

## Wissensrepräsentation – Gegenstände und Begriffe

Bedingungen des Antinomieproblems bei Frege  
und Chancen des Begriffssystems bei Lambert

### Dissertation

zur Erlangung des  
Doktorgrades der Philosophie (Dr. phil.)

vorgelegt

der Philosophischen Fakultät  
der Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg,  
Fachbereich Geschichte, Philosophie und Sozialwissenschaften

von

**Pier Bierbach**

geb. am 6. Januar 1965 in Zeitz

Gutachterinnen/Gutachter:

Prof. Dr. Matthias Kaufmann  
Prof. Dr. Günter Schenk  
Prof. Dr. Lothar Kreiser

Tag der Verteidigung: 11.07.2001



# Inhaltsverzeichnis

## I Zur Motivation und Zielstellung der Dissertation

|       |   |    |
|-------|---|----|
| 1.1   | Zur Motivation: Repräsentation von Begriffen und Gegenständen .....           | 5  |
| 1.1.1 | Aktuelle Entwicklungen der Wissensrepräsentation.....                         | 5  |
| 1.1.2 | Repräsentationen von Gedanken, Begriffen und Gegenständen.....                | 8  |
| 1.1.3 | Begriffe und Gegenstände – Möglichkeiten der Reduktion.....                   | 11 |
| 1.2   | Zielstellung: Möglichkeiten und Probleme der Repräsentation.....              | 15 |
| 1.2.1 | Zwei herausragende Beispiele für Theorien über Begriffe und Gegenstände ..... | 15 |
| 1.2.2 | Warum gerade Frege und Lambert? .....   | 15 |
| 1.2.3 | Freges Ansatz selbst untersuchen statt nur darüber diskutieren .....          | 17 |
| 1.2.4 | Bedingungen der Russellschen Antinomie .....                                  | 18 |
| 1.2.5 | Lambert: Begriffslogik – Mengentheoretische Rekonstruktion .....              | 20 |
| 1.2.6 | Besonderheit der vorgelegten Resultate gegenüber vorhandener Literatur .....  | 20 |
| 1.3   | Kurze technische Hinweise .....   | 22 |

## 2 Frege: Begriffe, Gegenstände und Russellsche Antinomie

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 2.1   | Vermeidungsstrategien und philosophische Voraussetzungen.....                  | 23 |
| 2.2   | Herleitung der Antinomie.....  | 26 |
| 2.2.1 | Formale Rekonstruktion der Herleitung der Antinomie.....                       | 26 |
| 2.2.2 | Herleitbarkeit der Antinomie ohne Wertverläufe.....                            | 29 |
| 2.2.3 | Formale Herleitung der Antinomie ohne Wertverläufe.....                        | 34 |
| 2.3   | Exkurs: Beispiele für Strategien zur Vermeidung der Antinomie.....             | 35 |
| 2.3.1 | Vorbemerkungen zur Untersuchung ausgewählter Vermeidungsstrategien .....       | 36 |
| 2.3.2 | Thiel: Konstruktive Regeln für die rechtmäßige Bildung von Ausdrücken .....    | 37 |
| 2.3.3 | Russell: Verbot widersprüchlicher Begriffe .....                               | 42 |
| 2.3.4 | Frege: Wertverläufe als uneigentliche Gegenstände .....                        | 45 |
| 2.3.5 | Whitehead/Russell: Typenstufung.....   | 46 |
| 2.4   | Freges philosophische Voraussetzungen – Was sind Klassen? .....                | 47 |
| 2.4.1 | Klassen als Ganze, Einzelne oder Kollektionen .....                            | 48 |
| 2.4.2 | Freges Interpretation: Klassen als Einzelne .....                              | 50 |
| 2.4.3 | Russells Interpretation: Klassen als Kollektionen – Aggregate und Systeme..... | 51 |
| 2.5   | Klassen und die (un)möglichen Auswege aus der Antinomie .....                  | 53 |
| 2.5.1 | Exkurs: Das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch in GGA .....               | 54 |
| 2.5.2 | Klassen als Gegenstände – Existenz und Widerspruchsfreiheit.....               | 58 |
| 2.5.3 | Klassen als uneigentliche Gegenstände – Begriffe als Voraussetzung .....       | 59 |
| 2.5.4 | Klassennamen als Scheineigennamen .....  | 63 |

|          |  |     |
|----------|--|-----|
| 2.6      | Begriffe – Aussagen, ontologische Basis und prädikative Natur.....               | 66  |
| 2.6.1    | Aussagen über Begriffe.....  | 67  |
| 2.6.2    | Die prädikative Natur der Begriffe und die Zerlegung eines Ganzen.....           | 70  |
| 2.6.3    | Analogie: Teil und Ganzes – Die ontologische Basis der Fregeschen Logik.....     | 72  |
| 2.6.4    | Gleicher Status von Etwas und Verbindung – Monismus.....                         | 74  |
| 2.6.5    | Anwendung der Analogie – Erklärung der prädikativen Natur der Begriffe.....      | 77  |
| 2.7      | Kontextabhängigkeit und Zusammensetzbarkeit der Bedeutung?.....                  | 80  |
| 2.7.1    | Haben Ausdrücke eine selbständige Bedeutung? – Das Kontextprinzip.....           | 81  |
| 2.7.2    | Zusammensetzung der Bedeutung als Abbildung von/auf Bedeutungen.....             | 84  |
| 2.8      | Stellvertreter – Freges erkenntnistheoretische Voraussetzungen.....              | 87  |
| 2.8.1    | Zeichen als Stellvertreter für Unsinnliches – Vermittlung von Vorstellungen..... | 88  |
| 2.8.2    | Zeichen als Stellvertreter für Begriffe und Gegenstände.....                     | 92  |
| 2.8.3    | Wörter als Zeichen – Das Kontextprinzip aus erkenntnistheoretischer Sicht.....   | 95  |
| 2.8.4    | Begriffe und Gegenstände in GLA.....   | 99  |
| 2.8.5    | Unterschied und Zusammenhang von Begriffen und Gegenständen.....                 | 102 |
| 2.8.6    | Begriffsumfänge als Stellvertreter für Begriffe.....                             | 103 |
| 2.9      | GLA: Anzahl – Definition durch Abstraktion – Substantialisierung.....            | 106 |
| 2.9.1    | Zahlwörter als Stellvertreter – Wiedererkennbarkeit von Zahlen.....              | 107 |
| 2.9.2    | Schema eines Wiedererkennungsurteils und Abstraktion.....                        | 109 |
| 2.9.3    | Beurteilbare Inhalte und Gleichungen – Definition durch Abstraktion.....         | 110 |
| 2.9.4    | Parallelität von Geraden als Beispiel für eine Definition durch Abstraktion..... | 112 |
| 2.9.5    | Anzahl als Begriffsumfang – Die Substantialisierung der Begriffsumfänge.....     | 115 |
| 2.9.6    | Der Anzahlbegriff – Vollständige Zerlegung auf dem Bereich der Begriffe.....     | 117 |
| 2.9.7    | Existenz und Eindeutigkeit – Bestimmung von Gegenständen.....                    | 119 |
| 2.10     | Resultat der Untersuchung.....   | 122 |
| 2.10.1   | Zuordnung von Begriff und Begriffsumfang als Ursache der Antinomie.....          | 122 |
| 2.10.2   | Mögliche Konsequenzen des Verzichts auf gewisse Voraussetzungen Freges.....      | 124 |
| <b>3</b> | <b>Lambert: Erweiterbares System von Begriffsmengen</b>                          |     |
| 3.1      | Vorliegende Literatur zu Lambert.....  | 130 |
| 3.1.1    | Tradiertere Vorurteile gegenüber der Logik des 18. Jahrhunderts.....             | 130 |
| 3.1.2    | Wilhelm Risses Standardwerk „Die Logik der Neuzeit“.....                         | 131 |
| 3.1.3    | Gereon Wolters’ „Basis und Deduktion“.....                                       | 133 |
| 3.1.4    | Weitere Literatur.....   | 135 |
| 3.2      | Zum Verfahren bei der Bestimmung Lambertscher Termini.....                       | 136 |
| 3.3      | Interpretation der von Lambert verwendeten Termini.....                          | 137 |
| 3.3.1    | Sachen als Gegenstände, Merkmale als Eigenschaften von Sachen.....               | 137 |
| 3.3.2    | Vorstellungen als Repräsentanten von Merkmalen in Modellen.....                  | 138 |
| 3.3.3    | Direkte und indirekte Repräsentationen – Die Erweiterbarkeit des Systems.....    | 139 |
| 3.4      | Voraussetzungen einer mengentheoretische Rekonstruktion.....                     | 141 |
| 3.4.1    | Eindeutigkeit der Repräsentation – Mengen von Merkmalen und Begriffen.....       | 141 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 3.4.2  | Begriffe als Ganzes und als Mengen von Merkmalsrepräsentanten.....             | 142 |
| 3.4.3  | Verfeinerte Begriffsbestimmung – Mengestufung – erweiterbares System.....      | 143 |
| 3.4.4  | Verhältnisse zwischen Sachen als Merkmale und ihre Repräsentation.....         | 144 |
| 3.5    | Mengentheoretische Darstellung der Begriffszusammenhänge .....                 | 145 |
| 3.5.1  | Begriffe als Mengen von Begriffen.....   | 145 |
| 3.5.2  | Ideale und praktische Mengen der Repräsentanten von Merkmalen.....             | 146 |
| 3.5.3  | Eindeutigkeit der Eigenschaften einer Sache und ihrer Repräsentation .....     | 147 |
| 3.6    | Ontologische Grundlage für mengentheoretische Rekonstruktion .....             | 148 |
| 3.6.1  | Lamberts ontologische Grundannahmen .....                                      | 148 |
| 3.6.2  | Abstrakta sind als nicht vollständig bestimmte Sachen auch Gegenstände .....   | 149 |
| 3.6.3  | Abstrakta als Gegenstände und selbständige Existenz.....                       | 150 |
| 3.6.4  | Lamberts Ontologie – Gegenstände, Sachen, Eigenschaften und Abstrakta .....    | 152 |
| 3.7    | Folgerungen aus der ontologischen Bestimmung.....                              | 153 |
| 3.7.1  | Unvollständig bestimmte Sachen und abstrakte Sachen .....                      | 153 |
| 3.7.2  | Modelle abstrakter Sachen – Möglichkeit von Eigenschaften .....                | 154 |
| 3.7.3  | Unbestimmte Eigenschaften – Eigenschaft im erweiterten Sinne .....             | 155 |
| 3.8    | Verallgemeinerung: Begriffliche Modellierung einer Sache .....                 | 156 |
| 3.8.1  | Rückschluß von Begriffen auf Sachen .....                                      | 156 |
| 3.8.2  | Direkte, vollständige und allgemein vollständige Modelle .....                 | 156 |
| 3.8.3  | Die Mengen der eigenen und gemeinsame Merkmale eines Begriffs .....            | 158 |
| 3.8.4  | Der ontologische Status abstrakter Sachen .....                                | 159 |
| 3.9    | Begriffliche Modellierung unvollständig bestimmter Sachen.....                 | 160 |
| 3.9.1  | Modelle für unvollständig bestimmte Sachen .....                               | 160 |
| 3.9.2  | Abstrakte Eigenschaften.....   | 161 |
| 3.9.3  | Mengentheoretische Rekonstruktion abstrakter Modelle .....                     | 162 |
| 3.9.4  | Hauptbegriffe als abstrakte Modelle.....                                       | 163 |
| 3.10   | Modelle und ihr Bezug zu wissenschaftlichen Theorien .....                     | 164 |
| 3.10.1 | Hauptbegriffe und die Zwecke wissenschaftlicher Theorien .....                 | 164 |
| 3.10.2 | Adäquate Modelle – Bezug von Sachen und wissenschaftlichen Theorien.....       | 165 |
| 3.10.3 | Ähnlichkeit als Übereinstimmung von Modellen.....                              | 166 |
| 3.10.4 | Weitere Funktionen der Ähnlichkeit.....  | 166 |
| 3.11   | Besonderheiten des Lambertschen Systems .....                                  | 167 |
| 3.11.1 | Möglichkeiten der Begriffsbildung, äußere Merkmale, niedrigste Gattung .....   | 167 |
| 3.11.2 | Erklärungen – Abhängigkeiten von der Sprache.....                              | 169 |
| 3.11.3 | Äußere Merkmale und Verhältnisbegriffe – reale und ideale Verhältnisse.....    | 170 |
| 3.11.4 | Mengentheoretische Bestimmung der Verhältnisbegriffe.....                      | 171 |
| 3.12   | Abschließende Bestimmung der Begriffe.....                                     | 172 |
| 3.12.1 | Vollständige Erfassung ontologischer Fakten durch abgeschlossene Modelle ..... | 172 |
| 3.12.2 | Bestimmung von Eigenschaften – wesentliche Merkmale .....                      | 173 |
| 3.13   | Ontologie und Erkenntnistheorie – Die Grundlagen des Systems .....             | 174 |
| 3.13.1 | Zu erhaltende Besonderheiten beim Übergang zu Begriffen.....                   | 174 |
| 3.13.2 | Verhältnisse von Sachen hinsichtlich ihrer Merkmale.....                       | 175 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 3.13.3 | Artbestimmung durch Ausschluß gleichartiger Eigenschaften .....                | 176 |
| 3.13.4 | Mögliche Gesamtheiten von Eigenschaften.....                                   | 177 |
| 3.13.5 | Eigenschaften zweiter Stufe – mögliche Eigenschaften an einer Sache .....      | 178 |
| 3.13.6 | Verschiedene Gesamtheiten wesentlicher Merkmale derselben Sache .....          | 179 |
| 3.14   | Verallgemeinerte Schlußfolgerungen aus der Rekonstruktion.....                 | 180 |
| 3.14.1 | Prinzipieller Aufbau: Singuläre Begriffe vertreten genau eine Eigenschaft..... | 180 |
| 3.14.2 | Ergebnis der Untersuchungen: Skizze für ein System von Repräsentanten.....     | 182 |

#### **4 Anlage: Zwei Anmerkungen zu Lambert**

|        |   |     |
|--------|---|-----|
| 4.1    | Wahres als Gegenstand und Ziel des „Neuen Organons“.....  | 187 |
| 4.1.1  | Lamberts Problemstellung im Neuen Organon .....           | 187 |
| 4.1.2  | Die Eigenschaften und die Bestimmungen des Wahren.....    | 189 |
| 4.1.3  | Wahres ist einförmig und unveränderlich.....              | 189 |
| 4.1.4  | Einfache Begriffe.....                                    | 190 |
| 4.1.5  | Wissenschaftliche Zeichen .....                           | 190 |
| 4.1.6  | Unveränderlichkeit und Allgemeinheit, Einfachheit.....    | 191 |
| 4.1.7  | „Ausmessen von Begriffen“ .....                           | 192 |
| 4.1.8  | Bestimmungen des Wahren .....                             | 192 |
| 4.1.9  | Das Wahrheitskriterium – Unmöglichkeit als Grundlage..... | 193 |
| 4.1.10 | Folgerungen aus dem Wahrheitskriterium .....              | 194 |
| 4.2    | Lamberts Vorarbeiten in den „Sechs Versuchen“ .....       | 195 |
| 4.2.1  | Überblick über die SV.....                                | 195 |
| 4.2.2  | Zum I. Versuch.....                                       | 196 |
| 4.2.3  | Zum II. Versuch.....                                      | 198 |
| 4.2.4  | Zum III. Versuch.....                                     | 199 |
| 4.2.5  | Zum IV. Versuch .....                                     | 202 |
| 4.2.6  | Zu den Anmerkungen und Zusätzen zum IV. Versuch.....      | 203 |
| 4.2.7  | Zum V. Versuch .....                                      | 204 |
| 4.2.8  | Zum VI. Versuch.....                                      | 205 |
| 4.2.9  | Anmerkungen .....   | 206 |

#### **5 Literaturverzeichnis**

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 5.1   | Primärliteratur.....   | 207 |
| 5.1.1 | Gottlob Frege.....   | 207 |
| 5.1.2 | Johann Heinrich Lambert.....                                     | 207 |
| 5.2   | Sekundärliteratur .....  | 208 |
| 5.2.1 | Für die Dissertation verwendete Sekundärliteratur .....          | 208 |
| 5.2.2 | Ausgewählte Literatursammlungen zu Gottlob Frege .....           | 212 |
| 5.2.3 | Ausgewählte Literatursammlungen zu Johann Heinrich Lambert ..... | 212 |

# **I Zur Motivation und Zielstellung der Dissertation**

## **I.1 Zur Motivation: Repräsentation von Begriffen und Gegenständen**

### *I.1.1 Aktuelle Entwicklungen der Wissensrepräsentation*

„Man wird wohl nicht leugnen können, daß die Menschheit einen gemeinsamen Schatz von Gedanken hat, den sie von einem Geschlechte auf das andere überträgt.“ [SB, 29]

Frege setzt in „Über Sinn und Bedeutung“ mit dem gemeinsamen Schatz von Gedanken etwas voraus, das nur als Ideal verstanden werden kann. Die menschliche Entwicklung ist eine Geschichte der Annäherung an dieses Ideal eines der gesamten Menschheit gemeinsamen Schatzes von Gedanken.

In grauer Vorzeit, vor der Erfindung der Schrift, wurden angehäuften Gedanken nur mündlich bewahrt und überliefert – sie lebten nur so lange, wie es Menschen gab, die diese Gedanken einander mündlich übergaben, und der Zugang zu den Gedanken war durch die Notwendigkeit des direkten Kontakts der Menschen bestimmt. Mit der Erfindung der Schrift wurden die Gedanken von ihrem menschlichen Träger derart emanzipiert, daß sie nicht mehr direkt übergeben werden mußten, sondern auch unabhängig überdauern konnten. Sie wurden weniger flüchtig, wodurch ihre Verbreitung leichter wurde. Doch lebendig wurden sie trotzdem nur dadurch wieder, daß das Geschriebene gelesen werden konnte. Manuskripte hatten dabei immer den Nachteil, daß sie nur wenigen und nur an bestimmten Orten unter bestimmten Bedingungen zugänglich waren.

Erst die Erfindung des Buchdrucks ermöglichte es aufgrund der hohen Stückzahlen, daß die festgehaltenen Gedanken prinzipiell ortsunabhängig zugänglich wurden. Doch diese prinzipielle Unabhängigkeit des Zugangs war real durch die begrenzte Auflage eines Buchs ebenso eingeschränkt wie durch die nicht jedem unbegrenzt zur Verfügung stehenden Mittel zum Erwerb von Büchern. Es fehlte die Möglichkeit, überall auf jedes Buch zuzugreifen. Dieses Manko wäre nicht durch die Extensivierung der Buchproduktion zu beheben gewesen – außer an der mangelnden Produktionskapazität wäre das nämlich schon wegen simpler Platzprobleme gescheitert. Das Ziel einer das Menschheitswissen umfassenden Enzyklopädie blieb gleichwohl über Jahrhunderte hinweg lebendig.

Gegen Ende des 20. Jahrhundert bot sich durch die Entwicklung der Technik hierfür eine andere Lösung an. Statt überall auf die angehäuften Gedanken zugreifen zu können, sollte man nunmehr von überall her auf sie zugreifen können. Realisiert wurde diese Idee seit 1989 durch das auf dem Internet aufsetzende World Wide Web. Doch in der Praxis zeigen sich Probleme.

Zum einen wird nicht alles, was an aufgehäuften Gedanken da ist, auch wahrgenommen – diese Gedanken sind daher zwar prinzipiell, aber nicht wirklich zugänglich. Das Problem gab es schon bei Büchern, doch aufgrund der geringeren Zahl ließ sich das relativ leicht über Rezensionen in Periodika und über wissenschaftliche Korrespondenzkreise lösen, in denen z.B. jeder der Wissenschaftlergemeinschaft Angehörige über Neuerscheinungen informiert wurde. Diese Metainformation über die verfügbaren Gedanken ist schon aus quantitativen Gründen für das WWW nicht mehr nutzbar, ja nicht einmal mehr erzeugbar.<sup>1</sup> Die Lösung besteht dann darin, direkt nach Gedanken suchen zu lassen, die sich auf ein gegebenes Problem beziehen – wodurch natürlich die Frage entsteht, wie Gedanken derart wiedererkennbar zu bestimmen sind, daß man nach ihnen suchen kann.

Zum zweiten sind die aufgehäuften Gedanken wieder sehr flüchtig geworden. Webseiten werden häufig verändert oder ganz vom Netz genommen, so daß die durch Bücher bereits gesicherte Permanenz der Gedanken wieder verlorengeht. Außerdem gelangt man nicht so einfach von jeder Webseite zu jeder anderen, da nicht jede Webseite von jeder Webseite aus erreichbar ist.<sup>2</sup> Die Lösung hierfür besteht darin, Wissen in enzyklopädischen Datenbanken festzuhalten – woraus dann aber die Frage erwächst, wie sich Gedanken in solchen Datenbanken überhaupt repräsentieren lassen. Zudem entsteht hierbei das Problem der

---

<sup>1</sup> Man geht davon aus, daß von allen großen Suchmaschinen insgesamt weniger als die Hälfte aller Webseiten erfaßt sind. „Nach einer in Nature veröffentlichten Untersuchung von Steve Lawrence und Lee Giles vom NEC Research Institute erfassen die 11 populärsten Suchmaschinen zusammen 335 Millionen Seiten. Das sind etwa 42 Prozent der geschätzten Gesamtzahl von 800 Millionen Seiten mit 15 Terabytes, davon 6 Terabytes an Texten.“

[<http://www.heise.de/tp/deutsch/inhalt/te/5059/1.html>]

Belegt wird das unter anderem durch solche Untersuchungen wie die der Stiftung Warentest (8/2000): „Gleichzeitig stellte die Stiftung Warentest auch fest, dass Suchmaschinen immer weniger finden. Dies liege vor allem daran, dass die Anzahl der Seiten immer größer wird, sodass einerseits die Suchmaschinen nicht mehr nachkommen, es aber andererseits bei einer Suche mittlerweile so viele Treffer gibt, dass niemand in der Lage ist, diese auszuwerten.“

[<http://www.heise.de/newsticker/data/axv-27.07.00-003/>]

<sup>2</sup> „Das World Wide Web galt nicht nur als Inbegriff einer dezentralen Struktur, sondern auch aufgrund der Hyperlinks als ein im Prinzip egalitäres und die geographische Entfernung aufhebendes Medium, bei dem jede Seite mit jeder anderen direkt oder nur in wenigen Schritten miteinander verbunden ist. [...] Alles falsch, sagt eine neue Studie, die zeigt, dass das Web eher wie eine Stadt mit einem stark frequentierten Zentrum und bestimmten Vierteln ist.“

[<http://www.heise.de/tp/deutsch/inhalt/te/8142/1.html>]

In der Studie wird u.a. festgestellt: „Wesentliche Teile des Web können überhaupt nicht von (wichtigen) anderen Teilen des Web erreicht werden, und es gibt eine signifikante Zahl von Paaren, die zwar verbunden sind, aber nur wenn man Wege benutzt, die über Hunderte von vermittelnden Pfaden gehen.“

(Die Studie ist unter <http://www.almaden.ibm.com/cs/k53/www9.final/> veröffentlicht.)

Verbindlichkeit der Einträge in eine solche Enzyklopädie – insbesondere, wenn die Enzyklopädie nur verifizierte Einträge enthalten soll. Verbindlichkeit stellt nun m.E. dann ein Problem dar, wenn Gedanken subjektiv gefärbt sein könnten und damit auch potentiell widersprüchlich wären. Unter der philosophischen Voraussetzung hingegen, daß Gedanken (in welcher Form auch immer) objektiv sind – eine Voraussetzung, die sich z.B. bei Frege findet – wird das Problem der Verbindlichkeit in ein Erkenntnisproblem transformiert: das Problem besteht dann darin, die Gedanken zu fassen.<sup>3</sup>

Drittens schließlich fallen Informationen in derartigen quantitativen Dimensionen an, daß die Informationen nicht mehr wie noch im WWW lokal begrenzt gespeichert werden können. Hier besteht die Lösung darin, daß ihre Aufbereitung und Verarbeitung mittels gemeinsam nutzbarer verteilter Datenbanken ermöglicht wird – wodurch schließlich die Frage entsteht, wie bei der verteilten Repräsentation noch der Zusammenhang der Gedanken erfaßt werden kann.<sup>4</sup>

Alle drei aktuellen Entwicklungen zusammen laufen auf die Globalisierung des Zugangs zu manifestierten Gedanken bei nichtlokalisierter Zentralisierung

---

<sup>3</sup> Unlängst wurde Nupedia (<http://www.nupedia.com>), ein Projekt für eine frei zugängliche Enzyklopädie, vorgestellt [siehe hierzu <http://www.fsf.org/encyclopedia/announcement.html>]. „Die Enzyklopädie soll nach Vorstellung ihrer geistigen Eltern auch keiner zentralen Verwaltung unterliegen, um von vornherein das Projekt nicht der Kontrolle der Gesamtheit der Nutzer zu entziehen. Zwar sollen zunächst vornehmlich Akademiker um Beiträge zu der Enzyklopädie gebeten werden, prinzipiell steht sie aber jedem offen, der einen Beitrag leisten will. Auch kontroverse Themen und Meinungen (beispielsweise von der Lehrmeinung über den Holocaust abweichende Theorien) sollen nicht wegen unopportuner Inhalte ausgeschlossen werden können: Das gesamte Projekt soll über das Prinzip der gegenseitigen Expertenbegutachtung funktionieren. Jeder Autor könnte dann auch beispielsweise einen renommierten Kollegen als Unterstützung für seinen Beitrag angeben – denkbar wären dann sicherlich auch Zertifizierungsstellen, die differenzierte Zertifikate für veröffentlichte Artikel ausstellen.“ [http://www.heise.de/newsticker/data/pmo-18.01.01-000] Mittlerweile hat sich mit Wikipedia (<http://www.wikipedia.com>) ein Projekt abgespalten, daß weniger redaktionell eingreift und prinzipiell jedem als Autor offensteht.

<sup>4</sup> Florian Rötzer schreibt in seinem Artikel „Vom World Wide Web zum World Wide Grid“: „DataGrid heißt das Projekt eines neuen, leistungsstarken Netzes, das auch die riesigen Datenmengen bewältigen soll, wie sie bei den Experimenten mit den Teilchenbeschleunigern entstehen. Geschaffen werden soll eine ‚neuartige verteilte Computerumgebung, die besonders für die Analyse und Übermittlung riesiger Datenmengen eingerichtet ist.‘ [...] Den Amerikanern schwebt ein ‚intelligentes‘ Netzwerk vor, das die Ressourcen so verwaltet, dass sie zeitlich an die Benutzer wie einst bei den Mainframe-Rechnern verteilt werden. Insgesamt müsse das Netz so aufgebaut sein, dass weltweit Tausende von Wissenschaftler ihre kombinierten, aber unterschiedlichen Computer, Speicher und Netzwerkkapazitäten als einen einzigen Computer benutzen können.“ [http://www.heise.de/tp/deutsch/inhalt/co/4681/1.html]

(gleichzeitiger Zentralisierung und Verteilung) der festgehaltenen Gedanken selbst hinaus und damit auf die Realisierung des von Frege unterstellten gemeinsamen Schatzes von Gedanken in Form verteilt gespeicherter Daten in vernetzten Computern. Prinzipiell besteht damit die Möglichkeit, daß die in einer solchen universalen Enzyklopädie festgehaltenen Gedanken jedes einzelnen Menschen jedem einzelnen Menschen direkt zugänglich sind.

Doch im Zusammenhang mit dieser prinzipiellen Möglichkeit stellt sich nun die praktische Frage nach der wiedererkennbaren Repräsentation der Gedanken und ihrer Zusammenhänge in einer solchen universalen Enzyklopädie. Man könnte vielleicht sogar sagen, daß die technischen Möglichkeiten nunmehr den Blick auf die grundsätzlichen Probleme lenken, denen sich eine derartige Enzyklopädie gegenüberstellt. Geht man nämlich mit Frege von einem „Schatz von Gedanken“ aus, so hat man eine erhebliche Generalisierung unterstellt. Weder dürfen diese Gedanken abhängig von der zu ihrem Ausdruck verwendeten Sprache sein noch von der gewählten Darstellungsweise noch von ihrer technischen Repräsentation.<sup>5</sup> Zusammenfassend könnte man hier von der Forderung nach Adäquatheit sprechen. Auch hierbei handelt es sich nicht um ein wirklich neues Problem. Meines Erachtens beruht Kommunikation überhaupt auf der Möglichkeit, den anderen zu verstehen, sich also mit ihm gemeinsam auf etwas zu beziehen. Dabei ist bereits eine Verobjektivierung von Gedanken erforderlich, wie dann in viel größerem Maße in den Wissenschaften, wo die Verobjektivierung bis zum Konsens aller an der wissenschaftlichen Gemeinschaft Beteiligten über bestimmte Sachverhalte gehen muß.

### *1.1.2 Repräsentationen von Gedanken, Begriffen und Gegenständen*

Wenn unter Objektivität von Gedanken im weitesten Sinne nur verstanden werden soll, daß sie von allen Beteiligten erfaßt werden können, dann scheint es unproblematisch zu sein, diese als objektive, d.h. hier nichtsubjektive, wenn auch zugleich nicht sinnlich wahrnehmbare (also weder psychische noch physische)

---

<sup>5</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Ich meine mit der Forderung nach Unabhängigkeit von der verwendeten Sprache gerade nicht die Unabhängigkeit von Sprache überhaupt, sondern die Beliebigkeit der verwendeten Sprache. – Frege scheint etwas ähnliches zu meinen, wenn er in „Logik in der Mathematik“ (1914) den Zusammenhang zwischen „Gedanke“ und „Satz“ wie folgt erläutert: „Wir können einen Satz in eine andere Sprache übersetzen. Der Satz in der anderen Sprache ist verschieden von dem ursprünglichen; denn er besteht aus verschiedenen und anders zusammengesetzten Bestandteilen (Lauten); aber, wenn die Übersetzung richtig ist, drückt er denselben Sinn aus. [...] Der Satz hat einen Wert für uns durch den Sinn, den wir in ihm erfassen, und den wir als denselben wiedererkennen auch in der Übersetzung. Diesen Sinn nenne ich Gedanken.“ [NS, 222]

Gegenstände aufzufassen.<sup>6</sup> Jeder Gedanke (also jeder solche objektive Gegenstand) kann dann durch genau einen elektronischen Wert repräsentiert werden – wobei zunächst völlig unspezifiziert bleiben soll, was hier genau ein elektronischer Wert ist und wie dessen Realisierung aussehen kann. In der Praxis können elektronische Werte durchaus nicht nur die klassischen Zustände von vorhandenem oder nicht vorhandenem Spannungspotential sein, sondern sind ebenso als Qubits von Quantencomputern<sup>7</sup> wie als Zustände neuronaler Netze vorstellbar. Demnach scheint es zunächst kein Problem bei der Speicherung der Gedanken in der universalen Enzyklopädie zu geben.

Allerdings sind die Gedanken nicht voneinander unabhängig, sondern weisen gewisse Gemeinsamkeiten und Zusammenhänge auf. Nicht nur, daß verschiedene Gedanken in Bezug auf denselben komplexen Sachverhalt möglich sind. Verschiedene Gedanken können sich z.B. auch bei unterschiedlichen Sachverhalten auf dieselben Gegenstände beziehen. Solche Gemeinsamkeiten von Gedanken bilden unter anderem die Grundlage für Abstraktionen und damit auch für die Bildung von Begriffen.<sup>8</sup> Zugleich bestehen Zusammenhänge zwischen den Gedanken. So tauchen z.B. dieselben Begriffe in unterschiedlichen Gedanken wieder auf. Um also diese Gemeinsamkeiten und Zusammenhänge von Gedanken ebenfalls in der universalen Enzyklopädie festzuhalten, müssen unter anderem sowohl Begriffe als auch Gegenstände repräsentiert werden. Zunächst scheint es sinnvoll, Begriffe und Gegenstände dann ebenfalls durch elektronische Werte zu repräsentieren. Doch auch zwischen Begriffen und Gegenständen

---

<sup>6</sup> Die hierfür von Frege gelieferte Metapher ist die der Objektivität des reellen Bilds im Fernrohr. „Das Bild im Fernrohr ist zwar nur einseitig; es ist abhängig vom Standorte; aber es ist doch objektiv, insofern es mehreren Beobachtern dienen kann.“ [SB, 30] – Wenn hier Freges Redeweise von „Gedanken“, „Gegenständen“, „Begriffen“ etc. aufgegriffen wird, dann einmal wegen der fundamentalen Rolle Freges für die gesamte analytische Philosophie, zum anderen aus der – allerdings nicht eigens bewiesenen – Überzeugung heraus, daß sich ähnliche, parallele oder auch komplementäre Probleme der Übersetzung etc. stellen, wenn man als Ausgangspunkt etwa einzelne Satzäußerungen wählt.

<sup>7</sup> „Wird in RAM-Bausteinen die Information auf Kondensatoren gespeichert – ein ungeladener Kondensator repräsentiert eine Null, ein geladener eine Eins –, so speichern Quantencomputer die Information im Elektronenspin, mit Photonen oder Atomen. [...] In konventionellen Computern operieren nichtlineare Schaltelemente wie etwa Transistoren mit den Bits der Speicherzellen, um komplizierte Algorithmen aus den logischen Grundoperationen wie AND, NOT oder COPY aufzubauen. Das können Quantencomputer auch; sie bieten darüber hinaus aber auch die Möglichkeit, logische Operationen mit Systemzuständen (Qubits) durchzuführen, die eine Überlagerung von Null und Eins darstellen.“ [Richard Sietmann, „Kleine Sprünge, große Wirkung“; in: c't 25/2000, S. 131, Hannover: Heise 2000]

<sup>8</sup> Vgl. hierzu Freges noch recht einfache Erläuterung der Begriffsbildung in WBB: „Indem wir nämlich verschiedenen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen gemeinsame, den Begriff.“ [WBB, 49]

könnte es Zusammenhänge geben, die dann wiederum repräsentiert werden müßten...

Hierbei stellt sich unmittelbar die Frage nach der Objektivität von Begriffen und Gegenständen ebenso wie nach dem Verhältnis, in dem Begriffe und Gegenstände zueinander stehen. Alles, was objektiv ist, sollte sich problemlos repräsentieren lassen. Allerdings ist diese Frage nicht so leicht zu beantworten – wie jedem geläufig ist, der sich auch nur etwas mit den möglichen philosophischen Positionen zu diesem Thema auseinandergesetzt hat. Solange es allerdings nur um die Repräsentation einzelner Gegenstände geht, nicht aber um die Repräsentation von Begriffen oder von Zusammenhängen, scheint alles unproblematisch zu sein.

Doch auch hier täuscht der Schein! Wie repräsentiert man denn einen unendlichen Dezimalbruch? Mittels Ziffern jedenfalls nicht. Und es gibt nicht nur  $\pi$  und  $e$ , die durch ihre Funktion innerhalb unseres mathematisch-naturwissenschaftlichen Weltbilds beschreibbar und derart durch mehrere Gedanken repräsentierbar sind. Was ist mit all den irrationalen Zahlen, die in diesem wissenschaftlichen Weltbild keine eigenständige Funktion besitzen? Als Grenzwerte von Folgen sind sie nicht in endlich vielen Schritten berechenbar. Zwar lassen sich irrationale Zahlen prinzipiell als Grenzwert einer bestimmten unendlichen Folge resp. einer Intervallschachtelung bestimmen – statt also den Wert zu berechnen, wird dabei die Rechenvorschrift selbst als Repräsentant der irrationalen Zahl verwendet. Doch bedarf es dabei immer noch eines Kriteriums für die Gültigkeit solcher Repräsentationen, weil bekanntlich nicht jede unendliche Folge konvergiert. Wäre es daher allgemein zulässig, durch Angabe einer Rechenvorschrift für eine unendliche Folge einen Gegenstand (hier eine irrationale Zahl) mittelbar zu repräsentieren, der unmittelbar durch den Grenzwert dieser Folge repräsentiert werden soll, d.h. wären solche vermittelten Repräsentationen oder Stellvertreterrepräsentationen zulässig, dann wären somit Repräsentationen eingeführt, die in bestimmten Fällen (nämlich bei Divergenz der Folge) nicht erfüllbar wären. Ich verschiebe an dieser Stelle die Frage, ob nicht erfüllbare Repräsentationen in der universalen Enzyklopädie zulässig sein könnten.

Nun wäre eine radikale Lösung denkbar: Man repräsentiert in der universalen Enzyklopädie nur das, was sich in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Theorie beschreiben läßt, also z.B. nur solche Zahlen, die durch ihre jeweilige Rolle innerhalb der Theorie beschreibbar sind bzw. von denen die Folgen bekannt sind, deren Grenzwerte sie sind. Diese pragmatische Lösung scheint zunächst gar nicht so abwegig, wenn die universale Enzyklopädie einfach nur solche Gedanken erfassen und auflisten soll, die Menschen irgendwann tatsächlich gefaßt haben. Doch bei dieser idealen vollständigen Erfassung der real gefaßten Gedanken ergibt sich ein ganz konkretes Problem: Hierbei würden Gedanken einfach nur aufgelistet und indiziert. Für den Vergleich zweier Gedanken erhielte

man demzufolge aus der Enzyklopädie nur die Information, daß diese entweder identisch oder verschieden sein könnten. Somit wären Gemeinsamkeiten und Zusammenhänge von Gedanken in dieser universalen Enzyklopädie nicht repräsentierbar, es sei denn wiederum als separat aufgelistete Gedanken über diese Gemeinsamkeiten und Zusammenhänge, deren Bezüge zu den ursprünglichen Gedanken dann aber wieder separat repräsentiert werden müßten usw. De facto wären also alle Gedanken in einer derartigen Enzyklopädie als wesentlich vereinzelt und voneinander unabhängig repräsentiert.

Gedanken sind nun aber gerade nichts wesentlich Vereinzelt, denn ihre sprachlichen Ausdrücke weisen ja gerade auf Bestandteile hin, die in verschiedenen Gedanken wieder vorkommen. Zumindest die für die Gemeinsamkeiten und Zusammenhänge von Gedanken wesentlichen Bestandteile müssen daher auch bei einer pragmatischen Lösung in der universalen Enzyklopädie repräsentiert werden. Und hierzu zählen traditionell eben Gegenstände einerseits und Begriffe andererseits – ohne an diese Stelle genauer bestimmen zu wollen, was darunter jeweils zu verstehen ist.

### *1.1.3 Begriffe und Gegenstände – Möglichkeiten der Reduktion*

Wenn also eine solche pragmatische Lösung nicht akzeptabel ist, weil dabei die Zusammenhänge der Gedanken nicht hinreichend Berücksichtigung finden, so könnte doch eine pragmatische Lösung darin bestehen, zunächst nur sämtliche Gegenstände und Begriffe direkt zu repräsentieren und die Gedanken dann durch Funktionen zu repräsentieren, die Gegenstände und Begriffe verbinden. Dabei würden nunmehr nur Gegenstände und Begriffe als wesentlich vereinzelt und voneinander unabhängig betrachtet werden.

Doch auch Begriffe und Gegenstände weisen Beziehungen zueinander auf, die insbesondere durch das Fallen von Gegenständen unter Begriffe wie auch das Unterordnen von Begriffen ausgedrückt werden. Um nun nicht wieder die Beziehungen zwischen Begriffen und Gegenständen zusätzlich zu diesen separat erfassen zu müssen, bietet sich als Alternative an, Begriffe durch Gegenstände oder Gegenstände durch Begriffe vertreten zu lassen.<sup>9</sup> Dann müssen nämlich nur

---

<sup>9</sup> Unter „vertreten“ ist dabei (ohne Anspruch auf Exaktheit und Vollständigkeit der Erklärungen) in etwa folgendes zu verstehen: Gemeint ist das, was üblicherweise (aber m.E. noch viel unschärfer) mit „Theorienreduktion“ beschrieben wird: Termini und Terme der reduzierten Theorie werden durch Termini und Terme der reduzierenden Theorie so ersetzt, daß die reduzierte Theorie vollständig in Termen der reduzierenden Theorie rekonstruiert wird (wobei üblicherweise mindestens Erweiterung und Korrektur der reduzierten Theorie noch dazugehören). „Vertreten“ heißt dann grob gesagt: in der reduzierenden Theorie etwa die selbe Rolle spielen (denselben Platz einnehmen) wie dasjenige in der reduzierten Theorie, was vertreten wird. – Der Terminus „vertreten“ wird so auch von Frege gebraucht: „Danach würde man als Bedeutung des grammatischen Subjekts den Begriff erwarten; aber dieser kann wegen seiner

Beziehungen von Elementen ein und desselben Grundbereichs (entweder von Begriffen oder von Gegenständen) repräsentiert werden. Durch diese Reduktion wären dann auch sämtliche elektronischen Werte gleichartig in dem Sinne, daß sie entweder nur Gegenstände oder nur Begriffe repräsentieren. Beziehungen zwischen den elektronischen Werten könnten dann durch Funktionen dargestellt werden, die auf einem einheitlichen Grundbereich erklärt sind und in diesen Bereich selbst wieder abbilden.

Für diese Reduktion gibt es meines Erachtens vier Möglichkeiten:

1. Jeder Begriff wird durch genau einen Gegenstand vertreten.
2. Jeder Begriff wird durch mindestens einen Gegenstand vertreten.
3. Jeder Gegenstand wird durch mindestens einen Begriff vertreten.
4. Jeder Gegenstand wird durch genau einen Begriff vertreten.

Auf jeder dieser Möglichkeiten lassen sich logische Theorien aufbauen.<sup>10</sup> Dabei ergäben sich hinsichtlich der Repräsentation von Begriffen und Gegenständen respektive folgende Besonderheiten:

1. Begriffe können (eben so) wie Gegenstände behandelt werden, d.h. sie sind insbesondere für sich bestimmt und von allem Anderen unterscheidbar. Aussagen über Begriffe sind dann als Aussagen über Gegenstände möglich, können demnach insbesondere Eigenschaften von Begriffen beschreiben. Begriffe sind Gegenständen gleichwertig, so daß dann aber die Verhältnisse von Begriffen und Gegenständen separat erfaßt werden müssen.
2. Begriffe sind zunächst durch Gesamtheiten von Gegenständen vollständig bestimmt. Die Merkmale von Begriffen sind die Eigenschaften bestimmter Gegenstände. Begriffe sind abhängig von den Gegenständen, so daß die Verhältnisse zwischen Begriffen und Gegenständen durch die Eigenschaften der Gegenstände bestimmt sind und daher nicht separat erfaßt werden müssen. Leere Begriffe können prinzipiell nicht auftreten.<sup>11</sup>

---

prädikativen Natur nicht ohne weiteres so erscheinen, sondern muß erst in einen Gegenstand verwandelt werden, oder, genauer gesprochen, er muß durch einen Gegenstand vertreten werden [...]“ [BG, 197]

<sup>10</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Ich rede hier von prinzipiellen Möglichkeiten; ich behaupte nicht, hiermit real vorhandene Logiken exakt zu beschreiben oder gar Freges Logik damit zu klassifizieren.

<sup>11</sup> Leere Begriffe kann es bei dieser Möglichkeit nicht geben, weil (wie ich im nächsten Absatz hinsichtlich der damit zusammenhängenden möglichen erkenntnistheoretischen Positionen erkläre) hier gemeint ist, daß Begriffe durch die Gesamtheit der unter sie fallenden Gegenstände gegeben sind und daher ein leerer Begriff, unter den ja gerade kein Gegenstand fällt, auf diese Art überhaupt nicht angebbar ist. Das benutzt z.B. Frege als Argument gegen die „Gebiete“ bei Schröder und für seine „Klassen“ oder Begriffsumfänge – also die Bestimmung durch den Begriff statt durch Kollektionen von Gegenständen (vgl. [KB, 436f.]).

3. Gegenstände sind zunächst durch Gesamtheiten von Begriffen vollständig bestimmt. Jeder zu der Gesamtheit gehörende Begriff drückt eine Eigenschaft dieses Gegenstands aus. Gegenstände sind abhängig von den Begriffen, so daß die Verhältnisse zwischen Begriffen und Gegenständen durch die Merkmale der Begriffe bestimmt sind und daher nicht separat erfaßt werden müssen. Leere Begriffe sind möglich.
4. Gegenstände können (eben so) wie Begriffe behandelt werden; sie werden durch einen singulären Begriff ausgedrückt, unter den nur dieser eine Gegenstand fällt. Aussagen über Gegenstände sind daher als Aussagen über Begriffe möglich. Demnach kann insbesondere das Fallen von Gegenständen unter Begriffe als Unterordnung von Begriffen beschrieben werden. Gegenstände sind Begriffen gleichwertig, so daß dann aber die Verhältnisse von Gegenständen und Begriffen separat erfaßt werden müssen.

Offenbar setzt jede dieser vier Möglichkeiten eine andere erkenntnistheoretische Position darüber voraus, wie Gegenstände und Begriffe gegeben sind:

1. Gegenstände sind direkt gegeben. Begriffe sind nur vermittelt über die Gegenstände gegeben, die diese Begriffe vertreten.
2. Gegenstände sind direkt gegeben. Begriffe sind nur vermittelt über die Gesamtheit der Gegenstände gegeben, die unter sie fallen.
3. Begriffe sind direkt gegeben. Gegenstände sind nur vermittelt über die Gesamtheit der Begriffe gegeben, unter die sie fallen.
4. Begriffe sind direkt gegeben. Gegenstände sind nur vermittelt über die singulären Begriffe gegeben, unter die sie fallen.

Für welche der vier Möglichkeiten zur Reduktion soll man sich nun bei der Realisierung der universalen Enzyklopädie entscheiden? Zum einen sollte ein Kriterium darin bestehen, daß die Repräsentation in der universalen Enzyklopädie eindeutig ist, d.h. daß kein elektronischer Wert zugleich Verschiedenes repräsentiert, weil sonst Informationen verlorengehen würden. Diese Eindeutigkeit darf nicht nur hinsichtlich der elektronischen Werte selbst, sondern muß, falls die Kombinationen ebenfalls als Repräsentationen aufgefaßt werden, auch für alle möglichen Kombinationen dieser Werte gelten. Dagegen ist es nicht unbedingt erforderlich, daß Mehrfachrepräsentationen zwingend ausgeschlossen sind – Redundanz wäre zulässig, wenn auch ressourcenfressend.

Zum anderen könnte meines Erachtens ein Kriterium in der Möglichkeit bestehen, die Entwicklung des Wissens der Menschheit, d.h. die fortlaufende Veränderung und Erweiterung der Gesamtheit an Gedanken, in der universalen Enzyklopädie mit erfassen zu können. Das System elektronischer Werte sollte also kein abgeschlossenes, sondern ein prinzipiell erweiterbares sein – ohne daß ich hier festlegen will, wie ein erweiterbares System genau beschaffen sein muß. Es sollte also zumindest nicht so konzipiert sein, daß nur eine Bestandsaufnahme

der bestehenden Gesamtheit an Gedanken möglich oder ein bloß quantitativer Zuwachs vorgesehen ist, sondern prinzipiell die Möglichkeit bieten, qualitative Veränderungen der Gedanken und ihrer Verhältnisse mitzuerfassen.

Doch neben diesen beiden extern begründeten Kriterien gibt es ein starkes internes Kriterium, das sich aus der Frage nach der praktischen Realisierung einer solchen universalen Enzyklopädie selbst ergibt. Es darf nämlich zum einen keine Scheinrepräsentationen geben (d.h. elektronische Werte, die scheinbar etwas repräsentieren, was aber nicht vorhanden sein kann, und die daher nicht sinnvoll interpretiert werden können), d.h. es dürfen nicht mehr elektronische Werte gespeichert sein, als es an Gedanken und deren Verhältnissen (und damit auch an Begriffen und Gegenständen) überhaupt gibt. Zum anderen müssen aber mindestens so viele elektronische Werte erzeugbar sein, wie es an Gedanken und deren Verhältnissen (und damit auch an Begriffen und Gegenständen) überhaupt geben kann. Kurz gesagt muß es möglich sein, mit den elektronischen Werten sowohl alle Gegenstände als auch alle Begriffe als auch deren Verhältnisse zu repräsentieren.

Aufgrund der intendierten Reduktion von Gegenständen auf Begriffe oder Begriffen auf Gegenstände ist die Einhaltung dieses internen Kriteriums nicht trivial. Selbst wenn nämlich z.B. sämtliche Gegenstände durch elektronische Werte repräsentiert werden könnten, müßte dann dafür, daß hierdurch auch sämtliche Begriffe repräsentiert werden können, die Reduktion von Begriffen auf Gegenstände erfolgreich sein. Es wäre nämlich zu klären, ob nicht durch die gegebenen Bereiche von Gegenständen oder Begriffen jeweils schon quantitative Voraussetzungen über den jeweils anderen Bereich mit gegeben sind.

Konkret ist die Frage zu beantworten, ob es grundsätzlich eine Abhängigkeit der Mächtigkeiten beider Bereiche gibt, insbesondere, ob die Mächtigkeit eines der Bereiche prinzipiell größer als die des anderen Bereichs ist. Bei einer Eins-zu-eins-Abbildung z.B. wäre dann nämlich keine verlustfreie Reduktion auf den Bereich mit geringerer Mächtigkeit möglich. Die Antwort auf die Frage nach der verlustfreien Reduktion entscheidet grundsätzlich über die Zulässigkeit jeder der vier Möglichkeiten der Reduktion.

Zunächst ist durch die Entscheidung für die 1. und 2. Möglichkeit hinsichtlich des Bereichs der Gegenstände und durch die Entscheidung für die 3. und 4. Möglichkeit hinsichtlich des Bereichs der Begriffe stets impliziert, daß dieser nicht der Bereich mit der größeren Mächtigkeit sein kann. Außerdem ist bei keiner der vier Möglichkeiten die Gleichmächtigkeit beider Bereiche von vornherein ausgeschlossen, so daß unter dieser Voraussetzung grundsätzlich jede Möglichkeit anwendbar wäre. Schließlich sollte bei der 2. und 3. Möglichkeit prinzipiell kein Mächtigkeitsproblem auftreten, weil hier jeweils Eins-zu-viele-Abbildungen von Begriffen auf Gegenstände resp. von Gegenständen auf Begriffe möglich sind. Demnach sind Probleme nur bei der 1. Möglichkeit zu erwarten, falls die

Mächtigkeit des Bereichs der Begriffe größer als die der Gegenstände ist, oder bei der 4. Möglichkeit, falls die Mächtigkeit des Bereichs der Gegenstände größer als die der Begriffe ist.

## 1.2 Zielstellung: Möglichkeiten und Probleme der Repräsentation

### 1.2.1 Zwei herausragende Beispiele für Theorien über Begriffe und Gegenstände

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, zwei gewissermaßen paradigmatische Theorien über die Zusammenhänge von Begriffen und Gegenständen zu untersuchen. Aus einer philosophischen und logischen Perspektive sollen die in diesen Theorien erprobten Möglichkeiten von Annahmen über Begriffe, Gegenstände und ihre theoretischen Interdependenzen erörtert werden. Dabei ging es mehr um die Diskussion signifikanter Punkte der Theorien als um eine vollständige Rekonstruktion.

Andererseits gibt es enorme Diskrepanzen der in der vorliegenden Literatur zu beiden Theorien vertretenen Interpretationsansätze. Für einige der im Hinblick auf das Programm dieser Arbeit wesentlichen Punkte der jeweiligen Theorie besteht daher der Bedarf, diese unabhängig von der vorliegenden Literatur durch Rückgriff auf die Primärquellen zu untersuchen. Die im Verlauf dieser Arbeit – in bewußter Beschränkung auf einige wesentliche Elemente – versuchte Klärung dieser Punkte, wird, wie ich hoffe, auch den Kennern einer der beiden oder auch beider Theorien neue Aspekte aufzeigen. Die Analyse der Theorien wird zeigen, daß hier durchaus vergleichbare Theorien untersucht wurden, die ähnliche Fragestellungen auf unterschiedliche Weise zu lösen versuchen.

Im Endeffekt wird deutlich werden, daß ich gerade die Punkte herausgegriffen habe, die jede der Theorien zu einem charakteristischen Ansatz für die Realisierung einer universalen Enzyklopädie machen und zugleich mögliche Probleme bei deren Realisierung sichtbar werden lassen. Hierauf basierend sollte es möglich sein, die den Theorien zugrundeliegenden prinzipiellen Erwägungen zum Ausgang einer praktischen Diskussion zu machen – einer Diskussion darüber, welche Möglichkeiten, aber auch welche Probleme es geben kann, wenn die Realisierung der universalen Enzyklopädie in Angriff genommen wird.

### 1.2.2 Warum gerade Frege und Lambert?

Ich werde Beispiele für logische Theorien analysieren, in denen Präferenzen für eine der Möglichkeiten zur Reduktion erkennbar sind. Dabei habe ich von vornherein keinerlei Vollständigkeit angestrebt, sondern die Auswahl auf zwei besonders herausragende Theorien konzentriert, nämlich die logischen Ansätze von Johann Heinrich Lambert und Gottlob Frege. Diese beiden Ansätze erscheinen mir gerade deshalb wichtig, weil sie entweder (wie die Begriffslogik Lam-

berts) gerade eines der angeführten Kriterien erfüllen oder (wie der logische Ansatz Freges) gerade an einem der genannten Kriterien exemplarisch scheitern.

Wichtiger aber ist noch, daß beide Autoren gerade mit dem Anspruch aufgetreten sind, selbst in gewissem Sinne eine Universalisierung von Wissen zu ermöglichen. Dabei ist sicher Freges logizistisches Programm die bekanntere von beiden Zielstellungen. Trotz des von Frege selbst konstatierten Scheiterns dieses Programms sind Logik und Philosophie des 20. Jahrhunderts maßgeblich von Freges Versuch einer Rückführung von Arithmetik auf logische Grundlagen beeinflusst. Es läßt sich sogar mit einigem Recht behaupten, daß selbst die modernen Computersysteme ohne Freges Begründung einer mathematisch verfahrenenden Logik nicht denkbar sind.

Daher sollten gerade bei einer Realisierung einer universalen Enzyklopädie die Überlegungen Berücksichtigung finden, die Frege schon bei seinem Versuch einer Rückführung nur einer speziellen Wissenschaft, der Arithmetik, auf logische Grundlagen (und damit de facto einer Reduktion auf reine Logik) bereits über die dafür notwendigen Voraussetzungen wie auch die sich daraus ergebenden Möglichkeiten angestellt hat. Insbesondere sind die Bedingungen des Scheiterns des logizistischen Programms wichtig, um ähnliche Probleme bei der Realisierung der universalen Enzyklopädie von vornherein zu vermeiden.

Wie ich in dieser Arbeit zeigen werde, setzt Freges Ansatz ein im wesentlichen vollständiges, abgeschlossenes Universum an Gegenständen, an Begriffen und an Gedanken voraus.<sup>12</sup> Selbst wenn das logizistische Programm nicht gescheitert wäre, wird hierdurch das Problem heraufbeschworen, daß die fortschreitende Entwicklung von Wissen damit kaum erfaßbar wäre. Die Suche nach einem Ansatz, der genau diesem Verdikt nicht unterliegt, könnte zu einem begriffslogischen Ansatz führen, der lange Zeit wenig beachtet geblieben ist: zur Begriffslogik Lamberts. Noch ausgehend von den Leibnizschen Ideen eines *calculus ratiocinator* und einer *lingua rationalis* und beeinflusst durch die logischen Überlegungen Wolffs stellt Lambert in seinem „Neuen Organon“ ein System vor,

---

<sup>12</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Gemeint ist, daß für Freges System das Universum von Gegenständen, Begriffen, Gedanken bereits als vollständig und abgeschlossen vorausgesetzt (dem System zugrundegelegt) sein muß (unabhängig davon, wieviel davon bereits gewußt wird) – z.B. Gedanken werden bei Frege nur gefaßt, aber nicht geschaffen, so daß kein einziger Gedanke dazukommt, der nicht schon immer da war. Für Gegenstände dasselbe: Begriffe müssen scharf bestimmt sein, also für jeden Gegenstand muß feststehen (unabhängig von unserer Kenntnis davon), ob er unter den Begriff fällt oder nicht; hier darf dann eben kein Gegenstand später dazukommen, denn sonst wäre der Begriff ja vorher für diesen Gegenstand nicht scharf bestimmt gewesen. – Lambert hingegen verlangt gerade nicht, daß alle Gedanken oder Begriffe als schon immer vorhandene vorausgesetzt sind, sondern für neu entdeckte oder sogar neu erfundene Sachverhalte wie auch für deren Merkmale können neue Begriffe geschaffen werden. Insofern ist also Lamberts Ansatz epistemisch ergiebiger als der Fregesche.

das gerade nicht die Abgeschlossenheit des Universums von Gegenständen und von Begriffen voraussetzen muß, sondern vielmehr eine prinzipielle Offenheit für die Erweiterung durch neu oder ausführlicher erkannte Eigenschaften aufweist.<sup>13</sup>

Deshalb ist gerade ein System vom Lambertschen Typ ein mögliches Vorbild für die Realisierung der universalen Enzyklopädie. Dadurch würde zugleich das gängige Paradigma einer Repräsentation von Gegenständen oder Sachverhalten in Computermodellen, das sich wesentlich auch auf die von Frege begründeten semantischen Zusammenhänge stützt, möglicherweise durch eine Repräsentation von Eigenschaften und deren Zusammenhängen ablösbar.

### *1.2.3 Freges Ansatz selbst untersuchen statt nur darüber diskutieren*

Im ersten Teil der Arbeit untersuche ich als Beispiel für mögliche Probleme eines Repräsentationssystems Freges logischen Ansatz, den man aufgrund der bekannten Antinomie gemeinhin als gescheitert betrachtet. Um die Frage zu beantworten, ob es bei sich bei diesem Scheitern um ein Problem des spezifisch Fregeschen Ansatzes oder aber um ein Problem des in diesem Ansatz paradigmatisch realisierten Konzepts der Repräsentation von Begriffen durch genau einen Gegenstand handelt, bedarf es einer genaueren Untersuchung der philosophischen Voraussetzungen des Fregeschen Ansatzes und einer Bestimmung des Zusammenhangs dieser Voraussetzungen mit dem Scheitern des logizistischen Programms. Bei der Suche nach diesen Voraussetzungen sind die vorhandenen Interpretationen des Fregeschen Ansatzes nur begrenzt relevant.

Von den meisten der Autoren ist nämlich die eine Gruppe selbst von Frege „infiziert“. Hier fehlt gerade die nötige Distanz, um die Grundlagen des Fregeschen Systems selbst problematisieren zu können. Die anderen aber, die im übrigen die Mehrheit darstellen, sehen sich im Gegensatz zu der ersten Gruppe gerade durch das Scheitern des Fregeschen logizistischen Programms darin bestärkt, statt Freges Konzept weiterzuführen, seinen Ansatz von wesentlichen seiner Voraussetzungen zu befreien. Diese Form der „Leichenfledderei“ hat durchaus beachtliche Resultate hervorgebracht, wenn man nur solche herausragenden Autoren wie Russell, Wittgenstein, Carnap usw. betrachtet. Doch der zu zahlende Preis war gerade die Aufgabe des Anspruchs einer möglichen Universalisierung auf einheitlicher Grundlage, den Frege mit dem logizistischen Programm verfolgt hat.

Die Rückwendung auf Freges Ansatz, das „back to the roots“ erfolgt hier nicht etwa, weil ich die Entwicklung von Logik und Philosophie im 20. Jahrhun-

---

<sup>13</sup> Auch Frege knüpft an die beiden Leibnizschen Ideen an, wobei er aber „lingua characterica“ statt „lingua rationalis“ schreibt. Vgl. hierzu Günther Patzigs „Einleitung“ in [Patzig 1993], dort insbesondere Fußnote 9 [Patzig 1993, 910].

dert geringschätze oder gar in Frage stelle, sondern deshalb, weil mit der erst in der Gegenwart praktisch werdenden Möglichkeit einer Realisierung des Ideals eines der Menschheit gemeinsames Schatzes von Gedanken die Frage nach einer einheitlichen Basis der Repräsentation menschlichen Wissens neu gestellt ist. Damit aber stellt sich eben auch die Frage sowohl nach den hierfür wesentlichen Voraussetzungen des Fregeschen Ansatzes wie auch nach den Bedingungen seines Scheiterns wieder neu.

Meine Fragestellung besteht deshalb gerade darin, welche wesentlichen philosophischen (insbesondere auch erkenntnistheoretischen) Grundannahmen dem Fregeschen Ansatz zugrunde liegen. Diese Frage kann nicht von Autoren beantwortet werden, die ihre eigenen Ansätze vorrangig aus dem Scheitern des Fregeschen Ansatzes entwickelt haben. Aber hier helfen auch Autoren wenig weiter, die in der Interpretation der Fregeschen Texte ihre eigenen Konzepte diskutieren. Ich will mit dieser Dissertation nicht einfach die Diskussion *über* Frege weiterführen, sondern Fragen an Frege's Texte selbst stellen.

#### *1.2.4 Bedingungen der Russellschen Antinomie*

Frege entwickelt bis zu den „Grundgesetzen der Arithmetik“ eine Logik, die gerade die 1. der erwähnten Möglichkeiten zur Repräsentation beinhaltet. Darin sieht er die Vertretung von Begriffen durch bestimmte Gegenstände, die Begriffsumfänge vor, wobei jeder Begriff durch genau einen solchen Gegenstand vertreten wird. Der Vorteil der Vertretung eines Begriffs durch genau einen Gegenstand ist, daß dieser dann auch wie ein Gegenstand behandelt werden kann, wodurch überhaupt erst bestimmte Aussagen über einen Begriff (z.B. hinsichtlich dessen Eigenschaften) möglich werden. Gegenstände sind nämlich als für sich bestimmte und gegen anderes abgegrenzte gegeben, im Gegensatz zu Begriffen, deren abschließende Bestimmung und Abgrenzung schwierig, wenn nicht unmöglich ist – wodurch es leichter ist, sich auf Gegenstände als sich auf Begriffe zu beziehen.

Daß diese die Begriffe vertretenden Begriffsumfänge von Frege zwar als Gegenstände, aber nicht als physische, sondern als logische Gegenstände aufgefaßt werden, läßt einen Bezug zur Repräsentation durch elektronische Werte in der universalen Enzyklopädie zu. Begriffe müßten dann in der universalen Enzyklopädie durch elektronische Werte repräsentiert werden, die selbst als Repräsentationen nicht von Begriffen, sondern von (logischen) Gegenständen zu interpretieren wären. Damit würden dann sowohl Begriffe als auch Gegenstände durch elektronische Werte repräsentiert werden, die sämtlich als Repräsentationen logischer Gegenstände aufzufassen sind.

Das gesamte System der Fregeschen „Grundgesetze der Arithmetik“ bezieht sich überhaupt nur auf logische Gegenstände, so daß demnach wie in der univer-

salen Enzyklopädie nur Repräsentationen vorhanden sind, und zwar sowohl von Begriffen als auch von Gegenständen. Dabei werden aber insbesondere Begriffe durch einzelne logische Gegenstände und nicht etwa durch Gruppen von Gegenständen vertreten. Also liegt tatsächlich eine Abbildung von Begriffen auf Gegenstände vor, bei der jeder Begriff auf genau einen Gegenstand abgebildet wird (Eins-zu-Eins-Abbildung *vom* Bereich der Begriffe *in* den Bereich der Gegenstände).<sup>14</sup> Das System der „Grundgesetze“ scheiterte an der Russellschen Antinomie, welche, wie ich zeigen werde, gerade durch das erwähnte Mächtigkeitsproblem ausgelöst wird. Die Mächtigkeit des Bereichs der Begriffe ist nämlich nachweisbar größer als die des Bereichs der Gegenstände, so daß nicht jeder Begriff eindeutig durch genau einen Gegenstand vertreten werden kann.

In seinen letzten Lebensjahren versuchte Frege einen zweiten Anlauf zur Repräsentation von Begriffen, jetzt nicht mehr mittels logischer Gegenstände, sondern durch geometrische Darstellung. Hierbei realisiert er nunmehr die 2. Möglichkeit, indem er nämlich als Grundbausteine des Systems Punkte und Geraden verwendet. Da Geraden aber unendliche Gesamtheiten von Punkten sind, ist mit einer entsprechenden Interpretation dieses geometrischen Modells das Verhältnis von Begriffen zu Gegenständen vermittelt durch das Eins-zu-viele-Verhältnis von Punkten zu Geraden beschreibbar. Damit kann Frege die Antinomie verhindern, bleibt aber dadurch beschränkt, daß der Bereich der Gegenstände als abgeschlossen vorausgesetzt sein muß – er muß nämlich auf die Punkte der komplexen Zahlenebene abbildbar sein. Damit liegt also bei Frege im Gegensatz zu Lambert ein abgeschlossenes System vor, von dem unbestimmt ist, wie eine Erweiterung aussehen könnte, wenn nicht vorher bereits der Gegenstandsbereich bekannt ist, auf den das System erweitert werden soll. Freges System kann daher prinzipiell nicht offen gegenüber der fortschreitenden Entwicklung von Wissen sein.<sup>15</sup>

---

<sup>14</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Bei Frege wird jeder Begriff durch genau einen Gegenstand, den Begriffsumfang, vertreten, wobei diese Zuordnung umgekehrt eindeutig ist (was in GGA gerade durch Grundgesetz V abgesichert wird). Jedem Begriff wird also genau ein Gegenstand zugeordnet und verschiedenen Begriffen verschiedene Gegenstände. Das heißt aber nicht, daß deshalb zwingend jedem Gegenstand auch genau ein Begriff entspricht. Konkret: Nicht jeder Gegenstand muß auch ein Begriffsumfang sein!

<sup>15</sup> Frege betrachtet das abgeschlossene System als ein Grundprinzip der Mathematik, wie folgende Äußerungen aus dem „Neuen Versuch der Grundlegung der Arithmetik“ (1924/25), in dem er das geometrische Modell vorstellt, zeigen: „Abweichend von dem Üblichen will ich nicht von den positiven ganzen Zahlen ausgehend den Umkreis dessen, was ich Zahl nenne, allmählich erweitern [...] denn wir müssen in der Mathematik immer zum in sich geschlossenen System streben. Wenn das bisher anerkannte sich nicht als genügend erweist, muß es abgebrochen und durch einen Neubau ersetzt werden. Ich gehe demnach gleich auf das Endziel los, die gemeine komplexe Zahl.“ [NS, 299]

### *1.2.5 Lambert: Begriffslogik – Mengentheoretische Rekonstruktion*

Im zweiten Teil dieser Arbeit untersuche ich Lamberts Ansatz einer Begriffslogik im „Neuen Organon“, den er ursprünglich schon in den „Sechs Versuchen einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ entworfen hatte. Dieser Ansatz läuft, wie ich zeigen werde, gerade auf die 3. Möglichkeit der Repräsentation hinaus, d.h. Gegenstände werden durch einen oder mehrere Begriffe vertreten.

Lambert geht davon aus, daß Gegenstände vollständig durch die Gesamtheit ihrer Merkmale bestimmt sind. Gegenstände wie auch die als Gegenstände aufgefaßten Merkmale können jeweils durch Begriffe vertreten werden. Dadurch lassen sich Gegenstände auf die Bestimmung durch einen Begriff (nämlich den Begriff dieses Gegenstands) oder mehrere Begriffe (nämlich die Begriffe der Merkmale dieses Gegenstands) reduzieren. Lamberts Begriffslogik beginnt daher bei gegebenen Begriffen, diese sind als z.B. empirisch gegebene vorausgesetzt. Die Kombination von Begriffen wie auch die Hinzunahme neuer Begriffe zur Bestimmung der Merkmale der vorhandenen Begriffe ermöglicht ein immer feineres Netz von Merkmalsbestimmungen. Gegenstände werden vertreten durch die Gesamtheit ihrer Merkmale, also durch Kombinationen von Begriffen. Dabei ermöglicht die Ersetzung einzelner als Merkmal von Gegenständen auftretender Begriffe durch Kombinationen von Begriffen eine immer ausführlichere Reduktion. Die Vollständigkeit der Reduktion der Gegenstände und ihrer Merkmale durch Begriffe wird dadurch erreicht, daß auch bloß mögliche Merkmale von Gegenständen durch Begriffe vertreten werden. Abstrakta werden ebenfalls als Gegenstände betrachtet und einschließlich ihrer Merkmale durch Begriffe vertreten.

Lamberts Theorie stellt insofern ein offenes System dar, weil die Möglichkeit der Erweiterung des Wissens durch Verfeinerung der Merkmalsbestimmung (es werden die Merkmale der Merkmale der Merkmale usw. bestimmt) offengehalten wird. Zugleich kann der jeweils erreichte Wissensstand festgehalten werden, indem bestimmte Merkmale als momentan atomare festgehalten werden. Allerdings wird von Lambert ein intuitives Verständnis resp. empirisches Gegebensein von Begriffen vorausgesetzt, so daß hierbei Probleme bei der Festlegung der Repräsentationen auftreten könnten.

### *1.2.6 Besonderheit der vorgelegten Resultate gegenüber vorhandener Literatur*

Beim Umgang mit Frege und Lambert ging es mir darum, eine der Problemstellung angemessene Interpretation der beiden logischen Ansätze zu erarbeiten. Obwohl es nämlich insbesondere im Hinblick auf Freges Theorien eine Vielzahl sich direkt mit Frege auseinandersetzen-der Arbeiten wie auch eine ganze philosophisch-logische Tradition gibt, die sich als von Frege ausgehend betrachtet, helfen die meisten dieser Arbeiten nicht bei der von mir hier intendierten Pro-

blemstellung. Im Gegenteil finden sich häufig Erklärungen, die sich zwar (teilweise buchstabengetreu) auf Freges Texte beziehen, die aber nichtsdestotrotz implizit oder explizit grundlegende Fregesche Intentionen in Frage stellen. Und das beginnt bereits mit Bertrand Russells Aufsatz „On Denoting“ ...

Natürlich ist es prinzipiell richtig, die Intentionen eines Philosophen kritisch zu prüfen und in Frage zu stellen, und vor allem, bei diesen Untersuchungen seine eigenen Intentionen zu verfolgen. Auch ich benenne hier ja Intentionen, die ich mit der Untersuchung der Theorien von Frege und Lambert verfolge. Doch sollte man, wenn man fremde Texte vorrangig als Steinbruch verwendet, dann zumindest nicht mehr die Autorität des jeweiligen Autors als Beweis benutzen. Mir scheint nun aber im 20. Jahrhundert gerade eine Metadiskussion zumindest über Frege entstanden zu sein, in der wesentlich eigene Intentionen am Beispiel Fregescher Texte verhandelt werden. Diese Metadiskussion wird hier nur in eng begrenztem Maße aufgegriffen, da sie relativ wenig bei dem Versuch weiterhilft, die Möglichkeiten und Probleme des Fregeschen Ansatzes daraufhin auszuloten, ob sich hierin ein mögliches Modell für die Realisierung der Wissensrepräsentation in einer universalen Enzyklopädie anbietet.

Methodisch mußte ich daher so verfahren, daß ich Lamberts und Freges Theorie aus den Originaltexten selbst so weit zu rekonstruieren versucht habe, daß eine begründete Erklärung sowohl über das jeweils darin enthaltene Modell für Begriffe, Gegenstände und deren Verhältnisse möglich wurde, als auch auf dieser Basis eine Einschätzung des sich daraus ergebenden Potentials für die Realisierung von Wissensrepräsentation. Insbesondere habe ich ausführlich die Bedingungen für das Zustandekommen der Russellschen Antinomie in Freges Ansatz herauszuarbeiten versucht, weil ich in solchen Antinomien eine der wesentlichen Gefahren für das Funktionieren der realisierten Wissensrepräsentation sehe. Hingegen sehe ich in der prinzipiellen Offenheit des Lambertschen Ansatzes für die Repräsentation der fortschreitenden wissenschaftlichen Erkenntnis eines der wesentliche Potentiale, weshalb ich bei der Rekonstruktion des Lambertschen Ansatzes versucht habe, die Praktikabilität dieses Ansatzes durch eine mengentheoretische Rekonstruktion nachzuweisen. Aus dieser mengentheoretische Rekonstruktion ergeben sich zugleich Anhaltspunkte für die Möglichkeiten einer Implementierung der universalen Datenbank.

Die Punkte, in denen mir die Literatur über Lamberts und Freges Theorien im Irrtum zu sein scheint, werden hier eher kurz angedeutet und statt dessen das Augenmerk auf eine eigenständige Interpretation sowohl des Fregeschen als auch des Lambertschen Ansatzes gelegt. Daher konzentrieren sich meine Untersuchungen auf die Primärtexte, während ich die Sekundärliteratur nur so weit einbezogen habe, wie es mir zur Illustration verschiedener Interpretationsmöglichkeiten unumgänglich erschien. Doch auch ohne explizite Erwähnung sind meine Überlegungen nicht unbeeinflusst von der Sekundärliteratur geblieben,

sondern sind gerade in der Auseinandersetzung mit den darin jeweils vertretenen Auffassungen über die logischen Ansätze von Frege und Lambert entstanden. Deshalb möchte ich ausdrücklich auf das Literaturverzeichnis am Ende dieser Arbeit verweisen, anhand dessen deutlich werden dürfte, welche Diskussionszusammenhänge für mich wesentlich waren. Mit diesem Literaturverzeichnis habe ich keinen vollständigen Überblick über die vorhandene Sekundärliteratur angestrebt; vielmehr liste ich damit auf, welche Texte ich insbesondere berücksichtigt habe. Weiterführende Quellenhinweise finden sich in den am Ende meines Literaturverzeichnisses aufgeführten Literatursammlungen zu Frege und Lambert. Eine ausführliche Kritik der gegenwärtigen Diskussionen sollte auf der Basis der von mir in dieser Dissertation herausgearbeiteten Bestimmungen der beiden logischen Ansätze möglich sein; sie ist aber nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Für die 4. Möglichkeit eines Repräsentationssystems habe ich kein separates Beispiel untersucht, weil sie mir die am wenigsten geeignete Möglichkeit zu sein scheint. Da es nämlich für die Repräsentation durch elektronische Werte unerheblich ist, ob diese Gegenstände oder Begriffe repräsentieren, sind im wesentlichen dieselben Probleme wie bei der 1. Möglichkeit zu erwarten. Aber zusätzlich werden noch die Probleme der 3. Möglichkeit hinsichtlich der Bestimmtheit von Begriffen dazukommen. Im übrigen sollte diese Arbeit als Dissertation von vornherein auf ein endliches Maß beschränkt werden, so daß ich auch dadurch gezwungen war, mich auf die Auswahl sehr weniger Beispiele zu konzentrieren. Ich lasse es hier ausdrücklich offen, daß sich vielleicht doch eine reine Begriffslogik, in der jeder Gegenstand durch einen singulären Begriff repräsentiert wird, als praktikable Lösung herausstellen könnte.

### **I.3 Kurze technische Hinweise**

Die meisten größeren Abschnitte habe ich mit einer Zusammenfassung der anschließenden Überlegungen eingeleitet, in der ich kurz auf den Inhalt eingehe und die wichtigsten Resultate benenne. Zusammen mit den jeweiligen Abschnittsüberschriften sollten diese Zusammenfassungen dabei hilfreich sein, einen groben Überblick über den Verlauf meiner Untersuchungen zu gewinnen. Trotzdem tragen diese Zusammenfassungen nichts zur Erörterung der von mir in der Dissertation untersuchten Probleme bei. Zum Verständnis meiner Überlegungen ist vielmehr ausschließlich der Text der Abschnitte selbst erforderlich.

Bei Zitaten habe ich die Titel der Primärliteratur von Frege und Lambert jeweils mit wenigen Buchstaben abgekürzt. Die Sekundärliteratur wird durch Angabe von Autor und Jahr der verwendeten Ausgabe gekennzeichnet. Jeder dieser Abkürzungen ist im Literaturverzeichnis am Ende dieser Arbeit die vollständige Quellenangabe zugeordnet.

## 2 Frege: Begriffe, Gegenstände und Russellsche Antinomie

### 2.1 Vermeidungsstrategien und philosophische Voraussetzungen

Jeder Versuch, eine universale Enzyklopädie zu realisieren, wird sich vorab der Frage ausgesetzt sehen, ob diese Realisierung prinzipbedingt (das heißt hier: bedingt durch das diesem Versuch zugrundeliegende Prinzip) überhaupt möglich ist. Diese skeptische Fragestellung gehört heute zum Standardrepertoire einer Überprüfung von Theorien. Doch dieses kritische Herangehen ist kein manierter Skeptizismus, sondern der ganz konkreten Erfahrung geschuldet, daß selbst in Wissenschaften, deren Grundlagen a priori gesichert schienen, diese Grundlagen fraglich werden können. So schien in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts die Logik eine derart sichere Wissenschaft zu sein, daß Frege das Unternehmen wagte, zunächst die Arithmetik auf logische Grundlagen zurückzuführen.<sup>16</sup> Und doch wurde gerade diese sicher geglaubte logische Grundlage erschüttert.<sup>17</sup> Symptom für diese Erschütterung war die Nachweisbarkeit einer Antinomie in Freges System.

Indem ich im ersten Teil dieser Dissertation der Frage nachgehe, welche philosophischen Annahmen über Gegenstände, Begriffe und über die Repräsentation von Begriffen durch bestimmte Gegenstände (nämlich die Begriffsumfänge) dem Fregeschen System zugrunde liegen, untersuche ich zugleich die Entstehungsbedingungen der Antinomie. Sollten sich dabei gerade diese philosophischen Annahmen als Entstehungsbedingungen der Antinomie herausstellen, dann würde jedes System, dem ähnliche solcher Annahmen zugrunde liegen, potentiell der Gefahr unterliegen, daß dabei auch Antinomien auftauchen. Wenn ich also exemplarisch das Scheitern des Fregeschen logizistischen Programms untersuche, so sind doch zugleich allgemeine Folgerungen für potentielle Probleme bei der Realisierung einer universalen Enzyklopädie zu erwarten – falls nämlich die Realisierung der Enzyklopädie auf ähnlichen systematischen Grundlagen basiert.

Die von Russell in den „Grundgesetzen der Arithmetik“ [GGA I und II] entdeckte Antinomie hat nun eine Reihe voneinander unabhängiger Versuche aus-

---

<sup>16</sup> Freges festen Glauben an die Sicherheit seiner logischen Überzeugungen drückt er im Vorwort zu GGA I so aus: „Es ist von vornherein unwahrscheinlich, daß ein solcher Bau sich auf einem unsichern, fehlerhaften Grunde aufführen lassen sollte. Jeder, der andere Überzeugungen hat, kann ja versuchen, auf ihnen einen ähnlichen Bau zu errichten, und er wird, glaube ich, inne werden, daß es nicht geht, oder daß es wenigstens nicht so gut geht.“ [GGA I, XXVI]

<sup>17</sup> Das Nachwort des zweiten Bandes der Grundgesetze der Arithmetik beginnt Frege, bereits in Kenntnis der Probleme, mit den Worten: „Einem wissenschaftlichen Schriftsteller kann kaum etwas Unerwünschteres begegnen, als daß ihm nach Vollendung einer Arbeit eine der Grundlagen seines Baues erschüttert wird.“ [GGA II, 253]

gelöst, diese Antinomie zu erklären und zu vermeiden. Der von Frege selbst vorgeschlagene Weg zur Vermeidung der Antinomie ist in die Logikgeschichte als „Frege’s way out“ eingegangen.<sup>18</sup> Obwohl damit der direkte Weg zur Antinomie versperrt wurde, war er nicht hinreichend, weil nachweislich andere Varianten der Antinomie in GGA weiterhin ableitbar blieben.<sup>19</sup> Konsequenterweise wurde Freges *Vermeidungsversuch* verworfen. Weniger selbstverständlich ist aber die Konsequenz, Freges *Erklärungsversuch* der Antinomie, auf den sich sein Vermeidungsversuch stützte, gleich mit zu verwerfen. Ein solches Vorgehen erstaunt um so mehr, als die dafür Verantwortlichen meist Logiker waren, denen aus ihrer Wissenschaft bekannt sein sollte, daß, wenn eine Konklusion falsch ist, nicht notwendig auch die Prämisse falsch sein muß. Manchmal liegt der Fehler auch darin, die Implikation selbst zu behaupten.

Und so ist es auch hier. Frege legt in seinem Nachwort zum zweiten Band der „Grundgesetze der Arithmetik“ [GGA II] in brillanter Weise alle Bedingungen für das Zustandekommen der Antinomie offen, diskutiert pro und kontra des Festhaltens oder Verwerfens jeder dieser Bedingungen und findet schließlich sogar diejenige Bedingung, die als einzige tatsächlich in Frage gestellt und verworfen werden kann und somit der eigentliche Auslöser der Antinomie sein muß. Aber die *Konsequenz*, die er aus all diesen richtigen Überlegungen zieht, ist falsch (weil unzureichend) und daher nicht akzeptabel. Warum also das Kind mit dem Bade ausschütten, wo doch Freges Analyse der Bedingungen der Antinomie selbst brauchbar ist?

Betrachten wir die Herleitung der Antinomie, wie sie Frege in GGA II durchführt (vgl. [GGA II, 256f.]). Ich werde diese Herleitung formal rekonstruieren und dann zusammentragen, welche Annahmen über Begriffe, Gegenstände und Begriffsumfänge von Frege im Verlauf der Herleitung verwendet werden. Dabei werde ich diejenigen Annahmen besonders hervorheben, die zusammen dafür notwendig sind, daß die Antinomie zustande kommt. Wenn also diese Annahmen alle gleichzeitig für das Zustandekommen der Antinomie vorhanden sein müssen, dann muß, um die Antinomie zu vermeiden, umgekehrt mindestens eine der Annahmen fallengelassen werden. Damit sind dann zugleich die Ansatzpunkte für Strategien zum Vermeiden der Antinomie offengelegt. Jeder Vermeidungsversuch, der sich auf wenigstens einen dieser Ansatzpunkte stützt, also wenigstens eine der Annahmen fallen läßt, wird als richtig anzuerkennen sein.

Tatsächlich verwerfen die meisten der bekannten Vorschläge, die Antinomie zu vermeiden, je eine der problematischen Annahmen und sind insofern erfolgreich und richtig. Und doch bleibt ein solches Vorgehen so lange selbst proble-

---

<sup>18</sup> Vgl. hierzu u.a. „On Frege’s way out“ in [Quine 1996].

<sup>19</sup> Vgl. hierzu u.a. „Zu den Paradoxien von Russell und Burali-Forti“, dort insbesondere „IV. Diskussion der Lösungsmöglichkeiten“ in [Nelson 1974].

matisch, wie dabei die Gründe, die Frege zu der durch den jeweiligen Vermeidungsversuch verworfenen Annahme ursprünglich bewogen hatten, nicht auf ihren Bestand hin abgeklopft worden sind. Hier stellt sich also die Frage nach den philosophischen (logischen, erkenntnistheoretischen) Voraussetzungen des Fregeschen Systems. Wenn man nicht das Risiko eingehen will, daß in anderen Theorien, die dieselben Voraussetzungen implizieren, ähnliche Antinomien auftauchen, dann kann man es schließlich nicht dabei bewenden lassen, zwar eine Ad-hoc-Lösung zur Vermeidung der Antinomie zu präsentieren, die grundlegenden (philosophischen) Voraussetzungen der Antinomie aber nicht in Frage zu stellen.

Mein Ziel ist es, deutlich zu machen, daß rein technische Lösungen des Antinomieproblems, welche bestimmte der Annahmen aus technischen Gründen verwerfen, ohne erst die ihnen zugrundeliegenden Voraussetzungen und die diese begründenden philosophischen Überlegungen zu bewerten, zwar durchaus funktionieren können. Mit solchen technisch begründeten Vermeidungsstrategien gehen aber immer auch die den verworfenen Annahmen zugrundeliegenden philosophischen Überlegungen verloren. Die Konsequenz der technischen Lösung ist dann ein funktionierendes, weil widerspruchsfreies System, das aber an philosophischem Gehalt verloren hat. Problematisch wird es dann schließlich, wenn solche abstrakten technischen Systeme wieder mit einem philosophischen Inhalt gefüllt und interpretiert werden sollen. Dabei wird dann nämlich die theoretische Reflektion der Realität in ein logisches Korsett gezwängt – wodurch schließlich die tatsächlichen Erklärungsmöglichkeiten solcher Theorien praktisch zu vernachlässigen sind. Es ist eben dies der Unterschied einer „Logik des Seins“ zum bloßen „Sein der Logik“.

Wenn man nicht unterstellen will, daß für Frege das logische System von vornherein Selbstzweck und bloßes Experimentierfeld war, dann gab es für ihn ursprünglich gute (philosophische) Gründe dafür, diejenigen Annahmen, die bei den verschiedenen Vermeidungsstrategien wahlweise jeweils verworfen werden, dem logischen System zugrunde zulegen. Und diese Gründe liegen doch auch nach einer solchen technischen Änderung immer noch vor. Schließlich kommt hinzu, daß jede notwendig werdende Erweiterung solcher Systeme, die aufgrund der Vermeidung bestimmter Annahmen antinomiefrei sind, immer die Gefahr des unvermittelten Wiederauftauchens der Antinomie birgt, solange nicht die Bedingungen der Möglichkeit dieser Antinomie vollständig bestimmt sind. Deshalb werde ich die von Frege in seinen Texten gegebenen philosophischen, besonders erkenntnistheoretischen, aber auch ontologischen Erklärungen nicht als Interpretation, sondern als Vorbedingung seiner logischen Annahmen betrachten und diese sich in den von ihm gegebenen Erklärungen äußernden philosophischen Voraussetzungen selbst als Ursachen der Antinomie diskutieren.

Ich werde zeigen, daß diese philosophischen Voraussetzungen Frege gerade zu einem Repräsentationssystem entsprechend der 1. Möglichkeit (also einer Zuordnung von genau einem Gegenstand zu einem Begriff, vom Bereich der Begriffe in den Bereich der Gegenstände) führen.

Eine technische Bemerkung sei erlaubt: Ich werde versuchen, weitgehend die von Frege in GGA selbst gegebenen Erklärungen für meine Argumentation zu zitieren. Allerdings ist das deshalb nicht durchgängig durchzuhalten, weil Frege die eher philosophischen Erklärungen nicht in GGA, sondern in den drei früher erschienen Aufsätzen „Funktion und Begriff“, „Über Sinn und Bedeutung“ und „Über Begriff und Gegenstand“ gibt. Diese Aufsätze werden aber von Frege explizit in GGA einbezogen, ich werde sie daher ebenfalls in meine Argumentation einbeziehen.<sup>20</sup> Die von mir angegebenen Seitenzahlen beziehen sich dabei jeweils auf die Originalausgabe – diese Originalpaginierung ist in [Patzig 1986] und [Patzig 1993] an den inneren Seitenrändern mit angegeben. Auch die Seitenzahlen für GLA und GGA sind die der Originalausgabe.

## 2.2 Herleitung der Antinomie

### 2.2.1 Formale Rekonstruktion der Herleitung der Antinomie

Zunächst will ich die von Frege selbst gegebene Herleitung der Antinomie (vgl. [GGA II, 251ff.]) formal rekonstruieren. Der genaue Weg der formalen Herleitung der Antinomie ist zwar für die Begründung meiner Schlußfolgerungen erforderlich, nicht unbedingt aber für das Verständnis dieser Schlußfolgerungen. Der Leser, der nicht an dieser formalen Herleitung interessiert ist, kann diesen Abschnitt vorläufig überspringen.<sup>21</sup>

Ich halte mich jetzt so weit wie möglich an die von Frege in GGA I festgelegten Regeln für die Verwendung der Zeichen und werde deshalb nur Abweichungen von diesen Regeln explizit ankündigen. Die erste Abweichung ist, daß ich statt der deutschen Buchstaben, welche bei Frege Funktionen erster Stufe vertreten, hier ebenfalls lateinische Buchstaben nehme, wobei aber dadurch, daß deren Auftreten durch einen Generalisator gebunden ist, keine Mißverständnisse auftreten können. Als zweite Abweichung verwende ich die heute üblichen Symbole für die logischen Funktionen, also „ $\rightarrow$ “ für die materiale Implikation, „ $\neg$ “ für die

<sup>20</sup> In zwei Anmerkungen zu GGA verweist Frege explizit auf diese Aufsätze: „Man vergleiche meinen Vortrag über *Funktion und Begriff* (Jena 1891) und meinen Aufsatz über *Begriff und Gegenstand* in der Vierteljahresschrift für wissenschaftl. Phil. XVI, 2.“ [GGA I, 115]. „Dies habe ich in meinem Aufsatz *Über Sinn und Bedeutung* in der Zeitschrift f. Philos. u. phil. Kritik, 100. Bd., eingehender begründet.“ [GGA I, 117]

<sup>21</sup> Die hier gelieferte Herleitung entspricht im wesentlichen der 1991 in meiner (unveröffentlichten) Diplomarbeit vorgestellten Rekonstruktion.

Negation und „ $\forall$ “ für die Generalisierung. Schließlich verwende ich metasprachlich das Zeichen „:=“ für Einsetzungsinstanzen, also z.B. „ $a:=\Delta$ “, wenn statt des „ $a$ “ der Name „ $\Delta$ “ eingesetzt wird.

Frege beschränkt sich bei seiner Herleitung auf Begriffe, d.h. Funktionen, deren Wertebereich nur die beiden Wahrheitswerte „Wahr“ und „Falsch“ umfaßt. Entsprechend sind die hier verwendeten Funktionssymbole als Symbole für Begriffe zu lesen, während Freges Begriffsschrift denselben Effekt mittels des „Waa-gerechten“ erzielt, der jeweils mit den Zeichen der logischen Funktionen verschmolzen sein kann.

