

9

Program m

der

Lateinischen Hauptschule in Halle

für das Schuljahr 1885—1886

von

Dr. W. Fries,

Rektor der Lateinischen Hauptschule und Kondirektor der Franckeschen Stiftungen.

Hierzu als Beilage eine Abhandlung des ordentlichen Lehrers Hermann Graßmann:
Anwendung der Ausdehnungslehre auf die allgemeine Theorie der Raumkurven und krummen Flächen.
I. Teil: Raumkurven.

Halle a. S.,

Druck der Buchdruckerei des Waisenhauses.

1886.



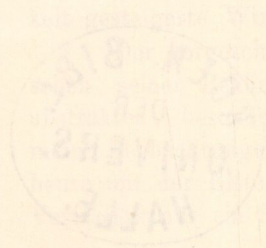
1886. Progr. Nr. 217.

1881-1880

Latinität in Halle

für das Schuljahr 1881-1880

Dr. H. H. H.



1880 Progr. N. 217

er 1885/86.

N ^o	Namen der Kl ^b	OIV ^a	OIV ^b	MIV	OV	MV	OVI	MVI	Sa.
1.	Dr. Fries, R								12
2.	*Pastor Pal Oberlehrer, Insp. Waisenansta								12
3.	*Dr. Schul Oberlehrer, Insp. Königl. Pädago								18
4.									10
5.	Bröse, h 2 wissenschaftl. Hilfsgr. 3					Deutsch 2 Latein 9			16
6.	Rosenstock, Gymn. Elementarl					Religion 2 Naturf. 2 Schreiben 2	Rechnen 4	Deutsch 3 Latein 9 Schreiben 2	24
7.	Frese, Gymn. Elementarl zugleich Turnleh				Religion 2 Rechnen 4 Naturf. 2 Schreiben 2		Naturf. 2 Schreiben 2	Religion 3 Naturf. 2 Rechnen 4 Geschichte u. Geogr. 3	26
8.	Höpfner, Kendant der Pension					Geogr. 2 Rechnen 4	Religion 3		9
9.	Dr. Thamhary, 2) cand. prob.			Deutsch 2	Französl. 4				8
10.	Dr. Wangrir cand. prob.		Deutsch 2 (Geschich. 2)				(Geschich. 1)		7
11.	Dr. Rhenius cand. prob.	(Geogr. 2)		Mathem. 4 (Naturf. 2)					8
12.	Dr. Schollmey cand. prob.		Religion 2	Religion 2 (Geschichte u. Geogr. 4)				(Geschich. 1)	9
13.	Häßler, Chor-D	verschieden Klassen.			Singen 2		Singen 2		8
14.	Voigt, Kupferste	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	16

*) Die unter 2^a erteilte Herr Direktor Dr. Frieß.



2. Verteilung der Stunden unter die Lehrer im Winter-Semester 1885/86.

Nr	Namen der Lehrer.	Ordi- nariate.	O I	M I ^a	M I ^b	O II ^a	M II ^a	O II ^b	M II ^b	O III ^a	M III ^a	O III ^b	M III ^b	O IV ^a	O IV ^b	M IV	O V	M V	O VI	M VI	Sa.	
1.	Dr. Fries, Rector.			Griechisch 6 Geschichte u. Geogr. 3	Griechisch 3																12	
2.	* Pastor Palmis Oberlehrer, Inspector der Waisenanstalt.		Religion 2	Religion 2	Religion 2	Hebräisch 2	Religion 2	Religion 2													12	
3.	* Dr. Schulz, Oberlehrer, Insp. adj. am Königl. Pädagogium.		O II ^b	Hebräisch 2			Hebräisch 2		Religion 2 Deutsch 2 Latein 6 Sonmer 2 Hebräisch 2												18	
4.	Prof. Weiske, 1. Oberlehrer.		O II ^a				Latein 6 Griechisch 7		Griechisch 5												18	
5.	Prof. Dr. Werther, 2. Oberlehrer.		M I ^a	Deutsch 3 Latein 5	Horaz 2 Griechisch 3 Geschichte u. Geogr. 3														Geschichte 1		20	
6.	Frabner, 3. Oberlehrer.		M I ^b		Latein 6		Romer 2			Griechisch 7				Geschichte u. Geogr. 4							19	
7.	4. Oberlehrer. vacat.																					
8.	Dr. Suchsland, 5. Oberlehrer.			Mathem. 4 Physik 2	Mathem. 4		Mathem. 4 Physik 2							Mathem. 4							20	
9.	Dr. Goldmann, 6. Oberlehrer.		O III ^a			Vergil 2		Vergil 2		Deutsch 2 Latein 9 Franzöf. 2 Geschichte u. Geogr. 3				Geschichte 2							22	
10.	Dr. Ulrich, 7. Oberlehrer.		M II ^a		Deutsch 3		Latein 8 Griechisch 5 Hebräisch 2		Hebräisch 2								Geschichte 2				22	
11.	Dr. Weingärtner, 8. Oberlehrer.		M III ^a		Franzöf. 2	Franzöf. 2	Franzöf. 2			Latein 7 Franzöf. 2		Franzöf. 2							Franzöf. 4		21	
12.	Oberlehrer Finckh, Lehrer.				Physik 2		Mathem. 4 Physik 2			Mathem. 3 Naturf. 2		Mathem. 3 Naturf. 2	Naturf. 2			Naturf. 2					22	
13.	Dr. Ränge, 2. ordentl. Lehrer.		O III ^b							Religion 2 Griechisch 7		Religion 2 Latein 9 Franzöf. 2		Religion 2							24	
14.	Dr. Schumbl, 3. ordentl. Lehrer, zugleich Lernlehrer.		O I	Latein 8		Deutsch 2						Griechisch 7 Geschichte u. Geogr. 3				Geogr. 2					22	
15.	Dr. Knauth, 4. ordentl. Lehrer.		M II ^b					Deutsch 2 Latein 6 Romer 2		Geschichte u. Geogr. 3		Griechisch 7									20	
16.	Grafmann, 5. ordentl. Lehrer.			Mathem. 4 Physik 2		Mathem. 4 Physik 2		Geometr. 1 Physik 2		Naturf. 2		Mathem. 3									20	
17.	Dr. Jordan, 6. ordentl. Lehrer.		M III ^b					Griechisch 5				Latein 9	Franzöf. 5			Geschichte 1					20	
18.	Dr. Lübbert, 7. ordentl. Lehrer.		O V	Geschichte u. Geogr. 3			Geschichte u. Geogr. 3	Geschichte u. Geogr. 3										Deutsch 2 Latein 9 Geschichte u. Geogr. 3			23	
19.	8. ordentl. Lehrer. vacat.																					
20.	Hoffmann, 9. ordentl. Lehrer.		O IV ^a					Franzöf. 2 Geschichte u. Geogr. 3				Religion 2	Religion 2 Latein 9								20	
21.	Dr. Raufsch, 1. wissenschaftl. Hilfslehrer.		O VI			Deutsch 2		Religion 2		Religion 2									Deutsch 3 Latein 9 Geogr. 2		20	
22.	Dr. Schmidt, 2. wissenschaftl. Hilfslehrer.		O IV ^b					Vergil 2		Deutsch 2 Dob 2				Latein 9 Franzöf. 5							20	
23.	Rieger, wissenschaftl. Hilfslehrer.		M IV	Franz. 2		Franzöf. 2	Franzöf. 2									Latein 9 Franzöf. 5					20	
24.	Wagner, wissenschaftl. Hilfslehrer.							Arithmet. 3		Mathem. 3		Naturf. 2		Geogr. 2 Mathem. 4 Naturf. 2							16	
25.	Größe, wissenschaftl. Hilfslehrer.		M V							Deutsch 2 Geschichte u. Geogr. 3									Deutsch 2 Latein 9		16	
26.	Rosenfeld, Gymn. Elementarlehrer.		M VI													Religion 2 Naturf. 2 Schreiben 2	Rechnen 4	Deutsch 3 Latein 9 Schreiben 2			24	
27.	Frese, Gymn. Elementarlehrer, zugleich Lernlehrer.															Religion 2 Rechnen 4 Naturf. 2 Schreiben 2	Naturf. 2 Schreiben 2	Rechnen 4 Rechnen 4 Rechnen 4 Geschichte u. Geogr. 3			26	
28.	Höpfer, Hendant der Pensionsanstalt.															Geogr. 2 Rechnen 4	Religion 3				9	
29.	Dr. Thambahn, cand. prob.											(Franz. 2)				Deutsch 2	Franzöf. 4				8	
30.	Dr. Wangen, cand. prob.									Deutsch 2			Deutsch 2 (Gefchich. 2)						(Gefchich. 1)		7	
31.	Dr. Hentius, cand. prob.												(Geogr. 2)		Mathem. 4 (Naturf. 2)						8	
32.	Dr. Schollmeier, cand. prob.													Religion 2	Religion 2 (Gefchichte u. Geogr. 4)				(Gefchich. 1)		9	
33.	Sahler, Chor-Director.					Singen in zwei gemischten Klassen.										Singen 2				Singen 2	8	
34.	Boigt, Kupferstecher.					Fakultatives Zeichnen für Schüler der oberen und mittleren Klassen.									Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	Zeichnen 2	16

) Die unter 2 und 3 aufgeführten Oberlehrer stehen außerhalb der Rangordnung. — NB. Den Deutschen und griechischen Unterricht in O I und den geschichtlichen in O II erteilte Herr Director Dr. Fries.

3. Übersicht über die absolvierten Vensen.
 OI Kombinierte Ia und Ib.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Schmuhl.

Religion: 2 St. Palmié. Lektüre des Ewang. Johannes im Grundtext. Neuere Kirchengeschichte nach Hollenberg. Besprechung der Augustina.

Deutsch: 3 St. Frid. Übersicht über die Entwicklung der deutschen Literatur von Luther bis Klopstock. Betrachtung der Dichter-Persönlichkeit Lessings (mit bes. Eingehen auf Laafoon und Emilia Galotti).

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1a) Wie versteht Schüler im Wallenstein tote Menschen zu einem Mittel lebendiger dramatischer Handlung zu machen? (für I^a). b) (Aus der römischen Geschichte). Die steigende Reihe der secessiones im Zeitalter der inneren Kämpfe der Auflösung (für I^a). c) Die steigende Reihe der Vorkämpfer der Imperatoren von Marius bis auf Octavian (für I^a). 2) Das Charakteristische in der Beredsamkeit des Demosthenes nach dem Einbruche der 1. Philippischen Rede. 3) Würdigung der Klopstockischen Ode „German“. 4a) Rekonstruktion der Gruppe des Menates, welche Ilias VII, 161 ff. behandelt. b) Die eigentümliche Verwendbung der Vision in den Klopstockischen Oden. c) Die Kunst in der Rede des Odysseus (II. IX). 5) Zusammenfassung der Emilia Galotti demnach betriebligen? (Klassenauflage). 6) Socrates demnach kein Weiser (nach Platon Apologie). (Klassenauflage). 7) Die Gegensätze in der Apologie. (Klassenauflage). 8) Welche Genie bringt uns die Lektüre von Lessings „Minna von Barnhelm“ für die Verleserung unserer Seele mit Gedanken, für die Kräftigung unserer Phantasie, für die Übung unserer geistigen Kräfte?

Abiturientenaufsatz Michaelis 1885: Ich dien'. Oftern 1886: Achilles (*Achilles*), ein Mann des Leids.

Latin: 8 St. Schmuhl. Hor. carn. I und II, ars poet. Cic. Tusc. V und epist. in Auswähl. Tac. Agricola und Ann. I und II in Auswähl. Priv. Sall. Cat. Wiederholungen aus der Grammatik und Stilistik. Übungen im Lateinischen. Extemporalien und Exerzizien.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1a) Quas potissimum sententias Horatius exhibuit in iis carminibus, quae ad rem publicam pertinent? b) De Phemio et Demodoco. c) Secundum Aeneam Turnus quoque studia nostra in se convertit. 2a) Duae sunt artes, quae possunt locare homines in amplissimo gradu dignitatis, una imperatoris, altera oratoris boni. b) Alcibiades summis virtutibus praeditus cur plus detrimenti quam utilitatis patriae attulerit. 3) (Klassenauflage): Non omnes, quas plurimis beneficiis fortuna ornavit, beati sunt. 4) Non corporis et fortunae, sed solis animi bonis vitam beatam contineri. 5a) Nihil perniciosius esse in civitate seditione atque discordia a Romanorum rebus gravissimum exemplum petitur. b) Quibus bellis Caesar rerum potitus est? 6a) In conscribendis libris suis Tacitus id summo opere videtur egisse, ut aequalium animos ad corruptum civitatis statum adverteret. b) Dignum fuisse Agricola, cuius et res gestae et mores posteris traderentur. 7) (Klassenauflage). Cicero a negotiis publicis amotus quo animo fortunam adversam tulerit. 8) In epistulis quas interpretati sumus qualem Cicero Caesarem, qualem Pompeium descripsit.

Abiturientenaufsatz Michaelis 1885: Horatius poeta amantissimus patriae fuit. Oftern 1886: Uter rectius fecisse tibi videatur, M. Marcellus, qui Caesare rempublicam gerente Romam redire noluit, an M. Cicero, qui, ut in patria esset, Caesaris gratiam deprecatus est?

Griechisch: 6 St. Frid. Hom. II. I—XII. Soph. Antigone. Demosth. Phil. I und III. Plat. Apol. und Crit. Extemporalien und Übersetzungen aus dem Griechischen.

Französisch: 2 St. Rieger. Töpfer: Nouv. gen. Montesquieu consid. Grammatische Wiederholungen. Dreiwöchentliche Extemporalien.

Hebräisch: 2 St. Schulz. Ausgewählte Stücke aus den historischen Büchern. Psalmen. Ergänzung der Formenlehre nach Müller. Das Wichtigste aus der Syntax.

I. Lehrverfassung.

1. Übersicht der Unterrichtsgegenstände.

Unterrichtsgegenstände.	Wöchentliche Lehrstunden.																Summa.
	MVI	OVI	MV	OV	MIV	OIV	OIV ^a	MIII ^b	OIII ^b	MIII ^c	OIII ^c	MII ^d	OII ^d	M ^e	OI		
Religion	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	38
Deutsch	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	41
Lateinisch	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	8	8	155
Griechisch	—	—	—	—	—	—	7	7	7	7	7	7	7	7	6	6	74
Französisch	—	—	4	4	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	45
Hebräisch	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	—	—	10
Geschichte und Geographie	3	3	3	3	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	57
Rechnen und Mathematik	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	68
Naturbeschreibung	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	22
Physik	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	14
Schreiben	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	2	2	2	2	2	16
	2 Stunden fakultativ.																
	erste Eingabezeitung, zweite Eingabezeitung																
Singen	—	—	2	2	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	8
Turnen	—	—	2	—	—	—	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10
	Zusammen																566

9
 geschichte
 2
 bis Klop
 Emilia G
 Beart

I. Lehrverfassung.

1. Übersicht der Unterrichtsgegenstände.

gen=	Wöchentliche Lehrstunden.																	Summa.			
	MVI	OVI	MV	OV	MIV	OIV ^a	OIV ^b	MIII ^b	OIII ^b	MIII ^a	OIII ^a	MII ^b	OII ^b	MII ^a	OII ^a	MI ^b	MI ^a		OI		
...	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	38	
Abitur	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	41	
wahl. Ta	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	8	8	8	8	8	155	
Grammati.	—	—	—	—	—	—	—	7	7	7	7	7	7	7	7	6	6	6	6	74	
Beart	—	—	4	4	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	45	
...	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2		2		2	2	10	
graphie	3	3	3	3	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	57	
hematif	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	68	
...	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	22	
...	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	14	
Abitur	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	
Gr	2	2	2	2	2	2	2	2 Stunden fakultativ.										16			
Plat. Apol.	erste Eingabeilung,				zweite Eingabeilung																
Fr	2		2					2			2										8
Wiederholu	2				2			2		2		2									10
Se																					
Ergänzung																		Zusammen	566		

I. Lehrverfassung.

1. Übersicht der Unterrichtsgegenstände.

Unterrichtsgegenstände.	Wöchentliche Lehrstunden.																		Summa.	
	MVI	OVI	MV	OV	MIV	OIV ^a	OIV ^b	MIII ^b	OIII ^b	MIII ^a	OIII ^a	MII ^b	OII ^b	MII ^a	OII ^a	MI ^b	MI ^a	OI		
Religion	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	38	
Deutsch	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	41	
Lateinisch	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	8	8	8	8	8	8	8	155	
Griechisch	—	—	—	—	—	—	—	7	7	7	7	7	7	7	7	6	6	6	74	
Französisch	—	—	4	4	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	45	
Hebräisch	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	10	
Geschichte und Geographie	3	3	3	3	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	57	
Rechnen und Mathematik	4	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	68	
Naturbeschreibung	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	22	
Physik	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	2	2	2	14	
Schreiben	2	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	8	
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2	2 Stunden fakultativ.												16
	erste Eingabteilung,							zweite Eingabteilung												
Singen	2		2		2		2		2		2		2		2		2		8	
Turnen	2				2				2		2		2						10	
	Zusammen																		566	



3. Übersicht über die absolvierten Pensum.

O I Kombinierte Ia und Ib.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Schmuhl.

Religion: 2 St. Palmié. Lektüre des Evang. Johannes im Grundtext. Neuere Kirchengeschichte nach Hollenberg. Besprechung der Augustana.

Deutsch: 3 St. Fried. Übersicht über die Entwicklung der deutschen Litteratur von Luther bis Klopstock. Betrachtung der Dichter-Persönlichkeit Lessings (mit bes. Eingehen auf Laokoon und Emilia Galotti).

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1a) Wie versteht Schiller im Wallenstein tote Aktenstücke zu einem Mittel lebendiger dramatischer Handlung zu machen? (für I^a). b) (Aus der römischen Geschichte). Die steigende Reihe der secessiones im Zeitalter der inneren Kämpfe der Auflösung (für I^b). c) Die steigende Reihe der Vorläufer der Imperatoren von Marius bis auf Octavian (für I^b). 2) Das Charakteristische in der Beredsamkeit des Demosthenes nach dem Eindrucke der 1. Philippischen Rede. 3) Würdigung der Klopstock'schen Ode „German“. 4a) Rekonstruktion der Gruppe des Odysseus, welche Ilias VII, 161 ff. behandelt. b) Die eigentümliche Verwendung der Vision in den Klopstock'schen Oden. c) Die Kunst in der Rede des Odysseus (II. IX). 5) Inwiefern kann der Schluß der Emilia Galotti dennoch befriedigen? (Klassenaufsatz). 6) Sokrates dennoch kein Atheist (nach Platos Apologie). (Klassenaufsatz). 7) Die Gegenätze in der Apologie. (Klassenaufsatz). 8) Welchen Gewinn bringt uns die Lektüre von Lessings „Minna von Barnhelm“ für die Bereicherung unserer Seele mit Gedanken, für die Kräftigung unserer Phantasie, für die Übung unserer geistigen Kräfte?

Abiturientenaufsatz Michaelis 1885: Ich dien'. Ostern 1886: Achilles (*Aχιλλεύς*), ein Mann des Leids.

Latin: 8 St. Schmuhl. Hor. carm. I und II, ars poet. Cic. Tusc. V und epist. in Auswahl. Tac. Agricola und Ann. I und II in Auswahl. Priv. Sall. Cat. Wiederholungen aus der Grammatik und Stilistik. Übungen im Lateinsprechen. Extemporalien und Exerzitien.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1a) Quas potissimum sententias Horatius exhibuit in iis carminibus, quae ad rem publicam pertinent? b) De Phemio et Demodoco. c) Secundum Aeneam Turnus quoque studia nostra in se convertit. 2a) Duae sunt artes, quae possunt locare homines in amplissimo gradu dignitatis, una imperatoris, altera oratoris boni. b) Alcibiades summis virtutibus praeditus cur plus detrimenti quam utilitatis patriae attulerit. 3) (Klassenaufsatz): Non omnes, quas plurimis beneficiis fortuna ornavit, beati sunt. 4) Non corporis et fortunae, sed solis animi bonis vitam beatam contineri. 5a) Nihil perniciosius esse in civitate seditione atque discordia a Romanorum rebus gravissimum exemplum petitur. b) Quibus bellis Caesar rerum potitus est? 6a) In conscribendis libris suis Tacitus id summo opere videtur egisse, ut aequalium animos ad corruptum civitatis statum adverteret. b) Dignum fuisse Agricola, cuius et res gestae et mores posteris traderentur. 7) Klassenaufsatz). Cicero a negotiis publicis amotus quo animo fortunam adversam tulerit. 8) In epistulis quas interpretati sumus qualem Cicero Caesarem, qualem Pompeium descriperit.

Abiturientenaufsatz Michaelis 1885: Horatius poeta amantissimus patriae fuit. Ostern 1886: Uter rectius fecisse tibi videatur, M. Marcellus, qui Caesare rempublicam gerente Romam redire noluit, an M. Cicero, qui, ut in patria esset, Caesaris gratiam deprecatus est?

Griechisch: 6 St. Fried. Hom. II. I—XII. Soph. Antigone. Demosth. Phil. I und III. Plat. Apol. und Crit. Extemporalien und Übersetzungen aus dem Griechischen.

Französisch: 2 St. Rieger. Töpfer: Nouv. gen. Montesquieu consid. Grammatische Wiederholungen. Dreiwöchentliche Extemporalien.

Hebräisch: 2 St. Schulz. Ausgewählte Stücke aus den historischen Büchern. Psalmen. Ergänzung der Formenlehre nach Müller. Das Wichtigste aus der Syntax.

Geschichte und Geographie: 3 St. Lübbert. Geschichte des Mittelalters. Wiederholungen. Wiederholung der europäischen Geographie.

Mathematik: 4 St. Graßmann. Stereometrie. Repetitionen.

Physik: 2 St. Graßmann. Optik. Galvanismus, Induktions- Magnet- und Thermo-Elektrizität.

M. Ia.

Ordinarius: Professor Dr. Werther.

Religion: 2 St. Palmié. Lektüre des Römerbriefes im Grundtext. Glaubenslehre nach Hollenberg. Repetitionen.

Deutsch: 3 St. Werther. Betrachtung der Dichterpersönlichkeit Goethes (mit bes. Eingehen auf Iphigenie und Torquato Tasso) und Schillers (mit bes. Eingehen auf den Wallenstein). Übungen im Disponieren und Definieren.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) Was du ererbt von deinen Vätern hast, erwirb es, um es zu besitzen! 2) (Klausur.) Warum scheitern die Pläne des Marquis Posa? 3) Worin stimmen der Wachtmeister, der erste Jäger und der erste Kürassier miteinander überein und worin nicht? 4) Welche Züge aus Wallensteins Vorleben werden in der Dichtung erwähnt und zu welchem Zwecke? 5) Weshalb hat Horaz dem Gedicht: *Maeenas atavis* die erste Stelle in der Sammlung angewiesen? 6) (Klausur.) Der Siege göttlichster ist das Vergeben. 7) Lust und Liebe sind die Fittiche zu großen Thaten. 8) Wie exponiert Goethe in der Iphigenie?

