. an ethic of action and meeting immediate needs in the schools; a merit system with promotion and tenure in the university vs. an egalitarian work ethic in the schools.“ (Sirotnik zitiert nach Goodlad 1993: S. 31)

#### 4.1 Grundlagen und Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts

Andere Autoren identifizieren die Probleme einer gleichberechtigten Kooperation in der unterschiedlichen Art des Wissens der Beteiligten. Lehrerinnen und Lehrer der Schule verfügen neben ihrer universitären Ausbildung über ein großes Ausmaß an prozeduralem Wissen im Kontext des Unterrichts. Im Gegensatz dazu bestehen die Wissensbestände der Akteure der Universität aufgrund ihrer Forschungstätigkeit vorwiegend aus propositionalem Wissen (Gravani 2008: S. 564).

Das vorzustellende Vernetzungskonzept von Schule und Universität basiert auf der Auffassung von Carr und Kemmis (1986), die in ihrer Arbeit eine andere Position vertreten. In „Becoming critical“ arbeiten sie insbesondere die Querverbindungen zwischen der Praxis und Wissenschaft heraus und betonen dabei, dass es sich nicht um zwei separate Kulturen und Denkweisen handelt:

„Teachers could no more teach without reflecting upon (and, hence, theorizing about) what they are doing than theorists could produce theories without engaging in the sort of practices distinctive of their activity. Theories’ are not bodies of knowledge that can be generated out of a practical vacuum and teaching is not some kind of robot-like mechanical performance that is devoid of any theoretical reflection. Both are practical undertakings whose guiding theory consists of the reflective consciousness of their respective practitioners.“ (Carr & Kemmis 1986: S. 131)

Das Vernetzungskonzept versteht *alle* Beteiligten, Schulleitung, Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer, Studierende und Dozentinnen und Dozenten und ihre subjektiven Erfahrungen, Fähigkeiten, Kenntnisse und Perspektiven als wichtige und gleichwertige Akteure im Netzwerk Schule-Universität. Ein wesentlicher Aspekt der Zusammenarbeit bildet ein für alle Beteiligten *geschützter* Lernkontext: eine gemeinsame, für alle neuartige und reichhaltige Arbeitssituation im Kontext des Mathematikunterrichts, in der vielfältige Kenntnisse, Methoden und Perspektiven auf den Gegenstand eine Bereicherung darstellen und die inhaltliches und methodisch-organisatorisch offenes Arbeiten ohne (Noten-, Zeit-, Stoff-)Druck ermöglichen. Zudem teilen sich alle über einen längerfristigen Zeitraum die Verantwortung, diese gemeinsame Arbeitssituation aktiv zu gestalten. Dieser Ansatz geht von der Hypothese aus, dass diese für alle problemhaltige und gleichzeitig geschützte

#### 4.1 Grundlagen und Leitprinzipien bei der Entwicklung des Vernetzungskonzepts

Situation eine die anderen und ihr Spezialwissen anerkennende Zusammenarbeit auf Augenhöhe zwischen allen Beteiligten ermöglicht.

##### **Leitprinzip III: Mathematik gemeinsam und für alle**

Dieses Leitprinzip hat insbesondere Auswirkungen auf die Teilnahme und den Zugang zum Netzwerk. Das vorzustellende Netzwerkkonzept versteht sich als ein „Gebilde ohne Grenzen“ (Exner & Königswieser 2000: S. 23). Der Zugang zum Netzwerk zwischen Schule und Universität ist daher stets freiwillig und ohne Zulassungsbeschränkung. Es gibt folglich keinen exklusiven Zugang zum Netzwerk bzw. zu Förderungsangeboten, die aus der gemeinsamen Arbeit resultieren.

##### **Leitprinzip IV: Netzwerke zwischen Schulen und Universitäten bieten Potenzial für gemeinsames Lernen**

Gemeinsames Lernen im Netzwerk zwischen Schule und Universität basiert auf einer die anderen und ihr Spezialwissen anerkennenden Zusammenarbeit und ist folglich eng mit der Forderung nach Gleichberechtigung verknüpft.

In der Forschungsliteratur verweisen Ergebnisse der Zusammenarbeit im Kontext der Wissenskonnstruktion ebenso wie die Bestandsaufnahme im Bereich der Mathematik auf eine hierarchische Rollenverteilung in der Vernetzung von Schule und Universität. Die Fallstudie von Gravani (2008) beschreibt diese nachgewiesene Tendenz mit dem Fokus auf den Lehrerinnen und Lehrern und Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern:

„He [, a scholar,] talked about academics as being hierarchically superior, therefore nobody could perform as a trainer for them. He presented himself being omniscient, thereby favouring a top-down academic view of professional knowledge delivered by experts to novices.“ (Gravani 2008: S. 565)

Neben diesen Ergebnissen gibt es die Tendenz die Wissenskonnstruktion als gemeinsame Verantwortung von Lehrerinnen und Lehrern und Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern anzusehen und folglich die Zusammenarbeit als wechselseitig anregend zu betrachten (Bickel & Hatrup 1995: S. 36). Eine derartige Beziehung

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

begreift Lehrerinnen und Lehrer nicht als Novizen oder „empty vessels“ (Dadds 1997: S. 32), sondern als Experten im Bereich der beruflichen Praxis (Dadds 1997: S. 32; Gravani & John 2005: S. 316).

Das vorzustellende Netzwerkkonzept erweitert diese wechselseitig anregende Perspektive von Vernetzung zwischen Schule und Universität um weitere Akteure beider Institutionen. In der gemeinsamen Arbeit treffen zahlreiche und vielfältige Fähigkeiten, Begabungen und Kenntnisse aufeinander. Das Netzwerkkonzept versteht die gemeinsame Arbeit in Diversität und Heterogenität als Potenzial für eine gegenseitige Inspiration und Konstruktion von Wissen, das für alle Beteiligten nützlich bzw. förderlich ist. Dieser Ansatz basiert folglich auf der Annahme, dass *alle* Beteiligten aktiv Wissen konstruieren. Dies bedeutet insbesondere auch, dass die gemeinsame Verantwortung für die gemeinsame Wissenskonstruktion (für sich selbst und die anderen) auch die Schülerinnen und Schüler einbezieht. Aufgrund der Diversität und Heterogenität der Beteiligten bedarf es einer Arbeitssituation, die es dennoch allen ermöglicht sich konstruktiv einzubringen. Die oben im Leitprinzip II beschriebene für alle neuartige Arbeitssituation bildet die Grundlage für den gemeinsamen Lernprozess. Dieser geschützte Kontext schafft den notwendigen Raum für Experimente und bildet eine bedeutende Voraussetzung für die Konstruktion von Wissen und gemeinsames Lernen. Denn „it is in wondering and questioning that learning begins.“ (Greene 1973: S. 268)

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern im Netzwerk Schule-Universität

Ein Fokus und zentrale Fragestellung, die im Interesse beider Institutionen steht, ist: Was sind geeignete Ansätze zur mathematischen Förderung von (mathematisch interessierten) Schülerinnen und Schülern? Eingebettet in die gemeinsame Arbeit im Netzwerk aus Schule und Universität und deren Leitprinzipien soll im Folgenden ein Ansatz zur mathematischen Förderung vorgestellt werden.

Dazu wird zunächst die Personengruppe der beteiligten Schülerinnen und Schüler charakterisiert. Auf dieser Basis und unter Einbezug von Ergebnissen mathema-

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

tikdidaktischer Forschung zur mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern wird der inhaltliche, didaktische und methodische Ansatz des Lernarrangements zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern entwickelt.

### **Zielgruppe: Mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler**

Zusammengefasst versteht sich das Netzwerkkonzept von Schule und Universität als inhaltlich, methodisch und organisatorisch offenes Lernarrangement, in dem sich alle Beteiligten freiwillig und auf Augenhöhe begegnen, was eine wechselseitige Rolleneinnahme sowohl des Lernenden als auch des Lernbegleiters der anderen erlaubt und anstrebt und so das Lernen von- und miteinander begünstigt. Die theoretisch fundierten Leitprinzipien der Netzwerkarbeit von Schule und Universität, wie sie im Abschnitt 4.1 dargestellt wurden, haben Auswirkungen auf den gesamten Teilnehmerkreis, auch jenen der Schülerinnen und Schüler.

Aus dem dritten Leitprinzip *Netzwerk zwischen Schule und Universität – gemeinsam und für alle* resultiert insbesondere, dass allen Schülerinnen und Schülern der Zugang zum Netzwerk möglich ist und die Teilnahme auf Freiwilligkeit basiert. Infolgedessen entspricht die häufig aktuell realisierte längerfristige Netzwerkarbeit als Förderung von mathematisch begabten oder mathematikschwachen Schülerinnen und Schülern durch äußere Differenzierung demnach nicht der Zielsetzung des Vernetzungskonzepts. Zudem erfolgt im Unterschied zu aktuellen Vernetzungsansätzen daher keine direkte Auswahl der beteiligten Schülerinnen und Schüler durch Lehrerinnen und Lehrer, Dozentinnen und Dozenten oder mithilfe von Diagnostetests. Die Schülerinnen und Schüler entscheiden sich freiwillig und aus eigenem Antrieb für oder gegen eine Teilnahme an der gemeinsamen Arbeit im Netzwerk.

Der Kern der gemeinsamen Arbeit im Netzwerk stellt die Auseinandersetzung mit Mathematik bzw. Mathematikdidaktik dar (Leitprinzip I). Eine freiwillige, aktive Entscheidung für die Teilnahme am Netzwerk durch Schülerinnen und Schüler entspricht damit auch einer Entscheidung für eine aktive Beschäftigung mit Mathematik oder Mathematiklernen. Ein zentrales Charakteristikum aller teilnehmenden Schülerinnen und Schüler ist daher ein intrinsisch oder extrinsisch motiviertes Interesse für Mathematik oder mathematisches Arbeiten.

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

Die Leitprinzipien II und IV sind eng miteinander verknüpft. Leitprinzip II beschreibt die Arbeit auf Augenhöhe. Auf dieser Basis und der Arbeit in Diversität und Heterogenität resultiert das innewohnende Potenzial für gemeinsames, kokonstruktives Lernen (Leitprinzip IV). Die Beteiligten des Netzwerkes Schule-Universität unterscheiden sich nicht nur in der Zugehörigkeit zu einer Personengruppe (Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer, ...), sondern auch in anderen Heterogenitätsaspekten<sup>1</sup>. Die Akteure im Netzwerk unterscheiden sich sowohl in ihrer mathematikspezifischen Leistung, ihren inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzprofilen, themenspezifischen Lösungswegen, Vorstellungen und Strategien, übergreifenden Zugangsweisen und Denkstilen und affektiven Faktoren wie Motivation und Haltungen. Das Vernetzungskonzept versteht Diversität und Heterogenität demzufolge als bedeutenden Aspekt für eine gegenseitige Anregung und gemeinsames Lernen.

**Arbeitsdefinition** (Mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler). *Unter dem Begriff „mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler“ wird im Folgenden diese heterogene Schülergruppe subsumiert, deren Affinität zu Mathematik keine Besonderheiten aufweist.*

### **Mathematik gemeinsam entdecken und erforschen: Das Lernarrangement**

Das übergreifende Ziel des Lernarrangements liegt darin, *jede* Schülerin und *jeden* Schüler möglichst optimal zu fördern, dabei unterschiedliche Lernstände, inhaltliche wie emotionale Interessenslagen und Arbeitsweisen, differierende Lernbereitschaft und -möglichkeit zu berücksichtigen und ihnen authentische Einsichten in mathematisches Arbeiten zu ermöglichen.

Im Folgenden wird das Lernarrangement zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern dargelegt, welches in die Netzwerkarbeit eingebettet ist. Das theoretische Konzept des Lernarrangements, wie es Abbildung 4.1 darstellt, wird als ein dynamisches Netz aus verschiedenen, sich wechselseitig beeinflussenden und nicht überschneidungsfreien Faktoren aufgefasst, welches das Lernen in und mit Vielfalt berücksichtigt. „*Dynamisch*“ beschreibt in diesem

---

<sup>1</sup>Die Beschreibung der Heterogenitätsaspekte orientiert sich an der Einteilung jener von Prediger und Leuders und hat keinen Anspruch auf Vollständigkeit. (Prediger & Leuders 2016b: S. 36-53)

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

Kontext die variierende konkrete Gewichtung der einzelnen Faktoren (illustriert durch die einzelnen Stufen in der Abbildung 4.1) in Abhängigkeit von der konkreten Lernsituation. Ausgangspunkt für dieses Konzept ist eine konstruktivistische Perspektive auf das Lehren und Lernen von Mathematik mit dem Fokus auf den Schülerinnen und Schülern. In den folgenden Abschnitten wird auf die grundlegende Vorstellung von Lernen und die einzelnen Faktoren des Lernarrangements detaillierter eingegangen.

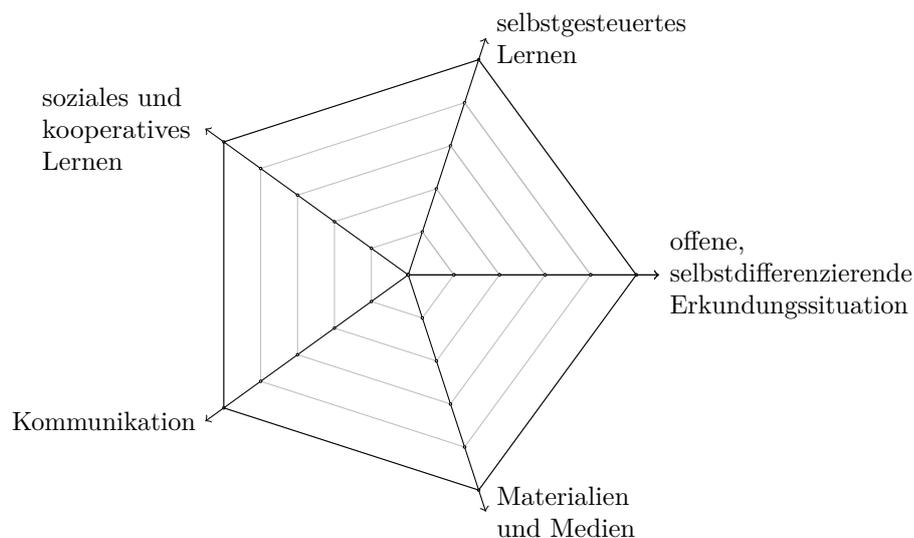


Abbildung 4.1: Theoretisches Konzept des Lernarrangements zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern im Kontext der Vernetzung von Schule und Universität

**Konstruktivistische Perspektive** Die konstruktivistische Perspektive basiert auf der Annahme, dass Erkenntnis und Wissen subjektabhängig sind und vom denkenden Individuum aktiv konstruiert werden. „Dies geschieht durch die geistige Verarbeitung von Wahrnehmungen und Erfahrungen, und zwar in Abhängigkeit von vorhandenem Wissen, von bestehenden mentalen Strukturen und erworbenen Überzeugungen.“ (Hefendehl-Hebeker 2004b: S. 46; vgl. auch Fröhlich & Hußmann 2005: S. 3) Wittmann (2003) beschreibt fünf Merkmale konstruktivistischer Auffassung von Lehren und Lernen (Wittmann 2003: S. 6):

## 4.2 Förderungsansatz von *mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern*

1. Lernen ist ein aktiver Prozess individueller Sinn- und Wissenskonstruktion.
2. Lernen unterliegt weitgehend der Steuerung und Kontrolle der einzelnen Schülerin oder des einzelnen Schülers.
3. Lernen gründet stets auf schon Gelerntem.
4. Lernen erfolgt in einem situativen Kontext.
5. Lehren und Lernen sind stets mental geprägt.

Lernen wird folglich als eigenaktiver, selbstgesteuerter und selbstorganisierter Prozess der Auseinandersetzung mit der Umwelt aufgefasst, der nur von außen angeregt werden kann. Dieses Verständnis von Denken und Lernen hat Auswirkung auf die Auffassung und Gestaltung von Lernsituationen. Im Kontext des Mathematikunterrichts stellt Heinrich W. Winter die These auf:

„Das Lernen von Mathematik ist umso wirkungsvoller – sowohl im Hinblick auf handfeste Leistungen, speziell Transferleistungen, als auch im Hinblick auf mögliche schwer fassbare bildende Formung –, je mehr es im Sinne eigener aktiver Erfahrungen betrieben wird, je mehr der Fortschritt im Wissen, Können und Urteilen des Lernenden auf selbständigen entdeckenden Unternehmungen beruht.“ (Winter 2016: S. 1)

Weiter führt er Argumente für diese Sicht auf Mathematiklernen an (ebd.: S. 1–3):

1. Mathematiklernen kann auf Dauer nicht ohne *Gewinnen von Einsichten* erfolgreich sein. Die Reproduktion von angelernten verbalen Verhaltensweisen kann immer nur zeitlich oder inhaltlich lokal funktionieren. Gewinnen von Einsichten kann aber nicht anders als als Prozess gedacht sein, den der Lernende ganz für sich persönlich vollziehen kann. Letztlich gibt es keine Möglichkeit, Verstehen von außen zu erzwingen.
2. Lernen durch eigene Erfahrung wird durch die *spezifische Wissensstruktur* mathematischer Inhalte ermöglicht. Sie weisen zum einen eine helle innere logische Verflechtung auf und können zum anderen in vielen zugänglichen Situationen anschaulich repräsentiert werden, die die Möglichkeit eigenständigen Erkundens zulassen.
3. Das Bemühen um eigenständige Erschließung neuen Wissens und des selbständigen Lösens bietet die Möglichkeit zu *intellektueller und emotionaler*

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

*Identifikation* (z. B. zu (Teil-, Miss-)Erfolgslebnissen, zu Erlebnissen mit eigenem Verstand, seinem Gedächtnis, seinem Beharrungsvermögen). Neu- und Wissbegierde können ausgelebt werden, was für das Selbstkonzept und für zukünftiges Lernen von Bedeutung sein kann.

4. Selbstständiges Arbeiten erfordert ständiges Absuchen und Umorganisieren von vorhandenem Wissen. Es stellt damit eine intensive und sinnerfüllte Form des Übens dar, bei der systematisch das *Transferieren* trainiert werden kann.
5. Findungsbemühungen sind emotional besetzt. Daher ist es wahrscheinlich, dass die Inhalte langwährend *behalten* und leicht *erinnert* werden.
6. Jede Art von Lernen ist immer ein *Weiterlernen*. Deshalb ist Lernen als entdeckendes Lernen gut vereinbar mit dem Lernen als Prozess, der weitgehend von bereits Vorhandenem bestimmt wird.

Ziel des Lernarrangements zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern ist es, eine Situation zu schaffen, die Mathematiklernen im konstruktivistischen Sinne ermöglicht. Rudolf vom Hofe stellt zentrale Gestaltungsfaktoren von derartigen Lernumgebungen zusammen: Die Lernumgebungen sollten

1. unterschiedliche Wege und Lernstrategien eröffnen,
  2. Gelegenheiten zum Einbringen von intuitivem Vorwissen und Alltagswissen bieten,
  3. Möglichkeiten zur aktiven Auseinandersetzung mit den Lerninhalten bieten,
  4. Kommunikations- und Interaktionsprozesse unterstützen,
  5. auf Eigenverantwortlichkeit und Selbstorganisation der Lernenden basieren.
- (Hofe 2001: S. 6)

**Selbstgesteuertes Lernen** In der konstruktivistischen Perspektive ist Lernen ein aktiver, individueller Prozess, der nur von außen angeregt werden kann. Lernen im engeren Sinn muss daher immer selbstgesteuert sein (Hußmann 2004: S. 6). Selbstgesteuertes<sup>2</sup>, eigenverantwortliches Lernen nimmt in der konstruktivistischen

---

<sup>2</sup>Verwandte Begriffe sind z. B. selbstgesteuertes, selbstreguliertes, selbstorganisiertes, selbstkontrolliertes, autonomes, offenes, selbstbestimmtes, selbsttätiges, selbstständiges Lernen. Alle Begriffe beschreiben selbstständige, individuelle Lernprozesse, betonen dabei jedoch unterschiedliche Hintergrundbedingungen, z. B. strukturelle Vorgaben.

## 4.2 Förderungsansatz von *mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern*

Perspektive auf Lernen daher eine zentrale Rolle ein. Es beschreibt eine Lernform, bei der das lernende Individuum „die wesentlichen Entscheidungen darüber trifft, ob, was, wann, wie und woraufhin e[s] lernt, gravierend und folgenreich beeinflussen kann.“ (Weinert 1982: S. 102) Je nach Gestaltung der Lernsituation kann der Grad der Selbstbestimmung variieren. Stephan Hußmann differenziert in diesem Zusammenhang selbstgesteuertes Lernen von der aktiven Auseinandersetzung mit gegebenen Lerngegenständen über die eigenverantwortliche Organisation von Lerninhalten bis zu selbstbestimmten Formen des Lernens (Hußmann 2003: S. 15). Selbstgesteuertes Lernen stellt folglich ein Gegenmodell zum fremdgesteuerten, angeleiteten Lernen dar, bei dem im Allgemeinen die Lehrkraft die Wahl der Inhalte, Ziele, Methoden, des Orts und der Lernkontrollen übernimmt (ebd.: S. 15).

Aus der Entscheidungsfreiheit der Lernenden über Ziele, Eigentätigkeit und Organisation des Lernprozesses resultieren zum einen erhöhte Anforderungen an die Lernenden, wie sie in der Definition von Straka u.a. (1996) zusammengefasst werden:

„Selbstgesteuertes Lernen zeichnet sich durch ein dynamisches Zusammenwirken von Wollen, Wissen und Können aus; Es impliziert, dass der Lernende über gut organisierte Wissensbestände verfügt und bereit und fähig ist, sein Lernen eigenständig und eigenverantwortlich zu planen, zu organisieren, umzusetzen, zu kontrollieren und zu bewerten, sei es in Lerngruppen, in Lernpartnerschaften oder als Einzeller.“ (Straka & Hinz 1996: S. 78)

Die Entscheidungsfreiheit wirkt sich zum anderen positiv auf den Lernprozess von Lernenden aus. Selbstgesteuertes Lernen befriedigt das Grundbedürfnis eines Lernenden, sich beim eigenen Handeln als autonom und initiativ zu erfahren: „Man strives to be a causal agent, to be the primary locus of causation for, or the origin of, his behaviour; he strives for personal causations.“ (Charms 1968: S. 269) Nach der Selbstbestimmungstheorie von Deci und Ryan (1993) hat die Selbstbestimmung daher einen positiven Einfluss auf die Lernmotivation des Lernenden (Deci & Ryan 1993: S. 229). In ihrer Arbeit verweisen Deci und Ryan weiter auf den Einfluss selbstbestimmter Motivation auf das Lernen: Selbstgesteuertes Lernen und die daraus resultierende selbstbestimmte Motivation korreliert positiv mit der

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

kognitiven Verarbeitung von Inhalten bzw. der Lernqualität, fördert konzeptuelles Lernen und steht in engem Zusammenhang mit (fachlichem) Interesse und der Bewältigung von Schwierigkeiten und Misserfolgen (Deci & Ryan 1993: S. 233–234). Selbstgesteuertes Lernen führt somit auf der Basis intrinsischer oder integrierter extrinsischer Motivation zu substanziellen Lernerfolgen und der Entwicklung des individuellen Selbst.

In diesem Potenzial liegt die Bedeutung des selbstgesteuerten Lernens im Kontext der Schule und im Fachkontext begründet. Ziel des Mathematikunterrichts ist der Erwerb von allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen sowie das Ermöglichen von authentischen Erfahrungen mit Mathematik. In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den mittleren Schulabschluss wird in diesem Kontext auf die Bedeutung selbstgesteuerten Lernens hingewiesen:

„[Die Umsetzung der Ziele] geschieht in einem Unterricht, der selbstständiges Lernen, die Entwicklung von kommunikativen Fähigkeiten und Kooperationsbereitschaft sowie eine zeitgemäße Informationsbeschaffung, Dokumentation und Präsentation von Lernergebnissen zum Ziel hat.“ (Kultusministerkonferenz 2003: S. 6)

Selbstgesteuertes Lernen und die Entwicklung der dafür benötigten Kompetenzen ist damit eine zentrale Bildungsaufgabe. Das vorliegende Konzept strebt eine größtmögliche Selbststeuerung der Lernenden an. Abhängig von der jeweiligen Lerngruppe müssen die verschiedenen Progressionsstufen der Selbststeuerung berücksichtigt werden.

**Soziales und kooperatives Lernen** „Wissen und Können entstehen in der Sinnstiftung durch die Gestaltung der Arbeit mit anderen Menschen – Lernen ist sozial bedingt und sozial bedeutsam.“ (Wallrabenstein 1997: S. 74) Lernende sind darauf angewiesen, ihre individuellen Ideen mit anderen auszutauschen, sich von anderen anregen zu lassen und selbst Denkanstöße geben zu können (Affolter, Amstad, Doebeli & Wieland 1999: S. 8–9). Der soziale Prozess von Interaktion und Kommunikation ermöglicht das Generieren von Wissen, dass sich der Lernende aneignen kann (Krauthausen & Scherer 2007: S. 153). Als Erweiterung der konstruktivistischen Perspektive von Lernen vollzieht sich individuelles Lernen folglich

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

mithilfe kooperativen Lernens: Die selbstgesteuerte Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand führt zu Einsichten in die eigenen Möglichkeiten und Grenzen. Im wechselseitigen Austausch mit anderen erfolgt die Erweiterung des Wissens und von allgemeinen und fachspezifischen Kompetenzen, indem sie inhaltlich miteinander kommunizieren, Irritationen und Misskonzepte beseitigen und kreativ handelnd höhere Verständnisstufen erlangen. (Hepp & Miehe 2006: S. 4; Hußmann 2003: S. 19; Krauthausen 1998: S. 28).

Auch im Kontext des Mathematikunterrichts nimmt das soziale Lernen eine zentrale Rolle bei der Förderung von Schülerinnen und Schülern ein. Mathematik ist, wie in Kapitel 3 aufgezeigt wurde, eine soziale Wissenschaftsdisziplin und eine kulturelle Errungenschaft. „In Arbeitsgruppen und auf Konferenzen, in Veröffentlichungen oder privaten Briefwechseln werden Fragen gestellt, Argumente ausgetauscht, Vermutungen erörtert, Beispiele gesammelt und Gegenbeispiele gesucht, um Begrifflichkeiten gerungen . . . Beweise dienen nicht nur der eigenen Vergewisserung, sondern auch der Überzeugung anderer.“ (Hepp & Miehe 2006: S. 5) Mathematische Lernarrangements, die fachliches und soziales Lernen verknüpfen, ermöglichen demnach den Lernenden authentische Erfahrungen mit Mathematik. Johnson und Johnson konnten mit dem Fokus auf dem Fach Mathematik weitere Effekte kooperativen Lernens empirisch nachweisen: Mathematiklernen von- und miteinander beeinflusst positiv die Einstellung zur Disziplin Mathematik und zum jeweiligen Lerngegenstand, die Frustrationstoleranz und das Durchhaltevermögen, das Selbstwertempfinden und die Bereitschaft verschiedene Strategien auszuprobieren (Johnson & Johnson 1990).

Das vorliegende Konzept zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern ist in die Vernetzungsarbeit von Schule und Universität mit allen Beteiligten eingebettet. Lernen von- und miteinander vollzieht sich demnach in einem kooperativen Lernarrangement, welches auf der Basis von Gleichberechtigung (Leitprinzip II) die Einnahme der Rolle des Lernenden und des Lernbegleiters (Leitprinzip IV) ermöglicht.

„Als kooperatives Lernen werden Varianten von Partner- und Gruppenarbeit bezeichnet, bei denen zwei, höchstens vier bis fünf Lernende zusammenarbeiten, die gleichberechtigte Interaktionspartner sind und

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

keine direkte Beaufsichtigung durch den Lehrer erfahren, sondern [...] selbstständig arbeiten, wobei die Lernenden abwechselnd in die Rolle eines Lehrenden und zurück in die Rolle des Lernenden wechseln.“ (Meyer 2004: S. 82)

Auch Hilbert Meyer verweist auf die Bedeutung von Gleichberechtigung und die Einnahme von verschiedenen Perspektiven sowohl des Lernenden als auch des Lernbegleiters der anderen. Diese Vielschichtigkeit soll den eigenen, individuellen Lernprozess unterstützen. Zudem betont Hilbert Meyer die Arbeit in Kleingruppen als wichtiges Merkmal kooperativen Lernens, welche auch im Lernarrangement realisiert wird. Besonderes Charakteristikum im vorliegenden Lernarrangement ist die vielgestaltige Zusammensetzung der Lerngemeinschaft: Sie bestehen aus verschiedenen Personengruppen der Schule und Universität. Die Vernetzung von Lernenden-Gruppen und die dabei heterogenen subjektiven Erfahrungen, Fähigkeiten, Kenntnisse und Perspektiven soll die gemeinsame Arbeit bereichern.

**Offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituation** Lernen im vorliegenden Lernarrangement bedeutet Lernen in und mit Vielfalt mit unterschiedlichen kognitiven, physischen und emotionalen Ausprägungen. Ziel des Lernarrangements ist es, *alle* Lernenden optimal zu fördern. Dabei sollen sowohl unterschiedliche Kenntnisse, inhaltliche und emotionale Interessenslagen und Arbeitsweisen als auch verschiedene Lernmotivationen berücksichtigt werden. Um der Diversität und Vielfalt von Lernenden beim Mathematiklernen gerecht zu werden, haben sich zahlreiche Ansätze und Empfehlungen zur Differenzierung entwickelt. Die Konzeption des Lernarrangements basiert auf dem Ansatz der Selbstdifferenzierung im sozialen Kontext von Freudenthal und Wittmann: Kern dieses Ansatzes ist die gemeinsame Arbeit am gleichen Gegenstand auf verschiedenen Stufen und der Austausch sowie die gemeinsame Reflexion (Freudenthal 1974: S. 166).<sup>3</sup> Die Kernidee des Ansatzes wurde sowohl in der Didaktik des inklusiven Lernens (Feuser 1998) und im Konzept der Natürlichen Differenzierung vom Kind und vom Fach aus (Wittmann 1995) weitergeführt (Prediger & Leuders 2016a: S. 15). „Der Schlüssel dafür liegt

---

<sup>3</sup>Dieser Ansatz grenzt sich damit von der geschlossenen Differenzierung ab, bei der die Lehrkraft durch das Zuweisen von Lernangeboten auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus die Passung zu den individuellen Lernvoraussetzungen herstellt (Heymann 1991: S. 63–66).

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

in Lernangeboten, die eine niedrige Eingangsschwelle haben, einen bestimmten Grundbestand von Kenntnissen und Fertigkeiten sichern und [...] Kindern Optionen ermöglichen, die sie nach ihren individuellen Möglichkeiten wahrnehmen können.“ (Wittmann 2010: S. 63) Gallin und Ruf betonen, dass auch das Singuläre, das Individuelle eines jeden Einzelnen berücksichtigt werden müsse. Voraussetzung dafür ist ein offenes Lernarrangement, welches im Kontext der gemeinsamen Problemstellung eine individuelle Positionsbestimmung ermöglicht (Gallin & Ruf 1998: S. 27–29). Einen geeigneten, leistungsstarken Ansatz für die erforderliche Aktivierung von und Anknüpfung an individuelle tragfähige Vorerfahrungen und Vorstellungen der Lernenden stellen nach der *realistic mathematics education* (Freudenthal 1983; Heuvel-Panhuizen 2001) lebensweltliche Kontexte mit beziehungshaltigen Phänomenen dar. Dem zugrunde liegt ein Verständnis, welches mathematische Begriffe als Werkzeuge begreift, welche Phänomene der natürlichen, sozialen und geistigen Welt ordnen (Freudenthal 1983: S. IX).

Ausgehend von dieser Sichtweise setzt das Lernarrangement die Unterschiedlichkeit der Lernenden mit dem Differenzierungspotenzial des aktiv-entdeckenden Lernens im sozialen Kontext in Verbindung. Kern des Konzepts sind selbstdifferenzierende, händische Experimentier-Situationen, an denen die Lernenden Mathematik enaktiv für sich erkunden, ihren jeweiligen Interessen, Möglichkeiten und ihrem Leistungsstand entsprechend. Ziel ist es, dadurch die selbstgesteuerte Beschäftigung mit (realen und/oder mathematischen) Problemen anzuregen, den Blick für Schönheit und Bedeutsamkeit von Mathematik zu wecken und zu vertiefen und Mathematik flexibel und kreativ einzusetzen (Kurow & Richter 2017: S. 168 f.). Eingebettet in eine gemeinsame Zielsetzung der Lerngemeinschaft ermöglicht das Lernarrangement den Lernenden eine aktiv-kreative Suche nach interessanten Problemstellungen und das Beschreiten von individuellen Erkundungswegen und den Austausch über entwickelte Ideen. Die intensive, gemeinsame Reflexion bzw. der Austausch während des Lösungsprozesses ermöglicht ein Erleben der Vielgestaltigkeit der Mathematik.

Zusammenfassend liegt dieser Arbeit folgende Charakterisierung von offenen, selbstdifferenzierenden Erkundungssituationen zugrunde:

**Arbeitsdefinition** (Offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituationen). *Offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituationen sind offen, fachlich vielgestaltig,*

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

*nicht (umfassend) vorstrukturiert, authentisch und komplex. Sie ermöglichen die Anknüpfung an individuelle Vorerfahrungen und Vorstellungen der Lernenden, sie sind daher für alle zugänglich und relevant. Weiter ermöglichen sie die Bearbeitung unter vielfältigen Perspektiven und auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus. Zudem motivieren sie zu einer aktiv-kreativen Auseinandersetzung mit Mathematik und initiieren selbstständiges und aufgrund ihrer Komplexität darüber hinaus auch soziales und kooperatives Lernen am gleichen Lerngegenstand.*

**Materialien und Medien – Mathematik mit allen Sinnen** Der Ansatz des Lernarrangements zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern stellt eine offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituation in den Fokus, eine lebendige, authentische und handlungsorientierte Möglichkeit sich Mathematik zu nähern. Ziel ist es der Diversität der Lernenden hinsichtlich ihrer Lernvoraussetzungen, -möglichkeiten und -interessen zu berücksichtigen. Die Kernidee des Lernarrangements besteht aus händischen Erkundungssituationen, initiiert und begleitet z. B. durch gegenständliche mathematische Modelle, Spielmaterialien, Alltagsobjekte, historische (mathematische) Instrumente und/oder Arbeitsblätter. Die Ausgangssituation ist dabei hinsichtlich der Ausgestaltung, nicht aber in der mathematischen Reichhaltigkeit einfach und offen gestaltet. Die materialgestützte Erkundungssituation initiiert auf diese Weise vielgestaltige, eigenständige mathematische Tätigkeiten wie das Aufwerfen von eigenen Fragestellungen und Vermutungen, das zielgerichtete Planen und Durchführen von Experimenten, aber auch das Beobachten und Entdecken von mathematischen Zusammenhängen oder Eigenschaften durch Verallgemeinerungs- und Abstraktionsprozesse. Das ganzheitliche Erkunden und der Austausch innerhalb der Lerngemeinschaft trägt dazu bei, dass Mathematik so als (kreativer) Prozess erlebbar und (be-)greifbar wird (Kurow 2016a: S. 157). Auch Floer betont die Bedeutung von Materialien im Prozess des aktiv-entdeckenden Lernens.

„Sie [die Anschauungsmaterialien] sind unentbehrlich für *aktiv - entdeckendes Lernen*, da sie erst die Chance für Aktivitäten und Entdeckungen bieten, zum selbstständigen Probieren, Vermuten und Begründen – ohne Angst vor Fehlern. Sie schaffen die Voraussetzung für *didaktische*

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

*Differenzierung*, indem sie unterschiedliche, den Bedürfnissen des einzelnen Kindes angepasste Lernmöglichkeiten eröffnen. Sie befreien die Kinder von dem Druck und den Fesseln formalen Lernens und helfen so (insbesondere den schwächeren), *Vertrauen in ihre eigenen Fähigkeiten* zu gewinnen. Nicht zuletzt erleichtern sie das *Gespräch* und die *Verständigung*.“ (Floer 2001: S. 51, Hervorhebung im Original)

Das händische, gegenständliche Material als Träger von mathematische Ideen bildet den gemeinsamen Ausgangspunkt und regt zu vielfältigen mathematischen Erkundungen oder Problemstellungen an. Mathematik wird so mit Kopf, Ohr, Herz und Hand praktisch erlebt und dabei unterschiedliche Lernstände, inhaltliche wie emotionale Interessenslagen und Arbeitsweisen, differierende Lernbereitschaft und -möglichkeit berücksichtigt. Auf diese Weise kann die reine Denkarbeit unterstützt und angeregt sowie das Finden und Verstehen von mathematischen Zusammenhängen erleichtert werden (Kurow 2011: S. 79–81). Ein zentrales Kriterium ist die Reichhaltigkeit der mathematischen Aktivitäten, die den Lernenden durch das Material in ganzheitlichem Kontext zur Verfügung gestellt wird (Wittmann 1993: S. 394–395, 1998: S. 157; Krauthausen 1998: S. 42).

**Kommunikation** Kommunikation kann innerhalb einer Person (gedanklich) oder zwischen zwei oder mehreren Personen mithilfe von vielfältigen Kommunikationskanälen erfolgen. Ein bedeutsamer Aspekt von Kommunikation im Kontext des Mathematikunterrichts ist der direkte und/oder indirekte Austausch von Informationen mittels mündlicher oder schriftlicher Sprache. Kommunikation kann zudem auch nonverbal über alle Sinneskanäle, z. B. visuell-gestalterisch und/oder klanglich-akustisch erfolgen. Der Schwerpunkt im Lernarrangement liegt auf der sprachlichen Kommunikation der Beteiligten.

Sprache und sprachliche Aktivität gewinnen zunehmend an Bedeutung im Kontext des Mathematiklernens. Sprache ist ein wichtiger Lerngegenstand und gleichzeitig ein zentrales Lernmedium, denn Lernprozesse erfolgen in Kommunikation (Meyer & Prediger 2012: S. 2). Denkprozesse und Bearbeitungswege adäquat darzustellen ist sowohl für den individuellen Lernprozess von zentraler Bedeutung

## 4.2 Förderungsansatz von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

als auch im Kontext des sozialen und kooperativen Lernens, wo eigene Gedanken mitgeteilt und fremde Deutungen übersetzt und verstanden werden. Sprache hat beim Mathematiklernen folglich sowohl eine kommunikative Funktion im Sinne einer Verständigung als auch eine kognitive Funktion, dem Erkenntnisgewinn (Hußmann 2011b: S. 63). Dabei stehen Kognition und Kommunikation in Beziehung zueinander: Die Kommunikation über Mathematik kann zu einer Ausschärfung von Begriffen führen. Gelingt es eine gemeinsame Denkebene zwischen den Beteiligten herzustellen, können darüber hinaus gemeinsam neue Bedeutungen bzw. Erkenntnisse konstruiert werden (ebd.: S. 63–64). Die Kommunikation als Mittel zur Übermittlung von Informationen verstärkt folglich die kognitive Leistung (Krauthausen & Scherer 2007: S. 143–144). Gemeinsame Diskussionen über einen gemeinsamen Lerngegenstand regen die Lernenden zu einem anerkennenden und kritischen Umgang mit anderen mathematischen Gedankengängen, zur Reflexion des eigenen Lernprozesses und Lernstandes und zum argumentativen Vertreten des eigenen Standpunktes an (Kuntze & Prediger 2005: S. 6). Das mündliche Kommunizieren im Kontext des Mathematiklernens fördert folglich das soziale und selbstgesteuerte Lernen.

Gallin und Ruf verweisen neben Gesprächen auch auf die Bedeutung von schriftlicher Sprachproduktion für das Mathematiklernen:

„Im persönlichen Dialog mit der Sache schafft der Lernende einen ganz persönlichen Verstehenszusammenhang. Diese spezielle Form des Gesprächs verlangt einen speziellen Gebrauch der Sprache: Neben das Gespräch, an dem sich mehrere Personen beteiligen, tritt ergänzend das Verfassen von Texten.“ (Gallin & Ruf 1998: S. 41)

Im Kontext des Mathematiklernens gibt es vielfältige Schreibanlässe<sup>4</sup>: Sie initiieren mathematische Argumentationen, Systematisierungen, das Bewerten und Erläutern von mathematischen Inhalten, die Konstruktion neuen Wissens und die Reflexion der eigenen Arbeits- und Lernerfahrungen (Beck, Guldemann & Zutavern 1991: S. 736; Forthaus 2003: S. 13; Hußmann 2011a: S. 79; Kuntze & Prediger 2005: S. 1). Im Gegensatz zum Sprechen wird der Prozess der eigenen Äußerung

---

<sup>4</sup>Eine Übersicht dazu befindet sich in Kuntze & Prediger 2005, S. 1.

verlangsamt. Dies ermöglicht es den Lernenden, sich die Inhalte erneut vertieft bewusst zu machen, zu analysieren, zu strukturieren und anschließend festzuhalten (Gallin & Ruf 1998: S. 42; Kuntze & Prediger 2005: S. 4; Maier 2000: S. 13).

Das Konzept des Lernarrangements strebt im Kontext des selbstgesteuerten und sozialen Lernens ein möglichst reichhaltiges „Sprachbad“ (Leisen 2010: S. 76) an, welches sowohl die mündliche als auch die schriftliche Sprachrezeption und -produktion umfasst. Ziel ist es auf diese Weise ein Sprachbewusstsein zu entwickeln, eine vertiefte Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten anzuregen und sich auf dieser Basis im gemeinsamen Lernprozess der Lerngemeinschaft gegenseitig zu inspirieren. Im Bearbeitungsprozess nehmen Diskussionen und das Lerntagebuch<sup>5</sup> zur Reflexion des Lernprozesses, Fixierung von Ergebnissen, Sackgassen, Lösungswegen und Aha-Erlebnissen eine zentrale Rolle ein. Am Ende der Arbeit in der Lerngemeinschaft gilt es die gemeinsam erarbeiteten (materiellen) Ergebnisse bzw. mathematischen Zusammenhänge für andere Interessierte in Form von Präsentationen, Workshops mit dazugehörigen Arbeitsmaterialien oder Ratgebern aufzubereiten.

## 4.3 Ziele und Wirkungsebenen

Die Zielbestimmung für das vorliegende Netzwerkkonzept von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern berücksichtigt die verschiedenen Ebenen des Netzwerkkonzepts: zum einen die Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern und zum anderen die Arbeit im Netzwerk. Die Zielbereiche zur Förderung der Schülerinnen und Schüler orientieren sich an den in den Bildungsstandards angestrebten mathematischen Bildungszielen für Lernende, die zur Arbeit im Netzwerk wurden auf der Basis des theoretischen Netzwerkkonzepts festgelegt. Die Zieldimensionen und die einzelnen Zielbereiche sind in der Tabelle 4.1 zusammengefasst.

---

<sup>5</sup>Unter diesem Begriff werden Konzepte wie das Journal, Reisetagebuch, Logbuch oder Forschungsheft subsumiert (Hußmann 2011a: S. 75). Der Begriff „Lerntagebuch“ wird in dieser Arbeit als Oberbegriff für alle Bücher, Hefte oder andere Verschriftlichungsformen verwendet, in denen Lernende ihren Lernprozess mit ihrer eigenen Sprache schriftlich festhalten.

Tabelle 4.1: Zieldimensionen des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern

Zieldimension	Zielbereiche
A Förderung von Schülerinnen und Schülern	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Erweiterung der allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler</li> <li>2. Erweiterung des subjektiven Bedeutungsverständnisses von Mathematik (als Wissenschaft)</li> <li>3. Förderung von Mathematikinteresse, Motivation und Emotionen</li> </ol>
B Arbeit im Netzwerk Schule – Universität	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Aufbau eines auf Freiwilligkeit und Gleichberechtigung basierenden Kooperationsklimas</li> <li>2. Initiierung von wechselseitigen Austausch- und Lernprozessen im Netzwerk Schule - Hochschule</li> <li>3. Aufbau einer langfristigen, kokonstruktiven Zusammenarbeit von Schule und Hochschule</li> </ol>

Das übergeordnete Ziel der Arbeit im Netzwerk ist die Förderung der Schülerinnen und Schüler. Darunter werden verschiedene Aspekte subsumiert, die im Folgenden ausgeführt werden. Ein Teilaspekt der Förderung von Schülerinnen und Schülern ist die Erweiterung der allgemeinen und inhaltsbezogenen Kompetenzen der Lernenden. Ein weiterer Aspekt der Förderung stellt die Erweiterung des subjektiven Bedeutungsverständnisses von Mathematik (als Wissenschaft) hin zu einem authentischen Bild von Mathematik und deren Bedeutung für die Gesellschaft dar. Der dritte zentrale Aspekt, welcher im engen Zusammenhang mit der Erweiterung der mathematikspezifischen Kompetenzen steht, ist die Verbesserung des Mathematikinteresses, der mathematikspezifischen Motivation, des Selbstkonzepts und die Förderung positiver Emotionen gegenüber Mathematik und mathematischem Arbeiten.

Ein weiteres, bedeutsames Anliegen des Vernetzungskonzepts ist es, das der Vernetzung von Schule und Universität zugrunde liegende Potenzial durch die

stattfindenden Kooperations- und Austauschprozesse aufzugreifen. Auf der Basis eines geeigneten Kooperationsklimas sollen in der gemeinsamen Arbeit Austausch- und Lernprozesse initiiert werden. Zentrales Ziel ist in diesem Kontext der Aufbau von langfristigen, kokonstruktiven Lerngemeinschaften von Akteuren der Schule und Universität.

## **4.4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt: Lehrerinnen und Lehrer, Schülerinnen und Schüler, Dozentinnen und Dozenten**

Die in den vorangegangenen Teilkapiteln dargestellten theoretischen Prinzipien der Vernetzung von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern beschreiben die zentralen Elemente des Netzwerkkonzepts: Die Zusammenarbeit aller Beteiligten erfolgt in einer auf mehreren Ebenen (inhaltlich, methodisch, organisatorisch) offenen Arbeitssituation. Die gemeinsame Arbeit ist insbesondere durch Freiwilligkeit und die Arbeit auf Augenhöhe gekennzeichnet. Dies ermöglicht die wechselseitige Rollenein-nahme des Lernenden und Lernbegleiters der anderen sowie kokonstruktives und soziales lernen. Eine zentrale Rahmenbedingung im Vernetzungskonzept bildet ein für alle Beteiligten neuartiger, reichhaltiger und zugleich geschützter Lernkontext, in dem sich alle Beteiligten längerfristig die Verantwortung für die aktive Gestaltung der Arbeitssituation teilen. Übergreifendes Ziel der gemeinsamen Arbeit ist die individuelle Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern sowie die aktive, authentische Beschäftigung aller mit Mathematik (als Wissenschaft) auf der Grundlage des in Kapitel 4.2 beschriebenen Lernarrangements.

Eingebettet in dieses Netzwerkkonzept und das Begriffsverständnis der Vernetzung von Schule und Universität (vgl. Abb. 4.2) soll im Folgenden ein exemplarisch-konkreter Konzeptvorschlag vorgestellt werden, welcher insbesondere die wechselseitig anregende Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern und Dozentinnen und Dozenten in den Fokus stellt. Der exemplarische Kon-

#### 4.4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität

zeptvorschlag dient der weiteren inhaltlichen Ausschärfung des Netzwerkkonzepts. Die inhaltlichen Überlegungen lassen sich in diesen und anderen Organisationsformen auf alle Personengruppen der Schule und Universität übertragen und das Konzept erweitern.