In seiner Herleitung verwendet Frege folgende seiner Grundgesetze:<sup>22</sup>

- (I<sub>g</sub>)  $(a \rightarrow \neg a) \rightarrow \neg a$   
 (II<sub>b</sub>)  $\forall G(M_{\beta}G(\beta)) \rightarrow M_{\beta}f(\beta)$   
 (III<sub>a</sub>)  $a=b \rightarrow (f(b) \rightarrow f(a))$   
 (IV<sub>c</sub>)  $\neg\neg f(a) \rightarrow f(a)$   
 (IV<sub>d</sub>)  $f(a) \rightarrow \neg\neg f(a)$   
 (V<sub>b</sub>)  $\dot{\epsilon}f(\epsilon)=\dot{\epsilon}g(\epsilon) \rightarrow f(a)=g(a)$

Des weiteren werden neben den Definitionen der logischen Funktionen implizit auch abgeleitete Sätze und Regeln verwendet, u.a. die Transitivität der Implikation, die Möglichkeit der Vertauschung der Vorderglieder der Implikation,<sup>23</sup> der modus ponens, aber auch die Möglichkeit der Einführung der Generalisierung, ebenso wie das Einsetzen bestimmter Instanzen in Allgemeines, welche aber alle innerhalb von GGA genau erklärt sind.

Zuerst werden Definitionen eingeführt für eine Funktion  $R$  und für deren Wertverlauf  $\Delta$ . Diese Definitionen sind damit selbst als Sätze behauptet.

- (1)  $\neg\forall G(\dot{\epsilon}G(\epsilon)=a \rightarrow G(a)) = R(a)$   
 (2)  $\dot{\epsilon}R(\epsilon) = \Delta$

Ab jetzt folge ich im wesentlichen der Fregeschen Darstellung, ergänze aber notwendige Zwischenschritte.

Im ersten Teil verläuft die Argumentation folgendermaßen:<sup>24</sup>

Aus (V<sub>b</sub>) folgt für  $g:=R$ ,  $a:=\Delta$

- (3)  $\dot{\epsilon}f(\epsilon)=\dot{\epsilon}R(\epsilon) \rightarrow f(\Delta)=R(\Delta)$

mittels (2) folgt

- (4)  $\dot{\epsilon}f(\epsilon)=\Delta \rightarrow f(\Delta)=R(\Delta)$

<sup>22</sup> Die Numerierung der Grundgesetze entspricht der in GGA.

<sup>23</sup> Im Anschluß an die Einführung der Implikation führt Frege in GGA die Termini „Oberglied“ und „Unterglied“ ein, die die Stellung dieser Glieder in der begriffsschriftlichen Darstellung der Implikation wiedergeben. Hierfür wird heute üblicherweise Vorder- bzw. Hinterglied der Implikation gesagt. Für die Implikation stellt Frege fest: „Die Unterglieder sind demnach vertauschbar.“ [GGA I, 22]

<sup>24</sup> Hierbei stimmen die Formeln (6) bzw. (7) mit den Fregeschen Formeln ( $\alpha$  bzw. ( $\beta$  [GGA II, 256] überein.

Aus (IIIa) folgt, wenn  $f$  die Identität, also die Funktion  $y=x$  ist, mit  $a:=f(\Delta)$ ,  $b:=R(\Delta)$

$$(a) \quad f(\Delta)=R(\Delta) \rightarrow (R(\Delta) \rightarrow f(\Delta))$$

mittels (a) folgt aus (4) aufgrund der Transitivität der Implikation

$$(5) \quad \dot{\exists}f(\varepsilon)=\Delta \rightarrow (R(\Delta) \rightarrow f(\Delta))$$

und wenn die Vorderglieder der Implikation vertauscht werden

$$(6) \quad R(\Delta) \rightarrow (\dot{\exists}f(\varepsilon)=\Delta \rightarrow f(\Delta))$$

woraus durch Einführung der Generalisierung (also statt  $f$  jetzt  $G$ , gebunden durch  $\forall$ ) folgt

$$(7) \quad R(\Delta) \rightarrow \forall G(\dot{\exists}G(\varepsilon)=\Delta \rightarrow G(\Delta))$$

woraus mittels (IVc) folgt

$$(8) \quad R(\Delta) \rightarrow \neg\neg\forall G(\dot{\exists}G(\varepsilon)=\Delta \rightarrow G(\Delta))$$

woraus sich mit (1) für  $a:=\Delta$  ergibt

$$(9) \quad R(\Delta) \rightarrow \neg R(\Delta)$$

Im zweiten Teil verläuft die Argumentation dagegen wie folgt:<sup>25</sup>

Aus (IIb) folgt für  $a:=\Delta$ , wenn statt „ $M_{\beta}G(\beta)$ “ eingesetzt wird „ $\dot{\exists}G(\varepsilon)=a \rightarrow G(a)$ “ und dementsprechend statt „ $M_{\beta}f(\beta)$ “ dann eingesetzt wird „ $\dot{\exists}f(\varepsilon)=a \rightarrow f(a)$ “,

$$(10) \quad \forall G(\dot{\exists}G(\varepsilon)=\Delta \rightarrow G(\Delta)) \rightarrow (\dot{\exists}f(\varepsilon)=\Delta \rightarrow f(\Delta))$$

woraus mittels (IVd) folgt

$$(11) \quad \neg\neg\forall G(\dot{\exists}G(\varepsilon)=\Delta \rightarrow G(\Delta)) \rightarrow (\dot{\exists}f(\varepsilon)=\Delta \rightarrow f(\Delta))$$

und mittels (1) folgt für  $a:=\Delta$  hieraus

$$(12) \quad \neg R(\Delta) \rightarrow (\dot{\exists}f(\varepsilon)=\Delta \rightarrow f(\Delta))$$

woraus mit  $f:=R$  folgt

$$(13) \quad \neg R(\Delta) \rightarrow (\dot{\exists}R(\varepsilon)=\Delta \rightarrow R(\Delta))$$

und wenn die Vorderglieder der Implikation vertauscht werden

$$(14) \quad \dot{\exists}R(\varepsilon)=\Delta \rightarrow (\neg R(\Delta) \rightarrow R(\Delta))$$

und mit (2) und modus ponens läßt sich abtrennen

$$(15) \quad \neg R(\Delta) \rightarrow R(\Delta)$$

Aus (Ig) folgt für  $a:=R(\Delta)$

$$(b) \quad (R(\Delta) \rightarrow \neg R(\Delta)) \rightarrow \neg R(\Delta)$$

und aus (b) läßt sich mit (9) und modus ponens abtrennen

$$(16) \quad \neg R(\Delta)$$

Aus (Ig) folgt für  $a:=\neg R(\Delta)$

$$(c) \quad (\neg R(\Delta) \rightarrow R(\Delta)) \rightarrow R(\Delta)$$

und aus (c) läßt sich mit (15) und modus ponens abtrennen

$$(17) \quad R(\Delta)$$

Offensichtlich widersprechen (16) und (17) einander.<sup>26</sup>

<sup>25</sup> Hierbei stimmen die Formeln (10), (13) bzw. (14) mit den Fregeschen Formeln ( $\gamma$ , ( $\delta$  bzw. ( $\varepsilon$  [GGA II, 256] überein.

<sup>26</sup> Hierbei stimmen die Formeln (16) bzw. (17) mit den Fregeschen Formeln ( $\zeta$  bzw. ( $\eta$  [GGA II, 256] überein.

### 2.2.2 Herleitbarkeit der Antinomie ohne Wertverläufe

Nach der formalen Rekonstruktion der von Frege gegebenen Herleitung im vorigen Abschnitt werde ich in diesem Abschnitt zeigen, daß die Antinomie auch ohne Zuhilfenahme der Wertverläufe herleitbar ist. Hierfür bestimme ich zunächst die Bedingungen für mögliche Alternativen zu den Sätzen (1), (2) und (Vb) der oben gegebenen formalen Rekonstruktion. Mit Hilfe einer Zuordnungsfunktion werde ich dann zeigen, daß die Antinomie tatsächlich ohne Wertverläufe herleitbar ist. Damit wird schließlich die mystische Verursachung der Antinomie durch die Wertverläufe entzaubert.

Der Ausgangspunkt der Fregeschen Herleitung der Antinomie ist das Grundgesetz (Vb), welches für Frege folgerichtig unter Verdacht gerät: „Der Fehler kann allein in unserm Gesetze (Vb) liegen, das also falsch sein muß.“ [GGA II, 257] In diesem Grundgesetz ist festgehalten, daß, wenn die Wertverläufe zweier Funktionen gleich sind, dann zwei Funktionen für ein beliebiges Argument denselben Wert haben. Insbesondere sind nun bei der Herleitung der Antinomie alle Funktionen Begriffe und alle Wertverläufe Begriffsumfänge. Demnach scheint es so, daß gerade die Begriffsumfänge eine wichtige Rolle bei der Herleitung der Antinomie spielen. Zu dieser Konsequenz gelangt auch Frege, dessen Diskussion der Antinomie ihn zu der Überzeugung führt, „daß der Begriffsumfang selbst den Ausnahmefall bewirkt“ und „daß sich das Auftreten dieser Ausnahme in keinem Fall vermeiden läßt“ [GGA II, 262]. Um so erstaunlicher ist es daher, daß eine allgemeinere Herleitung der Antinomie vollständig ohne Begriffsumfänge auskommt. Ich werde das im folgenden zeigen.

Überlegen wir, ob und wie die Begriffsumfänge aus der Herleitung der Antinomie ausgeschlossen werden können. Dafür muß man zunächst bestimmen, wo die Begriffsumfänge in die Herleitung der Antinomie eingeführt werden. Nun tauchen die Zeichen für Begriffsumfänge bei den Sätzen, die während der Herleitung der Antinomie verwendet werden, explizit nur in den Definitionen (1) und (2) sowie dem Grundgesetz (Vb) auf. Die Zeichen für Begriffsumfänge können also nur über diese beiden Definitionen oder das Grundgesetz (Vb) in die Herleitung der Antinomie eingeführt worden sein, da der alternative Weg, nämlich mittels einer Einsetzungsinstanz Zeichen für Begriffsumfänge einzuführen, im Verlauf der Herleitung nicht beschritten worden ist. Vorgreifend sei hier übrigens darauf hingewiesen, daß, wenn die Begriffsumfänge etwas mit der Antinomie zu tun haben, demnach auch die Definitionen (1) und (2) suspekt sein können, und tatsächlich wurde insbesondere die Begriffsdefinition (1) zum Anlaß für Vermeidungsstrategien genommen.<sup>27</sup>

---

<sup>27</sup> Für Beispiele für solche Vermeidungsstrategien siehe „2.3 Exkurs: Beispiele für Strategien zur Vermeidung der Antinomie“ [S. 35ff. dieser Arbeit]

Der effektivste Weg, die Begriffsumfänge aus der Herleitung auszuschließen, besteht darin, (1), (2) und (Vb) durch gleichwertige Sätze zu ersetzen, in denen jedoch keine Zeichen für Begriffsumfänge vorkommen. Hierfür muß natürlich geklärt werden, wann Sätze gleichwertig für die Herleitung der Antinomie sind. Betrachten wir also genauer, welche Rolle diese drei Sätze bei der Herleitung der Antinomie spielen.

Entscheidend bei der Verwendung der Definition (1) sowohl im ersten als auch im zweiten Teil der Herleitung ist ihre *Struktur*. Hingegen spielen die den jeweiligen Argumenten durch die mit (1) definierte Funktion zugeordneten *Werte* bei der Argumentation in der Herleitung keine Rolle. Daher kommt es insbesondere auch nicht auf *den* Wert an, den diese Funktion ihrem eigenen Wertverlauf zuordnet. Ein Ersatz für (1) muß also nur die Struktur beibehalten.

Mit Hilfe der Definition (2) wird im ersten Teil der Herleitung der Wertverlauf der in (1) definierten Funktion R in einer Wertverlaufsgleichung durch Gleiches ersetzt, hier spielt also der *Gleichungscharakter* von (2) eine Rolle. Zugleich taucht das Definiendum von (2) an der Argumentstelle einer Funktion erster Stufe auf und muß daher notwendig einen Gegenstand bedeuten. Im zweiten Teil wird durch (2) der Übergang von (14) zu (15) durch Anwenden der Abtrennungsregel (modus ponens) ermöglicht. Um die Abtrennungsregel anwenden zu können, muß die Gleichung (2) notwendig das Wahre bedeuten, was dadurch gesichert ist, daß Definitionen sofort in behauptete Sätze übergehen,<sup>28</sup> oder, wie Frege schreibt: „Dadurch wird das neue Zeichen gleichbedeutend mit dem erklärenden; die Definition geht also sofort in einen Satz über.“ [GGA I, 45] Damit läßt sich zusammenfassend festhalten: Ein Ersatz für (2) muß eine Gleichung sein, die das Wahre bedeutet, wobei die Argumente auf beiden Seiten der Gleichung Gegenstände sein müssen, die damit insbesondere an Argumentstellen von Funktionen erster Stufe eingesetzt werden können.

Schließlich ist (Vb) im ersten Teil der Herleitung wichtig, weil es als Satz das Wahre bedeutet und deshalb als Ausgangspunkt für die Ableitung dienen kann. Im Verlauf des ersten Teils der Herleitung spielt dann vor allem die Gleichung für die Funktionswerte im Hinterglied der mit (Vb) behaupteten Implikation eine Rolle. Im zweiten Teil der Herleitung hingegen wird (Vb) überhaupt nicht ver-

---

<sup>28</sup> Hier übernehme ich zunächst den Fregeschen Argumentationsweg, der einschließt, daß es für jeden Begriff einen Begriffsumfang gibt, wodurch die Existenzbedingung für die Definition (2) von vornherein erfüllt und der Übergang zum Satz zulässig ist. Ob allerdings Freges Annahme der Existenz eines Begriffsumfanges für jeden Begriff tatsächlich richtig ist, soll hier noch nicht erörtert werden. Wenn man einfach die Begriffsumfänge durch andere Gegenstände ersetzen will, muß man natürlich, damit die Existenzbedingung für die Definition erfüllt ist, annehmen, daß es stets auch den Gegenstand gibt, den man dann dem Begriff per definitionem zuordnet. Im folgenden werde ich allerdings Definitionen überhaupt nicht verwenden, so daß der Übergang von Definition zu behauptetem Satz ganz verzichtbar ist.

wendet. Das Besondere an (Vb) ist nun, daß es sich hierbei um eine Implikation handelt. Die materiale Implikation bedeutet auch in GGA immer dann das Wahre, wenn ausgeschlossen ist, daß das Vorderglied das Wahre, das Hinterglied aber nicht das Wahre ist.<sup>29</sup> Nun wird aber in der Herleitung der Antinomie kein Satz eingeführt, der ausschließen kann, daß das Hinterglied von (Vb) nicht das Wahre ist; zugleich kann außerdem das Vorderglied von (Vb) durchaus das Wahre sein, da es sich bei diesem um eine Gleichung handelt, welche als solche u.a. auch reflexiv ist. Demnach ist (Vb) nicht schon aufgrund der Umstände der Herleitung wahr. Wenn also (Vb) trotzdem behauptet wird, dann läßt sich das nur so interpretieren, daß erst durch diese Behauptung der Fall ausgeschlossen wird, daß zugleich das Vorderglied das Wahre und das Hinterglied nicht das Wahre bedeutet.<sup>30</sup>

Die Begründung für (Vb) wird sich also nicht in den in der Herleitung verwendeten Sätzen finden lassen, vielmehr ist gerade hier der Punkt, an dem nach den philosophischen Voraussetzungen Freges zu fragen ist, die in (Vb) manifestiert sind. Ein Ersatz für (Vb) muß demnach eine Implikation sein, für die zum einen das Hinterglied eine Gleichung zwischen Werten verschiedener Funktionen ist, und für die zum anderen, wenn das Vorderglied das Wahre bedeutet, auszuschließen ist, daß das Hinterglied nicht das Wahre bedeutet – und zwar aus Gründen, die sich nicht aus der Herleitung ergeben, sondern vielmehr extern und so verstanden philosophisch sind.

Nachdem nun die notwendigen Bedingungen für das Ersetzen von (1), (2) und (Vb) zusammengetragen sind, bleibt noch übrig, einen diese Bedingungen erfüllenden Ersatz zu finden. Hierfür ist es nützlich, die recht allgemein gehaltenen notwendigen Bedingungen weiter zu konkretisieren. Betrachtet man z.B. die Stellung der Wertverlaufsnamen innerhalb der Sätze, die im Verlauf der Herleitung abgeleitet wurden, dann fällt auf, daß an keiner Stelle die Wertverlaufsnamen separat als Vorder- oder Hinterglied einer Implikation auftauchen. Vielmehr stehen sie stets innerhalb von Gleichungen. Daher ist es hinreichend, statt die Wertverlaufsnamen selbst zu ersetzen, wenn diese Gleichungen durch gleichwertige (d.h. insbesondere gleichbedeutende, also ebenfalls wahre) ersetzt werden, die keine Wertverlaufsnamen mehr enthalten. Außerdem wird (Vb) gar nicht in seiner Allgemeinheit verwendet, sondern ausschließlich, um durch Einsetzungsinstanzen den Satz (4) zu erhalten, so daß es für die Herleitung hinreichend ist, statt (Vb) nur den viel weniger allgemeinen Satz (4) durch einen

<sup>29</sup> Vgl. die Einführung der Implikation in §12 [GGA I, 20].

<sup>30</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Es ist unstrittig, daß (V) als Axiom in GGA dafür sorgt, daß die Implikation nicht falsch werden kann. Aber das von mir gemeinte Problem ist gerade, daß Frege bei der Herleitung der Antinomie (Vb) *ohne Begründung* als wahr verwendet, also (Vb) als Axiom behandelt. Ich will gerade darauf verweisen, daß sich die Wahrheit von (Vb) nicht aus der Herleitung selbst ergibt.

gleichwertigen zu ersetzen, der keine Wertverlaufsnamen mehr enthält. Wir müssen also eine Funktion zweiter Stufe suchen, die so beschaffen ist, daß etwas (4) entsprechendes behauptet werden kann.

Die Bedingungen für das Ersetzen von (1), (2) und (Vb) bzw. (4) lassen sich mit Hilfe einer Zuordnungsfunktion  $Z$  erfüllen, deren Argumente Funktionen erster Stufe und deren Werte Gegenstände sind, und die außerdem einer Zusatzforderung genügt. Diese Zusatzforderung läßt sich folgendermaßen formulieren: Für genau einen beliebig auszuwählenden, dann aber bestimmten Gegenstand  $\Delta'$  soll folgendes gelten:

Erstens, daß dieser Gegenstand  $\Delta'$  selbst Wert der Zuordnungsfunktion  $Z$  ist, demnach also eine Funktion erster Stufe  $R'$  existiert, für welche  $Z(R')=\Delta'$  gilt. Diese Forderung ist erfüllbar, d.h. ein solcher Gegenstand  $\Delta'$  ist angebar, weil die Zuordnungsfunktion Funktionen erster Stufe als Argumente und Gegenstände als Werte hat. Insbesondere ist diese Forderung auch für die Zuordnung der Wertverläufe zu Funktionen erster Stufe in GGA erfüllt. Eine externe Bedingung hierfür, die somit wieder nur philosophisch entscheidbar ist, ist allerdings, daß es überhaupt möglich ist, jeder Funktion einen (nicht notwendig verschiedenen) Gegenstand zuzuordnen, d.h. daß überhaupt eine solche Zuordnungsfunktion zweiter Stufe existiert.

Zweitens, daß aus der Gleichheit von  $\Delta'$  mit dem Wert der Zuordnungsfunktion für eine beliebige Funktion  $f$  als Argument folgt, daß bei dieser Funktion  $f$  der Wert von  $f$  für das Argument  $\Delta'$  mit dem Wert von  $R'$  für das Argument  $\Delta'$  übereinstimmt, d.h. daß dann folgt:  $f(\Delta')=R'(\Delta')$ . Formalisiert läßt sich das wie folgt ausdrücken:  $Z(f)=\Delta' \rightarrow f(\Delta')=R'(\Delta')$ . Diese Forderung ist erfüllbar, weil sie zumindest für Wertverläufe in GGA erfüllt ist, wie man in (4) ablesen kann. Sie ist aber nicht nur für Wertverläufe erfüllbar, sondern auch für alle Gegenstände, für die „dasselbe Kennzeichen zur Wiedererkennung“ [GGA I, 16] gilt wie für die Wertverläufe, wie Freges Überlegungen in §10 der GGA [GGA I, 16ff.] zeigen. Allerdings gilt für die Wertverläufe sogar weit mehr, weil die Forderung nicht nur für einen bestimmten Wertverlauf, sondern für alle Wertverläufe erfüllt ist, wie man in Grundgesetz (Vb) ablesen kann. Auch völlig unabhängig von Wertverläufen läßt sich  $Z$  gerade so festlegen, daß die Forderung erfüllt ist – wenn nämlich  $Z$  zum Beispiel so konstruiert ist, daß  $\Delta'$  ausschließlich der Funktion  $R'$  und keiner anderen Funktion zugeordnet wird, weil dann ohnehin nur der Wert von  $\Delta'$  bei  $R'$  in Betracht kommen kann. Dieses Beispiel zeigt, daß sich die Forderung darauf reduzieren läßt, daß die Zuordnungsfunktion  $Z$  für die Funktion  $R'$  als Argument eindeutig ist. Diese Möglichkeit der eineindeutigen Zuordnung eines Gegenstands zu einer Funktion in wenigstens einem Fall läßt sich aber nur extern und insofern philosophisch begründen. Dasselbe trifft aber, obwohl weit weniger offensichtlich, auch auf die Möglichkeit zu, daß die Werte von Funktio-

nen, denen derselbe Gegenstand zugeordnet wird, für diesen Gegenstand als Argument zusammenfallen.

Die Zusatzforderung wird also der Herleitung der Antinomie vorangestellt, sie ist nicht während der Herleitung erst begründbar; sie ist erfüllbar (weil insbesondere für die Wertverläufe in GGA erfüllt), sie ist aber außerdem auch unabhängig von Wertverläufen erfüllbar; und die in der Zusatzforderung enthaltenen Forderungen sind selbst nur extern und insofern philosophisch begründbar.

Werden nun sämtliche Wertverlaufsnamen durch Namen der Werte der Zuordnungsfunktion  $Z$  ersetzt, also z.B. „ $\epsilon f(\epsilon)$ “ durch „ $Z(f)$ “, und werden statt (1), (2) und (Vb) bzw. (4) jetzt unter Berücksichtigung der aufgestellten Zusatzforderung

$$(1a) \quad \neg \forall G(Z(R_a)=a \rightarrow G(a)) = R_a(a)$$

$$(2a) \quad Z(R_a) = \Delta_a$$

$$(Vb_a) \quad Z(f)=Z(R') \rightarrow f(Z(R'))=R'(Z(R'))$$

$$(4a) \quad Z(f)=\Delta_a \rightarrow f(\Delta_a)=R_a(\Delta_a)$$

verwendet, dann läßt sich die Antinomie auf dieser allgemeineren Basis ebenfalls ableiten. Der Verlauf der Herleitung der Antinomie entspricht im übrigen völlig der im vorigen Abschnitt entsprechend GGA II durchgeführten und kann von jedem Interessierten leicht nachvollzogen werden. Dabei ist allerdings (3) überflüssig, der erste Teil beginnt also mit (4) in der veränderten Form (4<sub>a</sub>).

Durch (1<sub>a</sub>) wird dabei die Struktur von (1) erhalten. Als Definition ist (2<sub>a</sub>) ebenso wie (2) eine Gleichung, die das Wahre bedeutet und deren Argumente Gegenstände sind, welche damit ebenfalls als Argumente in Funktionen erster Stufe eingesetzt werden können. Schließlich liefert die durch (Vb<sub>a</sub>) bzw. (4<sub>a</sub>) formalisierte Zusatzforderung ebenso wie (Vb) eine Implikation, die nicht aufgrund der Herleitung gilt, sondern nur extern und insofern philosophisch begründbar ist.

Schließlich ist noch zu zeigen, daß gegenüber der Verwendung von Wertverläufen die Herleitung der Antinomie tatsächlich allgemeiner ist. Natürlich ist die aufgestellte Zusatzforderung aufgrund von (Vb) auch für die Zuordnung von Wertverläufen zu Funktionen erfüllt, schließlich läßt sich ja aus (Vb) insbesondere der Satz (4) ableiten, welcher der Zusatzforderung genügt und der analog auch (4<sub>a</sub>) entspricht. Aber (Vb) selbst beschränkt sich nicht so wie (Vb<sub>a</sub>) auf einen bestimmten Gegenstand, sondern fordert für jeden als Wertverlauf auftretenden Gegenstand, daß die Werte der zugehörigen Funktionen übereinstimmen, und das nicht nur für diesen Wertverlauf, sondern sogar für jeden Gegenstand. Demnach fordert also (Vb) gegenüber unserer Zusatzforderung sogar in zweifacher Hinsicht mehr. Im Umkehrschluß ist unsere Zusatzforderung in zweifacher Hinsicht weniger restriktiv als (Vb). Die von der Zusatzforderung ausgehende Herleitung der Antinomie ist deshalb tatsächlich allgemeiner als die von (Vb) ausgehende.

Die Suche nach den Ursachen der Antinomie ist durch das Wegfallen der Beschränkung auf Wertverlaufsnamen zumindest von einem Mysterium befreit, das sich um die Diskussion darüber rankt, welchen logischen, aber auch welchen ontologischen Status Wertverläufe haben. Von einem Mysterium kann man deshalb reden, weil der ontologische und logische Status der Wertverläufe auf wunderbare, aber irgendwie nicht recht erklärbare Weise die Antinomie hervorgebracht zu haben schien. Dieses Mysterium wird abgelöst durch separate Erklärungen des logischen und ontologischen Status der Wertverläufe einerseits und der ontologischen und logischen Bedingungen der Herleitung der Antinomie andererseits. Es wird sich zeigen, daß der Status der Wertverläufe gerade so beschaffen ist, daß die Bedingungen zur Herleitung der Antinomie erfüllt sind, womit dann jede Mystik verschwindet. Zunächst jedoch kann die Diskussion des Status der Wertverläufe zurückgestellt werden – die Antinomie ist schließlich auch ohne Wertverläufe ableitbar.

### 2.2.3 Formale Herleitung der Antinomie ohne Wertverläufe

Der Vollständigkeit halber gebe ich nun die formale Herleitung der verallgemeinerten Antinomie hier wieder. Ein daran nicht interessierter Leser kann diesen Abschnitt ohne Verlust überspringen.

Sei  $Z$  eine Funktion zweiter Stufe, die jeder Funktion erster Stufe einen, nicht notwendig verschiedenen, Gegenstand zuordnet, und die insbesondere der (abkürzend als  $R'$  bezeichneten) Funktion  $\neg\forall G(Z(G)=a \rightarrow G(a))$  irgendeinen Gegenstand so zuordnet, daß folgende Bedingung erfüllt ist:

$$(Vb_a) \quad Z(f)=Z(R') \rightarrow f(Z(R'))=R'(Z(R'))$$

Diese Bedingung ist erfüllbar, denn sie ist insbesondere dann erfüllt, wenn  $Z$  für  $R'$  eineindeutig ist, weil dabei für einen beliebigen Gegenstand  $a$  (also nicht nur für den Gegenstand, der  $R'$  durch  $Z$  zugeordnet ist) gilt:  $Z(f)=Z(R') \rightarrow f(a)=R'(a)$ .

Zuerst werden Definitionen eingeführt für eine Funktion  $R_a$  und für den ihr bei  $Z$  zugeordneten Wert  $\Delta_a$ . Diese Definitionen sind damit selbst als Sätze behauptet.

$$(1_a) \quad \neg\forall G(Z(G)=a \rightarrow G(a)) = R_a(a)$$

$$(2_a) \quad Z(R_a) = \Delta_a$$

Im ersten Teil verläuft die Argumentation folgendermaßen:

Mit den Definitionen (1<sub>a</sub>) und (2<sub>a</sub>) wird aus (V<sub>b<sub>a</sub></sub>)

$$(4_a) \quad Z(f)=\Delta_a \rightarrow f(\Delta_a)=R_a(\Delta_a)$$

Aus (III<sub>a</sub>) folgt, wenn  $f$  die Identität, also die Funktion  $y=x$  ist, mit  $a:=f(\Delta_a)$ ,  $b:=R_a(\Delta_a)$

$$(a_a) \quad f(\Delta_a)=R_a(\Delta_a) \rightarrow (R_a(\Delta_a) \rightarrow f(\Delta_a))$$

mittels (a<sub>a</sub>) folgt aus (4<sub>a</sub>) aufgrund der Transitivität der Implikation

$$(5_a) \quad Z(f)=\Delta_a \rightarrow (R_a(\Delta_a) \rightarrow f(\Delta_a))$$

und wenn die Vorderglieder der Implikation vertauscht werden

$$(6_a) \quad R_a(\Delta_a) \rightarrow (Z(f)=\Delta_a \rightarrow f(\Delta_a))$$

woraus durch Einführung der Generalisierung (also statt  $f$  jetzt  $G$ , gebunden durch  $\forall$ ) folgt

$$(7_a) \quad R_a(\Delta_a) \rightarrow \forall G(Z(G)=\Delta_a \rightarrow G(\Delta_a))$$

woraus mittels (IVc) folgt

$$(8_a) \quad R_a(\Delta_a) \rightarrow \neg \neg \forall G(Z(G)=\Delta_a \rightarrow G(\Delta_a))$$

woraus sich mit (1a) für  $a:=\Delta_a$  ergibt

$$(9_a) \quad R_a(\Delta_a) \rightarrow \neg R_a(\Delta_a)$$

Im zweiten Teil verläuft die Argumentation dagegen wie folgt:

Aus (IIb) folgt für  $a:=\Delta_a$ , wenn statt „ $M_{\beta}G(\beta)$ “ eingesetzt wird „ $Z(G)=a \rightarrow G(a)$ “ und dementsprechend statt „ $M_{\beta}f(\beta)$ “ dann eingesetzt wird „ $Z(f)=a \rightarrow f(a)$ “,

$$(10_a) \quad \forall G(Z(G)=\Delta_a \rightarrow G(\Delta_a)) \rightarrow (Z(f)=\Delta_a \rightarrow f(\Delta_a))$$

woraus mittels (IVd) folgt

$$(11_a) \quad \neg \neg \forall G(Z(G)=\Delta_a \rightarrow G(\Delta_a)) \rightarrow (Z(f)=\Delta_a \rightarrow f(\Delta_a))$$

und mittels (1a) folgt für  $a:=\Delta_a$  hieraus

$$(12_a) \quad \neg R_a(\Delta_a) \rightarrow (Z(f)=\Delta_a \rightarrow f(\Delta_a))$$

woraus mit  $f:=R_a$  folgt

$$(13_a) \quad \neg R_a(\Delta_a) \rightarrow (Z(R_a)=\Delta_a \rightarrow R_a(\Delta_a))$$

und wenn die Vorderglieder der Implikation vertauscht werden

$$(14_a) \quad Z(R_a)=\Delta_a \rightarrow (\neg R_a(\Delta_a) \rightarrow R_a(\Delta_a))$$

und mit (2a) und modus ponens läßt sich abtrennen

$$(15_a) \quad \neg R_a(\Delta_a) \rightarrow R_a(\Delta_a)$$

Aus (I<sub>g</sub>) folgt für  $a:=R_a(\Delta_a)$

$$(b_a) \quad (R_a(\Delta_a) \rightarrow \neg R_a(\Delta_a)) \rightarrow \neg R_a(\Delta_a)$$

und aus (b<sub>a</sub>) läßt sich mit (9<sub>a</sub>) und modus ponens abtrennen

$$(16_a) \quad \neg R_a(\Delta_a)$$

Aus (I<sub>g</sub>) folgt für  $a:=\neg R_a(\Delta_a)$

$$(c_a) \quad (\neg R_a(\Delta_a) \rightarrow R_a(\Delta_a)) \rightarrow R_a(\Delta_a)$$

und aus (c<sub>a</sub>) läßt sich mit (15<sub>a</sub>) und modus ponens abtrennen

$$(17_a) \quad R_a(\Delta_a)$$

Offensichtlich widersprechen (16<sub>a</sub>) und (17<sub>a</sub>) einander.

### 2.3 Exkurs: Beispiele für Strategien zur Vermeidung der Antinomie

In einem Exkurs werde ich verschiedene Vermeidungsstrategien untersuchen. Es wird sich zeigen, daß jede dieser Strategien gerade auf eine der von mir bereits herausgearbeiteten Bedingungen für den erfolgreichen Verlauf der Herleitung der Antinomie reagiert. Dabei werde ich Beispiele diskutieren, die sich auf die ersten beiden von mir herausgearbeiteten Bedingungen stützen. Die dritte Bedingung hingegen wird erst in den diesem Exkurs nachfolgenden Abschnitten, in denen ich die philosophischen Voraussetzungen Freges diskutiere, untersucht werden.

Als interessantes Ergebnis meiner Diskussion der Beispiele wird sich zeigen, daß durchaus auch scheinbar formale, syntaktisch-semantisch orientierte Vermeidungsversuche nicht unabhängig von den jeweiligen philosophischen Voraussetzungen sind. Besonders bei Thiel wird deutlich werden, daß die Regeln zur Vermeidung bestimmter Ausdrücke selbst auf philosophischen Voraussetzungen beruhen. Außerdem wird sich sowohl bei Thiels konstruktiven Regeln für Begriffsausdrücke als auch bei Russells Verbot widersprüchlicher Begriffe zeigen, daß im Prinzip bereits vor der Bildung von Begriffsausdrücken das System sowohl feststehen als auch als widerspruchs- und antinomiefrei bewiesen sein muß, während Frege die Möglichkeit von Begriffen mit einander widersprechenden Merkmalen zuläßt. Selbstverständlich zeigt sich auch die von Frege theoretisch erwogene und ohnehin von ihm verworfene Möglichkeit uneigentlicher Gegenstände als ontologisch belastet. Bei der von Russell und Whitehead vorgeschlagenen Typenstufung werden schließlich Voraussetzungen über die Art des Gegebenseins eines Gegenstands sichtbar.

Die grundsätzliche Frage, die ich daher an die in den ausgesuchten Beispielen demonstrierten Vermeidungsstrategien richten werde, ist die, ob sich die darin jeweils auffindbaren philosophischen Voraussetzungen nicht grundlegend von den von Frege als Voraussetzungen des logizistischen Programms getroffenen unterscheiden. Ist das nämlich der Fall, dann dürfte damit auch die Frage zu stellen sein, ob diese Vermeidungsstrategien noch die ursprünglichen Intentionen des Fregeschen logizistischen Programms treffen. Es wird sich zeigen, daß alle von mir untersuchten Vermeidungsstrategien von bestimmten philosophischen Voraussetzungen Freges abweichen. Zu diesen Voraussetzungen zählen u.a.: daß die Bedeutung eines Ausdrucks nicht notwendig bekannt sein muß, daß Begriffe widersprüchliche Merkmale haben und leer sein können, daß der logische Status eines Gegenstands unabhängig davon ist, wie er uns gegeben ist.

### 2.3.1 Vorbemerkungen zur Untersuchung ausgewählter Vermeidungsstrategien

Betrachten wir noch einmal die Bedingungen für den erfolgreichen Verlauf der Herleitung der Antinomie, wie sie im Kapitel über die Herleitung der Antinomie ohne Wertverläufe zusammengetragen wurden. Diese lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- (B1) die Struktur des durch (1) definierten Begriffs,
- (B2) der Übergang einer Definition eines Gegenstandsnamens in eine behauptete Gleichheit von Gegenständen, und die Möglichkeit, daß die in der Gleichung vertretenen Gegenstände insbesondere Argumente in beliebigen Funktionen erster Stufe sein können,
- (B3) von der Herleitung der Antinomie unabhängige, externe, philosophische Voraussetzungen, die das Wahrsein einer Implikation, deren Hinterglied eine Gleichung zwischen Werten verschiedener Funktionen ist, begründen.

Zwar schließt das Fehlen einer dieser Bedingungen nur die Möglichkeit der verallgemeinerten Herleitung der Antinomie aus und garantiert für sich noch nicht, daß damit die Antinomie selbst grundsätzlich nicht mehr auftreten kann, aber trotzdem wurde jede der drei Bedingungen zum Anlaß für tatsächlich erfolgreiche Strategien zur Vermeidung der Antinomie genommen.

Vordergründig muß die Vermeidung von (B1) auf syntaktisch-semantischen Überlegungen, die Vermeidung von (B2) auf Überlegungen zu Definitionen und zur Funktionentheorie basieren. Während demnach bei Strategien zur Vermeidung von (B1) oder (B2) die philosophischen Grundlagen der Fregeschen Logik scheinbar keine die Strategie begründende Rolle spielen, zwingt (B3) von vornherein dazu, über die philosophischen, insbesondere die ontologischen oder die erkenntnistheoretischen Voraussetzungen nachzudenken. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit seien nun einige Beispiele für Vermeidungsstrategien, die sich auf die Vermeidung von (B1) oder (B2) konzentrieren, diskutiert. Ausgewählt habe ich diese Beispiele deshalb, weil sich an ihnen verdeutlichen läßt, wie weit solche Vermeidungsstrategien tatsächlich von den philosophischen Voraussetzungen der Logik unabhängig sein können. (B3) bleibt hier als zu vermeidende Bedingung zunächst unberücksichtigt, weil ich auf die damit zusammenhängenden philosophischen Voraussetzungen Freges erst in den Abschnitten nach diesem Exkurs ausführlich eingehen werde.

### 2.3.2 Thiel: Konstruktive Regeln für die rechtmäßige Bildung von Ausdrücken

Christian Thiel diskutiert in seinem Aufsatz „Die Abstraktion“ [in: Schirn 1976, I, 243–264] eine Vermeidungsstrategie, die sich darauf stützt, Ausdrücke mit einer Struktur entsprechend (B1) zu verhindern. Danach „werden nicht mehr alle von Frege selbst als korrekt angesehenen Ausdrücke zugelassen, sondern nur solche, die noch strengere ‚prädikative‘ oder ‚konstruktive‘ Forderungen erfüllen“ [Schirn 1976, I, 264]. Zugleich verweist Thiel über die bloße Vermeidung von (B1) hinaus auf die ontologischen Bedingungen der Antinomie, wenn er feststellt: „Frege hat die Regeln, die darüber befinden, ob ein Begriffsausdruck in seinem System sinnvoll ist, auf Grund seiner ontologische Vormeinungen zu großzügig gefaßt.“ [a.a.O., 263]

Brillant an Thiels Vorschlag, durch die Verschärfung der Bildungsregeln für korrekte Ausdrücke die Herleitbarkeit der Antinomie zu vermeiden, ist es, daß durch das Verbot der Bildung solcher Begriffsausdrücke, die die (1) zugrundeliegende Struktur haben, nicht nur die Herleitbarkeit der Antinomie vermieden wird, sondern zugleich das Grundgesetz (V) als Ganzes, also einschließlich (Vb), in unveränderter Form für die korrekt gebildeten Ausdrücke erhalten bleiben kann.

Der wie nebenher aus konstruktivistischer Sicht vorgetragene Angriff Thiels auf Freges ontologische Vormeinungen soll erst später diskutiert werden. Einerseits ist an dieser Stelle unserer Betrachtungen Freges Ontologie noch nicht hinreichend bestimmt worden. Andererseits aber zielt ja Thiels Vermeidungsstrategie auch nicht direkt auf Freges Ontologie, sondern auf dessen Logik, d.h. die Syntax und die damit verbundene Semantik, die in der Begriffsschrift ausge-

drückt wird. Und diese Zielstellung sichert Thiel ab: „Damit wird man die Frage stellen dürfen, weshalb wir denn überhaupt sinnlose Ausdrücke zulassen sollen, statt Freges Forderungen an die korrekte Bildung von Ausdrücken zu verschärfen und sinnlose Ausdrücke ein für allemal zu verbieten.“ [a.a.O., 264]

Wäre es möglich, daß hier einem ausgewiesenen Kenner Fregescher Terminologie der Lapsus unterlaufen ist, „Sinn“ und „Bedeutung“ zu verwechseln? Meinte Thiel denn nicht vielmehr „bedeutungslose Ausdrücke“? Nein – ich vermute, daß Thiel die Termini durchaus nicht verwechselt hat. Und ich unterstelle auch, daß er hier nicht etwa der besseren Verständlichkeit halber eine nichtfregesche Terminologie verwendet, sondern vielmehr sehr bewußt die Formulierung „sinnlose Ausdrücke“ gebraucht.

Das ist dann insofern erst einmal verwunderlich, als der Sinn des nur prädikativ zu gebrauchenden Ausdrucks „was nicht für jeden Begriff, wenn es gleich dem Umfang dieses Begriffs ist, unter diesen Begriff fällt“ doch durchaus von jedem erfaßbar ist – demzufolge kann dieser Ausdruck nicht sinnlos sein. Eben dieser prädikative Ausdruck aber ist die verbale Wiedergabe des Definiens „ $\neg \forall G(\exists G(\varepsilon)=a \rightarrow G(a))$ “ von (2), welches ein solcher zur Antinomie führender, demnach für Thiel als „sinnlos“ zu bezeichnender Ausdruck ist.

Wenn nun aber der Sinn dieses Ausdrucks durchaus erfaßbar ist, dann dürfte Thiel hier also doch nicht von einem „sinnlosen“, sondern höchstens von einem „bedeutungslosen“ Ausdruck reden?! Außerdem würde doch auch ein bedeutungsloser Ausdruck immer noch Freges für Definitionen aufgestellten „oberstem Grundsatz“ widersprechen: „Rechtmäßig gebildete Namen müssen immer etwas bedeuten.“ [GGA I, 45] Damit wären solche Ausdrücke auch für Frege nicht rechtmäßig gebildet und dürfen daher in der Begriffsschrift nicht definierbar sein. Warum verwendet Thiel trotz allem nicht einfach die Formulierung „bedeutungsloser Ausdruck“?

Die Erklärung hierfür ergibt sich aus dem uralten Dilemma der Priorität von Henne oder Ei. Um das zu verdeutlichen, betrachten wir einmal, aus welchen Gründen Frege die Möglichkeit verwirft, die Widerspruchsfreiheit eines Begriffs explizit zu fordern. Wir lesen in Freges nachgelassenen Schriften (1906, also nach GGA II geschrieben): „Die Forderung, daß ein Begriff widerspruchsfrei sei, stößt auf große Schwierigkeiten. Der einzige Weg, diese Eigenschaft an einem Begriff nachzuweisen, scheint der zu sein, daß man einen Gegenstand angibt, der unter den Begriff fällt. Dazu muß man aber den Begriff schon haben.“ [NS, 194]

Verwenden wir dies als Analogie für das Problem der bei Thiels Vermeidungsstrategie zu verbietenden Begriffsausdrücke. Hier müßte für den Nachweis, daß ein Ausdruck etwas bedeutet, dieser Ausdruck selbst gebildet werden. Wenn aber für den Beweis, daß ein Ausdruck etwas bedeutet, dieser Ausdruck schon gebildet sein muß, dann könnte es doch ebensogut einmal passieren, daß sich ein gebildeter Ausdruck als bedeutungslos herausstellt. Denn gäbe es diese

Möglichkeit nicht, dann wäre ja jeder Beweis überflüssig. Die Möglichkeit, daß sich ein gebildeter Ausdruck als bedeutungslos herausstellt, widerspricht aber nun gerade Thiels Forderung, daß nur solche Ausdrücke bildbar sein dürfen, die eine Bedeutung haben.

Der einzige Ausweg aus dem Dilemma ist es, aus externen Gründen zu garantieren, daß ohnehin nur Ausdrücke bildbar sind, die eine Bedeutung haben. Das heißt, daß es aus diesen externen Gründen unmöglich sein muß, bedeutungslose Ausdrücke zu bilden. Bei Thiel liefert die Rede von „sinnlosen Ausdrücken“ diese externen Gründe: die Ausdrücke haben keinen Sinn, das meint, die Ausdrücke können gar nicht interpretiert werden, weil niemand mit ihnen einen Sinn verbinden kann. Wenn Thiel also bewußt von „sinnlosen“ statt von „bedeutungslosen“ Ausdrücken redet, dann um damit genau solche externen Gründe zu postulieren, die die Bildung bedeutungsloser Ausdrücke von vornherein verhindern. Thiel will also die Bildung solcher Ausdrücke wie dem Definiens von (2) vermeiden, er legt deshalb fest, daß es sich bei diesen Ausdrücken, weil sie die Antinomie ermöglichen würden, um sinnlose Ausdrücke handelt, und weil sie demnach nicht interpretierbar sind, folgt zwingend, daß die Frage nach ihrer Bedeutung gar nicht gestellt werden kann – frei nach dem Motto „Weil nicht sein kann, was nicht sein darf!“. Ein Schelm, der jetzt ruft: „Geht ja gar nicht?! – Geht ja wohl!“

Man soll also nur solche Ausdrücke bilden können, die insgesamt ein antinomiefreies System darstellen. Das heißt doch aber, daß das gesamte System schon fertig und antinomiefrei sein muß, bevor man festlegen kann, welche Ausdrücke bildbar sind. Und doch wird man sich auch vorher irgendwie ausdrücken müssen, in der Zeit, in der man erst versucht, ein solches System aufzubauen und als antinomiefrei nachzuweisen. Und man wird dabei Ausdrücke verwenden, deren Korrektheit selbst nicht schon bewiesen ist – wenn man denn nicht durch eine glückliche Intuition das gesamte System auf einen Schlag antinomiefrei entwirft und dann im nachhinein feststellt, daß die verwendeten Ausdrücke immer schon eine zulässige Bedeutung hatten. Hoffentlich ergeht es einem dann nicht wie dem Reiter über den Bodensee...

Es reicht für Thiels Vermeidungsstrategie offenbar nicht aus, nur Gesetze aufzustellen, nach denen rechtmäßig Ausdrücke zu bilden sind, man muß auch immer schon vorher wissen und auch beweisen, daß jeder so gebildete Ausdruck nicht zu einer Antinomie führen kann. Das aber läßt sich nur absichern, wenn zum einen für jeden Ausdruck dessen Bedeutung explizit bekannt und diesem eineindeutig zugeordnet ist, zum anderen aber das System der Beziehungen zwischen diesen Bedeutungen selbst bereits als widerspruchsfrei bewiesen ist. Damit sind wir also endgültig auf externe Gründe angewiesen, die uns die Widerspruchsfreiheit des Systems garantieren. Hier zeigt sich, daß Thiels syntaktisch-semantic orientiertes Konzept von sich aus über diesen Bereich hinaus auf die

zugrundeliegenden philosophischen, die Syntax und Semantik erst begründenden Auffassungen Freges verweist. Und das erklärt nun endlich auch, warum Thiel in diesem Zusammenhang Freges „ontologische Vormeinungen“ angreift.

Daß es auf konstruktivem Wege gelungen ist, ein antinomiefreies System zu schaffen, scheint jede Rechtfertigung und Begründung überflüssig zu machen. Und doch hat sich für uns herausgestellt, daß nur externe Gründe Thiels „konstruktive“ Forderungen rechtfertigen können. Demnach ist Thiels Vermeidungsstrategie durchaus als eine folgerichtige und erfolgreiche Konsequenz aus bestimmten philosophischen Auffassungen Freges anzuerkennen: daß es nämlich externer Begründungen für Syntax und Semantik bedarf.

Die Diskussion der Thielschen Vermeidungsstrategie macht uns darauf aufmerksam, weshalb Frege bei der Grundlegung seiner Logik die logische oder (für den späten Frege) die geometrische Erkenntnisquelle bemüht: jede dieser Erkenntnisquellen kommt als Kandidat für die benötigte externe Begründung in Frage. Hier aber stellt sich die Frage nach den externen Begründungen (auch für Thiels konstruktive Regeln der rechtmäßigen Bildung von Ausdrücken) um so lauter. Und das verweist uns dann wieder ganz konkret auf die Suche nach Freges externer Begründung der durch (Vb) behaupteten Implikation.

Die Thielsche Vermeidungsstrategie, die sich in die Kategorie der Strategien einordnen läßt, welche (B1) vermeiden wollen, zeigt sich, entkleidet von ihrer vordergründigen Fixierung auf Begriffsausdrücke und damit auf syntaktisch-semantische Überlegungen, in ihrer Grundlage als durchaus ebenso von externen philosophischen Überlegungen abhängig wie die Strategien, die (B3) vermeiden. In beiden Fällen muß die Vermeidung bestimmter, zur Herleitung der Antinomie notwendiger Ausdrücke innerhalb der Begriffsschrift extern und somit philosophisch begründet werden.

Zum Schluß ist noch die Frage zu stellen, ob Thiels Vermeidungsstrategie für Frege überhaupt akzeptabel wäre. Ich frage also danach, wie weit sich Thiels Vorschlag von Freges Intentionen entfernt. Thiel selbst sieht das sehr optimistisch, er verweist darauf, daß Freges Ziel hiermit erreicht sei, „zwar auf einem von ihm nicht vorhergesehenen Weg“, aber doch so, daß „sein fünftes Axiom und damit die im Sinne des frühen Frege aufgefaßte Philosophie der Zahl [...] mit einem prädikativen Aufbau der Mathematik verträglich“ ist. [Schirn 1976, I, 264]

Hierbei sehe ich aber zwei Probleme. Zum einen ist die Frage, ob die Antinomie tatsächlich nur durch die zu weit gefaßten Regeln der korrekten Bildung von Ausdrücken verursacht worden ist, nicht beantwortet, solange nicht die externe Begründung für die Thielschen schärferen konstruktiven Regeln selbst diskutiert ist, denn diese externe Begründung könnte anderen Ansichten Freges widersprechen. Zum anderen sollte uns der „nichtvorhergesehene Weg“ für das Erreichen der Fregeschen Zielstellung hellhörig machen, denn auch hier stellt sich

die Frage, wie weit Thiels Strategie von wesentlichen philosophischen Ansichten Freges abweicht.

Betrachten wir diesen zweiten Punkt genauer. Bei Thiels Vermeidungsstrategie dürfen nur solche Ausdrücke gebildet werden, deren Bedeutung *für uns* gleichzeitig mit der Bildung des Ausdrucks feststeht – weil für diese Bedeutung vorher gesichert sein muß, daß sie nicht zusammen mit anderen Bedeutungen zu einem Widerspruch führt. Es macht aber nun doch einen Unterschied, ob die Bedeutung eines Ausdrucks *festgelegt sein* oder *festgelegt werden* muß. Aus konstruktivistischer Sicht kann es sich natürlich nur darum handeln, daß die Bedeutung festgelegt werden muß. Aus Freges Grundsatz für rechtmäßig gebildete Ausdrücke folgt das aber so zwingend nicht, denn dieser Grundsatz fordert ja nur, daß rechtmäßig gebildete Namen immer etwas bedeuten müssen.

Einerseits kann Freges Grundsatz zwar tatsächlich so zu verstehen sein, daß für jeden Namen seine Bedeutung explizit durch die Anwendung der Regeln für die rechtmäßige Bildung angegeben ist. Dann wäre Thiel die Gelegenheit gegeben, Beschränkungen für die rechtmäßige Bildung von Namen derart festzulegen, daß ein Name nur dann gebildet werden darf, wenn seine Bedeutung explizit angegeben werden kann. Andererseits kann Freges Grundsatz aber durchaus auch so zu verstehen sein, daß für jeden bildbaren Namen dessen Bedeutung festgelegt sein muß, ohne daß diese Bedeutung explizit angegeben ist.

Und ich behaupte, daß gerade dieser zweite Fall in GGA vorliegt. Das läßt sich damit belegen, daß die Regeln für die rechtmäßige Bildung nicht etwa, wie man sonst erwarten müßte, die Bedeutung eines rechtmäßig gebildeten Namens angeben. Vielmehr wird in §28 der GGA von Frege zuerst nur der erwähnte Grundsatz aufgestellt: „Rechtmäßig gebildete Namen müssen immer etwas bedeuten.“ [GGA I, 45] Daraufhin werden die Regeln für die rechtmäßige Bildung festgelegt. Und erst daran anschließend kommt §29 mit der Aussage: „Wir beantworten nun die Frage: wann bedeutet ein Name etwas?“ [GGA I, 45] Hier könnte man nun doch vermuten, daß von Frege jetzt explizit die Bedeutungen von Namen festgelegt werden. In §30 stellt er aber rückblickend auf §29 klar: „Diese Sätze sind nicht als Erklärungen der Worte ‚eine Bedeutung haben‘ oder ‚etwas bedeuten‘ aufzufassen“, sondern „es folgt aus ihnen, daß jeder aus bedeutungsvollen Namen gebildete Name etwas bedeutet.“ [GGA I, 45] Freges Erklärungen über die rechtmäßige Bildung von Namen setzen demnach vielmehr voraus, „daß man einige Namen schon als bedeutungsvolle erkannt hat.“ [GGA I, 45], sie bestimmen also die Bedeutung zu bildender Ausdrücke nicht *explizit*, sondern nur *implizit*.

Frege sichert also bei der Realisierung des Grundsatzes für die rechtmäßige Bildung von Namen nur ab, daß jeder bildbare Name eine Bedeutung hat. Es ist dabei nicht erforderlich, diese Bedeutung zu kennen (vgl. [GGA I, 45]). Thiels Vermeidungsstrategie hingegen würde zwingend erfordern, daß bei der Bildung

eines Ausdrucks auch dessen Bedeutung explizit bekannt ist, denn nur so ist zu garantieren, daß der Ausdruck auch wirklich eine Bedeutung haben kann.

Dieser Unterschied macht uns deutlich, daß die Voraussetzungen der Thiel-schen Vermeidungsstrategie doch wesentlich von den Voraussetzungen der Frege-schen Logikkonzeption abweichen, denn Thiel muß unterstellen, daß die Bedeutung jedes Ausdrucks explizit bekannt ist, Frege hingegen nicht! Im Gegenteil, Frege beweist im §10 GGA, daß nicht einmal von vornherein bestimmt ist, welchen Gegenstand ein Wertverlaufsname bedeutet, sondern hierbei nur feststeht, daß die Zuordnung eindeutig sein muß. Frege legt dann willkürlich einen der Wertverlaufsnamen als Namen des Wahren, einen anderen als Namen des Falschen fest, wodurch auch die Bedeutungen der anderen Namen feststehen dürften – aber eben implizit, nicht explizit. Im übrigen verweise ich auf Thiels eigene und sehr gute Beschreibung des Sachverhalts des §10 in „Wahrheitswert und Wertverlauf“ [Schirn 1976, I, 287–299]. Allerdings will Thiel in dem Aufsatz gerade zeigen, daß man „ohne Verknüpfung mit ontologischen Sprechweisen und Voraussetzungen“ [Schirn 1976, I, 298] auskommt. Auch hier will Thiel also Freges Logikkonzeption gerade von ihren philosophischen Voraussetzungen entkleiden.

### 2.3.3 Russell: Verbot widersprüchlicher Begriffe

Ein anderer Ansatz für eine Vermeidungsstrategie, die sich auf (B1) konzentriert, findet sich im Vorwort zum Briefwechsel Frege–Russell angedeutet. Dort wird vom Herausgeber des Briefwechsels für den Begriff „sich selbst nicht angehörender Begriffsumfang“, welcher dem in (1) definierten Begriff entspricht, das Zeichen „ $N(\xi)$ “ eingeführt. Dann wird die Ursache der Antinomie daraus zu erklären versucht, „daß ‚ $N(\xi)$ ‘ durch die Bedeutungsfestsetzungen der GGA zwei verschiedene Bedeutungen, nämlich einmal das Wahre und einmal das Falsche, zugeordnet erhalte und gerade darin die Inkonsistenz des Systems der GGA liege.“ [WB, 202] – unter Hinweis auf die davon abweichende Meinung von Frege selbst, der in dem an der zitierten Stelle besprochenen Brief an Russell vielmehr schreibe, „daß der Ausdruck ‚ $N(\xi)$ ‘ keine Bedeutung habe“ [WB, 202].

Der hier angesprochene Sachverhalt läßt sich wie folgt verdeutlichen. Wie die Herleitung der Antinomie gezeigt hat, wird durch die in (1) definierte Funktion  $R$  einem Gegenstand  $\Delta$  sowohl das Wahre als auch das Falsche zugeordnet, denn es gilt sowohl  $R(\Delta)$  nach (17) als auch  $\neg R(\Delta)$  nach (16). Das heißt, „ $R(\Delta)$ “ bedeutet nach (17) das Wahre und nach (16) das Falsche. Weil  $R(\Delta)$  und  $\neg R(\Delta)$  gelten, gilt nun aber auch die Konjunktion  $R(\Delta) \wedge \neg R(\Delta)$ . Daß diese Konjunktion „gilt“, heißt aber nichts anderes, als daß dieser Konjunktion das Wahre zugeordnet ist, was sich so beschreiben läßt, daß der Gegenstand  $\Delta$  gleichzeitig zwei einander ausschließende Eigenschaften hat, was allerdings auch für Frege nicht zulässig ist.

Außerdem ist dann auch der Begriff  $R(\xi) \wedge \neg R(\xi)$  widersprüchlich, weil insbesondere für das Argument  $\Delta$  widersprüchlich.<sup>31</sup>

Hieraus allerdings zu schließen, daß deshalb der Begriff  $R(\xi) \wedge \neg R(\xi)$  nicht zulässig sei, widerspräche den Intentionen Freges. Frege will nämlich explizit Begriffe zulassen, die widersprüchlich sind, und verwendet diese auch, z.B.  $\neg(\xi=\xi)$ , d.h. „sich selbst ungleich“ [GGA I, 19], oder  $\xi=\neg\forall a(a=a)$  [GGA I, 49]. In der Einleitung zu GGA I erklärt das Frege so, daß es sich dann eben um einen leeren Begriff handele, unter welchen also kein Gegenstand falle, d.h. der jedem Gegenstand das Falsche als Wert zuordne. Das ist deshalb problemlos möglich, weil in Freges Logikkonzeption der Widerspruch dann nicht zwischen den Eigenschaften eines Gegenstands, sondern zwischen den Merkmalen eines Begriffs auftritt. „Wenn nun die Merkmale den Bestand des Begriffs ausmachen, nicht die unter den Begriff fallenden Gegenstände, so hat ein leerer Begriff gar keine Schwierigkeiten und Bedenken gegen sich.“ [GGA I, 3] Hier verweist Frege weiterführend auf seine in den GLA ausgeführten Überlegungen, und dort finden wir in §94 schließlich: „Ein Begriff ist zulässig, auch wenn seine Merkmale einen Widerspruch enthalten; man darf nur nicht voraussetzen daß etwas unter ihn falle. [...] Wie soll man übrigens beweisen, daß ein Begriff keinen Widerspruch enthalte? Auf der Hand liegt das keineswegs immer; daraus, daß man keinen Widerspruch sieht, folgt nicht, daß keiner da ist“ [GLA, 105].

Auch hier wird wieder deutlich, daß Frege die Möglichkeit widersprüchlicher Begriffe gerade deshalb zuläßt, weil eben nicht von vornherein, womöglich durch Intuition, gesichert werden kann, daß gebildete Begriffe immer schon widerspruchsfrei sind. Damit steht aber diese Vermeidungsstrategie vor demselben Problem wie die von Thiel vorgeschlagene: Bevor Begriffsausdrücke gebildet werden können, muß schon das gesamte System feststehen und als antinomie- und widerspruchsfrei bewiesen sein.

Wenn also ein Widerspruch für einen Gegenstand  $\Delta$  auftritt, dann macht das in Freges Logikkonzeption nicht den Begriff, wohl aber den Gegenstand unmöglich. Begriffe mit widersprechenden Merkmalen sind zulässig, Gegenstände mit widersprechenden Eigenschaften hingegen nicht. Letzteres ist allerdings wieder etwas, daß sich unter die Rubrik „ontologische Vormeinungen Freges“ einordnen läßt – eine Vormeinung allerdings, die so einzigartig nicht ist.

Betrachten wir den Mechanismus genauer, der mittels der in (1) definierten Funktion  $R$  einem Gegenstand  $\Delta$  zwei verschiedene Bedeutungen zuordnet. Fällt

---

<sup>31</sup> Hier und im folgenden werde ich immer dann im Allgemeinen von einem „widersprüchlichen Begriff“ reden, wenn im Zusammenhang mit diesem Begriff Widersprüche zu beobachten sind, ohne mich festzulegen, ob es sich dabei im eigentlichen Sinne um einen nicht für jeden Gegenstand scharf bestimmten oder um einen leeren Begriff handelt. Im Besonderen rede ich bei Frege abkürzend von einem „widersprüchlichen Begriff“, wenn es sich um einen Begriff handelt, dessen Merkmale einen Widerspruch enthalten.

ein Gegenstand  $\Delta$  unter diesen Begriff  $R$ , dann ist das genau dann der Fall, wenn er Wertverlauf eines Begriffs ist, unter den er nicht fällt. Wenn wir diesen anderen Begriff zunächst mit  $F$  bezeichnen, dann gilt also:  $R(\Delta) \leftrightarrow (\exists F(\varepsilon)=\Delta) \wedge \neg F(\Delta)$ . Demnach muß dafür, daß der Gegenstand  $\Delta$  unter diesen Begriff  $R$  fällt, die Konjunktion zweier Sachverhalte wahr sein: der Gegenstand  $\Delta$  ist Wertverlauf eines Begriffs, und der Gegenstand  $\Delta$  fällt nicht unter diesen Begriff. Wenn also der erste Sachverhalt wahr ist, und das scheint durch willkürliche Festsetzung stets erfüllbar, wie die Argumentation in §10 GGA zeigt, dann entscheidet nur noch der zweite Sachverhalt über die Wahrheit dieser Konjunktion. Damit läßt sich also schärfer formulieren: Der Gegenstand  $\Delta$  fällt unter diesen Begriff  $R$  genau dann, wenn er zugleich unter einen anderen Begriff nicht fällt:  $R(\Delta) \leftrightarrow \neg F(\Delta)$ .

Wo aber ist hier der Widerspruch? Der entsteht erst, wenn jener andere Begriff  $F$  gerade dieser Begriff  $R$  ist. Und wie wird das erreicht? Dadurch, daß durch den Wertverlauf aus beliebigen Begriffen genau dieser Begriff  $R$  als der andere Begriff ausgewählt wird: durch Verwenden von  $\exists R(\varepsilon)$  ist speziell „dieser“ Begriff  $R$  der „andere“ Begriff. Erst dann fällt der Gegenstand  $\Delta$  unter „diesen“ Begriff und zugleich unter „diesen“ Begriff nicht. Erst dann also hätte der Wert von  $R$  für diesen Gegenstand zwei verschiedene Bedeutungen:  $R(\Delta) \leftrightarrow \neg R(\Delta)$ .

Demnach haben die Wertverläufe eine Auswahlfunktionalität. Das muß auch so sein, denn die Wertverläufe sind in §3 GGA gerade so eingeführt, daß genau dann zwei Funktionen denselben Wertverlauf haben, wenn sie für dasselbe Argument immer denselben Wert haben [vgl. GGA I, 7]. Das ist ja bekanntlich ein Wiedererkennungsmerkmal für Funktionen, welches im Grundgesetz (V) ausgedrückt wird. Im übrigen ist es deshalb auch angemessen, daß im Namen eines Wertverlaufs die Funktion bezeichnet bleibt, deren Wertverlauf er ist. Wenn es aber nur auf die Auswahlfunktionalität ankommt, dann muß man zur Herbeiführung des Widerspruchs für den Gegenstand  $\Delta$  im ersten Teil der Konjunktion nicht unbedingt Wertverläufe benutzen. Statt dessen kann man irgend etwas anderes verwenden, das auch die Auswahlfunktionalität für Begriffe erfüllt, wodurch also ein bestimmter Begriff ausgewählt wird. In jedem Fall fällt dann der „andere“ Begriff mit „diesem“ Begriff zusammen und der Widerspruch ist da. Für die Herleitung der Antinomie kommt es also nur darauf an, einen bestimmten Begriff syntaktisch auswählen zu können – durch welches Mittel auch immer. Übrigens ist der Existenzquantor, obwohl es nahe liegen würde, ihn als Auswahlmittel einzusetzen, hierfür nicht hinreichend. Zwar läßt sich damit das Vorhandensein mindest eines auszuwählenden Begriffs sichern, nicht aber die Beschränkung auf höchstens einen solchen Begriff.

Zusammenfassend ist also deutlich geworden, daß nicht etwa einem Ausdruck in GGA direkt zwei verschiedene Bedeutungen zugeordnet werden, sondern dies nur vermittelt durch die syntaktische Möglichkeit, einen bestimmten Begriff auszuwählen, erfolgt. Damit aber ist die Strategie, die diese Doppeldeu-

tigkeit vermeiden will, davon abhängig, daß die Möglichkeit der Auswahl eines bestimmten Begriffs vermieden wird. Hier bleibt festzuhalten, daß demnach auch diese sich auf (B1) stützende Strategie von der Diskussion philosophischer Voraussetzungen abhängig ist und sich insofern ebenfalls als ebenso abhängig von philosophischen Voraussetzungen erweist wie die Strategien, die (B3) vermeiden wollen.

Schließlich stellt sich für uns die spannende Frage: Läßt sich denn dann überhaupt jedem Begriff eineindeutig ein Zeichen zuordnen? Immerhin würde doch genau dadurch die Möglichkeit eingeführt, einen bestimmten Begriff auszuwählen! Diese Frage aber verschiebe ich auf später.

#### 2.3.4 Frege: Wertverläufe als uneigentliche Gegenstände

Im Zusammenhang mit der Herleitung der Antinomie diskutiert Frege in GGA II u.a. die Möglichkeit, die Wertverläufe nicht als vollwertige Gegenstände anzuerkennen, so daß sie insbesondere „nicht für alle Funktionen erster Stufe als Argumente auftreten dürfen“ [GGA II, 254]. Das wäre eine Vermeidungsstrategie, die sich auf den Teil von (B2) stützt, nach dem die definierten Gegenstände insbesondere als Argumente in Funktionen erster Stufe auftreten können. Verallgemeinern läßt sich das, wenn statt der Wertverläufe beliebige Werte von Funktionen zweiter Stufe als „uneigentliche Gegenstände“ betrachtet werden, die nicht als Argumente in Funktionen erster Stufe eingesetzt werden dürfen, was im Umkehrschluß heißt, daß Argumenten von Funktionen zweiter Stufe nur uneigentliche Gegenstände als Werte zugeordnet werden dürfen.

Frege sieht vordergründig darin ein Problem, daß dann Fallunterscheidungen nötig sind. So gäbe es Funktionen, die jeweils nur eigentliche oder nur uneigentliche Gegenstände als Argumente haben. Es gäbe aber auch Funktionen, die sowohl eigentliche als auch uneigentliche Gegenstände als Argumente haben, wie z.B. die Identität, die als direktes Zusammenfallen nicht noch kategorisierbar sein kann. Analog müßten verschiedene Arten von Funktionen hinsichtlich der Art ihrer Werte unterschieden werden. „So erhielten wir eine unabsehbare Mannigfaltigkeit von Arten; und im Allgemeinen könnten Gegenstände, die verschiedenen dieser Arten angehörten, nicht als Argumente derselben Funktionen auftreten.“ [GGA II, 255]

Während der Verweis auf die Verkomplizierung möglicher funktionaler Beziehungen ein im wesentlichen pragmatisches Argument gegen ein darauf basierendes syntaktisch-semantisches System ist, das aber nicht prinzipiell gegen diese Vermeidungsstrategie spricht, führt Frege noch ein weiteres Argument ins Feld, welches über (B2) hinausweist: „Überdies kann die Berechtigung uneigentlicher Gegenstände bezweifelt werden.“ Auch diese Vermeidungsstrategie zeigt sich also abhängig von bestimmten philosophischen, hier speziell ontologischen

Voraussetzungen und ist insofern ebenfalls gleichgeartet zu den Strategien, die (B3) vermeiden wollen.

### 2.3.5 Whitehead/Russell: Typenstufung

Eine weitere Vermeidungsstrategie findet sich in der erstmals von Whitehead und Russell in „Principia mathematica“ [Russell/Whitehead 1990] vorgestellten Typentheorie. Die Mengen werden dabei in Typen eingeteilt, wobei die Urelemente und die leere Menge vom niedrigsten Typ sind. Die Antinomie wird dann dadurch vermieden, daß für alle anderen Mengen festgelegt wird, daß der Typ einer Menge größer ist als die Typen aller ihrer Elemente. Insbesondere folgt hieraus, daß damit keine Menge Element ihrer selbst sein kann. In Analogie zu Freges Verwendung des Terminus „Klasse“ bei der verbalen Formulierung der Antinomie in GGA II wäre mit dieser Festlegung für die „Klasse der sich selbst nicht angehörenden Klassen“ [GGA II, 254] entschieden, daß sie sich selbst nicht angehören kann, so daß die Antinomie nicht auftritt.

Frege sagt nun, „etwas gehöre einer Klasse an, wenn es unter den Begriff fällt, dessen Umfang eben die Klasse ist“ [GGA II, 254]. Legen wir fest, daß als Urelemente die Gegenstände zu betrachten sind und als leere Menge die Klasse, die der Umfang des leeren Begriffs ist. Dann ist die in der Typentheorie aufgestellte Regel als Typenregel für Begriffe unter konsequenter Ersetzung des Terminus „Klasse“ durch den Terminus „Begriffsumfang“ folgendermaßen formulierbar: Die Gegenstände, die keine Begriffsumfänge sind, und der Umfang des leeren Begriffs sind vom niedrigsten Typ. Für alle Begriffsumfänge, d.h. für alle anderen Gegenstände (die dann ja immer Begriffsumfänge sind), wird festgelegt, daß der Typ eines Begriffsumfangs stets höher ist als der Typ von allem, was unter den Begriff fällt, dessen Umfang er ist. Hieraus folgt, daß der Umfang eines Begriffs nicht unter diesen Begriff fallen kann, da er ja einen höheren Typ hat als alles, was unter den Begriff fällt. Die Typenregel läßt sich folgendermaßen formalisieren:  $\forall G(\exists G(\varepsilon)=a \rightarrow \neg G(a))$ .

Insbesondere fällt also nach dieser Typenregel der Umfang des in (1) definierten Begriffs R nicht unter diesen Begriff R. Wäre ein solcher Begriff R zulässig, dann würde demnach für dessen Wertverlauf  $\varepsilon R(\varepsilon)$  insbesondere als wahr gelten:  $\neg R(\varepsilon R(\varepsilon))$ . Da (1) als Definition zugleich eine behauptete Gleichung ist, die ja genau dann wahr ist, wenn beide Seiten der Gleichung dasselbe bedeuten, würde demnach auch  $\neg(\neg \forall G(\exists G(\varepsilon)=a \rightarrow G(a)))$  wahr sein, und damit auch  $\forall G(\exists G(\varepsilon)=a \rightarrow G(a))$ . Letzteres heißt aber nichts anderes als: Der Umfang eines beliebigen Begriffs fällt unter diesen Begriff. Da das offensichtlich der Typenregel widerspricht, kann (1) nicht wahr sein. Das heißt aber nichts anderes, als daß (1) nicht behauptbar ist, wenn die Typenregel für Begriffe gelten soll. Folglich ist die

Definition (1) nicht zulässig. Damit ist dann aber auch (B1) nicht mehr erfüllbar, weil ein Begriff dieser Struktur nicht mehr definiert werden kann.

Allerdings widerspricht auch diese Strategie bestimmten philosophischen Voraussetzungen der Fregeschen Logik. Der Typ eines Gegenstands ist nämlich davon abhängig, ob er Wertverlauf eines bestimmten Begriffs ist, weil der Typ dieses Gegenstands dann höher als die Typen der unter diesen bestimmten Begriff fallenden Gegenstände sein muß. Nun folgt aber daraus, daß ein Gegenstand als Wertverlauf eines Begriffs gegeben ist, noch nicht zwingend, daß dieser Gegenstand nur auf diese Weise gegeben sein kann. Das heißt, es folgt nicht zwingend, daß dieser Gegenstand nur der Wertverlauf dieses Begriffs ist und nicht etwa auch der Wertverlauf eines anderen Begriffs oder sogar auf andere Weise (also nicht als Wertverlauf) gegeben ist. Ein Beispiel hierfür ist „das Wahre“, das in GGA I in §2 als Bedeutung der Namen bestimmter Relationen (also nicht als Wertverlauf), in §10 aber als der Wertverlauf der Funktion  $-\xi$  gegeben wird.<sup>32</sup>

Frege benennt aber nun immer wieder als eine Voraussetzung seiner Logik, daß die Weise, wie ein Gegenstand gegeben ist, nicht entscheidend sein darf für seinen logischen Status, „weil die Weise, wie ein Gegenstand gegeben ist, nicht als dessen unveränderliche Eigenschaft angesehen werden kann, sintemal derselbe Gegenstand in verschiedener Weise gegeben werden kann“ [GGA I, 118]. Wenn also die Typentheorie als Vermeidungsstrategie zulässig sein soll, dann muß entweder diese Voraussetzung der Unabhängigkeit des logischen Status eines Gegenstands von der Weise seines Gegebenseins aufgegeben werden. Oder aber es wird eine ontologische Unterscheidung eingeführt zwischen gewöhnlichen Gegenständen, die keine Wertverläufe sein können, und Wertverläufen, die keine gewöhnlichen Gegenstände sein können. Letztere Unterscheidung fällt dann aber denselben Argumenten anheim wie Freges Unterscheidung eigentlicher und uneigentlicher Gegenstände, insbesondere den philosophischen Überlegungen über die Zulässigkeit uneigentlicher Gegenstände. Auch für diese Vermeidungsstrategie spielen offenbar philosophische Überlegungen eine grundlegende Rolle.

## 2.4 Freges philosophische Voraussetzungen – Was sind Klassen?

In diesem Abschnitt zeige ich zunächst, daß der Terminus „Klasse“ durchaus verschieden interpretiert wird und daß mit Freges Interpretation von Klassen als Begriffsumfänge bestimmte philosophische Voraussetzungen über Gegenstände und Begriffe verbunden sind, die z.B. von Russell trotz gleichlautender Termini durchaus nicht geteilt werden. Ich werde erläutern, in-

<sup>32</sup> „Ich sage: die Namen ‚2<sup>2</sup>=4‘ und ‚3>2‘ bedeuten denselben Wahrheitswert, den ich kurz *das Wahre* nenne.“ [GGA I, 7] – „Setzen wir demnach fest, daß  $\dot{\epsilon}(-\epsilon)$  das Wahre [...] sein solle!  $\dot{\epsilon}(-\epsilon)$  ist der Wertverlauf der Funktion  $-\xi$ “ [GGA I, 17].

wiefern man dabei Klassen als Ganze, als Einzelne oder als Kollektionen interpretieren kann. Daran anknüpfend zeige ich, daß Frege Klassen als Einzelne auffaßt. Russell betrachtet Klassen eher als Kollektionen; ich werde zeigen, daß Frege diese Ansicht nicht teilen kann und daß dies mit seiner Unterscheidung von Aggregaten und Systemen zusammenhängt. Zum Schluß meiner Erklärungen wird feststehen, daß Frege Klassen als einzelne Gegenstände auffaßt.

#### 2.4.1 Klassen als Ganze, Einzelne oder Kollektionen

Der Exkurs zu einigen Beispielen möglicher Strategien zur Vermeidung der Antinomie hat uns deutlich vor Augen geführt, daß die Entscheidung für eine solche Vermeidungsstrategie stets bestimmte philosophische Voraussetzungen impliziert und hierin von den philosophischen Voraussetzungen des logizistischen Programms Freges abweichen kann. Hier stellt sich nun mit aller Deutlichkeit die Frage nach den philosophischen Voraussetzungen des logizistischen Programms selbst. Um eine Grundlage für die Bestimmung und die Kritik der philosophischen Voraussetzungen Freges zu legen, will ich im folgenden die Überlegungen zur Antinomie betrachten, die Frege selbst im Anhang zu GGA II anstellt. Dabei werde ich im weiteren Verlauf versuchen, plausibel zu machen, daß es gerade die philosophischen Voraussetzungen seiner Logik sind, unter denen Frege die Antinomie diskutiert. Schließlich wird sich zeigen, daß Frege durchaus die wesentlichen Ursachen für die Herleitbarkeit der Antinomie erfaßt hat.

Bei der verbalen Erläuterung der Antinomie im Anhang zu GGA II verwendet Frege den Terminus „Klasse“. Daraus ergibt sich zwangsläufig die Frage danach, was eigentlich eine Klasse ist. Betrachten wir hierzu Freges Erklärungen in seiner Erläuterung der Antinomie.

Frege spricht von der „Klasse der sich selbst nicht angehörenden Klassen“ und fragt, „ob diese Klasse sich selbst angehöre“ [GGA II, 254]. Dabei gebraucht er den Terminus „Klasse“ synonym mit „Umfang eines Begriffs“: „Darf ich immer von dem Umfange eines Begriffes, von einer Klasse sprechen?“ [GGA II, 253] Dieser Auffassung Freges, daß eine Klasse ein Begriffsumfang ist, liegen aber bereits ganz spezielle theoretische Voraussetzungen zugrunde. Das wird jedoch dadurch verdeckt, daß Russell ebenfalls den Terminus „Klasse“ benutzt, und zwar in seinem ersten Hinweis auf die Antinomie in einem Brief an Frege: „Ebenso gibt es keine Klasse (als Ganzes) derjenigen Klassen die als Ganze sich selber nicht angehören.“ [WB, 211] Und noch mehr wird dieser Zusammenhang mit ganz speziellen Fregeschen Voraussetzungen dadurch verschleiert, daß sich Frege bei der Verwendung des Terminus „Klasse“ in langer Tradition sieht. Daß nämlich Frege selbst gar nicht auf die Idee kommt, daß er eine ganz spezifische Interpretation des Terminus „Klasse“ verwendet, wird daran sichtbar, daß er von der Übersetzbarkeit des Terminus „Klasse“ auf die Übertragbarkeit des Antino-

mieproblem schließt, „denn Alle, die von Begriffsumfängen, Klassen, Mengen in ihren Beweisen Gebrauch gemacht haben, sind in derselben Lage.“ [GGA II, 253]

Und doch wird sich im folgenden zeigen, daß es durchaus verschiedene Interpretationen des Terminus „Klasse“ geben kann, die jeweils auf verschiedenen ontologischen Auffassungen beruhen, und daß Freges spezielle Verwendung dieses Terminus dabei durchaus nicht mit den von ihm als gleichartig unterstellten Interpretationen übereinstimmt. Dadurch wird deutlich werden, daß mit Freges Auffassung von Klassen bereits philosophische Voraussetzungen verbunden sind.

Doch zunächst wollen wir nicht Freges Auffassung von Klassen als Begriffsumfänge, sondern davon unabhängig mögliche Interpretationen des Terminus „Klasse“ betrachten und danach fragen, welche dieser Interpretationen der Fregeschen entsprechen würde.

Russells Betonung, daß die Klassen „als Ganze“ zu verstehen sind, weist uns schon darauf hin, daß demnach Klassen auch noch anders aufgefaßt werden können. Hierfür sehe ich konkret zwei andere Möglichkeiten: Klassen „als Einzelne“ oder als „Kollektion von Einzelnen“. Ich will zur Erläuterung eine Metapher geben. Man stelle sich einen Korb vor, der mit verschiedenen einzelnen Dingen gefüllt ist, die nichts weiter gemeinsam haben, als daß sie alle in diesem Korb liegen. Mit „Klasse als Ganzes“ würde dann der Korb einschließlich der einzelnen Dinge bezeichnet sein – hier wird also sowohl die Klasse als Bestimmtes, gegen anderes Abgegrenztes verstanden (der Korb), als auch als etwas mit eigenen Bestimmungen oder Eigenschaften (die einzelnen Gegenstände, die den Korb füllen). Hingegen würde mit „Klasse als Einzelnes“ nur der Korb allein ohne Berücksichtigung der einzelnen Gegenstände bezeichnet sein – hierbei wird die Klasse nur als gegen anderes Abgegrenztes, Bestimmtes verstanden, ohne aber für sich bestimmt zu sein, das heißt ohne explizite Bestimmung ihrer Elemente. Schließlich würden mit „Klasse als Kollektion von Einzelnen“ nur die einzelnen Dinge bezeichnet sein, und zwar alle zusammen, aber ohne Berücksichtigung des Korbs – die Klasse wird dann nur für sich bestimmt, durch die Angabe ihrer Elemente, aber nicht als Abgegrenztes gegen anderes.

Nach dieser metaphorischen Erläuterung will ich nun eine nüchterne Zusammenfassung der verschiedenen Möglichkeiten für die Interpretation des Terminus „Klasse“ geben: „Klasse als Ganzes“ bezeichnet die Elemente einschließlich der bestimmten Art ihrer Verbindung, „Klasse als Einzelnes“ bezeichnet nur die bestimmte Art der Verbindung der Elemente, „Klasse als Kollektion“ bezeichnet nur die Elemente ohne Rücksicht auf die Art ihrer Verbindung. Damit erfaßt schließlich „Klasse als Ganzes“ sowohl die Klasse als Einzelnes als auch als Kollektion.

### 2.4.2 Freges Interpretation: Klassen als Einzelne

Eine deutliche Beschreibung für sein eigenes Verständnis einer Klasse gibt Frege noch 1925, im Jahr seines Todes, in einem Brief an Hönigswald. Zwar verwendet er dabei den Terminus „Menge“, stellt aber klar: „Statt ‚Menge der F‘, wobei ‚F‘ ein Begriffswort vertritt, könnte man ebensogut sagen ‚Begriffsumfang von F‘ oder ‚Klasse der F‘ oder ‚System der F‘.“ [WB, 86] Hier interpretiert Frege eine Menge oder Klasse nun so, „daß man einen Begriff, z.B. Fixstern, mit etwas verbindet, was man die Menge der Fixsterne nennt, was durch den Begriff bestimmt erscheint und zwar als Gegenstand. Ich denke mir also die unter den Begriff Fixstern fallenden Gegenstände zu einem Ganzen vereinigt, das ich als Gegenstand auffasse und mit einem Eigennamen ‚die Menge der Fixsterne‘ bezeichne.“ [WB, 85]

Freges Erklärung scheint nahezulegen, daß er Klassen als Ganzes betrachtet. Doch dürfen wir uns nicht davon irreführen lassen, daß Frege von einem „Ganzen“ redet. Freges Ausgangspunkt bei der Bestimmung einer Klasse sind nicht die einzelnen Gegenstände, vielmehr ist es der Begriff. Durch den Begriff ist die Klasse bestimmt, und nur vermittelt durch den Begriff gehört etwas einer Klasse an: „Ich sage nämlich, etwas gehöre einer Klasse an, wenn es unter den Begriff fällt, dessen Umfang eben die Klasse ist.“ [GGA II, 254] Insofern übersetzt Frege „Klasse“ auch konsequent mit „Umfang eines Begriffs“ – hier ist von den Gegenständen keine Rede, nur vom Begriff. Und sogar die Gegenstände, die unter den Begriff fallen, bestimmt nur der Begriff selbst – es ist eben nicht umgekehrt so, daß etwa die Gegenstände erst den Begriff bestimmen. Das zeigt sich deutlich an Freges Argument für die Zulässigkeit leerer Begriffe, welche andernfalls gar nicht existieren könnten: „Wenn nun die Merkmale den Bestand des Begriffs ausmachen, nicht die unter den Begriff fallenden Gegenstände, so hat ein leerer Begriff gar keine Schwierigkeiten und Bedenken gegen sich.“ [GGA I, 3] Damit ist es dann nur konsequent, daß Frege auch das Gehören zu einer Klasse, das Element-Sein, ausschließlich über den Begriff vermittelt. Der Begriff bestimmt also sowohl die Klasse als auch die unter ihn fallenden Gegenstände. Insofern betrachtet Frege eine Klasse völlig korrekt als Gegenstand, was für ihn immer heißt: als vollständig Bestimmtes, „Gesättigtes“ – er spricht von der „an sich *unge-sättigten Funktion*“ [GGA I, 6] und sagt „*Gegenstände* stehen den Funktionen gegenüber. [...] Die Namen von Gegenständen [...] sind gesättigt wie die Gegenstände selbst“ [GGA I, 7].

Das heißt also, Frege betrachtet die Klassen nur als Bestimmtes, abgegrenzt gegen anderes. Die Elemente der Klasse, die einzelnen Gegenstände, spielen für die Klasse schon deshalb keine Rolle, weil die Klasse eben nicht durch die Gegenstände bestimmt wird, sondern durch den Begriff. Somit folgt also, daß entgegen dem ersten Anschein Frege die Klassen nicht als Ganzes, sondern als Einzelnes betrachtet. Daß Frege schließlich nicht etwa Klassen als Kollektionen von

Einzelnen betrachtet, wird schon in der Einleitung zu GGA deutlich. Dort merkt er nämlich gerade kritisch an, „daß nach *Dedekind* die Elemente den eigentlichen Bestand des Systems ausmachen.“ [GGA I, 2] Von dieser Auffassung distanziert sich Frege ebenso wie von der Auffassung Schröders, „denn auch *Schröder* sieht im Grunde die Elemente als das an, was seine *Klasse* ausmacht.“ [GGA I, 2]

### 2.4.3 Russells Interpretation: Klassen als Kollektionen – Aggregate und Systeme

Russell hingegen betrachtet Klassen auf keinen Fall als Einzelne, wie aus einem späteren Brief an Frege deutlich wird: „Eine Klasse welche aus mehr als einem Gegenstand besteht ist in erster Linie nicht *ein* Gegenstand, sondern viele.“ [WB, 219] Diese Erklärung verweist darauf, daß Russell am ehesten Klassen als Kollektionen auffaßt, so daß die besondere Art der Verbindung der Elemente keine Rolle spielt. Russell treibt die Konsequenz hieraus auf die Spitze, wenn er schließt: „Ich glaube deshalb ohne Widerspruch sagen zu dürfen daß gewisse Klassen [...] nur Vielheiten sind, und überhaupt kein Ganzes bilden.“ [WB, 220] Damit bliebe dann die Verbindung der Elemente nicht nur unberücksichtigt, sie wäre als bestimmte überhaupt weggefallen. Hieraus ergibt sich eine Vermeidungsstrategie für die Antinomie, da dann insbesondere die „Klasse der Klassen, die sich nicht selbst als Element angehören“ kein Ganzes sein könnte, sich damit auch nicht als Einzelnes und das heißt als Gegenstand betrachten ließe – womit die Frage gar nicht stellbar wäre, ob sie sich selbst als Element angehört. Auch diese Vermeidungsstrategie stellt aber eine philosophische Voraussetzung Freges in Frage, nämlich, daß Klassen als Einzelne zu betrachten sind. Und dementsprechend deutlich erklärt Frege in einem Antwortbrief zu Russells Auffassung, nach der Klassen nicht ein Gegenstand, sondern viele seien: „Ein Klassenname, meine ich, der nicht bedeutungslos ist, bedeutet einen Gegenstand. Indem man von einer Vielheit etwas aussagt behandelt man sie als Gegenstand.“ [WB, 222] Daß der Fregesche und der Russellsche Terminus „Klasse“ übereinstimmen, erscheint daher ausgeschlossen.

Ich denke, daß Frege Russells Interpretation des Terminus „Klasse“ auch aus einem anderen Grund nicht teilt. Frege teilt die Russellsche Terminologie nämlich schon deshalb nicht, weil er Russell unterstellt, daß dieser Gesamtheiten immer als Aggregate, als Systeme betrachtet, wenn er schreibt: „Sie wollen nun, wie mir scheint, nur die Systeme gelten lassen, die Klassen dagegen nicht.“ [WB, 223] Der Unterschied zwischen Klassen und Systemen wird von Frege wie folgt beschrieben: „Ein Ganzes, ein System wird immer durch Beziehungen zusammengehalten und diese sind wesentlich. [...] Dagegen sind für die Klasse die Beziehungen gleichgültig, in denen die ihr angehörenden Gegenstände stehen.“ [WB, 222] Das scheint nun merkwürdigerweise darauf hinzudeuten, daß Frege die Klassen als Kollektionen betrachtet, nicht als Einzelne, wie sich vorhin erge-

ben hatte. Diese Merkwürdigkeit löst sich allerdings dadurch auf, daß sich Frege durch den Nachsatz auf die Beziehungen der Gegenstände untereinander beschränkt. Diese sind für die Klasse tatsächlich gleichgültig und somit unwesentlich. Diese Beziehungen der Gegenstände untereinander sind aber zu unterscheiden vom Fallen der Gegenstände unter den Begriff, dessen Umfang die Klasse ist. Die so bestimmte Beziehung ist nämlich keine Beziehung der Gegenstände untereinander, sondern eine Beziehung der Gegenstände in Bezug auf diesen Begriff, also eine Beziehung, die erst durch diesen Begriff bestimmt wird. Und diese durch den Begriff bestimmte Beziehung der Gegenstände ist für die Klasse durchaus nicht gleichgültig. Vielmehr sind ja gerade ausschließlich durch diese Beziehung, vermittelt über den die Beziehung begründenden Begriff, die Gegenstände, die der Klasse angehören, also die Elemente der Klasse, bestimmt. Unwesentlich für die Klasse sind hingegen die der Klasse angehörenden Gegenstände selbst, denn diese werden erst durch den Begriff (und damit erst vermittelt durch diese Beziehung) bestimmt. Und deshalb sind natürlich auch die Beziehungen dieser Gegenstände untereinander für die Klasse unwesentlich.