Abiturientenaufsatz Michaelis 1885: Welche sittlichen Wirkungen gehen von Iphigenie in Goethes Drama aus? Ostern 1886: Aus welchen Gründen wird Wallenstein von seinen Anhängern verlassen?

Lateinisch: 8 St. Werther. Horaz *carm. I* und *IV*. Satiren und Episteln mit Auswahl. *ars poet.*, *carm. saecul.* Cic. *de orat. I* und *epist.* Auswahl. Tac. *Ann.* Auswahl, und *Germania*. Privatlektüre aus Tac. *Ann.* Memorieren einzelner Stellen aus Cic. Wiederholungen aus der Grammatik und Stilistik. Übungen im Lateinsprechen. Extemporalien und Exerzitien.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) Demosthenes imprimis dignus est, qui iuventuti ad imitandum proponatur. 2) (Klausur.) Quo iure Cato apud Sallustium dixerit: nolite existimare, iuvenes, maiores nostros armis rempublicam ex parva magnam fecisse. 3) Quid ex Horatii libri quarti carminibus de eius vita, ingenio, moribus cognoscamus. 4) Orationes, quae sunt in nono Iliadis libro, inter se comparantur. 5a) *Fortuna multos, dum vexat, illustravit.* b) *Germanicus tragico carmine non indignus.* 6) (Klausur.) *Laudes Athenarum.* 7) *Quae Horatius de vita bene instituenda altero carminum libro praecipit, ea colliguntur et inter se coniunguntur.* 8) Comparantur inter se consolationes Ciceronis et Serv. Sulpicii.

Abiturientenaufsatz Michaelis 1885: *Nunquam te Samnis, non Galli aut Hannibal ipse Vincent, Roma suis viribus ipsa ruit.* Ostern 1886: *De causis et magnitudine belli Peloponnesiaci.*

Griechisch: 6 St. Fries. Hom. *Ilias XIII* bis *XXIV*. Soph. *Antigone*. Dem. *Phil. I u. III*. Plato *Phaedon*: Auswahl. Memorieren einzelner Chorlieder und Homerverse. Extemporalien und Übersetzungen aus dem Griechischen.

Französisch: 2 St. Weingärtner. Racine *Athalie*. Molière *l'avare*. Grammatische Wiederholungen nach Plösz. Dreiwöchentliche Extemporalien.

Hebräisch: 2 St. Palmié. Ausgewählte Stücke aus den historischen Büchern. Psalmen. Repetition und Ergänzung der Formenlehre nach Müller. Das Wichtigste aus der Syntax.

Geschichte und Geographie: 3 St. Fries. Neuere Geschichte nach Herbst. Repetitionen. Wiederholungen der europäischen Geographie nach Daniel.

Mathematik: 4 St. Suchsland. Stereometrie nach Rambly. Repetitionen.

Abiturientenaufgaben Michaelis 1885: 1) Die Fußpunkte der drei Senkrechten, die man aus einem beliebigen Punkte der Peripherie des um ein Dreieck beschriebenen Kreises auf dessen Seiten fällt, liegen in einer geraden Linie. 2) Ein Kegel hat eine Ellipse, deren Hauptachsen $2a = 26,4$ cm und $2b = 17$ cm lang sind, zur Grundfläche; seine Spitze ist von dem Mittelpunkte derselben um $c = 19,2$ cm entfernt und liegt senkrecht über dem einen Brennpunkt der Ellipse. Wie groß müßte der Radius einer Kugel sein, die gleiches Volumen mit dem Kegel hätte. 3) Von einem Kreisviereck sind die Seiten $a = 9$ cm, $b = 10$ cm, $c = 17$ cm, $d = 14$ cm. Wie groß ist der Inhalt des Vierecks? 4) Mit Hilfe des binomischen Satzes $\sqrt{2}$ zu berechnen. Die Lösung der Aufgabe hat sich nicht auf die Formeln-Rechnung zu beschränken, sondern es ist etwas genauer auf die im vorliegenden Falle zur Anwendung kommenden allgemeinen Gesichtspunkte einzugehen. Zu Ostern 1886: 1) Beschreibt man um jedes der 4 Dreiecke, in welche ein Viereck durch seine beiden Diagonalen geteilt wird, einen Kreis, so bilden die Mittelpunkte derselben die Ecken eines Parallelogramms. Ist das in Rede stehende Viereck ein Kreisviereck und verbindet man den Mittelpunkt seines Kreises mit den Mittelpunkten der um die Diagonaldreiecke beschriebenen, so wird dadurch das Parallelogramm in 4 Dreiecke zerlegt, welche einzeln den 4 Dreiecken ähnlich sind, die je zwei Umfangseiten und eine Diagonale des Urvierecks zu Seiten haben. 2) Eine abgestumpfte quadratische Pyramide aus Granit wiegt $p = 11,388$ ctm, ihre Höhe beträgt $h = 2,5$ m und die untere Kante $a = 1,6$ m. Wie groß ist die obere Kante, wenn das spez. Gewicht des Granits $s = 2,6$ ist? 3) Von einem Dreieck sind gegeben eine Seite c , ein anliegender Winkel α und die nach ihrer Mitte gezogene Transversale t . Daraus sollen der Inhalt und die beiden anderen Seiten berechnet werden. $c = 305,258$ ctm, $t = 136,247$ ctm, $\alpha = 55^\circ 47' 16''$. 4) Welche Wertpaare genügen den beiden Gleichungen $x^2 + 5x + 2y = 48 + 2xy$. $y^2 - 5y - 2x = -20$?

Physik: 2 St. Suchsland. Statik und Dynamik.

M. I b.

Ordinarius: Oberlehrer Frahnert.

Religion: 2 St. Palmié. Lektüre des Evang. Johannes im Grundtext. Neuere Kirchengeschichte nach Hollenberg. Besprechung der Augustana.

Deutsch: 3 St. Ulrich. Übersicht über die Entwicklung der deutschen Litteratur von Luther bis Klopstock. Betrachtung der Dichter-Persönlichkeit Lessings (mit bes. Eingehen auf Laokoon und Emilia Galotti).

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) Schicksal und Schuld im Leben des Oedipus. 2 a) Die ungefitteten Trojaner (eine Rettung). b) Achilles und Hector. c) Wie leiden die homerischen Helden? 3) (Klassen-aufsatz.) Warum erregt Schillers „Wilhelm Tell“ trotz mancher Bedenken unsere Begeisterung? 4 a) Der Schild des Achilles und der Schild des Aeneas. b) Talbot und die Jungfrau von Orleans. c) Die Jungfrau von Orleans nach der Geschichte und nach Schiller. d) Hat Goethe in Hermann und Dorothea die Gesetze des Laokoon befolgt? 5 a) Warum tadelt Lessing Chr. F. Weises Richard III. und nicht Shakespeares? b) Welchen Zweck hat die Riccaut-Szene in „Minna von Barnhelm“? c) Können wir über Tellheim lachen? 6 a) Was bedeutet der Ausspruch des Sokrates: „Ich weiß, daß ich nichts weiß“? b) Künstliche Perlen. c) Kirche und Nation. d) Lange Leben ist nicht viel Leben, viel Denken ist viel Leben. 7) (Klassen-aufsatz.) Woran scheidert der Versuch des Brutus, die Republik wiederherzustellen? (Nach Shakespeares J. Cäsar). 8 a) Napoleon und Wallenstein. b) Das Idyllische in Schillers Dichtungen. c) Der Patriot und der Weltbürger in Klopstock. (Nach den Oden).

Latein: Horaz 2 St. Werther. Carm. II, III. Auswahl aus Satiren, Episteln und Epoden. — Prosa-Lektüre und Stilistik 6 St. Frahnert. Cic. in Verrem IV, Tusc. I u. V mit Auswahl. Tac. Ann. I, II mit Auswahl, priv. Cic. pro Ligario. Repetitionen und Ergänzungen zur Stilistik. Extemporalien und Exerzitien. Übungen im Lateinsprechen.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: Uter cognomine suo dignior fuerit, Aristides, qui iustus appellatus est, an Alexander ille, cui magno cognomen indiderunt. 2a) Etiam post Romam conditam fuerunt, qui Romam conderent. b) Laudes Hectoris. c) Nocturnae Diomedis et Ulixis expeditionis, quae Dolonea inscribitur, causa, consilium, eventus. d) Eumaeus et Euryclea fortuna, vita, moribus inter se consimiles. 3) Veterum philosophorum de animi natura et vi sententiae, quas Cicero in I. disputationum Tusculanarum libro in medium profert, enarrentur. 4) (Klausur.) a) Ciceronis illud (Tuscul. I, 116), multis optabiles fuisse mortes cum gloria, et Graecorum et Romanorum exemplis confirmatur. b) Quam verum sit illud Solonis, neminem autem mortem beatum dici posse, exemplis quibusdam a rerum Graecarum et Romanarum memoria petitis comprobetur. 5a) Vitam rusticam et suavissimam et honestissimam Romanis visam esse. b) M. Atilius Regulus quibus rebus nominis famam adeptus sit. 6a) Secundo bello Punico quinam Romanorum duces rerum gestarum laude floruerint. b) Paucis annis ter de imperio Romano decertatum est, apud Pharsalum, apud Philippos, apud Actium. 7a) Qui fieri poterit, ut et laudaret Verrem et accusaret Heius ille Mamertinus. b) De crimine Verris Henensi accuratius exponitur. 8) (Klausur.) Quomodo ortae sint Achillis et Agamemnonis inimicitiae, duce Homero enarretur.

Griechisch: 6 St. Fries und Werther. Hom. II. I—XII. Soph. Oed. rex. Dem. Olynth. I—III. Plato Apol. und Crit. Memorieren einzelner Chorlieder und Homerverse. Extemporalien und Übersetzungen aus dem Griechischen.

Französisch: 2 St. Weingärtner. Montesquieu consid. Poetische Stücke aus *Möz Lect. chois.* Grammatische Repetitionen. Dreiwöchentliche Extemporalien.

Hebräisch: 2 St. Palmis. Kombiniert mit Ia.

Geschichte und Geographie: 3 St. Werther. Geschichte des Mittelalters bis zur Reformation. Wiederholung der europäischen Geographie.

Mathematik: 4 St. Suchsland. Stereometrie, I. Teil nach Rambly. Reihen. Kombinationslehre.

Physik: 2 St. Finjsch. Optik. Galvanismus, Induktions-Magnet- und Thermo-Elektrizität.

O. IIa.

Ordinarius: Prof. Weiske.

Religion: 2 St. Palmis. Apostelgeschichte, Einführung in die apostolischen Briefe und Lektüre einzelner Abschnitte derselben. Kirchengeschichte nach Hollenberg.

Deutsch: 2 St. Schmuhl. Übersicht über die Entwicklung der ahd. u. mhd. Litteratur mit besonderem Eingehen auf die Nibelungen und den Parzival. Übungen im Disponieren.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1a) Gegensätze zwischen Hellenen- und Barbarentum. b) Welche Umstände haben hauptsächlich zu der Niederlage der Athener im peloponnesischen Kriege beigetragen? 2a) Wodurch erweckt Schiller unsere Teilnahme für Maria Stuart? b) Was läßt sich gegen und für die Einführung des Parricida in Schillers „Wilhelm Tell“ geltend machen? 3a) Landschaftsbilder am Strome. (Nach Goetheschen Gedichten). b) Wanderung am Strome. 4) (Klassenaufsatz). Welche Beweggründe treiben bei Shakespeares Brutus und Cassius zur Ermordung Cäsars? 5a) Hagens Stellung an König Gunthers Hofe. b) Siegfried in Worms. c) Wie entsteht in Hagen der Plan zu Siegfrieds Ermordung? 6) Hau' Deinen Gößen mutig um, es sei Geld, Wollust oder Ruhm. 7a) Die Steigerung in den Kampfszenen zwischen Burgunden und Hunnen. b) Recht, Schuld und Sühne Hüdigers im Kampfe gegen die Burgunden. 8) Das Mittelmeer in der Geschichte des alten Rom. 9) (Klassenaufsatz). Wodurch gewinnt Brutus in Shakespeares „Julius Cäsar“ unsere Teilnahme?

Latin: Vergil. 2 St. Goldmann. Aen. Auswahl aus VII—XII. — Profalektüre und Stilistik: 6 St. Weiske. Cic. De senectute und Pro Sulla. Liv. Auswahl aus XXI und XXII. Übersetzungen aus Seyffert. Extemporalien und Exerzitien.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) Bellum Caesaris cum Ariovisto gestum breviter enarretur. 2a) Quibus argumentis Cicero in eo libro, qui Cato Maior inscriptus est, senectutem ab iis criminibus, quae ad eam conferantur, defendat. b) Appii Claudii oratio in senatu habita contra pacem cum Pyrrho rege foedusque faciendum. 3) Quam non misera senectus videatur, exemplis probetur ex veterum historia petitis. (Klausur.) 4) Argumentum orationis septimae a Lysia scriptae. 5) Quomodo Athenienses libertatem pugna ad Aegos flumen commissa amissam recuperaverint. 6) Libri vicesimi alterius a Livio conscripti initium enarretur. (Klausur.)

Griechisch: 7 St. Weiske. Hom. Od. XIX — XXIV und I — VI. Wiederholung der Kasuslehre. Moduslehre. Herod. VIII — IX mit Auswahl. Lysias ausgewählte Reden. Vierzehntägige Scripta.

Französisch: 2 St. Kieger. Thierry Attila und Ségur hist. de la gr. armée. Abschluß der Syntax nach Plötz, Lektion 70 — 78 mit Beschränkung auf das Wesentliche. Vierzehntägige Extemporalien.

Hebräisch: 2 St. Schulz. Das unregelmäßige Nomen, die Zahlwörter und schwachen Verba. Lektüre aus Stiers Lesebuch.

Geschichte und Geographie: 3 St. Fried. Römische Geschichte nach Herbst. Geographie des alten Italiens. Wiederholungen über die außereuropäischen Erdteile nach Daniel.

Mathematik: 4 St. Graßmann. Trigonometrie. Proportionalität gerader Linien am Kreise, Berechnung der Seiten regulärer Polygone, Rektifikation und Quadratur des Kreises nach Rambly. Lösung geometrischer Aufgaben.

Physik: 2 St. Graßmann. Wärmelehre und Akustik.

M. IIa.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Ulrich.

Die Penjen wie in O. IIa mit Umkehrung der Semester.

Religion: 2 St. Palmié.

Deutsch: 2 St. Im Sommer Frahnert, im Winter Rausch.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) Der Charakter Hagens im Nibelungenliede. 2) Das Lied von dem Aufenthalt der Burgunden bei Rüdiger nach Wirkung und Bedeutung. 3a) Charakteristik von Hermanns Mutter. b) Eine kleine rheinische Landstadt. c) Der Taucher, ein Gemälde. d) Wer in die Zukunft blicken will, muß rückwärts schauen. 4a) (Klassenaufsatz.) Der Rhein Deutschlands Strom, nicht Deutschlands Grenze. b) Fest stehe immer, still stehe nimmer! 5) „Viel Feind, viel Ehr.“ (Luther.) 6a) „Der Wald hat für die äußeren Schicksale wie für die innere Entwicklung unseres Volkes die größten und zwar die segensreichsten Wirkungen geübt.“ (Felix Dahn.) b) Wie Hagen seit Siegfrieds Ankunft am Burgundenhofe mehr und mehr in den Hintergrund tritt. 7a) Durch welche Ereignisse wird im ersten der drei Hauptteile des Nibelungenliedes der Gang der Handlung gefördert? b) Wie Gunther auf Istein die Brunhild gewinnt. (Schilderung.) c) Der Empfang der Brunhild in Worms. (Schilderung.) 8) Warum nimmt unsere Teilnahme für Kriemhild im zweiten Teile des Nibelungenliedes ab, während sie für Hagen zunimmt? (Klassenaufsatz.) 9a) Menelaus Heimfahrt. b) Übersichtliche Gliederung des Nibelungenliedes in drei Akte.

Latein: 8 St. Ulrich.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) De pugna Plataeensi. 2) De bello Att. Reguli. 3) (Klassenaufsatz.) De C. Mario. 4) De expeditione Cyri. 5) De Callicratida. 6) (Klassenaufsatz.) De triginta tyrannis.

Griechisch: Homer. 2 St. Frahnert. Prosalectüre und Grammatik: 5 St. im Sommer Jordan, im Winter Ulrich.

Französisch: 2 St. Weingärtner.

Hebräisch: 2 St. Ulrich.

Geschichte und Geographie: 3 St. Im Sommer Neubauer, im Winter Lübbert.

Mathematik: 4 St. Suchsland.

Physik: 2 St. Suchsland.

O. II b.

Ordinarius: Oberlehrer Inspektor adj. Dr. Schulz.

Religion: 2 St. Schulz. Einführung in die Lehrschriften und prophetischen Bücher des A. T. Lektüre ausgewählter Abschnitte, besonders aus Jesaias und Jeremias. Leben Jesu nach Hollenberg.

Deutsch: 2 St. Schulz. Schillers „Wilhelm Tell“ und Goethes „Hermann und Dorothea“. Übungen im Disponieren.

Bearbeitung folgender Aufsatz-Themata: 1) Meine frühesten Jugenderinnerungen. 2) Unvergeßliches aus meiner Schulzeit. 3) Das an die Artemis gerichtete Gebet der Penelope. (Od. XX, 60—90.) 4) Inwiefern erscheint mir das Studium der alten Sprachen von Wichtigkeit? 5) Ein Besuch im Schlachtenpanorama zu Leipzig. 6) Wie unterscheidet sich ein bestimmter Lebensplan von dem, was man ein Lustschloß nennt? 7) Ähnlichkeit und Unterschied zwischen dem Sprichwort: „Reden ist Silber, Schweigen ist Gold“ und der Ermahnung: „Dein Ohr leih' jedem, wenigen Deine Stimme.“ 8) Wie haben wir uns die Stimmung der Römer bei Beginn des zweiten punischen Krieges zu denken? 9) Meine bisherige Beschäftigung mit der Natur. 10) Nach welchen Gesichtspunkten läßt sich der Inhalt des 5. Buches der Odyssee einteilen?

Latein: Vergil. 2 St. Goldmann. Aen. I, II, IV. — Prosalectüre und Stilistik: 6 St. Schulz. Cic. in Cat. I—IV und de imp. Cn. P. — Liv. XXI und XXII. Repetitionen aus der Syntax nach Ellendt-Seyffert. Stilistik nach Berger. Übersetzungen aus Bergers Vorübungen. Wöchentliche Exerzitien oder Extemporalien, oder gelegentlich schriftliche Inhaltsangaben.

Griechisch: Hom. 2 St. Schulz. Od. XIX—XXIV und I—VI. Prosalectüre und Grammatik: 5 St. Weiske. Herod. VIII, IX mit Auswahl. Xen. Hell. I, II mit Auswahl. Wiederholung der Formenlehre, Casus-Syntax, einiges aus der Moduslehre nach Koch. Vierzehntägige Scripta.

Französisch: 2 St. Rieger. Voltaire, Charles XII. Grammatik nach Plöb, Lektion 50 bis 69 mit Hervorhebung des Wesentlichen. Vierzehntägige Extemporalien.

Hebräisch: 2 St. Schulz. Lese- und Schreibeübungen. Regelmäßige Formenlehre. Lektüre aus Stiers Lesebuch. Extemporalien.

Geschichte und Geographie: 3 St. Lübbert. Übersicht über die orientalische Geschichte, griechische Geschichte bis zu Alexander dem Großen nach Herbst. Wiederholungen über die außer-europäischen Erdteile.

Mathematik: 4 St.: Geometrie 1 St. Graßmann. Arithmetik 3 St. Wagner. Verwandlung und Teilung geradlinig begrenzter Figuren. Verhältnisse und Proportionen. Gleichungen I. Grades mit mehreren Unbekannten und Gleichungen II. Grades mit einer Unbekannten. Potenzen und Wurzeln mit algebraischen und gebrochenen Exponenten, Logarithmen nach Rambly.

Physik: 2 St. Graßmann. Magnetismus. Reibungs-Elektrizität. Die einfachsten Lehren der Chemie.

M. IIb.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Knauth.

Die Penſen wie in O. IIb mit Umkehrung der Semester.

Religion: 2 St. Knauth.

Deutſch: 2 St. Knauth.

Bearbeitung folgender Aufſatz-Themata: 1) König Winters Flucht. 2a) Aus welchen Momenten iſt der Zwiefpalt zwiſchen Vater und Sohn im 2. Gefange von „Hermann und Dorothea“ abzuleiten? b) Häuſlichkeit, Familie und Lebensverhältniſſe des Wirtes zum goldenen Löwen. 3) Eile mit Weile. 4a) Die Nacht vor dem Freiermorde. b) Odysſeus in der Nacht vor dem Freiermorde. 5) (Klaſſenaufſatz). Der Gang der Handlung in Goethes „Hermann und Dorothea“. 6) Landmann und Seemann, ein Vergleich. 7) Der Sieg Gertruds über die Bedenken Stauffachers. 8) Durch welche Mittel macht der Dichter des ſiebzigſten Geburtstages den ſchlafenden Greis zur Hauptperſon ſeines Idylls? 9) Johannes Schulz, Demütigung und Erhebung. 10) (Klaſſenaufſatz.) Durch welche Mittel hat der Dichter den Frevel Geſters gegen Tell in das rechte Licht geſetzt?

Latein: Vergil. 2 St. Im Sommer Knauth, im Winter Schmidt. Proſalektüre und Stiliftik. 6 St. Knauth.

Griechiſch: Hom. 2 St. Knauth. Proſalektüre und Grammatik: 5 St. Im Sommer Ulrich, im Winter Jordan.

Franzöſiſch: 2 St. Hoffmann.

Hebräiſch: 2 St. Ulrich.

Gefchichte und Geographie: 3 St. Im Sommer Neubauer, im Winter Hoffmann.

Mathematik: 4 St. Finſch.

Phyſik: 2 St. Finſch.

O. IIIa.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Goldmann.

Religion: 2 St. Lange. Erklärung des III., IV., V. Hauptſtücks und der Apoſtelgeſchichte im Durchblick. Das Geſchichtliche des N. T. nach Hollenberg. Einführung in die Pſalmen. Kirchenlieder nach einem beſtimmten Kanon.

Deutſch: 2 St. Goldmann. Lektüre ausgewählter Abſchnitte aus Schillers 30jährigen Krieg. Erklärung und Memorieren von Gedichten nach einem beſtimmten Kanon. Wiederholungen aus der Satzlehre. Übungen im Disponieren. Dreiwöchentliche Aufſätze.