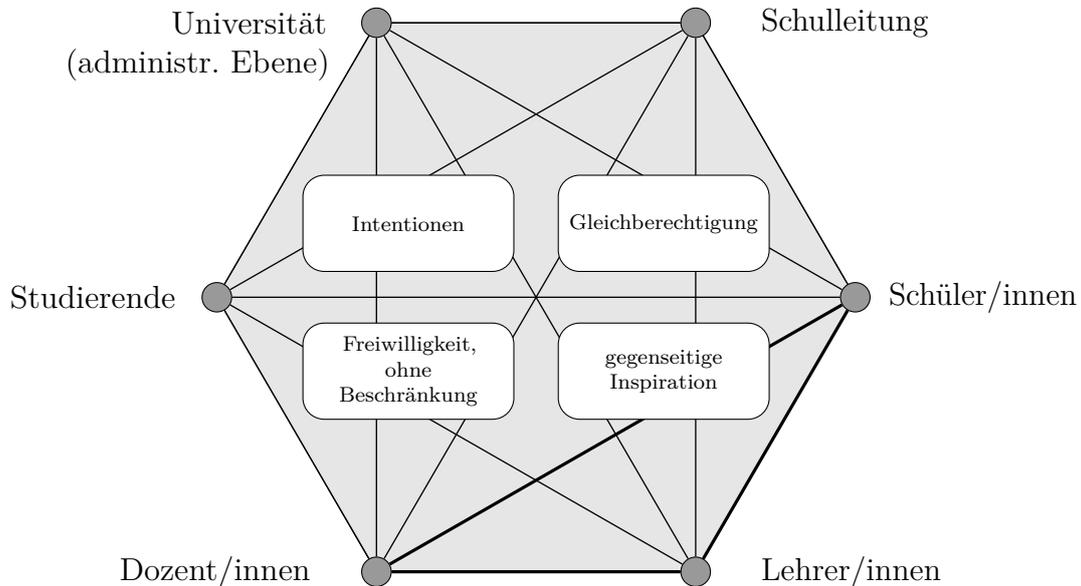


Abbildung 4.2: Schwerpunktsetzung des exemplarisch-konkreten Vernetzungskonzepts der Akteure von Schule und Universität

„Um zu verstehen, wie andere Menschen lernen, besonders Kinder, müssen wir versuchen die Dinge mit ihren Augen zu sehen.“ (Holt 1999: S. 7) Diese schülerorientierte Förderperspektive, wie sie John Holt und auch John Hattie (Hattie 2009: S. 252) beschreiben, entspricht dem Fokus im folgenden Konzeptvorschlag zur Vernetzung von Schule und Hochschule im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern. Dieser besteht aus drei Teilschritten (vgl. Abbildung 4.3). Es beginnt mit von Angehörigen der Universität gestalteten Arbeitsgemeinschaften, wird fortgeführt mit der Durchführung der Arbeitsgemeinschaften im Lehr-Lern-Tandem Schule - Universität und endet mit der Zusammenarbeit in einer Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule – Universität, eine auf den Unterricht orientierten Phase, wobei hier die Gestaltung durch die Schulen, aber weiterhin im regelmäßigen Forschungsaustausch

#### 4.4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität

mit der Universität erfolgt. Anliegen ist es, über die unterschiedlichen Zugänge eine neue intensivere Lehr-Lern-Sicht in allen Stufen zu erreichen. Die einzelnen drei Stufen können linear oder wechselseitig anregend bzw. bereichernd durchlaufen werden, wobei der Einstieg auf jeder Stufe erfolgen kann. Die Abbildung bildet neben den Lernorten mithilfe von Pfeilen auch das Beziehungsgefüge zwischen den Beteiligten in den einzelnen Teilschritten ab. Beabsichtigt ist die gegenseitige Anregung aller am Netzwerk Beteiligten. Darüber hinaus intendiert die Netzwerkarbeit auch eine Inspiration der nicht direkt am Netzwerk involvierten Akteure der Schule und Universität (dargestellt durch gestrichelte Pfeile). In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Teilschritte im Detail dargelegt.

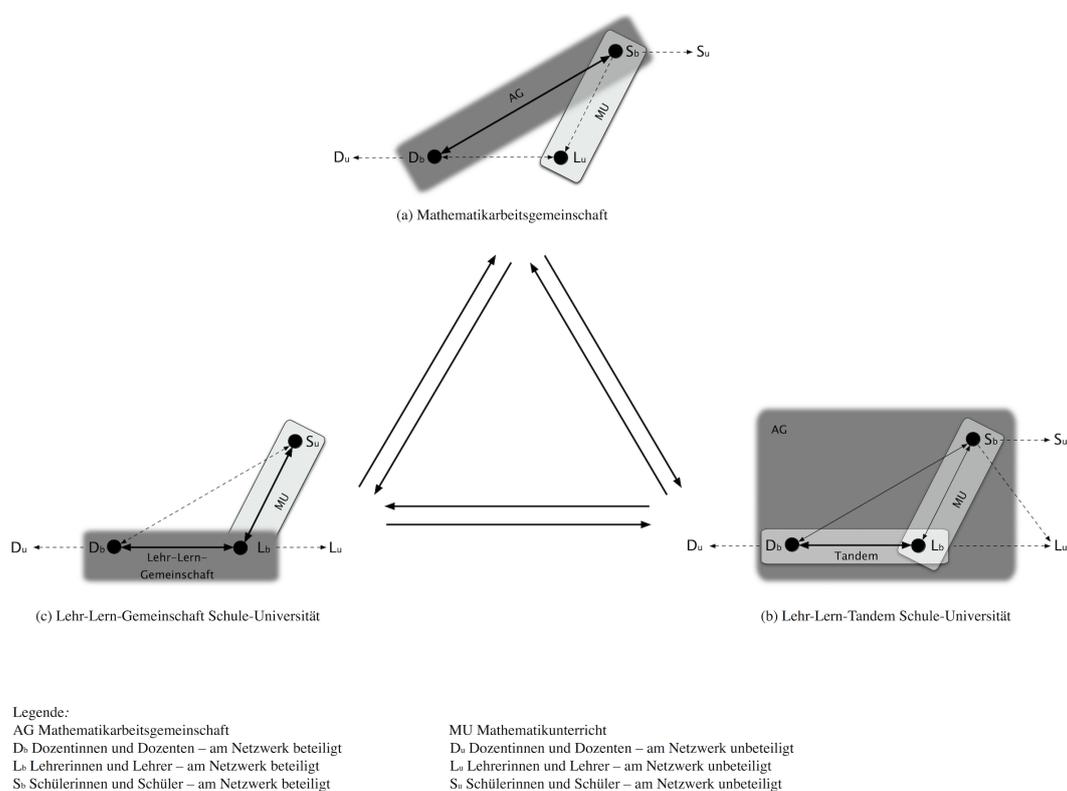


Abbildung 4.3: Dreiteiliger Konzeptvorschlag zur Vernetzung von Schule und Universität

### Mathematikarbeitsgemeinschaften

Im ersten Teil des Vernetzungskonzeptes steht die gegenseitig anregende, einander unterstützende, orientierende Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten im Fokus der gemeinsamen Arbeit von Schule und Universität (vgl. Abbildung 4.4).

Im Mittelpunkt der Zusammenarbeit steht eine durch die Beteiligten der Universität initiierte außerunterrichtliche Arbeitssituation, eine schulische Mathematikarbeitsgemeinschaft. Diese findet wöchentlich an verschiedenen Schulen ohne mathematischen Schwerpunkt und unterschiedlicher Schulformen (z. B. Gymnasien, (Integrierte) Gesamtschule, ...) statt. Die Arbeitsgemeinschaft schafft die für die Netzwerkarbeit notwendige anregende Lernatmosphäre für *gemeinsames* entdecken und erforschen: Arbeitsgemeinschaften und ihr fakultativer Charakter ermöglichen ein inhaltliches und methodisch-organisatorisch offenes Arbeiten gemäß den individuellen Interessen und Fähigkeiten ohne (Noten-, Zeit-, Stoff-)Druck bzw. Vorgaben. In dieser außerunterrichtlichen Arbeitssituation haben alle Beteiligten gleichermaßen die Gelegenheit zur aktiven Gestaltung der gemeinsamen Arbeit und des gemeinsamen Lernprozesses. Dieser für alle Beteiligten geschützte Lernkontext ermöglicht durch die Bündelung der vielfältigen Kompetenzen, Vorerfahrungen und Perspektiven auf ein Problemfeld eine gemeinsame Weiterentwicklung.

Im Folgenden werden vertiefende inhaltliche und methodisch-organisatorische konzeptionelle Überlegungen zu Mathematikarbeitsgemeinschaften im Kontext der Vernetzung von Schule und Universität ausgeführt.

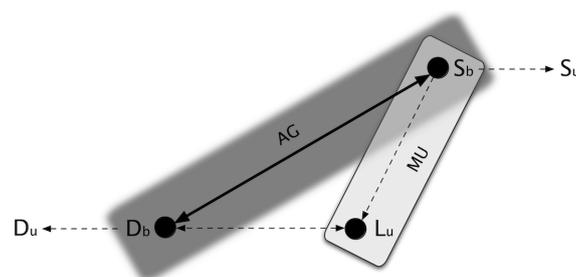


Abbildung 4.4: Konzeptvorschlag Teil (a): Mathematikarbeitsgemeinschaften

**Konzeptionelle Aspekte** Das Netzwerkkonzept basiert auf der geteilten Verantwortung für die Gestaltung der gemeinsamen Arbeitssituation und dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Lernarrangement, welches durch soziales und selbstgesteuertes Lernen, offene selbstdifferenzierende Erkundungssituationen, den Einsatz von händischen Materialien und Medien sowie die Kommunikation von und über Mathematik gekennzeichnet ist. Daher gibt es kein starres Programm für die Gestaltung der Arbeitsgemeinschaften. Die Dozentin oder der Dozent leitet die Arbeitsgemeinschaft nicht als Experte an, sondern ist Teil des Teams. Die aktive Gestaltung der Mathematikarbeitsgemeinschaft erfolgt gemeinsam und gleichberechtigt durch alle Beteiligten. Dies schließt auch die Phase der Themenfindung mit ein: Die gemeinsame Lernkultur ist durch das Entwickeln bzw. Aushandeln eines für alle interessanten, mathematisch reichhaltigen und herausfordernden Problemfeldes bzw. einer Zielsetzung gekennzeichnet. Das erste Treffen besteht aus einem Brainstorming zu interessanten Problemfeldern, in das die Dozentin bzw. der Dozent eine inhaltliche Anregung in Form einer offenen, selbstdifferenzierenden Erkundungssituation einbringt, die das Curriculum Mathematik vertieft<sup>6</sup>, anreichert und authentisches mathematisches Arbeiten ermöglicht. Das Ergebnis des Brainstormings ist ein für alle Beteiligten interessantes Feld für mathematische Erkundungen. Gemeinsam werden (subjektiv) interessante Fragestellungen zu diesem Themenfeld entwickelt, zueinander in Beziehung gesetzt und festgehalten. Daran schließt sich eine langfristige Phase der Arbeit am gemeinsamen Problemfeld an. Hier können die Schülerinnen und Schüler allein, zu zweit oder in Kleingruppen selbstgesteuert an der Lösung von selbstgewählten Fragestellungen arbeiten, diskutieren, Erkenntnisse festhalten und sich dabei durch das Potenzial der natürlichen Differenzierung gemäß ihren Möglichkeiten einbringen. Das Zeitfenster der Arbeitsgemeinschaften ist dabei variabel und ermöglicht so auch längerfristiges Experimentieren, Knobeln und Diskutieren. Die Mathematikarbeitsgemeinschaft stellt folglich eine Möglichkeit für die Schülerinnen und Schüler dar, sich eigenständig und kreativ mit für sie subjektiv interessanten mathematischen Problemstellungen auseinanderzusetzen, dabei in

---

<sup>6</sup>Ein Anliegen der Arbeitsgemeinschaft ist die Erweiterung des Bedeutungsverständnisses von Mathematik. Internationale Schulleistungsstudien (PISA, TIMSS) und Stefan Grigutsch stellten auf breiter empirischer Basis fest, dass im subjektiven Verständnis von Mathematik nur selten der Anwendungs- und Prozessaspekt verankert ist (Grigutsch 1996: S. 120). Das Beispiel der Dozentin bzw. des Dozenten sollte insbesondere diese Aspekte betonen.

den gegenseitig anregenden Austausch mit anderen Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten zu treten und den Verlauf der Arbeitsgemeinschaft aktiv mitzubestimmen. Im Fokus steht folglich Bildung durch authentisches mathematisches Arbeiten, die Freude an der mathematischen Erkenntnis, das Gefühl Wissenschaft gemacht zu haben.

#### **Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität**

Im zweiten Teil des Konzepts liegt der Fokus auf der gegenseitig beratenden, unterstützenden, einander anregenden und gemeinsam forschenden Zusammenarbeit zwischen Lehrenden der Schule und der Universität. Der Begriff „Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität“ beschreibt das regelmäßige Zusammentreffen einer Lehrerin bzw. eines Lehrers und einer Dozentin bzw. eines Dozenten, um in gemeinsamer Arbeit und im gegenseitigen Austausch mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler in einer Mathematikarbeitsgemeinschaft (vgl. Teil (a) des Konzeptvorschlags) zu fördern. Die in den Arbeitsgemeinschaften in Teil (a) gesammelten Erfahrungen und Einsichten fließen in den Tandem Ansatz von Schule und Universität ein: Mathematisches Arbeiten, wie in Teil (a) beschrieben, wird angestrebt. Im Teil (b) wird nun die Dozentin bzw. der Dozent durch ein Tandem aus einer Lehrerin bzw. eines Lehrers und einer Dozentin bzw. eines Dozenten ersetzt, um den Aspekt der Lehrpersonen speziell zu thematisieren. Basierend auf dieser gemeinsamen Intention, mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern einen optimalen Entwicklungskontext zu bieten und der Freiwilligkeit der Teilnahme am Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität, betont dieser Ansatz insbesondere die Aspekte der Gleichberechtigung und der gegenseitigen Inspiration bzw. Anregung. Die erfahrungs- und professionsbedingt unterschiedlichen Perspektiven auf den Gegenstand Mathematik und Mathematikunterricht stellen den Ausgangspunkt zu einer anregenden Diskussion und gemeinsamen koonstruktiven Entwicklung, Diskussion, Erprobung und Reflexion unterschiedlicher Ansätze zur Förderung von Schülerinnen und Schülern dar, die ein Von- und Miteinanderlernen für alle Beteiligten begünstigt. Die Intentionen des Tandem Ansatzes sind folglich vielschichtig: Ziel ist es, die Schülerinnen und Schüler mathematisch zu fördern *und* den Lehrenden einen geschützten, eigenen Lernkontext zu geben, welcher vielfältige Erfahrungen

im Initiieren und individuellen Begleiten von Schülerinnen und Schülern in ihrem (mathematischen) Lernprozess ermöglicht. Gemeinsam und gleichberechtigt wird dazu im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität eine mathematische Arbeitsgemeinschaft über einen längerfristigen Zeitraum vorbereitet, gestaltet und professionell reflektiert (Kurow 2016b: S. 205–209).

**Konzeptionelle Aspekte** Der Lehr-Lern-Tandem-Ansatz zwischen Schule und Universität besteht aus zwei Lernsituationen: Die erste Lernsituation umfasst die gemeinsame mathematische Beschäftigung in der *Mathematikarbeitsgemeinschaft* (vgl. Teil (a) des Konzeptvorschlags). Im Zentrum der gemeinsamen Arbeit steht folglich freiwilliges, selbstgesteuertes, offenes und kreatives mathematisches Arbeiten in einer wechselseitigen Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern, Lehrerin bzw. Lehrer und Dozentin bzw. Dozent. Dies bedeutet insbesondere, dass keiner der Lehrenden eine stetig leitende bzw. betreuende Rolle innerhalb der Arbeitsgemeinschaft einnimmt. Alle Beteiligten bringen sich nach ihren Möglichkeiten in den Arbeitsgemeinschafts-Treffen unter der gemeinsam ausgehandelten Zielsetzung aktiv ein. In Erweiterung zum Teil (a) des Konzeptvorschlags ist die Arbeit im Lehr-Lern Tandem Schule-Universität insbesondere durch die gemeinsame und gleichberechtigte Übernahme der Verantwortung durch Lehrende der Schule und Universität und zum Teil auch durch die beteiligten Schülerinnen und Schüler für den (mathematischen) Lernprozess der beteiligten Schülerinnen und Schüler gekennzeichnet. Die Mathematikarbeitsgemeinschaft dient erneut als geschützter Lernkontext für alle Beteiligten: Die Arbeitsgemeinschaft ermöglicht allen druckfreies mathematisches Arbeiten in einer Kleingruppe, ermöglicht den Lehrenden zudem die intensive Beobachtung der (mathematischen) Lernprozesse der beteiligten Schülerinnen und Schüler und die langfristige, tiefgreifende Interaktion mit ihnen.

*Innerschulische Arbeitstreffen*, die jeweils vor und nach den Mathematikarbeitsgemeinschaften stattfinden, stellen die zweite Lern- und Arbeitssituation im Tandem-Ansatz dar. In dieser Arbeitssituation liegt der Akzent insbesondere auf der Beziehung zwischen den Lehrenden der Schule und Universität (vgl. Abbildung 4.5 und das darin illustrierte Beziehungsgefüge im Lehr-Lern-Tandem-Ansatz). Entsprechend der Leitprinzipien der Zusammenarbeit im Netzwerk von Schule und

#### 4.4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität

Universität ist auch diese Lernsituation durch eine gleichberechtigte Zusammenarbeit der Lehrenden gekennzeichnet. Zu Beginn des Lehr-Lern-Tandems finden Vorbesprechungen statt, in denen die gemeinsame Basis für die Entwicklung eines Konzepts für die Mathematikarbeitsgemeinschaft gelegt wird. Beide Lehrende bringen in fachlichen Gesprächen und Diskussionen ihre Vorstellungen in Bezug auf die zu erreichenden Ziele, inhaltlichen und methodischen Gestaltungsideen bzw. Materialien mit ein. Zeitnah nach den Arbeitsgemeinschaften finden Nachbesprechungen statt: Kern der gleichberechtigten Treffen ist die professionelle Reflexion der gemeinsamen Erfahrungen, von Beobachtungen aus der Arbeitsgemeinschaft und der individuellen didaktischen Gewohnheiten, z. B. auf der Basis von Videoanalysen und Schülermaterialien. Diese professionelle Reflexion bildet die Grundlage für die gemeinsame kokonstruktive Weiterentwicklung der Lernsituation Arbeitsgemeinschaft und Diskussionen zu Förderungsmöglichkeiten für Schülerinnen und Schüler.

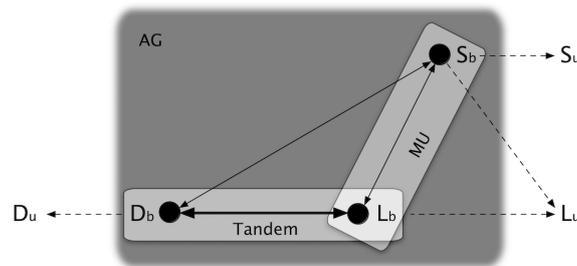


Abbildung 4.5: Konzeptvorschlag Teil (b): Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität

Die Kombination aus den innerschulischen Arbeitstreffen und den Mathematikarbeitsgemeinschaften als geschützter Lernkontext schafft eine handlungsorientierte Möglichkeit, in dem die Lehrenden gemeinsam und auf Augenhöhe mit den Schülerinnen und Schülern die Vielgestaltigkeit von Mathematik erleben können und in den gegenseitigen Austausch miteinander treten können. Auf diese Weise begünstigt der Lehr-Lern-Tandem-Ansatz von Schule und Universität eine langfristige und intensive Zusammenarbeit und den wechselseitigen Austausch innovativer Ideen zwischen den Beteiligten. Die gemeinsame, gleichberechtigte Arbeitssituation soll Hierarchien, die aus der Zugehörigkeit zu unterschiedlichen Personengruppen resultieren, in den Hintergrund rücken und die Konzentration auf das gemeinsame

Problemfeld begünstigen.

### Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität

Aus den Teilen (a) und (b) resultieren Erfahrungen und Einsichten über die Bedeutsamkeit des Lernarrangements im Lernprozess der Schülerinnen und Schüler und bedeutsame Gelingensbedingungen im Kontext einer Arbeitsgemeinschaft. Im Teil (c) des Konzeptvorschlags soll auf der Basis dieser Erfahrungen und Einsichten versucht werden, das Lernarrangement auch im regulären Mathematikunterricht für alle Schülerinnen und Schüler nutzbar zu machen. Die Durchführung des Mathematikunterrichts erfolgt durch die Lehrerinnen und Lehrer, aber weiterhin in geteilter Verantwortung und im methodisch-didaktischen Forschungsaustausch mit Lehrenden der Universität (vgl. Abbildung 4.6).

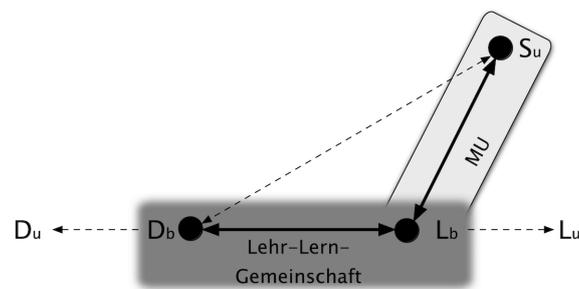


Abbildung 4.6: Konzeptvorschlag Teil (c): Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität

Die gemeinsame Arbeit von Lehrenden der Schule und der Universität ist in einer Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität organisiert. Das Konzept orientiert sich am Konzept der Professionellen Lerngemeinschaften (vgl. zusammenfassend Rolff 2013). Gemeinsames Ziel ist es, auf der Basis eines reflektierenden Dialogs (im Sinne des Konzepts des Reflektierenden Praktikers von Donald A. Schön 1987) eigene didaktische Gewohnheiten systematisch zu reflektieren und gemeinsam in einer Kleingruppe die Lernsituation für Schülerinnen und Schüler stetig weiterzuentwickeln. In Abgrenzung zu den Professionellen Lerngemeinschaften arbeiten in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität Lehrende der Schule und Universität auf Augenhöhe gemeinsam an der Entwicklung, Erprobung, Reflexion und

#### 4.4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität

Weiterentwicklung der Lernsituationen für Schülerinnen und Schüler. Die besondere Zusammensetzung der Lehr-Lern-Gemeinschaft bündelt das Handlungswissen bzw. lokale Wissen der Lehrerinnen und Lehrer mit neuem propositionalem Wissen der Dozentinnen und Dozenten. Wünschenswert ist eine Teilnahme von Lehrerinnen und Lehrern aus unterschiedlichen Schulen und/oder Schulformen. Dies ermöglicht das Erleben und Reflektieren der entwickelten Lernsituationen in unterschiedlichen Schul-Kontexten und aus unterschiedlichen, individuell geprägten Perspektiven und kann die Entwicklung von innovativen Ideen begünstigen.

**Konzeptionelle Aspekte** Die Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft erfolgt über einen längerfristigen Zeitraum in regelmäßigen Arbeitstreffen und ist stets themenbezogen. Zu Beginn der gemeinsamen Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft gilt es daher eine für alle relevante und aktuelle Thematik bzw. Problematik im Mathematikunterricht zu finden. Die Nähe zum aktuellen Mathematikunterricht der Lehrerinnen und Lehrer ermöglicht im weiteren Verlauf der Lehr-Lern-Gemeinschaft das Beobachten von Schülerinnen und Schülern und das gemeinsame Auswerten von aktuellen, authentischen Schülerdokumenten. Nachdem ein Entwicklungsschwerpunkt festgelegt wurde, werden die Ziele der gemeinsamen Arbeit bestimmt und in einem gemeinsamen Portfolio festgehalten. Daran schließen sich Gespräche zur Arbeitsweise in der Lehr-Lern-Gemeinschaft an. Regelmäßige Termine, ein gemeinsamer Lernort, die Art und Weise der Ergebnisdokumentation und das Anlegen einer Austauschplattform werden diskutiert und festgelegt. Der für alle Beteiligten interessante Entwicklungsschwerpunkt, verbunden mit einer klaren Zielorientierung und Arbeitsstruktur, bilden die Basis der beginnenden inhaltsbezogenen Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität. In den weiteren Arbeitstreffen erfolgt die auf den Entwicklungsschwerpunkt bezogene, kokonstruktive Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Auf der Grundlage von vorliegenden und begleitend entstehenden Praxiserfahrungen, die vorgestellt und ausgetauscht werden, wird nun versucht, gemeinsam prototypische, leistungsstarke Beispielsituationen und Konzepte für eine Einbindung von offenen, selbstdifferenzierenden Lernsituationen in den Mathematikunterricht zu erarbeiten, zu erproben und professionell zu reflektieren. Zentrales Kriterium während der gemeinsamen Arbeit ist die Arbeit auf Augenhöhe. Die Lehrenden der Universität nehmen keine leitende oder betreuende

#### *4.4 Vernetzungskonzept von Schule und Universität*

Rolle ein. Alle Beteiligten sind während der gemeinsamen Arbeit sowohl Lernende als auch Lernbegleiter der anderen.

# 5 Konzeptioneller Ansatz zur Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität mit exemplarischer Untersuchung

Hier wurde ich mal ernst genommen.  
Da konnte ich mal zeigen, was ich  
kann!

---

*(Schülerin, Klasse 8)*

Der in Kapitel 4 erörterte Konzeptvorschlag zur Vernetzung von Schule und Universität steht im Folgenden im Zentrum der Auseinandersetzung. Zentrales Anliegen dieses Konzeptvorschlags ist es, das der Vernetzung von Schule und Universität zugrunde liegende Potenzial exemplarisch-konkret in beispielhaften Kooperations-, Austausch- und Lernprozessen umzusetzen und mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler (vgl. Arbeitsdefinition auf Seite 89) zu fördern. Die Förderung dieser durch Diversität gekennzeichneten Schülergruppe ist Anliegen beider Institutionen. Die Untersuchung der aktuellen Vernetzungsansätze von Schule und Universität in Kapitel 3.3 ergab jedoch keinen tragfähigen Ansatz für langfristiges, offenes, kreatives und selbstgesteuertes Arbeiten für diese Zielgruppe. Folgende Hypothesen liegen dem Netzwerkkonzept dieser Arbeit zugrunde:

1. Das Lernarrangement (vgl. Abbildung 4.1 auf Seite 90) leistet einen Beitrag

## 5 Konzeptioneller Ansatz zur Umsetzung des Vernetzungskonzepts

zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern.

2. Mathematische Arbeitsgemeinschaften im Netzwerk Schule-Universität ermöglichen einen vertieften Einblick in übergreifende Zusammenhänge zwischen wissenschaftlichen Theorien und Methoden und leisten einen Beitrag zur Erweiterung des subjektiven Bedeutungsverständnisses von Mathematik.
3. Die Möglichkeit zur selbstgesteuerten mathematischen Auseinandersetzung in der Gemeinschaft fördert das Interesse an Mathematik bzw. an der Auseinandersetzung mit mathematischen Problemstellungen und dies insbesondere auch bei mathematisch interessierten, aber nicht herausgehoben mathematisch begabten Schülerinnen und Schülern.
4. Das Vernetzungskonzept ermöglicht eine intensive Zusammenarbeit zwischen allen Beteiligten und begünstigt den Austausch innovativer Ideen.
5. Die gleichberechtigte, fachbezogene Arbeitssituation begünstigt die Konzentration auf die Sachsituation, da hierarchische Strukturen in den Hintergrund rücken.
6. Die gemeinsame, gleichberechtigte Arbeitssituation begünstigt eine anregende, offene fachliche Diskussion und kann zur Weiterentwicklung der inhaltlichen und konzeptionellen Arbeit bzw. zur Weiterentwicklung des Konzepts und des Mathematikunterrichts, verbunden mit allgemein-mathematischer und sozialer Kompetenzsteigerung, führen.

Im Rahmen dieses Kapitels soll der in Kapitel 4 erörterte Konzeptvorschlag zur Vernetzung von Schule und Universität auf seine Leistungsfähigkeit hinsichtlich der Hypothesen und der Zielebenen untersucht werden. Im Zentrum stehen demnach insbesondere folgende Forschungsfragen:

- Kann es im Netzwerkkonzept gelingen, eine gegenseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen (personalisiert durch die beteiligten Personen)?
- Wie gelingt es? Was sind leistungsstarke Gelingensfaktoren?

- Wie lassen sich diese Gelingensfaktoren unterstützen?
- Was sind geeignete Ansätze zur Förderung von math. interessierten Schülerinnen und Schülern?
- Kann eine wissenschaftlich orientierte Arbeitsweise so faszinierend sein, dass sie mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler nachhaltig für Mathematik motiviert?

Eine qualitative empirische Untersuchung, in welcher die einzelnen Teile des Konzeptvorschlags über einen längerfristigen Zeitraum umgesetzt und exploriert werden, soll neben theoretischen Überlegungen dazu beitragen, die Fragen einer wissenschaftlichen Erörterung zuzuführen. Angelehnt an den Konzeptvorschlag, besteht die Untersuchung aus den drei Teilen (1) Mathematikarbeitsgemeinschaften, (2) Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität und (3) Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität. Auf diese Weise ist es möglich, jeden Teil des Vernetzungskonzepts hinsichtlich des Vernetzungspotenzials exemplarisch konkret zu untersuchen und daraus grundsätzliche Einsichten abzuleiten. Im Folgenden sollen zunächst allgemeine, übergreifende methodische Überlegungen zur vorliegenden dreistufigen Fallstudie dargelegt werden.

### **Qualitativer Forschungsansatz**

Die vorliegende Untersuchung basiert auf den Ansätzen und Methoden der empirischen qualitativen Sozialforschung. Dies ist im Untersuchungsgegenstand und in den Forschungszielen begründet. Im Mittelpunkt der Untersuchung steht die Erfassung, Beschreibung und die darauf aufbauende Ableitung von Einsichten und Thesen zu erfolgreichen Strukturen und effektiven Formen der mathematik- bzw. mathematikdidaktikbezogenen Netzwerkarbeit zwischen Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten, folglich die Struktur der Interaktion innerhalb einer sozialen Einheit. Roland Girtler macht deutlich, dass quantitative Erhebungsverfahren kaum dazu geeignet sind, um menschliches Handeln und die Interpretationen des Handelns zu erfassen (Girtler 1984: S. 26–27). Um soziales Handeln konsequent festzuhalten und zu verstehen, sind qualitative

Methoden notwendig, da die Sicht der Wirklichkeit von der Interpretation der Individuen abhängig ist und nicht unabhängig von der Situation objektiv identifiziert werden kann (Girtler 1984: S. 12–13; Lamnek 2010: S. 7). Daraus resultiert, dass Studienteilnehmerinnen und -teilnehmer nicht nur Untersuchungsobjekte, sondern orientierungs-, deutungs- und theoriemächtige Subjekte sind (Schütze 1978: S. 118). Qualitative Sozialforschung basiert demzufolge auf einer Kommunikation und Interaktion zwischen Forscherin bzw. Forscher und zu Untersuchenden (Lamnek 2010: S. 20). Ein weiterer Vorteil des qualitativen Forschungsansatzes ist die Offenheit, Prozesshaftigkeit und Flexibilität der Forschung. Der qualitative Forschungsansatz ermöglicht es, den Forschungsprozess flexibel an veränderte Bedingungen anzupassen (ebd.: S. 20–25). Dies ermöglichte in der vorliegenden Untersuchung die Studienteile in Bezug auf die Forschungsfragen von vornherein auch als Impulsgeber für die weitere Konzeptentwicklung anzulegen.

Alle drei Teile der Untersuchung sind als Fallstudie einzuordnen: Die einzelnen Teile des Konzeptvorschlags (Arbeitsgemeinschaft, Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität und Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität) wurden mit einem geringen Stichprobenumfang erprobt. Der geringe Umfang ermöglicht in einem überschaubaren Zeitraum (ca. 1 Schuljahr), an für die Untersuchungsanliegen gemäß repräsentativ ausgewählten Studienteilnehmerinnen und -teilnehmern detailliert, tiefgründig und Forschungsfragen spezifisch Thesen nachzugehen und Tendenzen zu erkennen:

„Den zentralen Vorteil der Fallanalyse [...] erblickt man im allgemeinen darin, sich durch die Beschränkung auf ein Untersuchungsobjekt oder relativ wenige Personen intensiver mit mehr Untersuchungsmaterial beschäftigen zu können, und dadurch umfangreichere und komplexere Ergebnisse zu bekommen.“ (Witzel 1982: S. 78)

Der Wert einer Fallstudie liegt folglich vor allem in dem detailliert erfass- und auslotbaren Facettenreichtum des Beobachtungsbereichs und der damit verbundenen Tiefe der Informationen. Die Ergebnisse der Untersuchung sind an die jeweiligen Umsetzungen und Fälle gebunden und ermöglichen das Ableiten von Einsichten und Tendenzen.

Der Ansatz der Fallstudie ermöglicht es, in der vorliegenden Untersuchung Prozesse in der Netzwerkarbeit zwischen den einzelnen Beteiligten ganzheitlich und detailliert zu erfassen, zu beschreiben und Schlussfolgerungen zu ziehen. Die einzelnen Teile des Konzeptvorschlages wurden über einen längeren Zeitraum von insgesamt drei Schuljahren (jeder der drei Teile auf ca. 1 Jahr terminiert, aufeinander aufbauend) umgesetzt und wissenschaftlich begleitet. Dies ermöglicht vor allem die Dokumentation, die Analyse von intra- und interpersonellen Entwicklungen in der Netzwerkarbeit, die Betrachtung des Zusammenwirkens einzelner Faktoren und von Ursache-Wirkungs-Zusammenhängen (Borchardt & Göthlich 2006: S. 40; Fuchs-Heinritz, Lautmann, Rammstedt & Wienold 1994: S. 181). Charakterisierend für den Untersuchungsansatz ist, dass sich die Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Fallstudien nicht in einer Laborsituation befinden. Daher können einzelne zu untersuchende Variablen neben der Arbeit im Netzwerk auch durch andere Faktoren beeinflusst werden. Dieser Aspekt muss bei der Auswertung der einzelnen Forschungsfragen berücksichtigt werden. Der Vorteil der Feldsituation, welche nicht manipuliert wird, liegt insbesondere in der Natürlichkeit der Situation und der damit verbundenen Authentizität der erhobenen Daten.

Die Intention einer Fallstudie, möglichst alle zentralen Aspekte, Dimensionen, Facetten eines Untersuchungsgegenstandes hinsichtlich der Forschungsfragen zu berücksichtigen, hat Auswirkungen auf den Prozess der Datenerhebung. Der Einsatz von verschiedenen Methoden zur Auswertung einer Forschungsfrage (Methodentriangulation) berücksichtigt diesen Anspruch. Darüber hinaus „bietet [die Methodentriangulation] [...] die relative Gewähr, Methodenfehler – insbesondere Artefakte – vergleichend zu erkennen und zu vermeiden.“ (Lamnek 2010: S. 273) Die vorliegende Untersuchung ist daher multimethodisch angelegt.

### **Doppelrolle als Forscher und aktiv Partizipierende im Netzwerk Schule-Universität**

Im vorangegangenen Abschnitt wurde bereits die Bedeutung der Kommunikation und Interaktion zwischen Forscherin bzw. Forscher und den Teilnehmerinnen und Teilnehmern in qualitativen Untersuchungen hervorgehoben: Dergestaltige Forschung ist demnach immer auch eine inhaltsbezogene Kooperation (Cropley 2002:

S. 40–41). In der vorliegenden Untersuchung nimmt die Autorin eine Doppelrolle als Partizipierende im Netzwerk Schule-Universität und als Forscherin ein.<sup>1</sup> Während in quantitativ angelegten Untersuchungen die Distanz zwischen beiden Rollen (Forscher/in, Studienteilnehmer/in) ein unabdingbares Kriterium ist, wird in der qualitativen Sozialforschung die Nähe-Distanz-Problematik kontrovers diskutiert. Eine zentrale Problematik resultiert aus der teilnehmenden Beobachtung und damit aus der Nähe zum Forschungsgegenstand. Es besteht die Möglichkeit einer Überidentifikation der bzw. des Forschenden mit den Untersuchten (Going native), was sich in der Übernahme von Maßstäben und Verhaltensmustern der Untersuchten äußert. Dabei besteht die Gefahr, dass die bzw. der Forschende die Untersuchungsaufgaben vernachlässigt (Grümer 1974). Eine abweichende Position vertritt beispielsweise Roland Girtler. Er betont die Vorteile der Nähe zum Forschungsgegenstand für den Forschungsprozess:

„Der Forscher, der zu einem „Mitglied“ der Gruppe wird, hat in diesem Sinn die Chance, zu echten Ergebnissen zu gelangen [...] In den meisten Fällen wird eine ehrliche Identifikation mit der betreffenden Lebenswelt wohl eher nützen als schaden, denn schließlich enthält sie so etwas wie Achtung vor den Menschen, deren Denken und Handeln man verstehen und nicht distanziert studieren will [...] Eine solche Aufgabe der Distanz, welche mit der oben postulierten „Offenheit“ des Forschers in engem Konnex steht, macht den Forscher für vieles in der zu erforschenden Gruppe empfänglich, was ihm sonst nicht so ohne weiteres deutlich werden würde. Keineswegs ist aber die Aufgabe der Distanz, die den Forscher zu einem „Going-native“ macht, dazu angetan, die „Objektivität“ der Daten zu beeinträchtigen, wie behauptet wird.“ (Girtler 1984: S. 63–64)

Die Aufgabe von einem gewissen Maß an Distanz und die tiefe Auseinandersetzung kann folglich fruchtbar für den Forschungsprozess genutzt und gleichzeitig die Objektivität der Daten erreicht werden. Siegfried Lamnek kommt zu der Schluss-

---

<sup>1</sup>Neben der Autorin, als Vertreterin der Universität, befinden sich auch die teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer (in gewissem Maß) in einer Doppelrolle als Partizipierende am Netzwerk Schule-Universität und als Forschende (in Bezug auf ihre Einsicht in mathematikdidaktische und allgemeindidaktische Fragen und Prozesse).

folgerung, dass nicht die Wahl zwischen Distanz oder Nähe entscheidend für die Qualität der Forschung ist, sondern die methodischen Kompetenzen der forschenden Person entscheidend sind:

„Das Entscheidende scheint hier darin zu bestehen, inwieweit der Forscher fähig ist, bewusst sowohl Identifikation als auch Distanz in den jeweiligen Arbeitsphasen herzustellen, d.h., inwieweit es ihm gelingt, die Lebenswelt seiner Untersuchungspersonen betreten und verlassen zu können.“ (Lamnek 2010: S. 36)

Für die Fallstudien wurde die Sichtweise von Lamnek und Girtler zugrunde gelegt, eröffnet sie doch die Möglichkeit in einem Ansatz, detaillierte Authentizität mit Forschungseinsichten zu verbinden. In der vorliegenden Untersuchung ist die Autorin daher partizipierender Teil des Netzwerkes Schule-Universität. Die verstärkte Interaktion und Kommunikation mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmern soll vertiefte Einblicke in die Wertevorstellungen jener und das Erfassen von Interaktionsmustern und prozessuale Aspekte der Netzwerkarbeit ermöglichen. Dies macht ein hohes Maß an Identifikation erforderlich, um Zugang und Akzeptanz zu den Teilnehmerinnen und Teilnehmern im Netzwerk zu finden (ebd.: S. 232). Darüber hinaus wird ein hinreichend großes Maß an reflektierender Distanz im Forschungsprozess benötigt. Um dem Spannungsfeld zwischen Identifikation und reflektierender Distanz Rechnung zu tragen, wurde versucht „eine versuchsinterne Distanzierung von Handeln und Erkennen“ (Hentig 1977: S. 511) vorzunehmen. Dies wurde durch eine formalisierte Arbeitseinteilung realisiert, in der das Agieren im Netzwerk Schule-Universität und das Reflektieren und Auswerten durch eine Person, aber nicht zur gleichen Zeit erfolgt.

In den folgenden Abschnitten des Kapitels wird die dreiteilige Untersuchung im Detail vorgestellt. Dabei werden jeweils zunächst die Ziele und Forschungsfragen sowie die wissenschaftliche Begleitung des Studienteils beschrieben. Anschließend werden die konkret umgesetzten Lernarrangements des Netzwerkes Schule-Universität dargelegt. Abschließend werden die aus der Untersuchung abgeleiteten Einsichten und Ergebnisse dargestellt und interpretiert.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

In der ersten Fallstudie wird der Konzeptvorschlag Teil (a), die Mathematikerbeitsgemeinschaften, wie sie in Kapitel 4.4 ab Seite 106 charakterisiert wurden, exemplarisch-konkret untersucht. Im Fokus der Mathematikerbeitsgemeinschaften liegt eine sich gegenseitig anregende, orientierende und aktivierende Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten in einem inhaltlich und methodisch-organisatorisch offenen Lernarrangement, welches durch folgende Faktoren charakterisiert ist:

- soziales und kooperatives Lernen
- selbstgesteuertes Lernen
- offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituation
- Einsatz von händischen Materialien und Medien
- Kommunikation von und/oder über Mathematik

### 5.1.1 Ziele und Forschungsfragen

Mit dem ersten Untersuchungsteil sind vielfältige Ziele und Forschungsfragen verknüpft. Im Zentrum der Mathematikerbeitsgemeinschaften im Netzwerk Schule-Universität steht vornehmlich die Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern sowie die gegenseitig anregende, orientierende und aktivierende Unterstützung zwischen Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten.

Anliegen der ersten Fallstudie ist die Untersuchung des Lernarrangements der Arbeitsgemeinschaften hinsichtlich ihres Beitrags zur *Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern*. Im Zentrum stehen dabei insbesondere folgende vier Zusammenhänge<sup>2</sup>: Der Zusammenhang zwischen der Förderung von Schülerinnen und Schülern im Umgang mit mathemathikhaltigen (Lern-)Situationen und ...

---

<sup>2</sup>Anliegen ist es, das zugrunde liegende Vernetzungskonzept zu explorieren. Die Schwerpunkte sind daher angelehnt an die Zielebenen des Vernetzungskonzepts, vgl. Tabelle 4.1, auf Seite 102.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

1. dem Einfluss des selbstgesteuerten Lernens im sozialen Kontext,
2. der Erweiterung des subjektiven Bedeutungsverständnisses von Mathematik (als Wissenschaft),
3. der Förderung von Mathematikinteresse und
4. der Vernetzung zwischen Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht.

Die Untersuchung der Auswirkungen des selbstgesteuerten Lernens im sozialen Kontext bildet ein Fokus im Hinblick auf die Förderung der Schülerinnen und Schüler. Diese zwei Faktoren (selbstgesteuertes Lernen, soziales Lernen) stellen zentrale Aspekte des Lernarrangements dar. Im Rahmen der Fallstudie soll untersucht werden, ob diese Art des Mathematiktreibens ein geeigneter Ansatz zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern darstellt. Können die Schülerinnen und Schüler mit dieser Öffnung umgehen? Hilft es Ihnen bei der Beschäftigung mit Mathematik?

Ein weiteres Ziel ist die Erweiterung des subjektiven Bedeutungsverständnisses von Mathematik (als Wissenschaft). Ansatz der Arbeitsgemeinschaften ist es, den Beteiligten authentisches mathematisches Arbeiten an Beispielsituationen zu ermöglichen, das über den gewohnten Rahmen des Mathematikunterrichts hinausgeht. Es soll untersucht werden, inwieweit es möglich ist, Mathematik als Wissenschaft begreiflich zu machen bzw. eine aktive Beziehung zu Mathematik als Kulturgut und Wissenschaft zu entwickeln. Gelingt es durch authentische Beispielsituationen, die Sichtweise auf Mathematik zu verändern und zum Suchen nach Mathematik in der sie umgebenden Welt anzuregen?

Das (subjektive) Mathematikinteresse als Motivation zum Mathematiklernen ist ein weiterer Untersuchungsaspekt. Im Rahmen der Fallstudie soll untersucht werden, ob sich eine Entwicklung des (subjektiven) Mathematikinteresses der beteiligten Schülerinnen und Schüler zeigt und welche Bedingungen dabei interessefördernd sind.

Die Mathematikarbeitsgemeinschaft als gemeinsame Lerngelegenheit stellt für alle Beteiligten einen geschützten Raum dar, in dem sie sich selbstgesteuert mit für sie subjektiv bedeutsamen Fragestellungen auseinandersetzen können. In der

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

Fallstudie soll die bewusste und unbewusste Vernetzung zwischen dem Mathematiktreiben in der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht untersucht werden: Gelingt die Vernetzung zwischen der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht oder werden beide Lerngelegenheiten getrennt voneinander wahrgenommen, sodass mathematisches Arbeiten in der Arbeitsgemeinschaft nicht als aus dem Mathematikunterricht bekannte Mathematik wahrgenommen wird? Sind dabei inhaltliche Anknüpfungspunkte zum Mathematikunterricht notwendig?

Neben der Förderung der mathematisch interessierten Schülerinnen und Schüler steht die *Arbeit im Netzwerk Schule-Universität* im Zentrum des ersten Untersuchungsteils. Gelingt es in den Mathematikerbeitsgemeinschaften die vier Charakteristika der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik umzusetzen?

### 5.1.2 Wissenschaftliche Begleitung der Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität im Format Arbeitsgemeinschaft

Die Untersuchung dieser Forschungsfragen erstreckte sich über einen längerfristigen Zeitraum von 1,5 Schuljahren. Im Rahmen der Falluntersuchung wurden insgesamt drei Mathematikerbeitsgemeinschaften an unterschiedlichen weiterführenden Schulen ohne mathematisch-naturwissenschaftlichen Schwerpunkt<sup>3</sup> von der Autorin in einer Doppelrolle als Forscherin und aktiv Partizipierende im Netzwerk Schule-Universität umgesetzt. Die Teilnahme an den Arbeitsgemeinschaften war stets freiwillig (siehe Netzwerkkonzept), nicht beschränkt und richtete sich an alle Schülerinnen und Schüler der Klassen sieben bis neun.

---

<sup>3</sup>Ziel der Netzwerkarbeit ist die Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern, wie sie in Abschnitt 4.2 auf Seite 89 charakterisiert wurden. Ziel der Netzwerkarbeit ist demnach nicht die Förderung von mathematisch begabten Schülerinnen und Schülern, deren Affinität zu Mathematik eine Besonderheit aufweisen. Aus diesem Grund wurden jene Schulen aus der Fallstudie ausgeschlossen, die einen mathematisch-naturwissenschaftlichen Schwerpunkt aufweisen.

**Auswahlverfahren der Teilnehmer/innen** Die Suche nach möglichen Teilnehmerinnen und Teilnehmern erfolgte auf der Basis der Leitprinzipien des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität, wie sie in Abschnitt 4.1, ab Seite 83 dargelegt wurden:

- I: Interesse an Mathematik bzw. am Mathematiklernen als Gegenstand der gemeinsamen Arbeit
- II: Netzwerke zwischen Schulen und Universitäten als Ort horizontaler Kooperation
- III: Mathematik gemeinsam und für alle
- IV: Netzwerke zwischen Schulen und Universitäten bieten Potenzial für gemeinsames Lernen

Für den Teilnehmerkreis sind insbesondere die Prinzipien I und III bedeutsam. Aus dem Leitprinzip III resultiert vor allem ein stets offener und freiwilliger Zugang zum Netzwerk zwischen Schule und Universität für alle Beteiligten, so auch für die Schülerinnen und Schüler. Aus diesem Grund wurden die Schülerinnen und Schüler nicht durch ein test- oder personengebundenes Auswahlverfahren ausgewählt. Neben einem freien und offenen Zugang zum Netzwerk ist die aktive und eigenständige Entscheidung der Schülerinnen und Schüler für die gemeinsame Beschäftigung mit Mathematik von zentraler Bedeutung (Leitprinzip I). Zielgruppe sind folglich mathematisch interessierte Schülerinnen und Schülern (vgl. die Charakterisierung in Abschnitt 4.2 auf Seite 89).