Wesentlich für ein System hingegen ist, daß es durch Zerlegung eines gegebenen Einzelnen entsteht. Auch hier sind die als Elemente auftretenden Gegenstände unwesentlich, aber nicht die durch den Begriff gegebene Beziehung der Gegenstände bestimmt ein System, sondern gerade die Beziehungen der Gegenstände untereinander, in die das System zerlegbar ist. Es gibt bei einem System im Fregeschen Sinne nämlich voneinander verschiedene Zerlegungen desselben Ganzen, welche gerade wesentlich durch diese Beziehungen von Gegenständen untereinander bestimmt sind: „Dadurch, daß ein Ganzes gegeben ist, ist noch nicht bestimmt, welche seiner Teile ins Auge zu fassen sind.“ [WB, 222] Demnach sind die Elemente eines Ganzen nicht durch das Ganze selbst bestimmt, wenn es auf verschieden Weisen zerlegbar ist. „Wenn dagegen eine Klasse gegeben ist, so ist bestimmt, welche Gegenstände ihr angehören.“ [WB, 223]

Sowohl „Klasse“ als auch „Aggregat“, „System“ beziehen sich auf ein gegebenes Einzelnes, nicht auf die entsprechenden Gegenstände, die die Elemente resp. Teile bilden. Der Unterschied besteht aber darin, daß bei der Klasse ein Begriff sowohl die Gegenstände als auch die Element-Beziehung bestimmt, während beim System mögliche Beziehungen der Gegenstände die Elemente des Systems bestimmen, wobei außerdem die Element-Beziehungen transitiv sind, so „daß ein Teil des Teiles Teil des Ganzen ist“ [WB, 223]. Zwar gibt nun Russell im Antwortbrief an Frege zu, daß Klassen nicht als System bzw. Aggregat aufgefaßt werden können: „Ich verstehe jetzt die Notwendigkeit die Wertverläufe nicht bloß als Aggregat von Gegenständen, als System zu behandeln.“ [WB, 226]. Das zwingt Russell aber offenbar nicht dazu, Klassen notwendig als Einzelne zu betrachten.

Halten wir also fest, daß Frege Klassen als Einzelne betrachtet, daß er die Klassen deshalb folgerichtig als einzelne Gegenstände ansieht, daß weder die Elemente noch deren Beziehungen für die Klassen unmittelbar eine Rolle spielen, daß vielmehr ein Begriff eine Klasse bestimmt – und daß schließlich dieses Frege-sche Verständnis von Klassen durchaus nicht allgemein geteilt wird.

## 2.5 Klassen und die (un)möglichen Auswege aus der Antinomie

Mit Klassen sind also offenbar bereits bestimmte philosophische Voraussetzungen über Gegenstände und Begriffe verbunden. Das legt nun nahe, mit Hilfe dieser mit Klassen verbundenen Voraussetzungen nach Auswegen aus der Antinomie zu suchen. In diesem Abschnitt werde ich zeigen, daß Frege diese sich hieraus ergebenden Auswege, obwohl er sie zunächst diskutiert, sämtlich verwerfen muß. Ich werde deutlich machen, daß er diese Auswege gerade deshalb verwirft, weil er sonst wesentliche seiner philosophischen Voraussetzungen aufgeben müßte. Dabei wird deutlich werden, daß von Frege stets die Dualität von Gegenständen einerseits und Funktionen (Begriffen, Beziehungen) andererseits als Voraussetzung verwendet wird.

Zunächst werde ich einen Exkurs darüber unternehmen, wie sich das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch in GGA darstellt. Daran anknüpfend werde ich zeigen, daß eine der philosophischen (hier ontologischen) Voraussetzungen Freges gerade darin besteht, daß die Existenz eines Gegenstands bereits die Widerspruchsfreiheit seiner Eigenschaften garantiert. Das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch erweist sich dabei als Voraussetzung und nicht als Postulat innerhalb der Fregeschen Logik. Die Infragestellung dieses Gesetzes kann deshalb kein mit Freges Intentionen konformer Ausweg aus der Antinomie sein.

Daran anschließend werde ich zeigen, daß eine weitere Voraussetzung der Fregeschen Logik darin besteht, daß es Begriffe als scharf begrenzte geben muß. Ich zeige dann, daß dadurch für bestimmte Funktionen bereits der Wertebereich vorbestimmt ist und Funktionen demnach nicht mehr beliebig festlegbar sind. Wenn nun Klassen als uneigentliche Gegenstände in dem Sinne aufgefaßt werden würden, daß für sie das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, dann würde das deshalb dazu führen, daß sie nicht als Argument solcher Funktionen auftreten könnten. Die mit diesem möglichen Ausweg aus der Antinomie entstehende inakzeptable Unüberschaubarkeit möglicher Varianten der Gegenstands- und Wertebereiche von Funktionen ist daher gerade der Voraussetzung geschuldet, daß Begriffe scharf begrenzt sind.

Schließlich werde ich den Ausweg untersuchen, der in der Annahme besteht, daß Klassennamen nur Scheineigennamen sein könnten. Zunächst zeige ich, daß die Möglichkeit von Scheineigennamen überhaupt auf bestimmte ontologische Voraussetzungen verweist. Den Ausweg der Annahme von Klassen als Scheineigennamen verwirft Frege ebenso wie die Annahme uneigentlicher Gegenstände zum einen aus pragmatische Gründen. Zum andern aber verwirft er diesen Ausweg aus Gründen, die, wie ich zeigen werde, gerade wieder einer philosophischen Voraussetzung geschuldet sind. Diese Voraussetzung besteht darin, daß Aussagen nur über das möglich sind, was als Entität zugleich Bedeutung eines Ausdrucks sein kann. Damit entsteht in der Folge das Problem von Aussagen über Begriffe, welches aber erst im nachfolgenden Abschnitt zu behandeln sein wird.

### 2.5.1 Exkurs: Das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch in GGA

Frege diskutiert im Anhang zu GGA II nach der unter Verwendung des Terminus „Klasse“ erfolgten Wiedergabe der Antinomie Möglichkeiten für hieraus zu ziehende Konsequenzen. Dabei bildet Freges Verständnis von Klassen, wie ich es bis hierher herausgearbeitet habe, die Basis für die Suche nach den Ursachen der Antinomie und die sich daraus ergebenden Möglichkeiten ihrer Vermeidung. Ich will hier nicht im Einzelnen wiedergeben, was für das Verständnis der Problematik nicht unmittelbar notwendig ist – dafür verweise ich auf Freges Erklärungen im Anhang zu GGA II [GGA II, 254ff.]. Vielmehr möchte ich hier die Aufmerksamkeit darauf lenken, welches Bild sich vom ontologischen Status der Klassen ergibt, wenn man beobachtet, aus welchen Gründen Frege scheinbar gangbare Wege zur Vermeidung der Antinomie verwirft.

Bevor ich fortfahre, ist es notwendig, einige Bemerkungen über das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch in GGA zu machen. Zunächst ist festzustellen, daß Frege das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht explizit erwähnt. Tatsächlich aber ist es durch die Einführung der Wahrheitswerte und der Begriffe in GGA implizit festgesetzt. Zum einen sind nämlich Begriffe gerade als Funktionen erklärt, deren Werte immer Wahrheitswerte sind.<sup>33</sup> Und Funktionen sind aufgrund ihrer Erklärung immer eindeutig, sie ordnen jedem Argument genau einen Wert zu.<sup>34</sup> Zum anderen gibt es genau zwei Wahrheitswerte, und diese schließen einander aus.<sup>35</sup> Somit ist es ausgeschlossen, daß demselben Argument durch einen Begriff sowohl das Falsche als auch das Wahre als Wert zugeordnet werden – und das ist eben das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch. Dieses Gesetz taucht auch als Satz in GGA auf, zwar nicht direkt als Grundgesetz, aber als eine Ableitung aus dem Grundgesetz (III), nämlich als (IIIg)  $\neg(a=\neg a)$ , wobei  $a$  hier schon einen Wahrheitswert andeutet, also für einen beliebigen Gegenstand der Wert der Funktion  $\neg\xi$  für diesen Gegenstand ist. Allerdings stellt sich das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch ausgehend von Gegenständen anders dar als ausgehend von Begriffen. Betrachten wir diese beiden Sichtweisen genauer.

Bei Gegenständen gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch für die Eigenschaften der Gegenstände, was konkret nichts anderes heißt, als daß einem

<sup>33</sup> Frege erklärt es als „zweckmäßig, *Begriff* geradezu eine Funktion zu nennen, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist.“ [GGA I, 8]

<sup>34</sup> „Durch das Argument wird die Funktion ergänzt; das wozu sie ergänzt wird, nenne ich *Wert* der Funktion für das Argument.“ [GGA I, 6]

<sup>35</sup> Frege führt als Beispiel an: „der Wert der Funktion  $\xi^2=4$  ist entweder der *Wahrheitswert* des Wahren oder der des Falschen“ [GGA I, 7] und verweist auf SB. Dort wird dieses „entweder–oder“ genauer erläutert: „Ich verstehe unter dem Wahrheitswerte eines Satzes den Umstand, daß er wahr oder daß er falsch ist. Weitere Wahrheitswerte gibt es nicht. Ich nenne der Kürze halber den einen das Wahre, den anderen das Falsche.“ [SB, 34]

Gegenstand nicht zugleich ein und dieselbe Eigenschaft zu- und abgesprochen werden kann.<sup>36</sup> Daß ein Gegenstand eine bestimmte Eigenschaft hat, heißt nun nichts anderes, als daß er unter einen bestimmten Begriff fällt.<sup>37</sup> Und das heißt, daß durch diesen Begriff dem Gegenstand das Wahre (als Wert) zugeordnet wird. Entsprechend hat ein Gegenstand dann eine bestimmte Eigenschaft nicht, wenn er unter einen bestimmten Begriff nicht fällt, was wiederum heißt, daß dieser Begriff dem Gegenstand das Falsche als Wert zuordnet. Begriffe sind nun in GGA so eingeführt, daß sie jedem Gegenstand einen der beiden Wahrheitswerte zuordnen müssen. Also besagt das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch für Gegenstände nichts anderes, als daß keinem Gegenstand durch den selben Begriff sowohl das Wahre als auch das Falsche zugeordnet wird – das stimmt mit der ursprünglichen Formulierung des Gesetzes überein, wenn die Gegenstände gerade die Argumente eines Begriffs sind.

Für Begriffe gilt das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch insofern, als Begriffe in GGA scharf begrenzt sein müssen, d.h. bei jedem Begriff ist für jeden Gegenstand bestimmt, ob er unter diesen Begriff fällt oder nicht.<sup>38</sup> Das heißt nichts anderes, als daß für jeden Gegenstand bestimmt sein muß, ob der Begriff ihm entweder das Wahre oder das Falsche zuordnet, es ist also ausgeschlossen, daß ein Begriff demselben Argument das Wahre und das Falsche zuordnet.<sup>39</sup>

<sup>36</sup> In dem Manuskript „Über Schönfließ: Die logischen Paradoxien der Mengenlehre“ (1906) erklärt Frege eindeutig: „Daß ein Gegenstand keine Eigenschaften haben kann, die einander widersprechen, ist ja selbstverständlich.“ [NS, 194]

<sup>37</sup> „Ich nenne die Begriffe, unter die ein Gegenstand fällt, seine Eigenschaften.“ [BG, 201] Der Begriff „Eigenschaft eines Gegenstands  $\Delta$ “ ist die Funktion zweiter Stufe  $-\phi(\Delta)$ . Speziell für die Zahl 2 als Gegenstand, also für  $-\phi(2)$ , erklärt Frege diese Funktion so: „Sie ist also ein Begriff zweiter Stufe, den wir Eigenschaft der Zahl 2 nennen können; denn jeder Begriff, unter den die Zahl 2 fällt, fällt unter diesen Begriff zweiter Stufe, und alle andern Funktionen erster Stufe mit einem Argumente fallen nicht unter diesen Begriff zweiter Stufe.“ [GGA I, 38].

<sup>38</sup> „Für die Begriffe haben wir hierin die Forderung, daß sie für jedes Argument einen Wahrheitswert als Wert haben, daß für jeden Gegenstand bestimmt sei, ob er unter den Begriff falle oder nicht; mit anderen Worten: wir haben für die Begriffe die Forderung ihrer scharfen Begrenzung, ohne deren Erfüllung es unmöglich wäre, logische Gesetze von ihnen aufzustellen.“ [FB, 20] – „Funktion und Begriff“ ist in die Erklärungen von GGA explizit einbezogen [vgl. GGA I, 15].

<sup>39</sup> Die Rede von „scharf begrenzten Begriffen“ ist ebenso wie viele andere Erklärungen Freges in der Sekundärliteratur in teilweise hanebüchene Interpretationen einbezogen worden. So baut z.B. Tyler Burge einen ganzen Artikel auf die Vagheit von Begriffen in GLA im Gegensatz zum scharfen Fassen der Begriffe und verbindet Begriffe „scharf zu fassen“ mit „scharf begrenzten“ Begriffen – allerdings ohne Rücksicht darauf, wie Frege selbst scharf begrenzte Begriffe erklärt. Wir lesen da: „Section one of *Foundations* suggest that mathematical concepts [...] stand in need of sharper determination. (Lack of sharpness is cognate for Frege with vagueness.) The ideal of ‚sharp grasp of concepts‘ is said to be the fundamental aim of the book. [...] Section 2 indicates that the concept of number is Frege’s prime target in the attempt

Trotzdem scheint bei Begriffen und Funktionen überhaupt das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht uneingeschränkt zu gelten. Bevor ich aber diese Merkwürdigkeit genauer erklären kann, muß einiges zum Verhältnis der Termini „Begriff“, „Eigenschaft“ und „Merkmal“ in GGA klargestellt werden.<sup>40</sup> Hierfür beziehe ich mich auf folgendes von Frege in BG gegebene Beispiel: „Ich nenne die Begriffe, unter die ein Gegenstand fällt, seine Eigenschaften [...]. Wenn der Gegenstand  $\Gamma$  die Eigenschaften  $\Phi$ ,  $X$  und  $\Psi$  hat, so kann ich diese in  $\Omega$  zusammenfassen, so daß es dasselbe ist, ob ich sage,  $\Gamma$  habe die Eigenschaft  $\Omega$ , oder ob ich sage,  $\Gamma$  habe die Eigenschaften  $\Phi$  und  $X$  und  $\Psi$ . Ich nenne dann  $\Phi$ ,  $X$  und  $\Psi$  Merkmale des Begriffs  $\Omega$  und zugleich Eigenschaften von  $\Gamma$ .“ [BG, 201f.]

Hieraus läßt sich meines Erachtens insbesondere das Folgende feststellen: Eine Eigenschaft eines Gegenstands ist ein Begriff, der diesem Gegenstand das Wahre zuordnet. Die Merkmale eines Begriffs sind selbst wieder Begriffe. Fällt ein Gegenstand unter einen Begriff, so fällt er zugleich unter jedes der Merkmale dieses Begriffs; d.h. ist ein Begriff Eigenschaft eines Gegenstands, dann sind die Merkmale dieses Begriffs ebenfalls Eigenschaften dieses Gegenstands. Jedes Merkmal eines Begriffs ist demnach zugleich Eigenschaft der unter ihn fallenden Gegenstände.

Das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch scheint nun für Begriffe deshalb nicht uneingeschränkt zu gelten, weil bestimmte Begriffe, nämlich leere Begriffe, einander widersprechende Merkmale besitzen können. Die Merkmale eines Begriffs sind aber selbst wieder Begriffe, aus denen der Begriff als seinen Merkmalen zusammengesetzt ist. Demnach hat dann ein leerer Begriff unter seinen Merkmalen zwei einander widersprechende Begriffe. Folglich ist ein solcher leerer Begriff zwei einander widersprechenden Begriffen untergeordnet.<sup>41</sup> Gleichzeitig aber sind die Merkmale eines Begriffs Eigenschaften der unter diesen Begriff fallenden Gegenstände. Bei einem Begriff mit einander widersprechenden Merkmalen gäbe es also einander widersprechende Eigenschaften von Gegenständen. Demnach scheint hier das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht zu gelten.

---

to attain ‚sharp grasp‘. In the light of these passages, the remarks about fixing a ‚sharply bounded‘ concept of number in FA 74, 79 should be seen not only as remarks about the conventional understanding in mathematical science [...]“ [Burge 1984]

<sup>40</sup> Für die Unterscheidung der Termini „Eigenschaft“ und „Merkmal“ findet sich in BG der Verweis Freges auf §53 GLA [BG, 201] Dort wiederum erklärt Frege: „Unter Eigenschaften, die von einem Begriffe ausgesagt werden, verstehe ich natürlich nicht die Merkmale, die den Begriff zusammensetzen. Diese sind Eigenschaften der Dinge, die unter den Begriff fallen, nicht die des Begriffes.“ [GLA, 64]

<sup>41</sup> Ein Begriff ist jedem seiner Merkmale untergeordnet. Frege stellt für das Merkmal  $\Phi$  eines Begriffs  $\Omega$  klar: „Dagegen ist  $\Omega$  dem  $\Phi$  untergeordnet.“ [BG, 202]

Versuchen wir, genauer zu erklären, wann Begriffe einander widersprechen. Es kann nun für widersprechende Begriffe nicht hinreichend sein, daß sich ihre Werte nur für einen Gegenstand als Argument unterscheiden, d.h. daß sie einander nur für ein Argument widersprechen. Alle bloß unterschiedlichen Begriffe, deren Werte also nicht für jeden Gegenstand übereinstimmen, wären sonst zugleich widersprüchlich. Vielmehr muß das Kriterium für einander widersprechende Begriffe darin bestehen, daß sich ihre Werte für *jeden* Gegenstand als Argument unterscheiden. Daraus folgt schließlich, daß der eine der Begriffe für jeden Gegenstand denjenigen Wahrheitswert als Wert hat, der dem Wert des anderen Begriffs für denselben Gegenstand entgegengesetzt ist. Das gilt zumindest so lange, wie die Voraussetzungen aufrechterhalten bleiben, daß Begriffe eindeutig sind und nur Wahrheitswerte als Werte zuordnen und daß es genau zwei Wahrheitswerte gibt, welche außerdem einander ausschließen.

Nun sind die Merkmale eines Begriffs zugleich Eigenschaften der Gegenstände, die unter diesen Begriff fallen. Demnach würde ein Gegenstand, der unter einen Begriff mit einander widersprechenden Merkmalen fällt, zugleich unter jedes dieser Merkmale fallen. Dieser Gegenstand würde also von jedem Merkmal das Wahre als Wert zugeordnet bekommen. Andererseits ist aufgrund unserer Erklärung für einander widersprechende Begriffe klar, daß dieser Gegenstand durch das eine Merkmal den einen und zugleich durch das andere Merkmal den entgegengesetzten Wahrheitswert zugeordnet bekäme. Diesem Gegenstand würde demnach durch eines der einander widersprechenden Merkmale das Falsche als Wert zugeordnet, obwohl dieses Merkmal zugleich diesem Gegenstand deswegen das Wahre zuordnet, weil es Eigenschaft dieses Gegenstands ist. Diesem Gegenstand würde also durch ein Merkmal und somit durch einen Begriff sowohl das Wahre als auch das Falsche zugeordnet. Das aber würde dem Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch für Gegenstände widersprechen. Dieser Umstand zwingt demnach vielmehr zu der Folgerung, daß kein Gegenstand eine solche Eigenschaft haben kann.

Somit folgt schließlich, daß kein Gegenstand unter einen Begriff mit einander widersprechenden Merkmalen fallen kann. Demnach wird durch Begriffe mit einander widersprechenden Merkmalen das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht in Frage gestellt, weil solche Begriffe eindeutig jedem Gegenstand das Falsche zuordnen. Damit bleibt nicht nur das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch unangetastet, wir haben zudem noch eine Formulierung für dieses Gesetz gefunden, die die Unterscheidung zwischen seiner Geltung für Gegenstände und der für Begriffe resp. Eigenschaften hinfällig macht. Das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch läßt sich nämlich jetzt wie folgt ausdrücken: Kein Gegenstand kann eine Eigenschaft mit einander widersprechenden Merkmalen haben. Das heißt aber auch: Kein Gegenstand kann zwei einander widersprechende Eigenschaften haben.

### 2.5.2 Klassen als Gegenstände – Existenz und Widerspruchsfreiheit

Nach diesem Exkurs zum Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch wird der aufmerksame Leser sicher erwarten, daß Frege nun die Geltung dieses Gesetzes durch die Antinomie in Frage gestellt sieht. Aber weit gefehlt. Obwohl beides denkbar wäre, stellt Frege zwar das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten für Klassen in Frage, nicht aber das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch. Betrachten wir das genauer.

Als mögliche Konsequenz aus der Antinomie fragt er: „Sollen wir annehmen, das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten gelte von Klassen nicht?“ [GGA II, 254] Da Frege in GGA die Klassen als Gegenstände eingeführt hat, ist es für ihn natürlich sinnvoll, diese Frage zu stellen, denn „wären die Klassen eigentliche Gegenstände, so müßte das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten von ihnen gelten.“ [GGA II, 254] Erstaunlich hierbei ist aber, daß Frege nur das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten in Frage stellt, nicht auch das vom ausgeschlossenen Widerspruch.

Um das ganz deutlich zu machen: Bei der Darstellung der Antinomie stellt Frege fest, daß eine bestimmte Klasse eine bestimmte Eigenschaft (nämlich Klasse zu sein, die sich selbst angehört) entweder genau dann besitzen muß, wenn man annimmt, sie besitze diese Eigenschaft nicht, oder genau dann nicht besitzen kann, wenn man annimmt, sie besitze diese Eigenschaft. Hieraus könnte Frege gleichwertig entweder schließen, daß diese Klasse sowohl die Eigenschaft als auch die ihr widersprechende Eigenschaft besitzt, oder er könnte schließen, daß diese Klasse weder die Eigenschaft noch die ihr widersprechende besitzt. Die Entscheidung für den ersten Fall würde das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch in der oben gefundenen Formulierung in Frage stellen, die Entscheidung für den zweiten Fall das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten.

Tatsächlich stellt auch Frege fest, daß jede der Annahmen über die Eigenschaft dieser Klasse zu einem Widerspruch führt. Nun haben wir bereits gesehen, daß in Freges Logik durchaus Widersprüche vorkommen dürfen, denn es sind Begriffe zugelassen, die einander widersprechende Merkmale haben.<sup>42</sup> Wenn also Frege vom Auftreten der Widersprüche bei den beiden Annahmen über die Ei-

---

<sup>42</sup> Um hier Mißverständnisse zu vermeiden: Selbstverständlich sind im logischen System Freges keine Widersprüche erlaubt. In Freges Logik (der logischen Theorie) allerdings dürfen Widersprüche (zwar nicht hinsichtlich der Begriffe, aber hinsichtlich der Merkmale von Begriffen) durchaus vorkommen, und zwar in folgendem Sinne: Leere Begriffe haben widersprechende Merkmale. Dieser Widerspruch führt zu einem leeren Begriff. Leere Begriffe sind nun in Freges logischem System völlig legal und widersprechen keinem anderen Begriff. Insofern ist das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch durch leere Begriffe nicht in Frage gestellt. Aber die Merkmale leerer Begriffe widersprechen einander. Also gilt für die Merkmale von Begriffen das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht. Diese Widersprüche zwischen Merkmalen sind zwar zugelassen, aber nicht im logischen System enthalten.

genschaft dieser Klasse nur zu der Frage gelangt, ob das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gelte, dann sind also im Zusammenhang dieser Annahmen Widersprüche gerade nicht zugelassen. Und zwar liegt das daran, daß die Widersprüche bei Eigenschaften einer Klasse auftreten. Widersprüche sind also in diesen Fällen deswegen nicht zugelassen, weil es um Eigenschaften und damit um Gegenstände geht, weil nämlich Klassen als Gegenstände aufgefaßt werden und weil für Gegenstände das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch gelten muß.

Hier wird also eine der philosophischen Voraussetzungen der Fregeschen Logik deutlich: Widersprüche sind für Gegenstände nicht zugelassen. Auch wenn das nur eine triviale Konsequenz aus dem Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch zu sein scheint, ist es tatsächlich umgekehrt überhaupt nicht trivial, daß Frege dieses Gesetz nicht in Frage stellt. Vielmehr wird dadurch deutlich, daß Frege hier unausgesprochen eine uralte philosophische Überzeugung teilt: Wenn ein Gegenstand gegeben ist, dann ist dessen Existenz die Garantie dafür, daß seine Eigenschaften nicht widersprüchlich sind. Widerspruchsfreiheit wird also gerade nicht als Gesetz postuliert, sondern ist eine Konsequenz aus dem Gegebensein eines Gegenstands. Eigenschaften, die gemeinsam an einem Gegenstand sind, können einander nicht widersprechen.<sup>43</sup> Durch die Ontologie ist also die Logik determiniert. Das ist im übrigen einer der Hinweise darauf, daß Frege eine Logik des Seins intendiert. Zugleich erklärt sich hieraus auch, warum das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch nicht innerhalb der Logik als Grundgesetz eingeführt wird: Es ist der Logik vorausgesetzt.

### 2.5.3 Klassen als uneigentliche Gegenstände – Begriffe als Voraussetzung

Daß Frege die Annahme verwirft, daß Klassen uneigentliche Gegenstände sein könnten, hatte ich zusammen mit den Gründen hierfür bereits als eine mögliche Vermeidungsstrategie diskutiert.<sup>44</sup> Zugleich handelt es sich aber bei der Annahme, daß Klassen uneigentliche Gegenstände sind, ebenfalls um einen möglichen Ausweg aus der Antinomie. Hier will ich nun die philosophischen Voraussetzungen dafür untersuchen, daß Frege sich überhaupt mit der Möglichkeit uneigentlicher Gegenstände konfrontiert sieht.

Ebenso wie das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch ist das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten durch die Forderung der scharfen Begrenzung der

---

<sup>43</sup> Ich zitiere hier noch einmal die Stelle aus Freges nachgelassenen Schriften (1906, also nach GGA II geschrieben): „Die Forderung, daß ein Begriff widerspruchsfrei sei, stößt auf große Schwierigkeiten. Der einzige Weg, diese Eigenschaft an einem Begriff nachzuweisen, scheint der zu sein, daß man einen Gegenstand angibt, der unter den Begriff fällt. Dazu muß man aber den Begriff schon haben.“ [NS, 194]

<sup>44</sup> Siehe „2.3.4 Frege: Wertverläufe als uneigentliche Gegenstände“ [S. 45ff. dieser Arbeit]

Begriffe gegeben.<sup>45</sup> Es wird außerdem in GGA explizit eingeführt, und zwar wird es durch das Grundgesetz (IV) in der Form  $\neg(a=\neg b) \rightarrow a=b$  ausgedrückt, wobei a und b hier schon Wahrheitswerte andeuten, also für beliebige Gegenstände die Werte der Funktion  $\neg\xi$  für diese Gegenstände sind. Das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten muß nun für Gegenstände gelten. Zum einen wird es nämlich durch Grundgesetz (IV) explizit ausgedrückt, zum andern ist dieses Grundgesetz (IV) selbst durch die Festsetzung bestimmt, daß es genau zwei, einander ausschließende Wahrheitswerte gibt [vgl. GGA I, 34]. Außerdem ist die Funktion  $\neg\xi$  für einen beliebigen Gegenstände als Argument so erklärt, daß sie dem Wahren das Wahre und jedem anderen Gegenstand das Falsche zuordnet. Deshalb muß  $\neg\Gamma$  für jeden Gegenstand  $\Gamma$  entweder das Wahre oder das Falsche bedeuten. Folglich muß Grundgesetz (IV) für jeden Gegenstand gelten.

Würde demnach das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten für Klassen nicht gelten, dann würde im Kontext von GGA zunächst zu folgern sein, daß Klassen Funktionen sind, denn in GGA gibt es nur diese beiden Entitäten: „Zu den *Gegenständen* rechne ich demnach Alles, was nicht Funktion ist“ [GGA I, 7]. Diese Möglichkeit ist aber für Frege aufgrund der Feststellung ausgeschlossen, daß Klassen „nichts Ungesättigtes, Prädikatives“ haben und daß ihre Namen „das Wesen eines Eigennamens“ haben [GGA II, 254], sich Klassen also auch insofern als Gegenstände darstellen. Damit ist für Frege zumindest entschieden, daß Klassen keine Funktionen sind.

Nach der Entscheidung, daß Klassen keine Funktionen sind, muß Frege als nächstes entscheiden, ob er es bei der Dualität von Funktion und Gegenstand belassen will. Entscheidet er sich dagegen, dann muß er Entitäten anerkennen, die keine Funktionen und keine Gegenstände, aber ähnlich zu Gegenständen sind. Frege verwendet deshalb das Attribut „uneigentlich“ für solche den Gegenständen ähnlichen Entitäten, um die Möglichkeit zu diskutieren, „den Klassen die volle Gegenständlichkeit abzuspochen“ [GGA II, 254]. Für solche uneigentlichen Gegenstände gilt zwar weiterhin das Gesetz vom ausgeschlossenen Widerspruch, insofern sind sie den Gegenständen ähnlich. Aber es gilt nicht mehr das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten, das für die eigentlichen Gegenstände gilt. „Wenn wir das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten für die Klassen außer Kraft setzen, könnten wir daran denken, die Klassen [...] als uneigentliche Gegenstände aufzufassen. Diese würden dann nicht für alle Funktionen erster Stufe als Argumente auftreten dürfen.“ [GGA II, 254]

---

<sup>45</sup> Am deutlichsten erklärt das Frege in dem Manuskript „Einleitung in die Logik“ von 1906, also 3 Jahre nach Erscheinen von GGA II: „Dies ist die Forderung der scharfen Begrenzung des Begriffes. Jeder Gegenstand muß unter einen gegebenen Begriff entweder fallen oder nicht fallen, *tertium non datur*.“ [NS, 212]

Nun ist die Folgerung, die Frege hier nahelegt, erklärungsbedürftig. Denn es liegt durchaus nicht unmittelbar auf der Hand, daß daraus, daß für Klassen das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, folgen muß, daß sie dann nicht für alle Funktionen erster Stufe als Argumente auftreten dürfen. Vielmehr könnte man zunächst vermuten, daß Frege schließen würde, daß dann eben für jede Funktion festzulegen ist, welcher Wert einem solchen uneigentlichen Gegenstand durch diese Funktion zugeordnet wird.

Wenn Frege diesen Schluß nicht zieht, dann muß das darin begründet liegen, daß es Funktionen gibt, deren Werte von vornherein, aus außerlogischen und insofern wieder philosophischen Gründen, schon festgelegt sind. Bei solchen Funktionen können dann die Werte für uneigentliche Gegenstände als Argument nicht mehr willkürlich gewählt werden. Tatsächlich gibt es in GGA Funktionen, deren Werte nicht beliebige Gegenstände sein können, sondern deren Wertebereich stark eingeschränkt ist. Diese Funktionen sind die Begriffe, denn als deren Werte können nur das Wahre und das Falsche auftreten.

Zunächst scheint es so, als wäre der Terminus „Begriff“ nur durch eine Nominaldefinition in GGA eingeführt, weshalb auf ihn in GGA ebensogut auch verzichtet werden könnte. Frege hätte es dann auch einfach nur dabei belassen können, von „solchen Funktionen, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist“ [GGA I, 8], zu sprechen. Tatsächlich formuliert er es auch so, daß es nahe liegt, eine Nominaldefinition anzunehmen: „es erscheint zweckmäßig, *Begriff* geradezu eine Funktion zu nennen, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist.“ [GGA I, 8]

Allerdings ist auch eine andere Lesart möglich. Es könnte nämlich auch gemeint sein: Etwas ist genau dann ein Begriff, wenn es eine Funktion ist, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist. Damit würde also eine Äquivalenzbehauptung für „Begriff“ und „Funktion, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist“ aufgestellt. Das unterscheidet sich von einer Nominaldefinition dadurch, daß hier sowohl „Begriff“ als auch „Funktion, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist“ voneinander unabhängig erklärt sein müssen. Bei einer Nominaldefinition wäre es hingegen gerade ausgeschlossen, daß „Begriff“ noch auf eine andere Weise erklärt wird, was Frege damit begründet, „daß nie doppelt definiert werden darf, weil sonst zweifelhaft bliebe, ob diese Definitionen im Einklange miteinander wären.“ [GGA I, 50] Der Unterschied zwischen Nominaldefinition und Äquivalenzbehauptung erscheint im übrigen in GGA dadurch verwischt (d.h. obwohl dieser Unterschied in GGA natürlich existiert, würde er einem unaufmerksamen Betrachter gar nicht auffallen), daß Definitionen sofort in behauptete Sätze übergehen und somit aus einer Nominaldefinition eine Äquivalenzbehauptung wird: „Dadurch wird das neue Zeichen gleichbedeutend mit dem erklärenden; die Definition geht also sofort in einen Satz über.“ [GGA I, 45]

Ich werde im folgenden zeigen, daß es sich bei der zitierten Fregeschen Formulierung um eine Äquivalenzbehauptung zwischen „Begriff“ und „Funktion, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist“ handeln muß.

Wir wissen schon, daß Frege sich darauf festgelegt hat, daß, wenn für Klassen das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, diese dann nicht für alle Funktionen erster Stufe als Argument auftreten dürfen. Damit steht zunächst fest, daß es Funktionen gibt, bei denen Klassen nicht als Argument auftreten dürfen. Zugleich ist damit aber auch klar, daß gerade die Funktionen, bei denen Klassen nicht als Argument auftreten dürfen, Funktionen sind, deren Werte ausschließlich die beiden Wahrheitswerte sind – das heißt nämlich nichts anderes, als daß für jedes Argument dieser Funktionen das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten gilt und folglich Klassen kein Argument solcher Funktionen sein können. Also steht auch fest, daß es solche Funktionen gibt, deren Werte ausschließlich die beiden Wahrheitswerte sind. Fassen wir das alles zusammen, dann ergibt sich als Konsequenz, daß sich Frege demnach schon vorher darauf festgelegt haben muß, daß es solche Funktionen gibt.

Und hier stellt sich nun die Frage: Wieso steht denn aber für Frege schon von vornherein fest, daß es solche Funktionen überhaupt gibt? Könnte es denn nicht auch sein, daß es eben keine Funktionen erster Stufe gibt, deren Werte ausschließlich die beiden Wahrheitswerte sind? Immerhin wäre es doch dann kein Problem, daß für Klassen das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt – und Klassen könnten dann wie alle anderen Gegenstände auch Argumente beliebiger Funktionen erster Stufe sein.

Die Antwort hierauf kann nur lauten: Solche Funktionen muß es geben, weil es Begriffe im von Frege verwendeten Sinne gibt. Begriffe sind nämlich zunächst unabhängig von Funktionen gegeben. Es handelt sich bei Begriffen sowie insbesondere beim Fallen eines Gegenstands unter einen Begriff um logisch Einfaches, das Frege als etwas beschreibt, „das als Solches nicht eigentlich definierbar ist. Ich muß mich dann begnügen, durch Winke auf das hinzuweisen, was ich meine.“ [GGA I, 4] Im übrigen hält Frege deshalb eine eigentliche Definition des Terminus „Begriff“ für unmöglich.<sup>46</sup>

Frege identifiziert nun das Fallen eines Gegenstands unter einen Begriff damit, daß ein Begriff diesem Gegenstand das Wahre zuordnet und insofern als Funktion erscheint. Das ist aber eine von Frege gesetzte Interpretation des logischen Sachverhalts „Begriff“. Begriffe sind unabhängig von Freges Logik bekannt, aber die Interpretation als Funktion wird von Frege eingeführt. Insofern

---

<sup>46</sup> Zu Kerrys Kritik daran, was dieser Freges „Definition von Begriff“ nennt, erklärt Frege, „daß meine Erklärung nicht als eigentliche Definition gemeint ist. [...] Was einfach ist, kann nicht zerlegt werden, und was logisch einfach ist, kann nicht eigentlich definiert werden. Das Logischeinfache ist nun ebensowenig wie die meisten chemischen Elemente von vornherein gegeben, sondern wird erst durch wissenschaftliche Arbeit gewonnen.“ [BG, 193]

also kann Frege einerseits voraussetzen, daß es Begriffe gibt, andererseits folgern, daß es Funktionen gibt, die Gegenständen Wahrheitswerte zuordnen – nur eben mit der Besonderheit, daß hier eine spezifisch Fregesche Interpretation dessen angezogen wird, was ein Begriff ist.

Begriffe sollen nun scharf begrenzt sein, das heißt, für jeden Gegenstand soll feststehen, ob er unter den Begriff fällt oder nicht. Das heißt aber nichts anderes, als daß jeder Begriff einem Gegenstand entweder das Wahre oder das Falsche zuzuordnen muß. Demnach ist ein Begriff gerade eine dieser Funktionen, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist. Weil also Begriffe scharf begrenzt sein sollen, gibt es solche Funktionen, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist.

Aus dieser Folgerung wird also deutlich, daß Begriffe für sich gegeben sein müssen und nicht erst durch eine Nominaldefinition eingeführt werden. Andererseits sind auch die Funktionen in GGA unabhängig vom Terminus „Begriff“ eingeführt. Tatsächlich stellt Frege also eine Äquivalenzbehauptung auf und keine Nominaldefinition.

Halten wir fest, daß Frege Begriffe als scharf begrenzt gegeben der Logik voraussetzt. Die Begriffe identifiziert er mit (setzt er äquivalent zu) Funktionen, deren Wert immer ein Wahrheitswert ist. Weil es Begriffe gibt, gibt es auch solche Funktionen. Wenn für bestimmte Gegenstände das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, dann hat ein solcher Gegenstand weder eine bestimmte Eigenschaft, noch hat er sie nicht. Das heißt, er fällt weder unter einen bestimmten Begriff, noch fällt er nicht unter diesen Begriff. Er bekommt also durch diesen Begriff weder das Wahre noch das Falsche zugeordnet. Da der Begriff aber eine Funktion erster Stufe ist, die jedem Argument einen Wahrheitswert als Wert zuordnet, kann dieser Gegenstand folglich kein Argument dieser Funktion sein. Deshalb also kann Frege völlig konsequent schließen, daß, wenn es Gegenstände gibt, für die das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, es dann Funktionen gibt, als deren Argument solche Gegenstände nicht auftreten können. Freges Folgerung erscheint jetzt als folgerichtige Konsequenz aus seiner Konzeption des Zusammenhangs von Begriffen, Funktionen, Gegenständen und Wahrheitswerten.

#### 2.5.4 *Klassennamen als Scheineigennamen*

Die Annahme, daß Klassen uneigentliche Gegenstände sein könnten, für die eben das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, hat Frege verworfen, weil sich daraus eine Vielzahl von Unterscheidungen dafür ergeben hätte, welche Funktion welche Argumente haben dürfte und welche Werte sie haben könnte.<sup>47</sup> Außerdem hatte Frege grundlegende Bedenken, ob es überhaupt solche uneigentlichen

---

<sup>47</sup> Siehe auch den Abschnitt „2.3.4 Frege: Wertverläufe als uneigentliche Gegenstände“ [S. 45 dieser Arbeit].

gentlichen Gegenstände geben könne. Da nun aber für Frege durch die Antinomie nachgewiesen ist, daß für Klassen das Gesetz vom ausgeschlossenen Dritten nicht gilt, somit Klassen einer der Charakteristika von Gegenständen nicht besitzen, können Klassen demzufolge keine Gegenstände sein. Da zugleich nach Freges Erklärungen Klassen keine Funktionen sein können und außer Gegenständen und Funktionen keine Entitäten vorhanden sind (zumindest wenn uneigentliche Gegenstände nicht akzeptabel sein sollen), bleibt eigentlich nur noch der Schluß, daß Klassen demnach überhaupt keine Entitäten sind, sie also nichts Seiendes sind.

Es scheint nun absurd, daß über Klassen gesprochen werden kann, sie aber überhaupt nichts Seiendes sein können. Allerdings ist das nur absurd, wenn man unterstellt, daß hier vom logischen Sein die Rede ist, also dem Vorkommen von Klassen innerhalb der Logik. Absurd ist das also nur für denjenigen, der Logik unabhängig von der Semantik und damit auch unabhängig von ihrer ontologischen Grundlage diskutiert. Wenn hingegen der semantische Zusammenhang berücksichtigt wird, dann ist das nicht absurd, sondern entspricht eben nur der Folgerung, daß Klassen keine Entitäten sind – sie sind nichts Seiendes, das heißt aber nicht, daß es sie deshalb überhaupt nicht gibt.

Allerdings ist nun in GGA gefordert, daß dasjenige, was Ausdrücke bedeuten, Entitäten sein müssen. Wenn also Klassen keine Entitäten sein können, dann folgt damit tatsächlich, daß Klassenausdrücke nur Bedeutung zu haben scheinen: „so bleibt wohl nur übrig, die Klassen als Scheineigennamen zu betrachten, die also in Wahrheit keine Bedeutung hätten.“ [GGA II, 255]

Frege versteht unter einem Scheineigennamen einen Ausdruck, der als Eigenname auftritt, aber keine Bedeutung hat. In SB findet sich hierzu z.B. „ob der Nebensatz [...] wirklich einen Gegenstand bezeichnet oder nur den Schein davon erweckt“ [SB, 40], ebenso „die Warnung vor scheinbaren Eigennamen, die keine Bedeutung haben“ [SB, 41]. Wesentlich ist also, daß eine Bedeutung vorhanden zu sein scheint, über den Sinn eines solchen Ausdrucks wird hingegen mit der Kennzeichnung als Eigenname nichts gesagt.

Zunächst scheint es unmöglich, daß es in GGA Scheineigennamen geben könne, schließlich hatte Frege doch immer wieder betont, daß es in einer wissenschaftlichen Begriffsschrift keine Zeichen geben dürfe, die nichts bedeuten.<sup>48</sup> Allerdings würde ein Mißverständnis vorliegen, wenn man annähme, daß jeder Ausdruck, der in einer Sprache (insbesondere auch in der durch die Begriffsschrift formalisierten Sprache) vorkommt, auch ein Zeichen sein muß. Aus-

---

<sup>48</sup> „Von einer logisch vollkommenen Sprache (Begriffsschrift) ist zu verlangen, daß jeder Ausdruck, der aus schon eingeführten Zeichen in grammatisch richtiger Weise gebildet ist, auch in der Tat einen Gegenstand bezeichne, und daß kein Zeichen als Eigenname neu eingeführt werde, ohne daß ihm eine Bedeutung gesichert ist.“ [SB, 41]

drücke, die Eigennamen vertreten, müssen zwar als Ganzes eine Bedeutung haben (sonst könnten sie keinen Eigennamen vertreten), insofern sind dann diese Ausdrücke selbst Zeichen. Syntaktisch können solche Ausdrücke jedoch wiederum aus Ausdrücken zusammengesetzt sein, denn in GGA ist nicht vorausgesetzt, daß Zeichen syntaktisch einfach sein müssen. Die Ausdrücke, aus denen ein Zeichen zusammengesetzt ist, müssen selbst keine Zeichen sein. Diese Ausdrücke wären dann zwar syntaktisch selbständig, logisch aber unselbständig. Beispiele für solche logisch unselbständigen Bestandteile von bedeutungsvollen Ausdrücken sind die deutschen Buchstaben über der Höhlung des Generalisators oder der kleine griechische Vokalbuchstabe mit dem Spiritus lenis  $\epsilon$  in Wertverlaufsnamen der Form  $\epsilon\Phi(\epsilon)$ . Weil diese logisch unselbständig sind, ist es auch nicht möglich, daß diese Buchstaben Argumente andeuten: „Die Stelle unter dem Spiritus lenis ist ebensowenig eine *Argumentstelle* wie die über der Höhlung.“ [GGA I, 15] Es handelt sich hier deshalb nur um syntaktische, nicht um logische Teile, weil der Ausdruck, dessen Teile sie sind, selbst logisch einfach ist. Als Analogie liegt der Vergleich mit Wörtern und Buchstaben nahe. Die Wörter sind aus Buchstaben zusammengesetzt, aber weder einzelne Buchstaben noch aus beliebigen Buchstabenfolgen gebildete Ausdrücke bedeuten etwas, sondern nur diejenigen Ausdrücke, die Wörter bilden – und nur die Wörter als Ganzes bedeuten dann etwas. Demnach wären dann Klassennamen ebenso wie die Buchstaben nur Teil eines Ausdrucks, der etwas bedeutet. „Sie wären dann anzusehen als Teile von Zeichen, die nur als Ganze eine Bedeutung hätten.“ [GGA II, 255] Wenn nun bestimmte Ausdrücke nichts bedeuten, dann folgt hieraus also nicht, daß das der Begriffsschrift vorausgesetzte Prinzip verletzt ist, daß es keine Zeichen geben darf, die nichts bedeuten, sondern nur, daß solche Ausdrücke keine Zeichen sind. Nicht jeder einfache Ausdruck muß ein Zeichen sein.

Die Möglichkeit, daß Klassen Scheineigennamen sind, diskutiert und verwirft Frege so ähnlich wie die Möglichkeit, daß Klassen uneigentliche Gegenstände sind. Auch hier führt er zunächst ein pragmatisches Argument dagegen an, wodurch aber diese Möglichkeit nicht vollständig ausgeschlossen ist. Sein Argument ist wiederum, daß eine Vielzahl von Fällen zu unterscheiden wäre, weil dann nämlich für jedes Zeichen, also jeden vollständigen Ausdruck, der einen solchen Klassennamen enthält, festgelegt werden muß, was es bedeutet. Die Klassennamen erhielten dann im Zusammenhang mit jedem Zeichen einen anderen Bezug zu einer Bedeutung. Da Frege nun Zahlen ebenfalls als Klassen betrachtet, gäbe es dadurch z.B. keine einfache Erklärung für ein Zahlzeichen: „Auch das, was wir als Zahlzeichen aufzufassen gewohnt sind, wäre dann eigentlich kein Zeichen, sondern der unselbständige Bestandteil eines Zeichens.“ [GGA II, 255]

Neben dem pragmatischen Argument führt Frege aber auch hier wieder Gründe dafür an, die Möglichkeit von Klassen als Scheineigennamen zu verwer-

fen, die mit den Voraussetzungen seiner Logik zusammenhängen. Mit einer die Überlegungen zu Klassen als Scheineigennamen im Anhang zu GGA II abschließenden Bemerkung, die wie nur nebenher bemerkt erscheint, macht Frege auf eines der größten Probleme der sprachphilosophischen Implikationen seiner Logik aufmerksam. Wenn nämlich die Klassennamen nur als syntaktische Teile von Zeichen aufzufassen wären, die keine selbständige Bedeutung hätten, dann „wäre nicht zu verstehen, wie dabei von einer Anzahl von Klassen, von einer Anzahl von Anzahlen die Rede sein könnte.“ [GGA II, 255] Allgemein gesprochen wäre es demnach unmöglich, etwas über Klassen auszusagen bzw. von Klassen zu präzisieren, wenn Klassennamen nicht selbständig eine Bedeutung hätten.

Demnach ist es eine der Voraussetzungen der Fregeschen Logik, daß Aussagen nur über dasjenige möglich sind, was als Bedeutung eines Ausdrucks auftreten kann. Nach dem bisher Dargelegten heißt das also, daß Aussagen nur über Entitäten möglich sind. Wenn nun der aufmerksame Leser skeptisch darauf verweist, daß bei Frege doch nicht nur Aussagen über Gegenstände, sondern auch über Begriffe gemacht werden, indem z.B. von den Merkmalen eines Begriffs gesprochen wird, dann ist er damit auf einen Zusammenhang aufmerksam geworden, der auch für Frege eines der größten Probleme darstellt. Doch darüber mehr im folgenden Abschnitt...

Nachdem wir gesehen haben, daß Frege alle bisher aufgezählten möglichen Auswege aus der Antinomie aus Gründen verwirft, die, wenn sie nicht pragmatischer Natur waren, sich immer auf bestimmte Voraussetzungen seiner Logik bezogen haben, will ich im folgenden ausführlich auf genau die Voraussetzungen eingehen, die den Problemzusammenhang der Bedeutung von Ausdrücken und der Möglichkeit von Aussagen über das, was Ausdrücke bedeuten, bedingen. Ich werde versuchen, es ganz deutlich zu machen, daß gerade aus diesem Problemzusammenhang erklärbar ist, warum Frege überhaupt die verhängnisvolle Zuordnung von Wertverläufen zu Funktionen vornimmt und damit die Antinomie auslöst, und auch, daß und warum Frege diese Zuordnung bei der Suche nach Auswegen aus der Antinomie nicht aufgibt.

## 2.6 Begriffe – Aussagen, ontologische Basis und prädikative Natur

Im vorigen Abschnitt hat sich bereits herausgestellt, daß eine der dem Fregeschen logischen Ansatz zugrundeliegenden Voraussetzungen ist, daß Aussagen nur über Entitäten möglich sind. In diesem Abschnitt werde ich diese zunächst grobe Charakterisierung von Aussagen genauer untersuchen und herausheben, daß das eigentliche Problem dabei Aussagen über Begriffe sind. Es wird zum einen deutlich werden, wie Freges Überlegungen zu Aussagen auf die ontologische Basis seines logischen Ansatzes verweisen. Zum anderen aber werde ich deutlich machen, daß sich hieraus Rückschlüsse auf Freges Verständnis der prädikativen Natur der Begriffe ergeben.

Zuerst untersuche ich den Unterschied der Fregeschen Auffassung von Aussagen über Begriffe zu der Auffassung, die Russell vertritt. Dabei wird sich als eigentliches Problem beim

Prädizieren einer Eigenschaft Freges Annahme herausstellen, daß Begriffe selbst nie als Subjekt, sondern stets nur als Prädikat auftreten können. Deshalb untersuche ich dann die Voraussetzungen, die Frege zu dieser Annahme der prädikativen Natur der Begriffe zwingen. Dabei bestimme ich, wodurch überhaupt Freges Einteilung von Funktionen und Gegenständen begründet ist. Ich zeige, daß Frege Gegenstände und Funktionen deshalb nicht als eine Sorte Entitäten auffassen kann, weil er die prädikative Beziehung als grundlegende Voraussetzung der Logik ansieht.

Daran anschließend zeige ich, wie sich Freges Annahme, daß es immer etwas sich prädikativ verhaltendes geben muß, unabhängig von sprachlichen Zusammenhängen begründen läßt. Ich werde deutlich machen, daß hierfür Freges philosophische Annahmen über das Verhältnis von Teil und Ganzem, insbesondere über die Zerlegung von Ganzen in Teile und die Verbindung von Teilen, grundlegend sind. Zur Erläuterung werde ich zunächst in einer Analogie die ontologische Basis dieses Verhältnisses diskutieren und dann zeigen, daß diese Analogie durchaus konform mit Freges Erläuterungen ist und dabei der Zerlegung von Gedanken in Begriffe und Gegenstände entspricht. Meine Folgerung besteht dann darin, daß die Basis der Fregeschen Logik einen Monismus in dem Sinne beinhaltet, daß nicht nur Gegenstände, sondern auch deren Verbindungen und damit Begriffe als seiend aufgefaßt werden können. Hiermit habe ich dann überhaupt die Möglichkeit gezeigt, daß Begriffe durch Gegenstände vertreten werden können. Ich werde weiter zeigen, daß dieser Monismus gerade dadurch hervorgebracht wird, daß Frege die Zerlegung von Gedanken durch die Analogie zur Zerlegung einer Strecke bestimmt, wobei ja die Teile der Strecke gleichartig in dem Sinne sind, daß sie überhaupt geometrische Entitäten sind. Daher werde ich als eigentliche Ursache für den Monismus festhalten, daß alles durch dieselbe Erkenntnisquelle gegeben ist. Mit Hilfe der vorher gegebenen Analogie zu Teil und Verbindung werde ich schließlich die prädikative Natur der Begriffe erläutern und zeigen, daß damit Besonderheiten der Fregeschen Bestimmungen von Begriffen und Gedanken erklärbar sind. Resultat dieses Abschnitts ist der Nachweis der Gleichheit des ontologischen Status von Begriffen und Gegenständen bei Frege.

### 2.6.1 Aussagen über Begriffe

Zeichen sollen in GGA immer eine Bedeutung haben. Als das, was Zeichen bedeuten, kommen nur Gegenstände oder Funktionen in Frage. Wenn also Aussagen über dasjenige, was ein Zeichen bedeutet, gemacht werden sollen, dann sind Aussagen über Gegenstände und Aussagen über Funktionen zu unterscheiden. Man kann in Freges Logik z.B. etwas über die Eigenschaften eines Gegenstands oder aber über die Merkmale eines Begriffs aussagen. Während Aussagen über Gegenstände zunächst unproblematisch sind, hat es mit Aussagen über Begriffe eine besondere Bewandnis. Schauen wir uns das Schritt für Schritt genauer an.

Russell hatte Frege in dem Brief, in dem er ihn über die Antinomie informierte, zwei Formulierungen dieser Antinomie vorgelegt. Die zweite, die sich des Terminus „Klasse“ bediente, bildet auch die Basis für Freges Diskussion der Antinomie. Die erste Formulierung hingegen konnte von Frege deshalb sofort abgewiesen werden, weil er bestimmte Voraussetzungen seiner Logik anzog, die die Rolle von Gegenständen und Begriffen bzw. Funktionen überhaupt in Aus-

sagen bedingen. Betrachten wir hierfür Russells Formulierung und Freges Erklärungen dazu genauer.

Russell beschreibt in dem Brief die Antinomie als erstes so: „Sei  $w$  das Prädikat, ein Prädikat zu sein, welches von sich selbst nicht prädiziert werden kann. Kann man  $w$  von sich selbst prädizieren? Aus jeder Antwort folgt das Gegenteil.“ [WB, 211] Diese Formulierung verwendet zwar nicht den Terminus „Begriff“, sondern den Terminus „Prädikat“. Das deckt sich aber insofern mit der Frege'schen Terminologie, als auch Frege als wesentlich für Begriffe deren prädikative Natur ansieht: „Der Begriff – wie ich das Wort verstehe – ist prädikativ. Ein Gegenstandsname hingegen, ein Eigenname ist durchaus unfähig, als grammatisches Prädikat gebraucht zu werden.“ [BG, 193]

Frege erkennt zwar das Problem der Antinomie an, weist aber die erste Russellsche Formulierung der Antinomie, die eben den Terminus „Prädikat“ verwendet, zurück: „Übrigens scheint mir der Ausdruck ‚Ein Prädikat wird von sich selbst prädiziert‘ nicht genau zu sein. Ein Prädikat ist in der Regel eine Funktion erster Stufe, die als Argument einen Gegenstand verlangt und also nicht sich selbst als Argument (Subjekt) haben kann. Ich möchte also lieber sagen: ‚Ein Begriff wird von seinem eigenen Umfang prädiziert‘.“ [WB, 213]

Wenn also Prädikate überhaupt nur auf Gegenstände, nicht aber auf Begriffe anwendbar sind, dann ergibt sich natürlich für uns nun die Frage: Wie kann man dann überhaupt etwas über einen Begriff aussagen, etwas von ihm prädizieren? Kurz: Wie hält es Frege mit Aussagen über Begriffe? Denn daß Aussagen über Begriffe in logischen Untersuchungen vorkommen, erkennt Frege sehr wohl an: „Man hat bei logischen Untersuchungen nicht selten das Bedürfnis, etwas von einem Begriffe auszusagen und dies auch in die gewöhnliche Form für solche Aussagen zu kleiden, daß nämlich die Aussage Inhalt eines grammatischen Prädikats wird.“ [BG, 197]

Vordergründig stellt sich dieses Problem nur als ein technisches dar, das sich durch die Annahme lösen läßt, daß man dann eben für eine Aussage über einen Begriff eine Funktion zweiter Stufe benötigt, und Funktionen zweiter Stufe haben ja Argumentstellen für Funktionen erster Stufe.<sup>49</sup> Frege scheint das zunächst in einem späteren Brief an Russell auch zu bestätigen: „Der Begriff der Funktion muß ja ein Begriff zweiter Stufe sein“ [WB, 218]. Tatsächlich aber rudert Frege an die-

---

<sup>49</sup> In den Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter von 1919 verweist Frege auch noch hinsichtlich der deutschen Sätze mit „es gibt“ auf diese Möglichkeit: „In solchen Sätzen wird etwas von einem Begriffe ausgesagt. Das ist ein Beispiel dafür, daß ein Begriff sich zu einem *Begriffe zweiter Stufe* ähnlich verhalten kann, wie ein Gegenstand zu einem Begriffe, unter den er fällt.“ [NS, 275] Allerdings ist hier darauf zu achten, daß Frege das Verhalten des Begriffs nur als ähnlich zu dem eines Gegenstands bestimmt. Er weist explizit darauf hin: „Den Unterschied zwischen Begriffen erster und zweiter Stufe kann nur scharf fassen, wer den Unterschied zwischen Ergänzungsbedürftigem und Gesättigtem scharf gefaßt hat.“ [NS, 275]

ser Stelle sofort wieder zurück und fährt fort: „Während ich dies schreibe, bin ich mir wohl bewußt, mich wieder ungenau ausgedrückt zu haben.“ [WB, 218] Freges Unsicherheit rührt daher, daß eben ein Unterschied besteht zwischen dem, was in der von Frege für die Logik entworfenen Begriffsschrift ausgedrückt werden kann, und dem, was in der natürlichen Sprache ausdrückbar ist. Die Begriffsschrift soll ja erst das in der natürlichen Sprache ungelöste Problem von Aussagen über Begriffe lösen: „Man kann in der Begriffsschrift einen genauen Ausdruck festsetzen für das, was man meint, wenn man etwas eine Funktion (erster Stufe mit einem Argumente) nennt“. [WB, 218]

In der natürlichen Sprache ist es hingegen nicht ohne Probleme möglich, Aussagen über Begriffe zu machen, weil dann nämlich grammatisch betrachtet der Begriffsname als Subjekt auftaucht. Das ist für Frege deswegen nicht zulässig, weil für einen Begriff dessen prädikative Natur wesentlich sein soll, weshalb Begriffsnamen nur als Prädikate verwendet werden dürften. In Aussagen über Begriffe würde man nämlich „als Bedeutung des grammatischen Subjekts den Begriff erwarten; aber dieser kann wegen seiner prädikativen Natur nicht ohne weiteres so erscheinen“ [BG, 197]. Das sich daraus ergebende Problem für Aussagen über Begriffe bestätigt Frege auch gegenüber Russell: „Sie haben Recht, wenn Sie meinen, eine Funktion könne eigentlich nicht als etwas behandelt werden; denn das Wort ‚Etwas‘ vertritt [...] einen Eigennamen. [...] Man kann von einem Begriffsnamen eigentlich nicht sagen, daß er etwas bedeute; aber man kann sagen, daß er nicht bedeutungslos sei.“ [WB, 218f.] Andererseits aber bedarf Frege auch direkt in GGA der Möglichkeit, Aussagen über Begriffe zu machen. Für Zahlangaben hält er nämlich auch in GGA an seiner in GLA herausgearbeiteten Auffassung fest, „daß die Zahlangabe eine Aussage von einem Begriffe enthalte.“ [GGA I, 3]

Das eigentliche Problem besteht also offenbar darin, daß beim Präzisieren einem bestimmten Sachverhalt eine bestimmte Eigenschaft zugesprochen wird. Der Sachverhalt wird dabei durch das grammatische Subjekt, die Eigenschaft durch das grammatische Prädikat bezeichnet – der Sachverhalt ist die Bedeutung des grammatischen Subjekts. Könnten Begriffsnamen oder Namen von Funktionen überhaupt die Stelle des grammatischen Subjekts einnehmen, gäbe es kein Problem. Aber Frege unterscheidet die Rollen von Begriff und Gegenstand hinsichtlich der Sprache: „Wir können kurz sagen, indem wir ‚Prädikat‘ und ‚Subjekt‘ im sprachlichen Sinne verstehen: Begriff ist Bedeutung eines Prädikates, Gegenstand ist, was nie die ganze Bedeutung eines Prädikates, wohl aber Bedeutung eines Subjekts sein kann.“ [BG, 198]

Bevor wir die Konsequenzen der Fregeschen Voraussetzung dieser prädikativen Natur der Begriffe betrachten, müssen wir diese prädikative Natur selbst untersuchen und klären, aus welchen Gründen Frege diese Voraussetzung überhaupt annimmt und trotz der auftretenden Probleme an ihr festhält. Auch hier

stellt sich also wieder die Frage nach bestimmten philosophischen Positionen, die Frege zu der Annahme zwingen, daß Begriffsausdrücke nur als grammatisches Prädikat auftreten können. Dabei können wir allerdings nicht bloß bei den Begriffen stehen bleiben, sondern müssen Funktionen überhaupt betrachten, denn Frege erklärt: „Was ich hier prädikative Natur des Begriffes nenne, ist nur ein besonderer Fall der Ergänzungsbedürftigkeit oder Ungesättigkeit, die ich [...] als wesentlich für die Funktion angegeben habe.“ [BG, <sup>11</sup>198]

### 2.6.2 Die prädikative Natur der Begriffe und die Zerlegung eines Ganzen

An dieser Stelle möchte ich dem interessierten Leser empfehlen, bevor er hier fortfährt, sich in Freges Aufsatz „Über Begriff und Gegenstand“ die Seiten 199–201 durchzulesen. Dort finden sich die wesentlichen Zusammenhänge von Aussagen über Begriffe erklärt. Statt das dort Erklärte nachzuerzählen, setze ich hier diese Erklärungen vielmehr voraus.

Das Credo der Fregeschen Erklärungen stellt sich an der angegebenen Stelle so dar: „der Begriff verhält sich wesentlich prädikativ auch da, wo etwas von ihm ausgesagt wird; folglich kann er dort nur wieder durch einen Begriff, niemals durch einen Gegenstand ersetzt werden. Die Aussage, welche von einem Begriffe gemacht wird, paßt gar nicht auf einen Gegenstand.“ [BG, 201] Damit drängt sich nun die Frage danach auf, was eigentlich unter dieser prädikativen Natur eines Begriffs zu verstehen ist, die einem Begriff offenbar wesentlich ist, so daß sie auch bei Aussagen über ihn erhalten bleibt. Das bloße Auftreten eines Begriffsnamens als grammatisches Prädikat ist doch offenbar nur eine Erscheinung der prädikativen Natur des bezeichneten Begriffs. Wie muß sich ein Begriff verhalten, wenn er sich prädikativ verhält?

Die Antwort hierauf wird schlagartig deutlich machen, woher denn überhaupt Freges Einteilung der Entitäten in Funktionen und Gegenstände rührt. Es wird sich zeigen, daß diese Einteilung von Frege nicht als unhintergehbare Voraussetzung willkürlich angenommen ist, sondern sich als *Konsequenz* aus durch Analogie übernommenen Voraussetzungen ergibt. Zugleich wird hier sehr deutlich werden, daß Freges Logik eben ontologische Voraussetzungen besitzt, die berücksichtigt werden müssen und deshalb nicht einfach bei einer Formalisierung mit Mitteln der heutigen mathematischen Logik ignoriert werden dürfen.

Zunächst aber stellt sich die Frage, ob es nicht möglich ist, das Problem des prädikativen Verhaltens der Begriffe dadurch zu beseitigen, daß Begriffe überhaupt nicht als besondere Entitäten betrachtet werden. Frege stellt selbst versuchsweise seine Unterscheidung von Begriffen und Gegenständen zur Disposition: „Man denkt vielleicht, diese Schwierigkeit sei künstlich gemacht, man brauche etwas so Unhandliches wie das, was ich Begriff genannt habe, gar nicht in Betracht zu ziehen, und könne [...] das Fallen eines Gegenstands unter einen Be-

griff als eine Beziehung ansehen [...]. Die Wörter ‚Gegenstand‘ und ‚Begriff‘ dienten dann nur dazu, die verschiedene Stellung in der Beziehung anzudeuten.“ [BG, 204f.] Wäre die Annahme akzeptabel, daß Begriffe keine besonderen Entitäten sind, dann hätten wir es insgesamt mit nur einer Sorte von Entitäten zu tun, zu denen sowohl Gegenstände als auch Begriffe zu rechnen wären. Dabei wären dann die erwähnten Beziehungen nichts anderes als das, was in der modernen mathematischen Logik als Operationen (also als Relationen in einer Menge) betrachtet wird, d.h. als Relationen, deren Quelle und deren Ziel zusammenfallen.<sup>50</sup> Damit gäbe es dann nur einen einzigen Individuenbereich, auf dem Relationen zu erklären wären. Die Relationen ließen sich durch Mengen geordneter Paare dieser Individuen darstellen, wobei das erste Element des geordneten Paares als „Gegenstand“ und das zweite als „Begriff“ bezeichnet werden würde – eine Unterscheidung, die nicht die Individuen selbst, sondern nur ihre Stellung als Argument oder Wert in der Relation beträfe. Das wäre dann mit den üblichen Mitteln der Mengenlehre so darstellbar, daß ein geordnetes Paar aus Gegenstand und Begriff als eine Menge aufzufassen wäre, welche als Elemente zum einen eine Einermenge, welche nur den Gegenstand als Element enthält, und zum anderen eine Zweiermenge, welche sowohl den Gegenstand als auch den Begriff enthält, besitzen würde. Alle Voraussetzungen wären dann erfüllt, um eine Übersetzung der Fregeschen Logik durch die zweiwertige Prädikatenlogik zu ermöglichen.<sup>51</sup>

Tatsächlich aber ist für Frege damit das Problem nicht beseitigt, sondern nur verschoben. Es gibt wiederum etwas, das prädikativ ist, nämlich jetzt die Beziehungen. Aussagen über Beziehungen führen deshalb zu denselben Problemen wie Aussagen über Begriffe. „Nun haben wir bei der Beziehung dieselbe Schwierigkeit, die wir beim Begriffe vermeiden wollten; denn mit den Worten ‚die Beziehung des Fallens eines Gegenstandes unter einen Begriff‘ bezeichnen wir keine Beziehung, sondern einen Gegenstand“ [BG, 205]. Wenn Frege Begriffe aufgrund ihrer prädikativen Natur als besondere Entitäten angesehen hatte, dann folgt für ihn jetzt aus der prädikativen Natur der Beziehungen, daß diese demnach wiederum besondere Entitäten sein müssen. Das heißt für uns aber, daß Frege grundsätzlich dabei bleibt, daß dasjenige, das sich prädikativ verhält, als eine Entität anzusehen ist, die sich zudem von den Gegenständen unterscheiden muß.

Frege liefert nun aber auch eine selbständige, von den grammatischen und insofern sprachlichen Zusammenhängen unabhängige Begründung dafür, daß es

<sup>50</sup> Vgl. hierzu das Stichwort „Relation“, besonders Punkt III., in „Lexikon der Mathematik“ [Gellert 1979, 484f.].

<sup>51</sup> In Lexika wird Freges Logik sogar mit in die Prädikatenlogik einbezogen: „Die P[rädikatenlogik] fand ihre gegenwärtige Ausprägung erst im letzten Jahrhundert, beginnend mit entscheidenden Arbeiten des Jenenser Logikers Gottlob Frege.“ [Gellert 1979, 437]

immer etwas sich prädikativ verhaltendes geben muß. Als Grund hierfür benennt er nämlich die Zerlegung von Gedanken, „denn von den Teilen eines Gedankens dürfen nicht alle abgeschlossen sein, sondern mindestens einer muß irgendwie ungesättigt oder prädikativ sein, sonst würden sie nicht aneinander haften.“ [BG, 205]

Hier äußert sich eine der philosophischen Annahmen Freges, nämlich sein Verständnis des Verhältnisses von Teil und Ganzem. Nun klingt Freges Erklärung ziemlich merkwürdig, zumal er dieses „aneinander haften“ auch noch bildlich dadurch erklärt, daß das durch ein „Bindemittel“ bewirkt wird. Er erläutert das für die Worte „fällt unter“, die ergänzungsbedürftig sind, „und nur durch diese Ungesättigtheit ihres Sinnes sind sie fähig, als Bindemittel zu dienen“ [BG, 205]. Ich will versuchen, diese Merkwürdigkeit aufzulösen. Deshalb werde ich zunächst als Analogie beschreiben, wie ich Freges Erklärungen interpretiere.

### 2.6.3 Analogie: Teil und Ganzes – Die ontologische Basis der Fregeschen Logik

Gedanken sind ein Ganzes. Ein Ganzes kann zerlegt werden. Würde es als in Teile zerlegt gedacht, dann wären zunächst diese Teile vorhanden. Aber die Teile zusammen bilden noch nicht das Ganze, denn fehlte die Verbindung dieser Teile, dann blieben es eben einzelne Teile. Erst zusammen mit der Verbindung bilden die Teile das Ganze. Also ist die Verbindung neben den Teilen ebenfalls zu bewahren. Durch die Zerlegung von Ganzen entstehen demnach als separierte und somit zumindest virtuell selbständige Bestandteile sowohl Teile als auch Verbindungen. Werden nach und nach verschiedene Ganze zerlegt, dann könnten verschiedene Teile, aber auch verschiedene Verbindungen separiert werden. Nun können diese separierten Bestandteile neu zusammengesetzt werden. Sogar ein und dieselben Teile würden dann zusammen mit verschiedenen Verbindungen verschiedene Ganze bilden. Deshalb ist es möglich, die Verbindungen als ebenso wesentlich wie die Teile anzusehen und ihnen denselben Status als Bestandteile zuzuschreiben, aus denen sich Ganze zusammensetzen.

Hieraus kann man folgern, daß die Verbindungen den gleichen ontologischen Status wie die Teile haben müssen, weil beide ontologisch betrachtet Bestandteile von Ganzen sind. Aber Teile und Verbindungen haben dann auch den gleichen ontologischen Status wie die Ganzen selbst, denn durch bloße Zerteilung kann sich für die Resultate der Teilung der ontologische Status nicht ändern. Weil Ganze denselben ontologischen Status wie Teile haben, können deshalb auch Ganze ebenso wie Teile zusammen mit einer Verbindung neue Ganze bilden.

Alle Entitäten lassen sich daher einteilen in das, was bei der Zerlegung eines Ganzen als Verbindung entsteht und als *Verbindung* bezeichnet werden soll, und in das, was als Teil entsteht und als *Etwas* bezeichnet werden soll. Neue Zusam-

mensetzungen sind nur derart möglich, daß genau eine *Verbindung* und mindestens ein *Etwas* zusammengesetzt werden.

Das, was bei der Zusammensetzung von einer *Verbindung* und mindestens einem *Etwas* entsteht, muß nun aber nicht unbedingt wieder ein *Etwas* sein. Es ist ebenso möglich, daß es wieder eine *Verbindung* ist. Das ist davon abhängig, bei welcher Zerlegung eines Ganzen die bei dieser Zusammensetzung verwendete *Verbindung* entstanden ist. Jede *Verbindung* ist genau sovielfach ungesättigt, wie bei der ursprünglichen Zerlegung neben der *Verbindung* noch *Etwas* als Teile entstanden sind. Erst wenn diese Verbindung mit genau so vielen *Etwas* zusammengesetzt ist, ist diese Zusammensetzung ein *Etwas*, sonst eine *Verbindung*, die aber weniger ungesättigt ist (d.h. einer geringeren Anzahl *Etwas* bedarf, um gesättigt zu werden).

*Etwas* und *Verbindung* sind nur hinsichtlich ihrer Zusammensetzbarkeit unterschieden, aber beide sind gleich seiend. Damit hat sich für uns die Merkwürdigkeit aufgelöst. Es gibt nur eine Sorte von Entitäten, aber diese Entitäten haben verschiedene Eigenschaften, wodurch sie als *Etwas* oder als *Verbindung* bestimmt sind – eine Unterscheidung, die nicht ihren ontologischen Status betrifft.

Wenn nun der Leser skeptisch fragt, ob denn diese Analogie zur Zerlegung von Ganzen in Teile und der Zusammenhang mit der Zerlegung der Gedanken sich überhaupt bei Frege wiederfindet, dann verweise ich auf die Ausführungen, die Frege viel später (1919) in den „Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter“ gemacht hat. Ich erlaube mir hier ausnahmsweise, eine längere Passage aus Freges Manuskript zu zitieren, weil damit grundsätzlich nachgewiesen werden kann, daß sich meine Analogie mit Freges Intentionen deckt.<sup>52</sup>

Frege stellt in diesem Manuskript selbst den Zusammenhang mit der Zerlegung von Ganzen in Teile her, wenn er bei den Erläuterungen ausgehend von Satzgefügen zu denjenigen Sätzen kommt, bei denen feststellbar ist, daß „weder der Bedingungssatz für sich, noch der Folgesatz für sich als Sinn einen Gedanken hat, daß aber trotzdem das ganze Satzgefüge einen Gedanken ausdrückt [...]“. Hier zuerst erscheint ein Gedanke zusammengesetzt aus Teilen, von denen keiner ein Gedanke ist. Der einfachste Fall einer solchen Zusammensetzung ist der, daß einer der beiden Teile ergänzungsbedürftig ist und durch den andern Teil ergänzt wird, der gesättigt, d.h. nicht ergänzungsbedürftig ist. Jener entspricht dann einem Begriffe, dieser einem Gegenstande (Subsumtion eines Gegenstandes unter einen Begriff). Doch sind Gegenstand und Begriff nicht Bestandteile dieses Gedankens. Die Bestandteile des Gedankens verweisen aber in eigentümlicher Weise auf Gegenstand und Begriff. Es kann auch ein zwiefach ergänzungsbe-

---

<sup>52</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Die Analogie zur *Verbindung* ist hier nicht etwa die Kopula, sondern der Begriff, der als Ungesättigter eine Bindungsfähigkeit besitzt, welche Gegenstände (analog zu *Etwas*) als Gesättigte eben nicht aufweisen.

dürftiger Teil durch zwei gesättigte Teile ergänzt werden. Ersterer entspricht dann einer Beziehung. – Ein Gegenstand steht zu einem Gegenstande in einer Beziehung. – Im Logischen scheint jede Verbindung von Teilen durch Ergänzung von etwas Ergänzungsbedürftigem zu Stande zu kommen. Aus lauter gesättigten Teilen kann im Logischen kein Ganzes bestehen. Die scharfe Scheidung von Ergänzungsbedürftigem und Gesättigtem ist sehr wichtig.“ [NS, 274] Insbesondere zur weiteren Zerlegbarkeit erklärt Frege: „Ein durch Zerfällen eines Gedankens gewonnener gesättigter Teil kann zuweilen weiter in derselben Weise in einen ergänzungsbedürftigen und einen gesättigten Teil zerlegt werden.“ [NS, 275]

Mir bleibt hier nur noch, darauf hinzuweisen, daß Frege, wenn er erklärt, daß Gegenstand und Begriff nicht Bestandteile des Gedankens sind, nur seine Unterscheidung von Sinn und Bedeutung anzieht, denn der Gedanke und dessen Teile gehören auf die Ebene des Sinns, während Begriffe und Gegenstände auf die Ebene der Bedeutung gehören. Frege verweist aber zugleich auf die Verbindung von Sinn und Bedeutung, indem er darauf aufmerksam macht, daß die Bestandteile des Gedankens in eigentümlicher Weise auf Begriff und Gegenstand verweisen – womit dann übrigens auch deutlich wird, daß eben auch der Gedankenteil, der auf einen Begriff verweist, als separater, eigenständiger Bestandteil des Gedankens zu betrachten ist.<sup>53</sup>

#### 2.6.4 Gleicher Status von Etwas und Verbindung – Monismus

Wir finden hier einen zu Ende geführten Monismus vor: eine *Verbindung* ist ebenso seiend wie ein *Etwas*. Dieser Monismus bildet die Basis der Fregeschen Logik. Gedanken sind dementsprechend analog zu *Etwas*, sie werden zerlegt in ein oder mehrere *Etwas* und eine *Verbindung*. Durch Gedanken als *Etwas* werden Gegenstände gegeben (das Wahre und das Falsche). Bei der Zerlegung eines Gedankens in Gedankenteile wird durch den Gedankenteil, der einem *Etwas* analog ist, ein Gegenstand gegeben. Durch den der *Verbindung* analogen Gedankenteil wird ein Prädikatives gegeben, d.i. ein Begriff oder eine Beziehung, falls bei der Zerlegung des Gedankens mehrere *Etwas* entstehen. Gegenstände sind also auch wieder analog zu *Etwas*, Begriffe und Beziehungen sind analog zu *Verbindungen*. Begriffe und Beziehungen müssen daher ebenso seiend wie Gegenstände sein, zugleich sind sie aber hinsichtlich ihrer Zusammensetzbarkeit so grundlegend

---

<sup>53</sup> Der Problemzusammenhang der Zerlegung und Zusammensetzung von Gedanken war Gegenstand einer ausführlichen Debatte, die wesentlich von Dummetts Erklärungen über Dekomposition und Analyse bei Frege und den Auseinandersetzungen über diese Erklärungen bestimmt wurde. Ohne hier im Einzelnen darauf einzugehen, sei der interessierte Leser z.B. verwiesen auf [Dummett 1981], [Geach 1975], [Sluga 1986], [Garavaso 1991] sowie die zusammenfassende Darstellung „Decomposition and Analysis in Frege’s *Grundgesetze*“ [Landini 1996]. In den angeführten Beispielen finden sich weitere Literaturverweise.

unterschieden wie *Verbindung* und *Etwas*. Allgemein ist jeder Gegenstand (analog zu einem *Etwas*) zerlegbar in genau eine Funktion (analog zu einer *Verbindung*) und mindestens einen Gegenstand (analog zu einem *Etwas*). Hierbei ist darauf zu achten, daß also auch eine Zerlegung in genau ein *Etwas* und eine *Verbindung* auftreten kann, im Unterschied zur üblichen Vorstellung, daß eine Verbindung immer mehreres verbindet.

Freges gesamte Konzeption von Begriff und Gegenstand läßt sich also meiner Ansicht nach philosophisch erklären durch eine Interpretation der Zerlegung von Ganzen in verbundene Teile, bei der die Verbindung der Teile ebenfalls als seiend, das heißt als den Teilen ontologisch gleichwertig betrachtet wird. Hierbei will ich deshalb von einem Monismus sprechen, weil dann nichts übrig bleibt, was nicht seiend ist: die Verbindungen sind zwar eine besondere Art, aber des Seienden. Wie kommt nun Frege zu diesem Monismus?

Frege gelangt zu diesem Monismus, weil er von einer geometrischen Vorstellung ausgeht. Die Analogie, die Frege für die Zerlegung eines Gedankens in *Etwas* und *Verbindung* bemüht, ist die Zerlegung einer Strecke in zwei Bestandteile.<sup>54</sup> Ich will Freges knappe Erklärungen in FB hier ausführlicher erläutern: Die Bestandteile unterscheiden sich grundlegend, denn nur der eine Bestandteil endet mit dem Teilungspunkt, dem anderen Bestandteil fehlt dieser Punkt gerade. Geometrisch betrachtet ist der eine Teil abgeschlossen und wieder eine Strecke, der andere offen, ihm fehlt der Teilungspunkt. Zwei abgeschlossene Teile, zwei Strecken können nicht aneinandergefügt werden, da sonst zwei Punkte, nämlich die, in denen die Teile aneinanderstoßen, aufeinanderfallen müßten. Das ist aber geometrisch unmöglich, denn zwei Punkte können nicht am gleichen Ort sein. Hieraus folgt, daß nur etwas Abgeschlossenes und etwas Offenes aneinandergefügt werden können, und nur an der Stelle, an der dem Offenen ein Punkt fehlt. Ein Offenes soll nun nicht nur genau einen fehlenden Punkt haben können, es soll auch möglich sein, daß z.B. beide Endpunkte der Strecke fehlen.<sup>55</sup> Erst wenn sämtliche Stellen, an denen einem Offenen Punkte fehlen, durch die Zusammensetzung mit Abgeschlossenen ergänzt sind, liegt wieder ein Abgeschlossenes vor.

---

<sup>54</sup> „Man kann dies vergleichen mit der Teilung einer Strecke durch einen Punkt. Man ist dann geneigt, den Teilungspunkt zu beiden Teilstrecken zu rechnen. Wenn man aber die Teilung rein vornehmen will, so nämlich, daß nichts doppelt gerechnet wird, und nichts ausfällt, so darf man den Teilpunkt nur zu der einen Teilstrecke rechnen. Diese wird dadurch völlig in sich abgeschlossen und ist dem Argumente zu vergleichen, während der anderen etwas fehlt. Der Teilpunkt nämlich, den man ihren Endpunkt nennen könnte, gehört nicht zu ihr. Erst dadurch, daß man sie durch diesen Endpunkt oder eine Strecke mit zwei Endpunkten ergänzt, erhält man aus ihr etwas Vollständiges.“ [FB, 7]

<sup>55</sup> Darüber hinaus könnten, wenn man dann noch Festsetzungen über das Zusammenhängen eines Offenen trifft, auch Punkte innerhalb der Strecke fehlen.

Solange noch Punkte fehlen, handelt es sich um ein Offenes. Jedes Offene ist genau sovielfach ungesättigt, wie ihm Punkte fehlen.

Die Erkenntnisquelle, welche die Geometrie ermöglicht, ist die Anschauung.<sup>56</sup> Daher hat alles, was angeschaut werden kann, denselben ontologischen Status. Ein Abgeschlossenes und ein Offenes unterscheiden sich nicht durch ihren ontologischen Status, sie sind beide gegeben und anschaulich; sie sind insofern die gleichen beobachtbaren geometrischen Entitäten: sie sind gerade Aneinanderreihungen von Punkten. Trotzdem unterscheiden sie sich grundlegend im Hinblick auf die geometrische Eigenschaft, abgeschlossen zu sein: einmal gehören alle durch eine Entität bestimmten Punkte (insbesondere auch der Endpunkt) zu dieser Entität, das andere Mal nicht. Dadurch ergeben sich unterschiedliche Möglichkeiten für solche Entitäten, aneinander gesetzt zu werden und insofern verbunden zu sein.

Bei der Zerlegung von abgeschlossenen Geradenteilen (Strecken) bleibt neben wieder abgeschlossenen Geradenteilen (abgeschlossene Teilstrecken) stets ein unabgeschlossener Geradenteil (offene Teilstrecke) übrig. Das ist so, weil bei der Teilung einer Strecke jeder Teilungspunkt stets nur zur abgeschlossenen Teilstrecke gehört, obwohl dieser Teilungspunkt für jede der beiden Teilstrecken, auch für die offene, den Endpunkt bildet, wodurch der Teilungspunkt durch jede Teilstrecke separat bestimmt ist.

Aus dieser Analogie zur Geometrie erklärt sich also meine Behauptung, daß Frege das Ungesättigte, das er mit der offenen Strecke vergleicht, als ebenso seiend ansehen muß wie das Gesättigte, das für ihn analog zur abgeschlossenen Strecke ist. Ursache hierfür ist das Gegebensein durch ein und dieselbe Erkenntnisquelle. Diese ist bei der Geometrie die geometrische Anschauung, hingegen geht Frege in GGA und auch schon in GLA davon aus, daß die Erkenntnisquelle der Arithmetik die logische Erkenntnis ist.<sup>57</sup> Beide Erkenntnisquellen sind im Übrigen von der Sinneswahrnehmung unterschieden.<sup>58</sup>

<sup>56</sup> In GLA betont Frege noch hauptsächlich den Unterschied zwischen geometrischen Entitäten und Zahlen, verweist aber auch dort auf den Zusammenhang von Geometrie und Anschauung: „Wenn in der Geometrie allgemeine Sätze aus der Anschauung gewonnen werden, so ist das daraus erklärlich, daß die angeschauten Punkte, Geraden, Ebenen eigentlich gar keine besonderen sind und daher als Vertreter ihrer ganzen Gattung gelten können.“ [GLA, 19f.] Zugleich verknüpft er die Anschauung mit der Euklidischen Geometrie. Anschauung liefert immer nur die der Euklidischen Geometrie zugrundeliegende Entitäten: Anschauung ist „immer die Anschauung des Euklidischen Raumes, des einzigen, von dessen Gebilden wir eine haben.“ [GLA, 20] Zumindest ist hier schon die Euklidische Geometrie durch die Anschauung gegeben, ihre Grundsätze sind der Anschauung entnommen und daher selbst keines Beweises bedürftig.

<sup>57</sup> Insbesondere bei Zahlen, die ja zur Arithmetik gehören, hebt Frege hervor, daß für diese weder geometrische Anschauung noch sinnliche Wahrnehmung in Frage kommen: „die Betrachtung der positiven ganzen Zahlen zeigte uns nun die Möglichkeit, die Einmischung von

### 2.6.5 Anwendung der Analogie – Erklärung der prädikativen Natur der Begriffe

Die prädikative Natur von Begriffen und Beziehungen läßt sich nunmehr mit Hilfe der Analogie erläutern. Sie ist zunächst nichts anderes als ein spezieller Fall der Ungesättigtheit von Funktionen.<sup>59</sup> Dabei ist Ungesättigtheit von Funktionen diejenige Eigenschaft, die in der Analogie zwar die *Verbindungen* aufweisen, nicht aber die anderen Entitäten (*Etwas*). Man könnte diese Eigenschaft so bestimmen, daß es sich hierbei darum handelt, daß bei jeder Zusammensetzung ein Ungesättigtes notwendig ist und dessen Ungesättigtheit die Zusammensetzbarkeit bewirkt. Man könnte aber ebensogut statt von Ungesättigtheit direkt von Bindungsfähigkeit sprechen, denn die besondere Rolle der *Verbindungen* besteht eben darin, daß sie in der Lage sind, mit anderen Entitäten Bindungen einzugehen.<sup>60</sup>

Für Begriff und Beziehung ist die Ungesättigtheit nur durch folgende Bedingung eingeschränkt: Wenn die Zusammensetzung gesättigt und somit ein Gegenstand ist (analog dazu, daß eine Zusammensetzung ein *Etwas* bildet), dann

---

äußern Dingen und geometrischen Anschauungen ganz zu vermeiden, ohne jedoch in den Fehler der formalen Theorie zu verfallen.“ [GLA, 119]

<sup>58</sup> Frege hält die Ansicht, daß es verschiedenen Erkenntnisquellen geben muß, bis zuletzt aufrecht, wie folgende Ausführung in dem Artikel „Erkenntnisquellen der Mathematik und der mathematischen Naturwissenschaften“ zeigen, den er in seinem letzten Lebensjahr verfaßt hat: „Als Erkenntnisquelle sehe ich das an, wodurch die Anerkennung der Wahrheit, das Urteil, gerechtfertigt ist. Ich unterscheide folgende Erkenntnisquellen:

1. Die Sinneswahrnehmung,
2. die logische Erkenntnisquelle,
3. die geometrische Erkenntnisquelle und die zeitliche Erkenntnisquelle.“ [NS, 286]

In diesem Artikel verweist er auch darauf, daß er die Rückführung der Arithmetik auf die logische Erkenntnisquelle als Ursache der Antinomie ansieht: „Eine für die Zuverlässigkeit des Denkens verhängnisvolle Eigenschaft der Sprache ist ihre Neigung, Eigennamen zu schaffen, denen kein Gegenstand entspricht. [...] Hieraus sind die Paradoxien der Mengenlehre entstanden [...]. Ich selbst bin bei dem Versuche, die Zahlen logisch zu begründen, dieser Täuschung unterlegen, indem ich die Zahlen als Mengen auffassen wollte.“ [NS, 289]

<sup>59</sup> Genau so äußert sich auch Frege in SB in einer Fußnote: „Was ich hier prädikative Natur des Begriffes nenne, ist nur ein besonderer Fall der Ergänzungsbedürftigkeit oder Ungesättigtheit, die ich in meiner Schrift *Funktion und Begriff* (Jena 1891) als wesentlich für die Funktion angegeben habe.“ [BG, 1198]

<sup>60</sup> Ich vermute, daß Frege den Terminus „ungesättigt“ im selben Sinne wie „bindungsfähig“ gebraucht, weil hierdurch die Assoziation mit der Bindungsfähigkeit ungesättigter Moleküle (Ionen) in der Chemie nahegelegt wird. Zumindest wäre es möglich, mittels einer solchen Assoziation auch zu erklären, daß notwendig mit jedem gebundenen Molekül die Ungesättigtheit abnimmt und irgendwann ein gesättigter Zustand vorliegt, in dem keine Bindungsfähigkeit mehr vorhanden ist. Daß ein Assoziationszusammenhang mit der Chemie nicht ganz abwegig ist, wird daran deutlich, daß Frege selbst Analogien zur Chemie bemüht, z.B.: „Das Logische einfache ist nun ebensowenig wie die meisten chemischen Elemente von vornherein gegeben, sondern wird erst durch die wissenschaftliche Arbeit gewonnen.“ [BG, 193]

handelt es sich stets um einen der beiden Gegenstände das Wahre oder das Falsche.

Die Ungesättigtheit ist aus folgendem Grund wesentlich für Funktionen (und damit insbesondere für Begriffe): Sobald ein Ungesättigtes mit so vielen anderen Entitäten zusammengesetzt ist, daß dieses Zusammengesetzte nicht mehr analog zu einer *Verbindung*, sondern jetzt analog zu einem *Etwas* auftritt, dann ist dieses Zusammengesetzte eben keine Funktion (kein Ungesättigtes) mehr, sondern bildet nunmehr als Gesättigtes einen Gegenstand.

Zur Erklärung dessen, was unter der prädikativen Natur eines Begriffs zu verstehen ist, gehört demnach,

- daß der Begriff in einer Zusammensetzung ein Teil neben anderen Teilen der Zusammensetzung ist,
- daß er ebenso seiend wie die anderen Teile der Verbindung ist,
- daß er ein notwendiger Teil jeder Zusammensetzung ist, weil er in der Zusammensetzung die Verbindung bewirkt,
- daß er insofern in einer Zusammensetzung die Rolle der Verbindung einnimmt,
- und daß er schließlich nur mit genau so vielen anderen Teilen zusammensetzbar ist, wie bei der Zerlegung, bei der der Begriff als ein Teil der Zerlegung entstanden ist, an anderen Teilen entstanden sind.

Sprachlich erscheint die prädikative Natur eines Begriffs darin, daß ein Begriffsausdruck nur als Prädikat eines Satzes auftreten kann.