Latein: 9 St. Goldmann. Auswahl aus den Metamorphoſen. Memorieren von Verſen. Caes. bell. gall. IV—VII. Übungen im Extemporieren und Retrovertieren. Memorieren ausgewählter Kapitel. Ergänzung und Vervollſtändigung der Moduslehre. Repetitionen aus den früheren grammatifchen Penſen, insbeſondere auch der unregelmäßigen Formenlehre. Überſetzungen aus Haacke. Wöchentliche Scripta, und zwar überwiegend Extemporalien, gelegentlich ſchriftliche Inhaltsangaben. Phraſenſammlungen.

Griechiſch: 7 St. Lange. Abſchluß der Formenlehre, Präpoſitionen nach Koch und Weiſte. Xen. Anab. I, II, IV. Wöchentliche Scripta, vorwiegend Extemporalien.

Franzöſiſch: 2 St. Goldmann. Wiederholungen aus den früheren grammatifchen Penſen. Fortſetzung der Syntax nach Plöz, Lect. 39—42. Lektüre nach Plöz, Lect. chois. Extemporalien.

Gefchichte und Geographie: 3 St. Goldmann. Preußiſche und deutſche Gefchichte bis zu den Freiheitskriegen. Geographie von Deutschland nach Daniel.

Mathematik: 3 St. Wagner. Repetition der Kreislehre, Flächen-Gleichheit der Parallelogramme und Dreiecke nach Rambly. Rechnungen mit algebraischen Zahlen, Lehre von den Potenzen und Wurzeln mit absoluten ganzen Exponenten nach Rambly. Gleichungen I. Grades mit einer Unbekannten.

Naturkunde: 2 St. Graßmann. Lehre vom Bau des menschlichen Körpers. Grundzüge der Mineralogie. Einiges vom Bau der Erdrinde und deren Veränderung.

M. III a.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Weingärtner.

Die Penſen wie in O. III a mit Umkehrung der Semester.

Religion: 2 St. Rausch.

Deutsch: 2 St. Im Sommer Knauth, im Winter Schmidt.

Latein: Ovid. 2 St. Schmidt. Prosalectüre und Grammatik. 7 St. Weingärtner.

Griechisch: 7 St. Frahnert.

Französiſch: 2 St. Weingärtner.

Geschichte und Geographie: 3 St. Knauth.

Mathematik: 3 St. Finſch.

Naturkunde: 2 St. Finſch.

O. III b.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Lange.

Religion: 2 St. Lange. Lektüre und Erklärung des Evangeliums St. Lucä. Erklärung des 2. und 3. Artikels. Einführung in das Verständnis der Liturgie und des Kirchenjahres. Kirchenlieder nach einem bestimmten Kanon.

Deutsch: 2 St. Wangrin. Lektüre ausgewählter Stücke aus Archenholz: siebenjähriger Krieg. Erklärung und Memorieren Schillerscher Balladen. Wiederholungen aus der Satzlehre. Dreiwöchentliche Aufsätze.

Latein: 9 St. Lange. Auswahl aus den Metamorphosen. Prosalectüre und Grammatik. Caes. bell. gall. I—III. Memorieren ausgewählter Abschnitte. Übungen im Retrovertieren. Repetition der Casuslehre. Hauptregeln der Tempus- und Moduslehre. Übersetzungen aus Haacke. Wöchentliche Scripta, vorwiegend Extemporalien, gelegentlich schriftliche Inhaltsangaben. Phrasensammlungen.

Griechisch: 7 St. Schmuhl. Formenlehre bis zu den großen Verben auf $\mu\iota$ nach Koch. Übersetzungen aus Schmidt und Wensch. Wöchentliche Extemporalien.

Französiſch: 2 St. Lange. Wiederholung der Formenlehre, Syntax nach Plöz, Lektion 29—38. Im zweiten Semester Lektüre nach Plöz, Lect. chois. Vierzehntägige Extemporalien.

Geschichte und Geographie: 3 St. Schmuhl. Deutsche Geschichte bis zur Reformation. Geographie von Europa exkl. Deutschland nach Daniel.

Mathematik: 3 St. Graßmann. Elemente der Buchstabenrechnung mit absoluten Zahlen nach Rambly. Konstruktions- und Kreislehre nach Rambly. Repetitionen.

Naturkunde: 2 St. Wagner. Bau des Tierkörpers. Eingehende Besprechung der Säugtiere. Blütenstände, Fruchtformen, Nebenorgane, Bestimmen von Pflanzen. Die Einteilung des Pflanzenreiches in seinen Hauptgruppen kurz besprochen. Exkursionen. Repetitionen nach Leunis. Herbarien.

M. III b.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Jordan.

Die Penen wie in O. III b mit Umkehrung der Semester.

Religion: 2 St. Hoffmann.
 Deutsch: 2 St. Bröse.
 Latein: 9 St. Jordan.
 Griechisch: 7 St. Knauth.
 Französisch: 2 St. Thamhain.
 Geschichte und Geographie: 3 St. Bröse.
 Mathematik: 3 St. Finckh.
 Naturkunde: 2 St. Finckh.

O. IV a.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Hoffmann.

Religion: 2 St. Hoffmann. Abschluß der biblischen Geschichte des Alten Testaments nach Breuß. Repetitionen. Eingehende Erklärung des I. Hauptstückes und des I. Artikels nach Jaspis. Kirchenlieder nach einem bestimmten Kanon.

Deutsch: 2 St. Hoffmann. Lektüre von Willmanns Lesebuch aus Herodot. Erklärung und Memorieren von Gedichten aus Echtermeyer nach einem bestimmten Kanon. Abschluß der Lehre vom zusammengesetzten Satz. Schriftliche Übungen in der Satzbildung. Aufsätze aus der erzählenden und beschreibenden Gattung.

Latein: 9 St. Hoffmann. Nepos: Arist., Themist., Miltiad., Cimon, Alcib., Thrasybul., Epam., Pelop. Memorieren ausgewählter Abschnitte. Repetitionen der Formenlehre. Syntax der Casus und einiges aus der Moduslehre. Übersetzungen aus Hemmings. Wöchentliche Extemporalien. Zuweilen eine kurze lateinische Inhaltsangabe.

Französisch: 5 St. Jordan. Abschluß der regelmäßigen Konjugation, die wichtigsten unregelmäßigen und die reflexiven Verba nach Blöb, Elementar- und Schulgrammatik bis Lektion 28. 3 Extemporalien im Monat.

Geschichte und Geographie: 4 St. Frahnert und Rhenius. Übersicht über die alte Geschichte. Geographie der außereuropäischen Erdteile nach Daniel.

Mathematik: 4 St. Suchsland. Einführung in die Geometrie und Planimetrie nach Rambly bis § 81 exkl. § 61—63. Bürgerliche Rechnungsarten nach Höpfner, Heft VII.

Naturkunde: 2 St. Finckh. Repetitionen früherer Penen. Schwierigere Blüten, Familien-eigentümlichkeiten der Pflanzenklassen. Exkursionen und Herbarien. Bestimmung von Familiencharakteren in den Klassen der Säugetiere, Vögel und Insekten.

O. IV b.

Ordinarius: wissenschaftlicher Hilfslehrer Dr. Schmidt.

Penken wie in O. IV a.

Religion: 2 St. Schollmeyer.

Deutsch: 2 St. Wangrin.

Latein: 9 St. Schmidt.

Französisch: 5 St. Schmidt.

Geschichte und Geographie: 4 St.

Wangrin und Wagner.

Mathematik: 4 St. Wagner.

Naturkunde: 2 St. Wagner.

M. IV.

Ordinarius: wissenschaftl. Hilfslehrer Dr. Kieger.

Penken wie in O. IV a mit Umkehrung der Semester.

Religion: 2 St. Schollmeyer.

Deutsch: 2 St. Thamhain.

Latein: 9 St. Kieger.

Französisch: 5 St. Kieger.

Geschichte: 2 St. Schollmeyer.

Geographie: 2 St. Schollmeyer.

Mathematik: 4 St. Rhenius.

Naturkunde: 2 St. Rhenius.

O. V.

Ordinarius: ordentlicher Lehrer Dr. Lübbert.

Religion: 2 St. Frese. Biblische Geschichte des Neuen Testaments nach Preuß. Erklärung des 3., 4. und 5. Hauptstückes nach Zaspis. Kirchenlieder nach einem bestimmten Kanon.

Deutsch: 2 St. Lübbert. Lektüre aus dem Lesebuch von Masius. Memorieren von Gedichten. Grammatische und orthographische Übungen. Lehre vom zusammengesetzten Satz. Diktate und Wiedererzählungen oder Beschreibungen.

Latein: 9 St. Lübbert. Unregelmäßige Formenlehre. Die wichtigsten Regeln über acc. c. inf., part. con., abl. abs., Gerundium, Gerundivum und den Gebrauch von ut, ne, quod, cum. Übersetzungen aus Hemmings. Memorieren ausgewählter Stücke. Wöchentliche Extemporalien.

Französisch: 4 St. Thamhain. Sprech- und Leseübungen. Formenlehre bis zur 2. Konjugation nach Plöb, Elementar-Grammatik. Extemporalien.

Geschichte und Geographie: 3 St. Lübbert. Ausgewählte Biographien aus der mittleren und neueren Geschichte. Einführung in die Geographie von Europa und Deutschland nach Daniel.

Rechnen: 4 St. Frese. Bruchrechnung mit ungleich benannten Zahlen und Zeitrechnung. Regel de tri und Dezimalbrüche nach Höpfner, Heft 5 und 6.

Naturkunde: 2 St. Frese. Das Skelett. Vergleichende Beschreibung von Klassencharakteren. Aus der Botanik einfache Körperformen, Wurzel und Stamm, einfache Blüten. Die Linnéschen Klassen nach Leunis. Herbarien, Exkursionen.

Schreiben: 2 St. Frese. Deutsche und lateinische Schrift.

Zeichnen: 2 St. Voigt.

M. V.

Ordinarius: wissenschaftlicher Hilfslehrer Broese.

Die Penen wie in O. V mit Umkehrung der Semester.

Religion: 2 St. Rosenstock.	Geographie: 2 St. Höpfner.
Deutsch: 2 St. Broese.	Rechnen: 4 St. Höpfner.
Latein: 9 St. Broese.	Naturkunde: 2 St. Rosenstock.
Französisch: 4 St. Weingärtner.	Schreiben: 2 St. Rosenstock.
Geschichte: 1 St. Jordan.	Zeichnen: 2 St. Voigt.

O. VI.

Ordinarius: wissenschaftl. Hilfslehrer Dr. Kaufsch.

Religion: 3 St. Höpfner. Biblische Geschichte des Alten Testaments nach Preuß. 1. und 2. Hauptstück nach Jaspis. Kirchenlieder nach einem bestimmten Kanon.

Deutsch: 3 St. Kaufsch. Lektüre nach Masius. Erklärung und Memorieren von Gedichten nach einem bestimmten Kanon. Lehre vom einfachen Satz, das Wichtigste vom zusammengesetzten Satz. Grammatische und orthographische Übungen. Diktate und schriftliche Wiedererzählungen.

Latein: 9 St. Kaufsch. Regelmäßige Formenlehre. Vokabellernen. Memorieren einzelner Sätze. Übersetzungen nach Hennings. Wöchentliche Extemporolien.

Geschichte: 1 St. Wangrin. Ausgewählte Biographien aus der alten Geschichte.

Geographie: 2 St. Kaufsch. Elementare Behandlung der geographischen Grundbegriffe mit besonderer Berücksichtigung der Heimatskunde. Übersicht über die fünf Erdteile nach Daniel.

Rechnen: 4 St. Rosenstock. Die 4 Spezies mit ganzen ungleich benannten Zahlen. Bruchrechnung mit unbenannten Zahlen nach Höpfner, Heft III u. IV.

Naturkunde: 2 St. Frese. Einfache Flächenform des Blattes. Anleitung zur Anlegung von Herbarien, Exkursionen. Einfachste Gliederung der Körper höherer Tiere, Gestalt- und Größen-Verhältnisse derselben nach Leuniz.

Schreiben: 2 St. Frese. Einübung der deutschen und lateinischen Schrift.

Zeichnen: 2 St. Voigt.

M. VI.

Ordinarius: Gymn.-Elementarlehrer Rosenstock.

Die Penen wie in O. VI mit Umkehrung der Semester.

Religion: 3 St. Frese.	Rechnen: 4 St. Frese.
Deutsch: 3 St. Rosenstock.	Naturkunde: 2 St. Frese.
Latein: 9 St. Rosenstock.	Schreiben: 2 St. Rosenstock.
Geschichte: 1 St. Schollmeyer.	Zeichnen: 2 St. Voigt.
Geographie: 2 St. Frese.	

Technischer Unterricht.

a. im Turnen. Die turnenden Schüler waren in 4 Abteilungen verteilt: Die 1. Abteilung umfaßte die Primaner und Sekundaner in 8 Riegen, die 2. Abteilung die Tertianer in 11 Riegen, die 3. Abteilung die Quartaner in 8 Riegen, die 4. Abteilung die Quintaner und Sextaner in 10 Riegen. Jede Abteilung turnte 2 Stunden in der Woche, außerdem wurde wöchentlich noch 1 Stunde für die Vorturner und Annänner gehalten. Schmuhl 4 St. Frese 5 St.

- b. im Gesang. Beide Sexten kombiniert, beide Quinten kombiniert. Zwei gemischte Klassen aus IV bis IIIa 2 Stunden, 2 gemischte Klassen aus IIb bis Ia 2 Stunden. Hafler 8-St.
- c. im fakultativen Zeichnen. Tertianer und Sekundaner in einer Abteilung 2 St. Es nahmen im ganzen teil 35 Schüler. Voigt 2 St.

II. Verfügungen der vorgesezten Behörden.

1885. 18. März. K. M. Neue Schemata für Frequenztabellen, Reifeprüfungs-Übersicht und Personalveränderungs-Nachweis eingeführt.
1885. 27. März. K. M. Aufforderung zur Meldung für den Kursus der Turnlehrer-Bildungs-Anstalt.
1885. 10. April. K. Pr.=Sch.=K. Vorschrift von Maßregeln bei Epidemien.
1885. 23. April. K. Pr.=Sch.=K. Anzeige über Beschäftigung ungeprüfter Kandidaten am Schlusse jedes Semesters vorgeschrieben.
1885. 27. April. K. Pr.=Sch.=K. Genehmigung des Lektionsplanes.
1885. 3. Juni. K. M. Bestimmung über die Frequenz-Übersicht.
1885. 29. Juni. K. M. Anordnung ständiger Prüfungs-Kommissionen neben der Abiturienten-Prüfungs-Kommission.
1885. 30. Juni. K. M. Beschränkung der wiederholten Zulassung von Extraneern zur Reifeprüfung.
1885. 2. Juli. K. Pr.=Sch.=K. Empfehlung von Reimann, die körperliche Erziehung und die Gesundheitspflege in der Schule.
1885. 4. Juli. K. Pr.=Sch.=K. Genehmigung des Dienstaustritts des ord. Lehrers Dr. Neubauer zum Zweck einer wissenschaftlichen Reise ins Ausland.
1885. 8. Juli. K. M. Der mindestens einjährige Besuch der Untersekunda als unerlässliche Bedingung für die Erteilung von wissenschaftlichen Zeugnissen für den einjährig-freiw. Dienst vorgeschrieben.
1885. 9. Juli. K. M. Vorschrift der Form der Reifezeugnisse für solche Extraneer, welche vorher Realabiturienten gewesen.
1885. 18. Juli. K. M. Ankündigung einer bevorstehenden Revision des Turnunterrichts durch Prof. Dr. Euler.
1885. 25. Juli. K. Pr.=Sch.=K. Aufforderung zur gutachtlichen Äußerung über die Errichtung eines Ferienhospizes für Schüler auf der Nordseeinsel Langeoog.
1885. 6. August. K. M. Nähere Bestimmungen betr. die Schließung von Schulen bei ansteckenden Krankheiten.
1885. 12. August. K. Pr.=Sch.=K. Bestimmung über das Maß der Beschäftigung von Probekandidaten.
1885. 12. August. K. Pr.=Sch.=K. Zuweisung des Schulamtskandidaten Dr. Schollmeyer zur Ableistung des Probejahres.
1885. 27. August. K. M. Aufforderung zur Einwendung von Anträgen auf Überlassung von Dubletten der paläontologischen Abteilung des mineralogischen Museums an der Universität Berlin.
1885. 5. Oktober. K. Pr.=Sch.=K. Genehmigung des Lektionsplanes.
1885. 6. Oktober. K. M. Anordnung der Osterferien 1886.



1885. 9. Oktober. R. M. Einführung eines längeren Zusatzes zum Zeugnis für den einjährig=freiwilligen Dienst.
1885. 12. November. R. M. Erlaß betreffend die Schwerhörigkeit von Schülern.
1885. 23. November. R. M. Erlaß betreffend die Feier des 25 jährigen Regierungsjubiläums S. M. des Kaisers.
1885. 26. November. R. M. Erlaß betreffend Zeit- und Kostenaufwand bei Schüler=Ausflügen.
1886. 18. Januar. R. Pr.=Sch.=R. Mitteilung eines neuen Schemas für das Zeugnis zum einjährig=freiwilligen Dienst.
1886. 5. Februar. R. Pr.=Sch.=R. Empfehlung des Rheinischen Spruch- und Viederkanons für den evang. Religionsunterricht in höheren Schulen.
1886. 11. Februar. R. Pr.=Sch.=R. Zuweisung des Schulamtskandidaten Brachmann zur Ableistung des Probejahres.
1886. 20. Februar. R. Pr.=Sch.=R. Anweisung, den Religionsunterricht weder unter zu viele Lehrer der Anstalt zu verteilen, noch dem einzelnen Religionslehrer ein zu hohes Maß von Lektionen zu übertragen.
1886. 20. Februar. R. Pr.=Sch.=R. Anordnung der Einführung von dem „Choralmelodienbuch für die Provinz Sachsen.“

III. Chronik der Schule.

Das Sommersemester wurde Dienstag den 14. April 8 Uhr Morgens mit der Rezeption der neu angemeldeten Schüler eröffnet. Es traten in das Lehrerkollegium ein die vom Königl. Provinzial-Schul-Kollegium der Anstalt zur Ableistung des Probejahres überwiesenen Schulamtskandidaten Dr. Rhenius, Dr. Wangrin und Dr. Thamhain, wogegen am Schluß des Semesters ausschieden der ordentl. Lehrer Dr. Neubauer, um eine längere wissenschaftliche Reise nach Italien zu machen, und der cand. prob. Dr. Herbst, um anderweitig eine amtliche Stellung zu übernehmen. Auf die frische und erprobte Kraft des ersteren verzichteten wir mit um so größerem Bedauern, als sich gerade damals für das Kollegium und für die Anstalt Notstände ungewöhnlicher Art ergeben hatten. Es mußte nämlich schon Anfang Juni der ordentl. Lehrer Hempel suspendiert und in Disziplinaruntersuchung gezogen werden, die dann während des Wintersemesters in seiner definitiven Dienstentlassung ihren Abschluß gefunden hat. Sodann sah sich der Oberlehrer Dr. Voß durch das Wiederauftreten seines Nervenleidens genötigt am 6. Juni seine Thätigkeit für den ganzen Rest des Sommersemesters einzustellen.

Noch vielfacheren Störungen unterlag das am 12. Oktober eröffnete Wintersemester. Das Kollegium ergänzte sich durch die wissenschaftlichen Hilfslehrer Dr. Schmidt und Bröse, von denen der erstere schon im Laufe des Sommers Aushilfe geleistet hatte; ferner trat der Schulamtskandidat Dr. Schollmeyer sein Probejahr an der Schule an. Aber sogleich in den ersten Tagen des Semesters traf uns ein überaus schmerzlicher Verlust. Am 17. Oktober nämlich verschied in Halle Herr Oberlehrer Dr. Voß am Gehirnslage. Der Rektor hielt am nächsten Morgen eine Trauerandacht im Betsaale, in welcher er ein Lebensbild des im kräftigsten Mannesalter Entschlafenen zeichnete und den Gefühlen der Trauer und Pietät, die Kollegen wie Schüler bewegten, Ausdruck gab. Das Kollegium beteiligte sich mit den obersten Klassen bei der Leichenfeier und dem Geleit zum Bahnhof, von wo die Überführung nach der Heimatstadt des Entschlafenen, Wernigerode, erfolgte. Die Schule, an welcher

Herr Dr. Boß zwanzig Jahre hindurch ohne Unterbrechung gewirkt, verlor in ihm einen Lehrer von anerkannter wissenschaftlicher Tüchtigkeit und unentwegter Berufstreue, der mit festen pädagogischen Grundsätzen ein echtes Wohlwollen gegen die Jugend verband. Seine Herzensgüte, sein wahrhaft gewinnendes Wesen sichern ihm wie unter uns, so auch in dem Kreise aller derer, die ihn kannten, ein liebevolles und dankbares Andenken.

Da die von ihm innegehabte Stelle vor Beginn des neuen Schuljahres nicht besetzt werden konnte, so waren die durch Erkrankung mehrerer Kollegen herbeigeführten Störungen um so empfindlicher. Zunächst hielt Herr Oberlehrer Pastor Palmié sein rheumatisches Leiden im November und Dezember im ganzen fünf Wochen der Schule fern, dann mußte Herr Hilfslehrer Dr. Bröje wegen eines Herzübels Mitte Januar bis zum Schluß des Semesters beurlaubt werden, für Herrn Oberlehrer Frahnert wurde von Anfang Februar ab für die gleiche Dauer eine Vertretung notwendig, und endlich war der ordentliche Lehrer Herr Dr. Lübbert den ganzen Februar durch Scharlach seiner Thätigkeit entzogen. Dazu kam dann noch vom 1. März ab die Einberufung zu einer achtwöchentlichen Reserveübung für den Herrn Oberlehrer Dr. Suchsland.

So schließt die Anstalt jetzt ein Schuljahr ab, das wie wohl selten eins angefüllt war mit ernstesten Störungen und bedeutenden Schwierigkeiten; es hat in der That der schärfsten Anspannung und des hingebendsten Eifers aller zur Verfügung stehenden Kräfte bedurft, um den dauernd erhöhten Anforderungen der Lage zu genügen.

Auch das Ende des Schuljahres bringt uns noch Verluste. Es scheiden aus die Herren Oberlehrer Professor Dr. Werther, um einem ehrenvollen Ruf als Direktor an das Großh. Oldenb. Gymnasium zu Cutin zu folgen, der ordentliche Lehrer Herr Hoffmann, um an das Gymnasium zu Gütersloh überzugehen, und der wissenschaftliche Hilfslehrer Dr. Schmidt, welcher an das hiesige Stadtgymnasium zurücktritt. Herr Professor Werther hat den bei seiner Berufung gehegten Erwartungen nicht bloß in wissenschaftlicher und pädagogischer Hinsicht in vollem Maße entsprochen, sondern auch in seiner fünfundeinhalbjährigen hiesigen Wirksamkeit durch sein lauterer und gemüthvolles Wesen und sein herzliches Wohlwollen bei Kollegen und Schülern solche Achtung und Liebe gewonnen, daß wir ihn alle nur mit dem aufrichtigsten Bedauern scheiden sehen. Unsere besten Segenswünsche begleiten ihn in seinen neuen Wirkungskreis. Auch den Herren Hoffmann und Dr. Schmidt sichert ihre gewissenhafte, erfolgreiche Amtsführung sowie ihre persönliche Tüchtigkeit und treffliche kollegialische Gesinnung in unserem Kreise ein ehrenvolles, freundliches Andenken; insbesondere soll es Herrn Dr. Schmidt unvergessen bleiben, daß er in schwerer Zeit der Anstalt, deren Zögling er selbst gewesen, seine Dienste gewidmet hat.