Ziel war es, je Arbeitsgemeinschaft eine Anzahl von ungefähr fünf<sup>4</sup> Schülerinnen und Schülern zu finden, die Interesse an der gemeinsamen Beschäftigung mit Mathematik haben und an der Fallstudie teilnehmen. Wünschenswert wäre es, wenn die Schülerinnen und Schüler dabei unterschiedlichen Klassen bzw. Geschlechtern angehören. Entsprechend der Zielgruppe wurde zunächst nach weiterführenden Schulen in Halle und dem Saalekreis gesucht, die keinen mathematisch-naturwissenschaftlichen Schwerpunkt haben und deren Schulleitung der Fallstudie zustimmt. Anschließend erfolgte eine kurze Vorstellung der geplanten Mathematikarbeitsgemeinschaft in den Klassen der Jahrgangsstufen 7, 8 bzw. 9. Auf diese Weise

---

<sup>4</sup>Die Arbeit in Kleingruppen ist ein bedeutsamer Aspekt des Lernarrangements (vgl. S. 94 bis 96), welches durch die Anzahl von ungefähr 5 Schülerinnen und Schülern realisiert werden soll.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

wurde für jede Arbeitsgemeinschaft eine weiterführende Schule gefunden, an denen sich fünf Schülerinnen und Schüler für die Arbeit in einer Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule Universität interessierten und die der Teilnahme an der Studie zustimmten. Der Tabelle 5.1 stellt die Stichprobe des ersten Untersuchungsteils dar. Insgesamt fanden die Arbeitsgemeinschaften an zwei Gymnasien und einer Gesamtschule statt. Zwei dieser Schulen befinden sich in Halle (Saale), eine im Saalekreis. Alle Schülerinnen und Schüler des Netzwerks Schule-Universität nahmen während des gesamten Studienzeitraumes an der Untersuchung teil.

Tabelle 5.1: Stichprobe des Untersuchungsteils 1: Arbeitsgemeinschaften

Arbeitsgemeinschaft	AG 1	AG 2	AG 3
Schulform	Gesamtschule	Gymnasium	Gymnasium
Ort	Halle (Saale)	Saalekreis	Halle (Saale)
Klassenstufe	7	8	9
Alter	12-13 Jahre	12-14 Jahre	14-15 Jahre
Anzahl	5	5	5
Geschlecht	weiblich: 5	weiblich: 2 männlich: 3	weiblich: 3 männlich: 2
Mathematiknote im Vorjahr	gut: 2 befriedigend: 1 ausreichend: 2	gut: 1 befriedigend: 3 ausreichend: 1	befriedigend: 1 ausreichend: 3 mangelhaft: 1

**Zeiteinteilung der Datenerhebung** Im Folgenden sollen die Spezifika der Datenerhebung erläutert werden. Die einzelnen Mathematikerbeitsgemeinschaften wurden in einem Zeitraum von mehr als einem Schuljahr umgesetzt und wissenschaftlich begleitet. Wie in der Einleitung dieses Kapitels bereits dargelegt, ist die Untersuchung multimethodisch angelegt, um möglichst alle bedeutenden Aspekte des Untersuchungsgegenstandes hinsichtlich der Forschungsfragen zu berücksichtigen. In Tabelle 5.2 ist dieser Prozess in einem Überblick dargestellt. Zu Beginn der Untersuchung (T0), vor Beginn der gemeinsamen Arbeit in der Mathematikerbeitsgemeinschaft, wurden alle Schülerinnen und Schüler mithilfe eines leitfadengestützten Interviews befragt. Während der Umsetzung der Mathematikerbeitsgemeinschaft (T1) wurden weitere Daten in Form einer teilnehmenden

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

Beobachtung der Autorin (unterstützt durch Tonbandaufnahmen) erhoben. Nach dem Ende der gemeinsamen Arbeit in Netzwerk Schule-Universität (T2) wurden die Schülerinnen und Schüler erneut und darüber hinaus auch deren Mathematiklehrerinnen und -lehrer mithilfe eines Leitfadens interviewt. In den nächsten Abschnitten wird im Detail auf die einzelnen Erhebungsschritte eingegangen.

Tabelle 5.2: Untersuchungsteil 1: Zeiteinteilung der Datenerhebung und erfasste Zieldimensionen bzw. Zielbereiche

	Schülerinterviews	Lehrerinterviews	teilnehmende Beobachtung
Förderung von Schülerinnen und Schülern im Umgang mit mathemathikhaltigen Lernsituationen	T2	T2	T1
subjektives Bedeutungsverständnis von Mathematik	T0, T2		T1
Mathematikinteresse der Schülerinnen und Schüler	T0, T2	T2	T1
Arbeitsgemeinschaft im Kontext des Mathematikunterrichts	T2	T2	T1
Arbeit im Netzwerk Schule-Universität	T0, T2		T1

**Schülerinterviews** Die Schülerinterviews stellen eine für die Fallstudie bedeutsame Datenquelle dar. Der Prozess der Datenerhebung erfolgte in jeder der drei Mathematikerbeitsgemeinschaften sowohl zu Beginn (T0) als auch am Ende (T2) der gemeinsamen Arbeit an einem Nachmittag in einem für die Schülerinnen und Schüler gewohnten und vor Störungen geschützten Raum in der jeweiligen Schule durch die Autorin. Die Eingangs- und Abschlussinterviews in der Fallstudie wurden jeweils als fokussiertes Leitfadensinterview durchgeführt. Diese Form des Interviews eignet sich, wenn die Befragten eine konkrete, ungestellte Situation, wie z. B. den Mathematikunterricht oder die Mathematikerbeitsgemeinschaft erfahren haben und diese Situation Bestandteil der Befragung ist (Lamnek 2010: S. 337).

Im Folgenden wird der für die Fallstudie verwendete Leitfaden erläutert. Zu Beginn des Interviews werden alle Schülerinnen und Schüler auf die Interview-Situation

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

eingestimmt. Dabei wird auf die Bedeutung der wahrheitsgemäßen Beantwortung der Fragen hingewiesen und die Anonymität aller Daten versichert. Anschließend werden den Schülerinnen und Schülern möglichst offene Fragen zu verschiedenen Themengebieten gestellt.<sup>5</sup>

Im Eingangsinterview (T0) werden sie zunächst zu ihren Beweggründen für die Teilnahme an der Mathematikarbeitsgemeinschaft befragt. Es schließt sich ein Block von Fragen zu verschiedenen Personenvariablen an. Diese personenbezogenen Daten werden in der weiteren Datenanalyse und der Stichprobendeskription verwendet. Zu den personenbezogenen Daten, welche erhoben werden, gehört insbesondere auch die Mathematikleistung des vergangenen Schuljahres und die Interessensstärke für Mathematik. Als Maß für die Mathematikleistung wird die letzte Zeugnisnote im Fach Mathematik benutzt. Die Erfassung des subjektiv eingeschätzten Mathematikinteresses durch die Schülerinnen und Schüler wird im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft durch weitere beobachtbaren Daten, wie z. B. die Teilnahmedauer bzw. die Häufigkeit des Fehlens, die Beteiligung an anderen mathematischen Aktivitäten außerhalb des Mathematikunterrichts oder die Beschäftigung mit Problemen der Arbeitsgemeinschaft nach der Arbeitsgemeinschaft ergänzt. Durch das Einbeziehen von unterschiedlichen Aspekten des Mathematikinteresses, soll ein möglichst aussagekräftiges Bild des Interesses erzeugt werden. An die personenbezogenen Daten schließt sich das Themengebiet „Bedeutungsverständnis von Mathematik und Mathematikaufgaben“ an. Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler beschreiben, was für sie Mathematik ist und Stellung zu verschiedenen Items nehmen. Die Items orientieren sich dabei an der Kategorisierung und den Items von Stefan Grigutschs Dissertation zu mathematischen Weltbildern von Schülerinnen und Schülern (Grigutsch 1996).

Im Abschlussinterview werden die Schülerinnen und Schüler mit einem in vielen Teilen ähnlichen Leitfaden interviewt. Im Unterschied zum Eingangsinterview fokussiert das Abschlussinterview auf eine Reflexion und Einordnung der gemeinsamen Arbeit. Daraus resultieren zum einen kleine Änderungen in der Fragenformulierung, wie z. B. der Zeitform. Zum anderen werden dadurch neue thematische Blöcke wie z. B. die Vernetzung zwischen dem Mathematiktreiben in der Mathe-

---

<sup>5</sup>Die Leitfäden des Schülereingangs- und Schülerabschlussinterviews des ersten Untersuchungsteils befinden sich im Anhang, ab Seite II.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

matikarbeitsgemeinschaft und dem eigenen Mathematikunterricht in das Interview einbezogen.

**Lehrerinterviews** Die Lehrerinterviews wurden nach der Beendigung der Mathematikarbeitsgemeinschaften (T2), wie bereits die Schülerinterviews auch, als fokussiertes Leitfadeninterview durchgeführt.<sup>6</sup> Nach einer Vorstellung des Interviewanliegens und der Versicherung der anonymen Verwendung der Daten, beginnt die Befragung der Lehrerinnen und Lehrer, die sich in drei Themenblöcke einteilen lässt. Im ersten Teil steht die mathematische Förderung der Schülerinnen und Schüler, die aktiv an der Mathematikarbeitsgemeinschaft teilnehmen, im Fokus. Die Lehrerinnen und Lehrer werden in diesem Teil zu einer Einschätzung der beteiligten Klasse und der an der Arbeitsgemeinschaft beteiligten Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik hinsichtlich der Leistung, des Interesses und möglicher wahrgenommener Veränderungen bezüglich ihres Verhaltens, Engagements etc. aufgefordert. Es schließt sich ein Teil an, in dem das Lernarrangement der Mathematikarbeitsgemeinschaft in den Mittelpunkt rückt. Die Lehrerinnen und Lehrer bekommen Einblick in die Arbeitsweise und Konzeption. Der letzte Themenblock im Interview fokussiert sich auf die Vernetzung von Schule und Universität. Im Zentrum steht dabei zum einen die Reflexion des Formats der Mathematikarbeitsgemeinschaft hinsichtlich dessen Potenzials, zum anderen werden die Lehrer nach möglichen Vernetzungsansätzen zwischen Schule und Universität und deren Gelingensbedingungen befragt.

**Teilnehmende Beobachtung** Die Befragung der Schülerinnen und Schüler sowie der Mathematiklehrerinnen und -lehrer fokussiert sich vor allem auf die Ermittlung der subjektiven Einstellungen, Meinungen, Emotionen und Erwartungen. Zur Erfassung von sozialen Verhaltensweisen können die Interviews hingegen nur einen geringeren Beitrag leisten (Lamnek 2010: S. 502–503). In der vorliegenden Untersuchung stellt die Art des sich Einbringens der einzelnen Beteiligten und deren Interaktion im Netzwerk Schule-Universität einen Schwerpunkt dar. Um die typischen Verhaltensweisen in der gemeinsamen Arbeit zu entdecken und zu

---

<sup>6</sup>Der Leitfaden des Lehrerinterviews des ersten Untersuchungsteils befindet sich im Anhang, ab Seite V.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

beschreiben, wurde die Methode der qualitativen, unstrukturierten teilnehmenden Beobachtung nach Girtler (1984) eingesetzt. Diese Methode der Beobachtung ist offen. Alle Beteiligten werden folglich vor Beginn der gemeinsamen Arbeit über die Tatsache des Beobachtens informiert. Zur weiteren Charakteristik dieser Form der Beobachtung gehört die Personalunion von beobachtender und forschender Person.<sup>7</sup> Für die Beobachtung der sozialen Interaktion mit den Beteiligten wird kein Beobachtungsschema verwendet. Sie erfolgt dennoch stets im Hinblick auf die Forschungsfragen. Von Bedeutung ist dabei die gleichzeitige Notation von sozialer Interaktion und sozialer Wirklichkeit, sodass das Verhalten der Probanden nie losgelöst von der Situation betrachtet werden kann. Diese unstrukturierte Beobachtung wird im wissenschaftlichen Diskurs wegen der mangelnden Kontrolle kritisch betrachtet. Den entscheidenden Vorteil dieser unstrukturierten Beobachtung sieht Girtler in der Flexibilität begründet. Der breite und offene Beobachtungsrahmen ermöglicht das Einbeziehen von neuen Erkenntnissen, die Veränderung bzw. Erweiterung der Perspektive und folglich das Generieren von breiterem und profunderem Wissen im Unterschied zu einer strukturierten Beobachtung (Lamnek 2010: S. 573–574). Um die Natürlichkeit der Situation nicht zu stören, erfolgt das Festhalten der Beobachtungsdaten nicht während, sondern erst im Anschluss an die soziale Interaktion mit den Probanden. Dabei wird darauf geachtet, die Zeitspanne zwischen Beobachtung und Protokollierung der Beobachtungsinhalte gering zu halten, da mit zunehmender zeitlicher Distanz die Exaktheit des Protokolls abnimmt (ebd.: S. 558). Nach Abschluss der Untersuchung werden die einzelnen Beobachtungsdaten analysiert, verglichen und im Hinblick auf die Forschungsfragen in Beziehung zueinander gesetzt (ebd.: S. 573). In diesem Prozess werden in der Methode der qualitativen, unstrukturierten teilnehmenden Beobachtung nach Girtler (1984) als Ergänzung weitere Daten aus Interviews und Diskussionen mit einbezogen.

---

<sup>7</sup>Auf die wissenschaftliche Diskussion zur Doppelrolle als Forscher und aktiv Partizipierender im Netzwerk Schule-Universität wurde in der Einleitung im Detail eingegangen und dabei die Position Girtlers im Diskurs verortet. Daher wird an dieser Stelle auf eine erneute Auseinandersetzung mit dieser Problematik verzichtet.

### 5.1.3 Lernarrangements der Arbeitsgemeinschaften

Das Lernarrangement als spezifischer Ansatz zur Förderung der Schülerinnen und Schüler ist in die Netzwerkarbeit von Schule und Universität eingebettet. Das theoretische Konzept des Lernarrangements, wie es ab Seite 89 beschrieben ist, wird durch verschiedene, sich wechselseitig beeinflussende Faktoren mit variierender Gewichtung charakterisiert. Um die Auswertungsergebnisse, die in den folgenden Abschnitten dargelegt werden, in den Zusammenhang zu den konkreten Arbeitsgemeinschaften stellen zu können, werden zunächst die Lernarrangements der drei Arbeitsgemeinschaften ausgeführt. Dabei wird der Schwerpunkt insbesondere auf die charakteristischen Merkmale des jeweiligen Lernarrangements gelegt.

Die Basis bildet ein inhaltlich und methodisch-organisatorisch offenes Lernarrangement, in welchem die Schülerinnen und Schüler und Dozentinnen und Dozenten gleichberechtigt die Verantwortung für die Gestaltung übernehmen. Die Arbeitsgemeinschaften treffen sich jeweils einmal pro Woche (bei Wunsch aller Teilnehmenden auch in den Schulferien), um gemeinsam an mathematischen Fragestellungen zu arbeiten. Die Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft stand allen Schülerinnen und Schülern der Jahrgangsstufen 7, 8 bzw. 9 während der gesamten Zeit offen.

#### 5.1.3.1 Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft 1 – Prozess der Themenfindung

An dieser Arbeitsgemeinschaft beteiligten sich fünf Schülerinnen der Klassenstufe 7 einer Gesamtschule über einen Zeitraum von einem Schuljahr. Die Schülerinnen gehörten einer Klasse an, befanden sich im Mathematikunterricht jedoch in zwei nach mathematischer Leistung separierten Kursen. Aus diesem Grund wurde auf ein methodisch gestaltetes Kennenlernen verzichtet. Ein zentraler Aspekt des offenen Lernarrangements der Arbeitsgemeinschaft war der Prozess der Themenfindung. Die Lernenden sollten im Rahmen der gemeinsamen Arbeit die Möglichkeit bekommen, an für sie individuell bedeutsamen Problemstellungen zu arbeiten.

**Brainstorming und thematische Anregungen** Zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft erfolgte ein Brainstorming zu möglichen interessanten Themengebieten. In dieser Phase der gemeinsamen Arbeit hatten die Schülerinnen Schwierigkeiten

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

auf der Grundlage ihres bisherigen Erfahrungshintergrunds zu Mathematik (einschließlich ihrer bisherigen Leistungserfahrungen) Ideen für mögliche mathematische Projekte zu finden. Die Aufforderung stellte eine ungewohnte Situation dar. Es schien daher sinnvoll, die Öffnung ihres mathematischen Blicks zu unterstützen, in dem durch vielfältige thematische Anregungen für offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituationen (vgl. Arbeitsdefinition, Seite 97) das Spektrum für Möglichkeiten der Beschäftigung (exemplarisch) angedeutet wurde. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Schülerinnen insgesamt mehrere mathematische Gebiete kennenlernen. Im Zentrum der ersten Treffen standen zahlreiche Experimente mit Papier und Alltagsgegenständen. Auf der Grundlage dieser Orientierung wurden die Schülerinnen dann erfolgreich selbsttätig. In der offenen, selbstdifferenzierenden Erkundungssituation gelang es den Schülerinnen eigenständige (Teil-)Fragestellungen zu entwickeln und ihnen nachzugehen.

**Eigenständige Suche nach Mathematik in der Umwelt** Im Verlauf der gemeinsamen Arbeit veränderte sich die zunächst noch nicht gleichverteilte Rollenverteilung im Prozess der Themenfindung. In Vorbereitung auf die nächste Arbeitsgemeinschaft machten sich die Schülerinnen unaufgefordert gemeinsam Gedanken über eine weitere inhaltliche Ausrichtung der Arbeitsgemeinschaft. Zu Beginn der nächsten Arbeitsgemeinschaft berichteten sie aufgeregt von ihren Ideen. Dabei entwickelte sich eine anregende Diskussion, in der alle gemeinsam die mitgebrachten Ideen weiterentwickelten bzw. darauf aufbauend neue Ideen entwickelten, wie der folgende Ausschnitt <sup>8</sup> verdeutlicht.

S14: Wir könnten ja vielleicht auf den Weihnachtsmarkt gehen und gucken wie viele Menschen zu den Ständen gehen und was kaufen oder was wir sonst noch entdecken können!

S12: Genau, wie viele kaufen etwas, wie viele gucken nur oder lassen sich beraten!

D: Ja, super! Man kann ja auch zum Beispiel, das fällt mir gerade ein, sich eine Stunde an einen Stand stellen und gucken: wie viele Leute

---

<sup>8</sup>Die Szene entstammt der teilnehmenden Beobachtung der Arbeitsgemeinschaft, welche durch Audioaufnahmen unterstützt wurde. Dabei bedeuten die Abkürzungen S... Schülerin und D...Dozentin.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

kommen da eigentlich vorbei und wie viele kaufen dort wirklich etwas. Das ist ja nicht bei jedem Stand gleich. Wir könnten ja verschiedene Stände beobachten und dann mal vergleichen.

(...)

S10: Oder wir könnten uns eine Pommestüte holen und dann ausrechnen, wie viele da durchschnittlich reinpassen. Oder wie viele Menschen sehen wir Glühwein trinken?

S14: Oder wir machen das mit dem Karussell mit den Kindern!

S11: Ja, wie viele Kinder da hingehen, das ist cool!

(...)

S10: Ich hab noch eine Idee. Ähm, ja ähm, wir könnten ja irgendwie, ähm, ähm die Ausstellung, ich weiß ja nicht, wann wir die machen, zum Beispiel wenn ne Ausstellung zu Weihnachten ist, könnte man ja auch irgendwas wie ein Weihnachtsspezial machen, das man irgendwas mit Plätzchen macht oder irgendwas mit dem Weihnachtsmann oder zum Beispiel wenn Ostern ist (...) Ich bin gut.

Im Fokus standen somit zum einen die Planung, Durchführung und Auswertung der Untersuchung auf dem Weihnachtsmarkt und zum anderen die Planung eines weihnachtlichen Beitrags für die Experimente-Werkstatt Mathematik. Die Arbeitsgemeinschaft fand daher im weiteren sowohl in der Schule als auch auf dem Weihnachtsmarkt und in der Experimente-Werkstatt Mathematik in Halle statt. Während der Arbeit am Projekt lernten die Schülerinnen so nahezu alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter der Abteilung Didaktik der Mathematik der Universität Halle-Wittenberg kennen.

### 5.1.3.2 Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft 2 – Einfluss des Monochords auf unterschiedliche Lernphasen

An dieser Arbeitsgemeinschaft beteiligten sich zwei Schülerinnen und drei Schüler der Klassenstufe 8 eines Gymnasiums im Saalekreis über einen Zeitraum von

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

einem Schuljahr. Die Schülerinnen und Schüler entstammten zwei verschiedenen Klassen, kannten sich jedoch sehr gut. Aus diesem Grund wurde auch in dieser Arbeitsgemeinschaft auf ein methodisch gestaltetes Kennenlernen verzichtet.

In dieser Arbeitsgemeinschaft wurde ein inhaltlicher Impuls gewählt, der einen anderen Aspekt von Mathematik betont, als in der Arbeitsgemeinschaft 1. Im Mittelpunkt stehen dabei nicht mehrere alltägliche Anwendungssituationen (vgl. Arbeitsgemeinschaft 1), sondern eine komplexe Erkundungssituation, die Mathematik und ihre Genese in den Mittelpunkt rückt. Dabei steht insbesondere die Arbeit mit und die Funktion von händischen Materialien in den unterschiedlichen Lernphasen im Fokus. Historische mathematische Instrumente stellen als Träger von mathematischen Ideen einen leistungsstarken Ansatz für offenes, selbstgesteuertes und selbsttätiges Lernen dar. Mathematische Instrumente, als Ausgangspunkt bzw. als Hilfsmittel für mathematische Erkundungen und Experimente, machen Mathematik als (kreativen) Prozess erlebbar und (be-)greifbar.

Ausgangspunkt ist und im Zentrum der Mathematikerbeitsgemeinschaft steht das Monochord, eines der ältesten und „ehrwürdigsten Versuchsinstrumente der Menschheit“ (Kayser 1950: S. 1). Es besteht aus einem langen Resonanzkörper, über welchen eine Saite gespannt ist. An den Enden des Resonanzkörpers sind zwei feste Stege befestigt, die den schwingenden Teil der Saite begrenzen. Darüber hinaus ermöglicht ein frei beweglicher Steg das uneingeschränkte Verkürzen der schwingenden Saitenlänge. Eine Besonderheit des Monochords besteht darin, dass unterschiedliche Tonhöhen nur von der schwingenden Saitenlängen abhängen. Dies ermöglicht zahlreiche Untersuchungen zum Zusammenhang zwischen Musik und Mathematik. Im Vergleich zu anderen mathematischen Versuchsinstrumenten zeichnet sich das Monochord insbesondere durch die Bedeutung des Gehörsinnes bei Experimenten am Monochord aus. Das Monochord ermöglicht auf diese Weise das praktische Erleben von Mathematik mit Kopf, Ohr, Herz und Hand und fördert so vielfältige Lernformen (Kurow 2016a: S. 157).

Im Folgenden wird der Einfluss des Monochords auf unterschiedliche Lernphasen erörtert.

**Annäherung** Während des ersten Treffens der Mathematikerbeitsgemeinschaft wurde gemeinsam nach Problemstellungen gesucht, die für alle Beteiligten inter-

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

essant sind. Das Monochord diente dabei als inhaltlicher Impuls der Dozentin, welcher auch die Schülerinnen und Schüler zu einer Auseinandersetzung anregte und gemeinsam als ein Gegenstand der Arbeitsgemeinschaft festgelegt wurde. Das Monochord als bis dahin unbekanntes Instrument hatte in dieser Phase eine motivierende Funktion.

Es folgte eine erste Annäherung an den Untersuchungsgegenstand Monochord: Gemeinsam wurden erste Fragestellungen aufgeworfen, die sich zunächst auf das Instrument und dessen Erfinder<sup>9</sup>, Pythagoras von Samos, beziehen: Was ist das Monochord? Woraus besteht es? Welche Funktion hat es? Woher stammt es und wer hat es benutzt? Das Monochord diente folglich zunächst in der Arbeitsgemeinschaft als zu untersuchendes Objekt. Mithilfe eines nahezu originalgetreuen Instruments erkundeten alle gemeinsam das Instrument, dessen Bestandteile und deren Funktion mit allen Sinnen. Um Ansätze und Hintergrundinformationen für die Verwendung des Monochords zu erhalten, beschloss die Gruppe in verteilten Aufgaben zu recherchieren. Vor Ort mithilfe eines internetfähigen Computers und auch zu Hause in Vorbereitung auf das nächste Treffen sammelten alle Informationen, die in ihrem Verantwortungsbereich interessant sein könnten und werteten diese teils sehr differierenden Informationen gemeinsam aus. Während der Nachforschung rückte der Leitsatz der Pythagoreer in das Zentrum: Alles ist Zahl. Diese These stieß in der gesamten Arbeitsgemeinschaft auf Interesse, begründet im allgemeinen Interesse an Mathematik und Musik sowie in einem kognitiven Konflikt, welcher diese These auslöste.

**Problemstellung entdecken** Erste weitgefasste Problemstellungen wurden durch die Schülerinnen und Schüler direkt aus der These abgeleitet: Ist alles Zahl? Wie viel und welche Mathematik steckt im Monochord? Gibt es einen Zusammenhang zwischen Mathematik und Musik? Gemeinsam wurde in einem langfristigen Zeitraum versucht, Antworten bzw. Ansätze zur Beantwortung dieser Fragen zu generieren. Zunächst wurde in der Gruppe über mögliche Verbindungen zwischen Mathematik und Musik diskutiert. Die Schülerinnen und Schüler erinnerten sich

---

<sup>9</sup>Der Ursprung des Monochords ist aufgrund der lückenhaften Quellenlage nicht genau rekonstruierbar, einige antike Quellen verweisen jedoch auf eine Entstehung und den empirischen Gebrauch des Monochords bei Pythagoras und den Pythagoreern (Wantzloeben 1911: S. 2 ff.).

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerarbeitsgemeinschaften

an ihren Musikunterricht und äußerten die Vermutung, dass sich Mathematik in der Musiktheorie finden lässt, da dort häufig Zahlen vorkommen. Auf der Basis eines Brainstormings rückten insbesondere die musiktheoretischen Gegenstände wie z. B. Intervalle und Tonsysteme ins Zentrum des Interesses.<sup>10</sup> Zunächst sollten die Intervalle hinsichtlich eines Zusammenhangs zwischen Musik und Mathematik untersucht werden. Es folgte eine Experimentierphase, in der gemeinsam versucht wurde, musikalische Intervalle am Monochord zu simulieren. Daraus resultierte die Einsicht, dass nicht jedes Tonpaar als wohlklingend empfunden wurde. Die praktische Auseinandersetzung mit dem Monochord und die Möglichkeit der Vermittlung eines akustischen Eindrucks mündeten in eine eigenständige, selbsttätige Ausdifferenzierung der Problemstellung: Wann klingen zwei Töne besonders gut zusammen?

**Problemlösung und Sicherung** Die Erörterung der Funktion des Monochords während der Problemlösung und der Sicherung erfolgt exemplarisch am Beispiel der Intervalle und der Fragestellung: Wann klingen zwei Töne besonders gut zusammen? Im ersten Schritt wurde zunächst paarweise (Schüler/in und Schüler/in oder Schüler/in und Dozentin), anschließend in der gesamten Gruppe versucht am Monochord Tonpaare zu finden, welche von allen Beteiligten als besonders wohlklingend empfunden wurden. Auf der Basis dieser sinnlichen Wahrnehmung, wurden diese Tonpaare anschließend gemeinsam einem musikalischen Intervall zugeordnet und versucht, das Ergebnis mit mathematischen Prinzipien zu erklären. Dazu wurde versucht, mithilfe des Monochords Thesen über mathematische Gesetzmäßigkeiten abzuleiten. Dabei übernahm das Monochord vor allem die Funktion der Visualisierung und der Vermittlung eines akustischen Höreindrucks und trug somit zum Erleben des Sachverhalts mit allen Sinnen bei (Näf 1999: S. 11). Dies kann zu einer Entlastung der Denkarbeit führen und das Entdecken und Durchdringen von mathematischen Zusammenhängen erleichtern. Parallel zu den Experimenten wurde in der Arbeitsgemeinschaft über erste Vermutungen diskutiert, wurden Argumente ausgetauscht und dabei versucht die anderen und ihre Ideen zu verstehen. In dieser Phase hatte das historische Versuchsinstrument eine akustische und/oder visuelle

---

<sup>10</sup>Ein Überblick zur Pythagoreischen Musiktheorie und Mathematik am Monochord – Proportionenlehre am Beispiel der Intervalle befindet sich in (Kurow 2016a: S. 159–161).

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerarbeitsgemeinschaften

Kommunikationsfunktion. Das Monochord unterstützte zum einen die eigene Argumentation, zum anderen resultierten durch das Erklingen von Tönen und/oder das Sehen von Zusammenhängen am Monochord neue inhaltliche Impulse für alle Beteiligten und für die gemeinsame Diskussion. Die Experimente führten auf diese Weise zu der Einsicht, dass sich Intervalle auch als Proportionen der Saitenlängen zueinander darstellen lassen und besonders schön zusammen klingen, wenn sich das Intervall als Verhältnis aus kleinen (natürlichen) Zahlen darstellen lässt. An die Untersuchung dieser Fragestellung schlossen sich weitere Untersuchungen zu Intervallen, z. B. zu zusammengesetzten Intervallen, an.

Fazit der Untersuchungen war: Musik ist vertonte Mathematik! Fasziniert von der Arbeitsweise und den Ergebnissen, fertigten alle gemeinsam ein Plakat für die Schule an, planten und gestalteten abschließend einen Workshop für andere Schülerinnen und Schüler in der Experimente-Werkstatt Mathematik in Halle (Saale).

### 5.1.3.3 Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft 3 – Ganzheitliches und selbstbestimmtes Lernen

An der dritten Arbeitsgemeinschaft beteiligten sich drei Schülerinnen und zwei Schüler der Klassenstufe 9 eines Gymnasiums über einen Zeitraum von einem Schuljahr. Alle Schülerinnen und Schüler der Arbeitsgemeinschaft besuchten die gleiche Klasse und waren sich vertraut. Aus diesem Grund wurde auch in dieser Arbeitsgemeinschaft auf ein methodisch gestaltetes Kennenlernen verzichtet.

Als inhaltlicher Impuls für eine offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituation wurde die Verschlüsselungsmaschine Enigma gewählt. Mit der Kryptografie steht in dieser Arbeitsgemeinschaft eine wissenschaftliche Anwendung im Fokus der Auseinandersetzung. Im Kontext der Arbeitsgemeinschaft ermöglicht die Rotor-Verschlüsselungsmaschine als historisch und mathematisch interessantes Objekt eine intensive, selbstbestimmte und zugleich ganzheitliche Auseinandersetzung. Die inhaltlichen Schwerpunkte innerhalb des Problemfeldes und die Rolle der Mathematik werden innerhalb der Arbeitsgemeinschaft gemeinsam diskutiert und nicht von außen beeinflusst. Diese Freiheit führt zu einem variablen Anteil der Mathematik in der Arbeitsgemeinschaft. Im Folgenden soll die Arbeit in diesem Spannungsfeld

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerarbeitsgemeinschaften

zwischen ganzheitlichem und selbstbestimmten Lernen sowie die Bedeutung der Mathematik erörtert werden.

**Annäherung: historisch-technische Auseinandersetzung** Im gemeinsamen Brainstorming wurde über eine mögliche inhaltliche Ausrichtung der Arbeitsgemeinschaft diskutiert, die für alle Beteiligten von Interesse ist. Vergleichbar zu den anderen Arbeitsgemeinschaften wurde auch in dieser Arbeitsgemeinschaft eine Startanregung gewählt, um den mathematischen Blick der Schülerinnen und Schüler zu öffnen. Die Verschlüsselungsmaschine Enigma war den Schülerinnen und Schüler bis dahin unbekannt und weckte ihre Neugierde. Nachdem die Enigma gemeinsam als erster Untersuchungsgegenstand der Arbeitsgemeinschaft festgelegt wurde, erfolgte eine Diskussion über mögliche inhaltliche Schwerpunkte in diesem Themenfeld. Dabei brachte ein Schüler die Idee ein, sich mithilfe eines Filmes, der die geschichtliche und kryptografische Bedeutung der Maschine illustriert, erst einmal an die Thematik anzunähern. Der Impuls des Films erzeugte das Bedürfnis bei allen Teilnehmerinnen und Teilnehmern die Funktionsweise im Detail zu verstehen. Dazu wurde die Maschine als elektronische Variante aus dem Bletchley Park<sup>11</sup> und als Papiervariante hergestellt. Während einiger Wochen bestand die gemeinsame Arbeit aus dem Bau der Enigma, der Übersetzung der Anleitung aus der englischen in die deutsche Sprache und einer tieferen geschichtlichen Recherche. In dieser Phase konnte sich jeder den Interessen entsprechend in die Arbeitsgemeinschaft einbringen. Die Aufgaben und Verantwortlichkeiten wurden frei gewählt und wechselten innerhalb dieser Phase. Am Ende dieser Arbeitsphase standen der Arbeitsgemeinschaft eine elektronische Enigma, eine Papierenigma und geschichtliche Hintergrundinformationen inklusive einer Originalanleitung zum Gebrauch jener Maschine zur Verfügung.

**Vertiefung: mathematische Auseinandersetzung** Die Maschine und deren Anleitung motivierte die Schülerinnen und Schüler zur Auseinandersetzung mit der Nachrichtenstruktur und dem Ver- und Entschlüsseln von Nachrichten. Der Fokus der Arbeitsgemeinschaft verlagerte sich von der historischen-technischen Ausein-

---

<sup>11</sup>Der Bletchley Park in Großbritannien ist ein historisch bedeutsamer Ort für die Entschlüsselung des Nachrichtenverkehrs im zweiten Weltkrieg.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

dersetzung hin zur Untersuchung der Verschlüsselungsmöglichkeiten: Wie verschlüsselt die Enigma? Worin liegt der Unterschied zu bekannten Verschlüsselungen? Wie viele unterschiedliche Einstellungsmöglichkeiten gibt es? Wie gelang es, die Einstellung der Enigma zu knacken? Was sind die Schwächen der Enigma und wie gelingt es, diese zu beheben? Gemeinsam wurden mithilfe der Enigma über viele Wochen verschiedene Versuche entwickelt, durchgeführt und versucht, Muster zu erkennen sowie diese zu verallgemeinern. Die Erkenntnisse führten zu einem vertieften Verständnis in die Bedeutsamkeit der Verschlüsselung und deren Problematiken.

Am Ende der Arbeitsgemeinschaft war es der Wunsch aller Beteiligten, die Erkenntnisse an Dritte weiterzugeben. In Absprache mit dem Mathematiklehrer wurde das Ver- und Entschlüsseln mit der Enigma im Mathematikunterricht der Schülerinnen und Schüler in einem gemeinsamen Vortrag und innerhalb eines selbstständig geplanten und durchgeführten Workshops in der Experimente-Werkstatt präsentiert.

### 5.1.4 Abgeleitete Ergebnisse aus der qualitativen Fallstudie

Im Folgenden werden die aus der qualitativen Fallstudie abgeleiteten Ergebnisse dargelegt. Dabei werden zunächst die drei exemplarisch umgesetzten Arbeitsgemeinschaften hinsichtlich der Forschungsfragen analysiert und anschließend auf dieser Basis Tendenzen zur Leistungsfähigkeit von ähnlich inhaltlich, methodisch-didaktisch geöffneten Arbeitsgemeinschaften im Netzwerk Schule-Universität abgeleitet.

Die Auswertung dieser Studie wird ohne Hinzunahme von Software durchgeführt.

#### 5.1.4.1 Förderung von Schülerinnen und Schülern im Umgang mit mathemathikhaltigen (Lern-)Situationen

Zentrale Faktoren des Lernarrangements der Arbeitsgemeinschaft (vgl. Kapitel 4.2) sind das selbstgesteuerte, soziale und kooperative Lernen. Im Folgenden wird erörtert, ob dieser Ansatz einen Beitrag zur mathematischen Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern leistet.

**Selbstgesteuertes Lernen** Ein zentraler Aspekt des Lernarrangements besteht aus der Öffnung des Mathematiklernens. Die Möglichkeit zur selbstgesteuerten

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

mathematischen Auseinandersetzung nimmt die Fokussierung von der lehrenden Person und gibt allen Lernenden einen Vertrauensbonus, Vertrauen in die Leistungsfähigkeit jedes einzelnen und die Fähigkeit interessante mathematische Probleme zu finden und sie zu bewältigen. Können die Schülerinnen und Schüler damit umgehen und hilft es ihnen bei der Beschäftigung mit Mathematik? Die folgenden Resultate basieren auf der Auswertung der teilnehmenden Beobachtung.

In allen drei Arbeitsgemeinschaften stellte sich ein vergleichbares Bild heraus. Zu Beginn der gemeinsamen Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft zeigten sich die Schülerinnen und Schüler irritiert darüber, selbstverantwortlich und selbstständig kreativ mathematisch zu arbeiten. Diese Unsicherheit im Umgang mit dieser Rollenverteilung im Lernprozess und dieser Art des Mathematiktreibens äußert sich beispielsweise in vielen organisatorischen und inhaltlichen Fragen an die Vertreterin der Universität: „Was soll ich jetzt machen?“ oder Fragen zu inhaltlichen Problemen, zu denen sie eine Antwort erwarten. Darüber hinaus wird zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft die Freiheit in der Gestaltung der gemeinsamen Zeit nicht ausschließlich zur mathematischen Auseinandersetzung, sondern auch für private Gespräche genutzt. Eine Ursache kann im Mathematikunterricht liegen, in denen die Schülerinnen und Schüler nach eigener Aussage wenig Möglichkeiten haben, den Verlauf mitzubestimmen oder eigene Fragestellungen einzubringen.

Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft werden die Schülerinnen und Schüler zunehmend sicherer im Umgang mit dieser Art der mathematischen Auseinandersetzung. Sie verteilen innerhalb der Gemeinschaft verschiedene Verantwortlichkeiten und nehmen ihre jeweilige Führungsrolle sehr ernst. Darüber hinaus recherchieren sie mithilfe neuer Medien eigenständig, planen gemeinsam Untersuchungen und brauchen bei der Bewältigung von mathematischen Aufgaben nur einen kleinen Grad an fachlicher Unterstützung. Dass dieser Aspekt in der gemeinsamen mathematischen Auseinandersetzung ein bedeutsamer Aspekt ist und als solcher von den Schülerinnen und Schülern erkannt wurde, zeigt exemplarisch die Aussage einer Schülerin im Abschlussinterview: „So kann man erstmal verschiedene Wege finden und man auch mal von allein auf den richtigen Weg kommen, auf die richtige Idee, anstatt einfach nur alles gesagt zu bekommen“.

**Kooperatives und soziales Lernen** Das kooperative und soziale Lernen stellt einen weiteren bedeutsamen Aspekt der gemeinsamen Arbeit dar. Im Zentrum steht im Folgenden insbesondere die Frage, inwieweit sich innerhalb der Arbeitsgemeinschaft eine Fragekultur entwickelt.

Die Schüler- und Lehrerinterviews deuten darauf hin, dass diese Form des Lernens selten im Mathematikunterricht genutzt wird. Die gemeinsame Arbeit in einem Team war daher für viele Schülerinnen und Schüler ungewohnt. Zu Beginn der gemeinsamen Arbeit fiel es vielen Schülerinnen und Schüler schwer, konzentriert und sich gegenseitig unterstützend in der Gruppe zu arbeiten.

Im Verlauf der drei Arbeitsgemeinschaften entwickelte sich jeweils eine positive Grundstimmung und fruchtbare Zusammenarbeit. Die Ablenkung durch die Beteiligten nahm ab, die gegenseitige Unterstützung bzw. die gemeinsame Arbeit an mathematischen Problemstellungen nahm zu. Jeder von den Beteiligten übernahm in der Arbeitsgemeinschaft für unterschiedliche Aufgaben die Verantwortung und dort eine führende Rolle. Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft arbeiteten die Beteiligten mit unterschiedlichen Partnerinnen und Partnern bzw. in verschiedenen Kleingruppen zusammen. Darüber hinaus entwickelte sich eine sich gegenseitig anregende Frage- und Diskussionskultur, in der sich alle nach ihren Möglichkeiten einbrachten. Erwarteten die Schülerinnen und Schüler zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft die Antwort auf Problemstellungen durch die Dozentin, gelang es den Schülerinnen und Schüler diese untergeordnete Rolle zu überwinden und sich aktiv in Diskussionen einzubringen. Die Dozentin wurde im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft als Teil des Teams angesehen, die gemeinsam mit ihnen an Problemen arbeitet. In der Arbeitsgemeinschaft 3 gelang es als Gemeinschaft auf diese Weise beispielsweise gemeinsam verschiedene Verschlüsselungsansätze zu entwickeln und ihre Vor- und Nachteile zu diskutieren.

Im Rahmen der Fallstudie zeigte sich, dass das Lernarrangement im Kontext von Mathematikarbeitsgemeinschaften einen Beitrag zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schüler leistet. Allen Schülerinnen und Schülern gelang es, sich mit ihren individuellen Kompetenzen in die gemeinsame Arbeit einzubringen, eigene mathematische Fragestellungen und Problemlösungen zu entwickeln.

#### 5.1.4.2 Subjektives Bedeutungsverständnis von Mathematik der Schülerinnen und Schüler

Die Auswertung des subjektiven Bedeutungsverständnisses erfolgt auf der Basis der Schülerinterviews und der teilnehmenden Beobachtung. Dabei stehen folgende Forschungsfragen im Zentrum:

- Inwieweit ist es möglich, die Mathematik als Wissenschaft begreiflich zu machen bzw. eine aktive Beziehung zur Mathematik als Kulturgut und Wissenschaft entwickeln oder zu vertiefen?
- Ist es möglich, durch eine Beispielsituation (authentisches Problem) eine vorwiegend unreflektierte Sicht auf Mathematik aufzubrechen oder zum Suchen nach Mathematik in der umgebenden Welt anzuregen?

Im Folgenden werden zunächst zwei Sichtweisen bezüglich ihres subjektiven Bedeutungsverständnisses vorgestellt. Beide Fälle nahmen an unterschiedlichen Arbeitsgemeinschaften teil und verfügen über eine differierende Ausgangsbasis.

**Fall 1 (Schülerin 10)** Die Schülerin besucht zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft die 7. Klasse einer Gesamtschule. Nach der Einschätzung der Mathematiklehrerin hat sie große Probleme beim Mathematiklernen und gehört zum unteren Durchschnitt ihrer Klasse. Sie hat bereits Förderunterricht der Schule in Anspruch genommen.

I: Was ist für dich Mathematik?

S10: Rechnen, also man muss nur rechnen, finde ich!

Die Äußerung der Schülerin gibt einen Hinweis auf das subjektive Bedeutungsverständnis von Mathematik. Mathematik zu betreiben wird mit Rechnen gleichgesetzt. Weiter gibt sie an, dass es zu jeder Überschrift im Mathematikhefter ein Rechenverfahren bzw. eine Rechenregel gibt, mit der man spezielle Aufgaben lösen kann. Mathematik ist für sie ein abgeschlossenes Wissenskonstrukt. Mathematiker haben die Aufgabe, alternative Rechenwege für mathematische Probleme zu entdecken. Mathematik beschreibt sie darüber hinaus als nützlich. Die Beispiele, die sie angeben

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

kann, beschränken sich jedoch auf das Einkaufen im Supermarkt, das Bezahlen von Rechnungen und auf die Telefonnummer, welche aus Zahlen besteht. Mathematik wird zu Beginn mit den Adjektiven: langweilig, hässlich und gestresst beschrieben.

Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft ist eine Änderung in ihrem subjektiven Bedeutungsverständnis zu erkennen: Sie bringt zunehmend wesentliche inhaltliche Impulse in die gemeinsame Arbeit ein. Es gelingt ihr auf der Basis von Beispielsituationen aus der Arbeitsgemeinschaft selbstständig und aktiv nach Mathematik zu suchen und Ideen für weitere interessante mathematische Untersuchungen zu finden. Darüber hinaus zeigen sich Veränderungen in den Adjektiven, mit welchen sie Mathematik beschreibt: Nach dem Ende der Arbeitsgemeinschaft beschreibt sie Mathematik als schön, lustig und bequem. Weiter beschreibt sie auch das Experimentieren als Teil der Mathematik. Mathematik hat folglich für sie eine ästhetische, kreative und nützliche Seite und besteht nicht allein aus dem Arbeiten von Rechenverfahren.

**Fall 2 (Schüler 4)** Der Schüler besucht zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft die 8. Klasse eines Gymnasiums. Er hat keine großen Probleme im Mathematikunterricht und gehört nach der Einschätzung des Mathematiklehrers zum oberen Mittelfeld seiner Klasse. Er hat bisher keine außerunterrichtlichen mathematischen Angebote wahrgenommen.

Zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft besteht Mathematik für ihn vorrangig aus Zahlen, Formeln und ein bisschen Geometrie. Der Fokus der Mathematik liegt für ihn folglich auf dem Anwenden von Algorithmen zur Lösung von Mathematikaufgaben. Seine Beschreibung einer typischen Mathematikaufgabe unterstützt dies:  $7 \div 4 + 3x - 8$ . Neben dem schematischen Aspekt von Mathematik zeichnet sich Mathematik auch durch ihre Anwendungen aus. Als Beispiel für mathematische Anwendungen führt er das Verlegen von Fliesen an. An diesem Beispiel illustriert der Schüler die Anwendung der Flächenberechnung und die zentrale Bedeutung von Genauigkeit der Mathematik. Die Bedeutung von Mathematik in Berufen kann er an keinem Beispiel verdeutlichen.

Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft zeigen sich erste Anzeichen dafür, dass sich sein Bedeutungsverständnis von Mathematik verändert hat. Im Kontext musikalischer Tonsysteme zeigte sich der Schüler erstaunt über den Prozess der Entwicklung

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

jener, welche zum einen auf musikalischen Bedürfnissen und zum anderen aber auch auf mathematischen Irrtümern beruht. Nach Beendigung der Arbeitsgemeinschaft wird dieser Prozessaspekt der Mathematik durch den Schüler verbalisiert:

I: Was ist für dich Mathematik?

S4: Ein Fach, eine Naturwissenschaft.

I: Wieso Naturwissenschaft?

S4: Naja, bei einer Wissenschaft erforscht man ja irgendwas, ja und wir haben das Verhältnis zwischen Mathe und Musik erforscht.

Mathematik wird nicht mehr als das reine Anwenden von Algorithmen zur Lösung von Problemen, sondern als kreatives Werkzeug und als Wissenschaft verstanden. Mathematik zu betreiben bedeutet nicht mehr nur das Bestimmen von Lösungen von Gleichungen, sondern umfasst auch praktische Tätigkeiten wie das Messen oder Wiegen, um Probleme zu lösen. Darüber hinaus gelingt es ihm am Ende der Arbeitsgemeinschaft, einige Berufe zu nennen, in denen Mathematik eine wichtige Rolle spielt.

**Gesamtinterpretation** Die zwei vorgestellten Fälle zeigen die typische Entwicklung des subjektiven Bedeutungsverständnisses der Schülerinnen und Schüler während der gemeinsamen Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft.

Ein Indikator sind die Adjektive, mit denen die Schülerinnen und Schüler Mathematik beschreiben (vgl. Tabelle 5.3). Empfinden die Schülerinnen und Schüler Mathematik zu Beginn als kompliziert und langweilig, zeigen die Adjektive am Ende der AG ein deutlich anderes Bild auf. Mathematik wird nach dem Ende der gemeinsamen Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft mit Spaß verbunden, ist interessant, spannend, kreativ und erlebnisvoll. Zudem verweisen die Adjektive auf ein vielfältiges Bild von Mathematik: So ist Mathematik zum Beispiel abstrakt und nützlich zu gleich.