Mit Hilfe der Analogie läßt sich nun auch erklären, wieso die Zusammensetzung zweier Begriffe oder Beziehungen unmöglich ist, ebenso wie die Zusammensetzung von Gegenständen ohne Begriff oder Beziehung – oder wie Frege es ausdrückt: „Folglich kann nie das von einem Gegenstande ausgesagt werden, was hier von dem Begriffe ausgesagt wird; denn ein Eigenname kann nie ein Prädikatsausdruck sein, wiewohl er Teil eines solchen sein kann. Ich will nicht sagen, es sei falsch, das von einem Gegenstand auszusagen, was hier von einem Begriffe ausgesagt wird, sondern ich will sagen, es sei unmöglich, es sei sinnlos.“ [BG, 75] Hier greift die Analogie, weil immer ein Ungesättigtes die Verbindung mit Gesättigtem herstellen muß und es unmöglich ist, zwei Gesättigte aneinanderzusetzen. Deshalb wäre eine solche Zusammensetzung also nicht bloß ein Fehler, sondern sie ist unmöglich und deshalb auch undenkbar, also sinnlos.

Für Gedanken läßt sich mit Hilfe der Analogie erklären, daß der ungesättigte Teil eines Gedankens denselben Status wie ein gesättigter Teil haben muß, was hier nichts anderes heißt, als daß er ebenso wie jeder gesättigte Gedankenteil Sinn eines Ausdrucks (wenn auch keines Eigennamens) ist, und (sofern der Gedanke überhaupt bedeutungsvoll ist) der ungesättigte Gedankenteil die Art des

Gegebenseins des durch diesen Ausdruck Bedeuteten enthält.<sup>61</sup> Hieraus läßt sich dann auch verstehen, warum Frege trotz der immensen sprachlichen Komplikationen darauf beharrt, daß Begriffsausdrücke bedeutungsvoll sind.

Zuvor will ich aber begründen, wieso ich davon ausgehe, daß genau ein Teil eines Gedankens ungesättigt sein muß. Frege selbst behauptet das explizit nur für mindestens einen Teil, „denn von den Teilen eines Gedankens dürfen nicht alle abgeschlossen sein, sondern mindestens einer muß irgendwie ungesättigt oder prädikativ sein, sonst würden sie nicht aneinander haften.“ [BG, 205]. Das läßt sich aber durchaus so interpretieren, daß der Gedanke zunächst in genau einen ungesättigten und mehrere gesättigte Teile zerlegt worden ist, diese gesättigten Teile dann selbst noch einmal zerlegt worden sind, so daß auch bei jeder dieser Zerlegungen noch jeweils genau ein ungesättigter Teil (des gesättigten Teils) entstanden ist. Demnach betrachtet Frege Gedanken in einem erweiterten Sinne als möglicherweise bereits zerlegte. Im engeren Sinne, man könnte sagen für einfache, nicht weiter zerlegte Gedanken, ist aber klar, daß stets genau ein Teil eines Gedankens ungesättigt ist.

Gedanken können nun auf verschiedene Weisen zerlegt werden, demnach wird auch erst durch die Zerlegung bestimmt, welcher Teil der ungesättigte ist. Frege erklärt hierzu, „daß ein Gedanke mannigfach zerlegt werden kann und daß dadurch bald dies, bald jenes als Subjekt und als Prädikat erscheint.“ [BG, 199]. Allgemein gilt das auch für beliebige Ausdrücke und Funktionen: „In dem Ausdruck erkennen wir die Funktion dadurch, daß wir ihn zerlegt denken; und eine solche mögliche Zerlegung wird durch seine Bildung nahe gelegt.“ [FB, 7] Weil der ungesättigte Teil nun ebenso ein Teil des Gedankens oder Ausdrucks überhaupt ist wie ein gesättigter Teil, haben beide denselben Status, Teil des Gedankens oder Ausdrucks überhaupt zu sein.<sup>62</sup>

Hieraus ergibt sich nun aber auch, daß alles, was die Ausdrücke der Gedankenteile bedeuten, ebenfalls untereinander denselben Status haben muß, denn mit jedem Sinn ist genau eine Bedeutung gegeben. Dadurch ist dieselbe Struktur der Zerlegung auf der Ebene der Bedeutungen wiederzufinden, wobei sich Begriffe eben nur durch ihre Ungesättigkeit von Gegenständen unterscheiden, sie aber ansonsten ebenso seiend sind wie Gegenstände. Zwar sind dann Begriffe aufgrund ihrer Ungesättigkeit nicht abgeschlossen, wohl aber vollständig be-

<sup>61</sup> Vgl. Freges Erläuterung desjenigen bei einem bedeutungsvollen Zeichen, „was ich den Sinn des Zeichens nennen möchte, worin die Art des Gegebenseins enthalten ist“ [SB, 26], wobei aus dem Zusammenhang ersichtlich ist, daß die Art des Gegebenseins desjenigen, was das Zeichen bedeutet, gemeint ist.

<sup>62</sup> Im angeführten Zitat redet Frege davon, daß mindestens ein Teil eines Gedankens ungesättigt sein muß. Diese Terminologie habe ich übernommen. Gemeint ist damit offenbar, daß dieser Teil die (*wesentliche*) *Eigenschaft* hat, ungesättigt zu sein. Gemeint ist natürlich nicht: dieser Teil ist *im Gedanken* nicht gesättigt.

stimmt, wobei eben einiges an diesen Begriffen nur negativ, durch Ausschließung bestimmt ist.

Allerdings muß ich hier deutlich darauf hinweisen, daß zunächst nur der gleiche ontologische Status von Begriffen und Gegenständen feststeht, nicht aber, ob sich ein Gegenstand genauso in einen Begriff und einen Gegenstand zerlegen läßt wie ein Gedanke in die Teile, deren Bedeutungen Begriff und Gegenstand sind!<sup>63</sup> Das bleibt einer genaueren Untersuchung vorbehalten, die ich erst im Abschnitt „Zusammensetzung der Bedeutung als Abbildung von/auf Bedeutungen“ [S. 84ff. dieser Arbeit] vornehmen werde.

Schließlich sind die eben gegebenen Erklärungen allgemein auf die Zerlegung eines Gegenstands in eine Funktion und mindestens einen Gegenstand übertragbar, denn von der Besonderheit, daß Gedanken Wahrheitswerte bedeuten, ist in diesen Erklärungen kein Gebrauch gemacht worden. In allen diesen Fällen greift die Analogie insofern, als sie den gleichen Status von gesättigten und ungesättigten Bestandteilen einer Zerlegung erklärt.

## 2.7 Kontextabhängigkeit und Zusammensetzbarkeit der Bedeutung?

Nachdem ich im vorigen Abschnitt gezeigt habe, daß eine wesentliche Voraussetzung der Fregeschen Logik der gleiche ontologische Status von Gegenständen und Begriffen ist, werde ich in diesem Abschnitt wichtige damit zusammenhängende Probleme diskutieren und somit die Vorbereitungen für die Diskussion des Unterschieds der Bedeutungen von Eigennamen und Begriffsausdrücken und des Zusammenhangs von Begriffen und Gegenständen in Freges System abschließen. Dabei werde ich zunächst eine mögliche Kontextabhängigkeit der Bedeutungen, danach eine mögliche Zusammensetzbarkeit der Bedeutungen diskutieren. Das wichtigste Resultat dieses Abschnitts ist der Hinweis auf eine Abbildungsbeziehung zwischen den Entitäten, die als Bedeutungen auftreten.

Zuerst gehe ich auf die als „Kontextprinzip“ in der Sekundärliteratur diskutierte Kontextabhängigkeit dieser Bedeutungen ein. Ich werde zeigen, daß hier eine Fehlinterpretation des Fregeschen Ansatzes vorliegt, wenn daraus die Nichtexistenz der jeweiligen Bedeutungen außerhalb des Satzzusammenhangs gefolgert wird. Vielmehr rekurriert Frege nur auf die spezifische Art des Gegebenseins desjenigen, was als Bedeutung bestimmt wird. Daraus ergibt sich dann aber, daß die von der analytischen Philosophie behauptete Kontextabhängigkeit in dieser Form nicht Freges Intentionen entspricht.

Nachdem nun die unabhängige Existenz dessen, was Bedeutung sein kann, nachgewiesen ist, kann ich diese Bedeutungen für sich betrachten und nach einer möglichen Zusammensetzbarkeit der Bedeutungen fragen. Diese Frage ist wichtig für die Bestimmung des konkreten Zusammenhangs zwischen Begriffen als Ungesättigtem und Gegenständen als Gesättig-

---

<sup>63</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Wenn hier die Rede vom gleichen ontologischen Status von Begriffen und Gegenständen ist, dann ist damit gemeint, daß Begriffe ebenso seiend wie Gegenstände sind – bei Frege gehören sie demselben Gebiet an, nämlich dem Gebiet des Logischen, dessen Elemente nicht sinnlich wahrnehmbar sind, objektiv sind, keines Trägers bedürfen usw. Gemeint ist also, daß nicht etwa Gegenstände seiend (oder z.B. objektiv), Begriffe aber nur gedacht (oder z.B. subjektiv) sind.

tem. Ich zeige mit Hilfe der bereits eingeführten Analogie zur Zerlegung von Ganzen in Teile, daß Freges Erklärungen so interpretierbar sind, daß die Bedeutung z.B. eines Satzes nicht zusammengesetzt ist, sondern vielmehr das Bild einer Abbildung ist, bei der die Urbilder ein Ungesättigtes und mindestens ein Gesättigtes (als Bedeutungen der Satzteile) sind.

### 2.7.1 Haben Ausdrücke eine selbständige Bedeutung? – Das Kontextprinzip

Betrachten wir nun die Konsequenzen der Fregeschen Auffassung der prädikativen Natur der Begriffe. Hierfür ist es zunächst erforderlich, abschließend einige Besonderheiten anzumerken, die daraus folgen, daß auch Begriffsausdrücke bedeutungsvoll sein sollen. Zunächst hatten wir ja mit Hilfe der Analogie festgestellt, daß in einem Satz dasjenige, was Begriffsausdrücke bedeuten, denselben ontologischen Status haben muß wie das, was Eigennamen bedeuten. Insofern scheinen sowohl Eigennamen als auch Begriffsausdrücke jeweils bestimmte (wenn auch hinsichtlich ihrer Sättigung oder Bindungsfähigkeit unterschiedene) Entitäten als Bedeutung zu haben. Und Frege erklärt auch explizit „Begriff ist Bedeutung eines Prädikates“ [BG, 198].

Und doch unterscheidet Frege Bedeutungen von Eigennamen und von Begriffsausdrücken viel stärker, als unter Berücksichtigung des Umstands zu vermuten wäre, daß es sich ja bei den Bedeutungen in beiden Fällen um Entitäten handelt. Das damit verbundene Problem deutet er Russell gegenüber so an: „Man kann von einem Begriffsnamen eigentlich nicht sagen, daß er etwas bedeute; aber man kann sagen, daß er nicht bedeutungslos sei.“ [WB, 219] Und in den „Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter“ von 1919 schreibt Frege: „Auch einem ergänzungsbedürftigen Teile eines Gedankens oder Gedankenteiles entspricht etwas im Reiche der Bedeutung. Doch es ist falsch, das etwa Begriff, Beziehung, Funktion zu nennen, obwohl wir kaum umhin können es zu tun.“ [NS, 275] Auf diese Problematik werde ich im folgenden noch genauer eingehen.

Zunächst aber muß ich, da ich bei der Diskussion dieser Problematik davon ausgehe, daß das, was Eigennamen und Begriffsausdrücke bedeuten, auch außerhalb des Satzzusammenhangs für sich betrachtet werden kann, ein paar Worte verlieren zur angeblichen Kontextabhängigkeit der Bedeutung, die sich aus dem zweiten Grundsatz in GLA ergeben soll: „Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden.“ [GLA, X] Nimmt man diesen Grundsatz wörtlich, dann folgt zunächst nur, daß nach der Bedeutung im Kontext eines Satzes zu fragen ist. Das heißt also zunächst nichts anderes, als daß sich die Bedeutung der Wörter für uns nur im Satzzusammenhang erschließt.

Tatsächlich erschließt sich uns diese Bedeutung nicht einmal vollständig aus einem Satz. Vielmehr erschließt sich uns mit jedem durch einen Satz ausgedrückten Gedanken nur ein Moment der Bedeutung. Die Bedeutung ist nämlich nur auf bestimmte Art durch einen bestimmten Gedanken gegeben, sie erscheint

also in diesem Gedanken nur auf bestimmte Weise. Diese bestimmte Art des Gegebenseins ist im Sinn eines Ausdrucks enthalten.<sup>64</sup> Daß damit tatsächlich nur ein Moment der Bedeutung gegeben ist, erklärt sich daraus, daß ansonsten die Bedeutung durch den Sinn eines Gedankens vollständig gegeben und damit für uns allseitig erkennbar wäre, was aber für Frege ausgeschlossen ist: „Zu einer allseitigen Erkenntnis der Bedeutung würde gehören, daß wir von jedem gegebenen Sinne sogleich angeben könnten, ob er zu ihr gehöre. Dahin gelangen wir nie.“ [SB, 27] Demnach ist es übrigens auch eine besondere Erkenntnis, daß ein gegebener Sinn eine bestimmte Bedeutung angibt. Da also die Bedeutung vermittelt durch den Sinn gegeben ist, erscheint die Bedeutung abhängig vom jeweiligen Sinn anders.

Darüber hingegen, daß die Bedeutung der Wörter nur im Satzzusammenhang *existiert*, steht in dem Grundsatz wörtlich nichts. Daß wir nach der Bedeutung der Wörter im Satzzusammenhange fragen müssen, heißt ja nicht, daß diese Bedeutungen außerhalb des Satzzusammenhangs überhaupt nicht existieren. Viel näher liegt da die Interpretation, daß sich das, was eine Bedeutung ist, nur über Satzzusammenhänge erschließen läßt, weil es selbst für uns gar nicht direkt zugänglich ist, sondern uns nur vermittelt durch den Sinn auf je bestimmte Art gegeben ist. Eine Variante dieser Interpretation besteht darin, daß das, was eine Bedeutung ist, als Bedeutung, also in dieser spezifischen Art des Gegebenseins, nur durch den Satzzusammenhang gegeben ist – daß also gerade der Satzzusammenhang selbst die spezifische Art des Gegebenseins ist, welche eine beliebige Entität zu einer Bedeutung macht.<sup>65</sup>

<sup>64</sup> Vgl. Freges Erklärung dessen, „was ich den Sinn eines Zeichens nennen möchte, worin die bestimmte Art des Gegebenseins enthalten ist.“ [SB, 26]

<sup>65</sup> Ein sehr schönes Beispiel für die katastrophalen Mißverständnisse, die sich ergeben, wenn man die Art, wie ein Gegenstand für uns gegeben ist, damit verwechselt, was ein Gegenstand ist, findet sich bei Kai F. Wehmeier. Zwar bezieht er sich nicht auf GLA und diskutiert auch nicht das Kontextprinzip, sondern er bezieht sich auf GGA und den Zusammenhang von Wertverläufen und logischen Gegenständen, doch geht er dabei eben jenen fatalen Schritt zu weit und baut auf diesem Fehlschluß seinen ganzen Artikel auf. Doch will ich Wehmeier selbst zu Wort kommen lassen: „Frege himself seems to have identified the notions of logical object and value-range, respectively: [...] ‚Es handelt sich dabei um die Frage, wie fassen wir logische Gegenstände? und ich habe keine andere Antwort darauf gefunden, als die: wir fassen sie als Umfänge von Begriffen, oder allgemeiner als Werthverläufe von Funktionen.‘ [...] Under this identification, one may put our results as follows: The consistent subtheories H and T<sub>A</sub> of Grundgesetze both prove the existence of infinitely many non-logical objects [...]“ [Wehmeier 1999, 310]. Wie man aus der zitierten Frege-Stelle sieht, behauptet Frege nichts weniger als die Identität von Begriffsumfängen und logischen Gegenständen, sondern vielmehr, daß uns logische Gegenstände nur als Begriffsumfänge faßbar, d.i. im weitesten Sinne zugänglich sind. Um es ganz drastisch zuzusagen: Wenn logische Gegenstände für uns nur als Begriffsumfänge faßbar sind, dann folgt daraus in keinster Weise, daß jeder logische Gegenstand ein Begriffsumfang ist, wohl aber, daß für uns nur solche logischen Gegenstände faßbar

Ich wage hier die Behauptung, daß Freges Grundprinzip durchaus eine gewisse Ähnlichkeit zu Kants Erklärungen über das Ding an sich aufweist. Auch das Ding an sich ist nicht direkt zugänglich, sondern nur vermittelt, und wird daher stets nie als solches vollständig erkannt. Und diese Ähnlichkeit finde ich auch wieder bei den Diskussionen um die Frage, ob Wörter nur im Satzzusammenhang eine Bedeutung haben und die Annahme einer selbständigen Bedeutung überflüssig sei. Die Erklärungen im Zusammenhang mit diesem sogenannten „Kontextprinzip“, welches in der analytischen Philosophie de facto als Kontextabhängigkeit diskutiert wird, scheinen mir nämlich durchaus vergleichbar mit in neukantianischer Tradition stehenden Erklärungen über die Überflüssigkeit des Dings an sich für die Kantsche Philosophie.

Zumindest für Freges Logik läßt sich die Frage nun aber entscheiden, ob die Bedeutungen der Wörter nur durch den Satzzusammenhang existieren können, also erst durch den Satzzusammenhang hervorgebracht werden. Hierfür muß zunächst auf den Unterschied zwischen Wörtern und bedeutungsvollen Ausdrücken geachtet werden. Es kann zunächst durchaus Wörter geben, die nur im Satzkontext eine Bedeutung haben, dann nämlich, wenn diese Wörter nur innerhalb von bedeutungsvollen Ausdrücken (prädikativ gebrauchten Ausdrücken oder solchen Ausdrücken, die Eigennamen vertreten) auftreten. Diese Möglichkeit diskutiert Frege z.B. im Zusammenhang mit seinen Überlegungen zur Antinomie speziell für Klassennamen bei der Frage, ob Klassennamen Scheineigennamen sein könnten.<sup>66</sup> Andererseits sind aber bestimmte Wörter selbst Eigennamen und insofern selbst schon bedeutungsvolle Ausdrücke. Wenn daher die behauptete Kontextabhängigkeit der Bedeutung für alle Wörter gelten sollte, dann müßte sie insbesondere auch für solche Wörter gelten, die selbst bedeutungsvolle Ausdrücke sind.

Das ist aber gerade nicht der Fall. Vielmehr erklärt Frege eindeutig in einem Brief an Peano von 1896 im Zusammenhang mit Schlüssen, warum die Bedeutung von Ausdrücken für sich selbständig, vom Satzkontext unabhängig existieren muß, „denn dabei ist wesentlich, daß in zwei Sätzen derselbe Ausdruck vorkomme, und daß dieser in beiden genau dieselbe Bedeutung habe. Er muß also für sich eine Bedeutung haben, die unabhängig ist von den anderen Teilen des Satzes.“ [WB, 183] Hier liegt nun eine explizite Erklärung Freges vor, daß zumindest bestimmte Ausdrücke eine vom Satzkontext unabhängige Bedeutung haben müssen. Das heißt, daß auch Wörter, die selbst schon bedeutungsvolle Ausdrücke sind, eine Bedeutung haben, die unabhängig vom Satzkontext exi-

---

sind, die als Begriffsumfänge auftreten. Nicht Frege hat also die Bezeichnungen „Wertverlauf“ und „logischer Gegenstand“ identifiziert, sondern Wehmeier selbst baut den Pappkameraden auf, den er dann in seinem Artikel niedermacht, wenn er zeigt, daß es in GGA unendlich viele Gegenstände geben muß, die keine Wertverläufe sind.

<sup>66</sup> Vgl. den Abschnitt „2.5.4 Klassennamen als Scheineigennamen“ [S. 63 dieser Arbeit].

stiert. Damit ist aber die behauptete Kontextabhängigkeit der Bedeutung in Gänze nicht mehr haltbar – das in der analytischen Philosophie diskutierte Kontextprinzip kann daher Freges Intentionen nicht entsprechen. Zur Vertiefung dieser Überlegungen bedarf es genauerer Kenntnisse der Fregeschen erkenntnistheoretischen Voraussetzungen, deshalb verschiebe ich die weitere Diskussion des Kontextprinzips auf einen späteren Abschnitt.<sup>67</sup>

### 2.7.2 *Zusammensetzung der Bedeutung als Abbildung von/auf Bedeutungen*

Nachdem nun geklärt ist, daß jeder Gedankenteil auf eine Bedeutung verweist, die für sich unabhängig von Satzzusammenhang vorhanden sein muß, läßt sich jetzt die Frage stellen, ob sich dann die Zerlegung von Gedanken in Gedankenteile auf der Bedeutungsebene in gleicher Weise wiederfinden läßt, ob also das, was ein Satz bedeutet, als ebenso zusammengesetzt anzusehen ist wie der Gedanke als Sinn des Satzes oder der Satz als Ausdruck des Gedankens. Das wird von Frege explizit in den „Aufzeichnungen für Ludwig Darmstaedter“ (1919) verworfen: „Der Satz kann als Abbildung des Gedankens betrachtet werden in der Weise, daß dem Verhältnisse vom Teil zum Ganzen bei den Gedanken und Gedankenteilen im Großen und Ganzen dasselbe Verhältnis bei den Sätzen und Satzteilen entspricht. Anders ist es im Reiche der Bedeutung. Man kann nicht sagen, daß Schweden ein Teil der Hauptstadt von Schweden sei.“ [NS, 275]

Wie verhalten wir uns hierzu? Immerhin sollte doch bei der Zerlegung eines Gesättigten ein Ungesättigtes und mindestens ein Gesättigtes entstehen. Was heißt dann „Zerlegung“, wenn das, was als Resultat der Zerlegung entsteht, kein Teil des ursprünglichen Gesättigten ist?

Zumindest das ursprünglich Gesättigte ist nun aber eindeutig bestimmt – es ist ein Gegenstand: „Die Bedeutung eines Eigennamens ist der Gegenstand selbst, den wir damit bezeichnen“ [SB, 30]. Außerdem ist für jeden Gedanken, dessen Wahrsein in Betracht kommt, klar, daß jeder seiner Teile eine Bedeutung haben muß: „Der Gedanke verliert für uns an Wert, sobald wir erkennen, daß zu einem seiner Teile die Bedeutung fehlt.“ [SB, 33] Ebenso ist klar, daß die ungesättigte Bedeutung des einen Teils des Gedanken zusammen mit der gesättigten Bedeutung eines anderen Teils des Gedanken ein Ganzes bilden muß, da ganz allgemein von Funktionen und ihren Argumenten gilt, „daß das Argument nicht mit zur Funktion gehört, sondern mit ihr zusammen ein vollständiges Ganzes bildet; denn die Funktion für sich allein ist unvollständig, ergänzungsbedürftig und ungesättigt zu nennen.“ [FB, 6]

Mein Vorschlag, diese scheinbare Widersprüchlichkeit der Fregeschen Erklärungen über die Zusammensetzung der Bedeutungen der einzelnen Gedanken-

<sup>67</sup> Vgl. den Abschnitt „2.8.3 Wörter als Zeichen – Das Kontextprinzip aus erkenntnistheoretischer Sicht“ [S. 95 dieser Arbeit].

teile zu beheben, besteht darin, daß ich wiederum die bisher bereits erfolgreich verwendete Analogie zur Zerlegung von Ganzen in Teile bemühe. Auch hier kann wieder der geometrische Aspekt zur Erklärung verwendet werden. Wenn eine abgeschlossene Strecke an den offenen Punkt einer offenen Strecke angesetzt worden und durch diese Zusammensetzung eine neue Strecke entstanden ist, dann ist im einfachsten Fall (wenn die offene Strecke nur einen offenen Punkt hatte) diese neue Strecke selbst abgeschlossen. Der geometrischen Anschauung bietet sie sich als ein Ganzes im eigentlichen Sinne des Wortes dar, denn der ursprünglich offene Punkt ist nicht mehr vorhanden, die gesamte Strecke ist homogen und es ist daher unmöglich, den Punkt, an dem die ursprüngliche geschlossene Strecke an die ursprüngliche offene Strecke angesetzt worden war, wiederzufinden. Die ursprünglich abgeschlossene Strecke kann also deswegen kein Teil der gebildeten gesamten Strecke sein, weil diese gesamte Strecke homogen, kontinuierlich ist, kurz: weil sie überhaupt keine Teile hat. Natürlich ist diese gesamte Strecke teilbar, aber eben als Kontinuum von Punkten an beliebigen Stellen. Nur durch ein besonderes Hilfsmittel, sagen wir eine externe Markierung, wäre diese gesamte Strecke wieder genau an der Stelle teilbar, an der sie aus den ursprünglichen Strecken zusammengesetzt worden war. Nur durch dieses externe Hilfsmittel könnte sie in dieselben Teile zerlegt werden, aus denen sie vorher zusammengesetzt worden ist. Aber diese spezielle Zerlegung wäre völlig willkürlich. Betrachten wir die gesamte Strecke, sehen wir eben nur eine Strecke, keine Struktur.

Zusammenfassend schlage ich vor, die Zusammensetzung des Ungesättigten mit wenigstens einem Gesättigten zu einem Ganzen so zu interpretieren, daß dieses Ganze eben als Ganzes gänzlich von denjenigen Teilen unterschieden ist, aus denen es zusammengesetzt wurde. Ich schlage vor, Freges Rede von einem Ganzen ernst zu nehmen: das Ganze ist immer ein Einfaches, es hat keine Teile, die separat wahrgenommen werden können.<sup>68</sup> Vielleicht kann hier von einem Verschmelzen gesprochen werden, aber korrekter scheint es mir, von einer Abbildung zu sprechen, weil dann sowohl die Unabhängigkeit der ursprünglichen Entitäten und des Ganzen als auch der Zusammenhang zwischen ursprünglichen Entitäten und Ganzem erfaßbar ist. Im einfachsten Fall wird dann das geordnete Paar aus Gesättigtem und Ungesättigtem abgebildet auf das Ganze. Gesättigtes,

---

<sup>68</sup> Vielleicht ist auch hier eine Assoziation zur Chemie hilfreich: Die Verbindung von Anionen und Kationen zu nicht weiter bindungsfähigen, gesättigten Molekülen bringt einen sich chemisch ganz anders verhaltenden Stoff hervor als die Stoffe, die aus den ursprünglichen Ionen bestehen. Allerdings darf der Unterschied zur geometrischen Zusammensetzung nicht verkannt werden, denn es gibt eine endliche Anzahl chemischer Elemente, die dann immer die Grundbausteine der Verbindung bilden, während es nur eine „Sorte“ geometrischer Punkte gibt, die aber unendlich viele verschiedenartige (d.h. unterschiedlich lange) Strecken bilden können, in die das Ganze zerlegbar ist.

Ungesättigtes und Ganzes sind jedes eine separate Entität, als Entitäten sind sie einfach, voneinander unterschieden und unabhängig. In gewissem Sinne ist es sinnvoll, sie als atomar zu betrachten, allerdings stimmt die Metapher nicht ganz, weil Atome selbst unstrukturiert sein müssen. Z.B. wäre dann die Bedeutung eines Satzes das Bild einer Abbildung, bei der die Urbilder ein Ungesättigtes und mindestens ein Gesättigtes (als Bedeutungen der Satzteile Subjekt und Prädikat) sind.<sup>69</sup>

An dieser Stelle sollte der aufmerksame Leser fragen, ob meine jetzige Erklärung etwa im Widerspruch zu den Erklärungen steht, die ich in den Abschnitten ab „Analogie: Teil und Ganzes – Die ontologische Basis der Fregeschen Logik“ [S. 72ff. dieser Arbeit] über die Zusammensetzung von Gesättigtem und Ungesättigtem zu Ganzen gegeben habe. Dort hatte ich allerdings die Erklärungen zunächst auf Gedanken bezogen und bereits darauf hingewiesen, daß zunächst nur der gleiche ontologische Status von Begriffen und Gegenständen feststeht, nicht aber, ob sich ein Gegenstand genauso in einen Begriff und einen Gegenstand zerlegen läßt wie ein Gedanke in die Teile, deren Bedeutungen Begriff und Gegenstand sind [siehe S. 80 dieser Arbeit].

Ich denke, daß es sich nicht um einen Widerspruch handelt, sondern daß Frege tatsächlich die Zerlegung und Zusammensetzung bei Gedanken bzw. Ausdrücken von der bei Gegenständen und Funktionen unterscheidet, wie ja auch das angeführte Zitat aus den „Aufzeichnungen für Ludwig Darmstädter“ belegt. Nun stammt dieses Zitat zwar von 1919, aber auch im zeitlichen Rahmen von GGA wird diese Unterscheidung getroffen, ja selbst schon in GLA hatte Frege den physikalischen und geometrischen Gebrauch des Terminus „Teil“ von dessen logischem Gebrauch unterschieden. Im Hinblick auf die Anwendung der Addition auf die Summierung z.B. von Ereignissen erklärt er in GLA ausdrücklich, daß es dabei keine Teile im physikalischen oder geometrischen Sinne gibt: „z.B. wenn man die Rechnung auf Ereignisse bezieht. Zwar kann man auch hier von Teilen sprechen; dann gebraucht man das Wort aber nicht im physikalischen oder geometrischen, sondern im logischen Sinne, wie wenn man die Ermordung von Staatsoberhäuptern einen Teil der Morde überhaupt nennt. Hier hat man die logische Unterordnung.“ [GLA, 13f.]

Sowohl Gedanken als auch ihre Ausdrücke sind strukturiert und insofern sind Möglichkeiten der Zerlegung vorgegeben, wenn auch nicht zwingend vor-

---

<sup>69</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Ich behaupte nicht, daß Frege Begriffe und Gegenstände als völlig voneinander unabhängige Entitäten betrachtet. Vielmehr behaupte ich, daß Freges spezielle Aussagen über die Verbindung von Begriffen und Gegenständen zu Gedanken ebensogut ohne Verweis auf die gegenseitigen Abhängigkeiten der Begriff und Gegenstände hinreichend rekonstruierbar sind – nämlich durch eine Abbildung vom Kreuzprodukt der Bereiche der Gegenstände und der Begriffe auf den Bereich der Gegenstände (mit den entsprechenden Spezifikationen).

geschrieben. Allerdings sind sowohl Gedanken als auch ihre Ausdrücke der Anschauung zugänglich und daher ist ihre Zerlegung so anschaulich, wie die Zerlegung eines Ganzen in seine Teile. Eine Bedeutung hingegen ist nicht anschaulich, sondern ist nur über den Sinn vermittelt zugänglich. Daher verhält sich jede Bedeutung für uns nur als Eines, weil jeder Sinn nur den Zugang zur ganzen Bedeutung vermittelt.

Die Zerlegung und Zusammensetzung eines Gedankens oder eines Ausdrucks läßt sich daher mit der Analogie von Ganzem und Teilen beschreiben, die Zusammensetzung von Bedeutungen hingegen nicht, weil jede Bedeutung für uns ein Einzelnes, Atomares ist. Insofern ist eben „Schweden“ kein Teil der „Hauptstadt von Schweden“, weil beide Einzelne, also für uns bloß voneinander Unterschiedene sind. Vielleicht würde es hier weiterhelfen, davon zu reden, daß es sich nicht um einen physischen Teil handelt, aber besser wäre wohl zu sagen, es handelt sich nicht um einen anschaulichen Teil. Dieser Unterschied ist also einer der Betrachtung; auf der Ebene der Gedanken und der Ausdrücke und auf der Ebene der Bedeutung werden die tatsächlichen Verhältnisse unterschiedlich beschrieben, weil zwar Gedanken und Ausdrücke für uns direkt zugänglich sind, wodurch ihre Zerlegung beobachtbar ist, Bedeutungen aber nicht.

## 2.8 Stellvertreter – Freges erkenntnistheoretische Voraussetzungen

Im vorigen Abschnitt habe ich herausgearbeitet, daß zwischen den Entitäten, die als Bedeutungen auftreten, eine Abbildungsbeziehung besteht. In diesem (etwas längeren) Abschnitt werde ich die erkenntnistheoretischen Voraussetzungen der Fregeschen Logik ausführlicher bestimmen. Hierbei wird sich zeigen, daß der wesentliche Grund für die konkrete Festlegung der Abbildungsbeziehung gerade in der erkenntnistheoretisch begründeten Notwendigkeit von Stellvertretern liegt, wobei Frege verschiedene Funktionen von Stellvertretern unterscheidet. Die erkenntnistheoretischen Voraussetzungen erweisen sich damit als die eigentliche Begründung für die konkrete Ausformung des Fregeschen Ansatzes für ein System von Begriffen und Gegenständen, in dem Gegenstände als Stellvertreter für Begriffe auftreten. Bestimmte der erkenntnistheoretischen Voraussetzungen hatte ich bereits in vorigen Abschnitten herangezogen – u.a. zur Erklärung des Unterschieds der Zerlegung und Zusammensetzung von Ausdrücken und Gedanken einerseits und Bedeutungen andererseits. In diesem Abschnitt werde ich diese erkenntnistheoretischen Voraussetzungen im Zusammenhang mit Stellvertretern genauer beleuchten.

Zuerst rekonstruiere ich in WBB die Notwendigkeit von Zeichen als Stellvertreter für der sinnlichen Wahrnehmung nicht unmittelbar Zugängliches und nicht Festhaltbares. Ich zeige, daß dabei ein System von Vorstellungen als Repräsentanten von Entitäten zugrunde liegen muß. Die Beziehungen der Vorstellungen werden dabei u.a. dadurch vermittelt, daß sinnlich Wahrnehmbares als Stellvertreter für nicht sinnlich Wahrnehmbares auftritt.

Dann untersuche ich die Rolle, die Frege Zeichen als Stellvertretern für Begriffe im begrifflichen Denken zuweist. Ich zeige, daß Frege bereits in WBB Begriffen den gleichen ontologischen Status wie Gegenständen, nicht aber wie Bewußtseinsinhalten, zuordnet. Ich rekonstruiere Freges Annahmen über Begriffe in WBB und hebe danach heraus, daß Frege im Unterschied zu WBB in GLA nicht mehr Gegenstand, Art und Begriff unterscheidet, sondern die

Art mit unter den Begriff subsumiert. Schließlich zeige ich, daß Frege in GLA das Verhältnis von Gegenständen und Begriffen und deren Unterscheidung von Bewußtseinsinhalten in verallgemeinerter Form beibehält.

Unter Verwendung der bis hierher über die beiden Funktionen von Zeichen als Stellvertreter für sinnliche Wahrnehmungen und für Entitäten (insbesondere Begriffe) herausgearbeiteten Bestimmungen zeige ich, daß das Kontextprinzip in GLA ausschließlich die Funktion hat, dafür zu sorgen, daß der Zusammenhang zwischen Wort als Zeichen und Bedeutung als Bezeichnetem nicht fälschlich auf die Funktion eines Zeichens als Stellvertreter für sinnlich nicht Wahrnehmbares zurückgeführt wird, wo doch Wörter hier Stellvertreter für Entitäten sind. Damit kann ich zugleich meine in einem vorherigen Abschnitt gegebenen Erklärungen hinsichtlich des Kontextprinzips durch Freges erkenntnistheoretische Voraussetzungen stützen.

Ich werde kurz auf Freges zur Verdeutlichung seiner erkenntnistheoretischen Annahmen veränderte Terminologie in GLA eingehen und dann zeigen, daß Frege in GLA Zeichen dieselben Stellvertreterfunktionen zuweist wie in WBB. Schließlich zeige ich, daß demnach in GLA Zeichen Stellvertreter für Objektives (Entitäten) überhaupt sein sollen. Zusammenfassend verdeutliche ich, daß die Stellvertreterfunktion der Zeichen Urteile über dem Verstand nicht direkt Zugängliches und damit prinzipiell wissenschaftliche Erkenntnis ermöglicht.

Abschließend zeige ich, daß es für Frege aufgrund der prädikativen Natur der Begriffe nicht ausreicht, Zeichen als Stellvertreter von Begriffen zu verwenden, weshalb er speziell für Begriffe weitere Stellvertreter einführen muß, nämlich die Begriffsumfänge – als Gegenstände, welche daher diese prädikative Natur gerade nicht aufweisen. Die Zeichen dieser Stellvertreter übernehmen dann wieder die bekannte Stellvertreterfunktion in Urteilen. Ich zeige schließlich, daß das durchaus konform mit der Verschiedenheit von Begriff und Gegenstand ist.

### 2.8.1 *Zeichen als Stellvertreter für Unsinnliches – Vermittlung von Vorstellungen*

In diesem Abschnitt muß ich die Beschränkung auf den zeitlichen Rahmen von GGA aufgeben, weil gerade der Gesamtzusammenhang der erkenntnistheoretischen Erklärungen Freges erst ein Verständnis seiner Auffassungen ermöglicht.

Bereits 1882 finden sich in Freges Aufsatz „Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift“ [WBB] weitreichende erkenntnistheoretische Erklärungen, die zunächst die Funktion von Zeichen erklären, vorrangig aber bereits die Möglichkeit erörtern, sich mittels Stellvertretern auf etwas zu beziehen, auf das man sich sonst nicht beziehen könnte. Diese Erklärungen sind weitreichend, nicht aber weitläufig – wir finden eine recht einfach konzipierte und sehr knapp beschriebene erkenntnistheoretische Position vor. Daher werde ich zunächst diese Erklärungen ausführlicher erläutern, als dies Frege selbst getan hat. Der interessierte Leser sollte in WBB anhand des Textes überprüfen, ob er meine Erläuterungen nachvollziehen kann, denn auf diesen baut sich meine Erklärung der Fregeschen Konzeption der Stellvertreterfunktion auf.

Weitreichend sind Freges Erklärungen allerdings, denn die damit bestimmte Position bildet die Grundlage, auf der Frege auch seine späteren erkenntnistheoretischen Erörterungen aufbaut. Ich behaupte sogar, daß er diese Grundlage auch

später nicht verläßt.<sup>70</sup> Zunächst aber will ich Freges erkenntnistheoretische Auffassungen aus WBB so wiedergeben, daß die Aufmerksamkeit auf das meines Erachtens dabei Wesentliche gelenkt wird.

Hinsichtlich der Wahrnehmungen unterscheidet Frege zunächst zwischen inneren und äußeren. Als äußere Wahrnehmungen gibt es „Sinneseindrücke“, als innere Wahrnehmungen gibt es zunächst „Erinnerungsbilder“, beides gehört zu den „Vorstellungen“. Demnach sind die Quellen der Vorstellungen die sinnliche Wahrnehmung und das Erinnerungsvermögen. Frege behauptet nun: „Unsere Aufmerksamkeit ist von Natur nach außen gerichtet.“ [WBB, 48] Das soll allerdings zwar überwiegend, aber nicht ausschließlich so sein.<sup>71</sup> Inneres wird auch wahrgenommen, aber die Aufmerksamkeit des Verstands konzentriert sich auf das Äußere (die Sinneseindrücke), sie wird durch dieses von dem Inneren (den Erinnerungen) abgelenkt.<sup>72</sup> Da also einerseits die Aufmerksamkeit des Verstands stets auf sinnlich Wahrnehmbares gelenkt wird, es aber andererseits unmöglich ist, die sinnliche Wahrnehmung loszuwerden (denn die Sinne liefern ständig neue Eindrücke und sind nicht abschaltbar), muß statt dessen dieser Umstand akzeptiert und genutzt werden.

Hier kommt ins Spiel, daß im Bewußtsein gleichzeitig verschiedene Vorstellungen sind. Zu jeder durch sinnliche Wahrnehmung hervorgebrachten Vorstellung erzeugt das Erinnerungsvermögen nämlich zusätzlich bestimmte Vorstellungen. Auch wenn der Verstand seine Aufmerksamkeit vorrangig auf die durch sinnliche Wahrnehmung hervorgebrachten Vorstellungen richtet, so nimmt er doch auch die durch das Erinnerungsvermögen hervorgebrachten Vorstellungen wahr. Allerdings kann er die erinnerten Vorstellungen nicht festhalten. Sobald die sinnliche Wahrnehmung eine neue Vorstellung hervorbringt, erzeugt das Erinnerungsvermögen ebenfalls neue Vorstellungen, abhängig von der nunmehr aktuell durch die sinnliche Wahrnehmung hervorgebrachten Vorstellung.

Frege unterstellt nun, daß das Erinnerungsvermögen grundsätzlich zu jeder aktuell festgehaltenen Vorstellung weitere Vorstellungen hervorbringt, unabhängig davon, wodurch diese Vorstellung hervorgerufen wurde – der Verstand

<sup>70</sup> Z.B. finden sich in GLA fast gleichlautende Erklärungen zu denen in WBB darüber, auf welche Art man Begriffe bezeichnet. In WBB heißt es: „Indem wir nämlich verschiedenen, aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff.“ [WBB, 50] Und in §37 GLA erklärt Frege über Leibniz: „indem er die einzelnen Gegenstände, die unter den Begriff der Einheit fallen, sämtlich Eins nennt, bezeichnet er mit diesem Worte nicht den einzelnen Gegenstand, sondern den Begriff, unter den sie fallen.“ [GLA, 48]

<sup>71</sup> „Die Sinneseindrücke überragen die Erinnerungsbilder an Lebhaftigkeit so sehr, daß sie den Verlauf unserer Vorstellungen zunächst wie bei den Tieren fast allein bestimmen.“ [WBB, 48]

<sup>72</sup> Frege erklärt, daß „die Wahrnehmung eines Dinges einen Kreis von Erinnerungsbildern um sich sammeln kann. Aber wir können diesen nicht weiter nachgehen: eine neue Wahrnehmung läßt diese Bilder in Nacht versinken und andere auftauchen.“ [WBB, 49]

konzentriert sich aktuell auf eine Vorstellung, das Erinnerungsvermögen erzeugt für diese weitere Vorstellungen. Könnte man also die Aufmerksamkeit des Verstands auf eine zusammen mit einem Sinneseindruck erinnerte Vorstellung fokussieren, dann würde das Erinnerungsvermögen auch zu dieser Vorstellung weitere Vorstellungen hervorbringen. Weil die Aufmerksamkeit des Verstands aber stets wieder auf die durch sinnliche Wahrnehmung ständig neu hervorgebrachten Vorstellungen gelenkt wird, besteht die einzige Methode, erinnerte Vorstellungen festzuhalten, darin, daß mit einer bestimmten erinnerten Vorstellung ein bestimmter sinnlich wahrnehmbarer Gegenstand fest verbunden wird, so daß das Festhalten der durch die sinnliche Wahrnehmung dieses Gegenstands hervorgebrachte Vorstellung denselben Effekt hat wie es das Festhalten der verknüpften erinnerten Vorstellung hätte. Der sinnlich wahrnehmbare Gegenstand, der mit der eigentlich festzuhaltenden erinnerten Vorstellung verknüpft wird, wird hinsichtlich dieser besonderen Funktion als „Zeichen“ bezeichnet. Die Bestimmung eines Gegenstands als Zeichen ist also eine funktionale Bestimmung – das Zeichen bewirkt die Stellvertretung einer nicht festhaltbaren Vorstellung durch eine festhaltbare.

Ich will hier noch einmal deutlich darauf hinweisen, daß nicht die festhaltbare Vorstellung das Zeichen ist, sondern der sinnlich wahrnehmbare Gegenstand, durch dessen sinnliche Wahrnehmung die festhaltbare Vorstellung als Sinneseindruck hervorgebracht wird. Da Frege in WBB den Terminus „Ding“ verwendet, wenn er über sinnlich wahrnehmbare Gegenstände redet, läßt sich damit sagen, daß Dinge Zeichen sein können – aber überhaupt kann alles, was sinnlich wahrnehmbar ist, auch als Zeichen dienen. Insbesondere sind für Frege Worte und Sprache überhaupt als laut oder in Gedanken gesprochene ebenfalls sinnlich wahrnehmbar, also im ontologischen Sinne seiend, real und insofern ganz verschieden von Vorstellungen oder Bewußtseinsinhalten überhaupt.

Damit nun Zeichen überhaupt ihren Zweck erfüllen können, muß Frege demnach unterstellen, daß es ein Universum von Vorstellungen gibt und daß das Erinnerungsvermögen die weiteren Vorstellungen nicht abhängig von der Beschaffenheit oder Entstehungsweise der gerade aktuellen Vorstellung hervorbringt, sondern nur abhängig von der Stellung der aktuellen Vorstellung innerhalb dieses Universums. Hat also die durch das Zeichen hervorgerufene Vorstellung dieselbe Stellung innerhalb dieses Universums wie die eigentlich festzuhaltende erinnerte Vorstellung, dann bringt das Erinnerungsvermögen dieselben Vorstellungen hervor.<sup>73</sup> Insofern ist der Terminus „Stellvertreter“ ganz wörtlich zu nehmen. Man könnte das so beschreiben, daß, wenn sich der Verstand auf ei-

---

<sup>73</sup> „Wenn wir aber das Zeichen einer Vorstellung hervorbringen, an die wir durch eine Wahrnehmung erinnert werden, so schaffen wir damit einen neuen festen Mittelpunkt, um den sich Vorstellungen sammeln.“ [WBB, 49]

ne bestimmte Vorstellung und damit einen bestimmten Punkt im Vorstellungsuniversum konzentriert, dann das Erinnerungsvermögen die mit dieser Vorstellung im Universum verbundenen Vorstellungen hervorbringt, und somit alle Verbindungen dieses Punktes zu anderen Punkten.

Indem nun nacheinander den Sinnen verschieden Gegenstände vorgesetzt werden, läßt sich die Abfolge der Vorstellungen für den Verstand kontrollieren.<sup>74</sup> Insbesondere mittels Gegenständen, die die Funktion von Zeichen erfüllen, ist damit auch eine Abfolge von eigentlich nicht festhaltbaren Vorstellungen (hier also eine Abfolge von Erinnerungen) willkürlich erzeugbar.<sup>75</sup> Für Frege besteht Denken also in dem Fortschreiten von Vorstellung zu Vorstellung, wobei der Weg dieses Fortschreitens durch die Beeinflussung der Sinne steuerbar ist, und in dem gleichzeitigen Hervorbringen weiterer Vorstellungen zur jeweils aktuellen Vorstellung durch das Erinnerungsvermögen, wobei durch Stellvertretung einer der erinnerten Vorstellungen durch eine sinnlich hervorgebrachte Vorstellung auch das Fortschreiten entlang solcher vom Erinnerungsvermögen hervorgebrachten Vorstellungen möglich ist. Frege setzt voraus, daß Denken auf diese Weise nur mittels Zeichen möglich ist, auch wenn die Zeichen nicht mehr für andere wahrnehmbar hervorgebracht werden.<sup>76</sup>

Wenn meine Rekonstruktion der Fregeschen Überlegungen zutreffend ist, dann ergibt sich allerdings die Notwendigkeit einer starken Annahme Freges über das System der Vorstellungen. Damit nämlich mit Hilfe des Stellvertreters stets dieselbe Vorstellung und dann dieselben damit verbundenen Vorstellungen hervorgebracht werden können, muß das Universum der Vorstellungen und ihrer Beziehungen zumindest für den individuellen Verstand für den gesamten Zeitraum der Betrachtung fest gegeben sein, wenn auch der individuelle Verstand selbst nicht sämtliche Punkte des Universums und deren Verbindungen kennen muß. Insofern muß dieses Universum selbst ein starres System sein. Es muß zwar nicht abgeschlossen sein, weil durch Einflüsse auf die Sinne neue Sinneseindrücke, also neue Vorstellungen hervorgebracht werden können, für die dann wieder Beziehungen zu bereits gegebenen Vorstellungen hergestellt

---

<sup>74</sup> Nach Freges Ansicht ist es möglich, die Sinneseindrücke derart zu beeinflussen, und zwar schon für Tiere: „Schon die meisten Tiere haben durch die Fähigkeit der Ortsveränderung einen Einfluß auf ihre Sinneseindrücke: sie können die einen fliehen, die anderen suchen. Und das nicht allein: sie können auch umgestaltend auf die Dinge wirken.“ [WBB, 48f.]

<sup>75</sup> „So dringen wir Schritt für Schritt in die innere Welt unserer Vorstellungen ein und bewegen uns darin nach Belieben.“ [WBB, 49]

<sup>76</sup> Frege behauptet, daß für das Denken Zeichen grundsätzlich erforderlich sind, trotz des Umstands, „daß wir nach langer Übung nicht mehr nötig haben, das Zeichen wirklich hervorzu bringen, daß wir nicht mehr laut zu sprechen brauchen, um zu denken; denn in Worten denken wir trotzdem und wenn nicht in Worten, doch in mathematischen oder andern Zeichen.“ [WBB, 49]

werden. Aber für die bereits gegebenen Vorstellungen muß das System der Beziehungen stets das gleiche bleiben. Natürlich ist eine solche Voraussetzung eine exzellente Basis für eine zu diesem System strukturgleiche Logik.

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß wir durch die Rekonstruktion der Fregeschen Erklärungen in WBB ein System von Vorstellungen als Repräsentanten von Entitäten auffinden können, in welchem die Beziehungen der Vorstellungen u.a. dadurch vermittelt werden, daß sinnlich Wahrnehmbares als Stellvertreter für nicht sinnlich Wahrnehmbares auftritt und durch Hervorrufen der zugehörigen repräsentierenden Vorstellungen eigentlich nicht Festhaltbares zugänglich macht.

### 2.8.2 Zeichen als Stellvertreter für Begriffe und Gegenstände

Freges Idee, daß Denken überhaupt erst möglich ist, weil es Stellvertreter geben kann, überträgt er auch auf die Erklärung des begrifflichen Denkens. Hierbei geht es nun nicht mehr darum, das Festhalten nicht festhaltbarer Vorstellungen zu vermitteln, sondern darum, der sinnlichen Anschauung nicht Zugängliches zugänglich zu machen. In Bezug auf einen Begriff erklärt Frege nämlich: „da er an sich unanschaulich ist, bedarf er eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können“ [WBB, 92] – und dieser anschauliche, also sinnlich wahrnehmbare Vertreter ist das Zeichen.<sup>77</sup>

Im Gegensatz zu ihrer vermittelten Funktion hinsichtlich der Vorstellungen dienen Zeichen direkt als Stellvertreter der Begriffe. Wenn man nicht unterstellen will, daß Frege innerhalb von WBB seine Terminologie wechselt, dann müssen Zeichen, die zunächst als sinnlich Wahrnehmbares bestimmt waren und deshalb seiend sein mußten, auch hier als Stellvertreter von Begriffen als seiend bestimmt sein – Zeichen sind also gerade keine Vorstellungen oder Bewußtseinsinhalte überhaupt. Damit können Zeichen aber nur dann direkt als Stellvertreter für Begriffe auftreten, wenn auch Begriffe seiend, also ebenfalls keine Bewußtseinsinhalte sind. Hingegen konnten Zeichen aus demselben Grund gerade nicht direkt Stellvertreter für Vorstellungen sein, weil sie selbst eben keine Vorstellungen sind. Damit ist bereits in WBB eine grundlegende Position Freges deutlich: Begriffe stehen ontologisch betrachtet auf der gleichen Ebene mit Gegenständen, nicht aber mit Vorstellungen oder Bewußtseinsinhalten überhaupt.

In WBB erklärt Frege nicht direkt, was ein Begriff selbst ist, sondern nur, wie ein Begriff mittels eines Zeichens für uns erscheinen kann. Trotzdem will ich versuchen, Freges Annahmen über Begriffe genauer herauszuarbeiten. Zunächst gibt Frege selbst einen Hinweis darauf, was als Begriff anzusehen ist: „Indem wir nämlich verschiedenen, aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeich-

<sup>77</sup> Vgl. hierzu Freges Erklärungen hinsichtlich des begrifflichen Denkens [WBB, 49f.], von mir teilweise wiedergegeben in Fußnote 80 [S. 93 dieser Arbeit].

nen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff.“ [WBB, 49] Demnach ist ein Begriff etwas, das mehreren Dingen gemeinsam sein kann. Allerdings unterscheidet Frege außerdem einen Begriff von einer Art, obwohl auch die Art in gewissem Sinne das Gemeinsame mehrerer Dinge ist: „Das Pferd‘ kann ein Einzelwesen, es kann auch die Art bezeichnen, wie in dem Satze: ‚Das Pferd ist ein pflanzenfressendes Tier.‘ Pferd kann endlich einen Begriff bedeuten wie in dem Satze: ‚Dies ist ein Pferd.‘“ [WBB, 50] Begriffe sind nun nicht nur von Dingen unterschieden, sondern von Einzelem überhaupt.<sup>78</sup> Hieraus läßt sich folgern, daß die Art ebenfalls zu dem Einzelnen zählt, auch wenn sie kein „Einzelwesen“ ist. Nach unserer Kenntnis der späteren Unterscheidung zwischen Begriff und Gegenstand und aufgrund des Umstands, daß das Zeichen der Art hier als grammatisches Subjekt, hingegen das Zeichen des Begriffs als grammatisches Prädikat auftaucht, ebenso, daß die Art von Frege als „das Pferd“, der Begriff aber als „Pferd“ (ohne den bestimmten Artikel) angesprochen wird, liegt es nun nahe anzunehmen, daß die Unterscheidung zwischen Begriff einerseits und Einzelwesen und Art andererseits eine ähnliche Einteilung erzeugt wie die zwischen Begriff und Gegenstand. Die Art ist nämlich insofern ebenfalls den Gegenständen zuzuordnen, weil sie durch *Abstraktion von etwas*, hier durch Weglassen der besonderen Merkmale der Einzelwesen, gebildet wird, weshalb die Art ebenso anschaulich, also sinnlich wahrnehmbar ist, wie es Dinge oder Einzelwesen sind.<sup>79</sup> Begriffe hingegen werden durch *Abstraktion etwas*, hier durch die Heraushebung des Gemeinsamen ähnlicher Einzelwesen durch Zuordnung desselben Zeichens zu allen diesen Einzelwesen gebildet, womit dann das diesen Dingen Gemeinsame, das Abstraktum bezeichnet wird, welches unanschaulich, also nicht sinnlich wahrnehmbar ist – Begriffe gehören zur „Welt des Unsinnlichen“ [WBB, 50].<sup>80</sup>

Tatsächlich ist die von Frege in GLA vorgelegte Unterscheidung zwischen Begriff und Gegenstand gegenüber der in WBB vorgelegten Unterscheidung von

<sup>78</sup> Frege kritisiert an der Sprache gerade, daß sie diesen Unterschied nicht korrekt wiedergibt: „Überhaupt ist kein Unterschied zwischen Begriff und Einzelem ausgeprägt.“ [WBB, 50]

<sup>79</sup> Die Termini *Abstraktion von etwas* und *Abstraktion etwas* will ich in folgendem Sinne gebrauchen: Da unter Abstraktion im allgemeinen sowohl ein Weglassen als auch ein Herausheben verstanden wird, soll zur Unterscheidung dann von *Abstraktion von etwas* gesprochen werden, wenn Abstraktion im Sinne des Weglassens gemeint ist. Hingegen meint *Abstraktion etwas* gerade Abstraktion im Sinne des Heraushebens – d.h. etwas wird bei der Abstraktion herausgehoben.

<sup>80</sup> Der Wortlaut der Fregeschen Erklärung über die Begriffsgewinnung ist: „Indem wir nämlich verschiedenen, aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame, den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen; denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können. So erschließt uns das Sinnliche die Welt des Unsinnlichen.“ [WBB, 49f.]

Einzelwesen, Art und Begriff verschoben. Die Art wird nämlich in GLA mit unter die Kategorie „Begriff“ subsumiert. Frege erklärt, daß man, wenn man „bei der Betrachtung getrennter Dinge von den Merkmalen absieht, wodurch sich die Dinge unterscheiden“, dann „einen allgemeinen Begriff, unter den jene Dinge fallen“ [GLA, 45] erhält. Demnach gehört die Art, die durch *Abstraktion von etwas* gebildet wird, ebenfalls zu den Begriffen.<sup>81</sup> Dementsprechend zählen in GLA nur die Einzelwesen, die Dinge zu den Gegenständen.<sup>82</sup> Begriffe schließlich können in GLA ebenso wie in WBB durch *Abstraktion etwas* gebildet werden. Daß es sich bei der Begriffsbildung tatsächlich um *Abstraktion etwas* handelt, geht aus folgendem Zitat hervor, in dem es heißt, daß man Begriffe erhält, indem man von den Dingen abstrahiert, was eben nicht etwa bedeutet, daß die Dinge weggelassen werden, sondern daß etwas aus den Dingen abstrahiert wird: „Wir sehen nun auch, wie man dazu kommt, die Zahl durch Abstraktion von den Dingen gewinnen zu wollen. Was man dadurch erhält, ist der Begriff, an dem man die Zahl entdeckt.“ [GLA, 61] Schließlich können in GLA Begriffe auch noch mittels ihrer Merkmale gewonnen werden, wie Frege gegen Spinoza erklärt: „so irrt er in der Meinung, der Begriff könne nur durch Abstraktion von mehren Gegenständen gewonnen werden. Vielmehr kann man auch von den Merkmalen aus zu dem Begriff gelangen; und dann ist es möglich, daß kein Ding unter ihn fällt.“ [GLA, 62]

Nachdem Frege in WBB die Grundlagen seiner Theorie der Zeichen gelegt hat, baut er diese Überlegungen in GLA weiter aus.<sup>83</sup> Insbesondere bleibt Frege dabei, daß Begriffe und Gegenstände nichts Inneres sind, weder Gefühle noch Vorstellungen, auch nicht erinnerte Sinneseindrücke.<sup>84</sup> Explizit erklärt Frege, daß er „das Wort ‚Vorstellung‘ immer im psychologischen Sinne gebraucht und die Vorstellung von den Begriffen und Gegenständen unterschieden“ [GLA, X] habe. In GLA unterscheidet Frege jetzt auch allgemein zwischen Begriff und Gegen-

<sup>81</sup> Frege erläutert das auch am Beispiel: „Wenn ich z.B. bei der Betrachtung einer weißen und einer schwarzen Katze von den Eigenschaften absehe, durch die sie sich unterscheiden, so erhalte ich etwa den Begriff ‚Katze‘.“ [GLA, 45]

<sup>82</sup> Da z.B. „Walfisch“ eine Art und kein Einzelwesen bezeichnet, wird dadurch eben auch kein Gegenstand bezeichnet: „Überhaupt ist es unmöglich, von einem Gegenstande zu sprechen, ohne ihn irgendwie zu bezeichnen oder zu benennen. Das Wort ‚Walfisch‘ benennt aber kein Einzelwesen.“ [GLA, 60]

<sup>83</sup> Zum Beispiel erklärt Frege auch in GLA Zeichen als äußere Hilfsmittel des Denkens. Er redet von „äußern Hilfen des Denkens wie Sprache, Zahlzeichen und dgl.“ [GLA, III f.].

<sup>84</sup> „Nein, mit Gefühlen hat die Arithmetik gar nichts zu schaffen. Ebenso wenig mit innern Bildern, die aus Spuren früherer Sinneseindrücke zusammengeflossen sind. Das Schwankende und Unbestimmte, welches alle diese Gestaltungen haben, steht im starken Gegensatz zu der Bestimmtheit und Festigkeit der mathematischen Begriffe und Gegenstände.“ [GLA, Vf.] Insbesondere erklärt Frege, daß „die Vorstellungen und deren Wechsel“ nichts zur Arithmetik beitragen: „Dem Mathematiker als solchem sind diese innern Bilder, ihre Entstehung und Veränderung gleichgiltig.“ [GLA, VI]

stand, was er dementsprechend als einen (den dritten) Grundsatz der Untersuchung benennt.<sup>85</sup> Daß Begriffe und Gegenstände nichts Inneres sind, folgt aus Freges Erklärung, daß es gegen die ebenfalls als (den ersten) Grundsatz der Untersuchung postulierte scharfe Trennung von Psychologischem und Logischem verstoße, „als Bedeutung der Wörter innere Bilder oder Taten der einzelnen Seele zu nehmen“ [GLA, X].

### 2.8.3 Wörter als Zeichen – Das Kontextprinzip aus erkenntnistheoretischer Sicht

An dieser Stelle will ich noch einmal Freges berühmten zweiten Grundsatz in GLA, das sogenannte Kontextprinzip, diskutieren, diesmal auf der Basis von Freges erkenntnistheoretischen Voraussetzungen.<sup>86</sup> „Nach der Bedeutung der Wörter muß im Satzzusammenhange, nicht in ihrer Vereinzelung gefragt werden“ [GLA, X]. Ich werde zeigen, daß dieser Fregesche Grundsatz nur so interpretiert werden kann, daß erst durch den Satzzusammenhang festgelegt wird, welche Bedeutung ein Wort hat. Das heißt, daß erst durch den Satzzusammenhang die Verbindung zwischen Wort als Zeichen und einem Äußeren als Bezeichnetem festgelegt wird, und daß diese Verbindung in anderen Sätzen anders sein kann. Wir werden aber auch sehen, daß das, was als Bedeutung eines Worts durch den Satzzusammenhang festgelegt wird, trotzdem unabhängig vom Satzzusammenhang als Äußeres existieren muß.

Zunächst ist es wichtig, daß in GLA „Bedeutung“ nichts mit Freges späterer terminologischer Unterscheidung zwischen „Sinn“ und „Bedeutung“ zu tun hat, sondern hinsichtlich der Unterscheidung zwischen „Zeichen“ und „Bezeichnetem“ das durch ein Wort Bezeichnete ist.<sup>87</sup> Uns ist bereits aus WBB bekannt, daß Wörter Zeichen sind, und auch, welche Funktion Zeichen haben können. Wörter können zum einen insofern Zeichen sein, weil sie als Äußeres selbst Stellvertreter für anderes Äußeres (Begriffe oder Gegenstände) sind. Wörter können aber auch insofern Zeichen sein, weil sie selbst als Äußeres, das außerdem sinnlich wahrnehmbar ist, auf die Sinne einwirken und daher eine Vorstellung hervorrufen, die Stellvertreter für eine andere Vorstellung sein kann. Der Zusammenhang beider Zeichenfunktionen spielt für die von Frege intendierte Begriffsschrift eine wesentliche Rolle, wie folgende Passage in WBB zeigt: „Diese Bestimmtheit des geschriebenen Zeichens wird dahin führen, auch das Bezeichnete schärfer ausprägen. Und gerade solche Wirkung auf die Vorstellungen muß für die Stren-

---

<sup>85</sup> Als dritten Grundsatz der Untersuchung postuliert Frege: „Der Unterschied zwischen Begriff und Gegenstand ist im Auge zu behalten.“ [GLA, X]

<sup>86</sup> Zum Kontextprinzip vgl. auch den Abschnitt „2.7.1 Haben Ausdrücke eine selbständige Bedeutung? – Das Kontextprinzip“ [S. 81 dieser Arbeit].

<sup>87</sup> In BG erklärt Frege hierzu: „Als ich meine Grundlagen der Arithmetik schrieb, hatte ich den Unterschied zwischen Sinn und Bedeutung noch nicht gemacht“ [BG, 198].

ge des Schließens erwünscht sein. Sie kann aber nur erzielt werden, wenn das Zeichen unmittelbar die Sache bedeutet.“ [WBB, 53] Hier betont Frege ja gerade den Zusammenhang von Zeichen als Stellvertreter einer Sache und Zeichen als Ursache einer Vorstellung.

Deshalb ist es nun auch folgerichtig, daß Frege erklärt, daß man bei Verstoß gegen den zweiten Grundsatz in GLA, d.h. falls man doch nach der Bedeutung der Wörter in ihrer Vereinzelung fragt, dann genötigt wäre, Inneres als Bedeutung der Wörter anzunehmen und somit gegen den ersten Grundsatz in GLA, der die Trennung von Logischem und Psychologischem postuliert, zu verstoßen: „Wenn man den zweiten Grundsatz unbeachtet läßt, ist man fast genötigt, als Bedeutung der Wörter innere Bilder oder Taten der einzelnen Seele zu nehmen und damit auch gegen den ersten zu verstoßen.“ [GLA, X]

Versuchen wir, diese Fregesche Folgerung zu erklären. Zunächst steht nur allgemein fest, daß ein Wort ein Zeichen für seine Bedeutung ist. Da es aber zwei verschiedene mögliche Zeichenfunktionen gibt, ist hierdurch noch nicht festgelegt, welche dieser beiden Zeichenfunktionen das Wort hinsichtlich seiner Bedeutung ausübt. Würde nun die Funktion eines Worts als Zeichen für seine Bedeutung ausschließlich die der Ursache einer Vorstellung sein, dann müßte man zwingend schließen, daß demnach die Bedeutung des Zeichens gerade diese Vorstellung und damit etwas Inneres ist. Die Fregesche Folgerung besteht demgegenüber gerade in der Feststellung, daß genau das nicht der Fall sein kann. Die Bedeutung kann keine Vorstellung, nichts Inneres sein, folglich kann die Zeichenfunktion eines Wortes in bezug auf seine Bedeutung nicht ausschließlich die der Ursache einer Vorstellung sein. Weil die Bedeutung ebenso etwas Äußeres ist wie das Wort, ist das Wort hinsichtlich seiner Bedeutung Zeichen im Sinne eines Stellvertreters einer Sache.

Damit läßt sich nun der zweite Grundsatz in GLA so interpretieren, daß dann, wenn ein Wort vereinzelt, als einzelnes Zeichen betrachtet wird, nur die Funktion dieses Zeichens als Ursache einer Vorstellung deutlich wird. Das einzelne Zeichen wird angeschaut, d.h. es wird sinnlich wahrgenommen, wirkt also auf die Sinne, wodurch eine Vorstellung hervorgebracht wird. Weil also derjenige, der ein Wort vereinzelt betrachtet, nichts anderes bemerkt, als daß durch das einzelne Wort eine Vorstellung hervorgerufen wird, wird er zu der Annahme gedrängt, daß das Wort nur hinsichtlich dieser Vorstellung als Zeichen auftritt. Dadurch wird er aber auch zu der Folgerung gedrängt, daß also diese Vorstellung das durch das Wort Bezeichnete ist und daß demnach diese Vorstellung die Bedeutung des Wortes sein muß. Das ist aber gerade deswegen falsch, weil der erste Grundsatz in GLA das Logische (wozu Frege offenbar auch die Bedeutungen zählt) scharf vom Psychologischen trennt (wozu alles Innere, also auch alle Vorstellungen gehören) – woraus eben folgt, daß die durch das Wort hervorgerufene Vorstellung gerade nicht die Bedeutung des Wortes sein kann.

Demnach sorgt der zweite Grundsatz nur dafür, daß nicht fälschlich der Zusammenhang zwischen Wort als Zeichen und Bedeutung als Bezeichnetem auf die Zeichenfunktion der Ursache einer Vorstellung zurückgeführt wird, die ein Wort neben der Funktion eines Stellvertreters einer Sache durchaus auch hat.<sup>88</sup>

Offenbar geht Frege davon aus, daß so etwas passieren kann und muß, wenn die Wörter vereinzelt, nicht aber, wenn die Wörter im Satzzusammenhang betrachtet werden. Zwar können durch die Wörter im Satzzusammenhang auch Vorstellungen hervorgerufen werden, aber durch den Satzzusammenhang wird zusätzlich noch die Funktion eines Wortes als Zeichen im Sinne eines Stellvertreters für eine Sache (nämlich gerade für die Bedeutung des Wortes) erkennbar. Demnach spielt gerade der Satzzusammenhang eine wesentliche Rolle für diese Zeichenfunktion der Wörter. Hieraus läßt sich aber gerade nicht ableiten, daß erst durch den Satzzusammenhang diese Bedeutungen der Wörter irgendwie erzeugt werden, daß also diese Bedeutungen selbst nichts Seiendes sind. Vielmehr läßt sich nur ableiten, daß im Satzzusammenhang diese schon vorhandenen Bedeutungen mit den Wörtern derart verbunden werden, daß die Wörter als Zeichen die Stellvertreter der Bedeutungen als Bezeichnetem sind. Demnach wird erst durch den Satzzusammenhang bestimmt, welches Äußere durch ein Wort bezeichnet wird, wobei selbstverständlich dieses Äußere vorausgesetzt ist und demnach selbständig existieren muß. Für Frege sind die Bedeutungen der Wörter ebenso Äußeres wie die Wörter selbst – nur das ist der Grund dafür, daß die Wörter überhaupt Zeichen für ihre Bedeutungen als Stellvertreter ihrer Bedeutungen sein können.

Am Beispiel der Zahl erläutert Frege in §60 GLA seine Auffassung: „Die Selbständigkeit, die ich für die Zahl in Anspruch nehme, soll nicht bedeuten, daß ein Zahlwort außer dem Zusammenhange eines Satzes etwas bezeichne, sondern ich will damit nur dessen Gebrauch als Prädikat oder Attribut ausschließen, wodurch seine Bedeutung etwas verändert wird.“ [GLA, 72] – Frege sagt hier etwas über Wörter (hier: ein Zahlwort), nichts aber über die Bedeutungen dieser Wörter. In Bezug auf die Wörter erklärt Frege, daß ihre Funktion als Zeichen für anderes nur innerhalb eines Satzes bestimmt ist. Nur durch den Satz wird festgelegt, wofür das Wort Zeichen ist; d.h. in verschiedenen Sätzen kann dasselbe Wort Zeichen für verschiedenes sein. All das sagt nichts über dasjenige aus, dessen Zeichen das Wort ist, d.h. nichts über die *Bedeutung* resp. den *Inhalt* des Wortes – insbesondere also wird nichts darüber ausgesagt, ob dasjenige, wofür das Wort in einem bestimmten Satz zum Zeichen wird, ein Gegenstand oder ein Begriff ist, ob es objektiv oder subjektiv ist, ob es physisch existiert oder objektiv,

---

<sup>88</sup> „Wenn auch wie es scheint, uns Menschen Denken ohne Vorstellungen unmöglich ist, so kann doch deren Zusammenhang mit dem Gedachten ganz äußerlich, willkürlich und konventionell sein.“ [GLA, 71]

aber nicht physisch ist. Daraus folgt, daß das, was nur innerhalb eines Satzes Bedeutung eines bestimmten Wortes sein kann, trotzdem außerhalb des Satzes und unabhängig vom Satz vorhanden sein muß.

Zusammenfassend erklärt Frege selbst in GLA: „Es ist also die Unvorstellbarkeit des Inhaltes eines Wortes kein Grund, ihm jede Bedeutung abzusprechen oder es vom Gebrauche auszuschließen. Der Schein des Gegenteils entsteht wohl dadurch, daß wir die Wörter vereinzelt betrachten und nach ihrer Bedeutung fragen, für welche wir dann die Vorstellung nehmen. So scheint ein Wort keinen Inhalt zu haben, für welches uns ein entsprechendes inneres Bild fehlt. Man muß aber immer einen vollständigen Satz ins Auge fassen. Nur in ihm haben die Wörter eigentlich eine Bedeutung. Die innern Bilder, die uns dabei etwa vorschweben, brauchen nicht den logischen Bestandteilen des Urteils zu entsprechen. Es genügt, wenn der Satz als Ganzes einen Sinn hat; dadurch erhalten auch seine Teile ihren Inhalt.“ [GLA, 71] Hier sei noch einmal betont, daß Frege davon spricht, daß die Wörter nur im Satzzusammenhang eine Bedeutung haben – was etwas über die Wörter, nicht aber über die Bedeutungen aussagt. Demnach kann auch nicht gefolgert werden, daß diese Bedeutungen nur im Satzzusammenhang existieren, sondern höchstens, daß sie ihre Funktion als Bedeutung nur im Satzzusammenhang haben.

Also liefert auch die erkenntnistheoretische Betrachtung hinsichtlich des angeblichen Kontextprinzips dasselbe Resultat, zu dem wir bereits auf anderem Wege gelangt waren:<sup>89</sup> Aus dem zweiten Grundsatz in GLA folgt nicht die behauptete Kontextabhängigkeit der Bedeutung in dem Sinne, daß diese Bedeutungen selbst nur im Satzzusammenhang existieren.<sup>90</sup> Diese Behauptung ließe sich vielleicht aus dem separat betrachteten zweiten Grundsatz ableiten, nicht aber, wenn man die drei in GLA aufgestellten Grundsätze als miteinander zusammenhängend betrachtet und dabei Freges in dem an diese drei Grundsätze folgenden Absatz in GLA aus dem Zusammenhang dieser drei Grundsätze gezogenen Folgerungen berücksichtigt.

Vielmehr folgt mittels des ersten Grundsatzes, daß die Bedeutungen als Äußeres für sich und nicht nur im Satzzusammenhang seiend sein müssen und daß die Wörter Zeichen der Bedeutungen im Sinne eines Stellvertreters, nicht im Sinne der Ursache einer Vorstellung sind. Weiter folgt mittels des zweiten Grundsatzes, daß allerdings nur im Satzzusammenhang diese Zeichenfunktion der Wörter bestimmt ist, daß also nur durch den Satzzusammenhang festgelegt ist,

---

<sup>89</sup> Vergleiche den Abschnitt „2.7.1 Haben Ausdrücke eine selbständige Bedeutung? – Das Kontextprinzip“ [S. 81 dieser Arbeit].

<sup>90</sup> So erklärt Frege z.B. Zahlwörter als Zeichen für selbständige Gegenstände: „Nur im Zusammenhange eines Satzes bedeuten die Wörter etwas. Es wird also darauf ankommen, den Sinn eines Satzes zu erklären, in dem ein Zahlwort vorkommt. [...] Aber wir haben schon festgestellt, daß unter den Zahlwörtern selbständige Gegenstände zu verstehen sind.“ [GLA, 73]

wofür die Wörter als Zeichen Stellvertreter sind – während hingegen bei der vereinzelt Betrachtung der Wörter nur die durch diese als Zeichen erzeugte Vorstellung wahrnehmbar ist, welche aber gerade nicht die Bedeutung des Wortes ist, so daß bei der vereinzelt Betrachtung der Wörter deren Bedeutung im Prinzip überhaupt nicht feststeht.

Aus dem dritten Grundsatz folgt schließlich, daß, obwohl sowohl Begriffe als auch Gegenstände Äußeres sind, diese sich grundlegend voneinander und in ihren Funktionen unterscheiden: „Was den dritten Punkt betrifft, so ist es nur Schein, wenn man meint, einen Begriff zum Gegenstand machen zu können, ohne ihn zu verändern.“ [GLA, X] Um zu verstehen, inwiefern sich der Begriff dabei „verändern“ kann, müssen wir zunächst genauer bestimmen, was Frege in GLA unter „Begriff“ und „Gegenstand“ versteht.

#### 2.8.4 Begriffe und Gegenstände in GLA

In GLA ändert Frege seine Terminologie hinsichtlich der Unterscheidung zwischen dem, was im Bewußtsein, und dem, was außerhalb des Bewußtseins, und zwar entweder sinnlich wahrnehmbar oder nicht sinnlich wahrnehmbar, ist. Damit versucht Frege Verwechslungen mit räumlichen Bestimmungen von „innen“ und „außen“ zu vermeiden.<sup>91</sup> Während er in WBB von „Innerem“ und „Äußeren“ gesprochen und beim Äußeren „Sinnliches“ und „Unsinnliches“ unterschieden hatte, spricht Frege in GLA von „Subjektivem“ und „Objektivem“: „So verstehe ich unter Objektivität eine Unabhängigkeit von unserm Empfinden, Anschauen und Vorstellen, von dem Entwerfen innerer Bilder aus den Erinnerungen früherer Empfindungen“ [GLA, 36]. Innerhalb des Objektiven unterscheidet Frege insbesondere dasjenige, das sinnlich wahrnehmbar ist, was er als das „Handgreifliche, Räumliche, Wirkliche“ [GLA, 35] bezeichnet – wobei durch diese Differenzierung die einzelnen Sinne stärker betont werden.<sup>92</sup> Wichtig ist dabei, daß durch das Denken nicht nur Wirkliches, sondern Objektives überhaupt ergriffen bzw. erkannt werden kann.<sup>93</sup> Dafür, daß etwas objektiv ist, ist entschei-

<sup>91</sup> „Nicht jeder Gegenstand ist irgendwo. Auch unsere Vorstellungen sind in diesem Sinne nicht in uns (subkutan). [...] Wenn wir sie dennoch in uns nennen, so wollen wir sie damit als subjektiv bezeichnen.“ [GLA, 72]

<sup>92</sup> Vgl. den Abschnitt „Ist die Zahl etwas Subjektives“ in GLA: „Wenn man sagt ‚die Nordsee ist 10000 Quadratmeilen groß‘, so deutet man weder durch ‚Nordsee‘ noch durch ‚10000‘ auf einen Zustand oder Vorgang in seinem Innern hin, sondern man behauptet etwas ganz Objektives, was von unsern Vorstellungen und dgl. unabhängig ist.“ [GLA, 34] „Eine gewisse Ähnlichkeit der Anzahl und der Farbe ist also da; aber diese besteht nicht darin, daß beide an äußern Dingen sinnlich wahrnehmbar, sondern darin, daß beide objektiv sind. Ich unterscheidet das Objektive von dem Handgreiflichen, Räumlichen, Wirklichen.“ [GLA, 34f.]

<sup>93</sup> Als Beispiel führt Frege den Äquator an, der objektiv, nicht aber sinnlich wahrnehmbar ist. „Man nennt den Äquator oft eine *gedachte* Linie; aber es wäre falsch, ihn eine *erdachte* Linie zu

dend, daß es für jeden genau dasselbe ist.<sup>94</sup> Zum Kriterium dafür, daß etwas objektiv ist, erhebt Frege in GLA die sprachliche Mittelbarkeit, die Ausdrückbarkeit in Worten: „Objektiv ist darin das Gesetzmäßige, Begriffliche, Beurteilbare, was sich in Worten ausdrücken läßt. Das rein Anschauliche ist nicht mittelbar.“ [GLA, 35] Das rein Anschauliche ist nun deswegen nicht mittelbar, weil die Anschauungen eben nur die im individuellen Bewußtsein durch die sinnliche Wahrnehmung erzeugten Vorstellungen sind.<sup>95</sup>

Frege grenzt seinen Gebrauch des Terminus „Vorstellung“ unter Verwendung des Kantschen Terminus „Vorstellung“ ab, wobei er zugleich zusammenfassend seine erkenntnistheoretische Position erklärt: „Die Vorstellung im subjektiven Sinne ist das, worauf sich die psychologischen Assoziationsgesetze beziehen; sie ist von sinnlicher, bildhafter Beschaffenheit. Die Vorstellung im objektiven Sinne gehört der Logik an und ist wesentlich unsinnlich, obwohl das Wort, welches eine objektive Vorstellung bedeutet, oft auch eine subjektive mit sich führt, die jedoch nicht seine Bedeutung ist. Die subjektive Vorstellung ist oft nachweisbar verschieden in verschiedenen Menschen, die objektive für alle dieselbe. Die objektiven Vorstellungen kann man einteilen in Gegenstände und Begriffe. Ich werde, um Verwirrung zu vermeiden, ‚Vorstellung‘ nur im subjektiven Sinne gebrauchen.“ [GLA, 4737]

Auch in GLA treten also Wörter in beiden möglichen Zeichenfunktionen auf: als Stellvertreter einer Sache und als Ursache einer Vorstellung.<sup>96</sup> Dadurch, daß Zeichen als Stellvertreter für die durch sie bezeichnete Sache auftreten können, werden auch nicht sinnlich wahrnehmbare Bedeutungen von Wörtern zugänglich gemacht.<sup>97</sup> Daß nicht jede Bedeutung eines Ausdrucks sinnlich wahrnehmbar sein muß, macht Frege auch in seiner Diskussion der Auffassungen von Mill über

---

nennen; er ist nicht durch Denken entstanden, das Ergebnis eines seelischen Vorgangs, sondern nur durch Denken erkannt, ergriffen.“ [GLA, 35]

<sup>94</sup> Daß z.B. eine Zahl objektiv ist, erklärt Frege so: „Sie ist in der Tat genau dieselbe für jeden, der sich mit ihr beschäftigt; aber dies hat mit Räumlichkeit nichts zu tun. Nicht jeder objektive Gegenstand hat einen Ort.“ [GLA, 73]

<sup>95</sup> So erklärt Frege z.B. hinsichtlich der Anschauung des Raums: „Ja, wir könnten nicht einmal wissen, ob er dem einen Menschen so wie dem andern erscheint; denn wir können die Raumanschauung des einen nicht neben die des andern legen, um sie zu vergleichen.“ [GLA, 35]

<sup>96</sup> Daß Wörter auch Ursache einer Vorstellung sein können, erklärt Frege explizit: „Jedes Wort erweckt vielleicht irgendeine Vorstellung in uns [...]; aber sie braucht nicht dem Inhalte des Wortes zu entsprechen; sie kann in andern Menschen eine ganz andere sein. Man wird sich dann wohl eine Sachlage vorstellen, die zu einem Satze auffordert, in welchem das Wort vorkommt [...].“ [GLA, 70]

<sup>97</sup> „Aber es ist möglich, daß ein Mathematiker längere Rechnungen vollführt, ohne unter seinen Zeichen etwas sinnlich Wahrnehmbares, Anschauliches zu verstehen. Darum sind diese Zeichen noch nicht sinnlos; man unterscheidet dennoch ihren Inhalt von ihnen selbst, wenn dieser auch vielleicht nur mittels der Zeichen faßbar wird.“ [GLA, 22]

Zahldefinitionen deutlich.<sup>98</sup> Er stellt sich dabei gegen Mills Behauptung, daß solche Definitionen „nicht nur die Bedeutung eines Ausdruckes festsetzen, sondern damit auch eine beobachtete Tatsache behaupten.“ [GLA, 9]

Gerade Begriffe sind in GLA (wie auch schon in WBB) nicht sinnlich wahrnehmbar, wie folgendes Zitat zeigt, in dem Frege explizit von Begriffen als etwas Unsinnlichem, also nicht sinnlich Wahrnehmbarem spricht: „Wollten wir annehmen, daß in derselben Weise beim Anblick eines Dreiecks etwas Sinnliches dem Worte ‚drei‘ entspräche, so müßten wir dies auch bei drei Begriffen wiederfinden; etwas Unsinnliches würde etwas Sinnliches an sich haben.“ [GLA, 32] Es ist also auch in GLA möglich, daß Begriffe Bedeutung eines Ausdrucks sind, obwohl sie selbst nicht sinnlich wahrnehmbar sind.

Da Begriffe nicht sinnlich wahrnehmbar sind, bedürfen sie, damit man sich auf sie beziehen kann, zwingend eines Stellvertreters. Ein Kandidat hierfür ist (wie bereits in WBB beschrieben) die Verwendung eines sinnlich Wahrnehmbaren als Zeichen. Frege geht in GLA genauer auf die Rolle der Zeichen ein als in WBB. Z.B. baut er die Funktion von Zeichen als Stellvertreter einer Sache durch die Möglichkeit aus, daß Eigenschaften von Zeichen auch Eigenschaften des Bezeichneten ausdrücken können – was allerdings nicht notwendig für die Funktion eines Zeichens ist.<sup>99</sup>

Zusammenfassend läßt sich festhalten, daß in GLA sowohl Begriffe als auch Gegenstände objektiv sind und daß die Bedeutung eines Wortes ebenfalls objektiv ist. Wenn demnach dasjenige, was objektiv ist, auch in Worten ausdrückbar ist, dann können, da ja insbesondere auch die Wörter Zeichen sind, also stets Zeichen als Stellvertreter dieses Objektiven auftreten. Schließlich folgt aus all dem, daß Begriffe, weil sie objektiv sind, durch sprachliche Ausdrücke vertreten werden können.<sup>100</sup> Das hat auch Konsequenzen für Aussagen über Begriffe: „Wenn nun der Begriff etwas Objektives ist, so kann auch eine Aussage von ihm etwas Tatsächliches enthalten.“ [GLA, 61]

---

<sup>98</sup> Als Argument dafür, daß nicht jede Bedeutung eines Ausdrucks sinnlich wahrnehmbar sein muß, führt Frege an, daß insbesondere die Zahl 0 nichts sinnlich Wahrnehmbares sein kann: „Rätselhaft wäre dann die Zahl 0; denn bis jetzt hat wohl niemand 0 Kieselsteine gesehen oder getastet.“ [GLA, 11]

<sup>99</sup> Um darauf hinzuweisen, daß es auf den Inhalt und nicht auf das Zeichen ankommt, erklärt Frege: „von den Zeichen soll nichts ausgesagt werden; von den Zeichen will niemand etwas wissen, wenn nicht deren Eigenschaft zugleich eine der Bezeichnung ausdrückt.“ [GLA; 32]

<sup>100</sup> Den Zusammenhang zwischen Objektivem, Sprache und Subjektivem erläutert Frege am Beispiel so: „Wenn man den Schnee weiß nennt, so will man eine objektive Beschaffenheit ausdrücken, die man beim gewöhnlichen Tageslicht an einer gewissen Empfindung erkennt.“ [GLA, 36]

### 2.8.5 Unterschied und Zusammenhang von Begriffen und Gegenständen

Kommen wir nun darauf zurück, inwiefern sich Begriffe verändern, wenn Aussagen über Begriffe gemacht werden, bzw. wie es in Freges Erklärung heißt, wenn sie selbst zum Gegenstand gemacht werden.<sup>101</sup> Da sowohl Begriffe als auch Gegenstände objektiv sind, kann sich also dabei hinsichtlich dieses ontologischen Status nichts ändern.

Zunächst stellt Frege klar, daß nicht etwa unter bestimmten Umständen, wie dem, daß genau ein Gegenstand unter einen Begriff fällt, Begriff und Gegenstand dasselbe sind. Frege erklärt, „daß ein Begriff dadurch nicht aufhört, Begriff zu sein, daß nur ein einziges Ding unter ihn fällt, welches demnach völlig durch ihn bestimmt ist.“ [GLA, 63]

Als Kriterium dafür, ob wir es mit einem Begriff oder mit einem Gegenstand zu tun haben, gibt Frege die Verwendung des unbestimmten oder bestimmten Artikels in der natürlichen Sprache an: „Ein allgemeines Begriffswort bezeichnet eben einen Begriff. Nur mit dem bestimmten Artikel oder einem Demonstrativpronomen gilt es als Eigenname eines Dinges, hört aber damit auf, als Begriffswort zu gelten.“ [GLA, 63] Hierbei verändert sich also die Zeichenfunktion des Wortes, was nichts anderes heißt, als daß ihm etwas anderes zugeordnet wird, d.h. daß es als Zeichen für etwas anderes auftritt – das Wort bezeichnet nunmehr etwas anderes. Also wird nicht etwa aus einem Begriff ein Gegenstand, sondern dasselbe Wort wird vom Zeichen für einen Begriff zum Zeichen für einen Gegenstand (gekennzeichnet durch das Hinzusetzen des bestimmten Artikels oder eines Demonstrativpronomens zu diesem Wort). Das betrifft also zunächst nur die Verwendung des Wortes. Zugleich aber muß zwischen diesem Gegenstand und diesem Begriff eine Verbindung bestehen, die es überhaupt erst ermöglicht, dasselbe Wort zu verwenden.

Die Verbindung zwischen Begriff und Gegenstand besteht nun nicht etwa in der Übereinstimmung von Eigenschaften. Wird nämlich etwas über einen Begriff ausgesagt, dann werden dessen Eigenschaften bestimmt. Diese sind aber nicht die Eigenschaften der unter den Begriff fallenden Gegenstände: „Unter Eigenschaften, die von einem Begriffe ausgesagt werden, verstehe ich natürlich nicht die Merkmale, die den Begriff zusammensetzen. Diese sind Eigenschaften der Dinge, die unter den Begriff fallen, nicht des Begriffes.“ [GLA, 64] Allerdings hält es Frege offen, daß eine Verbindung zwischen den Merkmalen und den Eigenschaften eines Begriffs bestehen könnte: „Man darf jedoch daraus, daß etwas Eigenschaft eines Begriffes ist, nicht allgemein schließen, daß es aus dem Begriffe, d.h. aus dessen Merkmalen nicht gefolgert werden könnte.“ [GLA, 65] Schließlich können auch noch die Eigenschaften eines Begriffs Merkmale eines anderen Be-

---

<sup>101</sup> „Was den dritten Punkt betrifft, so ist es nur Schein, wenn man meint, einen Begriff zum Gegenstand machen zu können, ohne ihn zu verändern.“ [GLA, X]

griffs sein. „So kann man einen Begriff unter einen höhern, sozusagen einen Begriff zweiter Ordnung fallen lassen.“ [GLA, 65]

Den Unterschied zwischen dem Fallen unter einen Begriff und der Unterordnung von Begriffen erklärt Frege in §53 GLA so: „Es wäre auch falsch zu leugnen, daß Existenz und Einzigkeit jemals Merkmale von Begriffen sein könnten. Sie sind nur nicht Merkmale *der* Begriffe, denen man sie der Sprache folgend zuschreiben möchte. [...] So kann man einen Begriff unter einen höhern, sozusagen einen Begriff zweiter Ordnung fallen lassen. Dies Verhältnis ist aber nicht mit dem der Unterordnung zu verwechseln.“ [GLA, 65] – Also ist Unterordnung von Begriffen nicht dasselbe wie ein Begriff von Begriffen! Z.B. ist der Begriff „Walfisch“ dem Begriff „Säugetier“ untergeordnet, weil die Gegenstände, die unter den Begriff „Walfisch“ fallen, auch unter den Begriff „Säugetier“ fallen. Aber der Begriff „Walfisch“ selbst fällt nicht unter den Begriff „Säugetier“.<sup>102</sup>

### 2.8.6 Begriffsumfänge als Stellvertreter für Begriffe

An dieser Stelle ist es mir nunmehr möglich, Freges Konzeption der Funktion von Zeichen (auf dem Stand von GLA) zusammenzufassen. Zeichen sind erforderlich als Stellvertreter für etwas, das dem Verstand nicht direkt zugänglich ist, weil es nicht durch die Sinne gegeben werden kann oder unvorstellbar ist. Indem sich der Verstand auf Zeichen bezieht, bezieht er sich mittelbar auf das ihm eigentlich nicht Zugängliche. Dadurch werden Urteile über dieses eigentlich nicht Zugängliche möglich. In diesen Urteilen sind die Zeichen Stellvertreter für das durch sie Bezeichnete. Es ist dabei nicht entscheidend, was durch ein Zeichen vertreten wird – Gegenstände können durch Zeichen ebenso vertreten werden wie Begriffe. Vielmehr kommt es darauf an, daß in solchen Urteilen dem (als grammatisches Subjekt auftretenden) Zeichen und damit auch dem durch dieses Bezeichneten eine (als grammatisches Prädikat auftretende) Eigenschaft zu- oder abgesprochen wird.<sup>103</sup> Damit werden Systeme von Urteilen und Schlüssen und letztlich wissenschaftliche Erkenntnis auch über das dem Verstand nicht direkt Zugängliche ermöglicht.<sup>104</sup>

<sup>102</sup> Eine ausführliche Erklärung über den Unterschied zwischen „ist untergeordnet“ und „fällt unter“ gibt Frege in BG (vgl. [BG, 201f.]).