Der Gesundheitszustand der Schüler war kein günstiger. Halsleiden diphtheritischer Art, Auschlagskrankheiten und gegen Ende des Jahres vornehmlich Augenentzündungen traten häufig auf, einige Zöglinge mußten den Schulbesuch ein ganzes Semester lang aussetzen, und drei liebe Schüler wurden uns durch den Tod entziffen. Es starb der Untertertianer Fritz Kuhnt, Sohn des Maurermeisters Kuhnt in Halle, am 14. Juni im Alter von 15½ Jahren an einer Gehirnkrankheit, die sich plötzlich gebildet hatte. Seine Entwicklung war gerade im letzten Jahre so glücklich fortgeschritten, sein Betragen stets so wohlgesittet gewesen, daß wir durch diesen Verlust tief betriibt wurden. — Nach langem, schmerzlichen Leiden wurde der Quintaner Paul Külper, Sohn des Gerichtsdieners Külper zu Halle, im Alter von 13 Jahren am 22. August durch den Tod erlöst. Gut geartet, stets willig und freundlich war er seinen Lehrern und Mitschülern lieb und wert. — Am 11. November raffte den elfjährigen Quintaner Alfred Dehne, Sohn des Kaufmanns Dehne zu Halle, eine bössartige Diphtheritis nach kurzem Krankenlager hinweg. Der frische, lebenswürdige und zu den besten

Hoffnungen berechtigende Knabe wurde von uns lebhaft betrauert. Der Rektor gedachte dieser Trauerfälle jedesmal in der folgenden Morgenandacht, Lehrer und Schüler gaben den Entschlafenen das letzte Geleit und bewahren denselben ein treues Andenken.

Am 15. November entschlief sanft und friedlich Herr Professor Dr. Friedrich August Eckstein zu Leipzig. Die Schule, der er als Zögling und als Lehrer angehört hatte, der er einundzwanzig Jahre lang ein hervorragender Leiter gewesen war, und der er auch in der Ferne bis ans Ende eine treue Anhänglichkeit bewahrte, wird sein Andenken stets hoch in Ehren halten. Als Deputierte des Kollegiums wohnten außer dem Rektor die Oberlehrer Prof. Dr. Werther und Dr. Ulrich der Leichenfeier bei, unsere Ecce-Feier am 21. November aber erhielt durch diesen kurz vorhergehenden Todesfall eine besondere Weihe und Bedeutung.

Feierlichkeiten und Erholungen. Am Schlusse jedes Semesters vollzog Herr Pastor Palmié die gemeinsame Konfirmation unserer Hauschüler, zugleich kommunizierter: beide Male eine große Anzahl von Lehrern und schon konfirmierten Zöglingen. — Das Ecce am Tage vor dem Totenfest sowie die liturgische Weihnachts- und Osterandacht wurden vom Rektor in herkömmlicher Weise gehalten. Anfang April wird der Singechor der Schule unter der Leitung des Herrn Musikdirektors Haßler die „sieben Worte Jesu am Kreuz“ von Haydn zur Aufführung bringen. — Am 4. Januar feierte die Anstalt das fünfundzwanzigjährige Regierungsjubiläum S. M. des Kaisers und Königs mit Rede und Gesang; in der Festrede schilderte Herr Pastor Palmié die hervorragendsten Regententugenden des Kaisers. Der allerhöchste Geburtstag am 22. März wurde durch den Rektor mit einer Morgenandacht eröffnet, darauf folgte die Festrede des ordentl. Lehrers Herrn Dr. Lübbert, der das Zusammenwirken von christlichem Glauben und deutscher Kraft durch die ganze Entwicklung unserer Nationalgeschichte hindurch schilderte; den Abschluß der Feier bildete die Entlassung der Abiturienten durch den Rektor.

Die Hauschüler begingen ihr übliches Sommerfest am 26. Juni im Feldgarten unter zahlreicher Beteiligung von Freunden der Anstalt; es wechselten dabei Übungen und Spiele des Turnvereins mit Vorträgen des Gesangvereins und der Musikkapelle ab. — Die Liebefeier der Pensionsanstalt fand kurz vor Weihnachten in herkömmlicher Weise statt. — Zur Feier des Sedantages unternahm die Schule, nach Klassengruppen getrennt, einen Ausflug. Ziele der Wanderung waren: Weissenfels mit Goseck, Freiburg a. U., Raumburg und Kösen, Wettin, der Petersberg, der Elstergrund und andere nähere Punkte.

Der Turnunterricht der Anstalt wurde im Sommersemester durch Herrn Professor Dr. Euler inspiziert; sein Besuch hat dem Betrieb dieses Faches neue Anregung und, wie wir hoffen, der Angelegenheit unsres Turnhallen-Baues Förderung gebracht.

Die Abiturientenprüfungen wurden zu Michaelis 1885 am 22. und 23. September, zu Ostern 1886 am 4. und 5. März abgehalten, beide Male unter dem Vorsitz des Herrn Provinzial-Schulrats Dr. Todt. In der ersten Prüfung wurden 17, in der zweiten 12 Schüler für reif befunden, und zwar 5, resp. 6 unter Dispensation von der mündlichen Prüfung. Am Ostertermin wurden außerdem noch 3 Extranee geprüft und für reif erklärt: der frühere Abiturient unseres Realgymnasiums Schedel, der Assistent am landwirtschaftlichen Institut Disselhorst und der frühere Elementarlehrer Girardet.

Auch im verflossenen Schuljahre haben häufige Klassenbesprechungen und Fachkonferenzen stattgefunden; letztere bezogen sich vornehmlich auf den Religionsunterricht der unteren und mittleren Klassen und auf die zur nächsten sächsischen Direktorenkonferenz gestellten Themat.

IV. Statistische Mitteilungen.

1. Frequenztabelle für das Schuljahr 1885/86.

	Ia	Ib	Ip	IIa	IIap	IIb	IIbp	IIIa	IIIap	IIIb	IIIbp	IVa	IVb	IVp	Va	Vb	VIa	VIb	Summa
1. Bestand am 1. Februar 1885	25	32	21	29	31	33	41	33	39	52	39	33	53	35	60	45	58	42	705
2. Abgang bis zum Schluß d. Schuljahres 1884/85	12	2	6	2	7	1	8	1	3	1	3	4	4	5	4	1	2	2	68
3a. Zugang d. Ver- setzung zu Ostern	6	—	17	5	29	3	30	4	36	2	38	24	36	25	—	40	—	—	—
3b. Zugang d. Auf- nahme z. Ostern	—	1	—	—	—	—	4	—	5	1	3	2	6	—	6	11	3	40	82
4. Frequenz a. An- fang des Schul- jahres 1885/86	19	25	32	34	37	36	34	37	40	45	43	37	46	35	60	55	58	46	719
5. Zugang i. Som- mersemester	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	—	1	—	—	—	—	—	—	—
6. Abgang i. Som- mersemester	10	2	6	7	3	15	3	1	3	2	3	4	8	2	10	1	3	3	84
7a. Zugang d. Ver- setzung zu Mi- chaelis	16	25	—	23	—	32	5	30	5	40	6	19	39	19	48	41	39	—	—
7b. Zugang d. Auf- nahme zu Mi- chaelis	—	—	—	—	2	—	2	1	—	—	2	2	1	—	1	9	2	40	62
8. Frequenz a. An- fang des Win- tersemesters	25	34	26	25	35	32	40	32	42	46	38	34	40	32	61	56	55	44	697
9. Zugang i. Win- tersemester	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1	—	—	1	—	2	—
10. Abgang i. Win- tersemester	—	1	1	—	—	—	—	—	1	1	1	—	—	1	4	2	1	—	—
11. Frequenz am 1. Februar 1886	25	33	25	25	35	32	40	32	41	45	37	34	41	31	57	55	54	46	688
12. Durchschnittsal- ter am 1. Febr. 1886	20	19	19 ¹ / ₄	17 ¹ / ₄	18 ³ / ₄	16 ¹ / ₂	17 ³ / ₄	15 ¹ / ₄	16	14	14 ³ / ₄	13 ³ / ₄	13	14	12 ¹ / ₂	11	11 ¹ / ₄	10 ³ / ₄	—

2. Religions-, Wohnungs- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	Religion			Wohnung			Heimat			
	evang.	kath.	jüdisch	Stadt- schüler	Haus- schüler		Mumn. d. Pädag.	Einw.	Aus- wärtige	Aus- länder
1. Am Anfang des Sommersemesters	713	3	3	424	226	45	24	314	370	35
2. Am Anfang des Wintersemesters	691	3	2	407	221	43	25	312	350	34
3. Am 1. Februar 1886	683	3	2	404	216	43	25	309	345	34

3. Übersicht über die Abiturienten.

a) Michaelis 1885.

Nr.	Name und Verhältnis zur Anstalt.	Konf.	Alter.	Geburtsort.	Stand des Vaters.	Dauer des Schulbesuchs.		Studium oder Beruf.
						überh.	i. Prima.	
1.	Karl Gebhardt,* Stadtschüler.	evang.	17 $\frac{1}{2}$	Al.-Schmalkalden.	Oberbergamtskanzlist.	6 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
2.	Franz Miethke,* Hauschüler.	evang.	19 $\frac{1}{2}$	Münchehofe, Rgbz. Potsdam.	Brennereiverwalter. †	6 J.	2 J.	Medizin.
3.	Wilhelm Behrends, Orphanus.	evang.	21	Neuhaldensleben.	Telegraphist. †	10 J.	3 J.	Theologie.
4.	Karl Hajler,* Stadtschüler.	evang.	19 $\frac{1}{4}$	Halle a/S.	Musikdirektor.	9 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
5.	Karl Bröje, Hauschüler.	evang.	19 $\frac{1}{4}$	Kroppenstedt.	Klempnermeister. †	8 J.	2 J.	Theologie.
6.	Friedrich Hente,* Stadtschüler.	evang.	22 $\frac{3}{4}$	Benkendorf bei Salzmünde.	Landwirt.	9 $\frac{1}{2}$ J.	2 $\frac{1}{2}$ J.	Chemie.
7.	Georg Triebel, Hauschüler.	evang.	21 $\frac{1}{2}$	Wettin.	Amtsgerichtsrentier. †	10 $\frac{3}{4}$ J.	2 $\frac{1}{2}$ J.	Theologie.
8.	Edmund Altko, Stadtschüler.	evang.	20 $\frac{3}{4}$	Halle a/S.	Rentier. †	10 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
9.	Kurt Groh, Stadtschüler.	evang.	21	Kempen i. Posen.	Oberpostkassenbuchhalter.	3 $\frac{1}{2}$ J.	2 $\frac{1}{2}$ J.	Philologie.
10.	Karl Hoffmann, Stadtschüler.	evang.	21	Kaltendorf bei Obisfelde.	Landwirt. †	10 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
11.	Gustav Knoblauch, Hauschüler.	evang.	20 $\frac{1}{2}$	Mügeln bei Schweinitz.	Oberprediger.	10 J.	2 J.	Medizin.
12.	Rudolf Veil,* Stadtschüler.	evang.	20	Küthen bei Stumsdorf.	Gutsbesitzer.	9 J.	2 J.	Forstsch.
13.	Ewald Matthiolius,* Orphanus.	evang.	20 $\frac{1}{4}$	Lethau b. Brettin.	Lehrer. †	9 J.	2 J.	Theologie.
14.	Johannes Leffer, Stadtschüler.	evang.	18 $\frac{3}{4}$	Halle a/S.	Buchhändler. †	9 J.	2 J.	Theologie.
15.	Karl Barth, Orphanus.	evang.	20 $\frac{3}{4}$	Meerane.	Kaufmann. †	8 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Medizin.
16.	Gottfried Menzel, Hauschüler.	evang.	20 $\frac{3}{4}$	Niesky.	Kaufmann.	9 J.	2 J.	Theologie.
17.	Gerhard Gfert, Stadtschüler.	evang.	21 $\frac{1}{2}$	Wischerleben.	Brauereibes.	10 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Militär.

b) Ostern 1886.

Nr.	Name und Verhältnis zur Anstalt.	Konf.	Alter.	Geburtsort.	Stand des Vaters.	Dauer des Schulbesuchs.		Studium oder Beruf.
						überh.	i. Prima.	
1.	Wilhelm Winkler,* Hauschüler.	evang.	19	Kauendorf a. P.	Pastor.	7 J.	2 J.	Theologie.
2.	Fritz Volze,* Stadtschüler.	evang.	19 $\frac{3}{4}$	Schraplau.	Oekonom.	9 J.	2 J.	Philologie.
3.	Gerhard Heymann, Hauschüler.	evang.	20	Betten bei Finsterwalde.	Pastor. †	3 $\frac{1}{2}$ J.	2 $\frac{1}{2}$ J.	Theologie.
4.	Rudolf Kopp,* Stadtschüler.	evang.	19	Chemnitz.	Agent.	2 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Mathematik.
5.	Alfred Reuter,* Hauschüler.	evang.	20 $\frac{1}{4}$	Pr.-Ehlaut.	Steuerinsp.	4 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
6.	Gottard Geisler, Orphanus.	evang.	20 $\frac{1}{2}$	Arnsdorf, Kr. Görlitz.	Pastor. †	9 J.	2 J.	Medizin.
7.	Wilhelm Kunik, Stadtschüler.	evang.	21	Köfen.	Rendant. †	6 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
8.	Richard Groh,* Stadtschüler.	evang.	20 $\frac{1}{4}$	Kempen i. Posen.	Oberpostkassenbuchhalter.	4 J.	2 J.	Theologie.
9.	Wilhelm Weps,* Hauschüler.	evang.	22	Aken a/E.	Landwirt.	10 J.	2 J.	Theologie.
10.	Emil Nürnbergger, Hauschüler.	evang.	22 $\frac{3}{4}$	Al.-Wangen bei Nebra.	Landwirt.	6 $\frac{1}{2}$ J.	2 J.	Theologie.
11.	Johannes Winkler, Stadtschüler.	evang.	20 $\frac{1}{4}$	Neustadt a. Dosse.	Oberpfarrer.	10 J.	2 J.	Theologie.
12.	Fritz Haffel, Stadtschüler.	evang.	18 $\frac{1}{2}$	Trier.	Oberst u. Generalstabschef.	2 J.	2 J.	Militär.

NB. Die mit * Bezeichneten wurden von der mündlichen Prüfung dispensiert.

Zugang zur Haupt-Bibliothek.

a. Anschaffungen: Sybel, Geschichte der Revolutionszeit. — Erler, Deutsche Geschichte. — Paulsen, Geschichte des gelehrten Unterrichts. — Janßen, Geschichte des deutschen Volkes. — Verhandlungen der Direktorenkonferenzen, Bd. XVII—XXII. — Wedlein, Aeschyli fabulae. — Dncken, allgemeine Geschichte in Einzeldarstellungen. — Hirschfelder, Horatius Flaccus I, II. — Reimann, die körperliche Erziehung. — Bach, Wanderungen, Turnfahrten und Schülerreisen. — Nitzsch, Geschichte der römischen Republik. — Dilthey, Einleitung in die Geisteswissenschaften. — Reye, Geometrie der Lage. — Zündel, Jesus in Bildern aus seinem Leben. — Ladenburg, Handwörterbuch der Chemie. — Müller, Denkmäler der alten Kunst, bearbeitet von Wieseler II, 2. — Aßmann, Geschichte des Mittelalters. — Horaz ed. Orelli, III. — Treitschke, deutsche Geschichte, III. Teil. — Stengel, private und amtliche Beziehungen der Gebrüder Grimm. — Mommsen, römische Geschichte, Bd. 5. — Hamel, Textgeschichte des Klopstockschen Messias. — Hamel, Klopstock-Studien. — Neumann und Partsch, Physikalische Geographie von Griechenland. — Allgemeine Naturkunde, Lieferung 1—24. — Pachtler, die Reform unserer Gymnasien. — Reinecke, Fröbels Leben und Lehre. — Schulz, Pädagogische Abhandlungen. — Die Fortsetzungen von: Ersch und Gruber, Encyclopädie. — Allgemeine deutsche Biographie. — Grimm, deutsches Wörterbuch — Geschichte der Wissenschaften. — Heeren und Ukert, Geschichte der europäischen Staaten. — Haym, Herders Werke. — Bibliothek des litterarischen Vereins in Stuttgart. — Zeitschrift für deutsche Philologie von Höpffner und Zacher. — Der pädagogischen Hilfsbibliothek wurden zugewiesen: Voigt, Jahrbuch des Vereins für wissenschaftliche Pädagogik. — Rain, Erziehung als Wissenschaft. — Mazat, Methodik des geographischen Unterrichts. — Leimbach, deutsche Dichter. — Junge, der Dorfteich. — Instruktionen für den Unterricht an den Gymnasien in Osterreich. — Kappold, unser Gymnasium. — Nutzen, aus der Zeit des siebenjährigen Krieges. — Polack, Brosamen. — Wießner, Herbars Pädagogik.

b. Geschenke: Vom Hohen Ministerio: Publicationen aus den preußischen Staatsarchiven, Bd. 25. 26. Vom Provinzial-Schulkollegium der Provinz Sachsen: Librorum veteris testamenti canonicorum pars prior graece Pauli de Lagarde studio et sumptibus edita. Von Herrn Lieutenant Kiebeck: C. Kiebeck, die Hügelstämme von Chittacong. Von Herrn Direktor Dr. Imhof: Statius, Das Lied von Theben. Von Herrn Prof. Kawerau: Luthers Werke, Band III. Von Herrn Dr. Radwiz: Schulprogramm der Berliner Luisenstädter Realschule. Von der Verlagsbuchhandlung des Waisenhauses: Bogatzky, Schatzkästlein; Herzberg, Athen; Bernhardt, gotische Grammatik; Frick und Richter, Lehrproben; Cramer, Beiträge zur Geschichte des Bergbaues. Hilfsbuch für den Unterricht in der deutschen Geschichte von Lohmeyer und Thomas; Das güldne Schatzkästlein von Bogatzky; Schulgeographie von Kirchhoff; Schleswig-Holstein von Sach; Deutsches Lesebuch von Reck, 3. Teil; Elementarbuch zu der lateinischen Grammatik von Ellendt-Seyffert von Hennings; Sammlung zwei-, drei- und vierstimmiger Lieder von Greger; Leitfaden für den Unterricht in der Geographie von Daniel; Lehrbuch der Geographie von Daniel; August Hermann Francke von Stein; Der große Kurfürst von Stein; Annalen der deutschen Geschichte von G. Richter; Lehrproben und Lehrgänge von Frick und Richter; Geschichten und Bilder aus der Mission von D. Frick, Heft 6; Eroberung Preußens durch die Deutschen von Ewald, 4. Buch; Pharmaceutischer Unterricht in Deutschland von Glückiger; Ueeste in der modernen Litteratur von Ellinger; Goethes Weissagungen des Bafis von Baumgart; Beiträge zu einer Geschichte der lateinischen Grammatik im Mittelalter von

Bähler; Beiträge zur Geschichte des Bergbaues von Cramer; Kleine philologische Schriften von Bergk; der zweite Brief des Petrus und der Brief des Judas von Spitta; Aristophanes ed. Blaydes Vol. I. II. Aristophanis fragmenta instr. Blaydes.

Für die wertvollen Gaben sagen wir den geehrten Gebern ehrerbietigsten Dank.

2. Zugang zur Schüler-Bibliothek.

Anschaffungen: Stein, der Salzgraf von Halle, Editha. Kirchner, Kaiser und Kurfürst. Höcker: Moltke; Unter dem Joche der Cäsaren; Rabett und Feldmarschall; Der Husarengeneral; Die Brüder der Hanja. Caspari, der Schulmeister und sein Pflegejohn. Fries, die Frau des Uhlans; Bilderbuch z. heil. Vaterunser. Houwald, Bilder für die Jugend. Dorenwell, Charakterbilder. Kohl, Entdeckung Amerikas. Johannsen, die Halligen. Plieninger, Livingstone. Liliencron, die Fahne des 61. Regiments. Blaul, Aza. Landenberger, aus den Tagen des Reformators Brenz. Wilhelmi, ich habe dich je und je geliebet. Neuleaux, Buch der Erfindungen. Berthold, das Naturichöne. Scherer, Geschichte der deutschen Litteratur. Kübler, Gordon. Paulus, der Jüngling zu Rain. Stoeber, Altes und Neues a. d. Altmühlbergen. F. Schmidt, Hofer, Blücher, Kaiser Wilhelm, Karl d. Große, Zieten, Luther. Zahnke, Borfig, Wullenweber. Bonnel, Heinrich I. Römehild, bibl. Geschichte. Spyri, Onkel Titus. Stanley, Kabebe, bearbeitet von Mannheim. Hauff, Lichtenstein, Livingstones Entdeckungsreisen. Kanes Nordpolfahrten. Steinhäusen, Irmela.

Geschenke. Neujahrsblätter, herausg. von der historischen Kommission der Provinz Sachsen.

3. Physikalisches Kabinet.

Anschaffungen: 1. Ein Bohnenbergersches Maschinchen. 2. Ein Quecksilberwellenapparat. 3. Eine Holzbüchse für Quecksilber. 4. Eine Gasharmonika. 5. Eine Stimmgabel mit zwei Schreibspitzen. 6. Ein Flintglasprisma auf Stativ. 7. Spalteinrichtung für ein Sonnenmikroskop. 8. Ein Apparat zum Nachweis der Dichtigkeit der Elektrizität an Spitzen. 9. Leidener Batterie. 10. Zwei Paar Messingüberleiter für Elektrizität. 11. Ein langer Eisenstab mit Draht umwickelt. 12. Eine elektrische Klingel. 13. Ein Kompensationsstreifen. 14. Vier kleine Thermometer. 15. Ein Eisenstativ mit verstellbaren Haltern. 16. Ein Faß zu Kältemischungen.

4. Naturhistorische Sammlungen.

a. Anschaffungen: Zehn Modelle aus Sauch=Steins flora artefacta. Sammlung der wichtigsten Nuzhölzer Deutschlands in 32 Tafeln. Leunis, Synopsis des Tierreichs II, 2 und Synopsis des Pflanzenreichs II. Ein Einsiedlerkrebs. Zwei Kokons der Seidenraupe.

b. Geschenke: Von dem Königlichen Ministerium der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten: Sammlung von Petrefakten. Von Herrn Oberlehrer Dr. Goldmann: Sammlung einheimischer Schmetterlinge. Von dem Untersekundaner Küver: Ein Ibischnabel und eine Mantelmöve.