Auch in den Schüleräußerungen zeigte sich weiter, dass es gelungen ist, das subjektive Bedeutungsverständnis der Kinder im Verlauf der einzelnen Arbeitsgemeinschaften durch eine Beispielsituation zu verändern. Zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft wurde Mathematik von nahezu allen Kindern mit Zahlen und dem

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Tabelle 5.3: Untersuchungsteil 1: Adjektive zur Beschreibung von Mathematik in der Auswertung der Schülerinterviews

T0	T2
kompliziert, langweilig, teilweise interessant, rechnerisch, gestresst, hässlich	spaßig, schön, logisch, interessant, spannend, abstrakt, nützlich, einfach, schwer, anstrengend, nachdenklich, kreativ, lehrhaft, vielfältig, erlebnisvoll

Rechnen mithilfe von Formeln gleichgesetzt. Alle Schülerinnen und Schüler stimmten der Anwendung von Mathematik mit Überzeugung zu („Das ist ganz klar!“ (S2)). Auffällig ist jedoch, dass sie nur wenig Beispielsituationen angeben konnten, in denen Mathematik im Alltag und im Beruf benötigt wird. Die genannten Beispiele beschränkten sich oftmals auf das Einkaufen und das Gebiet der Arithmetik. Nach einem Jahr gemeinsamer Arbeit hat sich diese unreflektierte Sicht auf Mathematik geändert. Mathematik wird nicht mehr wie zu Beginn als das reine Abarbeiten von Algorithmen gesehen, sondern als ein kreatives Werkzeug, als Wissenschaft verstanden. Zu Beginn der AG konnten die Schülerinnen und Schüler sich kaum vorstellen, was Mathematik ist und Mathematiker in ihrem Berufsleben machen. Am Ende der AG bedeutete Mathematik als Wissenschaft das Finden von neuen Zusammenhängen, das auch mit Irrwegen verbunden ist. Es ist also gelungen, Mathematik in gewisser Maße als Wissenschaft begreiflich zu machen.

### 5.1.4.3 Mathematikinteresse der Schülerinnen und Schüler

Das (subjektive) Mathematikinteresse als Motivation zum Lernen kann sich im Verlauf der gemeinsamen Arbeit im Netzwerk Schule- Universität verändern. Im Folgenden soll zunächst das (subjektive) Mathematikinteresse zu Beginn der AG und im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft dargestellt werden. Anschließend werden mögliche förderliche Faktoren identifiziert.

**Entwicklung des Mathematikinteresses** Zu Beginn der gemeinsamen Arbeit bestehen alle drei Arbeitsgemeinschaften aus Schülerinnen und Schülern, die ihr Interesse für Mathematik durchschnittlich als mittel bis gering einschätzen. Im

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Verlauf der Arbeitsgemeinschaft lässt sich eine positive Tendenz in Bezug auf das mathematische Interesse feststellen. Diese Tendenz lässt sich sowohl in der subjektiven Einschätzung des Interesses durch die Schülerinnen und Schüler als auch in der Einschätzung durch die Mathematiklehrerinnen und -lehrer erkennen. Neben diesen subjektiven Einschätzungen gibt es weitere beobachtbare Indikatoren im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft, die diese Tendenz unterstützen. Diese sollen im Folgenden näher erläutert werden.

Ein Indikator ist die Häufigkeit der Teilnahme an der freiwilligen Mathematikarbeitsgemeinschaft. Alle Schülerinnen und Schüler nehmen regelmäßig an den freiwilligen Arbeitsgemeinschaften teil. Insgesamt nehmen nahezu alle Schülerinnen und Schüler an fast allen Treffen teil, fehlen nur bei Krankheit und bei zu großer schulischer Arbeitsbelastung. In diesen Fällen entschuldigen sich die Schülerinnen und Schüler bei allen Teilnehmenden im Vorhinein und erkundigen sich anschließend über die Ergebnisse des Treffens. Ein weiterer Indikator ist die Länge der Arbeitstreffen und das Initiieren weiterer, zusätzlicher Treffen, z. B. in den Schulferien, durch Schülerinnen und Schüler. Die Dauer der Arbeitsgemeinschaft ist stets unbeschränkt.<sup>12</sup> Zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft dauern die Treffen etwas mehr als eine Unterrichtsstunde. Die Länge der Arbeitsgemeinschaften steigert sich nach wenigen Wochen, anhaltend bis zum Ende der Arbeitsgemeinschaft, auf zwei bis drei Unterrichtsstunden. Darüber hinaus zeigen die Schülerinnen und Schüler in allen Arbeitsgemeinschaften Initiative, um neben den am Schulrhythmus gebundenen Treffen weitere Termine anzuregen. Die folgende Gesprächssequenz kurz vor den Sommerferien steht stellvertretend für verschiedene Bemühungen der Schülerinnen und Schüler, auch in den Schulferien bzw. bei Hitzefrei die gemeinsamen Treffen stattfinden zu lassen, um weiter an der gemeinsamen mathematischen Problematik zu arbeiten.

S14: Machen wir nächste Woche weiter?

D: Da sind doch schon Sommerferien.

S12: Na, und?

---

<sup>12</sup>In der AG 2 gab es eine indirekte Beschränkung von 2 Zeitstunden, da die Schülerinnen und Schüler auf den Schulbus angewiesen sind.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Weitere Anzeichen für eine Veränderung des Interesses an einer mathematischen Auseinandersetzung lassen sich innerhalb der Arbeitsgemeinschaft identifizieren: Die Schülerinnen und Schüler zeigen Ansätze von Eigeninitiative, die sowohl organisatorischer als auch inhaltlicher Art sind. Sie organisieren Räumlichkeiten bei terminlichen Änderungen und bringen verschiedene Materialien von zu Hause mit, die hilfreich bei der gemeinsamen Arbeit sind. Zudem entwickelt sich im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft eine Kultur der Diskussion. Anfänglich sind die Fragen eher auf einer inhaltlich oberflächlichen Ebene. Im Verlauf der gemeinsamen Arbeit bringen sich alle zunehmend auch mit kritischen Fragen in die Diskussion ein und versuchen die Argumente der anderen zu verstehen bzw. die anderen von der eigenen Argumentation zu überzeugen. Im Fokus steht dabei die Lösung des mathematischen Problems.

**Interessefördernde Faktoren** Im Folgenden sollen die interessefördernden Faktoren im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft betrachtet werden. Für die Evaluation werden zunächst die subjektiv bedeutsamen Faktoren in Form von subjektiven Beweggründen, die die Schülerinnen und Schüler für das Erstinteresse und für den kontinuierlichen Besuch der Arbeitsgemeinschaft nennen, herangezogen. Die Auswertung des Erstinteresses erfolgt mithilfe zweier offener Fragen:

I: Was hat dich dazu bewogen an der Mathematik-AG teilzunehmen?

I: Was erhoffst du dir von dieser Mathematik-AG?

Aus der Tabelle 5.4 gehen die subjektiven Beweggründe für die Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule-Universität hervor. Die Schülerinnen und Schüler besuchen die Arbeitsgemeinschaft vorrangig mit dem Wunsch, Spaß beim mathematischen Arbeiten zu haben. Darüber hinaus haben sie das Bedürfnis nach einem Erkenntniszuwachs über Mathematik und sind neugierig Mathematik in einer Arbeitsgemeinschaft kennenzulernen.

Die Auswertung des Dauerinteresses an der Arbeitsgemeinschaft erfolgt mithilfe dreier offener Fragen. Sie geben Hinweise auf die Nachhaltigkeit des Interesses und auf förderliche Bedingungen für das Interesse innerhalb der Arbeitsgemeinschaft.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Tabelle 5.4: Beweggründe für den Besuch der Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule-Universität

subjektiver Beweggrund für die Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft	Anzahl der Nennung
Spaß als neue Facette von Mathematik kennenlernen	10
Erweiterung der eigenen mathematischen Kompetenzen	7
Themeninteresse durch Beispielsituation	5
Neugierig auf Mathematiktreiben in einer AG	5
Hoffnung auf Verbesserung der Noten im Fach Mathematik	3
Mitschüler/in war bereits für die Mitarbeit in der AG interessiert	3
Mathematikinteresse	2
Eltern wollten es	2

- I: Was hat dich dazu bewogen kontinuierlich an der Mathematik-AG teilzunehmen?
- I: Was hat dir besonderen Spaß gemacht? Welche Themen/Aufgaben haben dich in diesem Schuljahr in der Arbeitsgemeinschaft besonders interessiert?
- I: Hättest du Lust, die Arbeitsgemeinschaft auch im nächsten Schuljahr zu besuchen? Begründung?

Alle Schülerinnen und Schüler wollten die Arbeitsgemeinschaft weiter besuchen, was auf eine Nachhaltigkeit des Interesses schließen lässt. Die subjektiv bedeutsamen Faktoren für den kontinuierlichen Besuch der Arbeitsgemeinschaft und den Wunsch die gemeinsame Arbeit fortzuführen, sind in der Tabelle 5.5 zusammengefasst.

Für fast alle Schülerinnen und Schüler stellt die Freude an der selbstgesteuerten, kreativen Auseinandersetzung mit Mathematik einen wesentlichen Faktor für die dauerhafte Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft dar. Diese wissenschaftsorientierte Arbeitsweise ist offenbar anders, neuartig und so faszinierend, dass sie nachhaltig für Mathematik interessiert. Auf der Basis der Schüleräußerungen lässt sich begründet vermuten, dass das Interesse der Schülerinnen und Schüler nicht an das spezielle Thema, sondern an die Arbeitsweise gebunden ist. Diese Tendenz lässt sich durch Beobachtungen im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft unterstützen. Im

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Tabelle 5.5: Beweggründe für den kontinuierlichen Besuch der Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule-Universität

subjektiver Beweggrund für die kontinuierliche Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft	Anzahl der Nennung
Freude an selbstgesteuerten, aktiv-entdeckenden mathematischen Auseinandersetzung auch im sozialen Kontext	13
Entspannte und zwangfreie Atmosphäre	8
Stärkende und fördernde Beziehung zwischen allen Beteiligten	6
Themeninteresse	3
Wirkung der gemeinsamen Arbeit nach außen	3

Folgenden soll dies exemplarisch an der Arbeitsgemeinschaft 2 illustriert werden. Zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft zeigte sich in den Äußerungen der Schülerinnen und Schüler, dass sie sich vom Monochord als Instrument angezogen fühlten. Bis zu diesem Zeitpunkt verfügten die Schülerinnen und Schüler über keinerlei Experimentiererfahrungen im Bereich der Mathematik. Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft sank die Faszination des Instruments stetig ab, das eigenständige Experimentieren faszinierte sie zunehmend. Die Faszination Wissenschaft als Beschaffen von Wissen wurde zum zentralen Aspekt der Arbeitsgemeinschaft. Dass diese wissenschaftlich orientierte Arbeitsweise ein wichtiger Aspekt auch für das Interesse als Motivation zum Lernen war, belegt z. B. folgende Schüleräußerung: „Mathe kann auch Spaß machen, wenn man richtig daran arbeitet.“ oder die stürmische Frage eines Schülers zu Beginn des Treffens: „Experimentieren wir heute?“.

Mehr als die Hälfte der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler geben zudem die entspannte, lockere und druckfreie Arbeitsatmosphäre als zentralen Aspekt an. In der Arbeitsgemeinschaft gibt es keinen Zeit- oder Leistungsdruck. Fehler sind im Kontext der Arbeitsgemeinschaft Teil des Arbeits- und Lösungsprozesses und führen nicht zu Misserfolgen und schlechten Mathematiknoten.

Darüber hinaus wird das Arbeitsklima von einer sich gegenseitig vertrauenden und stärkenden Beziehung zwischen allen Beteiligten wahrgenommen. Dieser Vertrauensbonus zeigt sich im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft als bedeutsamer Faktor dafür, dass die Schülerinnen und Schüler Probleme angehen, Hindernisse überwinden und die Probleme lösen.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Neben der Arbeitsweise stellt für einige Schülerinnen und Schüler auch das Themeninteresse einen subjektiven Beweggrund für die fortwährende Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft dar. Dabei nennen die Schülerinnen und Schüler insbesondere die Verbindung zwischen Mathematik und anderen Schulfächern. Es scheint folglich wichtig, Zusammenhänge zwischen Mathematik und anderen Wissenschaften aufzuzeigen bzw. zu erforschen.

Als letzter Aspekt für die dauerhafte gemeinsame Arbeit wird die Weitergabe des selbst generierten Wissens an andere im Rahmen eines Workshops genannt. Im Fokus steht hier die Weitergabe des Gefühls, Wissenschaft zu machen und die Wissenschaft und gesammelten Erkenntnisse als solche weiterzugeben.

Zusammenfassend lässt sich herausstellen, dass vor allem die Arbeitsweise, die Arbeitsatmosphäre, die Thematik und die Weitergabe an andere Schülerinnen und Schüler subjektiv bedeutsame Faktoren für den dauerhaften Besuch der Arbeitsgemeinschaft darstellen.

### 5.1.4.4 Arbeitsgemeinschaft im Kontext des Mathematikunterrichts

Die Arbeitsgemeinschaft stellt neben dem Mathematikunterricht eine weitere Möglichkeit für die Schülerinnen und Schüler dar, Mathematik zu betreiben. Im Folgenden steht die bewusste und unbewusste Verknüpfung dieser beiden Lernangebote durch die Schülerinnen und Schüler im Mittelpunkt. Der Fokus der Auswertung liegt dabei insbesondere auf der bewussten inhaltlichen Verknüpfung zwischen der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht sowie auf dem bewussten bzw. unbewussten Transfer der Emotionen bzw. Erfahrungen von der Arbeitsgemeinschaft in den Mathematikunterricht:

- Gelingt die Vernetzung zwischen Mathematikunterricht und der Arbeitsgemeinschaft oder werden beide Dinge getrennt voneinander wahrgenommen, sodass die Tätigkeiten in der Arbeitsgemeinschaft nicht als aus dem Mathematikunterricht bekannte Mathematik wahrgenommen werden?
- Ist dabei ein inhaltlicher Anknüpfungspunkt zum Mathematikunterricht notwendig?
- Gelingt der Transfer der Emotionen in den Mathematikunterricht?

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

Die Basis aller Arbeitsgemeinschaften bildet die Auseinandersetzung mit Erkundungssituationen, die das Curriculum Mathematik vertiefen bzw. anreichern und authentisches mathematisches Arbeiten ermöglichen. Zunächst soll dargestellt werden, inwieweit es den Schülerinnen und Schülern gelingt, bewusst *inhaltliche Verknüpfungen* zwischen der mathematischen Auseinandersetzung in der Arbeitsgemeinschaft und im Mathematikunterricht herzustellen. Dies erfordert eine intensive Analyse und Reflexion der gemeinsamen Arbeit und des bisherigen Mathematikunterrichts hinsichtlich der verwendeten Mathematik durch die Schülerinnen und Schüler. Die Auswertung erfolgt auf der Grundlage der Schüleraussagen im Abschlussinterview zu den offenen Fragen: Was ist Mathematik für dich? Wo siehst du Verbindungen zwischen Mathematik in der Arbeitsgemeinschaft und im Mathematikunterricht? In allen Arbeitsgemeinschaften zeigt sich ein ähnliches Bild. Die Schülerinnen und Schüler beziehen die mathematischen Aktivitäten in der Arbeitsgemeinschaft in ihr subjektives Verständnis von Mathematik mit ein. Die gemeinsame Auseinandersetzung wird als eine Facette, als ein stellvertretender Aspekt von Mathematik aufgefasst. Stellvertretend für diese Auffassung steht folgende Aussage eines Schülers: „Mathe ist ja groß“. In der Beschreibung der Mathematik fließen sowohl Aspekte des Mathematikunterrichts als auch Aspekte der Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft mit ein. Mathematik wird demnach als komplexe Wissenschaft beurteilt. Die drei Arbeitsgemeinschaften unterscheiden sich in ihrer inhaltlichen Ausrichtung sowie in der Art und Anzahl der inhaltlichen Anknüpfungspunkte zum Mathematikunterricht. Ganz unabhängig davon gelingt es allen Schülerinnen und Schülern einige konkrete inhaltliche Querverbindungen zwischen der Mathematik in den Arbeitsgemeinschaften und dem Mathematikunterricht herzustellen. Konkrete inhaltliche Anknüpfungspunkte der Arbeitsgemeinschaft an den (aktuellen) Mathematikunterricht sind folglich nicht notwendig, um inhaltliche Verknüpfungen zwischen der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht herzustellen. Bewerten die Schülerinnen und Schüler die Aktivitäten im Mathematikunterricht und in der Arbeitsgemeinschaft als mathematisches Arbeiten, differenzieren jedoch einige beide Aktivitäten hinsichtlich der Bedeutung und Art von Anwendungen. Nicht allen gelingt es auf Anhieb die Verbindung zwischen der Art des mathematischen Arbeitens in der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht zu sehen.

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Neben der bewussten inhaltlichen Verknüpfung von der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht kann eine teilweise unbewusste Vernetzung zwischen den zwei Lerngelegenheiten auftreten: der *Transfer der positiven Emotionen* von der Arbeitsgemeinschaft zum Mathematikunterricht. Da es sich hierbei auch um für die Schülerinnen und Schüler unbewusste Veränderungen im Mathematikunterricht handeln kann, stützt sich die Auswertung insbesondere auf die Lehrerinterviews am Ende der Arbeitsgemeinschaft und wird durch die subjektiven Einschätzungen der Schülerinnen und Schüler ergänzt. Die Mathematiklehrerinnen und -lehrer berichten in den Lehrerinterviews von verschiedenen Veränderungen bei einzelnen Schülerinnen und Schülern, die ein Anzeichen für einen Transfer der Emotionen bzw. Erfahrungen aus der Arbeitsgemeinschaft in den Mathematikunterricht darstellen. Drei Fallbeschreibungen sollen exemplarisch ausgeführt werden, um die wahrgenommenen Veränderungen zu illustrieren.

**Fall 1 (Schülerin 7, AG 3)** Die Schülerin beschreibt Mathematik zu Beginn als langweilig und eintönig. Im Abschlussinterview berichtet sie hingegen, dass Mathematik auch Spaß machen kann und sehr vielfältig ist. Eine Änderung hinsichtlich ihrer emotionalen Einstellung gegenüber Mathematik ist in ihren Äußerungen zu erkennen. Eine Veränderung des eigenen Verhaltens im Mathematikunterrichts oder Emotionen bezüglich des Mathematikunterrichts nimmt sie nicht wahr.

Im Lehrerinterview finden sich jedoch Anzeichen dafür, dass ein Transfer der Erfahrungen und Emotionen in den Mathematikunterricht stattgefunden hat. Die zwei Ausschnitte verdeutlichen die vielfältigen, beobachteten Veränderungen in der Einstellung, im Verhalten und in den mathematischen Kompetenzen der Probandin.

„Die war gestern mit einer Hausaufgabe vorne und hat die auch wunderbar dargestellt. Und das hätte ich eben nicht erwartet, diese Selbstbewusstheit da vorne, ja und so weiter das. So ist [Schülerin 7] noch nie in Erscheinung getreten.“

„Man merkt eben auch einen Qualitätssprung im Fach selber. Dieses richtig ernsthafte Bemühen, da jetzt fortzukommen, voranzukommen, ja.“

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Und hier kriegt man also eindeutig mit, dass sich also die Arbeitseinstellung grundlegend verändert hat.“

**Fall 2 (Schüler S3, AG 2)** Der Schüler unterscheidet sich vom Fall 1. Er beschreibt Mathematik seit Beginn der Arbeitsgemeinschaft als eines seiner Lieblingsfächer. Eine Veränderung ist in seinen Äußerungen nicht feststellbar. Innerhalb der Arbeitsgemeinschaft gelingt es ihm, sich verstärkt aktiv in die gemeinsame Arbeit einzubringen. Diese Entwicklung ist nicht auf die Arbeitsgemeinschaft beschränkt. Auch der Mathematiklehrer berichtet von dieser Entwicklung in seiner Einschätzung:

„[Schüler 3] ist auch im Unterricht relativ ruhig. Was mir aufgefallen ist, und das sage ich jetzt nicht wegen diesem Interview oder der AG, er ist offener geworden. Also er meldet sich auch ab und zu mal. Er ist offener geworden im Vergleich. Ich hatte ihn ja das Jahr davor schon. Da war er wirklich ganz ruhig und ist eigentlich kaum aufgefallen. Aber jetzt mittlerweile versucht er, auch mal Fragen zu stellen, beantwortet auch Fragen, also er ist offener geworden, das Gefühl habe ich.“

**Fall 3 (Schülerinnen S10 und S11, AG 1)** Die Schülerinnen haben mathematische Probleme, sind im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft dennoch in der Lage in der Gemeinschaft mathematische Probleme zu suchen und zu lösen. In den Abschlussinterviews ist im Gegensatz zu den anderen Fällen eine deutliche Trennung zwischen den Emotionen zur Arbeitsgemeinschaft und zum Mathematikunterricht zu erkennen. Diese Einschätzung ist jedoch als eine subjektive Momentaufnahme zu werten und nicht zu verallgemeinern. Die Lehrerin beobachtet eine Veränderung in der Einstellung zum Fach, insbesondere bezüglich der Frustrationstoleranz der Schülerinnen:

„Ich glaube bei der Lernarbeit hat es den beiden nicht so sehr geholfen. Aber den beiden hat es in einer anderen Weise geholfen, dass sie sich, dass sie immer noch bei der Stange bleiben, dass sie Mathematik nicht als furchtbar empfinden. Also das merke ich, wenn ich im Unterricht bin, dass den beiden Mathematik sehr schwer fällt, aber dass sie nicht

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

frustriert sind zum Thema Mathematik. Diese Aufgeschlossenheit, also der Mathematik gegenüber, ist meiner Meinung nach da. (...) Also die lieben Mathematik nicht, aber sie akzeptieren es! Sie nehmen es hin. Die Toleranz ist da! Also Mathematik ist nicht das Schreckgespenst! Also ich empfinde das so!“

Trotz unterschiedlicher Ausgangssituationen ist in allen Fällen ein Transfer zum Mathematikunterricht festzustellen. Die Veränderungen werden durch die Schülerinnen und Schüler meist nicht bewusst wahrgenommen und vollziehen sich sowohl auf fachlicher Ebene als auch in Bezug auf das Selbstkonzept und die Arbeitseinstellung der Schülerinnen und Schüler. Inwieweit diese beobachteten Veränderungen aus der Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft resultieren oder durch weitere Faktoren beeinflusst wurden, kann in dieser Fallstudie jedoch nicht geklärt werden.

### 5.1.4.5 Netzwerkarbeit: Zur Umsetzbarkeit der vier Charakteristika

Im Folgenden steht die exemplarisch-konkrete Netzwerkarbeit in den Arbeitsgemeinschaften im Zentrum der Auswertung. Gelingt es in den Arbeitsgemeinschaften, die vier Merkmale von Vernetzung von Schule und Universität im Kontext des Mathematikunterrichts (vgl. Kapitel 2.2 ab Seite 29) umzusetzen?

**Intentionen** Der Aspekt der Intentionen ist vielschichtig und wird zunächst für alle Beteiligten getrennt betrachtet.

Die Schülerinnen und Schüler besuchen die Arbeitsgemeinschaft zunächst mit dem vordergründigen Ziel, Spaß zu haben (vgl. Tabelle 5.4 zu subjektiven Beweggründen der Kinder für die Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft auf Seite 147). Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft zeigt sich, dass die Lösung des gemeinsamen Problems verstärkt in das Zentrum der Aufmerksamkeit rückt. Diese Tendenz wird zum Beispiel durch die subjektiven Beweggründe für eine kontinuierliche Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft unterstützt: Der Tabelle 5.5 ist zu entnehmen, dass die selbstgesteuerte, aktiv-entdeckende mathematische Auseinandersetzung (im sozialen Kontext) ein bedeutsames Anliegen der Schülerinnen und Schüler ist. Im Verlauf der gemeinsamen Arbeit äußern die Schülerinnen und Schüler den Wunsch, das

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

gemeinsam generierte Wissen an andere Schülerinnen und Schüler weiterzugeben. Dabei haben sie zum einen die Intention das Gefühl Wissenschaft gemacht zu haben und zum anderen die Wissenschaft als solche weiterzugeben. Hier differenzieren die Schülerinnen und Schüler.

Die Vertreterin der Universität hat während der gemeinsamen Arbeit die subjektive Forschungsintention, darüber hinaus aber auch Interesse am gemeinsamen mathematischen Gegenstand. Aufgrund der unterschiedlichen Ausgangsbasis unterscheiden sich die Sichtweisen auf diesen Gegenstand. Die Schülerinnen und Schüler betrachten die Fragen und Probleme aus einer anderen Perspektive, die auch für die Vertreterin der Universität andersartig und von Interesse war.

Trotz zum Teil unterschiedlicher Zielsetzungen aller Beteiligten ergab sich im Interesse an der selbstgesteuerten, aktiv-entdeckenden mathematischen Auseinandersetzung im sozialen Kontext eine Überschneidung der Intentionen.

**Gleichberechtigung** Der Bereich der Überschneidung der Interessen und Intentionen ist zentral für den Aspekt der Gleichberechtigung. In der gemeinsamen Arbeitssituation sollten alle Beteiligten gleichberechtigt, auf Augenhöhe agieren.

Die Arbeitsgemeinschaft, als geschützter Lernkontext, stellt für alle Beteiligten eine neuartige und mathematisch reichhaltige Arbeitssituation dar. Dies beginnt in der gemeinsamen Wahl einer Problematik für die Arbeitsgemeinschaft, in der sich zunächst die Dozentin in Form von exemplarisch eingebrachten Möglichkeiten zur aktiv-kreativen Beschäftigung mit Mathematik einbringt, sich die Schülerinnen und Schüler mit zunehmendem Verlauf der Arbeitsgemeinschaft auf Grundlage dieser Orientierung verstärkt mit Themenvorschlägen einbringen. Die Festlegung von Zielen erfolgt ebenso gemeinsam durch alle Beteiligten. Auch in der Phase der Problembearbeitung sollen alle Beteiligten im Rahmen ihrer Vorkenntnisse und Möglichkeiten die Gelegenheit erhalten, ihre Ideen und Interessen in die gemeinsame Arbeit einzubringen und durchzusetzen. Dies setzt ein Vertrauen in die Leistungsfähigkeit der anderen Beteiligten voraus. Dieser Vertrauensbonus, den die Schülerinnen und Schüler durch die Dozentin erhalten, steht im direkten Zusammenhang mit dem zunehmenden Zutrauen in die eigene Leistungsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler. Mit dem Verlauf der Arbeitsgemeinschaft übernehmen die Schülerinnen und Schüler selbstverständlich eigenverantwortlich komplexere

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

Aufgaben, trauen sich die eigenständige Lösung von Problemstellungen zu und lösen diese mit hoher Ausdauer nach ihren Möglichkeiten und mit einer hohen Frustrationstoleranz.

Die gemeinsame Arbeit am gleichen Gegenstand ermöglichte das Einbringen von vielfältigen Kenntnissen und Perspektiven. Darüber hinaus ist die Arbeitsgemeinschaft ein Ort ohne direkte Leistungsbewertung mittels Notenvergabe. Dies ermöglichte eine Arbeitssituation, in der die Schülerinnen und Schüler aus ihrer eher hierarchisch untergeordneten Stellung hinein in eine Situation gekommen sind, wo sie als gleichberechtigte Partner anerkannt werden. Dies zeigt auch eine Äußerung einer Schülerin: „Hier wurde ich mal ernst genommen. Da konnte ich mal zeigen, was ich kann!“ Auch der Dozentin gelingt es aus der Lehrendenrolle herauszukommen und wird zunehmend bewusst als „Teammitglied“ (an-)erkannt. War die Dozentin zu Beginn der gemeinsamen Arbeit vorrangig Ansprechpartnerin für Lösungsimpulse und thematische Anregungen, wird sie im Verlauf in allen Phasen von der Problemsuche, -lösung und in Diskussionen zum selbstverständlichen Gesprächspartner.

**Freiwilligkeit, ohne Beschränkung** Die Teilnahme an der Arbeitsgemeinschaft stand allen daran interessierten Schülerinnen und Schülern offen. Zu jedem Zeitpunkt der Arbeitsgemeinschaft war die Teilnahme für die Schülerinnen und Schüler freiwillig. Die Teilnahme der Dozentin wurde zunächst von den Schülerinnen und Schülern als selbstverständlich vorausgesetzt und zunehmend mit Freude wahrgenommen. Die Arbeit gestaltete sich so, dass es sich jeder erlauben konnte, Fehler zu machen. So hatten alle Beteiligten die Möglichkeit, sich nach ihren Möglichkeiten einzubringen.

**Gegenseitige Inspiration** Die Arbeit im Netzwerk Schule-Universität umfasst als viertes charakteristisches Merkmal die gegenseitige Inspiration als Voraussetzung für gemeinsames Lernen. Im Folgenden soll untersucht werden, ob bzw. wie dieser Aspekt in den Arbeitsgemeinschaften zwischen den einzelnen Beteiligten umgesetzt wurde.

Zunächst soll die wechselseitige Beziehung zwischen den Schülerinnen und Schülern und der Dozentin im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft im Detail betrachtet

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

werden (vgl. Abbildung 5.1). In der Planungsphase übernahm die Dozentin hinsicht-

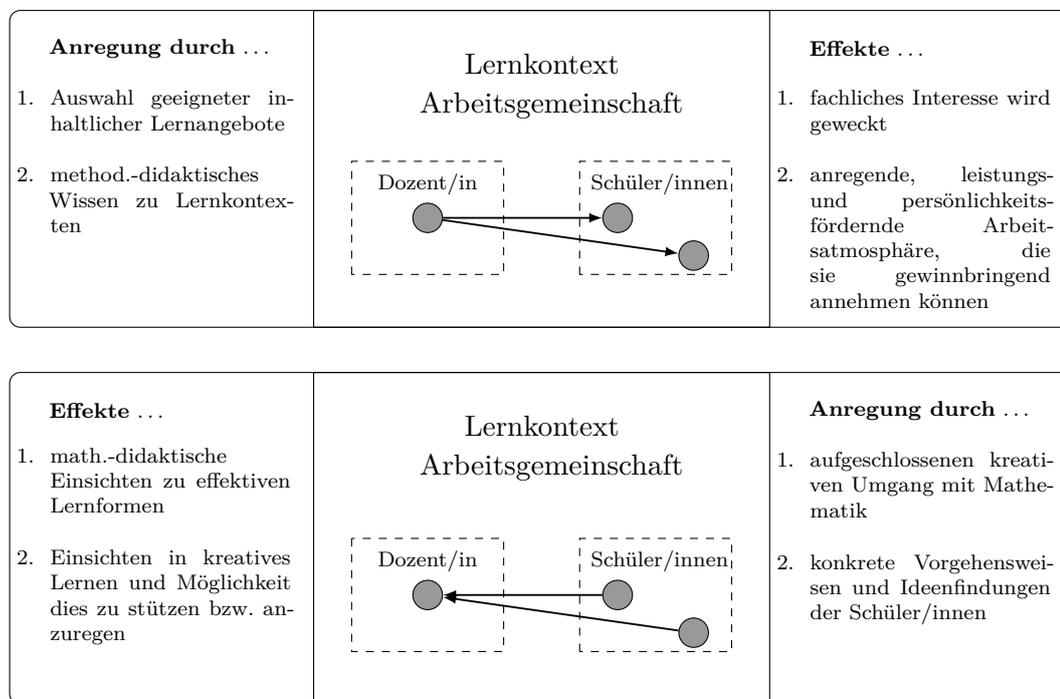


Abbildung 5.1: Vernetzung und Kooperation von Schule und Universität in der Arbeitsgemeinschaft

lich der Initiierung und Organisation der Arbeitsgemeinschaft eine führende Rolle: Die Auswahl geeigneter inhaltlicher Lernangebote für die gemeinsame Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft weckt bei den Schülerinnen und Schülern fachliches Interesse. Darüber hinaus mündet das methodisch-didaktische Wissen zu Lernkontexten und dessen Anwendung im Kontext der Arbeitsgemeinschaft in eine anregende, leistungs- und persönlichkeitsfördernde Arbeitsatmosphäre, die die Schülerinnen und Schüler gewinnbringend annehmen können und zu selbstbewusster mathematischer Auseinandersetzung ermutigt. In der gemeinsamen Arbeit als Arbeitsgemeinschaft Schule-Universität ändert sich diese einseitig anregende Rollenverteilung. Zwischen allen Beteiligten erfolgt zum einen eine wechselseitige Anregung auf mathematischer Ebene. Dies erfolgt bewusst beispielsweise in der Phase der Themenfindung, Diskus-

### 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikarbeitsgemeinschaften

sionen und in Form von gegenseitiger, aktivierender Unterstützung in Arbeitsphasen. Dabei zeigt sich die langfristige Zusammenarbeit als günstige Voraussetzung für eine wechselseitig anregende Beziehung. Sie ermöglicht den Aufbau von gegenseitigem Vertrauen und begünstigt die Arbeit auf Augenhöhe. Zu Beginn der Arbeit trauten sich nur wenige Schülerinnen und Schüler, inhaltliche Ideen einzubringen. Im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft bringen sich die Schülerinnen und Schüler ganz selbstverständlich in Diskussionen ein, argumentieren allein oder mithilfe anderer an der Tafel, um die restlichen Teammitglieder, zu denen auch die Dozentin gehört, zu überzeugen. Dabei entwickelt sich eine Dynamik, in der sich alle Beteiligten (Dozentin, Schülerinnen und Schüler) gleichberechtigt einbringen und die gemeinsame Lösung des Problems im Zentrum des Interesses steht. Die dabei unterschiedlichen Perspektiven auf das Problem regen alle Beteiligten zur Erweiterung des eigenen Standpunktes an und bereichern das gemeinsame Projekt.

Neben der wechselseitigen Beziehung auf mathematischer Ebene erfolgt zudem eine indirekte Anregung der Dozentin durch die Schülerinnen und Schüler auf mathematikdidaktischer Ebene (vgl. Abbildung 5.1). Der aufgeschlossene und kreative Umgang mit Mathematik führt bei der Dozentin zu mathematikdidaktischen Einsichten zu effektiven Lernformen. Die konkreten Vorgehensweisen und Ideenfindungen der Schülerinnen und Schüler ermöglichen der Dozentin das Ableiten von Einsichten in kreatives Lernen und zu Möglichkeiten dieses zu stützen bzw. anzuregen. Während der gemeinsamen Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft erhält die Dozentin auf diese Weise zum Beispiel Hinweise über den Umgang mit der Eigenverantwortung und Selbsttätigkeit der Schülerinnen und Schüler und folglich Impulse für die mathematikdidaktische Forschung, beispielsweise bezüglich des Zusammenhangs zwischen der Öffnung der Lernsituation und des Mathematikbilds der Schülerinnen und Schüler sowie bezüglich der Bedeutung der Eigenaktivität der Schülerinnen und Schüler im Lernangebot für das Lernverhalten.

Während der Arbeitsgemeinschaften gelingt es, auch weitere Personen anzuregen (vgl. die Abbildung 5.2): Gemeinsam als Team entwickelt jede Arbeitsgemeinschaft einen Workshop für andere Lernende, die die Experimente-Werkstatt Mathematik der Universität Halle besuchen. Während des Workshops gelingt es, andere Schülerinnen und Schüler sowie die betreuenden Lehrerinnen und Lehrer auf mathematischer und/oder mathematikdidaktischer Ebene anzuregen. Die Lehrenden

## 5.1 Untersuchungsteil 1: Mathematikerbeitsgemeinschaften

suchen im Anschluss an die Workshops das Gespräch mit der Arbeitsgemeinschaft. Die Schülerinnen und Schüler sind folglich auf die Stufe gekommen, das gemeinsame Produkt und auch die Art des Mathematiktreibens weitergeben zu können.

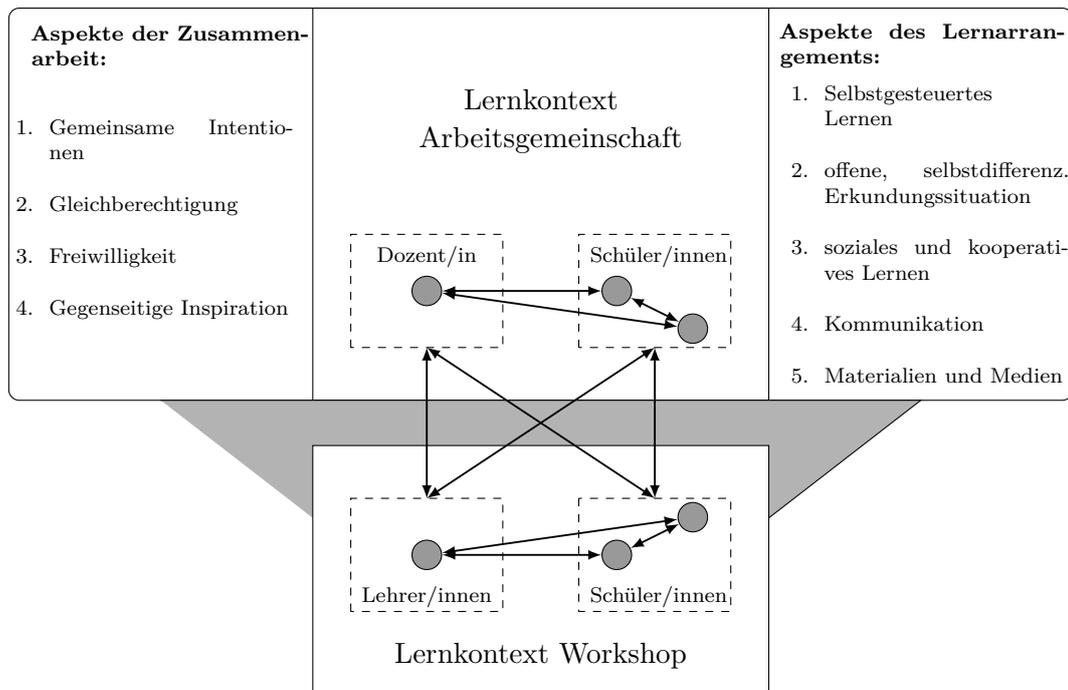


Abbildung 5.2: Anregung von nicht direkt am Netzwerk partizipierenden Personen im Ansatz Mathematikerbeitsgemeinschaften

Zusammenfassend wird in den Arbeitsgemeinschaften eine wechselseitige Anregung zwischen den Beteiligten und eine bewusste Anregung anderer Schülerinnen und Schüler sowie Lehrerinnen und Lehrer erreicht.

### Zusammenfassung

In der Analyse der drei exemplarisch umgesetzten Arbeitsgemeinschaften konnte gezeigt werden, dass das Lernarrangement (vgl. Kapitel 4.2) im Kontext von Mathematikerbeitsgemeinschaften ein leistungsstarker Ansatz zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schüler darstellt. Unabhängig von

der konkreten (inhaltlichen) Ausgestaltung der Arbeitsgemeinschaft gelang es allen Schülerinnen und Schülern, sich mit ihren individuellen Kompetenzen in die gemeinsame Arbeit einzubringen, eigene mathematische Fragestellungen und Problemlösungen zu entwickeln.

Zudem stellte sich heraus, dass die gemeinsame Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft im Netzwerk Schule-Universität einen positiven Einfluss auf das mathematische Interesse der Schülerinnen und Schüler hat. Es konnte gezeigt werden, dass die Freude an der selbstgesteuerten, kreativen Auseinandersetzung mit Mathematik dabei ein wesentlicher Faktor darstellt.

Darüber hinaus konnte mithilfe der Arbeit in der Mathematikarbeitsgemeinschaft das subjektive Bedeutungsverständnis von Mathematik der Schülerinnen und Schüler verändert werden. Es gelang, Mathematik als kreatives Werkzeug, als Wissenschaft begreiflich zu machen.

Weiter konnte gezeigt werden, dass Mathematikarbeitsgemeinschaften im Netzwerk Schule-Universität neben der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern auch eine gegenseitig anregende, orientierende und aktivierend unterstützende Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten ermöglicht (vgl. Abbildung 5.1). Die Organisationsform der Arbeitsgemeinschaft ermöglicht das Teilen der Verantwortung für die Gestaltung der gemeinsamen neuartigen und reichhaltigen Arbeitssituation. Außerdem bildet der geschützte Lernkontext (Notendruck, Zeitdruck, Stoffdruck), die Grundlage für gemeinsames entdecken und erforschen sowie einen gemeinsamen Lernprozess.

## 5.2 Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität

Der erste Teil der Fallstudie hat gezeigt, dass das Lernarrangement der Mathematikarbeitsgemeinschaften einen Beitrag zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern leisten kann und eine gegenseitig anregende Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten ermöglicht. Der zweite Teil der Fallstudie, das Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität (vgl. Abschnitt 4.4, ab Seite 108) erweitert diesen Ansatz: Im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität

rückt insbesondere die Beziehung zwischen Lehrerin bzw. Lehrer und Dozentin bzw. Dozent verstärkt in den Mittelpunkt.

### 5.2.1 Ziele und Forschungsfragen

Die Zielsetzungen des Tandem-Ansatzes sind vielschichtig: Ziel ist es zum einen die Schülerinnen und Schüler mathematisch zu fördern und zum anderen den Lehrenden aus Schule und Universität einen geschützten Lernkontext zu geben, der ihnen vielfältige Erfahrungen im Initiieren und Unterstützen des Lernprozesses sowie individuellen Begleiten von Schülerinnen und Schülern in ihrem Lernprozess ermöglicht.

Das Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität benutzt die Grundstruktur Arbeitsgemeinschaft, welche bereits im ersten Teil der Fallstudie untersucht wurde, und erweitert bzw. intensiviert diesen Ansatz durch den neuen Aspekt der Tandem-Begleitung von Lehrenden der Schule und Universität. Im Zentrum des zweiten Teils der Fallstudie steht daher vor allem die Untersuchung der Kooperations- und Austauschprozesse im Netzwerk Schule-Universität. Gelingt es im Tandem-Ansatz Schule-Universität eine wechselseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen? Welche Kooperations- und Austauschprozesse lassen sich in der gemeinsamen Arbeit identifizieren? Welche (individuelle) Bedeutung und Auswirkung hat diese Art der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik? Insbesondere die letzte Forschungsfrage stellt im Forschungskontext des Tandem-Ansatzes eine sehr bedeutsame dar.

### 5.2.2 Wissenschaftliche Begleitung der Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität

Das Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität wurde einmal über einen längerfristigen Zeitraum an einem Gymnasium in Halle (Saale) umgesetzt. Die Teilnahme an der gemeinsamen mathematischen und/oder mathematikdidaktischen Auseinandersetzung war für alle beteiligten Lehrenden bzw. Schülerinnen und Schüler zu jedem Zeitpunkt freiwillig und nicht beschränkt.

**Auswahlverfahren der Teilnehmer/innen** Das Auswahlverfahren nach Teilnehmerinnen und Teilnehmern am Tandem-Ansatz Schule-Universität erfolgte im Sinne eines kontinuierlichen Forschungsansatzes wie im ersten Teil der Fallstudie auf der Basis der Leitprinzipien des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität. Eine zentrale Folgerung aus diesen Prinzipien ist ein stets offener und freiwilliger Zugang zum Netzwerk. Folglich wurde für die Auswahl der Lehrerin bzw. des Lehrers und der Schülerinnen und Schüler kein test- oder personengebundenes Auswahlverfahren gewählt. Zentrale Voraussetzung für die Teilnahme am Tandem-Ansatz stellte allein das Interesse an der gemeinsamen Arbeit und die aktive und eigenständige Entscheidung dafür dar. Das Auswahlverfahren realisierte auf diese Weise ein typisches, zufälliges Vorgehen.

Für die Fallstudie wurde zunächst nach einer interessierten Mathematiklehrerin oder einem interessierten Mathematiklehrer gesucht, welche/r an einer Schule ohne mathematisch-naturwissenschaftlichem Schwerpunkt<sup>13</sup> tätig ist. Dazu wurden Mathematiklehrerinnen und -lehrer aus den Schulen, die am ersten Untersuchungsteil teilnahmen, in einem Gespräch über den Ansatz und die Zielsetzungen des Lehr-Lern-Tandems Schule-Universität informiert. Nachdem auf diese Weise eine interessierte Mathematiklehrerin gefunden wurde, erfolgte die Suche nach interessierten Schülerinnen und Schülern. Diese erfolgte nach den gleichen Prinzipien des ersten Untersuchungsteils. Insgesamt wurden auf diese Weise drei Schülerinnen und drei Schüler gefunden, die am Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität teilnehmen wollen und der Teilnahme an der Fallstudie zustimmten.

**Zur Zeiteinteilung der Datenerhebung** Im Folgenden steht der Prozess der Datenerhebung im Zentrum der Auseinandersetzung. Das Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität wurde über einen längerfristigen Zeitraum umgesetzt und wissenschaftlich begleitet um intra- und interpersonelle Entwicklungen in der Netzwerkarbeit dokumentieren und analysieren zu können. Auch der zweite Teil der Untersuchung ist multimethodisch angelegt, um möglichst alle bedeutsamen Facetten und Di-

---

<sup>13</sup>Zentrales Anliegen der Netzwerkarbeit (im Tandem-Ansatz) ist die Förderung von mathematisch interessierten, aber nicht herausgehoben mathematisch begabten Schülerinnen und Schülern (vgl. Arbeitsdefinition auf Seite 89). Aus diesem Grund wurden alle Fallstudien an weiterführenden Schulen durchgeführt, die keinen mathematisch-naturwissenschaftlichen Schwerpunkt haben.

mensionen des Untersuchungsgegenstandes hinsichtlich der Forschungsfragen zu berücksichtigen. Tabelle 5.6 verdeutlicht diesen Ansatz und stellt den Prozess der Datenerhebung in Beziehung zu den Forschungsfragen. Vor Beginn der Arbeit (T0) im Tandem Schule-Universität wurde die Lehrerin mithilfe eines Leitfadens interviewt. Weitere Daten wurden während der gemeinsamen Arbeit (T1) in Form einer teilnehmenden Beobachtung der Autorin (unterstützt durch Videoaufnahmen) erhoben. Nach der Beendigung des Lehr-Lern-Tandems Schule-Universität (T2) wurden sowohl die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler als auch erneut die Lehrerin leitfadengestützt befragt. Die Lehrerinterviews, das Schülerinterview und die teilnehmende Beobachtung werden in den nächsten Abschnitten genauer betrachtet.

Tabelle 5.6: Untersuchungsteil 2: Zeiteinteilung der Datenerhebung und erfasste Zieldimensionen bzw. Zielbereiche

	Schülerinterviews	Lehrerinterviews	teilnehmende Beobachtung
Kooperation im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität		T2	T1
Bedeutung der Vernetzung für die Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft	T2	T0, T2	T1
Individuelle Auswirkungen und Effekte der Arbeit im Tandem	T2	T2	T1

**Lehrerinterviews** Die Interviews mit der teilnehmenden Lehrerin werden zu Beginn und nach Beendigung des Lehr-Lern-Tandems Schule-Universität als fokussiertes Leitfadeninterview durchgeführt.<sup>14</sup> Diese Form des Interviews eignet sich, wenn die befragte Person eine natürliche Situation, wie die Arbeit im Lehr-Lern-Tandem, erlebt haben und diese Bestandteil des Interviews ist (Lamnek 2010: S. 337). Im Einganginterview werden der Lehrerin die Ziele der Befragung dargelegt. Zudem wird auf die Anonymität der Befragung verwiesen. Anschließend wird die Lehre-

<sup>14</sup>Der Interviewleitfaden der Lehrerinterviews befindet sich im Anhang, ab Seite VII.

rin zu drei inhaltlichen Schwerpunkten befragt: Im Fokus des Interviews stehen die Erfahrungen der Lehrerin mit offenen Lehr-Lernformen im eigenen Fachunterricht, Erfahrungen in der Netzwerkarbeit zwischen Schule und Universität und die Erwartungen und Wünsche an die Zusammenarbeit im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität.