<sup>103</sup> Vgl. das von Frege zur Erläuterung gegebene Beispiel: „Selbst ein so konkretes Ding wie die Erde können wir uns nicht vorstellen, wie wir erkannt haben, daß es ist; sondern wir begnügen uns mit einer Kugel von mäßiger Größe, die uns als Zeichen für die Erde gilt; aber wir wissen, daß diese sehr verschieden davon ist. Obwohl nun unsere Vorstellung das Gewollte oft gar nicht trifft, so urteilen wir doch mit großer Sicherheit über einen Gegenstand wie die Erde auch da, wo die Größe in Betracht kommt.“ [GLA, 71]

<sup>104</sup> „Wir werden durch das Denken gar oft über das Vorstellbare hinausgeführt, ohne damit die Unterlage für unsere Schlüsse zu verlieren.“ [GLA, 71]

Daß insbesondere Begriffe als Unsinnliches eines Stellvertreters bedürfen, wenn Aussagen über sie gemacht werden, ihnen also Eigenschaften zu- oder abgesprochen werden sollen, ist offensichtlich. Da nun Zeichen als solche Stellvertreter auch für Begriffe auftreten können, wäre zu erwarten, daß es Frege dabei beläßt, daß bestimmte Zeichen (z.B. Begriffswörter) Begriffe vertreten. Erstaunlicherweise führt Frege aber in GLA noch eine weitere Art von Stellvertretern ein, die keine Zeichen sind und ausschließlich als Stellvertreter für Begriffe auftreten.

Ich will zunächst erklären, warum Frege eine weitere Art von Stellvertretern für Begriffe notwendig einführen muß. Zeichen als Stellvertreter für Begriffe sind nicht hinreichend, um Aussagen über Begriffe zu ermöglichen. Das Problem bei Aussagen über Begriffe besteht darin, daß Begriffe wesentlich prädikativ sind.<sup>105</sup> Urteile sind nun aber ihrer grammatischen Struktur nach so beschaffen, daß die jeweilige Eigenschaft durch das Prädikat, aber dasjenige, dem eine Eigenschaft zu- oder abgesprochen wird, durch das grammatische Subjekt ausgedrückt wird. Demnach genügt es nicht, einfach ein Zeichen statt eines Begriffs zu verwenden, es im Urteil als grammatisches Subjekt zu setzen und dem von ihm Bezeichneten die Eigenschaft zu- oder abzusprechen. Dieses Zeichen würde nichts an der prädikativen Natur des Begriffs ändern, weshalb es selbst eben auch nur an der Stelle des grammatischen Prädikats und gerade nicht an der Stelle des grammatischen Subjekts auftreten dürfte. In Aussagen über Begriffe bedarf ein Begriff, damit ihm eine Eigenschaft zu- oder abgesprochen werden kann, daher eines Stellvertreters, der selbst diese prädikative Natur nicht aufweist, damit dessen Zeichen an der Stelle des grammatischen Subjekts auftreten kann.<sup>106</sup> Diese Stellvertreterrolle für Begriffe übernehmen die Begriffsumfänge, die selbst Gegenstände sind und deshalb diese prädikative Natur nicht aufweisen und deren Zeichen deshalb an der Stelle des grammatischen Subjekts stehen dürfen.

Nun baut sich aber ein von Frege selbst in den „Ausführungen über Sinn und Bedeutung“ (1892–1895, also etwa zur Zeit von GGA I) gesetztes massives Hindernis für die soeben ausgesprochene Annahme der Stellvertreterrolle von Begriffsumfängen (die ja selbst Gegenstände sind) als Stellvertreter für Begriffe auf. Dort erklärt Frege nämlich, „daß Gegenstände und Begriffe grundverschieden

<sup>105</sup> „Begriff ist für mich ein mögliches Prädikat eines singular beurteilbaren Inhalts, Gegenstand ein mögliches Subjekt eines solchen.“ [GLA, 8877] Vgl. zur prädikativen Natur der Begriffe in der vorliegenden Arbeit auch den gesamten Abschnitt „2.6 Begriffe – Aussagen, ontologische Basis und prädikative Natur“ [S. 66 dieser Arbeit], wobei zu berücksichtigen ist, daß in diesem Abschnitt das Problem bereits auf dem Stand von GGA diskutiert wird.

<sup>106</sup> Später, etwa auf dem Stand von GGA, äußert sich Frege noch deutlicher über diesen Unterschied von Gegenständen und Begriffen: „Wir können kurz sagen, indem wir ‚Prädikat‘ und ‚Subjekt‘ im sprachlichen Sinne verstehen: Begriff ist Bedeutung eines Prädikates, Gegenstand ist, was nie die ganze Bedeutung eines Prädikates, wohl aber Bedeutung eines Subjekts sein kann.“ [BG, 198]

sind und einander nicht vertreten können. Das gilt auch von den entsprechenden Wörtern oder Zeichen. Eigennamen können nicht wirklich als Prädikat gebraucht werden. [...] Begriffe können nicht in denselben Beziehungen stehen wie Gegenstände. Sie in diesen zu denken wäre nicht falsch, sondern unmöglich. Daher bezeichnen die Wörter ‚Beziehung des Prädikats zum Subjekt‘ zwei ganz verschiedene Beziehungen, je nachdem das Subjekt ein Gegenstand oder selbst ein Begriff ist.“ [NS, 130]

Hierzu ließe sich ganz lax sagen: eben deshalb brauchen die Begriffe ja Stellvertreter, die sich nicht wie Begriffe, sondern wie Gegenstände verhalten. Aber ganz so einfach ist die Sache nicht. Den wichtigsten Hinweis, wodurch sich Gegenstände und Begriffe hinsichtlich der in Sätzen ausgedrückten Gedanken so wesentlich unterscheiden, nennt Frege im direkten Anschluß an obiges Zitat. Das Problem besteht nämlich darin, „die beiden grundverschiedenen Beziehungen des Fallens eines Gegenstandes unter einen Begriff und [der] Unterordnung eines Begriffes unter einen Begriff zu vermengen.“ [NS, 133] Und daraus ergibt sich für Frege, daß bestimmte Prädikate nur auf Gegenstände, andere nur auf Begriffe anwendbar sind.<sup>107</sup>

Aber hier sind wir wieder in sicherem Fahrwasser, denn die Unterscheidung zwischen den Eigenschaften von Gegenständen und den Eigenschaften von Begriffen hatten wir ja explizit berücksichtigt. Das angeführte Zitat Freges bezieht sich also darauf, daß sich Gegenstände nicht wie Begriffe verhalten können und Begriffe nicht wie Gegenstände. Insofern können Gegenstände tatsächlich nicht die Stelle von Begriffen einnehmen und sie dort vertreten. Das ist ja aber gar nicht das mit der Stellvertreterrolle der Begriffsumfänge Gemeinte, denn dabei sollen ja nicht Begriffe an ihrer eigenen Stelle durch Gegenstände vertreten werden. Die Begriffsumfänge vertreten vielmehr die Begriffe an den Stellen, an denen ausschließlich Gegenstände vorkommen dürfen, weil an solchen Stellen Begriffe selbst (in völliger Übereinstimmung mit Freges Erklärung) niemals vorkommen können.

Auch später, etwa auf dem Stand von GGA, hält Frege an der Notwendigkeit von Gegenständen als Stellvertretern von Begriffen fest. Am deutlichsten äußert er sich darüber in BG: „Man hat bei logischen Untersuchungen nicht selten das Bedürfnis, etwas von einem Begriffe auszusagen und dies auch in die gewöhnliche Form für solche Aussagen zu kleiden, daß nämlich die Aussage Inhalt des grammatischen Prädikats wird. Danach würde man als Bedeutung des grammatischen Subjekts den Begriff erwarten; aber dieser kann wegen seiner prädikativen Natur nicht ohne weiteres so erscheinen, sondern muß erst in einen Gegen-

---

<sup>107</sup> Zur Unterscheidung von Fallen unter einen Begriff und Unterordnung von Begriffen siehe „2.8.5 Unterschied und Zusammenhang von Begriffen und Gegenständen“ [S. 102 f. dieser Arbeit].

stand verwandelt werden, oder, genauer gesprochen, er muß durch einen Gegenstand vertreten werden, den wir mittels der vorgesetzten Worte „der Begriff“ bezeichnen [...].“ [BG, 197]

Fassen wir grob zusammen: Um Urteile über Eigenschaften von Begriffen auszudrücken, sind Begriffsumfänge deshalb notwendig als Gegenstände, die Begriffe vertreten, weil mit den Zeichen für Begriffsumfänge Urteile über das Zukommen von Eigenschaften ausgedrückt werden können, welche mit den Zeichen für Begriffe nicht ausdrückbar wären.<sup>108</sup>

## 2.9 GLA: Anzahl – Definition durch Abstraktion – Substantialisierung

Im vorigen Abschnitt hatte ich den Zusammenhang von Freges erkenntnistheoretischen Voraussetzungen mit der Notwendigkeit von Stellvertretern erörtert. In diesem Abschnitt werde ich nun insbesondere die Probleme im Zusammenhang mit Stellvertretern für Entitäten anhand der Fregeschen Bestimmung des Anzahlbegriffs in GLA diskutieren. Das ist einerseits deshalb unverzichtbar, weil sich in GLA bereits grundlegende Bestimmungen des in GGA aufgebauten Repräsentationssystems finden. Andererseits kann ich hieran verdeutlichen, wie Frege zu der zur Antinomie führenden Annahme von Begriffsumfängen als Stellvertreter für Begriffe gelangt.

Zunächst zeige ich, daß Freges Beschränkung auf die Wiedererkennbarkeit von Zahlen erkenntnistheoretisch begründet ist. Daran anknüpfend verdeutliche ich, wie Frege von der Wiedererkennbarkeit von Zahlen zur Abstraktion gelangt. Als eigentliches Problem dabei hebe ich heraus, daß durch Wiedererkennungsurteile keine Eigenschaften des dadurch Herausgehobenen bestimmbar sind. Darauf aufbauend diskutiere ich die in GLA verfolgten Möglichkeiten einer Definition durch Abstraktion und verweise darauf, daß Freges Überführung beurteilbarer Inhalte in Gleichungen als Kriterium für die Möglichkeit von Wiedererkennungsurteilen die wesentliche Voraussetzung hat, daß sich Begriffe mittels Operationen durch andere Begriffe bestimmen lassen.

Um eine Beurteilung der Fregeschen Erklärungen zu ermöglichen, erörtere ich zunächst Freges Erklärungen zur Parallelität von Geraden als Beispiel für eine Definition durch Abstraktion. Ich untersuche die beiden unterschiedliche Argumentationsstränge Freges und zeige, daß der eine auf die Aufspaltung des Begriffs der Parallelität in Gleichheit als *genus proximum* und Richtung als *differentia specifica* hinausläuft und daß Frege das dann im zweiten Argumentationsstrang benutzt, um einen der Operanden selbst zu bestimmen. Ich weise nach, daß Freges Argumentation wesentlich erkenntnistheoretisch rekonstruierbar ist, insbesondere weil er den gesuchten Operanden als nicht der Anschauung zugänglich gerade aus

---

<sup>108</sup> Natürlich ist hiermit nicht das gesamte Problemfeld der Begriffsumfänge umrissen. Selbst heute, lange nach dem Scheitern der Fregeschen Logik an der Russellschen Antinomie, gibt es das Bedürfnis, die Rolle von Begriffsumfängen zu untersuchen. Vgl. hierzu z.B. den Hinweis von Tyler Burge: „The paradox indicated, that Frege’s logic was inconsistent and that the notion in terms of which he tried to define the cardinal numbers was defective. The defective notion, that of extension of a concept, has remained interesting because it is motivated by intuitions that, arguably, play an ineliminable but inadequately understood role in modern set theories.“ [Burge 1984] Burge verweist dort auch auf Charles Parsons’ Artikel „Some Remarks on Frege’s Conception of Extension“ in [Schirn 1976].

den der Anschauung zugänglichen Operanden bestimmen will. Schließlich hebe ich heraus, daß Frege das zunächst erwogene Verfahren einer Definition durch Abstraktion gerade deshalb als nicht brauchbar verwirft, weil das Abstraktum dadurch nicht für sich bestimmt wird. Hiermit kann ich Freges Suche nach einer von Wiedererkennungsurteilen unabhängigen Bestimmung des Anzahlbegriffs erklären.

Daran anschließend zeige ich, daß Freges Vorschlag einer Begriffsdefinition unter Verwendung von Begriffsumfängen auf eine andere Art der Definition durch Abstraktion hinausläuft. Ich rekonstruiere Freges Lösung als vollständige Zerlegung eines vorgegebenen Bereichs mittels einer Äquivalenzrelation, wobei für den Begriff der Anzahl der vorgegebene Bereich die Gesamtheit aller Begriffe ist. Als Besonderheit hebe ich hervor, daß Frege die Anzahl nicht als durch einen Repräsentanten eines Teilbereichs bei dieser Zerlegung gegeben annimmt, sondern der gesamte Teilbereich die Anzahl repräsentiert. Die Konsequenz hieraus ist, daß diese Teilbereiche substantialisiert werden, weil Anzahlen Gegenstände sind. Frege muß also Begriffsumfänge als Gegenstände auffassen, die dann natürlich wieder unter Begriffe fallen können. Das Resultat meiner Erörterungen ist, daß ich somit das Zustandekommen einer der notwendigen Bedingungen für die Russellsche Antinomie erklärt habe.

Ich weise abschließend nach, daß Freges Erklärungen in GLA meine Interpretation der Fregeschen Anzahldefinition als vollständige Zerlegung auf dem Bereich der Begriffe stützen. Insbesondere zeige ich dabei, daß es bei Frege auch leere Begriffe gibt und diese bei der Zerlegung alle zum selben Teilbereich gehören. Ich hebe heraus, daß insbesondere aus der Widerspruchsfreiheit eines Begriffs nicht folgt, daß er nicht leer ist, und zeige daran, daß Freges Intention nicht vorrangig in der Begründung *formal* widerspruchsfreier Logik besteht.

Die Untersuchungen zum Anzahlbegriff in GLA beende ich mit der Erörterung wesentlicher Unterschiede zwischen Begriffen und Gegenständen. Ich zeige, daß gerade Existenz und Eindeutigkeit Gegenstände von Begriffen unterscheiden und daß es deshalb für Frege keine Gleichungen zwischen Begriffen geben kann. Anknüpfend an diese Erörterungen kann ich zeigen, daß Freges Konzept allgemein so rekonstruierbar ist, daß einem Begriff mittels einer Äquivalenzrelation als Gegenstand genau derjenige Teilbereich bei der durch die Äquivalenzrelation bewirkten Zerlegung zugeordnet wird, in welchem der Begriff liegt. Somit habe ich ein sich aus Freges Überlegungen in GLA ergebendes allgemeines Verfahren zur Festlegung eines Gegenstands als Repräsentanten eines Begriffs aufgezeigt. Ich hebe schließlich hervor, daß es zwar keine notwendige Entscheidung Freges war, bestimmte Gesamtheiten von Begriffen als Gegenstände aufzufassen, daß aber durch diese Entscheidung letztlich bereits eine Eins-zu-eins-Abbildung im Repräsentationssystem vorbestimmt ist.

### 2.9.1 Zahlwörter als Stellvertreter – Wiederkehrbarkeit von Zahlen

Frege setzt nun in GLA seine Auffassungen über Begriffe und Gegenstände praktisch zur Untersuchung und Bestimmung des Begriffs der Anzahl ein. Auf der Grundlage der bisher von uns erreichten Bestimmung der Fregeschen Auffassungen über Begriffe und Gegenstände werde ich hier Freges Untersuchungen zum Begriff der Anzahl rekonstruieren und kommentieren. Es wird sich zeigen, daß gerade am Begriff der Anzahl all jene Probleme deutlich werden, die ich

schon allgemein im Zusammenhang mit Stellvertretern für Gegenstände und Begriffe erörtert habe.<sup>109</sup>

Ich setze ohne weitere Diskussion Freges Auffassung voraus, daß „unter den Zahlwörtern selbständige Gegenstände zu verstehen sind“ [GLA, 73]. Zahlwörter sind also Zeichen und als solche Stellvertreter für bestimmte Gegenstände. Dabei ist nach dem bisher Gesagten für uns klar, daß es nicht notwendig ist, daß man sich direkt auf diese Gegenstände selbst beziehen kann. Vielmehr kann durchaus der einzige Zugang zu diesen Gegenständen nur vermittelt über ihr Zeichen, hier also das Zahlwort, möglich sein. Hierdurch läßt sich nun erklären, daß sich Frege damit zufrieden gibt, daß Zahlen wiedererkennbar sind.

Normalerweise sollte man erwarten, daß Frege fordert, daß die Zahlen sowohl wiedererkennbar als auch für sich bestimmt sind. Denn erst dann, wenn ein Gegenstand für sich bestimmt ist, d.h. wir etwas über diesen Gegenstand wissen, das ihn nicht bloß von allen anderen Gegenständen unterscheidet, sondern seine eigenen Eigenschaften beschreibt, ist uns nämlich ein Gegenstand tatsächlich gegeben. Die bloße Wiedererkennbarkeit reicht hierfür nicht aus, denn aus ihr läßt sich nichts über Situationen ableiten, in denen etwas über den Gegenstand ausgesagt werden muß, das nicht auf der bloßen Wiedererkennung dieses Gegenstands beruht. Zu solchen Situationen gehören insbesondere jene, in denen er mit anderen Gegenständen verglichen wird.<sup>110</sup>

Da nun Frege aber offenbar in GLA davon ausgeht, daß Zahlen uns ohnehin nicht direkt zugänglich sind, besteht zumindest auf dem Stand von GLA für Frege keine Möglichkeit, die Eigenschaften einer Zahl direkt zu bestimmen. Aus diesem Grund bleibt zunächst nur die Wiedererkennbarkeit als erfüllbares Ziel, denn Gegenstände müssen zumindest wiedererkennbar sein. Wenn es dann aber eine Möglichkeit gibt, eine Zahl wiederzuerkennen, dann kann auch stets dasselbe Zeichen als Stellvertreter dieser Zahl verwendet werden. Dadurch lassen sich schließlich indirekt doch einige Eigenschaften von Zahlen (insbesondere ihr Verhältnis zu anderen Zahlen) bestimmen, weil nämlich sämtliche Zusammenhänge, in denen eine Zahl stehen kann, durch Verwendung desselben Zahlzeichens ausdrückbar und zusammenfaßbar werden.

Das Ziel der Bestimmung eines Kriteriums für die Wiedererkennbarkeit der Zahlen bestimmt Frege dementsprechend: „Damit geben wir ein allgemeines Kennzeichen für die Gleichheit von Zahlen an. Nachdem wir so ein Mittel erlangt

<sup>109</sup> Eine ausführliche Diskussion der Fregeschen Anzahldefinition findet sich in Matthias Schirns Aufsatz „Begriff und Begriffsumfang“ [Schirn 1983a].

<sup>110</sup> Wenn z.B. die Richtung nur durch ein Wiedererkennungsurteil definiert ist, besteht das Problem, daß jedes solche Wiedererkennungsurteil schon voraussetzt, daß es sich auf Richtungen bezieht, während es auf beliebige Gegenstände überhaupt nicht anwendbar (also weder richtig noch falsch) ist. „Man kann danach z.B. nicht entscheiden, ob England dasselbe sei wie die Richtung der Erdachse.“ [GLA, 78]

haben, eine bestimmte Zahl zu fassen und als dieselbe wiederzuerkennen, können wir ihr ein Zahlwort zum Eigennamen geben.“ [GLA, 73]

### 2.9.2 Schema eines Wiedererkennungsurteils und Abstraktion

Wiedererkennbarkeit läßt sich metaphorisch dadurch beschreiben, daß Gleiches in Verschiedenem gefunden wird – offenbar steht also Wiedererkennung im Zusammenhang mit Abstraktion, bei der ja gerade von Verschiedenem abgesehen und das jeweils Gleiche festgehalten wird. Frege benutzt diesen Zusammenhang, um die Suche nach dem Kriterium für die Wiedererkennbarkeit von Zahlen in die Suche nach einer Definition des Begriffs der Anzahl umzumünzen.

Freges Erklärungen in §§62–63 GLA laufen darauf hinaus, daß, wenn Worte Gegenstände bedeuten, dann insbesondere Sätze bildbar sein müssen, welche ausdrücken, daß der eine Gegenstand dem anderen gleich ist. Damit drückt jeder solche Satz ein Wiedererkennungsmerkmal für einen bestimmten Gegenstand aus, so daß dann insbesondere, falls der Gegenstand eine Anzahl ist, damit die Wiedererkennung einer bestimmten Anzahl möglich wird. Man könnte das als die übliche Verwendung des Schemas eines Wiedererkennungsurteils beschreiben: Zum Schema gehört eine Gleichung zwischen Gegenständen, aus der dann gefolgert wird, daß es sich um den selben Gegenstand handelt. Sind also insbesondere die Gegenstände in der Gleichung Anzahlen, dann folgt aus dem Schema, daß es sich um dieselbe Anzahl handelt, die dadurch als solche wiedererkennbar ist.<sup>111</sup>

Nun ist es bei dieser üblichen Verwendung des Schemas offensichtlich, daß die zusätzliche Bestimmung der Gegenstände in der Gleichung als Anzahlen (d.h. das Auffassen als Anzahlgleichheit) zwar dazu führt, daß der in der Folgerung identifizierte Gegenstand zwingend auch eine Anzahl sein muß, daß aber diese Zusatzbestimmung des Gegenstands als Anzahl nur dadurch zustande kommt, daß eben schon vorher feststeht, daß die Gegenstände in der Gleichung Anzahlen sind. Demnach hat diese Zusatzbestimmung nichts mit der Verwendung des Schemas zu tun.<sup>112</sup>

---

<sup>111</sup> Auf diese Art werden in der Schule rationale Zahlen eingeführt: Indem Gleichungen zwischen verschiedenen Brüchen nachgewiesen werden, wird darauf geschlossen, daß es sich um dieselbe rationale Zahl handeln muß.

<sup>112</sup> Würde Frege den Anzahlbegriff auf diese Weise definieren, dann verhielte er sich wie ein Zauberer, der ein Kaninchen aus dem Hut holt und daraufhin den Begriff eines Kaninchens so definiert, daß es sich dabei um das handelt, was man aus einem Hut mit Kaninchen herausziehen kann. Dieser Zauberer wäre so ehrlich zuzugeben, daß das Kaninchen vorher im Hut gewesen sein muß, weil er es ja sonst nicht hätte herausholen können, wäre aber zugleich davon überzeugt, daß er nie zuvor ein Kaninchen gesehen und es auch nicht selbst hineingetan habe – es hätte sich halt im Nachhinein herausgestellt, daß es ein Hut mit einem Kaninchen war. So würde er schließlich das Herausholen des Kaninchens als ein Auffinden darstellen,

Während also einerseits Wiedererkennungsurteilen bei der Bestimmung eines Gegenstands helfen, bestimmen sie diesen doch nicht selbst. Deshalb können auch bei einer Bestimmung eines Gegenstands durch Abstraktion die Eigenschaften dieses Gegenstand nicht etwa bestimmt werden, sondern höchstens bei der Abstraktion erhalten bleiben.

### 2.9.3 Beurteilbare Inhalte und Gleichungen – Definition durch Abstraktion

Frege diskutiert in GLA die Möglichkeit, daß es uns irgendwie bekannt sein könnte, daß es sich bei einem beurteilbaren Inhalt um ein Wiedererkennungsurteil handelt, d.h. daß es sich gerade um einen solchen Inhalt handelt, der auch durch eine Gleichung ausgedrückt werden kann. Als Kriterium für die Überführbarkeit des Ausdrucks eines beurteilbaren Inhalts in eine Gleichung gibt Frege an: „Es muß dazu die Bedingung erfüllt sein, daß in jedem Urteile unbeschadet der Wahrheit die linke Seite der versuchsweise angenommenen Gleichung durch die rechte ersetzt werden könne.“ [GLA, 116 f.]

Wenn also eine Gleichung auffindbar ist, die denselben Inhalt ausdrückt und diesem Kriterium genügt, dann (und nur dann) kann der beurteilbare Inhalt als ein Wiedererkennungsurteil aufgefaßt werden.<sup>113</sup> Insbesondere wäre, wenn der beurteilbare Inhalt eine Gleichzahligkeit ist, dann bekannt, daß es sich um eine Anzahlgleichheit handelt. Dann ließe sich natürlich genau das Bestimmende dieser Gleichheit, nämlich der Begriff der Anzahl, herausheben – weil ja (wie bereits erklärt) diese besondere Bestimmung als Anzahl gar nicht zum Schema des Wiedererkennungsurteils gehört.

Dieses Verfahren hält Frege nun für zwar ungewöhnlich, aber durch Beispiele belegt. Allerdings ist die darauf beruhende Definition des Begriffs der Anzahl so merkwürdig, daß Frege selbst darauf hinweist: „Das scheint freilich eine sehr ungewöhnliche Art der Definition zu sein, welche wohl von den Logikern noch nicht genügend beachtet ist; daß sie aber nicht unerhört ist, mögen einige Beispiele zeigen.“ [GLA, 74] Wenn man hierbei von „Definition durch Abstraktion“ sprechen will, dann muß man das zumindest genauer erläutern, um damit

---

obwohl es sich doch bestenfalls um ein Wiederfinden handelt – denn irgend jemand muß ja dieses Kaninchen in den Hut getan haben, auch wenn es nicht der Zauberer selbst war. Am Hut jedenfalls liegt es nicht, daß das, was aus ihm gezogen wurde, ein Kaninchen ist – aus einem Hut mit Taube ließe sich nie ein Kaninchen, sondern stets nur eine Taube ziehen. Diese Metapher läßt sich konkret übersetzen: der Hut mit Kaninchen ist die Anzahlgleichheit oder Gleichzahligkeit, aus der als Kaninchen die Anzahl gezogen wird, wobei als Hut die Gleichheit übrig bleibt.

<sup>113</sup> Das angegebene Kriterium ist nämlich gerade Freges Antwort auf die Frage: „wann ist man berechtigt, einen Inhalt als den eines Wiedererkennungsurteils aufzufassen?“ [GLA, 116]

Freges Überlegungen zur Definition des Begriffs der Anzahl in GLA korrekt zu beschreiben.<sup>114</sup> Das werde ich im folgenden tun.

Zunächst fällt auf, daß die Begründung der Möglichkeit einer Definition durch Abstraktion nur auf Beispiele gestützt wird. Mit der Akzeptanz der Beispiele steht und fällt dann auch diese Begründung. Stellen wir aber die Diskussion über die Plausibilität der von Frege angeführten Beispiele, bei denen ebenfalls eine Definition durch Abstraktion stattfinden soll, zunächst zurück und betrachten statt dessen Freges Erläuterungen darüber, wie der Begriff der Anzahl bestimmt werden könnte.

„Man sollte denken, daß der Begriff der Gleichheit schon vorher feststände, und daß aus ihm und dem Begriffe der Anzahl sich ergeben müßte, wann Anzahlen einander gleich wären, ohne daß es dazu noch einer besonderen Definition bedürfte. Hiergegen ist zu bemerken, daß für uns der Begriff der Anzahl noch nicht feststeht, sondern erst mittels unserer Erklärung bestimmt werden soll. [...] Wir wollen also nicht die Gleichheit eigens für diesen Fall erklären, sondern mittels des schon bekannten Begriffes der Gleichheit das gewinnen, was als gleich zu betrachten ist.“ [GLA, 74]

Frege setzt hier offenbar voraus, daß sich Begriffe so verhalten, daß bei einer Operation nicht nur ihr Resultat aus den gegebenen Operanden, sondern, wenn das Resultat sowie einer der Operanden bekannt sind, dann auch der unbekannte Operand bestimmt werden kann. Daß sich aber die Begriffe (speziell in diesem Fall) so verhalten, wäre erst einmal zu zeigen. Die Bestimmung eines der Operanden aus dem Resultat und dem anderen Operanden setzt nämlich voraus, daß die Operation eineindeutig ist, daß also insbesondere der gegebene Operand nicht etwa mit einem anderen als dem gesuchten Operanden ebenfalls dasselbe Resultat liefert. Konkret müßte Frege hier zeigen, daß der Begriff der Gleichzähligkeit (als Resultat) bei gegebenem Begriff der Gleichheit (als bekanntem Operanden) ausschließlich so bildbar ist, daß der Begriff der Gleichheit als ein Operand und der Begriff der Anzahl als der andere Operand genommen wird, und daß es nicht möglich ist, den Begriff der Gleichzähligkeit aus dem Begriff der Gleichheit und einem anderen Begriff als dem der Anzahl zu bilden.<sup>115</sup>

---

<sup>114</sup> Eine gegenüber dem nur hier nur kurz erfolgenden Anriß deutlich ausführlichere Diskussion der Abstraktion bei Frege findet sich in Christian Thiels Aufsatz „Gottlob Frege: Die Abstraktion“ [in: Schirn 1976, I, 243–264].

<sup>115</sup> Ohne daß ich hier näher darauf eingehen will, sei darauf verwiesen, daß sich mit solchen Eindeutigkeitsüberlegungen auch Diskussionen erklären lassen, in denen es darum geht, die Bestimmtheit der Bedeutung eines Aussagesatzes (welche bei Frege ja immer als Wahrheitswert bestimmt ist) aufzuweichen. Dabei wird nämlich gerade auf die fehlende Eindeutigkeit verwiesen. Vgl. z.B. die Erklärungen in Tugendhats Aufsatz über die Bedeutung des Ausdrucks „Bedeutung“ und die sich darum rankende Diskussion u.a. mit Dummett [Ernst Tugendhat, Die Bedeutung des Ausdrucks ‚Bedeutung‘, in: Schirn 1976, III, 51–70].

Des weiteren aber wäre zu fragen, ob denn Begriffe überhaupt aus anderen Begriffen nach dem Schema einer Operation bestimmt werden können. Frege gibt sich davon überzeugt, daß seine Beispiele dies beweisen. Als Kronzeugen für eine solche Begriffsbestimmung benennt Frege die Bestimmung des Begriffs der Richtung von Geraden (als gesuchtem Operanden) mittels des Begriffs der Parallelität (als Resultat) und des Begriffs der Geraden (als bekanntem Operanden). Statt hier nun langwierig Freges Erklärungen zu referieren, will ich auf die §§64–69 in GLA verweisen, in denen Frege seine Überlegungen verdeutlicht [GLA, 74–81]. Ich werde im folgenden nur auf die Besonderheiten dieser Fregeschen Erklärungen eingehen.

#### 2.9.4 Parallelität von Geraden als Beispiel für eine Definition durch Abstraktion

In Freges Erklärungen vermischen sich zwei unterschiedliche Argumentationsstränge. Der erste Strang läuft darauf hinaus, daß die Parallelität von Geraden als Gleichheit (hier als Gleichheit der Richtung) darstellbar ist – demnach ist die Parallelität zweier Geraden gerade solch ein beurteilbarer Inhalt, der auch durch eine Gleichung ausgedrückt werden kann. Die Ursache hierfür liegt nach Freges Erläuterungen darin, daß sowohl Parallelität als auch Gleichheit transitiv und symmetrisch sind.<sup>116</sup> Gleichheit ist dabei insofern ein gegenüber der Parallelität abstrakterer Begriff, weil für Gleichheit nur solche Merkmale wie Transitivität und Symmetrie, nicht aber geometrische Merkmale eine Rolle spielen – der Begriff der Gleichheit beschreibt nämlich abstrakt Äquivalenzrelationen.<sup>117</sup> Die Parallelität wiederum ist nicht so abstrakt wie die Gleichheit, insbesondere gehört nämlich zur Parallelität dasjenige, was hier die Gleichheit konkretisiert: die Richtung der Geraden.

An dieser Stelle muß ich einen Einwand vorwegnehmen, sonst würde ich mich dem Vorwurf aussetzen, daß ich ignoriere, daß zur Äquivalenzrelation auch die Reflexivität gehört. Genau an der Reflexivität, auf die Frege auch nicht indirekt eingeht, scheitert meines Erachtens der Übergang von der Parallelität zur Gleichheit, denn die Parallelität ist eben nicht reflexiv, d.h. eine Gerade ist nicht zu sich selbst parallel – nicht für jeden Fall stimmen demnach Gleichheit der Richtung und Parallelität überein (denn die Richtung einer Gerade ist natürlich mit sich selbst gleich, trotzdem ist die Gerade nicht zu sich selbst parallel).

<sup>116</sup> Gestützt wird das durch Freges Erklärung: „wäre der Satz ‚Wenn zwei Geraden einer dritten parallel sind, so sind sie einander parallel‘ unrichtig, so könnte man  $a \parallel b$  nicht in eine Gleichung verwandeln.“ [GLA, 75] Wie man leicht sieht, ist es für den angeführten Satz notwendig, daß die Parallelität transitiv und symmetrisch ist.

<sup>117</sup> Daß Frege tatsächlich die Gleichheit als reflexiv, transitiv und symmetrisch ansieht, ergibt sich aus seinen Erklärungen in §65, insbesondere seinem Hinweis: „In der allgemeinen Ersetzbarkeit sind nun in der Tat alle Gesetze der Gleichheit enthalten.“ [GLA, 77] Hier ist klar, daß ein Gegenstand auch durch sich selbst ersetzbar sein muß.

Freges Beispiel ist daher nicht brauchbar, um daran die Definition durch Abstraktion nachzuweisen. Zwar läßt sich per definitionem die Reflexivität der Parallelität nachrüsten, das würde aber die von Frege intendierte Erklärung völlig wertlos machen. Wäre nämlich die Parallelität auch reflexiv, dann ließe sich der Begriff der Richtung bereits aus einer einzelnen Gerade gewinnen, indem diese Gerade als zu sich selbst parallel betrachtet wird und sie daher zu sich selbst richtungsgleich ist. Dabei würde aber gerade der fundamentale Unterschied zwischen der Parallelität und der Richtung, daß nämlich Parallelität unmittelbar durch Anschauung gegeben, die Richtung aber nur vermittelt durch geistige Tätigkeit zu bestimmen ist, verlorengehen.<sup>118</sup> Denn Parallelität einer Geraden mit sich selbst ist genausowenig unmittelbar zu beobachten wie die Richtung einer Geraden. Also ist dann Parallelität nicht das durch Anschauung Gegebene, aus dem erst durch eine daran anknüpfende geistige Tätigkeit mittels des bekannten Begriffs der Gleichheit der Begriff der Richtung gefunden wird, sondern ist selbst nur durch geistige Tätigkeit zu gewinnen – wodurch es letztlich beliebig wird, ob man Richtung aus Parallelität oder Parallelität aus Richtung erklärt. Frege beharrt aber gerade auf dem fundamentalen Unterschied zwischen Parallelität und Richtung.

Doch lassen wir die fehlende Reflexivität der Parallelität hier beiseite und unterstellen wir, daß Freges Beispiel brauchbar ist. Frege besteht nun darauf, daß zwar aus der Parallelität die Gleichheit der Richtung folgt, nicht aber umgekehrt aus der Gleichheit der Richtung erst die Parallelität abgeleitet werden kann.<sup>119</sup> Das ist insofern erstaunlich, als für den Übergang vom einen zum andern ausschließlich die gemeinsamen Merkmale (Transitivität und Symmetrie) erforderlich sind, so daß man eher annehmen würde, daß beide gleichwertig sind. Hierfür gibt es im Licht der Fregeschen Erläuterungen in §64 meines Erachtens nur eine sinnvolle Erklärung: Der Begriff der Parallelität ist nicht etwa dem Begriff der Gleichheit untergeordnet, so daß die Gleichheit nur allgemeiner als die Parallelität wäre.<sup>120</sup> Vielmehr läßt sich das Verhältnis von Gleichheit und Parallelität in Begriffen der traditionellen Logik so beschreiben, daß der Begriff der Parallelität in *genus proximum* (hier: den Begriff der Gleichheit) und *differentia specifica* (hier: den Begriff der Richtung) aufgespaltet wird, wobei die Besonderheit

<sup>118</sup> „Aber unterscheidet man in der Anschauung von dieser Gerade noch ihre Richtung? Schwerlich! Dieser Begriff wird erst durch eine an die Anschauung anknüpfende geistige Tätigkeit gefunden.“ [GLA, 75]

<sup>119</sup> Frege erklärt nämlich: „denn wäre der Satz ‚Wenn zwei Geraden einer dritten parallel sind, so sind sie einander parallel‘ unrichtig, so könnte man a||b nicht in eine Gleichung verwandeln.“ [GLA, 75]

<sup>120</sup> Zum Unterschied zwischen dem Fallen eines Begriffs unter einen anderen und der Unterordnung von Begriffen siehe „2.8.5 Unterschied und Zusammenhang von Begriffen und Gegenständen“ [S. 102 f. dieser Arbeit].

darin besteht, daß es sich bei Parallelität und Gleichheit um Relationen und nicht um einstellige Begriffe handelt. Damit wird jetzt auch verständlich, was Frege mit der Erklärung meint: „Wir ersetzen also das Zeichen  $\parallel$  durch das allgemeinere  $=$ , indem wir den besondern Inhalt des ersteren an  $a$  und  $b$  verteilen.“ [GLA, 75] Und damit wird auch verständlich, warum Frege darauf beharrt, daß die Parallelität durch Anschauung gegeben ist und daß man nicht von der Gleichheit der Richtung, sondern von der Parallelität ausgehen muß. Der Begriff der Gleichheit wird durch Abstraktion (als *genus proximum*) aus solchen Begriffen wie dem der Parallelität gewonnen – was natürlich ohne das Vorausgesetztsein der Parallelität unmöglich wäre.

Im zweiten Argumentationsstrang benutzt Frege nun die im ersten Strang erläuterte Zerspaltung des vorausgesetzten Resultats einer Operation (die Zerlegung eines Begriffs) in Operanden (nämlich *genus proximum* und *differentia specifica*), um einen der Operanden selbst (und zwar die *differentia specifica*) zu bestimmen. Er erklärt, daß es eine Anschauung sowohl von Geraden selbst als auch von parallelen Geraden gibt, nicht aber von der Richtung einer Geraden. Damit ist also die Bildbarkeit der Begriffe „Gerade“ und „parallele Gerade“ über die Anschauung garantiert, so daß diese Begriffe als gegeben vorausgesetzt werden können. Umgekehrt kann der Begriff „Richtung“ nicht über die Anschauung gewonnen werden. „Dieser Begriff wird erst durch eine an die Anschauung anknüpfende geistige Tätigkeit gefunden.“ [GLA, 75]

Diese geistige Tätigkeit läßt sich meiner Meinung nach wie folgt beschreiben: Der durch die Anschauung gegebene Begriff „parallele Gerade“ wird zerlegt in den durch die Anschauung gegebenen Begriff „Gerade“ und den Begriff, der dabei übrigbleibt und der als „Parallelität“ bezeichnet werden kann. Daran anschließend erfolgt die Zerlegung des so gefundenen Begriffs „Parallelität“ in den bekannten Begriff „Gleichheit“ und den Begriff, der bei dieser Zerlegung übrigbleibt, nämlich den gesuchten Begriff „Richtung“. Hieraus wird verständlich, was Frege meint, wenn er erklärt: „Wir zerspalten den Inhalt in anderer als der ursprünglichen Weise und gewinnen dadurch einen neuen Begriff.“ [GLA, 75] Denn der jetzt gefundene Begriff „Richtung“ kann mit dem vorher abgespaltenen Begriff „Gerade“ verbunden werden zu „Richtung der Geraden“, wodurch nur noch der Begriff „Gleichheit“ übrigbleibt. Der ursprünglich durch „parallele Geraden“ ausgedrückte Inhalt läßt sich folglich auch durch „Gleichheit der Richtung der Geraden“ ausdrücken. Natürlich bleiben die hier gegebenen Erklärungen unter dem Vorbehalt der Eineindeutigkeit der Zusammensetzung bzw. Zerlegung von Begriffen.

Nach der Rechtfertigung der Möglichkeit einer Definition durch Abstraktion durch Beispiele diskutiert Frege die Brauchbarkeit dieses Verfahrens für die Bestimmung des Begriffs der Richtung. Dabei stellt sich als Problem heraus, daß über das Wiedererkennungsmerkmal nicht die Richtung selbst bestimmt ist,

wenn man denn nicht das Wiedererkennungsmerkmal selbst als die einzige Bestimmung der Richtung ansehen will. Das heißt, eine nicht über das Wiedererkennungsmerkmal gegebene Richtung ist nicht als solche erkennbar. Die Definition durch Abstraktion scheitert demzufolge an der fehlenden Bestimmtheit des Abstraktums – das Abstraktum ist zwar durch das Wiedererkennungsmerkmal gegen anderes abgegrenzt, nicht aber für sich bestimmt. Selbständig ist aber etwas gerade dadurch, daß es sowohl gegen anderes abgegrenzt als auch für sich bestimmt ist.

### 2.9.5 Anzahl als Begriffsumfang – Die Substantialisierung der Begriffsumfänge

Daß Frege das zunächst (bis §67) diskutierte Verfahren zur Definition durch Abstraktion als nicht brauchbar verwirft, bestätigt meine vorhin dargelegte Ansicht, daß der Begriff der Anzahl als Zusatzbestimmung unabhängig vom Schema eines Wiedererkennungsurteils ist.<sup>121</sup> Konsequenterweise sucht Frege nunmehr (ab §68) nach einer Möglichkeit, einen Begriff unabhängig vom Wiedererkennungsurteil zu bestimmen, zugleich aber auch die Wiedererkennung zu garantieren – denn die Möglichkeit der Wiedererkennung bleibt trotzdem notwendig, wenn sie auch nicht hinreichend ist.

Auch hierfür diskutiert Frege das Beispiel paralleler Geraden. Dabei unterstellt er jetzt kommentarlos die Reflexivität der Parallelität – sonst wäre nämlich seine Erklärung falsch: „Wenn die Gerade a der Gerade b parallel ist, so ist der Umfang des Begriffes ‚Gerade parallel der Gerade a‘ gleich dem Umfange des Begriffes ‚Gerade parallel der Gerade b‘; und umgekehrt“ [GLA, 79].<sup>122</sup> Die beiden Umfänge würden sich nämlich ohne Reflexivität gerade für b bzw. a unterscheiden.

Sein neuer Vorschlag (in §68) zur Definition eines Begriffs läuft auf eine andere Art der Definition durch Abstraktion hinaus: „Die Richtung der Gerade a ist der Umfang des Begriffes ‚parallel der Gerade a‘“ [GLA, 79]. Auch dieser Vorschlag basiert darauf, daß die Parallelität (wenn Reflexivität eingeschlossen ist) eine Äquivalenzrelation ist. Durch die Angabe einer beliebigen Äquivalenzrelation auf einem vorgegebenen Bereich wird nämlich eine vollständige Zerlegung dieses Bereichs bewirkt. Von einer vollständigen Zerlegung eines Bereichs in Teilbereiche spricht man dann, wenn die Teilbereiche nichtleer und elementfremd sind und die Vereinigung sämtlicher Teilbereiche den gesamten Bereich überdeckt. Jeder Teilbereich läßt sich dabei durch die Angabe eines Repräsentanten (also eines beliebigen Elements dieses Teilbereichs) identifizieren, so wie

<sup>121</sup> Siehe „2.9.2 Schema eines Wiedererkennungsurteils und Abstraktion“ [S. 109 dieser Arbeit].

<sup>122</sup> Weshalb Frege vorher die Reflexivität der Parallelität nicht angenommen haben kann, habe ich in „2.9.3 Beurteilbare Inhalte und Gleichungen – Definition durch Abstraktion“ [S. 110f. dieser Arbeit] dargelegt.

umgekehrt durch jedes Element des vorgegebenen Bereichs zusammen mit der Äquivalenzrelation ein Teilbereich repräsentiert wird. Von Abstraktion kann man hierbei insofern sprechen, als von allen Eigenschaften der einzelnen Elemente des vorgegebenen Bereichs abstrahiert wird, außer von der Zugehörigkeit zu einem bestimmten Teilbereich (bei der durch die Äquivalenzrelation bewirkten Zerlegung), so daß in gewisser Hinsicht ein Teilbereich (als Ganzes) als das Abstraktum hinsichtlich des einzelnen Elements angesehen werden kann, das diesem Teilbereich angehört.

Bei der Definition des Begriffs der Anzahl ist nun der Grundbereich die Gesamtheit aller Begriffe (weil nämlich die Anzahl einem Begriff zukommt). Durch die Äquivalenzrelation, die Frege „gleichzählig“ nennt und die bestimmt wird „durch die Möglichkeit, die unter den einen den unter den andern Begriff fallenden Gegenständen beiderseits eindeutig zuzuordnen“ [GLA, 79], erfolgt eine vollständige Zerlegung des Bereichs der Begriffe in Teilbereiche. Jeder solche Teilbereich ist dann nach Freges Definitionsvorschlag eine „Anzahl“, wobei wiederum ein beliebiger Begriff aus diesem Teilbereich als Repräsentant dienen kann: „Die Anzahl, welche dem Begriffe F zukommt, ist der Umfang des Begriffes ‚gleichzählig dem Begriffe F‘.“ [GLA, 79 f.]

Bemerkenswert an Freges Definition ist nun, daß die Anzahl nicht etwa durch einen Repräsentanten des Teilbereichs von Begriffen (also einen bestimmten Begriff, unter den eine bestimmte Anzahl von Gegenständen fällt) gegeben wird, sondern der Teilbereich selbst („der Umfang des Begriffes ‚gleichzählig dem Begriffe F‘“) die Anzahl repräsentiert.<sup>123</sup> Dadurch werden die Teilbereiche, die ja zunächst nichts anderes sind als Zusammenfassungen von Begriffen, in gewissem Sinne substantialisiert – Frege hatte nämlich vorher bereits herausgestellt, daß Anzahlen keine Begriffe, sondern Gegenstände sind. Das heißt also, daß genau mit dem Definitionsvorschlag in §68 GLA (zumindest bestimmte) Begriffsumfänge zu selbständigen Gegenständen erklärt werden. Schließlich wird dadurch überhaupt erst die Frage ermöglicht, ob Begriffsumfänge (als Gegenstände) unter Begriffe fallen, deren Umfänge sie sind – jene Frage, auf der die Russellsche Antinomie beruht.

Zusammenfassend haben wir damit folgendes herausgefunden: Frege entscheidet sich, den Begriff der Anzahl durch den gesamten Bereich der zu einem Begriff gleichzähligen Begriffe zu definieren, nicht (wie zumindest ich eher erwarten würde) durch einen Repräsentanten dieses Bereichs. Weil nun aber eine Anzahl ein (wenn auch nicht sinnlich wahrnehmbarer und nicht physisch oder

<sup>123</sup> Zu diesem Resultat kommt auch Schirn: „Der Begriffsumfang  $\lambda\phi(\text{Glz}_x(\phi(x, F(x))))$  ist die Äquivalenzklasse  $[F(x)]_{\text{Glz}_x}$ , der  $F(x)$  angehört, d.h. die Klasse aller zu  $F(x)$  gleichzähligen Begriffe.“ [Schirn 1983a, 125]

psychisch existenter) Gegenstand ist,<sup>124</sup> müssen also diese Bereiche gleichzahliger Begriffe als Gegenstände angesehen werden. Somit führt Freges Entscheidung zugleich dazu, daß bestimmte Bereiche von Begriffen substantialisiert werden. Da nun diese Bereiche selbst wiederum den Umfang des den Bereich auswählenden Begriffs bilden, folgt hieraus schließlich, daß (zumindest bestimmte) Begriffsumfänge als Gegenstände anzusehen sind. Kurz gesagt führt Frege damit in GLA Begriffsumfänge als Gegenstände ein, so daß (weil jeder Begriff genau einen Umfang haben dürfte) dann jedem Begriff genau ein Gegenstand zugeordnet ist.

### 2.9.6 Der Anzahlbegriff – Vollständige Zerlegung auf dem Bereich der Begriffe

Abschließend bleibt festzuhalten, daß die von mir hier vorgestellte Interpretation des Fregeschen Definitionsvorschlags für den Anzahlbegriff als vollständige Zerlegung auf dem Bereich der Begriffe durch Freges Erklärungen in §69 GLA gestützt wird. Dort erklärt er nämlich, daß zwei Begriffsumfänge grundsätzlich zum einen gleich sein können, zum zweiten „der eine umfassender als der andere“ [GLA, 80] sein kann. Zugleich erklärt Frege, daß speziell für den Anzahlbegriff der Fall, daß eine Anzahl umfassender als die andere ist, überhaupt nicht vorkommen kann – hier liegt also gerade eines der Merkmale einer vollständigen Zerlegung vor, nämlich die Elementfremdheit.<sup>125</sup> Aus der Elementfremdheit kann Frege umgekehrt den Schluß ziehen, daß in dem Fall, daß ein Begriffsumfang umfassender als eine Anzahl ist oder umgekehrt, dann dieser Begriffsumfang keine Anzahl, d.h. keine Teilmenge bei der durch die „Gleichzahligkeit“ bewirkten Zerlegung ist.<sup>126</sup>

Auch die vollständige Überdeckung des Bereichs der Begriffe als das andere Merkmal einer vollständigen Zerlegung ist abgesichert, da Frege offenbar davon ausgeht, daß jedem Begriff eine Anzahl zukommt, also jeder Begriff Element einer der durch die Zerlegung gebildeten Teilmengen ist, so daß die Vereinigung aller Teilmengen den gesamten Bereich der Begriffe abdeckt. Daß dies insbesondere auch auf Begriffe zutrifft, unter die kein Gegenstand fällt, zeigt Frege in §71 GLA [GLA, 83 f.].

Schließlich führt Frege noch eine Regel für die Erkennung der bei der Zerlegung entstehenden Teilbereiche ein: „Der Ausdruck ‚n ist eine Anzahl‘ sei gleichbedeutend mit dem Ausdrucke ‚Es gibt einen Begriff der Art, daß n die

<sup>124</sup> Von den Zahlen sagt Frege explizit: „Im räumlichen Sinne sind sie jedenfalls weder innerhalb noch außerhalb weder des Subjekts noch eines Objekts. Wohl aber sind sie in dem Sinne außerhalb des Subjekts, daß sie nicht subjektiv sind [...] und zwar sind sie für alle genau dieselben, nicht nur mehr oder minder ähnliche Zustände von verschiedenen.“ [GLA, 105]

<sup>125</sup> Vgl. §69 GLA [S. 80 f.].

<sup>126</sup> „Freilich ist noch der Fall denkbar, daß der Umfang des Begriffes ‚gleichzahlig dem Begriffe F‘ umfassender oder weniger umfassend wäre als ein anderer Begriffsumfang, der dann nach unserer Erklärung keine Anzahl sein könnte“ [GLA, 81].

Anzahl ist, welche ihm zukommt.“ [GLA, 85] Damit ist auch klar, daß keiner der Teilbereiche bei der Zerlegung leer sein kann. In §73 GLA zeigt Frege schließlich, daß zwei Begriffe genau dann in der Relation „gleichzahlig“ stehen, wenn sie demselben Teilbereich bei der durch diese Relation bewirkten vollständigen Zerlegung angehören, so daß die vollständige Zerlegung durch diese Relation eindeutig bestimmt ist.

Die vollständige Zerlegung findet auf dem Bereich aller bildbaren Begriffe statt, schließt also insbesondere auch solche Begriffe nicht aus, unter die keine Gegenstände fallen. Nach dem bisher Dargelegten ist klar, daß alle Begriffe, unter die keine Gegenstände fallen, demselben Teilbereich angehören müssen – was Frege in §74 zum Anlaß nimmt, gerade durch diesen Teilbereich die Zahl 0 zu definieren. Daraus folgt aber auch, daß Frege explizit widersprüchliche Begriffe (Begriffe mit einander ausschließenden Merkmalen) wie alle anderen Begriffe behandelt:<sup>127</sup> „Ein Begriff ist zulässig, auch wenn seine Merkmale einen Widerspruch enthalten; man darf nur nicht voraussetzen, daß etwas unter ihn falle.“ [GLA, 105] Somit ist schließlich klar, daß es auch Begriffe mit leerem Umfang gibt. Begriffe müssen nur der von Frege als „scharfe Begrenzung“ bezeichneten Forderung genügen, „daß für jeden Gegenstand bestimmt sei, ob er unter ihn falle oder nicht.“ [GLA, 87]<sup>128</sup> Im übrigen erklärt Frege die Möglichkeit leerer Begriffe auch daraus, daß neue Begriffe mittels gegebener Merkmale bildbar sind: Spinoza irrt „in der Meinung, der Begriff könne nur durch Abstraktion von mehreren Gegenständen gewonnen werden. Vielmehr kann man auch von den Merkmalen aus zu dem Begriffe gelangen; und dann ist es auch möglich, daß kein Ding unter ihn fällt.“ [GLA, 62]

Umgekehrt garantiert das Fallen eines Gegenstands unter einen Begriff, daß die Merkmale dieses Begriffs einander nicht widersprechen.<sup>129</sup> Bemerkenswert ist dabei, daß aber nicht aus der Widerspruchsfreiheit eines Begriffes folgt, daß er nicht leer ist. Den Fehler einer bloß auf Widerspruchsfreiheit rekurrierenden formalen Theorie sieht Frege ausdrücklich darin, „daß sie die Widerspruchlosigkeit eines Begriffes als bewiesen annahm, wenn sich kein Widerspruch gezeigt hatte, und daß die Widerspruchlosigkeit eines Begriffes schon als hinreichende Gewähr für seine Erfülltheit galt.“ [GLA, 119] Genau hieran zeigt sich, daß Freges Intention nicht in der Begründung *formal* widerspruchsfreier Logik besteht,

<sup>127</sup> Über solche Begriffe erklärt Frege: „aber schaden können sie auch nichts, wenn man nur nicht voraussetzt, daß etwas unter sie falle; und das tut man durch den bloßen Gebrauch der Begriffe noch nicht.“ [GLA, 87]

<sup>128</sup> Frege erklärt explizit: „Dieser Anforderung genügen nun die einen Widerspruch enthaltenden Begriffe wie ‚sich selbst ungleich‘ durchaus; denn man weiß von jedem Gegenstande, daß er nicht unter ihn fällt.“ [GLA, 87]

<sup>129</sup> „Streng kann die Widerspruchlosigkeit eines Begriffes wohl nur durch den Nachweis dargelegt werden, daß etwas unter ihn falle.“ [GLA, 106]

sondern immer schon bestimmte, der Logik vorausgehende Annahmen (hier insbesondere ontologischer Art) zugrundelegt.

### 2.9.7 Existenz und Eindeutigkeit – Bestimmung von Gegenständen

Zum Abschluß meiner Untersuchungen will ich nun Freges Erklärungen in GLA zu den wesentlichen Unterschieden zwischen Begriffen und Gegenständen erörtern. Gegenstände unterscheiden sich von Begriffen gerade aufgrund der Existenz und Eindeutigkeit, was sich sprachlich durch die Berechtigung äußert, den bestimmten Artikel zu gebrauchen.<sup>130</sup> Diese Berechtigung ist nachzuweisen und kann nicht einfach gefordert werden.<sup>131</sup> Allerdings muß dieser Nachweis nicht empirisch (resp. durch Anschauung) erfolgen. Zwar garantiert die Anschauung, daß der Gegenstand existiert und eindeutig bestimmt ist, und stellt insofern eine hinreichende Bedingung dar, aber bewiesen werden müssen eben nur Existenz und Eindeutigkeit des Gegenstands. Jeder solche Beweis ist bereits hinreichend als Nachweis, daß das durch ein Zeichen Bedeutete ein Gegenstand ist.<sup>132</sup>

Wenn aber bloße Existenz und Eindeutigkeit bereits einen Gegenstand auszeichnen, dann wird hieraus verständlich, warum es Gleichungen zwischen Begriffen nicht geben kann: jede Gleichung drückt nämlich gerade die Übereinstimmung des durch die Gleichung aufeinander Bezogenen aus, was eben sowohl dessen Existenz als auch Eindeutigkeit voraussetzt.<sup>133</sup>

<sup>130</sup> Um diesen Unterschied deutlich zu machen, gibt Frege ein Beispiel „einer mangelhaften Unterscheidung der Begriffe von den Gegenständen. Nichts hindert uns, den Begriff ‚Quadratwurzel aus  $-1$ ‘ zu gebrauchen; aber wir sind nicht ohne weiteres berechtigt, den bestimmten Artikel davor zu setzen“ [GLA, 108].

<sup>131</sup> Vgl. in GLA ab §92 den Abschnitt „Andere Zahlen“ [GLA, 104 ff.]. In Bezug auf nicht-ganze Zahlen erläutert das Frege dort so: „wenn wir aber nur den Begriff einer solchen Zahl durch Merkmale bestimmen, wenn wir nur verlangen, daß die Zahl gewisse Eigenschaften habe, so bürgt nichts dafür, daß auch etwas unter den Begriff falle und unsern Anforderungen entspreche“ [GLA, 114].

<sup>132</sup> In §104 GLA erläutert das Frege am Beispiel von  $1000(1000^{1000})$ , bei dem klar ist, daß es „unmöglich ist, uns so viele Gegenstände vor das Bewußtsein zu führen; aber trotzdem ist  $1000(1000^{1000})$  ein Gegenstand, dessen Eigenschaften wir erkennen können, obwohl er nicht anschaulich ist.“ [GLA, 114] Daß es sich hier um einen Gegenstand handelt, wird allgemein bewiesen, „indem man bei der Einführung des Zeichens  $a^n$  für die Potenz zeigt, daß immer eine und nur eine positive ganze Zahl dadurch ausgedrückt wird“ [GLA, 114] – man beweist also Existenz und Eindeutigkeit.

<sup>133</sup> Dem Einwand, daß keine vollkommene Übereinstimmung ausgedrückt wird, hatte Frege vorgebeugt: „‚Dasselbe‘ scheint zwar eine vollkommene Übereinstimmung, gleich nur eine in dieser oder jener Hinsicht auszudrücken; man kann aber eine solche Redeweise annehmen, daß dieser Unterschied wegfällt, indem man z.B. statt ‚Die Strecken sind in der Länge gleich‘ sagt ‚Die Länge der Strecken ist gleich‘ oder ‚dieselbe‘“ [GLA, 76].

Da jede Gleichung ein Wiedererkennungsurteil für den jeweiligen Gegenstand ausdrückt,<sup>134</sup> ergibt sich hieraus insbesondere auch für beliebige neu einzuführende Zahlen (die ja Gegenstände sein sollen), daß deren Existenz und Eindeutigkeit durch das Aufweisen einer solchen Gleichung beweisbar ist. Folgerichtig fordert Frege für den Nachweis, daß bestimmte durch Definitionen eingeführte Zeichen tatsächlich Zahlen (also tatsächlich bestimmte Gegenstände) bedeuten: „einen Inhalt aufzusuchen, der in eine Gleichung verwandelt werden kann, deren Seiten dann eben die neuen Zahlen sind. Mit anderen Worten: wir müssen den Sinn eines Wiedererkennungsurteils für solche Zahlen festsetzen.“ [GLA, 114 f.] Die Gleichzahligkeit von Begriffen erfüllt nun als beurteilbarer Inhalt gerade diese Bedingung, daß sie sich auch als Gleichung ausdrücken läßt: „Die Möglichkeit, die unter einen Begriff F fallenden Gegenstände den unter einen Begriff G fallenden beiderseits eindeutig zuzuordnen, erkannten wir als Inhalt eines Wiedererkennungsurteils von Zahlen. Unsere Definition mußte also jene Möglichkeit als gleichbedeutend mit einer Zahlengleichung hinstellen.“ [GLA, 116]. Das Verfahren zur Gewinnung des Wiedererkennungsurteils für beliebige neu einzuführende Zahlen entspricht dabei genau dem Verfahren bei den Anzahlen. „Wenn wir ebenso wie dort verfahren, so werden uns die neuen Zahlen als Umfänge von Begriffen gegeben.“ [GLA, 115]

Wenn wir nun davon abstrahieren, daß für Frege dieses Verfahren zunächst insbesondere zur Einführung neuer Zahlen dient, dann kann man dasselbe Vorgehen auch als ein allgemeines Verfahren zur Bestimmung von Gegenständen beschreiben: Einem gegebenen Begriff wird durch eine beliebige Äquivalenzrelation ein (zu bestimmender) Gegenstand zugeordnet. Dieser Gegenstand ist dann bestimmt als derjenige Teilbereich bei der durch die Äquivalenzrelation bewirkten vollständigen Zerlegung auf dem Bereich der Begriffe, in dem der gegebene Begriff liegt. Dabei ist das so Bestimmte tatsächlich ein Gegenstand in dem von Frege in GLA explizierten Sinn (Existenz und Eindeutigkeit), weil aufgrund der Eigenschaften der vollständigen Zerlegung für jeden einzelnen Begriff genau ein solcher Teilbereich existiert, in dem dieser Begriff liegt.

Hiermit ist nun aber überhaupt ein allgemeines Verfahren gegeben, wie für beliebige Begriffe mittels einer Äquivalenzrelation eindeutig ein Gegenstand als Repräsentant festlegbar ist. Auch wenn Frege diese Konsequenz in dieser allgemeinen Form in GLA nicht zieht, zieht er sie doch in der konkreten Form, daß also jedem Begriff genau eine Anzahl zukommt.

Es bleibt festzuhalten, daß (durch vollständige Zerlegung gebildete) Teilbereiche vorgegebener Grundbereiche (im weitesten Sinne dieses Wortes, also nicht auf Klassen oder gar Mengen eingeschränkt) nach Freges Ausführungen in GLA

<sup>134</sup> „Es gibt nun eine Art von Sätzen, die für jeden Gegenstand einen Sinn haben müssen, das sind die Wiedererkennungssätze, bei den Zahlen Gleichungen genannt.“ [GLA, 116]

als Gegenstände aufzufassen sind, und zwar als nicht sinnlich wahrnehmbare und weder physikalische noch psychische Gegenstände, sondern als solche, „die unmittelbar durch die Vernunft gegeben sind“ [GLA, 115]. Solche durch die Vernunft gegebenen Gegenstände sind nur über Sätze der Sprache als Bedeutungen bestimmter Wörter zugänglich.<sup>135</sup> Mit der Auffassung von Teilbereichen als Gegenständen ist dann insbesondere auch vorbereitet, daß Mengen als Gegenstände aufgefaßt werden können – was uns wieder zu den Bedingungen der Russellschen Antinomie führt.

Zum Schluß will ich noch darauf verweisen, daß sich die durch die Vernunft (inhaltlich, also nicht formal) gegebenen Gegenstände sowohl von den durch sinnliche Wahrnehmung als auch von den durch geometrische Anschauung gegebenen unterscheiden. Wenn man dieses unmittelbare Gegebensein durch die Vernunft als logische Anschauung bezeichnet, dann sind also bereits in GLA drei Arten unterschieden, wie uns Gegenstände gegeben sein können (d.h. wie wir uns auf Gegenstände beziehen können): durch sinnliche Wahrnehmung, logische Anschauung und geometrische Anschauung. In GLA entscheidet sich Frege noch, solche Gegenstände der Arithmetik wie die Zahlen als durch logische Anschauung gegebene Gegenstände aufzufassen.<sup>136</sup> Später hat er aufgrund der Russellschen Antinomie diese Ansicht aufgegeben und in seinen letzten Arbeiten eine Begründung der Arithmetik auf der Grundlage der geometrischen Anschauung versucht.

Erstaunlich ist, daß Frege sich in GLA dafür entscheidet, die Zahl als die Gesamtheit der zu einem Begriff gleichzähligen Begriffe zu bestimmen und nicht als durch einen Repräsentanten dieser Gesamtheit, (also durch einen Begriff, dem diese Zahl zukommt) gegeben. Dadurch werden diese Gesamtheiten als Gegenstände etabliert, weil Zahlen als Gegenstände bestimmt worden sind. Wenn aber die Gesamtheit der unter einen Begriff fallenden Gegenstände selbst ein Gegenstand ist, dann ist also der Begriffsumfang, der für jeden Begriff bestimmt sein soll, ein Gegenstand. Dieser Gegenstand kann folgerichtig, da jedem Begriff eindeutig zugeordnet, diesen Begriff auch vertreten. Wir haben also bereits in GLA eine Eins-zu-eins-Abbildung von Begriffen auf Gegenstände vorliegen.

---

<sup>135</sup> „Die Zahl erschien so als wiedererkennbarer Gegenstand, wenn auch nicht als physikalischer oder auch nur räumlicher noch als einer, von dem wir uns durch die Einbildungskraft ein Bild entwerfen können. Wir stellten nun den Grundsatz auf, daß die Bedeutung eines Wortes nicht vereinzelt, sondern im Zusammenhange eines Satzes zu erklären sei, durch dessen Befolgung allein, wie ich glaube, die physikalische Auffassung der Zahl vermieden werden kann, ohne in die psychologische zu verfallen.“ [GLA, 116]

<sup>136</sup> Insbesondere „die Betrachtung der positiven ganzen Zahlen zeigte uns nun die Möglichkeit, die Einmischung von äußern Dingen und geometrischen Anschauungen ganz zu vermeiden, ohne jedoch in den Fehler der formalen Theorie zu verfallen.“ [GLA, 119]

## 2.10 Resultat der Untersuchung

### 2.10.1 Zuordnung von Begriff und Begriffsumfang als Ursache der Antinomie

Kehren wir nach all dem zum Ausgangspunkt meiner Untersuchung des Fregeschen Ansatzes und seiner Voraussetzungen zurück. Ich hatte behauptet, daß Freges Analyse der Bedingungen der Russellschen Antinomie im Nachwort zu GGA II durchaus brauchbar ist, wenn auch sein „way out“ die Antinomie nicht behebt. Nunmehr kann ich diese Behauptung so präzisieren, daß Freges Analyse ihn gerade zu derjenigen Annahme führt, die, wenn man Freges philosophische Voraussetzungen (so wie ich sie hier im Verlauf meiner Untersuchungen des Fregeschen Ansatzes herausgearbeitet habe) berücksichtigt, als einzige der Bedingungen der Antinomie tatsächlich in Frage gestellt werden kann. Diese Annahme ist die Zuordnung genau eines Gegenstands, nämlich des Begriffsumfangs, zu jedem Begriff. Ich werde das im folgenden begründen.

Frege gelangt in seiner Analyse der Antinomie unter Einbeziehung seiner philosophischen Voraussetzungen zu dem Schluß, „die Begriffsumfänge oder Klassen als Gegenstände im eigentlichen und vollen Sinne des Wortes anzuerkennen, zugleich aber einzuräumen, daß die bisherige Auffassung der Worte ‚Umfang eines Begriffes‘“ einer Berichtigung bedarf.“ [GGA II, 256] Die Notwendigkeit dieser Berichtigung ergibt sich für ihn aus folgendem Grund: „Falls allgemein bei jedem Begriff erster Stufe von dessen Umfange gesprochen werden darf, so kommt der Fall vor, daß Begriffe denselben Umfang haben, obwohl nicht alle Gegenstände, die unter den einen dieser Begriffe fallen, auch unter den anderen fallen.“ [GGA II, 260] Hieraus schließt Frege: „Damit ist aber der Begriffsumfang im hergebrachten Sinne des Wortes eigentlich aufgehoben.“ [GGA II, 260] – was natürlich heißt: im Sinne dessen, was Frege unter „Begriffsumfang“ versteht. Frege bringt die Konsequenz folgendermaßen auf den Punkt: daß „es gar nicht möglich ist, mit den Worten ‚der Umfang des Begriffes  $\Phi(\xi)$ ‘ einen solchen Sinn zu verbinden, daß allgemein aus der Gleichheit des Umfanges von Begriffen geschlossen werden könne, daß jeder unter den einen von ihnen fallenden Gegenstand auch unter den andern falle.“ [GGA II, 261]

Dieses Resultat der von Frege unternommenen Analyse der Antinomie läßt sich mit Hilfe der von mir bis hierher herausgearbeiteten Bestimmungen des Fregeschen Ansatzes sehr einfach reformulieren: Die Abbildung jedes Begriffs auf genau einen Gegenstand (den Begriffsumfang) ist nicht eindeutig möglich. Das heißt aber nichts anderes als: Nicht jeder Begriff kann eineindeutig durch einen Gegenstand repräsentiert werden.

Die Ursache hierfür ist zunächst ganz trivial. Es gibt nämlich einfach mehr mögliche Begriffe als Gegenstände. Genauer: Die Mächtigkeit des Bereichs aller bildbaren Begriffe ist größer als die Mächtigkeit des Bereichs aller Gegenstände. Das läßt sich leicht nachweisen. Hierzu setze ich als bekannt voraus, daß die Po-

tenzmenge, d.i. die Menge aller Teilmengen einer Menge, eine größere Mächtigkeit als die Menge hat, deren Potenzmenge sie ist.<sup>137</sup> Ist die Gesamtheit aller Gegenstände gegeben, dann hat dementsprechend die Gesamtheit aller bildbaren Teilbereiche eine größere Mächtigkeit als die Gesamtheit der Gegenstände selbst. Durch jeden dieser Teilbereiche wird aber nun ein Begriff bestimmt, unter den nämlich sämtliche in diesem Teilbereich enthaltenen Gegenstände und nur diese fallen. Weil sich nun zwei Begriffe dann unterscheiden, wenn nicht dieselben Gegenstände unter sie fallen, bestimmt folglich jeder der Teilbereiche einen Begriff, der verschieden ist von jedem durch einen anderen Teilbereich bestimmten Begriff. Also muß die Mächtigkeit der Gesamtheit aller Begriffe mindestens so groß sein wie die Mächtigkeit der Potenzmenge und damit zwangsläufig größer sein als die Mächtigkeit der Menge aller Gegenstände selbst. Deshalb gibt es schlicht nicht genügend Gegenstände, um jedem Begriff eins-zu-eins einen Gegenstand zuzuordnen.<sup>138</sup>

Die Antinomie wird demnach tatsächlich durch Axiom V der Grundgesetze ausgelöst, weil hierdurch gerade die Gleichheit der Umfänge zweier Begriffe genau dann festgelegt wird, wenn unter diese Begriffe dieselben Gegenstände fallen.<sup>139</sup> Und Frege erkennt auch völlig richtig, daß nur (Vb) das eigentliche Problem darstellt, weil nämlich gerade dadurch die Gleichheit zweier Begriffe hinsichtlich der unter sie fallenden Gegenstände aus der Gleichheit der Begriffsumfänge geschlossen wird.<sup>140</sup> Da aber aufgrund der größeren Mächtigkeit der Gesamtheit aller Begriffe die Abbildung jedes Begriffs auf genau einen Gegenstand (Begriffsumfänge) nicht eindeutig sein kann, ist dieser Rückschluß nicht zulässig. Deshalb erklärt Frege zurecht: „Der Umwandlung der Allgemeinheit einer Gleichheit in eine Wertverlaufsgleichheit steht nichts im Wege; nur die umgekehrte Umwandlung ist als nicht immer erlaubt nachgewiesen.“ [GGA II, 257]

Frege hat also unter Beibehaltung sämtlicher Voraussetzungen seines logischen Ansatzes tatsächlich in seiner Analyse der Antinomie den Punkt gefunden,

<sup>137</sup> Auf den leicht zu führenden Nachweis hierfür verzichte ich und verweise statt dessen auf die Erklärungen in [Mangoldt/Knopp 1979, IV, 78f.].

<sup>138</sup> Auf das Mächtigkeitsproblem und die daraus folgende Unmöglichkeit einer Eins-zu-eins-Abbildung weisen u.a. Shapiro und Weir in ihrem Artikel „New V, ZF and Abstraction“ hin: „Of course, Axiom V requires that there be too many extensions. A version of Cantor’s theorem – that there is no one-to-one association of properties with objects – can be derived in pure second-order logic.“ [Shapiro/Weir 1999] Auch Wehmeier verweist unter Bezug auf Cantor auf die fehlende Injektivität der Zuordnung von Gegenstände zu Begriffen, „which may be paraphrased by saying that there are too few individuals“ [Wehmeier 1999, 310].

<sup>139</sup> Grundgesetz (V) läßt sich als  $\exists f(\epsilon)=\exists g(\epsilon) \leftrightarrow f(a)=g(a)$  formalisieren, vgl. auch „2.2.1 Formale Rekonstruktion der Herleitung der Antinomie“ [S. 26ff. dieser Arbeit].

<sup>140</sup> Grundgesetz (Vb) läßt sich in diesem Sinne als  $f(a)=g(a) \leftarrow \exists f(\epsilon)=\exists g(\epsilon)$  formalisieren, vgl. auch „2.2.1 Formale Rekonstruktion der Herleitung der Antinomie“ [S. 26ff. dieser Arbeit].

der unter diesen Bedingungen die Antinomie ausgelöst hat, nämlich die Zuordnung eines Begriffsumfangs als Gegenstand zu jedem Begriff.

### *2.10.2 Mögliche Konsequenzen des Verzichts auf gewisse Voraussetzungen Freges*

Ich habe gezeigt, daß unter Beibehaltung der Freges logischem Ansatz zugrundeliegenden philosophischen Voraussetzungen die Antinomie gerade durch die Eins-zu-eins-Zuordnung von Begriffen und Gegenständen ausgelöst wird. Hieraus ergibt sich nun die Frage, wie die Antinomie unter Berücksichtigung dieser Bedingungen vermieden werden kann. Ich frage hier nicht einfach nach einer weiteren möglichen Vermeidungsstrategie, sondern nach Voraussetzungen Freges, die aufgebbar sind, sowie den dadurch zu erwartenden Änderungen des Gesamtkonzepts. Dabei will ich nicht selbst eine Entscheidung vorgeben, sondern vielmehr allgemein die Bedingungen und die Konsequenzen umreißen, die mit den jeweiligen Voraussetzungen zusammenhängen.

Insgesamt habe ich damit nicht mehr, aber auch nicht weniger geleistet, als für die konkrete Entscheidung bei der Realisierung einer universalen Enzyklopädie aus einer philosophischen und logischen Perspektive heraus Hinweise darauf zu geben, welche Voraussetzungen u.a. dazu beitragen, Antinomien auszulösen. Auch wenn diese Hinweise nicht umfassend genug sind, Antinomien immer zu vermeiden, hilft doch die konkrete Kenntnis möglicher Voraussetzungen zumindest bei der Überprüfung des Repräsentationssystems auf mögliche Bedingungen für Antinomien.

Das naheliegendste wäre es, gerade die Eins-zu-eins-Zuordnung von Begriffen und Begriffsumfängen vollständig fallen zu lassen. Aber die Eins-zu-eins-Zuordnung hatte sich doch als Konsequenz aus Freges Voraussetzungen ergeben. Wie soll man sich hierzu verhalten?

Ich will zunächst kurz eine Auswahl der von mir im Verlauf meiner Erörterungen herausgehobenen Voraussetzungen der Fregeschen Logik zusammenstellen. Zu diesen Voraussetzungen gehören u.a.: daß Begriffe und Gegenstände objektiv sind und insofern den gleichen ontologischen Status haben, daß es die prädikative Beziehung und immer etwas sich prädikativ Verhaltendes gibt, daß es eine Dualität von Funktionen (insbesondere Begriffen und Beziehungen) und Gegenständen gibt, daß Begriffe widersprüchliche Merkmale haben und leer sein können, daß die Existenz eines Gegenstands die Widerspruchsfreiheit seiner Eigenschaften garantiert, daß Begriffe scharf begrenzt sind, daß die Bedeutung eines Ausdrucks eine Entität ist, daß die Bedeutung eines Ausdrucks nicht notwendig bekannt sein muß, daß der logische Status eines Gegenstands unabhängig von seinem Gegebensein ist, daß Stellvertreter für sinnlich nicht Wahrnehmbares und für Entitäten erforderlich sind, sowie daß Klassen einzelne Gegenstände sind.

Betrachten wir diese Voraussetzungen genauer. Ich will dabei die Voraussetzungen weniger bewerten, als vielmehr versuchen zu erläutern, welche Konsequenzen sich aus ihnen für das Projekt einer Repräsentation von Wissen in einer universalen Enzyklopädie ergeben.

Die Objektivität von Gegenständen, Begriffen, Gedanken ist eine Konsequenz aus der Annahme, daß es so etwas wie objektives Wissen oder eben einen gemeinsamen Schatz von Gedanken der Menschheit geben kann.<sup>141</sup> Diese Annahme ist die Voraussetzung der Repräsentation von Sachverhalten in der universalen Enzyklopädie.<sup>142</sup> Der Verzicht auf diese Objektivität insbesondere der Begriffe und Gedanken führt zwangsläufig dazu, daß das auf dieser Annahme beruhende Projekt einer universalen Enzyklopädie hinfällig ist, zumindest, wenn darin nicht nur Gegenstände katalogisiert, sondern Sachverhalte erfaßt werden sollen. Ein Verzicht auf diese Objektivität könnte also statt zu einer Enzyklopädie zu einem ganz anderen Projekt, nämlich dem eines Lexikons führen.

Die Gleichheit des ontologischen Status von Begriffen (bzw. Funktionen überhaupt) und Gegenständen ist zunächst eine Konsequenz aus ihrer Objektivität. Aber nicht unerwähnt soll bleiben, daß Frege gerade mit dem Übergang vom Subjekt-Prädikat-Verhältnis der klassischen Logik zum Funktion-Gegenstand-Verhältnis (bei dem Funktion und Gegenstand gerade auf derselben Ebene bleiben) einen Schritt getan hatte, der u.a. die Logik von ihren psychologischen Präsumtionen befreien sollte.<sup>143</sup> Jeder Verzicht auf diese Gleichheit des ontologischen Status wird daher zumindest wieder die Frage nach der Objektivität von Begriffen, aber auch Gedanken aufwerfen und damit Problemfelder aufreißen, wie sie in der analytischen Philosophie des Geistes diskutiert werden. Daher führt der Verzicht auf diese Gleichheit des ontologischen Status zu Modellen, die

---

<sup>141</sup> Vgl. zur Objektivität von Gedanken insbesondere Freges Aufsatz „Der Gedanke“. Frege erklärt dort: „Nicht alles ist Vorstellung. So kann ich denn auch den Gedanken als unabhängig von mir anerkennen, den auch andere Menschen ebenso wie ich fassen können. Ich kann eine Wissenschaft anerkennen, an der viele sich forschend betätigen können. Wir sind nicht Träger der Gedanken, wie wir Träger unserer Vorstellungen sind. Wir haben einen Gedanken, nicht, wie wir etwa einen Sinneseindruck haben; wir sehen aber auch einen Gedanken nicht, wie wir etwa einen Stern sehen. [...] Beim Denken erzeugen wir die Gedanken nicht, sondern wir fassen sie.“ [GED, 74]

<sup>142</sup> Frege erklärt den Zusammenhang zwischen der Objektivität von Gedanken und Tatsachen (Sachverhalten): „Eine Tatsache ist ein Gedanke, der wahr ist. Als sichere Grundlage der Wissenschaft aber wird der Naturforscher sicher nicht etwas anerkennen, was von den wechselnden Bewußtseinszuständen von Menschen abhängt. Die Arbeit der Wissenschaft besteht nicht in einem Schaffen, sondern in einem Entdecken von wahren Gedanken.“ [GED, 74]

<sup>143</sup> Vgl. u.a. Freges Erklärungen in BG: „Das Wort ‚Begriff‘ wird verschieden gebraucht, teils in einem psychologischen, teils in einem logischen Sinne, teils vielleicht in einer unklaren Mischung von beiden. [...] Ich habe mich dafür entschieden, einen rein logischen Gebrauch streng durchzuführen.“ [BG, 192]

in der KI-Forschung diskutiert werden und eher die Möglichkeit der Realisierung von Denken durch Computer als die Repräsentation von Wissen betreffen.<sup>144</sup>

Daß es nun immer etwas sich prädikativ verhaltendes geben muß, hängt, wie ich gezeigt habe, u.a. mit der Annahme zusammen, daß die Verbindung von Teilen denselben ontologischen Status wie die Teile selbst hat. Diese Annahme führt also auch wieder auf den gleichen ontologischen Status von Funktionen (Begriffen, Beziehungen) und Gegenständen zurück. Damit hängt dann natürlich auch die Frage nach der Objektivität der Verbindung von Elementen zu Klassen bzw. Mengen zusammen. Verzichtet man auf diese Voraussetzung der prädikativen Beziehung, dann führt das dazu, nur noch Gegenstände als repräsentierbar anzunehmen. Damit gelangt man aber zum Projekt eines Katalogs, in dem jeder Gegenstand für sich aufgelistet ist, Beziehungen der Gegenstände jedoch nicht erfaßt werden.

Die Dualität von Funktionen und Gegenständen hängt zum einen mit der Annahme zusammen, daß es etwas sich prädikativ verhaltendes geben muß. Zum zweiten hat Frege damit eine sehr weite Fassung dessen erreicht, was überhaupt Gegenstand sein kann, nämlich im Prinzip alles, was sich nicht prädikativ (also nicht als Verbindung) verhält, d.h. alles, was keine Funktion ist. Wenn man demnach diese Dualität zugunsten von mehr als zwei Sorten von Entitäten aufgibt, dann ist man grundsätzlich zu mehreren Fallunterscheidungen gezwungen, wie sich in der Diskussion der für Frege nicht akzeptablen Auswege aus der Antinomie gezeigt hatte. Dadurch verkompliziert sich natürlich auch das Problem der praktischen Realisierung der universalen Enzyklopädie enorm. Unter Verzicht auf die Voraussetzung der Dualität müssen demnach auch die auf der Basis der simplen Unterscheidung von Begriff und Gegenstand basierenden vier Möglichkeiten für Repräsentationssysteme durch kompliziertere Systeme ersetzt werden. An dieser Voraussetzung entscheidet sich also, ob eine universale Enzyklopädie überhaupt in einer einfachen Form realisierbar ist.

Zum dritten schließlich hängt die Dualität von Funktionen (hier insbesondere Begriffen) und Gegenständen offensichtlich mit der gleichzeitigen Annahme zweier anderer Voraussetzung zusammen, nämlich der, daß es Begriffe geben muß, die widersprüchliche Merkmale haben und leer sein können, sowie der, daß die Existenz eines Gegenstands die Widerspruchsfreiheit seiner Eigenschaften garantiert. Gelten nämlich die letzten beiden Voraussetzungen gleichzeitig, dann müssen zumindest bestimmte Begriffe und Gegenstände wesentlich voneinander unterschieden sein.<sup>145</sup> Damit ist dann aber auch die Möglichkeit ver-

---

<sup>144</sup> Vgl. hierzu [Searle 1992].

<sup>145</sup> Frege deutet diesen Zusammenhang in der Einleitung zu GGA I wie folgt an: „Wenn nun die Merkmale den Bestand des Begriffes ausmachen, nicht die unter den Begriff fallenden Ge-

sperrt, daß man die Dualität zugunsten einer einzigen Sorte von Entitäten aufgeben könnte.

Ein Grund für die Voraussetzung der Möglichkeit leerer Begriffe ist, daß nicht immer von vornherein gesichert werden kann, daß Begriffe so gebildet sind, daß auch Gegenstände unter sie fallen. Ein anderer Grund ergibt sich indirekt daraus, daß Wissenschaftler zunächst Fragen und Hypothesen formulieren müssen, bevor sie nach Beweisen suchen, und die dadurch ausgedrückten Gedanken auch dann als objektiv zu betrachten sind, wenn sie falsch sind.<sup>146</sup> Außerdem ist es möglich, daß sich entweder ein bestimmter Sachverhalt oder aber das Wissen über diesen Sachverhalt ändert. Dadurch können sich im nachhinein Gedanken als falsch oder Begriffe als leer herausstellen. Wird also diese Voraussetzung fallengelassen, dann läuft das auf die Repräsentation ausschließlich wahrer Gedanken und nichtleerer Begriffe hinaus. Während das zunächst den Intentionen einer universalen Enzyklopädie gemäß zu sein scheint, läßt sich damit aber gerade die fortschreitende Entwicklung von Wissen nicht mit berücksichtigen. Der Verzicht auf diese Voraussetzung führt also eher zu einer Bestandsaufnahme des gegenwärtigen Wissensstands als zu einer Enzyklopädie, die offen für die Weiterentwicklung des Wissens ist.

Die Voraussetzung, daß die Existenz eines Gegenstands die Widerspruchsfreiheit seiner Eigenschaften garantiert, hängt mit zwei grundsätzlichen Fragestellungen zusammen. Zum einen hängt gerade hieran die Frage, ob sich die Logik nach dem Sein oder das Sein nach der Logik richten muß. Zum anderen aber ist hiermit prinzipiell die Frage gestellt, ob Logik widerspruchsfrei sein muß. In jedem Fall führt das Fallenlassen dieser Voraussetzung dazu, daß Erörterungen über die Rationalität von Wissen erforderlich sind, anhand derer überhaupt erst über die Frage nach der Möglichkeit von Wissensrepräsentation entschieden werden kann.

Daß nun Begriffe scharf begrenzt sind, daß also für jeden Gegenstand eindeutig bestimmt ist, ob er unter den Begriff fällt, wird von Frege immer wieder als eine wesentliche Voraussetzung betont. Tatsächlich hängt davon die Möglichkeit ab, Begriffe eindeutig durch die unter sie fallenden Gegenstände zu bestimmen. Wird diese Voraussetzung fallengelassen, dann ändert sich damit

---

genstände, so hat ein leerer Begriff gar keine Schwierigkeiten und Bedenken gegen sich. Freilich kann dann nie ein Gegenstand zugleich Begriff sein“ [GGA I, 3].

<sup>146</sup> Vergleiche hierzu Freges Ausführung darüber, daß auch falsche Gedanken seiend sein müssen, in „Die Verneinung“: „Das Sein eines Gedankens besteht also nicht in seinem Wahrsein. Wir müssen Gedanken in diesem Sinne anerkennen, weil wir in der wissenschaftlichen Arbeit Fragen brauchen; denn der Forscher muß sich zuweilen damit begnügen, einen Gedanken zu fassen. [...] Gedanken, die sich vielleicht später als falsch herausstellen, haben ihre Berechtigung in der Wissenschaft und dürfen nicht als nicht seiend behandelt werden.“ [VN, 145]

grundlegend das Prinzip der Repräsentation, weil dann eindeutige Abbildungen zwischen Begriffen und Gegenständen nicht mehr möglich sind. Mögliche Repräsentationssysteme könnten dann z.B. auf unscharfen Mengen basieren, wie sie in der Fuzzy-Logic üblich sind. Allerdings wäre hierfür das Problem adäquater Festlegungen hinsichtlich der unscharfen Mengen zu lösen. Andere Repräsentationssysteme könnten klassisch Abbildungen zwischen Gegenständen und Begriffen verwenden, aber auf die Eindeutigkeit von Abbildungen verzichten. Beide Möglichkeiten beschwören aber prinzipielle Fragen nach dem Charakter von Wissen und Rationalität herauf, deren Beantwortung darüber entscheidet, ob es überhaupt so etwas wie eine universale Enzyklopädie geben kann.

Die Voraussetzung, daß die Bedeutung eines Ausdrucks eine Entität ist, hängt ebenso wie die Voraussetzungen, daß die Bedeutung eines Ausdrucks nicht notwendig bekannt sein muß und daß der logische Status eines Gegenstands unabhängig von seinem Gegebensein ist, wieder mit der bereits erörterten Objektivität von Wissen zusammen. Werden diese Voraussetzung fallen gelassen, dann ergeben sich damit all die Möglichkeiten, die die analytische Philosophie im 20. Jahrhundert (Russell, Husserl, Wittgenstein, Carnap, Quine und viele andere) diskutiert hat. Wenn aber die Bedeutung eines Ausdrucks keine Entität ist oder z.B. die Art des Gegebenseins wesentlich für einen Gegenstand ist, dann stellt sich gerade damit wieder die prinzipielle Frage, ob das Unternehmen einer Repräsentation von Wissen in einer universalen Enzyklopädie, in der Gegenstände, Begriffe, Gedanken repräsentiert werden sollen, überhaupt realisierbar sein kann. Meines Erachtens würde das Fallenlassen dieser Voraussetzungen eher zum Projekt einer vollständigen Sprachdatenbank führen, in der sämtliche bildbaren und sinnvoll interpretierbaren Sätze sämtlicher Sprachen erfaßt werden würden – wobei selbst die Realisierbarkeit dieses Projekts davon abhinge, wie weit überhaupt die von verschiedenen Individuen verwendeten Interpretationen sprachlicher Ausdrücke miteinander vergleichbar sind.