5. Anschauungsmittel für den geographischen und geschichtlichen Unterricht.

a. Anschaffungen: H. Kiepert, Karte von Altgriechenland, von Altitalien, vom römischen Reich. Brecher, historische Karte von Preußen. Sieglin, Karte der Entwicklung des römischen Reiches, zwei Exemplare. Eine Karte von Damaraland und eine vom Kongostaat. Hirtz historische

Bildertafeln, erster Teil, zwei Exemplare. Hölzels geographische Charakterbilder, Lieferung 9. Ein Globus von H. Kiepert.

b. Geschenke: Von Herrn Professor Kirchhoff hier: H. Kiepert, politische Karte von Afrika, und Debes, Erdkarte. Von Herrn Buchhändler Heitmann in Leipzig: Bild vom Niederwaldedenkmal.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Aus dem Prämienfonds der Anstalt erhielten folgende Schüler zu Weihnachten 1885 Gaben an Büchern: 1. Wilhelm Wintzer M. Ia: Freytag, Aus neuer Zeit. 2. Karl Ehrlich M. Ib: Herzberg, griechische Geschichte. 3. Karl Geßner O. I: desgl. 4. Kurt Schröpfer O. IIa: Peter, römische Geschichte. 5. Otto Maas M. IIa: Roth, römische Geschichte. 6. Wilhelm Mezner O. IIb: desgl. 7. Felix Törpe M. IIb: Peter, römische Geschichte. 8. Paul Zilling O. IIIa: Homer, Odyssee von Ameis-Henze. 9. Otto Felber M. IIIa: desgl. 10. Ernst Kiechmann O. IIIb: Kallien, Friedrich Barbarossa. 11. Paul Kohnmann M. IIIb: Osterwald, Sophokleserzählungen. 12. Gustav Lüddemann O. IVa: Caes. bell. g. von Rheinhard. 13. Walter Sternberg O. IVb: desgl. 14. Wilhelm Böttcher M. IVb: Berndt, Karl d. Große. 15. Erwin Stüber O. V: Kiepert, Atlas antiquus. 16. Richard Drechsler M. V: Schtermeyer, Auswahl deutscher Gedichte. 17. Hilmar Henze O. VI: Becker, Erzählungen aus der alten Welt. 18. Kurt Reiche M. VI: desgl.

Aus dem Liebeschen Legat erhielten folgende Schüler der Pensionsanstalt zu Weihnachten 1885 Gaben an Büchern: 1. Reinhold Königer M. Ia: Büchner, biblische Handkonfession. 2. Johannes Duehl M. Ia: Sach, deutsche Heimat. 3. Johannes Zillich M. Ia: Herzberg, griech. Geschichte. 4. Hermann Bachmann O. Ib: Freytag, aus dem Jahrhundert der Reformation. 5. Friedrich Bodenstein M. Ib: Scherer, Geschichte der deutschen Litteratur. 6. Paulus Rehwald M. Ib.: Herzberg, griech. Geschichte. 7. Ottomar Kästner M. Ib: Hom. Ilias von Jäsi. 8. Hermann Alberts O. IIa: desgl. 9. Gotthold Beher M. IIa: Horaz von Dillenburger. 10. Willibald Ehrke O. IIb: Lysias von Rauschenstein. 11. Karl Gandert M. IIb: Roth, griech. Geschichte. — Außerdem die Pensionazöglinge vom Realgymnasium: 1. Paul Steinhardt Ia: Sach, deutsche Heimat. 2. Paul Kummer Ib: Bilmarr, Geschichte der deutschen Nationallitteratur. 3. Paul Hartung IIb: Freytag, aus dem Jahrhundert des großen Krieges.

Von Legaten und Stipendien wurden verliehen: Das Hoffmannsche Legat zu Weihnachten 1885 an Otto Marquardt O. IIb, das Jubiläumsstipendium am 22. März 1886, als am Geburtstag A. G. Franckes, an den Abiturienten Rudolf Ropp, endlich ein Diecksches Stipendium zu Ostern 1886 auf drei Jahre an den stud. theol. Karl Gebhardt.

VII. Mitteilungen an die Schüler und an deren Eltern.

Erfahrungen aus letzter Zeit lassen es dem Unterzeichneten wünschenswert erscheinen, das beteiligte Publikum über die Verhältnisse der mit der Schule verbundenen Pensionsanstalt, welche zugleich auch Schüler des Realgymnasiums der Franckeschen Stiftungen aufnimmt, näher zu orientieren.

tieren. Die Kosten der Erhaltung von Zöglingen auf derselben sind so niedrig bemessen, daß schon die Aufnahme an sich als ein Benefizium erscheint, außerdem bestehen für die Zöglinge folgende Vergünstigungen: 1. 60 ganze Freistellen auf der lateinischen Hauptschule, die theils als ganzer, theils als halber Erlaß des Schulgeldes vergeben werden. 2. 60 ganze Tisch-Freistellen. 3. 30 halbe Tisch-Freistellen. 4. 60 Wohnungs-Freistellen. Da aber die Anstalt nur den Mittags- und Abendtisch gewährt, Frühstück und Vesper dagegen von den Zöglingen selbst beschafft werden muß, so giebt es Freistellen im vollen Sinne des Wortes nicht, vielmehr bleiben den Eltern selbst im Falle des Genusses sämtlicher Benefizien immer noch, wenn auch verhältnismäßig geringe Kosten zu tragen.

Zur näheren Erklärung mögen folgende statistische Notizen dienen. Die Pensionsanstalt wird in diesem Winter-Semester bewohnt von 282 Zöglingen, unter welchen 221 die lateinische Hauptschule, 61 das Realgymnasium besuchen. Den oberen Klassen gehören an: von den Lateinern 143, von den Realgymnasiasten 40; den unteren Klassen: von den Lateinern 78, von den Realgymnasiasten 21. Erlaß des ganzen Schulgeldes wird gewährt an 44 Lateiner, Erlaß des halben Schulgeldes an 32 Lateiner.

Die Hausbenefizien verteilen sich folgendermaßen: ganze Tisch-Freistelle genießen 50 Lateiner, 10 Realgymnasiasten; halbe Tisch-Freistelle genießen 23 Lateiner, 7 Realgymnasiasten; Wohnungs-Freistelle genießen 51 Lateiner, 9 Realgymnasiasten.

Alle diese Benefizien werden vergeben nach genauester Erwägung der Würdigkeit und Bedürftigkeit der Zöglinge und können allmählich bis zu ihrem vollen Umfang gesteigert werden.

Nach dem Stande der Eltern unterscheiden sich unter den Zöglingen: Söhne von Pastoren 53, Söhne von Lehrern 70, Söhne von anderen Beamten 56, Söhne von Ärzten 9, Söhne von Gutsbesitzern 22, Söhne von Rentnern 4, Söhne von Kaufleuten und Gewerbetreibenden 68.

Ihre Heimat haben 243 Zöglinge in Preußen, 11 im Königreich Sachsen, 10 im Herzogtum Anhalt, 6 im Fürstentum Schwarzburg, 4 im Herzogtum Sachsen-Meiningen, 3 in Hamburg, 2 in Rumänien, 1 in Oesterreich, 1 im Fürstentum Neuß j. L., 1 in Indien.

Der Andrang zur Pensionsanstalt ist so stark, daß es ratsam erscheint, die Anmeldung schon zwei Jahre vor dem gewünschten Aufnahme-Termin zu bewirken. Die Namen der Angemeldeten werden nach dem Datum der Meldung in die Exspektanten-Listen eingetragen, und die Einberufung erfolgt nach Maßgabe der Anciennität.

Die Aufnahme-Prüfung der für das Sommersemester neu angemeldeten Schüler erfolgt Donnerstag den 29. April von 8 Uhr Vormittags ab. Jeder neu aufzunehmende Schüler hat einen Taufschein, ein Impf- bzw. Revaccinations-Attest und ein Abgangszeugnis der vorher von ihm besuchten Anstalt vorzulegen. Vorkenntnisse in der lateinischen Sprache werden für den Eintritt in die Sexta nicht erfordert.

Halle, Ende März 1886.

Dr. W. Fries, Rektor.

Anwendung der Ausdehnungslehre

auf

die allgemeine Theorie der Raumkurven und krummen Flächen.

I. Teil: Raumkurven.

Von

Hermann Graßmann.

Beilage zum Programm der Lateinischen Hauptschule zu Halle a. S.
Ostern 1886.

Halle a. S.,

Druck der Buchdruckerei des Waisenhauses.

1886.

1886. Progr. Nr. 217.



Anwendung der Ausdehnungslehre

die allgemeine Theorie der homogenen und inhomogenen Flächen

I Teil: Räumliche

Hermann Weierstrass



Anwendung der Ausdehnungslehre auf die allgemeine Theorie der Raumkurven und krummen Flächen.

Erster Teil: Raumkurven.

Die Schwierigkeiten, welche sich dem Studium der Ausdehnungslehre auch heute noch entgegenstellen, beruhen einerseits in der ungewöhnlichen Abstraktheit und Allgemeinheit ihrer Untersuchungen; andererseits aber kommt in Betracht, daß bei der verhältnismäßig geringen Zahl von Anwendungen, welche ihre Methoden bisher gefunden, die Operationen der Ausdehnungslehre für den Leser etwas Ungewohntes und Fremdartiges behalten, so daß derselbe meist nicht zur vollen Herrschaft über den Stoff gelangt. Es schien mir daher nicht unwichtig, durch eine neue Anwendung der Ausdehnungslehre auf einen konkreten, allgemein bekannten Gegenstand das Verständnis ihrer Schlußweise und die Vertrautheit mit ihren Operationen fördern zu helfen. Die allgemeine Theorie der Raumkurven und krummen Flächen zeigte sich hierfür in so fern besonders geeignet, als für ihre Entwicklung die leicht verständliche und durch Anschaulichkeit ausgezeichnete Verknüpfung von Strecken ausreicht, während die Rechnung mit Punkten ganz von der Untersuchung ausgeschlossen bleiben darf. Diese Beschränkung in den zu verwertenden Hilfsmitteln der Ausdehnungslehre ermöglicht es, die benutzten Begriffe und Sätze dieser Theorie wenigstens so weit zu entwickeln und zu begründen, um das Mißtrauen des Lesers gegen die ungewohnten Methoden beseitigen und eine gewisse Geläufigkeit in der Verwendung der neu eingeführten Rechnungsoperationen erzielen zu können. Im Hinblick auf diesen Zweck habe ich in denjenigen Abschnitten der folgenden Abhandlung, welche von den Hilfsmitteln aus der Ausdehnungslehre handeln, oft ein mehr verifizierendes als streng deduktives Verfahren eingeschlagen, was um so eher statthaft schien, als in letzterer Hinsicht die beiden Werke meines Vaters über die Ausdehnungslehre*) jede irgend wünschenswerte Auskunft gewähren.

Erster Abschnitt.

Hilfsmittel aus der Ausdehnungslehre.

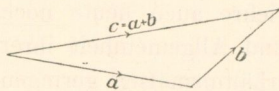
Im Gegensatz zu der gewöhnlichen analytischen Geometrie, welche an Stelle der geometrischen Größen — der Punkte, Strecken, Flächenräume — gewisse für dieselben charakteristische Zahlen einführt, mit diesen Zahlen rechnet und schließlich die Resultate der analytischen Entwicklung wieder in die geometrische Sprache übersetzt, unterwirft die Ausdehnungslehre jene Größen direkt der Rechnung, sie addiert, multipliziert und differenziert dieselben unmittelbar,

*) Graßmann, Die lineale Ausdehnungslehre ein neuer Zweig der Mathematik (Leipzig, Wigand, 1844; zweite Auflage 1878) und: Die Ausdehnungslehre vollständig und in strenger Form bearbeitet (Berlin, Enslin, 1862).

ohne sie vorher ihres geometrischen Gewandes entkleidet zu haben. Insofern nun aber zwei solche geometrischen Gebilde, z. B. zwei verschieden gerichtete Strecken, als ungleich benannte GröÙen erscheinen, welche zu addieren oder zu multiplizieren die gewöhnliche Arithmetik nicht gestattet, wird es notwendig, die Verknüpfungen solcher GröÙen neu zu erklären. Die Aufstellung dieser Definitionen und die Ableitung der Gesetze jener Verknüpfungen bilden den Hauptinhalt der Ausdehnungslehre.

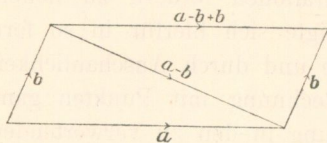
Unter einer Strecke sei stets eine Linie von bestimmter Länge und Richtung verstanden, d. h. es seien zwei Strecken dann und nur dann einander gleich gesetzt, wenn sie gleiche Länge und gleiche Richtung haben. Die Addition der Strecken definieren wir durch die Vorschrift: Man addiert zwei Strecken a und b , indem man sie stetig aneinander legt d. h. die zweite parallel zu sich so weit verschiebt, bis ihr Anfangspunkt auf den Endpunkt der ersten fällt; dann ist die Strecke c vom Anfangspunkt der ersten bis zum Endpunkt der zweiten die Summe beider (Fig. 1). Aus der Gleichung $c = a + b$ folgt

Fig. 1.



$b = c - a$, d. h. die Differenz zweier Strecken konstruiert man, indem man die Strecken mit ihren Anfangspunkten aneinander legt; dann ist die Strecke vom Endpunkt des Subtrahendus bis zum Endpunkt des Minuendus die Differenzstrecke. Es läßt sich zeigen, daß für diese Verknüpfungen alle Gesetze der gewöhnlichen Addition und Subtraktion gültig bleiben, und jedes von diesen Gesetzen drückt einen besonderen geometrischen Satz aus, z. B. die Formel $a - b + b = a$ den Satz: Ist in einem Viereck ein Paar Gegenseiten gleich und parallel, so gilt daselbe auch von dem andern Paar (Fig. 2).

Fig. 2.



Unter dem äußeren Produkt $[ab]$ zweier Strecken a und b , welches zur Unterscheidung von anderen Produktbildungen durch „scharfe“ Klammern umschlossen wird, sei der Flächenraum desjenigen Parallelogramms verstanden, welches durch die Strecken a und b bestimmt wird (Fig. 3), und sei an diesem Flächenraum außer seiner GröÙe die Stellung seiner Ebene und die Umlaufsrichtung festgehalten, d. h. es seien zwei solche Flächenräume dann und nur dann einander gleich gesetzt, wenn sie gleichen Inhalt haben, in parallelen Ebenen liegen und in gleichem Sinne umlaufen werden. Die wichtigsten Gesetze der Multiplikation bleiben auch für diese Art multiplikativer Verknüpfung in Gültigkeit. Namentlich erweist sich das Gesetz, welches die Beziehung zur Addition ausdrückt,

Fig. 3.

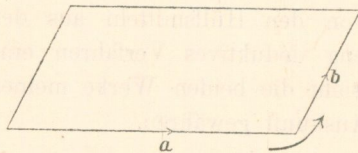
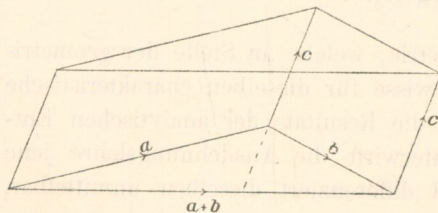


Fig. 4.

als richtig, so lange a , b und c einer Ebene angehören, die drei Flächenräume also gleichartig sind (Fig. 4). Ist hingegen jene Bedingung nicht erfüllt, gehört somit c nicht der Ebene ab an, und liegen also die Flächenräume $[ac]$ und $[bc]$ in verschiedene Ebenen, so kann unsere Formel als Definition der Summe solcher Flächenräume dienen. Es bestehen indes für die äußeren Produkte auch noch einige besondere Gesetze, welche von denen der gewöhnlichen Multiplikation abweichen. So wird offenbar ein äußeres



$$[(a + b)c] = [ac] + [bc],$$

als richtig, so lange a , b und c einer Ebene angehören, die drei Flächenräume also gleichartig sind (Fig. 4). Ist hingegen jene Bedingung nicht erfüllt, gehört somit c nicht der Ebene ab an, und liegen also die Flächenräume $[ac]$ und $[bc]$ in verschiedene Ebenen, so kann unsere Formel als Definition der Summe solcher Flächenräume

dienen. Es bestehen indes für die äußeren Produkte auch noch einige besondere Gesetze, welche von denen der gewöhnlichen Multiplikation abweichen. So wird offenbar ein äußeres

Produkt nicht nur dann null, wenn ein Faktor verschwindet, sondern auch, wenn beide Faktoren parallel sind; namentlich ist stets

1) $[a \cdot a] = 0$.

Fassen wir ferner in dieser Formel a als Summe zweier Strecken b und c auf, so wird

$$[(b + c)(b + c)] = 0,$$

woraus mit Rücksicht auf 1) folgt

$$[cb] + [bc] = 0$$

oder

2) $[cb] = -[bc];$

d. h. ein äußeres Produkt ändert sein Zeichen, wenn man seine Faktoren miteinander vertauscht, oder geometrisch ausgedrückt: Bei Umkehrung der Umlaufsrichtung nimmt ein Flächenraum den entgegengesetzten Wert an (Fig. 5).

Die Formeln 1) und 2) erinnern bereits an die Determinanten; und in der That ergeben sich die Fundamentalsätze der Determinantentheorie aus den Sätzen über äußere Produkte auf's leichteste und unmittelbarste. Hier möge es genügen, noch zwei Formeln aufzustellen, welche ebenfalls auf diesen Zusammenhang hinweisen. Es leuchtet nach der Definition des äußeren Produktes sofort ein, daß

$$[\rho a \cdot b] = \rho [ab],$$

falls ρ eine Zahl bezeichnet. Dann aber folgt weiter mit Rücksicht auf 1), daß

$$[ab] = [a(b + \rho a)],$$

eine Formel, welche geometrisch gedeutet den Satz ausdrückt: Parallelogramme von gleicher Grundlinie und Höhe sind einander gleich (Fig. 6).

Unter dem äußeren Produkt dreier Strecken a, b, c sei der Inhalt des durch dieselben bestimmten Spates (Parallelepipeds) verstanden. Dieser Körperraum steht zu den bisher betrachteten Gebilden in einem gewissen Gegensatz. Während nämlich beispielsweise zum Begriff des Flächenraums neben der Größe und Umlaufsrichtung noch ein die Stellung im Raum bezeichnendes Attribut gehörte, fällt ein solches bei den dreifaktorigen Produkten fort. Alle diese Produkte erscheinen als gleichartige Größen und können daher wie gleichbenannte Zahlen behandelt werden. Wählen wir als Maß unserer Körperräume einen Würfel, dessen Kanten die Strecken e_1, e_2, e_3 sind (Fig. 7), und setzen das Produkt $[e_1 e_2 e_3] = 1$, so wird jeder Körperraum $[abc]$ durch eine bloße Zahl dargestellt. Der einzige Unterschied, der zwischen den einzelnen Körperräumen noch hervortritt, ist die Ungleichheit in dem Sinn des Abbiegens der dritten Strecke gegen die beiden ersten. Diese Verschiedenheit aber läßt sich vollständig darstellen durch entgegengesetzte Vorzeichen der Volumzahl. Wir denken uns zur Bestimmung desselben den Spat $[abc]$ mit seiner Grundfläche $[ab]$ so auf die Fläche $[e_1 e_2]$ gestellt, daß ihre Umlaufsrichtung mit der von $[e_1 e_2]$ übereinstimmt. Fällt dann c nach der Seite von e_3 hin, so geben wir dem Produkt das Pluszeichen, im entgegengesetzten Falle

Fig. 5.

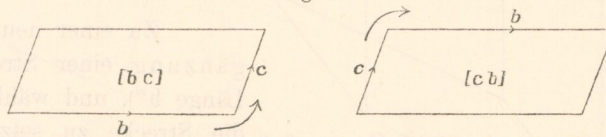


Fig. 6.

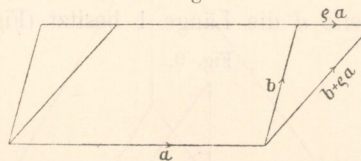


Fig. 7.

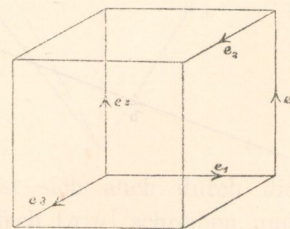
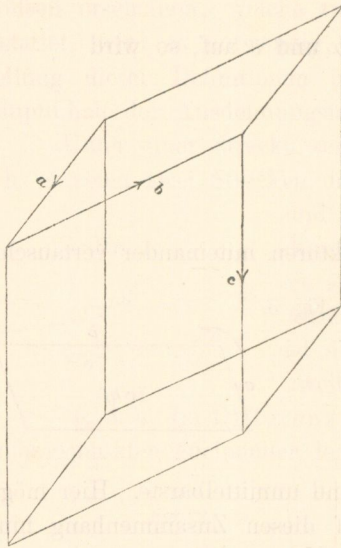


Fig. 8.



(Fig. 8) das Minuszeichen. Für dreifaktorige Produkte gelten nun wieder ganz analoge Gesetze wie für zweifaktorige. Namentlich wird

$$[ab(\alpha a + \beta b)] = 0,$$

wie sofort einleuchtet, wenn man bedenkt, daß die Strecke $\alpha a + \beta b$ der Ebene ab angehört; ferner wird zufolge der obigen Zeichenregel

$$[acb] = -[abc]$$

und

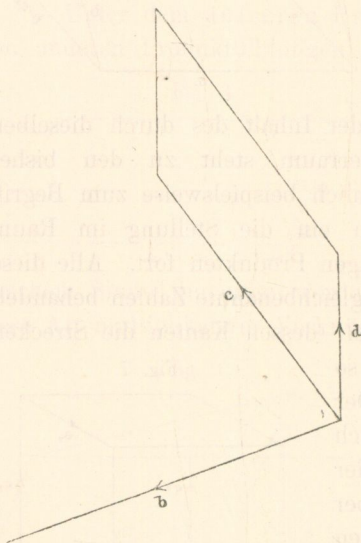
$$[cab] = +[abc]$$

in Übereinstimmung mit den entsprechenden Determinantensätzen. Hieran schliessen wir endlich noch die Definitionsformel

$$[a \cdot (bc)] = [abc] \text{ an.}$$

Zu einer neuen Produktbildung führt der Begriff der Ergänzung einer Strecke. Ist nämlich b eine Strecke von der Länge b^* , und wählen wir als Zeichen der Ergänzung einen vor die Strecke zu setzenden senkrechten Strich, so verstehen wir unter der Ergänzung $|b$ einen Flächenraum $[cd]$, welcher auf b senkrecht steht, dessen Flächenzahl gleich der Längenzahl b der Strecke b ist, und dessen Umlaufsrichtung so zu wählen ist, daß das Produkt $[bcd]$ positiv wird. Insbesondere kann als Ergänzungsfäche ein Rechteck gewählt werden, dessen eine Seite c mit b gleich lang ist, während die andere Seite d die Länge 1 besitzt (Fig. 9).