Das Abschlussinterview lässt sich in zwei Themenblöcke untergliedern. Im ersten Teil des Interviews wird die Lehrerin nach der Zusicherung der Anonymität der Daten zunächst dazu aufgefordert, eine Einschätzung der beteiligten Klasse und der einzelnen beteiligten Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik hinsichtlich der Leistung, des Interesses und potenziell wahrgenommener Veränderungen bezüglich ihres Verhaltens, Engagements etc. vorzunehmen. Es schließt sich die Reflexion des Lernarrangements zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern an. Im zweiten Teil rückt die Netzwerkarbeit im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität ins Zentrum. In diesem Kontext wird die Lehrerin gebeten über die Bedeutung der Vernetzung auf persönlicher Ebene, auf der Schülerebene und der Schulebene zu reflektieren. Daran schließt sich die Reflexion des Lehr-Lern-Tandems Schule-Universität hinsichtlich der stattfindenden Kooperationsprozessen an. Ein letzter Schwerpunkt im zweiten Teil stellt die Reflexion zu individuellen Auswirkungen und Effekten der Arbeit im Tandem-Ansatz dar.

**Schülerinterview** Anliegen des Schülerinterviews ist die Reflexion der individuellen Erfahrungen aus der Arbeitsgemeinschaft im Tandem Schule-Universität. Aufgrund dessen werden die Schülerinterviews nach dem Ende der gemeinsamen Arbeit als fokussiertes Leitfadeninterview in einem geschützten Raum in der Schule durch die Autorin durchgeführt (Lamnek 2010: S. 337).

Nachfolgend wird der Leitfaden des Schülerinterviews im Detail erläutert.<sup>15</sup> Zunächst werden die Schülerinnen und Schüler auf die Interviewsituation vorbereitet. Dies bedeutet insbesondere, dass ihnen die Anonymisierung aller Daten garantiert wird und ihnen die Bedeutsamkeit der wahrheitsgetreuen Beantwortung der Fragen bewusst gemacht wird. Anschließend werden den Schülerinnen und Schülern offene Fragen zu zwei Themenblöcken gestellt. Im ersten Teil des Interviews werden sie aufgefordert, über die inhaltliche Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft zu reflektieren.

---

<sup>15</sup>Der Interviewleitfaden der Schülerinterviews befindet sich im Anhang, ab Seite VIII.

Der zweite Block fokussiert sich auf die Bedeutung der gemeinsamen Gestaltung der Arbeitsgemeinschaft durch die Schülerinnen und Schüler sowie der Lehrerin und Dozentin. Hier werden die Schülerinnen und Schüler aufgefordert, über den individuellen Mehrwert bzgl. dieser besonderen Form der Arbeitsgemeinschaft und den Mehrwert für die gesamte Arbeitssituation in der Arbeitsgemeinschaft zu reflektieren.

**Teilnehmende Beobachtung** Die Untersuchung der Forschungsfragen stützt sich neben der Befragung der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler sowie der teilnehmenden Mathematiklehrerin auf die teilnehmende Beobachtung. Im zweiten Teil der Fallstudie stellt das Erfassen der Kooperations- und Austauschprozesse im Netzwerk Schule-Universität ein zentrales Anliegen dar. Die teilnehmende Beobachtung ermöglicht das Erfassen dieser sozialen Verhaltensweisen aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer (Lamnek 2010: S. 502–503). Mit dem Ziel eines durchgängigen, kontinuierlichen Untersuchungsansatzes in allen Teilen der Fallstudie wird analog zum ersten Teil der Fallstudie erneut die Methode der qualitativen, unstrukturierten teilnehmenden Beobachtung nach Girtler (1984) verwendet.<sup>16</sup>

### **5.2.3 Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft im Tandem – Gemeinsam gestalten und kommunizieren in einer gegenseitig anregenden Atmosphäre**

Zunächst wird die Ausgangslage der Arbeit im Tandem Schule-Universität dargestellt. Die gemeinsame Arbeit zwischen Schülerinnen und Schülern, Lehrerin und Dozentin fand an einem Gymnasium in Halle (Saale) statt. Für die gemeinsame Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft im Lehr-Lern-Tandem interessierten sich neben der Dozentin eine Lehrerin mit geringer Berufserfahrung sowie drei Schülerinnen und drei Schüler aus zwei verschiedenen Klassen der 7. Jahrgangsstufe, die sowohl gute als auch durchschnittliche bis ausreichende Mathematikleistungen hatten. Im Folgenden wird das Lernarrangement der Zusammenarbeit vorgestellt. Dabei wird insbesondere auf den grundlegenden Ansatz der gemeinsamen Gestaltung der

---

<sup>16</sup>Eine ausführliche Darstellung der Methode erfolgte im ersten Teil der Fallstudie ab Seite 128. Aus diesem Grund wird auf eine erneute, vertiefte Darstellung verzichtet.

Arbeitsgemeinschaft und den Aspekt der Kommunikation eingegangen.

**Themenbrainstorming** Das erste Treffen stand unter der Fragestellung: Mit welchem Problem bzw. mit welcher Thematik will sich die Gruppe in der kommenden Zeit auseinandersetzen? Dazu lagen verschiedene Moderationskarten und Stifte bereit. Alle Teilnehmerinnen und Teilnehmer (Schülerinnen und Schüler, Lehrerin und Dozentin) überlegten sich zunächst allein oder bereits in mündlicher Diskussion mit anderen Teilnehmerinnen und Teilnehmern welche Themen sie spannend finden und untersuchen möchten. Die lebensnahen Impulse der Lehrpersonen dienten dabei als anfängliche Orientierungshilfe. Die Schülerinnen und Schüler waren sehr engagiert, aufgeschlossen und entwickelten zahlreiche Ideen: Warum sind Schneeflocken symmetrisch? Was hat Fußball mit Mathematik zu tun? Was verbirgt sich hinter den Codes im Supermarkt und den QR-Codes? Gemeinsam wurden alle Ideen gesammelt, strukturiert und auf diese Weise ein für alle spannendes Thema gefunden. Trotz des relativ geringen Leistungsstandes der Lernenden sind sie der Mathematik bzw. dem, was sie individuell damit verbinden, sehr aufgeschlossen und haben ganz vielfältige Interessen.

Das Thema, welches im Zentrum der Arbeitsgemeinschaft stand, ist das Spiel Monopoly. Ziel der Teilnehmenden war es, das Spiel genau zu untersuchen, um anschließend einen hilfreichen Ratgeber zu schreiben. Was sind günstige Spielstrategien, um das Spiel zu gewinnen? Ist es wirklich nötig, ein Hotel zu bauen? Wie verhalte ich mich bei einer Auktion? Wann sollte ich auf welche Weise versuchen, aus dem Gefängnis frei zu kommen? Nachdem gemeinsam diese und weitere Fragen gesammelt wurden, die in Bezug auf das Spiel von Interesse sind, wurde das weitere Vorgehen diskutiert. Eine Schülerin brachte die Idee ein, sich den Antworten auf der Basis von Spielerfahrung zu nähern. Gemeinsam diskutierten alle, welche Daten beim Spielen gesammelt werden sollten. Dabei konnten sie ganz selbstverständlich auf ihr bis dahin erworbenes Wissen zum Planen von Datenerhebungen, dem systematischen Erfassen von Daten aus dem bisherigen Mathematikunterricht, zurückgreifen und dieses flexibel in dieser offenen Lernsituation anwenden.

**Gemeinsame Arbeit an Problemstellungen** Nach dem Spielen des Spiels in zwei Gruppen rückte die Auswertung und Interpretation der gesammelten Daten in den Mittelpunkt der Arbeitsgemeinschaft. Nach der gemeinsamen Spielphase wurden nun Verantwortlichkeiten für die Lösung von Problemstellungen verteilt. In Kleingruppen, die zum einen aus Schülerinnen und Schülern, zum anderen aus Schülerinnen und Schülern und Lehrerin und/oder Dozentin bestanden, wurde dazu recherchiert und versucht, gemeinsam die mathematischen Aufgaben zu bewältigen. Dabei entwickelte sich eine Frage- und Diskussionskultur, in der sich jeder nach seinen Möglichkeiten einbrachte. An zwei verschiedenen Situationen soll dies illustriert werden:

*Situation 1 (Darstellung von Daten):* Während des Spiels sammelten alle Beteiligten der Arbeitsgemeinschaft eigenständig Daten, wie beispielsweise die absoluten Häufigkeiten der jeweils gewürfelten Augenzahlen. Dabei entwickelten die Schülerinnen und Schüler zum Teil ganz eigene Darstellungsmöglichkeiten, wie z. B.  $2 < 12 < 10 < 11 < 3 < 4 < 9 < 5 < 6 < 8 < 7$ . In der Diskussion zwischen den Schülerinnen und Schülern merkten sie schnell, dass diese Darstellung nicht jeder der Beteiligten ohne weitere Erklärung versteht. Daher suchten sie gemeinsam ohne Hilfe der Lehrenden nach weiteren Möglichkeiten den Sachverhalt anders darzustellen, z. B. mithilfe von Tabellenkalkulationen und Schreibprogrammen, aber auch mithilfe des Spielbrettes oder der Tafel. Dabei machten sie erste Erfahrungen mit Diagrammen und mit der ihnen bis dahin unbekanntem Software. „Es ist schon erstaunlich was die Schüler leisten. Bisher haben sie nur experimentell die Wahrscheinlichkeit beim Würfeln mit einem Würfel im Unterricht kennengelernt und kaum mit Statistiken gearbeitet. Jetzt hantieren sie ganz selbstverständlich mit Wahrscheinlichkeiten, erstellen eigene Grafiken und nutzen verschiedenste Mathematik um ihre Vermutungen zu überprüfen“ lautete das Fazit der Lehrerin im Anschluss an diese Arbeitsgemeinschaft.

*Situation 2 (gemeinsame Problemlösung):* Eine Gruppe bestehend aus Schülerinnen und Schülern, Dozentin und Lehrerin arbeitete an der Fragestellung „Wann sollte ich auf welche Weise versuchen, aus dem Gefängnis freizukommen?“. Die Laplace-Wahrscheinlichkeit bei einem einstufigen Zufallsversuch hatten sich die Schülerinnen und Schüler im Verlauf der Arbeitsgemeinschaft bereits eigenständig erschlossen. Bei dieser Problematik stießen die Schülerinnen und Schüler jedoch an ihre fachliche Grenze. Nach einer längeren (nicht zielführenden) Diskussion erzählte die Lehrerin den anderen Teilnehmerinnen und Teilnehmern, dass man das Problem mithilfe von Baumdiagrammen lösen könnte. An dieser Stelle wünschten sich die Schülerinnen und Schüler einen fachlichen Input von den Lehrenden, es wurde ganz still. Die Lehrerin begann die Thematik der Baumdiagramme und Pfadregeln zu erklären und begann die Umrisse eines Baumdiagramms an die Tafel zu zeichnen. Einen Moment später erkannte ein Schüler das Baumdiagramm und lief an die Tafel, um sein Wissen in diese Arbeitsphase einzubringen. Gemeinsam erklärten sie die Thematik mithilfe der Tafel den anderen Schülerinnen und Schülern. Der Schüler übernahm dabei das Erstellen des Baumdiagramms, die Lehrerin erklärte daran die zwei Pfadregeln. Anschließend wurden gemeinsam in der Gruppe die benötigten Wahrscheinlichkeiten berechnet. Die fachliche Diskussion setzte sich in der kommenden Woche weiter fort. Eine Schülerin und die Lehrerin schrieben gemeinsam an einem Text für den Ratgeber. Sie stießen dabei auf das Problem „Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dreimal hintereinander einen Pasch zu würfeln?“ Die Lehrerin brachte eine Idee ein. Die Schülerin verneinte diese und suchte das Hilfsmittel der Tafel, um die Lehrerin (ihre Partnerin) von ihrer Argumentation zu überzeugen. Sie nutzte das für sie neue Werkzeug des Baumdiagramms und überzeugte so die Lehrerin und alle anderen, die die Diskussion aufmerksam verfolgten.

## 5.2.4 Abgeleitete Ergebnisse aus der qualitativen Fallstudie

### 5.2.4.1 Bedeutung der Vernetzung für die Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft

Der zweite Teil der Fallstudie ist durch die gemeinsame, gleichberechtigte Zusammenarbeit einer Lehrerin und Dozentin gekennzeichnet, um gemeinsam mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler zu fördern. Ziel ist es, mithilfe dieses andersartigen Zugangs neue intensivere Lehr-Lern-Sichtweisen als auf der ersten Stufe des Vernetzungsansatzes von Schule und Universität zu erreichen. Im Folgenden steht die Bedeutung dieser Vernetzung von Schule und Universität für die gemeinsame Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft im Fokus der Analyse.

Die Arbeit im Lehr-Lern-Tandem lässt sich in drei verschiedene Phasen gliedern: die ersten innerschulischen Arbeitstreffen vor dem Beginn der Arbeitsgemeinschaft, die Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft und die innerschulischen Arbeitstreffen, die jeweils im Anschluss an die Arbeitsgemeinschaft stattfinden. In den folgenden Abschnitten wird die Bedeutung der Vernetzung für jede der drei Phasen herausgearbeitet.

**Innerschulische Arbeitstreffen vor Beginn der Arbeitsgemeinschaft: Planung der Lernsituation Arbeitsgemeinschaft** Anliegen der ersten innerschulischen Arbeitstreffen vor dem Beginn der Arbeitsgemeinschaft ist es, eine gemeinsame Basis für die gemeinsame Arbeit zu legen. Dabei stehen insbesondere gemeinsame Ziele und ein gemeinsames didaktisches Konzept für die Arbeitsgemeinschaft im Zentrum.

Hier zeigte sich, dass beide Lehrenden aufgrund der unterschiedlich geprägten Berufstätigkeit über unterschiedliche Wissensbestände verfügen. Dies konnte für die Planung der Lernsituation Arbeitsgemeinschaft fruchtbar genutzt werden. Die Dozentin brachte in die Arbeitstreffen das offene Lernarrangement der Arbeitsgemeinschaft als für alle Beteiligten geschützten Lernkontext und erste Erfahrungen aus dem ersten Teil der Fallstudie ein. Die Lehrerin verfügte bisher über wenig praktische Erfahrung in der Lernbegleitung von Schülerinnen und Schülern in offenen Lernsituationen. Dies äußerte sich in Unsicherheiten der Lehrerin, die zum einen methodischer Art waren: „Ohne Unterstützung wüsste ich gar nicht, wie ich das

konkret umsetzen soll“ oder „Das wird mir schwer fallen: ich weiß ganz genau wann ich wie viel lenken muss, damit es funktioniert wie ich will!“ sind einige Äußerungen der Lehrerin die dies illustrieren. Zum anderen wurde ein Verlust der Autorität im Mathematikunterricht durch die veränderte Rollenverteilung und eventuelle inhaltliche Unsicherheiten in der Arbeitsgemeinschaft befürchtet. Eine Befürchtung, die vermutlich nicht der geringen Berufserfahrung geschuldet ist. Es zeigte sich, dass auch andere Kollegen diese Angst hatten. In diesen Bereichen wünschte sich die Lehrerin vor allem zu Beginn der Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft Unterstützung durch die Dozentin.

Trotz dieser Ängste stand die Lehrerin dem Konzept der Arbeitsgemeinschaft sehr offen gegenüber und war sehr engagiert. Hatte sie vermutlich aufgrund der noch geringen Berufserfahrung nur wenig Ideen für mögliche offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituationen im Bereich Mathematik, brachte sie in weiteren Gesprächen inhaltliche Impulse ein. Sie verfügte zudem über detaillierte Kenntnisse zur Interessenslage der Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe, ihre bisherigen mathematischen Erfahrungen und fachlichen Kompetenzen. Dies ermöglichte es, die inhaltlichen Impulse für die Arbeitsgemeinschaft an die Schülerschaft anzupassen, um möglichst interessante Lernangebote zu machen. „Jetzt hast du meinen Ehrgeiz geweckt!“ „Ich möchte unbedingt sehen, was die Methode bewirkt!“ war das Fazit der innerschulischen Arbeitstreffen vor dem Beginn der Arbeitsgemeinschaft.

**Arbeitsgemeinschaft** Die Lernsituation Mathematikarbeitsgemeinschaft ist eine offene, selbstdifferenzierende, mathematische Lernsituation für alle Beteiligten. Zugleich ist sie eine geschützte Lernsituation für die Lehrenden zum Initiieren und Gestalten von offenen Lernsituationen sowie zur Lernbegleitung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in derartigen Lernsituationen. Diese Lernsituationen werden im Folgenden einzeln betrachtet.

Zunächst steht der mathematische Lernkontext für Schülerinnen und Schüler, Lehrerin und Dozentin im Fokus. In der gemeinsamen Arbeit am Projekt erwiesen sich die unterschiedlichen Perspektiven als fruchtbar für die Zusammenarbeit. Alle Beteiligten betrachten den mathematischen Gegenstand aus einer anderen Perspektive, bringen bei der Auseinandersetzung vielfältige inhaltliche bzw. methodische Expertisen und vielfältige mathematische Ideen in das Projekt ein. Die

Zusammensetzung der Arbeitsgemeinschaft aus drei Personengruppen ermöglicht vielfältige Konstellationen für die Zusammenarbeit an spezifischen Fragestellungen: Schülerinnen und Schüler können sowohl untereinander als auch wahlweise mit der Lehrerin und/oder der Dozentin an Fragestellungen arbeiten. Neben der Möglichkeit zur selbstgesteuerten, kreativen mathematischen Auseinandersetzung erhalten die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit sich in einem anderen Beziehungsgefüge (gemeinsam, gleichberechtigt und in einer druckfreien Arbeitsatmosphäre) mit einer Lehrerin der Schule zusammenzuarbeiten. Gleichzeitig erhöht die gemeinsame, gleichberechtigte Gestaltung einer Mathematikarbeitsgemeinschaft für mathematisch interessierte Schülerinnen und Schüler die Bedeutung der Lernsituation für die Schule und alle ihre Beteiligten: (teilnehmende) Schülerinnen und Schüler, Lehrerinnen und Lehrer, Schulleitung und Eltern. Das Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität ermöglicht eine verbesserte Sichtbarkeit an der Schule und die Integration der mathematischen Auseinandersetzung in den gesamten schulischen Kontext.

Die Arbeitsgemeinschaft als geschützter Lernkontext für die Lehrenden profitiert auch von der besonderen Zusammensetzung des Lehr-Lern-Tandems Schule-Universität. Die Lehrenden der Fallstudie unterscheiden sich in ihrer Erfahrung in der Lernbegleitung von Schülerinnen und Schülern in offenen Lernsituationen. Im Lehr-Lern-Tandem gibt es die Möglichkeit der gegenseitigen Beobachtung und Reflexion sowie der Unterstützung des anderen bei der Lernbegleitung. Darüber hinaus ermöglicht die Arbeit im Tandem-Ansatz die Beobachtung der gleichen Lernsituation durch zwei Personen. Dies ermöglicht das Wahrnehmen der gleichen Lernsituation aus unterschiedlichen Blickwinkeln und mit anderen Schwerpunkten.

**Innerschulische Arbeitstreffen nach der Arbeitsgemeinschaft** Im Zentrum der innerschulischen Arbeitstreffen nach der Arbeitsgemeinschaft steht die gemeinsame, professionelle Reflexion der Eindrücke aus der Arbeitsgemeinschaft. Ein weiterer Fokus innerhalb dieser Arbeitssituation ist die professionelle Reflexion sowie Optimierung der Lernsituation für die Schülerinnen und Schüler und der Lernbegleitung jener. Auch in dieser Phase erweisen sich die beruflich bedingten unterschiedlichen Perspektiven und das unterschiedlich geprägte Vorwissen als gewinnbringend für die inhaltliche Arbeit. Die Lehrerin erlebt die Schülerinnen und Schüler regelmäßig im

Mathematikunterricht und kann daher auf umfangreiches und vielfältiges Vorwissen über die Schülerinnen und Schüler zurückgreifen. Durch die Beobachtung der Schülerinnen und Schüler in der offenen Lernsituationen erweitert sich der Blickwinkel der Lehrerin. Die Dozentin kennt die Schülerinnen und Schüler nur aus der Mathematikarbeitsgemeinschaft und beobachtet die Schülerinnen und Schüler auf der Basis mathematikdidaktischer Interessen in der offenen Lernsituation. Daraus resultiert je nach Tandem-Person ein andersartiger Fokus, der von dem der anderen Person nicht beeinträchtigt ist. Diese beiden unterschiedlichen Perspektiven ermöglichen zum einen das offene Beobachten der Schülerinnen und Schüler, zum anderen die Einordnung der Beobachtungen in den Gesamtzusammenhang. So gelingt es z. B., Einsichten über die Vernetzung der Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft und dem Mathematikunterricht durch die Schülerinnen und Schüler zu erlangen.

Die unterschiedlich geprägten Wissensbestände beider Lehrenden ermöglichen eine Analyse und Reflexion der gemeinsam erlebten Lernsituation unter verschiedenen Perspektiven. Neben den Beobachtungen aus der Arbeitsgemeinschaft verfügt die Lehrerin über vielfältige methodische Unterrichtserfahrung, insbesondere auch mit den beteiligten Schülerinnen und Schülern, und bringt dieses Wissen in die Diskussion ein. Die Dozentin kann die Diskussion durch praktische Erfahrungen in der Gestaltung der Lernsituation und Lernbegleitung der Schülerinnen und Schüler aus dem ersten Studienteil sowie durch aktuelle mathematikdidaktische Impulse bereichern. Diese komplexe, professionelle Betrachtung und Auswertung führt zu einer Erweiterung der Blickwinkel beider Lehrenden und bildet die Basis für eine Weiterentwicklung der Lernsituation für die Schülerinnen und Schüler sowie deren Lernbegleitung.

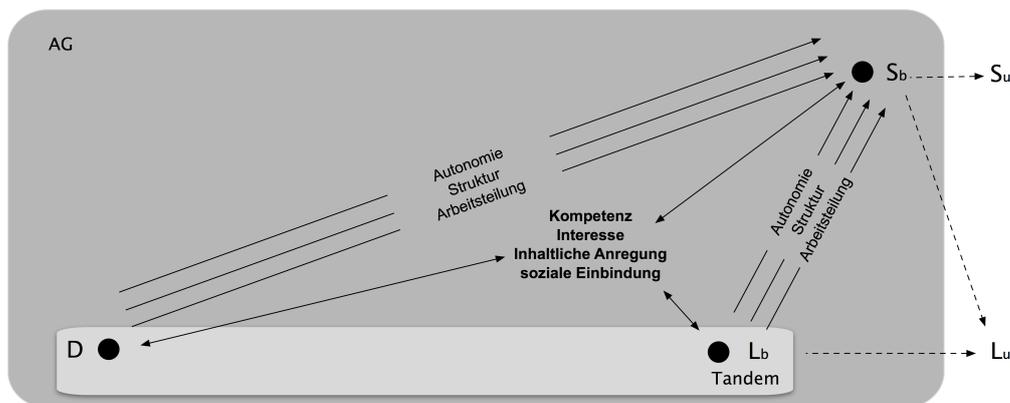
### 5.2.4.2 Kooperation im Tandem Schule-Universität

Im Folgenden steht die wissenschaftliche Erörterung folgender Forschungsfragen im Zentrum: Kann es gelingen im Tandem-Ansatz Schule-Universität eine wechselseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen? Welche Kooperations- und Austauschprozesse lassen sich in der gemeinsamen Arbeit identifizieren?

Die qualitative Auswertung der Daten hinsichtlich der im Lehr-Lern-Tandem

Schule-Universität angestrebten Arbeitsprozesse, insbesondere Kooperation und gegenseitige Anregung, zeigt ein vielschichtiges Bild auf. Die Arbeit im Lehr-Lern-Tandem umfasst zwei Arbeitssituationen (Arbeitsgemeinschaft, innerschulische Arbeitstreffen zwischen Lehrerin und Dozentin), die aufgrund der unterschiedlichen Zusammensetzung im Folgenden getrennt voneinander ausgewertet werden.

**Arbeitssituation Arbeitsgemeinschaft** In der Arbeitsgemeinschaft wurden vielfältige Aspekte der Kooperation umgesetzt (vgl. Abbildung 5.3). Es konnten einige Kooperationsaspekte identifiziert werden, bei den sich alle Beteiligten in einer wechselseitigen Beziehung befinden. Sie bilden daher die Basis der Zusammenarbeit: Interesse, inhaltliche Anregung, soziale Einbindung und Kompetenzunterstützung.



Legende:

AG Mathematikarbeitsgemeinschaft

L<sub>b</sub> Lehrerinnen und Lehrer – am Netzwerk beteiligt

S<sub>b</sub> Schülerinnen und Schüler – am Netzwerk beteiligt

D Dozentinnen und Dozenten – am Netzwerk beteiligt

L<sub>u</sub> Lehrerinnen und Lehrer – am Netzwerk unbeteiligt

S<sub>u</sub> Schülerinnen und Schüler – am Netzwerk unbeteiligt

Abbildung 5.3: Aspekte der Kooperation in der Mathematikarbeitsgemeinschaft im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität

*Interesse an der gemeinsamen Arbeit:* Aus der Perspektive der Lehrerin zeigt die Dozentin zum einen Interesse für Probleme der Lehrerin und Schwierigkeiten, die im Rahmen der gemeinsamen Arbeit auftreten, zum anderen Interesse an Ideen und Ansätzen der Lehrerin, die im Tandem-Ansatz eingebracht werden. Die Lehrerin hingegen zeigt sich interessiert an aktuellen Entwicklungen in der Mathematikdidaktik im Hinblick auf die Förderung von mathematisch

interessierten Schülerinnen und Schülern. Neben dieser mathematikdidaktisch geprägten Perspektive teilen sie mit den Schülerinnen und Schülern das Interesse am Projekt der Arbeitsgemeinschaft und der selbstgesteuerten, kreativen Auseinandersetzung mit Mathematik. Gemeinsam arbeiten alle Beteiligten an (mathematischen) Problemen und Schwierigkeiten, die auftreten, sind dabei offen für Ansätze und Ideen der jeweils anderen, diskutieren diese und bringen eigene Ideen in das Projekt ein. Auf diese Weise investieren alle während der gemeinsamen Arbeit viel Kraft und Zeit für das gemeinsame Projekt.

*Inhaltliche Anregung:* Inhaltliche Anregungen auf didaktischer und methodischer Ebene erfolgen zum einen direkt zwischen der Lehrerin und Dozentin. Die gegenseitigen Impulse und Anregungen basieren auf beruflich bedingten unterschiedlich geprägten Wissensbeständen (prozedurales Wissen, propositionales Wissen). Zum anderen erfolgen indirekte Impulse durch die Schülerinnen und Schüler. Während der gemeinsamen Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft erhalten sie über Beobachtungen der Schülerinnen und Schülern beim selbstgesteuerten, kreativen mathematischen Arbeiten Hinweise zur Leistungsfähigkeit dieses didaktischen Ansatzes zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern. Die Impulse und Anregungen münden in eine gemeinsame Reflexion der Lernsituation für die Schülerinnen und Schüler und darin, dass die Lehrerin ihren eigenen Unterricht und die Dozentin ihren eigenen Standpunkt überdenkt bzw. professionell reflektiert.

Inhaltliche Anregungen finden zudem auf mathematischer Ebene statt. Im Brainstorming zu Beginn der Arbeitsgemeinschaft bringen alle Beteiligten thematische Impulse ein.<sup>17</sup> Auf diese Weise erhalten die Lehrenden zudem Hinweise auf die Interessenslage der Schülerinnen und Schüler. Darüber hinaus entwickelte sich in der Arbeitsgemeinschaft eine anregende Frage- und Diskussionskultur, in der sich alle einbrachten und sich wechselseitig mathematisch anregten (vgl. Situation 1 und 2 des Lernarrangements, ab Seite 166).

*Kompetenzunterstützung:* In der Arbeitsgemeinschaft geben sich alle Beteiligten

---

<sup>17</sup>Ein detaillierte Darstellung des Themenbrainstormings befindet sich in den Ausführungen zum Lernarrangement ab Seite 165.

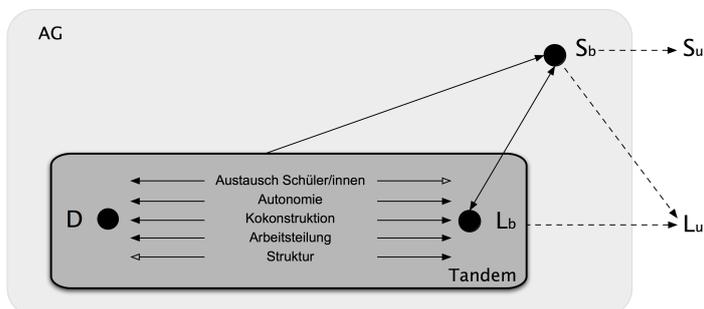
konstruktive Rückmeldungen. Dort wo ein inhaltlicher Impuls notwendig ist, geben ihn diejenigen, die darüber verfügen. Dies können alle Beteiligten sein, Schülerinnen und Schüler, Lehrerin oder Dozentin. Die Schülerinnen und Schüler selbst geben den AG-Leiterinnen eine Rückmeldung zur Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft. Diese durch die Arbeitsweise bestimmte positive Grundstimmung und Rückmeldung war besonders für die Lehrerin, aber auch für die Dozentin ein bedeutsamer Aspekt.

*Soziale Einbindung:* Alle Beteiligten verhalten sich den anderen und deren Ideen gegenüber offen und achten darauf, dass sich jeder mit seinen speziellen Fähigkeiten und Fertigkeiten in das Projekt einbringen kann, sodass sich jeder gleichberechtigt fühlt.

Neben diesen vier Kooperationsaspekten lassen sich weitere identifizieren, die in der Arbeitsgemeinschaft von Bedeutung waren und bei denen die Beziehung erfahrungsbedingt nur einseitig ausgeprägt war. Hier ist zum einen die *Autonomieunterstützung* zu nennen. Die Dozentin und die Lehrerin vertrauen in die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler und geben ihnen die Möglichkeit das Projekt nach den eigenen Vorstellungen umzusetzen. Dieser Aspekt zeigte sich zudem zwischen den einzelnen Schülerinnen und Schülern. Ein weiterer Aspekt ist die *Strukturierende Unterstützung*. Darunter werden die Bemühungen der Lehrerin und Dozentin subsumiert, dass die gemeinsame Arbeit am Projekt strukturiert verläuft, und so z. B. klare Ziele formuliert werden. Ein letzter Aspekt ist die *Arbeitsteilung*. Die gemeinsame Gestaltung der Arbeitsgemeinschaft ermöglicht eine den jeweiligen Interessen und Möglichkeiten entsprechende, gemeinsam getragene Aufgabenverteilung.

**Arbeitssituation innerschulische Arbeitstreffen** In der zweiten Arbeitssituation des Lehr-Lern-Tandems, den innerschulischen Arbeitstreffen vor und nach der Arbeitsgemeinschaft, zeigen sich weitere Kooperationsaspekte (vgl. Abbildung 5.4), die zwischen der Lehrerin und der Dozentin von Bedeutung waren. Das ist zum einen die *strukturierende Unterstützung*. Zu Beginn setzt sich vorzugsweise die Dozentin dafür ein, dass in der gemeinsamen Arbeit als Lehr-Lern-Tandem klare, für beide bedeutsame Ziele gesetzt werden, um eine gemeinsame Basis für die Arbeit zu

schaffen. Ein weiterer zentraler Kooperationsaspekt ist eine gewisse *Autonomieunterstützung*. Beide Lehrenden geben sich in den innerschulischen Arbeitstreffen die Möglichkeit, eigene Ideen bzw. Ansätze und das Konzept der Arbeitsgemeinschaft umzusetzen. Die innerschulischen Arbeitstreffen sind zudem von der *gemeinsamen Arbeitsplanung* geprägt. Einen weiteren Aspekt stellt der *schülerbezogene Austausch* dar. Hier tritt anfangs insbesondere die Lehrerin, aufgrund ihrer Schülerkenntnisse, in den Vordergrund. Im Verlauf der gemeinsamen Arbeit tauschen sich die Lehrerin und die Dozentin über die teilnehmenden Schülerinnen und Schüler und ihre Stärken, Lernfortschritte sowie Lernprobleme aus. Der letzte, sehr bedeutsame Aspekt ist die *Kokonstruktion und Reflexion*, eine der komplexesten Form von Kooperation (Gräsel & Fußangel 2010: S. 119–120). Die Lehrerin und die Dozentin tauschen sich in den innerschulischen Arbeitstreffen hinsichtlich der Förderung der Schülerinnen und Schüler im Fach Mathematik aus und entwickeln dabei Problemlösungen. Gemeinsam erwerben sie durch konstruktive Diskussionen neues Wissen. Dabei zeigt sich Vertrauen zwischen den Beteiligten als eine bedeutsame Gelingensbedingung für die gemeinsame professionelle Weiterentwicklung.



Legende:

AG Mathematikarbeitsgemeinschaft

L<sub>b</sub> Lehrerinnen und Lehrer – am Netzwerk beteiligt

S<sub>b</sub> Schülerinnen und Schüler – am Netzwerk beteiligt

D Dozentinnen und Dozenten – am Netzwerk beteiligt

L<sub>u</sub> Lehrerinnen und Lehrer – am Netzwerk unbeteiligt

S<sub>u</sub> Schülerinnen und Schüler – am Netzwerk unbeteiligt

Abbildung 5.4: Aspekte der Kooperation in den innerschulischen Arbeitstreffen im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität

### 5.2.4.3 Individuelle Auswirkungen und Effekte der Arbeit im Tandem

Die in den vorherigen Abschnitten herausgearbeitete Bedeutung von Vernetzung für die Arbeit im Tandem-Ansatz und die realisierten Aspekte der Kooperation im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität hatte verschiedene Wirkungen auf die einzelnen Beteiligten. Die individuell wahrgenommenen Auswirkungen durch die gemeinsame Arbeit im Tandem-Ansatz wird im Folgenden für alle Personengruppen separat betrachtet. Die qualitative Analyse der Daten zeigt, dass der empfundene Nutzen durch die gemeinsame Arbeit vielgestaltig ist.

**Schülerinnen und Schüler** Die Schülerinnen und Schüler haben sich während der Arbeit in der Mathematikarbeitsgemeinschaft im Tandem-Ansatz zum einen *persönlich weiterentwickelt*. Sie haben Stärkung erfahren und gelernt Verantwortung für das Gelingen eines Projektes zu tragen, selbstständig und strukturiert zu arbeiten und mit neuen Medien gezielt fachbezogen umzugehen. Zum anderen haben sie sich *fachlich weiterentwickelt*. Es gelingt ihnen, ein- und mehrstufige Laplace-Versuche auszuwerten und verschiedene Diagramme und Statistiken zu erstellen und auszuwerten. Einen weiteren zentralen Effekt der Zusammenarbeit stellt die *Mathematikarbeitsgemeinschaft als geschützter Lernort* dar. Die Mathematikarbeitsgemeinschaft ermöglicht es ihnen, in ersten Schritten wissenschaftlich an subjektiv interessanten mathematischen Problemen zu arbeiten und sich gemeinsam mit Ansätzen und Lösungen auseinanderzusetzen. Darüber hinaus wirkt sich die Arbeit im Tandem-Ansatz positiv auf die *Freude an der Arbeitsweise und der Mathematik* aus.

**Lehrerin** Auch die Lehrerin erfuhr eine *persönliche Stärkung* und *entwickelte sich beruflich weiter*. Gemeinsam mit der Dozentin lernte die Lehrerin im geschützten Lernkontext der Mathematikarbeitsgemeinschaft neue Lernmethoden kennen, erprobte und reflektierte diese hinsichtlich ihrer Stärken und Probleme. Die derartig gemachten Erfahrungen mündeten in die Reflexion des eigenen Fachunterrichts hinsichtlich dessen Zielen, Methoden und Inhalte. Die gemeinsame Arbeit und deren Ergebnis führte zudem zu einer nachhaltigen Aktivierung der Lehrerin für das Konzept. Sie hat das Konzept der Mathematikarbeitsgemeinschaft an der Schule installiert und führt die Arbeitsgemeinschaft nun allein fort.

Die Lehrerin berichtet darüber hinaus von einer *Steigerung der Motivation* durch die gemeinsame Arbeit und einer Freude an der Arbeit: Freude durch das enorme Engagement der Schülerinnen und Schüler und insbesondere die Anerkennung der neuartigen Zusammenarbeit und deren Auswirkungen auf Unterrichtsprozesse über das Fach Mathematik hinaus durch das Kollegium, die Schulleitung, die Eltern und andere Schülerinnen und Schüler.

Ein weiterer zentraler Effekt der Arbeit im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität ist der *gewinnbringende Austausch*. Durch die Arbeit im Tandem-Ansatz erhält die Lehrerin vielfältige neue mathematikdidaktische und -methodische Anregungen und Impulse, die zudem umgesetzt und reflektiert werden konnten. Bedeutend für die Lehrerin war darüber hinaus die Möglichkeit, Probleme und Fragen aus der eigenen beruflichen Praxis gemeinsam mit der Dozentin zu diskutieren und gemeinsam und gleichberechtigt an Konzepten zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern zu arbeiten.

**Dozentin** Effekte, die bei der Lehrerin identifiziert werden konnten, traten in ähnlicher, aufgrund der unterschiedlichen Standpunkte jedoch in etwas abgestufter Art und Weise auch auf der Seite der Dozentin auf. Die gemeinsame Arbeit im Tandem-Ansatz führte auch bei der Dozentin zu einer *persönlichen Weiterentwicklung*, zu einer *Bestätigung ihrer Motivation* und der Freude an der Arbeit durch die gemeinsame Arbeit.

Bedeutsam aus der Perspektive der Dozentin ist der *gewinnbringende Austausch* durch die gemeinsame Arbeit. Es gelang, neue Ansätze aus der Mathematikdidaktik während der gemeinsamen innerschulischen Arbeitstreffen mit der Lehrerin intensiv und offen zu diskutieren und neue Impulse und Ideen im Rahmen der Mathematikarbeitsgemeinschaft umzusetzen und gemeinsam zu reflektieren. Dieser Aspekt steht damit in direkter Beziehung zur *beruflichen Weiterentwicklung*.

Von besonderer Bedeutung sind zudem vor allem neue *Forschungsimpulse* durch die gemeinsame, den anderen und sein Spezialwissen anerkennende, forschende Arbeit. Darüber hinaus zeigen die Erfahrungen und Einsichten aus dem Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität Ansätze für die Bereicherung der methodisch-didaktischen Ausbildung auf.

## **5.3 Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität: Fallstudie „Terme und Gleichungen“**

Die ersten beiden Teile der Fallstudien haben gezeigt, dass das Lernarrangement, welches den Mathematikarbeitsgemeinschaften zugrunde liegt, einen Beitrag zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern leisten kann und eine gegenseitig anregende, gemeinsam forschende Zusammenarbeit zwischen Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern und Dozentinnen und Dozenten ermöglicht. Der dritte Teil der Fallstudie, die Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität (vgl. Abschnitt 4.4, ab Seite 111) orientiert schließlich auf den Mathematikunterricht, greift dabei den Ansatz des Lernarrangements der Mathematikarbeitsgemeinschaften auf. Im Zentrum der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität steht vor allem die Beziehung zwischen den Lehrenden der Schule und der Universität.

### **5.3.1 Ziele und Forschungsfragen**

Anliegen der gemeinsamen Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft ist zum einen das Aufgreifen des der Vernetzung von Schule und Universität zugrunde liegenden Potenzials durch die stattfindenden Kooperations- und Austauschprozesse. Die Zielsetzung des Ansatzes der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität ist es, während der gemeinsamen Arbeit ein geeignetes Kooperationsklima aufzubauen und langfristige, wechselseitige Austausch- und Lernprozesse zu initiieren. Durch die kokonstruktive Entwicklung von Ansätzen und exemplarischen Lernarrangements für den Mathematikunterricht steht zum anderen die Förderung der Schülerinnen und Schüler im Zentrum der Lehr-Lern-Gemeinschaft.

Im Fokus der Fallstudie steht insbesondere die Untersuchung der Kooperations- und Austauschprozesse im Netzwerk Schule-Universität. Kann es im Ansatz der Lehr-Lern-Gemeinschaften gelingen, eine wechselseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung und gemeinsam forschende Zusammenarbeit von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen? Welche Kooperations- und Austauschprozesse lassen sich in der gemeinsamen Arbeit identifizieren und inwiefern manifestieren sich diese im individuell wahrgenommenen Zugewinn durch

die einzelnen Beteiligten. Darüber hinaus steht die Frage im Mittelpunkt, welche Bedeutung die Vernetzung von Schule und Universität aus Teilnehmersicht für die Arbeit in der Lerngemeinschaft hat. Schließlich sollen die kooperationsfördernden Rahmenbedingungen bzw. Gelingensbedingungen herausgearbeitet werden.

### **5.3.2 Wissenschaftliche Begleitung der Umsetzung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität**

Das Konzept der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität wurde einmal über einen längerfristigen Zeitraum im Institut für Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg umgesetzt. Die Teilnahme an den regelmäßig stattfindenden Arbeitstreffen war für alle Lehrenden zu jedem Zeitpunkt freiwillig und nicht beschränkt.

**Auswahlverfahren der Teilnehmer/innen** Die Auswahl der teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrer erfolgte im Sinne eines kontinuierlichen Forschungsansatzes nach den Leitprinzipien des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität. Aus der Forderung nach einem stets offenen und freiwilligen Zugang zum Netzwerk Schule-Universität folgt der Verzicht auf ein test- oder personengebundenes Auswahlverfahren. Die Auswahl basiert auf einer weiteren zentralen Voraussetzung für die Arbeit im Netzwerk, das gemeinsame Interesse und die aktive und eigenständige Entscheidung für die gemeinsame Arbeit. Dazu wurden die Mathematiklehrerinnen und -lehrer, welche an weiterführenden Schulen in Halle und dem Saalekreis tätig sind, in einem Schreiben über den Ansatz der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität und des Lernarrangements informiert. Auf dieser Basis wurden interessierte Mathematiklehrerinnen und -lehrer gefunden, die auch der Teilnahme an der Fallstudie zustimmten. Dieses typische, zufällige Auswahlverfahren ermöglicht folglich allen interessierten Mathematiklehrerinnen und -lehrern den Zugang zum Netzwerk Schule-Universität.

**Zur Zeiteinteilung der Datenerhebung** In den nächsten Abschnitten steht der Prozess der Datengewinnung, beginnend mit der Zeiteinteilung im Fokus. Während der Umsetzung der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität wird diese wissen-

schaftlich begleitet. Im Zentrum steht dabei die Erfassung und Dokumentation der intra- und interpersonellen Entwicklungen in und durch die Netzwerkarbeit. Hier eignet sich eine multimethodische Anlage der Datenerhebung, um den Untersuchungsgegenstand hinsichtlich der zentralen Facetten und Dimensionen möglichst umfassend zu berücksichtigen. Die Tabelle 5.7 zeigt, wie dieser Ansatz im dritten Teil der Fallstudie realisiert wird. Während der gemeinsamen Arbeit (T1) werden durch die Autorin begleitend zur Arbeit im Netzwerk Daten in Form einer teilnehmenden Beobachtung erhoben. Darüber hinaus werden die Lehrenden nach dem Abschluss der gemeinsamen Arbeit (T2) mithilfe eines Leitfadens interviewt. Die verwendeten Erhebungsmethoden werden in den nächsten Abschnitten im Detail betrachtet.

Tabelle 5.7: Untersuchungsteil 3: Zeiteinteilung der Datenerhebung und erfasste Zieldimensionen bzw. Zielbereiche

	Lehrerinterview	teilnehmende Beobachtung
Kooperation in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität	T2	T1
Bedeutung der Vernetzung für die Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität	T2	T1
Individuelle Auswirkungen und Effekte der Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität	T2	T1
Kooperationsfördernde Rahmenbedingungen	T2	T1

**Lehrerinterview** Die Lehrerinterviews wurden nach Beendigung der gemeinsamen Arbeit als fokussiertes Leitfadeninterview durchgeführt.<sup>18</sup> Den zentralen Gegenstand der Befragung stellt die Arbeit im Netzwerk Schule-Universität dar, eine von allen Befragten gemeinsam erlebte und aktiv gestaltete natürliche Situation. In derartigen Kontexten eignet sich diese Form des Interviews in besonderer Weise (Lamnek 2010: S. 337). Im Interview werden der befragten Person zunächst die Ziele des

<sup>18</sup>Der Leitfaden des Interviews befindet sich im Anhang, ab Seite IX.

Interviews dargelegt und die anonyme Verwendung der Daten zugesichert. Danach schließt sich die Befragung der Lehrenden durch offene Fragestellungen zu zwei inhaltlichen Schwerpunkten an. Zunächst werden die Lehrenden dazu aufgefordert hinsichtlich individueller Erfahrungen und Auswirkungen durch die gemeinsame Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft zu reflektieren. Im zweiten Teil des Interviews sollen sie die Erfahrungen von der persönlichen Ebene hin zu einer allgemeineren Ebene abstrahieren. Im Zentrum steht die theoretische Reflexion der Lehr-Lern-Gemeinschaft, z. B. hinsichtlich von zentralen Rahmenbedingungen der Lehr-Lern-Gemeinschaft oder hinsichtlich des Potenzials dieses Veranstaltungsformats.

**Teilnehmende Beobachtung** Neben den Lehrerinterviews stellt die teilnehmende Beobachtung eine zentrale Datenerhebungsmethode im dritten Untersuchungsteil dar. Das Potenzial dieser Methode liegt insbesondere in der Erfassung von sozialen Verhaltensweisen, z. B. der Kooperations- und Austauschprozesse zwischen den am Netzwerk beteiligten Personen, ein zentrales Anliegen der Fallstudie (Lamnek 2010: S. 502–503). Im Sinne eines kontinuierlichen Forschungsansatzes in der gesamten Fallstudie wird wiederholt die Methode der qualitativen, unstrukturierten teilnehmenden Beobachtung nach Girtler (1984) verwendet.<sup>19</sup>

#### 5.3.3 Lernarrangement der Lehr-Lern-Gemeinschaft – Gemeinsame Reflexion von Unterrichtserfahrungen

Im Folgenden wird die Ausgangslage der Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft dargelegt, um die abgeleiteten Ergebnisse der qualitativen Fallstudie in den konkreten Zusammenhang zur Lehr-Lern-Gemeinschaft stellen zu können. Die Umsetzung der Lehr-Lern-Gemeinschaft erfolgte über einen Zeitraum von einem Schuljahr im Institut für Mathematik der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg. Neben der Dozentin besteht die Lehr-Lern-Gemeinschaft aus drei Lehrerinnen. Die Zusammensetzung ist durch ein hohes Maß an Heterogenität gekennzeichnet: Die Lehrenden arbeiten an unterschiedlichen Schulen und Schulformen, haben differierende Fächerkombinationen und verfügen über unterschiedliche Berufserfahrung

---

<sup>19</sup>Im ersten Teil der Fallstudie (ab Seite 128) wurde die Methode der qualitativen, unstrukturierten teilnehmenden Beobachtung im Detail vorgestellt. Daher wird auf eine erneute Darstellung dieser Methode verzichtet.

(Art und Dauer). Eine der Lehrenden war zudem aktiver Bestandteil des Lehr-Lern-Tandems und verfügt im Vergleich zu den anderen Lehrenden über Erfahrungen in der gemeinsam forschenden Zusammenarbeit im Netzwerk Schule-Universität und der Umsetzung von offenen Lernsituationen im Kontext der Mathematikarbeitsgemeinschaften. Im Folgenden wird das Lernarrangement der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität vorgestellt. Der Fokus liegt hier vor allem auf dem Aspekt der gemeinsamen Reflexion von Unterrichtserfahrungen.