Die Voraussetzungen Freges über die Notwendigkeit von Stellvertretern (für nicht sinnlich Wahrnehmbares, für Entitäten und insbesondere für Begriffe) hängen stark mit seinen Überzeugungen hinsichtlich Erkenntnistheorie, Sprache und Logik zusammen. Doch auch wenn man diese Überzeugungen nicht teilt, bleibt doch die all diesen Voraussetzungen über Stellvertreter gemeinsame Notwendigkeit, etwas, was nicht direkt zugänglich ist, indirekt vermittels Repräsentanten zugänglich zu machen.<sup>147</sup> Gerade darauf beruht ja insgesamt auch das Bedürfnis nach einer Repräsentation von Wissen in einer universalen Enzyklopädie. Wäre nämlich das Denken jedes Menschen jedem anderen Menschen di-

---

<sup>147</sup> Ein typisches Beispiel hierfür sind Freges Erklärungen in „Logik in der Mathematik“ (1914): „Der Gedanke ist nicht sinnlich wahrnehmbar; aber wir geben ihm im Satze einen hörbaren oder sichtbaren Vertreter.“ [NS, 223]

rekt zugänglich, dann wäre dieses Projekt überflüssig. Aber auch im einzelnen ergeben sich immer wieder Umstände, unter denen Repräsentanten benötigt werden.

Während der Wegfall jeder der vorher erörterten Voraussetzungen aber das Projekt einer universalen Enzyklopädie zumindest hat fraglich werden lassen, haben wir meines Erachtens allerdings nun mit den Voraussetzungen über Stellvertreter wie auch mit der Voraussetzung, daß Klassen einzelne Gegenstände sind, gerade diejenigen der Voraussetzungen Freges, die zwar nicht prinzipiell fallengelassen werden, aber doch in ihrer konkreten Festlegung variiert werden können, ohne damit das Projekt einer universalen Enzyklopädie grundsätzlich in Frage zu stellen. Diese Variationsmöglichkeiten bestehen nämlich gerade in der Festlegung auf eine der vier Möglichkeiten eines Repräsentationssystems für Begriffe und Gegenstände. Freges System realisiert mit der Eins-zu-eins-Abbildung von Begriffen durch Begriffsumfänge nur eine dieser Varianten.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten: Jedes Repräsentationssystem für die universale Enzyklopädie, das all die Fregeschen Voraussetzungen beibehält, durch deren Wegfall das Projekt der universalen Enzyklopädie sonst fraglich werden würde, und das zusätzlich ebenfalls Begriffe eins-zu-eins durch Gegenstände abbildet, läuft Gefahr, daß ebenfalls Antinomien auftauchen können.<sup>148</sup> Vermeidbar ist das bei Beibehaltung der Eins-zu-eins-Abbildung meines Erachtens höchstens dadurch, daß die Annahme fallengelassen wird, daß Klassen Gegenstände sind. Allerdings wäre dann zu prüfen, wie Klassen in dem Falle überhaupt im System repräsentiert werden können.

Ich werde im zweiten Teil dieser Dissertation nun am Beispiel der Lambertschen Begriffslogik zeigen, daß durchaus auch andere der vier Möglichkeiten von Repräsentationssystemen für die Realisierung der universalen Enzyklopädie fruchtbar sein können, und daher die antinomieträchtige Eins-zu-eins-Abbildung von Begriffen durch Gegenstände durchaus verzichtbar ist.

---

<sup>148</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden: Eine Eins-zu-Eins-Abbildung ist immer dann nicht möglich, wenn (wie bei Frege) weniger Gegenstände (nicht nur speziell Begriffsumfänge) als Begriffe vorhanden sind. Also: Entweder wird festgelegt, daß mindestens genauso viele Gegenstände wie Begriffe vorhanden sind – das geht aber gerade nicht unter Beibehaltung der spezifischen Fregeschen Verhältnisse zwischen Begriffen und Gegenständen, d.h. dann müßten Gegenstände und Begriffe unabhängiger voneinander sein. Oder aber es kommt zwangsläufig zu Mehrdeutigkeiten bei der Abbildung. – Ganz deutlich: Es gibt bei Frege mehr Begriffe als Gegenstände, nicht nur mehr Begriffe als Begriffsumfänge.

## 3 Lambert: Erweiterbares System von Begriffsmengen

### 3.1 Vorliegende Literatur zu Lambert

Nachdem ich mit der Untersuchung der Bedingungen der Russellschen Antinomie auf mögliche Probleme der Repräsentation von Wissen aufmerksam gemacht habe, werde ich nunmehr gerade die Möglichkeiten der Repräsentation von Wissen diskutieren. Hierfür eignet sich das von Lambert entworfene Begriffssystem deshalb besonders gut, weil es sich als prinzipiell offen gegenüber der fortschreitenden Entwicklung von Wissen erweist.

Mit dem von mir im folgenden vorgelegten Versuch einer mengentheoretischen Rekonstruktion des Lambertschen Kalküls betrete ich in gewissem Sinne Neuland. Da ich damit so sehr von den gängigen Interpretationen insbesondere des Lambertschen Neuen Organons (NO) abweiche, scheint es mir unumgänglich, meinen eigenen Erklärungen eine kurze Kritik der in der Literatur bisher vorliegenden Interpretationen voranzustellen. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit habe ich hierfür nur einige wenige, mir aber signifikant erscheinende Interpretationen herausgegriffen.

#### 3.1.1 *Tradierte Vorurteile gegenüber der Logik des 18. Jahrhunderts*

Die Logik im 18. Jh. in Deutschland wird in der philosophie- wie auch der logik-historiographischen Literatur als wesentlich durch Leibnizsche Ideen, in der Vermittlung durch Christian Wolff, bestimmt beschrieben. Im allgemeinen werden dabei rationalistisch-wissenschaftliche Systeme von popularphilosophischen unterschieden. Dieser Unterscheidung liegt offenbar die Frage nach dem Zweck der logischen Theorie zugrunde: entweder ist sie an den Erfordernissen theoretischer Wissenschaften orientiert oder aber an den praktischen Bedürfnissen aufklärerischer Erziehung. Diesem Schema folgend werden die erkenntnis- und anwendungsorientierten sogenannten „Vernunftlehren“ von den formal orientierten logischen Werken abgesondert.

Aussagen der heutigen historiographischen Literatur über die Logik im 18. Jahrhundert finden sich dabei oft in erstaunlich ähnlicher Form bereits in älteren Historiographien. Dabei werden Vorurteile der Art tradiert, daß die Logik des 18. Jahrhunderts als wenig fruchtbar für die Gesamtentwicklung der Logik und als bloße Übergangsform erscheint. Hier wirken offensichtlich vor allem die in Kant-scher Tradition stehenden Historiographen nach, in deren Darstellung des Kant-schen Systems die unmittelbar vor diesem liegenden philosophischen und logischen Systeme sowohl verblässen als auch als in jenem aufgegangen erscheinen.

Ein typisches Beispiel für solche auf Kant zielenden Darstellungen ist die Wertung der Lambertschen Logik durch Rosenkranz. Nach der Darstellung von

Rosenkranz erfaßte Lambert in seinen Untersuchungen zu den Begriffen dasjenige nur instinktiv, was erst Kant wirklich auf eine theoretische Basis stellte: „Das Wesentliche bei Lambert war der richtige Instinkt, die Begriffe an und für sich untersuchen zu wollen, sie nicht bloß als *Prädikate* des schon immer vorausgesetzten Begriffs der Dingheit zu nehmen. Aber, ohne eine schöpferische Totalität in sich zu tragen, marterte er sich noch mit einer Menge von kleinen Gedanken herum.“ [Rosenkranz 1987, 50]

Solche Historiographen hingegen, die vorrangig an der Entwicklung der heutigen mathematisierten Form der Logik interessiert sind, sehen die Logik des 18. Jahrhunderts nur als Durchgangsstadium an – von der Forderung Leibnizens nach einer logischen Rechnung und einer allgemeinen Zeichensprache hin zur mathematischen Logik, wie sie sich seit dem 19. Jahrhundert entwickelt hat. Bocheński z.B. ordnet die Versuche von Lambert und Ploucquet, einen Begriffskalkül zu konstruieren, nur dem Aspekt der mathematischen Logik unter (vgl. [Bocheński 1996]). Dabei werden insbesondere die „Vernunftlehren“ als letzte Konkurrenten zur sich durchsetzenden mathematischen Logik betrachtet. So ist z.B. laut Heinrich Scholz „im 18. Jahrhundert auf deutschem Boden der *Logik* noch einmal ein ernster Konkurrent entgegengetreten: die *Vernunftlehre* oder *Vernunftkunst*.“ [Scholz 1967, 10] Logische Ansätze, die nicht an der mathematischen Methode orientiert sind, werden entweder ignoriert oder als philosophisch orientiert und damit für die Logikentwicklung irrelevant bewertet. Aus dieser Perspektive spielen dann logische Ansätze wie der Lambertsche nur eine marginale Rolle, wie sich sehr schön an Dumitriu „History of Logic“ zeigen läßt. Dumitriu handelt nämlich die Logik des 18. Jahrhunderts unter der Überschrift „Logic from Leibniz to Kant“ ab, wobei er in einem Kapitel die Zeitgenossen von Leibniz, im nächsten Kapitel die Anhänger und Gegner von Wolff, und erst im folgenden Kapitel alle übrigen Logiker dieser Periode, darunter auch Lambert, erwähnt – diese werden dann allerdings auf nicht einmal einer ganzen Seite benannt (vgl. [Dumitriu 1977, 135–162]).

Doch natürlich gibt es in der vorliegenden Literatur auch Autoren, die durchaus ernsthaft die Ansätze in der Logik des 18. Jahrhunderts und insbesondere dann den Lambertschen Ansatz diskutiert haben. Auf einige dieser Autoren will ich im folgenden exemplarisch genauer eingehen.

### 3.1.2 Wilhelm Risses Standardwerk „Die Logik der Neuzeit“

Eine der ausführlichsten und gründlichsten Historiographien der Logik im deutschsprachigen Raum bis 1780 hat Risse vorgelegt [Risse 1970]. Risse bestimmt als das „tiefere Anliegen dieser Logik, eine universal anwendbare praktisch orientierte Denk- und Urteilslehre zu sein“ [Risse 1970, 5], und verweist auf

die „historische Fruchtbarkeit dieser Denkweise“ [Risse 1970, 6].<sup>149</sup> Andererseits bemerkt er die wachsende Bedeutung der Idee der mathematischen Methode, deren Ziel aber vielfach nicht in der formalistischen Darstellung, sondern in der Einbeziehung inhaltlichen Wissens in die Logik bestehe.<sup>150</sup> Diese beiden Arten von Logik stellen für ihn als komplementäre die Gesamtheit der Erscheinungsformen ein- und derselben Denkweise dar.<sup>151</sup> Logik dieser Zeit wird von ihm als „Kunst des rechten, durch keine falsch verstandenen formalen Regeln gehemmten vernünftigen Denkens“ [Risse 1970, 5] bestimmt.

Daraus ergeben sich für Risse dann auch die gemeinsamen wesentlichen Kennzeichen der fünf von ihm unterschiedenen Schulrichtungen in der Logik dieser Zeit:<sup>152</sup> „1. Die Logik wird weniger nach formalen als nach erkenntnistheoretischen Gesichtspunkten ausgerichtet. 2. Im Mittelpunkt der Philosophie steht das Ich. 3. Aristoteles samt der gesamten ihm folgenden Tradition verliert an Bedeutung.“ [Risse 1970, 13] Die im deutschsprachigen Raum wichtigen logischen Theorien finden sich innerhalb dieser Schulrichtungen einerseits unter den „rationalistischen Systemen“ und andererseits unter der „deutschen Aufklärung“, insbesondere der „Popularphilosophie“ wieder.

Risse möchte dabei Lamberts logisches System in die „rationalistischen Systeme“ (als eine der von ihm proklamierten fünf Hauptlinien logischer Entwicklung) einordnen. Die von Leibniz aufgebrachte Idee des Kalküls erscheine bei Lambert, Holland und Ploucquet wieder (vgl. [Risse 1970, 268]), wobei Lambert das „Anliegen, eine mathematische Logik auf philosophischem Fundament zu errichten“ [Risse 1970, 268], am besten verstanden habe. Allerdings seien dabei

<sup>149</sup> „Denn gerade die über den bloßen Formalismus hinausgehende Anwendbarkeit der Logik auf die Gesamtheit rationalen Denkens verleiht ihr nach Meinung jener Zeit ihre universale Berechtigung. Und die Hinzunahme erkenntnistheoretischer, metaphysischer und psychologischer Fragen zu solchen der eigentlichen formalen Logik gibt deren dürrem Gerippe, bildlich gesprochen, erst Leib und Seele.“ [Risse 1970, 6]

<sup>150</sup> „Andererseits gewinnt im 17. und 18. Jh. die Idee der mathematischen Methode eine immer größere Bedeutung. [...] Insofern dient die sog. mathematische Methode jener Zeit vielfach dazu, inhaltliches Wissen in die Logik einzubeziehen, statt sie rein formalistisch darzustellen.“ [Risse 1970, 6]

<sup>151</sup> „Insofern können die erkenntnistheoretisch-metaphysischen Elemente dieser Logik und die Idee der mathematischen Methode als komplementär verschiedene Erscheinungsformen ein und derselben Denkweise angesehen werden.“ [Risse 1970, 6]

<sup>152</sup> Diese fünf Schulrichtungen sind nach Risse: „1. die rationalistische Lehre der Cartesianer, einschließlich der aus ihr hervorgegangenen Versuche einer Neugestaltung der Logik aus dem Geist und mit den Mitteln der Mathematik, 2. die fortbestehende Scholastik, 3. die unbedeutenden sog. Aristoteliker, 4. die vorwiegend erkenntnistheoretische Richtung der englischen Empiristen und Rationalisten, 5. die sog. Aufklärer in Frankreich und Deutschland.“ [Risse 1970, 12f.]

die leibnizschen Entwürfe unbekannt gewesen, woraus Risse erhebliche Unterschiede zu Leibniz erklärt.<sup>153</sup>

Die nur ideen- bzw. wirkungsgeschichtliche Betrachtung der Logik im 18. Jahrhundert führt nun allerdings bei Risse dazu, daß der tatsächliche Verlauf der Entwicklung der Logik so uminterpretiert wird, daß dieser durch das von Risse der Darstellung vorausgesetzte Resultat dieser historischen Entwicklung bestimmt erscheint. Ein typisches Beispiel hierfür findet sich bei Risse, wenn er versucht, ohne Rücksicht auf die Reihenfolge der Entstehung der Lambertschen Werke den von ihm behaupteten Übergang vom psychologistischen erkenntnistheoretischen Begriffsverständnis Lamberts über die graduell formale Merkmalstheorie zur mathematisch formulierten Logik zu zeigen.<sup>154</sup>

### 3.1.3 Gereon Wolters' „Basis und Deduktion“

Eine der kenntnisreichsten Analysen der Lambertschen Philosophie und Logik dürften die 1977 von Gereon Wolters unter dem Titel „Basis und Deduktion“ vorgelegten „Studien zur Entstehung und Bedeutung der Theorie der axiomatischen Methode bei J. H. Lambert“ sein. Der darin vorliegenden Interpretation insbesondere des Lambertschen „Neuen Organons“ kann ich mich im wesentlichen anschließen. Und doch finden sich dabei merkwürdige Unschärfen, die sich vordergründig darin äußern, daß aus dem Fehlen bestimmter Auffassungen bei

<sup>153</sup> „Merkwürdig an dieser Fortführung leibnizscher Gedanken ist vor allem der Umstand, daß damals dessen Entwürfe zur *characteristica universalis* und zum *calculus* selbst, abgesehen von Wolffs Mitteilungen darüber [...] praktisch völlig unbekannt waren und nicht einmal die 1765 erstmalig gedruckten *Nouveaux Essais* diese neue Diskussion um die Grundlegung der mathematisierten Logik veranlaßt haben.“ [Risse 1970, 268]

<sup>154</sup> Risse erklärt nämlich: „Diese noch in seiner Definition des Begriffs als der Vorstellung der Sache zutagetretende psychologische Zielsetzung gibt Lambert jedoch bei der Präzisierung des Begriffsinhalts zugunsten einer graduellen Merkmalstheorie ganz auf. Denn das Merkmal, als Mittel, Begriffe von einander zu unterscheiden und damit das so Gemeinte in sich zu begreifen, ist [...] selbst wieder ein Begriff. [...] Damit tritt die Begriffslehre in die Mitte aller theoretischen Erörterungen um Grundlegung und Aufbau der Logik.“ [Risse 1970, 269] Dann fährt Risse fort: „Erst die Abhandlungen von 1782 führen die mathematisch formulierte Logik konsequent aus.“ [Risse, 268] – Diese von Risse als Begründung seiner Behauptung zitierten Stellen aus den „Logischen und philosophischen Abhandlungen“ von 1782 gehören nun aber zu den „Sechs Versuchen einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ und sind laut der Einträge im Monatsbuch Lamberts zwischen August 1753 und April 1755 entstanden, also ein Jahrzehnt vor der Veröffentlichung des „Neuen Organons“ im Jahre 1764, in welchem besagte Definition eines Begriffs als Vorstellung einer Sache zu finden ist. Im übrigen ist Lambert 1777 gestorben – die „Abhandlungen“ wurden erst von J. Bernoulli aus dem Nachlaß herausgegeben. Kurz gesagt: Risse hat hier die Reihenfolge der Entstehung der einzelnen Schriften schlicht umgekehrt, um die gewünschte Entwicklung Lambertscher Ideen auffinden zu können.

Lambert auf das Vorhandensein gegenteiliger Auffassungen geschlossen wird, wodurch der Lambertsche Ansatz plötzlich auf eine diffizile Art modernisiert und „konstruktiv axiomatisch“ angehaucht erscheint – um es vorsichtig auszudrücken.

So findet sich z.B. eine von Wolters unterstellte Entwicklung Lambertscher Positionen „von einem systematischen Psychologismus bis hin zur prinzipiellen Ablehnung der früher eingenommenen Position“ [Wolters 1977, 111]. Konkret bestätigt Wolters dabei zunächst, daß im „Neuen Organon“ („ebensowenig auch in den übrigen von Lambert publizierten Schriften“ [Wolters 1977, 108]) das „Fundierungsverhältnis von Psychologie und Logik *nicht erwähnt*“ wird [Wolters 1977, 108], um dann später unter Hinweis auf eine postum erschienene Rezension und einen darin enthaltenen Hinweis auf den fehlenden Nutzen einer psychologischen Einleitung für die Logik zu folgern, daß also bestimmte, „mathematischen Prozeduren analoge“ Bestimmungen Lamberts dem heutigen (sc. axiomatischen) Verständnis von Logik nahekommen. [Wolters 1977, 110]

Eine weitere, sich selbst erhellende Bemerkung von Wolters sei zitiert: „Wohl um psychologistische Fehldeutungen zu vermeiden, verzichtet Lambert darauf, in seinen von ihm selbst publizierten Schriften die ‚tres operationes mentis‘-Lehre überhaupt zu erwähnen.“<sup>155</sup> Und hierauf aufbauend fährt Wolters fort: „Wenn also Lambert den systematischen Psychologismus auch ablehnt, so bedeutet dies nicht, daß er darauf verzichten würde, an vielen Orten ‚Psychologismen‘ von nicht systematischer Valenz einzuschieben, die im Blick auf seine eigentlichen Intentionen störend wirken und in allerlei Ratschlägen bestehen, wie ‚Irrtum und Schein‘ (so im Untertitel der ‚Phänomenologie‘) vermieden werden können.“ [Wolters 1977, 110]

Ohne hier eine systematischen Analyse der Woltersschen Darstellung zu versuchen: Sollte es nicht nachdenklich stimmen, daß sich sogar in den Titel (wenn auch nur den Untertitel) des NO „Psychologismen“ einschleichen: „Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein“. – Also „Irrtum“ und „Schein“ als Psychologismen, welche Lambert noch dazu erklärtermaßen (also doch wohl ganz bewußt) zu Gegenständen von zumindest zwei seiner vier im „Neuen Organon“ entworfenen Wissenschaften macht, nämlich der Alethiologie oder „Lehre von der *Wahrheit*, sofern sie dem *Irrtum* entgegengesetzt ist“ [NO, IIIf.] und der Phänomenologie oder „Lehre von dem *Schein*“ [NO, IV]. Vielleicht sind diese „Psychologismen“ bei Lambert ja doch nicht ganz so zufällig...

Um nun selbst eine Spekulation zu wagen: Das Problem der „Psychologismen“ besteht nicht für Lambert, sondern für Wolters – weil nämlich das Ziel des

<sup>155</sup> Hier eröffnet sich im übrigen ein weites Feld für fruchtbare Lambert-Interpretationen. Schließlich gibt es noch so vieles, was Lambert *nicht* erwähnt hat...

Woltersschen Buchs darin besteht, „nachzuweisen, daß die Lambertsche Philosophie in ihrer wesentlichen Intention als [...] ‚konstruktive‘ Wissenschaftstheorie zu verstehen ist. Genauer: als *Theorie konstruktiver axiomatischer Wissenschaft*.“ [Wolters 1977, 7] Auch wenn es Wolters als anachronistisch bezeichnet, „wollte man Lambert die Fragestellungen heutiger Metamathematik im einzelnen aufzwingen“ [a.a.O.], so behauptet er doch, bei Lambert sowohl den „globalen Aspekt der metatheoretischen Behandlung axiomatischer Theorien“ als auch die Beziehung von „Bedeutung der Grundbegriffe axiomatischer Theorien“ und „Deduktion“ zur heutigen „Metamathematik“ [a.a.O.] zu finden. Kurz: Lambert wird von Wolters so gelesen, daß er der intendierten Interpretation gerecht wird, und alles, was nicht hineinpaßt, wird auf das auch nur beschränkte Verständnis Lamberts zurückgeführt.

### 3.1.4 Weitere Literatur

Es gibt eine Reihe weiterer (mehr oder weniger ausführlicher) Literatur zu Lambert. Der interessierte Leser sei auf das Literaturverzeichnis zu dieser Arbeit und dort insbesondere auf die Literatursammlungen zu Lambert verwiesen. Im einzelnen werde ich hier auf diese Texte nicht eingehen, da in keinem mir bekannten Falle ein ähnlicher Versuch einer mengentheoretischen Rekonstruktion des Lambertschen Ansatzes unternommen wurde. Daher ist eine Diskussion dieser Literatur m.E. für den hier von mir verfolgten Zweck wenig hilfreich.

Auf einen Text will ich allerdings doch noch verweisen, auf Norbert Hinskes „Lambert-Index“.<sup>156</sup> Hier wird nämlich deutlich, daß Lamberts Terminologie nicht zwingend dem heute geläufigen Sprachgebrauch folgt. Insbesondere zeigt sich z.B., daß eine gesonderte Bestimmung dessen, was Lambert mit „Sache“ bezeichnet, erforderlich ist. „Ding“ und „Sache“ fallen nämlich bei Lambert nicht ganz so offensichtlich auseinander, wie man das üblicherweise vermuten würde. Das wird deutlich an Hinskes Interpretation dieser Wortverwendungen bei Lambert. Hinske sieht zwei deutsche Wörter, „die bei Lambert an die Stelle des lateinischen ‚res‘ zu treten scheinen: die Wörter ‚Ding‘ und ‚Sache‘.“ [Hinske 1982, 304] Er erklärt dann: „Daß beide Wörter in ihrer Bedeutung dicht beieinander liegen, so daß sich das eine nicht selten durch das andere ersetzen läßt, liegt auf der Hand. Dennoch aber besagen beide keinesfalls dasselbe. Vielmehr meint

---

<sup>156</sup> Dieses Buch ist schon deshalb bemerkenswert, weil hier drastisch sichtbar wird, wie sehr eine elektronische Repräsentation eines solchen Index den Möglichkeiten des gedruckten Index überlegen wäre – ich schreibe hier bewußt „wäre“, denn Hinske hat die elektronisch gesammelten Daten auf vier Bände Papier ausgedruckt, wodurch statt der elektronischen Möglichkeiten einer sekundenschnellen Volltextsuche das zeitraubende Nachschlagen einzelner Textstellen erforderlich ist.

„Ding“ für Lambert primär die vollständig bestimmte res bzw. die „ganze Sache“ [Hinske 1982, 309]

Hinskes Auffassung kann ich so nicht teilen, denn bei Lambert muß nicht jede vollständig bestimmte Sache ein Ding sein. Insbesondere aber bemerkt Hinske selbst an einer anderen Stelle völlig richtig: „Sache“ kann demzufolge auch einzelne Eigenschaften eines Dinges oder abstrakte Sachverhalte bedeuten“ [Hinske 1982, 310]. Wenn z.B. eine Sache eine einzelne Eigenschaft eines Dinges ist, dann gibt es keinen Grund dafür, daß diese Eigenschaft nicht vollständig bestimmt sein dürfte, wohl aber ist dann diese vollständig bestimmte Eigenschaft trotzdem kein Ding. Schließlich weist Hinske selbst auf die viel weitere Verwendung des Terminus „Sache“ bei Lambert hin: „Nicht selten bedeutet ‚Sache‘ bei Lambert sogar einfach soviel wie ‚der Sachverhalt im allgemeinen““ [Hinske 1982, 310].

### 3.2 Zum Verfahren bei der Bestimmung Lambertscher Termini

Lamberts spezifisches System des Zusammenhangs von Begriffen wird sich meines Erachtens am besten durch eine genauere Untersuchung der von ihm verwendeten Termini bestimmen lassen, weil sich in deren eigentümlicher Verwendung die von Lambert unterstellten Begriffszusammenhänge ausdrücken. Hierbei ist zu beachten, daß Lambert die Termini nicht in Form strenger Definitionen einführt. Vielmehr erläutert er dieselben Termini an verschiedenen Stellen des „Neuen Organons“ unterschiedlich, und zwar jeweils in Abhängigkeit davon, wie ausführlich er bereits Informationen über den durch den jeweiligen Terminus bezeichneten Sachverhalt in seine Erklärungen einbezogen hat.

So gibt Lambert zum Beispiel am Anfang des „Neuen Organons“ eine recht allgemeine Definition des Terminus „Begriff“, die er dann später in Abhängigkeit davon präzisiert, welche weitergehenden Erklärungen über Begriffe er im Verlauf seiner Darlegungen bereits getroffen hat. Man könnte das so beschreiben, daß ein zunächst nur vage und abstrakt bestimmter Terminus desto mehr präzisiert wird, je mehr Informationen für diese Präzisierung zur Verfügung gestellt worden sind.

Im folgenden werde ich versuchen, Lambertsche Termini immer dann durch eigene zu ersetzen, wenn entweder die von Lambert gebrauchten Termini heute üblicherweise mit einer anderen Bedeutung belegt sind, oder aber um hervorzuheben, daß es sich um meine eigene Interpretation des jeweiligen Sachverhalts handelt, den Lambert mit diesem Terminus kennzeichnet. Wenn ich Lambertsche Termini weiterverwende, werde ich explizit erläutern, welche Bedeutung diesen nach meinem Verständnis zukommt.

Wenn ich über einen Terminus rede, setze ich diesen in Anführungszeichen, ansonsten verwende ich ihn ohne besondere Kennzeichnung. Zitate setze ich ebenfalls in Anführungszeichen, ihre Quellen werden in eckigen Klammern an-

gegeben. Zitate aus dem „Neuen Organon“ werden anhand des Hauptteils und des Paragraphen, in dem sie stehen, identifiziert. Im folgenden steht NO für „Neues Organon“, Dian. für „Dianoilogie“, Aleth. für „Alethiologie“, Sem. für „Semiotik“ und Phän. für „Phänomenologie“. Statt Seitenzahlen anzugeben, habe ich den jeweiligen Paragraphen angeführt, um so die Auffindbarkeit in verschiedenen Ausgaben zu erleichtern.

In jedem Falle stellen die von mir gegebenen Erklärungen über die Bedeutungen Lambertscher Termini meine eigene Interpretation der komplexen Erklärungen dar, die Lambert im „Neuen Organon“ vermittelt dieser Termini gegeben hat. Man erwarte daher nicht, diese Erklärungen der Termini identisch so bei Lambert zu finden.

### 3.3 Interpretation der von Lambert verwendeten Termini

#### 3.3.1 *Sachen als Gegenstände, Merkmale als Eigenschaften von Sachen*

Der Terminus „Begriff“ wird von Lambert zu Beginn des „Neuen Organons“ in allgemeiner Form als: „die Vorstellung der Sache in den Gedanken“ [NO, Dian., §7] eingeführt. Halten wir diese allgemeine Bestimmung des Terminus „Begriff“ fest, aber konzentrieren wir uns zunächst auf den innerhalb dieser Erklärung auftauchenden Terminus „Sache“. Die Verwendung von „Sache“ bei Lambert entspricht nicht ganz dem üblichen Sprachgebrauch und bedarf deshalb einer ausführlicheren Erläuterung. „Sache“ ist ein Terminus, mit dem Lambert etwas kennzeichnet, das ein für sich Bestimmtes, gegenüber anderem Abgegrenztes ist. Das aber kann dann alles sein, was überhaupt möglicher Gegenstand einer Vorstellung ist.

Eine Sache muß bei Lambert weder etwas Dingliches sein, noch etwas real Existierendes oder gar Wirkliches, wie die von Lambert gegebenen Beispiele belegen. Sachen (für welche ein Begriff gebildet werden kann, d.h. die in Gedanken vorgestellt werden können) sind nämlich im „Neuen Organon“ u.a. das Stehenbleiben eines Eies auf der Spitze (vgl. [NO, Dian., §§3, 4]), der „Mechanismus bei der Bewegung der Planeten“ [NO, Dian., §8], ein „Viereck“ [NO, Dian., §19], eine „Stadt“ [NO, Dian., §22], das „Lob“ [NO, Dian., §26], aber natürlich auch einzelne Dinge und Personen (vgl. z.B. [NO, Dian., §12, 15]). Aufgrund der Breite dieser Beispiele verzichte ich darauf, den Lambertschen Terminus „Sache“ durch einen dem heutigen Sprachgebrauch angepaßten zu ersetzen. Im folgenden ist deshalb „Sache“ immer in dem von Lambert verwendeten Sinne und nicht gemäß der heute üblichen Verwendungsweise zu verstehen.

Eine Sache im Lambertschen Sinne ist also in jedem Fall als Gegenstand aufzufassen. Mit dieser Kennzeichnung wird sowohl die Bestimmtheit und Abge-

grenztheit der Sache betont wie ihr Bezug zu Begriffen (als Vorstellungen von Sachen in den Gedanken).

Eine Sache kann nun Eigenschaften haben, diese sind an der Sache vorfindbar. Insofern bestimmte dieser Eigenschaften eine Sache eindeutig kennzeichnen, bezeichnet Lambert diese Eigenschaften als „Merkmale“: „Es gibt immer an der Sache etwas, woran wir sie erkennen, und von jeden anderen Sachen unterscheiden. Und dieses wird das *Merkmal*, oder wenn es mehrere Stücke sind, die *Merkmale* genannt“ [NO, Dian., §9]. In Bezug auf eine Sache erklärt Lambert: „Man kann ihre Teile oder Merkmale gleichsam auslesen und herzählen.“ [NO, Dian., §9] Demzufolge sind die Merkmale jedes für sich bestimmbar und zugleich derart eindeutig voneinander unterscheidbar, daß sie durchnummeriert werden könnten. Merkmale sind also für sich bestimmt und von anderen Merkmalen abgegrenzt, und sie sind Teile einer Sache.

Meines Erachtens können Merkmale daher ebenfalls als Gegenstände aufgefaßt werden (wobei natürlich zu beachten sind, daß sie als Gegenstände noch längst nicht auch Dinge sind). Damit könnte man auf die Idee kommen, in einem weiteren Sinne den Terminus „Gegenstand“ als Oberbegriff für „Sache“ und „Merkmal“ auffassen. Das aber wäre in dieser einfachen Form falsch, weil zwar sowohl eine Sache als auch ein Merkmal als Gegenstand aufgefaßt werden kann, aber jeweils nur unter bestimmten Umständen, nämlich dann, wenn die Sache resp. das Merkmal von den jeweiligen Merkmalen der Sache resp. des Merkmals unterschieden werden soll. Werden also z.B. die Merkmale eines Merkmals bestimmt, dann ist dieses Merkmal der Gegenstand.

Merkmale und Sachen stehen offenbar in einem Teil-Ganzes-Verhältnis. Hierdurch wird eine mengentheoretische Rekonstruktion des Lambertschen Begriffssystems nahegelegt, wie ich sie im folgenden versucht habe. Die Rede von Merkmalen als „Teilen“ einer Sache verweist nämlich bereits auf Abgrenzung (gegenüber dem Rest der Sache), Zerlegung (der Sache), die Möglichkeit des „Auslesens“ und „Herzählens“ der Merkmale verweist auf die Vorstellung von Bestimmtheit und Identität, damit schließlich auf die Vorstellung von Bestimmbarkeit (der Merkmale). Somit besitzen Merkmale alle notwendigen Charakteristika, die überhaupt Elemente von Mengen besitzen müssen.

### 3.3.2 Vorstellungen als Repräsentanten von Merkmalen in Modellen

Kommen wir nach dieser Explizierung des Lambertschen Terminus „Sache“ nun zu seiner Erklärung des Terminus „Begriff“ zurück. Mit „Vorstellung einer Sache in den Gedanken“ deutet Lambert die bewußte Wahrnehmung einer Sache an. Wie das zu verstehen ist, erläutert Lambert wie folgt: Zum einen gibt es das, „was uns die Sinne an einer Sache empfinden machen“, zum anderen die Vorstellung oder das Bewußtsein von eben diesem [NO, Dian., §8]. Begriffe entste-

hen folglich durch die auf „Empfindungen“ gerichtete „Aufmerksamkeit“ des Verstands, welche letztendlich zur Vorstellung der Sache führt [NO, Dian., §8]. Solcherart als Vorstellungen von Sachen gewonnene Begriffe will ich als empirische Begriffe bezeichnen, weil sie sich unmittelbar auf empirische Gegebenheiten als Gegenstände beziehen.

Durch Lamberts Erklärung ist allerdings noch nicht vollständig bestimmt, was er unter einer „Vorstellung“ selbst versteht. Es wäre zum einen denkbar, daß Lambert hier eine Abbildfunktionalität in dem Sinne unterstellt, daß durch Vorstellungen alles an einer Sache einschließlich der Zusammenhänge so wiedergegeben (abgebildet) wird, daß die Vorstellungen auch inhaltliche Bestimmungen der Sache und ihrer Merkmale enthalten. Ebenso gut ist es aber auch möglich, daß Lambert in gewissem Sinne hinsichtlich der Vorstellungen eine Modellfunktionalität gemeint hat.

Ich will hier allgemein unter einem „Modell“ einer Sache ein theoretisches Konstrukt verstehen, in dem bestimmte Eigenschaften dieser Sache durch Repräsentanten vertreten sind. Die Repräsentanten selbst enthalten aber keinerlei inhaltliche Bestimmungen über die Sache oder ihre Eigenschaften, sondern sind ausschließlich Stellvertreter. Die Zusammenhänge zwischen den Eigenschaften sollten dabei durch Zusammenhänge zwischen den Repräsentanten dieser Eigenschaften repräsentiert werden, ohne daß diese wiederum inhaltliche Gemeinsamkeiten mit den Zusammenhängen der Eigenschaften aufweisen.<sup>157</sup>

Diese Verwendung des Terminus „Modell“ unterstellt, würde ich sagen, daß Lambert im Zusammenhang mit Vorstellungen eher eine Modellfunktionalität gemeint hat. Dasjenige, was Lambert als die Vorstellung oder das Bewußtsein z.B. dessen, „was uns die Sinne an einer Sache empfinden machen“ [NO, Dian., §8] beschreibt, ist dann Repräsentant eines Merkmals resp. einer Eigenschaft einer Sache in einem Modell, beinhaltet aber keine inhaltliche Bestimmung der Eigenschaft selbst. Innerhalb des Modells haben die Vorstellungen also nur die Funktion, jeweils genau eine Eigenschaft zu repräsentieren, ohne aber diese Eigenschaft in irgendeiner Weise „abzubilden“.

### 3.3.3 Direkte und indirekte Repräsentationen – Die Erweiterbarkeit des Systems

Ein Begriff einer Sache in dem Sinne, wie Lambert Begriffe beschreibt, ist nun gerade als Modell dieser Sache im Sinne der von mir gegebenen Erklärung aufzufassen, wobei die Vorstellungen die Repräsentanten der Merkmale der Sache sind. Ein singulärer Begriff insbesondere ist demzufolge eine einzelne Vorstel-

---

<sup>157</sup> Ich denke, daß es sich hierbei um eine typische Form theoretischer Erklärung handelt: Bestimmte empirische Gegebenheiten werden rational miteinander verknüpft. Diese Verknüpfung durch eine Theorie liefert schließlich ein bestimmtes komplexes Bild des Sachverhalts, das mit diesem nicht identisch ist, aber zur Erklärung der wesentlichen Umstände hinreicht.

lung, die einen bestimmten Gegenstand repräsentiert – wobei dieser Gegenstand sowohl eine Sache als auch eine Eigenschaft einer Sache sein kann.

Nach dem bisher Gesagten dürfte klar sein, daß ich die von Lambert gegebenen Erklärungen über Sachen, Merkmale und Vorstellungen wie folgt interpretiere: Nicht nur Sachen, sondern auch Eigenschaften von Sachen sind als Gegenstand auffaßbar. Merkmale, die nichts anderes sind als bestimmte Eigenschaften der Sache, die diese von anderen Sachen unterscheiden, können demzufolge auch als Gegenstände aufgefaßt werden. Alle Gegenstände können durch Vorstellungen repräsentiert werden.

Zusammengefaßt bedeutet das, daß in Lamberts begriffslogischem System Gegenstände überhaupt durch einen oder mehrere Begriffe repräsentiert werden. Dabei können insbesondere Gegenstände auch als Ganze durch singuläre Begriffe repräsentiert werden. In Lamberts System gibt es also eine Eins-zu-viele-Beziehung von Gegenständen zu Begriffen.

Nimmt man die gegebenen Erklärungen zusammen, dann folgt, daß eine Sache zum einen, weil sie ein Gegenstand ist, durch eine Vorstellung repräsentiert werden kann. Weil aber diese Sache zugleich durch die Gesamtheit ihrer Merkmale vollständig bestimmt ist, kann sie zum anderen auch durch die Gesamtheit der Repräsentanten dieser Merkmale repräsentiert werden. Diese Repräsentanten der Merkmale sind ebenfalls Vorstellungen. Dieselbe Sache wird also zugleich durch eine einzelne Vorstellung wie durch eine Gesamtheit von Vorstellungen repräsentiert.

Hieraus ergibt sich nun eine Erklärung für die prinzipielle Erweiterbarkeit des Lambertschen logischen Systems. Solange man sich aufgrund unzureichender Informationen auf eine Sache nur überhaupt beziehen kann, wird diese als Ganzes, Einzelnes repräsentiert. Sobald aber Merkmale der Sache genauer bekannt werden, kann diese Repräsentation durch die Gesamtheit der die Merkmale repräsentierenden Vorstellungen ersetzt werden. Diese Ersetzbarkeit der Repräsentation einer Sache ändert am Verhältnis dieser Sache zu anderen Sachen deshalb unmittelbar nichts, weil ja nur die direkte Repräsentation der Sache selbst durch eine indirekte (nämlich durch eine Gesamtheit von Repräsentanten) ersetzt wird. Gesamtheiten sind aber von außen betrachtet Ganzes und wirken daher nach außen ebenso wie Einzelnes. Daher kann der Zuwachs an Wissen über eine bestimmte Sache in das System so eingebaut werden, daß alle Zusammenhänge mit den Repräsentationen anderer Sachen unmittelbar davon unberührt bleiben.

Da nun die Merkmale von Sachen selbst als Gegenstände aufgefaßt werden können, trifft auf deren Repräsentation das eben Gesagte über die Ersetzbarkeit direkter durch indirekte Repräsentationen ebenfalls zu.

Lamberts Erklärungen über die Stufen der Ausführlichkeit von Begriffen (dunkel, klar, deutlich, ausführlich) lassen sich nunmehr so interpretieren, daß

die zunehmende Ausführlichkeit eines Begriffs einer Sache gerade darin besteht, daß immer mehr Vorstellungen durch Gesamtheiten von Vorstellungen ersetzt wurden. Ein Begriff ist also um so ausführlicher, je mehr direkte Repräsentationen durch indirekte Repräsentationen ersetzt worden sind.

### 3.4 Voraussetzungen einer mengentheoretische Rekonstruktion

#### 3.4.1 Eindeutigkeit der Repräsentation – Mengen von Merkmalen und Begriffen

Ich werde jetzt mit anderer Betonung schon Gesagtes wiederholen, um deutlich zu machen, wieso ich das von Lambert entworfene System für mengentheoretisch rekonstruierbar halte.

Eine Sache wird durch die Merkmale (bestimmte ihrer Eigenschaften) in zweierlei Hinsicht eindeutig bestimmt: hinsichtlich der Wiedererkennung der Sache selbst und hinsichtlich der Unterscheidung von anderen Sachen. Lambert erläutert das so: „Es gibt immer an der Sache etwas, woran wir sie erkennen, und von jeden andern Sachen unterscheiden. Und dieses wird das *Merkmal*, oder wenn es mehrere Stücke sind, die *Merkmale* genannt“ [NO, Dian., §9].

Zu beachten ist dabei, daß das, was Lambert als „Merkmale“ bezeichnet, nicht etwa die Vorstellungen sind – die Vorstellungen sind nur Repräsentanten der Merkmale. Merkmale gehören also nicht zum Begriff einer Sache und sind daher auch kein Bestandteil des von mir beschriebenen Modells der Sache, sondern sind eben bestimmte Eigenschaften an der jeweiligen Sache selbst. „Merkmal“ ist also in diesem Sinne bei Lambert ein ontologischer Terminus. Für jedes der Merkmale kann demzufolge auch wieder ein Begriff gebildet werden, der Begriff genau dieses Merkmals ist. Deshalb kann ein Merkmal für sich betrachtet (statt in Bezug auf die Sache betrachtet, deren Merkmal es ist) ebenfalls als Gegenstand aufgefaßt werden.

Aufgrund dessen, daß Lambert Merkmale ausschließlich durch ihre Funktion für die Wiedererkennung und Unterscheidung von Sachen erklärt hat, kann man zunächst ohne Einschränkung der Allgemeinheit davon ausgehen, daß die verschiedenen Merkmale einer Sache voneinander unabhängig gegeben sind. Damit sind dann aber auch die Repräsentanten dieser Merkmale in dem Modell (dem Begriff) dieser Sache voneinander unabhängig, so daß Mehrdeutigkeiten hinsichtlich der Repräsentanten der Merkmale einer Sache ausgeschlossen werden können. Aufgrund der Unabhängigkeit der Repräsentanten kann daher zunächst bei jedem Modell eindeutig die Gesamtheit der enthaltenen Repräsentationen von Eigenschaften respektive Merkmalen der jeweiligen Sache bestimmt werden.

Obwohl nun die Merkmale und damit auch ihre Repräsentanten voneinander unabhängig sind, gibt es aber doch einen Zusammenhang: Die Merkmale sind alle Merkmale derselben Sache. Man könnte hier insofern von einer externen Ei-

genschaft der Merkmale sprechen, als diese nicht durch die Merkmale selbst erklärt ist. Vermittels dieser externen Eigenschaft läßt sich nun die Menge der Merkmale einer Sache bestimmen: Zu dieser zählen sämtliche Merkmale (die selbst wieder als Gegenstände auffaßbar sind), die an der Sache sind. Umgekehrt heißt das, daß alle Elemente dieser Menge die Eigenschaft besitzen, an dieser Sache zu sein.<sup>158</sup> Durch diese Menge von Merkmalen ist eine Sache eindeutig gekennzeichnet.

Bei der Repräsentation einer Sache durch ein Modell (einen Begriff) muß also diese gemeinsame Eigenschaft der Merkmale der Sache Berücksichtigung finden. Hieraus folgt, daß ein Modell (ein Begriff) der Sache durch die Menge der Repräsentanten von Merkmalen ebenso eindeutig gekennzeichnet sein muß wie die Sache selbst durch die Menge ihrer Merkmale. Da nun die Repräsentanten von Merkmalen selbst Begriffe sind, folgt hieraus schließlich, daß demzufolge jeder Begriff (Modell der Sache) eindeutig durch eine Menge von Begriffen (Repräsentanten der Merkmale der Sache) bestimmt sein muß.

### 3.4.2 *Begriffe als Ganzes und als Mengen von Merkmalsrepräsentanten*

Dies führt nun zu der Konsequenz, daß Begriffe innerhalb des Lambertschen Systems durch genau eine Menge von Begriffen ersetzt werden können. Führt man diese Überlegungen fort, so muß das natürlich auch für die Begriffe gelten, die Elemente dieser ersetzenden Menge sind. Daß also Begriffe durch genau eine Menge von Begriffen ersetzbar sind, relativiert sich dadurch, daß diese Menge von Begriffen durchaus verschiedene Grade hinsichtlich der Komplexität ihrer Elemente aufweisen kann: die Elemente können singuläre Begriffe sein oder Mengen von Begriffen oder Mengen von Begriffsmengen usw.

Daß Sachen durch Mengen, nämlich Merkmalsmengen, eindeutig bestimmt sind, ebenso wie Begriffe als Begriffsmengen beschrieben werden können, fordert geradezu eine mengentheoretische Rekonstruktion des Lambertschen Ansatzes heraus. In Bezug auf Sachen formuliert Lambert (wie bereits zitiert): „Man kann ihre Teile oder Merkmale gleichsam auslesen und herzählen.“ [NO, Dian., §9] Diese quantitative Darstellungsweise der Teile oder Merkmale einer Sache findet sich überall im „Neuen Organon“ und ist grundlegend für das Verhältnis von Gegenständen und Begriffen, so daß hierdurch auch die Möglichkeit einer mengentheoretischen Rekonstruktion gegeben ist.

Es gibt nun bei Lambert zwei verschiedene Möglichkeiten dessen, was mit „Begriff“ als „Vorstellung einer Sache“ gemeint sein kann. Wie bereits erläutert

---

<sup>158</sup> Auf eine gemeinsame Eigenschaft stützt sich im übrigen jede Mengenbildung: der Zusammenhang der Elemente einer Menge wird über die jeweils selbe Eigenschaft von Elementen eines vorgegebenen Grundbereichs hergestellt – genauer gesagt, auf einem bestimmten Grundbereich wird mittels einer Eigenschaft eine Auswahlfunktion definiert.

betrachtet er zum einen den Begriff als etwas Ganzes, dabei wird der Begriff selbst als Repräsentant der Sache selbst aufgefaßt. Gewissermaßen sind hier Modell und Repräsentant dasselbe. Zum anderen wird der Begriff als die Gesamtheit der Repräsentanten der Merkmale dieser Sache aufgefaßt, das Modell läßt sich dann als Menge von Repräsentanten betrachten.

Diese Verschiebung der Verwendung des Terminus „Begriff“ in der Form, daß derselbe Begriff als Modell einer Sache zum einen als Ganzes und zum anderen als Menge der Repräsentanten der Merkmale aufgefaßt wird, wird von Lambert auch terminologisch reflektiert. So drückt Lambert z.B. den Umstand, daß bestimmte Merkmale wiedererkennbar sind, zugleich durch die Termini „klar“ und „deutlich“ aus: „so ist der Begriff dieser Merkmale ebenfalls *klar*, und der Begriff von der Sache selbst wird in diesem Fall *deutlich* genannt. Die *Deutlichkeit* beruht demnach auf der *Klarheit* der *Merkmale* der Sache.“ [NO, Dian., §9] Der Begriff einer Sache ist also dann deutlich, wenn der Begriff der Merkmale dieser Sache klar ist.

### 3.4.3 Verfeinerte Begriffsbestimmung – Mengenstufung – erweiterbares System

Der Übergang von Begriffen als Ganzen zu Begriffen als Mengen von Merkmalsrepräsentanten dient nun als Grundlage des fortlaufenden Übergangs zu immer komplexeren Interpretationen davon, was unter der „Vorstellung einer Sache“ zu verstehen ist. Jedes Merkmal kann nämlich selbst zum Gegenstand werden, das heißt für jedes Merkmal kann selbst wieder ein besonderer Begriff gebildet werden. Jeder dieser besonderen Begriffe kann dann wiederum als Ganzer oder als bestehend aus Merkmalsrepräsentanten aufgefaßt werden, denn für jedes Merkmal läßt sich ebenfalls eine Menge von Merkmalsrepräsentanten bilden, wobei die Elemente dieser Menge Repräsentanten der Eigenschaften oder Merkmale eben dieses Merkmals sind.

Damit läßt sich schließlich die zu dem ursprünglichen Begriff gehörende Menge von Merkmalsrepräsentanten als die Menge der Mengen von Merkmalsrepräsentanten, die jedes einzelne Merkmal kennzeichnen, darstellen. Werden nun auch die Merkmale dieser Merkmale wiederum begrifflich erfaßt, so lassen sich diese also auch wieder durch Mengen von Repräsentanten von deren Merkmalen kennzeichnen, wodurch der ursprüngliche Begriff als Menge von Mengen von Mengen dargestellt werden kann usw. Diese Mengenstufung wird von Lambert durch solche einem Begriff zugesprochen Attribute wie „klar“, „deutlich“, „ausführlich“ unterschieden: „Die *Deutlichkeit* beruht demnach auf der *Klarheit* der *Merkmale* der Sache.“ [NO, Dian., §9] „Demnach ist ein ausführlicher Begriff eine deutliche Vorstellung der Merkmale einer Sache.“ [NO, Dian., §10]

Das gesamte Verfahren beschreibt Lambert unter Hinweis auf die Möglichkeit der unbegrenzten Fortsetzung dieser Mengengruppierung folgendermaßen: „Das Verfahren, wodurch ein Begriff ausführlich gemacht wird, heißt die *Entwicklung eines Begriffes*, und es ist klar, daß es dabei stufenweise weitergehen kann, je nachdem man in den Merkmalen, die man in der Sache findet, neue Merkmale zu entdecken sucht.“ [NO, Dian., §10]

Die hierdurch erzielte Möglichkeit einer immer komplexeren Modellierung einer Sache durch Begriffe garantiert die prinzipielle Erweiterbarkeit des Lambertschen Begriffssystems gegenüber der Entwicklung des Kenntnisstandes der Wissenschaften – sobald bestimmte Eigenschaften einer Sache, welche vormals als „atomare“ betrachtet wurden, selbst hinsichtlich ihrer Eigenschaften bestimmt werden, läßt sich dieser Erkenntniszuwachs in das Modell dieser Sache einbinden.

#### 3.4.4 Verhältnisse zwischen Sachen als Merkmale und ihre Repräsentation

Lambert unterscheidet innere und äußere Merkmale einer Sache. Die inneren sind „in der Sache selbst“, die äußeren finden sich „in der Vergleichung mit anderen Sachen“ [NO, Dian., §12]. Auch die äußeren Merkmale können durch jeweils einen Repräsentanten in das Modell eingebettet werden. Das Besondere ist dann allerdings, daß dabei keine Eigenschaften an einer Sache, sondern Verhältnisse zwischen Sachen repräsentiert werden. Hieraus folgt, daß Lambert nicht nur die empirische Konstatierbarkeit der Eigenschaften an der Sache selbst, sondern auch die empirische Konstatierbarkeit der Verhältnisse zwischen Sachen annimmt. Demzufolge können auch Verhältnisse zwischen Sachen als Gegenstand für die Bildung eines Begriffs aufgefaßt werden, so daß dann solche Begriffe ebenfalls Repräsentanten von Merkmalen darstellen.

So wie die Eigenschaften einer Sache durch (singuläre) Begriffe repräsentiert werden, werden die Verhältnisse einer Sache zu anderen Sachen durch „Verhältnisbegriffe“ [NO, Dian., §12] repräsentiert. Die Verhältnisbegriffe spielen aufgrund ihrer Eigenart schon deshalb eine besondere Rolle innerhalb des noch genauer darzustellenden Systems der Begriffszusammenhänge bei Lambert, „weil man ohne Verhältnisbegriffe kaum von einer Sache auf eine andre einen Schluß machen kann“ [NO, Dian., §59].

Innerhalb des Modells einer Sache sind die Repräsentanten der äußeren Merkmale (d.h. der Verhältnisse) allerdings zunächst nicht qualitativ von den Repräsentanten der inneren Merkmale (d.h. der Eigenschaften) unterschieden, sondern in jedem Fall nur überhaupt als Repräsentanten bestimmt. Daher kann der Unterschied hinsichtlich dessen, was sie repräsentieren, bei der allgemeinen Erörterung von Modellen zunächst unberücksichtigt bleiben.

Zusammengefaßt läßt sich festhalten: Ein Begriff kann charakterisiert werden durch eine Menge von Merkmalsrepräsentanten, jedes der Elemente dieser Menge kann wiederum ersetzt werden durch eine Menge von Merkmalsrepräsentanten usw. Jede Ersetzung ist unabhängig von allen anderen Ersetzungen. Durch diese Unabhängigkeit ist die Voraussetzung dafür erfüllt, hier tatsächlich von Ersetzbarkeit im üblichen Sinne zu sprechen. Dabei ist zu beachten, daß jeder Merkmalsrepräsentant nicht nur einfach durch seine Funktion als Repräsentant bestimmt wird, sondern zugleich immer auch ein Begriff ist.

### 3.5 Mengentheoretische Darstellung der Begriffszusammenhänge

#### 3.5.1 Begriffe als Mengen von Begriffen

Für die mengentheoretische Rekonstruktion des Lambertschen Begriffssystems will ich zunächst einige Bemerkungen über meine Verwendung der Zeichen voranstellen. Als Zeichen für Begriffe verwende ich den Großbuchstaben  $B$ , wobei ich zur Unterscheidung der Begriffe Exemplare dieses Großbuchstabens mit Indizes  $i, j, k$  (als Variable für natürliche Zahlen) versee. Konstante natürliche Zahlen bezeichne ich mit  $m, n, o$ . Mengen bezeichne ich mittels geschweifter Klammern  $\{ \}$ . Damit lassen sich Begriffe, wie sie von Lambert im „Neuen Organon“ charakterisiert werden, in folgender Weise als Mengen bzw. Mengen von Mengen darstellen:

- Ein Begriff  $B$  kann dargestellt sein (mit  $i=1, \dots, m; j=1, \dots, n; k=1, \dots, o; m, n, o \in \mathbb{N}$ )
  - als dunkler Begriff  $B := B$
  - als klarer Begriff  $B := \{B_i\} = \{B_1, B_2, \dots\}$
  - als deutlicher Begriff  $B := \{\{B_{ij}\}\} = \{\{B_{11}, B_{12}, \dots\}, \{B_{21}, B_{22}, \dots\}, \dots\}$
  - als ausführlicher Begriff  $B := \{\{\{B_{ijk}\}\}\} = \{\{\{B_{111}, B_{112}, \dots\}, \{B_{121}, B_{122}, \dots\}, \dots\}, \dots\}$
- und diese Mengenschachtelung läßt sich fortführen.

Die Ersetzbarkeit von Begriffen, welche als Ganze Modell einer Sache sind, durch Begriffe als Mengen von Repräsentanten von Merkmalen (d.h. von Eigenschaften und Verhältnissen) einer Sache läßt sich hier grob wie folgt darstellen:  $B_i := \{B_{ij}\}$  bzw.  $B_{ij} := \{B_{ijk}\}$ . Durch die Möglichkeit der unabhängigen Ersetzung eines Repräsentanten eines Merkmals durch eine Menge von Merkmalsrepräsentanten ergeben sich für die Darstellung von Begriffen des weiteren auch solche Mischformen wie z.B.  $B = \{B_1, \{B_{21}, B_{22}, B_{23}\}, B_3, \{\{B_{411}, B_{412}\}, B_{42}, \dots\}$ .

Hierbei scheint es mir zunächst ohne Einschränkung der Allgemeinheit berechtigt anzunehmen, daß die Mengen von Begriffen in der Praxis jeweils nur endlich viele Elemente haben. Lambert muß nämlich aufgrund seiner Definition eines Begriffs als „Vorstellung einer Sache in Gedanken“ davon ausgehen, daß diese Vorstellungen tatsächlich gebildet werden können, wodurch deren Anzahl real auf endlich viele beschränkt ist. Im übrigen stellt das keine notwendige Ein-

schränkung dar, weil aufgrund der Diskretheit der repräsentierten Merkmale zumindest immer von der Abzählbarkeit der Elemente ausgegangen werden kann, so daß stets sowohl ein einzelnes Element herausgegriffen als auch eine abgeschlossene Teilmenge gebildet werden kann, was zur Darstellung der Lambertschen Überlegungen hinreichend sein wird. Im Gegensatz zur praktischen Endlichkeit der Mengen kann man ideal davon ausgehen, daß jede Menge von Begriffen unendlich, dann aber höchstens abzählbar viele Elemente haben kann.

Dabei muß insbesondere beachtet werden, daß die jeweilige Anzahl der Elemente der einzelnen Mengen nicht etwa durch die an der Sache *feststellbaren* Eigenschaften und Verhältnisse, sondern durch die an der Sache *festgestellten* Eigenschaften und Verhältnisse bestimmt ist – mit anderen Worten: für ein und dieselbe Sache lassen sich nicht nur hinsichtlich der Schachtelungstiefe der Mengen von Merkmalsrepräsentanten verschiedene Begriffe bilden, sondern auch hinsichtlich der Anzahl der Elemente dieser Mengen. Auf diese Art fließt der jeweilige Stand wissenschaftlicher Erkenntnis, gemessen in der Anzahl vorliegender Informationen über eine Sache, in die Begriffsbildung mit ein.

### 3.5.2 Ideale und praktische Mengen der Repräsentanten von Merkmalen

Hier muß nun explizit der Unterschied gemacht werden zwischen der idealen Menge von Begriffen und der praktischen Menge von Begriffen, welche die Merkmale einer Sache repräsentieren. Daß uns nur bestimmte Merkmale einer Sache bekannt sind, und daß sich die Anzahl der uns bekannten Merkmale einer Sache vergrößern kann, heißt unter den Lambertschen Voraussetzungen über Sachen nicht, daß sich die Sache selbst dadurch verändert. Daß also jede Sache eindeutig durch die Gesamtheit ihrer Merkmale gekennzeichnet ist, ist daher durchaus damit vereinbar, daß das Modell derselben Sache als Menge unterschiedlich viele Elemente enthalten kann. Das die Repräsentanten sämtlicher Merkmale der Sache enthaltende Modell ist daher als ideales Modell zu unterscheiden von einem praktischen Modell, in dem durchaus nicht die Repräsentanten sämtlicher Merkmale der Sache enthalten sein müssen. Zugleich ist hierdurch klar, daß jedes praktische Modell in gewissem Sinn eine Teilmenge des idealen Modells sein muß – in gewissem Sinne deshalb, weil natürlich bestimmte Elemente aufgrund der unabhängigen Ersetzbarkeit jeweils bereits durch Mengen ersetzt sein können.

Zusammen mit dem vorher Gesagten über Mischformen läßt sich nun auch erklären, inwiefern es Fälle geben kann, „wobei der Begriff, der anfangs klar war, wiederum dunkel wird“ [NO, Dian., §4]. Betrachten wir das genauer. Lambert bezeichnet einen Begriff unter den folgenden Umständen als „vollständig“: „Wenn wir von den Merkmalen einer Sache so viel kennen, daß sie zureichen, die Sache davon jedesmal wieder zu erkennen, so ist der Begriff *vollständig*.“

[NO, Dian., §11] Bei einem vollständigen Begriff sind also hinreichend viele Begriffe in der als Modell der Sache aufgefaßten Menge enthalten, um mittels der durch sie repräsentierten Merkmale die Sache wiederzuerkennen. Hieraus ergibt sich, daß ein klarer Begriff nach der von Lambert gegebenen Erklärung stets auch ein vollständiger Begriff ist. Nun kann aufgrund der unabhängigen Ersetzbarkeit wenigstens einer der Repräsentanten eines Merkmals (einer Eigenschaft oder eines Verhältnisses dieser Sache) durch eine Menge von Repräsentanten der Merkmale dieses Merkmals ersetzt worden sein. Der bereits klare Begriff kann dann wieder dunkel im Lambertschen Sinne werden, wenn die ersetzende Menge selbst weniger Repräsentanten von Merkmalen dieses Merkmals enthält, als zur Wiedererkennung dieses Merkmals der Sache notwendig wären.

Anders gesagt: Wurde vorher einfach nur ein Merkmal der Sache repräsentiert, wird nunmehr dieses Merkmal selbst hinsichtlich eigener Merkmale genauer bestimmt und durch die Menge dieser Merkmale repräsentiert. Das Problem entsteht dann dadurch, daß die Bestimmung der Merkmale dieses Merkmals noch unvollständig ist, das heißt, daß noch nicht alle diesbezüglichen Merkmale bekannt sind. Dadurch entsteht – um ein sich aufdrängendes Wortbild zu verwenden – ein „Aufklärungsbedarf“. Aufklärungsbedarf in diesem Sinne verstanden meint also die angestrebte Annäherung des praktischen Modells einer Sache an das ideale Modell dieser Sache.

### 3.5.3 Eindeutigkeit der Eigenschaften einer Sache und ihrer Repräsentation

Aufgrund der gegebenen Unterscheidung zwischen idealen und praktischen Modellen von Sachen kann ohne Einschränkung der Allgemeinheit in einem praktischen Modell willkürlich eine Beschränkung der im idealen Modell repräsentierten Merkmale auf nur bestimmte dieser Repräsentationen festgesetzt werden. Demnach ist es auch zulässig, im folgenden nicht wie bisher unterschiedslos alle Merkmale der Sache bei der Repräsentation zu berücksichtigen, sondern vielmehr zunächst Modelle zu betrachten, die nur Repräsentanten der Eigenschaften einer Sache enthalten, während alle Verhältnisse der Sache zu anderen Sachen (die äußeren Merkmale) unberücksichtigt bleiben. Das erweist sich deshalb als sinnvoll, weil dann aufgrund des ausschließlichen Bezugs auf diese eine Sache (die Eigenschaften sind ja an der Sache selbst) leichter allgemein erklärt werden kann, welche Arten von Modellen einer Sache es grundsätzlich geben kann. Würden hingegen Verhältnisse mit repräsentiert werden, dann müßten neben dieser Sache stets auch andere Sachen mit einbezogen werden, deren mögliche Modelle ja aber selbst erst bestimmt werden müßten. Im folgenden sollen also überhaupt nur Eigenschaften berücksichtigt werden.

Es kann nun sinnvoll vorausgesetzt werden, daß alle Begriffe, die für ein und dieselbe Sache gebildet werden, untereinander vergleichbar sind – unabhängig

sowohl davon, wie viele Eigenschaften der Sache repräsentiert werden, als auch davon, wie viele Repräsentanten von Eigenschaften durch die entsprechenden Mengen der Repräsentanten der Eigenschaften dieser Eigenschaften ersetzt wurden. Wäre diese Vergleichbarkeit der Begriffe einer Sache nämlich nicht gegeben, dann würde gerade dadurch die von Lambert beschriebene „Entwicklung“ eines Begriffs aufgrund der Unvergleichbarkeit zweier Begriffe, die beide in derselben Folge der immer deutlicheren Begriffe einer Sache stehen, unmöglich sein.

Diese Forderung läßt sich nun in folgender Weise präzisieren: jede an einer Sache feststellbare Eigenschaft muß, wenn sie überhaupt in einem Begriff (also einem für eine Sache gebildeten Modell) repräsentiert wird, in eindeutiger Weise repräsentiert werden. Nun besitzen aber die Eigenschaften der Sache selbst wieder Eigenschaften. Daher können auch für Eigenschaften der Sache (wenn diese als Gegenstände aufgefaßt werden) wieder Modelle gebildet werden, für die dann ebenfalls die Forderung nach Eindeutigkeit der repräsentierten Eigenschaften (also der Eigenschaften der Eigenschaften der Sache) gilt.

Hieraus folgt aber grundsätzlich im Lambertschen System in bezug auf eine gegebene Sache für jede Eigenschaft (unabhängig davon, ob es sich um eine Eigenschaft der Sache selbst, oder aber um Eigenschaften von Eigenschaften usw. der Sache handelt), daß es in allen Begriffen, die für eine bestimmte Sache gebildet werden, nicht mehr als eine Repräsentation dieser Eigenschaft geben darf. Weiterhin folgt daraus: Wenn in einem beliebigen Begriff der Sache eine Eigenschaft der Sache repräsentiert wird, dann stets entweder als genau eine und jeweils dieselbe Repräsentation dieser Eigenschaft oder als irgendeine Menge von wiederum eindeutigen Merkmalsrepräsentationen für genau diese Eigenschaft.

### 3.6 Ontologische Grundlage für mengentheoretische Rekonstruktion

#### 3.6.1 Lamberts ontologische Grundannahmen

Damit diese Forderungen überhaupt erfüllbar sind, muß von Lambert hinsichtlich der Sachen eine von mir bereits erwähnte, aber bisher nicht weiter begründete ontologische Annahme zugrunde gelegt worden sein: Jede Sache hat eindeutig unterscheidbare, diskrete Eigenschaften. Tatsächlich läßt sich diese Annahme bei Lambert finden, und zwar, wie bereits erwähnt, bei der von Lambert verwendeten quantitativen Betrachtungsweise der Eigenschaften von Sachen: „Man kann ihre Teile oder Merkmale gleichsam auslesen und herzählen.“ [NO, Dian., §9]<sup>159</sup>

<sup>159</sup> Vgl. das im Abschnitt „3.4.2 Begriffe als Ganzes und als Mengen von Merkmalsrepräsentanten“ über die von Lambert verwendete quantitative Betrachtungsweise der Eigenschaften von Sachen Gesagte [S. 142f. dieser Arbeit].

Auch hinsichtlich der Eigenschaften von Sachen muß Lambert eine ontologische Annahme zugrunde gelegt haben: Jede Eigenschaft ist für sich bestimmt und von allen anderen Eigenschaften unterscheidbar – unabhängig davon, an welcher Sache diese Eigenschaft ist. Hieraus ergibt sich dann auch die Berechtigung, Eigenschaften als Gegenstände aufzufassen.

Der Grund für diese zweite ontologische Annahme ist Lamberts Voraussetzung, daß Sachen grundsätzlich miteinander vergleichbar sein sollen. So geht Lambert insbesondere bei den Überlegungen zur Bildung von Gattungsbegriffen davon aus, daß es Eigenschaften oder Merkmale geben kann, „die die Sache mit andern gemein hat“ [NO, Dian., §17]. Wenn aber eine Sache mit einer andern gemeinsame Merkmale hat, dann müssen diese beiden Sachen miteinander vergleichbar sein.

Diese Überlegung läßt sich nun noch anders wenden. Wenn die Vergleichbarkeit von Sachen gerade dadurch gegeben ist, daß an verschiedenen Sachen bestimmte Eigenschaften dieselben sind, dann wäre das unmöglich, wenn diese Eigenschaften davon abhängig wären, an welcher Sache sie sind. Eigenschaften haben demnach bei Lambert in folgendem Sinne keinen abhängigen, sondern einen selbständigen ontologischen Status: Obwohl sie stets an einer Sache sein müssen, also eines Trägers bedürfen, sind sie nicht durch die Sache bestimmt, sondern sind dieselben, unabhängig davon, welche Sache ihr Träger ist. Selbstverständlich folgt hieraus nicht, daß Eigenschaften ontologisch betrachtet als *selbständig existierend* bestimmt sind, denn dann würden sie gerade keines Trägers bedürfen. Eigenschaften sind aber an einer Sache, sie sind nichts für sich und unabhängig von Sachen Existierendes.

Noch einmal zusammengefaßt: Lambert unterstellt die eindeutige Bestimmtheit von Eigenschaften, diese sind dieselben, unabhängig davon, Eigenschaft welcher Sache sie gerade sind. Dadurch sind diese Eigenschaften von den einzelnen Sachen unabhängig, ohne aber deshalb unabhängige Existenz besitzen zu müssen. Aufgrund der eindeutigen Bestimmtheit der Eigenschaften unabhängig von den Sachen sind die Eigenschaften selbst jede für sich bestimmt und von allen andern abgegrenzt – und gerade das erlaubt es offenbar, daß sie selbst als Gegenstände aufgefaßt werden können. Damit ergibt sich eine dritte ontologische Annahme, die Lambert getroffen hat: Eigenschaften zählen ebenfalls zu den Gegenständen.

### 3.6.2 Abstrakta sind als nicht vollständig bestimmte Sachen auch Gegenstände

Für bemerkenswert halte ich, daß Lambert nicht grundsätzlich voraussetzt, daß die Eigenschaften an jeder Sache stets schon vollständig bestimmt sind – und hiermit meine ich nicht, daß die Eigenschaften bestimmter Sachen für uns nicht vollständig bestimmt sind, sondern tatsächlich, daß die Eigenschaften bestimm-

ter Sachen selbst nicht vollständig bestimmt sind. Obwohl also eine Sache durch die Gesamtheit ihrer Merkmale vollständig bestimmt ist, müssen offenbar die Merkmale bestimmter Sachen selbst nicht vollständig bestimmt sein. Im folgenden will ich zunächst diese von mir aufgestellte Behauptung begründen.

Selbstverständlich gibt es in Lamberts System Sachen, bei denen alle Eigenschaften vollständig bestimmt sind. Das ist z.B. dann der Fall, wenn die Sache ein wirkliches Ding ist. So spricht Lambert im Zusammenhang mit der „Einteilung der Sachen in Arten und Gattungen“ von den Sachen, „die unter allen am meisten bestimmt sind, und am meisten Ähnlichkeit haben. Jene sind die wirklichen Dinge, weil bei denselben alles bestimmt ist.“ [NO, Dian., §15]

Aber es macht nur dann Sinn, davon zu reden, daß bei solchen Sachen „alles bestimmt ist“, wenn es auch Sachen gibt, bei denen nicht alles bestimmt ist. Das wiederum kann sich aber nur darauf beziehen, daß es bestimmte Eigenschaften dieser Sachen sind, die nicht bestimmt sind, denn die Sachen selbst sind nach Lamberts Erklärungen bereits ausschließlich durch ihre Eigenschaften für sich bestimmt wie auch von allen anderen Sachen unterschieden. Genau hierauf stützt sich nun die von mir aufgestellte Behauptung.

Ein von Lambert selbst gegebenes Beispiel ist das des Dreiecks, bei dem, auch wenn das Verhältnis der Seiten bestimmt und die Größe der Seiten festgelegt ist, immer noch nicht alle Eigenschaften der konkreten Sache „Dreieck“ bestimmt sind – weil nämlich zu einer vollständigen Bestimmung auch die räumliche und zeitliche Lage dieses Dreiecks gehören: „Z. E. in einem Triangel kann man anfangen das Verhältnis der Seiten zu bestimmen, nachgehends ihre wirkliche Größe. Ist dieses geschehen, so bleibt nichts mehr übrig, als ihn in der Tat zu zeichnen, und dadurch wird er *vollkommen bestimmt*, oder *individual*, weil er nun an Zeit und Ort gebunden ist.“ [NO, Dian., §18] An diesem Beispiel ist zu beachten, daß das Zeichnen eine *neue* Sache herstellt – ohne das Dreieck aufzuzeichnen, sind Seitenverhältnis und Seitenlänge Eigenschaften einer *anderen* Sache, nämlich eines abstrakten Dreiecks mit diesen Maßen. Dieses abstrakte Dreieck ist nun ein solcher Gegenstand, dessen Eigenschaften nicht vollständig bestimmt sind.

Halten wir also fest, daß Lambert, indem er Gegenstände zuläßt, deren Eigenschaften nicht vollständig bestimmt sind, auch Abstrakta als Gegenstände auffaßt.

### 3.6.3 Abstrakta als Gegenstände und selbständige Existenz

Des weiteren zeigt nun das Beispiel des Dreiecks, daß sich mit der Hinzunahme und Festlegung bestimmter Merkmale auch der Bezug des Modells (des Begriffs) verändert. Je mehr Merkmale repräsentiert sind, desto bestimmter ist die Sache, deren Modell der Begriff ist. Lambert geht von einem Begriff und den in ihm enthaltenen Repräsentanten von Merkmalen aus und schließt hieraus auf den

begrifflich modellierten Gegenstand. Je mehr Repräsentanten in das Modell mit aufgenommen werden, um so bestimmter wird auch der modellierte Gegenstand.

Wird umgekehrt der Bezug eines Modells (eines Begriffs) festgehalten, dann kann sich selbst durch Hinzunahme von Repräsentanten bestimmter Eigenschaften zu dem Modell nichts an der Unbestimmtheit der Sache ändern, deren Modell der Begriff ist. Das zeigt das von Lambert gegebene Beispiel „Viereck“: „Zum Exempel, ein Viereck bleibt ein Viereck, solange es 4 Seiten behält, man mag ihre Länge und Verhältnis ändern, wie man will“ [NO, Dian., §19].

Hier betrachtet Lambert offenbar den Begriff eines Vierecks als einen Begriff, der nicht etwa Modell einer vollständig bestimmten Sache ist, sondern zunächst nur eine Teilmenge der Repräsentanten der Eigenschaften bestimmter Sachen, nämlich konkreter Vierecke, enthält. Trotzdem scheint Lambert diesen Begriff auch wiederum als vollständiges Modell aufzufassen, wodurch dann wiederum auch die modellierte Sache eine vollständig bestimmte ist. Das wird deutlich, wenn er sagt: „ein Viereck bleibt ein Viereck [...]“.

Abstrakta können also durch Teilmengen von Modellen vollständig bestimmter Gegenstände modelliert werden. Werden diese Teilmengen selbst als eigenständige Mengen betrachtet, dann wird hierdurch der Schluß nahegelegt, daß die Abstrakta, auf die sich diese Mengen beziehen, selbst als vollständig bestimmte Gegenstände aufzufassen sind. Dieser Schluß begründet sich dadurch, daß Begriffe ursprünglich von Lambert eingeführt worden sind als „die Vorstellung einer Sache in Gedanken“, weshalb hieraus umgekehrt gefolgert werden kann, daß jedem Begriff auch eine Sache bzw. Gegenstand entspricht, welcher dann wiederum vollständig bestimmt ist.

Um nun eines klarzustellen: Lambert behauptet nicht die selbständige reale Existenz der Abstrakta, selbst wenn hier nahegelegt wird, daß die Abstrakta als Gegenstände hinsichtlich ihrer Eigenschaften vollständig bestimmt sind und insofern selbständig sind. Das belegt u. a. folgendes Zitat: „Bei abstrakten Begriffen, die nicht für sich, sondern in Individuis, und zwar in jedem mit besondern Bestimmungen existieren, (§82) kömmt es ebenfalls auf *zureichend klare Begriffe* an, weil man solche Abstracta in jedem Individuo erkennen, und aus ihrer Vergleichung das Allgemeine in denselben abstrahieren muß.“ [NO, Dian., §548] Der dem Schein einer selbständigen Existenz solcher abstrakter Gegenstände wie „Viereck“ zugrundeliegende Irrtum besteht darin, daß angenommen wird, ein selbständiger Gegenstand müsse grundsätzlich selbständig *existieren*. Aufgrund der sehr weit gefaßten Erklärung von Gegenständen, die Lambert verwendet, ist es aber gar nicht erforderlich, die selbständige Existenz eines Gegenstands zu fordern. Es genügt, daß der Gegenstand für sich bestimmt und von allen anderen abgegrenzt ist – insofern ist er bereits selbständig oder individuell. Er muß des-

halb aber nicht selbständig existieren, sondern kann auch an etwas anderem existieren.

Fassen wir zusammen: Mit Hilfe der von Lambert verwendeten weiten Erklärung von Gegenständen konnte vorhin bereits gezeigt werden, daß die Eigenschaften einer Sache selbst wieder als Gegenstände aufgefaßt werden können. Hier kommt nun noch die Möglichkeit dazu, daß ein Abstraktum, also dasjenige, dessen Modell ein abstrakter Begriff ist, ebenfalls als Gegenstand aufgefaßt werden kann. Ich würde vorschlagen, bei solchen zu abstrakten Begriffen gehörenden Gegenständen grundsätzlich von abstrakten Gegenständen zu sprechen, wobei zu berücksichtigen ist, daß diesen abstrakten Gegenständen keine selbständige Existenz zukommt, sondern diese jeweils an resp. in „Individuen“, das sind selbständig existierende Gegenstände, existieren.

Demnach wäre „Viereck“ ein solcher abstrakter Gegenstand, bei dem insbesondere von den Seitenlängen und Seitenverhältnissen abstrahiert wird. Die Seiten in einem bestimmten Viereck haben offensichtlich sowohl Länge als auch Verhältnis, also die Eigenschaften „Seitenlänge“ und „Seitenverhältnis“, trotzdem soll der abstrakte Gegenstand „Viereck“ derselbe bleiben, auch wenn sich diese Eigenschaften ändern.

#### 3.6.4 Lamberts Ontologie – Gegenstände, Sachen, Eigenschaften und Abstrakta

Es wurde bereits gezeigt, daß Eigenschaften für sich bestimmt und insofern von einzelnen Sachen unabhängig sind, obwohl sie notwendig einer Sache als Träger bedürfen. Auch Abstrakta bedürfen einer Sache als Träger. Gleichzeitig sind Abstrakta ebenso wie Sachen durch Gesamtheiten von Eigenschaften vollständig bestimmt.

Dieser Zusammenhang läßt sich nun am einfachsten dadurch festhalten, daß sowohl Sachen als auch Abstrakta als auch Eigenschaften als Gegenstände aufgefaßt werden. Sie sind insofern als Gegenstände gleichwertig, weil sie selbständig sind. Weil Eigenschaften Gegenstände sind, können Sachen dann ebenso wie Abstrakta als Mengen von Gegenständen aufgefaßt werden. Nur Sachen können selbständige Mengen sein, während Eigenschaften und Abstrakta immer in Bezug auf eine bestimmte Menge entweder Teilmenge oder Element sein müssen. Grundsätzlich ließe sich sogar alles auf Mengen reduzieren, indem Eigenschaften statt als einzelne Elemente von Gegenstandsmengen als einelementige Teilmengen dieser Gegenstandsmengen aufgefaßt werden – dabei würde jede Eigenschaft als Abstraktum aufgefaßt.

Damit ist nun eine kurze mengentheoretische Beschreibung der Lambertschen Ontologie möglich. Es gibt grundsätzlich nur eine Art von Entitäten, diese können als Gegenstände bezeichnet werden. Gegenstände können zu Mengen zusammengefaßt sein, wobei die Mengen ebenfalls Gegenstände sind. Die Men-

gen selbst werden als Sachen, Elemente von Mengen werden als Eigenschaften, Teilmengen von Mengen werden als Abstrakta bezeichnet. Teilmengen als Mengen, also für sich, betrachtet, werden als abstrakte Sachen bezeichnet.

### 3.7 Folgerungen aus der ontologischen Bestimmung

#### 3.7.1 Unvollständig bestimmte Sachen und abstrakte Sachen

Mit Hilfe der soeben gegebenen Bestimmung abstrakter Sachen scheint es mir nun auch möglich, eine ontologische Interpretation dafür zu liefern, daß es bei Lambert Sachen gibt, bei denen nicht alles bestimmt ist (d.h. bei denen nicht alle Eigenschaften bestimmt sind). Ich schlage vor, eine Sache, bei der in diesem Sinne nicht alles bestimmt ist, als unvollständig bestimmte Sache zu bezeichnen und das wie folgt zu interpretieren.

Eine unvollständig bestimmte Sache ist (wie jede Sache) durch die Eigenschaften an ihr, die vollständig bestimmt sind, für sich bestimmt und von allen anderen Sachen unterschieden. Die Gesamtheit dieser vollständig bestimmten Eigenschaften läßt sich nun nach der vorhin gegebenen Definition als eine an dieser unvollständig bestimmten Sache existierende abstrakte Sache auffassen. Demnach ist eine unvollständig bestimmte Sache durch eine abstrakte Sache vollständig bestimmt und von allen anderen unterscheidbar. Übrigens wird dadurch überhaupt erst die Verwendung des Terminus „Sache“ für unvollständig bestimmte Sachen gerechtfertigt.

Für die abstrakte Sache, die als Menge zugleich die Menge von Eigenschaften ist, die die unvollständig bestimmte Sache bestimmt, kann nun ein eigenes Modell gebildet werden: der Begriff dieser abstrakten Sache. Hierfür verwendet Lambert den Terminus „Hauptbegriff“: „indessen bleibt hierbei immer ein Hauptbegriff, auf welchen alle Veränderungen bezogen werden“ [NO, Dian., §21].

Die ontologische Betrachtung geht nun bei Lambert fließend in die Betrachtung der Begriffszusammenhänge über, woran sich gerade zeigt, daß die Vertretung von Gegenständen durch Begriffe für sein System wesentlich ist. „Es ist demnach bei einzelnen Dingen etwas, das man als fortdauernd vorstellt, und von seinen Abänderungen abstrahiert. Dieses *Etwas* ist der Begriff der Art oder Gattung, worunter die Sache gehört, und ihr Begriff bleibt, solange die Sache noch die Merkmale der Gattung behält.“ [NO, Dian., §22]

Um also vom Begriff einer unvollständig bestimmten Sache zu einem solchen zu gelangen, der Begriff einer vollständig bestimmten Sache ist, geht Lambert zunächst zur entsprechenden Gattung über, wodurch dann mit diesen Begriffen weiter nach den durch Lambert bereits eingeführten, für vollständig bestimmte Sachen erklärten Verfahren umgegangen werden kann.

### 3.7.2 Modelle abstrakter Sachen – Möglichkeit von Eigenschaften

Der extremste Fall konkreter Sachen sind die wirklichen Dinge, bei diesen sind nämlich sämtliche Eigenschaften bestimmt. Eine unvollständig bestimmte Sache ist nun durch Abstraktion aus konkreteren Sachen hervorgegangen. Das bedeutet, daß es an den konkreten Sachen vollständig bestimmte Eigenschaften gibt, deren Bestimmtheit eben durch die Abstraktion aufgehoben wurde. Daher unterscheiden sich die abstrakte Sache und zugehörige konkrete Sachen genau dadurch, daß die Eigenschaften, hinsichtlich derer die abstrakte Sache eine unvollständig bestimmte ist, zwar noch an der konkreten Sache bestimmt, an der abstrakten Sache aber nicht mehr bestimmt sind. Zugleich hängt aber die abstrakte Sache genau in Bezug auf diese Eigenschaften mit der konkreten Sache zusammen.

Nun können die Eigenschaften bei der Abstraktion nicht einfach weggefallen sein, denn sonst hätte die unvollständig bestimmte abstrakte Sache dadurch jeden Bezug zu den konkreten Sachen verloren. Damit stellt sich bei der Bildung eines Modells einer abstrakten Sache die Frage, wie in diesem der Bezug zum Modell der zugehörigen konkreten Sache festgehalten werden kann. Wie können gleichzeitig Eigenschaften nicht mehr bestimmt sein und trotzdem noch in dem Modell der abstrakten Sache mit enthalten sein?

Der Ausweg aus dem Dilemma besteht darin, daß diese Eigenschaften bei der Bildung des Modells der abstrakten Sache zwar unbestimmt bleiben, aber „angedeutet“ werden müssen: die angedeuteten Eigenschaften gehören zum Modell der unvollständig bestimmten Sache, werden aber erst durch die Konkretisierung der Sache, also erst beim Übergang zum Modell der konkreten Sache bestimmt. Möglich ist das, weil die jetzt nur angedeuteten Eigenschaften vor der Abstraktion bestimmt waren, weil nämlich die unvollständig bestimmte abstrakte Sache durch Abstraktion aus konkreten Sachen hervorgegangen ist. Die Information über die jetzt nur angedeuteten Eigenschaften war also ursprünglich bereits vorhanden.

Wenn aber das Modell einer abstrakten Sache bestimmte Eigenschaften andeutet, dann müssen diese Eigenschaften auch in der abstrakten Sache selbst angedeutet sein. Wie ist das zu verstehen? Mein Vorschlag ist, dieses Angedeutetsein als Möglichkeit der Eigenschaft zu interpretieren, also als Potential der Sache, die entsprechende Eigenschaft zu haben.

Ich will zur Erläuterung ein Beispiel geben. Bei einer unvollständig bestimmten Sache würde statt einer konkreten Farbe nur feststellbar sein, daß die Sache farbig ist – das bedeutet, daß die Sache irgendeine Farbe hat, diese Farbe aber unbestimmt bleibt. Konkret heißt das: „Rot“ würde ersetzt werden durch „Farbe“, „Grün“ ebenfalls, „Blau“ ebenfalls usw. – Das, was mit dem Terminus „Farbe“ bezeichnet wird, wäre demnach ein (beliebiges) Element der Gesamtheit von „Rot“, „Grün“, „Blau“ usw. Allerdings darf „Farbe“ hier nicht mißverstan-

den werden als Kennzeichnung für einen anderen, besonderen, allgemeinen Gegenstand – „Farbe“ ist hier gerade nicht die Gesamtheit aller Farben, sondern meint „irgend eine Farbe“.

Wir haben es hier mit einer „Abstraktion von etwas“ zu tun, weil die konkreten Eigenschaften der einzelnen Farben nicht weiter berücksichtigt werden. Trotzdem ist eine Sache auch aufgrund einer solchen unbestimmten Eigenschaft von anderen Sachen unterscheidbar – dann nämlich, wenn diese anderen Sachen diese Eigenschaft überhaupt nicht, also auch nicht als unbestimmte Eigenschaft, haben. Im gegebenen Beispiel ist die farbige Sache also von allen Sachen unterscheidbar, die überhaupt nicht farbig sind. Insbesondere sind farbige Sachen dann auch von den abstrakten Sachen unterscheidbar, für die auch von den zu ihnen gehörenden konkreten Sachen nicht sinnvoll behauptet werden kann, daß sie farbig seien, wie das z.B. bei dem von Lambert als Beispiel einer Sache erwähnten „Mechanismus bei der Bewegung der Planeten“ [NO, Dian., §8] der Fall sein dürfte.

Abstrakte Sachen sind also nicht nur durch die bestimmten, sondern auch durch die angedeuteten Eigenschaften für sich bestimmt und von anderen Sachen unterschieden.

### 3.7.3 *Unbestimmte Eigenschaften – Eigenschaft im erweiterten Sinne*

Nach dem eben Gesagten weisen unbestimmte, nur angedeutete Eigenschaften dieselbe Funktion als Merkmal einer Sache (speziell einer abstrakten Sache) auf wie ursprünglich die bestimmten Eigenschaften: Sowohl durch bestimmte als auch durch angedeutete Eigenschaften ist eine Sache für sich bestimmt und von anderen unterscheidbar. Deshalb soll an dieser Stelle der Terminus „Eigenschaft“ in dem Sinne erweitert werden, daß damit sowohl bestimmte als auch angedeutete Eigenschaften bezeichnet werden.

Um nun das Problem der Repräsentation unbestimmter Eigenschaften in einem Modell zu lösen, schlage ich vor, die unbestimmte, angedeutete Eigenschaft durch die Menge der Repräsentanten aller Eigenschaften zu repräsentieren, die diese Eigenschaft andeutet. Gemäß dem von mir gegebenen Beispiel würde die angedeutete Eigenschaft „Farbe“ dann im Gegensatz zu den vorherigen Erklärungen gerade durch die Menge aller Repräsentanten von Farben repräsentiert werden.

Durch diese willkürliche Festsetzung entspricht allerdings das Modell nicht mehr vollständig der abstrakten Sache bei Lambert. Trotzdem erscheint mir diese Festsetzung adäquat, weil dadurch nämlich sowohl der Bezug der abstrakten Sache zu allen konkreten Sachen repräsentiert wird, bei denen diese Eigenschaft bestimmt ist, als auch der Unterschied zu solchen Sachen, bei denen diese Eigenschaft überhaupt nicht vorkommt.

Mengentheoretisch betrachtet kann dann eine „Eigenschaft“ also sowohl eine bestimmte Eigenschaft als auch eine Menge von Eigenschaften sein, wobei die Elemente dieser Menge von Eigenschaften selbst wiederum entweder bestimmte Eigenschaften oder Mengen von Eigenschaften sein können.

### 3.8 Verallgemeinerung: Begriffliche Modellierung einer Sache

#### 3.8.1 Rückschluß von Begriffen auf Sachen

Nach dem bisher Dargelegten müssen nun noch ausgehend von den Begriffen zwei Fragen geklärt werden: Zum einen, ob und wie weit durch einen gegebenen Begriff resp. ein gegebenes Modell eine Sache vollständig bestimmt ist, zum anderen, ob dadurch die Eigenschaften der jeweiligen Sache vollständig bestimmt sind. Beide Informationen müssen in die Deutung eines Begriffs als Modell mit aufgenommen werden. Ich schlage deshalb vor, das von Lambert im „Neuen Organon“ aufgestellte Begriffssystem so zu interpretieren, daß diesem die folgende Verallgemeinerung der Darstellung der begrifflichen Modellierung einer Sache zugrunde liegt – ohne natürlich zu behaupten, daß ich damit eine vollständige Übereinstimmung mit den Lambertschen Intentionen erreichen könnte.

Zu jeder Sache gehört eine bestimmte Anzahl abzählbar vieler diskreter Eigenschaften. Jede Eigenschaft ist für alle Sachen unabhängig von diesen eindeutig bestimmt und kann selbst als Gegenstand betrachtet werden. Wie für jeden Gegenstand wird deshalb auch für jede Eigenschaft genau ein Repräsentant festgelegt. Dieser Repräsentant soll als *direkter Repräsentant* dieser Eigenschaft bezeichnet werden. Ein *Modell* einer Sache ist eine Menge von Repräsentanten von Eigenschaften an dieser Sache. Jeder direkte Repräsentant einer Eigenschaft kann *ersetzt* werden durch ein Modell dieser Eigenschaft, das heißt durch eine Menge von Repräsentanten von Eigenschaften dieser Eigenschaft – in diesem Fall soll von einem *indirekten* Repräsentanten einer Eigenschaft gesprochen werden (im Gegensatz zu einem *direkten* Repräsentanten, welcher nichts anderes ist als eben der für diese Eigenschaft festgelegte Repräsentant). Allgemein wird unter einem *Repräsentanten* einer Eigenschaft ein direkter oder indirekter Repräsentant dieser Eigenschaft verstanden.