Fig. 9.



Um den Zusammenhang des neuen Begriffs mit dem früheren enger zu gestalten, entwickeln wir zuerst die Beziehung, in welche die Ergänzung zur Addition der Strecken tritt, d. h. wir suchen die Ergänzung der Summe zweier Strecken a und b zu ermitteln. Dabei wird sich die Formel ergeben

$$3) \quad \dots \quad |(a + b)| = |a| + |b|,$$

welche ausdrückt, daß das Ergänzungszeichen distributiv ist. Zum Beweise derselben stellen wir die Ergänzungen von a und b als Rechtecke dar, deren eine Seite beide Mal die Länge 1 hat und Normale der Ebene ab ist, während die andere Seite bezüglich die Länge von a und b besitzt und auf der dazugehörigen Strecke innerhalb der Ebene ab senkrecht steht. Dann bilden a , b und $a + b$ die Seiten eines Dreiecks, und die Größen $|a|$, $|b|$ und $|(a + b)|$ die Seitenflächen eines dreiseitigen Prismas, dessen Seitenkanten auf der Ebene ab senkrecht stehen

*) Als Maßeinheit für die Länge der Strecken ist dabei stets die Kante des Einheitswürfels, als Maß für die Flächenräume dessen Grundfläche zu verwenden.

(Fig. 10). Es ist nun zu zeigen, daß die Seitenfläche $|a + b|$ die Ergänzung der Strecke $a + b$ ist. Dazu ist erforderlich, daß die der Seitenfläche $|a + b|$ zugehörige Grundkante erstens die Länge der Strecke $a + b$ habe, zweitens auf derselben senkrecht stehe und drittens von $a + b$ aus betrachtet nach derselben Seite zu liegen scheine, wie die Grundkante der Fläche $|a|$ von a aus gesehen. Diese drei Bedingungen sind aber in der That erfüllt, und somit ist unsere Formel 3) bewiesen.

Indem wir zweitens den Begriff der Ergänzung mit der äußeren Multiplikation in Beziehung setzen, gelangen wir zu einer neuen Produktbildung. Bestimmen wir nämlich unserer obigen Festsetzung gemäß den Wert des äußeren Produktes einer Strecke a in die Ergänzung einer anderen Strecke b , so wird $[a \cdot b] = [a \cdot (cd)] = [acd]$ d. h. gleich dem Volumen des Spates $[acd]$ oder, was daselbe ist, gleich der Flächenzahl von $[cd]$ multipliziert mit der Höhe des Spates $[acd]$ (Fig. 11). Die Flächenzahl von $[cd]$ soll aber übereinstimmen mit der Längenzahl von b , welche wieder durch b bezeichnet sein möge, und die Höhe des Spates ist abgesehen vom Vorzeichen gleich der Längenzahl von a — sie heiße a — multipliziert mit dem $\cos(ab)$, so daß wir erhalten $[a \cdot b] = a b \cos(ab)$; und diese Formel gilt auch dem Vorzeichen nach. Denn $[a \cdot b]$, wofür wir nach obigem auch $[acd]$ oder $[cda]$ schreiben dürfen, wird zufolge unserer Festsetzung über die Umlaufsrichtung von $[cd]$ positiv, wenn a mit b auf derselben Seite von $[cd]$ liegt, im entgegengesetzten Falle negativ; gleiches gilt aber offenbar von $\cos(ab)$. Das Produkt $[a \cdot b]$ läßt nun noch eine von dem vorhergehenden abweichende Auffassung zu, welche für das folgende von Wichtigkeit ist. Anstatt nämlich zu sagen, es sei in dem Produkt $[a \cdot b]$ die Strecke a mit der Ergänzung von b verknüpft, können wir jenen Ausdruck auch so auffassen, als sei in ihm a direkt mit der Strecke b durch eine eigentümliche Art der Verknüpfung verbunden. — Diese neue Auffassung läßt sich auch durch die Schrift sehr leicht zum Ausdruck bringen, indem wir anstatt $[a \cdot b]$ einfach $[a|b]$ schreiben und also dem Ergänzungszeichen zugleich den Charakter eines Verknüpfungszeichens beilegen. Die Art dieser neuen Verknüpfung nun kennzeichnet sich sofort wieder als eine multiplikative.

Fig. 10.

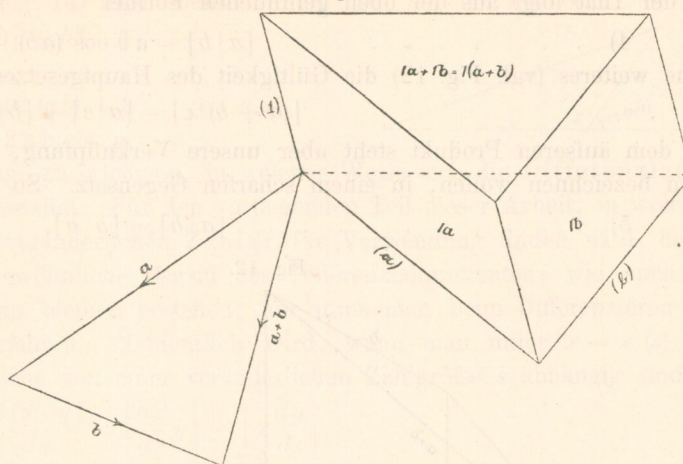
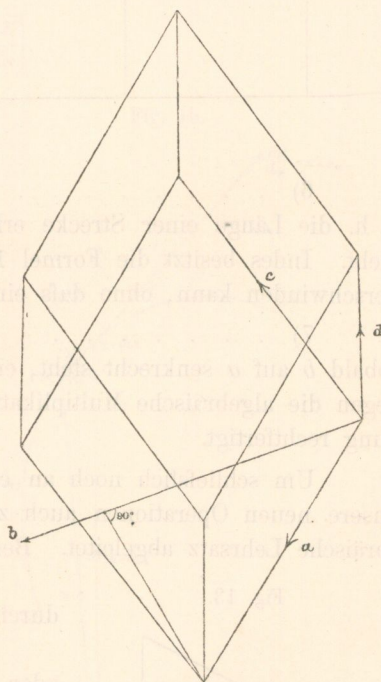


Fig. 11.



In der That folgt aus der oben gefundenen Formel

$$4) \dots \dots \dots [a|b] = a b \cos(ab)$$

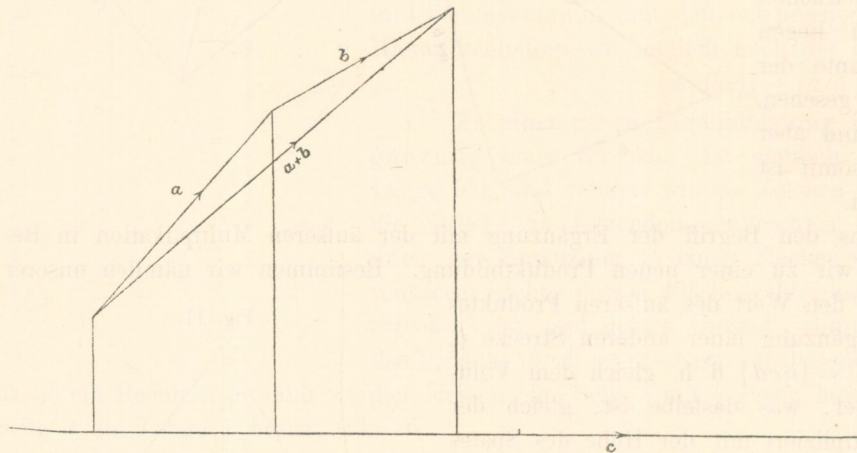
ohne weiteres (vgl. Fig. 12) die Gültigkeit des Hauptgesetzes aller Produktbildungen

$$[(a + b)|c] = [a|c] + [b|c].$$

Zu dem äußeren Produkt steht aber unsere Verknüpfung, welche wir als innere Multiplikation bezeichnen wollen, in einem scharfen Gegensatz. So wird für das innere Produkt

$$5) \dots \dots \dots [a|b] = [b|a],$$

Fig. 12.



$$a^2 = a^2, \text{ woraus weiter folgt}$$

$$6) \dots \dots \dots a = \sqrt{a^2},$$

d. h. die Länge einer Strecke erhält man, indem man aus ihrem inneren Quadrat die Wurzel zieht. Indes besitzt die Formel 1) wenigstens ein Analogon, insofern auch ein inneres Produkt verschwinden kann, ohne daß ein Faktor Null wird; denn es ist offenbar

$$7) \dots \dots \dots [a|b] = 0,$$

sobald b auf a senkrecht steht, ein Gesetz, welches zugleich den Gegensatz unserer Verknüpfung gegen die algebraische Multiplikation kennzeichnet und die Einführung einer besonderen Bezeichnung rechtfertigt.

Um schliesslich noch an einem vorläufigen Beispiel zu zeigen, daß die Definitionen für unsere neuen Operationen auch zweckmässig gewählt sind, werde mittelst derselben der Pythagoräische Lehrsatz abgeleitet. Beim rechtwinkligen Dreieck (vgl. Fig. 13) folgt aus der Gleichung

$$c = a + b$$

durch innere Quadrierung

$$c^2 = [(a + b)|(a + b)]$$

oder mit Rücksicht auf 7)

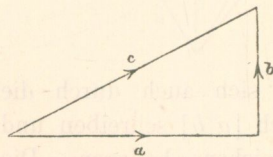
$$c^2 = a^2 + b^2,$$

wofür wir auch schreiben können

$$c^2 = a^2 + b^2,$$

wenn wir wie gewöhnlich die Längen durch deutsche Buchstaben bezeichnen.

Fig. 13.



d. h. die Faktoren sind ohne Zeichenwechsel vertauschbar. Hiermit hängt es zusammen, daß für die innere Multiplikation auch die Formel 1) keine Gültigkeit besitzt. Bezeichnen wir nämlich die Länge der Strecke a wieder mit a und das innere Quadrat von a $[a|a]$ kurz mit a^2 , so wird mit Rücksicht auf 4)

Fürs schiefwinklige Dreieck (Fig. 14) folgt ebenso

$$c^2 = a^2 + 2 [a | b] + b^2$$

oder

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + 2 ab \cos (\alpha\beta) + b^2 \\ &= a^2 + b^2 - 2 ab \cos \gamma. \end{aligned}$$

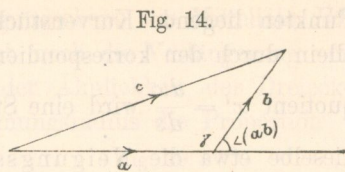


Fig. 14.

Es bleibt endlich noch die Frage zu erledigen, in welcher Weise sich die Differenziation der Strecken und Streckenprodukte gestaltet. Für den vorliegenden Teil dieser Arbeit, in welchem allein die Differenziation nach einer veränderlichen Zahlgröfse Verwendung finden wird, bedarf es keiner neuen Definition. Der gewöhnliche Begriff des Differenzialquotienten, wie auch die Grundformeln der Differenzialrechnung bleiben bestehen; nur muß man beim Differenzieren von Produkten mit einiger Vorsicht verfahren. Namentlich wird, wenn man unter $x = x(s)$ und $y = y(s)$ zwei Strecken versteht, welche von einer veränderlichen Zahlgröfse s abhängig sind,

$$8) \dots \dots \dots \frac{d[x \cdot y]}{ds} = \left[\frac{dx}{ds} | y \right] + \left[x | \frac{dy}{ds} \right]$$

und

$$9) \dots \dots \dots \frac{d[x | y]}{ds} = \left[\frac{dx}{ds} | y \right] + \left[x | \frac{dy}{ds} \right],$$

wobei in der Formel 8) die Reihenfolge der Faktoren nicht geändert werden darf. Die Formel 9) enthält noch die Spezialformel

$$\frac{d(x^2)}{ds} = \left[\frac{dx}{ds} | x \right] + \left[x | \frac{dx}{ds} \right],$$

d. h. mit Rücksicht auf 5)

$$10) \dots \dots \dots \frac{d(x^2)}{ds} = 2 \left[x | \frac{dx}{ds} \right].$$

Zweiter Abschnitt.

Tangente und Schmiegungeebene einer Raumkurve.

Erste Krümmung.

Wir bezeichnen mit x die Strecke, welche von einem festen Punkte O aus nach einem im Raum veränderlichen Punkte P gezogen wird, und nennen diese Strecke den Träger des Punktes P ; ist dann t eine variable Zahlgröfse, so stellt die Gleichung $x = x(t)$ eine Raumkurve dar. Wählt man für t speziell die Länge s des Kurvenbogens, gerechnet von einem beliebig zu wählenden Anfangspunkte bis zum Punkte x , so nimmt die Gleichung die besondere Form an

$$11) \dots \dots \dots x = x(s),$$

welche zunächst der Betrachtung zu Grunde gelegt werden soll.

Um die Gleichung und Neigung der Tangente zu bestimmen, betrachten wir zwei unendlich benachbarte Punkte der Kurve, deren Träger die Strecken x und $x + dx$ sein mögen (Fig. 15). Dann ist das zwischen beiden

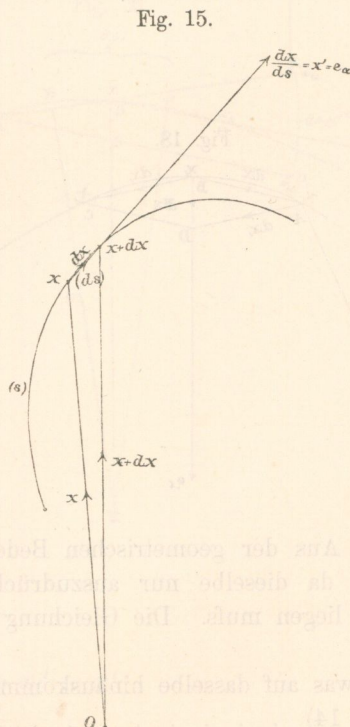
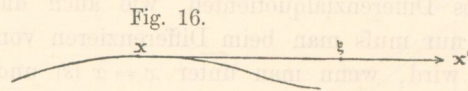


Fig. 15.



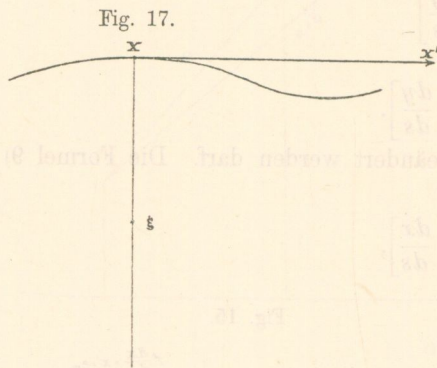
Punkten liegende Kurvenstück seiner Länge und Richtung nach gleich dx , während die Länge allein durch den korrespondierenden Zuwachs von s , durch ds , dargestellt wird. Der Differenzialquotient $x' = \frac{dx}{ds}$ wird eine Strecke von der Länge 1 und der Richtung der Tangente; wir wollen dieselbe etwa die Neigungsstrecke der Kurventangente oder schlechtweg die Neigungsstrecke der Kurve nennen und mit e_α bezeichnen. Dann haben wir also für die Neigungsstrecke im Punkte x den Wert

$$12) \dots e_\alpha = \frac{dx}{ds} = x'.$$



Ist ferner ξ der Träger eines beliebigen Punktes der Tangente (Fig. 16), so wird $\xi - x$ die Strecke zwischen den Punkten x und ξ , und es lautet somit die Gleichung der Tangente im Punkte x

$$[(\xi - x)x'] = 0.$$

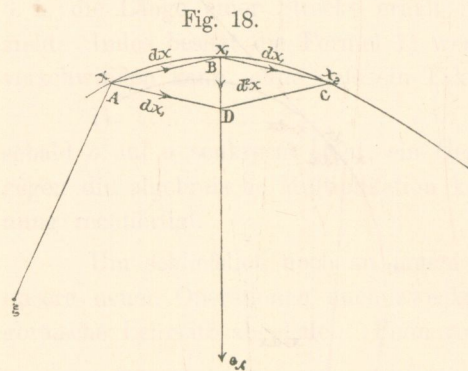


Andererseits wird die Gleichung der Normalebene der Kurve (Fig. 17)

$$[(\xi - x)|x'] = 0.$$

Zur Ermittlung der Neigung der Hauptnormale nehmen wir auf der Kurve drei Punkte A, B, C an mit den Trägern $x = x(s), x_1 = x(s + ds), x_2 = x(s + 2ds)$ (Fig. 18). Dann bestimmen die Strecken $AB = dx$ und $BC = dx_1$, einen Rhombus $ABCD$, dessen Diagonale BD die Hauptnormale darstellt. Es ist aber

$$\begin{aligned} BD &= AD - AB \\ &= dx_1 - dx \\ &= d^2x. \end{aligned}$$



Die Neigung e_λ der Hauptnormale ergibt sich somit, wenn wir diese Strecke durch ihre Länge, d. h. die Wurzel aus ihrem inneren Quadrat (vgl. Gleich. 6), dividieren. Es wird

$$e_\lambda = \frac{d^2x}{\sqrt{(d^2x)^2}},$$

oder, wenn wir wieder $\frac{d^2x}{ds^2} = x''$ setzen

$$13) \dots e_\lambda = \frac{x''}{\sqrt{x''^2}}.$$

Aus der geometrischen Bedeutung von x'' folgt sofort die Gleichung der Schmiegungeebene, da dieselbe nur auszudrücken hat, daß die Strecke $\xi - x$ mit dx und d^2x in einer Ebene liegen muß. Die Gleichung lautet:

$$[(\xi - x) \cdot dx \cdot d^2x] = 0,$$

oder, was auf dasselbe hinauskommt,

$$14) \dots [(\xi - x)x'x''] = 0.$$



Errichtet man noch auf AB und BC innerhalb der Schmiegungeebene die Mittellote EK und FK (Fig. 19), so wird ihr Durchschnitt K , durch welchen auch noch die Verlängerung von BD hindurchgeht, der Krümmungsmittelpunkt. Dann folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke KEF und ABD mit Rücksicht auf 6) für die Länge r des Krümmungsradius die Proportion

$$\frac{r}{ds} = \frac{ds}{\sqrt{(d^2x)^2}}$$

und hieraus

$$r = \frac{ds^2}{\sqrt{(d^2x)^2}}$$

oder

$$15) \dots \dots r = \frac{1}{\sqrt{x''^2}}$$

Die Krümmung der Curve wird somit

$$16) \dots \dots \frac{1}{r} = \sqrt{x''^2}$$

d. h. gleich der Länge von x'' . x'' ist also eine Strecke, welche die Richtung der Hauptnormale hat und so gewissermaßen die Richtung der Krümmung anzeigt, deren Länge aber die Krümmung der Curve darstellt. Man könnte diese Strecke daher passend als Krümmungsstrecke der Curve bezeichnen.

Um noch den Träger a des Krümmungsmittelpunktes zu bestimmen, bemerken wir, daß

$$a - x = r \cdot e_\lambda$$

ist. Nach Formel 13) ist aber

$$e_\lambda = \frac{x''}{\sqrt{x''^2}}$$

oder mit Rücksicht auf 15)

$$17) \dots \dots e_\lambda = r \cdot x''$$

Es wird daher

$$18) \dots \dots a - x = r^2 x''$$

oder endlich, wenn wir wieder für r seinen Wert aus 15) einführen,

$$19) \dots \dots a - x = \frac{x''}{x''^2}$$

Es erübrigt noch, die Krümmung der Curve mittelst des Kontingenzwinkels, d. h. des Winkels auszudrücken, welchen zwei unendlich benachbarte Tangenten miteinander bilden. Stellt in Fig. 20 die Strecke

$$AB, = e_\alpha = x'$$

die Neigung der Curve im Punkte x und

$$BC, = AD, = e_\alpha, = x',$$

die Neigung im Punkte x , dar, so wird die Strecke

$$B, D, = e_\alpha, - e_\alpha'' = x', - x' = de_\alpha = dx'$$

Fig. 19.

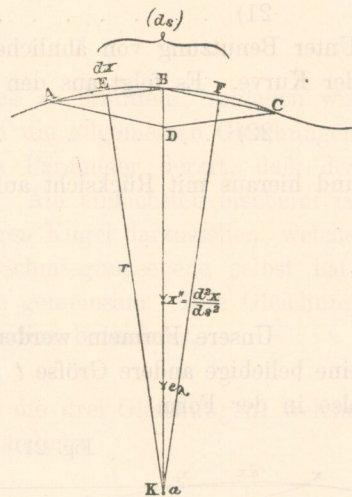
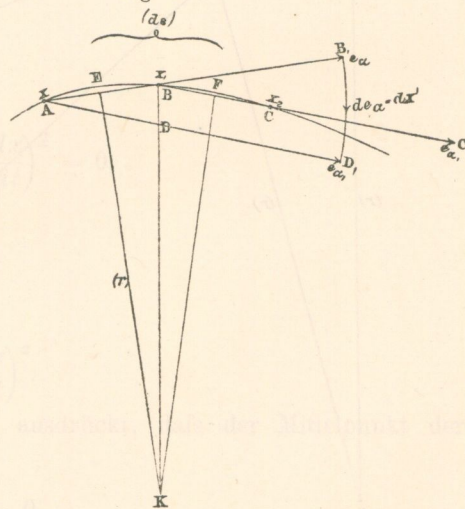


Fig. 20.