**Netzwerkbildung und Themenbrainstorming** Die erste gemeinsame Sitzung beginnt mit einem inhaltlichen Impuls durch die zwei am Lehr-Lern-Tandem Beteiligten. Gemeinsam stellen die Lehrerin und die Dozentin den didaktischen und methodischen Ansatz zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern vor. Dabei wird der theoretische Ansatz durch Schülermaterialien aus der Arbeitsgemeinschaft im Tandem-Ansatz ergänzt. Dieser Impuls mündet in eine gemeinsame erste Reflexion der Lernsituation für die Schülerinnen und Schüler. Dabei entwickelt sich auf der Basis der didaktischen und methodischen Orientierung der Lehrenden durch die Lehrerin und Dozentin eine wechselseitig anregende Diskussionskultur zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in offenen Lernsituationen im Kontext des Mathematikunterrichts. Alle Beteiligten reflektieren gemeinsam ihre eigenen Erfahrungen zur Leistungsfähigkeit von offenen Lernformen (im Mathematikunterricht) und bringen diese in die Diskussion ein. An diese Diskussion schließt sich eine Phase an, in der die konkrete Zusammenarbeit hinsichtlich der Ziele und der Planung konkretisiert wird. Beim Austausch über die aktuell zu unterrichtenden Mathematikklassen lassen sich zwei Gemeinsamkeiten identifizieren. Jeweils zwei Lehrende sind im betreffenden Schuljahr mit dem Unterricht in Klasse 7 bzw. 9 beauftragt. Die Lehrenden bringen anschließend im Hinblick auf diese zwei Jahrgangsstufen und deren im Curriculum verankerte thematische Schwerpunkte den Wunsch ein, ein exemplarisches Lernarrangement für die Themen Arbeit mit Termen und lineare Gleichungssysteme zu entwickeln, zu erproben und weiterzuentwickeln. Die Diskussion mündet in die Ausformulierung und Fixierung der konkreten Zielstellungen und eines Zeitplanes für die gemeinsamen Arbeitstreffen.

**Entwicklung von Materialien** In der nächsten Arbeitsphase entwickeln die Lehrenden und die Dozentin zunächst gemeinsam exemplarische-konkrete offene Lernarrangements für den Mathematikunterricht. Die Arbeit setzt sich in Jahrgangsteams fort, welche jeweils aus der Dozentin und den Lehrerinnen bestehen, die die Lernarrangements erproben können. Zu einer vertieften Orientierung und Anregung im Hinblick auf die Entwicklung von Lernarrangements für offenes, kreatives und aktiv-entdeckendes Lernen bringt die Dozentin zunächst aktuelle mathematikdidaktische Literatur in die Arbeitstreffen ein. Die Lehrenden bringen bestehendes Material, Unterrichtsentwürfe und Erfahrungen zu den thematischen Schwerpunkten mit. Auf der Basis dieser Recherche und der Reflexion der Erfahrungen in unterschiedlichen Lernkontexten werden gemeinsam Ansätze und Lernarrangements zur Förderung von Schülerinnen und Schülern im Kontext des Mathematikunterrichts entwickelt. Dabei bringen sich alle Beteiligten aktiv ein.

**Erprobung und gemeinsame Reflexion und Weiterentwicklung** Nach abgeschlossener Entwicklungsphase werden die Lernarrangements in den jeweiligen Schulen der Lehrerinnen eigenverantwortlich durch die Lehrerinnen erprobt. In dem darauf folgenden gemeinsamen Arbeitstreffen berichten die Lehrenden von ihren Erfahrungen in der Umsetzung dieses prototypischen Lernarrangements und über Fragen und Probleme, die sich auf dieser Basis entwickelten. Für eine vertiefte Auseinandersetzung mit der Erprobung bringen sie zudem Schülermaterialien mit. Nachdem beide Lehrenden ihre Erfahrungen vorgestellt haben, versuchen alle Beteiligten dieses Erfahrungswissen einzuordnen und im didaktischen Gesamtkontext zu analysieren. Dazu werden die Ergebnisse zum einen in den Zusammenhang mit didaktischen Forschungsergebnisse gebracht und zum anderen die neuen Erfahrungen hinsichtlich des bisherigen erfahrungsbasierten Wissens reflektiert. Die mehrfache Umsetzung des gleichen Lernarrangements in unterschiedlichen Lernkontexten bereichert die Diskussion hinsichtlich der Leistungsfähigkeit der entwickelten Ansätze und der Analyse von Einflussfaktoren. Auf diese Weise gelingt es, die Lernarrangements weiterzuentwickeln.

## 5.3.4 Abgeleitete Ergebnisse aus der qualitativen Fallstudie

### 5.3.4.1 Lehr-Lern-Gemeinschaft als Möglichkeit zur schülerbezogenen Kooperation und Professionalisierung von Akteuren der Schule und Universität

Lernnetzwerke wie die Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität bieten die Möglichkeit zur schul- und inhaltsbezogenen sowie fachdidaktisch motivierten Kooperation zwischen allen Beteiligten und zu deren Professionalisierung. Im Folgenden steht die wissenschaftliche Erörterung folgender Forschungsfragen im Zentrum: Kann es gelingen im Ansatz der Lehr-Lern-Gemeinschaft am Beispiel der Lehrkräfte eine wechselseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich Mathematik zu erreichen? Welche Kooperations- und Austauschprozesse lassen sich in der gemeinsamen Arbeit identifizieren? Die qualitative Auswertung der erhobenen Daten hinsichtlich der in der Lehr-Lern-Gemeinschaft stattfindenden Arbeitsprozesse zeigt ein komplexes Bild auf, lässt Tendenzen bzw. Ansätze erkennen und ermöglicht das Herausarbeiten von Kooperationsprozessen in den einzelnen Arbeitsphasen. Diese stehen im Folgenden im Zentrum der Auseinandersetzung.

**Konstitution** In der Phase der Netzwerkbildung agieren alle Beteiligten (Lehrenden, Lehrerin aus dem Lehr-Lern-Tandem Ansatz, Dozentin) orientierend. Ziel ist es, gemeinsame Ziele und für alle bedeutsame thematische Schwerpunkte als Basis der Zusammenarbeit festzulegen. Während der Initiierung der Netzwerkarbeit wurden vielfältige Aspekte der Kooperation umgesetzt (Die Abbildung 5.5 illustriert die Beziehungsstruktur zwischen allen Beteiligten in dieser Phase):

*Soziale Einbindung:* Das Netzwerk besteht aus Lehrenden unterschiedlicher Bildungsinstitutionen, Schulformen und mit unterschiedlicher Berufserfahrung (Art und Dauer). Eine der Lehrenden und die Dozentin waren darüber hinaus Bestandteil des Lehr-Lern-Tandems Schule-Universität und verfügen daher über Erfahrungen in der gemeinsam forschenden Zusammenarbeit und in der Umsetzung von offenen Lernsituationen im außerunterrichtlichen Kontext. Während der Netzwerkbildung agieren die Beteiligten zunächst orientierend, verhalten sich den anderen und deren bisherigen Leistungen, Erfahrungen

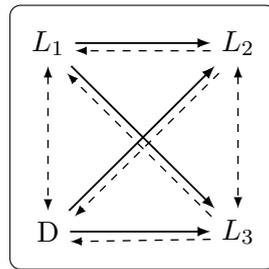


Abbildung 5.5: Beziehungsstruktur in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Konstitution, Startimpuls

und Ideen gegenüber anerkennend und offen. Auf dieser Basis können sich alle Beteiligten gleichberechtigt in die gemeinsame inhaltliche Arbeit einbringen und diese durch die vielfältigen Perspektiven auf den Gegenstand bereichern.

*Inhaltliche Anregung:* Ausgangspunkt der gemeinsamen Arbeit stellt ein inhaltlicher Impuls von der Lehrerin, welche am Lehr-Lern-Tandem beteiligt war, und der Dozentin dar. Zum Start der gemeinsamen Arbeit stellen beide den anderen Beteiligten das didaktische Konzept und Erfahrungen in der Umsetzung der Arbeitsgemeinschaft im Lehr-Lern-Tandem vor. Dieser Impuls bildet den Ausgangspunkt für erste Reflexionen hinsichtlich der Förderung von Schülerinnen und Schülern im Tandem-Ansatz und die Möglichkeit zur Übertragung bzw. Weiterentwicklung dieses Ansatzes in den Kontext des Mathematikunterrichts. In dieser Phase entwickelt sich eine wechselseitig anregende Diskussionskultur.

*Interesse an der gemeinsamen Arbeit:* Aus der Perspektive der Lehrerin, welche aktiv am Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität partizipierte, und der Dozentin zeigen die anderen Lehrenden Interesse am didaktischen Ansatz zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in offenen Lernsituationen und an den exemplarischen Erfahrungen bei der praktischen Umsetzung des Konzepts im Lehr-Lern-Tandem. Darüber hinaus sind alle Lehrenden sehr offen und interessiert an aktuellen Entwicklungen in der Mathematikdidaktik, welche die Dozentin in die gemeinsame Arbeit einbringt. Aus der Perspektive der Lehrenden zeigt die Dozentin Interesse an

Ideen und Erfahrungen, die die Lehrenden in die Diskussion zur mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern in offenen Lernsituationen einbringen. Gemeinsam teilen sie das Interesse an der Gestaltung, Erprobung und Reflexion bzw. Weiterentwicklung von prototypischen Lernsituationen für selbstgesteuerte, kreative mathematische Auseinandersetzungen für den Mathematikunterricht.

*Strukturierende Unterstützung:* Während der Phase der Netzwerkbildung achtet insbesondere die Dozentin auf eine Strukturierung der Zusammenarbeit. Gemeinsam werden organisatorische und inhaltliche Wünsche sowie Erwartungen an die Netzwerkarbeit diskutiert und die Absprachen in einem Protokoll schriftlich fixiert. Auf diese Weise erfolgt beispielsweise die Festlegung eines zeitlichen Rahmens und die inhaltliche Zielsetzung der Netzwerkarbeit.

**Austausch und kokonstruktive Entwicklung von prototypischen Lernarrangements** Nach der Konstitution der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität im Bereich der Mathematik erfolgt in der zweiten Phase der gemeinsamen Arbeit die Entwicklung von prototypischen Lernarrangements für offene, kreative, aktiv-entdeckende mathematische Auseinandersetzungen im Mathematikunterricht. Die Abbildung 5.6 zeigt die Beziehungsstruktur zwischen den Beteiligten in dieser Arbeitsphase.

*Interesse an der gemeinsamen Arbeit:* Wie bereits in der Phase der Netzwerkbildung stellt das Interesse an der gemeinsamen Arbeit auch in der zweiten Phase der Netzwerkarbeit einen zentralen Aspekt dar. Aus der Perspektive der Lehrenden zeigt die Dozentin weiterhin Interesse an den Ideen, Erfahrungen und Perspektiven, welche die Lehrenden in die Entwicklung der Lernarrangements einbringen. Die Lehrenden zeigen sich weiter an neuen mathematikdidaktischen Konzepten und Ideen zum Lehren und Lernen von Mathematik interessiert, welche die Dozentin in die Entwicklungsarbeit einbringt. Das Interesse an der gemeinsamen Entwicklung von exemplarischen Lernarrangements verstärkt sich in dieser Arbeitsphase. Grund dafür ist die Entscheidung prototypische Lernarrangements für Jahrgangsstufen und Themenschwerpunkte zu entwickeln, welche die Lehrenden bisher als

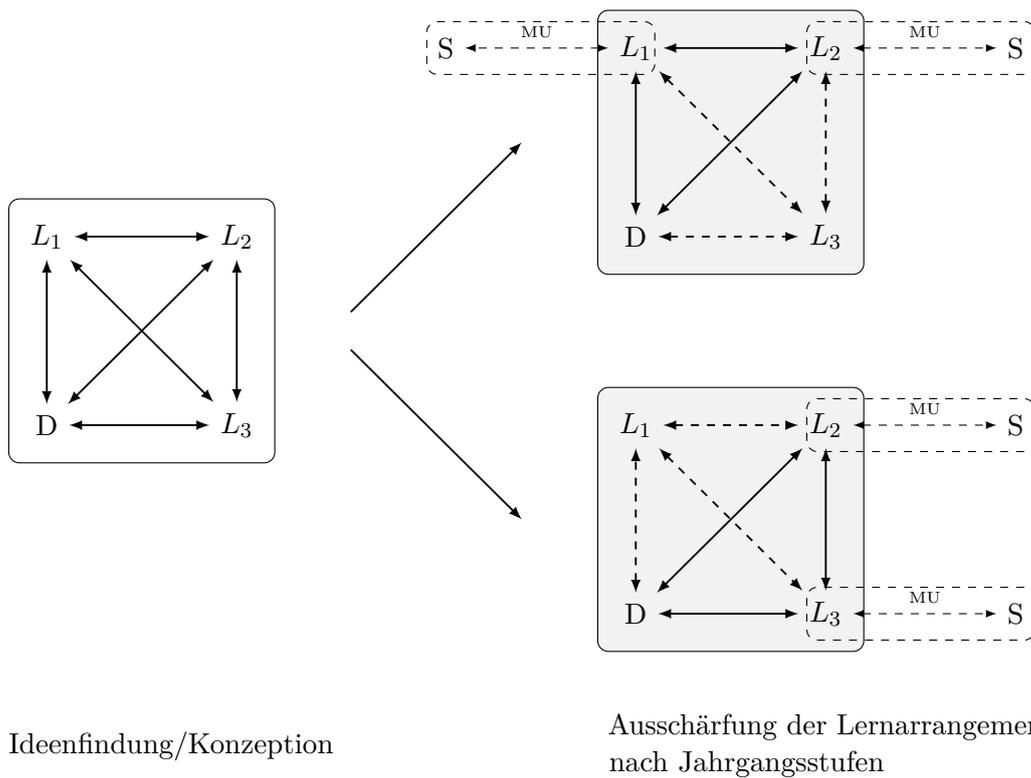


Abbildung 5.6: Beziehungsstruktur in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Entwicklung der Lernsituation

schwierig empfanden und welche sie in der Zeit der Netzwerkarbeit im Unterricht direkt nutzbar machen können. Daraus resultiert die Möglichkeit den eigenen Mathematikunterricht theoriegestützt und zeitnah zur Konzeption der Lernarrangements weiterzuentwickeln.

*Soziale Einbindung:* Die Beteiligten verhalten sich offen den anderen und ihrem Spezialwissen gegenüber. Die Vielgestaltigkeit des Wissens, der Erfahrungen und Perspektiven wird von allen wertgeschätzt und als Potenzial zur gemeinsamen Weiterentwicklung verstanden. Alle Beteiligten sind bedeutsamer Teil des Netzwerks und agieren mit zunehmendem Verlauf ganz selbstverständlich kollegial und gleichberechtigt in dem gemeinsamen Arbeitsprozess.

*Strukturierende Unterstützung:* Zunächst achtet hauptsächlich die Dozentin auf

eine klare Strukturierung der Arbeitsphasen. Mithilfe von Arbeitsprotokollen werden die Ziele und Ergebnisse des aktuellen Treffens und Aufgaben zum nächsten Treffen fixiert. Die Verantwortung für die Überwachung der strukturierten Zusammenarbeit erfolgt in wechselnder Verantwortung durch die einzelnen Beteiligten.

*Autonomieunterstützung:* Die Unterstützung der Autonomie der einzelnen Beteiligten stellt einen weiteren bedeutsamen Aspekt der Kooperation in der Lehr-Lern-Gemeinschaft dar. Die einzelnen Beteiligten geben sich gegenseitig die Möglichkeit in der Entwicklung und Gestaltung von offenen Lernsituation im Mathematikunterricht eigene Ideen und Ansätze einzubringen und zu realisieren.

*Austausch:* Der Austausch umfasst zum einen den Austausch von didaktischen und methodischen Erfahrungen und den Austausch von Materialien. In allen Phasen der Entwicklung tauschen die Beteiligten ganz selbstverständlich untereinander zunächst ihre bisherigen Erfahrungen, Materialien und Literatur zum Themenschwerpunkt Umgang mit Termen bzw. linearen Gleichungssystemen aus. Dieser Austausch bildet die Basis für eine Reflexion der bisherigen Unterrichtsgestaltung der Themenschwerpunkte im Hinblick auf die Möglichkeit zur offenen, kreativen, entdeckenden mathematischen Auseinandersetzung. Zum anderen stellt auch der schülerbezogene Austausch in dieser Phase der Zusammenarbeit einen zentralen Aspekt dar. Hier treten insbesondere die Lehrenden aufgrund ihrer Schülerkenntnisse in den Vordergrund.

*Kokonstruktion und Reflexion:* Gemeinsam stehen die Beteiligten der Lehr-Lern-Gemeinschaft vor der Herausforderung, Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht die Möglichkeit zur offenen, kreativen und entdeckenden mathematischen Auseinandersetzung zu geben. Während der Arbeitstreffen entwickeln die Beteiligten in gemeinsamen, konstruktiven Diskussionen Ansätze und Ideen, wie der didaktisch-methodische Ansatz der Mathematikarbeitsgemeinschaften in den Kontext des Mathematikunterrichts transferiert bzw. dafür weiterentwickelt werden kann. Grundlegend in diesem Prozess sind wechselseitige inhaltliche Anregungen und Impulse auf didaktischer und

methodischer Ebene. Die Heterogenität der Lerngruppe bezüglich ihrer Wissensbestände, Perspektiven, Berufserfahrung begünstigen eine gemeinsame professionelle Weiterentwicklung in Form von neuen Einsichten, welche in die Gestaltung von exemplarischen Lernarrangements für den Mathematikunterricht münden.

**Erprobung, Reflexion und Weiterentwicklung** Im Anschluss an die Entwicklung von Ansätzen und Ideen zur Förderung von Schülerinnen und Schülern durch die Gestaltung von offenen Lernarrangements im Mathematikunterricht und von prototypischen Unterrichtssequenzen zum Themenschwerpunkt Arbeit mit Termen und linearen Gleichungssystemen folgt die Erprobung und Weiterentwicklung dieser Ansätze. Abbildung 5.7 illustriert das Beziehungsgefüge in der Lehr-Lern-Gemeinschaft in dieser Phase.

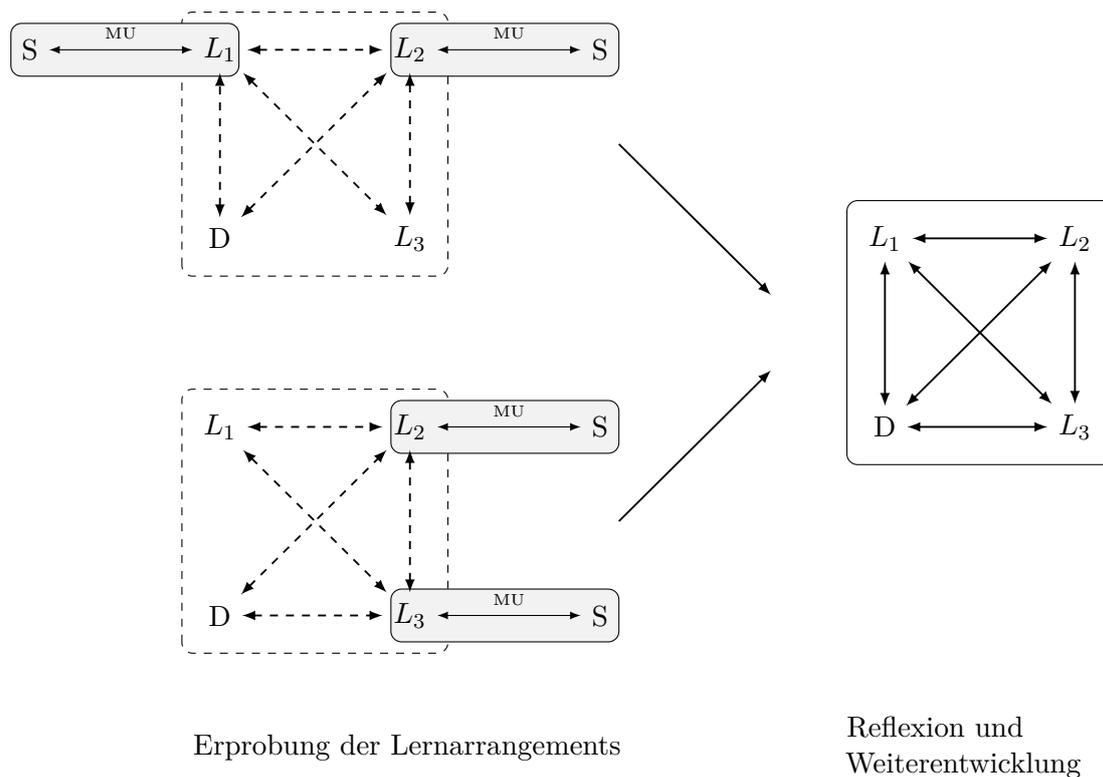


Abbildung 5.7: Beziehungsstruktur in der Lehr-Lern-Gemeinschaft: Reflexion und Weiterentwicklung der Lernsituation

### 5.3 Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität

*Interesse an der gemeinsamen Arbeit:* Wie in den vorherigen Phasen bildet das Interesse an der gemeinsamen Arbeit einen bedeutsamen Aspekt in der Zusammenarbeit. In Erweiterung zu den zwei bisherigen Arbeitsphasen steigert sich das subjektive Interesse der Lehrenden erneut. Die Umsetzung der Lernarrangements im eigenen Mathematikunterricht mündet in vielfältige didaktische und methodische Fragen, Unsicherheiten aber auch in Ideen für eine Weiterentwicklung, die die Lehrenden zu einer vertieften Zusammenarbeit motiviert.

*Soziale Einbindung:* Die soziale Einbindung stellt erneut einen wichtigen Aspekt der Zusammenarbeit dar. Die Lehrenden setzen das gemeinsam entwickelte und erarbeitete Konzept für offenes Lernen im Kontext des Mathematikunterrichts um und bringen diese Erfahrungen mit in die Arbeitstreffen. Die Dozentin, die über Erfahrungen aus den Mathematikarbeitsgemeinschaften, dem Lehr-Lern-Tandem, aber nicht über praktische Erfahrungen zu den exemplarisch entwickelten Lernarrangements verfügt, ist dennoch selbstverständlicher und gleichberechtigter Teil der Reflexion und Weiterentwicklung.

*Strukturierende Unterstützung:* In wechselnder Verantwortung übernehmen die Lehrenden und die Dozentin wie in der vorherigen Arbeitsphase das Anfertigen der Arbeitsprotokolle. Darüber hinaus werden die entwickelten Materialien und Lernarrangements in Arbeitsteilung strukturiert und für den Einsatz durch nicht am Netzwerk Partizipierende aufbereitet.

*Autonomie- und Kompetenzunterstützung:* Die Erprobung der Lernarrangements erfolgt weitestgehend autonom durch die jeweiligen Mathematiklehrenden an den Schulen. Dabei haben die Lehrenden die Möglichkeit, die Lernarrangements bei Bedarf an die Schülerschaft anzupassen bzw. eigene Ideen umzusetzen. Es besteht darüber hinaus jederzeit die Möglichkeit, die anderen Beteiligten zu kontaktieren und sich mit ihnen über neue Ideen und Ansätze bzw. Fragen und Probleme auszutauschen. Nach der Erprobung berichten die Lehrenden von ihren Erfahrungen bei der Umsetzung der prototypischen Lernarrangements im eigenen Mathematikunterricht. Hier nutzen sie unter anderem die Möglichkeit, Fragen und Probleme aus der eigenen Praxis mit

den anderen Beteiligten offen und konstruktiv zu diskutieren und auf der Basis dieser Rückmeldungen nach Lösungen zu suchen.

*Austausch:* In der Phase der Erprobung und der Weiterentwicklung der Ansätze zur Förderung von Schülerinnen und Schülern stellt der Austausch erneut einen zentralen Aspekt der Kooperation dar. Auch hier vollzieht sich der Austausch zum einen auf der Material- und zum anderen auf der schülerbezogenen Ebene. Die Lehrenden bringen aus der Erprobung der Lernarrangements Schülermaterialien in die Arbeitstreffen mit. In Verbindung mit den Beobachtungen der Lernenden durch die Lehrenden, bilden diese die Grundlage für die professionelle Reflexion und die Weiterentwicklung der Lernsituation für die Schülerinnen und Schüler.

*Kokonstruktion und Reflexion:* Auf der Basis der Rückmeldungen der Lehrenden zur Umsetzung der entwickelten Lernarrangements im eigenen Mathematikunterricht erfolgt die professionelle Reflexion und Weiterentwicklung der Lernarrangements. Die mehrfache Umsetzung des gleichen Lernarrangements in unterschiedlichen Lernkontexten bereichert den Prozess der Reflexion hinsichtlich der Leistungsfähigkeit und Entwicklungspotenziale des Lernarrangements. Gemeinsam wird versucht, das generierte Erfahrungswissen zu strukturieren und im didaktischen Gesamtkontext zu analysieren. In diesem Prozess bringt sich jeder entsprechend seines Spezialwissens ein: Die Dozentin bringt die Beobachtungen in den Zusammenhang mit didaktischen Forschungsergebnissen. Die Lehrerinnen und Lehrer reflektieren die Beobachtungen, insbesondere auf der Basis ihres erfahrungsbasierten Wissens. Gemeinsam gelingt es, die Lernsituation für die Schülerinnen und Schüler kokonstruktiv weiterzuentwickeln und Lösungen für die Probleme zu finden.

#### **5.3.4.2 Auswirkungen, Effekte der Arbeit und Bedeutung der Vernetzung von Schule und Universität in der Lehr-Lern-Gemeinschaft aus Teilnehmersicht**

**Individuelle Auswirkungen und Effekte durch die Netzwerkarbeit** Die vorangegangenen Abschnitte zeigen, dass der Ansatz der Lehr-Lern-Gemeinschaft

Schule-Universität vielfältige Kooperationsprozesse zwischen den Beteiligten initiieren kann. Im Folgenden steht die Frage im Zentrum, inwieweit sich diese in einem individuell wahrgenommenen persönlichen und/oder beruflichen Zugewinn der Teilnehmenden manifestieren. Dieser individuell wahrgenommene Nutzen durch die gemeinsame Arbeit kann einen zentralen Motivationsaspekt für eine Verstetigung der Netzwerkarbeit aller Beteiligten darstellen. Die Auswertung erfolgt auf der Basis der leitfadengestützten Lehrerinterviews und der teilnehmenden Beobachtung separat für alle Personengruppen.

Die **Lehrenden** erfahren durch die Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft eine *persönliche Stärkung*. Die Lehrenden führen dazu vor allem drei bedeutsame Aspekte an, die zu dieser Entwicklung führten. Einen zentralen Aspekt stellt für sie die Möglichkeit dar, auch neben der gemeinsamen inhaltlichen Arbeit zu jeder Zeit Fragen und Probleme aus der eigenen Praxis mit den anderen Beteiligten konstruktiv zu diskutieren. Darüber hinaus erfahren sie Stärkung durch die Anerkennung der eigenen kreativen Entwicklungsarbeit durch die Netzwerkteilnehmenden in der Entwicklungsphase bzw. durch die Schülerinnen und Schüler, wenn sich in der Erprobungsphase ein Aspekt des Lernarrangements als besonders leistungstark herausgestellt hat, an deren Konzeption sie maßgeblich beteiligt waren. Als dritten Aspekt geben sie die Stärkung durch das parallele Erproben des gleichen Lernarrangements durch eine weitere Lehrende und im Kontext der Lehr-Lern-Gemeinschaft an. Die Einbindung in die Lehr-Lern-Gemeinschaft und damit der Austausch mit anderen Lehrenden und einer Wissenschaftlerin ermutigt sie dazu, die Unterrichtssequenz in einem veränderten zeitlichen Rahmen, in einer anderen Lernform zu organisieren und umzusetzen und dies vor anderen Kolleginnen und Kollegen bzw. vor Eltern zu vertreten.

Darüber hinaus nehmen die Lehrenden auch eine *berufliche Weiterentwicklung* durch die Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft wahr. In einer professionellen Gemeinschaft erweitern und vertiefen die Lehrenden ihr Wissen zu offenen Lernsituationen, erproben und reflektieren diesen hinsichtlich der Leistungsfähigkeit im Kontext des Mathematikunterrichts an einem exemplarischen thematischen Schwerpunkt. Diese Erfahrungen münden in die Reflexion des eigenen Mathematik-

unterrichts hinsichtlich der Möglichkeit für Schülerinnen und Schülern sich offen, kreativ und aktiv-entdeckend mit mathematischen Problemen auseinanderzusetzen.

„Ich gehe jetzt an Sachen wieder ein bisschen anders ran. Also man traut sich wieder Sachen offener zu gestalten. Man überprüft Sachen auch einfach vermehrt darauf. Sind sie jetzt offen oder sind sie jetzt wieder dieses ganz stumpfe Schema, was den Matheunterricht so langweilig macht.“ (L2)

„Ich werde dieses praktische Arbeiten auch noch mehr im Unterricht anwenden, nicht nur für Klasse 5 und 6, sondern auch für die weiteren Jahrgänge.“ (L3)

Die zwei Äußerungen zweier Lehrender verdeutlichen, dass die Erfahrungen in der Lehr-Lern-Gemeinschaft über die Reflexion des eigenen Unterrichts hinaus führen und die Lehrenden dazu ermutigen, den eigenen Mathematikunterricht verstärkt für derartige mathematische Auseinandersetzungen zu öffnen.

Ein weiterer und sehr bedeutsamer Zugewinn, den die Lehrenden wahrgenommen haben, ist der *gewinnbringende Austausch*. Dies umfasst zum einen den Erfahrungs- und Materialaustausch von Lehrenden unterschiedlicher Schulformen, mit unterschiedlicher Fächerkombination und Berufserfahrung (Art und Dauer), unterschiedlicher Schülerschaft sowie der Wissenschaftlerin und ihrer erfahrungsbedingten anderen Perspektive auf den gemeinsamen Gegenstand. Der Austausch erfolgte dabei sowohl auf mathematischer, mathematikdidaktischer und -methodischer als auch auf pädagogischer Ebene. Das folgende Zitat einer Lehrerin steht exemplarisch für die Wahrnehmung der Lehrenden in Bezug auf den erfahrungs- und materialbezogenen Austausch in der Lehr-Lern-Gemeinschaft:

„[Es waren] alle immer offen und bereit sofort Materialien zur Verfügung zu stellen, oder Informationen weiterzuleiten. (...) Also das war ohne zu zögern und man hat darüber nicht nachgedacht. Das war selbstverständlich.“ (L1)

Darüber hinaus erleben alle Lehrenden die Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft als eine Möglichkeit, vielfältige neue mathematikdidaktische und -methodische

Anregungen und Impulse zu bekommen und gemeinsam und auf Augenhöhe an Konzepten und exemplarischen Lernarrangements zur Förderung von Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht zu arbeiten und Lösungen zu entwickeln.

„Da hab ich für mich viel mitgenommen. Es ist ja ganz oft so, dass man selber so eine ganz diffuse Idee im Hinterkopf hat und die erstmal rausplautzt und dann bringt jemand noch eine Anregung (...), der Dritte bringt es dann auf den Punkt und man arbeitet dann konsequent und konzentriert daran, um das wirklich umsetzbar zu machen. Also das war wirklich toll und da nehme ich einiges mit.“ (L2)

Bedeutend ist für die Lehrenden darüber hinaus die Möglichkeit, die theorie- und erfahrungsbasierten, kokonstruktiv entwickelten Lernarrangements in verschiedenen Lernkontexten zu erproben und damit einer praktischen Umsetzung zuzuführen und die Erfahrungen gemeinsam professionell und in einer heterogenen Gemeinschaft Schule-Universität zu reflektieren und die Lernarrangements weiterzuentwickeln.

Die **Dozentin** erfährt wie die Lehrenden auch einen Zugewinn durch die gemeinsame Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität. Von besonderer Bedeutung ist hier der *gewinnbringende Austausch*, der in direktem Zusammenhang zur *beruflichen Weiterentwicklung* steht. Es gelingt, gemeinsam mit Lehrenden und ihren individuellen Erfahrungen, Vorstellungen und Perspektiven neue Ansätze aus der Mathematikdidaktik offen und konstruktiv zu diskutieren, Erfahrungen in der Gestaltung und Umsetzung von offenen Lernsituationen im Kontext der Mathematik auszutauschen. Dieser Austausch mündet in die Entwicklung, Erprobung und Evaluation von theoriebasierten und praxistauglichen Lernarrangements zur Förderung von Schülerinnen und Schülern durch die Möglichkeit zur offenen, kreativen Beschäftigung mit Mathematik im Mathematikunterricht. Gleichzeitig erhält die Dozentin in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Hinweise zur Leistungsfähigkeit und Praxistauglichkeit der entwickelten Ansätze und zu Problemen, die im Kontext des Mathematikunterrichts auftreten. Darüber hinaus stellt die Arbeit im Netzwerk Schule-Universität eine Möglichkeit dar, anschlussfähige mentale Modelle insbesondere im Hinblick auf die mathematische Förderung von Schülerinnen und

Schülern zu entwickeln, zu erproben und weiterzuentwickeln und diesen Ansatz des mathematischen Arbeitens in die Breite und den Mathematikunterricht zu tragen.

Eng damit verbunden sind die *Forschungsimpulse*, die aus der gemeinsam, gleichberechtigten forschenden Zusammenarbeit, zum Beispiel hinsichtlich der Förderung von Schülerinnen und Schülern sowie deren Lernbegleitung in offenen Lernarrangements resultieren. Die kokonstruktiv erarbeiteten Erkenntnisse und Einsichten bieten zudem die Möglichkeit, diese in die Lehramtsausbildung einfließen zu lassen, um den Studierenden die Vielschichtigkeit und die immensen Einsichten für die eigene Tätigkeit zu eröffnen.

#### **Bedeutung der Vernetzung von Schule und Universität aus Teilnehmersicht**

Die Zusammensetzung der Lehr-Lern-Gemeinschaft ist durch eine große Vielfalt von Wissensbeständen, Erfahrungen und Perspektiven geprägt und kann, wie der vorangegangene Abschnitt bereits verdeutlicht hat, die kokonstruktive Entwicklung von theoriebasierten und praxisgestützten Ansätzen zur Förderung von Schülerinnen und Schülern im Kontext des Mathematikunterrichts und deren exemplarischen Umsetzungen begünstigen sowie zu einer Professionalisierung der Lehrenden und neuen Forschungsimpulsen führen. Im Folgenden steht die Frage im Fokus, welche Bedeutung die Vernetzung von Schule und Universität in der Lehr-Lern-Gemeinschaft im Vergleich zu schulinternen Lerngemeinschaften für die Beteiligten hat.

Zu Beginn der Arbeit messen die Lehrenden der Vernetzung von Schule und Universität einen persönlichen Mehrwert zu. Das Bereitstellen von geeigneter, aktueller mathematikdidaktischer Fachliteratur und die Strukturierung der gemeinsamen Arbeit ermöglicht ihnen die Vertiefung ihres mathematikdidaktischen Wissens, welche in vielfältige Anregungen hinsichtlich der gemeinsamen Zielsetzung mündet. Es entwickelt sich eine Arbeitsatmosphäre die eine Lehrerin exemplarisch wie folgt charakterisiert:

„[Es] [w]ar eine sehr offene Atmosphäre. Auch alles sehr auf gleicher Höhe und ohne diese typischen Hierarchiestrukturen, die man bei Fortbildungen normalerweise hat. Und das fand ich eigentlich schön. Also es war ein richtig kollegialer, nahezu freundschaftlicher Umgang miteinander, der halt dazu geführt hat, dass sich jeder voll eingebracht hat und das Ganze auch zu sinnvollen, schönen Ergebnissen geführt hat.“ (L2)

Die Lehrenden heben in der Phase der Entwicklung, Erprobung und Reflexion insbesondere die Bedeutung des aufmerksamen, interessierten Zuhörens durch die Dozentin und die Möglichkeit zum Einbringen und Durchsetzen von eigenen Ideen in die Zusammenarbeit hervor. Diese Autonomie der einzelnen Beteiligten und dieses wechselseitige Vertrauen in die Leistungsfähigkeit des jeweils anderen stellt für die Lehrenden ein zentrales Kriterium für die gemeinsame Arbeit dar. Neben dem Zuhören schätzen die Lehrenden darüber hinaus insbesondere die gemeinsamen Diskussionen zwischen den Lehrenden und der Dozentin und die dabei eingebrachten, vielfältigen Impulse und Ideen.

#### 5.3.4.3 Kooperationsfördernde Rahmenbedingungen

Die vorherigen Abschnitte haben aufgezeigt, dass die Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität schul- und inhaltsbezogene Kooperationen und Professionalisierungsprozesse aller Beteiligten begünstigt und diese Potenziale durch die Beteiligten wahrgenommen und als individuell bedeutsam eingeschätzt werden. Im Folgenden sollen auf der Basis der induktiv ausgewerteten Daten zentrale Gelingensbedingungen für eine gemeinsame Arbeit in der Lehr-Lern-Gemeinschaft herausgearbeitet werden, welche sich in der konkreten Umsetzung als wesentlich herausgestellt haben.

Einen sehr zentralen Aspekt für das Gelingen der kooperativen Zusammenarbeit stellen die *gemeinsamen Ziele und Interessen* dar. Von Bedeutung erweist es sich insbesondere kurz- und langfristig sowie realistisch zu erreichende Zielsetzungen zu formulieren, diese auf Überschneidung mit den anderen Beteiligten zu überprüfen, die gemeinsamen Ziele für alle festzuhalten und vor allem regelmäßig auf den Arbeitsstand zu überprüfen. In diesem Zusammenhang heben die Lehrenden die individuelle Bedeutung der inhaltlichen Relevanz der gemeinsamen Ziele hervor. Dies umfasst zum Beispiel die direkte Bedeutsamkeit der zu entwickelnden Materialien und Lernarrangements für den eigenen Mathematikunterricht in der nahen Zukunft. Die Möglichkeit der unmittelbaren Umsetzung der Ergebnisse steht in direktem Zusammenhang mit einer hohen Motivation zur Zusammenarbeit im Netzwerk.

Eine weitere bedeutsame kooperationsfördernde Rahmenbedingung in der Lehr-Lern-Gemeinschaft ist die *Arbeitsatmosphäre*. Insbesondere die soziale Einbindung

aller Beteiligten, das gegenseitige Vertrauen in die Leistungsfähigkeit und die Verlässlichkeit der anderen sowie Respekt und die Arbeit auf Augenhöhe stellen ganz zentrale Teilaspekte der Arbeitsatmosphäre dar. Eng mit der gleichberechtigten, den anderen und sein Spezialwissen anerkennenden und gemeinsam forschenden Zusammenarbeit verbunden ist die Autonomieunterstützung. Die Möglichkeit, die eigenen Ideen und Ansätze umsetzen zu können und die Konzepte und Materialien flexibel in den eigenen Mathematikunterricht integrieren zu können, stellen die Lehrenden als wichtigen Aspekt in der Zusammenarbeit heraus.

Als dritte wesentliche Rahmenbedingung, welche die Kooperation in der Lehr-Lern-Gemeinschaft begünstigt, kann der *zeitliche Rahmen* identifiziert werden. Regelmäßige Treffen tragen dazu bei, die Beziehungen zwischen allen Beteiligten regelmäßig zu aktualisieren und zu vertiefen sowie die Arbeit an der gemeinsamen Zielsetzung stetig fortzuführen. In der konkreten Umsetzung erwies sich ein 3 bis 4 Wochen Rhythmus als günstig für die Zusammenarbeit. Dieser Arbeitsrhythmus ließ sich für alle Beteiligten ohne Probleme in den Arbeitsalltag integrieren. Auf diese Weise konnten Ideen und Ansätze zur Förderung von Schülerinnen und Schülern gemeinsam entwickelt und ausgeschärft sowie erprobt und weiterentwickelt werden. Trotz der Regelmäßigkeit stellt die Freiwilligkeit der Arbeit im Netzwerk ein zentrales Kriterium dar.

Ein letzter, aber für alle Beteiligten sehr wesentlicher Aspekt ist das Erleben des *Tauschprinzips* als Voraussetzung für gemeinsames Lernen. Zentrale Voraussetzung dafür ist die Offenheit aller Beteiligten den anderen gegenüber und die Bereitschaft zum Austausch von Erfahrungen und Materialien. Die Offenheit der Beteiligten und das Erleben eines ersten Geben und Nehmens begünstigt weitere, vertiefte Kooperationsprozesse zwischen den Beteiligten. In diesem Kontext wurde die heterogene Zusammensetzung der Lehr-Lern-Gemeinschaft (Heterogenität der Lehrenden und die aktive, gleichberechtigte Beteiligung der Universität) als besonders wertvoll für den gemeinsamen Austausch hervorgehoben.

Es zeigt sich, dass die fallbasierte Untersuchung instruktiv und orientierend ist. Die Beteiligten heben vor allem die vier Merkmale als bedeutsame Aspekte für die gemeinsame, forschende Zusammenarbeit hervor, welche dem Vernetzungskonzept von Schule und Universität (Intentionen, Gleichberechtigung, Freiwilligkeit, gegenseitige Inspiration) zugrunde liegen. Aufgrund der geringen Fallzahl können

### *5.3 Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität*

in anderen Lehr-Lern-Gemeinschaften Schule-Universität neben den herausgearbeiteten Rahmenbedingungen noch weitere bedeutsame Aspekte auftreten bzw. die Gewichtung der Faktoren von denen in der in dieser Arbeit vorgestellten Umsetzung abweichen.

# 6 Zusammenfassung und Ausblick

Schule wie Gesellschaft kann man nur verändern, indem man sehr überzeugend mit guten Beispielen tatsächlich handelt.

---

(Theo Eckmann, 2014, S. 11)

## Zusammenfassung

Die *Intention dieser Arbeit* war es, einen Beitrag zur Begriffsbildung der „Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik“ zu leisten und damit einen konzeptionellen Vorschlag zur Beschreibung und Analyse von Vernetzungsansätzen zu schaffen. Auf dieser Basis sollten die aktuellen Vernetzungsansätze mit dem Schwerpunkt der mathematischen Förderung von Schülerinnen und Schülern systematisch analysiert werden. Ziel war es, in der Vielzahl der Ansätze Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der didaktischen und methodischen Konzeption herauszustellen und typische Vernetzungsansätze zu identifizieren und zu klassifizieren. Ausgehend von einer kritisch-konstruktiven Reflexion dieser Bestandsaufnahme sollten Entwicklungsmöglichkeiten der gemeinsamen Arbeit von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern in Form eines Vernetzungskonzepts abgeleitet werden. Dabei standen insbesondere die in der Einleitung formulierten Forschungsfragen im Fokus:

- Was sind geeignete Ansätze zur schulischen und außerschulischen mathematischen Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern?

- Kann es gelingen, eine gegenseitige Anregung, Orientierung, aktivierende Unterstützung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu erreichen (personalisiert durch die beteiligten Personen)?
- Wie gelingt es? Was sind leistungsstarke Gelingensfaktoren?
- Wie lassen sich diese Gelingensfaktoren unterstützen?

Im ersten Schritt stand die Entwicklung einer *Arbeitsdefinition und Charakterisierung der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik* im Fokus. Im Sinne einer sukzessiven Begriffsdifferenzierung bildete die Untersuchung der Grundzüge der Fachbegriffe „Netzwerk“, „soziales Netzwerk“, „Kooperation“ und schließlich „Schulnetzwerk“ aus sozialwissenschaftlicher und fachwissenschaftlicher Perspektive die Basis. Dabei gelang es, einen Forschungsüberblick über die vielfältigen Definitionsansätze darzustellen, diese im Hinblick auf den zentralen Begriff dieser Arbeit zu komprimieren und Querverbindungen zwischen ihnen aufzuzeigen. Damit war es möglich, eine Arbeitsdefinition und anwendungsorientierte Charakteristika der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik zu entwickeln, wie sie im Kapitel 2.2 dargelegt werden.

Der entwickelte Definitionsansatz ist mathematikspezifisch, birgt aber Verallgemeinerungsmöglichkeiten in sich. Bedeutsamer Bestandteil der Begriffsbildung ist der Aspekt der gleichberechtigten Interaktion im Netzwerk. Dieser Aspekt soll zum einen die Konzentration auf die Sachsituation unterstützen und zum anderen durch die Bündelung von (professionsbedingt) unterschiedlichen Erfahrungen und Perspektiven auf den gemeinsamen Gegenstand wechselseitig angeregte Lern- und Innovationsprozesse initiieren. Durch den in dieser Arbeit entwickelten Definitionsansatz ist es einerseits gelungen einen konzeptionellen Vorschlag zur Beschreibung und Analyse von Netzwerken zwischen Schulen und Universitäten zu schaffen. Andererseits wird mithilfe dieses Ansatzes eine neue Kultur der Kooperation und Netzwerkarbeit zwischen Schulen und Universitäten anregbar.

Im zweiten Schritt erfolgte ausgehend von dem in Kapitel 2 entwickelten konzeptionellen Vorschlag der Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik eine deskriptiv-orientierte *Analyse und Systematisierung aktueller Vernetzungsansätze* mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen

und Schülern. Hierzu wurde ein Kategoriensystem entwickelt, welches auf der Charakterisierung des Netzwerkbegriffs und auf Merkmalen aktuell realisierter Vernetzungsansätze aufbaut. Die Grundlage der Systematisierung bildet eine Stichprobe von 124 aktuellen Vernetzungsansätzen, welche einen Schwerpunkt in der Förderung von Schülerinnen und Schülern im Bereich Mathematik verorten. Mit der in Kapitel 3 vorgestellten Analyse und Systematisierung aktueller Vernetzungsansätze gelang es, zu Einsichten hinsichtlich der übergreifenden mathematikdidaktischen und -methodischen Ansätze zur Förderung von Schülerinnen und Schülern und Charakteristika der konkreten Ausgestaltung der Zusammenarbeit im Netzwerk Schule-Universität zu gelangen. Eine kritisch-konstruktive Reflexion über die konkrete Netzwerkarbeit in aktuellen Vernetzungsansätzen auf der Basis des im ersten Schritt erarbeiteten konzeptionellen Vorschlags zeigte Entwicklungspotenzial für die Netzwerkarbeit von Schule und Universität im Bereich der Mathematik auf: Vernetzungsansätze stellen eine neuartige mathematische Lerngelegenheit für Schülerinnen und Schüler dar. Jedoch sind nur einige, oftmals kurzfristig angelegte Möglichkeiten zur gemeinsamen mathematischen Auseinandersetzung allen Schülerinnen und Schülern frei zugänglich. Andere Vernetzungsangebote, insbesondere jene, die ein Ziel in der nachhaltigen, langfristigen mathematischen Förderung verorten, beschränken mithilfe von personen- oder testgebundenen Auswahlverfahren den Zugang zum Netzwerk Schule-Universität. Darüber hinaus wurde deutlich, dass die gleichberechtigte, aktiv-kreative Gestaltung der gemeinsamen Arbeitssituation und eine wechselseitig anregende Beziehung zwischen den Beteiligten der Schule und Universität bisher nur in geringem Maße umgesetzt wird. Bei aktuellen Vernetzungsansätzen fehlt oft der fachlich-didaktisch bereichernde Rücktransfer zu Beteiligten der Universität. Insbesondere für mathematisch interessierte, aber nicht herausgehoben mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler konnten keine tragfähigen Ansätze zur langfristigen, offenen, kreativen, selbstgesteuerten mathematischen Auseinandersetzung in einer wechselseitigen Beziehung zwischen Beteiligten der Universität und Schule identifiziert werden.