#### 3.8.2 Direkte, vollständige und allgemein vollständige Modelle

Im folgenden wird unter einem *direkten Modell* einer Sache eine Menge verstanden, die *ausschließlich* direkte Repräsentanten von Eigenschaften dieser Sache enthält. Unter einem *vollständigen Modell* einer Sache soll eine Menge verstanden werden, die aus den Repräsentanten *aller* Eigenschaften dieser Sache besteht. Eine solche Menge gibt es, weil es eine *bestimmte* Anzahl abzählbar vieler diskreter Eigenschaften an einer Sache gibt. Ein Beispiel für eine solche Menge ist diejenige

Menge, die aus den direkten Repräsentanten für jede dieser Eigenschaften (welche, wie bereits erwähnt, eindeutig bestimmt sind) besteht. Ein *direktes vollständiges Modell* einer Sache ist nach den soeben gegebenen beiden Definitionen eine Menge, die die direkten Repräsentanten aller Eigenschaften dieser Sache enthält.

Es gibt für jede Sache genau eine Menge, die direktes vollständiges Modell dieser Sache ist. Die Elemente dieser Menge sind nämlich eindeutig bestimmt, weil die Eigenschaften der Sache eindeutig bestimmt sind (weshalb dann alle vollständigen Modelle dieser Sache dieselbe Anzahl von Elementen haben) und weil jeder direkte Repräsentant einer Eigenschaft eindeutig festgelegt ist. Jedes direkte Modell dieser Sache muß demnach eine Teilmenge des direkten vollständigen Modells dieser Sache sein, hingegen können verschiedene direkte Modelle durchaus elementfremde Teilmengen des direkten vollständigen Modells sein.

Die Elemente des direkten vollständigen Modells sollen nun ohne Beschränkung der Allgemeinheit numeriert werden, um sie voneinander unterscheiden zu können. Das ist zulässig, weil es für jede Sache genau ein direktes vollständiges Modell gibt, und somit die Anzahl der Elemente dieses Modells eindeutig bestimmt ist (bekanntlich gilt, daß die Reihenfolge der Elemente für die Bestimmung einer Menge keine Rolle spielt, d.h. die Reihenfolge der Elemente unterscheidet elementgleiche Mengen nicht).

Die Ersetzung des direkten Repräsentanten einer Eigenschaft durch ein Modell dieser Eigenschaft (das heißt durch eine Menge von Repräsentanten von Eigenschaften dieser Eigenschaft) wird als *vollständig* bezeichnet, wenn der Repräsentant dieser Eigenschaft durch ein vollständiges Modell dieser Eigenschaft ersetzt wird. Insbesondere soll von einer *direkten vollständigen Ersetzung* gesprochen werden, wenn der Repräsentant durch das direkte vollständige Modell dieser Eigenschaft ersetzt wird.

Schließlich soll unter einem vollständigen Modell im erweiterten Sinne bzw. einem *allgemein vollständigen Modell* einer Sache ein Modell verstanden werden, das sich von dem direkten vollständigen Modell einer Sache nur durch direkte vollständige Ersetzungen unterscheidet. Das allgemein vollständige Modell ist also aus dem direkten vollständigen Modell durch sukzessive direkte vollständige Ersetzung hervorgegangen. Durch ein solches Modell werden wiederum sämtliche Eigenschaften dieser Sache, zusätzlich aber auch sämtliche Eigenschaften bestimmter Eigenschaften dieser Sache erfaßt.

Demnach läßt sich nun feststellen, daß ein beliebiges Modell einer Sache Teilmenge eines allgemein vollständigen Modells dieser Sache sein muß. Dadurch wird es im folgenden möglich sein, anstatt jedes einzelne Modell als Spezialfall zu betrachten, die Erörterungen auf allgemein vollständige Modelle zu beschränken. Wenn also im folgenden nichts anderes gesagt wird, ist mit einem *Modell* immer ein entsprechendes allgemein vollständiges Modell gemeint.

### 3.8.3 Die Mengen der eigenen und gemeinsame Merkmale eines Begriffs

Jede Sache hat nun charakteristische Eigenschaften: Lambert behauptet, daß „jede Sache auch etwas hat, wodurch sie sich von allen übrigen unterscheidet“ [NO, Dian., §13]. Die Menge der Repräsentanten aller dieser Eigenschaften nennt Lambert „Unterschied der Art“, die Elemente dieser Menge bezeichnet Lambert als die „eigenen“ Merkmale des Begriffs [NO, Dian., §14]. Hier ist zu beachten, daß die eigenen Merkmale des Begriffs im Unterschied zu den bisher erwähnten Merkmalen gerade nicht Eigenschaften der Sache sind. Vielmehr dient dieser Terminus dazu, innerhalb des direkten Modells der Sache bestimmte Repräsentanten auszuzeichnen. Dabei handelt es sich um die Repräsentanten derjenigen Eigenschaften der Sache, die ausschließlich an dieser Sache, aber nicht an anderen Sachen zu finden sind.

Weiterhin wird die Menge der Repräsentanten aller der Eigenschaften, die sich auch an anderen Sachen finden, von Lambert als „Art oder Gattung“ bezeichnet, die Elemente dieser Menge bezeichnet Lambert als die „gemeinsamen“ Merkmale des Begriffs [NO, Dian., §14]. Auch die gemeinsamen Merkmale des Begriffs sind keine Eigenschaften der Sache. Vielmehr sind sie die direkten Repräsentanten derjenigen Eigenschaften der Sache, die auch an anderen Sachen zu finden sind.

„Beide zusammen genommen erschöpfen den ganzen Begriff und bezeichnen seinen *Umfang*.“ [NO, Dian., §14] Der „ganze Begriff“ ist demnach die Vereinigungsmenge der Mengen der eigenen und der gemeinsamen Merkmale des Begriffs. Diese Vereinigungsmenge ist aber nichts anderes als das direkte vollständige Modell der Sache (wie aus der oben gegebenen Definition des direkten vollständigen Modells folgt), denn sie enthält sämtliche direkten Repräsentanten von Eigenschaften dieser Sache.

Diese Vereinigung beider Mengen soll nun gerade den Umfang des Begriffs *bezeichnen*. Meines Erachtens folgt hieraus, daß Lambert unter dem Umfang eines Begriffs gerade die Gesamtheit sämtlicher Eigenschaften versteht, die an der Sache sind, deren Modell der Begriff ist.

Im übrigen ergeben sich hieraus weitere Folgerungen: Da die Menge der eigenen Merkmale (das ist die Menge der Repräsentanten der der Sache allein zukommenden Merkmale) und die Menge der gemeinsamen Merkmale (das ist die Menge der Repräsentanten der Merkmale, die auch an anderen Sachen sind) eines Begriffs nicht nur zusammen das direkte vollständige Modell ausschöpfen, sondern auch noch elementfremd sind, bilden sie eine vollständige Zerlegung des direkten vollständigen Modells der Sache im mengentheoretischen Sinne.

Außerdem muß für zwei verschiedene Sachen die Durchschnittsmenge ihrer Modelle stets eine Teilmenge der jeweiligen Mengen der gemeinsamen Merkmale der Begriffe sein – oder anders ausgedrückt: sobald dieser Durchschnitt auch

nur ein Element enthält, das ein eigenes Merkmal eines dieser Begriffe ist, handelt es sich um Modelle von ein und derselben Sache.

#### 3.8.4 Der ontologische Status abstrakter Sachen

An dieser Stelle will ich noch einmal auf das bereits diskutierte Problem der abstrakten Sachen eingehen, weil jetzt deren ontologischer Status deutlicher wird. Lambert verwendet den Terminus „Gattung“ zur Kennzeichnung derjenigen Eigenschaften einer Sache, die auch an anderen Sachen zu finden sind. Hinsichtlich der Zerlegung eines Begriffs in eigene und gemeinsame Merkmale bezeichnet Lambert mit diesem Terminus, wie bereits dargelegt, die Menge der gemeinsamen Merkmale des Begriffs. Diese Menge spielt bei Lambert auch bei der Bildung „abstrakter Begriffe“ eine wichtige Rolle, denn dabei „läßt man in diesem Begriff alle eigene Merkmale weg, und stellt sich die gemeinsamen besonders vor“ [NO, Dian., §17].

Nach dem bisher Gesagten muß aber bereits klar sein, daß die besondere Vorstellung bloß der gemeinsamen Merkmale des Begriffs einer Sache, das heißt die Bildung eines besonderen Begriffs, der nur aus diesen gemeinsamen Merkmalen besteht, zu einem Modell einer anderen Sache führen kann. Sie führt *dann* zu einem Modell einer *anderen* Sache, welche *nur* die durch diese gemeinsamen Merkmale repräsentierten Eigenschaften besitzt, führt, *wenn* die Rede von einer „besonderen Vorstellung“ als Absonderung verstanden und die Menge der gemeinsamen Merkmale als Gesamtmenge, d.h. als vollständiges Modell aufgefaßt wird.

Die „besondere Vorstellung“ und die „Absonderung“ unterscheidet Lambert auch terminologisch. Zum einen spricht er von einem „abstrakten Begriff“ in dem Sinne, daß im Modell nur die eigenen Merkmale weggelassen werden [NO, Dian., §17], daß also statt des vollständigen Modells nur das Modell, das mit der Menge der gemeinsamen Merkmale übereinstimmt, vorliegt. Zum anderen aber interpretiert Lambert die Menge der gemeinsamen Merkmale auch wiederum als vollständiges Modell, wenn er den Terminus „Gattung“ zur Bezeichnung von Klassen als Gegenständen verwendet: „die gemeinsamen Merkmale geben den Begriff einer *Gattung*. Denn da sie noch mehreren Dingen zukommen, so gehören alle diese Dinge in eine Klasse, welche wir überhaupt *Gattung* nennen können.“ [NO, Dian., §53]

Durch diese Umdeutung einer bloßen Teilmenge eines vollständigen Modells in ein vollständiges Modell und die nachfolgende Übertragung der logischen Verwendung des Terminus „Gattung“ in die Ontologie gelingt es Lambert, abstrakte Sachen als ontologische Gegenstände einzuführen, obwohl diese abstrakten Sachen ursprünglich „Klassen“ oder Gesamtheiten waren und als solche keine ontologische Realität besaßen. Diese Gesamtheiten werden somit selbst zu

Sachen, für die nun wieder Begriffe (nämlich jeweils der von Lambert erwähnte „Begriff einer *Gattung*“) gebildet werden können. Allerdings besitzen diese Gesamtheiten keine selbständige Existenz – wie bereits bemerkt, kann daraus, daß abstrakte Sachen für sich bestimmt sind, nicht geschlossen werden, daß sie selbständig existieren.

### 3.9 Begriffliche Modellierung unvollständig bestimmter Sachen

#### 3.9.1 Modelle für unvollständig bestimmte Sachen

Bis hierher ist in die Darstellung der begrifflichen Modellierung einer Sache nur eingeflossen, ob und wieweit ein Begriff eine Sache vollständig bestimmt. Hingegen wurde noch nicht berücksichtigt, ob die Eigenschaften einer Sache selbst vollständig bestimmt sind. Die Kenntnis der von mir im vorigen Abschnitt dieser Arbeit dargelegten ambivalenten Verwendung des Terminus „abstrakte Sache“ hilft nun auch zu erklären, wie die Verwendung des Terminus „vollständiges Modell“ auf unvollständig bestimmte Sachen ausgedehnt werden kann.

Bei unvollständig bestimmten Sachen sind die vollständig bestimmten Merkmale offenbar in dem Sinne Gattungsmerkmale, daß sie bei allen zugehörigen konkreten Sachen (das heißt bei allen Sachen, bei denen die bei der unvollständig bestimmten Sache nur angedeuteten Eigenschaften bestimmt sind) die gleichen sind. Wird ein vollständiges Modell einer unvollständig bestimmten Sache gesucht, genügt es dann offenbar nicht, nur diese Gattungsmerkmale zu berücksichtigen. Denn wenn die Menge der Repräsentanten der Gattungsmerkmale selbst als vollständiges Modell interpretiert wird, würde, wie soeben hinsichtlich der Verwendung des Terminus „abstrakte Sache“ dargelegt, hierdurch eine andere Sache bezeichnet, nämlich die abstrakte Sache selbst.

Hierdurch erscheint nun Lamberts Aussage „indessen bleibt hierbei immer ein Hauptbegriff, auf welchen alle Veränderungen bezogen werden“ [NO, Dian., §21] in etwas anderem Licht: Daß die Veränderungen auf den Hauptbegriff bezogen werden, bedeutet eben nicht, daß der Hauptbegriff mit dem Gattungsbegriff dieser Sache übereinstimmt – während bei dem Gattungsbegriff von allen Veränderungen abstrahiert wurde, behält der Hauptbegriff auch eine Beziehung auf das Veränderte bei.

Ein vollständiges Modell einer Sache muß immer sowohl die gemeinsamen als auch die eigenen Merkmale des Begriffs enthalten, denn ebensowenig wie die Gattungsmerkmale hinreichen, ein vollständiges Modell für eine Sache zu bilden, reichen allein die eigenen Merkmale hierfür aus. Lambert beschreibt das folgendermaßen: „da die gemeinsamen Merkmale auch andern Dingen zukommen, [...] so taugen sie allein nicht, wenn die Erklärung, so man von der Sache machen will, die Absicht hat, die Sache kenntlich zu machen. Hiezu sind die eigenen

Merkmale unstreitig zureichend, weil sie der Sache allein zukommen, und folglich in keiner andern zu finden sind. Hingegen erschöpfen sie den Begriff nicht, weil zu dem ganzen Umfange desselben die gemeinsamen Merkmale mit gehören. Wenn demnach die Absicht der Erklärung ist, von der Sache einen vollständigen Lehrbegriff zu geben, so ist klar, daß die gemeinsamen und eigenen Merkmale müssen zusammen genommen werden.“ [NO, Dian., §52]

Während aber die gemeinsamen Merkmale bestimmt sind, haben (wie bereits erwähnt) nur die Modelle der zu der unvollständig bestimmten Sache gehörenden konkreten Sachen bestimmte eigene Merkmale. Von den durch diese eigenen Merkmale repräsentierten Eigenschaften wurde bei der unvollständig bestimmten Sache abstrahiert, statt dessen sind diese Eigenschaften „angedeutet“, das heißt, die unvollständig bestimmte Sache hat zwar die Möglichkeit, diese Eigenschaften zu haben, und es ist auch festgelegt, um welche Eigenschaften sich dabei handelt, aber diese Eigenschaften selbst sind noch nicht bestimmt.

### 3.9.2 Abstrakte Eigenschaften

Dieses „Angedeutetsein“ von Eigenschaften soll in folgendem Sinne als „abstrakte Eigenschaft“ verstanden werden: Es werden Gesamtheiten von Eigenschaften gebildet, jede dieser Gesamtheiten wird mit dem Terminus „abstrakte Eigenschaft“ gekennzeichnet. Die Grundlage für die Bildung dieser Gesamtheiten ist eine (wie auch immer festgestellte) „Ähnlichkeit“ bestimmter Eigenschaften – oder wie Lambert schreibt: „Die Ähnlichkeit der einzeln Dinge macht die Art, die Ähnlichkeit der Arten die Gattung, und die Ähnlichkeit der Gattungen die höhere Gattung aus.“ [NO, Dian., §15] Ist eine bestimmte Eigenschaft Element einer dieser Gesamtheiten, dann ist diese Gesamtheit eine abstrakte Eigenschaft hinsichtlich dieser bestimmten Eigenschaft. Diese abstrakte Eigenschaft *deutet* dann diese bestimmte Eigenschaft *an* – und zwar in dem Sinne, daß diese bestimmte Eigenschaft als Element in der abstrakte Eigenschaft enthalten ist.

Demnach muß ein Modell einer unvollständig bestimmten Sache als Teilmengen sowohl die Gattung als auch die Menge der Repräsentanten der abstrakten Eigenschaften hinsichtlich aller eigenen Merkmale der zu dieser unvollständig bestimmten Sache gehörenden konkreten Sachen enthalten. Wie bereits festgelegt, soll eine abstrakte Eigenschaft gerade durch die Menge der Repräsentanten derjenigen bestimmten Eigenschaften repräsentiert werden, die diese abstrakte Eigenschaft andeutet.

Um es noch einmal deutlich zu sagen: Alle diese zu einer unvollständig bestimmten Sache gehörenden konkreten Sachen haben die gleiche Anzahl von Eigenschaften – nämlich die Eigenschaften, die alle gemeinsam haben, sowie jeweils ein bestimmtes Element von jeder abstrakten Eigenschaft der unvollständig bestimmten Sache. Demnach haben auch die vollständigen Modelle sowohl der

konkreten Sachen als auch der unvollständig bestimmten Sache dieselbe Anzahl Elemente.

In Bezug auf eine dieser konkreten Sachen soll das vollständige Modell der durch Abstraktion aus dieser Sache hervorgegangen unvollständig bestimmten Sache als „abstraktes Modell“ dieser konkreten Sache bezeichnet werden. Beim Übergang zu einem abstrakten Modell bleiben in dem vollständigen Modell der ursprünglichen Sache alle gemeinsamen Merkmale (also alle zur „Gattung“ gehörenden Elemente) erhalten, während die eigenen Merkmale (also die Repräsentanten von Eigenschaften, die nur an dieser Sache sind) ersetzt werden durch Repräsentationen von abstrakten Eigenschaften hinsichtlich dieser Eigenschaften (also durch Repräsentationen von Gesamtheiten, die diese und „ähnliche“ Eigenschaften als Elemente enthalten).

Das abstrakte Modell einer Sache unterscheidet sich demnach von dem vollständigen Modell dieser Sache nur hinsichtlich der Ersetzung bestimmter Eigenschaften dieser Sache durch abstrakte Eigenschaften. Noch einmal zusammengefaßt: ein abstraktes Modell hat genau so viele Elemente wie das vollständige Modell einer Sache, stimmt in den in der Gattung enthaltenen Elementen mit dem vollständigen Modell überein, und stimmt hinsichtlich der eigenen Merkmale dieser Sache mit dem vollständigen Modell bis auf Ersetzungen bestimmter Eigenschaften durch abstrakte Eigenschaften überein.

### 3.9.3 Mengentheoretische Rekonstruktion abstrakter Modelle

Ein abstraktes Modell einer Sache enthält also die gemeinsamen Merkmale sowie die Menge der Repräsentanten entsprechender abstrakter Eigenschaften. Sei  $B$  Zeichen für den Begriff einer beliebigen Sache,  $B'$  Zeichen für den Begriff einer abstrakten Sache,  $G$  Zeichen für die Gattung,  $A$  Zeichen für den Repräsentant einer abstrakten Eigenschaft,  $i$  ein Index für die in diesem Begriff enthaltenen Repräsentanten,  $e$  ein Index für die Repräsentanten der nur an dieser Sache zu findenden Eigenschaften und  $g$  ein Index für die Repräsentanten der Gattungseigenschaften.

Dann läßt sich ein vollständiges Modell einer Sache (ein Begriff) wie folgt darstellen:  $B := \{B_i\} = \{B_e\} \cup \{B_g\}$ . Die Gattung ist dann  $G := \{B_g\}$ , also  $B = \{B_e\} \cup G$ . Demnach läßt sich ein abstraktes Modell dieser Sache, welches selbst wieder ein Begriff ist, als  $B' := \{A_e\} \cup \{B_g\} = \{A_e\} \cup G$  darstellen, wobei die  $A_e$  Repräsentanten derjenigen Gesamtheiten sind, in denen als Elemente diejenigen Eigenschaften enthalten sind, deren Repräsentanten gerade die  $B_e$  sind. Sei  $s$  Zeichen für eine Sache (also auch für eine Eigenschaft) und  $a$  ein Index für die Elemente einer abstrakten Eigenschaft, dann folgt mit  $B_e := B(s_e)$  und  $s_e \in \{s_a\}_e$  schließlich  $A_e := A(\{s_a\}_e)$ .

Das bis hierher eingeführte abstrakte Modell entspricht meiner Ansicht nach genau dem, was Lambert mit „Hauptbegriff“ meint. Daß das abstrakte Modell

gerade aus dem Modell einer unvollständig bestimmten Sache entwickelt wurde, stimmt überein mit Lamberts Auffassung davon, daß für einen Hauptbegriff „dessen Umfang sich nicht wohl bestimmen läßt“ [NO, Dian., §21]. Da nämlich der Umfang des Begriffs einer Sache die Gesamtheit der Eigenschaften dieser Sache ist, scheint Lambert gerade damit, daß der Umfang nicht genau bestimmbar ist, darauf hinzuweisen, daß ein Hauptbegriff für eine Sache steht, deren Eigenschaften nicht vollständig bestimmt sind.

#### 3.9.4 Hauptbegriffe als abstrakte Modelle

Wenn man den Hauptbegriff als abstraktes Modell auffaßt, dann kann man die beiden von Lambert gegebenen Beispiele für Hauptbegriffe meines Erachtens sinnvoll so interpretieren: „Bei den Menschen geschieht es selten, daß einer sich so veränderte, daß er keinem mehr beweisen könnte, er sei eben der, den sie vormals gekannt hatten, und ein Mensch müßte alles Gedächtnis verlieren, wenn er sich seiner selbst nicht mehr bewußt wäre.“ [NO, Dian., §21], sowie: „Eine Stadt leidet solche durch tausend Veränderungen beständig, und der Hauptbegriff davon bleibt dennoch, solange noch der Ort bekannt bleibt, wo sie gestanden hat. Es ist demnach bei einzelnen Dingen etwas, daß man als fortdauernd vorstellt, und von seinen Abänderungen abstrahiert. Dieses *Etwas* ist der Begriff der Art oder Gattung, worunter die Sache gehört, und ihr Begriff bleibt, solange die Sache noch die Merkmale der Gattung behält. Man stellt sich Troja als eine Stadt vor, und das, wodurch man sie zu einem einzelnen Dinge macht, sind die Umstände der Zeit und des Ortes, und die Verhältnisse, in welchen sie mit andern einzelnen Dingen war.“ [NO, Dian., §22] – Gerade am Beispiel von Troja wird deutlich, daß der Hauptbegriff den Gattungsbegriff mit beinhaltet, gleichzeitig aber sämtliche Repräsentationen der Eigenschaften, von denen abstrahiert wurde, mit andeutet. Die Gattung ist eine Teilmenge des Hauptbegriffs.

Hier sei noch auf eine weitere Konsequenz aus der Interpretation eines Hauptbegriffs einer Sache als abstraktes Modell dieser Sache verwiesen. Ein abstraktes Modell ist unabhängig davon, wie diejenigen Eigenschaften, die in dem abstrakten Modell nur als angedeutete repräsentiert werden, jeweils an der Sache konkret bestimmt sind. Im abstrakten Modell sind dann nämlich für diese angedeuteten Eigenschaften statt der Repräsentanten der bestimmten Eigenschaften die Mengen enthalten, denen diese bestimmten Eigenschaften als Elemente angehören.

Deshalb ändert sich an dem abstrakten Modell selbstverständlich nichts, wenn an der konkreten Sache eine dieser bestimmten Eigenschaften durch eine andere, die in derselben Gesamtheit als Element enthalten ist, ersetzt wird. Lambert bezeichnet deshalb diese Eigenschaften auch als „Zufälligkeiten, Modifikationen“ und fährt ganz im eben dargestellten Sinne fort: „Die veränderlichen Be-

stimmungen einer einzelnen Sache werden *Zufälligkeiten*, *Modifikationen* genannt, weil sie an dem Hauptbegriffe der Sache nichts ändern.“ [NO, Dian., §23]

Der Hauptbegriff einer Sache spielt bei Lambert eine grundlegende Rolle, hierdurch wird nämlich eine Sache eindeutig, unabhängig von den konkreten räumlich-zeitlichen oder anderen zufälligen Bestimmungen, bestimmt. Hinsichtlich einer konkreten Sache, das heißt einer bestimmten Sache zu einem bestimmten Zeitpunkt und an einem bestimmten Ort mit vollständig bestimmten Eigenschaften, ist der Hauptbegriff, wie bisher dargelegt, ein abstraktes Modell dieser konkreten Sache.

### 3.10 Modelle und ihr Bezug zu wissenschaftlichen Theorien

#### 3.10.1 Hauptbegriffe und die Zwecke wissenschaftlicher Theorien

Eine Sache soll aber auch losgelöst von Raum, Zeit und zufälligen Bestimmungen durch ihren Hauptbegriff eindeutig gekennzeichnet sein. Das ist so zu verstehen, daß jetzt der Hauptbegriff als vollständiges Modell einer anderen Sache (nämlich nicht mehr der konkreten, sondern der von Raum, Zeit und zufälligen Bestimmungen unabhängigen Sache) aufgefaßt wird. Unter anderem gehen Lamberts Überlegungen dabei in Richtung der Problematik der personalen Identität, wie sein Beispiel des Begriffs eines Menschen zeigt: „Z. E. ein Mensch wächst von Kindheit auf, wird größer, älter, verständiger, krank, wieder gesund, so, daß man anstehen kann, wie viel von den Stoff, daraus sein Leib besteht, nach einigen Jahren noch übrigbleibt, der sich nicht mit neuem verwechselt hätte.“ [NO, Dian., §20]

Hier findet also bei Lambert eine ähnliche Verschiebung in der Interpretation eines Modells statt, wie das vorhin für abstrakte Sachen beschrieben wurde. Konkret geht diese Verschiebung der Interpretation eines Hauptbegriffs als Modell wie folgt vor sich: Zuerst wird der Hauptbegriff als abstraktes Modell einer konkreten Sache betrachtet, dann wird dieses Modell, das heißt diese Menge von Repräsentanten, als vollständiges Modell einer *anderen* Sache, nämlich nicht mehr der konkreten Sache, sondern nunmehr der hinsichtlich Raum, Zeit und Zufälligkeiten unvollständig bestimmten Sache, aufgefaßt. Diese Sache ist dann nicht mehr die konkrete Sache, sondern nunmehr eine unvollständig bestimmte Sache. Diese unvollständig bestimmte Sache ist nun gerade hinsichtlich der veränderlichen Eigenschaften der konkreten Sache unvollständig bestimmt.<sup>160</sup>

<sup>160</sup> Um Mißverständnisse zu vermeiden, noch einmal ganz deutlich: (1) Hauptbegriff als abstraktes Modell einer konkreten Sache: die veränderlichen Eigenschaften sind relativiert. (2) Hauptbegriff als vollständiges Modell einer unvollständig bestimmten (abstrakten) Sache: die veränderlichen Eigenschaften sind weggelassen.

Daß die Möglichkeit des Unbestimmtseins veränderlicher Eigenschaften in Lamberts System mit erfaßt wird, erklärt sich meines Erachtens aus der Zielstellung einer wissenschaftlichen Zwecken genügenden Begriffsbildung. Hierfür muß nämlich eine Sache genau so weit bestimmt sein, wie das für die jeweilige Theorie erforderlich ist. Alle für die Theorie nicht relevanten Eigenschaften (das sind für Lambert offenbar bei den einzelnen Dingen gerade die veränderlichen Eigenschaften) hingegen sollen für die Bestimmung der Sache keine Rolle spielen und keinen Anlaß zur Unterscheidung bieten. Das Besondere an Lamberts Verfahren ist dabei gerade, daß diese veränderlichen Eigenschaften nicht einfach wegfallen, sondern als unbestimmte angedeutet bleiben.

### 3.10.2 Adäquate Modelle – Bezug von Sachen und wissenschaftlichen Theorien

Wenn die Sache in einer für eine wissenschaftliche Theorie relevanten Form betrachtet wird, das heißt, wenn alle veränderlichen Eigenschaften unbestimmt bleiben, dann ist das vollständige Modell dieser unvollständig bestimmten Sache genau das, was Lambert als Hauptbegriff bezeichnet. Dieses Modell soll im folgenden als „adäquates Modell“ einer Sache bezeichnet werden. Das adäquate Modell einer Sache ist also im allgemeinen so zusammengesetzt wie ein abstraktes Modell der Sache, das heißt, ein adäquates Modell ist eine Menge von Repräsentanten von bestimmten oder von abstrakten Eigenschaften.

Nun kann es allerdings sein, daß für eine wissenschaftliche Theorie zum einen die konkrete Sache relevant ist, zum anderen die abstrakte Sache. Deshalb muß der Terminus „adäquates Modell“ in einem erweiterten Sinne verwendet werden: es werden auch Extremfälle zugelassen, wie z.B. daß alle Eigenschaften bestimmt sind, es also überhaupt keine angedeuteten Eigenschaften gibt, daß es nur gemeinsame Merkmale gibt, daß es nur eigene Merkmale gibt und so weiter. In diesen erweiterten Sinne kann das adäquate Modell sowohl Modell einer unvollständig bestimmten Sache sein, als auch Modell einer vollständig bestimmten, konkreten Sache, und schließlich auch Modell einer abstrakten Sache.

Ein adäquates Modell einer Sache ist dann abhängig davon und beinhaltet Informationen darüber, wie weit die Eigenschaften dieser Sache vollständig bestimmt sind. Somit können in dem adäquaten Modell zwar Repräsentanten sämtlicher Arten von Eigenschaften, die an einer Sache zu finden sind, vorkommen, aber es müssen nicht sämtliche Arten enthalten sein.

Nebenbei bemerkt ist es korrekt, hier von den Repräsentanten sämtlicher Arten von Eigenschaften einer Sache zu reden, denn offenbar gibt es für Lambert nur die Gattungsmerkmale, die eigenen Merkmale und die Zufälligkeiten, wie aus seinen Erläuterungen zu den Art- bzw. Gattungsbegriffen deutlich wird: „Die Begriffe der Arten und Gattungen enthalten nur die gemeinsamen Merkmale der Sachen, die unter diese Arten und Gattungen gehören. Die eigenen

Merkmale, wie auch die Zufälligkeiten sind daraus weggelassen. In den Sachen selbst aber finden sich alle beisammen“ [NO, Dian., §25].

### 3.10.3 Ähnlichkeit als Übereinstimmung von Modellen

An dieser Stelle ist eine weitere Anmerkung zu Lamberts Terminologie erforderlich. Wenn Lambert von „Ähnlichem“ redet, bezieht er das einerseits auf die Übereinstimmung von bestimmten Eigenschaften an verschiedenen Sachen, andererseits darauf, daß bestimmte Eigenschaften an verschiedenen Sachen Elemente derselben Gesamtheit sind. Demnach beschreibt „Ähnlichkeit“ in allgemeiner Form die Übereinstimmung von Modellen verschiedener Sachen, und zwar sowohl Übereinstimmung hinsichtlich gemeinsamer Merkmale, als auch Übereinstimmung hinsichtlich nur angedeuteter Eigenschaften.

In diesem Sinne spricht Lambert von „einzelnen Dingen“, „die viel Ähnliches miteinander haben, und auf eine ähnliche Art verschieden sind“ [NO, Dian., §31]. Daß die einzelnen Dinge viel Ähnliches miteinander haben, läßt sich dabei meines Erachtens so interpretieren, daß ihre Modelle in bestimmten Elementen übereinstimmen. Daß heißt, daß der Durchschnitt dieser Modelle nicht leer ist. Hierbei bezieht Lambert die Ähnlichkeit offenbar auf die Übereinstimmung von bestimmten Eigenschaften an verschiedenen Sachen.

Daß aber einzelne Dinge auf eine ähnliche Art verschieden sind, bedeutet meines Erachtens, daß es an diesen einzelnen Dingen Eigenschaften gibt, die zwar voneinander verschieden sind, aber Elemente derselben Menge sind. Daher stimmen dann auch die abstrakten Modelle dieser einzelnen Dinge, die gerade hinsichtlich dieser Eigenschaften abstrakt sind, überein. Hier bezieht also Lambert die Ähnlichkeit darauf, daß bestimmte Eigenschaften an verschiedenen Sachen Elemente derselben Menge sind. Insofern wären z.B. rote, blaue und grüne Dinge auf eine ähnliche Art verschieden, nämlich hinsichtlich ihrer Farbe.

Hierdurch wird nun im nachhinein die zunächst willkürliche Festsetzung gerechtfertigt, als Repräsentant eines abstrakten Merkmals die Menge der Repräsentanten der zugehörigen konkreten Merkmale zu verwenden.

### 3.10.4 Weitere Funktionen der Ähnlichkeit

Nicht nur bei der Abstraktion, sondern auch bei deren Umkehrung, der Konkretion, also nicht ausgehend von den einzelnen Dingen, sondern ausgehend von Gattungen, spielt die Ähnlichkeit eine wichtige Rolle. Wenn nämlich einige Sachen nicht nur in den Gattungseigenschaften übereinstimmen, sondern auch noch in weiteren Eigenschaften, werden hierdurch Arten dieser Gattung gebildet. Hinsichtlich dieser weiteren übereinstimmenden Eigenschaften unterscheiden sich die Sachen dieser Art aber von anderen Sachen, die zu dieser Gattung gehören.

Ein adäquates Modell der Gattung müßte also auch diese Eigenschaften, die die Grundlage dieser Artenbildung sind, andeuten. Das heißt, ein solches adäquates Modell der Gattung muß Repräsentationen von Gesamtheiten enthalten, deren Elemente eben diese Eigenschaften sind. Gerade bezogen auf diese Gesamtheiten sind dann die Arten auf ähnliche Art verschieden. Bei Lambert liest sich das wie folgt: „Denn da man alle Fälle, welche unter die Gattung gehören, vor sich hat, so lassen sich bei ihrer Vergleichung leicht solche finden, die größere Ähnlichkeiten unter sich haben, als die so man zur Gattung genommen, und sie werden sich stufenweise in Klassen einteilen lassen. Die Arten, so man dadurch findet, müssen auf eine ähnliche Art verschieden sein“ [NO, Dian., §39].

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Einteilung einer Gattung in Arten durch Ersetzung von angedeuteten durch bestimmte Eigenschaften erfolgt. Das heißt, das Modell jeder Art einer Gattung wird dadurch gebildet, daß in dem Modell der Gattung die Repräsentation einer Gesamtheit von Eigenschaften durch die Repräsentation eines Elements dieser Gesamtheit ersetzt wird. Insofern die Elemente dieser Gesamtheiten selbst wiederum Gesamtheiten von Eigenschaften sind, läßt sich die Teilung in Arten auch hinsichtlich dieser Arten fortsetzen – so lange, bis statt Gesamtheiten von Eigenschaften nur noch bestimmte Eigenschaften vorhanden sind. In diesem Sinne ist auch Lamberts Erklärung über den Umfang des Begriffs einer bestimmten Gattung zu verstehen: „Der Umfang dieses Begriffes beruht auf der Ähnlichkeit der Arten, und überhaupt auf der Ähnlichkeit, aller Fälle, die er unter sich begreift.“ [NO, Dian., §29]

Schließlich sichert die Ähnlichkeit die prinzipielle Vergleichbarkeit aller Sachen untereinander. Auch hier zeigt sich wieder eine ontologische Unterstellung Lamberts. Er behauptet nämlich: „wir finden bei Vergleichung zweier Sachen immer mehr oder minder Ähnlichkeit und Merkmale, die beiden gemeinsam sind.“ [NO, Dian., §13] Damit geht Lambert noch über die Annahme hinaus, daß es etwas gibt, „was überhaupt noch allen Dingen gemeinsam bleibt“ [NO, Dian., §15] – nicht nur für Dinge, sondern für beliebige Sachen muß es etwas geben, das allen gemeinsam ist. Für unsere mengentheoretische Betrachtung heißt das, daß der Durchschnitt beliebig vieler vollständiger Modelle nicht leer sein kann.

### **3.11 Besonderheiten des Lambertschen Systems**

#### *3.11.1 Möglichkeiten der Begriffsbildung, äußere Merkmale, niedrigste Gattung*

Mit dem bisher eingeführten Instrumentarium der mengentheoretischen Interpretation von Begriffen läßt sich nun bereits Lamberts Darstellung der Vorgehensweise bei der Bildung allgemeiner Begriffe, wie er sie in den §§29–48 im ersten Kapitel der Dianoilogie gibt, rekonstruieren. Das werde ich hier nicht weiter ausführen, da es sich am Originaltext leicht nachvollziehen läßt.

Hinzuweisen ist aber insbesondere auf §35, weil Lambert hier seine erkenntnistheoretischen Grundsätze deutlich werden läßt. Er geht nämlich davon aus, daß Begriffe nicht willkürlich gebildet werden können, daß also nicht beliebige Mengen von Repräsentanten von Eigenschaften als Modell einer Sache auftreten können, sondern diese Mengenbildung dadurch eingeschränkt ist, daß die repräsentierten Eigenschaften auch real an der Sache zusammen sein können müssen. Die Sachen haben also Priorität vor den zugehörigen Begriffen, so daß die Realität der Sachen zugleich auch die Gültigkeit der für sie gebildeten Begriffe sichert: „Denn es ist klar, daß Merkmale, die wirklich beisammen *sind*, beisammen sein können“ [NO, Dian., §35].

Begriffe also, die durch die auf der Ähnlichkeit von Sachen beruhende Abstraktion gebildet werden, sind als solche dadurch bereits möglich – diese Modelle besitzen insofern eine empirische Absicherung dafür, daß nicht bestimmte als Element enthaltene Repräsentanten im Widerspruch zu anderen als Element enthaltenen Repräsentanten stehen. Demgemäß stellt Lambert eine Regel auf, die Fälle, bei denen ein Begriff vorkommt (das heißt die entsprechenden Sachen) danach zu prüfen, „ob alle wirklich sind, um die unmöglichen und widersprechenden wegzuschaffen.“ [NO, Dian., §40]

Ich wage hier eine Erklärung über die Zulässigkeit leerer Begriffe bei Lambert. Aufgrund der von mir vorgelegten mengentheoretischen Rekonstruktion ist klar, daß sich die Begriffe bei Lambert als Kollektionen rekonstruieren lassen, die durch Teil/Ganzes-Beziehungen geordnet sind. Wenn zudem meine Annahme zutrifft, daß Lamberts Logik prinzipiell nur Begriffe als Entitäten kennt (wobei eben Gegenstände durch singuläre Begriffe repräsentiert werden), dann kann es aufgrund dieser Teil/Ganzes-Beziehungen zwischen Begriffen in Lamberts System keine leeren Begriffe geben. Das wird im übrigen auch gerade dann gestützt, wenn man Lamberts Erklärungen über die Bildung von Begriffen berücksichtigt.

Weiterhin sind die §§43 und 44 zu bemerken, in denen Lambert darauf hinweist, daß bestimmte Merkmale von anderen abhängig sein können. Diese Abhängigkeit ergibt sich zum einem daraus, daß die Modelle dieser Eigenschaften in Teilmengenbeziehung zueinander stehen. Insofern stehen sie in logischer Abhängigkeit und werden durch die von mir bisher dargelegte mengentheoretische Rekonstruktion erfaßt. Zum anderen folgen bestimmte Merkmale aus anderen bzw. lassen sich aus diesen bestimmen. Insofern stehen sie in ontologischer Abhängigkeit. Um diese Abhängigkeit zu beschreiben, verwendet Lambert den bereits erwähnten Terminus „äußere Merkmale“, wodurch eben diese ontologischen Abhängigkeiten bezeichnet werden.

Schließlich ist noch auf den §36 hinzuweisen, weil Lambert dort von einer niedrigsten Gattung spricht, die dadurch bestimmt ist, „ob man alle gemeinsame Merkmale in den vorgenommenen Fällen bemerkt habe“ [NO, Dian., §36]. Diese

„niedrigste Gattung“ ist offenbar nichts anderes als der Durchschnitt sämtlicher vollständigen Modelle der konkreten Sachen, deren Gattungsbegriff bestimmt werden soll. Dieser Durchschnitt ist bekanntlich die größte Menge, die in *allen* Modellen dieser Sachen enthalten ist.

Auch bezogen auf nur eine Sache gibt es eine niedrigste Gattung, die Lambert dadurch erklärt, daß in dem vollständig Modell einer Sache die eigenen Merkmale weggelassen werden: „Die gemeinsamen Merkmale geben unter allen Gattungen, zu welchen die Sache gehören kann, die niedrigste und nächste an, weil sie keine andre Bestimmungen leidet, als solche, die die eigenen Merkmale der Sache ausmachen. [NO, Dian., §54] Die niedrigste Gattung einer Sache ist demnach die Vereinigungsmenge sämtlicher Durchschnittsmengen des Modells dieser Sache mit Modellen anderer Sachen – denn die gemeinsamen Merkmale einer Sache sind gerade dadurch definiert, daß sie die Repräsentationen von Eigenschaften sind, die auch an anderen Sachen vorkommen, und das heißt nichts anderes, als daß sie Elemente von Durchschnittsmengen dieses Modells mit anderen Modellen sind.

### 3.11.2 Erklärungen – Abhängigkeiten von der Sprache

Die niedrigste Gattung spielt nicht nur im Zusammenhang mit den Begriffen selbst, sondern auch hinsichtlich der von Lambert so genannten „Erklärungen“ eine grundlegende Rolle. Erklärungen stellen bei Lambert den Bezug zwischen Sachen, Begriffen und der Sprache her. Da die Merkmale eines Begriffs dessen Umfang bestimmen, wird dadurch zugleich die Sache bestimmt, für die der Begriff steht. Das heißt nichts anderes, als daß die Menge der Repräsentanten, die in dem Modell enthalten sind, für sich betrachtet ein vollständiges Modell bildet. Jedes vollständige Modell steht aber für genau eine Sache.

Eine Erklärung liegt nun gemäß Lamberts Erläuterungen dann vor, wenn für die Merkmale des Begriffs, das heißt für die in diesem Modell enthalten Repräsentationen, Worte gebildet werden. Nach dem eben Dargelegten sind durch diese Worte sowohl die einzelnen Merkmale, als auch der Begriff, als auch die Sache bestimmt. (Vgl. hierzu [NO, Dian., §51].) Die Möglichkeiten der Verbalisierung der Repräsentationen von Eigenschaften sind aber dadurch eingeschränkt, daß nicht für jede Eigenschaft ein Wort vorhanden ist. Obwohl also eigentlich Modelle einer Sache beliebige Teilmengen des vollständigen Modells sein können, also beliebige Kombinationen von Repräsentationen von Eigenschaften einer Sache enthalten dürfen, werden durch die tatsächlich in der Sprache vorhandenen Worte nur bestimmte Modelle mit bestimmten Kombinationen von Repräsentationen von Eigenschaften als zulässig gekennzeichnet.

Durch diese Einschränkung ergeben sich Konsequenzen, die zwar keine wesentliche Beschränkung hinsichtlich der Bildung von Modellen für Sachen dar-

stellen, weil durch Bildung zulässiger Modelle und durch den zusätzlichen Hinweis auf das erforderliche Hinzusetzen bzw. Wegnehmen bestimmter Repräsentationen, für die selbst wieder Worte existieren, letztlich auch die nicht zulässigen Modelle beschrieben werden können. Dadurch läßt sich eben auch die niedrigste Gattung der Sache in diesem indirekten Sinn erklären, so daß es prinzipiell möglich ist, eine Sache vollständig zu beschreiben. (Vgl. hierzu [NO, Dian., §§51–58].) Allerdings besteht das Problem der indirekten Beschreibung darin, daß die Abhängigkeiten der Eigenschaften bestimmt werden müssen, was Lambert, weil Eigenschaften selbst als Sachen betrachtet werden können, allgemein zu dem Problem der Abhängigkeit von Sachen untereinander führt.

### 3.11.3 Äußere Merkmale und Verhältnisbegriffe – reale und ideale Verhältnisse

Nun ist es möglich, daß der jeweilige Kenntnisstand über eine Sache nicht ausreicht, um alle an einer Sache befindlichen Eigenschaften auch zu bestimmen. Obwohl jede Sache ein vollständiges Modell hat, wäre dann ein vollständiges Modell dieser Sache nicht bestimmbar. Um in diesem Fall trotzdem eine Sache vollständig zu bestimmen, führt Lambert eine zweite Art von Merkmalen ein: die bereits erwähnten, aber bisher in der Definition eines Modells einer Sache nicht berücksichtigten äußeren Merkmale. Hieraus ergibt sich demnach ein weiterer Grund, die Abhängigkeit von Sachen untereinander zu berücksichtigen.

Die Abhängigkeit von Sachen wird durch von Lambert so genannte „Verhältnisbegriffe“ erfaßt, die dazu dienen, „eine Sache durch ihre Ursachen, Wirkungen, Absichten, Mittel und durch jede Verbindung, so sie mit andern haben kann, kenntlich zu machen und aufzuklären“ [NO, Dian., §59]. Lambert definiert diese so: „Ein *Verhältnisbegriff* ist demnach ein solcher, wodurch ein Begriff mittelst eines andern, oder eine Sache durch eine andre kenntlich gemacht oder bestimmt wird.“ [NO, Dian., §12]

Diese Verhältnisbegriffe erfüllen insofern die Aufgabe von Merkmalen überhaupt, weil sie dazu dienen, eine Sache von allen anderen zu unterscheiden und für sich selbst zu bestimmen. Sie sind allerdings keine den eigenen und gemeinsamen Merkmalen gleichartigen Merkmale, sie erweitern insofern das vollständige Modell einer Sache nicht – Verhältnisse sind keine Eigenschaften. Vielmehr scheint Lambert davon auszugehen, daß zu einer Sache einerseits eine Gesamtheit von Eigenschaften, andererseits aber auch eine Gesamtheit von Verhältnissen gehört.

Der Zusammenhang zwischen Eigenschaften und Verhältnissen wird dadurch hergestellt, daß sich bestimmte Eigenschaften aus einem oder mehreren Verhältnissen herleiten lassen. So nimmt Lambert an, daß eine Sache aus einem Verhältnis zu einer anderen Sache vollständig bestimmt werden kann: „Soll hingegen die Sache durch ihr Verhältnis zu einer andern vollständig bestimmt wer-

den, so muß dieses Verhältnis zureichen, jede gemeinsame und eigene Merkmale der Sache daraus zu bestimmen.“ [NO, Dian., §61]

Lambert unterscheidet zwischen realen und idealen Verhältnissen, in Abhängigkeit davon, ob „durch deren Verwechslung an der Sache selbst etwas geändert wird“ [NO, Dian., §95]. Hierbei führt Lambert mit dem idealen Verhältnissen die Beziehung eines Beobachters auf die Sache ein und hält zugleich fest, daß die Sache nicht vom Beobachter abhängig ist – Lambert spricht hinsichtlich der idealen Verhältnisse von „Vorstellungen und Vergleichen, die die Sache sein lassen, wie sie ist“ [NO, Dian., §95]. Konsequenterweise stellt Lambert fest, daß „man bei Einteilung der Gattungen und Arten die idealen Verhältnisse weglassen kann“ [NO, Dian., §96].

Für die übrigbleibenden realen Verhältnisse nimmt Lambert offenbar an, daß deren Gesamtheit für jede einzelne Sache bestimmbar (und das meint offenbar abzählbar) ist. So zählt Lambert z.B. zu den besonderen Bestimmungen einzelner Arten auch die Verhältnisse, die bestimmte Merkmale der Art untereinander haben, sowie die Verhältnisse gegenüber anderen Dingen (vgl. [NO, Dian., §81]), verlangt aber, daß wir „nichts zu bestimmen übriglassen müssen, wenn ein Individuum herauskommen soll“ [NO, Dian., §82] – und das heißt ja gerade, daß Lambert von der vollständigen Bestimmbarkeit sämtlicher Verhältnisse, die zu einer konkreten Sache gehören, ausgeht.

Die realen Verhältnisse bekommen also denselben ontologischen Status wie Eigenschaften: sie existieren nicht selbständig, sondern in Abhängigkeit von Sachen, wobei im Unterschied zu den Eigenschaften die Verhältnisse nicht an einer Sache existieren, sondern als Verbindung von zwei oder mehr Sachen. Trotzdem sind die realen Verhältnisse für sich bestimmt und von anderen unterscheidbar, sie weisen insofern ebenso wie die Eigenschaften reale, wenn auch keine selbständige Existenz auf. Die Rolle der eigenen Merkmale, die solche Eigenschaften repräsentieren, die nur an dieser einen Sache sind, übernehmen für die realen Verhältnisse die Repräsentationen solcher Verhältnisse, deren eines Glied nur eine einzige Sache sein kann, wodurch diese Relation nur von dieser Sache abhängt.

#### *3.11.4 Mengentheoretische Bestimmung der Verhältnisbegriffe*

Einerseits sind also Verhältnisbegriffe selbst Begriffe, sie müssen dementsprechend durch ein vollständiges Modell beschreibbar sein, welches wiederum für eine Sache steht, deren Eigenschaften in dem Modell repräsentiert werden. Diese repräsentierte Sache allerdings ist ein Verhältnis von Sachen, welche selbst ontologischen Status besitzt. Dadurch müssen Verhältnisbegriffe andererseits als Modelle dieser Verhältnisse zugleich auch die Sachen miterfassen, die in diesen Verhältnissen stehen.

Ich schlage deshalb vor, Verhältnisbegriffe als Relationen zu betrachten, die auf dem Kreuzprodukt der Mengen der vollständigen Modelle von Sachen definiert sind. Demnach sind Verhältnisbegriffe Mengen von geordneten Tupeln (Paaren usw.) von vollständigen Modellen von Sachen. Dadurch, daß Verhältnisse von Sachen hergestellt werden, ist es auch berechtigt, bei Verhältnisbegriffen jeweils von den vollständigen Modellen dieser Sachen auszugehen, und nicht etwa beliebige Modelle zu nehmen. Die Auswahlfunktion für diese Relationen wird durch das vollständige Modell des Verhältnisses, also durch die Menge der Repräsentationen sämtlicher Eigenschaften dieses Verhältnisses bestimmt. Ein Beispiel Lamberts für einen Verhältnisbegriff ist „Erfinder“: „So ist z. E. *Erfinder* ein Verhältnisbegriff, und wenn man sagt, der Erfinder der Luftpumpe, so weiß man, daß es *Otto Guericke* ist, weil dieser die Luftpumpe erfunden hat.“ [NO, Dian., §12] Hier ist „Erfinder“ eine durch bestimmte charakteristische Eigenschaften dessen, was ein Erfinder ist, definierte Menge geordneter Paare, und [„*Otto Guericke*“; „*Luftpumpe*“] ist ein Element dieser Menge.

### 3.12 Abschließende Bestimmung der Begriffe

#### 3.12.1 Vollständige Erfassung ontologischer Fakten durch abgeschlossene Modelle

Hiermit liegen nun sämtliche Voraussetzungen vor, um eine endgültige Bestimmung dessen, was konform zu den Lambertschen Darstellungen im „Neuen Organon“ als Begriff zu betrachten ist, zu treffen. In der bisher eingeführten mengentheoretischen Beschreibung eines Begriffs als Modell fehlten nämlich noch die Repräsentationen der äußeren Merkmale. Die Gesamtheit der Repräsentationen aller Verhältnisse, die an einer Sache vorzufinden sind, das heißt in denen diese Sache zu anderen Sachen steht, soll nun als Gesamtheit der Verhältnismerkmale dieser Sache bezeichnet werden.

Im folgenden soll unter einem „abgeschlossenen Modell“ einer Sache eine Gesamtheit verstanden werden, die aus einem vollständigen Modell der Sache vereinigt mit der Gesamtheit der Verhältnismerkmale dieser Sache besteht. Entsprechend der Definition des direkten vollständigen Modells soll auch von dem „direkten abgeschlossenen Modell“ in dem Sinne gesprochen werden, daß nur direkte Repräsentationen sämtlicher Eigenschaften und Verhältnissen dieser Sache, nicht aber Modelle dieser Eigenschaften und Verhältnisse enthalten sind.

In abgeschlossenen Modellen sind also Repräsentanten sämtlicher Eigenschaften und Verhältnisse einer Sache enthalten. Es kann überhaupt solche abgeschlossenen Modelle geben, weil sowohl die Anzahl der Eigenschaften einer Sache wie auch die Anzahl der (realen) Verhältnisse bestimmt ist. Lambert bemerkt dazu: „die vollständige Bestimmung der Merkmale und Verhältnisse ist es eben, was die Sache individual macht“ [NO, Dian., §93].

Mit abgeschlossenen Modellen lassen sich alle ontologischen Fakten erfassen, die Lambert überhaupt im „Neuen Organon“ einführt: Sachen, Eigenschaften und Verhältnisse. Offenbar gibt es nun vielfältige Wechselbeziehungen und gegenseitige Abhängigkeiten dieser ontologischen Fakten. So sind die Beziehungen von Sachen zum einen dadurch bestimmt, welche Eigenschaften diese Sachen gemeinsam haben (das wird durch die Ähnlichkeit gekennzeichnet), zum anderen, in welchen Beziehungen die Sachen zueinander stehen (das wird durch Verhältnisse gekennzeichnet).

### 3.12.2 Bestimmung von Eigenschaften – wesentliche Merkmale

Eigenschaften existieren an Sachen. Berücksichtigt man das, dann läßt sich aus der Kenntnis einer Sache eine Information über diese Eigenschaft gewinnen. Wenn z.B. eine Eigenschaft nur an einer einzigen Sache existiert, also ein eigenes Merkmal dieser Sache ist, dann genügt zur Bestimmung dieser Eigenschaft offenbar die Kenntnis dieser einen Sache. Existiert eine Eigenschaft aber an mehreren Sachen, dann fließen Informationen über sämtliche dieser Sachen in die Bestimmung dieser Eigenschaft ein.

Zu diesen Informationen gehört offenbar auch, mit welchen anderen Eigenschaften diese Eigenschaft gleichzeitig an einer Sache sein kann. Umgekehrt schließen offenbar bestimmte Eigenschaften bestimmte andere Eigenschaft an derselben Sache aus. Schließlich müssen bestimmte Eigenschaften vorhanden sein, wenn bereits bestimmte andere Eigenschaften vorhanden sind.

Um solche Abhängigkeiten zu erfassen, führt Lambert den Terminus „wesentliches Merkmal“ ein: „Diejenigen, welche für sich zureichen, den Begriff der Sache zu bestimmen, werden die *wesentlichen* Merkmale, oder das *Wesen* der Sache genannt. Die übrigen, die aus diesen folgen, oder durch diese zugleich mit bestimmt werden, heißen *Eigenschaften*.“ [NO, Dian., §23] Hieraus folgt aber nicht, daß nun bestimmte Eigenschaften gegenüber anderen ausgezeichnet sind: „so will dieses eben nicht sagen, als wenn nicht hinwiederum jene durch diese bestimmt werden könnten“ [NO, Dian., §24].

Offenbar will Lambert darauf hinaus, daß zur Bestimmung einer Sache eine bestimmte Anzahl von Eigenschaften hinreichend ist, weil die anderen Eigenschaften von diesen Eigenschaften abhängig sind. Diese Abhängigkeiten zwischen Eigenschaften sind nun selbst wiederum Verhältnisse. Wie früher bereits gesagt wurde, können Eigenschaften selbst als Sachen betrachtet werden, weshalb auch sie Eigenschaften haben können. Konsequenterweise können dann Eigenschaften als Sachen in bestimmten Beziehungen zueinander stehen. Verhältnisse können demnach auch solche Beziehungen von Eigenschaften repräsentieren,

Mengentheoretisch können Verhältnisse dann als Relationen im Sinne von Mengen geordneter Tupel von Repräsentanten von Eigenschaften aufgefaßt werden. Aus der Kenntnis einer Relation und wenigstens eines Elements eines Tupels dieser Relation lassen sich also das andere bzw. die anderen Elemente dieses Tupels dieser Relation bestimmen – so wie sich aus bestimmten Eigenschaften einer Sache dann andere Eigenschaften dieser Sache bestimmen lassen.

Hieraus folgt nun, daß eine Sache auf der Basis einer bestimmten Anzahl von Eigenschaften, zusammen mit den Beziehungen, in denen diese Eigenschaften zu anderen Eigenschaften an dieser Sache stehen, vollständig bestimmbar ist. Innerhalb eines abgeschlossenen Modells einer Sache kann also bereits eine Teilmenge dieses abgeschlossenen Modells hinreichen, die Sache zu bestimmen. In Lamberts Beschreibung liest sich das so: „Es kömmt hiebei auf Verhältnisbegriffe an, und wie ferne mittelst derselben aus einigen gegebenen Merkmalen des Begriffes der Begriff völlig bestimmt wird.“ [NO, Dian., §24]

Nebenbei bemerkt scheint hier eine Ähnlichkeit zu einer axiomatische Vorgehensweise vorzuliegen, auch wenn diese Ähnlichkeit nicht hinreicht, hieraus auf eine von Lambert entwickelte axiomatische Methode zu schließen: Mittels einer Menge von Grundaussagen (Axiomen) und festgelegten Folgerungsregeln lassen sich sämtliche Aussagen bestimmen – dabei würden Aussagen den Repräsentationen von Eigenschaften entsprechen, während Folgerungsregeln den Repräsentationen von Verhältnissen entsprechen würden, und die Axiome wären dann gerade die wesentlichen Merkmale.

### 3.13 Ontologie und Erkenntnistheorie – Die Grundlagen des Systems

#### 3.13.1 Zu erhaltende Besonderheiten beim Übergang zu Begriffen

Zusätzlich zu den ontologischen Fakten (Sachen, Eigenschaften, Verhältnisse) selbst muß Lambert offenbar in seiner Ontologie auch die Abhängigkeiten dieser ontologischen Fakten voneinander berücksichtigen, weil zum einen bestimmte Fakten aus anderen Fakten folgen, zum anderen bestimmte Fakten andere ausschließen. Hinweise darauf finden sich bei Lambert in solchen Formulierungen wie, daß die „Bestimmungen eines Merkmals zugleich auch die von andern nach sich ziehe, in so ferne nämlich diese durch dasselbe bestimmt werden“ [NO, Dian., §91], daß nicht folge, „daß jede Bestimmung des einen mit jeder Bestimmung des andern beisammen stehen könne“ [NO, Dian., §92], sowie schließlich: „daß da in einem jeden Merkmale nur eine Bestimmung auf einmal sein kann, (§85, 88) so existiert in jedem Individuo auch unter allen Kombinationen der Bestimmungen jeder Merkmale nur eine“ [NO, Dian., §93].

Im folgenden werde ich Überlegungen über die von Lambert zugrundeliegte Ontologie und die daran anschließende Erkenntnistheorie anstellen. Diese

Überlegungen stellen meine eigene Interpretation der Grundlagen des Lambertschen Systems dar. Allerdings beruhen sie auf dem, was ich bis hierher über Lamberts Ontologie bereits herausgearbeitet habe. Mein Ziel ist es dabei, Hinweise auf Besonderheiten zu finden, die beim Übergang von Gegenständen zu Begriffen nicht verloren gehen dürfen.

### 3.13.2 *Verhältnisse von Sachen hinsichtlich ihrer Merkmale*

Für jede Sache sind ihre Merkmale eindeutig bestimmt. Diese Merkmale sind die an ihr existierenden Eigenschaften sowie die Verhältnisse, die zu dieser Sache gehören (d.h. in denen diese Sache zu anderen Sachen steht). Durch ihre Merkmale ist eine Sache für sich bestimmt und von allen anderen Sachen abgegrenzt. Das heißt aber nichts anderes, als daß eine Sache sich als Gegenstand für den Betrachter ausschließlich durch ihre Eigenschaften und Verhältnisse darstellt. Deshalb kann statt der Sache die Gesamtheit ihrer Eigenschaften und Verhältnisse stehen, ohne daß sich die über die Sache gegebenen Informationen vermehren oder verringern – für den Betrachter stellt es sich in jedem Fall als derselbe Gegenstand dar, weil er außer den Informationen über ihre Merkmale keine anderen Informationen über die Sache hat.

Hieraus folgt aber, daß für den Betrachter die Beziehungen *zwischen* Sachen nur durch die jeweiligen Merkmale aller Sachen, die aufeinander bezogen sind, bestimmt sein können, weil nämlich die Sachen selbst nur durch diese Merkmale bestimmt sind. Statt also Sachen und deren Beziehungen zu betrachten, können ebensogut die zugehörigen Gesamtheiten von Merkmalen (also von Eigenschaften und Verhältnissen) dieser Sachen und deren Beziehungen betrachtet werden. Hierin liegt ein starkes Argument für die mengentheoretische Rekonstruierbarkeit des Lambertschen Systems.

Mit Blick auf ein Merkmal sind folgende Fälle möglich: Ist das Merkmal eine Eigenschaft, dann kann eine Sache entweder diese Eigenschaft überhaupt nicht haben, oder aber sie hat diese Eigenschaft, dann kann sie zu einer anderen Sache in folgenden beiden Beziehungen stehen: die andere Sache hat diese Eigenschaft auch oder die andere Sache hat diese Eigenschaft nicht. Ist das Merkmal ein Verhältnis, dann kann eine Sache entweder dieses Verhältnis überhaupt nicht haben, oder aber sie hat dieses Verhältnis, wobei sie dann wieder zu einer anderen Sache in folgenden beiden Beziehungen stehen kann: sie steht mit dieser anderen Sache im Verhältnis oder nicht.

Demnach können sich Sachen auf zwei unterschiedliche Arten unterscheiden: entweder dadurch, daß die eine ein Merkmal hat, was die andere nicht *hat*, aber haben kann, oder aber dadurch, daß die eine ein Merkmal hat, was die andere nicht hat und nicht *haben kann*. Umgekehrt folgt, daß die Gemeinsamkeit zweier Sachen auch darin bestehen kann, daß sie hinsichtlich eines Merkmals vergleich-

bar sind, selbst wenn die eine Sache das Merkmal hat, die andere aber nicht. Diese unterschiedlichen Zusammenhänge von Sachen müssen also bei einer Reduktion durch Begriffe mit repräsentiert werden.

### 3.13.3 Artbestimmung durch Ausschluß gleichartiger Eigenschaften

Eine oder mehrere Eigenschaften können zu einer Gesamtheit zusammengefaßt werden, hierdurch wird eine Art definiert. Zu dieser Art gehören nur die Sachen, die *sämtliche* in der Art zusammengefaßten Eigenschaften haben. Da prinzipiell jede Sache von jeder anderen Sache unterschieden ist, ist natürlich insbesondere jede Sache, die zu dieser Art gehört, von jeder anderen Sache dieser Art unterschieden – das heißt, die zu dieser Art gehörenden Sachen schließen einander in Bezug auf diese Art aus. Hingegen schließen Sachen, die zu dieser Art gehören, andere Sachen, welche nicht zu dieser Art gehören, in Bezug auf diese Art nicht aus. Das ist so zu verstehen, daß jedes Element der Art Repräsentant (im mengentheoretischen Sinn) dieser Art (als Menge verstanden) sein kann. Wenn aber der Repräsentant einmal bestimmt ist, dann ist (insofern von der Art als ganzer die Rede ist) damit die Art vertreten, so daß andere Sachen dieser Art nicht gleichzeitig diese Art vertreten können und damit ausgeschlossen sind. Sachen hingegen, die nicht zu dieser Art gehören, sind, wenn die Art vertreten ist, nicht vertreten – sie werden also durch den Repräsentanten der Art nicht ausgeschlossen.

Zusammengefaßt läßt sich also sagen, daß eine Eigenschaft gleichartige Eigenschaften ausschließt. Hieraus folgt, daß an jeder Sache höchstens eine Eigenschaft von jeder Art existieren kann. Dadurch, daß die zu einer Art gehörenden Sachen *alle* Eigenschaften der Art haben müssen, ist die Eindeutigkeit und damit auch die Unabhängigkeit von anderen Arten, insbesondere von Arten, die nur einige der Eigenschaften dieser Art haben (also *höhere* Arten sind) gewährleistet. Eine bestimmte Sache schließt demnach sämtliche Sachen aus, die zu Arten gehören, die durch Teilmengen der Gesamtheit der Eigenschaften dieser bestimmten Sache definiert sind. Hieraus folgt, daß jede Eigenschaft, die an einer Sache existiert, ausschließt, daß an dieser Sache irgendwelche anderen Eigenschaften existieren, die in irgendeiner Weise zu dieser Eigenschaft gleichartig sind – „in irgendeiner Weise“ bedeutet dabei gerade: hinsichtlich sämtlicher Arten, zu denen diese Eigenschaft gehört.

Konsequenterweise muß die Ontologie erweitert werden: es gibt Klassen; Klassen sind durch Gesamtheiten von Eigenschaften definiert; Klassen sind Gesamtheiten von solchen Sachen, an denen sämtliche Eigenschaften, die zu der die Klasse definierenden Gesamtheit gehören, vorhanden sind; jede Sache ist Element sämtlicher Klassen, die durch Kombinationen von an dieser Sache existierenden Eigenschaften definiert sind. Da statt der Sache die Gesamtheit ihrer

Merkmale stehen kann, läßt sich das gerade Gesagte auch so ausdrücken: eine Sache ist Element einer Art genau dann, wenn die Gesamtheit der die Klasse definierenden Eigenschaften eine Teilmenge der Gesamtheit der Merkmale dieser Sache ist. Diese Bestimmung von Klassen entspricht in einer verallgemeinerten Form Lamberts Erklärung: „wenn man eine Eigenschaft von sehr vielen Sachen erweisen kann, so werden diese sämtlich in eine Klasse zusammengenommen“ [NO, Dian., §74].

Der ontologischen Einteilung in Klassen korrespondiert die Einteilung von Begriffen in Arten und Gattungen, wobei von den die Klassen definierenden Eigenschaften zu deren Repräsentanten übergegangen wird, ebenso wie überhaupt von den Sachen zu deren Repräsentanten. Demzufolge ist bei einer Reduktion durch Begriffe diese Einteilung in Arten und Gattungen mit zu implementieren.

#### 3.13.4 Mögliche Gesamtheiten von Eigenschaften

Nunmehr läßt sich aus den ontologischen Bestimmungen eine Erklärung darüber ableiten, welche Eigenschaften zusammen mit einer gegebenen Eigenschaft an einer Sache existieren können. Hierfür wird ein ontologisches Argument verwendet. Geht man nämlich von einer gegebenen Sache aus, dann sind deren Eigenschaften vollständig bestimmt. Weil die Sache selbst existiert und auch alle Eigenschaften dieser Sache an dieser Sache existieren, müssen diese Eigenschaften auch zusammen existieren können. Lambert bemerkt hierzu: „Denn es ist klar, daß Merkmale, die wirklich beisammen *sind*, beisammen sein *können*, und folglich nicht etwan hölzerne Eisen, runde Vierecke, oder andre dergleichen ungereimte Dinge vorstellen.“ [NO, Dian., §35]

Nun sind diese Eigenschaften aber auch selbst als Gegenstände auffaßbar – sie besitzen selbst wiederum Eigenschaften. Hinsichtlich ihrer eigenen Eigenschaften gehört jede der Eigenschaften der Sache zu bestimmten Klassen. Da die Gesamtheit der Merkmale einer Sache statt der Sache stehen kann, kann statt jeder Eigenschaft dieser Sache die Gesamtheit der Eigenschaften dieser Eigenschaft stehen. Statt der Sache selbst steht dann eine Gesamtheit von Gesamtheiten von Eigenschaften.

Schließlich sind dann sämtliche Klassen, zu denen Eigenschaften der Sache gehören, Teilmengen der Gesamtheit der Eigenschaften einer Eigenschaft dieser Sache. Hieraus folgt aber, daß dann auch die Eigenschaft, für welche die jeweilige Klasse definierende Gesamtheit von Eigenschaften steht, an der Sache existieren kann. Um das an einem Beispiel zu erläutern: ein konkreter Hund hat die Eigenschaft, Hund zu sein; zu den Eigenschaften, die das Hund-Sein hat, gehört neben den besonderen Bestimmungen eines Hundes auch die Eigenschaft, Säugetier zu sein; demnach hat ein konkreter Hund auch die Gesamtheit der Eigenschaften, die die Klasse der Säugetiere definieren; da das Säugetier-Sein ne-

ben den besonderen Bestimmungen eine Säugetiers auch die Eigenschaft hat, Tier zu sein, hat ein konkreter Hund auch sämtliche Eigenschaften, die die Klasse der Tiere definieren usw.

Wesentlich kürzer und verständlicher läßt sich das gerade Gesagte aber so ausdrücken: Ein konkreter Hund hat alle die Eigenschaften, welche die Klasse der Säugetiere definieren, weshalb er zur Klasse der Säugetiere gehört, ebenso wie er alle die Eigenschaften hat, welche die Klasse der Tiere definieren, weshalb er zur Klasse der Tiere gehört. Diese, den Sachverhalt scheinbar verkürzende, gleichwohl aber allgemein übliche Darstellungsweise des vorher umständlich erläuterten Sachverhalts verweist darauf, daß es offenbar sinnvoll und korrekt ist, eine Sache statt durch eine Gesamtheit von Gesamtheiten von Eigenschaften bloß durch die Gesamtheit der in diesen Gesamtheiten enthaltenen Eigenschaften zu bestimmen, also auf die Bestimmung der Gruppierung dieser enthaltenen Eigenschaften zu verzichten.

Hieraus ergibt sich ein Hinweis für eine mögliche Implementierung des Begriffssystem. Es ist offenbar effizienter, statt jeweils sämtliche Gesamtheiten von Eigenschaften zu repräsentieren, für bestimmte Gesamtheiten von Eigenschaften Platzhalter einzuführen. Dadurch ist eine bessere Überschaubarkeit ebenso gewährleistet wie eine Einsparung der benötigten Kapazitäten für Repräsentationen.

### 3.13.5 Eigenschaften zweiter Stufe – mögliche Eigenschaften an einer Sache

Weil für jede Sache eindeutig die vollständige Gesamtheit möglicher Eigenschaften dieser Sache bestimmt ist, und ebenso für jede dieser möglichen Eigenschaften die vollständige Gesamtheit der Eigenschaften dieser Eigenschaft, ist demnach für jede Sache eindeutig bestimmt, welche Eigenschaften von Eigenschaften überhaupt an dieser Sache möglich sind. Man könnte diese Eigenschaften von Eigenschaften *hinsichtlich dieser Sache* als „Eigenschaften zweiter Stufe“ dieser Sache bezeichnen. Ihre Kombinationen, das heißt beliebige Gesamtheiten dieser Eigenschaften zweiter Stufe, bilden die Eigenschaften dieser Sache.

Ist also eine bestimmte Eigenschaft einer Sache gegeben, dann besitzt diese Eigenschaft eine sie vollständig bestimmende Gesamtheit von Eigenschaften. Diese Eigenschaften der Eigenschaft sind Eigenschaften zweiter Stufe der Sache. Diese Eigenschaft der Sache ist demnach eine Gesamtheit von Eigenschaften zweiter Stufe der Sache.

Die Eigenschaften einer Sache sind unter diesem Blickwinkel nichts als Gesamtheiten von Eigenschaften zweiter Stufe der Sache. Mit dem bereits Gesagten darüber, daß nur die möglichen Eigenschaften einer Sache an dieser existieren können, folgt hieraus, daß demnach nur die möglichen Gesamtheiten von Eigenschaften zweiter Stufe der Sache an dieser Sache existieren können.

Für eine bestimmte Eigenschaft einer Sache läßt sich damit über die Möglichkeit der Existenz weiterer Eigenschaften an dieser Sache folgendes bestimmen: An der Sache können erstens alle Eigenschaften existieren, die Teilmengen dieser Eigenschaft sind. Zweitens können an der Sache alle Eigenschaften existieren, deren Teilmenge diese Eigenschaft ist, die also Obermengen dieser Eigenschaft sind. Drittens können an der Sache alle Eigenschaften existieren, deren Durchschnitt mit dieser Eigenschaft leer ist. Der zweite Fall wird durch den dritten Fall eingeschränkt, weil nämlich, sobald eine Obermenge dieser Eigenschaft als an dieser Sache existierend bestimmt ist, der dritte Fall auf diese Obermenge wiederum zutreffen muß. Demnach können nicht mehr beliebige andere Obermengen dieser Eigenschaft an der Sache existieren, sondern nur noch solche, welche Teilmengen dieser zusätzlich bestimmten Obermenge sind. Schließlich können viertens nur solche Eigenschaften an einer Sache existieren, die aufgrund des ersten bis dritten Falls an der Sache existieren. Zwei beliebige Eigenschaften einer Sache, als Gesamtheiten von Eigenschaften zweiter Stufe dieser Sache, stehen demnach entweder in einer Enthaltenseinsbeziehung oder sind elementfremd.

### 3.13.6 Verschiedene Gesamtheiten wesentlicher Merkmale derselben Sache

Diese ontologischen Erklärungen ermöglichen es nun auch, die von Lambert analog angelegten, aber an Begriffen orientierten Überlegungen zu den Verhältnissen von Merkmalen zu interpretieren. Hierzu bedarf es meines Erachtens keiner weiteren Erläuterungen: „Ferner ist anzumerken, daß man unter den gefundenen gemeinsamen Merkmalen diejenigen, so in anderen bereits enthalten sind, besonders nehmen müsse, nicht nur, weil man sie sonst doppelt hätte, sondern, weil jene nur die Entwicklung von diesen sind. Man behält diese allein, und gebraucht jene nur, wenn der Begriff, den man sich vorgesetzt hat, deutlich zu machen, in einem höhern Grade deutlich, das will sagen, ausführlich gemacht werden solle (§10).“ [NO, Dian., §43] Diese Analogie ontologischer und begrifflicher Erklärungen ist ein weiteres Indiz für die Repräsentation auch der Verhältnisse ontologischer Fakten durch begriffliche Verhältnisse in Lamberts System.

Des weiteren läßt sich mit Hilfe des im vorigen Abschnitt eingeführten Terminus „Eigenschaft zweiter Stufe“ auch erklären, wann Merkmale wesentliche Merkmale sind, d.h. solche Merkmale, „welche für sich zureichen, den Begriff der Sache zu bestimmen“ [NO, Dian., §23]. Eine Eigenschaft ist genau dann ein wesentliches Merkmal einer Sache, wenn sie Element einer Zerlegung der Gesamtheit der Eigenschaften zweiter Stufe einer Sache ist. Das ergibt sich daraus, daß zum einen eine Eigenschaft der Sache selbst eine Gesamtheit von Eigenschaften zweite Stufe der Sache ist, und daß zum anderen eine Zerlegung der Gesamtheit der Eigenschaften zweiter Stufe der Sache eine Gesamtheit von Gesamtheiten von Eigenschaften zweiter Stufe ist, welche als Zerlegung implizit die

Bedingungen erfüllt, daß der Durchschnitt beliebiger dieser Gesamtheiten leer ist, während die Vereinigung dieser Gesamtheiten gerade die Gesamtheit von Eigenschaften zweiter Stufe dieser Sache ist.

Da es nun verschiedene dieser Zerlegungen geben kann, erklärt sich hierdurch auch, inwiefern es möglich ist, daß es *verschiedene* Gesamtheiten wesentlicher Merkmale ein und derselben Sache gibt, welche jeweils für sich zureichen, den Begriff der Sache vollständig zu bestimmen. Ebenso wird hierdurch klar, wieso die anderen Eigenschaften einer Sache durch die wesentlichen mit bestimmt werden – alle anderen Eigenschaften müssen nämlich jeweils in genau einer der die Zerlegung bildenden Gesamtheiten enthalten sein. In Bezug auf den Begriff erläutert das Lambert so: „*Man kann eben so die Merkmale besonders nehmen, welche durch alle oder einige der übrigen sich bestimmen lassen, oder aus denselben folgen.* Der Begriff der Gattung wird dadurch einfacher und auf seine wesentlichen Merkmale gebracht, und da mit diesem jene zugleich gesetzt und gehoben werden, so ist es überflüssig, wenn man sie besonders anzeigen wollte, so bald man nicht besondere Gründe dazu hat.“ [NO, Dian., §44]

Für die Implementierung einer Vertretung von Gegenständen durch Begriffe ergibt sich hieraus der wichtige Hinweis, daß dieselbe Sache durch verschiedene Mengen vollständig bestimmt sein kann. Daraus folgt als notwendige Konsequenz, daß bei der Implementierung prinzipiell gesichert werden muß, daß diese verschiedenen Mengen auch dieselbe Sache repräsentieren.

### 3.14 Verallgemeinerte Schlußfolgerungen aus der Rekonstruktion

Mit der von mir angedeuteten mengentheoretischen Rekonstruktion des Lambertschen Systems erhebe ich nicht den Anspruch, auch nur annähernd die Intentionen getroffen zu haben, die Lambert selbst verfolgt haben mag. Es dürfte klar geworden sein, daß es mir vielmehr darum ging, die Erschließung des meines Erachtens enormen Potentials des Lambertschen begriffslogischen Ansatzes dadurch vorzubereiten, daß ich wesentliche seiner Voraussetzungen zu verdeutlichen versucht habe. Ich will abschließend kurz auf einige Punkte einer sich auf die Rekonstruktion der Lambertschen Begriffslogik stützenden Erfassung von Gegenständen und ihrer Zusammenhänge durch Begriffe hinweisen.

#### 3.14.1 Prinzipieller Aufbau: Singuläre Begriffe vertreten genau eine Eigenschaft

Alle Gegenstände müssen durch einen Begriff oder Mengen von Begriffen oder Mengen von Begriffsmengen vertreten werden. Wie aber soll konkret festgelegt werden, wodurch nun ein bestimmter Gegenstand vertreten wird? Diese Frage läßt sich bei einem auf Lamberts Ansatz gestützten Verfahren nicht unmittelbar beantworten. Ursache hierfür ist die für uns immer nur unvollständige, stets erweiterbare Information über die Merkmale eines Gegenstands. Jede Änderung

dieser Information würde demnach zu einer Veränderung der Repräsentation dieses Gegenstands führen. Sollen daher Mehrfachvertretungen zugelassen werden?

Nachdem ich zu rekonstruieren versucht habe, wie sich Lamberts System darstellt, will ich abschließend kurz die prinzipiellen Voraussetzungen eines Systems des Lambertschen Typs andeuten. Zu diesen Voraussetzungen gehört es z.B., daß real Existierendes als für sich in seinen Eigenschaften vollständig bestimmt angenommen wird. Die Eigenschaften selbst sind dabei ebenfalls für sich vollständig bestimmt. Für jede der Eigenschaften ist wiederum jede ihrer Eigenschaften bestimmt usw. Nicht bestimmt hingegen ist, wie weit diese Bestimmung von Eigenschaften durch Gesamtheiten von Eigenschaften geht, d.h. ob sie in endlich vielen Schritten abbricht oder sich prinzipiell unendlich fortsetzt.

Die eigentlichen Konstanten des Lambertschen Systems finden sich meines Erachtens demnach in den Eigenschaften. Zwar können Gegenstände dabei sowohl Sachen als auch Eigenschaften als auch Abstrakta als auch Verhältnisse zwischen Gegenständen sein. Aber Sachen sind durch Eigenschaftsmengen vollständig bestimmt, Abstrakta sind durch Eigenschaftsmengen bestimmt, Verhältnisse sind durch die Mengen der Eigenschaften der Gegenstände bestimmt, die im Verhältnis zueinander stehen. Sachen, Abstrakta und Verhältnisse sind demnach durch Mengen von Eigenschaften vollständig bestimmbar. Eine der prinzipiellen Voraussetzungen eines Systems Lambertschen Typs ist demnach ein Universum von Eigenschaften.

Wenn Eigenschaften selbst durch Mengen von Eigenschaften vollständig bestimmt sind, dann können solche Mengen zunächst aus beliebigen als voneinander unabhängig gegebenen Eigenschaften zusammengesetzt sein. Scheinbar könnten daher sämtliche in dem Universum enthaltenen Eigenschaften miteinander kombiniert werden, so daß zum Universum sämtliche aus solchen Kombinationen gebildeten Mengen gehören würden. Tatsächlich aber ist es so, daß in bestimmten Mengen die Eigenschaften nicht willkürlich kombiniert sind, sondern aufgrund von Ähnlichkeit zur selben Menge gehören. Durch Ähnlichkeiten sind daher bestimmte Mengen vorbestimmt. Für jede solcher durch Ähnlichkeit bestimmter Mengen gilt aber, daß ein Element dieser Menge nicht gleichzeitig mit einem anderen Element dieser Menge einer anderen als dieser Menge angehören kann. Das heißt, die Elemente einer durch Ähnlichkeit bestimmten Menge schließen einander als Eigenschaften anderer Gegenstände aus. Dadurch ist die Gesamtzahl möglicher Kombinationen von Eigenschaften und damit auch die Gesamtzahl möglicher Eigenschaftsmengen eingeschränkt.

Zu den prinzipiellen Voraussetzungen eines Systems Lambertschen Typs gehören demnach die auf dem Universum von Eigenschaften bestimmten Ähnlichkeiten. Ähnlichkeiten sind dabei solche Mengen von Eigenschaften, deren

Durchschnitt mit anderen Mengen von Eigenschaften entweder leer ist oder aber genau ein Element enthält.

Begriffe lassen sich zunächst ohne weitere Bestimmung als singuläre Begriffe dadurch festsetzen, daß sie jeweils genau einen Gegenstand vertreten. Nach dem soeben Gesagten aber sind singuläre Begriffe prinzipiell ausschließlich als Repräsentanten von Eigenschaften festlegbar. Die Basis eines Systems vom Lambertschen Typ bilden also Begriffe, die jeweils genau eine Eigenschaft vertreten.

Damit läßt sich die Frage nach der konkreten Repräsentation eines Gegenstands mit der Gegenfrage beantworten, welche der Eigenschaften dieses Gegenstands denn bekannt sind und was wir über die Eigenschaften dieser Eigenschaften wissen. Davon hängt es nämlich ab, wie der Gegenstand repräsentiert wird.

### 3.14.2 Ergebnis der Untersuchungen: Skizze für ein System von Repräsentanten

Abschließend will ich das Ergebnis der Untersuchung des Lambertschen Systems als Entwurf für ein mögliches System von Repräsentanten zusammenfassen. Auf dieser Grundlage sollte es dann möglich sein, Überlegungen darüber anzustellen, wie eine praktische Implementierung als eine mögliche Realisierung einer universalen Enzyklopädie erfolgen kann.<sup>161</sup>

Zunächst muß ein solches System (prinzipiell abzählbar viele) Repräsentanten für Eigenschaften enthalten und stets um weitere Repräsentanten erweiterbar sein. Diese Repräsentanten sind als Atome bestimmt, sie sind also nicht selbst irgendwie strukturiert, sondern sind jeweils nur Einzelne. Dabei muß eine Indizierung dazu dienen, diese Einzelnen voneinander zu unterscheiden. Ich werde im folgenden jeden dieser Einzelnen ohne Unterschied als Repräsentant bezeichnen.

Allgemein müssen Abbildungen vom  $n$ -fachen ( $n \in \mathbb{N}$ ) Kreuzprodukt der Gesamtheit der Repräsentanten auf die Gesamtheit der Repräsentanten im System erfaßbar sein. Dadurch werden Mengen von Repräsentanten durch einen Repräsentanten vertreten. Hierbei darf, um Antinomien von vornherein zu vermeiden, der Repräsentant, auf den abgebildet wird (der also die Menge von Repräsentanten vertritt) nicht selbst eines der Urbilder sein. Das heißt, dieser Repräsentant darf nicht in der Menge von Repräsentanten enthalten sein, die er vertritt. Das ist deswegen möglich, weil das System stets um weitere Repräsentanten erweiterbar sein soll. Insbesondere für  $n=1$ , wenn also ein einzelner Repräsentant abgebildet wird, heißt das, daß das Bild dieses Repräsentanten nicht wieder dieser Repräsentant sein kann. Das ist deshalb unproblematisch, weil der Repräsentant einer

---

<sup>161</sup> Meines Erachtens wäre es denkbar, daß bei der praktischen Implementierung konzeptionelle Überlegungen verwendet werden, die für die objektorientierten Programmierung entwickelt wurden, da hierbei bereits Methoden und Eigenschaften der Objekte ebenso wie Vererbung eine Rolle spielen.

Eigenschaft als Repräsentant zugleich direkt als singulärer Begriff aufgefaßt werden kann. Ich werde im folgenden jede diesen Bedingungen genügende Abbildung ohne Unterschied als Abbildung betrachten, die von Repräsentantengruppen auf einen Repräsentanten abbildet.

Konkret müssen im System verschiedene Arten von Abbildungen durch Zusatzbedingungen unterschieden werden. Zum einen muß die auf der Ähnlichkeit von Eigenschaften beruhende Abstraktion wie folgt im System repräsentiert werden:

Erste Zusatzbedingung für Ähnlichkeiten: Voraussetzung für die Zulässigkeit einer solchen Abbildung ist, daß bestimmte repräsentierte Eigenschaften tatsächlich ähnlich sind. Sind die Repräsentanten mehrerer ähnlicher Eigenschaften gegeben, dann wird für jede Teilmenge der Menge dieser Repräsentanten (einschließlich der Menge selbst) eine Abbildung auf einen Repräsentanten festgelegt. Dieser Repräsentant repräsentiert das bei der Abstraktion aus den Eigenschaften gebildete Abstraktum.<sup>162</sup>

Zweite Zusatzbedingung für Ähnlichkeiten: Die Abbildungen müssen eindeutig sein, es darf also keine zwei Repräsentanten geben, die Bild derselben Repräsentantengruppe bei derselben Abbildung sind. Wenn also mit einer Abbildung eine Ähnlichkeit repräsentiert werden soll, dann gilt für das Bild dieser Abbildung, daß es bei allen anderen Abbildungen nicht mehr als Bild zulässig ist.

Dritte Zusatzbedingung für Ähnlichkeiten: Gleichzeitig mit der Festlegung einer Ähnlichkeit repräsentierenden Abbildung muß festgelegt werden, daß jede Menge von Repräsentanten, deren Durchschnitt mit dem Urbild dieser Abbildung mehr als ein Element enthält, ebenfalls auf den Repräsentanten des Abstraktums (also das Bild dieser Abbildung) abgebildet wird. Praktisch wird dadurch verhindert, daß mehrere ähnliche Eigenschaften in Eigenschaftsmengen von Gegenständen, die nicht das auf dieser Ähnlichkeit beruhende Abstraktum sind, auftauchen. Sonst dürfte nämlich aufgrund der geforderten Eindeutigkeit der Abbildung nur noch auf den Repräsentanten des Abstraktums, nicht aber mehr auf den Repräsentanten des Gegenstands abgebildet werden, den doch eigentlich die Eigenschaftsmenge vertreten sollte. Da aber ein Gegenstand, der nicht das Abstraktum selbst ist, sich von diesem durch mindestens eine Eigenschaft unterscheidet, ist in seiner Eigenschaftsmenge mindestens eine Eigenschaft nicht ähnlich zu den anderen Eigenschaften. Daher wäre die Abbildung auf den Repräsentanten des Abstraktums dann überhaupt nicht zulässig. Also würde eine Eigenschaftsmenge eines Gegenstands nicht mehrere Elemente mit gleichen

---

<sup>162</sup> Zum Beispiel würden die Repräsentanten von *Rot*, *Gelb*, *Blau* sowie *Farbe* derart aufeinander abzubilden sein, daß  $\{\text{Rot}\}$  auf *Farbe*,  $\{\text{Rot}, \text{Blau}\}$  auf *Farbe*, aber z.B. auch  $\{\text{Rot}, \text{Gelb}, \text{Blau}\}$  auf *Farbe* abgebildet werden.

Eigenschaften enthalten können, wenn dieser Gegenstand nicht gerade das auf der Ähnlichkeit dieser Eigenschaften beruhende Abstraktum ist.<sup>163</sup>

Zum zweiten müssen Abbildungen derart festgelegt werden, daß durch sie gerade die Beziehungen zwischen bestimmten Sachen (konkreten Dingen, Sachverhalten usw.) und ihren Eigenschaften repräsentiert werden. Diese Beziehungen müssen wie folgt im System durch Abbildungen repräsentiert werden:

Erste Zusatzbedingung für Sachen: Jede Sache wird durch genau einen Repräsentanten im System vertreten, der nicht schon Repräsentant einer Eigenschaft ist. Das ist möglich, weil das System stets um weitere Repräsentanten erweiterbar sein soll. De facto wird damit jede Sache selbst als einzelne, von allen anderen Eigenschaften unterschiedene Eigenschaft aufgefaßt. Mehrfachrepräsentationen sind damit also explizit ausgeschlossen.

Zweite Zusatzbedingung für Sachen: Voraussetzung für die Zulässigkeit einer solchen Abbildung ist, daß die Sache tatsächlich die repräsentierten Eigenschaften aufweist. Die Abbildung wird dann so festgelegt, daß der Repräsentant der Sache das Bild der Menge der Repräsentanten der Eigenschaften ist.

Der Umstand, daß Eigenschaften oder Eigenschaftsmengen eine Sache kennzeichnen, wird demnach dadurch repräsentiert, daß der Repräsentant der Sache das Bild bei einer Abbildung ist, deren Urbild gerade die Menge der Repräsentanten dieser Eigenschaften ist. Eine Sache wird dabei durch alle Mengen von Eigenschaften charakterisiert, deren Bild sie ist. Da es hierbei nur auf die Gleichheit des Bildes bei dieser Abbildung ankommt, können übrigens die Mengen selbst durchaus auch elementfremd sein.