Die Länge von B, D ist aber offenbar zugleich der Ausdruck für den Kontingenzwinkel $d\tau$, so daß wir erhalten

$$20) \dots \dots \dots d\tau = \sqrt{(de_\alpha)^2} = \sqrt{(dx')^2}.$$

Da ferner die Richtung von de_α mit der Richtung der Hauptnormale übereinstimmt, so ergibt sich für die Strecke de_α die einfache Formel

$$21) \dots \dots \dots de_\alpha = e_\lambda d\tau.$$

Unter Benutzung von ähnlichen Dreiecken gelangen wir dann schliesslich wieder zur Krümmung der Kurve. Es folgt aus den Dreiecken KEF und AB, D ,

$$22) \dots \dots \dots \frac{1}{r} = \frac{d\tau}{ds},$$

und hieraus mit Rücksicht auf 20) wieder wie oben

$$\frac{1}{r} = \sqrt{x''^2}.$$

Unsere Formeln werden etwas verwickelter, wenn wir nicht mehr den Bogen s , sondern eine beliebige andere Gröfse t als unabhängige Variable zu Grunde legen, die Kurvengleichung also in der Form

$$23) \dots \dots x = x(t)$$

voraussetzen. Am wenigsten ändern sich diejenigen Formeln, welche nur den ersten Differenzialquotienten von x enthalten; denn

auch jetzt noch stellt $\frac{dx}{dt}$ ein Stück der

Tangente dar (Fig. 21), nur ist dessen Länge nicht mehr gleich 1. Um daher die Neigung e_α der Tangente zu erhalten, müssen

wir die Strecke $\frac{dx}{dt}$ mit ihrer Länge, d. h.

mit $\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2}$ oder, was dasselbe ist, mit

$\frac{ds}{dt}$ dividieren. Es wird also die Neigung

der Tangente

$$24) \dots \dots e_\alpha = \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{ds}{dt}} = \frac{dx}{ds}.$$

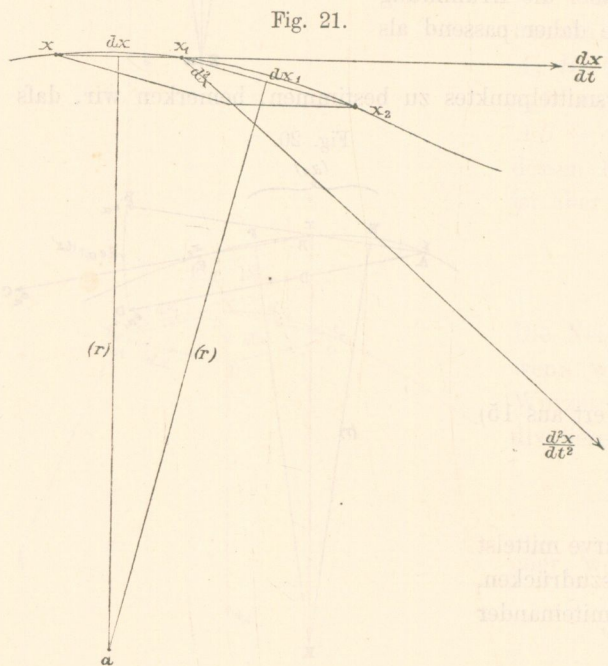


Fig. 21.

Die Gleichung der Tangente wird wieder

$$\left[(\xi - x) \frac{dx}{dt} \right] = 0,$$

die der Normalebene

$$\left[(\xi - x) \left| \frac{dx}{dt} \right. \right] = 0.$$



Auch die Gleichung der Schmiegungeebene ändert ihre Form nicht. Denn sind wieder

$$25) \dots \dots \dots x = x(t), x_1 = x(t+dt), x_2 = x(t+2dt)$$

die Träger der drei Punkte, durch welche diese Ebene hindurchgehen soll, so muß dieselbe zugleich die Strecken $dx = x_1 - x$ und $dx_1 = x_2 - x_1$ und somit endlich auch die Strecke $d^2x = dx_1 - dx$ enthalten. Die Gleichung der Schmiegungeebene lautet also

$$26) \dots \dots \dots \left[(\xi - x) \frac{dx d^2x}{dt dt^2} \right] = 0.$$

Um den Radius und den Mittelpunkt des Krümmungskreises zu ermitteln, schlagen wir diesmal zunächst ein mehr rechnerisches Verfahren ein. Wir stellen die allgemeinen Gleichungen eines Kreises auf und bestimmen die in denselben vorkommenden Parameter derart, daß der Kreis durch die drei Nachbarpunkte x, x_1, x_2 hindurchgehen muß. Am einfachsten erscheint es dabei, den Kreis als Durchschnitt der Schmiegungeebene mit derjenigen Kugel darzustellen, welche die drei Punkte x, x_1, x_2 enthält und ihren Mittelpunkt in der Schmiegungeebene selbst hat; denn diese Kugel hat den Radius und Mittelpunkt mit dem Kreise gemeinsam. Ihre Gleichung wird, wenn a den Träger ihres Mittelpunktes, r die Länge ihres Radius bezeichnet,

$$(\xi - a)^2 = r^2.$$

Zur Bestimmung der Parameter a und r ergeben sich zuerst die drei Gleichungen, welche ausdrücken, daß die Kugel durch die drei Punkte hindurchgeht, nämlich:

$$I) \dots \dots \dots (x - a)^2 = r^2.$$

An Stelle der beiden anderen Gleichungen $(x_1 - a)^2 = r^2$ und $(x_2 - a)^2 = r^2$ können wir auch diejenigen Gleichungen setzen, welche aus I) bei ein- und zweimaliger Differenziation nach t hervorgehen, d. h. die Gleichungen

$$II) \dots \dots \dots \left[(x - a) \frac{dx}{dt} \right] = 0$$

und

$$\left[(x - a) \frac{d^2x}{dt^2} \right] + \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = 0,$$

von denen die letzte mit Rücksicht auf die Formel

$$27) \dots \dots \dots \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \left(\frac{ds}{dt} \right)^2$$

auch geschrieben werden darf:

$$III) \dots \dots \dots \left[(x - a) \frac{d^2x}{dt^2} \right] = - \left(\frac{ds}{dt} \right)^2.$$

Viertens kommt dann noch die Gleichung hinzu, welche ausdrückt, daß der Mittelpunkt der Kugel in der Schmiegungeebene liegt:

$$IV) \dots \dots \dots \left[(x - a) \frac{dx d^2x}{dt dt^2} \right] = 0.$$

Diese vier Gleichungen reichen zur Bestimmung der Strecke a und des Krümmungsradius r gerade aus; während nämlich II), III) und IV) den Träger des Krümmungsmittelpunktes liefern, wird uns I) den Wert von r ergeben. Zufolge der Gleichung IV) muß sich $x - a$ als Vielfachensumme von $\frac{dx}{dt}$ und $\frac{d^2x}{dt^2}$ darstellen lassen; wir setzen daher

$$\dagger) \dots \dots \dots x - a = \lambda \frac{dx}{dt} + \mu \frac{d^2x}{dt^2},$$

worin noch λ und μ mit Hülfe der Gleichungen II) und III) zu bestimmen sind. Um die Gleichung II) zu verwerten, multiplizieren wir $\dagger)$ innerlich mit $\frac{dx}{dt}$ und erhalten:

$$0 = \lambda \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \mu \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right]$$

oder, wenn wir die Gleichung 27) und die aus ihr durch Differenziation hervorgehende Gleichung

$$28) \dots \dots \dots \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right] = \frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2}$$

berücksichtigen,

$$0 = \lambda \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 + \mu \frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2}$$

oder schliesslich

$$a) \dots \dots \dots 0 = \lambda \frac{ds}{dt} + \mu \frac{d^2s}{dt^2}.$$

Um andererseits die Gleichung III) zu verwenden, multiplizieren wir $\dagger)$ innerlich mit $\frac{d^2x}{dt^2}$, wodurch sich ergibt

$$-\left(\frac{ds}{dt} \right)^2 = \lambda \left[\frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right] + \mu \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2$$

oder

$$b) \dots \dots \dots -\left(\frac{ds}{dt} \right)^2 = \lambda \frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2} + \mu \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2.$$

Aus a) und b) resultieren für λ und μ die Werte

$$\lambda = \frac{\frac{ds}{dt} \frac{d^2s}{dt^2}}{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2}, \quad \mu = \frac{-\left(\frac{ds}{dt} \right)^2}{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2}$$

und durch Substitution dieser Ausdrücke in $\dagger)$ folgt schliesslich

$$29) \dots \dots \dots x - a = \frac{\frac{ds}{dt} \left\{ \frac{d^2s}{dt^2} \frac{dx}{dt} - \frac{ds}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right\}}{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2}.$$

Zufolge der Gleichung I) erhalten wir endlich den Wert von r^2 durch innere Quadrierung des Ausdrucks 29). Berücksichtigen wir dabei, dass

$$\left\{ \frac{d^2s}{dt^2} \frac{dx}{dt} - \frac{ds}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right\}^2 = \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \left\{ \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2 \right\}$$

wird, so ergibt sich

$$r^2 = \frac{\left(\frac{ds}{dt} \right)^4}{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2}$$

oder

$$30) \dots \dots \dots r = \frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2}}$$

Unsere Formeln 29) und 30) lassen übrigens auch eine mehr geometrische Ableitung zu. Sei $ABCD$ das durch die drei Punkte x, x_1, x_2 bestimmte Parallelogramm (Fig. 22), so sind wieder die Strecken $AB = dx,$

$$BC = dx_1,$$

$$BD = d^2x, \text{ ferner ist}$$

die Länge von $AB = ds$ und

die Länge von $BC = ds_1.$

Um nun eine Strecke von der Richtung der Hauptnormale zu konstruieren, verlängere man AB bis zum Punkte G , so daß

die Länge von $AG = ds_1$ und somit

die Länge von $BG = d^2s$ wird, und ziehe GD , so steht diese Strecke (wenigstens wenn wir zur Grenze übergehen) auf AG senkrecht und hat also, da sie zugleich der Schmiegunge-

ebene angehört, in der That die Richtung der Hauptnormale. Die Neigung der Hauptnormale werden wir daher erhalten, wenn wir die Strecke GD durch ihre Länge dividieren. Nun ist

die Neigung von $AB, e_\alpha = \frac{dx}{ds},$ es wird mithin

$$\text{die Strecke } BG = d^2s \cdot \frac{dx}{ds}, \text{ also}$$

$$\begin{aligned} \text{die Strecke } GD &= BD - BG, \\ &= d^2x - d^2s \cdot \frac{dx}{ds}, \\ &= \frac{d^2x \cdot ds - d^2s \cdot dx}{ds}. \end{aligned}$$

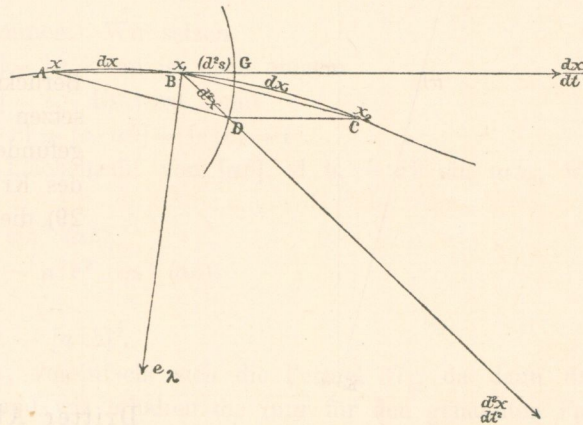
Ferner ergibt sich aus dem rechtwinkligen Dreieck BDG

$$\text{die Länge von } GD = \sqrt{(d^2x)^2 - (d^2s)^2} \text{ und also schliesslich die}$$

Neigung der Hauptnormale

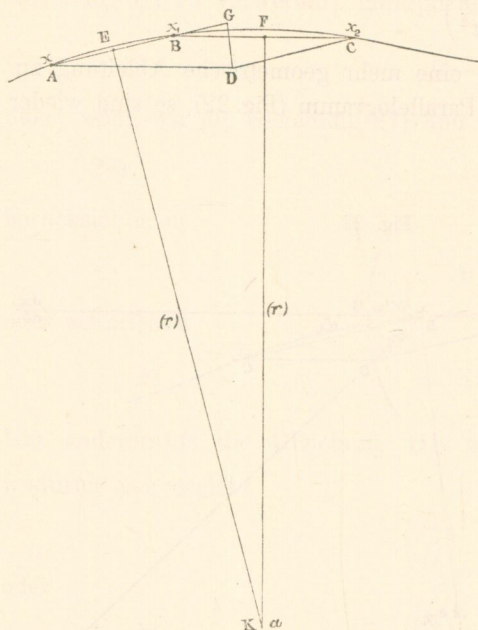
$$31) \dots \dots e_\lambda = \frac{d^2x \cdot ds - d^2s \cdot dx}{ds \sqrt{(d^2x)^2 - (d^2s)^2}} = \frac{\frac{d^2x}{dt^2} \frac{ds}{dt} - \frac{dx}{dt} \frac{d^2s}{dt^2}}{\frac{ds}{dt} \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2}}$$

Fig. 22.



Die Länge r des Krümmungsradius läßt sich jetzt wieder wie oben aus zwei ähnlichen Dreiecken KEF und AGD entnehmen (Fig. 23). Aus ihnen folgt, wenn wir gleich für die Länge von GD ihren obigen Wert einführen:

Fig. 23.



$$\frac{r}{ds + \frac{d^2s}{2}} = \frac{ds + d^2s}{\sqrt{(d^2x)^2 - (d^2s)^2}}$$

Diese Proportion liefert bei Vernachlässigung der unendlich kleinen Größen höherer Ordnung für r wieder den Wert

$$r = \frac{ds^2}{\sqrt{(d^2x)^2 - (d^2s)^2}} = \frac{\left(\frac{ds}{dt}\right)^2}{\sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt}\right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2}}$$

Berücksichtigen wir endlich, daß $a - x = re_\lambda$ ist, und setzen in diese Gleichung für r und e_λ ihre soeben gefundenen Werte ein, so erhalten wir für den Träger a des Krümmungsmittelpunktes in Übereinstimmung mit 29) die Formel

$$a - x = \frac{\frac{ds}{dt} \left\{ \frac{d^2x}{dt^2} \frac{ds}{dt} - \frac{dx}{dt} \frac{d^2s}{dt^2} \right\}}{\left(\frac{d^2x}{dt}\right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)^2}$$

Dritter Abschnitt.

Weitere Hilfsmittel aus der Ausdehnungslehre.

Bevor wir in der Betrachtung der Raumkurven fortfahren, wird es notwendig, die Hilfsmittel aus der Ausdehnungslehre noch etwas weiter zu entwickeln. Wir knüpfen dabei an den Begriff der Ergänzung an, der uns bereits oben zu einer neuen Produktbildung geführt hat. Derselbe läßt sich noch nach einer anderen Seite hin fruchtbar machen. Wir übertragen ihn zunächst auch auf Flächenräume und verstehen unter der Ergänzung eines Flächenraumes $[ab]$, geschrieben $|[ab]$, nichts anderes als diejenige Strecke c , deren Ergänzung der Flächenraum $[ab]$ ist. Wenn also

$$32) \dots \dots \dots [ab] = |c$$

ist, so setzen wir andererseits

$$33) \dots \dots \dots |[ab] = c,$$

sodafs die Größe $|[ab]$ eine Strecke darstellt, welche senkrecht steht auf $[ab]$, und deren Längenzahl gleich der Flächenzahl von $[ab]$ ist. Aus diesen beiden Definitionsformeln folgen unmittelbar noch die weiteren Gleichungen

$$34) \dots \dots \dots ||c = c$$

und

$$35) \dots \dots \dots |||[ab] = [ab],$$

welche aussagen, daß die zweimalige Bildung der Ergänzung zu der ursprünglichen Strecke oder dem ursprünglichen Flächenraum zurückführt. Wie nun oben (vgl. S. 7) der Begriff der Ergänzung



einer Strecke zur inneren Multiplikation zweier Strecken hinleitete, so gelangen wir auch hier von der Ergänzung eines Flächenraums zur inneren Multiplikation zweier Flächenräume. Wir schreiben nämlich wieder anstatt des äußeren Produktes $[ab] \cdot [cd]$ einfach $[ab|cd]$ oder noch kürzer $[ab|cd]$ und nennen diesen Ausdruck das innere Produkt der Flächenräume $[ab]$ und $[cd]$, so daß wir die Definitionsformel erhalten

$$36) \dots \dots \dots [ab|cd] = [ab] \cdot [cd].$$

Wir verstehen also unter dem inneren Produkt zweier Flächenräume nichts anderes als das äußere Produkt aus dem ersten und der Ergänzung des zweiten Flächenraums.

Auf Grund dieser Erklärungen seien nun einige Grundformeln für die inneren Produkte von Flächenräumen zu entwickeln.

Aufg. 1. Den Wert von $[ab]^2$ zu bestimmen. Wir setzen

$$[ab] = |c, \text{ dann ist nach obigem}$$

$$|[ab] = c. \text{ Es wird somit}$$

$$[ab]^2 = [ab|ab] = [ab \cdot c] = [c \cdot ab] = [c|c] = c^2.$$

Nun ist die Längenzahl c von c gleich der Flächenzahl von $[ab]$, d. h. $= ab \sin(ab)$; wir bekommen somit

$$\begin{aligned} [ab]^2 &= a^2 b^2 \sin^2(ab), \\ &= a^2 b^2 - a^2 b^2 \cos^2(ab) \end{aligned}$$

oder mit Rücksicht auf 4) und 6)

$$37) \dots \dots \dots [ab]^2 = a^2 b^2 - [a|b]^2.$$

In dem Falle, wo a auf b senkrecht steht, vereinfacht sich die Formel 37), da dann das zweite Glied der rechten Seite verschwindet, und wir erhalten die (nur für den genannten Fall gültige) Spezialformel

$$37a) \dots \dots \dots [ab]^2 = a^2 b^2.$$

Nebenbei folgt noch aus der obigen Entwicklung die Formel

$$38) \dots \dots \dots ab \sin(ab) = \sqrt{[ab]^2}.$$

Die linke Seite dieser Gleichung stellt aber die Flächenzahl des Produktes $[ab]$ dar, und die Formel 38) drückt somit den Satz aus: Man findet die Flächenzahl eines Flächenraumes, indem man aus seinem inneren Quadrat die Wurzel zieht (vgl. Formel 6).

Aufg. 2. Es seien die Werte von $[|a|^2]$ und $[|ab|^2]$, d. h. die inneren Quadrate der Ergänzungen einer Strecke und eines Flächenraumes zu bestimmen. Es ist

$$39) \dots \dots \dots \begin{cases} [|a|^2] = [|a||a] = [|a \cdot a] = [a|a] = a^2; \text{ ferner} \\ [|ab|^2] = [|ab||ab] = [|ab \cdot ab] = [ab|ab] = [ab]^2. \end{cases}$$

Aufg. 3. Es sei zu zeigen, daß wie bei der Ergänzung von Strecken, so auch bei der Ergänzung von Flächenräumen das Ergänzungszeichen distributiv ist, daß also die Gleichung besteht

$$40) \dots \dots \dots |([ab] + [cd]) = |[ab] + |[cd].$$

Wir setzen $[ab] = e$ und $[cd] = f$, so daß also

$$[ab] = |e \text{ und } [cd] = |f \text{ wird. Dann ist}$$

$$[ab] + [cd] = |e + |f, \text{ d. h. nach Formel 3)}$$

$$= |(e + f); \text{ somit}$$

$$|([ab] + [cd]) = ||(e + f) = e + f = |[ab] + |[cd].$$

Aufg. 4. Es sei die Formel zu beweisen:

$$41) \dots \dots \dots [cd|ab] = [ab|cd],$$

welche aussagt, daß man in dem inneren Produkt zweier Flächenräume die Faktoren ohne Wertänderung des Produktes vertauschen darf. Benutzen wir wieder dieselben Bezeichnungen wie in Aufg. 3, so wird

$$\begin{aligned} [cd|ab] &= [cd \cdot |[ab]] = [cd \cdot e] = [e \cdot cd] = [e \cdot |f] = [e|f] = [f|e] \\ &= [f \cdot ab] = [ab \cdot f] = [ab \cdot |[cd]] = [ab|cd]. \end{aligned}$$

Nachdem so der Begriff des inneren Produktes eine weitere Ausgestaltung gefunden, bedarf zweitens auch die äußere Multiplikation einer Ausdehnung und Weiterbildung. Namentlich sei der Begriff eines vierfaktorigen Streckenproduktes festzustellen, d. h. es sei einmal das Produkt eines Körperraums und einer Strecke zu erklären und zweitens das Produkt zweier Flächenräume. Man könnte vielleicht zunächst erwarten, daß es bei der Aufstellung dieser Definitionen vor allem darauf ankomme, dieselben so einzurichten, daß die Rechnungsgesetze der zwei- und dreifaktorigen Produkte möglichst erhalten bleiben, so daß also z. B. $[abc(\alpha a + \beta b + \gamma c)] = 0$ wird. Indes erscheint dies einerseits für die Weiterentwicklung unserer Methoden wenig förderlich, da dann überhaupt jedes vierfaktorige Produkt $[abcd]$ verschwinden würde, denn jede Strecke d läßt sich als Vielfachensumme dreier beliebigen, nicht derselben Ebene parallel laufenden Strecken a, b, c darstellen. Andererseits aber haben wir auch bei der Definition jener Produkte nicht mehr völlig freie Hand, sondern sind wenigstens betreffs des Produktes eines Körperraums und einer Strecke bereits durch frühere Festsetzungen gebunden. Wie wir oben sahen (vgl. S. 5), hat schon das dreifaktorige Streckenprodukt gewissermaßen seinen ausdehnungsmäßigen Charakter verloren und stellt sich als bloße Zahl dar. Ist daher λ der Zahlwert eines solchen Produktes $[abc]$, so erscheint es geboten, unter dem Produkte $[abc]d$ nichts anderes zu verstehen als das λ -fache der Strecke d . Wenn hiernach die erste Art von vierfaktorigen Produkten als eine Strecke erscheint, so liegt es nahe, auch die zweite Art, nämlich das Produkt zweier Flächenräume in entsprechender Weise zu definieren und darunter etwa die Schnittstrecke jener Flächenräume zu verstehen. Diesem Gedanken geben wir am natürlichsten Ausdruck, wenn wir die Definitionsformel aufstellen

$$42) \dots \dots \dots [|a \cdot |b] = | [ab],$$

in welcher, wie man leicht einsieht, in der That die rechte Seite nichts anderes ist als die Schnittstrecke der Flächenräume $|a$ und $|b$. Es reicht aber auch die Formel 42) zur Erklärung der fraglichen Produkte vollständig aus, denn je zwei beliebige Flächenräume $[cd]$ und $[ef]$ lassen sich stets in der Form $|a$ und $|b$ darstellen, und es bleibt somit nur noch zu zeigen, daß die durch unsere Formel definierte Verknüpfung wirklich eine Multiplikation sei. Namentlich ist nachzuweisen, daß das Hauptgesetz aller Produktbildungen, welches die Beziehung zur Addition ausdrückt, in Gültigkeit ist, daß also die Formel besteht

$$43) \dots \dots \dots [|a \cdot (|b + |c)] = [|a \cdot |b] + [|a \cdot |c].$$

Es ist nach Formel 3)

$$[|a \cdot (|b + |c)] = [|a \cdot (b + c)]$$

und dies nach der Definitionsformel 42)

$$= | [a(b + c)]$$

d. h. $\quad \quad \quad = |([ab] + [ac])$
 oder nach 40) $\quad \quad \quad = |[ab] + [ac]$
 und dies schliesslich wieder nach 42) $\quad \quad \quad = [|a \cdot b] + [|a \cdot c]$.