Im dritten Schritt wurde ein *Entwicklungsimpuls in Form eines Vernetzungskonzepts* entwickelt, welches auf dem im ersten Schritt ausgearbeiteten Begriffsverständnis der Vernetzung von Schule und Universität aufbaut und das im zweiten Teil

der Arbeit aufgezeigte Entwicklungspotenzial berücksichtigt. Dieser Konzeptvorschlag umfasst theoretisch basierte Leitprinzipien, Ziele und Wirkungsebenen und einen in die Netzwerkarbeit eingebetteten Ansatz zur mathematischen Förderung mathematisch interessierter Schülerinnen und Schüler. Der entwickelte Konzeptvorschlag zur Vernetzung von Schule und Universität kann als ein allgemeiner Ansatz aufgefasst werden, welcher auf Netzwerke von Schule und Universität mit unterschiedlichen Zusammensetzungen übertragbar ist. Exemplarisch wurde in dieser Arbeit ein dreiteiliger Vernetzungsansatz entwickelt, der insbesondere die Beziehung zwischen Lehrerinnen und Lehrern, Schülerinnen und Schülern und Dozentinnen und Dozenten in den Mittelpunkt rückt:

1. Mathematikarbeitsgemeinschaften
2. Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität
3. Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität

Jeder dieser Teile wurde mithilfe einer qualitativen empirischen Untersuchung exemplarisch über einen längerfristigen Zeitraum umgesetzt und exploriert. Die qualitative Fallanalyse erwies sich als instruktiv, orientierend und ermöglichte detaillierte Einblicke in die Strukturen und Formen der Netzwerkarbeit zwischen den Beteiligten der Schule und Universität sowie in die Bedeutung der Vernetzung für jene. In einer Einheit aus theoretischer Auseinandersetzung und exemplarisch-konkreter Untersuchung des Vernetzungskonzepts von Schule und Universität konnten die einleitend dargelegten Forschungsfragen einer wissenschaftlichen Erörterung zugeführt werden und konstruktive Aussagen abgeleitet werden. Im Folgenden steht die Auseinandersetzung mit jenen Fragen im Zentrum der Ausführungen.

Auf der Grundlage des im ersten Teil erarbeiteten Netzwerkbegriffs und dessen charakterisierender Merkmale sowie aktuellen mathematikdidaktischen Forschungsergebnissen (z. B. Hepp & Miehe 2006; Hußmann 2004; Meyer & Prediger 2012) gelang es im Rahmen dieser Arbeit, einen *Ansatz zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern* in Form eines inhaltlich und methodisch/organisatorisch offenen Lernarrangements zu entwickeln. Ausgehend von einer konstruktivistischen Perspektive auf das Lehren und Lernen von Mathematik

besteht dieser Ansatz aus einem dynamischen Netz aus sich wechselseitig beeinflussenden Faktoren: soziales und kooperatives Lernen, selbstgesteuertes Lernen, offene, selbstdifferenzierende Erkundungssituationen, selbsttätigkeitsfördernde Materialien und Medien sowie gegenseitig anregende Kommunikation. Lernangebote, die diesen Förderungsansatz aufgreifen, sind fachlich vielgestaltig, weisen eine bewusst niedrige Eingangsschwelle auf und ermöglichen die Bearbeitung unter vielfältigen Perspektiven und auf unterschiedlichen Abstraktionsniveaus. Daher ermöglicht dieser entwickelte Ansatz zur Förderung von nicht herausgehoben mathematisch begabten Schülerinnen und Schülern die Anwendbarkeit des Förderungsansatzes in zahlreichen ähnlichen Lernsituationen in „normalen“ Klassen an Schulen ohne mathematisch-naturwissenschaftlichen Schwerpunkt. Im Rahmen der Fallstudie konnte das Lernarrangement sowohl im außerunterrichtlichen Kontext der Mathematikarbeitsgemeinschaft als auch im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I exemplarisch-konkret exploriert werden. Die in Kapitel 5 dargelegten Ergebnisse zeigen insgesamt, dass das Lernarrangement in beiden Kontexten einen Beitrag zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern leistet.

Im Kontext der Mathematikarbeitsgemeinschaften können mithilfe der Fallstudie weitere, detailliertere Aussagen abgeleitet werden. In der Fallstudie lassen sich verschiedene positive Tendenzen in Bezug auf die individuellen (mathematischen) Kompetenzen, das subjektive Bedeutungsverständnis von Mathematik und das Mathematikinteresse feststellen. Darüber hinaus konnten in der Fallstudie interessefördernde Bedingungen herausgestellt werden. Kann in einer qualitativen Fallstudie auch kein Schluss auf die Allgemeinheit erfolgen, so lässt sich dennoch herausstellen, dass in der exemplarisch-konkreten Umsetzung die Möglichkeit zur selbstgesteuerten, aktiv-entdeckenden mathematischen Auseinandersetzung im sozialen Kontext einen bedeutsamen Aspekt darstellt. Weitere Aspekte waren die entspannte und zwangsfreie Atmosphäre, die stärkende und fördernde Beziehung zwischen allen Beteiligten, das Themeninteresse und die Wirkung der gemeinsamen Arbeit nach außen. Weiter zeigten sich Hinweise darauf, dass diese positiven Entwicklungen auf fachlicher Ebene und in Bezug auf das Selbstkonzept, das subjektive Bild von Mathematik und die Arbeitseinstellung auch im Mathematikunterricht sichtbar werden und damit nicht auf den Kontext der Mathematikarbeitsgemeinschaft beschränkt sind.

Die Fallstudie liefert darüber hinaus Erkenntnisse in Bezug auf die *gegenseitige Anregung, Orientierung und aktivierende Unterstützung von Beteiligten von Schule und Universität in der gemeinsamen Netzwerkarbeit*. Es stellte sich heraus, dass dies in allen drei exemplarisch-konkret umgesetzten Teilen (Mathematikarbeitsgemeinschaft, Lehr-Lern-Tandem, Lehr-Lern-Gemeinschaft) in einer großen Bandbreite gelingt.

In den Mathematikarbeitsgemeinschaften verdeutlicht die Fallstudie, dass sich diese gegenseitige Anregung zwischen Dozentin und Schülerinnen und Schülern sowohl auf mathematischer als auch auf mathematikdidaktischer Ebene vollzog. In Bezug auf die gegenseitige, mathematikbezogene Anregung zwischen den Beteiligten zeigte die Fallstudie vielfältige Situationen in der Netzwerkarbeit auf: Die bewusste, gegenseitige Anregung der Beteiligten vollzog sich in der Phase der Themenfindung, in gemeinsamen Arbeitsphasen an mathematischen Problemstellungen und in Diskussionen über jene. Alle Beteiligten brachten dabei ihren Standpunkt ein und bereicherten so die gemeinsame mathematische Arbeit. Auch auf mathematikdidaktischer Ebene erfolgte die gegenseitige Anregung und Orientierung wechselseitig zwischen der Dozentin und den Schülerinnen und Schülern: Die Auswahl geeigneter inhaltlicher Lernangebote und das methodisch-didaktische Wissen zu Lernkontexten wirkte sich positiv auf das fachliche Interesse der Schülerinnen und Schüler aus und führte zu einer anregenden, leistungs- und persönlichkeitsfördernden Arbeitsatmosphäre, die sie zu selbstbewusster mathematischer Auseinandersetzung ermutigte. Die Schülerinnen und Schüler regten die Dozentin durch ihren offenen, kreativen Umgang mit Mathematik und konkrete Vorgehensweise oder Ideenfindungen auf mathematikdidaktischer Ebene an. Darüber hinaus finden sich Ansätze der Anregung von nicht direkt am Netzwerk beteiligten Personen der Schule und Universität, z. B. in gemeinsam entwickelten und gestalteten Workshops für andere Lernende am außerschulischen Lernort Experimente-Werkstatt Mathematik.

Im Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität wird der Ansatz der Mathematikarbeitsgemeinschaften genutzt und um die Person einer Lehrerin ergänzt. Auch in dieser Fallstudie konnte eine gegenseitige Anregung, Orientierung und aktivierende Unterstützung zwischen allen Beteiligten herausgestellt werden. In Bezug auf die Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern und Dozentin konnten dabei die Ergebnisse zur gegenseitigen Anregung von Schülerinnen und Schülern und Do-

zentin bestätigt und auf die Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern und Lehrerin erweitert werden. Darüber hinaus verweisen die Ergebnisse der Fallstudie auch auf eine wechselseitig anregende Beziehung zwischen der Dozentin und der Lehrerin. In der gemeinsamen Arbeit erfolgten vielfältige, wechselseitige inhaltliche Anregungen, insbesondere auf didaktisch-methodischer Ebene. In konstruktiven Diskussionen entwickelten beide Lehrenden auf diese Weise Problemlösungen im Hinblick auf die Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern. Dieser gewinnbringende Austausch zwischen den Lehrenden steht folglich im engen Zusammenhang mit einer beruflichen Weiterentwicklung und neuen Forschungsimpulsen.

Auch im dritten Teil der Fallstudie (Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität) zeigt sich eine aktive, wechselseitige Anregung zwischen den Lehrenden der Schule und der Universität. In den gemeinsamen Arbeitstreffen gelang es den Beteiligten, gemeinsam nach Möglichkeiten zu suchen, das Lernarrangement zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in den Mathematikunterricht zu transferieren bzw. dafür weiterzuentwickeln. Die Ergebnisse der Fallstudie zeigen, dass auch in dieser Netzwerkarbeit vielfältige inhaltliche Anregungen und Impulse auf didaktischer und methodischer Ebene eine bedeutende Rolle einnehmen. Die Heterogenität der Beteiligten begünstigte dabei die gemeinsame professionelle Weiterentwicklung in Form von neuen Einsichten.

Darüber hinaus war es Ziel dieser Arbeit, *leistungsstarke Gelingensfaktoren* und *Unterstützungsmöglichkeiten* jener für die gemeinsam anregende Beziehung zwischen Beteiligten der Schule und Universität herauszuarbeiten. Dieses gelang mithilfe der Fallstudie. Auf der Basis der aus dem dritten Teil der Fallstudie<sup>1</sup> abgeleiteten Erkenntnisse werden die vier wesentlichen Gelingensbedingungen und deren Unterstützungsmöglichkeiten im Folgenden erörtert.

In der Fallstudie konnten die gemeinsamen Ziele und Interessen als eine Gelingensbedingung für gemeinsames Lernen im Netzwerk Schule-Universität identifiziert werden. Von Bedeutung war in diesem Kontext zum einen die unmittelbare persön-

---

<sup>1</sup>Die nachfolgend erörterten Gelingensbedingungen der Vernetzung von Schule und Universität beruhen auf Ergebnissen der dritten Fallstudie. Aufgrund des kontinuierlichen Vernetzungskonzepts in allen drei Teilen der Fallstudie sind die Ergebnisse auf die Mathematikarbeitsgemeinschaften und das Lehr-Lern-Tandem Schule-Universität übertragbar.

liche Bedeutsamkeit und zum anderen das Formulieren, Festhalten und Überprüfen der gemeinsamen Zielsetzungen. Das Suchen bzw. Initiieren von vielfältigen Kommunikationsanlässen zwischen Beteiligten der Schule und Universität stellt eine Möglichkeit dar, um gemeinsame Interessen identifizieren zu können. Eine Möglichkeit resultiert aus der aktiven Gestaltung einer Mathematikarbeitsgemeinschaft durch Beteiligte der Universität an Schulen. Während der aktiven Mitgestaltung des Lernorts Schule entstehen erste Kontakte zu Lehrerinnen und Lehrern, in denen Anknüpfungspunkte für eine gemeinsame Arbeit ausgelotet werden können.

Als zweite bedeutsame Gelingensbedingung stellte sich die Arbeitsatmosphäre heraus. Die Fallstudie zeigte, dass die soziale Einbindung aller Akteure, gegenseitiges Vertrauen und gegenseitiger Respekt sowie die Arbeit auf Augenhöhe wichtige Aspekte einer kooperationsfördernden Atmosphäre sind. Darüber hinaus konnte die Autonomieunterstützung, die Möglichkeit eigene Ideen in der gemeinsamen Arbeit umsetzen zu können, als ein zentraler Teilaspekt identifiziert werden. In der Fallstudie zeigte sich, dass eine langfristige Zusammenarbeit eine günstige Voraussetzung für eine wechselseitig anregende Beziehung zwischen Beteiligten der Schule und Universität ist. Die langfristige Zusammenarbeit begünstigt den Aufbau von gegenseitigem Vertrauen und die Arbeit auf Augenhöhe.

In der Fallstudie konnte darüber hinaus auch der zeitliche Rahmen als Gelingensbedingung identifiziert werden. Dieser bewegt sich in einem Spannungsfeld zwischen Regelmäßigkeit und Freiwilligkeit. Das regelmäßige gemeinsame Arbeiten im Netzwerk Schule-Universität trägt dazu bei, die Beziehungen zwischen den Beteiligten zu stärken und zu vertiefen. Zudem ermöglicht ein regelmäßiger Rhythmus das stetige Fortsetzen der Arbeit an der gemeinsamen Problemstellung und folglich das stetige gemeinsame Lernen. Die unterschiedliche Strukturierung des Semesters bzw. des Schuljahresablaufes stellen in diesem Zusammenhang Hürden dar. Um diese Hürden zu überwinden, bedarf es flexibler Absprachen.

Ein letzter bedeutsamer Aspekt für das Gelingen einer gegenseitig anregenden Beziehung im Netzwerk Schule-Universität ist das Erleben des Tauschprinzips. Dies setzt die Offenheit und die Bereitschaft zum Austausch von Wissen, Erfahrungen und Ideen zwischen allen Beteiligten voraus. In der Fallstudie zeigte sich, dass das erste Erleben des Gebens und Nehmens im Netzwerk vertiefte Kooperationsprozesse initiieren kann. Eine Möglichkeit dies zu unterstützen stellt ein für alle Beteiligten

neuartiger, reichhaltiger und bedeutender Lernkontext dar, der zum einen allen Beteiligten die aktiv-kreative Gestaltung der Lernsituation ermöglicht und in dem zum anderen die heterogene Zusammensetzung von Beteiligten beider Institutionen eine Bereicherung darstellt.

## Ausblick

Die vorgelegte Arbeit will erste Schritte in die mathematikdidaktische Auseinandersetzung mit Lehr-Lern-Potenzialen der Vernetzung von Schule und Universität im Kontext des Mathematiklernens behandeln, die den Fokus auf Schülerinnen und Schülern ohne besondere mathematische Begabung legt. Dadurch werden in der Trias von Vernetzung von Schule und Universität, den agierenden Beteiligten aus Schule und Universität und dem mathematischen Lernkontext für interessierte, aber nicht (herausragend) begabte Schülerinnen und Schüler Ansätze für eine Vertiefung sowie didaktisch-methodische und auch inhaltliche Erweiterung sowie Übertragung aufgezeigt.

Zusammenfassend konnten in der vorliegenden Arbeit die eingangs formulierten Ziele erreicht bzw. die formulierten Forschungsfragen einer wissenschaftlichen Erörterung zugeführt werden. Dabei lieferten die deskriptiv und explorativ angelegten Fallstudien erste Einsichten in ein bisher nicht umfassend untersuchtes Forschungsfeld. Darüber hinaus sind die Resultate dieser Arbeit als Impulsgeber sowohl für die Initiierung weiterer Netzwerke von Schule und Universität als auch für weitere Forschungen aufzufassen. Im Folgenden soll über die *Bedeutung der Ergebnisse dieser Arbeit aus der Perspektive der Schule und der Universität* reflektiert werden.

Für *Beteiligte der Schule* und ihre überwiegend unterrichtsorientierte Perspektive ist insbesondere die Förderung von allen Schülerinnen und Schülern und eng damit verbunden die Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts ein bedeutsames Anliegen. Mit dem Lernarrangement zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern wurde in dieser Arbeit ein leistungsstarker und tragfähiger Ansatz im (außer-)unterrichtlichen Kontext entwickelt und exemplarisch-konkret erprobt, der Lernenden die selbstgesteuerte, offene, kreative Auseinandersetzung mit Mathematik im sozialen Kontext ermöglicht. Dieser unterrichtspraktisch rele-

vante Förderungsansatz kann als dynamisches Netz von verschiedenen Faktoren mit variierender Gewichtung aufgefasst werden. Die Fallstudien dieser Arbeit zeigen vielgestaltige, konkrete Umsetzungen dieses Förderungskonzepts auf und verdeutlichen zudem die Leistungsfähigkeit offenen, kreativen und selbstgesteuerten Lernens auch für nicht mathematisch begabte Schülerinnen und Schüler. Die professionelle Reflexion dieser Ansätze bietet mögliche Anknüpfungspunkte, um die eigene Unterrichtspraxis hinsichtlich der Möglichkeit für offenes Lernen zu reflektieren und ggf. weiterzuentwickeln.

Darüber hinaus liegt die Bedeutung für Akteure der Schule in der Entwicklung und exemplarischen Erprobung eines Vernetzungskonzepts mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in einer wechselseitig anregenden, orientierenden und aktivierend unterstützenden Beziehung zwischen allen Beteiligten. Die Fallstudien zeigen insbesondere, dass die derartige Zusammenarbeit auf Augenhöhe leicht anregbar und umsetzbar ist. Dieses tragfähige Vernetzungskonzept bietet für Akteure der Schule die Möglichkeit der Orientierung bei der Initiierung und Gestaltung weiterer Netzwerke von Schule und Universitäten.

Auch für *Beteiligte der Universität* und ihre vorwiegend forschungsorientierte Perspektive auf das Lernen und Lehren von Mathematik ist das entwickelte Lernarrangement von Bedeutung. Neben den bereits ausgeführten Ergebnissen erwachsen aus diesem Lernarrangement vielfältige Hypothesen und Forschungsfragen, die Gegenstand von neuen qualitativen oder quantitativen Untersuchungen der unterrichtsbezogenen Entwicklungsforschung werden können. Insbesondere erscheint es als bedeutsam, die aus der Fallstudie abgeleiteten Ergebnisse in Bezug auf das Lernarrangement in quantitativen Studien zu überprüfen. In diesem Kontext sind z. B. Vergleichsstudien denkbar, die das Lernarrangement sowohl an anderen Schülergruppen (Altersstufen, Schularten, Unterschiede in mathematischer Leistungsfähigkeit) als auch in unterschiedlichen Rahmenbedingungen untersuchen. Darüber hinaus versprechen auch weitere qualitative Untersuchungen weitere Erkenntnisse: Der Einfluss der stärkenden Beziehung zwischen allen Beteiligten auf den Lernprozess bzw. das Mathematikinteresse der Schülerinnen und Schüler bietet z. B. Ansatzpunkte für weitere Forschungen. Neben dieser Orientierung auf

Allgemeine Didaktik ist mit weiteren Untersuchungen auch eine Zuwendung in der Fachdidaktik verbunden. Anknüpfungspunkte zu mathematikdidaktischer Grundlagenforschung lassen sich exemplarisch in der Bedeutung des Problemlösens und Problemfindens bei mathematischen Lernprozessen von Schülerinnen und Schülern im schulischen und außerschulischen Kontext finden. Weiter liefert das Lernarrangement unter der Annahme der Übertragbarkeit auf andere Rahmenbedingungen und andere Schülergruppen auch Ansätze zur Konstruktion und Erprobung von weiteren exemplarisch-konkreten Unterrichtsvorschlägen.

Neben dem Lernarrangement liegt die Bedeutung der vorliegenden Arbeit für Akteure der Universität darin, dass ein Beitrag zur Begriffsbildung „Vernetzung von Schule und Universität im Bereich der Mathematik“ geleistet und damit eine geeignete theoretische Grundlage zur Beschreibung und Untersuchung von Vernetzungsansätzen beider Institutionen geschaffen wurde. Diese Begriffsbildung bildete die Basis für eine Deskription der derzeit in der Bildungslandschaft realisierten Vernetzungsansätze mit dem Schwerpunkt der Förderung von Schülerinnen und Schülern und ermöglicht das Anregen einer neuen Kultur der Kooperation zwischen Beteiligten der Schule und Universität.

Wie bereits für Beteiligte der Schule liegt auch für Akteure der Universität die Bedeutung dieser Arbeit darüber hinaus in der Entwicklung und exemplarischen Erprobung eines Vernetzungskonzepts mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern in einer wechselseitig anregenden, orientierenden und aktivierend unterstützenden Beziehung zwischen allen Beteiligten. Neben theoretischen Überlegungen verweist auch die Fallstudie auf die Bedeutung und Leistungsfähigkeit einer derartigen Netzwerkarbeit zwischen beiden Institutionen und zeigt Gelingensbedingungen einer gemeinsam forschenden Zusammenarbeit auf. Das entwickelte Netzwerkkonzept kann dabei sowohl Impulsgeber bei der Initiierung weiterer Netzwerke zwischen Schule und Universität als auch Impulsgeber für weitere Forschungsansätze sein. Die in Kapitel 5 dargelegten, abgeleiteten Ergebnisse müssen in einem nächsten Schritt in quantitativen Studien auf ihre Verallgemeinerbarkeit überprüft werden. Dazu gehören insbesondere auch die in der Fallstudie identifizierten Gelingensbedingungen, die sich positiv auf wechselseitige, gemeinsame Lernprozesse und eine gegenseitig anregende Beziehung zwischen den Beteiligten auswirken. Aufgrund der geringen Fallzahl können in

anderen Umsetzungen noch weitere Aspekte auftreten bzw. die Gewichtung der Faktoren von der in der Arbeit abweichen. Weiter erwächst aus den Ergebnissen im Kontext des Netzwerkkonzepts die Notwendigkeit für weitere Untersuchungen, die auf eine inhaltliche Erweiterung abzielen. Zum einen sollte die langfristige Wirkung der Netzwerkarbeit auf die Förderung der Schülerinnen und Schülern im schulischen Kontext bzw. der Unterrichtsentwicklung in der Schule Gegenstand weiterer Untersuchungen sein. Zum anderen betont die exemplarisch-konkrete Umsetzung des Vernetzungskonzepts die Beziehung zwischen Schülerinnen und Schülern, Lehrerinnen und Lehrern und Dozentinnen und Dozenten. In weiteren Untersuchungen könnte nach Erweiterungsmöglichkeiten auf andere bzw. weitere Akteure der Schule und Universität gesucht und diese evaluiert werden.

Alle Beteiligten aus Schule und Universität sollten und können in die Netzwerkarbeit eingebunden werden. Die heterogene Zusammensetzung des Netzwerks ist, wie in der Arbeit herausgestellt wurde, eine Chance für Synergieeffekte. In der gemeinsamen Arbeit können sie Erfahrungen einbringen, sie durch neue Erlebnisse bereichern. Hier ergibt sich insbesondere die Möglichkeit das Vernetzungskonzept auf weitere Personengruppen, wie z. B. Lehramtsstudierende, zu erweitern. Im Mittelpunkt von weitergehenden Untersuchungen könnte die folgende Fragestellung stehen: Welche Möglichkeiten gibt es, auch Studierende im Rahmen ihrer mathematischen und/oder mathematikdidaktischen Ausbildung in eine sich gegenseitig anregenden, gleichberechtigten Netzwerkarbeit einzubeziehen? Eine besondere Rolle in der aktuellen mathematikdidaktischen Forschung nehmen dabei Lehr-Lern-Labore, als geschützte Lernkontexte für alle Beteiligte, ein. Neben der Förderung von Schülerinnen und Schülern soll hier auch für Lehramtsstudierende, Lehrerinnen und Lehrer sowie Dozentinnen und Dozenten die Möglichkeit geschaffen werden, im lebendigen Kontext dieses vielgestaltigen aktiven Beschäftigens mit Mathematik Erfahrungen und Anregungen zu bekommen, in den Austausch zu treten.

Einen Ansatz in der mathematikdidaktischen Ausbildung bietet die konzeptionelle und inhaltlich konkrete Beteiligung vom Lehramtsstudierenden an der Entwicklung von Vorschlägen für Lernsituationen und -einheiten. Diese Vorschläge werden durch die unmittelbare Umsetzung und Erprobung der Ideen einer direkten und direkt miterlebbarer Evaluierung durch Schülerinnen und Schüler zugeführt werden und ermöglichen nicht nur für die Studierenden das Gewinnen von Sicherheit, Vertrauen

und Erfahrungen im Initiieren und Begleiten von Lernprozessen sowie selbsttätiges, entdeckendes Lernen im Bereich konkreter Didaktik. Sie zeigen zugleich auch das innewohnende Potenzial für kritisch- konstruktive Reflexion und Weiterentwicklung durch erfahrene Lehrerinnen und Lehrer, z. B. in der Begleitung von Schülerinnen und Schülern und Lehramtsstudierenden am Lernort.

Lehr-Lern-Labore liefern darüber hinaus auch Ansätze zur Einbeziehung der Studierenden im Kontext ihrer mathematischen Ausbildung. Im Folgenden soll eine exemplarische Möglichkeit vorgestellt werden. Nach einer Auseinandersetzung mit mathematischer Fachliteratur, entwickeln die Studierenden gemeinsam mit der Seminarleiterin bzw. dem Seminarleiter theoriegeleitet eine Lerneinheit zum Problemlösen für Schülerinnen und Schüler, welche jeweils einen anderen spezifischen mathematischen Aspekt, z. B. der Arithmetik, betont. Ziel des Seminars ist die vertiefte, wissenschaftliche Auseinandersetzung mit einem mathematischen Thema in Einheit mit der Untersuchung des problembezogenen Denkens der Schülerinnen und Schüler in diesem Kontext. Um dies zu untersuchen, wird der Lösungsprozess der Kinder bei der Bearbeitung der entwickelten Aufgaben durch Studierende im Lehr-Lern-Labor videographiert. Auf dieser Grundlage wird im Anschluss daran gemeinsam durch Lehrende und Studierende der Lösungsprozess mathematisch reflektiert und versucht, den Blick auf Schritte im Denken der Kinder zu lenken. Die Studierenden sind folglich mehr als Rezipienten. Sie arbeiten gemeinsam mit anderen Akteuren an offenem, bis dahin nicht begutachtetem Datenmaterial. Dieser letzte Ansatz ist eingebettet in die aktuelle mathematikdidaktische Diskussion im Bereich der Hochschuldidaktik über die Bedeutung und den Einsatz von Videographie bzw. Videovignetten sowie die professionelle Reflexion von Studierenden im Rahmen ihres Studiums. Das Fachseminar belegt exemplarisch, wie der konzeptionelle Ansatz, der im Rahmen der Dissertation ausgearbeitet wurde, auf weiterführende Fragestellungen fortgesetzt werden kann. Die mathematikdidaktische Auseinandersetzung hiermit – entsprechend wie in der Auseinandersetzung mit den Fallstudien vorgeschlagen – wäre nun auch hier anzuschließen. Dies muss weiteren nachfolgenden Untersuchungen überlassen bleiben.

„Schule, wie Gesellschaft kann man nur verändern, indem man sehr überzeugend mit guten Beispielen tatsächlich handelt.“ (Eckmann 2014: S. 11) Mathematik-

didaktische Forschung verbindet theoretische und praktische Überlegungen. Die vorgelegte Arbeit hat dies zum Themenkreis Vernetzung von Schule und Universität mit dem Schwerpunkt mathematischer Lernsituationen umgesetzt.

# Literatur

- Ableitinger, C., Kramer, J. & Prediger, S. (Hrsg.) (2013): *Zur doppelten Diskontinuität in der Gymnasiallehrerbildung. Ansätze zu Verknüpfungen der fachinhaltlichen Ausbildung mit schulischen Vorerfahrungen*. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Aderhold, J. (2004): *Form und Funktion sozialer Netzwerke in Wirtschaft und Gesellschaft. Beziehungsgeflechte als Vermittler zwischen Erreichbarkeit und Zugänglichkeit*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Aderhold, J. & Wetzels, R. (2004): Kopierfehler beim Beobachten. Die „Organifizierung“ des Netzwerks als Problem. In: *Organisationsentwicklung* 23 (3), 22–29.
- Affolter, W. et al. (1999): *Das Zahlenbuch 5. Begleitband*. Zug: Klett und Balmer.
- Ahlgrimm, F., Krey, J. & Huber, S. (2012): Kooperation - was ist das? Implikationen unterschiedlicher Begriffsverständnisse. In: Ahlgrimm, F. & Huber, S. (Hrsg.): *Kooperation. Aktuelle Forschung zur Kooperation in und zwischen Schulen sowie mit anderen Partnern*. Münster: Waxmann Verlag, 17–29.
- Asselborn, W. & Berg, G. a. (1998): Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung an der Schwelle zu einem neuen Jahrhundert. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (66), 26–40.
- Baitsch, C. (1999): Interorganisationale Lehr- und Lernnetzwerke. In: Arbeitsgemeinschaft QUEM (Hrsg.): *Kompetenzentwicklung '99: Aspekte einer neuen Lernkultur: Argumente, Erfahrungen, Konsequenzen*. Münster: Waxmann Verlag, 253–274.

- Bannach, M., Sebold, L. & Wehmeyer, B. (Hrsg.) (1997): *Wege zur Öffnung des Unterrichts*. R. Oldenbourg Verlag.
- Baptist, P. (Hrsg.) (2000): *Mathematikunterricht im Wandel*. Bamberg: C.C. Buchners Verlag.
- Baptist, P. & Ulm, V. (2005): Anregungen zu individuellen Lernwegen. Folgerungen aus den BLK-Modellversuchen SINUS und SINUS-Transfer. In: *Der Mathematikunterricht* (2-3), 108–123.
- Bastian, J. (2008): In regionalen Bildungsnetzwerken lernen. Fragen für die Praxis. In: *Pädagogik* 60 (7-8), 6–11.
- Bauer, K.-O. (2008): Lehrerinteraktion und -kooperation. In: Helsper, W. & Böhme, J. (Hrsg.): *Handbuch der Schulforschung*. 2. durchgesehene und erweiterte Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, 839–856.
- Bauer, L. (1995): Objektive mathematische Stoffstruktur und Subjektivität des Mathematiklernens. In: Steiner, H.-G. & Vollrath, H.-J. (Hrsg.): *Neue problem- und praxisbezogene Forschungsansätze*. Schriftenreihe des IDM. Köln: Aulis, 9–16.
- Bauer, T. & Ulrich, P. (2009): Schnittstellenmodule in der Lehramtsausbildung im Fach Mathematik. In: *Mathematische Semesterberichte* 56 (1), 85–103.
- Baum, S., Roth, J. & Oechsler, R. (2013): Schülerlabore Mathematik - Außer-schulische Lernstandorte zum intentionalen mathematischen Lernen. In: *Der Mathematikunterricht* 59 (5), 4–11.
- Baumert, J., Bos, W. & Lehmann, R. (Hrsg.) (2000): *TIMSS/III: dritte internationale Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie. Mathematische und naturwissenschaftliche Bildung am Ende der Schullaufbahn*. Opladen: Leske + Budrich.
- Baumert, J., Lehmann, R. & Lehrke, M. (1997): *TIMSS – Mathematisch - naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde*. Opladen: Leske + Budrich.

- Beck, E., Guldemann, T. & Zutavern, M. (1991): Eigenständig lernende Schülerinnen und Schüler. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 37 (5), 735–768.
- Berkemeyer, N., Bos, W. & Kuper, H. (2010): Netzwerke im Bildungssystem. In: Berkemeyer, N., Bos, W. & Kuper, H. (Hrsg.): *Schulreform durch Vernetzung. Interdisziplinäre Betrachtungen*. Münster: Waxmann Verlag, 11–19.
- Berkemeyer, N. et al. (2008a): „Schulen im Team“: Einblicke in netzwerkbasierte Unterrichtsentwicklung. In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Unterrichtsentwicklung in Netzwerken. Konzeptionen, Befunde, Perspektiven*. Münster: Waxmann Verlag, 19–70.
- Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.) (2008b): *Unterrichtsentwicklung in Netzwerken. Konzeptionen, Befunde, Perspektiven*. Münster: Waxmann Verlag.
- Berkemeyer, N. et al. (2009): Einleitung. In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Schulische Vernetzung. Eine Übersicht zu aktuellen Netzwerkprojekten*. Münster: Waxmann Verlag, 7–12.
- Berkemeyer, N. et al. (2010): Schulreform durch Innovationsnetzwerke - Entwicklungen und Bedingungen. In: Berkemeyer, N., Bos, W. & Kuper, H. (Hrsg.): *Schulreform durch Vernetzung. Interdisziplinäre Betrachtungen*. Münster: Waxmann Verlag, 213–235.
- Beyer, K. (2004): Netzwerke in der Praxis. In: Brackhahn, B. et al. (Hrsg.): *Qualitätsverbesserung in Schulen und Schulsystemen QuiSS. Bd. 3: Unterstützungssysteme & Netzwerke*. München: Luchterhand, 139–144.
- Bickel, W. E. & Hatrup, R. A. (1995): Teachers and researchers in collaboration: Reflections on the process. In: *American Educational Research Journal* 32 (1), 35–62.
- Biehler, R. et al. (2014): Einleitung. In: Bausch, I. et al. (Hrsg.): *Mathematische Vor- und Brückenkurse. Konzepte, Probleme und Perspektiven*. Wiesbaden: Springer Spektrum, 1–6.

- Bierhoff, H.-W. & Herner, M. (2002): *Begriffswörterbuch Sozialpsychologie*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Bildungskommission der Länder Berlin und Brandenburg (Hrsg.) (2003): *Bildung und Schule in Berlin und Brandenburg: Herausforderungen und gemeinsame Entwicklungsperspektiven*. Berlin: Wissenschaft und Technik Verlag.
- Boos, F., Exner, A. & Heitger, B. (1992): Soziale Netzwerke sind anders. In: *Organisationsentwicklung* 11 (1), 54–61.
- Boos, F., Exner, A. & Heitger, B. (2000): Soziale Netzwerke sind anders. In: *Journal für Schulentwicklung* 4 (3), 14–19.
- Borchardt, A. & Göthlich, S. E. (2006): Erkenntnisgewinnung durch Fallstudien. In: Albers, S. et al. (Hrsg.): *Methodik der empirischen Forschung*. Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag, 37–54.
- Bromme, R. (2014): *Der Lehrer als Experte. Zur Psychologie des professionellen Wissens*. Nachdr. der Ausg. Bern 1992. Münster: Waxmann Verlag.
- Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (1997): *Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch - naturwissenschaftlichen Unterrichts“*. Materialien zur Bildungsplanung und Forschungsförderung Heft 60. Bonn: BLK, Geschäftsstelle.
- Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) (Hrsg.) (2005): *Hochschulrahmengesetz: in der Fassung der Bekanntmachung vom 19. Januar 1999 (BGBl. I S. 18), zuletzt geändert durch Artikel 1 des Gesetzes vom 27. Dezember 2004 (BGBl. I S. 3835) unter Berücksichtigung der Entscheidung des Bundesverfassungsgerichts vom 26. Januar 2005 (2 BvF 1/03); keine amtliche Bekanntmachung*. Bonn: Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF).
- Carr, W. & Kemmis, S. (1986): *Becoming critical: Education, knowledge and action research*. London: Falmer Press.

- Castells, M. (2004): *Das Informationszeitalter I: Der Aufstieg der Netzwerkgesellschaft*. Leske + Budrich Verlag.
- Charms, R. de (1968): *Personal Causation: The Internal Affective Determinants of Behaviour*. New York: Academic Press.
- Clark, M. & Lovric, M. (2008): Suggestion for a Theoretical Model for Secondary-Tertiary Transition in Mathematics. In: *Mathematics Education Research Journal* 20 (2), 25–37.
- Courant, R. & Robbins, H. (2010): *Was ist Mathematik?* Fünfte, unveränderte Auflage. Heidelberg: Springer.
- Cramer, E. & Walcher, S. (2010): Schulmathematik und Studierfähigkeit. In: *Mitteilungen der Deutschen Mathematik-Vereinigung* 18, 110–114.
- Cropley, A. J. (2002): *Qualitative Forschungsmethoden. Eine praxisnahe Einführung*. Eschborn: Verlag Dietmar Klotz.
- Czerwanski, A., Hameyer, U. & Rolff, H.-G. (2002): Schulentwicklung im Netzwerk - Ergebnisse einer empirischen Nutzenanalyse von zwei Schulnetzwerken. In: Rolff, H.-G. et al. (Hrsg.): *Jahrbuch der Schulentwicklung. Band 12. Daten, Beispiele und Perspektiven*. München: Juventa, 99–130.
- Czerwanski, A. (2003): Netzwerke als Praxisgemeinschaften. In: Czerwanski, A. (Hrsg.): *Schulentwicklung durch Netzwerkarbeit. Erfahrungen aus den Lernnetzwerken im „Netzwerk innovativer Schulen in Deutschland“*. Gütersloh: Verlag Bertelsmann Stiftung, 9–18.
- Dadds, M. (1997): Continuing professional development: nurturing the expert within. In: *Journal of In-Service Education* 23 (1), 31–38.
- Deci, E. & Ryan, R. (1993): Die Selbstbestimmungstheorie der Motivation und ihre Bedeutung für die Pädagogik. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 39 (1), 223–238.

- Dedering, K. (2007): *Schulische Qualitätsentwicklung durch Netzwerke. Das Internationale Netzwerk Innovativer Schulen (INIS) der Bertelsmann-Stiftung als Beispiel*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Deutsche Mathematiker-Vereinigung (DMV), Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (GDM) & Deutscher Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts (MNU) (2007): Für ein modernes Lehramtsstudium im Fach Mathematik. In: *Mitteilungen der Deutschen Mathematik-Vereinigung* 15 (3), 146–150.
- Deutsche Telekom Stiftung (2009): *Jahresbericht 2008/2009*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [https://www.telekom-stiftung.de/sites/default/files//dts-library/materialien/pdf/dts\\_\\_jahresbericht\\_\\_2008-2009.pdf](https://www.telekom-stiftung.de/sites/default/files//dts-library/materialien/pdf/dts__jahresbericht__2008-2009.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Devlin, K. (1997): *Muster der Mathematik. Ordnungsgesetze des Geistes und der Natur*. Heidelberg, Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.
- Eckmann, T. (2014): Einleitung: Pädagogische Praxis zwischen sozialer Ästhetik und Inklusion. In: Boban, I., Eckmann, T. & Hinz, A. (Hrsg.): *Lernen durch Vielfalt. Variationen aus der sozialästhetischen und inklusiven Praxis: Demokratische Bildung, Kooperatives Lernen, Zukunftsplanung*. Bochum/Freiburg: Projektverlag, 11–16.
- Exner, A. & Königswieser, R. (2000): Wenn Berater in Netzen werken. In: *Organisationsentwicklung* 20 (3), 22–29.
- Expertenkommission (Hrsg.) (1985): *Weiterentwicklung der Prinzipien der gymnasialen Oberstufe und des Abitur. Abschlußbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Expertenkommission*. Bonn: KMK.
- Feuser, G. (1998): Gemeinsames Lernen am gemeinsamen Gegenstand. Didaktisches Fundamentum einer Allgemeinen (integrativen) Pädagogik. In: Hildeschiedt, A. & Schnell, I. (Hrsg.): *Integrationspädagogik*. Weinheim: Juventa, 19–36.

- Fischer, A., Heinze, A. & Wagner, D. (2009): Mathematiklernen in der Schule - Mathematiklernen an der Hochschule: die Schwierigkeiten von Lernenden beim Übergang ins Studium. In: Heinze, A. & Grüßing, M. (Hrsg.): *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium. Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht*. Münster: Waxmann Verlag, 245–264.
- Fischer, R. (1984): Offene Mathematik und Visualisierung. In: *Mathematica Didactica* 7 (3/4), 139–160.
- Floer, J. (2001): Wie kommt das Rechnen in den Kopf? Veranschaulichen und Handeln im Mathematikunterricht. In: Schipper, W. & Selter, C. (Hrsg.): *Die Grundschulzeitschrift, Sammelband: Offener Mathematikunterricht: Arithmetik II*. Seelze: Friedrich Verlag, 48–51.
- Forthaus, R. (2003): Fehlern auf der Spur. In: *Grundschule* 35 (3), 9–13.
- Freudenthal, H. (1974): Die Stufen im Lernprozess und die heterogene Lerngruppe im Hinblick auf die Middenschool. In: *Neue Sammlung* (14), 161–172.
- Freudenthal, H. (1982): Mathematik - eine Geisteshaltung. In: *Die Grundschule* 4, 140–142.
- Freudenthal, H. (1983): *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Kluwer.
- Friend, M. (2000): Myths and Misunderstandings About Professional Collaboration. In: *Remedial and Special Education* 21 (3), 130–132, 160.
- Fröhlich, I. & Hußmann, S. (2005): Selber lernen macht schlau – Selbstlernen Schritt für Schritt. In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 45 (1), 2–8.
- Fuchs-Heinritz, W. et al. (Hrsg.) (1994): *Lexikon zur Soziologie*. 3., völlig neu bearbeitete und erweiterte Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

- Fußangel, K. (2008): *Subjektive Theorien von Lehrkräften zur Kooperation. Eine Analyse der Zusammenarbeit von Lehrerinnen und Lehrern in Lerngemeinschaften*. Diss. Bergische Universität Wuppertal.
- Gallin, P. & Ruf, U. (1998): *Sprache und Mathematik in der Schule*. Seelze: Kallmeyer Verlag.
- Gesellschaft für Didaktik der Mathematik (1986): *Stellung der Mathematikdidaktik als Hochschuldisziplin. Positionspapier des Beirats der GDM*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://madipedia.de/images/c/c8/1986\\_01.pdf](http://madipedia.de/images/c/c8/1986_01.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Girtler, R. (1984): *Methoden der qualitativen Sozialforschung. Anleitung zur Feldarbeit*. Wien, Köln, Graz: Böhlau.
- Goodlad, J. E. (1993): School-university partnerships and partner schools. In: *Educational Policy* 7 (1), 24–39.
- Gottmann, C. (2009): Das Schulnetzwerk „Reformzeit - Schulentwicklung in Partnerschaft“. In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Schulische Vernetzung. Eine Übersicht zu aktuellen Netzwerkprojekten*. Münster: Waxmann Verlag, 31–48.
- Gräsel, C. & Fußangel, K. (2010): Die Rolle von Netzwerken bei der Verbreitung von Innovationen. In: Berkemeyer, N., Bos, W. & Kuper, H. (Hrsg.): *Schulreform durch Vernetzung. Interdisziplinäre Betrachtungen*. Münster: Waxmann Verlag, 11–19.
- Gräsel, C., Fußangel, K. & Pröbstel, C. (2006): Lehrkräfte zur Kooperation anregen - eine Aufgabe für Sisyphos? In: *Zeitschrift für Pädagogik* 52 (2), 205–219.
- Gravani, M. N. (2008): Academics and practitioners: Partners in generating knowledge or citizens of two different worlds? In: *Teaching and Teacher Education* 24 (3), 649–659.

- Gravani, M. N. & John, P. D. (2005): 'Them and us': Teachers' and tutors' perceptions of a 'new' professional development course in Greece. In: *Compare* 35 (3), 305–321.
- Greefrath, G. et al. (2015): Vorkurse und Mathematiktests zu Studienbeginn - Möglichkeiten und Grenzen. In: Roth, J. et al. (Hrsg.): *Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik*. Wiesbaden: Springer Spektrum, 19–32.
- Greene, M. (1973): *Teacher as Stranger*. Belmont: Wadsworth.
- Grieser, D. (2015): Mathematisches Problemlösen und Beweisen: Entdeckendes Lernen in der Studieneingangsphase. In: Roth, J. et al. (Hrsg.): *Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik*. Wiesbaden: Springer Spektrum, 87–102.
- Grigutsch, S., Raatz, U. & Törner, G. (1998): Einstellungen gegenüber Mathematik bei Mathematiklehrern. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 19 (1), 3–45.
- Grigutsch, S. (1996): *Mathematische Weltbilder von Schülern: Struktur, Entwicklung, Einflußfaktoren*. Diss. Universität Duisburg.
- Grümer, K.-W. (1974): *Techniken der Datensammlung. 2. Beobachtung*. Hrsg. von E. K. Scheuch & H. Sahner. Studienskripten zur Soziologie. Stuttgart: Teubner Verlag.
- Hacker, W. (2005): *Allgemeine Arbeitspsychologie. Psychische Regulation von Wissens-, Denk- und körperlicher Arbeit. Schriften zur Arbeitspsychologie, Band 58*. Bern: Huber.
- Hagemann Chrispeels, J. & Harris, A. (2006): Conclusion: Future directions for the field. In: Harris, A. & Hagemann Chrispeels, J. (Hrsg.): *Improving Schools and Educational systems*. London: Routledge, 295–307.
- Hattie, J. (2009): *Visible learning: a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London, New York: Routledge, Taylor & Francis.

- Hefendehl-Hebeker, L. (2004a): Perspektiven für ein künftigen Mathematikunterricht. In: Bayrhuber, H. et al. (Hrsg.): *Konsequenzen aus PISA. Perspektiven der Fachdidaktiken*. Innsbruck: Studien Verlag, 141–189.
- Hefendehl-Hebeker, L. (2004b): Selbstgesteuertes Lernen im Dialog. In: *Der Mathematikunterricht* (Heft 3), 45–51.
- Hentig, H. von (1977): Erkennen durch Handeln. In: *Die Deutsche Schule* (9), 495–515.
- Hepp, R. & Mieke, K. (2006): Kooperatives Lernen. Gemeinsam Mathematik betreiben: Konzepte für einen schüleraktivierenden Unterricht. In: *mathematik lehren* (139), 4–7.
- Heuvel-Panhuizen, M. v. d. (2001): Realistic mathematics education in the Netherlands. In: Anghileri, J. (Hrsg.): *Principles and practices in arithmetic teaching. Innovative approaches for primary classroom*. Buckingham: Open University Press, 49–63.
- Heymann, H. W. (1991): Innere Differenzierung im Mathematikunterricht. In: *mathematik lehren* (49), 63–66.
- Hilbert, D. (1935): *Gesammelte Abhandlungen III: Analysis, Grundlagen der Mathematik Physik, Verschiedenes; nebst einer Lebensgeschichte*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Hilbert, D. (2007): *Die Hilbertschen Probleme: Vortrag Mathematische Probleme gehalten auf dem 2. Internationalen Mathematikerkongreß Paris 1900*. 4. Auflage. Oswalds Klassiker der exakten Wissenschaften Band 252. Thun: Deutsch.
- Hirt, U., Mattern, K. & Staub, F. C. (2014): Mitverantwortung als Dreh- und Angelpunkt - Ein Gespräch mit Fritz C. Staub. In: Mitverantwortung als Dreh- und Angelpunkt - Ein Gespräch mit Fritz C. Staub: *Coaching im Fachunterricht - Wie Unterrichtsentwicklung gelingt*. Beltz Verlag, 243–251.

- Hischer, H. (2011): „Vernetzung“ als Bildungsanspruch? In: Haug, R. & Holzäpfel, L. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011. Vorträge auf der 45. Tagung für Didaktik der Mathematik vom 21.02.2011 bis 25.02.2011 in Freiburg*. Münster: WTM-Verlag, 391–394.
- Hischer, H. (2014): Kleine Welten und Netzwerke - Anregungen für die Didaktik. In: *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (97), 14–21.
- Hofe, R. vom (2001): Mathematik entdecken. In: *mathematik lehren* (105), 4–8.
- Holt, J. (1999): *Kinder lernen selbstständig oder gar nicht(s)*. Weinheim: Beltz Verlag.
- Hoyle, E. (1974): Professionalism, professionalism and control in teaching. In: *London Educational Review* 3 (2), 13–19.
- Huberman, M. (1999): The mind is its own place: The influence of sustained interactivity with practitioners on educational researchers. In: *Harvard Educational Review* 69 (3), 289–319.
- Hußmann, S. (2008): *Doing Mathematics - authentically and discrete. A perspective for teacher training*. Hrsg. von S. Campbell & D. P. Grenier. Onlinedokument. Verfügbar unter: <http://tsg.icme11.org/document/get/768> (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Hußmann, S. (2003): *Mathematik entdecken und erforschen. Theorie und Praxis des Selbstlernens in der Sekundarstufe II*. Berlin: Cornelsen Verlag.
- Hußmann, S. (2004): Selbstgesteuertes Lernen – ein Grundbedürfnis des Menschen. In: *Der Mathematikunterricht* (3), 5–23.
- Hußmann, S. (2011a): Lerntagebücher –Mathematik in der Sprache des Verstehens. In: Leuders, T. (Hrsg.): *Mathematik-Didaktik: Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 75–92.