Schließlich bleibt festzuhalten, daß für das System nicht allgemein die Eindeutigkeit von Abbildungen gefordert wird (wobei wie gesagt die Ausnahme hinsichtlich der Ähnlichkeiten besteht). Bild einer Menge von Repräsentanten von Eigenschaften können also durchaus verschiedene Repräsentanten sein, wobei der eine z.B. eine Sache, der andere ein Abstraktum, wieder ein anderer eine einzelne Eigenschaft repräsentiert. Das heißt, daß Mengen von Repräsentanten im allgemeinen nicht eindeutig interpretierbar sind – nur im allgemeinen deshalb, weil bei Ähnlichkeiten im Gegensatz dazu gerade eindeutig feststeht, wie die Menge zu interpretieren ist.

Allerdings ist es möglich beliebige zulässige Mengen von Repräsentanten von Eigenschaften zu bilden und diese als Ganzes zu interpretieren.<sup>164</sup> Um aber

---

<sup>163</sup> Zum Beispiel müßten nach der getroffenen Festlegung {*Rot, Gelb, Rund*} demnach deshalb auf *Farbe* abgebildet werden, weil {*Rot, Gelb, Blau*} auf *Farbe* abgebildet wird. Aufgrund der Eindeutigkeit der Abbildung darf dann z.B. nicht mehr {*Rot, Gelb, Rund*} auf *Ball* abgebildet werden. Demzufolge wäre {*Rot, Gelb, Rund*} nicht mehr als Eigenschaftsmenge für *Ball* zulässig. Weil aber bekanntlich *Rund* nicht ähnlich zu *Rot* oder *Gelb* ist, ist die Abbildung von {*Rot, Gelb, Rund*} auf *Farbe* auch nicht zulässig, so daß {*Rot, Gelb, Rund*} überhaupt nicht repräsentiert werden würde.

diese Interpretation selbst wieder im System zu repräsentieren, genügt es, einen neuen, noch nicht im System vorhandenen Repräsentanten einzuführen und eine Abbildung festzulegen, bei der die als Ganzes aufgefaßte Menge das Urbild und der neue Repräsentant das Bild ist. Abschließend bleibt festzuhalten, daß jede solche Abbildung explizit in das System eingeführt werden muß, d.h. jede Interpretation muß begründet festgelegt werden und wird nicht zufällig im System vorgefunden.

Damit ist nun das System bereits so weit bestimmt, daß Wissen abgerufen werden kann. Wird zum Beispiel Wissen über einen bestimmten Sachverhalt gesucht, dann sollte zuerst eine maximale Suchtiefe festgelegt werden, um zu garantieren, daß die Abfrage mit einem Resultat endet. Prinzipiell werden nun zwei Abfragen gleichzeitig ausgeführt: Zum einen wird nach allen Abbildungen gesucht, in denen der Repräsentant des Sachverhalts das Bild ist, zum anderen nach den Abbildungen, in denen er das Urbild ist. Da diese Vorgänge fast gleichlautend beschreibbar sind, erkläre ich die Suche der Kürze halber am Beispiel des Bildes und überlasse dem geneigten Leser die Überlegung, wie hinsichtlich des Urbilds zu verfahren ist.

Zunächst wird der Repräsentant des Sachverhalts selbst bestimmt, dann werden alle Abbildungen gesucht, bei denen dieser Repräsentant das Bild ist. Bei einer Suchtiefe von 1 wäre hier Schluß. Das Resultat wären sämtliche Eigenschaften, deren Repräsentanten in Urbildern der Abbildung enthalten sind.

Bei einer größeren Suchtiefe wird der  $k$ -te Schritt dadurch erreicht, daß für sämtliche Repräsentanten, die in der im  $(k-1)$ -ten Schritt gefundenen Ergebnismenge enthalten sind, wieder alle Abbildungen gesucht werden, bei denen der jeweilige Repräsentant das Bild ist. Das Ergebnis ist dann die Menge sämtlicher Repräsentanten, die in einem der Urbilder enthalten sind. Zu dieser Ergebnismenge wird außerdem jeder Repräsentant aus der Ergebnismenge des  $(k-1)$ -ten Schritts hinzugefügt, für den keine Abbildung gefunden wurde, bei der er Bild ist.

Das Resultat bei einer vorgegebenen Suchtiefe von  $n$  sind somit sämtliche Eigenschaften, deren Repräsentanten in der Ergebnismenge enthalten sind, welche im  $n$ -ten Schritt gefunden wurde. Je größer dabei die Suchtiefe ist, um so detaillierter sind demzufolge die Informationen über einen bestimmten Sachverhalt.

Diese kurze Skizze sollte genügen, um die Fruchtbarkeit der Repräsentation von Wissen zu verdeutlichen, die sich auf Prinzipien eines Systems Lambertschen Typs stützt. Selbstverständlich habe ich damit nur grob angedeutet, in

---

<sup>164</sup> Ein Beispiel hierfür wäre es, die Repräsentanten bestimmter Eigenschaften wie *geometrische Figur, 3 Ecken, 3 Seiten, zweidimensional* zu einer Menge zusammenzufassen und diese als „Dreieck“ zu bezeichnen. Selbstverständlich ist das ein abstraktes Dreieck, weil noch einige Eigenschaften fehlen, die ein konkretes Dreieck besitzt.

welche Richtung eine praktische Implementierung gehen müßte. Das Grundprinzip muß dabei sein, daß die Bestandteile des Systems zum einen Eigenschaften und zum anderen Abbildungen von Mengen von Eigenschaften auf Eigenschaften mit geeigneten Zusatzbedingungen sind, und daß die Gesamtheiten beider Bestandteile grundsätzlich erweiterbar bleiben.

## 4 Anlage: Zwei Anmerkungen zu Lambert

Die folgenden beiden Anlagen sollen dem besseren Verständnis meiner Ausführungen über Lambert dienen. Sie gehören nicht zur eigentlich von mir untersuchten Problemstellung, sind aber doch wichtige Anmerkungen. Aufgrund ihres Umfangs waren sie allerdings nicht als Fußnoten unterzubringen.

Zum einen gehe ich ausführlicher auf das „Wahre“ als Gegenstand und Ziel des „Neuen Organons“ ein, weil damit allgemein verdeutlicht werden kann, welche Problemsicht Lambert hatte. Zum anderen erläutere ich die Vorarbeiten, die Lambert für die Begriffslogik im „Neuen Organon“ bereits in den „Sechs Versuchen einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ geleistet hat.

### 4.1 Wahres als Gegenstand und Ziel des „Neuen Organons“

#### 4.1.1 Lamberts Problemstellung im Neuen Organon

In der „Vorrede“ zum „Neuen Organon“ erklärt Lambert sein Ziel: Er will ein Organon vorlegen. Das impliziert nach seinen Aussagen folgendes: „Die Natur eines Organons bringt es an sich mit, daß es in jeden Teilen der menschlichen Erkenntnis, und daher in jeden Wissenschaften angewandt werden könne [...]“ [NO, XIV]. Anwendungsbereich seiner Theorie ist also die menschliche Erkenntnis überhaupt, womit aber nicht gesagt ist, das diese auch der Gegenstand ist! Auf diesen Bereich angewendet werden vier Wissenschaften, welche demnach „eben so viele Werkzeuge sind, deren sich der menschliche Verstand in Erforschung der Wahrheit bedienen muß.“ Hiermit ist nun auch der Gegenstand benannt: die Wahrheit.

Daß sein Organon aus vier Wissenschaften besteht, begründet Lambert aus vier verschiedenen Problemstellungen, die er in „Fragen“ formuliert, auf welche gleich noch genauer eingegangen wird. Im Ergebnis entstehen „vier Wissenschaften, deren sich der menschliche Verstand, als eben so vieler *Mittel* und *Werkzeuge* bedienen muß, wenn er mit Bewußtsein das Wahre als wahr erkennen, vortragen, und von Irrtum und Schein unterscheiden will.“ [NO, III] Wie diese vier Wissenschaften definiert werden, ergibt sich aus den Erläuterungen in der „Vorrede“ (vgl. NO, III) und kann dort nachgelesen werden.

Interessanter scheint es mir, auf die diesen Wissenschaften zugrundeliegenden Problemstellungen oder „Fragen“ einzugehen. Diese ergeben sich überhaupt aus dem Widerspruch zwischen dem von Lambert jeder Wissenschaft (jedem „Lehrgebäude der Weltweisen, welche doch aus der Erforschung der Wahrheit ihre Hauptbeschäftigung machen“ [NO, II]) unterstellten Ziel der Erforschung der Wahrheit und dem diesem Ziel widersprechenden Gegensatz vorhandener wissenschaftlicher Theorien.

Wichtig ist dabei, daß Lambert nicht etwa die Inkonsistenz der einzelnen Theorien oder „Lehrgebäude“ selbst unterstellt, sondern die Widersprüche zwischen den Theorien als das Problem ansieht. Die Ursachen dafür sucht Lambert im Verhältnis von objektiver Realität, Denken und Sprache. Lambert spricht dabei nicht von „objektiver Realität“, sondern verwendet den Terminus „Wahres“ bzw. „Wahrheit“. Meines Erachtens setzt Lambert für die Untersuchung dieser Verhältnisse auf die Möglichkeit empirischer Beobachtung. Das wird z.B. daran deutlich, daß er das Denken selbst nicht direkt als Ursache der Widersprüche benennt, sondern nur insofern, als Resultate von Denkprozessen (in Form von Schlüssen, Urteilen) sprachliche Form finden oder zu Beobachtbarem in der objektiven Realität führen.

Auf empirische Voraussetzungen zielt die 1. Frage „Ob es dem menschlichen Verstande an *Kräften* fehle, ohne so vieles Straucheln auf dem Wege der Wahrheit sicher und gewiß zu gehen?“ [NO, III] Hiermit wird das Fortschreiten von Wahrheit zu Wahrheit problematisiert, was einerseits schon Wahrheiten voraussetzt und andererseits zur Frage nach der Möglichkeit von Logik überhaupt führt. Hinsichtlich des Verhältnisses von objektiver Realität und Denken wird in der 2. Frage nach Ursachen für mögliche Widersprüche in der Konstitution der objektiven Realität selbst gesucht: „Ob demselben die *Wahrheit* selbst nicht kenntlich genug sei, um sie nicht so leicht mit dem Irrtum zu verwechseln?“ [a.a.O] Analog wird im Verhältnis von Sprache und Denken nach Ursachen in der Sprache gefragt, in der 3. Frage „Ob die *Sprache*, in die er die Wahrheit einkleidet, durch Mißverständnis, Unbestimmtheit und Vieldeutigkeit sie unkenntlicher und zweifelhafter mache, oder andere Hindernisse in Weg lege?“ [a.a.O]

Von diesen drei Fragen hebt sich die vierte dadurch ab, daß sie im Verhältnis von Denken und objektiver Realität nach Ursachen im Denken selbst fragt: „Ob sich der Verstand durch den *Schein* blenden lasse, ohne immer zu dem Wahren durchdringen zu können?“ [a.a.O] Widerspricht dies nun meiner Behauptung, daß für Lambert das Denken selbst objektiver empirischer Forschung nicht zugänglich ist? Aber Lambert sucht hier gar nicht nach den Ursachen im Denken selbst, sondern überführt dieses Problem in das, welches mit der 2. Frage bereits aufgeworfen wurde, wie folgende Passage belegt: „[...]das Wahre vom Schein zu unterscheiden. Sie geht zwar auch nicht durchaus unmittelbar auf die sogenannte *logische*, sondern mehr auf die *metaphysische* Wahrheit, weil der Schein mehrenteils dem *Realen* entgegengesetzt wird. Indessen ist es immer auch ein Irrtum, wenn man das, was eine Sache zu sein scheint, mit dem verwechselt, was sie wirklich ist: und hinwiederum glaubt man Irrtümer, sofern sie wahr zu sein *scheinen*.“ [NO, XI.] Wie sich auch später zeigen wird, zielt Lambert also nicht auf die Bestimmung von metaphysischer, sondern von logischer Wahrheit.

#### 4.1.2 Die Eigenschaften und die Bestimmungen des Wahren

Es bleibt also zu bestimmen, was Lambert eigentlich unter „Wahrheit“ versteht. Im folgenden werde ich versuchen, mich dieser Frage zum einen durch die Bestimmung der von Lambert dem Wahren zugeschriebenen Eigenschaften und Bestimmungen, zum anderen durch die Diskussion des von Lambert verwendeten Wahrheitskriteriums zu nähern. Es wird sich zeigen, daß ein enger Zusammenhang mit der Lambertschen Konzeption von Begriffen besteht. Zu einer endgültigen Bestimmung dessen, was Lambert unter dem Wahren versteht, werde ich trotzdem nicht gelangen, weil dies nur spekulativ erfolgen könnte – Lambert selbst hat im NO keine Konkretisierung seines Begriffs vom Wahren geliefert. Aber es kann deutlich werden, welche Voraussetzungen dem NO zugrunde liegen, was für eine Rekonstruktion sowohl der logischen als auch der philosophischen Konzeption Lamberts nützlich sein wird.

Ich werde im folgenden Wahres und Wahrheit als Synonyme verwenden. Im NO scheint Lambert selbst diese beiden Begriffe nicht zu differenzieren, auch wenn es möglich wäre, „Wahres“ eher als Substanz und „Wahrheit“ eher als logische Eigenschaft zu verstehen. Es wird sich aber zeigen, daß Wahrheit nicht nur logisch zu verstehen ist, und Wahres auch in den logischen Überlegungen Lamberts auftaucht.

#### 4.1.3 Wahres ist einförmig und unveränderlich

Wir erfahren in der *Vorrede* zum NO, daß „die Wahrheit einförmig und unveränderlich ist“. [NO, Bd. 1, 2] Die beiden Eigenschaften „einförmig“ und „unveränderlich“ werden nicht erläutert. Ebenso wenig wird begründet, inwiefern sie der Wahrheit oder dem Wahren zugesprochen werden können. Weitere konkrete Bestimmungen des Wahren finden sich im NO nicht. Um also etwas über das Wahre zu erfahren, müssen wir uns im NO nach den beiden dem Wahren zugeschriebenen Eigenschaften umschaun. Dabei bleibt selbstverständlich zu prüfen, ob an den Stellen, an denen diese Eigenschaften auftauchen, tatsächlich auch das Wahre beschrieben wird, da wir ja dafür nur ein notwendiges, aber kein hinreichendes Kriterium vorliegen haben – schließlich könnte es noch anderes als das Wahre geben, das ebenfalls einförmig oder unveränderlich ist.

Es gibt erstaunlich wenige Stellen, an denen von „einförmig“ oder „Einförmigkeit“ die Rede ist: in Norbert Hinskes *Stellenindex* zum *Neuen Organon* [Hinske 1983] finden sich genau zehn Verweise im ersten und sechs im zweiten Teil, wovon die meisten irrelevant sind (so redet Lambert z.B. auch von einer einförmig gekrümmten Linie [NO, NO, Bd. 1, 382]). Neben der zitierten Stelle aus der *Vorrede* findet sich die Bestimmung einförmig zu sein in relevanter Form nur im Zusammenhang mit einfachen Begriffen und mit wissenschaftlichen Zeichen.

#### 4.1.4 Einfache Begriffe

Einfache Begriffe werden von Lambert in der *Dianoilogie* in folgendem Zusammenhang bestimmt: „Da sich zusammengesetzte Begriffe in einfachere als ihre Merkmale auflösen lassen, so lassen sich ganz einfache Begriffe gedenken, die nicht weiter aufgelöst, wohl aber durch Verhältnisse zu andern Begriffen bestimmt oder angezeigt werden können. Solche einfachen Begriffe machen die Grundlage der ganzen Erkenntnis aus [...].“ [NO, Bd. 1, 420] Von diesen einfachen Begriffen sagt Lambert nun, daß „sie selbst ihr Merkmal sind“ – und daß „die Vorstellung oder Empfindung derselben durchaus einförmig ist“ [NO, Bd. 1, 420].

Halten wir also fest: die Vorstellung der jeder Erkenntnis zugrunde liegenden Begriffe (nämlich der einfachen Begriffe) ist einförmig, hat also bereits eine der beiden Eigenschaften, die das Wahre kennzeichnen. Diese einfachen Begriffe sind folglich prädestiniert dafür, als Grundlage *wahrer* Erkenntnis zu dienen, und zugleich hat jede Erkenntnis diese Grundlagen.

Bleibt die Frage nach der Unveränderlichkeit. Hier finden wir einen Hinweis in der Bestimmung dessen, was Lambert unter „Veränderung“ versteht: er bestimmt nämlich deren Gegensatz, die „Identität oder *Einerleiheit*, und diese wird der *Verschiedenheit* oder *Veränderung* entgegengesetzt. So fern demnach eine Sache unverändert ist, so fern ist sie sich selbst einerlei, und so fern sie unveränderlich ist, so fern ist sie mehr oder minder notwendig sich selbst einerlei, oder *eben dieselbe*.“ [NO, Bd. 1, 513] Die einfachen Begriffe haben gerade diese Eigenschaft, notwendig sich selbst einerlei zu sein: „die einfachen Begriffe sind sich selbst ihr Merkmal, und haben nichts Gemeinsames, welches veranlassen könnte, daß einer mit dem anderen verwechselt werde. (§13.) Demnach unterscheidet sich jeder von dem anderen durch die unmittelbare Empfindung und an sich durchaus einförmige Vorstellung. (§11. 14.)“ [NO, Bd. 1, 473] Da ein einfacher Begriff „schlechthin durch die Empfindung erlangt werden muß“ [NO, Bd. 1, 473], ist dessen Vorstellung unveränderlich. Um ihn mitzuteilen, „muß man anzeigen, wie man zur Empfindung der Sache gelangen könne“ [NO, Bd. 1, 474].

Die Vorstellung einfacher Begriffe ist also einförmig und unveränderlich – sie besitzt folglich dieselben Eigenschaften wie das Wahre. Die Wahrheit der Vorstellung einfacher Begriffe ist empirisch (das heißt hier: durch Empfindung) gesichert – die Grundlagen (oder Grundbausteine) der Erkenntnis sind wahr. Die *Existenz* wahrer Vorstellungen hat Lambert somit nachgewiesen.

#### 4.1.5 Wissenschaftliche Zeichen

Von den wissenschaftlichen Zeichen fordert Lambert in der *Semiotik*: „Die Theorie der Zeichen solle statt der Theorie der Sache dienen können. Dieses wird nun in einer Sprache desto besser erhalten, je einförmiger und allgemeiner die Regeln

ihrer Etymologie sind.“ [NO, Bd. 2, 155f.] und folgert, daß bei vollkommenen Sprachen auch „die Regeln der Syntax dabei ungleich einförmiger und einfacher würden“ [NO, Bd. 2, 171].

Lamberts Forderung nach Ersetzbarkeit der Theorie der Sachen selbst durch eine Theorie der Zeichen dieser Sachen läuft auf die Forderung nach einem Modell der sachbezogenen Theorie in einer formalisierten Theorie hinaus. Voraussetzung einer erfolgreichen Modellbildung ist es aber, die wesentlichen Eigenschaften der sachbezogenen Theorie zu erhalten. Zu diesen wesentlichen Eigenschaften gehört nun, wie wir bereits wissen, daß die Vorstellung einfacher Begriffe einförmig und unveränderlich ist. Somit muß die formalisierte Theorie diese Eigenschaften der Vorstellung einfacher Begriffe ebenfalls abbilden.

Lambert kann nunmehr die Forderung nach Formalisierung der Wissenschaft begründet vorgetragen: weil die Vorstellungen einfacher Begriffe als Grundbausteine der Erkenntnis aufgrund der Übereinstimmung ihrer Eigenschaften mit den Eigenschaften des Wahren als empirisch wahr akzeptiert werden, werden auch die formalisierten Grunderkenntnisse als wahr akzeptiert werden, wenn auch sie die Eigenschaften des Wahren aufweisen, d.h. wenn sie einförmig und unveränderlich sind.

#### 4.1.6 Unveränderlichkeit und Allgemeinheit, Einfachheit

Die Forderung nach Einförmigkeit hat Lambert explizit ausgesprochen — statt der Forderung nach Unveränderlichkeit aber verlangt er, daß die Regeln allgemein oder einfach sein sollen. Offenbar muß ein Zusammenhang zwischen Unveränderlichkeit und Allgemeinheit und Einfachheit bestehen. Dieser findet sich in Lamberts Hinweis darauf, daß schon ein einfacher Begriff, dessen Vorstellung ja gerade als unveränderlich bestimmt wurde, von allen Zufälligkeiten und Modifikationen abstrahiert, selbst also bereits allgemein ist. Er erklärt nämlich, daß diejenige Sache, welche durch einen einfachen Begriff vorgestellt wird, selbst zwar auch einfach (also nicht mannigfaltig) sein muß, zugleich aber quantitativ von durch denselben Begriff vorgestellten anderen Sachen unterschieden sein kann; also: „daß das, so ein einfacher Begriff vorstellt, ebenfalls nichts Mannichfaltiges zeigt, dagegen aber dem Einfachen in dem Begriffe ohne Nachteil an *Größe* und *Graden* verschieden sein kann“ [NO, Bd. 1, 458], und daß „demnach der Unterschied der Größe und der Grade dem Einfachen eines Begriffe keinen Eintrag tun“ [Bd.1, 458]. Zwangsläufig sind also auch einfache Begriffe stets schon etwas Allgemeines, und konsequenterweise redet Lambert hierbei auch von „Einartigkeit“ [NO, Bd. 1, 458], verweist also bereits auf das Allgemeine der Art.

#### 4.1.7 „Ausmessen von Begriffen“

Weiterhin wird deutlich, daß Lambert Begriffe nur qualitativ unterscheidet, quantitative Unterschiede der Sache demnach keine Rolle bei der Begriffsbildung spielen sollen. An dieser Stelle möchte ich einen kurzen Exkurs zu dem viel zitierten „Ausmessen von Begriffen“ unternehmen.

Auf das Ausmessen kommt Lambert im folgenden Zusammenhang zu sprechen: „Wenn das Verhältnis einer Ursache zu ihrer Wirkung soll bestimmt werden, so gehören mehrere Versuche dazu, und bei jedem muß ein anderer Grad der Ursach [...] genommen, und die Wirkung ebenfalls ausgemessen werden.“ [NO, Bd. 1, 373] Ziel dieser Versuche ist es aber, etwas Allgemeines dabei festzustellen, welches dann den Begriff konstituiert. Ausgemessen werden also nicht etwa die Begriffe selbst, sondern die Sachverhalte, die diesen Begriffen zugrunde liegenden.

Sämtliche Beispiele, die Lambert für das Ausmessen anführt, beziehen sich auf konkrete Größen und nicht auf Begriffe. Das Ausmessen dient nur der Begriffsbildung. Das war zu erwarten, wenn Begriffe sich nur qualitativ unterscheiden sollen. Wenn nämlich gemessen wird, dann werden Quantitäten bestimmt. Andererseits ist dieses Ausmessen der Sachverhalte erforderlich, um durch das Berücksichtigen aller Möglichkeiten zu möglichst konkreten Begriffen zu gelangen. In diesem Sinne läßt sich vom „Ausmessen von Begriffen“ sprechen. Hier finden sich bereits interessante Ansätze zu Überlegungen zum Verhältnis von Quantität und Qualität.

Eine zweite Stelle, an der Lambert vom Ausmessen spricht, handelt davon, daß durch theoretische Betrachtungen das, „was man nicht wirklich ausmessen kann“ [NO, Bd. 1, 388], trotzdem bestimmt werden kann. Als Beispiel führt Lambert an, „daß uns die Meßkunst finden lehre, was durch keine Erfahrung oder wirkliche Ausmessung gefunden werden kann, daß sie [...] uns mehr entdecke, als wir finden zu können glauben“ [NO, Bd. 1, 390].

#### 4.1.8 Bestimmungen des Wahren

Nachdem nun die Eigenschaften des Wahren als einförmig und unveränderlich beschrieben wurden, will ich nunmehr auch Lamberts Bestimmungen oder Konkretionen des Wahren betrachten.

Zum einen spricht Lambert von *logischer* Wahrheit. Darüber erfahren wir folgendes: „Der Begriff der logischen Wahrheit, welche in Absicht auf uns in der Übereinstimmung unsrer Vorstellung mit den Sachen, in Absicht auf die Sache selbst aber darin besteht, daß sich das Prädikat durch den Begriff des Subjektes bestimmen lasse, ist ebenfalls ein Begriff, den wir als a priori ansehen können, (§662) da er weiter nichts als ein denkendes Wesen voraussetzt, und die Vorstellung mit der Empfindung zu Paaren geht.“ [NO, Bd. 1, 426f.] Offenbar beinhaltet dieser Begriff sowohl eine erkenntnistheoretische Komponente, nämlich die

Übereinstimmung von Vorstellungen und Sachen, als auch eine logisch-semiotische Komponente, die sich in dem Hinweis darauf zeigt, daß man sich bei der Bestimmbarkeit des Prädikats durch den Begriff des Subjekts auf die Sache selbst beziehen muß. Die logische Wahrheit ist dem Irrtum entgegengesetzt. [NO, Bd. 1, XI f.]

Die andere Bestimmung der Wahrheit, die diese von der logischen Wahrheit unterscheidet, ergibt sich aus der Rede von *metaphysischer* Wahrheit. Von dieser erfahren wir, daß dadurch das „Reale“ bestimmt wird, die metaphysische Wahrheit ist dem Schein entgegengesetzt (vgl. [NO, Bd. 1, XI f.]) Diese ontologische Komponente der Wahrheit spielt nun im „Neuen Organon“ keine weitere Rolle, der Schein wird nicht deshalb zum Gegenstand einer der vier Wissenschaften, nämlich der Phänomenologie, sondern aus dem von Lambert angeführten folgenden Grund: „Indessen ist es immer auch ein Irrtum, wenn man das, was eine Sache zu sein scheint, mit dem verwechselt, was sie wirklich ist: und hinwiederum glaubt man Irrtümer, sofern sie wahr zu sein scheinen.“ [NO, Bd. 1, XII]

Das NO handelt also von der logischen Wahrheit im beschriebenen Sinne, d.h. von Erkenntnistheorie und Logik. Lambert verwendet zwar notwendig auch ontologische Voraussetzungen, aber die Ontologie selbst wird nicht zum Gegenstand des NO. Die Gesamtheit aller dieser logischen Wahrheiten bezeichnet Lambert als „das Reich der Wahrheiten“, welches Lambert so faßt, „daß, wenn wir alle Wahrheiten nach unsrer Art sie vorzustellen wüßten, sie dieses Reich der Wahrheiten ausmachen würden. Wir betrachten demnach das gesamte System aller *Begriffe, Sätze* und *Verhältnisse*, die nur immer möglich sind, als bereits in seiner Verbindung und Zusammenhänge“ [NO, Bd. 1, 538]. Wenn Lambert von Wahrheit spricht, bezieht er sich folglich immer auf Begriffe und Zusammensetzungen von Begriffen von Vorstellungen bzw. deren Zeichen, auf Sätze und Verbindungen – Wahrheit im NO ist also immer logische (begriffliche) Wahrheit.

#### 4.1.9 Das Wahrheitskriterium – Unmöglichkeit als Grundlage

Folgerichtig ist Lamberts Wahrheitskriterium einerseits an seinem Begriff von logischer Wahrheit orientiert und garantiert andererseits begriffliche Wahrheit. Nun ist dieses Wahrheitskriterium so merkwürdig aufgebaut, daß sich eine nähere Betrachtung erforderlich macht.

Lambert stellt zuerst Forderungen auf, die absichern sollen, daß neue Erkenntnisse in das noch unvollständige Reich der Wahrheiten integriert werden können, er fordert: „für die einfachen Begriffe die *Gedenkbarkeit*, [...] für die zusammengesetzten Begriffe die *Möglichkeit der Zusammensetzung* [...] und für die Sätze die *Möglichkeit, das Prädikat durch das Subjekt zu bestimmen* [...] und die *Notwendigkeit der Folge eines Satzes aus den Vordersätzen bei richtiger Form*. [...] Und die *Wahrheit des Satzes aus wahren Vordersätzen und richtiger Form*“. [NO,

Bd. 1, 538f.] und führt dann all diese Forderungen auf den „Satz des Widerspruchs“ [NO, Bd. 1, 539] zurück.

Hiermit meint er aber nicht etwa direkt den Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch im Verständnis heutiger Logik. Der Satz des Widerspruchs, der bei Lambert das Kriterium für die Wahrheit von Erkenntnissen darstellt, hat bei ihm folgende Form: „Nämlich *unser Verstand empfindet ein Widerstreben, welches ihm die Unmöglichkeit aufdringt, bei einem Dinge, das A ist, zu denken, es sei nicht A*. Dieses Widerstreben des Verstandes, welches er empfindet, von A zu denken, es sei nicht A, gibt uns den ursprünglichen und strengsten Begriff von *Unmöglichkeit*. Denn wir finden es so unmöglich, daß wir nicht nur denken, *es könne nicht sein*, sondern daß, wenn wir es auch versuchen wollten, es anzunehmen, wir gleichsam davon zurück gehalten werden.“ [NO, Bd. 1, 539] Lambert stützt dieses Postulat mit der Forderung, „*daß man die Unmöglichkeit, von A zu glauben, daß es nicht A sei, empfinden könne*“ [NO, Bd. 1, 539], wovon sich jeder jederzeit selbst versichern kann. Damit besitzt Lambert also ein empirisch konstatierbares, durch die eigene Empfindung jederzeit reproduzierbares Wahrheitskriterium.

Der eigentliche Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch im heutigen Sinne, daß nämlich nicht zugleich A und  $\neg A$  gelten, ist damit nur eine Folgerung aus der Denkmöglichkeit davon, etwas, von dem gewisse Eigenschaften gewußt werden, diese Eigenschaften abzusprechen. Konsequenterweise wird bei Lambert auch der Begriff des Widerspruchs selbst erst aus dieser Empfindung abgeleitet: „Bei dieser Empfindung haben wir die einfachen Begriffe *sein, nicht, nicht sein*, und die Vergleichung von *sein* und *nicht sein*, gibt uns den Begriff des *Widerspruchs*, nämlich *sein* und *nicht sein* widerspricht einander, und beides zugleich ist unmöglich.“ [NO, Bd. 1, 539].

#### 4.1.10 Folgerungen aus dem Wahrheitskriterium

Diese Denkmöglichkeit hat nun aufgrund ihres *ontologischen* Inhalts – und es handelt sich dabei tatsächlich um einen ontologischen Inhalt: wie nämlich aus der Formulierung „*bei einem Dinge, das A ist, zu denken, es sei nicht A*“ ersichtlich wird, wird nicht einfach einem Ding das Prädikat A zugesprochen, sondern A wird ontologisch als reales (d.h. seiendes) Merkmal dieses Dinges („das Ding ist A“) bestimmt – eine *erkenntnistheoretische* Konsequenz: die Zuordnung eines Merkmals zu einem Ding, das also ein Merkmal an einem Ding ist, ist empirisch erfaßbar. D.h. nicht nur das Ding und das Merkmal selbst sind empirisch gegeben, sondern es ist fühlbar, daß ein Merkmal an einem Ding *ist* – und zwar nicht unmittelbar, sondern vermittelt durch das Denken, weil nämlich die Empfindung des Widerstrebens durch den Versuch ausgelöst wird, dieses Merkmal als nicht an diesem Ding seiend zu denken.

Während durch einfache Begriffe die empirische Garantie für die wahre Erkenntnis von Seiendem überhaupt gegeben ist, also *Sachen selbst* begrifflich abbildbar werden, wird durch das Wahrheitskriterium auch die wahre Erkenntnis des Zusammenhangs von *Sachen* mit ihren *Merkmalen* empirisch garantiert, und zwar wiederum für einfache Begriffe: diese sind sich nämlich selbst ihr Merkmal.

## 4.2 Lamberts Vorarbeiten in den „Sechs Versuchen“

### 4.2.1 Überblick über die SV

In den „Sechs Versuchen einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ [SV] wurden von Lambert wichtige Vorarbeiten für sein logisches Hauptwerk „Neues Organon“ geleistet und insbesondere der Kalkül der „logischen Zeichenkunst“ ausgearbeitet.<sup>165</sup> In den SV faßt Lambert in Kenntnis der von Georg Friedrich Meiers 1752 erschienen „Vernunftlehre“ [Schenk 1997] wie auch der logischen Überlegungen Meiers „dessen logische Regeln neu in einer mathematisch-logischen Sprache“ [Schenk 1990, Appendix, S.1067]. Die Versuche werden durch folgende Titel gekennzeichnet:

- I. Versuch einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre.
- II. Versuch [...]. Welcher das Lehrgebäude der Begriffe enthält
- III. Versuch [...]. Welcher die Einrichtung der Wissenschaften zu deren Gebrauch enthält
- IV. Versuch [...]. Welcher die Anwendung der obigen Versuche in wirklicher Auflösung einiger Aufgaben enthält.
- V. Versuch [...]. Welcher die Rechenkunst der Vernunftlehre oder die Art der Begriffe oder die dafür gesetzte Zeichen zu berechnen lehret.
- VI. Versuch [...]. Welcher die Anwendung der vorigen Versuche auf besondere Beyspiele enthält.

In der Reihenfolge des Inhalts werden die sechs Versuche auf wesentliche Erklärungen und Festlegungen befragt. Dabei ergibt sich das Bild eines Calculus, der Begriffe und deren Merkmale zu Gegenständen hat, und die Begriffe als Merkmalsmengen behandelt. Der Anwendungsbereich ist ursprünglich die „Vernunftlehre“ als Lehre vom Zusammenhang der Begriffe, vom richtigen Schließen usw. Das Ziel der Konstruktion ist die Ermöglichung der Reduktion komplizierter Probleme auf einfache, grundlegende Aufgaben (die dann von der betreffenden Wissenschaft zu lösen sind), durch die Bestimmung unbekannter Begriffe durch bekannte mittels der Identifizierung über ihre Merkmale. Im Anschluß werden grundlegende Voraussetzungen des Systems von Lambert bestimmt.

<sup>165</sup> Die SV sind 1753–55 entstanden und 1782 von Joh. Bernoulli (III) aus Lamberts Nachlaß herausgegeben worden. Vgl. zur Entstehungszeit [Schenk 1990, Appendix].

#### 4.2.2 Zum I. Versuch

Im I. Versuch, der keinen Untertitel zur Erläuterung besitzt, werden die benötigten Begriffe, Regeln und Zeichen eingeführt. Lambert führt allgemein die verschiedenen Möglichkeiten des „Rechnens“ mit den Begriffen vor, wobei hier „Rechnen“ im Sinne eines Operierens mit den von Lambert gegebenen Regeln zu verstehen ist. Der Begriff „Sache“ wird ohne Erklärung verwendet. Er ist der allgemeinste Begriff zur Kennzeichnung von etwas, das Gegenstand der Betrachtung sein kann, begreift also sowohl Dinge wie auch Sachverhalte unter sich. Dabei wird die Unterscheidbarkeit verschiedener Sachen impliziert. „Wenn wir [eine Sache] vermittelt einiger Merkmale von andern Sachen unterscheiden, [...] stellen wir uns [diese] in unsern Gedanken vor, [...] und diese Vorstellung nennen wir Begriffe.“ [SV, 3]

Da nun die Merkmale der Sache selbst wieder voneinander unterschieden werden müssen, und das vermittelt der Merkmale dieser Merkmale, werden auch die Merkmale wieder vorgestellt, d.h. wir müssen auch davon Begriffe haben. Merkmale sind also bzgl. der Vorstellung Sachen gleichwertig. Die sich daraus ergebende mögliche fortgesetzte Merkmalszergliederung wird von Lambert folgendermaßen umschrieben: „Es ist also ein Begriff aus andern Begriffen, als seinen Merkmalen zusammengesetzt, welche man wiederum entwickeln, und zu einer großen Vollständigkeit bringen kann.“ [SV, 3] Damit läßt sich kurz bestimmen: „Ein Begriff ist die Vorstellung einer Sache in den Gedanken“, [SV, §2, 15] indem diese mittels Merkmalen von anderen Sachen unterschieden wird. Hier bleibt der Begriff „Merkmal“ noch unbestimmt, was auch unproblematisch ist, denn insofern Merkmale vorgestellt werden, werden sie als Sachen vorgestellt, fallen also unter den allgemeineren Begriff, und bedürfen hierfür keiner eigenen Erklärung. Werden allerdings die Merkmale für sich selbst betrachtet, müssen sie erklärt werden, was Lambert dann im II. Versuch auch realisiert.

Der mögliche regressus ad infinitum in der Entwicklung der Begriffe wird von Lambert dadurch vermieden, daß er den Prozeß der Entwicklung von Begriffen als noch nicht vollständig betrachtet und die Möglichkeit annimmt, Merkmale unentwickelt vorzustellen, wodurch der regressus bis zu diesen und nicht weiter führt. Wie aber Merkmale derart vorgestellt werden können, bleibt hier offen. Die unentwickelten Merkmale nennt er dunkel. Er bezeichnet Begriffe als klar, deren Merkmale dunkel vorgestellt werden, und als deutlich, deren Merkmale klar vorgestellt werden (vgl. [SV, §2, 3]).

Diese Bestimmungen sind schon bei Gottfried Wilhelm Leibniz in einer frühen Schrift, den „Betrachtungen über die Erkenntnis, die Wahrheit und die Ideen“ [Leibniz 1987],<sup>166</sup> so zu finden, ebenso bei Christian Wolff. Lambert über-

---

<sup>166</sup> Die Originalausgabe ist: Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Meditationes de cognitione, veritate et ideis*; in: Acta Eruditorum, Leipzig 1684.

nimmt diese. Während aber Leibniz erkenntnistheoretische Betrachtungen anstellt, ist das Interesse Lamberts auf das Logische gerichtet: im Gegensatz zur Leibnizschen Darstellung ist bei Lambert zunächst von Erkenntnissen keine Rede: er ordnet die Attribute dunkel, klar, deutlich nur Begriffen zu, während diese bei Leibniz Erkenntnissen und den Begriffen als Erkenntnissen zugeordnet werden. Deshalb wird das Attribut adäquat, das die zu Ende geführte Analyse, das vollständige Erfassen des Wesens des Gegenstandes meint, und bei Leibniz noch deutlichen Erkenntnissen zugeordnet werden kann (was aber nach Leibniz höchstens in der Mathematik vorkommt – und selbst das ist für Leibniz noch problematisch.) von Lambert in den SV nicht verwendet. [Vgl. Leibniz 1987]

Mit Begriffen von Sachen und Merkmalen sind die Gegenstände der SV gegeben, weitere werden nicht eingeführt. In der natürlichen Sprache werden Begriffe durch Wörter bezeichnet: „Die Wörter sind willkürliche Zeichen der Begriffe.“ [SV, 4] Insofern diese Zeichen willkürlich sind, können sie auch durch andere Zeichen ersetzt werden, insbesondere auch durch solche, die keine Wörter sind. Lambert verwendet als Zeichen für gegebene Begriffe die ersten („a, b, c, d &c.“), für unbekannte Begriffe die letzten („x, y, z“) und für unbestimmte Begriffe die mittleren („n, m, l & c.“) Buchstaben des Alphabets (vgl. [SV, §9, 5]).

Die Merkmale eines Begriffs werden als solche, die „andern Sachen oder Begriffen gemein sind“ und die zusammengenommen „den Begriff des Geschlechts“ ausmachen, von solchen, die „der Sache eigen“ sind und die zusammengenommen den Begriff des „Unterschieds der Art“ ausmachen, unterschieden (vgl. [SV, §3, 4]). Ein Begriff kann durch Geschlecht und Unterschied der Art ersetzt werden; erfolgt dies mit Worten, nennt Lambert das erklären (vgl. [SV, §4, 4]). Begriff und Erklärung enthalten dieselben Merkmale, sie können für einander gesetzt werden: Sachen mit dieser Eigenschaft nennt Lambert gleichgültig (vgl. [SV, §5, 4]). Lambert nennt Begriffe insofern ähnlich, wie sie dieselben Merkmale haben, bzgl. der Merkmale, die bei ihnen verschieden sind, nennt er sie verschieden (vgl. [SV, §24, 10]).

Somit läßt sich zusammenfassen:

- Begriffe sind Mengen von Merkmalen (hier soll von Menge im allgemeineren Sinne einer Klasse ohne Berücksichtigung eventuell damit zusammenhängender Probleme gesprochen werden),
- bzgl. der Merkmale sind sie vergleichbar,
- durch Hinzusetzen oder Absondern von Merkmalen sind sie veränderbar [SV, §7, 5]
- insofern sie gleich sind, d.i. gleiche Mengen von Merkmalen sind, bleiben sie gleich, wenn allen gleiche Merkmale hinzugesetzt oder von allen abgesondert werden [SV, §6, 4]
- insofern sie gemeinsame Merkmale haben, sind sie bzgl. dieser ähnlich, bzgl. der anderen Merkmale verschieden.

Damit sind alle Grundlagen des logischen Systems in den SV gegeben. Offensichtlich bedarf es mengentheoretischer Überlegungen, um nun dieses System der Logik zu entwickeln. Daß hier tatsächlich die Begriffe als Mengen (genauer Klassen) von Merkmalen im (heutigen) mengentheoretischen Verständnis betrachtet werden dürfen, ergibt sich aus folgendem:

1. die Sachen sind voneinander unterscheidbar, also auch die Merkmale, (weil deren Unterscheidbarkeit von Lambert impliziert wurde,)
2. in einem Begriff sind dessen Merkmale zusammengefaßt,
3. der Begriff selbst bildet ein Ganzes.

Zumindest nach Cantor ist ein derart bestimmter Begriff eine Menge: d.i. „jede Zusammenfassung [vgl. 2] von bestimmten wohlunterschiedenen [vgl. 1] Objekten unserer Anschauung oder unseres Denkens [vgl.: Begriff als Vorstellung einer Sache] (welche die ‚Elemente‘ der Menge genannt werden) zu einem Ganzen [vgl. 3]“.<sup>167</sup> Hierdurch dürfte legitimiert sein, mit mengentheoretischen Begriffen zu operieren.

Lambert setzt fest, daß der Durchschnitt zweier Merkmalsmengen, d.h. zweier Begriffe, nie leer ist, „dieweil zweien Begriffe unmöglich so sehr verschieden sein können, daß sie nicht noch alle die Eigenschaften gemein hätten, die einem Dinge überhaupt zukommen“ [SV, §29, 12]. Welches diese Eigenschaften seien oder wodurch das Ding an sich selbst bestimmt ist, läßt Lambert offen – die Wesensbestimmung ist also kein Gegenstand seiner logischen Überlegungen. Geschlecht und Unterschied der Art werden von Lambert folgerichtig als Mengendurchschnitt bzw. Differenzmenge behandelt. Die daran anknüpfenden Überlegungen führen u.a. zur Möglichkeit, Begriffe durch Hinzufügen und/oder Absondern von Merkmalen gleich zu machen, sie zu „identifizieren“ [SV, §29, 12].

#### 4.2.3 Zum II. Versuch

Im zweiten Versuch baut Lambert das „Lehrgebäude der Begriffe“ auf. Dazu wird eine Konkretisierung des Merkmalsbegriffs vorgenommen: Merkmale, die selbst wieder Mengen mehrerer Merkmale sind, heißen zusammengesetzt, enthalten sie nur sich selbst, heißen sie einfach.

Bisher hatte Lambert Merkmale allgemein bestimmt, sie werden nun unterschieden in innerliche Merkmale, welche nur auf die Sache bezogen werden, deren Merkmal sie sind, und äußerliche Merkmale, welche der Sache nur im Verhältnis zu anderen Sachen zukommen (vgl. [SV, §1, 15]). Hier erfolgt also eine Unterscheidung der Merkmalsbestimmung als ein- oder mehrstellige Prädikate, wobei Lambert im folgenden allerdings nur zweistellige Prädikate betrachtet. Im weiteren werden die Überlegungen des I. Versuchs zur Erklärung besonderer Arten von Begriffen verwendet.

---

<sup>167</sup> Zitiert nach [Gellert 1979, 354].

Die äußerlichen Merkmale, insofern durch sie der Begriff mittels eines anderen bestimmt wird, nennt Lambert Verhältnisse und unterscheidet diese in logische, das sind solche, „wo es auf die Anzahl der Merkmale ankommt“, mit denen also mengentheoretische Relationen zwischen Begriffen als Merkmalsmengen abgebildet werden, und metaphysische, das sind solche, „wo es auf die Beschaffenheit des Merkmals ankommt“ [SV, §10, 17], die also selbst Relationen zwischen Begriffen als Merkmalsmengen sind, und wo es, weil die Begriffe „in Relation“, d.i. ins Verhältnis, gesetzt werden, auf die Art des Verhältnisses, den Bezug, ankommt. Lambert führt hierfür als Beispiel das Merkmal „Ursache von etwas zu sein“ an: das Verhältnis des Feuers zur Wärme z.B. ist das der Ursache, das Feuer ist die Ursache der Wärme (vgl. [SV, §12, 18]).

In diesem Versuch bemüht sich Lambert im weiteren, die logischen und metaphysischen Verhältnisse mittels Formeln darzustellen, und zwar bzgl. der logischen Verhältnisse u.a. zu folgendem Zweck: „Man siehet auch aus diesen Formeln, welche Data man in jedem Fall haben müsse, um die unbekanntes Begriffe zu bestimmen.“ [SV, §23, 25] Diese Art logischer Aufgaben charakterisiert u.a. die Zwecksetzung der SV: Unbekannte Begriffe sollen aus schon bekannten Begriffen mittels der in Formeln festgehaltenen Verhältnisse von Begriffen gefunden werden, wodurch die Aufgabe der Begriffsbestimmung auf die Lösung konkreter Probleme zurückgeführt wird.

#### 4.2.4 Zum III. Versuch

Im III. Versuch überlegt Lambert, welcher Forderungen an den Aufbau und die Einrichtung der Wissenschaften es bedarf, um in diesen die Zeichenkunst anwenden zu können. Zuerst werden semantische Voraussetzungen diskutiert, der Art, daß die Sprache der Wissenschaft weitgehend so strukturiert werden soll, daß sie den (allgemeineren) Regeln der Zeichenkunst genügt, wie sie Lambert in den ersten beiden Versuchen aufgestellt hat. Dafür bedarf es insbesondere auch solcher Worte der natürlichen Sprache, die äquivalente strukturelle Eigenschaften, wie z.B. die der Kommutativität, zu den Operatoren der Zeichenkunst aufweisen (vgl. [SV, §§3–5, 33]). Lambert verweist dabei auf die allgemein eingeschränkten Möglichkeiten seiner Zeichenkunst: Die Bestimmung eines unbekanntes Begriffs aus gegebenen kann nicht mittels der Regeln der Zeichenkunst erfolgen, „sondern es braucht hierzu eine ganz andere Auflösung“ [SV, §6, 34], welche innerhalb der Wissenschaft vorgenommen werden muß, zu der der Begriff gehört. Man kann „von der logischen Zeichenkunst nicht mehr erwarten, als daß durch sie die schwersten Aufgaben auf [...] allgemeine logische Operationen reducirt werden.“ [SV, §6, 34] Hiermit sind Möglichkeiten und Beschränkungen der „Zeichenkunst“ in einer Erklärung zusammengefaßt und das eigentliche Programm Lamberts bestimmt.

Folgende Passage aus Lamberts Überlegungen weist auf den Zusammenhang mit gleichgelagerten mathematischen Problemen hin: „Die schwersten ja alle algebraische Auflösungen [sind] nichts anderes als schlechterdings Verwandlungen oder Reduktionen auf vier oder fünf allgemeine Problemata [...]. Die Algeber löset die Problemata nicht weiter auf, als daß die letzte Gleichung anzeigt, wie man gegebene Größen addiren, subtrahiren, multiplicieren und dividieren solle, um die gesuchte Größe [...] bekannt zu machen; sie reducirt folglich alle Aufgaben auf die 4 Rechnungsarten und die Ausziehung der Wurzeln, welche ebenmäßig reducirt wird.“ [SV, §10, 36]

Nachdem klargestellt ist, daß die wesentliche Aufgabe der Zeichenkunst die Reduktion auf bestimmte Grundaufgaben ist, die in den Wissenschaften selbst gelöst werden müssen, beschäftigt sich Lambert mit der diesen Aufgaben adäquaten Form, mit den metaphysischen Verhältnissen, d.h. mehrstelligen Prädikaten: Es werden die Merkmale von Begriffen bzgl. anderer Begriffe betrachtet, folglich Begriffe mittels dieser Merkmale „identifiziert“. Dazu fordert er

1. „Die Hauptbegriffe der Wissenschaften müssen metaphysisch erklärt sein.“ [SV, §33,S.48] – Hier ist „metaphysisch“ im Sinne der Unterscheidung Lamberts zwischen logischen und metaphysischen Verhältnissen gemeint.
2. „Es müssen in der Wissenschaft die Ähnlichkeiten und Proportionen ausführlich angezeigt werden.“ [SV, §37, 49]

In den Wissenschaften müssen also, damit die „logische Analytik“ [SV, §33, 48] anwendbar ist, die Verhältnisse der Begriffe untereinander bestimmt werden, wobei insbesondere die Grundbegriffe derart zu definieren sind. Die in den Wissenschaften anzuwendende logische Analytik wird dann von Lambert näher bestimmt:

- Bei der Lösung einer analytischen Aufgabe dürfen die gesuchten Größen nicht völlig unbekannt sein (vgl. [SV, §53, 59]).
- Über sie muß man soviel wissen, daß, wären sie gegeben, umgekehrt die gegebenen Größen hergeleitet werden könnten. (vgl. [SV, §54, 60]).

Damit ergibt sich für Lambert der Schluß, daß „die analytische Auflösung allezeit eine Synthesin zu Grunde setzet“ [SV, §57, 61] – Begriffe müssen vor der analytischen Auflösung synthetisch aufeinander bezogen, ihr Verhältnis bestimmt werden, und zwar in Anwendung der allgemeinen Axiome und Postulate zur Identität in der jeweiligen Wissenschaft. Vgl. hierzu:

„1. Die Definitionen in den Wissenschaften müssen metaphysisch seyn. 2. Es müssen darinn allgemeine Axiomata & Postulata von der Identität vorgetragen, und durchgehends gebraucht werden, weil 3. die Lehrsätze und synthetische Aufgaben nicht bloß logische Sätze seyn, sondern durchgehends Identitäten und Verhältnisse in sich halten müssen, welches nur vermittelt der erst angeführten Grund- und Heischsätze geschehen kann. 4. Diese Lehrsätze und synthetische Aufgaben von der Identität müssen so beschaffen seyn, daß man sie durch die

Zeichen unserer logischen Analytik ausdrücken, und die daher entstehenden Identitäten in andere nach den Regeln unserer Analytik verwandeln könne.“ [SV, §64, 64f.]

Allerdings ergibt sich dabei das Problem, daß Identitäten, die durch metaphysisch (hier wird „metaphysisch“ im Sinne der Lambertschen Zeichenlehre gebraucht) definierte Begriffe entstehen, notwendig sind, „denn sie setzen die Begriffe, so das Wesen der Sache vorstellen zum voraus, und bestimmen nur die Verhältnisse derselben.“ [SV, §68, 67ff.] Diese Identitäten können daher auch weder beliebig bestimmt noch verändert werden. Deshalb fordert Lambert weitere Identitäten, in denen noch Bestimmungen offen, die „mehr hypothetisch“ [SV, §69, 69] sind. Das führt dann zu allgemeinen Definitionen.

Zusammenfassend stellt Lambert fest, daß es in seiner analytischen Logik nicht „auf die Begriffe und Eigenschaften an und für sich selbst betrachtet“ ankommt, sondern daß diese Logik eine „Scientia Idearum vel Qualitarum comparatum“ [SV, §71, 72], eine Wissenschaft der verglichenen Begriffe und Eigenschaften, ist. Lambert verweist darauf, daß dies „mit der Algebra eine völlige Ähnlichkeit“ [SV, §72, 71] hat. Deren Gegenstand ist die „Quantitas“, die nur im Vergleich mit festen Größen bestimmbar ist.

Das Problem, daß, um die logische Zeichenkunst verwenden zu können, die Definitionen allgemein und damit noch offen für die variable Festlegung bestimmter Merkmale sein müssen, führt Lambert zur Unterscheidung zwischen der Mathematik sowie, als weiterem Beispiel, der Logik einerseits (andere Beispiele sind für Lambert „verschiedene französische Grammatiken“ sowie die „Redekunst“, vgl. [SV, §75, 78]) und den anderen Wissenschaften, insbesondere der Ontologie, andererseits. In der Mathematik ist nach Lambert „der allgemeinste Fall auch zugleich der so am meisten zusammengesetzt ist“, in der Ontologie „enthalten die abstractesten Begriffe am wenigsten; es scheint es bleibe nichts mehr von allen Bestimmungen der Individualdinge, die darunter gehören.“ [SV, §75, 75ff.] Da dabei „kein allgemeiner Fall“ [SV, §75, 76] herauskommt, steht für Lambert die Frage, „ob und inwieferne dieses könne geändert und den mathem[atisch] allgemeinen Fällen analogisch gemacht werden“ [SV, §75, 76].

Daß die Logik zur Zeichenkunst geeignet ist, erklärt Lambert damit, daß man „in der Logik nur auf die Form gesehen“ hat; denn: „Alle Definitionen, alle Sätze, alle Syllogismen haben eine allgemeine Form.“ [SV, §75, 77] Lambert geht weiter und folgert daraus, daß man damit im Stande sei, „die Theorie der Form so allgemein zu machen, daß sie sich auf alle Fälle erstreckt.“ [SV, §75, 77] Im IV. Versuch hat Lambert diese Überlegungen ausgeführt und, wie er feststellt, „die ganze Theorie der Logik in 2 Formeln gebracht, welche alles in sich schließen was man darinn von Definitionen, Sätzen, Schlüssen und ihren Verwandlungen sagen kann.“ [SV, §75, 77]

#### 4.2.5 Zum IV. Versuch

Am Anfang des IV. Versuchs steht die Zusammenfassung der Überlegungen der ersten drei Versuche in fünf Erklärungen, womit die theoretische Ausarbeitung der Zeichenkunst abgeschlossen ist. Diese Erklärungen bestimmen:

1. den Übergang von gegebenen zu gesuchten Begriffen mittels der Identitäten: logische Analytik (vgl. [SV, §1, 79]),
2. die Herleitung von anderen Begriffen aus allgemeinen und unbestimmten: allgemeine Analytik (vgl. [SV, §5, 80]),
3. die Unterscheidung der Begriffe durch Zuordnung je besonderer Zeichen (vgl. [SV, §8, 81]),
4. die Identifikation gesuchter Begriffe mit bekannten durch ihr Verhältnis (vgl. [SV, §10, 81]),
5. die Explikation der gesuchten Begriffe aus den Identitäten, derart, daß sie nur noch mit bekannten Begriffen identifiziert werden (vgl. [SV, §13, 83]).

Für Lambert steht fest, „daß die ganze Ausübung der allgemeinen Logistik in dreien Operationen, nemlich 1. in der Benennung, 2. in der Identification der Begriffe und 3. in der Auflösung der Identitäten“ [SV, §15, S.83] besteht. Dabei müssen folgende Voraussetzungen erfüllt sein:

1. Es müssen Begriffe gegeben sein (vgl. [SV, §2, 79]).
2. Zwischen gegebenen und gesuchten Begriffen muß es eine Relation geben (vgl. [SV, §2, 79]).
3. Die Relationen müssen die Identifikation der gegebenen und gesuchten Begriffe ermöglichen (vgl. [SV, §4, 80]).
4. Diese Relationen müssen entweder vorgegeben sein, oder aber „aus der Natur der gesuchten Begriffe und deren Vergleichung mit bekannten Begriffen hergeleitet werden“ [SV, §13, 83].

Mittels dieser Grundlagen erfolgt im weiteren Verlauf diese Versuchs die Darstellung der allgemeinen Auflösung logischer Aufgaben. Diese ist insofern vollständig, als Lambert nach seinen eigenen Angaben von drei Annahmen ausgeht:

1. Die Sätze sind jedesmal gegeben.
2. Die Umkehrung jedes Satzes ist bestimmbar (vgl. [SV, §77, 123f.])
3. Nur die zur Identifizierung zweier Begriffe nötigen Relationen sind bestimmt, alle anderen bleiben unbestimmt (vgl. [SV, §78, 125f.]). Hierdurch erhalten die Sätze größtmögliche Allgemeinheit!

Allein mittels der ersten Annahme ist für Lambert „die ganze Theorie der Aristotelischen Logik von den Sätzen und Schlüssen“ herleitbar, „weil diese die Sätze nur directe als bekannt annimmt, weil sie nur die Form nicht aber die Materie betrachtet“ [SV, §77, 124] usw. Demgegenüber geht für Lambert die Logik von Sulzer, die mit der zweiten Annahme gefaßt wird, weiter, weil diese „zugleich auf die Materie sieht“ [SV, §77, 124] und „verschiedene Arten zu schließen unbestimmt“ [SV, §77, 124] läßt. Lambert fügt noch eine dritte Annahme hinzu, die

für ihn sowohl die aristotelische wie die Sulzerische Logik erweitert. Mit dieser ergeben sich aus den Logiken drei Postulate:

1. „daß man die Form eines jeden gegebenen Satzes kenne“ [SV, §78, 126] (aus der Aristotelischen Logik),
2. daß man auch die Form der Umkehrung eines Satzes kenne, „folglich die Relation“ der beiden in dem Satz enthaltenen Begriffe [SV, §78, 126] (aus der Sulzerischen Logik),
3. daß man die in einem gegebenen Satz enthaltenen beiden Begriffe „jedemal identifizieren“ [SV, §78, 126] kann, d.h. daß jeder der beiden Begriffe bezüglich der Merkmale vollständig aus dem anderen bestimmt wird (aus Lamberts Zeichenlehre).

Während das erste Postulat für Lambert „immer“, das zweite „noch in den meisten Fällen“ erfüllbar ist, verlangt das dritte „einen adäquaten Begriff [...], den man nicht in allen Fällen erlangen kann“. [SV, §78, 126] Lambert entwickelt seine Zeichenlehre so weit, daß sie unter Voraussetzung aller drei Postulate brauchbar ist, somit also wirkungsvoller als die anderen beiden Logiken bzgl. Lamberts Zwecksetzung, wobei er die Einschränkung der Anwendbarkeit bestimmter Schlüsse unter der Voraussetzung des Erfülltseins der jeweils dafür vorausgesetzten Postulate in Kauf nimmt, um dadurch Fälle lösen zu können, auf deren Lösung unter weniger starken Voraussetzung aus Gründen des Erhalts der Allgemeingültigkeit verzichtet werden mußte.

Die Möglichkeit einer Einrichtung der Vernunftlehre nach der logischen Zeichenkunst sieht Lambert als gegeben, denn: „Die Vernunftlehre beschäftigt sich nur mit der Form ihrer Vorstellung, Bezeichnung, Beweises, Erfindung und Zusammenhanges. Die Wahrheiten selbst werden in lauter Merkmale und Substanzen aufgelöst [...]. Das übrige alles bestehet in der Verbindung und Trennung der Merkmale.“ [SV, §91, 134f.] Offensichtlich meint hier „Vernunftlehre“ im ursprünglichen Sinne des Wortes die Lehre von der Vernunft, vom richtigen Schließen, vom Zusammenhang der Begriffe usw.; diese identifiziert Lambert mit Logik und unterscheidet sie von seiner Zeichenlehre. Lambert entwickelt also in seinen SV im eigenen Verständnis gar keine logische Theorie, sondern eine Theorie eines Calculus, der in der Logik anwendbar ist: eine „Zeichenkunst in der Vernunftlehre“!

#### 4.2.6 Zu den Anmerkungen und Zusätzen zum IV. Versuch

In den „Anmerkungen und Zusätzen zum IVten Theile der Zeichenkunst in der Vernunftlehre“ [SV, 137ff.] macht Lambert weitere Ausführungen über die Beweise der im IV. Versuch aufgestellten Sätze sowie die dafür gemachten Voraussetzungen. Dabei expliziert er bestimmte Grundlagen seiner Zeichenkunst. Über die Zeichen der Begriffe, Merkmale und Relationen sagt Lambert, daß er sie „aus

der Algebra genommen, und nur ihre Bedeutung allgemeiner gemacht“ hat. Hier entsteht das Problem der Deutung derart verallgemeinerter Zeichen in der Logik.

Dabei entsteht insbesondere die Frage, ob die Relationen „größer als“ ( $>$ ) und „kleiner als“ ( $<$ ) bzgl. der Begriffe im Sinne der Unterordnung zweier Begriffe als Genus und Species oder aber im Sinne des Vergleichs der Anzahl der Merkmale beider Begriffe zu verstehen sind – diese Interpretationen führen nämlich zu entgegengesetzten Verhältnissen. [SV, §3, S. 138] In den SV entscheidet sich Lambert für den Vergleich bzgl. der Anzahl der Merkmale, weil „die Subordination der Begriffe in Genera und Species sehr unvollständig“ ist, und für den Vergleich „die Sachen homogeneae seyn müssen“ [SV, §4, 138] (wie „überhaupt auch in der Meßkunst“, vgl. [SV, §4, 138]). Die Entscheidung Lamberts ist offensichtlich dadurch beeinflusst, daß er Begriffe wesentlich als Mengen von Merkmalen betrachtet. Tatsächlich entsprechen damit die Relationen „größer als“ ( $>$ ) und „kleiner als“ ( $<$ ) den mengentheoretischen Relationen des Ineinanderenthaltenseins von Mengen ( $\subset$  bzw.  $\supset$ ).

#### 4.2.7 Zum V. Versuch

Im V. Versuch versteht Lambert unter Rechenkunst der Begriffe oder der Vernunftlehre eine Wissenschaft, „welche lehret, wie man Begriffe gegen einander halten, mit einander vergleichen, und die Eigenschaften daraus herleiten soll“. [SV, §1, 145f.] Diese Wissenschaft sieht Lambert in Analogie zur Zahlenrechnung, „welche die Vergleichung der Zahlen und ihre daraus entspringende Veränderungen lehret“ [SV, §1, 145f.].

Da nun Vernunftlehre für Lambert die eigentliche Logik ist, geht es also um die Rechenkunst der Logik, um die Verwendung des mit der Zeichenkunst geschaffenen Instrumentariums im allgemeinen Fall. Lambert führt eine historisch-genetisch begründete Entwicklung dieser Rechenkunst, ausgehend von einzelnen oder „Individual-Begriffen“ [SV, §1, 145f.], deren abstrakter Begriff „Substanz“ ist (vgl. [SV, §9, 148]), durch. Dabei wird kein Universum von vorausgesetzten Begriffen angenommen, sondern akkumulativ werden unbekannte Begriffe durch gegebene bestimmt. Die Vielfalt der Möglichkeiten dieser Bestimmung ergibt sich aus den verschiedenen Arten, wie sich Begriffe unterscheiden können; ob sie

- quantitativ: einfach oder zusammengesetzt sind (vgl. [SV, §13f, 149f.]) oder
- qualitativ: an sich selbst mehr oder weniger Eigenschaften haben (vgl. [SV, §15f, 150f.]).

Das Fortschreiten von den einzelnen Begriffen zu anderen wird erkenntnistheoretisch begründet dargestellt. Lambert stellt nach der allgemeinen Darstellung möglicher Veränderungen der Substanzen fest, daß „die ganze Arithmetik nur ein besonderer Fall des Calculi universalis oder logici ist“, [SV, §23, 153] weil in

jener die Substanzen nur gleichartig sein müssen, damit dieselben Verhältnisse vorhanden sind. Das sollte nicht verwundern, da Lambert ja sowohl die Verhältnisse und Zeichen aus der Algebra genommen und auf einen allgemeineren Fall angewendet hat, als auch die Begriffe selbst als Mengen betrachtet, die Arithmetik aber mengentheoretisch aufgebaut werden kann.

Lambert stellt dar, wie sich aus den allgemeineren die besonderen logischen Bestimmungen in der Arithmetik ergeben, und versucht Rückschlüsse von bestimmten arithmetischen Operationen und Verhältnissen auf mögliche Ähnlichkeiten in der Logik. Solche Ähnlichkeiten findet Lambert auch deshalb, weil für ihn sowohl in der Logik einerseits, als auch in Arithmetik und Geometrie andererseits die Gegenstände „hypothetisch“ verwendet werden, in dem Sinne, daß „von den Individualzufälligkeiten“ abstrahiert wird, und man sich „nur in abstracto Arten“ vorstellt. Schließlich stellt Lambert den Zusammenhang zwischen den Zeichen der logischen Zeichenkunst und den Worten der natürlichen Sprache bzw. der jeweiligen Fachsprache dar, wobei er besonders auf den Zusammenhang von Verhältnissen zwischen Begriffen und deren grammatischer Widerspiegelung eingeht.

#### 4.2.8 Zum VI. Versuch

Bevor Lambert im VI. Versuch an zwei Beispielen die Verwendung der logischen Zeichenkunst zur allgemeinen Formalisierung bestimmter logischer Aufgaben demonstriert, faßt er das Ergebnis seiner Überlegungen zur Anwendung der Zeichenkunst in der Logik zusammen: Alles, was sich in der Logik berechnen läßt, ist entweder Substanz oder Akzidens. „Die Substanzen können zusammengesetzt oder abgesondert; die Accidenzen aber verbunden oder aufgelöset werden. Und also kommen hier, wie in der Rechenkunst, vier Operationen vor.“ [SV, §1, 175] Dabei erklärt Lambert den Übergang von den zu bezeichnenden Gegenständen zu deren Bezeichnung, derart, daß

- die Bezeichnung keinem Bedeutungswandel unterliegen darf,
- die Bezeichnung nur im Rahmen der Definition den bezeichneten Gegenstand repräsentiert,
- die Identität von Ausdrücken abhängt vom gleichen Umfang der Definitionen (vgl. [SV, §1, 175ff.).

Eine wichtige Einschränkung in der Verwendung von Begriffen erwähnt Lambert nur kurz: „Substantiva, die keine Substanzen anzeigen kommen in unserer Logik nicht vor.“ [SV, §1, 177] Damit werden alle Begriffe als Untersuchungsgegenstände ausgeschlossen, die nicht zusammensetzbar sind. Als Beispiel führt Lambert an: „Größe, Eigenschaft, Tugend, Handlung“ [SV, §1, 177] etc. Damit ist die Möglichkeit ausgeschlossen, daß mittels der Zeichenkunst über diese Begriffe

Aussagen getroffen werden. Diese Art philosophischer „Grundaufgaben“ gehört nicht mehr in den mittels der Zeichenkunst erfaßbaren Bereich.

#### 4.2.9 Anmerkungen

Würde von den Begriffsbestimmungen, die Lambert selbst gegeben hat, ausgegangen, ginge es in den SV gar nicht um Logik, sondern um eine formale Wissenschaft, die allerdings in der Logik (im Lambertschen Verständnis ist nur die Vernunftlehre Logik) anwendbar ist. Tatsächlich aber stellt der Calculus der logischen Zeichenkunst im heutigen Verständnis ein logisches System dar.

Wichtig ist Lamberts terminologische Unterscheidung der Attribute „allgemein“ und „abstrakt“:

- allgemein – im Sinne von: auf alle Fälle zutreffend, wodurch gewisse Aspekte unbestimmt bleiben können, und
- abstrakt – im Sinne von: von den besonderen Fällen absehend, was entweder dem Begriff allgemein oder dem „auf keinen besonderen Fall zutreffend“ entsprechen kann.

In Lamberts Verständnis führt Abstraktion in der Mathematik zu bestimmteren Fällen (hier ist „abstrakt“ im ersteren Sinne verstanden), in der Ontologie hingegen scheint sie zum Wegfall der Bestimmungen zu führen („abstrakt“ im zweiten Sinne), woraus kein allgemeiner Fall entstehen kann. Aus diesem Unterschied leitet er die Forderung ab, in allen Wissenschaften die Begriffsbildung analog zu der in der Mathematik durchzuführen, um die Zeichenkunst anwenden zu können. [SV, S.76f.] Für die Durchführung seiner Zeichenkunst bedarf Lambert abstrakt-allgemeiner Definitionen, in denen noch etwas offen bleibt.

## 5 Literaturverzeichnis

### 5.1 Primärliteratur

#### 5.1.1 Gottlob Frege

- [BA] Angelelli, Ignazio (Hg.): *Gottlob Frege: Begriffsschrift und andere Aufsätze*, Hildesheim 1964.
- [BG] Frege, Gottlob: *Über Begriff und Gegenstand*; in: [Patzig 1986], S. 66–80.
- [BS] Frege, Gottlob: *Begriffsschrift. Eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*; in: [BA].
- [FB] Frege, Gottlob: *Funktion und Begriff*; in: [Patzig 1986], S. 17–39.
- [GED] Frege, Gottlob: *Der Gedanke*, in: [Patzig 1993], S. 30–53.
- [GEF] Frege, Gottlob: *Gedankengefüge*, in: [Patzig 1993], S. 72–91.
- [GLA] Frege, Gottlob: *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl*, Hamburg 1986.
- [GGA I] Frege, Gottlob: *Die Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, Bd. I, Darmstadt 1962.
- [GGA II] Frege, Gottlob: *Die Grundgesetze der Arithmetik, begriffsschriftlich abgeleitet*, Bd. II, Darmstadt 1962.
- [KB] Frege, Gottlob: *Kritische Beleuchtung einiger Punkte in E. Schröders Vorlesungen über die Algebra der Logik*, in: [Patzig 1993], S. 92–112.
- [KS] Angelelli, Ignazio (Hg.): *Gottlob Frege: Kleine Schriften*, Hildesheim 1967.
- [NS] Hermes, Hans u.a. (Hg.): *Gottlob Frege: Nachgelassene Schriften*, Hamburg 1983.
- [SB] Frege, Gottlob: *Über Sinn und Bedeutung*; in: [Patzig 1986], S. 40–65.
- [WB] Gabriel, Gottfried u.a. (Hg.): *Gottlob Frege: Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Hamburg 1976.
- [WBB] Frege, Gottlob: *Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift*; in: [Patzig 1986], S. 91–97.
- [VN] Frege, Gottlob: *Die Verneinung*, in: [Patzig 1993], S. 54–71.

#### 5.1.2 Johann Heinrich Lambert

- [AA] Lambert, Johann Heinrich: *Anlage zur Architectonic, oder Theorie des Einfachen und des Ersten in der philosophischen und mathematischen Erkenntniß*, Riga 1771. Sekundärausgabe (Mikrofiches): Wolfenbüttel 1993.
- [BW] Lambert, Johann Heinrich: *Briefwechsel*; in: [PS], Teile 9 u. 10.
- [CV] Bopp, K. (Hg.): *Johann Heinrich Lambert: Abhandlung vom Criterium veritatis*, Berlin 1915.
- [MTM] Bopp, K. (Hg.): *Johann Heinrich Lambert: Über die Methode die Metaphysik, Theologie und Moral richtiger zu beweisen*, Berlin 1918.
- [NO] Lambert, Johann Heinrich: *Neues Organon oder: Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein*; in: [Schenk 1990].

- [PS] Arndt, Hans-Werner (Hg.): Johann Heinrich Lambert. Philosophische Schriften, Hildesheim 1965 u.a.
- [ST] Siegart, Geo u.a. (Hg.): Johann Heinrich Lambert. Texte zur Systematologie und zur Theorie der wissenschaftlichen Erkenntnis, Hamburg 1988.
- [SV] Lambert, Johann Heinrich: Sechs Versuche einer Zeichenkunst in der Vernunftlehre, 1753–1755; in: [PS], Teil 6, S. 3–180.

## 5.2 Sekundärliteratur

### 5.2.1 Für die Dissertation verwendete Sekundärliteratur

- [Aczel 1980] Aczel, Peter 1980: *Frege Structures and the Notions of Proposition, Truth and Set*; in: Barwise Jon u.a. (eds.): *The Kleene Symposium*, Amsterdam u.a. 1980, S. 31–59.
- [Alnes 1999] Alnes, Jan Harald: *Sense and Basic Law V in Frege's Logicism*; in: *Nordic Journal of Philosophical Logic*, Vol. 4, No. 1, 1999, S. 1–30.
- [Baker/Hacker 1984] Baker, Gordon P./Hacker, Peter Michael Stephan: *Frege: Logical Excavations*, Oxford/New York 1984.
- [Bartlett 1961] Bartlett, James Michael, *Funktion und Gegenstand: Eine Untersuchung in der Logik von Gottlob Frege*, Phil. Diss., München 1961.
- [Beany 1996] Beany, Michael: *Frege. Making Sense*, London 1996.
- [Bell 1996] Bell, David: *The Formation of Concepts and the Structure of Thoughts*; in: *Philosophy and Phenomenological Research*, Vol. LVI, No. 3, 1996, S. 583–596.
- [Bencivenga 1987] Bencivenga, Ermanno: *Die Referenzproblematik: Eine Einführung in die analytische Sprachphilosophie*, Frankfurt/M. 1987.
- [Bocheński 1996] Bocheński, Joseph M.: *Formale Logik*, Freiburg/München 1996.
- [Boolos 1987] Boolos, George: *The Consistency of Frege's Foundations of Arithmetic*; in Thomson, J. (ed.): *On Being and Saying*, Cambridge 1987, S. 3–20.
- [Boolos/Clark 1993] Boolos, George/Clark, Peter: *Basic Law (V)*; in: *The Aristotelian Society*, Suppl. Vol. LXVII, 1993, S. 213–249.
- [Burge 1984] Burge, Tyler: *Frege on Extensions of Concepts, From 1884 to 1903*; in: *The Philosophical Review*, XCIII, No. 1, 1984, S. 3–34.
- [Currie 1982] Currie, Gregory: *Frege, Sense and Mathematical Knowledge*; in: *Australasian Journal of Philosophy*, Vol. 60, No. 1, 1982, S. 5–19.
- [Dumitriu 1977] Dumitriu, Anton: *History of Logic. Volume III*, Tunbridge Wells, Kent 1977.
- [Dummett 1976] Dummett, Michael: *Frege as a Realist*; in: *Inquiry*, 19, 1976, S. 455–492.
- [Dummett 1981] Dummett, Michael: *The Interpretation of Frege's Philosophy*, London 1981.
- [Dummett 1989] Dummett, Michael: *More about Thoughts*; in: *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 30, No. 1, 1989, S. 1–19.
- [Dummett 1991] Dummett, Michael: *Frege and Other Philosophers*, Oxford/New York 1991.
- [Dummett 1992] Dummett, Michael: *Ursprünge der analytischen Philosophie*; Frankfurt/M. 1992.
- [Dummett 1994] Dummett, Michael: *Truth and other enigmas*, Cambridge/Mass. 1994.

- [Dummett 1995] Dummett, Michael: *Frege: Philosophy of Language*, 2. ed., Cambridge/Mass. 1995.
- [Dürr 1945] Dürr, Karl: *Die Logistik Johann Heinrich Lamberts*; in: Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr. Andreas Speiser, Zürich 1945.
- [Garavaso 1991] Garavaso, Pieranna: *Frege and the Analysis of Thoughts*; in: *History and Philosophy of Logic*, 12 (1991), S. 195–210.
- [Geach 1975] Geach, P. T.: *Names and Identity*; in: Guttenplan, Samuel (ed.): *Mind and Language*, Oxford 1975, S. 139–158.
- [Gellert 1979] Gellert, Walter u.a. (Hg.): *Lexikon der Mathematik*, Leipzig 1979.
- [Goddard/Johnston 1983] Goddard, Leonard/Johnston, Mark: *The Nature of Reflexive Paradoxes: Part I*; in: *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol. 24, No. 4, 1983, S. 419–508.
- [Haaparanta/Hintikka 1986] Haaparanta, Leila/Hintikka, Jaakko: *Frege synthesized: essays on the philosophical and foundational work of Gottlob Frege*, Dordrecht 1986.
- [Heck 1996] Heck, Richard G.: *The Consistency of Predicative Fragments of Frege's „Grundgesetze der Arithmetik“*; in: *History and Philosophy of Logic*, 17 (1996), S. 209–220.
- [Heck 1999] Heck, Richard G.: *Grundgesetze der Arithmetik I §10*; in: *Philosophia Mathematica* (3), Vol. 7, 1999, S. 258–292.
- [Hinske 1982] Hinske, Norbert: *Ding und Sache in Johann Heinrich Lamberts Neuem Organon*, in: Fattori, M./Bianchi, M. [eds.], *Res. Ati del III Colloquio Internazionale del Lessico Intellettuale Europeo*, Roma, 7–9 gennaio 1980 (=Lessico Intellettuale Europeo, 26), Roma 1982, S. 297–311.
- [Hinske 1983] Hinske, Norbert u.a.: *Lambert-Index*, Stuttgart/Bad Cannstatt: Frommann-Holzboog, 1983–1987.
- [Kauppi 1960] Kauppi, Raili: *Über die Leibnizsche Logik. Mit besonderer Berücksichtigung des Problems der Intension und der Extension*, Helsinki 1960.
- [Kauppi 1967] Kauppi, Raili: *Einführung in die Theorie der Begriffssysteme*; in: *Acta Universitatis Tamperensis*, ser. A, vol. 15, Tampere 1967.
- [Kleemeier 1997] Kleemeier, Ulrike: *Gottlob Frege: Kontextprinzip und Ontologie*, Freiburg (Br.)/München 1997.
- [Klemke 1968] Klemke, Elmer Daniel: *Essays on Frege*, Urbana u.a. 1968.
- [Kluge 1980] Kluge, Eike-Henner W.: *The metaphysics of Gottlob Frege: an essay in ontological reconstruction*, The Hague u.a. 1980.
- [Kneale 1962] Kneale, William and Martha: *The Development of Logic*, Oxford 1962.
- [Kreiser 1986a] Kreiser, Lothar: *Logik-Texte: Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik*, 4. Aufl., Berlin 1986.
- [Kreiser 1986b] Kreiser, Lothar: *Deutung und Bedeutung: zur logischen Semantik philosophischer Terminologie*, Berlin 1986.
- [Kreiser 2001] Kreiser, Lothar: *Gottlob Frege. Leben – Werk – Zeit*, Hamburg 2001.
- [Kriemelke 1909] Kriemelke, Karl: *J.H. Lamberts Philosophie der Mathematik*, Halle/S. 1909.
- [Künne ] Künne, Wolfgang: *Gottlob Frege*; in: Borsche, Tilman (Hg.): *Klassiker der Sprachphilosophie*, München 1996, S. 325–345.
- [Kutschera 1989] Kutschera, Franz v.: *Gottlob Frege: Eine Einführung in sein Werk*, Berlin 1989.

- [Landiny 1996] Landiny, Gregory: *Decomposition and Analysis in Frege's „Grundgesetze“*; in: *History and Philosophy of Logic*, 17 (1996), S. 121–139.
- [Langhammer 1979] Langhammer, Walter: *Ontologie im Entdeckungszusammenhang des Russell-Paradoxons*; in: „*Begriffsschrift*“. *Jenaer Frege-Konferenz, 7.–11. Mai 1979*, Jena 1979.
- [Leibniz 1987] Leibniz, Gottfried Wilhelm: *Betrachtungen über die Erkenntnis, die Wahrheit und die Ideen*; in: Herring, Herbert (Hg.): *G.W. Leibniz: 5 Schriften zur Logik und Metaphysik*, Stuttgart 1987.
- [Mangoldt/Knopp 1979] Mangoldt, Hans von/Knopp, Konrad: *Einführung in die höhere Mathematik*, Leipzig 1979.
- [Nelson 1974] Nelson, Leonard: *Gesammelte Schriften in neun Bänden, Bd. 3, Die kritische Methode in ihrer Bedeutung für die Wissenschaft*, Hamburg 1974.
- [Patzig 1986] Patzig, Günther: *Gottlob Frege: Funktion, Begriff, Bedeutung*, 6. Aufl., Göttingen 1986.
- [Patzig 1993] Patzig, Günther: *Gottlob Frege: Logische Untersuchungen*, 4. Aufl., Göttingen 1993.
- [Putnam 1990] Putnam, Hilary: *Realism with a Human Face*, Cambridge/Mass. 1990.
- [Novak 1998] Novak, Peter: *Logic and the Classical Theory of Mind*; in: *Journal of Philosophical Logic*, 27, 1998, S. 389–434.
- [Quine 1969] Quine, Willard van Orman: *Ontological Relativity and other Essays*, New York 1969.
- [Quine 1996] Quine, Willard van Orman: *Selected logic papers (Enlarged ed., 2. printing)*, Cambridge/Mass. 1996.
- [Quine 1998] Quine, Willard van Orman: *Wort und Gegenstand*, Stuttgart 1998.
- [Resnik 1967] Resnik, Michael D.: *The Context Principle in Frege's Philosophy*, in: *Philosophy of Science* 32 (1965), S. 329–341.
- [Resnik 1976] Resnik, Michael D.: *Frege's Context Principle Revisited*; in: [Schirn 1976].
- [Risse 1970] Risse, Wilhelm: *Die Logik der Neuzeit*, 2. Band 1640–1780, Stuttgart/Bad Cannstatt 1970.
- [Rosenkranz 1987] Rosenkranz, Karl: *Geschichte der Kant'schen Philosophie*, Berlin 1987.
- [Ruffino 1999] Ruffino, Marco: *The Primacy of Concepts and the Priority of Judgments in Frege's Logic*; in: *Grazer Philosophische Studien*, Vol. 56 – 1998/99, Amsterdam/Atlanta 1999, S. 73–90.
- [Russell 1995] Russell, Bertrand: *Über das Kennzeichnen*; in: Ders.: *Philosophische und politische Aufsätze*, Stuttgart 1995.
- [Russell/Whitehead 1990] Russell, Bertrand/Whitehead, Alfred North: *Principia Mathematica*, Frankfurt/M. 1990.
- [Schenk 1990] Schenk, Günter (Hg.): *Johann Heinrich Lambert, Neues Organon oder: Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein*. Nach d. bei Johann Wendler in Leipzig 1764 erschienenen ersten Auflage unter Mitarbeit von Peter Heyl herausgegeben, bearb. u. mit e. Anhang vers. von Günter Schenk, Berlin 1990.
- [Schenk 1991] Schenk, Günter: *Lamberts Suche nach einer eigentümlichen Methode der Metaphysik in Abgrenzung zu Leibniz*; in: H. Hecht (Hg.), *Gottfried Wilhelm Leibniz im philosophischen Diskurs über Geometrie und Erfahrung*, Berlin 1991, S. 208–242.

- [Schenk 1997] Schenk, Günter (Hg.): *Georg Friedrich Meier: Vernunftlehre*. Nach der bei Johann Justinus Gebauer in Halle 1752 erschienenen ersten Auflage in zwei Teilen herausgegeben, bearbeitet und mit einem Appendix versehen, Halle 1997.
- [Schenk 1999] Schenk, Günter: *Eine Skizze über die „Chemische Untersuchung der Begriffe“ nach Johann Heinrich Lambert*; in: Kaufmann, Matthias/Schenk, Günter: *Akademische Studien & Vorträge*, Nr. 2, Halle 1999, S. 233–240.
- [Schiewer 1996] Schiewer, Gesine Lenore: *Cognitio symbolica. Lamberts semiotische Wissenschaft und ihre Diskussion bei Herder, Jean-Paul und Novalis*, Tübingen 1996.
- [Schirn 1976] Schirn, Matthias (Hg.): *Studien zu Frege*, Bd. I–III, Stuttgart/Bad Cannstatt 1976.
- [Schirn 1983a] Schirn, Matthias: *Begriff und Begriffsumfang. Zu Freges Anzahldefinition in den Grundlagen der Arithmetik*; in: *History and Philosophy of Logic*, 2, 1983, S. 117–143.
- [Schirn 1983b] Schirn, Matthias: *Review of Freges „Grundlagen der Arithmetik“*; in: *The Journal of Symbolic Logic* 53 (1983), S. 993–999.
- [Schirn 1983c] Schirn, Matthias: *Rezension zu Michael Dummett: Frege. Philosophy of Language*; in: *Archiv für Geschichte des Philosophie* 65 (1983), Heft 2, Berlin/New York 1983.
- [Schirn 1985] Schirn Matthias: *Semantische Vollständigkeit, Wertverlaufsnamen und Freges Kontextprinzip*; in: *Grazer phil. Studien* 23 (1985), S. 79–104.
- [Schirn 1989] Schirn, Matthias: *Frege on the Purpose and Fruitfulness of Definitions*; in: *Logique & Analyse*, 125–126, 1989, S. 61–80.
- [Scholz 1967] Scholz, Heinrich: *Abriß der Geschichte der Logik*, Freiburg/München 1967.
- [Searle 1992] Searle, John R.: *Geist, Hirn Wissenschaft: die Reith lectures 1984*, Frankfurt 1992.
- [Sellars 1963] Sellars, Wilfrid: *Science, perception and reality*, London 1971.
- [Shapiro/Weir 1999] Shapiro, Stewart/Weir, Alan: *New V, ZF and Abstraction*; in: *Philosophia Mathematica* (3) Vol. 7 (1999), S. 293–321.
- [Sluga 1975] Sluga, Hans D.: *Frege and the Rise of Analytic Philosophy*; in: *Inquiry* 18, 1975, S. 471–498.
- [Sluga 1977] Sluga, Hans D.: *Frege's Alleged Realism*; in: *Inquiry*, 20, 1977, S. 227–242.
- [Sluga 1986] Sluga, Hans D.: *Semantic content and cognitive sense*; in [Haaparanta/Hintikka 1986].
- [Sluga 1996] Sluga, Hans D.: *Frege on Meaning*; in: *Ratio (New Series)* IX, Cambridge/Mass. 1996, S. 209–226.
- [Sluga 1999a] Sluga, Hans D.: *Gottlob Frege*, London 1999.
- [Sluga 1999b] Sluga, Hans D. (ed.): *The philosophy of Frege: a four-volume collection of scholarly articles on all aspects of Frege's philosophy*, New York u.a. 1993.
- [Stepanians 1998] Stepanians, Markus: *Frege und Husserl über Urteilen und Denken*, Paderborn u.a. 1998.
- [Stuhlmann-Laeisz 1995] Stuhlmann-Laeisz, Rainer: *Gottlob Freges „Logische Untersuchungen“: Darstellung und Interpretation*, Darmstadt 1995.
- [Tappenden 1995] Tappenden, Jamie: *Extending Knowledge and ‚Fruitful Concepts‘: Fregean Themes in the Foundations of Mathematics*; *Noûs*, 29:4, 1995, S. 427–467.
- [Thiel 1965] Thiel, Christian: *Sinn und Bedeutung in der Logik Gottlob Freges*, Meisenheim/Glan 1965.

- [Thiel 1975] Thiel, Christian (Hg.): *Frege und die moderne Grundlagenforschung. Symposium, geh. in Bad Homburg im Dez. 1973*, Meisenheim 1975.
- [Thiel 1978] Thiel, Christian: *Die Unvollständigkeit der Fregeschen „Grundgesetze der Arithmetik“*; in: Mittelstraß, Jürgen/Riedel, Manfred (Hg.): *Vernünftiges Denken. Studien zur praktischen Philosophie und Wissenschaftstheorie*, Berlin/New York 1978.
- [Thiel 1979] Thiel, Christian: *G. Frege: Die Abstraktion*; in: Speck, Josef (Hg.): *Grundprobleme der großen Philosophen, Philosophie der Gegenwart*, Göttingen 1979.
- [Thiel 1994] Thiel, Christian: *Der klassische und der moderne Begriff des Begriffs. Gedanken zur Geschichte der Begriffsbildung in den exakten Wissenschaften*; in: Bock, Hans-Hermann u.a. (Eds.): *Information Systems and Data Analysis*, Berlin u.a. 1994.
- [Thiel 1995] Thiel, Christian: *„Nicht aufs Gerathewohl und aus Neuerungssucht“: Die Begriffsschrift 1879 und 1893*; in Max, Ingolf/Stelzner, Werner: *Logik und Mathematik. Frege-Kolloquium Jena 1993*, Jena 1995, S. 20–37.
- [Wagner 1983] Wagner, Steven: *Frege's Definition of Number*; in: Notre Dame Journal of Formal Logic, Vol. 24, No. 1, 1983, S. 1–21.
- [Weiner 1999] Weiner, Joan: *Frege*, Oxford 1999.
- [Wechsung 1984] Wechsung, Gerd: *Frege Conference 1984: proceedings of the international conference held at Schwerin (GDR), September 10–14*, Berlin 1984.
- [Wittgenstein 1990] Wittgenstein, Ludwig: *Tractatus logico-philosophicus. Philosophische Untersuchungen*, Leipzig 1990.
- [Wehmeier 1999] Wehmeier, Kai F.: *Consistent Fragments of „Grundgesetze“ and the Existence of Non-logical Objects*; in: *Synthese* 121, Dordrecht 1999, S. 309–328.
- [Wolters 1980] Wolters, Gereon: *Basis und Deduktion: Studien zur Entstehung und Bedeutung d. Theorie d. axiomat. Methode bei J.H. Lambert*, Berlin/New York 1980.

### 5.2.2 Ausgewählte Literatursammlungen zu Gottlob Frege

- Gabriel, Gottfried (Hg.): *Gottlob Frege. Schriften zur Logik und Sprachphilosophie*, Hamburg 1971, S. 187–215.
- Patzig, Günter: *Ausgewählte Literatur*; in: [Patzig 1986]
- Schirn, Matthias (Hg.): *Studien zu Frege I–III*, Stuttgart/Bad Cannstatt 1976, S. 157–197.

### 5.2.3 Ausgewählte Literatursammlungen zu Johann Heinrich Lambert

- Schenk, Günter: *Literatur über das „Neue Organon“*, in: [Schenk 1990], Appendix, S. 1071–1075.
- Steck, Max: *Bibliographia Lambertiana: Ein Führer durch d. gedr. u. ungedr. Schrifttum u. d. wiss. Briefwechsel von Johann Heinrich Lambert. 1728–1777. Reprograf. Nachdr. d. Ausg. Berlin 1943 mit Erg. d. Verf., Hildesheim 1970.*
- Wolters, Gereon: *Literaturverzeichnis*, in: [Wolters 1980], S. 180–187.