Damit ist die Berechtigung für die Auffassung unserer Verknüpfung als Multiplikation erwiesen. Übrigens bemerken wir jetzt nachträglich, dass auch die Beziehung unserer neuen Produktbildung zu den zwei- und dreifaktorigen Produkten eine weit engere ist, als es anfangs erscheinen mochte. Denn, wenn auch die Formel $[ab(\alpha a + \beta b)] = 0$ ein voll entsprechendes Gegenstück nicht findet, so bestehen doch wenigstens für die Produkte zweier Flächenräume ganz ähnliche Gesetze wie für die Produkte zweier Strecken. Namentlich wird

44) $\dots \dots \dots [ab \cdot cd] = 0,$

wenn die Fläche $[ab]$ mit $[cd]$ parallel läuft; andererseits wird

45) $\dots \dots \dots [cd \cdot ab] = - [ab \cdot cd],$

wie man sofort erkennt, wenn man $[ab]$ und $[cd]$ als Ergänzungen zweier Strecken e und f auffasst und die Definitionsformel 42) anwendet. Infolge dieser engen Beziehung haben wir bereits das charakteristische Zeichen der äusseren Produkte, die scharfen Klammern, für unsere neue Multiplikation beibehalten und werden im folgenden die beiden Arten der Produktbildung auch unter einem gemeinsamen Namen, nämlich als „räumliche Multiplikation“ zusammenfassen, so dass also die äussere Multiplikation sich als ein Spezialfall der räumlichen Multiplikation darstellt.

Wir schliessen unsere Entwicklung wieder mit der Ableitung einiger Grundformeln für die neue Produktbildung.

Aufg. 5. Es sei der Wert des Produktes $[|a|b|c]$ zu bestimmen. Es ist

$$[|a|b|c] = [| [ab] |c] \text{ oder, wenn wir } |[ab] = d \text{ setzen,}$$

$$= [d|c] = [c|d] = [c \cdot d] = [c \cdot ab] = [abc].$$

Verstehen wir nun endlich noch unter der Ergänzung einer Zahl α nichts anderes als diese Zahl α selber, setzen wir also, $\alpha = \alpha$ und somit auch

46) $\dots \dots \dots |[abc] = [abc],$

so können wir das gewonnene Resultat auch in der Form schreiben:

47) $\dots \dots \dots [|a|b|c] = |[abc],$

in welcher die Gleichung genau der Definitionsformel 42) entspricht.

Aufg. 6. An das gewonnene Resultat schliessen wir die Ermittlung des Produktes $[ab|a|b]$ an. Wir setzen $[ab] = |c$, so dass also $|[ab] = c$ wird; dann ist

48) $[ab|a|b] = [|c|a|b] = [cab] = [abc] = [ab \cdot |ab] = [ab|ab] = [ab]^2.$

Aufg. 7. Es sei der Wert der Strecke $x = [ab|a]$ zu bestimmen*). Die gesuchte Strecke x liegt nach obigem erstens in der Ebene $[ab]$ und ist also darstellbar in der Form

a) $\dots \dots \dots x = \alpha a + \beta b;$

zweitens steht x senkrecht auf a und genügt somit der Gleichung

b) $\dots \dots \dots [x|a] = 0.$

Da diese beiden Angaben zusammen die Richtung der gesuchten Strecke x vollständig bestimmen, so muss sich x aus denselben bis auf einen die Länge der Strecke ergebenden Faktor ableiten

*) Vgl. hierzu Lüroth, Grundriss der Mechanik (München, Ackermann 1881). S. 40.

lassen. In der That folgt, wenn wir die erste Gleichung innerlich mit a multiplizieren, mit Rücksicht auf die zweite:

$$0 = \alpha a^2 + \beta [a|b] \text{ oder}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} = -\frac{[a|b]}{a^2}, \text{ also}$$

$$\begin{cases} \alpha = -\rho [a|b] \\ \beta = +\rho a^2 \end{cases} \text{ und es wird daher}$$

$$\dagger) \dots \dots \dots x = [ab|a] = \rho \{a^2 b - [a|b] b\}.$$

Zur Bestimmung des Faktors ρ benutzen wir die Formel 37)

$$[ab]^2 = a^2 b^2 - [a|b]^2.$$

Die linke Seite unserer Gleichung $\dagger)$ geht nämlich mit Rücksicht auf 48) in $[ab]^2$ über, wenn wir noch innerlich mit b multiplizieren, wodurch sich ergibt:

$$[ab]^2 = \rho \{a^2 b^2 - [a|b]^2\},$$

so daß für ρ der Wert 1 und für die gesuchte Strecke x die Schlusformel

$$49) \dots \dots \dots [ab|a] = a^2 b - [a|b] a \text{ resultiert.}$$

Um endlich noch die Länge unserer Strecke x zu ermitteln, bilden wir ihr inneres Quadrat und setzen in demselben $[ab] = |c|$; dann wird

$$[ab|a]^2 = [|c|a]^2 = [|ca]^2 = [ca]^2 = c^2 a^2.$$

Es kommt nämlich die Formel 37a) zur Anwendung, da c als Ergänzung von $[ab]$ auf a senkrecht steht. Führen wir nun für c wieder seinen Wert $|[ab]|$ ein und berücksichtigen 39), so ergibt sich die Formel

$$50) \dots \dots \dots [ab|a]^2 = [ab]^2 a^2,$$

welche die Länge von x durch die Größe der Fläche $[ab]$ und die Länge von a ausdrückt.

Vierter Abschnitt.

Nochmalige Behandlung der ersten Krümmung. Zweite Krümmung. Schmiegunskugel.

Als erste Anwendung der neuen im vorigen Abschnitt betrachteten Verknüpfungen lassen wir eine nochmalige Behandlung der bereits oben gelösten Aufgabe folgen, den Träger des Krümmungsmittelpunktes einer Raumkurve zu bestimmen auf Grund der im zweiten Abschnitt aufgestellten vier Gleichungen:

$$I) \dots \dots \dots (x - a)^2 = r^2$$

$$II) \dots \dots \dots \left[(x - a) \left| \frac{dx}{dt} \right. \right] = 0$$

$$III) \dots \dots \dots \left[(x - a) \left| \frac{d^2x}{dt^2} \right. \right] = - \left(\frac{ds}{dt} \right)^2$$

$$IV) \dots \dots \dots \left[(x - a) \left| \frac{dx}{dt} \frac{d^2x}{dt^2} \right. \right] = 0.$$

Von diesen Gleichungen genügen die drei letzten zur Bestimmung von $x - a$. Die Gleichungen II) und IV) nämlich ergeben die Richtung dieser Strecke als Durchschnitt der Normalebene $\left| \frac{dx}{dt} \right.$



und der Schmiegungeebene $\left[\frac{dx d^2x}{dt dt^2} \right]$, während schliesslich III) die Länge von $x - a$ bestimmt. Als Schnittstrecke jener Ebene wird (vgl. S. 18)

$$\begin{aligned} x - a &= \lambda \left[\frac{dx d^2x}{dt dt^2} \frac{dx}{dt} \right] \text{ oder nach 49) } \\ &= \lambda \left\{ \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \frac{d^2x}{dt^2} - \left[\frac{dx}{dt} \left| \frac{d^2x}{dt^2} \right| \frac{dx}{dt} \right] \right\}, \text{ d. h. mit Rücksicht auf 27) und 28) } \\ x - a &= \lambda \frac{ds}{dt} \left\{ \frac{ds d^2x}{dt dt^2} - \frac{d^2s dx}{dt^2 dt} \right\}. \end{aligned}$$

Diese Gleichung stellt in der That die Richtung von $x - a$ vollständig dar, und es erübrigt somit nur noch, durch Substitution des gefundenen Ausdrucks in die Gleichung III) den Faktor λ und damit die Länge von $x - a$ zu ermitteln, wobei sich bei nochmaliger Berücksichtigung der Formel 28) ergibt:

$$\lambda \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \left\{ \left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2 \right\} = - \left(\frac{ds}{dt} \right)^2 \text{ oder}$$

$$\lambda = \frac{-1}{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2}. \text{ Endlich wird}$$

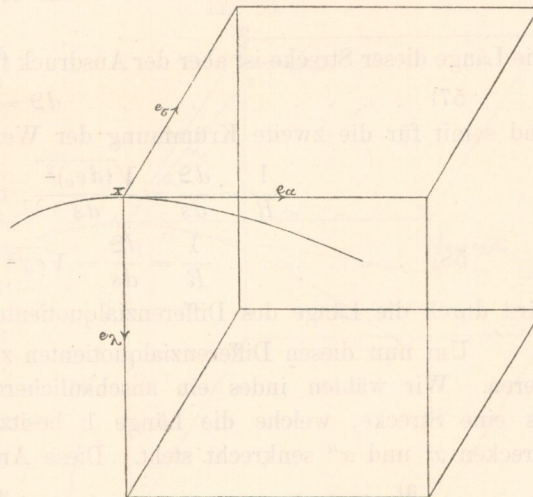
$$x - a = \frac{ds \left\{ \frac{d^2s dx}{dt^2 dt} - \frac{ds d^2x}{dt dt^2} \right\}}{\left(\frac{d^2x}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{d^2s}{dt^2} \right)^2}.$$

Den Radius des Krümmungskreises findet man hieraus auf Grund der Formel I) durch inneres Quadrieren, wie oben auf Seite 14.

Bei der Betrachtung der zweiten Krümmung setzen wir der Einfachheit halber die Gleichung der Kurve wieder in der speziellen Form $x = x(s)$ voraus und bezeichnen (Fig. 24) die Neigung der Tangente im Punkte x mit e_α , die Neigung der Hauptnormale mit e_λ und die Neigung der Normale der Schmiegungeebene mit e_σ . Bei der letzteren Strecke, welche die Stellungsstrecke der Schmiegungeebene oder auch schlechtweg die Stellungsstrecke der Kurve heissen möge, müssen wir noch eine Bestimmung über ihren „Lauf“ hinzufügen, d. h. wir müssen angeben, nach welcher Seite hin diese Normale errichtet werden soll. Indes behalten wir uns diese Angabe noch für später vor, wo sich uns eine naturgemässe Entscheidung darbieten wird. Wir lassen also den Lauf der Strecke e_σ noch unbestimmt und bekommen so

im folgenden zunächst überall ein doppeltes Vorzeichen, eine Zweideutigkeit, welche erst verschwinden wird, wenn wir jene Verfügung über den Lauf von e_σ treffen werden. Aus den Definitionen der drei Strecken e_α , e_λ , e_σ folgen unmittelbar die Gleichungen

Fig. 24.



51) $[e_\alpha e_\lambda e_\sigma] = \pm 1$ und

52) $e_\alpha = \pm [e_\lambda e_\sigma],$

53) $e_\lambda = \pm [e_\sigma e_\alpha],$

54) $e_\sigma = \pm [e_\alpha e_\lambda],$

von denen die letzte mit Rücksicht auf 12) und 17) auch geschrieben werden kann

$e_\sigma = \pm [x' \cdot r x'']$ oder

55) $e_\sigma = \pm r [x' x''].$

Zwei unendlich benachbarte Stellungsstrecken e_σ und $e_\sigma + de_\sigma$ (Fig. 25) schliessen einen unendlich kleinen Winkel $d\mathcal{S}$ ein, den wir den Torsionswinkel nennen wollen. Den Differentialquotienten $\frac{d\mathcal{S}}{ds}$ bezeichnen wir als die zweite Krümmung oder Torsion der Kurve, den reziproken Wert derselben nennen wir den Torsionshalbmesser und bezeichnen ihn mit R , so dass man die Gleichung hat

56) $\frac{1}{R} = \frac{d\mathcal{S}}{ds}.$

Die Bestimmung des Torsionswinkels $d\mathcal{S}$ gestaltet sich wieder genau so wie die des Kontingenzwinkels. Stellt nämlich

die Strecke $AD = e_\sigma$ die Stellung der Schmiegungeebene im Punkte x und

die Strecke $BE = AF = e_{\sigma_1}$, die Stellung derselben im Punkte x_1 dar, so wird

die Strecke $DF = e_{\sigma_1} - e_\sigma = de_\sigma.$

Die Länge dieser Strecke ist aber der Ausdruck für den Torsionswinkel, so dass sich die Formel ergibt

57) $d\mathcal{S} = \sqrt{(de_\sigma)^2},$

und somit für die zweite Krümmung der Wert resultiert

$\frac{1}{R} = \frac{d\mathcal{S}}{ds} = \frac{\sqrt{(de_\sigma)^2}}{ds},$ oder wenn wir $\frac{de_\sigma}{ds} = e_{\sigma'}$ setzen,

58) $\frac{1}{R} = \frac{d\mathcal{S}}{ds} = \sqrt{e_{\sigma'^2}} =$ der Länge von $e_{\sigma'}$, d. h. die Torsion der Kurve

wird durch die Länge des Differentialquotienten der Stellungsstrecke dargestellt.

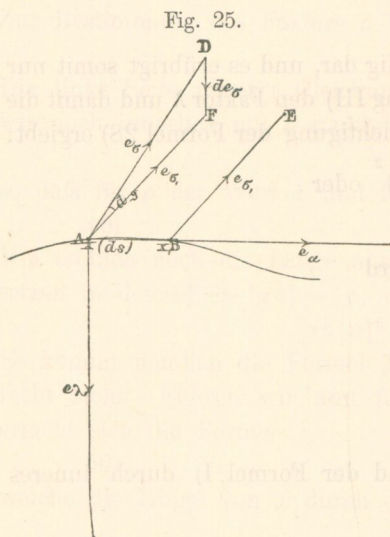
Um nun diesen Differentialquotienten zu ermitteln, könnte man die Gleichung 55) differenzieren. Wir wählen indes ein anschaulicheres Verfahren. Die Stellungsstrecke e_σ ist definiert als eine Strecke, welche die Länge 1 besitzt und auf der Schmiegungeebene, d. h. auf den Strecken x' und x'' senkrecht steht. Diese Angaben, welchen die Gleichungen entsprechen

a) $e_\sigma^2 = 1$

b) $[x' | e_\sigma] = 0$

c) $[x'' | e_\sigma] = 0,$

bestimmen die Strecke e_σ vollständig bis auf ihren Durchlaufungssinn, den wir ja auch noch unbestimmt gelassen haben. Die Strecke $e_{\sigma'}$ wird sich daher, ebenfalls wieder abgesehen von



sich ergibt

$$de_\lambda = \pm | [de_\sigma \cdot e_\alpha] \pm | [e_\sigma \cdot de_\alpha]$$

oder, wenn wir für de_σ und de_α ihre obigen Werte einführen,

$$= \pm d\mathcal{D} | [e_\lambda e_\alpha] \pm d\tau | [e_\sigma e_\lambda],$$

woraus bei Benutzung der Gleichungen 52) und 54) folgt

$$63) \dots \dots \dots de_\lambda = \mp d\mathcal{D} \cdot e_\sigma \mp d\tau \cdot e_\alpha.$$

Es erübrigt noch, aus der Formel 60) auch den Ausdruck für die Länge von $e_{\sigma'}$ und damit für die Größe der zweiten Krümmung abzuleiten. Es wird

$$64) \frac{1}{R} = \frac{d\mathcal{D}}{ds} = \text{der Länge von } e_{\sigma'} = \mp r^3 [x'x''x'''] \sqrt{x''^2} = \mp r^2 [x'x''x'''] = \mp \frac{[x'x''x''']}{x''^2},$$

wobei das doppelte Vorzeichen sogleich in der Weise geschrieben ist, daß auch hier die obige Zeichenregel gültig bleibt.

Als Anwendung unserer Formeln wollen wir endlich noch die Beantwortung der Frage folgen lassen: Wie ist eine Kurve beschaffen, wenn die erste oder die zweite Krümmung verschwindet? Ist zuerst die erste Krümmung d. h. $\frac{1}{r} = \sqrt{x''^2} = 0$, so ist auch $x'' = 0$, woraus durch Integration folgt $x' = \text{const.}$, die Kurve ist also eine gerade Linie; ist andererseits die zweite Krümmung d. h. $\frac{1}{R} = \sqrt{e_{\sigma'}^2} = 0$, so ist auch $e_{\sigma'} = 0$, woraus durch Integration folgt $e_\sigma = \text{const.}$, die Kurve ist also eine ebene Kurve, denn alle Schmiegungeebenen haben dieselbe Stellung. Die Bedingung für den letzteren Fall läßt sich übrigens zufolge der Formel 64) auch ausdrücken durch die Gleichung

$$65) \dots \dots \dots [x'x''x'''] = 0,$$

welche aussagt, daß auch x''' in die Schmiegungeebene fällt.

Zum Schluß folge noch die Behandlung der Schmiegungekugel. Ist ρ ihr Radius, m der Träger ihres Mittelpunktes, so lautet die Gleichung der Schmiegungekugel

$$(\xi - m)^2 = \rho^2,$$

in welcher die Parameter m und ρ aus der Bedingung zu bestimmen sind, daß die Kugel durch vier Nachbarpunkte der Kurve hindurchgehen soll. Diese Bedingung liefert zunächst die Gleichung

$$\text{I) } \dots \dots \dots (x - m)^2 = \rho^2 \text{ und außerdem die drei aus I) durch}$$

ein-, zwei- und dreimalige Differenziation hervorgehenden Gleichungen:

$$\text{II) } \dots \dots \dots [(x - m) | x'] = 0$$

$$\text{III) } \dots \dots \dots [(x - m) | x''] = -1$$

$$\text{IV) } \dots \dots \dots [(x - m) | x'''] = 0,$$

bei deren Bildung zu berücksichtigen ist, daß $x'^2 = 1$ und $[x' | x''] = 0$ ist. Für die Richtung von $x - m$ folgt aus II) und IV) der Wert

$$x - m = \mu [| x' | x'''] \text{ und, wenn wir diesen Ausdruck in III) einführen, so ergibt sich}$$

$$\mu [| x' | x'' | x'''] = -1 \text{ oder unter Benutzung von 47)}$$

$$\mu [x'x''x'''] = +1, \text{ woraus folgt}$$

$$\mu = \frac{1}{[x'x''x''']} \text{ und}$$

$$66) \dots \dots \dots x - m = \frac{| [x'x''x'''] |}{[x'x''x''']}.$$

Zufolge der Gleichung I) wird dann mit Rücksicht auf 39)

$$67) \dots \dots \dots \rho^2 = \frac{[x'x''']^2}{[x'x''x''']^2} \text{ oder nach 37)}$$

$$68) \dots \dots \dots \rho^2 = \frac{x'^2 x''^2 - [x'x''']^2}{[x'x''x''']^2}.$$

Wir können hierin endlich noch den Ausdruck $[x'x''']$ etwas anders ausdrücken. Differenzieren wir nämlich die Gleichung $x'^2 = 1$ zweimal hintereinander nach s , so folgt zuerst $[x'x''] = 0$ und bei abermaliger Differenziation $[x'x'''] = -x''^2$. Setzen wir diesen Wert in die Formel 68) ein und ziehen zugleich die Wurzel, so ergibt sich für den Radius ρ der Schmiegunskugel der Schlufswert:

$$69) \dots \dots \dots \rho = \frac{\sqrt{x''^2 - (x''^2)^2}}{[x'x''x''']^2}.$$

Damit sind die wichtigsten Sätze aus der allgemeinen Theorie der Raumkurven erledigt und, wie mir scheint, in einer Weise, welche die Brauchbarkeit der Methoden der Ausdehnungslehre für derartige Untersuchungen deutlich hervortreten läßt. Die allgemeine Theorie der krummen Flächen werde ich in einer zweiten Abhandlung auf ähnliche Weise entwickeln.

Halle a. S., den 1. April 1886.

Hermann Graßmann.

Nachfolge der Gleichung II wird dann mit Rücksicht auf 29)

$$p^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \quad \text{oder nach 27)}$$

$$p^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

Wir können hierin endlich noch den Ausdruck $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$ etwas anders ausdrücken. Differenzieren wir nämlich die Gleichung 26) = I zweimal hintereinander nach x , so folgt zuerst $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) = 0$ und bei abstrakter Differenzierung $\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) = 0$. Setzen wir diesen Wert in die Formel 26) ein und ziehen zugleich die Wurzel, so ergibt sich für den Habitus p der Schwingungszahl der Schwingung:

$$p = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

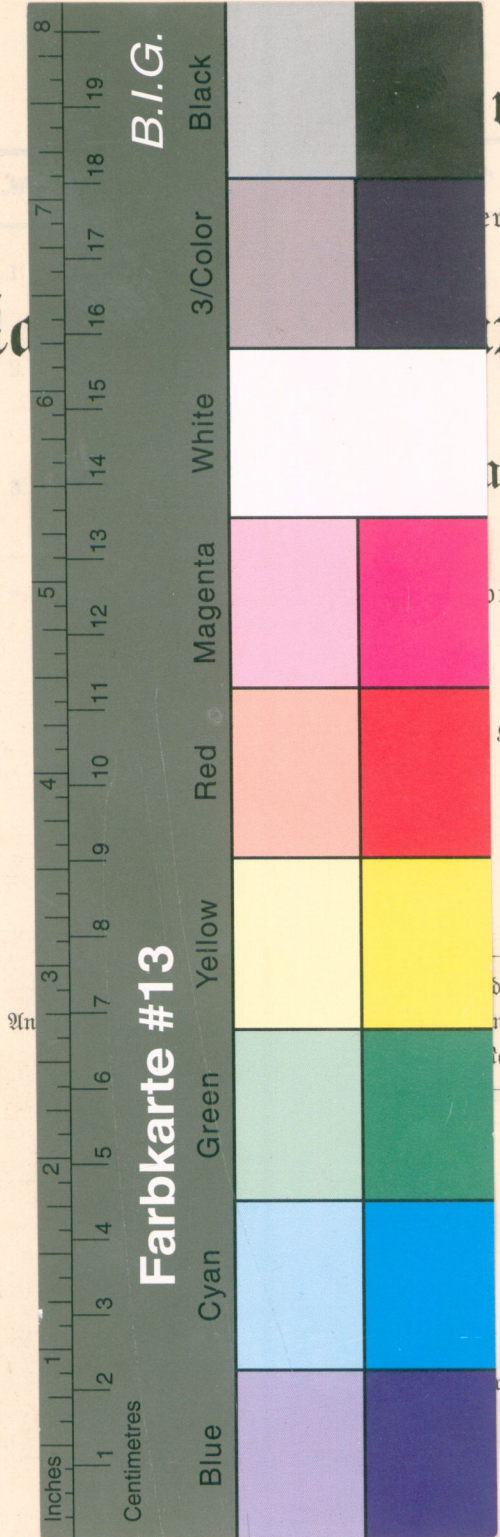
Dann sind die wichtigsten Sätze aus der allgemeinen Theorie der harmonischen Erregung und wie mir scheint, in einer Weise, welche die Fruchtbarkeit der Methoden der Ausdehnungstheorie für die wichtige Fragestellung deutlich hervorzuheben lässt. Die allgemeine Theorie der harmonischen Flächen, welche ich in einer zweiten Abhandlung auf ähnliche Weise entwickeln werde.

Hermann Graßmann

Halle a. S. den 1. April 1861



So



r a m m

ptschule in Halle

ahr 1885—1886

Fries,
Kondirektor der Franckeschen Stiftungen.

entlichen Lehrers Hermann Graßmann:
ne Theorie der Raumkurven und krummen Flächen.
Raumkurven.

a. G.,
rei des Waisenhauses.
86.



1886. Progr. Nr. 217.