- Hußmann, S. (2011b): Umgangssprache – Fachsprache. In: Leuders, T. (Hrsg.): *Mathematik-Didaktik: Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 60–75.
- Hußmann, S. et al. (2009): indivi - Individualisierung von Lehr-Lernprozessen im Netzwerk von Schule und Hochschule. In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Schulische Vernetzung. Eine Übersicht zu aktuellen Netzwerkprojekten*. Münster: Waxmann Verlag, 125–134.
- Jahnke, T. (2012): Die Regeldetri des Mathematikunterrichts. In: Ludwig, M. & Kleine, M. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2012. Vorträge auf der 46. Tagung für Didaktik der Mathematik*. Münster: WTM-Verlag, 413–416.
- Järvinen, H., Manitius, V. & Otto, J. (2012): Arbeiten in schulischen Netzwerken - das Beispiel Schulen im Team. In: Ahlgrimm, H. (Hrsg.): *Kooperation. Aktuelle Forschung zur Kooperation in und zwischen Schulen sowie mit anderen Partnern*. Münster: Waxmann Verlag, 263–282.
- Johnson, D. W. & Johnson, R. T. (1990): Using Cooperative Learning in Math. In: Davidson, N. (Hrsg.): *Cooperative Learning in Mathematics: A Handbook for Teachers*. Menlo Park, CA: Addison Wesley Longman, 103–125.
- Jungk, S. (1994): Vom Nutzen der Netze. In: Vom Nutzen der Netze: *Netzwerk-Impulse für die Bildungs- und Kulturorganisation*. Marl: Adolf-Grimme-Institut, 15–22.
- Kaiser, G. (1998): TIMSS - woher und wohin? In: *mathematik lehren* (90), 4–8.
- Käpnick, F. (2008): Mathe für kleine Asse – Das Münsteraner Konzept zur Förderung mathematisch begabter Kinder. In: Fuchs, M. & Käpnick, F. (Hrsg.): *Mathematisch begabte Kinder. Eine Herausforderung für Schule und Wissenschaft. Begabungsforschung. Schriftenreihe des ICBF Münster/Nijmegen Band 8*. Berlin: LIT Verlag, 135–148.
- Kayser, H. (1950): *Lehrbuch der Harmonik*. Zürich: Occident.

- Kennedy, M. (2002): Knowledge and teaching. In: *Teachers and Teaching: Theory and practice* 8 (3/4), 355–370.
- Killus, D. & Gottmann, C. (2009): Schulleiter und Lehrkräfte in Schulnetzwerken - Kooperation auf Augenhöhe? In: Maag Merki, K. (Hrsg.): *Kooperation und Netzwetkbildung. Strategien zur Qualitätsentwicklung in Schulen*. Seelze-Velber: Kallmeyer Verlag, Klett Verlag, 132–145.
- Killus, D. (2008): Soziale Integration in Schulnetzwerken: empirische Ergebnisse und Konsequenzen für die Praxis. In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Unterrichtsentwicklung in Netzwerken. Konzeptionen, Befunde, Perspektiven*. Münster: Waxmann Verlag, 315–328.
- Klein, F. (1933): *Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus*. Nachr. der 4. Auflage, Berlin 1933. Bd. I (Arithmetik, Algebra, Analysis). Berlin: Springer.
- Kramer, J. (1995): Über die Fermat-Vermutung. In: *Elemente der Mathematik eine Zeitschrift der Elemente der Mathematik* (50), 12–25.
- Krauthausen, G. (1998): *Lernen – Lehren – Lehren lernen*. Leipzig: Klett.
- Krauthausen, G. & Scherer, P. (2007): *Einführung in die Mathematikdidaktik*. 3. Auflage. München: Springer Spektrum.
- Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2003): *Rahmenrichtlinien Gymnasium (angepasste Fassung gemäß Achtem Gesetz zur Änderung des Schulgesetzes des Landes Sachsen-Anhalt vom 27.02.2003): Mathematik ; Schuljahrgänge 5 - 12*. Quedlinburg: Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt.
- Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (2010): *Hochschulgesetz des Landes Sachsen-Anhalt (HSG LSA) in der Fassung der Bekanntmachung vom 14. Dezember 2010*. Onlinedokument. Verfügbar unter: <http://www.landesrecht.sachsen-anhalt.de/jportal/?quelle=jlink&query=HSchulG+ST&psml=bssahprod.psml&max=true&aiz=true> (letzter Zugriff: 29.06.2017).

- Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2013): *Schulgesetz des Landes Sachsen-Anhalt in der Fassung der Bekanntmachung vom 22. Februar 2013 (GVBl. LSA S. 68), zuletzt geändert durch Art. 3 des Gesetzes vom 23. Januar 2013 (GVBl. LSA S. 38, 44)*. Magdeburg: Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt.
- Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (2015): *Fachlehrplan Gymnasium/ Fachgymnasium Mathematik*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.bildung-lsa.de/pool/RRL\\_Lehrplaene/Erprobung/Gymnasium/FLP\\_Mathematik\\_Gym\\_LT.pdf](http://www.bildung-lsa.de/pool/RRL_Lehrplaene/Erprobung/Gymnasium/FLP_Mathematik_Gym_LT.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Kultusministerkonferenz (2003): *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2003/2003\\_12\\_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Kuntze, S. & Prediger, S. (2005): Ich schreibe, also denk' ich. In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 47 (5), 1–6.
- Kurow, J. (2011): *Zu Möglichkeiten der Nutzung des Monochords im Mathematikunterricht, dargestellt an einem Projektvorschlag für die Jahrgangsstufen 7/8*. Wissenschaftliche Hausarbeit. Halle (Saale): Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg.
- Kurow, J. (2016a): Das Monochord – ein Versuchsinstrument gestern und heute. In: Krohn, T. & Schöneburg, S. (Hrsg.): *Mathematik von einst für jetzt*. Hildesheim: Franzbecker Verlag, 157–168.
- Kurow, J. (2016b): Vernetzung von Schule und Hochschule: Lehrkräfte und Lehrende gestalten gemeinsam Lernumgebungen für forschend-entdeckendes Lernen zur Mathematik. In: Lähnemann, C. et al. (Hrsg.): *Tagungsband zur 20. Tagung des Nordverbundes Schulbegleitforschung Professionelle Kooperation in und mit Schule – Erkenntnisse aus der Praxisforschung am 1./2. Oktober 2015 in Halle(Saale)*. Münster: Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG, 199–216.

- Kurow, J. & Richter, K. (2017): Mathematik mit allen Sinnen – offen differenzierende Experimente als Konzept in der Lehrerbildung. In: Leuders, J. et al. (Hrsg.): *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen – Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung*. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik. Wiesbaden: Springer Spektrum, 167–176.
- Kütting, H. (1982): Brauchen wir ein Nulltes Semester in Mathematik? Ein Beitrag zur Reform des Bildungswesens. In: *mathematica didactica* 5 (4), 213–223.
- Lamnek, S. (2010): *Qualitative Sozialforschung*. 5. überarbeitete Auflage. Weinheim, Basel: Beltz Verlag.
- Leder, G., Pehkonen, E. & Törner, G. (Hrsg.) (2002): *Beliefs. A hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Leisen, J. (2010): *Handbuch Sprachförderung im Fach. Sprachsensibler Fachunterricht in der Praxis*. Bonn: Varus.
- Leser, I. & Vock, R. (2009): prima(r)forscher. Naturwissenschaftliches Lernen im Grundschulnetzwerk. In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Schulische Vernetzung. Eine Übersicht zu aktuellen Netzwerkprojekten*. Münster: Waxmann Verlag, 65–77.
- Lester, F. (2002): Implications of Research on Students' Beliefs for Classroom Practice. In: Leder, G., Pehkonen, E. & Törner, G. (Hrsg.): *Beliefs. A hidden Variable in Mathematics Education?* Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 345–353.
- Leuders, T. (2011): Perspektiven von Mathematikunterricht. In: Leuders, T. (Hrsg.): *Mathematik-Didaktik: Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor, 15–58.
- Little, J. (1990): The persistence of privacy: Autonomy and initiative in teachers' professional relations. In: *Teachers College Record* 91 (4), 509–536.

- Ludwig, M. (2011): Mathematikunterricht öffnen. In: Leuders, T. (Hrsg.): *Mathematikdidaktik*. 6. Auflage. Berlin: Cornelsen Scriptor, 163–184.
- Maag Merki, K. (2009): Eine Einführung. In: Maag Merki, K. (Hrsg.): *Kooperation und Netzwerkbildung. Strategien zur Qualitätsentwicklung in Schulen*. Seelze-Velber: Kallmeyer Verlag, Klett Verlag, 7–12.
- Maier, H. (2000): Schreiben im Mathematikunterricht. In: *mathematik lehren* (99), 10–13.
- Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2005): *Grundordnung der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg vom 13. Juli 2005*. Onlinedokument. Verfügbar unter: <http://www.verwaltung.uni-halle.de/DEZERN1/PRESSE/lesefassung-grundordnung.pdf> (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2012): *Fachspezifische Bestimmungen für das Studienfach Mathematik im Studiengang Lehramt an Gymnasien und im Studiengang Lehramt an Sekundarschulen an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.natfak2.uni-halle.de/studiendekanat/StudPO/FspBst\\_MaLA\(Lesefassung\).pdf](http://www.natfak2.uni-halle.de/studiendekanat/StudPO/FspBst_MaLA(Lesefassung).pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2013a): *Studien- und Prüfungsordnung für den Bachelor-Studiengang Mathematik (180 Leistungspunkte) an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.verwaltung.uni-halle.de/KANZLER/ZGST/ABL/2015/15\\_02\\_05.pdf](http://www.verwaltung.uni-halle.de/KANZLER/ZGST/ABL/2015/15_02_05.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2013b): *Studien- und Prüfungsordnung für den Master-Studiengang Mathematik (120 Leistungspunkte) an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.verwaltung.uni-halle.de/KANZLER/ZGST/ABL/2015/15\\_02\\_06.pdf](http://www.verwaltung.uni-halle.de/KANZLER/ZGST/ABL/2015/15_02_06.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Marx, K. (1867/1962): *Das Kapital, Band 1*. Berlin/DDR: Dietz-Verlag.

- McDonald, J. & Klein, E. (2003): Networking for Teacher Learning: Toward a Theory of Effective Design. In: *Teachers College Record* 105 (8), 1606–1621.
- Meyer, H. (2004): *Was ist guter Unterricht*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Meyer, M. & Prediger, S. (2012): Sprachenvielfalt im Mathematikunterricht – Herausforderungen, Chancen und Förderansätze. In: *Praxis der Mathematik in der Schule* 54 (45), 2–9.
- Mitchell, J. (Hrsg.) (1969): *Social Networks in Urban Situations: Analyses of Personal Relationships in Central African Towns*. Manchester University Press.
- Moser, P. & Hascher, T. (2000): *Lernen im Praktikum. Projektbericht*. Bern: Forschungsstelle für Schulpädagogik und Fachdidaktik.
- MSC2010 (2010). Onlinedokument. Verfügbar unter: <http://msc2010.org/msc2010final-Aug10.pdf> (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Näf, F. (1999): *Das Monochord. Versuchsinstrument zur quantitativen Erklärung von Tonsystemen*. Bern [u.a.]: Lang.
- Neubrand, M. (2015a): Bildungstheoretische Grundlagen des Mathematikunterrichts. In: Bruder, R. et al. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, Akademischer Verlag, 51–73.
- Neubrand, M. (2015b): Schulmathematik und Universitätsmathematik: Gegensatz oder Fortsetzung? Woran kann man sich orientieren? In: Roth, J. et al. (Hrsg.): *Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik*. Konzepte und Studien zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik. Wiesbaden: Springer Spektrum, 137–147.
- Neugebauer, C.: *Studies an die Schulen*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.math.uni-muenster.de/42/uploads/media/Informationen\\_zum\\_Projekt\\_für\\_Studenten.pdf](http://www.math.uni-muenster.de/42/uploads/media/Informationen_zum_Projekt_für_Studenten.pdf) (letzter Zugriff: 29.06.2017).

- Newman, M. E. J. (2003): The Structure and Function of Complex Networks. In: *SIAM Reviews* 45 (2), 167–256.
- Nölle, K. (2002): Probleme der Form und des Erwerbs unterrichtsrelevanten pädagogischen Wissens. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 48 (1), 48–67.
- OECD (Hrsg.) (2003): *Schooling for Tomorrow. Networks of Innovation*. Paris: OECD.
- Pankoke, E. (2001): Netzwerke und Lernprozesse. Komplexitätsmanagement als Kunst des Möglichen. In: Brosziewski, A., Eberle, T. & Maeder, C. (Hrsg.): *Moderne Zeiten. Reflexion zur Multioptionsgesellschaft*. Konstanz: UVK Verlagsgesellschaft, 125–140.
- Powell, W. W. (1990): Neither Market nor Hierarchy. Network Forms of Organization. In: *Research in Organizational Behaviour* 12. Hrsg. von B. Staw & L. Cummings, 295–336.
- Prediger, S. & Lengnink, K. (2001): Mathematik öffnen: Bildung zum mathematikverständigen Bürger. In: *Mathematica Didactica* 24 (2), 73–88.
- Prediger, S. & Leuders, T. (2016a): Viele Wege des Differenzieren – Beispiele und Systematisierung. In: Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.): *Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Verlag, 8–35.
- Prediger, S. & Leuders, T. (2016b): Worin unterscheiden sich Lernende? Befunde zur Heterogenität. In: Leuders, T. & Prediger, S. (Hrsg.): *Flexibel differenzieren und fokussiert fördern im Mathematikunterricht*. Berlin: Cornelsen Verlag, 36–60.
- Prenzel, M. et al. (2005): Wie schneiden SINUS-Schulen bei PISA ab? In: *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft* 8 (4), 540–562.
- Prenzel, M., Friedrich, A. & Stadler, M. (Hrsg.) (2009): *Von SINUS lernen - Wie Unterrichtsentwicklung gelingt*. Seelze-Velber: Kallmeyer Verlag, Klett Verlag.

- Prenzel, M. et al. (Hrsg.) (2013): *PISA 2012: Fortschritte und Herausforderungen in Deutschland*. Münster: Waxmann Verlag.
- Prenzel, M. et al. (Hrsg.) (2006): *PISA 2003 - Untersuchungen zur Kompetenzentwicklung im Verlauf eines Schuljahres*. Münster: Waxmann Verlag.
- Rach, S. & Heinze, A. (2011): Der Übergang von der Schule zur Hochschule: Mathematisches Lehren und Lernen in der Studieneingangsphase. In: Haug, R. & Holzäpfel, L. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2011*. Münster: WTM-Verlag, 647–651.
- Rauch, F. & Kreis, I. (2009): Regionale Netzwerke im österreichischen Projekt IMST (Innovations in Mathematics, Science and Technology Teaching). In: Berkemeyer, N. et al. (Hrsg.): *Schulische Vernetzung. Eine Übersicht zu aktuellen Netzwerkprojekten*. Münster: Waxmann Verlag, 79–91.
- Richter, K. et al. (2015): *Ausstellungskatalog zur Experimente-Werkstatt Mathematik. Mitmach-Ausstellung: Erkunden, Erproben, Erleben*. Halle (Saale): Math. Institut.
- Risse, E. (1998): Netzwerke im Schulentwicklungsprozess. In: Risse, E. (Hrsg.): *Schulprogramm - Entwicklung und Evaluation*. Neuwied: Luchterhand, 284–299.
- Rolff, H.-G. (2013): Professionelle Lerngemeinschaften. In: Rolff, H.-G. (Hrsg.): *Schulentwicklung kompakt. Modelle, Instrumente, Perspektiven*. Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 114–132.
- Rolff, H.-G. (2014): Wirksame fachliche Unterrichtsentwicklung - Konzepte und empirische Befunde. In: Hirt, U. & Mattern, K. (Hrsg.): *Coaching im Fachunterricht - Wie Unterrichtsentwicklung gelingt*. Weinheim/Basel: Beltz Verlag, 16–38.
- Roquette, P. (1998): *Zum Ferman-Problem*. Onlinedokument. Verfügbar unter: <http://www.rzuser.uni-heidelberg.de/~ci3/fermat.pdf> (letzter Zugriff: 29.06.2017).

- Roth, J. et al. (Hrsg.) (2015): *Übergänge konstruktiv gestalten. Ansätze für eine zielgruppenspezifische Hochschuldidaktik Mathematik*. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Sawyer, W. W. (1955): *Prelude to Mathematics*. Harmondsworth: Penguin Books.
- Schiemann, S. et al. (2010): Vernetzung von Schule und Hochschule im Bereich Mathematik. In: Lindmeier, A. & Ufer, S. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2010 Online*. Münster: WTM-Verlag, 99–106. Onlinedokument. Verfügbar unter: [http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2010/BzMU10\\_SCHIEMANN\\_Stephanie\\_Vernetzung.pdf](http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/cms/media/BzMU/BzMU2010/BzMU10_SCHIEMANN_Stephanie_Vernetzung.pdf).
- Schön, D. (1987): *Educating the Reflective Practitioner*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Schubert, K. (1994): Netzwerke und Netzwerkansätze: Leistungen und Grenzen eines sozialwissenschaftlichen Konzeptes. In: Kleinaltenkamp, M. & Schubert, K. (Hrsg.): *Netzwerkansätze im Business-to-Business-Marketing. Beschaffung, Absatz und Implementierung Neuer Technologien*. Wiesbaden: Gabler, 8–49.
- Schütze, F. (1978): Was ist „kommunikative Sozialforschung“? In: Gärtner, A. & Hering, S. (Hrsg.): *Modellversuch „Soziale Studiengänge“ an der GH Kassel. Materialien 12: Regionale Sozialforschung*. Kassel: Gesamthochschulbibliothek, 117–131.
- Smith, A. & Wohlstetter, P. (2001): Reform through school networks: A new kind of authority and accountability. In: *Educational Policy* 15 (4), 499–519.
- Smith, K., Carroll, S. & Ashford, S. (1995): Intra- and inter-organizational cooperation: Toward a research agenda. In: *Academy of Management Review* 38 (1), 7–23.
- Solger, K. W. F. (1829): *Vorlesungen über Ästhetik*. Hrsg. von K. W. L. Heyse. Leipzig: F. A. Brockhaus.
- Spieß, E. (2004): Kooperation und Konflikt. In: Schuler, H. (Hrsg.): *Organisationspsychologie - Gruppe und Organisation*. Göttingen: Hogrefe, 193–247.

- Statistische Ämter des Bundes und der Länder (Hrsg.) (2015): *Internationale Bildungsindikatoren im Ländervergleich*. Onlinedokument. Verfügbar unter: [https://www.destatis.de/DE/Publikationen/Thematisch/BildungForschungKultur/Internationales/Bildungsindikatoren1023017157004.pdf?\\_\\_blob=publicationFile](https://www.destatis.de/DE/Publikationen/Thematisch/BildungForschungKultur/Internationales/Bildungsindikatoren1023017157004.pdf?__blob=publicationFile) (letzter Zugriff: 29.06.2017).
- Steinbring, H. (1998): Mathematikdidaktik: Die Erforschung theoretischen Wissens in sozialen Kontexten des Lernen und Lehrens. In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 30 (5), 161–167.
- Steinert, B. et al. (2006): Lehrerkooperation in der Schule. Konzeption, Erfassung, Ergebnisse. In: *Zeitschrift für Pädagogik* 52 (2), 185–204.
- Stigler, J. et al. (Hrsg.) (1999): *The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings from an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States*. Washington, D.C.: National Center for Education Statistics.
- Straka, G. A. & Hinz, I. M. (1996): *The original SDLS (Self-Directed Learning Readiness Scale) reconsidered*. Münster: Waxmann Verlag.
- Suls, J. & Martin, R. (1995): Social comparison. In: Social comparison: *The Blackwell Encyclopedia of Social Psychology*. Oxford: Blackwell, 540–544.
- Sydow, J. (2010): Vernetzung von Schulen? Betriebswirtschaftliche Erkenntnisse zum Netzwerkmanagement. In: Berkemeyer, N., Bos, W. & Kuper, H. (Hrsg.): *Schulreform durch Vernetzung. Interdisziplinäre Betrachtungen*. Münster: Waxmann Verlag, 33–48.
- Terhart, E. (2000): *Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland: Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission*. Beltz-Pädagogik. Weinheim/Basel: Beltz Verlag.
- Terhart, E. et al. (1994): *Berufsbiographien von Lehrern und Lehrerinnen*. Frankfurt/M.: Lang.

- Teubner, G. (1992): Die vielköpfige Hydra. Netzwerke als kollektive Akteure höherer Ordnung. In: Krohn, W. & Küppers, G. (Hrsg.): *Emergenz. Die Entstehung von Ordnung, Organisation und Bedeutung*. Frankfurt/M.: Suhrkamp, 189–216.
- Tippelt, R. & Schmidt, B. (Hrsg.) (2010): *Handbuch Bildungsforschung*. 3. durchgesehene Auflage. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Törner, G. (1996): Mathematische Weltbilder von Lehrern. In: Müller, K. P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 1996. Vorträge auf der 30. Bundestagung für Didaktik von 4. bis 8. März 1996 in Regensburg*. Bd. 30. Verlag Franzbecker, 433–436.
- Ulm, V. (2008): *Mathematikunterricht in der Sekundarstufe für individuelle Lernwege öffnen*. Dritte. Seelze-Velber: Kallmeyer Verlag, Klett Verlag.
- Vogt, T. (2010): Schule + Hochschule = Netzwerkprojekt. Die Vernetzung von Schule und Hochschule im Bereich Mathematik. In: *Mitteilungen der Deutschen Mathematik-Vereinigung* (18), 53–54.
- Vollrath, H.-J. (1988): Einleitung. In: Steiner, H.-G. & Vollrath, H.-J. (Hrsg.): *Das mathematische Denken und die Schulmathematik: Aufsätze zur Didaktik der Mathematik*. Moderne Mathematik in elementarer Darstellung. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 7–12.
- Vollrath, H.-J. & Roth, J. (2012): *Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Sekundarstufe*. Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Vollstedt, M. et al. (2015): Forschungsgegenstände und Forschungsziele. In: Bruder, R. et al. (Hrsg.): *Handbuch der Mathematikdidaktik*. Heidelberg, Berlin: Springer Spektrum, 567–589.
- Wahl, D. (2002): Mit Training vom trägen Wissen zum kompetenten Handeln? In: *Zeitschrift für Pädagogik* 48 (2), 227–241.

- Wald, A. & Jansen, D. (2007): Netzwerke. In: Benz, A. et al. (Hrsg.): *Handbuch Governance*. Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften, 93–105.
- Wallrabenstein, W. (1997): *Offene Schule – Offener Unterricht: Ratgeber für Eltern und Lehrer*. Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.
- Wantzloeben, S. (1911): *Das Monochord als Instrument und als System entwicklungsgeschichtlich dargestellt*. Halle: Karras.
- Weinert, F. E. (1982): Selbstgesteuertes Lernen als Voraussetzung, Methode und Ziel des Unterrichts. In: *Unterrichtswissenschaften* (10), 99–110.
- Weinert, F. E. (1998): Neue Unterrichtskonzepte zwischen gesellschaftlichen Notwendigkeiten, pädagogischen Visionen und psychologischen Möglichkeiten. In: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht, Kultus, Wissenschaft und Kunst (Hrsg.): *Wissen und Werte für die Welt von morgen. Dokumentation zum Bildungskongress 29./30. April 1998 an der Ludwig-Maximilians-Universität München*. München: Bayerisches Kultusministerium, 101–127.
- Wetzel, R., Aderhold, J. & Baitsch, C. (2001): Netzwerksteuerung zwischen Management und Moderation: Zur Bedeutung und Handhabung von Moderationskonzepten bei der Steuerung von Unternehmensnetzwerken. In: *Gruppendynamik* 32 (1), 21–36.
- Wetzel, R. et al. (2001): Moderation in Netzwerken - Theoretische, didaktische und handlungsorientierte Betrachtungen aus einer internen Perspektive. In: Baitsch, C. & Müller, B. (Hrsg.): *Moderation in regionalen Netzwerken*. München: Rainer Hampp Verlag, 7–122.
- Weyer, J. (2000): Einleitung. Zum Stand der Netzwerkforschung in den Sozialwissenschaften. In: Weyer, J. (Hrsg.): *Soziale Netzwerke. Konzepte und Methoden der sozialwissenschaftlichen Netzwerkforschung*. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 1–34.

- Weyer, J. (2014): Zum Stand der Netzwerkforschung in den Sozialwissenschaften. In: Weyer, J. (Hrsg.): *Soziale Netzwerke. Konzepte und Methoden der sozialwissenschaftlichen Netzwerkforschung*. 3. überarbeitete Auflage. München: Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 33–72.
- Wickinghoff, C. (2000): Mehr als die Summe der Teile. Netzwerkansatz in den Sozialwissenschaften. In: *Wissenschaftsmanagement* 6 (2), 27–29.
- Winter, H. W. (2016): *Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht. Einblicke in die Ideengeschichte und ihre Bedeutung für die Pädagogik*. 3. aktualisierte Auflage. Wiesbaden: Springer Spektrum.
- Wittenberg, A. I. (1990): *Bildung und Mathematik: Mathematik als exemplarisches Gymnasialfach*. 2. Auflage. Stuttgart: Klett.
- Wittmann, E. C. (1993): Weniger ist mehr: Anschauungsmittel im Mathematikunterricht der Grundschule. In: Müller, K. P. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker Verlag, 394–397.
- Wittmann, E. C. (1995): Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Rechenunterricht – vom Kind und vom Fach aus. In: Müller, G. N. & Wittmann, E. C. (Hrsg.): *Mit Kindern rechnen*. Frankfurt/M.: Arbeitskreis Grundschule, 10–41.
- Wittmann, E. C. (1998): Standard Number Representations in the Teaching of Arithmetic. In: *Journal für Mathematik-Didaktik* 19 (2/3), 149–178.
- Wittmann, E. C. (2009): *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. 6. neu bearbeitete Auflage. Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- Wittmann, E. C. (2010): Natürliche Differenzierung im Mathematikunterricht der Grundschule – vom Fach aus. In: Hanke, P. et al. (Hrsg.): *Anspruchsvolles Fördern in der Grundschule*. Münster: Zentrum für Lehrerbildung, 63–78.
- Wittmann, G. (2003): Mathematische Begriffe und individuelle Konzepte. In: *Der Mathematikunterricht* (3), 5–13.

Witzel, A. (1982): *Verfahren der qualitativen Sozialforschung. Überblick und Alternativen*. Frankfurt/M.: Campus-Verlag.

# Anhang

# Interviewleitfäden

## 1 Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Eingangsgesprächs der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler

Themenbereich	Stichwörter und Fragen
Personenvariablen	<ul style="list-style-type: none"><li>• In welche Klasse gehst du?</li><li>• Wie alt bist du?</li><li>• Welche Note hattest du im vergangenen Jahr in Mathematik auf dem Zeugnis?</li></ul>
subjektive Beweggründe	<ul style="list-style-type: none"><li>• Was hat dich dazu bewogen an der Mathematikarbeitsgemeinschaft teilzunehmen?</li><li>• Wie hoch schätzt du dein Interesse für Mathematik ein: sehr groß, groß, mittel, gering, sehr gering oder hast du gar kein Interesse an Mathematik?</li><li>• Hast du vorher schon einmal eine Mathematik-AG besucht? Wenn ja, was habt ihr dort gemacht? Hat es dir Spaß gemacht?</li><li>• Was erwartest/erhoffst du von dieser Mathematik-AG?</li></ul>
subjektives Bedeutungsverständnis von Mathematik	<ul style="list-style-type: none"><li>• Was ist Mathematik (deiner Meinung nach/für dich)?</li></ul>

## Untersuchungsteil 1: Eingangsgespräche der Schülerinnen und Schüler

Themenbereich	Stichwörter und Fragen (Fortführung)
subjektives Bedeutungsverständnis von Mathematik (Fortführung)	<p>Mögliche Nachfragen:</p> <p><i>Schema-Aspekt:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Mathematik ist eine Sammlung von Rechenverfahren und Rechenregeln, die genau angeben, wie man Aufgaben löst.</li><li>• Gibt es zu jeder Aufgabe eine Rechenregel?</li><li>• Gibt es auch Aufgaben, zu denen man noch keine Rechenregel kennt?</li></ul> <p><i>Formalismus-Aspekt:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ist Mathematik streng?</li><li>• Ist es ein besonderes Merkmal der Mathematik, dass die Begründungen sehr genau sind?</li><li>• Ist es ein besonderes Merkmal der Mathematik, dass die Fachbegriffe sehr genau festgelegt sind?</li></ul> <p><i>Prozess-Aspekt:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Mathematik lebt von Einfällen und neuen Ideen.</li><li>• Mathematik ist eine Tätigkeit, über Probleme nachzudenken und dann Ideen und Lösungen zu finden und zu verstehen.</li><li>• Will man Mathematik verstehen, dann muss man Mathematik erschaffen wollen.</li></ul> <p><i>Anwendungs-Aspekt:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Ist Mathematik nützlich im Alltag/Leben?</li><li>• Ist Mathematik nützlich im Beruf?</li><li>• Stellst du dir oft die Frage, ob Mathematik nützlich ist?</li></ul>
Fokus: Mathematiktreiben	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wie läuft der Mathematikunterricht in deiner Klasse typischerweise ab?</li><li>• Beschreibe, wie für dich eine typische Mathematikaufgabe aussieht!</li><li>• Gehören die folgenden Aufgaben zum Mathematikunterricht?<ul style="list-style-type: none"><li>– Welchen Anteil eines Jahres ist es bei uns dunkel, welchen ist es hell?</li><li>– <math>\frac{5}{6} + \frac{7}{11} =</math></li></ul></li><li>• Welche der beiden Aufgaben würdest du lieber lösen? Warum?</li><li>• Was denkst, welche Fähigkeiten sind am wichtigsten beim Lösen von Mathematikaufgaben?</li></ul>

## 2 Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Abschlussinterviews der teilnehmenden Schülerinnen und Schüler

Themenbereich	Stichwörter und Fragen
Personenvariablen	<ul style="list-style-type: none"><li>• Welche Note bekommst du dieses Schuljahr in Mathematik auf dem Zeugnis?</li></ul>
subjektive Beweggründe	<ul style="list-style-type: none"><li>• Was hat dich dazu bewogen kontinuierlich an der Mathematikarbeitsgemeinschaft teilzunehmen?</li><li>• Wurden deine Erwartungen an die Arbeitsgemeinschaft erfüllt? Warum bzw. Warum nicht?</li><li>• Was hättest du dir anders gewünscht?</li><li>• Was dir besonderen Spaß gemacht?</li></ul>
subjektives Bedeutungsverständnis von Mathematik	<ul style="list-style-type: none"><li>• Was ist Mathematik (deiner Meinung nach/für dich)?</li><li>• Beschreibe Mathematik mit 5 Adjektiven!</li><li>• Ist Mathematik kreativ?</li><li>• Ist Mathematik nützlich? Wo? Nachfragen: Alltag, Beruf</li></ul>
Vernetzung zum Mathematikunterricht	<ul style="list-style-type: none"><li>• Gehst du vergnügter in den Mathematikunterricht?</li><li>• Wenn ja: Woran liegt das? Nachfragen: Fühlst du dich wohler im Mathematikunterricht? Hast du die Denkweise ein bisschen verstanden?</li></ul>
Interesse	<ul style="list-style-type: none"><li>• Hat sich dein Interesse an Mathematik im Vergleich zum Schuljahresanfang verändert und wenn ja wie? Woran liegt das?</li><li>• Hättest du Lust, die Arbeitsgemeinschaft auch im nächsten Schuljahr zu besuchen? Warum?</li><li>• Welche Themen/ Aufgaben haben dich in diesem Schuljahr in der Arbeitsgemeinschaft besonders interessiert? Warum?</li><li>• Wo siehst du die Verbindung zur Mathematik/ zum Mathematikunterricht?</li></ul>

### 3 Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews

Themenbereich	Stichwörter und Fragen
Einleitung	<ul style="list-style-type: none"><li>• Vorstellung</li><li>• Darlegung der Ziele der Befragung</li><li>• um die Verwendung eines Tonbandes ersuchen</li><li>• Verweis auf die Anonymität der Befragung</li></ul>
Förderungsansätze	<ul style="list-style-type: none"><li>• Einschätzung der Klassensituation im Fach Mathematik</li><li>• Einschätzung der AG-Teilnehmer/innen für das Fach Mathematik</li><li>• Wie schätzen Sie das Interesse der Schüler/innen für das Fach Mathematik ein: sehr groß, groß, mittel, gering, sehr gering oder haben sie gar kein Interesse?</li><li>• Haben Sie Änderungen im Verhalten/Engagement/Leistung dieser Schüler/innen vom Anfang des vergangenen Schuljahres bis einschließlich heute bemerkt? Falls ja: Wie äußern sich diese Veränderungen?</li><li>• Haben Sie Informationen darüber was die Kinder außerhalb des Unterrichts tun?</li><li>• Wie haben Sie von diesem Engagement erfahren?</li></ul>
Arbeitsgemeinschaft	<ul style="list-style-type: none"><li>• Darlegung des Konzepts der Arbeitsgemeinschaft, des Verlaufs und des Engagements und Leistungen (inkl. Workshop) der Schüler/innen in der Mathematik Arbeitsgemeinschaft</li></ul>

## Untersuchungsteil 1: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews

Themenbereich	Stichwörter und Fragen (Fortführung)
Konsequenzen für die Vernetzung von Schule und Universität	<p>Das Ziel ist es das Werkzeug Mathematik-AG auf eine neue Qualität zu heben. Mich interessiert Ihre Sicht darauf ...</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• ... was AGs bisher geleistet haben,</li><li>• ... was sie leisten können,</li><li>• ... und was sie leisten sollten.</li></ul> <p>Für mich ist das entdeckende Lernen in der Arbeitsgemeinschaft der zentrale Punkt.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Welche Form und welchen Umfang der Verbindung der Möglichkeiten scheint Ihnen optimal?</li><li>• Empfinden Sie es nur als berufliche Belastung, die man der Kinder wegen übernimmt oder verstehen Sie es als sinnvolle Bereicherung der eigenen Tätigkeit? Wenn letzteres: Welcher Art ist dieser Nutzen für Sie persönlich?</li><li>• Welche Schwierigkeiten sehen Sie dabei?</li><li>• Was sind Ihrer Meinung nach wichtige Gelingensbedingungen für die Zusammenarbeit von Schule und Universität?</li><li>• Welche (inhaltliche) Anregung/ Zusammenarbeit halten Sie für notwendig? Wer sollte dies leisten?</li><li>• Gibt es mathematische Themengebiete zu denen Sie sich dies von universitärer Seite wünschen?</li><li>• Das „Netzwerken“ besteht in den Grundzügen aus Geben und Nehmen. Haben Sie Anregungen dafür welchen Beitrag die Schule im Sinne einer gegenseitigen Inspiration leisten kann?</li></ul>

## 4 Untersuchungsteil 2: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews

Themenbereich	Stichwörter und Fragen
Einleitung	<ul style="list-style-type: none"><li>• Vorstellung</li><li>• Darlegung der Ziele der Befragung</li><li>• um die Verwendung eines Tonbandes ersuchen</li><li>• Verweis auf die Anonymität der Befragung</li></ul>
Förderungsansätze	<ul style="list-style-type: none"><li>• Einschätzung der Klassensituation im Fach Mathematik</li><li>• Einschätzung der AG-Teilnehmer/innen für das Fach Mathematik</li><li>• Wie schätzt du das Interesse der Schüler/innen für das Fach Mathematik ein: sehr groß, groß, mittel, gering, sehr gering oder haben sie gar kein Interesse?</li><li>• Hast du Änderungen im Verhalten/Engagement/Leistung dieser Schüler/innen vom Anfang des vergangenen Schuljahres bis einschließlich heute bemerkt? Falls ja: Wie äußern sich diese Veränderungen?</li><li>• Wie schätzt du die Lernmethode zur Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern ein?</li></ul>
Konsequenzen für die Vernetzung von Schule und Universität	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wie schätzt du den Mehrwert ein, der für dich persönlich und die Schule durch die gemeinsame Arbeit entstanden ist?</li><li>• Welchen Nutzen haben die Schülerinnen und Schüler durch die gemeinsame Arbeit?</li><li>• Wie schätzt du das Verhältnis von Aufwand und Ertrag ein?</li><li>• Wie empfindest du die zeitliche Belastung?</li><li>• Das „Netzwerken“ besteht in den Grundzügen aus Geben und Nehmen. Hast du den Eindruck mehr gegeben, mehr genommen oder gleichermaßen genommen und gegeben zu haben ?</li><li>• Welche Schwierigkeiten hast du während der gemeinsamen Arbeit erfahren?</li><li>• Hältst du diese Form der Zusammenarbeit für ein geeignetes Instrument um Schulentwicklungsprozesse voranzutreiben?</li></ul>

## Untersuchungsteil 2: Interviewleitfaden des Schülerinterviews

Themenbereich	Stichwörter und Fragen (Fortführung)
Konsequenzen für die Vernetzung von Schule und Universität (Fortführung)	<ul style="list-style-type: none"><li>• Bewertung der Zusammenarbeit:<ul style="list-style-type: none"><li>– Arbeitsklima</li><li>– Möglichkeit Fragen und Probleme aus der eigenen Praxis mitzubringen</li><li>– Möglichkeit neue Ideen und Impulse zu bekommen</li><li>– Möglichkeit zum Erfahrungsaustausch</li><li>– Möglichkeit gemeinsame Lösungen zu erarbeiten/ Ansätze weiterzuentwickeln</li><li>– Möglichkeit Stärkung zu erfahren</li></ul></li><li>• Du hattest anfangs die Angst, nicht zu wissen was in der AG auf dich zukommt. Fühlst du dich nun bereit, die Form des Lernens allein einzusetzen?</li><li>• Wie hat die veränderte Rollenverteilung in der AG die Arbeit mit den Schülerinnen und Schülern im Mathematikunterricht beeinflusst?</li><li>• Welche Form und welchen Umfang der Verbindung von Schule und Universität scheint für dich optimal?</li></ul>

## 5 Untersuchungsteil 2: Interviewleitfaden des Schülerinterviews

Themenbereich	Stichwörter und Fragen
subjektive Beweggründe	<ul style="list-style-type: none"><li>• Was hat dich dazu bewogen kontinuierlich an der Mathematikarbeitsgemeinschaft teilzunehmen?</li><li>• Wurden deine Erwartungen an die Arbeitsgemeinschaft erfüllt? Warum bzw. Warum nicht?</li><li>• Was hättest du dir anders gewünscht?</li><li>• Was dir besonderen Spaß gemacht?</li><li>• Würdest du die Arbeitsgemeinschaft gerne im nächsten Schuljahr weiter besuchen? (Auch mit anderem Lehrer vorstellbar?)</li><li>• Themenwünsche?</li></ul>
Arbeit im Tandem Schule-Universität	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wie hast du die Arbeit in der Arbeitsgemeinschaft gemeinsam mit einer Lehrerin und einer Vertreterin der Universität empfunden?</li></ul>

## 6 Untersuchungsteil 3: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews

Themenbereich	Stichwörter und Fragen
Einleitung	<ul style="list-style-type: none"><li>• Vorstellung</li><li>• Darlegung der Ziele der Befragung</li><li>• um die Verwendung eines Tonbandes ersuchen</li><li>• Verweis auf die Anonymität der Befragung</li></ul>
Individuelle Erfahrungen und Erwartungen	<ul style="list-style-type: none"><li>• Mit welchen Vorstellungen bist du in die Fortbildung hineingegangen?</li><li>• Wurden deine Erwartungen an die Fortbildung erfüllt?</li><li>• Was hat dir besonders gut gefallen?</li><li>• Gibt es etwas, was dich enttäuscht hat?</li></ul>
Bewertung der Zusammenarbeit	<ul style="list-style-type: none"><li>• Arbeitsklima</li><li>• Möglichkeit neue Ideen und Impulse zu bekommen</li><li>• Möglichkeit zum Erfahrungsaustausch</li><li>• Möglichkeit Fragen und Probleme aus der eigenen Praxis mitzubringen</li><li>• Möglichkeit gemeinsame Lösungen zu erarbeiten/ Ansätze weiterzuentwickeln</li><li>• Möglichkeit Stärkung zu erfahren</li><li>• Wie bewertest du die Teilnehmeranzahl?</li><li>• Wie schätzt du das Verhältnis von Ertrag und Aufwand ein?</li><li>• Wie empfindest du die zeitliche Belastung?</li></ul>

### *Untersuchungsteil 3: Interviewleitfaden des Lehrerinterviews*

<b>Themenbereich</b>	<b>Stichwörter und Fragen (Fortführung)</b>
Theoretische Reflexion	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wie bewertest du das fachliche Niveau in der Lehr-Lern-Gemeinschaft Schule-Universität?</li><li>• Welche Merkmale der Fortbildung hast du als besonders positiv empfunden?</li><li>• Hältst du diese Art der Zusammenarbeit von Schule und Universität für ein geeignetes Instrument um Schulentwicklungsprozesse voranzutreiben?</li><li>• Wünschst du dir eine Fortführung der Zusammenarbeit?</li><li>• Könntest du dir dieses Format für andere Thematiken vorstellen?</li><li>• Könntest du dir vorstellen dieses Format zu verstetigen?</li></ul>
Individuelles Fazit	<ul style="list-style-type: none"><li>• Wie zufrieden bist du mit dem Ergebnis unserer Gruppe?</li><li>• Hast du Erfahrungen gemacht, die dein zukünftiges Arbeiten beeinflussen?</li><li>• Wie schätzt du den Mehrwert, der für dich persönlich durch die gemeinsame Arbeit entstanden ist, ein?</li><li>• Welche Schwierigkeiten hast du während der gemeinsamen Arbeit erfahren?</li><li>• Das „Netzwerken“ besteht in den Grundzügen aus Geben und Nehmen. Hast du den Eindruck mehr gegeben, mehr genommen oder gleichermaßen genommen und gegeben zu haben?</li><li>• Hast du Anregungen/Wünsche für eine weitere Zusammenarbeit?</li></ul>

# Über die Autorin

## 1 Lebenslauf

### Allgemeine Angaben

Name: Jenny Charon  
Geburtsdatum/-ort: 05.04.1986 in Rathenow  
Familienstand: verheiratet  
Nationalität: deutsch

### Schulbildung

1997 – 2005 „Friedrich-Ludwig-Jahn-Gymnasium“, Rathenow  
2005 Abschluss: Allgemeine Hochschulreife

### Universitäre Ausbildung an der Universität Halle-Wittenberg

2005 – 2006 Lehramt für Mathematik und Musik an Sekundarschulen  
2006 – 2011 Lehramt für Mathematik und Musik an Gymnasien  
2011 Abschluss: 1. Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien  
2011 – 2016 Promotionsstudium Mathematik

## Tätigkeiten an der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg

- 04/2012 – 09/2012 Lehrauftrag am Institut für Schulpädagogik und Grundschuldidaktik
- 12/2012 – 11/2016 wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Mathematik (Arbeitsgruppe: Didaktik der Mathematik)
- 10/2015 – 08/2017 Lehrkraft für besondere Aufgaben am Institut für Mathematik

## 2 Publikationen

- [Kurow 2014a] KUROW, J.: Mathematik und Musik: Schülerinnen und Schüler entdecken das Monochord - zur Vernetzung von Schule und Universität. In: ROTH, J. & AMES, J. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*. Münster: WTM-Verlag, S. 679–682.
- [Kurow 2014b] KUROW, J.; RICHTER, K. & SCHÖNEBURG, S.: Streng geheim? Die Kunst des Ver- und Entschlüsselns. In: *RAAbits Mathematik*. 80. Ergänzungslieferung. Raabe-Verlag, September 2014.
- [Kurow 2014c] RICHTER, K.; MALITTE, E.; SOMMER, R.; KRAUSE, N. M. & KUROW, J.: *200 Jahre im Flügelschlag: Mathematik zur Novaliszeit*. Halle: Math. Institut.
- [Kurow 2015a] RICHTER, K.; MALITTE, E.; SOMMER, R. & KUROW, J.: *Ausstellungskatalog zur Experimente-Werkstatt Mathematik. Mitmach-Ausstellung: Erkunden, Erproben, Erleben*. Halle: Math. Institut.
- [Kurow 2015b] KUROW, J.: Mathematik und Musik: Mathematik konkret im Tandem Schule - Hochschule. In: CALUORI, F.; LINNEWEBER-LAMMERSKITTEN, H. & STREIT, C. (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2015*. Münster: WTM-Verlag, S. 532–535.

- [Kurow 2016a] KROHN, T.; KUROW, J. & RICHTER, K.: Lernspiele zu Eigenschaften von  $n$ -Ecken. In: *RAAbits Mathematik*. 89. Ergänzungslieferung. Raabe-Verlag. Dezember 2016.
- [Kurow 2016b] KUROW, J. & RICHTER, K.: How to find a math problem? Children discover wonders of mathematics in their own interactive math exhibition. In: FRITZLAR, T.; ASSMUS, D.; BRÄUNING, K.; KUZLE, A. & ROTT, B. (Hrsg.): *Problem Solving in Mathematics Education*. Münster: WTM-Verlag. *Ars Inveniendi et Dejudicandi* 6, S. 193–200.
- [Kurow 2016c] KUROW, J.: Vernetzung von Schule und Hochschule: Lehrkräfte und Lehrende gestalten gemeinsam Lernumgebungen für forschend-entdeckendes Lernen zur Mathematik. In: LÄHNEMANN, C.; LEUTHOLD-WERGIN, A.; HAGELGANS, H. & RITSCHER, L. (Hrsg.): *Professionelle Kooperation in und mit der Schule. Erkenntnisse aus der Praxisforschung. Tagungsband der 20. Jahrestagung Nordverbund Schulbegleitforschung*. Münster: Verlagshaus Monsenstein und Vannerdat OHG, S. 199–216.
- [Kurow 2016d] KUROW, J.: Von- und miteinander lernen: Vernetzungsmöglichkeiten von Schule und Hochschule im Bereich Mathematik. In: INSTITUT FÜR MATHEMATIK UND INFORMATIK DER PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE HEIDELBERG (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016*. Münster: WTM-Verlag, S. 605–608.
- [Kurow 2016e] KUROW, J.: Das Monochord – ein Versuchsinstrument gestern und heute. In: KROHN, T. & SCHÖNEBURG, S. (Hrsg.): *Mathematik von einst für jetzt*. Hildesheim: Franzbecker Verlag, S. 157–168.
- [Kurow 2017a] KUROW, J. & RICHTER, K.: Mathematik mit allen Sinnen - offen differenzierende Experimente als Konzept in der Lehrerbildung. In: LEUDERS, J.; LEUDERS, T.; PREDIGER, S. & RUWISCH, S. (Hrsg.): *Mit Heterogenität im Mathematikunterricht umgehen lernen. Konzepte und Perspektiven für eine zentrale Anforderung an die Lehrerbildung*. Wiesbaden: Springer-Spektrum, in Vorbereitung, angekündigt für August 2017, S. 167–176.

[Kurow 2017b] KUROW, J. & RICHTER, K.: Zu Denkprozessen von Schülerinnen und Schülern bei mathematischen Problemlöseaufgaben: offene Lernsituationen am außerschulischen Lernort Mathematik. In: INSTITUT FÜR MATHEMATIK DER UNIVERSITÄT POTSDAM (Hrsg.): *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017*. Münster: WTM-Verlag, in Vorbereitung, angekündigt für 2017, [4 S.].

# Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre an Eides statt, dass ich die Arbeit „*Vernetzung von Schule und Hochschule im Bereich der Mathematik mit dem Schwerpunkt der Förderung von mathematisch interessierten Schülerinnen und Schülern: Aktueller Stand und Impulse*“ ohne fremde Hilfe verfasst, keine anderen als die von mir angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und die den benutzten Werken wörtlich oder inhaltlich entnommenen Stellen als solche kenntlich gemacht habe.

---

Ort, Datum

Unterschrift